

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

С. Б. Шаулов

Введение в механику Вселенной

*Допущено
Учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Российской Федерации
по образованию в области прикладных математики и физики
в качестве учебного пособия для студентов вузов
по направлению подготовки «Прикладные математика и физика»*

МОСКВА
МФТИ
2015

УДК 539.12(075)

ББК 22.151я73

Ш12

Р е ц е н з е н т ы:

Доктор физико-математических наук кафедры космических лучей
Национального исследовательского ядерного университета МИФИ,
профессор *А. А. Петрухин*

Доктор технических наук кафедры автоматизации и технологии производств
Московского государственного университета печати имени Ивана Федорова,
профессор *В. Н. Агеев*

Шаулов, С. Б.

Введение в механику Вселенной: учеб. пос. / С. Б. Шаулов. —
Ш12 М. : МФТИ, 2015. — 285 с.
ISBN 978-5-7417-0575-9

Курс лекций. В первой части приведено краткое рассмотрение разных областей механики: классической, релятивистской, квантовой и статистической. В изложении делается акцент на роль симметрии в физике, особенно симметрии лагранжианов. Во второй и третьей частях лекций обсуждаются основные положения стандартных моделей элементарных частиц и космологии.

Лекции предназначены для студентов, аспирантов и преподавателей.

УДК 539.12(075)

ББК 22.151я73

ISBN 978-5-7417-0575-9

© Шаулов С. Б., 2015

© Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)», 2015

Оглавление

Часть I. Механика	6
1. Классическая механика	14
1.1. Механика Ньютона	14
1.2. Вариационные принципы механики	18
1.3. Уравнения Лагранжа	24
1.4. Уравнения Гамильтона	28
1.5. Теория Якоби	30
1.6. Симметрии. Теорема Нетер. Инвариантность лагранжиана	31
2. Релятивистская механика	34
2.1. Кинематика и динамика релятивистской механики	34
2.2. Понятие массы	36
2.2.1. Неаддитивность массы	37
2.2.2. Масса системы частиц	38
2.2.3. Дефект масс	38
2.2.4. Взаимопревращение энергии покоя и кинетической энергии	40
2.2.5. Превращение массы в энергию	41
2.2.6. Связь между силой и ускорением	41
3. Квантовая механика	42
3.1. Волновая механика. Принцип Луи де Бройля	47
3.2. Соотношения неопределенности	51
3.3. Уравнение Шредингера и квантование	54
3.4. Квантовый осциллятор	57
3.5. Лэмбовский сдвиг уровней энергии	59
3.6. Туннельный эффект	62
3.7. Спин. Фермионы и бозоны. Принцип Паули	63
3.8. Квантовая запутанность. Неравенства Белла. Телепортация	66

4. Статистическая механика	70
4.1. Термодинамические потенциалы	71
4.2. Основные понятия	73
4.3. Статистические распределения	76
4.4. Идеальный газ. Распределение Больцмана	80
4.5. Статистика Бозе—Эйнштейна	82
4.6. Статистика Ферми—Дирака	83
4.7. Фазовые переходы	84

Часть II. Элементарные частицы и взаимодействия 91

5. Эфир, пространство-время, вакуум	92
5.1. Эфир	92
5.2. Движение и пространство-время	97
5.3. Свойства пространства-времени	100
5.4. Пространство волновой (квантовой) механики	111
5.5. Число измерений пространства (вакуума)	118
6. Стандартная модель элементарных частиц	120
6.1. Квантовая теория поля	121
6.2. Симметрия лагранжиана и законы сохранения	124
6.2.1. Дискретные симметрии. СРТ-теорема	125
6.2.2. Калибровочная симметрия	127
6.2.3. Ковариантная производная	130
6.2.4. Геометрическая интерпретация	133
6.3. Фундаментальные частицы	136
6.3.1. Кварки и лептоны	138
6.3.2. Изотопическая и унитарная инвариантность. Мультиплеты и супермультиплеты адронов	141
6.4. Взаимодействия фундаментальных частиц	146
6.4.1. Квантовая хромодинамика	150
6.4.2. Лагранжиан КХД	152
6.4.3. Электрослабые взаимодействия	154
6.4.4. Механизм Хиггса	162
6.5. Вакуум КТП и космология	166
6.6. Бегущие константы. Объединение взаимодействий	169
6.7. Геометрия и теория всего	172
6.7.1. Гравитационная Стандартная модель (группа E8)	176

7. Гравитация, ОТО и геометрия Вселенной	181
7.1. Излучение гравитационных волн	184
7.2. Черные дыры	185
7.3. Сингулярность	187
7.4. Гравитационное красное смещение	188
8. Космологические модели	192
8.1. Модель Эйнштейна	193
8.2. Модель де Ситтера	195
8.3. Динамическая модель Фридмана	196
9. Наблюдательная основа космологии	207
9.1. Крупномасштабная однородность и изотропность	208
9.2. Проблема плоской Вселенной	209
9.3. Проблема монополей	209
9.4. Расширение Вселенной. Закон Хаббла. Ускорение	210
9.4.1. Красное смещение	212
9.5. Галактики и крупномасштабная структура Вселенной	218
9.6. Реликтовое излучение. Модель горячей Вселенной	221
9.7. Ротационные кривые. Темное вещество	232
10. Модели экспоненциального расширения	235
10.1. Инфляция	236
10.2. Квинтэссенция	243
10.3. Фантомная энергия	245
10.4. Струнная гипотеза	251
11. Стандартная космологическая модель	252
11.1. Фазовые переходы Вселенной	256
11.1.1. Топологические дефекты	264
11.1.2. Фазовый переход кварки—адроны	266
11.2. Свойства СКМ и варианты поиска [97]	268
11.2.1. Стабильность СКМ	268
12. Заключение. Вопросы, вопросы...	274
Литература	277

Часть I.
Механика

Введение

XX век существенно изменил наши представления о микро- и макромире. В физике возник ряд новых разделов. Представления о движении тел, бытовавшие в классической механике, получили качественно новое развитие. Появились релятивистская и квантовая механики. Были открыты сотни микрочастиц с удивительными свойствами, которые называли элементарными, возникла их классификация на основе поколений кварков и лептонов. Квантовая хромодинамика и теория электрослабых взаимодействий составили основу так называемой стандартной модели элементарных частиц. Развитие космологии изменило ее статус. Ряд экспериментальных открытий и понимание их тесной связи с устройством микромира превратили космологию в научную дисциплину. На основе последних достижений была сформирована стандартная космологическая модель. Эти две взаимосвязанные модели и современные представления о рождении и эволюции Вселенной и являются предметом данных лекций.

По современным понятиям Вселенная состоит из вещества, излучения, так называемой темной материи, т. е. материи, не излучающей свет, и еще чего-то, что называют темной энергией. Вещество Вселенной по современным понятиям состоит из атомов таблицы Менделеева, все атомы состоят из ядер и электронов, ядра состоят из нуклонов, т. е. протонов и нейтронов, а нуклоны — из кварков. Поэтому вещество — это протоны, нейтроны (кварки), электроны и, возможно, еще нейтрино. Остальные сотни элементарных частиц нестабильны. Кроме того, предполагается, что часть вещества может состоять из гипотетической кварковой материи. Долгое время считалось, что основная масса вещества сконцентрирована в звездах и их остатках, но, как оказалось, они составляют лишь $\sim 4\%$ всего вещества, а остальное — гипотетическая темная материя и темная энергия, происхождение которых сейчас выясняется.

Излучение — это в первую очередь электромагнитные волны. Электромагнитное поле квантуется, т. е. так же, как и вещество, состоит из отдельных элементарных частиц, называемых, в зависимости от энергии, фотонами или γ -квантами. Между частотой ν , длиной волны электромагнитного поля λ , энергией и импульсом фотонов существуют известные соотношения: $E_\gamma = \hbar\omega$, $p_\gamma = \hbar k$, где $\hbar = 0,66 \cdot 10^{-15}$ эВ \cdot с — постоянная Планка, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $\nu\lambda = c$, где c — скорость света. Самые короткие длины волн (самые большие энергии) зарегистрированы у γ -квантов в космических лучах: $\lambda \simeq 10^{-20}$ см.

В максимуме спектра электромагнитного излучения Солнца существует узкий интервал $\lambda \simeq 380\text{—}760$ нм ($1 \text{ нм} = 10^{-9}$ м), который воспринимается глазом человека и называется светом.

Отличие излучения и вещества состоит в том, что вещество обладает массой ($m \neq 0$), поэтому в отсутствие внешних сил всегда можно найти инерциальную систему, в которой вещество находится в состоянии покоя (скорость $v = 0$). Для излучения это не так. Оно всегда движется с предельно возможной скоростью v , в вакууме $v = c$ — мировая константа. Эта скорость не зависит от скорости движения источника и приемника излучения, т. е. одинакова для всех инерциальных систем отсчета. Поэтому невозможно выбрать систему, в которой бы излучение покоилось или имело скорость, отличную от c . Факт, трудно осознаваемый. Но именно это свойство излучения позволяет нам правильно видеть окружающий мир (вещество), ориентироваться в нем и составлять объективные представления о его свойствах.

Нейтрино в принципе могут представлять еще один вид излучения, если их масса $m_\nu = 0$. Однако существует ряд соображений, по которым масса нейтрино должна отличаться от нуля. Поэтому уже многие десятки лет продолжают попытки измерения массы нейтрино различными методами. По современным оценкам, если $m_\nu \neq 0$, то ее значение должно лежать в пределах $m_\nu c^2 = 10^{-11}\text{—}1$ эВ.

Основной особенностью нейтрино является его чрезвычайно малое сечение взаимодействия с веществом. Ежесекундно через 1 см^2 на Земле проходит $6 \cdot 10^{10}$ солнечных нейтрино, но их сечение взаимодействия крайне мало: $\sigma \approx 10^{-45} \text{ см}^2$ и вероятность взаимодействия нейтрино с нашим телом за время жизни человека на много порядков меньше единицы, т. е. практически равна нулю. Поэтому человеческий организм нейтрино не ощущает, тогда как свет за несколько часов может привести к реально ощутимым ожогам тела.

Поток солнечных фотонов только в видимом диапазоне длин волн составляет $10^{18} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, а сечение их взаимодействия настолько боль-

ше нейтринного, что лист черной бумаги способен задержать практически весь этот поток.

Вместе с тем роль нейтрино в эволюции Вселенной крайне велика, и без него жизнь в современной форме невозможно представить. Основная его роль связана с эволюцией звезд и синтезом тяжелых элементов во Вселенной. Два процесса определяют стабильность «горения» водорода в звезде и длительность этого процесса: конвекция и вынос энергии из недр звезды потоком нейтрино. Если бы не малое сечение нейтрино, звезды взрывались бы на первой стадии «горения». В этом случае тяжелые элементы в нашей Вселенной не возникли бы.

Третьим примером излучения могли бы быть гипотетические частицы поля тяготения — гравитоны. Если они существуют, то вероятнее всего имеют нулевую массу, т. к. потенциал гравитационного поля $\sim 1/r$, как и в случае фотонов для электромагнитного поля. Однако полевая или квантовая теория гравитации пока не создана, а само взаимодействие намного слабее всех остальных. Сила его взаимодействия с веществом примерно на сорок порядков меньше, чем взаимодействие фотонов с электрическим зарядом, так что гравитон, если он и существует, вряд ли удастся зарегистрировать.

Наконец, четвертым типом излучения могли бы быть безмассовые частицы, глюоны, переносящие сильное взаимодействие. Однако по ряду обстоятельств, которые будут обсуждаться ниже, они заперты внутри сильно взаимодействующих частиц, адронов, и вне их существовать не могут. Хотя, возможно, на более горячей стадии эволюции Вселенной, когда она представляла собой кварк-глюонную плазму, глюоны наряду с фотонами играли роль излучения, заполняющего все пространство.

Таким образом, в современной Вселенной электромагнитное поле или фотоны являются наиболее осязаемым и, возможно, единственным типом излучения. Свет составляет лишь малую его часть, т. к. это узенькая полоска вблизи максимума спектра излучения Солнца, имеющего форму так называемого спектра излучения абсолютно черного тела. Энергия фотонов света составляет величину $\sim 2,5 \text{ эВ}$ ($1 \text{ эВ} \simeq 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$). В тепловых единицах (kT) одному электрон-вольту соответствует температура $t = 11\,606 \text{ К}$, поэтому видимый свет может излучать лишь сильно нагретое атомное вещество. Температура внешней оболочки звезд, например Солнца, составляет $\sim 5770 \text{ К}$, а внутренняя температура — более 10^7 К . Излучение составляет $< 1\%$ материи Вселенной, но в прошлом это была ее главная компонента.

Кроме горячей светящейся материи, во Вселенной, несомненно, присутствует и холодное вещество. Как правило, мы его не видим и

поэтому называем «темной материей». Существует космическая пыль, космические лучи, планеты, однако астрономические измерения показывают, что количество такого вещества на несколько порядков меньше массы звезд и их остатков. И в то же время гравитационные измерения, выполненные в достаточно больших масштабах типа размера галактик, показали, что темного вещества много. Более того, оно включает в себе основную массу Вселенной! (F. Zwicky, 1933).

Можно сказать, что в очередной раз наука испытывает что-то вроде землетрясения. Еще недавно казалось, что мы знаем почти все. Окружающий мир заполняло вещество из таблицы Менделеева. Однако оказалось, что его лишь $\sim 4\%$, природа остальных $\sim 96\%$ не ясна. Эта глобальная проблема является настоящим вызовом современной науке.

Вместе с тем за последние 30–40 лет в области фундаментальной физики достигнут огромный прогресс. Экспериментальные и теоретические исследования позволили открыть новый уровень строения вещества — кварки и глюоны. Создана объединенная теория слабых и электромагнитных взаимодействий — электрослабая теория. Создаются реальные модели объединения сильного и электрослабого взаимодействий в рамках квантовой теории поля и всех четырех фундаментальных взаимодействий, включая гравитацию, на основе модели струн. Решение проблемы темной материи и темной энергии должно находиться на этом пути.

Бурное развитие фундаментальной физики на уровне элементарных частиц привело к ряду принципиальных изменений во взглядах на эволюцию Вселенной. Вместе с тем важна и обратная связь. На ранних стадиях горячей Вселенной были реализованы энергии, в принципе недоступные для ускорителей. По образному выражению Я.Б. Зельдовича, рождение Вселенной есть уникальный и к тому же бесплатный эксперимент в области физики высоких энергий. Не воспользоваться его результатами — непозволительная роскошь! Поэтому многие вопросы физики элементарных частиц сейчас решаются в так называемых неускорительных экспериментах. Объединение наук о микро- и макром мире оказалось чрезвычайно плодотворным и вылилось в быстро развивающуюся новую науку — **астрофизику элементарных частиц**.

В области космологии основной прогресс был связан с экспериментальным открытием разбегания галактик или нестационарности Вселенной (Э. Хаббл, 1926), обнаружением реликтового излучения (А. Пензиас и Р. Вилсон, 1965), развитием инфляционных моделей эволюции Вселенной (А. Гут, 1981; А. Линде, 1982) и обнаружением уско-

ренного расширения Вселенной на современном этапе (С. Перлмуттер, Б. Шмидт и А. Рисс, 1998).

Все это позволило сформулировать так называемые стандартную модель элементарных частиц и стандартную модель космологии. В лекциях будут коротко рассмотрены обе эти модели, а также некоторые вопросы, выходящие за рамки стандартных моделей.

Основная цель лекций — дать представление о современном взгляде на окружающий мир, возникновение и эволюцию Вселенной. Это, конечно, не означает, что возникающая сейчас модель Мира является окончательной. Скорее, наоборот, возникающие идеи и весь ход современных исследований указывает на возможность кардинальных изменений в области космологии. Более конкретная и узкая тема — это попытаться представить, как в нестационарной Вселенной могло возникнуть вещество. Если мы считаем, что 12–14 миллиардов лет назад, в момент Большого взрыва, Вселенная возникла из пузырька размером 10^{-33} см, то довольно трудно согласиться с тем, что там присутствовало все наблюдаемое и ненаблюдаемое вещество Вселенной. Такая флуктуация вызывает внутреннее сопротивление, дискомфорт.

А могут ли существовать модели возникновения Вселенной из «ничего»? И существуют ли в этом случае варианты рождения вещества звезд, планет и в конечном итоге жизни, разума в процессе эволюции Вселенной? Оказывается, да, во всяком случае, это не противоречит законам сохранения энергии (Я. Б. Зельдович, 1968), т. к. масса замкнутого мира должна равняться нулю [1]. Основную роль в таких процессах должен играть еще один физический объект, обладающий энергией, — вакуум.

Законно задаться вопросом, а можем ли мы вообще восстановить историю Вселенной? Ведь это процесс в единственном числе и к тому же мы его не могли наблюдать. Сомнения связаны с тем, что космология — наука наблюдательная, а фантазия человека безгранична. К счастью, логика науки, структура научных теорий, ее законы довольно сильно ограничивают возможности фантазии, и поэтому позволяют продвигаться вперед в познании мира. Однако до сих пор реальность теорий проверялась практикой, которая связана с замечательным свойством эксперимента — его повторяемостью.

Повторяемость — это фундамент экспериментальной науки, и экспериментаторы, как правило, обязаны скрупулезно описывать все начальные условия, чтобы обеспечить существование повторяемости. Возможность повторения эксперимента при одинаковых начальных условиях во многом определяет надежность и достоверность получаемых результатов. Мы можем ставить чайник на плитку и наблюдать

процесс кипения воды сотни раз. Эксперимент можно повторять при разных начальных условиях, и в конечном итоге мы способны изучить все основные характеристики процесса кипения и создать его теорию. Если же, например, сравнить классическую физику и биологию, то в последней гораздо сложнее обеспечить сохранение начальных условий и соответственно повторяемость эксперимента.

В космологии все еще сложнее. Ни о какой повторяемости эксперимента здесь речи нет, начальных условий мы тоже не знаем. Долгое время это ставило под сомнение то, что космология вообще является наукой. Однако ряд экспериментальных и теоретических открытий XX века изменил эти представления.

Не только космология, но и практически вся астрофизика являются науками наблюдательными. Мы не можем ставить эксперименты в космических масштабах, но, наблюдая различные космические явления, можем их как-то интерпретировать. Верность той или иной модели явления определяется ее предсказаниями, которые можно потом проверять. Общее развитие физических наук и, в частности, физики элементарных частиц, ядерной физики приводит к увеличению надежности получаемых выводов и к ограничению возможных космологических моделей. Поэтому можно сказать, что физика — это тот фундамент, на котором создается космология, и ее существование как отдельного раздела науки вполне закономерно.

Понятие Вселенной — наиболее широкое в нашем языке — оно включает в себя все, что существует в этом мире. Это совокупность всех форм материи и излучений, существующих в пространстве и времени, объединенных в рамках некоторой геометрии. Хотя по традиционным представлениям Вселенная существовала и будет существовать вечно, астрономические наблюдения последних десятилетий позволяют утверждать, что ее возраст составляет $\tau \simeq 13,73 \pm 0,12$ миллиардов лет.

Событие, предположительно положившее начало Вселенной, называется Большой взрыв (Big Bang). Существуют разные его модели. По одним, вся материя и энергия современной Вселенной были сконцентрированы в одной точке с практически бесконечной плотностью. Наличие такой сингулярности является одной из основных проблем этих моделей. Рассматриваются также варианты, в которых Вселенная возникает из ничего и в соответствии с законом сохранения энергии положительная масса вещества компенсируется отрицательным гравитационным потенциалом.

Считается, что после Большого взрыва началось экспоненциальное расширение Вселенной — инфляция. Предположительно размер ее

увеличился приблизительно в e^{126} раз и в настоящее время составляет ~ 90 миллиардов световых лет. Наблюдаемая часть Вселенной намного меньше, так называемый горизонт событий составляет $ct \sim 14$ миллиардов световых лет. Казалось бы, такая ситуация противоречит специальной теории относительности (СТО), т. к. за время существования Вселенной две галактики не могут оказаться на расстоянии ~ 90 миллиардов световых лет, что много больше ct . Это не так. Материя не могла бы переместиться на это расстояние в стационарной Вселенной с фиксированной метрикой, но скорость перемещения границы фазового перехода не ограничена скоростью света.

Теория Большого взрыва подтверждается экспериментальными измерениями пространственного положения галактик, их красного смещения, характеристик реликтового излучения и распространенности во Вселенной легких элементов. Кроме того, недавно было показано, что расширение Вселенной может быть ускоренным. Это привело к созданию модели Большого разрыва (Big Rip), которая предполагает, что такой темп расширения в конечном итоге должен привести к разрушению материи (элементарных частиц). Причину таких процессов видят в наличии темной энергии.

Наконец, теория инфляции приводит к представлению о множественности Вселенных и даже позволяет оценить их количество. Они могут отличаться размерностью пространства-времени, свойствами вакуума и значениями физических констант. Совокупность таких Вселенных называется Мультивселенной или Мультиверсом. Очевидно, что современные представления кардинально отличаются от представлений XIX века о Вселенной как о стационарном и вечно существующем объекте.

Лекции были прочитаны факультативно для студентов I–IV курсов МФТИ. Представляется, что формирование полноценного научного мировоззрения студентов невозможно без знания последних достижений фундаментальной науки и, в частности, современных представлений о возникновении и эволюции Вселенной. В современной физике есть ряд новых и принципиально важных понятий, которые не включены в традиционный курс общей физики. Это, например, вакуум как наиболее сложный физический объект, вытеснивший механический эфир, вопросы происхождения массы у элементарных частиц, геометрия пространства и проблема возникновения вещества во Вселенной, размерность пространства-времени и др.

Курс лекций формировался таким образом, чтобы максимально освободить читателя от необходимости заглядывать в дополнительную литературу, во всяком случае, такова была цель автора.

Глава 1

Классическая механика

...нет ничего более обманчивого, чем ясная и отчетливая идея.

Луи де Бройль

Механика — это основной, базовый раздел физики. Классическая механика состоит из статики, кинематики и динамики. Здесь будет рассматриваться преимущественно динамика, т. е. наука о движении материальных объектов под действием сил, внешних и внутренних. Наиболее простой случай в динамике — это поступательное движение материальной точки, объекта бесконечно малых размеров, но с массой m . Основу ее составляют законы Ньютона, преобразования скоростей Галилея и существование инерциальных систем отсчета.

1.1. Механика Ньютона

В отличие от статики, динамика — молодая наука, и можно считать, что началась она с работ Галилея (1638 г.), в которых он рассматривает процесс падения тел. Характер рассмотрения проблемы является новаторским и вполне современным. Галилей делает различные предположения о законе падения и проверяет их на опыте. В результате им установлено, что скорость падения v линейно зависит от времени падения $v = gt$, а пройденный путь — квадратично: $s = gt^2/2$. Сейчас это кажется тривиальным, т. к. известно даже школьнику, но во времена Галилея это было открытием, и очень непростым с практической стороны. Маятниковые часы появились позже, поэтому ему пришлось изобрести свой метод измерения времени, взвешивая воду, вытекающую

за время опыта из маленького отверстия. При таких часах вертикальное падение тела было слишком быстрым. Для замедления опыта им использовалось движение шаров по наклонной плоскости. При этом необходимо было установить соответствие их движения вертикальному падению тела. Изучая движение маятника разной длины, Галилей пришел к выводу, что его скорость в нижней точке зависит только от перепада высот, но не от пройденного пути, не от длины нити маятника ($mgh = mv^2/2$). Поэтому скорости должны быть одинаковыми в случае вертикального падения и скатывания по наклонной плоскости, т. к. в противном случае можно было бы создать вечный двигатель. Таким образом, Галилей установил фундаментальные законы падения тел в поле тяжести Земли и показал, что все тела падают с одинаковой скоростью. Кроме того, использованный им метод исследования позволил ему экспериментально установить закон инерции движения, т. е. в отсутствие внешних сил тело движется прямолинейно с постоянной скоростью.

Зная закон падения и закон инерции, Галилей вывел закон суперпозиции движений и описал движение тела, брошенного под углом к горизонту (баллистика). Начиная с XIV века многие пытались решить задачу о движении снаряда или пули, но справился лишь Галилей.

Дальнейшее развитие механика получила в работах Гюйгенса. В 1673 г. он опубликовал «учение о центре колебания, изобретение и конструкцию часов с маятником, изобретение часового баланса, определение ускорения силы тяжести g наблюдением колебания маятника, предложение применения длины секундного маятника в качестве единицы длины, правила относительно центробежной силы, механические и геометрические свойства циклоиды, учение об эволютах и круге кривизны».

Еще Галилеем было установлено, что всякая сила определяет какое-нибудь ускорение, поэтому, рассуждая от обратного, Гюйгенс в отношении кругового движения груза на нити установил необходимость наличия центростремительной силы. Эта сила есть натяжение нити, и она отклоняет груз от прямолинейного движения к центру. В свою очередь на центр действует такая же по величине, но противоположно направленная центробежная сила. Гюйгенсом было установлено, что при равномерном движении по кругу центростремительное ускорение $a = v^2/r = 4r\pi^2/T^2$. Это соотношение сразу позволило ему объяснить целый ряд явлений, относящихся к вращательным движениям. Им было получено выражение для момента инерции тела, при вычислении которого Гюйгенс использовал соотношение, впоследствии получившее название теоремы Штермера. Гюйгенс также первый стал

использовать понятие живой силы, т. е. переход потенциальной энергии в кинетическую.

Развитие динамики получило свое завершение в работах Исаака Ньютона [2]. В 1687 году им были опубликованы три основных закона классической механики для материальной точки.

1. Существуют такие системы отсчета, в которых изолированная материальная точка сохраняет состояние покоя или движется равномерно и прямолинейно. Такие системы отсчета называются инерциальными.

2. В инерциальных системах отсчета ускорение материальной точки прямо пропорционально векторной сумме сил, действующих на материальную точку, и обратно пропорционально ее массе:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m}, \quad (1.1)$$

или в более общей форме, предполагая, что масса m постоянна и $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}. \quad (1.2)$$

3. В инерциальных системах отсчета всякое действие одной (первой) материальной точки на другую (вторую) сопровождается воздействием второй материальной точки на первую, т. е. имеет характер взаимодействия; силы, с которыми взаимодействуют материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены, действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки, являются силами одной природы и приложены к разным материальным точкам.

К этому надо добавить принцип относительности Галилея: никакими механическими опытами, проводимыми внутри данной инерциальной системы, нельзя установить, покоится эта система или движется прямолинейно и равномерно. Во всех инерциальных системах отсчета законы механики одинаковы.

В соответствии с первым законом материальная точка, на которую не действуют никакие внешние силы, сохраняет со временем свое состояние движения (или покоя). В этом случае особую роль играют галилеевы системы координат, т. е. системы координат, движущиеся прямолинейно и равномерно относительно абсолютного пространства.

Изменение скорости движения происходит под воздействием некой внешней силы. Если сила есть известная функция координат и времени, то дифференциальное уравнение второго порядка позволяет однозначно вычислить траекторию движения частицы, если известны ее координаты и скорость в некоторый момент времени. Этот результат

является основой принципа детерминизма, согласно которому будущее состояние материального мира может быть полностью предсказано, если известны параметры, определяющие его состояние в какой-либо предшествующий момент времени.

Кроме приведенных законов движения огромное значение имело открытие Ньютоном закона всемирного тяготения. Впервые была установлена универсальность законов природы, действующих на Земле и в космосе.

Анализируя вклад Ньютона в механику, Э. Мах отмечает [3] «...следующие основные пункты, представляющие шаг вперед сравнительно с воззрениями Галилея и Гюйгенса:

1. Обобщение понятия силы.
2. Установление понятия массы.
3. Ясная и общая формулировка правила параллелограмма сил.
4. Установление принципа равенства действия и противодействия».

В механике материальной точки вводятся также несколько важных величин: энергия, импульс и момент импульса, которые сохраняются при отсутствии внешних сил и их момента.

В случае материальной точки считается, что силы заданы в каждой точке пространства для каждого момента времени, но в общем случае системы материальных точек силовое поле само может создаваться ими. В этом случае для ансамбля, состоящего из N материальных точек, получается система из $3N$ дифференциальных уравнений второго порядка для $3N$ координат всех N материальных точек. Решение этой системы уравнений полностью определяется заданием положений и скоростей всех материальных точек системы в начальный момент времени.

Введение понятия центра инерции системы существенно упрощает задачу. Используя третий закон Ньютона, можно получить, что если на систему не действуют внешние силы, то ее центр инерции движется прямолинейно и равномерно. Задача определения движения системы разбивается на две: сначала находится движение центра инерции, а затем — движение системы относительно ее центра тяжести.

Количество движения системы материальных точек определяется как векторная сумма количеств движения всех входящих в нее материальных точек. Энергия системы всегда содержит слагаемое, соответствующее кинетической энергии. Если же система консервативна, то полная энергия включает в себя также потенциальную энергию, которая состоит из суммы потенциальных энергий всех материальных точек во внешнем поле и энергии взаимодействия материальных

точек. Кинетическая энергия является функцией скоростей, потенциальная — координат.

Динамика систем материальных точек — основа динамики твердых тел, поскольку их можно представить в виде системы материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными. Рассмотрение значительно упрощается, т. к. в этом случае положение всех точек тела определяется с помощью всего лишь шести параметров. Такими параметрами могут служить, например, три координаты какой-либо произвольной точки тела и три угла, определяющих его ориентацию относительно некоторой системы координат.

В обычных экспериментах мы имеем дело, как правило, с крупномасштабными телами, а не с материальными точками, и, в частности, большинство методов измерения пространства и времени, необходимых для изучения различных явлений, основано на использовании свойств твердых тел.

1.2. Вариационные принципы механики

Есть несколько эквивалентных формулировок классической механики: ньютонова механика, лагранжева, гамильтонова, механика Гамильтона—Якоби. Наиболее общей и наиболее простой является классическая ньютонова формулировка: $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$, но остальные, составляя основу теоретической механики, бывают иногда крайне полезны как в конкретных применениях, так и в фундаментальных приложениях.

В основе лагранжевой и гамильтоновой формулировок лежит принцип наименьшего действия. Оказывается, все тела движутся так, чтобы обеспечить минимальность или, вернее, экстремум некоторой функции, которая называется действием S . Действие определяется как интеграл от так называемой функции Лагранжа $L = T - U$, где T — кинетическая, а U — потенциальная энергии. Лагранжианы в дальнейшем рассмотрении будут играть важнейшую роль.

$$S(x) = \int_{t_1}^{t_2} L(x(t), \dot{x}(t), t) dt. \quad (1.3)$$

Принцип наименьшего действия позволяет получить уравнения движения, справедливые не только в рамках классической, но и квантовой теории. Кроме того, проблема построения моделей фундаментальных взаимодействий между микрочастицами также сводится к

построению правильного лагранжиана. На этом пути важнейшее значение играет поиск и исследование симметрий лагранжианов, соответствующих тому или иному взаимодействию.

В некоторых случаях действие удобно рассматривать не в координатном пространстве, а в фазовом, т.е. в пространстве координат и импульсов (Гамильтонова формулировка). В этом случае функционал действия выражают не через лагранжиан L , который зависит от координат и скоростей, а через гамильтониан $H = T + U$, зависящий от координат и импульсов:

$$L = p\dot{x} - H(x,p), \quad p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}}, \quad S(x) = \int_{t_1}^{t_2} p dx - \int_{t_1}^{t_2} H(x,p) dt. \quad (1.4)$$

Наконец, отметим принципиальное отличие подхода Ньютона к анализу движения и вариантов механики, основанных на принципе наименьшего действия. В первом случае рассматривается связь между локальными характеристиками в данной точке пространства и в данный момент времени, устанавливающая соотношение между ускорением и силой. В основе такого подхода лежит дифференциальное исчисление. Решение связано с интегрированием дифференциальных уравнений.

Второй вариант можно назвать интегральным подходом. В этом случае рассматриваются различные траектории движения между выбранными точками пространства и значения функционала действия, соответствующего каждой из траекторий. Надо установить, чем истинная траектория отличается от остальных. Для этого вводится некий математический объект — функционал, который по определенным правилам каждой траектории ставит в соответствие некое число. Оказывается, что существует функционал, который на истинных траекториях тела принимает экстремальное значение (максимум или минимум). В механике его называют действием S . Экстремум действия S приводит к выбору истинной траектории. Математической основой интегрального подхода является вариационное исчисление.

Начало вариационному подходу положил П. Ферма. Ниже приводится краткое перечисление основных этапов в эволюции этих представлений.

1662 г.: Пьер Ферма (1601–1665) впервые ввел интегральный принцип применительно к оптическим явлениям — принцип наименьшего времени.

1669 г.: Готфрид В. Лейбниц (1646–1716) применил принцип к механическим явлениям — принцип наименьшего действия (не опубликован).

1717 г.: Иоганн Бернулли (1667–1748) сформулировал принцип возможных перемещений.

1740 г.: Пьер Мопертюи (1698–1759) в оригинальной формулировке предлагает принцип наименьшего действия. Леонард Эйлер (1707–1783) на основании этого принципа разрабатывает вариационное исчисление.

1743 г.: Жан Л. д'Аламбер (1717–1783) выпускает «Трактат о динамике», где сформулирован фундаментальный «Принцип д'Аламбера» — принцип динамики связанных систем.

1744 г.: П. Мопертюи дает первую формулировку принципа У. Гамильтона, продолжают его развитие (после 1748 года) математики Л. Эйлер и Ж. Лагранж.

1788 г.: Жозеф Л. Лагранж (1736–1813) формулирует принцип возможных перемещений и сочетание этого принципа с принципом д'Аламбера (принцип д'Аламбера—Лагранжа) как основу динамики.

1835 г.: Уильям Гамильтон (1805–1865) опубликовал принцип стационарности действия (принцип Гамильтона) и вывод на его основе уравнений движения.

Некоторые из этих принципов называют также экстремальными из-за требования наличия экстремума в функционале действия. Использование принципа экстремального действия позволяет существенно упростить построение теоретической механики. Здесь не предполагается давать какой-либо обзор таких принципов, их можно найти в литературе. Поэтому ниже будет рассмотрен лишь краткий анализ основных положений, сыгравших важную роль в формировании подходов Лагранжа, Гамильтона и Якоби.

Принцип Ферма (оптика), или принцип кратчайшего времени, формулируется следующим образом: в преломляющей среде, свойства которой не зависят от времени, световой луч, проходящий через точки A и B , выбирает себе такой путь, чтобы время, необходимое ему для прохождения от точки A до точки B , было минимальным, т. е. следует по кривой, которая обращает в минимум криволинейный интеграл от величины, обратной фазовой скорости распространения света:

$$\int_A^B \frac{ds}{V}. \quad (1.5)$$

Здесь V — скорость света, ds — перемещение, A и B — начальная и конечная точки движения света.

Несколькими годами позже Лейбниц применительно к механическим явлениям ввел понятие действия mus , где s — это путь частицы ($s = vt$), и сформулировал экстремальный принцип, в котором утверждалось, что при движении тела действие должно быть минимальным или максимальным. Связь этого принципа механики с оптическим принципом Ферма была не очевидна, в частности, из-за обратной зависимости соответствующих выражений от скорости. Действие могло быть также представлено как произведение живой силы, то есть кинетической энергии, на время. В современной трактовке действие представляется в виде интеграла:

$$S = 2 \int_{\tau_0}^{\tau_1} T d\tau, \quad (1.6)$$

где S — действие, T — кинетическая энергия и τ_0, τ_1 — начальное и конечное значения времени. Очевидно, что при свободном движении, т.е. при $T = \text{const}$ получается принцип кратчайшего времени Ферма:

$$\delta \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau = \delta(\tau_0 - \tau_1) = 0. \quad (1.7)$$

Здесь символ δ означает вариацию.

Почти через сто лет президент Берлинской академии наук Мопертюи опубликовал похожий принцип с аналогичным действием в виде

$$S = \int_{s_0}^{s_1} mV ds. \quad (1.8)$$

Если вместо $T = \text{const}$ взять $V = \text{const}$, тогда получится:

$$\delta \int_{\tau_0}^{\tau_1} V d\tau = \delta \int ds = 0. \quad (1.9)$$

В этом состоит принцип кратчайшего пути.

Рассмотрим оптико-механическую аналогию принципа наименьшего действия Мопертюи. Траектория материальной точки при движении ее в потенциальном поле $U(x, y, z)$ и траектория луча в оптически

неоднородной среде с непрерывно изменяющимся показателем преломления $n(x, y, z)$ совпадают, если выполняется соотношение

$$n(x, y, z)v(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{m}(E - U(x, y, z))}, \quad (1.10)$$

где m — масса материальной точки, $v(x, y, z)$ — абсолютная величина ее скорости, E — энергия.

Для использования принципа Ферма надо записать время распространения света вдоль луча между двумя фиксированными точками:

$$t = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^N n_i \Delta q_i \quad (1.11)$$

и найти путь, минимизирующий эту сумму. Выражение для действия можно получить, подставляя в (1.11) вместо показателя преломления n_i величину импульса mv :

$$W = \sum_{i=1}^N mv_i \Delta q_i, \quad (1.12)$$

минимум которого теперь определяет истинную траекторию частицы, а сам метод называется принципом наименьшего действия Мопертюи.

Дальнейшее развитие этого принципа связано с работами Лагранжа и Гамильтона. Если вместо кинетической энергии T в выражение (1.6) подставить функцию Лагранжа $L = T - U$, где U — потенциальная энергия, и взять вариацию, то получим принцип наименьшего действия Гамильтона (для консервативных систем):

$$\delta \int_{\tau_0}^{\tau_1} L d\tau = \delta \int_{\tau_0}^{\tau_1} (T - U) d\tau = 0. \quad (1.13)$$

Вариационные принципы играют важную роль в механике, однако отношение к ним неоднозначное и иногда диаметрально противоположное. Некоторые считают их основой, фундаментом механики, так как из них могут быть получены все ее законы, другие просто следствием уравнений Ньютона и закона сохранения энергии. В истории были как противники (Э. Мах, А. Зоммерфельд, Г. Герц), так и сторонники принципа наименьшего действия (М. Планк, М. Борн, Р. Клаузиус, Г. Гельмгольц и др.).

А. Зоммерфельд дает такую характеристику принципов наименьшего действия: «Принцип Гамильтона, так же как и остальные принципы наименьшего действия, кажущимся образом противоречат нашему представлению о причинности, поскольку, согласно этому принципу, протекание процесса во времени определяется не состоянием системы в настоящий момент, а выводится с учетом в равной мере прошедшего и будущего системы. Интегральные принципы являются, казалось бы, не каузальными, а телеологическими». (Телеологический значит целесообразный или целенаправленный.)

И далее: «Из всех возможных движений природа выбирает то, при котором цель движения достигается с наименьшей затратой действия — такова возможная формулировка принципа наименьшего действия, хотя и весьма неопределенная, но вполне соответствующая по своему смыслу идее ученого, открывшего этот принцип» (здесь Зоммерфельд говорит о Мопертюи).

То же у Г. Герца (1857–1894): «...немыслимо, чтобы принцип Гамильтона или другой принцип аналогичного характера представлял собой фактически основной закон природы;... принцип Гамильтона, если его детально проанализировать, представляет собой чрезвычайно сложное высказывание. Он не только ставит происходящее в настоящий момент движение в зависимость от последствий, которые могут выявиться в будущем, предполагая существование у неживой природы намерений, но что еще хуже, он предполагает существование у природы бессмысленных намерений. Ибо интеграл, минимум которого требует принцип Гамильтона, не имеет простого физического значения; кроме того, представляется непонятной целью природы приведение математического выражения к минимуму или его вариации к нулю».

При этом Р. Фейнман утверждает следующее по отношению к микрочастицам: «... наш принцип наименьшего действия сформулирован не полностью. Он состоит не в том, что частица избирает путь наименьшего действия, а в том что она “чует” все соседние пути и выбирает тот, вдоль которого действие минимально ...».

Принцип наименьшего действия Гамильтона или, точнее, принцип стационарности действия — наиболее важный среди семейства экстремальных принципов. Не все физические системы имеют уравнения движения, которые можно получить из этого принципа, однако все фундаментальные взаимодействия ему подчиняются, в связи с чем этот принцип является одним из ключевых положений современной физики. Получаемые с его помощью уравнения движения имеют название уравнений Эйлера—Лагранжа.

В локальном подходе использовался математический аппарат дифференциального исчисления, в интегральном применяется аппарат вариационного исчисления.

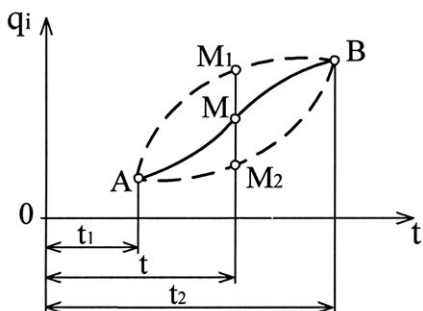


Рис. 1.1. Набор возможных траекторий из точки A в B . Вариации в точках A и B равны нулю

Здесь непонятно, что такое вариация функции δf и как она вычисляется. Однако оказывается, что определять ее не надо. В задачах механики действие S (функционал) есть интеграл от лагранжиана, который в свою очередь зависит от неких функций $f(x)$ и их производных $f'(x)$, $f''(x)$, ... Основная задача сводится к нахождению $f(x)$, соответствующей экстремали действия. Для этого надо найти вариационную производную интегрального функционала $S(f)$ и приравнять ее нулю. Решение полученного уравнения дает искомую функцию f . Проблема, связанная с появлением под интегралом членов с δf и $\delta f'$, устраняется интегрированием по частям. При этом члены с δf и $\delta f'$ выносятся за знак интеграла и приводятся к их конкретным значениям в точках A и B . При этом, по условию задачи, их вариации в начальной и конечной точках траекторий равны нулю: $\delta f(A) = \delta f(B) = 0$, как это иллюстрирует рис. 1.1.

Вариационное исчисление есть обобщение понятий дифференциала и производной функции на такие математические объекты, как функционалы. Отличие в том, что функционал определен на множестве функций, а его значениями является множество чисел, вещественных или комплексных. Аналогом дифференциала будет вариация

$$\delta\Phi = \Phi(f + \delta f) - \Phi(f), \quad (1.14)$$

где $\Phi(f)$ — это функционал, который каждой функции f из области его определения ставит в соответствие число, δf — вариация f ,

$\delta\Phi$ — вариация Φ , которая тоже является функционалом, т. к. зависит от f и δf .

Здесь непонятно, что такое вариация функции δf и как она вычисляется. Однако оказывается, что определять ее не надо. В задачах механики действие S (функционал) есть интеграл от лагранжиана, который в свою очередь зависит от неких функций $f(x)$ и их производных $f'(x)$, $f''(x)$, ... Основная задача сводится к нахождению $f(x)$, соответствующей экстремали действия. Для этого надо найти вариационную производную интегрального функционала $S(f)$ и приравнять ее нулю. Решение полученного уравнения дает искомую функцию f . Проблема, связанная с появлением под интегралом членов с δf и $\delta f'$, устраняется интегрированием по частям. При этом члены с δf и $\delta f'$ выносятся за знак интеграла и приводятся к их конкретным значениям в точках A и B . При этом, по условию задачи, их вариации в начальной и конечной точках траекторий равны нулю: $\delta f(A) = \delta f(B) = 0$, как это иллюстрирует рис. 1.1.

1.3. Уравнения Лагранжа

Выведем уравнения Лагранжа из принципа наименьшего действия. Необходимым условием минимальности действия является обращение

в нуль вариации

$$\delta S = \delta \int L(q, \dot{q}, t) dt = 0. \quad (1.15)$$

После варьирования получается

$$\int \left(\frac{\partial L}{\partial q} \delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} \right) dt = 0. \quad (1.16)$$

Переставляя знаки варьирования и дифференцирования, можно записать

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta q \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \delta q. \quad (1.17)$$

Интеграл от полной производной по времени равен нулю, т.к. $\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$, поэтому остается выражение

$$\int \left(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \delta q dt = 0. \quad (1.18)$$

Так как δq — величина произвольная, подынтегральное выражение тождественно обращается в нуль. Это и есть уравнение Эйлера—Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0. \quad (1.19)$$

Если имеется n степеней свободы, то для каждой координаты можно выписать свое уравнение:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.20)$$

Верно и обратное. Если ввести обозначения $p = \partial L / \partial \dot{q}$, $F = \partial L / \partial q$, то получим второй закон Ньютона: $dp/dt = F$.

Уравнения Лагранжа можно также вывести непосредственно из уравнений Ньютона. Рассмотрим частицу с массой m и положением \mathbf{r} . Действующая на нее сила \mathbf{F} может быть выражена как градиент скалярной функции потенциальной энергии $U(\mathbf{r}, t)$:

$$\mathbf{F} = -\nabla U. \quad (1.21)$$

Это три дифференциальных уравнения второго порядка. Поэтому движение частицы может быть полностью описано 6-ю независимыми переменными, или степенями свободы. Очевидный набор переменных — r_j, r'_j , $j = 1, 2, 3$ — декартовы компоненты \mathbf{r} и их производные

по времени в данный момент времени (то есть положение (x, y, z) и скорость (v_x, v_y, v_z)). В более общем случае используются обобщенные координаты q_j и их производные q'_j . Вектор положения \mathbf{r} связан с обобщенными координатами некоторым уравнением преобразования:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(q_i, q_j, q_k, t). \quad (1.22)$$

Например, для математического маятника длиной l логичным выбором обобщенной координаты будет угол отклонения ϑ от вертикали подвеса, для которого уравнения преобразования запишутся в виде

$$\mathbf{r}(\vartheta, \vartheta', t) = (l \sin \vartheta, l \cos \vartheta). \quad (1.23)$$

Для произвольного смещения частицы $\delta \mathbf{r}$ работа силы \mathbf{F} является $\delta W = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r}$. Тогда из второго закона Ньютона

$$\mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} = m \ddot{\mathbf{r}} \cdot \delta \mathbf{r}, \quad (1.24)$$

и в обобщенных координатах для левой стороны:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} &= -\nabla U \cdot \sum_i \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_i} \delta q_i = \\ &= -\sum_{i,j} \frac{\partial U}{\partial r_j} \frac{\partial r_j}{\partial q_i} \delta q_i = \\ &= -\sum_i \frac{\partial U}{\partial q_i} \delta q_i, \end{aligned} \quad (1.25)$$

и для правой после некоторых перестановок:

$$m \ddot{\mathbf{r}} \cdot \delta \mathbf{r} = -\sum_i \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right] \delta q_i,$$

где $T = m\dot{r}^2/2$ — кинетическая энергия частицы. Тогда уравнение для работы запишется в виде

$$\sum_i \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial(T - U)}{\partial q_i} \right] \delta q_i = 0.$$

Это выражение должно быть верно для любых изменений q_i , тогда

$$\left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial(T - U)}{\partial q_i} \right] = 0$$

для каждой обобщенной координаты q_i . Его можно еще упростить, используя то, что потенциальная энергия U не зависит от обобщенных скоростей:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} = 0.$$

Вставляя это в предыдущее уравнение и заменяя $L = T - U$, получим уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0.$$

Для каждой обобщенной координаты q_i существует одно уравнение Лагранжа. Когда $q_i = r_i$, уравнения Лагранжа сводятся ко второму закону Ньютона. Вышеприведенный вывод может быть обобщен на систему из N частиц. Тогда будет $6N$ обобщенных координат, связанных с координатами положения $3N$ уравнениями преобразования. В каждом из $3N$ уравнений Лагранжа T — полная кинетическая энергия системы и U — полная потенциальная энергия. Практически часто легче решить проблему, используя уравнения Эйлера—Лагранжа, а не законы Ньютона, потому что соответствующие обобщенные координаты q_i могут быть выбраны с учетом симметрий задачи.

Свойства лагранжиана в дальнейшем будут играть важную, или скорее главную, роль во многих вопросах квантовой теории. Поэтому приведем здесь общие свойства лагранжианов.

1. В уравнение Лагранжа входит не сама функция Лагранжа, а ее производные. Поэтому лагранжиан определен с точностью до постоянного слагаемого.

2. Уравнение Лагранжа однородно относительно L и замена $L \rightarrow kL$ не меняет уравнение. Поэтому функция Лагранжа определена с точностью до постоянного множителя.

3. Функция Лагранжа определена с точностью до полной производной по времени от произвольной функции $L = L' + \frac{df}{dt}$.

4. Лагранжиан совокупности невзаимодействующих систем равен сумме их лагранжианов: функция Лагранжа обладает свойством асимптотической аддитивности. Если механическая система состоит из двух частей и каждая имеет в качестве функции Лагранжа соответственно функции L_1 и L_2 , то при разведении частей настолько далеко, что взаимодействие между ними пренебрежимо мало, лагранжева функция всей системы стремится к сумме $L = L_1 + L_2$.

5. Уравнения Лагранжа инвариантны относительно преобразований Галилея.

1.4. Уравнения Гамильтона

Гамильтонова механика была создана в 1833 г. Уильямом Гамильтоном на основе лагранжевой (1788) и также является переформулировкой классической механики. Аналогично лагранжевой, гамильтонова механика получается из принципа наименьшего действия. Действие в этом случае записывается как

$$S(p, q) = \int \left(\sum_i p_i dq_i - H(q, p, t) \right) dt = \int \left(\sum_i p_i \dot{q}_i - H(q, p, t) \right) dt, \quad (1.26)$$

где $H(q, p, t)$ — функция Гамильтона данной системы, q_i — обобщенные координаты, p_i — сопряженные им обобщенные импульсы. В этом случае для получения уравнений движения системы в форме канонических уравнений Гамильтона надо проварьировать записанное так действие независимо по всем q_i и p_i .

Используя вариационное исчисление, можно показать, что уравнения Лагранжа эквивалентны принципу Гамильтона: траектория движения системы между моментами времени t_0 и t_1 такова, чтобы действие было стационарным. Любая такая траектория называется прямым путем между двумя точками. Все остальные пути называются окольными.

В гамильтоновой механике вместо обобщенных скоростей используются обобщенные импульсы, которые также называют сопряженными импульсами. Для каждой обобщенной скорости существует соответствующий ей обобщенный импульс, определенный как

$$p_i = \frac{dL}{d\dot{q}_i}. \quad (1.27)$$

Такой подход, в частности, упрощает некоторые системы в квантовой механике.

Для произвольного выбора обобщенных координат трудно получить интуитивную интерпретацию сопряженных этим координатам импульсов или угадать их выражение, не используя прямо приведенную выше формулу. Ясная интерпретация возможна лишь в некоторых наиболее простых случаях. В декартовых координатах обобщенные импульсы — это обычные физические импульсы. В полярных координатах обобщенный импульс, соответствующий угловой скорости, — физический угловой момент. Смысл обобщенных импульсов несколько проясняет одно важное свойство. Если какая-то координата оказалась циклической, то есть если лагранжиан от нее не зависит,

а зависит только от ее производной по времени, то сопряженный ей импульс является интегралом движения, т. е. сохраняется во времени. Кроме того, необходимо иметь в виду, что именно временная производная обобщенного импульса является одним из слагаемых уравнения Лагранжа:

$$\dot{p}_i = \frac{d}{dt} \frac{dL}{dq_i}. \quad (1.28)$$

Связь между лагранжианом и гамильтонианом дается следующим выражением (преобразование Лежандра лагранжиана):

$$H(q, p, t) = \sum_i \dot{q}_i p_i - L(q, \dot{q}, t). \quad (1.29)$$

Если уравнения преобразования, определяющие обобщенные координаты, независимы от t , то гамильтониан H равен полной энергии: $H = E = T + U$.

Используя это выражение и дифференцируя его, можно получить уравнения движения Гамильтона. Полный дифференциал гамильтониана запишется в виде

$$\begin{aligned} dH &= \sum_i \left[\left(\frac{dH}{dq_i} \right) dq_i + \left(\frac{dH}{dp_i} \right) dp_i \right] + \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) dt = \\ &= \sum_i \left[\dot{q}_i dp_i + p_i d\dot{q}_i - \left(\frac{dL}{dq_i} \right) dq_i - \left(\frac{dL}{d\dot{q}_i} \right) d\dot{q}_i \right] - \left(\frac{\partial L}{\partial t} \right) dt. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Подставляя предыдущее определение сопряженных импульсов в это уравнение и сравнивая коэффициенты, получаем уравнения движения гамильтоновой механики, известные как канонические уравнения Гамильтона:

$$\frac{\partial H}{\partial q_j} = -\dot{p}_j, \quad \frac{\partial H}{\partial p_j} = \dot{q}_j, \quad \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial L}{\partial t}. \quad (1.31)$$

Уравнения Гамильтона представляют собой дифференциальные уравнения первого порядка, и, таким образом, их легче решать, чем уравнения Лагранжа. Однако значение гамильтонова подхода, скорее, заключается и проявляется в формулировке квантовой механики.

Уравнения Гамильтона можно получить также прямым образом из выражения для действия в гамильтоновой формулировке:

$$S = \int \left[\sum_j p_j dq_j - H(p, q) \right] dt = \int \left[\sum_j p_j \dot{q}_j - H(p, q) \right] dt. \quad (1.32)$$

Вариация в принципе стационарного действия $\delta S = 0$ берется независимо по δq_j и δp_j . В результате получаются те же уравнения Гамильтона (1.31).

1.5. Теория Якоби

Аналитическая механика представляет собой совокупность методов, позволяющих написать уравнения движения какой-либо системы, если известен набор параметров, однозначно определяющих ее положение. Уравнение Гамильтона—Якоби имеет вид

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H\left(q_1, \dots, q_n; \frac{\partial S}{\partial q_1}, \dots, \frac{\partial S}{\partial q_n}; t\right) = 0. \quad (1.33)$$

Здесь S обозначает классическое действие вдоль некоторой траектории, $H = H(q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n; t)$ — классический гамильтониан, q_i — обобщенные координаты. Следует отметить, что в лагранжевом формализме присутствует n уравнений второго порядка, где n — число степеней свободы, у Гамильтона $2n$ уравнений первого порядка, а в формализме Гамильтона—Якоби — одно уравнение первого порядка в частных производных, описывающее систему с любым числом степеней свободы.

Решением этого уравнения является действие S , т. е., по сути, находится экстремаль уравнений Гамильтона. В этом заключается важная теорема Якоби.

Решение $S = S(t, q, \alpha)$ зависит от шести параметров $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_6)$, определяющих начальное положение и скорость материальной точки. Таким образом, решение дает набор траекторий, удовлетворяющих принципу наименьшего действия. Каждой конкретной траектории соответствуют свои начальные условия.

Решение уравнения Гамильтона—Якоби позволяет классифицировать различные виды движения материальной точки в заданных полях. Каждому виду движения соответствует свой набор траекторий, причем разные семейства траекторий зависят только от трех параметров. В рамках такого формализма можно провести аналогию с квантовой механикой, т. к. каждому семейству траекторий соответствует свое семейство ортогональных им поверхностей, которые можно интерпретировать как фронт соответствующей волны. Можно сказать, что математическая теория Якоби подготавливает описание корпускулярно-волнового дуализма квантовой механики [11].

С другой стороны, в рамках классической механики указанная связь между траекториями и ортогональными поверхностями не име-

ет физического смысла. Материальная точка описывает в поле сил единственную траекторию семейства, которая полностью определяется данными конкретными начальными условиями. Остальные траектории данного семейства соответствуют другим начальным условиям. Такому разделению траекторий на семейства в классике можно придать смысл, если рассматривать достаточно большой ансамбль невзаимодействующих материальных точек, соответствующих одному и тому же типу движения.

Поэтому теорию Якоби также можно рассматривать в некотором смысле и как статистическую теорию, так как она позволяет рассматривать ансамбли из различных траекторий. При этом в рамках такого формализма можно вводить вероятностное рассмотрение движения как в классической, так и в волновой механике. Ансамбль из N материальных точек можно представить одной точкой в так называемом конфигурационном пространстве $3N$ координат N частиц. В этом случае последовательность различных состояний ансамбля будет описываться некой траекторией в указанном пространстве. Эти символические траектории зависят от начальных условий, т. е. от $6N$ параметров. Аналогично случаю с одной частицей конфигурационные траектории можно разбить на семейства, каждое из которых определяется уже $3N$ параметрами, которым также можно поставить в соответствие семейства ортогональных поверхностей в конфигурационном пространстве. Эти поверхности являются интегральными поверхностями уравнений Якоби и могут описывать волны в волновой механике, носящие так же, как и конфигурационные поверхности, абстрактный символический характер.

1.6. Симметрии. Теорема Нетер. Инвариантность лагранжиана

Существует ряд принципов, которые в физике играют основополагающую роль. Среди них особое положение занимает симметрия. В первую очередь обращает на себя внимание то, что это свойство присуще некоторым телам. Повороты, сдвиги, зеркальные отражения могут переводить тело само в себя. Существуют также более абстрактные варианты, так называемые скрытые симметрии, присущие тем или иным математическим объектам, в частности лагранжианам. Смысл этих свойств тот же. Определенные преобразования того или иного объекта переводят его само в себя, т. е. по сути не меняют его. Поэто-

му принцип симметрии тесно связан с важнейшим понятием в физике, таким как инвариантность.

В отличие от пространственных симметрий, симметрии, существующие в математических (физических) теориях, часто не имеют наглядного представления, но при этом могут иметь огромное значение, указывая путь к пониманию фундаментальных законов природы.

В 1918 году Амалия Эмми Нетер (выдающийся немецкий математик) сформулировала фундаментальную теорему. Коротко, ее содержание заключается в том, что каждой непрерывной симметрии физической системы соответствует некоторый закон сохранения. Например, законы сохранения энергии и импульса соответствуют однородности времени-пространства, а закон сохранения момента импульса — изотропии пространства. По сути, это означает, что физические процессы в замкнутой системе не зависят от места ее расположения и времени осуществления данного процесса. Покажем это.

1. Закон сохранения энергии.

Время однородно, т. е. физические процессы должны идти одинаково в любой момент времени, поэтому лагранжиан не должен от него зависеть непосредственно. Учитывая, что $L = L(q_i, \dot{q}_i)$, можем записать:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i} \dot{q}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \ddot{q}_i. \quad (1.34)$$

Используя уравнение Лагранжа, получим

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i = \sum_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i. \quad (1.35)$$

Откуда

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L \right) &= \frac{d}{dt} (2T - (T - U)) = \frac{d}{dt} (T + U) = \frac{dE}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{E} &= \text{const}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

2. Закон сохранения импульса следует из однородности пространства и означает инвариантность лагранжиана относительно параллельных переносов. Имеем для вариации лагранжиана

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i} \right) \delta \mathbf{r}_i = \delta \mathbf{r}_0 \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i} = 0. \quad (1.37)$$

Параллельный перенос означает, что все $\delta \mathbf{r}_i$ одинаковы, т. е. $\delta \mathbf{r}_i = \delta \mathbf{r}_0$. Тогда с учетом уравнения Лагранжа и принимая во внимание, что сдвиг $\delta \mathbf{r}_0$ произвольный и не равен 0, можно записать:

$$\sum_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \text{const}, \quad (1.38)$$

т. к. по определению $\partial L / \partial \dot{q}_i = p_i$.

Кроме таких очевидных симметрий, могут быть еще внутренние симметрии теории. Так, потенциал в электрическом поле определяется с точностью до произвольной константы, и этому соответствует так называемая калибровочная симметрия, откуда следует важнейший закон сохранения электрического заряда, который будет рассмотрен позже.

Теорема Нетер выражает собой инвариантность лагранжиана по отношению к некоторой непрерывной группе преобразований. Как будет показано в дальнейшем, это свойство лагранжиана, в частности по отношению к калибровочной симметрии, позволило разрешить труднейшую проблему создания реалистичных моделей взаимодействия элементарных частиц. Именно по этой причине обменные частицы, осуществляющие эти взаимодействия, были названы калибровочными бозонами. И именно по этой причине изучение симметрий лагранжиана оказывается важнее, чем написание соответствующих уравнений движения.

Теорема Нетер позволяет получать значительную информацию о свойствах решений системы дифференциальных уравнений, основываясь лишь на их симметрии. Она также является одним из методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, так как позволяет в некоторых случаях находить первые интегралы системы уравнений и таким образом понижать число неизвестных функций. По сути, теорема Нетер формулирует правила, по которым можно выписать интегралы движения (законы сохранения) как в классической, так и в квантовой теориях. Важно то, что при заданном виде функции Лагранжа теорема Нетер позволяет найти интегралы движения, не интегрируя уравнений.

Далее будут рассмотрены некоторые особые области механики, которые не описываются классическими уравнениями и требуют изменения, иногда кардинального, наших представлений о движении и окружающем мире. Это релятивистская, квантовая и статистическая механики.

Глава 2

Релятивистская механика

Истоки возникновения релятивистской механики лежат в электродинамике Максвелла. Сейчас ясно, что электродинамика — это сугубо релятивистская теория, т. к. переносчик взаимодействия в ней, электромагнитное поле (фотоны) движется с предельной скоростью « c ». В 1892 году Г. Лоренц, анализируя электродинамику, и независимо от него Дж. Фитцджеральд предположили, что эфир неподвижен, а длина любого тела сокращается в направлении его движения. Идея достаточно смелая. Оставался, однако, открытым вопрос, почему длина сокращается в точности в такой пропорции, чтобы компенсировать «эфирный ветер» и не дать обнаружить существование эфира.

Одновременно изучался вопрос, при каких преобразованиях координат уравнения Максвелла оказываются инвариантными в различных инерциальных системах отсчета. Было хорошо известно, что традиционно использовавшиеся в механике преобразования Галилея эту инвариантность не обеспечивают. Правильные формулы впервые выписали Дж. Лармор (1900), А. Пуанкаре (1905) и А. Эйнштейн (1905). А. Пуанкаре доказал их групповые свойства и предложил назвать преобразованиями Лоренца. Таким образом, в начале XX века существовали две несовместимые кинематики: классическая, с преобразованиями Галилея, и электромагнитная, с преобразованиями Лоренца.

2.1. Кинематика и динамика релятивистской механики

Основное отличие релятивистской механики от классической заключается в новом соотношении пространства и времени. Как было показано Г. Минковским (1908), мы живем в четырехмерном многооб-

разии «пространство-время», обладающем псевдоевклидовой геометрией. Приставка псевдо- появилась из-за знака минус в выражении интервала

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (2.1)$$

для четырехмерного пространства-времени Минковского. Приведенный интервал является инвариантом преобразований Лоренца, т. е. не меняется при переходе из одной инерциальной системы координат в другую.

Преобразования Лоренца, осуществляющие этот переход, являются, по сути, операторами поворота в пространстве Минковского:

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - Vt), \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= \gamma \left(t - \frac{V}{c^2} x \right), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где V — скорость движения системы отсчета K' вдоль оси x относительно системы K и

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.3)$$

Замена преобразований Галилея преобразованиями Лоренца устранила рассогласования с электродинамикой, но после этого уже уравнения механики оказались неинвариантными относительно преобразований Лоренца. Необходимо было изменить уравнения так, чтобы преобразованные уравнения совпадали с основными при малых скоростях. Проблема оказалась в переопределении импульса. В релятивистской механике импульс $p = \gamma mv$ вместо mv , и поэтому его производная (второй закон Ньютона) выглядит иначе:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma m \frac{dv}{dt} + mv \frac{d\gamma}{dt} = F. \quad (2.4)$$

Основное и немаловажное отличие этого уравнения движения от классического заключается в том, что ускорение тела теперь зависит не только от силы, но и от скорости. Это означает, в частности, что масса (инертная) уже не является коэффициентом пропорциональности между силой и ускорением. Следует отметить, что выражение для энергии в релятивистской механике также изменилось:

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + \dots \quad (2.5)$$

В выражении для энергии появился довольно большой постоянный член mc^2 , связанный с массой покоя частицы. При скорости, равной нулю, энергия не обращается в нуль, т. е., кроме кинетической и потенциальной энергий, появилась энергия покоя. Именно она явилась источником ядерной и термоядерной энергии.

Выше использовалось выражение «масса покоя». Это уточнение было сделано в связи с тем, что в литературе часто используется термин «релятивистская масса». Путаница в терминологии возникает из-за того, что в выражении для энергии $E = \gamma mc^2$ множитель γ иногда объединяют с m и получают так называемую релятивистскую массу, растущую со скоростью $m_{\text{рел}} = \gamma m = m/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. С критикой этого понятия выступил Л. Б. Окунь [42], доводы которого приведены ниже.

2.2. Понятие массы

Основными релятивистскими соотношениями для свободной частицы являются:

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2} \mathbf{v}. \quad (2.7)$$

Здесь E — энергия, \mathbf{p} — импульс, \mathbf{v} — скорость и m — масса частицы. Исключая E или \mathbf{p} , можно получить следующие соотношения:

$$E = mc^2 \gamma = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}\gamma, \quad (2.9)$$

которые в нерелятивистском случае ($v/c \ll 1$) переходят в обычные формулы классической механики: $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, $E_{\text{kin}} = mv^2/2$, откуда следует, что масса здесь и в уравнении (2.6) одна и та же. Эту массу иногда неправильно называют массой покоя частицы. Неправильно, потому что другой массы просто нет, масса покоя и есть единственная масса, которая фигурирует в релятивистской механике и механике Ньютона. Введение понятия релятивистской массы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m_0 \gamma = \frac{E}{c^2} \quad (2.10)$$

есть просто переопределение энергии, которая отличается от т.н. релятивистской массы постоянным множителем c^2 .

Исторически этим понятием в начале пользовались многие известные физики, включая А. Эйнштейна, В. Паули, Р. Фейнмана, но в дальнейшем они от него отказались. Привлекательность формулы (2.10) заключается в том, что она вроде бы дает обоснование наличия предельной скорости c . С ростом v тело тяжелеет, и это, естественно, приводит к наличию порога при $v = c$, т. к. масса тела устремляется в бесконечность и ее дальнейшее ускорение становится невозможным. Такой физический образ привлекает своей простотой, но она обманчива.

Масса частицы является константой и не зависит от скорости ее движения. Предельная скорость движения c есть скорость движения в вакууме безмассовой (!) частицы, и, что несомненно важно, эта скорость одинакова в любой инерциальной системе координат.

Казалось бы, настолько ли важно отличие этих позиций, чтобы устраивать специальную дискуссию, если формулы для вычислений в обоих случаях одинаковы? Судя по всему, да, т. к. физика вплотную подошла к вопросу о том, что же такое масса частицы, и в настоящее время ведутся эксперименты на коллайдере LHC для выявления ее природы. В стандартной модели элементарных частиц масса имеет динамическое происхождение. Она возникает из-за взаимодействия той или иной частицы с конденсатом Хиггса, заполняющим все пространство. Эти вопросы будут рассмотрены позже.

В формуле (2.6) энергия E и импульс \mathbf{p} являются компонентами четырехимпульса $\hat{p} = (E, c\mathbf{p})$, а масса m есть скаляр, сохраняющий свою величину в любой инерциальной системе, т. е. это инвариант относительно преобразований Лоренца.

В то же время релятивистская механика приводит к ряду важных особенностей, касающихся понятия массы, которые будут рассмотрены ниже.

2.2.1. Неаддитивность массы

Масса изолированной системы остается постоянной, не меняется во времени, но аддитивностью уже не обладает в отличие от энергии и импульса, которые остаются аддитивными величинами, как и в ньютоновой механике. Наличие массы приводит к важнейшему следствию: в релятивистской механике покоящееся тело обладает огромной энергией

$$E_0 = mc^2. \quad (2.11)$$

Практически единственной частицей, для которой масса равна нулю, является фотон. Фотон движется с максимально возможной ско-

ростью c . Поэтому для него $\beta = v/c = 1$, и знаменатель в выражении (2.8) обращается в нуль. Для того чтобы «спасти» это выражение, в числителе тоже должен быть нуль, т. е. $m_\gamma = 0$. Тогда из (2.6) $E_\gamma = pc$. Уникально то, что в любой инерциальной системе фотон движется с предельно возможной скоростью c (в вакууме).

2.2.2. Масса системы частиц

Неаддитивность массы приводит к тому, что масса системы частиц не равна сумме масс, составляющих систему тел.

Ярким примером является реакция аннигиляции частиц, например, $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$.

Из уравнения (2.6) следует, что справедливо соотношение

$$m = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{c^2}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \frac{p_i}{c}\right)^2}. \quad (2.12)$$

Последовательное применение релятивистских формул приводит к зависимости массы составной системы от энергий и импульсов ее частей. В частности, для массы двух одинаковых фотонов, летящих в одном направлении ($E = pc$), получаем $m = 0$, а в случае их противоположного разлета $m = 2E/c^2$. Результат довольно неожиданный с точки зрения «здравого смысла». Однако в этом примере частицы свободны и ведут себя независимо, поэтому m не является параметром их взаимодействия с окружающими телами. Отсюда можно сделать вывод, что практический интерес представляют лишь компактные системы тел, связанных взаимодействием.

2.2.3. Дефект масс

Простейшим (и важнейшим) примером такой системы является атом водорода. В системе покоя атома можно записать

$$E_H = E_p + E_e + U. \quad (2.13)$$

Здесь U — потенциальная энергия взаимодействия протона и электрона. Очень важным моментом является то, что притяжению всегда соответствует отрицательная энергия связи. Математически это выражается соотношением

$$\mathbf{F} = -e \cdot \text{grad } \varphi, \quad (2.14)$$

где φ — потенциал поля, и в одномерном случае

$$\mathbf{F} = -e \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{e}{r} \right) = -\frac{e^2}{r^2}. \quad (2.15)$$

Знак минус означает, что сила направлена против оси r , т. е. тела притягиваются. Учитывая, что на бесконечности $r = \infty$ энергия взаимодействия тел равна нулю $\varphi = 0$, мы имеем единственную возможность для изображения потенциала, удовлетворяющего этим условиям.

Потенциал, соответствующий притяжению, отрицателен и расположен в IV квадранте на рис. 2.1. Потенциал, соответствующий одноименным зарядам (отталкивание), положителен и расположен в I квадранте.

Таким образом, используя (2.6), получим

$$\begin{aligned} E_H &= m_H c^2 = \sqrt{m_p^2 c^4 + p^2 c^2} + \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2} - \frac{e^2}{r} \simeq \\ &\simeq m_p c^2 + m_e c^2 + \frac{p^2}{2m_e} - \frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^2, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где $\alpha = e^2 / \hbar c = 1/137$ — так называемая постоянная тонкой структуры. Здесь использован ряд соотношений

$$E_p = \sqrt{m_p^2 c^4 + p^2 c^2} \simeq m_p c^2 + \frac{p^2}{2m_p} \simeq m_p c^2, \quad (2.17)$$

$$E_e = \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2} \simeq m_e c^2 + \frac{p^2}{2m_e} \simeq m_e c^2 + E_{kin}, \quad (2.18)$$

т. к. импульсы протона и электрона равны, а массы отличаются приблизительно в 2000 раз.

Кроме того, в соответствии с теоремой вириала

$$\overline{E_{kin}} + \bar{U} = -\overline{E_{kin}} = -\frac{1}{2} m_e v_e^2 \simeq -\frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^2, \quad (2.19)$$

т. к. из квантовой механики следует, что скорость электрона в основном состоянии атома водорода $v_e \simeq \alpha c$.

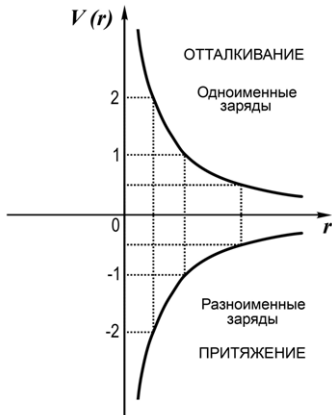


Рис. 2.1. Зависимость кулоновского потенциала от r для одноименных (отталкивание) и разноименных (притяжение) зарядов

Таким образом, масса атома водорода не равна сумме масс протона и электрона. Их притяжение уменьшает это значение на 13,6 эВ. Приведенная разность называется дефектом масс. Именно дефект масс является источником ядерных и термоядерных реакций горения (окисления).

Энергиям электронов в оболочках атомов соответствуют величины в десятки электронвольт (эВ). Это уровень химических реакций, в частности экзотермических реакций окисления, которыми являются горение дерева, угля, нефти, газа.

В ядрах энергии связи нуклонов больше приблизительно в 10^6 раз и составляют несколько МэВ, т. е. миллионов эВ. Эта энергия меняется в разных ядрах. На рис. (2.2) приведена зависимость энергии связи, соответствующая дефекту масс, от атомного номера ядра, т. е. от числа нуклонов в ядре.

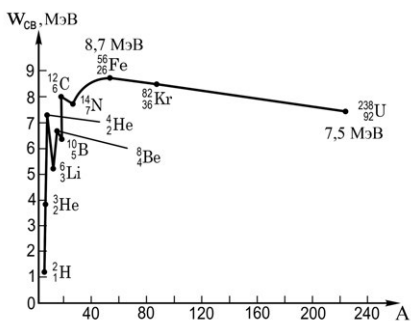


Рис. 2.2. Зависимость энергии связи ядер от атомного номера A

условно можно называть реакциями горения.

2.2.4. Взаимопревращение энергии покоя и кинетической энергии

Если суммарная масса частиц, вступающих в реакцию, больше ее продуктов, то часть первоначальной массы переходит в кинетическую энергию конечных частиц. Справедливо и обратное, если внутренняя энергия связанной системы частиц меняется, то меняется и их масса. Приведем здесь примеры как прямых, так и обратных реакций [42].

Зависимость имеет максимум, соответствующий примерно ядрам группы железа (Fe). Поэтому железо иногда называют основным состоянием вещества, т. к. оказывается энергетически выгодно переводить другие ядра в железо как находящиеся слева от него (термоядерный синтез), так и справа (ядерные реакции деления).

Изменение величины дефекта масс в различных процессах является основанием для химических и ядерных реакций, идущих с выделением энергии, которые

2.2.5. Превращение массы в энергию

1. Аннигиляция: при аннигиляции электрона и позитрона

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma \quad (2.20)$$

вся энергия покоя переходит в кинетическую энергию фотонов.

2. При таянии льда: $\Delta m/m = 3,7 \cdot 10^{-12}$.

2.2.6. Связь между силой и ускорением

В теории относительности так же, как и в ньютоновой механике: $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$, однако импульс теперь нелинейно зависит от скорости, поэтому

$$\mathbf{F} = m\gamma\mathbf{a} + m\gamma^3\beta(\beta\mathbf{a}), \quad (2.21)$$

ускорение в релятивистском случае имеет две составляющие, одна направлена по силе, а другая — по скорости движения тела. Ускорение параллельно силе только в двух случаях, когда сила направлена вдоль скорости либо поперек:

$$\mathbf{F} \perp \mathbf{v} \Rightarrow \mathbf{F} = m\gamma\mathbf{a}, \quad (2.22)$$

$$\mathbf{F} \parallel \mathbf{v} \Rightarrow \mathbf{F} = m\gamma^3\mathbf{a}. \quad (2.23)$$

При одном и том же значении силы ускорение отличается в γ^2 раз, поэтому даже когда $\mathbf{F} \parallel \mathbf{a}$, нельзя говорить, что отношение F/a определяет «инертную массу». Часто неправильно $m\gamma$ называют поперечной, а $m\gamma^3$ — продольной массой.

Таким образом, в релятивистской механике понятие массы (инертной) становится значительно сложнее и требует аккуратного подхода в учете релятивистских эффектов для тех или иных процессов. Кроме того, релятивистская механика принципиально меняет взгляд на пространство и время. Условно появление релятивистской механики можно связывать с возникновением новой мировой константы, скорости света в вакууме — c . Наиболее ярко релятивистские эффекты проявляются на уровне элементарных частиц.

Глава 3

Квантовая механика

В области атомных явлений классическая механика, даже с учетом релятивистских эффектов, может приводить к противоречию с опытом. Переход от классической механики к квантовой в области микрочастиц связывается с открытием Планком (1900) кванта действия $h \simeq 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж · с при теоретическом исследовании спектра излучения абсолютно черного тела (АЧТ). История довольно поучительная.

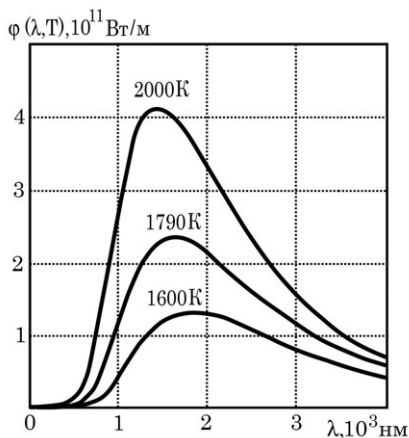


Рис. 3.1. Спектр абсолютно черного тела

В общем случае электромагнитное излучение тел обусловлено ускоренным движением (колебаниями) электрических зарядов. Среди всех возможных видов излучения (радиоизлучение, люминесценция, синхротронное, черенковское и т. д.) особое положение занимает тепловое излучение. Только оно может находиться в равновесии с излучающим телом, причем это равновесие является устойчивым. Верно и обратное, равновесное излучение всегда является тепловым. Еще его называют излучением абсолютно черного тела.

Тепловое, или равновесное, излучение подчиняется законам термодинамики и поэтому определяется основной термодинамической величиной, температурой тела.

В 1859 году Г. Кирхгоф открыл закон: отношение излучательной способности любого тела к его поглощательной способности является

универсальной функцией, одинаковой для всех тел при данной температуре и данной частоте излучения.

Если испускательную и поглощательную способности АЧТ обозначить как $\varepsilon_{\omega,T}$ и $\alpha_{\omega,T}$, то закон Кирхгофа можно записать следующим образом:

$$\frac{E_{\omega,T}}{A_{\omega,T}} = \frac{\varepsilon_{\omega,T}}{\alpha_{\omega,T}} = \varepsilon_{\omega,T}, \quad (3.1)$$

т. к. $\alpha_{\omega,T} = 1$. Здесь $E_{\omega,T}$ и $A_{\omega,T}$ могут отличаться для разных тел, но их отношение всегда равно испускательной способности АЧТ $\varepsilon_{\omega,T}$, которая таким образом должна являться универсальной функцией. Она не зависит от природы тела и является функцией только его температуры и частоты.

Тела, поглощающие все излучение, т. е. для которых $A_{\omega,T} = 1$ при всех температурах T и частотах ω , он назвал абсолютно черными телами (АЧТ). Испускательная способность АЧТ связана с равновесной плотностью энергии простым соотношением:

$$\varepsilon_{\omega,T} = \frac{c}{4}u(\omega, T). \quad (3.2)$$

Экспериментальное и теоретическое изучение этой функции привело к величайшему открытию в физике, открытию квантов и в конечном итоге квантовой механики. Символом этого открытия является новая мировая константа h — постоянная Планка, а само открытие принадлежит Максиму Планку.

В экспериментальных исследованиях конца XIX века было установлено, что спектр равновесного излучения АЧТ имеет форму, приведенную на рис. 3.1.

Формально классическая термодинамика вполне была готова, чтобы вывести форму такого спектра. Надо было рассчитать число мод излучения в заданном интервале частот с учетом двух поляризаций и умножить эту величину на среднюю энергию моды.

Число мод, или степеней свободы, для теплового излучения определялось довольно простым выражением для числа стоячих волн в трехмерном объеме ($V = abc$), умноженным на два типа поляризации. В одномерном случае $n_x = 2a/\lambda$; $dn_x = adk_x/\pi$, тогда в трехмерном $dn_x dn_y dn_z = abcd^3 k/\pi^3 = V4\pi k^2 dk/8\pi^3 = k^2 dk/\pi^2$, т. к. $k > 0$ соответствует 1/8 объема. Откуда

$$dn_{\omega} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}. \quad (3.3)$$

С учетом магнитной и электрической составляющих излучения Дж.У. Рэлей и Дж. Джинс каждому колебанию приписали энергию

kT , исходя из закона равномерного распределения энергии по степеням свободы. Здесь k — постоянная Больцмана. В результате была получена формула Рэля—Джинса:

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} kT, \quad (3.4)$$

которая довольно хорошо согласуется с экспериментом в области больших длин волн и резко расходится с ним в области малых λ . П. Эрнфест назвал это расхождение «ультрафиолетовой катастрофой», т. к. интеграл от плотности энергии ($\sim 1/\lambda^4$) расходится в области малых длин волн или больших частот.

Вильгельм Вин (1896) сделал радикальный шаг, проведя аналогию между излучением АЧТ и идеальным газом, в котором скорости молекул подчиняются распределению Максвелла. Эта модель, по сути, уже содержала дискретность излучения и приводила к выражению для плотности излучения следующего вида:

$$u(\omega, T) = \alpha \omega^3 e^{-\gamma\omega/T}, \quad (3.5)$$

которая хорошо описывала спектр в области малых длин волн (больших частот), но несколько расходилась с экспериментом в длинноволновой области излучения (для малых частот). В инфракрасной области эксперимент указывал на пропорциональность температуре $u(\omega, T) \sim T$, как в формуле Рэля—Джинса, что противоречило формуле Вина.

Решающий шаг в этой истории был сделан Планком. Первоначально, применяя к этой задаче методы классической физики, Планк получил закон Рэля—Джинса. Расхождение с экспериментальным спектром было очевидным, хотя и теоретические основания были достаточно обоснованными. Статистическая механика доказала теорему о равномерном распределении энергии ($kT/2$) по степеням свободы. Эта теория, совершенно строго доказанная в рамках классической статистической механики, хорошо подтверждалась на опыте. И тем не менее эта теорема оказалась несправедливой в случае АЧТ.

В литературе отмечают, что классический закон равномерного распределения энергии по степеням свободы Планку в это время не был известен. Поэтому, пытаясь модифицировать формулу В. Вина и согласовать ее с экспериментами П. Рубенса и А. Карлбаума (Берлин, 1900) в области малых частот, он выдвинул знаменитый постулат: вещество не может испускать энергию излучения иначе как конечными порциями, пропорциональными частоте этого излучения. Введя эту парадоксальную

гипотезу, он получил оригинальное выражение для средней энергии излучения вида [5]: $\varepsilon_0 = h\nu$; $\varepsilon = nh\nu$ и в соответствии с распределением Больцмана $n \sim \exp -nh\nu/kT$. Тогда

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon e^{-n\varepsilon_0/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\varepsilon_0/kT}}, \quad (3.6)$$

откуда, используя формулы для геометрической прогрессии $\sum e^{-nx}$ и ее производной, получим

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}, \quad (3.7)$$

которое и привело к окончательной формуле для плотности излучения [6]:

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2 d\omega}{4\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (3.8)$$

Формула Планка прекрасно согласуется с экспериментом во всем диапазоне частот. Константа \hbar получила название постоянной Планка и имеет размерность действия (энергия \cdot время). Поэтому \hbar иногда называют квантом действия. Ее величина, определенная опытным путем, составляет $\hbar = 0,66 \cdot 10^{-15}$ эВ \cdot с. Не желая того, Планк положил начало крушению классической физики.

При этом он исходил из предположения, что вещество может испускать излучение не непрерывно, а только отдельными конечными порциями. Это, однако, не влечет за собой однозначного предположения о дискретности структуры излучения. Планк долгое время пытался развивать форму квантовой теории, в которой только испускание излучения носило дискретный характер, а поглощение оставалось непрерывным. Считалось, что вещество может непрерывно поглощать падающее на него излучение, но испускать его оно может лишь дискретно, отдельными квантами. Он старался защитить и сохранить прежние представления о непрерывной природе излучения, поскольку казалось, что только в этом случае квантовая теория не будет противоречить волновой теории, нашедшей неоднократные подтверждения в многочисленных и весьма точных экспериментах. Однако она была опровергнута дальнейшим развитием физики и, в частности, объяснением фотоэффекта (А. Эйнштейн), экспериментами Н. Комптона и успехом теории атома Н. Бора.

Возникла парадоксальная ситуация, идея электромагнитного поля, непрерывной субстанции, которая лежала в основе электродинамики Максвелла и прекрасно описывала многие явления, такие как интерференция и дифракция, рушилась. Поле оказывалось состоящим из безмассовых частиц, фотонов. Многими физиками этот вывод был встречен в штыки. Однако явление фотоэффекта (Г. Герц, 1887), ионизация атомов излучением, позволило А. Эйнштейну вывести формулу, связывающую энергию кванта с кинетической энергией вылетающего электрона и работой выхода A (1916):

$$\hbar\omega = \frac{1}{2}m_e v^2 + A. \quad (3.9)$$

Формула показывает, что не только испускание, но и поглощение излучения происходит квантами. Согласно классической теории поглощение излучения должно быть пропорционально интенсивности падающей на атом волны. Энергия испускаемых при этом электронов также должна зависеть от интенсивности поглощаемого излучения. Эксперименты же показали, что энергия электронов зависит только от частоты излучения и типа вещества.

Фотоэффект однозначно подтвердил, что поглощается излучение дискретными порциями. Окончательно закрыло вопрос о дискретности электромагнитного поля открытие эффекта Комптона (1923). Комптоном было показано, что излучение взаимодействует со свободным электроном так, как если бы оно состояло из частиц (фотонов) с определенной энергией и импульсом, т. е. излучение распространяется также в виде квантов.

Таким образом, было показано, что электромагнитное поле обладает противоречивыми свойствами волны (интерференция, дифракция) и частицы (фотоэффект, эффект Комптона и др.). Противоречивый характер дуализма частица–волна несколько смягчается принципом дополнительности Бора. Этот принцип утверждает, что полное описание наблюдаемых явлений требует использования обоих этих понятий, но их никогда не приходится использовать совместно для описания действительности, т. е. нет ни одного физического эффекта, для объяснения которого понадобились бы представления как частиц, так и волны одновременно.

Луи де Бройль так описывал открытие квантовой физики: «Можно понять, какое существенное влияние было оказано на само направление развития человеческих знаний в тот день, когда кванты исподтишка вошли в науку. В тот самый день величественное и грандиозное здание классической физики было потрясено до самого основания, хо-

тя никто тогда еще и не отдавал себе ясного отчета в этом. В истории науки не много было подземных толчков, сравнимых по силе с этим».

Идея квантовых полей получила бурное развитие и привела к кардинальному изменению представлений о свойствах материи на элементарном уровне. Представления о частицах и волнах уступили место понятию дуализма волна—частица. Дальнейшее развитие квантовой теории показало, что это общее свойство материи, наиболее ярко проявляющееся в области микрочастиц.

3.1. Волновая механика. Принцип Луи де Бройля

Математическая теория Якоби установила связь между распространением волны и группой возможных траекторий данной частицы. Этот параллелизм позволил рассматривать принцип наименьшего действия как одну из форм принципа Ферма. Однако некоторое расхождение в математической форме, по-видимому, указывало на то, что движение частицы нельзя на деле физически сопоставить с распространением волны. Если приравнять скорость частицы и скорость волны, то эти две скорости по-разному войдут в формулировку принципов Мопертюи и Ферма соответственно. В чем же в основном заключалась задача? По существу, в установлении определенного соответствия между распространением некоей волны и движением частицы, причем величины, описывающие волну, должны быть связаны с динамическими характеристиками частицы соотношением, которое содержит постоянную Планка h . Но из формулы Планка для АЧТ частота волны, связанной с фотоном, равна энергии, деленной на постоянную Планка: $\nu = E/h$, а длина волны — частному от деления постоянной Планка на импульс частицы: $\lambda = h/p$. Луи де Бройль сделал гениальный вывод: волновые свойства, такие же как у фотона, существуют у всех элементарных частиц.

Он так описывает причины, которые привели его к формулировке волновой механики. «Прежде всего хотелось бы обрисовать причины, которые привели в 1923... 1924 гг. к установлению основных идей волновой механики. Открытый к этому времени эффект Комптона и изучение фотоэффекта рентгеновских лучей лишний раз замечательно подтверждали представление Эйнштейна о световых квантах. Теперь уже едва ли можно было оспаривать дискретную природу излучения и существование фотонов. Следовательно, с еще большей остротой встала грозная дилемма: что такое свет — волны или частицы? Хочешь не хочешь, а для полного описания свойств излучения нужно было применять поочередно картину то волн, то частиц. Соотношение Эйн-

штейна между частотой и энергией, введенное им на основе его теории фотонов, ясно показало, что этот дуализм излучения неразрывно связан с самим существованием квантов. Тогда возникает законный вопрос, не связан ли этот странный дуализм волн и частиц, примером которого так замечательно и несомненно явился свет, с глубокой и скрытой природой кванта действия? Не следует ли ожидать, что двойственность такого типа обнаружится везде, где только появляется постоянная Планка. Но тогда почти сам собой возникает вопрос: поскольку свойства электрона в стационарном состоянии атома описываются с помощью кванта действия, не можем ли мы предположить, что и электрон так же двойственен, как и свет? На первый взгляд такая идея показалась очень дерзкой. Ведь мы всегда представляли себе электрон в виде электрически заряженной материальной точки, которая подчиняется законом классической динамики (улучшенным в некоторых случаях релятивистскими поправками, которые ввел Эйнштейн). Электрон никогда явно не проявлял волновых свойств, таких, скажем, какие проявляет свет в явлениях интерференции и дифракции. Попытка приписать волновые свойства электрону, когда этому нет никаких экспериментальных доказательств, могла выглядеть как ненаучная фантазия. И тем не менее, как только возникла идея, что электрон, возможно, обладает такими свойствами, и не только электрон, но и вообще материальные частицы, так в голову начали приходиться разные беспокойные соображения».

В отношении скоростей частицы и волны де Бройль писал. «Из этих основных результатов легко вывести самое важное следствие, касающееся соотношения между скоростью частицы и скоростью связанной с ней волны. В волновой теории наряду с монохроматическими волнами данной частоты рассматриваются также волновые пакеты, представляющие собой совокупность различных монохроматических волн. Среди этих пакетов интересно рассмотреть те, которые образовались наложением монохроматических волн с частотами, лежащими внутри небольшого спектрального интервала вблизи основной частоты. В действительности, монохроматические волны — это абстракция, никогда не реализующаяся на практике. То, что мы называем монохроматическими волнами, всегда представляет собой группу волн, заполняющих небольшой спектральный интервал. Если изучать распространение волнового пакета в таких условиях, когда скорость распространения монохроматических волн есть функция их частоты, то оказывается, что группа волн в целом обладает скоростью, отличной от скорости распространения отдельных волн, составляющих эту группу. Эта групповая скорость определяется средней частотой группы волн

и зависит от изменения индивидуальных волновых скоростей с изменением частоты. Указанная зависимость дается формулой Рэля — знаменитого английского физика, впервые указавшего на это свойство. Можно попытаться применить эту теорию групповой скорости к волне, связанной с частицей, а затем установить соответствие между движущейся прямолинейно и равномерно частицей, обладающей заданной энергией, и распространением в том же направлении группы волн, средняя частота которых равна этой энергии, деленной на h . Применяя формулу Рэля, мы видим тогда, что скорость волнового пакета равна скорости, которую классическая механика приписывает рассматриваемой частице. Это замечательное совпадение знаменательно, ибо оно означает, что частица в процессе движения остается связанной со своей группой волн. Но сверх того, общая теория колебаний гласит, что групповая скорость есть не что иное, как скорость переноса энергии волнами. Поскольку в нашей дуалистической концепции энергия приписывается частице, то естественно, что групповая скорость связанных с частицей волн должна быть равна скорости частицы».

Как видим, волнам де Бройля приписывается фазовая скорость $v_{\text{ф}} = \omega/k$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, а частице — групповая: $v_{\text{гр}} = d\omega/dk$. Формула Рэля устанавливает связь:

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(v_{\text{ф}} \cdot k)}{dk} = v_{\text{ф}} - k \frac{dv_{\text{ф}}}{dk} = v_{\text{ф}} - \lambda \frac{dv_{\text{ф}}}{d\lambda}. \quad (3.10)$$

В зависимости от знака производной (вида дисперсии) групповая скорость может быть больше или меньше фазовой, но всегда меньше скорости света. Если $dv_{\text{ф}}/d\lambda > 0$, то это соответствует нормальной дисперсии, в противном случае — аномальной.

Реальное существование волн де Бройля, т. е. волновых свойств у всех элементарных частиц, было доказано в дифракционных опытах с электронами (К. Дэвиссон и Л. Джермер, 1927). Независимо от К. Дэвиссона и Л. Джермера дифракцию электронов на кристалле наблюдал английский физик Дж. П. Томсон. На рис. 3.2 приведена фотография, полученная российским физиком П. С. Тартаковским в 1928 году при прохождении пучка электронов через круглое отверстие. Интерференционная картина аналогична оптической.

Наиболее эффектно волновые свойства элементарных частиц, например электронов, проявляются при их прохождении через два маленьких близких отверстия — интерференционная схема Юнга. По этой схеме была проведена проверка наличия волновых свойств у более тяжелых частиц — атомных ядер гелия [7]. Опыт подтвердил, что

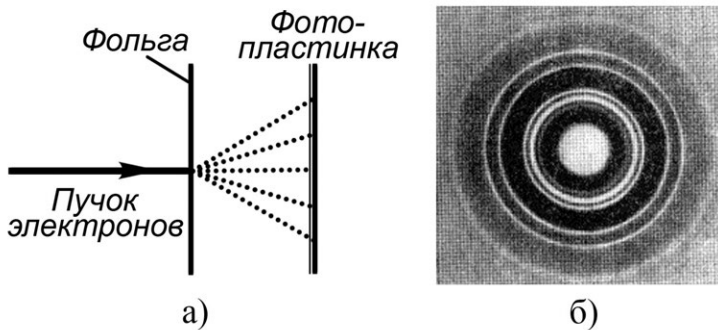


Рис. 3.2. Дифракция электронов на круглом отверстии

волны де Бройля с длиной волны $\lambda = h/mv$, где h — постоянная Планка, m — масса частицы и v — ее скорость, являются общим свойством любых частиц материи.

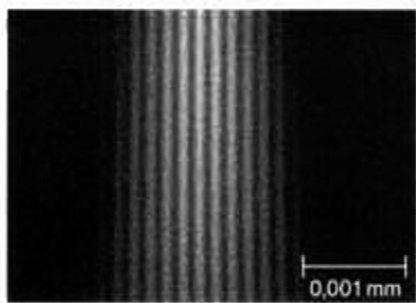


Рис. 3.3. Дифракция одиночных электронов на двойной щели (К. Йенсон, 1961). Аналог опыта Юнга для света

ствовать.

Такой эксперимент с использованием одиночных электронов впервые был поставлен в 1949 году Л. Биберманом, Н. Сушкиным и В. Фабрикантом [8]. Среднее время между прохождениями электронов через установку составляло 0,24 миллисекунды, тогда как время их пролета через установку равнялось 8,5 наносекунды. Отличие этих времен в

Можно было бы предположить, что явления интерференции связаны с взаимодействием большого числа микрочастиц, одновременно участвующих в процессе. Но тогда интерференционные явления должны были бы зависеть от интенсивности пучка этих частиц, когда их взаимодействие меняется. В случае достаточно малой интенсивности, когда в интерференционный прибор попадает одновременно не более одного, например, электрона или фотона, взаимодействие вовсе должно отсутствовать.

30 000 раз практически исключало возможность взаимодействия электронов.

В 1961 году аналогичный опыт был поставлен К. Йенсоном (С. Jonsson) в Германии [9] и повторен Акиро Тономура (Япония) в 1989 [10]. Результаты К. Йенсона представлены на рис. 3.3. Эти опыты показали, что, какова бы ни была интенсивность падающего света, интерференционная картина остается одной и той же при условии, конечно, что время экспозиции достаточно велико.

Что же тогда интерферирует? Из опыта приходится заключить, что элементарная частица интерферирует сама с собой, т.е. она как волна проходит через оба отверстия одновременно! Вот такой объект и называется элементарной частицей. Это одна из наиболее интригующих тайн современной физики. Как неделимая частица может раздвигаться, интерферируя сама с собой — факт чрезвычайно странный, если считать частицы локализованными в трехмерном пространстве, тем более если считать их точечными.

Другим крайне важным и новым принципом квантовой механики стало соотношение неопределенности.

3.2. Соотношения неопределенности

Соотношение неопределенности означает, что в квантовой механике существуют такие пары наблюдаемых величин, для которых невозможно одновременно определить их точное значение. Такой парой, в частности, являются координата частицы и ее импульс. Это свойство было теоретически выведено В. Гайзенбергом (1927), и оно является одним из основных принципов квантовой механики:

$$\begin{aligned}\Delta P_x \cdot \Delta x &\geq \hbar, \\ \Delta P_y \cdot \Delta y &\geq \hbar, \\ \Delta P_z \cdot \Delta z &\geq \hbar.\end{aligned}\tag{3.11}$$

Здесь ΔP_x и Δx — точности одновременного определения проекции импульса и координаты x частицы. Приведенное соотношение показывает, что эти точности ограничены величиной постоянной Планка. Чем точнее определяется координата, тем становится меньше точность определения импульса, и наоборот.

Это можно понять следующим образом. Положение электрона определяется по рассеянию на нем фотона. В этом случае координата известна с точностью до длины волны фотона λ . Чтобы увеличить точность, надо уменьшать λ , но при этом растет импульс фотона,

часть которого передается электрону и приводит к увеличению неопределенности в измерении импульса электрона. Использование в данном случае фотона не является принципиальным. Все элементарные частицы обладают волновыми свойствами, поэтому, заменив фотон, например, на электрон, получим тот же результат.

Луи де Бройль писал: «Когда длина волны электрона такова, что существенную роль может играть явление интерференции, его нельзя больше считать локализованным и использовать корпускулярные представления. Наоборот, когда электрон строго локализован, его интерференционные свойства исчезают и его нельзя больше описывать с волновой точки зрения».

Если соотношение (3.11) записать для фотона и произвести замену переменных $p = E/c$ и $x = ct$, то получим соотношение неопределенности для энергии:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar, \quad (3.12)$$

которое оказывается справедливым в общем случае и означает, что точность определения энергии ограничена временным интервалом. Чем меньше интервал между измерениями энергии, тем становится более неопределенной ее величина. Это приводит к важным следствиям. Оказывается, можно допустить нарушение закона сохранения энергии, но только временное. Однако этого уже достаточно, чтобы мир изменился кардинально. Можно допустить, что из ничего (из вакуума) на короткое время возникает материя с энергией mc^2 и затем исчезает.

Это приводит к понятию виртуальных частиц, которые возникают на короткое время и снова исчезают. При этом, правда, не должны нарушаться другие законы сохранения, связанные с квантовыми числами элементарных частиц, такими как, например, электрический заряд. Говорят, что частицы могут появляться с квантовыми числами вакуума, т. е. с нулевыми квантовыми числами. При этом известно, что у каждой элементарной частицы есть ее партнер — античастица, отличающаяся от частицы противоположным знаком квантовых чисел. Если квантовые числа нулевые, то частица может совпадать со своей античастицей, как это выполняется, например, для фотона или π^0 -мезона. Тогда из соотношения (3.12) можно допустить рождение на короткое время виртуальных пар частица — античастица из вакуума.

Оценим это время для рождения электрон-позитронной пары. Обычно для таких оценок полагают, что в соотношении неопределенности выполняется равенство, а кинетическая энергия пары равна нулю, т. е. $\Delta E \sim 2m_e$ и $\Delta t \simeq \hbar/2m_e = 0,6 \cdot 10^{-21}$ с.

Законы сохранения энергии и импульса для виртуальных частиц не выполняются, поэтому и релятивистские соотношения между энергией и импульсом тоже не выполняются, в частности для виртуального фотона $E \neq pc$.

Квантовая теория поля рассматривает взаимодействие между реальными элементарными частицами как обмен частицами виртуальными. Каждая элементарная частица является источником всевозможных виртуальных частиц. Она как бы окружена их облаком. При этом расстояние, на которое виртуальная частица может удалиться, тем больше, чем меньше ее масса. Если в этом облаке оказывается вторая частица, то она может поглотить чужую виртуальную частицу, и этот процесс называется взаимодействием элементарных частиц.

Для безмассовых виртуальных частиц, какими являются фотоны, максимальное расстояние удаления равно бесконечности. Именно поэтому кулоновский потенциал имеет вид $\sim 1/r$. Если импульс фотона обозначить $q \approx \Delta q$, то из (3.11) $q \cdot r \approx \hbar$. Время передачи импульса q каждым обменным фотоном: $t = r/c$, поэтому сила $F = \Delta q/\Delta t = \hbar c/r^2$ обратно пропорциональна квадрату расстояния, а потенциал первой степени r . Число испущенных и поглощенных фотонов пропорционально произведению зарядов $Q_1 Q_2$, так что приведенная картина вполне соответствует классическому закону Кулона.

Соотношение неопределенности можно записать в общем виде для произвольной пары некоммутирующих операторов \hat{A} и \hat{B} . Коммутатором операторов \hat{A} и \hat{B} называют оператор $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$. Если коммутатор не равен нулю $[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C} \neq 0$, то для неопределенностей \hat{A} и \hat{B} выполняется неравенство

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} \langle C \rangle, \quad (3.13)$$

где в соответствии со статистикой $\Delta A = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$, $\Delta B = \langle B^2 \rangle - \langle B \rangle^2$. Например, для операторов \hat{p}_x и \hat{x} коммутатор $[\hat{p}_x, \hat{x}] = i\hbar$, поэтому для них выполняется условие (3.11).

Соотношение неопределенности имеет важнейшие следствия. Например:

- из невозможности условия $\Delta p = \Delta x = 0$ следует, что покоящихся частиц не существует;
- это также означает отсутствие траектории у частицы;
- в электромагнитной волне напряженности электрического и магнитного полей связаны производной и их коммутатор отличен от

нуля, поэтому для них также невозможно одновременное равенство нулю полей E и B , т. е. условие $\Delta E = \Delta B = 0$ невыполнимо нигде, поэтому нигде не существует пустоты, везде должны присутствовать поля.

3.3. Уравнение Шредингера и квантование

Движение микрочастиц принципиально отличается от классических представлений. Главное отличие в том, что в микромире исчезает понятие траектории частицы. Это фундаментальное отличие от привычных понятий в классической физике, которое привело к кардинальному изменению математического аппарата для описания движения микрочастиц.

Положение таких частиц в пространстве становится случайной величиной, распределение которой описывается квадратом модуля, так называемой волновой или ψ -функции: $dW = \psi\psi^* dq = |\psi|^2 dq$. Возможна и другая интерпретация движения в квантовой механике. В 1948 году Фейнман изобрел формулировку квантовой механики с привлечением интегралов по траекториям и распространил принцип наименьшего действия на квантовую механику. В этой формулировке частица путешествует одновременно по всем возможным траекториям между начальным и конечным состояниями; вероятность определенного конечного состояния вычисляется суммированием (интегрированием) по всем возможным траекториям, приводящим к нему. Формулировка интеграла по траекториям аналогична принципу Гамильтона в классическом случае.

Аналогом классического (нерелятивистского) уравнения движения в квантовой механике является уравнение Шредингера. При этом интерпретация и смысл уравнения меняются кардинально. Его запись предполагает воздействие дифференциального оператора на ψ -функцию, которая описывает состояние квантовой системы и является решением этого уравнения:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi, \quad (3.14)$$

где \hat{H} — оператор Гамильтона или гамильтониан системы $H = T + U = E$. Уравнение (3.14) называется волновым уравнением и является основным в квантовой механике.

Изменение физической интерпретации движения микрочастиц кардинально меняет математическую структуру уравнений. Физические

величины классической механики, такие как координата, время, импульс, энергия, момент импульса и т. д., в квантовой механике превращаются в операторы, которые действуют на волновую функцию. Физическими значениями той или иной переменной теперь являются собственные значения этих операторов. Если имеется некий оператор \hat{X} , то его собственные значения X_n и собственные функции ψ_n есть решения уравнения

$$\hat{X}\psi = X\psi, \quad (3.15)$$

где X есть просто число. Если две величины X и Y могут одновременно иметь определенные значения, то говорят, что соответствующие им операторы коммутируют друг с другом, т. е.

$$\hat{X}\hat{Y} - \hat{Y}\hat{X} = 0. \quad (3.16)$$

Приведем выражения для основных операторов.

Т а б л и ц а 3.1

Квантово-механические операторы

Название	оператор	название	оператор
координата	$\hat{r} = r$	импульс	$\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\vec{\nabla}$
время	$\hat{t} = t$	энергия	$\hat{E} = \hat{H} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$
момент импульса	$\hat{\mathbf{L}} = -i\hbar[\mathbf{r}\vec{\nabla}] = [\hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{p}}]$		

Операторы координаты и времени есть просто умножение на число, в остальные входят те или иные производные.

Спектр собственных значений того или иного оператора может быть непрерывным (например, координаты). Вместе с тем в квантовой механике появляются величины, которые имеют дискретный спектр значений (например, энергии электронов в атоме).

Из-за принципа неопределенности дифференцирование операторов по времени в квантовой механике нельзя определить таким же образом, как производную в классической механике. Ее определяют по формуле [55]

$$\hat{f} = \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{f} - \hat{f}\hat{H}) = \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}\{\hat{H}\hat{f}\}, \quad (3.17)$$

где фигурными скобками обозначен коммутатор операторов \hat{H} и \hat{f} .

Вид волнового уравнения (3.14) определяется гамильтонианом, который зависит от конкретных условий той или иной задачи. Например,

для свободной частицы $E = p^2/2m$ и

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta \quad \text{— свободная частица.} \quad (3.18)$$

Для частицы в потенциальном поле $U(\mathbf{r})$ гамильтониан имеет обычный вид:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(\mathbf{r}), \quad (3.19)$$

и волновое уравнение для частицы во внешнем поле (уравнение Шредингера) выглядит следующим образом:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\hat{p}^2}{2m} \Psi + U(\mathbf{r}) \Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(\mathbf{r}) \Psi. \quad (3.20)$$

В стационарном случае производная по времени равна нулю и уравнение приобретает вид:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + [E - U(\mathbf{r})] \Psi = 0. \quad (3.21)$$

Уравнение нерелятивистское и потому неинвариантно относительно преобразований Лоренца. Для описания релятивистских частиц уравнение надо выводить из релятивистского соотношения

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = (mc^2)^2. \quad (3.22)$$

Подставляя операторы, получаем уравнение Клейна—Гордона:

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \nabla^2 \psi = m^2 \psi, \quad (3.23)$$

где принято $\hbar = c = 1$. Используя принятые в квантовой теории поля (КТП) обозначения

$$\partial^\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right), \quad \partial_\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right), \quad (3.24)$$

уравнение Клейна—Гордона можно переписать в виде

$$\partial_\mu \partial^\mu \psi + m^2 \psi \equiv (\square^2 + m^2) \psi = 0. \quad (3.25)$$

Этому уравнению соответствует лагранжиан

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \psi) (\partial^\mu \psi) - \frac{1}{2} m^2 \psi^2, \quad (3.26)$$

в чем можно убедиться его подстановкой в уравнение Эйлера—Лагранжа.

В задаче об уровнях энергии атома водорода уравнение Шредингера дает дискретный набор энергий электрона

$$E_n = -\frac{R_y}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.27)$$

где R_y — постоянная Ридберга, $R_y = 13,6$ эВ и n — главное квантовое число, обозначающее уровень электрона в атоме. При переходе с одного уровня на другой поглощается или испускается фотон с энергией $E_\gamma = E_n - E_m = \hbar\omega$, где ω — частота соответствующего фотона.

3.4. Квантовый осциллятор

Постоянная Планка и открытие квантов тесно связаны с понятием квантового осциллятора. Это понятие, введенное в физику Планком (резонатор), широко используется в квантовой теории поля. Осциллятором в физике называют систему, совершающую колебания около положения равновесия. Классическим примером осциллятора является механический маятник. Вместе с тем это и электрический контур, состоящий из индуктивности емкости и сопротивления, в котором колебания совершает электрический заряд. Кроме того, мы уже сталкивались с этим понятием, когда рассматривали излучение абсолютно черного тела. При подсчете степеней свободы электромагнитного поля, заключенного в некоторый объем, Планк пользовался понятием резонаторов, что то же самое, что осциллятор. В этом случае осциллятор представлял собой стоячую волну, в которой колебания совершала напряженность электрического или магнитного поля. Все эти процессы описываются одним и тем же дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (3.28)$$

где q является обобщенной координатой и может соответствовать пространственной координате x , электрическому заряду Q или напряженности поля E (H).

Энергия осциллятора состоит из кинетической и потенциальных частей:

$$E = \frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{m\omega^2 q^2}{2}, \quad (3.29)$$

где первый член, зависящий от квадрата производной \dot{q} , — это кинетическая энергия, а второй, зависящий от обобщенной координаты, — потенциальная энергия.

Рассмотрим отличие в понятиях классического и квантового осциллятора. В квантовой или волновой механике уже отсутствует понятие траектории и координаты заменяются волновой функцией. Если механический маятник колебался в ограниченной пространственной области, то волновая функция или, вернее, ее квадрат $\Psi\Psi^*$ оказывается отличным от нуля на любых конечных расстояниях. Вероятность обнаружить частицу в том или ином месте, конечно, быстро уменьшается с расстоянием, но везде отлична от нуля.

Волновая функция для одномерного осциллятора определяется из уравнения Шредингера:

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))\Psi(x) = 0 \quad (3.30)$$

с потенциальной энергией осциллятора $U(x) = m\omega^2 x^2/2$. Здесь ω — собственная частота колебаний. Оказывается, что решение этого уравнения возможно только для дискретных значений энергии

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.31)$$

т. е. энергия осциллятора квантуется, при этом возможные или собственные уровни энергии квантового осциллятора расположены через равные промежутки $\hbar\omega$, т. е. эквидистантны. Другой особенностью является отличное от нуля значение минимальной энергии $E_0 = \hbar\omega/2$ при $n = 0$. Ситуация несколько напоминает появление энергии mc^2 в (2.5).

Энергия квантового осциллятора не может быть равной нулю! Это абсолютно новый результат. В классической механике маятник можно остановить в положении равновесия, и его энергия, и кинетическая, и потенциальная, будет равна нулю. Для квантового осциллятора это не так, в состоянии с наименьшей энергией он продолжает колебаться. Эти колебания называют нулевыми или вакуумными.

В квантовой теории поля вакуум определяют как состояние поля с наименьшей энергией. Значение теории гармонического осциллятора заключается в том, что многие физические системы можно представить как набор слабо взаимодействующих линейных осцилляторов. Примерами таких систем являются электромагнитные и другие квантовые поля, упругие колебания твердого тела, внутренние колебания многоатомных молекул. Оказывается, что вакуумные состояния квантовых полей могут иметь отличную от нуля энергию, т. е. вакуум может обладать энергией! Обладает или нет — это вопрос, но вывод принципиально важный.

В рамках существующего мира использовать эту энергию нельзя, т. к. вакуум — состояние с наименьшей энергией, в котором отсутствуют какие-либо частицы. Однако это не исключает возможность изменения самого вакуума. В принципе, у него могут быть разные состояния, и переход между ними может высвобождать или поглощать энергию. При этом следует понимать, что изменение состояния вакуума должно полностью менять свойства окружающего мира, включая условия для существования жизни.

Вспомним теперь о соотношении неопределенности. Для средней энергии осциллятора запишем соотношение [55]

$$\overline{E} = \frac{m\omega^2}{2} \overline{x^2} + \frac{1}{2m} \overline{p^2} \geq \frac{m\omega^2}{2} \overline{(\Delta x)^2} + \frac{1}{2m} \overline{(\Delta p)^2} \quad (3.32)$$

и получим

$$\overline{E} \geq \frac{m\omega^2 \hbar^2}{8(\Delta p)^2} + \frac{\overline{(\Delta p)^2}}{2m}. \quad (3.33)$$

Функция справа имеет минимум по $\overline{(\Delta p)^2}$, для которого получаем условие $E \geq \hbar\omega/2$. Результат следует из того, что координата и импульс квантового осциллятора не могут одновременно обращаться в нуль. Это означает также, что кинетическая и потенциальная энергии осциллятора не могут одновременно обращаться в нуль.

Ранее упоминалось, что энергия электрического («потенциальная» энергия) и магнитного («кинетическая» энергия) полей электромагнитной волны также не могут одновременно обращаться в нуль. В этом отношении можно привести следующие высказывания Мигдала [17]. «Средние значения координаты и импульса осциллятора равны нулю, но среднее значение квадрата импульса и квадрата координаты отличны от нуля». И несколько далее: «Даже если в пространстве нет ни одной частицы, ни одного кванта, электрические и магнитные поля совершают нулевые колебания».

Это фундаментальный результат, в вакууме всегда и везде присутствуют нулевые колебания электромагнитного поля. Он был подтвержден экспериментами по рассеянию света кристаллами при температурах, близких к нулю, когда по классическим понятиям все степени свободы должны вымерзнуть. Другой важный эксперимент указывает на сдвиг уровней атома водорода (лэмбовский сдвиг) [18].

3.5. Лэмбовский сдвиг уровней энергии

Лэмбовский сдвиг — это различие между энергиями стационарных состояний ${}^2S_{1/2}$ и ${}^2P_{1/2}$ атома водорода, обусловленное взаимодействием

ем атома с нулевыми флуктуациями электромагнитного поля. Вакуумные колебания электромагнитного поля заставляют колебаться электрон в атоме, при этом он как бы размазывается по пространству и слабее взаимодействует с протоном. В результате дискретные уровни его энергии сдвигаются, что было обнаружено в экспериментах У. Лэмба и Р. Резерфорда (1947) [53] и получило название «лэмбовского сдвига». Относительная величина сдвига уровней с точностью до числового множителя составляет [58]

$$\frac{\delta E}{E} \sim Z^2 \alpha^3 \ln \frac{1}{Z\alpha}. \quad (3.34)$$

Для атома водорода ($Z = 1$) это величина чрезвычайно маленькая, порядка 10^{-6} .

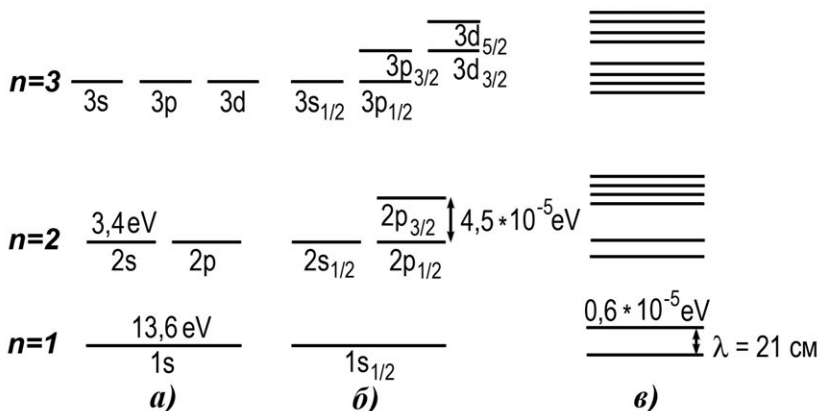


Рис. 3.4. Схема уровней атома водорода: а) без учета спина электрона и спина ядра, б) тонкое расщепление уровней, учитывающее спин-орбитальное взаимодействие магнитного момента электрона, в) сверхтонкое расщепление уровней, учитывающее взаимодействие магнитного момента электрона с магнитным моментом ядра. Лэмбовский сдвиг уровней $2s_{1/2}$ и $2p_{1/2} \sim 4 \cdot 10^{-6} \text{ эВ}$

Результат удивительный.

Дело в том, что электрон, как и другие элементарные частицы, обладает собственным квантовым числом — спином. Часто с ним связывают образ вращающегося электрона, что, вообще говоря, некорректно в КТП, т. к. в рамках этой теории электрон является точечной частицей. Тем не менее спин электрона вносит вклад в полный момент количества движения атома j . При этом состояние электрона в

атоме характеризуется тремя квантовыми числами n , j и проекцией момента импульса m на произвольно выбранную ось z . Здесь n — главное квантовое число, определяющее энергетический уровень электрона $E_n = -R_y Z^2/n^2$.

Электрон в атоме обладает орбитальным моментом количества движения l и спиновым или собственным моментом s , которые измеряются в единицах \hbar . С механическими моментами движущегося электрона связаны магнитные моменты, измеряемые в единицах магнетона Бора: $\mu_B = e\hbar/2m_e c$, которые взаимодействуют друг с другом. Энергия этого взаимодействия, называемого спин-орбитальным, зависит от взаимной ориентации l и s . Поэтому состояния с различными значениями $j = l + s$ должны отличаться энергией. В атомной физике эти уровни обозначают комбинациями символов вида $^n l_j$ (или $n l_j$), в которых l обычно обозначают буквами $S, P, D, F \dots$, соответствующими $l = 0, 1, 2, 3 \dots$, а n и j — это главное квантовое число и момент электрона.

Релятивистский учет спин-орбитального взаимодействия электрона приводит к тонкому расщеплению уровней атома водорода (рис. 3.4б). При этом уровни $^2S_{1/2}$ и $^2P_{1/2}$ должны совпадать, т. к. они имеют одинаковые значения главного квантового числа n и момента j . Отличие их орбитальных моментов $l = 0$ для S -состояния и $l = 1$ для P -состояния не должны играть роли.

Вместе с тем в эксперименте было получено, что уровни не совпадают, более того, уровень $^2S_{1/2}$ оказался выше $^2P_{1/2}$, и разница в $\nu = \delta E/h$ между ними составила величину 1057,893(20) МГц. Разницу в энергиях уровней часто записывают через частоту ν , используя соотношение пропорциональности $E = h\nu$.

Этот эксперимент сыграл большую роль в формировании квантовой электродинамики (КЭД). Теоретические попытки получить измеренное смещение привели к созданию корректных методов определения массы и заряда в КЭД и расчета поправок по теории возмущений. Одно из полученных теоретических значений лэмбовского сдвига составило 1057,916(10) МГц. Этой величине соответствует энергия сдвига $\Delta E \simeq 4 \cdot 10^{-6}$ эВ при величине основного уровня $-13,6$ эВ, что характеризует беспрецедентную точность КЭД.

На рис. 3.4 в приведена также структура сверхтонкого расщепления уровней, которое вызвано взаимодействием магнитных моментов электрона и протона. Величина этого расщепления для S -уровня измерена с огромной точностью: $\nu_S = 1420,4057517864(17)$ МГц, что позволяет, с одной стороны, установить справедливость расчетов по КЭД, а с другой, исследовать структуру распределения заряда в протоне и других

ядрах. КЭД явилась первой из квантовых теорий поля и до сих пор является образцом точности.

В связи с реальностью нулевых колебаний можно привести более простой и экспериментально подтвержденный эффект Казимира. При сближении двух плоских пластин между ними исключаются колебания низких частот. В результате внешнее давление превышает внутреннее и пластины начинают притягиваться.

Нулевые колебания электромагнитного поля есть его основное или вакуумное состояние. «Возбуждение» этого состояния в соответствии с формулой (3.31) может происходить только порциями $\hbar\omega$, т. е. квантами, соответствующими добавлению в поле одного фотона. Можно сказать, что элементарная частица фотон является возбуждением электромагнитного поля.

Эта идея лежит в основе современных теорий квантовых полей. Считается, что в вакууме присутствуют нулевые колебания всевозможных полей, электрон-позитронного, кварк-антикваркового, нуклон-антинуклонного и т. д. Нулевые колебания полей проявляются в образовании и исчезновении виртуальных частиц, которые заполняют вакуум. При этом вакуум оказывается наиболее сложным объектом физики, из которого берут начало все поля, а элементарные частицы — это возбуждения соответствующих полей.

3.6. Туннельный эффект

Полевая структура элементарных частиц приводит к важным следствиям. В классической механике частица может преодолеть потенциальный барьер высотой U только при условии, что ее энергия больше, $E > U$. Если $E < U$, то частица обязательно отражается от барьера. В квантовой механике все выглядит иначе. Частица может с некоторой вероятностью отразиться от барьера в случае $E > U$, но пройти сквозь барьер при энергии $E < U$. Из решения уравнения Шредингера следует, что ψ -функция $\neq 0$ в областях, где $0 < E < U$, и вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер дается выражением

$$D = \exp - \frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U(x) - E)} dx, \quad (3.35)$$

т. е. в квантовой механике нет непроницаемых стен. При любой энергии частицы существует конечная вероятность ее прохождения через барьер, и в случае $E < U$ избыточная часть барьера играет роль по-

глощающей, но прозрачной среды. Это явление называют туннельным эффектом, оно широко используется в электронике.

Свойство микрообъектов проникать сквозь любые стены не так уж необычно, учитывая их волновые свойства. Абсолютная непроницаемость свойственна некой абстрактной сплошной среде, которую можно представлять в классической физике на уровне макроскопических тел. На уровне элементарных частиц все выглядит иначе. Здесь основным объектами являются поля, а элементарные частицы — это возбуждения этих полей или его кванты. Свойства полей характеризуются законами взаимодействия соответствующих им элементарных частиц. При этом частицы являются частично прозрачными (как волны). Всегда есть некая вероятность рассеяния частиц на угол ноль, т. е. прохождения друг сквозь друга.

Г.А. Гамов применил эту теорию к изучению задачи радиоактивного распада. Внутренний электрический заряд создает потенциальный барьер вблизи ядра, который затрудняет как проникновение положительно заряженных частиц внутрь ядра, так и их вылет, например, вылет α -частиц из ядра. В квантовой механике этот запрет не абсолютный, что приводит к радиоактивности ядер за счет туннельного эффекта. Время α -распада таких ядер определяется вероятностью прохождения α -частиц через кулоновский барьер (3.35).

3.7. Спин. Фермионы и бозоны. Принцип Паули

Элементарные частицы являются тождественными, и это является основой их стандартной модели. Вне зависимости от момента времени и точки пространства все свойства, например электрона, считаются одинаковыми. Все многообразие объектов и явлений окружающего мира, его эволюция объясняется взаимодействием этих стандартных элементарных частиц.

Неразличимость частиц одного сорта приводит к одной из важнейших симметрий. Ансамбль одинаковых частиц описывается некоторой волновой функцией ψ . Мы можем поменять любую пару частиц местами, при этом ψ -функция изменится, но повторив ту же операцию мы опять должны получить ψ . Это означает, что перестановка может приводить лишь к умножению волновой функции на $+1$ или -1 .

В первом случае состояние N тождественных частиц называется симметричным, во втором случае — антисимметричным.

Частицы, обладающие симметричным состоянием, подчиняются статистике Бозе—Эйнштейна и называются бозонами, а частицы с антисимметричным состоянием подчиняются статистике Ферми—Дира-

ка и называются фермионами. Статистика частиц напрямую связана с их спином. Бозоны имеют целочисленный спин $(0, 1, 2, \dots)$, а фермионы — полуцелый $(1/2, 3/2, \dots)$. При этом поведение бозонов и фермионов отличается принципиально.

Если есть связанная система, например атом, то два одинаковых фермиона не могут находиться в одном состоянии, т.е. с одинаковой энергией и одинаковой проекцией спина — принцип запрета Паули. Другое следствие антисимметрии многофермионного состояния заключается в том, что два фермиона с одинаковой проекцией спина не могут находиться в одной точке пространства.

Для бозонов характерна противоположная тенденция. Они как бы притягиваются и за счет этого могут образовывать бозонный конденсат.

Окружающий мир строится из фермионов: атомы состоят из ядер (нуклоны и нейтроны) и электронов. А бозоны (фотоны, W^- , Z -бозоны, глюоны) осуществляют взаимодействие между фермионами.

Спин является одним из важнейших понятий квантовой механики. Сначала Отто Штерн и Вальтер Герлах (1922) обнаружили, что атомы, протоны и электроны имеют собственные магнитные моменты, и природа этих моментов — квантовая. В 1925 году Дж. Уленбек и С. Гаудсмит, анализируя тонкую структуру атомных спектров излучения, предложили считать, что электрон обладает механическим моментом $(h/2)$. Для описания собственного «вращения» электрона и соответствующего момента количества движения они ввели английское слово «спин». Спин электрона представляет собой некоторый аналог того свойства фотона, которое называют поляризацией света. Он описывает определенную асимметрию электрона, неизотропность его свойств.

С появлением в теории спина описание частицы усложнилось, волновая функция из скаляра превратилась в четырехкомпонентный объект, но не четырехвектор, а спинор. Дирак нашел формулы преобразования для спиноров при переходе от одной системы координат к другой и показал, что эти уравнения инвариантны относительно преобразования Лоренца.

Теории Дирака удалось полностью объяснить магнитные аномалии. Так, при изучении эффекта Зеемана было обнаружено существование аномальных эффектов, которые не объяснялись орбитальными магнитными моментами электронов. Введение собственного магнитного момента электрона с удвоенным гиромангнитным отношением позволило получить адекватное описание аномальных эффектов.

Понятие спина позволило объяснить строение атомов и их классификацию в таблице Д.И. Менделеева. Важнейшую роль в этой классификации играет принцип Паули: два и более тождественных фермиона не могут одновременно находиться в одном квантовом состоянии. Следствием принципа является наличие электронных оболочек в структуре атома, из чего, в свою очередь, следует разнообразие химических элементов и их соединений.

Количество электронов в отдельном атоме равно количеству протонов. Наличие спина вводит дополнительное квантовое число, которое удваивает возможное число электронов в данном состоянии и это, в конечном итоге, объясняет последовательное заполнение электронных оболочек атома. Полное число электронов на данном энергетическом уровне атома можно определить, подсчитав, сколько ему соответствует различных квантовых состояний. Принцип Паули имеет фундаментальное значение, т. к. он приводит к статистике Ферми—Дирака для частиц с полуцелым спином, в частности для электронов.

Принцип Паули выражает весьма специфическое свойство электронов и других частиц, которые ему подчиняются. Практически невозможно понять, каким образом две тождественные частицы взаимно запрещают друг другу занять одно и то же состояние. Этот тип взаимодействия совершенно отличается от взаимодействий в классической физике. Его природа пока совершенно неизвестна и представляет одну из важнейших и трудных задач, которые должны быть решены будущей теорией.

Эту ситуацию можно прокомментировать следующим примером газа из частиц одинаковой природы, например электронного газа. В случае квантовой механики состояния прямолинейного равномерного движения электронов квантованы. Поэтому, согласно принципу запрета, никакие два электрона этого газа не могут находиться в одном и том же состоянии прямолинейного равномерного движения. Это означает, что частица, расположенная в некоторой точке сосуда, содержащего газ, будет мешать любой другой частице газа иметь такое же состояние движения. С классической точки зрения это парадоксально и невозможно, т. к. расстояние между частицами может быть сколь угодно большим. Однако при учете принципа неопределенности запрет Паули естественно следует для этих частиц, т. к. для равномерного движения электрона импульс точно определен ($\Delta p = 0$), что означает полную неопределенность положения электрона, т. е. он «размазан» по всему пространству, и потому вполне может мешать движению такого же объекта.

Второй случай статистики Бозе-Эйнштейна охватывает все частицы с целым спином, например фотоны и атомные ядра. В таком случае нет никаких препятствий для накопления любого числа частиц в одном квантовом состоянии. Это очень важное правило, т. к. может приводить к образованию конденсатов.

3.8. Квантовая запутанность. Неравенства Белла. Телепортация

Вероятностный характер квантовой механики породил ряд острых дискуссий. Один из вопросов был сформулирован А. Эйнштейном, Б. Подольским и Н. Розеном (ЭПР-эффект, 1935) в следующей форме.

Что описывает квантовомеханическая вероятность — принципиальную неопределенность состояния конкретной частицы до факта измерения или степень неопределенности нашей информации. При этом их мнение сводилось к тому, что частица всегда имеет вполне определенные характеристики и процесс их измерения никак не должен нарушать их состояния. Поэтому вероятностный характер квантовой механики связан со статистической неопределенностью. Противоположная точка зрения заключалась в том, что частица реально имеет неопределенное состояние и переходит в состояние с вполне определенными характеристиками лишь в процессе их измерения.

Оказалось, что можно придумать эксперименты, результаты которых будут зависеть от того, подчиняется ли теории вероятностей каждая частица в отдельности или только все частицы вместе (Бом, 1952). Основой для этого служили двухфотонные состояния, которые называются запутанными или сцепленными состояниями фотонов.

Фотоны считаются сцепленными (запутанными), если они взаимозависимы, например, это два фотона, рожденных в одном событии. При их разлете взаимозависимость сохраняется, что нарушает принцип локальности: если измерить спиральность (проекцию спина) одного фотона, то из условий опыта следует, что у второго она противоположна, где бы этот второй фотон ни находился.

Дж. Белл показал (1964), что результаты эксперимента с двухфотонными состояниями должны отличаться в случае, если справедливо вероятностное описание для каждой частицы или это эффект статистический. Неравенства Белла справедливы именно для статистического варианта. При их выводе считается, что все частицы имеют абсолютно определенные параметры на всем протяжении их существо-

вания. При этом измерение характеристик одного из сцепленных фотонов никак не влияет на состояние другого фотона.

Были выполнены десятки экспериментов по проверке неравенств Белла, которые доказывают, что в квантовой механике неравенства нарушаются, поэтому надо считать, что вероятностное поведение надо относить к каждой отдельно взятой квантовой частице.

Нарушение неравенств Белла связано с тем, что изменение условий регистрации одного прибора меняет информацию о системе и поэтому влияет на вероятность регистрации частицы другим прибором, какое бы расстояние не разделяло эти частицы. Поэтому критерий реальности физических величин квантовой системы между измерениями (ЭПР-парадокс) не выполняется.

Физиками из Китайского университета науки и технологий был выполнен эксперимент по определению скорости распространения информации об изменении состояния от одной сцепленной частицы до другой. С этой целью пара сцепленных фотонов была разнесена на расстояние 15 км и проведена синхронизация процессов измерения с точностью порядка 100 нс (300 м). Утверждается, что измеренная скорость по крайней мере в 10 000 раз превышает скорость света. Поэтому представляется наиболее вероятным, что это свойство надо связывать с нелокальностью квантовой механики.

Исторически, именно рассматривая свойства ЭПР-пар, Ч. Беннет с сотрудниками в 1993 году предложили способ переноса квантового состояния с одного объекта на другой и назвали этот способ квантовой телепортацией. Рассмотрим, что из себя представляет этот процесс.

С телепортацией связывают развитие новой ветви квантовой механики. Задача формулируется следующим образом: в пункте A есть квантовый объект « a » в некоем неизвестном квантовом состоянии (фотон, атом), в пункте B есть такой же объект « b », и его надо перевести в состояние « a ». Если при этом состояние « a » разрушается, то это и есть телепортация. Именно такой вариант и реализуется на практике.

В квантовой телепортации сложился определенный слэнг: пунктам A и B дали имена Алиса и Боб, кроме того, понадобится третий участник по имени Виктор (V). Для определенности будем считать, что состояние объекта описывается операторами координаты и импульса \hat{x} и \hat{p} , и мы хотим измерить эти значения у Алисы и передать их Бобу. Реально это могут быть какие-то другие характеристики, например спин, поляризация, но это сейчас не принципиально.

В классической физике это простая операция, но из предыдущего раздела мы уже знаем, что в квантовой механике этого сделать нельзя из-за принципа неопределенности. Если два квантово-механических

оператора, таких как \hat{x} и \hat{p} , не коммутируют, т. е. значение их коммутатора не равно нулю: $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar \neq 0$, то эти две переменные нельзя одновременно точно измерить, т. к. для них справедливо соотношение неопределенности: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$. Вот здесь-то и появляется Виктор. Если у Алисы и Виктора есть разные объекты « a » и « v » (с « x_a, p_a » и « x_v, p_v »), то коммутатор $[\hat{x}_a + \hat{x}_v, \hat{p}_a - \hat{p}_v] = 0$ и величины $x = x_a + x_v$ и $p = p_a - p_v$ могут быть измерены одновременно и точно.

Вторая проблема в телепортации связана с тем, что для ее осуществления Алиса и Боб должны иметь так называемую сцепленную пару квантовых объектов, для определенности пусть это будут фотоны. Как уже отмечалось, сцепленность означает, что фотоны образуются в каком-то процессе парой, причем если измерить состояние одного фотона, то автоматически становится известным состояние другого. Здесь нет ничего таинственного, кроме законов сохранения. Например, если снаряд разорвался на две части и мы измерили импульс одной, то импульс другой части тут же становится известен, если был известен импульс снаряда.

В квантовой механике есть одно принципиальное отличие. В процессе разлета, до начала измерений, состояние каждого из фотонов неизвестно в принципе. Это тоже является следствием принципа неопределенности. Измерение характеристик одного фотона, например его поляризации, приводит к тому, что у второго фотона тоже появляется определенная и уже известная поляризация. Пусть, например, сцепленность заключается в том, что фотоны рождаются с противоположной поляризацией. Тогда, измерив поляризацию одного фотона, будет известно, что второй имеет поляризацию противоположную. При этом надо учитывать, что заранее состояние поляризации неизвестно. Кроме того, этот процесс никак не зависит от расстояния между сцепленными фотонами.

Тогда схему квантовой телепортации можно представить следующим образом. Создается пара сцепленных фотонов, один из которых посылается Алисе — F_a , а второй Бобу — F_b . Оба фотона имеют неизвестные состояния. Алиса и Виктор составляют пару $F_a + F_v$, измеряют точно их характеристики по указанному выше правилу: $x = x_a + x_v$ и $p = p_a - p_v$ и передают эти значения Бобу по классическому каналу связи, например по телефону. Состояния « a » уже не существует, оно разрушено процессом измерения, но фотон Боба пришел при этом в определенное состояние « b ». Получив известие об этом по телефону и зная условия сцепленности, Боб переводит состояние фотона « b » в « a », например, меняет поляризацию на противоположную. Все, про-

цесс телепортации закончился — фотон Алисы в состоянии « a » исчез и появился у Боба.

Эксперимент по квантовой телепортации впервые был осуществлен в 1997 году группой Антона Цойлингера (Австрия, Университет Инсбрука) и итальянской группой под руководством Франческо де Мартини (Университет «La Sapienza» в Риме). В 2008 году в эксперименте между островами Ла-Пальма и Тенерифе (Канарские острова) фотоны телепотировались на расстояние 144 км. Получено, что неравенство Белла было нарушено с уровнем достоверности, превышающим 16 среднеквадратичных отклонений. Поясним связь, которая существует между явлением телепортации и так называемыми неравенствами Белла.

В основе квантовой механики лежит вероятностный подход. Возникает вопрос: носит ли эта вероятность статистический характер, т. е. отражает разброс между свойствами различных частиц, или это свойство каждой отдельной частицы? Может быть, у каждой отдельной частицы имеется определенная координата, но частиц так много, что приходится описывать их статистически? Или размазанной в пространстве оказывается каждая частица?

Квантовой телепортации предсказывают замечательные перспективы. Предполагают, что на этой основе могут быть созданы квантовые оптические компьютеры с быстродействием и объемом информации на десятки порядков выше существующих. Работать такие компьютеры должны практически без затрат энергии. Кроме того, телепортация может обеспечить надежную передачу и хранение информации на фоне мощных помех.

Глава 4

Статистическая механика

В предыдущих разделах механики рассматривались уравнения движения тел. Вид этих уравнений и само движение менялись кардинально в зависимости от скорости тел (релятивистская механика) или их размера (волновая механика), но все же это были уравнения движения того или иного конкретного тела. В этом плане статистическая механика отличается принципиально, т. к. имеет дело с телами макроскопическими, но рассматривает не их движение в пространстве и времени, а описывает их внутренние свойства.

Как правило, в рассматриваемых системах таких частиц много. Например, в одном моле вещества содержится $N_A \simeq 6 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ атомов (N_A — число Авогадро). Поэтому статистическая механика опирается на законы термодинамики и оперирует такими интегральными характеристиками рассматриваемой системы, как давление, температура, энтропия и т. п. Основной ее задачей является определение этих величин, используя законы взаимодействия и движения составляющих ее частиц. Это могут быть как законы классической, так и квантовой механики.

Простейшей статистической системой является идеальный газ. По определению его частицы не взаимодействуют друг с другом, а их столкновение описывается законами механики. Для такой системы довольно просто написать уравнения движения. Предположим, что их можно даже решить. Однако окажется, что работа эта бессмысленна, т. к. свойства газа не зависят от конкретных траекторий частиц.

Как правило, такие характеристики, как давление, температура, описывают состояние газа в условиях термодинамического равновесия. В этом состоянии распределение частиц газа, например по скоростям, будет описываться известным распределением Максвелла независимо от начальных условий создания данного объема газа.

Таким образом, статистическая механика изначально является вероятностной теорией, основой которой являются распределения плотности вероятности тех или иных характеристик. Например, распределение частиц газа по энергиям (скоростям) в зависимости от условий и типа частиц могут описываться распределениями Гиббса, Больцмана—Максвелла, Ферми—Дирака или Бозе—Эйнштейна.

Диапазон применимости методов статистической механики очень широк. Это могут быть газы, жидкости, твердые тела (кристаллы), свет, плазма, т. е. практически все объекты с большим числом составляющих их элементов. Внутренние характеристики этих тел могут рассматриваться как в состоянии равновесия — термодинамика, так и в неравновесном состоянии — кинетика. Большую роль в систематизации термодинамики и статфизики сыграли работы американского физика-теоретика Джозая Уилларда Гиббса. По сути, его трудами статфизика превратилась в стройную, внутренне замкнутую теорию. Кроме того, Гиббсом был сделан большой вклад в замену бытовавшей тогда теории кватернионов Гамильтона современной теорией векторного анализа.

4.1. Термодинамические потенциалы

В статистической механике важную роль играют термодинамические потенциалы. Задание термодинамического потенциала некоторой системы в определенной форме эквивалентно заданию уравнения состояния этой системы. Термодинамические потенциалы — это характеристические функции, убыль которых в равновесных процессах равна полезной внешней работе. При этом предполагается, что процессы протекают при постоянстве значений соответствующих независимых параметров.

Выделяют следующие термодинамические потенциалы:

- Внутренняя энергия $U = Q - A$ — разность между количеством теплоты, сообщенным системе, и работой, совершенной системой над внешними телами.
- Энтальпия $H = U + PV$ — приращение энтальпии в квазистатическом изобарном процессе равно количеству теплоты, полученному системой ($dA = PdV$).
- Свободная энергия Гельмгольца $F = U - TS$ — убыль свободной энергии в квазистатическом изотермическом процессе равна

работе, совершенной системой над внешними телами, т. к. в изотермическом процессе количество теплоты, полученное системой, равно $dQ = TdS$.

- Потенциал Гиббса (также называемый энергией Гиббса, термодинамическим потенциалом, свободной энергией Гиббса и даже просто свободной энергией, что может привести к смешиванию потенциала Гиббса со свободной энергией Гельмгольца): $G = H - TS = F + PV = U + PV - TS$. Так как $dG/dN = \mu$, то $G = \mu N$, т. е. химический потенциал — это удельный потенциал Гиббса (на одну частицу).
- Большой термодинамический потенциал связывает свободную энергию с химическим потенциалом (для большого канонического ансамбля, то есть для статистического ансамбля состояний системы с переменным числом частиц и равновесным химическим потенциалом): $\Omega = F - \mu N = -PV$; $d\Omega = -SdT - Nd\mu - PdV$.
- Так называемая связанная энергия TS является термодинамическим потенциалом для системы, заданной с постоянными S, P, μ .

Таким образом, при фиксированных значениях своих переменных потенциал может принимать различные значения, одно из которых соответствует состоянию термодинамического равновесия. В состоянии термодинамического равновесия соответствующее значение потенциала минимально. Поэтому равновесие является устойчивым.

В табл. 4.1 показано, минимуму какого потенциала соответствует состояние устойчивого равновесия системы с заданными фиксированными параметрами.

Т а б л и ц а 4.1

Термодинамические потенциалы и их дифференциалы

Термодинамический потенциал	дифференциал	фикс. параметры
Внутренняя энергия U	$dU = TdS - PdV + \mu dN$	S, V, N
Энтальпия H	$dH = TdS + VdP + \mu dN$	S, P, N
Свободная энергия Гельмгольца F	$dF = -TdS - PdV + \mu dN$	T, V, N
Потенциал Гиббса G	$dG = -SdT + VdP + \mu dN$	T, P, N
Большой термодин. потенциал Ω	$d\Omega = -PdV - SdT - \mu dN$	T, V, μ

Условия равновесия термодинамической системы формулируются как равенство нулю полных дифференциалов термодинамических потенциалов при постоянстве соответствующих естественных переменных.

Задание любой из приведенных зависимостей, т.е. конкретизация вида функций $U(S,V)$, $H(S,P)$, $F(T,V)$, $G(T,P)$, $\Omega(T,V)$, позволяет получить всю информацию о свойствах системы. Так, например, если задана внутренняя энергия U как функция энтропии S и объема V , оставшиеся параметры могут быть получены из соотношения $dU = TdS - PdV$:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V, \quad P = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S.$$

4.2. Основные понятия

Для произвольной макроскопической системы, температура которой поддерживается постоянной (система находится в термостате), справедливы следующие положения:

1. Все доступные микросостояния системы с одинаковой энергией E_i равновероятны.
2. Равновесию системы соответствует наиболее вероятное распределение подсистем по состояниям.
3. Вероятность пребывания подсистемы в некотором состоянии определяется только энергией состояния.

Под микросостояниями системы понимаются состояния (абстрактные), в которых полностью определены координаты и импульсы всех частиц. Такое состояние задается точкой в $2Nf$ -мерном фазовом пространстве (q_i, p_i) , где N — полное число частиц или других элементарных объектов, а f — число степеней свободы каждой частицы. Далее, если не оговорено особо, будем считать $f = 3$ и размерность пространства $6N$. Эволюция системы описывается траекторией в фазовом пространстве.

Метод Гиббса заключается в следующем. Вместо того, чтобы рассматривать обычную механическую задачу, т.е. вместо того, чтобы следить за движением одной изображающей точки с течением времени, надо представить себе множество подобных систем (ансамбль), отличающихся положением в фазовом пространстве (p_i, q_i) . В этом случае множество изображающих точек, взятых в один и тот же момент времени, например $t = 0$, будет распределено в Γ -пространстве с той

же плотностью $\rho(p, q)$. В зависимости от условий взаимодействия системы со средой (термостатом) ее экземпляры, составляющие статистический ансамбль, могут отличаться энергией, объемом и числами частиц, но погружены они в одну и ту же среду, например жидкость в окружении пара.

Благодаря возможному отличию экземпляров системы каждый из них движется по своей фазовой траектории. Совокупность таких точек образует в Γ -пространстве газ или жидкость с плотностью $\rho(p, q, t)$. Используя теорему Гаусса, можно показать, что для квазизамкнутых систем в пренебрежении их взаимодействия со средой функция $\rho(p, q, t)$ удовлетворяет уравнению Лиувилля:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \rho = 0. \quad (4.1)$$

В статистической физике рассматриваются стационарные состояния, т. е. не зависящие от времени. Для них $\partial \rho / \partial t = 0$ и уравнение Лиувилля принимает вид

$$\mathbf{u} \nabla \rho = 0, \quad (4.2)$$

т. е. градиент ρ ортогонален траектории и плотность ρ вдоль траектории постоянна. Таким образом, плотность $\rho(p, q)$ является интегралом движения, т. е. сохраняющейся величиной. Эта функция мультипликативна, а ее логарифм является аддитивным интегралом движения. В случае, если система не движется как целое, плотность является функцией только одной переменной — энергии системы:

$$\rho(p, q) = \rho(E). \quad (4.3)$$

Фазовые траектории чрезвычайно чувствительны к малым возмущениям, в частности, они очень чувствительны к малейшему нарушению изоляции или замкнутости системы. Выделяют три состояния рассматриваемой системы по типу ее взаимодействия с окружающей средой (термостатом):

1. Микроканонический ансамбль — статистический ансамбль макроскопической энергетически изолированной системы с постоянными значениями объема V , числа частиц N и энергии E . Понятие микроканонического ансамбля является идеализацией, так как в действительности полностью изолированных систем не существует. В микроканоническом распределении Гиббса все микроскопические состояния, отвечающие данной энергии, равновероятны согласно эргодической гипотезе. Теорема Гиббса утверждает, что малую часть микроканониче-

ского ансамбля можно рассматривать в качестве канонического ансамбля.

2. Канонический ансамбль — статистический ансамбль, отвечающий физической системе, которая обменивается энергией с окружающей средой (термостатом), находясь с ней в тепловом равновесии, но не обменивается веществом, поскольку отделена от термостата непроницаемой для частиц перегородкой. Полное число частиц N и температура T постоянны. Взаимодействие между подсистемой и термостатом ведет к обмену энергией между ними, вследствие чего подсистема может находиться в различных энергетических состояниях. Однако взаимодействие подсистемы с термостатом считается слабым, так что энергией этого взаимодействия можно пренебречь по сравнению с энергией подсистемы.

3. Большой канонический ансамбль (макроканонический ансамбль) — статистический ансамбль, отвечающий системе, которая обменивается энергией и частицами с окружающей средой, но находится с ней в тепловом равновесии (системы в контакте с термостатом и резервуаром частиц). Если термодинамическая система может обмениваться со средой частицами, а не только энергией, то со временем устанавливается не только тепловое равновесие между системой и средой, но и равновесие по составу. Равновесие по составу, однако, не сводится к равенству концентраций. Например, при установлении равновесия между жидкостью и паром концентрации молекул воды в различных фазах могут существенно отличаться.

В случае замкнутой системы ее фазовая траектория лежит на гиперповерхности постоянной энергии

$$E = \sum_i K_i + \sum_i u(q_i) + U_{\text{вз}}(q_1, q_2 \dots), \quad (4.4)$$

где K_i — кинетическая энергия i -й частицы, $u(q_i)$ — ее потенциальная энергия во внешнем поле, а $U_{\text{вз}}(q_1, q_2 \dots)$ — потенциальная энергия взаимодействия частиц. Если система не замкнута, то фазовая траектория уже не лежит на гиперповерхности $E = \text{const}$, но в любом случае вероятность нахождения системы в каком-либо элементе фазового объема может быть записана в виде

$$dw(p, q) = \rho(p, q) d\Gamma, \quad (4.5)$$

где $d\Gamma = \prod_i dq_i dp_i$ — элемент объема фазового пространства, а $\rho(p, q)$ — плотность вероятности или функция распределения системы по фазовому пространству. В этом случае среднее значение любой функции

координат и импульсов $L(p,q)$ может быть вычислено по формуле

$$\bar{L} = \int L(p,q)dw(p,q) = \int L(p,q)\rho(p,q)d\Gamma. \quad (4.6)$$

Знание функции $\rho(p,q)$ решает задачу определения движения системы и ее состояний.

4.3. Статистические распределения

Простейшее распределение, которое согласуется с формулой (4.3), получается для микроканонической системы, т. е. полностью изолированной системы. В этом случае ρ отлична от нуля только на гиперповерхности постоянной энергии при фиксированных значениях объема V и полного числа частиц N :

$$\rho(p,q) = A\delta(H(p,q) - \bar{E})\delta(V - \bar{V})\delta(N - \bar{N}), \quad (4.7)$$

где $H(p,q)$ — гамильтониан системы, а δ — дельта-функция Дирака. Постоянная A определяется условием нормировки.

Приведенное выражение имеет предельный характер. Реально рассматривается ансамбль энергетически изолированных квантовых систем (с постоянным объемом V и полным числом частиц N), имеющих одинаковую энергию E с точностью до $\Delta E \ll E$. Предполагается, что для таких систем все квантово-механические состояния с энергией E_k в слое $E, E + \Delta E$ равновероятны. Такое распределение вероятностей w состояний системы, когда

$$w(E_i) = W^{-1}(E,N,V) \text{ при } E < E_i < E + \Delta E \quad (4.8)$$

и $w(E_i) = 0$ вне этого слоя, также называется микроканоническим распределением. Здесь $W(E, N, V)$ — статистический вес, определяемый из условия, что полная вероятность пребывания системы в любом из возможных состояний равна единице (условие нормировки вероятности): $\int \rho(q,p)d\Gamma_N = 1$. Здесь $d\Gamma_N = dpdq/N!h^{3N}$ — плотность состояний, а множитель $N!$ учитывает неразличимость частиц. Следовательно,

$$W(E,V,N) = \int \frac{dqdp}{N!h^{3N}} \quad (4.9)$$

равно числу квантовых состояний в слое от E до $E + \Delta E$, т. е. $W = \Delta E \cdot d\Gamma/dE$, где $d\Gamma/dE$ — плотность числа состояний в фазовом пространстве.

Величину ΔE выбирают обычно малой, но конечной, так как точная фиксация энергии в квантовой механике в соответствии с соотношением неопределенностей между энергией и временем потребовала бы бесконечного времени наблюдения. Однако микроканонический ансамбль малочувствителен к выбору ширины энергетического слоя ΔE , если она значительно меньше полной энергии системы. Поэтому в квантовой статистике можно также рассматривать ансамбль полностью изолированных систем, когда $\Delta E \rightarrow 0$.

С помощью статистического веса $W(E, N, V)$ можно вычислить энтропию S системы: $S = k \ln W(E, N, V)$ (k — постоянная Больцмана). Поскольку энтропия системы пропорциональна числу частиц N , статистический вес имеет порядок величины экспоненциальной функции от N и для рассматриваемых макроскопических систем очень велик. Из энтропии, связанной со статистическим весом приведенной формулой Больцмана, строятся термодинамические потенциалы, а с ними и вся термодинамика микроканонического ансамбля.

Микроканоническое распределение неудобно для практического применения, т. к. для вычисления статистического веса нужно найти распределение квантовых уровней системы, состоящей из большого числа частиц, что представляет очень сложную задачу. Удобнее рассматривать не энергетически изолированные системы, а системы, находящиеся в тепловом контакте с окружающей средой, температура которой считается постоянной (с термостатом), и применять каноническое распределение Гиббса или рассматривать системы в тепловом и материальном контакте с термостатом (т. е. системы, для которых возможен обмен частицами и энергией с термостатом) и применять большое каноническое распределение Гиббса.

В случае канонического ансамбля распределение Гиббса (каноническое) имеет вид [60]:

$$\rho(p, q) = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E(p, q)}{kT}}, \quad (4.10)$$

где Z — это так называемая статистическая сумма (в квантовой физике) или статистический интеграл, который определяется условием нормировки $\int \rho(p, q) d\Gamma = 1$:

$$Z = \int e^{-\frac{E(p, q)}{kT}} d\Gamma. \quad (4.11)$$

Знание Z позволяет вычислить практически все термодинамические величины системы. Учитывая, что в соответствии с (4.3) плотность ρ зависит только от энергии, каноническое распределение можно

записать в следующей форме:

$$dW(E) = \rho(E)dE = \frac{1}{Z}e^{-\frac{E}{kT}}d\Gamma(E) = \frac{1}{Z}e^{-\frac{E}{kT}}\frac{d\Gamma}{dE}dE, \quad (4.12)$$

где $d\Gamma(E) = (d\Gamma/dE)dE$ — объем фазового пространства между гиперповерхностями $E(p,q) = E$ и $E(p,q) = E + dE$.

В этом выражении $d\Gamma/dE$ быстро растет с энергией, а экспонента $e^{-E/kT}$ быстро убывает. Поэтому их произведение имеет очень резкий максимум при значении энергии $E = E_{\text{вер}}$. Из [60] следует, что

$$\frac{d\Gamma}{dE} \sim E^{3N/2-1},$$

откуда получим, что при $N = 10^{19}$ отношение плотностей $\rho(E)/\rho(E_{\text{вер}}) \simeq 10^{-10^9}$, где $\rho(E)$ берется на расстоянии $\Delta E = E - E_{\text{вер}} = 10^{-5}E_{\text{вер}}$. Как видно, максимум канонического распределения настолько острый, что практически не отличается от δ -функции, т. е. флуктуации энергии в каноническом распределении крайне малы, и оно практически не отличается от микроканонического.

Распределение вероятностей для систем в термическом и материальном контакте с термостатом и резервуаром частиц, т. е. для систем с переменными энергией H_N , где H_N — гамильтониан системы, и числом частиц N (большой канонический ансамбль Гиббса), описывается большим каноническим распределением Гиббса:

$$\rho_N(p,q) = \exp\left(\frac{\Omega - H_N(q,p) + \mu N}{kT}\right). \quad (4.13)$$

Здесь μ — химический потенциал, который можно определить как энергию, которую необходимо затратить, чтобы добавить в систему еще одну частицу. Ω — термодинамический потенциал в переменных T, V, μ . Величина $\Omega(T, V, \mu)$ определяется из условия нормировки вероятности $\rho_N(q,p)$:

$$\Omega = -kT \ln Z(V, T, \mu), \quad (4.14)$$

где

$$Z(T, \mu) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{e^{\frac{\mu N}{kT}}}{N! h^{3N}} \int \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) d^{3N}q d^{3N}p = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{e^{\frac{\mu N}{kT}}}{N! h^{3N}} Z_N(T) \quad (4.15)$$

— статистический интеграл для большого канонического ансамбля Гиббса, а $Z_N(T)$ — статистический интеграл канонического распределения Гиббса для системы N частиц. В таком варианте равновесия должны быть равны химические потенциалы ансамбля и среды: $\mu_{\text{сист.}} = \mu_{\text{среды}}$.

Кроме приведенных вариантов микро-, макро- и просто канонического ансамблей, можно представить систему, в которой флуктуирует энергия и объем, а число частиц остается постоянным. В этом случае система находится в термическом и механическом контакте с окружающей средой, когда постоянным поддерживается давление P с помощью, например, подвижного поршня (изобарически-изотермический ансамбль Гиббса). Такая система описывается изобарно-изотермическим распределением Гиббса:

$$\rho_V(q,p) = \exp\left(\frac{G - H_N(q,p) - PV}{kT}\right), \quad (4.16)$$

где G — энергия Гиббса, т. е. термодинамический потенциал в переменных V, P, T .

Распределения Гиббса в классической статистической механике являются предельными случаями распределений Гиббса квантовой статистической механики при таких плотностях и температурах, когда можно пренебречь квантовыми эффектами. Для квантовых систем распределения Гиббса имеют такую же форму, как и для классических, но в них вместо $H(q,p)$ входит энергия i -го квантового уровня системы E_i . Для ансамбля замкнутых, энергетически изолированных систем с постоянным объемом V и полным числом частиц N , имеющих одинаковую энергию с точностью до $\Delta E \ll E$, все квантово-механические состояния в слое также предполагаются равновероятными (основной постулат квантовой статистической механики). Такой микроканонический ансамбль описывается аналогичным микроканоническим распределением квантовой статистики. Поэтому приведем лишь распределение Гиббса для статистического ансамбля квантово-механических систем с заданным объемом, находящихся в контакте с термостатом и резервуаром частиц, т. е. большое каноническое распределение Гиббса:

$$w_i = Z^{-1}(V,T,\mu) \exp\left(-\frac{E_i - \mu N}{kT}\right), \quad (4.17)$$

где

$$Z(V,T,\mu) = \sum_{i,N} \exp\left(-\frac{E_i - \mu N}{kT}\right). \quad (4.18)$$

Статистическая сумма $Z(V, T, \mu)$ большого канонического ансамбля квантовой статистики определяет термодинамический потенциал Ω в переменных V, T, μ : $\Omega = -kT \ln Z(V, T, \mu)$.

Знание функции плотности состояний или их вероятностей позволяет вычислить статистическую сумму (или интеграл), а, как уже отмечалось, основной принцип статистической механики заключается в том, что если известна статистическая сумма, то можно найти все термодинамические свойства системы. Ниже приведены некоторые термодинамические характеристики системы, получаемые с помощью статистической суммы.

Свободная энергия F определяется соотношением [35]:

$$Z = \sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right) \equiv \exp\left(-\frac{F}{kT}\right), \quad (4.19)$$

$$F = -kT \ln Z = -kT \ln \sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right), \quad (4.20)$$

энтропия

$$S = -k \sum_n P_n \ln P_n, \quad \text{где } P_n = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right), \quad (4.21)$$

давление

$$P = \sum_n \left(-P_n \frac{\partial E_n}{\partial V}\right) = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T, \quad (4.22)$$

средняя энергия

$$U = \frac{1}{Z} \sum_n E_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right). \quad (4.23)$$

4.4. Идеальный газ. Распределение Больцмана

Распределение Больцмана описывает изотермическую систему множества однотипных невзаимодействующих между собою частиц. Поэтому его называют распределением для идеального газа. Для такого случая символ Z полной статистической суммы коллектива заменяется символом Q полной статистической суммы идеального газа. Для идеального газа молекул, находящихся в поле внешних сил, функция распределения Больцмана имеет вид

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = A \exp\left(-\frac{\mathbf{p}^2/2m + U(\mathbf{r})}{kT}\right), \quad (4.24)$$

где $\mathbf{p}^2/2m$ — кинетическая энергия молекулы массы m , $U(\mathbf{r})$ — ее потенциальная энергия во внешнем поле; постоянная A определяется из условия, что суммарное число частиц, распределенных по всем возможным состояниям, равно полному числу частиц в системе (условие нормировки). Так как величина kT характеризует среднюю энергию теплового движения молекулы, то в статистике Больцмана распределение частиц по состояниям определяется отношением полной энергии частицы (кинетическая плюс потенциальная) к энергии ее теплового движения.

Функция распределения (4.24) содержит два множителя: $\exp(-\mathbf{p}^2/2mkT)$ и $\exp(-U(r)/kT)$. Первый из них определяет распределение молекул по импульсам (или скоростям), т. е. является распределением Максвелла, а второй — распределение по координатам в поле внешних сил. Поэтому иногда только вторую зависимость называют распределением Больцмана, а формулу (4.24) называют распределением Максвелла—Больцмана.

С помощью функции распределения Больцмана легко получить формулу изменения концентрации молекул воздуха (независимо от их импульса) с изменением высоты над земной поверхностью, а следовательно, и барометрическую формулу, определяющую зависимость давления воздуха от высоты.

В квантовой статистике вместо функции распределения рассматривается среднее число частиц \bar{n}_i , находящихся в данном квантовом состоянии с энергией E_i , и распределение Больцмана выглядит следующим образом:

$$\bar{n}_i = A \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right). \quad (4.25)$$

Постоянная A находится из условия нормировки $\sum \bar{n}_i = N$, где N — общее число частиц в системе, и равна $A = (N/V)(h^2/mkT)^{3/2}$ (V — объем газа, h — постоянная Планка). Распределение (4.25) является предельным случаем квантовых статистик Бозе—Эйнштейна и Ферми—Дирака, когда можно пренебречь квантово-механическими эффектами, связанными с взаимным влиянием тождественных частиц. Оно справедливо для систем, у которых все числа малы по сравнению с 1; это означает, что частицы проводят почти все время в сильно различающихся состояниях, и потому специфическое влияние их друг на друга не проявляется.

Квантовая статистика Больцмана справедлива при малых плотностях газа N/V и высоких температурах (при данной массе частиц). Фактически статистика Больцмана применима для всех разреженных молекулярных газов, т. к. масса молекул велика и квантовое воздействие тождественных частиц друг на друга должно было бы проявиться лишь при столь высоких плотностях и низких температурах, которые соответствуют твердому состоянию вещества (а в этом случае статистика Больцмана вообще неприменима, т. к. взаимодействие молекул велико). Кроме того, статистика Больцмана неприменима к электронному газу в металлах и газу фотонов.

4.5. Статистика Бозе—Эйнштейна

Статистикам Бозе—Эйнштейна (1924, Шатъендранат Бозе и Альберт Эйнштейн) и Ферми—Дирака (1926, Энрико Ферми и Поль Дирак) подчиняются системы тождественных частиц, в которых нельзя пренебречь квантовыми эффектами. Квантовые эффекты проявляются при значениях концентрации частиц $(N/V) \geq n_q$, где n_q — это так называемая квантовая концентрация, при которой среднее расстояние между частицами равно средней волне де Бройля для идеального газа при заданной температуре. При концентрации n_q волновые функции частиц «касаются» друг друга, но практически не перекрываются.

Статистике Ферми—Дирака подчиняются фермионы (частицы с полужелым спином), а статистике Бозе—Эйнштейна — бозоны (частицы с целочисленным спином).

Бозоны, в отличие от фермионов, не подчиняются принципу запрета Паули, поэтому произвольное количество бозонов может одновременно находиться в одном состоянии. Из-за этого их поведение сильно отличается от поведения фермионов при низких температурах. В случае бозонов при понижении температуры все частицы будут собираться в одном состоянии, обладающем наименьшей энергией, формируя так называемый Бозе-конденсат.

Согласно статистике Бозе—Эйнштейна, количество частиц в заданном состоянии i равно

$$n_i = \frac{g_i}{\exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}\right) - 1}, \quad (4.26)$$

где $\varepsilon_i > \mu$, g_i — вырождение уровня i , ε_i — энергия состояния i , μ — химический потенциал системы.

В пределе $kT \ll \varepsilon_i - \mu$ статистика Бозе—Эйнштейна переходит в статистику Максвелла—Больцмана, а в пределе $kT \gg \varepsilon_i - \mu$ — в

распределение Рэлея:

$$n_i = \frac{g_i kT}{\varepsilon_i - \mu}. \quad (4.27)$$

4.6. Статистика Ферми—Дирака

Статистика Ферми—Дирака применяется к системам тождественных фермионов. Вид соответствующего распределения вероятностей определяется принципом запрета Паули, в соответствии с которым одно и то же квантовое состояние не может занимать более одного фермиона. Поэтому в статистике Ферми—Дирака среднее число частиц в состоянии с энергией ε_i есть

$$n_i = \frac{g_i}{\exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}\right) + 1}. \quad (4.28)$$

Обозначения те же, что в (4.26), n_i — это ожидаемое число частиц в суммарном состоянии с энергией ε_i .

Для всех температур T : $\bar{n}(\mu) = 1/2$. Это означает, что состояния с энергией μ всегда будут иметь одинаковую вероятность быть заполненными или свободными.

В пределе $T \rightarrow 0$: \bar{n} становится ступенчатой функцией. Все состояния с энергией меньше химического потенциала μ будут заняты с вероятностью 1. Состояния с энергией выше химического потенциала будут свободны. Химический потенциал при нулевой температуре — энергия Ферми — обозначается E_F , т.е. $E_F = \mu(T = 0)$.

Если выполняется условие

$$\exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}\right) \gg 1, \quad (4.29)$$

то, пренебрегая единицей в знаменателе (4.26) и (4.28), в обоих случаях получаем распределение Гиббса. Условие (4.29) может быть записано и так: $((\varepsilon_i - \mu)/kT) \gg 0$ или, учитывая, что $T > 0$, получаем, что условием перехода к статистике Гиббса является неравенство $(\varepsilon_i - \mu) \gg 0$.

В случае бозонов, для которых $\mu \leq 0$, это условие выполняется автоматически всегда. Для фермионов $\mu > 0$, и вопрос требует более детального рассмотрения.

Условие (4.29) называется условием невырождения, и в этом случае идеальный газ является классическим. Если же условие (4.29) не выполняется, то идеальный газ называется вырожденным, чисто квантовым. Под вырождением понимается его отличие от классического из-за

обменного взаимодействия (тождественность частиц). Влияние тождественности частиц увеличивается с уменьшением расстояния между ними по сравнению с длиной волны де Бройля.

Вырождению, или, по-другому, отличию от классической теории, ставится в соответствие температура вырождения. Например, для электронного газа в металлах она имеет порядок величины $10^4 \text{ K} \gg 300 \text{ K}$. То есть электронный газ в металлах вырожден при всех температурах ниже плавления металла. У ферми-газа полному вырождению соответствует функция распределения в виде ступеньки ($T = 0$). При нормальных условиях она изменяется незначительно и практически лишь в небольшой области энергий вблизи $\varepsilon = \mu$.

Обычный газ имеет температуру вырождения, близкую к $T = 0$. Поэтому обычный газ при нормальных условиях практически всегда ведет себя как классический.

У фотонного газа температура вырождения $T = \infty$, т. е. его в принципе нельзя описывать в рамках классической теории. Однако такой бозонный газ не конденсируется, т. к. скорость фотонов никогда не равна нулю.

4.7. Фазовые переходы

В основе рассмотрения вопроса о фазовом равновесии и фазовых переходах лежит понятие термодинамической фазы. Следует различать понятия фазы и агрегатного состояния. Разные агрегатные состояния вещества, как правило, обусловлены различиями в тепловом движении его молекул и в их взаимодействии. В первую очередь, это твердое, жидкое и газообразное состояния. Часто к агрегатному состоянию относят также плазму. Существуют и другие агрегатные состояния, например, жидкие кристаллы или конденсат Бозе—Эйнштейна. Агрегатное состояние характеризуется такими свойствами, как способностью или неспособностью сохранять объем и форму, наличием или отсутствием дальнего и ближнего порядка и другими. Переходы между ними сопровождаются скачкообразным изменением таких физических свойств, как плотность, теплопроводность, свободная энергия, энтропия.

Определения агрегатных состояний не всегда являются строгими. Так, существуют аморфные тела, имеющие структуру жидкости и обладающие способностью сохранять форму, например стекло. При нагревании аморфные вещества в отличие от кристаллических сначала размягчаются, затем начинают растекаться и, наконец, становятся

ся жидкими, т. е. аморфные вещества плавятся в широком интервале температур.

Для описания различных состояний в физике используется более широкое понятие термодинамической фазы. Изменение агрегатного состояния — это всегда фазовый переход, но изменение фазы вещества может происходить без изменения агрегатного состояния. Так, например, твердые кристаллические тела могут состоять из разных фаз (графит, алмаз, фуллерен, графен), которые относятся к одному агрегатному состоянию, но отличаются типом кристаллической решетки.

Термодинамика дает определение фазы как однородной части термодинамической системы, отделенной от других фаз поверхностями раздела, на которых скачком изменяются некоторые свойства системы. Каждая из возможных фаз вещества находится в равновесии, т. е. является термодинамически устойчивой, в определенных областях значений внешних и внутренних параметров. Знание условий термодинамического равновесия позволяет предсказать, какие изменения возможны в данной системе. В большинстве случаев фазы пространственно однородны. Однако известен ряд исключений: смешанное состояние сверхпроводников 2-го рода, доменная структура ферромагнетиков и сегнетоэлектриков в слабых магнитных и электрических полях.

Взаимопревращения различных фаз являются примером термодинамических процессов, в которых меняется количество вещества данной системы. В этом случае в выражении для внутренней энергии системы надо учесть энергию, связанную с изменяющимся количеством вещества:

$$dU = TdS - PdV + \mu dN, \quad (4.30)$$

где μ — химический потенциал, имеющий смысл энергии на частицу, а N — полное число частиц. Иногда μ обозначает энергию моля вещества, тогда N — количество молей. Как видно из табл. 4.1, слагаемое μdN входит во все выражения для потенциалов.

Важнейшим вопросом является выяснение условий, при которых система, состоящая из двух или нескольких фаз, находится в равновесии. Это включает в себя механическое и тепловое равновесия. Для теплового равновесия необходимо, чтобы все фазы системы имели одну и ту же температуру: $T = T_1 = T_2$. Необходимым условием механического равновесия является равенство давлений по разные стороны границы раздела соприкасающихся фаз: $P = P_1 = P_2$. В случае, когда этим подсистемам соответствуют разные фазы, которые обмениваются частицами вещества, в условие равновесия необходимо добавить

равенство химических потенциалов:

$$\mu = \mu_1 = \mu_2. \quad (4.31)$$

Таким образом, если в начальном состоянии подсистемы имели разные химические потенциалы, то в процессе установления равновесия они меняются и в конечном итоге выравниваются. Наряду с хорошо известными условиями постоянства температуры и давления постоянство химических потенциалов фаз является необходимым условием равновесия.

Зависимость $\mu = \mu(P, T)$ в явном виде может быть получена лишь в немногих простейших случаях. Для одноатомного идеального газа зависимость μ от температуры и давления имеет вид [61]

$$\mu = kT \ln \frac{N}{V} - kT \ln \left(\frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3/2}. \quad (4.32)$$

Для кристалла зависимость отличается в области низких и высоких температур:

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{\pi^4 k T^4}{5\theta_c^3} \quad \text{при } T \ll \theta_c, \\ \mu &= -3kT \ln \frac{T}{\theta_c} + kT \quad \text{при } T \gg \theta_c, \\ \theta_c &= \frac{h}{k} \left(\frac{9N}{4\pi V} \right)^{1/3} \left(\frac{c_l^3 c_t^3}{c_l^3 + c_t^3} \right)^{1/3}, \end{aligned} \quad (4.33)$$

где N/V — плотность, а c_l и c_t — скорости продольного и поперечного звука в данном кристалле.

Величина $\mu N = G(P, T)$ называется термодинамическим потенциалом системы (потенциал Гиббса). Какая из фаз вещества устойчива при тех или иных условиях, определяется одним из термодинамических потенциалов:

- при заданных в термостате температуре и объеме это свободная энергия Гельмгольца: $F(V, T) = U - TS$,
- при заданных температуре и давлении — потенциал Гиббса: $G(P, T) = U - TS + PV = F + PV$,
- при условиях, отличающихся от равновесного, устойчивой фазой является та, у которой термодинамический потенциал меньше.

Условие для равновесия двух фаз можно получить из (4.31). Если химические потенциалы выразить через переменные P и T , то из этого уравнения, выражая одну переменную через другую, например $P = P(T)$, получим условие равновесия фаз. На графике (P, T) — это кривая раздела фаз. Можно попарно рассмотреть условия равновесия для трех фаз вещества. Каждое условие изображается кривой на графике (P, T) . Точка пересечения всех трех кривых соответствует равновесию трех фаз и называется тройной точкой. В этой точке все три фазы имеют одинаковые P , T и μ . Пример фазовой диаграммы приведен на рис. 4.1.

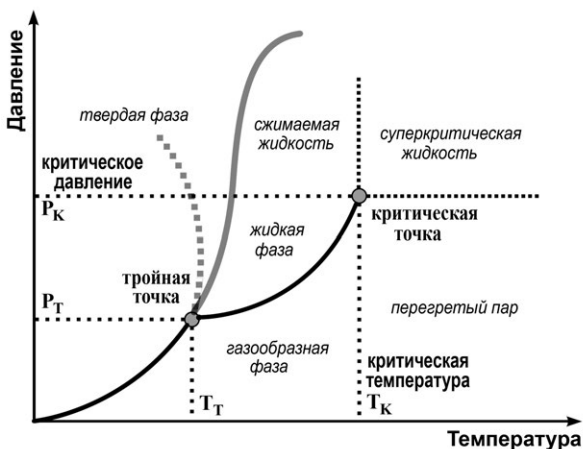


Рис. 4.1. Типичный вид фазовой диаграммы. Пунктирная линия показывает аномальное поведение воды

Как видно из рис. 4.1, кривая равновесия фаз может заканчиваться в некоторой точке, которая называется критической. При температурах выше $T_{кр}$ и при давлениях выше $P_{кр}$ различных фаз не существует и тело там всегда однородно (Д. И. Менделеев, 1860).

В переменных (T, V) фазовая диаграмма имеет скачок объема при температуре равновесия. На рис. 4.2 показан пример (T, V) -диаграммы газ—жидкость [62]. Область, соответствующая равновесию фаз, на рисунке заштрихована.

Из такого графика для любой равновесной температуры можно определить объемы фаз, используя так называемое правило рычага. Например, точка C на рис. 4.2 является состоянием, в котором объемы газообразной и жидкой фаз $V_{газ} + V_{ж} = V$ соотносятся в соответствии с

правилем: $V_{\text{газ}}/V = AB/AC$. Максимум огибающей кривой на рисунке (точка F) соответствует тройной точке.

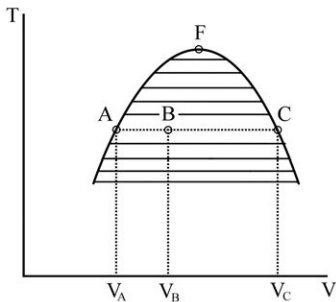


Рис. 4.2. Фазовая диаграмма жидкость—пар в переменных (T, V) . Правило рычага

Различают фазовые переходы двух родов. Фазовый переход первого рода (например, плавление, испарение, кристаллизация и т. д.) сопровождается поглощением или выделением теплоты λ , называемой теплотой фазового перехода. В процессе такого фазового перехода давление и температура остаются постоянными, а энтропия S и объем V меняются. Теплота идет на перестройку внутренней структуры вещества (разрыв межатомных связей, разрушение кристаллической решетки). При фазовом переходе первого рода скачкообразно изменяются такие экстенсивные параметры, как удельный объем, количество запасенной внутренней энергии, концентрация компонентов и т. п.

Из равенства химических потенциалов в состоянии равновесия фаз $\mu_1 = \mu_2$ следует, что вблизи равновесия $d\mu_1 = d\mu_2$. Учитывая, что $\mu = G/N$ и $G = U - ST + PV$, получим

$$d\mu = \frac{1}{N} \left(\frac{\partial G}{\partial T} dT + \frac{\partial G}{\partial P} dP \right) = \frac{1}{N} (-S dT) = -s dT, \quad (4.34)$$

где s — энтропия на одну частицу. Приравнивая значения $d\mu$ для обеих фаз, получим: $-(s_2 - s_1)dT = (v_2 - v_1)dp$, где v — объем на одну частицу, и учитывая, что в процессах при постоянной температуре количество поглощаемого тепла связано с изменением энтропии формулой $\delta Q = TdS$, т. е. $\lambda = T(s_2 - s_1)$, окончательно получим дифференциальное уравнение кривой фазового перехода:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda}{T(v_2 - v_1)}, \quad (4.35)$$

которое называют *уравнением Клапейрона—Клаузиуса*. Поскольку объем V — параметр экстенсивный, можно считать, что $(v_2 - v_1)$ — разность молярных объемов, и тогда λ — теплота перехода одного моля вещества. Уравнение Клапейрона—Клаузиуса бывает полезно при решении ряда задач, связанных с фазовыми переходами первого рода.

Фазовые переходы, не связанные с поглощением или выделением теплоты и изменением объема, называются фазовыми переходами второго рода. Эти переходы характеризуются постоянством объема и энтропии, но скачкообразным изменением таких величин, как теплоемкость, сжимаемость, коэффициент объемного расширения, проводимость. Другими словами, первые производные химического потенциала (S и V) скачков не имеют, но вторые производные

$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial P^2}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T, \quad \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2}\right)_P = -\frac{C_P}{T}, \quad \frac{\partial^2 \mu}{\partial P \partial T} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \quad (4.36)$$

имеют в точке фазового перехода конечные разрывы. Согласно критерию Эренфеста, если разрыв испытывает первая производная энергии Гиббса по какому-либо внешнему параметру или температуре, порядок фазового перехода — первый. Если первая производная остается в точке перехода непрерывной, а разрыв испытывает вторая производная — переход является фазовым переходом второго порядка.

Общая трактовка фазовых переходов второго рода (Л. Д. Ландау, 1937) связана с изменением симметрии: выше точки перехода система, как правило, обладает более высокой симметрией, чем ниже точки перехода. Примерами фазовых переходов второго рода являются: переход ферромагнитных веществ (железа, никеля) при определенных давлении и температуре в парамагнитное состояние; переход металлов и некоторых сплавов в сверхпроводящее состояние, характеризующееся скачкообразным уменьшением электрического сопротивления до нуля; превращение обыкновенного жидкого гелия при $T = 2,9$ К в другую жидкую модификацию, обладающую свойствами сверхтекучести.

Симметрия появляется и исчезает скачком; при этом нарушение симметрии можно охарактеризовать физической величиной, которая при фазовых переходах второго рода изменяется непрерывно и называется параметром порядка. Для чистых жидкостей таким параметром является плотность, для растворов — состав, для ферромагнетиков — спонтанная намагниченность, для сегнетоэлектриков — спонтанная электрическая поляризация и т. п. Во всех перечисленных случаях при температурах выше точки фазовых переходов II рода параметр порядка равен нулю, ниже этой точки начинается его аномальный рост, приводящий к максимальному значению при $T = 0$. Равновесный параметр порядка равен нулю в неупорядоченной фазе и отличен от нуля в упорядоченной. При фазовом переходе второго рода параметр порядка непрерывно возрастает от нулевого значения в точке перехода, а при переходе первого рода сразу принимает конечное значение.

Аналогом уравнения Клапейрона—Клаузиуса в случае фазовых переходов второго рода является формула Эренфеста. Производная dP/dT вдоль кривой фазового равновесия записывается в виде двух эквивалентных выражений [60]:

$$\frac{dP}{dT} = -\frac{(\partial v/\partial T)_P}{(\partial v/\partial P)_T} = \frac{C_P}{T(\partial v/\partial T)_P}. \quad (4.37)$$

Часть II.

Элементарные частицы
и взаимодействия

Глава 5

Эфир, пространство-время, вакуум

Вопросы взаимодействия тел и их движений составляют фундаментальную часть физики. Как отмечали многие исследователи, практически невозможно представить взаимодействие тел без использования промежуточной среды. Долгое время таким переносчиком взаимодействий считалось особое состояние материи — эфир. Это понятие сыграло важнейшую роль при создании классической механики и электродинамики.

5.1. Эфир

Исаак Ньютон (1642–1727) представлял эфир в виде сильно разреженной и упругой среды, заполняющей все пространство и состоящей из частиц размером много меньше атомов. Такое строение эфира позволяло решить проблему сопротивления при движении небесных тел. Он писал: «Если предположить этот эфир в 700 000 раз более упругим, чем наш воздух, и более чем в 700 000 раз разреженным, то сопротивление его будет в 600 000 000 раз меньшим, чем у воды. Столь малое сопротивление едва ли произведет заметное изменение движений планет за десять тысяч лет».

Сопротивление эфира пропорционально его плотности ρ :

$$\frac{F}{S} = C \frac{\rho V^2}{2} \sim \rho, \quad (5.1)$$

где $\rho_{\text{эфира}} \simeq 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ г/см}^2$.

Майкл Фарадей (1791–1867), признавая возможность действия на расстоянии, категорически отрицал возможность этого действия через пустоту. Будучи эмпириком, он ввел наглядный способ изображения

электрических и магнитных полей с помощью силовых линий. Сгущение линий соответствовало увеличению напряженности и силы, действующей на заряд. При этом эфир он представлял как совокупность силовых линий, что довольно близко к понятию поля и современным представлениям.

Джеймс Клерк Максвелл (1831–1879), написав свои уравнения, автоматически получил результат о конечности скорости распространения электромагнитных возмущений, откуда естественно следовал вывод о необходимости существования промежуточной среды, т. е. мирового эфира: «Действительно, — писал Максвелл, — если вообще энергия передается от одного тела к другому не мгновенно, а за конечное время, то должна существовать среда, в которой она временно пребывает, оставив первое тело и не достигнув второго. Поэтому эти теории должны привести к понятию среды, в которой и происходит это распространение».

Эти представления Максвелл активно использовал при выводе своих уравнений электродинамики, опираясь на представления Гельмгольца о движении вихрей в жидкой среде. Заметим, что это высказывание Максвелла абсолютно справедливо и в современной науке, хотя от понятия эфира давно отказались.

Удивительным образом скорость распространения электромагнитных колебаний в теории Максвелла (электродинамическая константа) совпала с экспериментальными измерениями скорости света. Максвелл без колебаний интерпретировал это совпадение как электромагнитную природу света. При этом получалось, что скорость распространения электромагнитных колебаний, и в частности скорость света, постоянна всегда, но относительно чего? Теория не давала ответа на этот вопрос.

Существовала еще одна важная черта новой теории. При использовании преобразований Галилея электродинамика Максвелла оказывалась справедливой лишь в одной системе отсчета, которую естественно было связать с особой, покоящейся средой, заполняющей все пространство, которая получила название светоносный эфир.

Были предприняты многочисленные попытки обнаружить движение Земли относительно эфира. Результат оказался отрицательным, поэтому Анри Пуанкаре высказал принцип относительности, из которого следовала невозможность обнаружить движение Земли относительно эфира. Он же установил, что скорость света не зависит от скорости его источника и вместе с Г. Лоренцем вывел релятивистские формулы преобразования (преобразования Лоренца), заменившие преобразования Галилея. Кроме того, Пуанкаре связал эти преобразования с группой вращений в четырехмерном пространстве-времени

(группа Лоренца). Им также была выдвинута гипотеза, что преобразования Лоренца и постоянство скорости распространения справедливы для всех взаимодействий, включая гравитационные [14, 15].

А. Эйнштейн [16] вывел преобразования Лоренца на основе принципа относительности и особо подчеркнул возможность их применения для перехода из любой инерциальной системы отсчета в любую другую инерциальную. Замена преобразований Галилея преобразованиями Лоренца и создание релятивистской механики восстановили релятивистскую инвариантность уравнений Максвелла и подготовили почву для отказа от идеи существования выделенной системы координат и понятия эфира.

Россия также внесла свою лепту в создание теорий эфира. М. В. Ломоносов (1711–1765) отвергал все специфические виды материи — теплоту, свет и признавал лишь эфир, с помощью которого он, в частности, объяснял и тяготение как результат подталкивания планет частицами за счет разности давлений. Надо отметить несомненную прогрессивность идеи промежуточной среды для передачи того или иного воздействия. Теория эфира как упругой среды предлагалась также А. Навье (1824 г.), С. Пуассоном (1828 г.), О. Коши (1830 г.).

Навье рассматривал эфир как несжимаемую жидкость, обладающую вязкостью. Вязкость эфира рассматривалась им как причина взаимодействий частиц вещества между собой и с эфиром. Коши рассматривал эфир как сплошную среду и оперировал напряжениями и деформациями в каждой точке этой среды. Дж. фон Нейман в своих работах исходил из предположения о постоянстве плотности эфира во всех средах. Рассматривая эфир как упругую среду, Нейман анализировал процессы поляризации света. В. Томсоном (лорд Кельвин, 1824–1907) было предложено несколько моделей эфира, основная из которых опиралась на представления Гельмгольца о тороидальных кольцах. Дж. Дж. Томсон (1856–1940) продолжил вихревую теорию материи. В рамках этой теории им были получены формулы: $E = h\nu$ для квантового вихревого кольца и $E = mc^2$ (1903). В модели Планка эфир мог конденсироваться под влиянием силы тяжести. Около Земли по сравнению с открытым пространством эта конденсация увеличивалась в 60 000 раз, около Солнца — еще в 28 раз. Модель с неподвижным эфиром впервые была предложена О. Френелем (1818) и развита Г. Лоренцем [21]. У них эфир представлял собой сплошную упругую среду, в которой находятся атомы вещества, практически с ней не связанные.

Модель Френеля—Лоренца имела принципиальное значение, т. к. создавала фундамент для введения абсолютной системы и подрывала принцип относительности инерциальных систем. В этой связи А. Май-

кельсоном и Э. Морли была проделана серия экспериментов с интерферометром для обнаружения эфирного ветра, который обязан был проявиться в случае наличия неподвижного эфира. Наличие эфирного ветра ожидалось обнаружить при сравнении скорости света вдоль направления движения Земли вокруг Солнца и поперек. Эксперимент дал отрицательный результат, скорость была одинаковой в обоих направлениях.

Следует заключить, что практически все модели эфира страдали одним недостатком — они создавались для объяснения какого-то одного явления или узкой группы явлений и поэтому носили частный характер. Ни одна из моделей не могла претендовать на объяснение всего круга известных явлений.

С другой стороны, существовали веские доводы против теории эфира. Было известно, что в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн. В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн. Скорость продольных волн определяется по формуле: $V_{\parallel} = \sqrt{E/\rho}$, а поперечной: $V_{\perp} = \sqrt{G/\rho}$, где E — модуль Юнга, а G — модуль сдвига. Обычно для твердых тел $E > G$, поэтому скорость продольных волн больше, чем поперечных. Экспериментально, используя поляризацию света, было показано, что в вакууме продольные колебания света отсутствуют, свет представляет собой поперечные электромагнитные колебания и его скорость является предельной в природе. Это явилось основным препятствием для гипотезы эфира.

Вообще говоря, по представлениям того времени (начало XX века) пространство и материя — две абсолютно разные сущности. Пространство — это то, что разделяет материю, разные тела, делает их индивидуальными. Два одинаковых мяча отличаются, лишь если они разделены пространством.

Конечно, идея эфира сыграла огромную положительную роль. Она активно использовалась многими авторами при создании как механики, так и электродинамики. Однако развитие этих дисциплин в конце концов потребовало конкретизации свойств эфира. В результате ни одна модель не смогла дать его универсального описания, которое удовлетворяло бы всем требованиям физики. Основным камнем преткновения стало наличие выделенной инерциальной системы отсчета в случае реального существования эфира.

Опыты Майкельсона (1881) и Майкельсона—Морли (1887), относительная точность которых сейчас доведена до 10^{-16} (2011), показали отсутствие ожидавшегося эфирного ветра. Эти опыты, а также создание релятивистской механики (1904) и замена преобразований Гали-

ля преобразованиями Лоренца, в конечном итоге привели к отказу от эфира. Преобразования Лоренца, примененные к электродинамике, показали, что она справедлива в любой инерциальной системе отсчета, поэтому все такие системы равноправны и выделенной просто нет и не должно быть. Это был веский аргумент, указывающий на избыточность и ненужность модели эфира.

Однако после отказа от механического эфира потребность в промежуточной среде не исчезла (вспомним аргумент Максвелла), но на эту роль ничего не осталось, кроме пространства-времени. Однако это пространство-время уже принципиально отличалось от абсолютного пространства и времени Ньютона. Уже в работах Пуанкаре (1904) и позже Минковским (1908) было установлено, что нет отдельно пространства и времени, а есть четырехмерное многообразие «пространство-время» с псевдоевклидовой метрикой. Появилось понятие поля, как самостоятельной физической сущности, передающей взаимодействие и несущей энергию и импульс. В дальнейшем общая теория относительности (ОТО) связала кривизну пространства-времени с гравитацией и силами инерции, а квантовая механика ввела понятие вакуума как основного состояния поля или пространства-времени.

В настоящее время идеи, связанные с «действием на расстоянии», продолжают развиваться, однако наряду с этим во многих работах все чаще используется представление о «физическом вакууме», «вакуумной жидкости» и т. д., что фактически восстанавливает представление о мировой среде под другим названием.

Обнаружен ряд вакуумных эффектов: нулевой уровень энергии полей, виртуальные состояния частиц, поляризация вакуума и т. п., что заставляет отказаться от представления о вакууме как о пустоте и вновь поставить вопрос о его структуре. При этом то, что ассоциируется с пространством-временем, одновременно заполнено также и физическим вакуумом, который можно рассматривать как его основное состояние, т. е. состояние с наименьшей энергией. Более корректно, вакуум есть основное состояние физического поля, гравитационного, электромагнитного, сильного, слабого. Каждому полю соответствует свой вакуум, а их взаимодействие формирует единый реальный вакуум. В этой модели все поля являются определенными состояниями пространства-времени. Нельзя сказать, что переход от эфира к вакууму решил все проблемы. Он их, скорее, переформулировал, и сейчас эти проблемы выглядят намного сложнее.

5.2. Движение и пространство-время

Рассмотрим пример неинерциального движения [22], который рассматривал еще Ньютон и который имеет принципиальное значение для понимания сущности пространства-времени и движения тел. Это пример вращения ведра с водой. Но прежде рассмотрим высказывания Ньютона о пространстве и времени в его представлении.

О времени И. Ньютон писал: «Абсолютное, истинное и математическое время протекает само по себе и, благодаря своей природе, равномерно и без всякой связи с каким-либо внешним предметом. Обозначается оно также именем *продолжительность*. Относительное, мнимое и обыкновенное время есть чувствуемая и внешняя, точная или неравная мера продолжительности, которой мы пользуемся обыкновенно вместо истинного времени; таковы: часть, день, месяц, год».

То же самое у Ньютона относительно абсолютного пространства: «Благодаря своей природе и вне связи с каким-нибудь внешним предметом абсолютное пространство остается всегда равным и неподвижным. Относительное пространство есть мера или подвижная часть первого, т. е. абсолютного пространства, которое наши чувства обозначают его положением относительно других тел и обыкновенно принимают за пространство неподвижное».

И, наконец, о движении: «Абсолютное движение есть перенесение тела из одного абсолютного места в другое, а относительное движение есть перенесение тела из одного относительного места в другое. Действующими причинами, из-за которых абсолютные и относительные движения различны между собой, являются центробежные силы, направленные от оси движения. При движении в круге только в относительном эти силы не существуют. Но они бывают больше или меньше, в зависимости от величины (абсолютного) движения».

Наличие центробежных сил является необъяснимой загадкой, настолько важной, что Ньютон вынужден ввести понятие абсолютного пространства и абсолютного движения, на которые и возлагается ответственность за наличие центробежных сил. В этом и заключается причина разделения на абсолютное и относительное, несмотря на то, что, как отмечал сам Ньютон, абсолютное пространство ненаблюдаемо.

Поведения воды во вращающемся ведре Ньютон описывает следующим образом.

«Подвесим, например, сосуд на очень длинной нити, будем его вращать постоянно в круге, пока нить не закрутится очень сильно, и, наполнив сосуд водой, приведем сосуд в состояние покоя. Если под

действием мгновенной силы сосуд будет приведен в противоположное круговое движение и это движение будет продолжаться долго, а нить будет разворачиваться, то поверхность воды будет сначала плоской, как до движения сосуда, но потом, когда сила начнет действовать постепенно на воду, сосуд действует на нее так, что она начинает заметно вращаться обратно. Она постепенно отдаляется от середины, поднимается у стенок сосуда и таким образом образует некоторое полое углубление. (Этот опыт я проделал сам.) Вначале, когда *относительное* движение воды в сосуде было наибольшим, вода не обнаруживала ни малейшего стремления удалиться от оси. Она не стремилась приблизиться к краю, поднимаясь вдоль стенок, а оставалась плоской, и *истинное* кругообразное движение до этого еще не начиналось. Но потом, когда относительное движение стало уменьшаться, ее подъем по стенкам сосуда стал указывать на стремление удалиться от оси, каковое стремление указывало на все возрастающее *истинное* круговое движение воды, покуда это движение не стало, наконец, наибольшим, когда вода сама *относительно* находилась в сосуде в состоянии покоя».

Из рассмотрения становится очевидно, что движение относительно ведра никак не может приводить к изменению поверхности воды. Поэтому утверждение Ньютона сводится к тому, что центробежные силы возникают из-за движения воды относительно **абсолютного пространства**. Другого объяснения не было, поэтому идея абсолютного пространства и времени просуществовала около двухсот лет. Причина этого заключалась также в многочисленных практических следствиях и применениях механики Ньютона.

Отказ от абсолютного пространства и времени связан с созданием электродинамики и релятивистской механики. Критика этих положений Эрнстом Махом (1838–1916) выглядит следующим образом: «... в приведенных здесь рассуждениях Ньютон изменяет своему намерению исследовать только *фактическое*. Об абсолютном пространстве и абсолютном движении никто ничего сказать не может; это чисто абстрактные вещи, которые на опыте обнаружены быть не могут. Все наши основные принципы механики представляют собою, как это было уже подробно показано, данные опыта об относительных положениях и движениях тел. . . Рассмотрим теперь тот пункт, на котором Ньютон с большим правом как будто основывается в своих различениях относительного и абсолютного движений. Если Земля имеет *абсолютное* вращение около своей оси, то в ней развиваются центробежные силы, она сплющивается, ускорение тяжести уменьшается на экваторе, плоскость маятника Фуко поворачивается и т. д. Все эти явления исчезают,

если Земля остается в покое, а остальные небесные тела вращаются около нее в абсолютном движении, так что в результате получается то же самое *относительное* вращение. Так оно происходит, правда, при том условии, если заранее исходить из представления абсолютного пространства. Но если мы не хотим оставлять почвы фактов, то мы знаем только о пространствах и движениях *относительных*.

И далее: «Опыт Ньютона с вращающимся сосудом с водой показывает только то, что относительное вращение воды по отношению к стенкам сосуда не пробуждает заметных центробежных сил, но что эти последние пробуждаются относительно вращения по отношению к массе Земли и остальным небесным телам»; или еще: «Мы совершенно не в состоянии *измерять временем* изменение вещей. Напротив, время есть абстракция, к которой мы приходим через посредство изменения вещей, потому что у нас нет никакой *определенной* меры, ибо все они между собой связаны. . . . Движение может быть равномерным относительно другого движения. Вопрос, равномерно ли движение *само по себе*, не имеет никакого смысла».

Однако мы не можем устранить небесные тела, чтобы выяснить, как при этом изменится движение и возможно ли оно при этом. Но мы можем ослабить влияние небесных тел, уменьшая массу самого тела и посмотреть, как при этом будет меняться движение. Квантовая механика показывает, что движение меняется кардинально. Основное изменение заключается в том, что исчезает траектория тела, как последовательность связанных между собой точек пространства. Вместо этого возникает хаотическое вероятностное перемещение микротела из одной точки пространства в произвольную другую, для которой квадрат волновой функции отличен от нуля. Но тогда должно быть справедливо и обратное. С увеличением потенциала гравитации квантовые эффекты должны уменьшаться и исчезать, а это уже можно пытаться проверить, например, вблизи компактных звездных объектов.

Заявление Э. Маха о том, что вода вращается относительно неподвижных звезд, явилось следствием его подхода к проблеме движения. Он кардинально отличался от взглядов Ньютона и заключался в следующем. Реально в природе существует лишь то, что можно измерить и почувствовать (позитивизм). Все остальное, и в частности абсолютное пространство и время, — это математические объекты, придуманные для упрощения описания реальности. Равномерное прямолинейное движение тел и вращение воды в предыдущем примере происходит относительно звезд. Если бы их не существовало, ни о каком движении тела говорить нельзя. Не существует движения тел в отсутствие окру-

жающей материи. Более того, возможно, что масса тела определяется его взаимодействием с телами Вселенной.

В классической механике для объяснения примера Ньютона обычно вводят силы инерции. Взгляд на них в разные времена менялся принципиально. Наиболее распространенный, что это фиктивные силы, в частности, по той причине, что для них третий закон Ньютона не выполняется. Непонятно к чему прикладывать силу противодействия. По сути, Э. Мах сказал, что прикладывать ее надо ко всей Вселенной. Однако постоянство скорости распространения сигналов (скорости света) противоречит идеям Маха. Из опыта известно, что инерционные силы появляются тут же, как возникает ускорение, например, в разгоняющемся автомобиле. Возможно, таким объектом являются не звезды, а вакуум?

То же можно сказать про ОТО. Здесь существование далеких тел не важно. Если существует лишь одно тело во Вселенной, то оно будет менять кривизну окружающего пространства-времени и создавать гравитационное поле. Если убрать это тело, то остается вполне реальный физический объект — вакуум ОТО. Это пустое пространство-время, наделенное свойствами упругого тела. Оно описывается в ОТО вакуумными уравнениями Эйнштейна и представляет собой упругие колебания пустого пространства-времени.

Наряду с указанным существуют квантовые представления о вакууме, основанные на уравнениях Дирака. В этом случае вакуум представляет собой некий «кипящий бульон» из пар частица—античастица, основную массу которых составляют электрон-позитронные пары. Физический вакуум в среднем нейтрален, он не может иметь каких-либо зарядов (электрических, барионных, лептонных и т. п.). В соответствии с принципом неопределенности в вакууме постоянно происходят процессы рождения и уничтожения частиц и античастиц разного сорта. Поэтому в квантовой теории возникло представление о физическом вакууме как о «квантовой жидкости», которая описывается уравнениями гидродинамики и обладает упругими свойствами подобно вакууму ОТО.

5.3. Свойства пространства-времени

Таким образом, развитие физики привело к пониманию того, что пространство-время, силовые поля и вакуум оказались связанными понятиями. При этом связь этих физических объектов, их структура только еще начинают изучаться. По Ньютону, пространство — это пустоеместилище всех явлений и событий, оно трехмерно, непрерывно,

однородно, изотропно и бесконечно. Осмысление понятия «пространство» привело к изобретению трехмерной декартовой системы координат. Проблема размерности физического пространства была решена Эммануилом Кантом (1724–1804) посредством следующих рассуждений: площадь сферы n -мерного пространства пропорциональна ее радиусу в степени $(n - 1)$. При $n = 3$ площадь поверхности сферы равна $S = 4\pi r^2$, поэтому плотность излучения в отсутствие поглощения должна быть обратно пропорциональна площади поверхности сферы, т. е. r^2 . Именно этому закону подчиняется гравитация и закон Кулона.

Понятие «время» значительно сложнее понятия «пространство». Восприятие пространства связано с непосредственным опытом, тогда как восприятие времени связано, скорее, с абстрактными понятиями. Это — способность выстраивать последовательность событий, отличать прошлое от настоящего и будущего. Большую роль играет способность сознания сопоставлять ощущения продолжительности жизни с внешними циклическими процессами, такими как период обращения Земли вокруг Солнца и период обращения Земли вокруг своей оси.

Пространство и время — понятия, без которых невозможно описать ни один процесс. Считается, что пространство и время — формы существования материи, которые не имеют смысла вне ее и независимо от нее. Действительно, невозможно представить эти категории в пустоте и в отсутствие каких-либо процессов. Пространственные и временные характеристики изначально связаны между собой движением материи, т. к. скорость, ускорение тел являются отношениями пространственных и временных характеристик.

В классической физике, имеющей дело с твердыми телами, для того, чтобы они могли свободно перемещаться, пространство должно обладать постоянной кривизной (Гельмгольц). Действительно, только в такой геометрии выполняется условие конгруэнтности (подобия) для любой фигуры при ее перемещении из одной области в другую. Треугольник, перемещающийся по поверхности плоскости или шара, сохраняет свои параметры: длины сторон и углы. Геометрия в том и другом случаях отличается, но условие конгруэнтности выполняется и фигура может свободно передвигаться в таком двумерном пространстве. На поверхности эллипсоида или яйцевидной поверхности смещение треугольника приводит к изменению его углов и их суммы, а их сохранение возможно только при изменении длин сторон.

Есть три пространства постоянной кривизны: шар, плоскость и гиперболоид, которым соответствует положительная, нулевая и отрицательная кривизна поверхности. Примеры приведены для двумерных пространств, но математическая аналогия сохраняется для любо-

го числа измерений, в частности для трехмерного пространства или четырехмерного пространства-времени. Твердые тела могут свободно перемещаться (без изменения размеров) только в этих пространствах.

Все три пространства неограничены, но плоское и гиперболическое пространства бесконечны, тогда как сферическое конечно. В физике это надо понимать как то, что движение тел во всех пространствах может происходить неограниченно, но в сферическом существует конечное максимальное расстояние их удаления, тогда как в остальных двух оно бесконечно.

Для описания движения тел в пространстве необходимо ввести понятия точки и расстояния между точками или элемента длины. Точка задается координатами x_1, x_2, \dots , а элемент длины в случае, если пространство непрерывно, может быть задан в наиболее простом случае квадратичной формой общего вида:

$$ds = \sqrt{g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 + g_{22}dx_2^2 + \dots} \quad (5.2)$$

Это выражение удовлетворяет риманову требованию непрерывной связности между элементами многообразия (пространства-времени). Оно обращается в нуль в исходной точке, положительно в любой другой точке и принимает непрерывно возрастающие значения при переходе от исходной точки к конечной. Это простейшее выражение не является единственным, однако, являясь обобщением теоремы Пифагора, оно допускает геометрическое толкование, в отличие, например, от выражения четвертого порядка.

Выражение (5.2) не содержит пока никаких предположений о том, какие именно координаты обозначают переменные x_i . В частном случае прямоугольных декартовых координат (плоское пространство) и размерности три оно превращается в элемент длины евклидовой геометрии:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}. \quad (5.3)$$

Долгое время считалось, что эта простейшая геометрия является единственно возможной и само собой разумеющимся, что именно она описывает окружающее нас пространство. Это заблуждение подтверждалось многочисленными следствиями механики Ньютона.

Пространство и время в концепции Ньютона независимы друг от друга. Независимость пространства и времени проявляется прежде всего в том, что расстояние между двумя данными точками пространства и промежуток времени между двумя событиями сохраняют свои значения независимо друг от друга в любой системе отсчета, а отношения этих величин (скорости тел) могут быть любыми. Законы

ньютоновой механики справедливы только в инерциальных системах отсчета. Выделенность инерциальных систем объяснялась тем, что они движутся поступательно, равномерно и прямолинейно именно по отношению к абсолютному пространству и наилучшим образом соответствуют последнему. То есть среди множества инерциальных систем существует одна самая правильная, истинная система, связанная с абсолютным пространством.

Важнейшей характеристикой классической механики являлось дальноедействие. Считалось, что действие от одних частиц вещества к другим передается мгновенно через разделяющее их пустое пространство. Последнее тесно связано с понятием непрерывности пространства и времени. Ньютон считал, что пространство и время делимы до бесконечности, их наименьшими элементами являются геометрическая точка и момент времени. Основу таких взглядов составляла математическая теория бесконечно малых (Ньютон, Лейбниц). Представление о непрерывности пространства и времени укрепились в XIX веке в связи с открытием поля, т. к. в классическом понимании поле есть абсолютно непрерывный объект. Однако уже Лейбниц полагал, что, хотя пространство и время делимы неограниченно, но реально не разделены на точки, в природе нет объектов и явлений, лишенных размера и длительности.

Используемая в классической механике математика оперирует идеальными понятиями точки, линии, твердого тела и т. д. Математическая точка безразмерна, но при этом кривая, состоящая из таких точек, считается непрерывной. Математика может не замечать противоречия, лежащего в основе этих понятий, но в физике оно может приводить к неустранимым трудностям. Первым эту проблему сформулировал Зенон Элейский еще в 4 в. до н. э. в своих парадоксах (апориях).

Ахиллес и черепаха

Допустим, Ахиллес бежит в десять раз быстрее, чем черепаха, и находится позади нее на расстоянии в тысячу шагов. За то время, за которое Ахиллес пробежит это расстояние, черепаха в ту же сторону проползет сто шагов. Когда Ахиллес пробежит сто шагов, черепаха проползет еще десять шагов, и так далее. Процесс будет продолжаться до бесконечности, Ахиллес так никогда и не догонит черепаху.

Дихотомия (деление пополам)

Чтобы преодолеть путь, нужно сначала преодолеть половину пути, а чтобы преодолеть половину пути, нужно сначала преодолеть половину половины, и так до бесконечности. Поэтому движение никогда не начнется.

Здесь предполагается, что время и пространство непрерывны и неограниченно делимы. При этом в обоих случаях возникают непреодолимые трудности. Цель Зенона была довольно узкой: выявить противоречия в позиции оппонента. И он настолько преуспел в этом, что его парадоксы остаются актуальными до последнего времени.

Хотя с момента формулировки приведенных парадоксов прошло более двух тысяч лет, нельзя сказать, что найдено их однозначное решение. По-видимому, их суть состоит в несовместимости представлений математической модели непрерывного бесконечно делимого пространства и времени с физическим пространством-временем. Другими словами, причина парадоксов в том что любой физический объект имеет ненулевой размер, ненулевую длительность и не может быть делим до бесконечности, поэтому неправомерно применение к нему таких понятий, как точка пространства и момент времени (Д. Гильберт и П. Бернайс). Группа математиков под псевдонимом Николая Бурбаки формулирует эту проблему несколько иначе: надо объяснить, каким образом физическая система за конечное время может принимать бесконечное число состояний. Ответ может лежать в дискретности пространства-времени, т. е. в наличии неделимых конечных квантов пространства и времени.

Начало крушению простой и красивой системы взглядов на мир ньютоновой механики положила электродинамика Максвелла (1865). Однако наиболее плодотворным относительно открытий стало десятилетие на грани XIX–XX веков. Выяснилось, что свет представляет собой электромагнитную волну. В физике появилась новая форма материи — поле, посредством которого осуществлялась связь между частицами вещества. Дальнодействие исчезло, распространение поля происходило с конечной скоростью — скоростью света. При этом скорость света оказалась инвариантом, т. е. величиной, не зависящей от скорости движения источника света. Независимость скорости света от движения источника была подтверждена экспериментально в классических интерференционных опытах А. Майкельсона (1887).

Приведенные свойства тел и поля резко противоречат чувственному опыту человека. Действительно, можно рассмотреть следующий мысленный эксперимент. Пусть вы движетесь со скоростью $0,9c$ и вас догоняет луч света. Казалось бы, его скорость относительно вас должна быть $0,1c$. Оказывается, это абсолютно неверно. Его скорость относительно вас опять равна c . Арифметика сложения скоростей в реальном пространстве-времени принципиально отличается от правил в евклидовом пространстве. Причин этому две. В реальном пространстве существует предельная скорость распространения сигналов —

скорость света c . Скорость света не зависит от скорости движения источника.

Простые преобразования Галилея между инерциальными системами:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}' &= \mathbf{r} - \mathbf{V}t, \\ t' &= t \end{aligned} \quad (5.4)$$

были заменены на лоренцевы преобразования:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}' &= \gamma(\mathbf{r} - \mathbf{V}t), \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{Vx}{c^2}\right), \quad \text{где } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Вначале казалось, что на этом пути можно будет определить абсолютную скорость тела по отношению к эфиру, а следовательно, по отношению к абсолютному пространству. Однако вся совокупность опытов опровергла этот взгляд. Еще в 1889 г. О. Хевисайдом и в 1893 г. Дж. Дж. Томсоном было установлено, что при движении заряженного шара его масса должна возрастать. В 1901–03 гг. опыты К.П. Кауфмана подтвердили этот теоретический результат. Эффект трактовался как наличие у электрона, кроме обычной, еще и «электромагнитной» массы. Для зависимости массы от скорости были предложены три различные формулы: Макса Абрагама, Альфреда Бухерера и Гендрика Лоренца. В модели Абрагама электрон — недеформируемый шарик с зарядом, равномерно распределенным по поверхности, в моделях Бухерера и Лоренца электрон сплюснут в направлении движения. Однако Бухерер считал, что объем электрона при этом не меняется, тогда как в модели Лоренца поперечный размер сохранялся, а в направлении движения он реально сокращался (1895) и при этом менялась его масса.

Новые опыты Кауфмана в 1906 году по измерению отношения e/m для бета-лучей в электрическом и магнитном полях подтвердили теорию Абрагама. Однако в 1908 г. Бухерер проделал более точные измерения зависимости e/m от скорости, используя при этом частицы, имеющие скорости порядка 0,7 скорости света, и показал, что правильное значение зависимости от скорости e/m дает теория Лоренца и релятивистская механика. Кроме того, опыты Томсона, Кауфмана, Бухерера показали, что электроны не удается разогнать до скоростей, больших скорости света. Было также установлено, что в любой инерциальной системе отсчета все физические законы, включая законы электромагнитных взаимодействий, одинаковы.

Специальная теория относительности, основанная на двух фундаментальных положениях: о предельности скорости света и равноправности инерциальных систем отсчета, явилась новой физической теорией пространства и времени. Из нее следует, что пространственные и временные отношения — длина тела и длительность происходящих в нем процессов — являются не абсолютными величинами, как утверждала ньютонова механика, а относительными.

Эфир стал не нужен, и от него отказались, но появился другой объект — электромагнитное поле, с помощью которого передается взаимодействие между заряженными частицами. Из уравнений Максвелла следует, что поле обладает энергией и импульсом, распространяется с конечной скоростью c и в нем уже нет ничего абсолютного и неподвижного. Электромагнитное поле является векторным полем, т. е. описывается с помощью векторных величин — напряженности электрического поля \mathbf{E} или магнитного \mathbf{B} . В общем случае поле является переменным, т. е. вектор, например \mathbf{E} , совершает регулярные колебания с частотой ω : $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin \omega t$. Но тогда спрашивается, а что же реально колеблется, ведь эфира уже нет. Возможность одна — колеблется само пространство, т. е. **электромагнитное поле является одним из возможных состояний пространства.**

Окончательное крушение евклидовой геометрии как основы для описания реального пространства и любой релятивистской физической теории связано с работами Минковского (1908), который пришел к выводу, что физической реальностью является не пространство и время, а четырехмерное многообразие — пространство-время с псевдоевклидовой геометрией. Псевдо — из-за знака минус в выражении для элемента длины

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 - dl^2, \quad (5.6)$$

которое при знаке плюс было бы полностью евклидовым. Минус отражает тот факт, что в природе существует предельная скорость « c » — скорость света, быстрее которой тело двигаться не может. Условие $ds = 0$ ($r = ct$) делит пространство $(x, y, z, t) = (\mathbf{r}, t)$ на две изолированные части: времени- и пространственно-подобную. Траектории материальных тел могут лежать только внутри времениподобной части пространства.

Рис. 5.1 иллюстрирует, как единое в механике Ньютона пространство разбивается на различные части в СТО.

Интервал, равный нулю $ds^2 = 0$, называют светоподобным, т. к. только свет может двигаться со скоростью c . Направления, вдоль которых интервал равен 0, образуют конус $l = ct$ в 4-мерном простран-

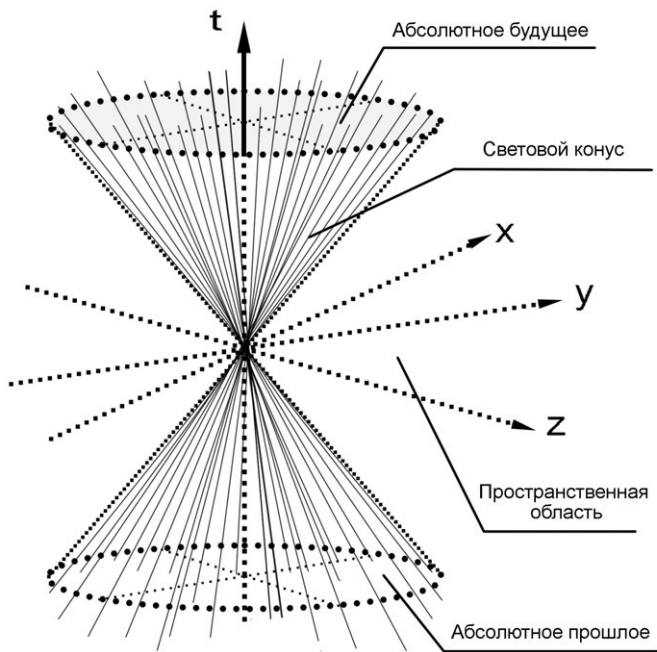


Рис. 5.1. Пространство СТО в трехмерном представлении

стве Минковского. Свет всегда распространяется вдоль этого конуса. Пространственно-подобный интервал между событиями означает, что они причинно не связаны, т. к. $l > ct$. В этом случае существует инерциальная система, в которой события происходят в одно время. Для времениподобных интервалов события могут быть причинно связаны, и существует инерциальная система, в которой события происходят в одном месте.

Важнейшим свойством пространства Минковского является его однородность, которая проявляется в наличии группы преобразований Лоренца, оставляющих инвариантным интервал (5.6), т. е. являющихся вращениями в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве. При числе координат $n = 4$ эта группа включает максимально возможное число параметров $(1/2)(n+1)n = 10$: три начальных координаты и время, три направляющих угла и три проекции скорости для относительного движения инерциальных систем отсчета. В этом случае пространство называется максимально однородным [23]. При этом следует

отметить, что однородность пространства и принцип относительности, т. е. независимость процессов от выбора системы отсчета, являются понятиями эквивалентными. Поэтому теорию галилеева пространства, основанную на преобразованиях Лоренца, называют специальной теорией относительности.

Вместе с тем гипотетические частицы тахионы, движущиеся быстрее света, в принципе, могут существовать. Это не противоречит СТО. При этом они не могут передавать информацию, иначе их наличие противоречило бы принципу причинности. Псевдоевклидова метрика пространства означает, что границу $l = ct$ материальные объекты не могут пересечь ни в ту, ни в другую сторону, т. к. на конусе его энергия обращается в бесконечность. Излучение же существует только на конусе $l = ct$, и для него длина любого интервала равна нулю, т. е. время путешествия света до любой сколь угодно удаленной точки равно нулю по собственным часам.

В изменение представлений о пространстве и времени большой вклад был сделан Эйнштейном, последовательно и настойчиво проводившим использование в физике принципа относительности. В основе этого принципа лежит то, что явления природы и описывающие их законы не должны зависеть от выбора системы координат. При этом следует отметить, что изменение взгляда на свойства пространства и времени носят более фундаментальный характер, чем изменение закона сложения скоростей в релятивистской области: $v \rightarrow c$.

Произошедшие в физике изменения привели к пониманию необходимости изменения теории гравитации Ньютона. Свойственные ей понятия абсолютного пространства и времени, твердого тела и дальнего действия оказались лишь удобными модельными конструкциями, которые не соответствуют реальным свойствам окружающего мира.

Выход из неприятной ситуации Эйнштейн связал с дальнейшим развитием принципа относительности. Им был введен общий принцип относительности, который заключался в требовании инвариантности законов природы по отношению к любым преобразованиям координат, включая неинерциальные. Для этого ему пришлось ввести принцип эквивалентности между гравитацией и силами инерции, возникающими в неинерциальных системах координат.

Согласно общей теории относительности, в свободно падающем лифте силы отсутствуют, т. к. притяжение Земли $m_{gr}g$ компенсируется противоположно направленной силой инерции $-m_{in}g$. Здесь g — ускорение свободного падения, m_{gr} — гравитационная масса, а m_{in} — инертная. Очевидно, что для выполнения основного принципа должно быть $m_{gr} \equiv m_{in}$.

Равенство гравитационной и инертной масс было надежно доказано в опытах Р. Этвеша и по сути означает независимость ускорения свободного падения g от массы тела m :

$$F = G \frac{m_{gr} M}{r^2} = m_{gr} g = m_{in} a. \quad (5.7)$$

Из $a = g = \text{const}$ тут же следует $m_{gr} \equiv m_{in}$.

Риманов элемент длины (5.8):

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \sum_{\mu\nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (5.8)$$

удовлетворяет требованию инвариантности при любых преобразованиях, но евклидов (5.3):

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \quad (5.9)$$

сохраняет свой вид только при преобразованиях специальной теории относительности, т. е. при переходе между системами координат, движущихся прямолинейно и равномерно.

По повторяющимся индексам обычно предполагается суммирование ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$). В общем случае квадратичная форма (5.8) не является положительно определенной.

Согласно ОТО однородность пространства сохраняется лишь в бесконечно малых областях произвольной точки. Поэтому в ОТО возникают проблемы с выполнением законов сохранения, т. к. в соответствии с теоремой Амалии Эмми Нетер законы сохранения импульса, энергии и момента импульса являются следствием однородности и изотропности пространства-времени. По мнению В.А. Фока, наиболее простой и важный вариант с пространством, однородным на бесконечности, был недооценен в ОТО [23], в результате чего и возникли эти трудности. В принципе, существуют и другие пространства, кроме риманова. Например, в геометрии Фридмана—Лобачевского пространство частично однородно и допускает существование поля тяготения.

На этом пути Эйнштейн пришел к основному выводу ОТО о том, что в общем случае пространство может иметь произвольную кривизну, интервал в этом пространстве определяется тензорной величиной — метрическим тензором $g_{\mu\nu}$, $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$, а теория гравитации имеет тензорный вид.

Таким образом, физика прошлого века прошла путь от жесткого ньютонова 3-мерного пространства постоянной кривизны (плоского)

к 4-мерному риманову пространству, метрика которого подобно губке может меняться от точки к точке.

Это кардинальное изменение в представлениях о пространстве. Оно уже ни в коем случае не является «вместилищем» тел, скорее, оно — физический объект, активно участвующий в процессе взаимодействия тел, передатчик этого взаимодействия. Возможно, именно это изменение представлений о пространстве в рамках СТО помогло Эйнштейну решить проблему тяготения. В рамках общей теории относительности уже другое поле, поле тяготения, было также связано с характеристиками пространства, конкретнее, с его кривизной.

Проблемы теории гравитации, возникшие в связи с развитием электродинамики и СТО, привлекали внимание многих ученых, среди которых Лоренц, Пуанкаре, Минковский, Вин, Абрагам, Зоммерфельд и многие другие [19]. Однако явные успехи электродинамики Максвелла и сходство законов Ньютона и Кулона привели к тому, что основное направление, на котором были сосредоточены усилия большинства ученых в начале XX века, было связано с попытками создания теории гравитации по аналогии с электродинамикой. По классификации Абрагама (1914), это векторные теории поля, т. е. теории, в которых потенциал взаимодействия описывается векторной величиной.

Электродинамика относится к векторным теориям поля. Сейчас понятно, что в таких теориях присутствует как притяжение, так и отталкивание зарядов, тогда как в гравитации есть только притяжение масс.

Кроме того, делались попытки создания скалярных теорий гравитации, но успех был достигнут лишь в тензорной теории, развитой Эйнштейном. Большую помощь в формулировке тензорных уравнений поля Эйнштейну оказал его друг математик Гроссман, поэтому эту теорию иногда называют теорией Эйнштейна—Гроссмана.

Коротко сформулируем, что изменилось в связи с появлением релятивистской механики (СТО).

1. Механический эфир классической механики стал не нужен и от него отказались, т. к. его место заняло электромагнитное поле.

2. В связи с отказом от эфира возникла некая проблема с обоснованием существования инерциальных систем. Если существует хотя бы одна такая система, то дальше можно построить их бесконечное множество. Отказ от абсолютного пространства и эфира, вообще говоря, ставит под сомнение возможность существования хотя бы одной такой системы. Сейчас такую систему связывают со звездами или с реликтовым излучением.

3. Произошел отказ от абсолютного времени. Понятие одновременности потеряло свой абсолютный смысл и стало относительным.

4. Изменилась размерность окружающего мира и его геометрия. Трехмерное пространство и одномерное время объединились в четырехмерное пространство-время с псевдоевклидовой метрикой.

5. Изменилось само понятие события. Теперь это точка в четырехмерном многообразии пространство-время.

6. Появилась максимально возможная скорость — скорость света.

7. Пространство-время разделилось на три части: прошлое, настоящее и будущее. Появились времениподобные, пространственно-подобные и светоподобные интервалы.

8. Исчезло дальноедействие. Скорость передачи воздействия одного тела на другое ограничено скоростью света.

9. Понятие абсолютно твердого тела потеряло смысл.

5.4. Пространство волновой (квантовой) механики

Идея непрерывного поля просуществовала недолго. В 1900 г. М. Планк опубликовал формулу для энергии излучения абсолютно черного тела (АЧТ), из которой следовало, что энергия электромагнитного поля излучается дискретными порциями — квантами. Позже, в 1905 г., А. Эйнштейн показал, что энергия поля поглощается тоже дискретными порциями, за что получил Нобелевскую премию (фотоэффект, 1921). Окончательное подтверждение дискретного или квантового характера электромагнитного поля было получено А. Комптоном (1922), показавшим, что и распространяется электромагнитное поле тоже в виде квантов. В результате появилась новая мировая константа — постоянная Планка $\hbar = h/2\pi = 0,66 \cdot 10^{-15}$ эВ·с, имеющая размерность действия, т. е. произведения энергии и времени.

Квант электромагнитного поля называется фотоном. Это неделимая частичка материи, обладающая энергией E и импульсом P , что, собственно, и делает ее частицей. С другой стороны, ей приписываются свойства волны с частотой $\omega = E/\hbar$ и длиной волны $\lambda = P/h$. Оказалось, что не только фотон, но и все остальные элементарные частицы — электроны, нуклоны, пионы и др. — обладают аналогичными волновыми свойствами (Луи де Бройль, 1924), что было подтверждено опытами К. Дэвиссона и Л. Джермера по их дифракции (1927).

Противоречивое описание микрообъектов, получившее название дуализма частица—волна, до сих пор не имеет адекватного объяснения. Противоречие, в частности, заключается в том, что частица имеет траекторию, а волна нет. Например, сферическая волна (или

круговая — волна на воде от брошенного камня) распространяется во все стороны, тогда как частица в каждый момент времени имеет вектор импульса, последовательности которых соответствует траектория в пространстве. У волны траектория отсутствует. Казалось бы, такие свойства нельзя объединить в рамках одного объекта, однако положение как-то спасает принцип дополнительности (Н. Бор, 1927), в соответствии с которым свойства волны и частицы всегда проявляются по отдельности. Не существует явлений или процессов, в которых эти свойства проявлялись бы совместно.

В результате квантовая механика привнесла ряд ярких и неожиданных эффектов, в частности, детерминизм классической механики сменился существенно вероятностным подходом. Кардинально изменился математический аппарат механики. Состояние квантовой системы описывается волновой функцией, а динамическим величинам ставятся в соответствие дифференциальные операторы. Вероятность нахождения элементарной частицы описывается квадратом волновой функции $\psi\psi^*$, что кардинально меняет представления о движении в таком пространстве. Значения наблюдаемых величин получаются через действие операторов на волновую функцию.

Последовательные положения элементарной частицы теперь не связаны траекторией, а ее локализация в пространстве ограничена соотношениями неопределенности (3.11), (3.12). Из этих соотношений, в частности, следует, что для того, чтобы локализация в пространстве-времени соответствовала какой-либо точке ($\Delta\mathbf{r} = 0, \Delta t = 0$), требуются бесконечные импульс и энергия, что нереально. Другими словами, принцип неопределенности показывает, что физическое пространство принципиально отличается от математического. Геометрические понятия точки, кривой, плоскости являются всего лишь математическими абстракциями. Физическое же пространство-время имеет другую структуру. Однако мы не можем сейчас сказать какую. Проще всего было бы сказать — дискретную, раз непрерывность отрицается, значит верна противоположная идея. Однако дуализм частица—волна уже показал, что не все так просто в микромире и, возможно, истина снова лежит где-то посередине или, правильнее, в единстве этих противоположностей: непрерывность и дискретность пространства-времени.

Ранее уже отмечалось, что пространство пустым не бывает. Мы пришли к выводу, что поле есть особое состояние пространства, теперь можно заключить, что это состояние присуще пространству в любой точке. Полевая структура пространства-времени не отделима от него. Вместе с этим следует отметить, что нельзя ситуацию представлять так, как будто в каждой точке существуют векторы **E** и **H**. Величины

E и **H** относительны, их значения зависят от выбора инерциальной системы отсчета. В частности, систему можно выбрать так, что либо **E**, либо **H** будет равен нулю.

В области микромира понятие пространства изменилось, у него проявилась структура, масштаб которой задается постоянной Планка \hbar . Вопрос о дискретности пространства-времени изучается экспериментально на современных ускорителях и в космических экспериментах, но понятно, что такое пространство уже нельзя делить бесконечно — пространство приобрело физическую структуру. Возможно, что это разрешает парадоксы Зенона. Его апории уже не применимы к такому пространству. Изменились и свойства мельчайших частичек материи.

В классической физике было два объекта — частицы и поля. Частицы обладали определенными энергией, импульсом и траекторией $s = s(x, y, z, t)$. Описание полей значительно сложнее. Например, для электромагнитного поля необходимо задавать напряженность **E** во всех точках пространства в зависимости от времени, т. е. бесконечно большое число величин в каждый момент времени или, иначе говоря, бесконечное число степеней свободы.

В квантовой физике появляется дуализм волна—частица в описании свойств мельчайших элементов материи, называемых элементарными частицами. При этом отличие частиц и поля практически стирается, частицы (кванты) есть узлы поля. Кардинально меняется и характер движения таких объектов, он становится вероятностным! При этом энергия и импульс и все другие «корпускулярные» величины могут быть однозначно определены, если известна волновая функция $\psi(x, y, z, t)$. В то же время функция $\psi(x, y, z, t)$ отражает и ее волновые свойства: для $\psi(x, y, z, t)$ имеет место принцип суперпозиции, что позволяет описывать интерференционные явления.

Основой дуализма волна—частица, т. е. основой описания квантово-физического объекта, который называют элементарной частицей, являются соотношения неопределенности (3.11), (3.12). Эти соотношения можно объяснить следующим образом.

Частицу с вполне определенным импульсом $p = \hbar k = \hbar \omega / c$ описывает плоская волна $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}} = \mathbf{E}_0 e^{\omega t - \mathbf{p}\mathbf{r}/\hbar}$. В этом случае частица имеет определенный импульс, но волна заполняет все пространство, т. е. ее координата не локализована, т. к. фронт волны тянется от $-\infty$ до $+\infty$. Если мы хотим локализовать частицу, то надо сложить очень много плоских волн (бесконечный ряд), чтобы они компенсировали друг друга всюду, кроме данной точки. В этом случае получается, что частица имеет определенную координату, но импульс не определен,

т.к. бесконечному ряду плоских волн соответствует бесконечное число отличающихся импульсов. В промежуточных вариантах пакет конечного числа волн распределен в пространстве и имеет неопределенности импульса и координаты, описываемые формулой (5.2).

Вместе с тем в квантовой теории поля (КТП) появляется новый объект — вакуум. В классической физике вакуум — это пустота. В квантовой физике — это сложный объект и, возможно, самый сложный из когда-либо встречавшихся.

Одной из основных особенностей КТП является возможность описания процессов с изменением числа частиц, операция, которая полностью отсутствует в квантовой механике. Примерами таких процессов в КЭД являются излучение фотона атомом, рождение фотоном электрон-позитронной пары, фотоэффект и другие процессы. Для этого вводятся специальные операторы рождения и уничтожения частиц, которые, воздействуя на поле или, вернее, на его многочастичные волновые функции, могут порождать или уничтожать кванты поля. Это, в частности, означает, что должно существовать состояние поля с нулевым числом квантов. Таким образом, в КТП появляется абсолютно новая сущность, которая называется физическим вакуумом — это состояние с нулевым числом квантов поля.

По современным понятиям вакуум является основным, т.е. невозбужденным, состоянием фундаментальных полей и, соответственно, проявлением пространства-времени, его внутренней характеристикой, которая формирует геометрию пространства-времени. Элементарные частицы и их взаимодействия являются возбуждениями, деформациями пространства или вакуума. Деформацией, порождающей гравитацию, притяжение тел, является кривизна пространства. Гравитационное взаимодействие является универсальным, в нем участвуют все поля. Это метрическая тензорная теория. Остальные поля (электромагнитное, слабое и сильное или цветное) являются векторными теориями калибровочных квантовых полей. Для них также существует геометрическая интерпретация. Говорят, что векторные поля генерируются связностью расслоений пространства-времени [59], характеристики, которые будут рассмотрены ниже.

Каждому взаимодействию соответствует свой тип расслоений и свой тип вакуума. Вакуум существует во всем пространстве (он вездесущ), и поэтому объем, занимаемый вакуумом, намного превышает объем вещества. Вакуум является источником, из которого возникает все вещество, по сути, весь окружающий мир, включая и нас (он всемогущ). При этом считается, что усредненные характеристики вакуума равны нулю. Впрочем, не исключено, что плотность энергии вакуума

не равна нулю. При этом следует учесть, что отсутствие квантов не означает отсутствия поля. Физический вакуум не является просто пустотой, он обладает свойствами, которые проявляются в ряде явлений реального мира. Это, в частности, эффект Казимира и лэмбовский сдвиг. С другой стороны, вакуум не может поставлять энергию, если он находится в стабильном состоянии, т.к. это состояние поля с наименьшей энергией.

Обычно в квантовой теории поле представляют как бесконечный набор осцилляторов со спектром колебаний:

$$E_k = \frac{\hbar\omega}{2} + \hbar\omega k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.10)$$

Из выражения для энергии квантового осциллятора следует, что наименьшей энергией ($n = 0$) является ненулевой член $\hbar\omega/2$, которому соответствуют так называемые нулевые колебания поля. Волнам этих колебаний соответствуют виртуальные частицы. Таким образом, вакуум — это поле виртуальных частиц. Если полю в вакуумном состоянии сообщить достаточную энергию $E^2 = m^2c^4 + \mathbf{p}^2c^2$, то из виртуальной может родиться реальная частица с массой m . Именно такие процессы и описывает математический аппарат КТП. Следует отметить, что вакуумы квантовой механики и квантовой теории поля отличаются, т.к. квантовая механика имеет дело с системами с конечным числом степеней свободы, тогда как в КТП их бесконечное число.

Вообще в рамках геометрической интерпретации фундаментальных взаимодействий вакуум — это сложнейший физический объект, который обладает разными уровнями структуризации, соответствующими различным взаимодействиям. Пространственно-временной и энергетический масштабы этих структур могут отличаться радикальным образом, т.к., например, силы гравитационного и электромагнитного взаимодействий отличаются на 40 порядков величины. По аналогии с физикой твердого тела (кристаллы), частицы в такой среде можно рассматривать как различные типы нарушений ее однородности — дислокации.

Идея связи материи и ее взаимодействий с геометрией пространства имеет довольно богатую историю. Еще в XIX веке Риман пытался объяснить гравитацию кривизной пространства, но не смог этого сделать, т.к. использовал положительно определенную евклидову форму для интервала. В том же XIX веке В. Клиффорд развивал идеи о том, что материя есть локальные искривления пространства-времени. В своем труде «О пространственной теории материи» [25] он писал: «В физическом мире не происходит ничего, кроме изменения кри-

визны пространства, подчиняющегося, возможно, закону непрерывности». В дальнейшем, с учетом новой геометрии Минковского, идеи Римана и Клиффорда получили свое развитие в работах Эйнштейна, и вместе с Гроссманом им был создан математический аппарат ОТО для объяснения гравитационного притяжения тел с помощью искривления пространства-времени.

Абсолютный детерминизм классической физики в значительной мере покоится на понятиях пространства и времени. Приведя к глубоким изменениям во взглядах на пространство и время, теория относительности, тем не менее, сохранила принцип классического детерминизма. Совершенно иначе обстоит дело в квантовой механике. Отвергая точное пространственно-временное описание явлений, во всяком случае явлений масштаба атома, она отвергает также и принцип классического детерминизма в его старом смысле.

Невозможность одновременного определения точного положения микроскопической системы и ее динамического состояния создает принципиально неустранимую неопределенность в описании движения тел. Действительно, современная квантовая теория дает возможность определить только вероятностные законы, позволяющие по результатам первого измерения указать вероятность того, что при последующем измерении будет получен тот или иной результат. Эта замена точных законов вероятностными при описании микромира связана, конечно, с тем, что в этой области нельзя применить обычные представления о пространстве и времени. Для объектов же макромира эти представления оказываются, если так можно выразиться, асимптотически справедливыми. Вероятностный характер законов квантовой теории при этом исчезает и принимает вид достоверных однозначных законов, и принцип классического детерминизма вновь вступает в силу.

В заключение приведем некоторые соображения о возможном пределе применимости понятий пространства и времени. Как видно из приведенного рассмотрения, геометрия пространства-времени существенно усложняется по мере уменьшения масштаба рассмотрения. При этом из квантовой механики следует, что на планковском масштабе (10^{-33} см) флуктуации метрики становятся настолько большими, что понятие геометрии теряет смысл, пространство превращается в пену или хаос. На этих масштабах уже нельзя оперировать понятиями пространственного или временного интервала, а значит, не определен световой конус, прошлое и будущее, понятие причинности. Возможно, что в этой области понятия пространства и времени теряют смысл и заменяются на более фундаментальные.

В геометрических моделях большое значение приобретает понятие кривизны. Следует отметить, что кривизна четырехмерного многообразия является математическим понятием дифференциальной геометрии и отличается от интуитивного обычного понятия кривизны. Говоря о кривизне, рассматриваемый объект (геометрическую фигуру) обычно помещают в пространство большей размерности, в котором этот объект можно трансформировать, например сгибать или даже завязывать узлом. В этом случае кривизна определяется радиусом-вектором, который можно определить для любой локальной части кривой поверхности или линии. Для пространства-времени отсутствует пространство большей размерности, его некуда поместить, поэтому кривизна — это изменение метрики в той или иной области пространства. Если рассматривается пространство размерности, большей 4-х, то задача только усложняется. Поэтому кривизна — это довольно сложное понятие дифференциальной геометрии, которое в случае многомерных пространств потребовало развитие новых областей топологии, в частности теории расслоений. Французский математик Михаил Громов так характеризует это понятие: «Тензор кривизны риманова многообразия — это маленькое чудовище (поли) линейной алгебры, полный геометрический смысл которого остается невыясненным» [30].

Позднее оказалось [31], что раздел математики, обобщающий понятие кривизны на топологические аналоги листа Мебиуса, может быть также полезным для интерпретации теорий взаимодействия элементарных частиц.

Характеристики пространства и движения материальных объектов на уровне микромира принципиально отличаются от стройной картины в макромире, какой бы сложной она ни была. Наш мозг, привыкший жить в макромире, воспринимает некоторые явления как ряд противоречий.

Поэтому представляется вполне вероятным, что в области квантово-механических представлений о пространстве и свойствах движения следует ожидать очередного кардинального изменения наших взглядов. Возможно, что не верно само первоначальное представление о существовании пространства.

Все начиналось с представления Ньютона о пространстве как вместилище процессов или, проще, движения тел. Однако, познакомившись со странными свойствами микромира, некоторые люди стали сомневаться в первичности пространства-времени. Высказываются предположения, что, возможно, оно само есть результат или свойство макроскопических ансамблей элементарных частиц. В этом случае пространство может исчезнуть из описания состояния микрочастиц. В лю-

бом случае, на этом пути придется отказываться от каких-то устоявшихся предположений и вводить новые. Например, если мы отказываемся от концепции непрерывного континуума точек, то идея близкого действия начинает трещать по швам, т. к. нет той непрерывной среды, которая и передает импульс. То же в случае отказа от точечности частиц. Частица является элементарной и неделимой, это означает, что она реагирует на внешнее воздействие как единое целое, в ней нет частей. Но тогда скорость распространения воздействия в ней должна быть бесконечной и т. д.

Дальнейшее развитие квантовой теории и ее приложение к фундаментальным взаимодействиям микрочастиц, в частности направление, предполагающее геометризацию взаимодействий по аналогии с ОТО, еще в большей степени усложнило геометрию пространства-времени. В частности, рассматривается два основных сценария: либо надо рассматривать расслоение четырехмерного пространства-времени, либо число измерений пространства-времени более четырех.

5.5. Число измерений пространства (вакуума)

Рассмотрим проблему числа измерений пространства-времени. Можно поинтересоваться, а, собственно, зачем? Ясно, что их четыре. Однако в ряде исследований было показано, что если увеличить число измерений пространства-времени, то можно геометризовать, т. е. объяснить из характеристик геометрии не только тяготение (ОТО), но и другие взаимодействия. Например, одна из первых таких теорий — теория Калуци (1919) или Калуци—Клейна (1926) — позволяла провести геометризацию электромагнитного поля (Г. Вейль) в пятимерном пространстве. Согласно Калуци, гравитация определяется свойствами обычного трехмерного пространства, а электромагнетизм объясняется с участием нового измерения, которое, как говорят, свернуто. Теория Калуци—Клейна предсказывала неправильное отношение массы и заряда и не получила распространения. Вспомнили о многомерности в связи с возникновением теории струн, которая претендует на звание «теории всего». В разных вариантах струнных теорий число измерений может быть 10, 11 и даже 26, т. е. струна — это на самом деле не двумерный привычный объект, а многомерное образование со свойствами струны.

С другой стороны, число измерений проверяется просто. Если их три, то закону Кулона точно соответствует зависимость $\sim 1/r^2$, т. к. это элементарное следствие трехмерной геометрии — плотность силовых линий убывает как $1/r^2$. Соответственно отличие будет озна-

чать, что их больше. Отличий не наблюдается, поэтому давно понятно, что если есть дополнительные измерения, то они надежно спрятаны. В данном случае говорят о компактификации дополнительных измерений, если они существуют. Компактификация означает, что измерение свернуто и типичный радиус кривизны, как правило, планковский, т. е. очень малый: $\sim 10^{-33}$ см (планковская длина $l_P = \sqrt{\hbar G/c^3} \simeq 1,616 \cdot 10^{-35}$ м). Как известно, кривизна пространства в ОТО — гравитация, т. е. движение в области свернутых координат закрыто мощным гравитационным полем.

Эта ситуация достаточно понятна и близка нам. Мы можем свободно передвигаться в горизонтальном направлении, но в вертикальном без спецсредств не более чем на два метра. Причем радиус кривизны для гравитационного поля Земли на 50 порядков (!) больше планковского $R \approx 10^{18}$ см. Трудно ожидать обнаружения таких пространственных измерений (компактифицированных), даже если они существуют. Однако в литературе отмечается возможность и радикально иного сценария компактификации [26].

Предполагается, что по каким-то причинам дополнительные n пространственных измерений ощущает только гравитация. Остальной мир существует в трех измерениях. Тогда радиус компактификации $R = 10^{30/n-17}$ см и при $n = 2$ составляет долю миллиметров. В этом случае гравитационные квантовые эффекты должны проявляться в высокоэнергетических реакциях столкновения элементарных частиц при ТэВных энергиях, доступных уже на коллайдере LHC.

Таким образом, можно заключить, что, хотя наличие дополнительных измерений и желательно с точки зрения некоторых теорий, достаточных экспериментальных указаний на этот счет в настоящее время нет. Если же таковые реально существуют, то в любом случае их проявления существенно ограничены. Вместе с тем идея многомерности остается крайне привлекательной с точки зрения геометризации всех фундаментальных взаимодействий и их объединения. Одним наиболее ярким примером таких исследований являются струнные теории.

Глава 6

Стандартная модель элементарных частиц

Парадокс — это всегда полуправда и это лучшее, чего мы можем достичь, потому что абсолютных правд не существует.

Оскар Уайльд

Основу стандартной модели элементарных частиц составляет теория электрослабого взаимодействия (ЭСВ) и квантовая хромодинамика (КХД). Объединение квантовой электродинамики (КЭД) со слабыми взаимодействиями, также как и создание КХД, стало возможным на основе калибровочной теории Янга—Миллса (1954), эффекта спонтанного нарушения симметрии и динамического механизма образования массы, предложенного Хиггсом. Теория Янга—Миллса изначально создавалась на основе так называемой неабелевой калибровочной группы симметрии. Неабелевость означает, что поля Янга—Миллса (переносчики взаимодействия) могут взаимодействовать друг с другом и сами с собой, т. е. теория существенно нелинейная в отличие от КЭД, в которой переносчики взаимодействия (фотоны) не взаимодействуют между собой.

Другой особенностью теории является то, что изначально квантами полей Янга—Миллса являлись безмассовые векторные частицы, т. е. бозоны со спином $s = 1$ и массой $m = 0$. В этом случае, как и для КЭД, радиус взаимодействия должен быть бесконечным. Однако из эксперимента известно, что слабые и сильные взаимодействия короткодействующие. Кроме того, из-за нелинейности взаимодействия один из важнейших квантовых принципов, принцип суперпозиции, оказыва-

ется неприменим для полей Янга—Миллса. Поэтому изначально казалось, что эта теория противоречива и вряд ли может претендовать на реальное описание взаимодействий. Впоследствии оказалось, что это не противоречия, а парадоксы. Они разрешились благодаря введению в теорию так называемого эффекта спонтанного нарушения симметрии. Поэтому можно по-другому сформулировать содержание стандартной модели элементарных частиц.

Стандартная модель — это:

- калибровочная симметрия с использованием групп $U(1)$ — КЭД, $SU(2)$ — слабые взаимодействия, $SU(3)$ — КХД;
- эффект спонтанного нарушения симметрии;
- механизм Хиггса.

6.1. Квантовая теория поля

Приведем краткие замечания относительно некоторых положений квантовой теории поля, которые понадобятся в дальнейшем.

КТП имеет дело с частицами трех типов, соответствующих спинам $s = 0, 1/2, 1$. Частицы с целочисленным спином, скалярные, векторные и тензорные — это бозоны, а с полуцелым спином — фермионы. Из фермионов (нуклоны, электроны) строится окружающее вещество, а взаимодействие между его частицами передается бозонами. Существующие в природе взаимодействия можно подразделять по типу их переносчика на скалярные, векторные и тензорные (ОТО). Их свойства существенно отличаются.

В [51] показано, что в случае обмена скалярными частицами (Юкава) и тензорными (гравитон) расчет по КТП дает всегда притяжение. При обмене векторной частицей одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. Как показано в табл. 6.1, отталкивание существует только для векторных полей (заряды f и \bar{f} противоположны).

В отличие от классической теории, в КТП понятие потенциала не используется. Амплитуды различных процессов или матричные элементы перехода системы из одного состояния в другое, сечения этих процессов вычисляются без каких-либо предположений о конкретном виде потенциала взаимодействия. В расчет принимается лишь конкретный вид взаимодействия, операторные выражения для фермионных $\psi, \bar{\psi}$ и бозонных A_μ полей и правила Фейнмана для построения амплитуд рассеяния, чего оказывается вполне достаточно для правиль-

Притяжение и отталкивание в КТП

Обменная частица	ff и $\bar{f}\bar{f}$	$f\bar{f}$
скаляр (Юкава)	притяжение	притяжение
вектор (электричество)	отталкивание	притяжение
тензор (гравитация)	притяжение	притяжение

ного описания характера различных взаимодействий. Однако в КТП потенциал можно вычислить, используя основные принципы теории. Потенциал нерелятивистского рассеяния, вычисленный в КЭД по правилам Фейнмана, для одноименных частиц, например электронов, это отталкивающий кулоновский потенциал:

$$\varphi(r) = \frac{q^2}{r}. \quad (6.1)$$

Для рассеяния частица—античастица те же правила вычисления меняют знак, в выражении (6.1) появляется знак минус и потенциал получается притягивающий [51].

Притяжение в случае гравитации — это давно привычная вещь, но скалярные взаимодействия долгое время не находили себе применения, и только создание теории электрослабых взаимодействий привело к понятию конденсата хиггсовских бозонов, скалярно взаимодействующего практически со всеми элементарными частицами, за исключением фотона и, возможно, нейтрино. Именно это взаимодействие обеспечивает наличие у частиц массы.

Рассмотрим полевые операторы для разных частиц [51].

1. $s = 0$. Скалярным частицам соответствуют операторы $(\psi, \bar{\psi}, A)$, которые в общем случае являются комплексными функциями $\varphi(x) = \varphi(t, \mathbf{x})$.

2. $s = 1/2$. Для описания частиц со спином $1/2$ используются биспиноры, состоящие из двух спиноров φ и χ :

$$\varphi = \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} \chi_1 \\ \chi_2 \end{array} \right) \end{array} \right).$$

Частицы со спином $1/2$ имеют два состояния спин вверх и спин вниз (по одной из осей координат). Поэтому для описания спинового состояния в нерелятивистской квантовой механике используются

двухкомпонентные волновые функции — спиноры (φ или χ в верхней записи).

В релятивистском случае электрон (позитрон) описывается двумя линейными уравнениями Дирака для двух спиноров φ и χ , совокупность которых представляется как единая четырехкомпонентная величина — биспинор:

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix}.$$

Свойства спинора отличаются от векторных, в частности при повороте системы координат на угол 2π (тождественном преобразовании) $\varphi' = -\varphi$, т. е. изначально знак спинора неопределен. Поэтому физические величины не могут содержать спиноры линейно.

Для того чтобы обеспечить правильную алгебру спиноров относительно преобразований Лоренца, в уравнениях Дирака

$$\begin{aligned} i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \psi &= 0, \\ -i\hbar c \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu - mc^2 \bar{\psi} &= 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

и в выражениях для дираковского лагранжиана

$$L_{Dirac} = \bar{\psi} (i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2) \psi \quad (6.3)$$

используются четыре матрицы Дирака γ^α (4×4) со следом, равным нулю:

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \gamma^i &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

где σ^i — это сигма-матрицы Паули:

$$\begin{aligned} \sigma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ \gamma^5 &= \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Представление γ -матриц не является единственным. Приведенное здесь называется представлением Вейля, или киральным представлением, и, в частности, используется в [51].

Если сопряженный оператор $\bar{\psi}$ определить как $\bar{\psi} \equiv \psi^+ \gamma^0$, где ψ^+ — эрмитово-сопряженный оператор, то $\psi \bar{\psi}$ будет скаляром, инвариантным относительно лоренцевских преобразований или просто лоренц-скаляром, а величина $\psi \gamma^\mu \bar{\psi}$ является лоренцевским вектором.

3. $s = 1$. Частицы со спином 1 описываются векторными функциями A_μ , где A_μ — 4-вектор, но не все его компоненты независимы. Следует различать массивные и безмассовые поля. В первом случае есть три независимые компоненты A_μ , соответствующие проекциям спина на произвольную ось, в частности, совпадающую с направлением движения частицы, $m = +1, 0, -1$. В случае безмассовых частиц таких компонент только две с $m = +1, -1$, т.к. поле имеет поперечную поляризацию, и проекция спина $m = 0$, соответствующая продольной поляризации, отсутствует.

В общем случае векторные поля описываются теорией Янга—Миллса, которая явилась обобщением квантовой электродинамики. Оказалось, что векторные поля можно классифицировать по типу калибровочных преобразований и именно эти варианты полей являются физическими.

6.2. Симметрия лагранжиана и законы сохранения

Свойства окружающего мира тесно связаны с наличием сохраняющихся величин: зарядов, энергии, импульсов и т. д. Наличие сохраняющихся величин определяется инвариантностью уравнений относительно некоторых преобразований симметрии (теорема Нетер). Поэтому симметрии играют определяющую роль в фундаментальной физике.

Среди разных типов симметрий различают пространственно-временные и внутренние симметрии. Пространственно-временные симметрии являются наиболее общими симметриями природы. Их можно разделить на симметрии, связанные с непрерывными и дискретными преобразованиями.

К непрерывным преобразованиям относятся сдвиги системы как целого в пространстве, сдвиги во времени, повороты системы как целого в пространстве и повороты в пространстве Минковского, т. е. преобразования Лоренца — переход к системе отсчета, движущейся относительно данной системы с постоянной (по направлению и величине)

скоростью. Эти симметрии уже рассматривались нами ранее, поэтому здесь рассматриваются только дискретные и внутренние симметрии.

6.2.1. Дискретные симметрии. СРТ-теорема

Ряд законов сохранения связан с различными операциями отражения. Такие операции имеют два общих свойства.

- Отражение является дискретной операцией.
- Если провести операцию отражения два раза подряд, то в результате система возвратится в исходное состояние.

Среди дискретных симметрий наиболее важны три, составляющие так называемую СРТ-теорему. Это симметрии по отношению

- к инверсии пространства P , \hat{P} — операция четности $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ — отражение координат относительно начала, т. е. 0; это операция зеркального отражения, которая меняет знак любого полярного вектора ($\mathbf{r} \xrightarrow{\hat{P}} -\mathbf{r}$, $\mathbf{p} \xrightarrow{\hat{P}} -\mathbf{p}$), но аксиальные векторы оставляет без изменения (момент импульса $\mathbf{M} = [\mathbf{r} \times \mathbf{p}]$ и $\mathbf{M} \xrightarrow{\hat{P}} \mathbf{M}$ или для спина частицы $\mathbf{s} \xrightarrow{\hat{P}} \mathbf{s}$);
- к обращению времени T , \hat{T} — отражение времени $t \rightarrow -t$; при отражении времени начальное и конечное состояния меняются местами, а импульс и его момент меняют знаки, т. к. $\mathbf{p} = d\mathbf{r}/dt$ и $t \rightarrow -t$: $\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{M} \xrightarrow{\hat{T}} \mathbf{r}, -\mathbf{p}, -\mathbf{M}$;
- зарядовому сопряжению C , \hat{C} — операция переводит частицу в античастицу, т. е. меняет знаки всех зарядов частиц (электрический, барионный, лептонный, странность, шарм и т. д.); оператор зарядового сопряжения имеет собственные значения лишь для полностью нейтральных частиц, таких как фотон γ и мезоны $q\bar{q}$. Для таких частиц выполняется соотношение $\hat{C}|частица\rangle = C|частица\rangle$, где $C = \pm 1$ — собственное значение оператора, называемое зарядовой четностью данной частицы.

Для всех них справедливо равенство единице двух последовательных операций $\hat{C}^2 \equiv \hat{P}^2 \equiv \hat{T}^2 \equiv 1$. Другими словами, при воздействии этими операторами на волновую функцию она либо не меняется, либо меняет знак, т. е. собственные значения этих операторов $\lambda = \pm 1$: $\hat{A}\Psi = \lambda\Psi$.

До 1956 г. закон сохранения четности считался одним из фундаментальных законов сохранения, таким же как и законы сохранения энергии и импульса. Указание о возможном нарушении P -симметрии в процессах слабого взаимодействия было сделано в 1956 г. физиками Чжэндао Ли и Чжэньнин Янг. Они предложили схему эксперимента, который выполнила Ву Цзяньсюн из Колумбийского университета (США). Проверялось испускание электронов радиоактивным кобальтом, помещенным в магнитное поле: $\text{Co}^{60} \rightarrow \text{Ni}^{60} + e^- + \bar{\nu}_e$. Если бы четность сохранялась, то в направлении северного и южного полюсов магнита вылетало бы равное число испускаемых электронов. Ву получила, что больше электронов вылетает с южного конца. Таким образом было обнаружено, что слабые процессы не инвариантны относительно зеркального отражения, т. е. лево и право отличаются. В том же году было установлено, что в слабых взаимодействиях нарушается также зарядовая четность C .

Вместе с тем квантовая теория поля принципиально требует симметрии относительно СРТ-преобразований, это составляет содержание так называемой СРТ-теоремы, которая утверждает, что любая теория, подчиняющаяся принципам квантовой механики и теории относительности, всегда должна быть инвариантна относительно комбинированной симметрии СРТ, т. е. поведение Вселенной не изменится, если частицы заменить античастицами, отразить все в зеркале и изменить направление времени на обратное. Следствием СРТ-инвариантности является равенство масс и времен жизни частицы и античастицы.

В 1957 г. Л.Д. Ландау была предложена комбинированная СР-симметрия как истинная симметрия между материей и антиматерией. Однако и эта надежда рухнула, когда Д. Кронин и В. Фитч в 1964 г. обнаружили, что в слабых взаимодействиях нарушается и комбинированная СР-симметрия. С учетом СРТ-теоремы это означало, что законы физики неинвариантны относительно отражения времени.

Что из этого следует? В 1967 г. А.Д. Сахаров показал, что СР-нарушение являлось одним из необходимых условий для практически полного уничтожения антивещества на раннем этапе развития Вселенной. По мере расширения Вселенной под действием сил, не инвариантных относительно симметрии T , антиэлектроны (позитроны) должны превращаться в кварки чаще, чем электроны в антикварки. После того как Вселенная расширилась и охладилась, антикварки и кварки должны были аннигилировать. Однако поскольку кварков было больше, чем антикварков, то кварки должны были остаться в каком-то небольшом избытке (примерно один на миллиард). Из этих-то кварков и состоит сегодняшнее вещество и мы сами.

Однако, если CP -симметрия нарушается только в слабых взаимодействиях, то этого недостаточно для получения наблюдаемого дисбаланса между материей и антиматерией. Поэтому это является одной из нерешенных проблем Стандартной модели. Выполнение дискретных симметрий для различных взаимодействий приведено в табл. 6.2.

Т а б л и ц а 6.2

Дискретные симметрии

Характеристика	Взаимодействие		
	Сильное	Электромагн.	Слабое
Пространственная четность, P	+	+	-
Зарядовая четность, C	+	+	-
Временная четность, T	+	+	-
Комбинированная четность, CP	+	+	-
CPT -четность	+	+	+

6.2.2. Калибровочная симметрия

Рассмотрим калибровочную симметрию, связанную с фазовыми преобразованиями волновой функции. Удивительным образом калибровочная симметрия, являвшаяся неким второстепенным принципом в классической физике, в рамках КТП превратилась в основу Стандартной модели. Внутренние симметрии подразделяются на глобальные и локальные. Глобальным называется преобразование с параметрами, не зависящими от координат. Глобальное калибровочное преобразование полей свободного электрона ψ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi_i &\rightarrow \psi'_i = \psi_i e^{i\alpha Q_i}, \\ \psi_i^* &\rightarrow (\psi'_i)^* = \psi_i^* e^{-i\alpha Q_i}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

где α — произвольное число, а числа Q_i — фиксированные заряды для каждого поля ψ_i . Симметрия лагранжиана относительно этого преобразования ψ -функций приводит к закону сохранения заряда $\sum_i Q_i = \text{const}$. Под зарядами Q_i понимается не обязательно электрический заряд, это может быть барионный, лептонный заряды, странность и т. д.

Калибровочные преобразования образуют группу. Действительно, два последовательных преобразования с параметрами α_1 и α_2 являются преобразованием с параметром $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$. В случае КЭД два

последовательных преобразования не зависят от порядка их выполнения, т. е. преобразования (6.4) с различными параметрами коммутируют между собой и составляют абелеву группу $U(1)$. Буква U означает, что группа $U(n)$ унитарна, т. е. $|\det U(n)| = 1$. Если выполняется условие $\det U(n) = 1$, то это подгруппа специальных унитарных преобразований $SU(n)$ в группе $U(n)$.

Симметрия (6.4) называется глобальной, если параметр преобразования α не зависит от пространственно-временных координат точки, в которой рассматривается поле.

Локальная калибровочная инвариантность означает, что фазовое преобразование волновой функции

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi(x), \quad (6.5)$$

где $\alpha(x)$ — произвольная функция координат и времени, не должно менять лагранжиана. Локальное преобразование налагает гораздо большие ограничения на вид лагранжиана, чем глобальное ($\alpha = \text{const}$), т. к. предполагает, что фаза волновой функции может меняться произвольным образом в разных точках пространства-времени, но лагранжиан при этом не меняется. Так как фаза произвольным образом зависит от x , размер области, в которой требуется компенсация изменения фаз, вообще говоря бесконечен и калибровочные бозоны должны быть безмассовыми, чтобы обеспечить это требование во всем пространстве.

Уравнение Дирака для свободного электрона ($\hbar = c = 1$):

$$(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0 \quad (6.6)$$

неинвариантно относительно этих преобразований.

Чтобы обеспечить калибровочную симметрию лагранжиана, в него приходится вводить дополнительные члены. Удивительно, что при этом уравнение для свободных электронов превращается в уравнение, содержащее их взаимодействие с бозонными полями, переносящими это взаимодействие. Учет спинов и поляризации частиц приводит к тому, что лагранжианы приобретают матричный вид. В случае КЭД калибровочные поля A_μ — это потенциалы в электродинамике Максвелла:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \text{rot } \mathbf{A}, \\ \mathbf{E} &= -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Основную идею калибровочной инвариантности можно пояснить следующим образом. Волновая функция в квантовой механике — величина комплексная, но наблюдаемые величины строятся как билиней-

ные комбинации волновых функций и поэтому являются вещественными. В этом случае, если волновую функцию умножить на комплексное число, равное по модулю единице, а сопряженную функцию — на сопряженное комплексное число, то ничего не изменится. Это означает, что квантовая механика инвариантна относительно глобальных фазовых (калибровочных) преобразований. Этой симметрии соответствует закон сохранения электрического заряда.

По иному ситуация складывается для локальных калибровочных преобразований. В этом случае фаза меняется произвольным образом в разных точках « x » и уравнение Шредингера оказывается неинвариантным относительно локальных фазовых преобразований. Для восстановления инвариантности вводится дополнительное, как говорят, калибровочное поле, которое преобразуется при локальных фазовых вращениях таким образом, чтобы компенсировать изменения волновой функции в произвольной точке « x ». Удивительным образом оказывается, что калибровочное поле совпадает с электромагнитным!

По аналогичной схеме вводятся и калибровочные преобразования более сложного вида, отвечающие за инвариантность в некотором более сложном пространстве внутренних степеней свободы. Так, например, инвариантность относительно вращений кварков в цветовом пространстве приводит к тому, что сильные взаимодействия тоже можно описать, как калибровочные поля.

Построить слабые взаимодействия таким же образом не получается из-за наличия не равной нулю массы у калибровочных бозонов. Однако существует неожиданно изящный метод описания электромагнитного и слабого взаимодействий одновременно как двух разных проявлений некоторого калибровочного электрослабого поля.

Получается, что все фундаментальные взаимодействия (векторные) выводятся на основании калибровочной инвариантности. Наиболее важным в этих теориях является то, что появление силовых векторных полей определяется требованием локальной калибровочной симметрии лагранжиана.

В случае КЭД силовые поля — это векторные поля A_μ , которые появляются из требования локальной симметрии лагранжиана $U(1)$.

Для электрослабого взаимодействия такой симметрией является $SU(2)$, а для кварк-глюонного (цветного) взаимодействия — $SU(3)$.

Рассмотрим этот вопрос более подробно на простейшем примере КЭД. В лагранжиан входит оператор ψ (волновая функция) и его производные. Учет произвольного изменения фазы ψ (локальная симметрия) приводит к необходимости изменения определения производной. Обычная производная в этом случае заменяется на так называемую

ковариантную. Ковариантность означает неизменность вида соотношения. Говорят, что уравнения имеют ковариантную форму относительно некой группы преобразований, если при этом не меняется их вид. Например, в СТО уравнения ковариантны, если имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета. Именно эта процедура приводит к возникновению добавочных членов в лагранжиане, которые определяют число и свойства бозонов, переносящих взаимодействие.

6.2.3. Ковариантная производная

В классической электродинамике электромагнитное поле описывается 4-потенциалом $A_\mu = (\varphi, \mathbf{A})$, где φ — скалярный, а \mathbf{A} — векторный потенциалы. В случае КЭД ковариантная производная вводится следующим образом:

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu. \quad (6.8)$$

Ее иногда еще называют длиной производной. Здесь e — элементарный электрический заряд, A_μ называют калибровочным полем, которое в данном случае (КЭД) представляет собой векторный потенциал электродинамики. Производная берется от векторных величин.

Рассмотрим пример из ОТО, который в математическом плане практически аналогичен (6.8), но имеет более простые основания.

Переход из плоского евклидова пространства в криволинейное риманово также приводит к необходимости поменять вид производной. В этом случае причина довольно очевидна. Обычные правила вычисления производной предполагают вычисление векторной функции в двух разных точках x и $x + dx$. При этом важную роль играет понятие параллельного переноса вектора. В евклидовом пространстве он определяется как перенос вдоль некоторой прямой таким образом, что угол между вектором и прямой остается при переносе постоянным. Соответственно, и компоненты вектора при таком переносе остаются неизменными.

В неевклидовой геометрии эта операция изменяется. Аналогом прямой в неевклидовой геометрии является геодезическая линия. Параллельный перенос вектора определяется как перенос вдоль геодезической линии, которая соединяет две точки. Естественно, как и в евклидовой геометрии, угол между переносимым вектором и геодезической линией остается постоянным. Но направления вектора в x и $x + dx$ могут не совпадать, т.к. геодезическая, вообще говоря, не является прямой линией. Учет добавки в выражении для производной, связанной с изменением направления вектора, приводит к ее изменению. В

этом случае производная называется ковариантной и имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{DA_\mu}{dx^\nu} &= A_{\mu;\nu} = \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha A_\alpha, \\ \frac{DA^\mu}{dx^\nu} &= A^{\mu}_{;\nu} = \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\alpha\nu}^\mu A^\alpha,\end{aligned}\tag{6.9}$$

где знак «;» означает ковариантную производную, $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ — символы Кристоффеля, которые определяются метрикой пространства:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = \frac{1}{2}g^{\alpha\beta} \left(\frac{\partial g_{\mu\beta}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\beta}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\beta} \right).\tag{6.10}$$

Здесь $g_{\mu\nu}$ — ковариантные компоненты метрического тензора, которые в общем случае являются функциями всех четырех координат и задают метрику пространства-времени: $ds^2 = g_{\mu\nu}x^\mu x^\nu$. Преобразованием координат ее всегда можно привести к виду метрики Минковского:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.\tag{6.11}$$

Связь между ковариантными и контравариантными компонентами для вектора задается уравнениями: $A_\mu = g_{\mu\nu}A^\nu$. В этом примере кривизна пространства приводит к добавлению дополнительного члена в определении производной.

Вернемся к калибровочной инвариантности. В случае локальных калибровочных преобразований производная $\partial_\mu\psi$ преобразуется нековариантно, т. к. в этом случае не учитывается изменение ψ , связанное с произвольным изменением фазы.

Электромагнитные и заряженные поля описываются комплексными функциями $A_\mu(x)$ и $\psi(x)$ соответственно, вещественная функция $\alpha(x)$ служит координатой в так называемом зарядовом пространстве. Аналогично примеру из ОТО, в случае локальных фазовых преобразований, фазы в точках x и $x + dx$ отличаются. Здесь математически фаза играет роль, аналогичную кривизне, поэтому производную необходимо переопределить.

Рассмотрим выражение для векторной производной с учетом сделанных выше замечаний. По определению обычная производная $\psi(x)$ по направлению вектора n^μ (проекция на n^μ) имеет вид

$$n^\mu \partial_\mu \psi = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} [\psi(x + \varepsilon n) - \psi(x)].\tag{6.12}$$

Здесь значениям $\psi(x + \varepsilon n)$ и $\psi(x)$ соответствуют разные фазовые преобразования. Для того чтобы разность полей имела смысл, необходимо ввести множитель, компенсирующий различие в их преобразовании. Для этого вводится скалярная величина $U(y, x) = \exp[i\varphi(y, x)]$ такая, что $\psi(y)$ и $U(y, x)\psi(x)$ преобразуются одинаково. При этом сама величина $U(y, x)$ преобразуется по закону

$$U(y, x) \rightarrow e^{i\alpha(y)}U(y, x)e^{i\alpha(x)}. \quad (6.13)$$

Тогда ковариантную производную можно определить следующим образом:

$$n^\mu D_\mu \psi = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} [\psi(x + \varepsilon n) - U(x + \varepsilon n, x)\psi(x)]. \quad (6.14)$$

Учитывая малость εn и разлагая U в ряд:

$$U(x + \varepsilon n, x) = 1 - ie\varepsilon n^\mu A_\mu(x) + O(\varepsilon^2),$$

получаем следующее выражение для ковариантной производной:

$$D_\mu \psi(x) = [\partial_\mu + ieA_\mu(x)]\psi(x). \quad (6.15)$$

Здесь $A_\mu(x)$ — новое векторное поле, которое под действием калибровочного преобразования преобразуется по закону:

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha(x). \quad (6.16)$$

Это выражение является векторным потенциалом электромагнитного поля.

Таким образом, требование локальной калибровочной инвариантности лагранжиана приводит к необходимости замены выражения для обычной производной на ковариантное. В результате в лагранжиане появляются калибровочные поля, описывающие взаимодействия фермионов данного поля ψ , и уравнение для свободных электронов

$$(p_\mu \gamma_\mu - m)\psi = 0$$

преобразуется в уравнение, содержащее их взаимодействие за счет обмена бозонными (калибровочными) полями:

$$(p_\mu \gamma_\mu - eA_\mu \gamma_\mu - m)\psi = 0,$$

где γ_μ — матрицы Дирака.

Выражение (6.15) определяет ковариантную производную поля ψ в случае калибровочной группы $U(1)$. Его можно обобщить:

$$\frac{D\psi}{dx^\mu} = D_\mu\psi = \partial_\mu\psi - igM^a A_\mu^a\psi. \quad (6.17)$$

Выражение (6.17) дает общее определение ковариантной производной теории Янга—Миллса для любого поля ψ , преобразующегося по некоторому неприводимому представлению произвольной калибровочной группы с генераторами M^a [28].

Можно показать, что уравнения Максвелла являются частным случаем уравнений Янга—Миллса. В случае КЭД тензор энергии-импульса выражается через производные A_μ : $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ и также калибровочно-инвариантен.

Тогда можно записать калибровочно-инвариантный (к тому же перенормируемый¹) лагранжиан электромагнитного поля. На первый взгляд, вариантов его написания очень много, однако сохранение причинности предполагает включение слагаемых, содержащих произведения полей в одной и той же точке пространства-времени, а перенормируемость теории исключает все лагранжианы L , кроме случая, когда его размерность равна четырем. Здесь предполагается система единиц, в которой $\hbar = c = 1$. Тогда для комптоновской длины волны можно записать: $[\hbar/mc] = l = m^{-1}$. Действие — величина безразмерная, т. к. $[S] = [\int L d^4x] = [\hbar]$, поэтому $[L] = l^{-4} = m^4$. Тогда $[F_{\mu\nu}] = m^2$, $[A_\mu] = m$, $[\psi] = m^{3/2}$ и для скалярного поля $[\varphi] = m$. $[L] = (\text{масса})^4 = m^4$ и

$$L_4 = \bar{\psi}(iD)\psi - \frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 - m\bar{\psi}\psi. \quad (6.18)$$

В этом случае уравнения Янга—Миллса есть уравнения Максвелла.

6.2.4. Геометрическая интерпретация

Электромагнитное поле описывается комплексной функцией (4-вектор) $A_\mu(x)$, заряженное фермионное поле (спинор) $\psi(x)$, $\alpha(x)$ — координата внутреннего зарядового пространства. С точки зрения геометрии обычное и зарядовое пространства образуют расслоение: базой расслоения служит обычное пространство, а слоем над каждой точкой базы — одномерное зарядовое пространство с координатой $\alpha(x)$.

¹Теория перенормируема, если допускает исключение возникающих бесконечностей.

Теория расслоений появилась в топологии в связи с анализом кривизны многомерных пространств. Например, кривизна четырехмерного многообразия является математическим понятием дифференциальной геометрии и отличается от интуитивного обычного понятия кривизны.

Говоря о кривизне, рассматриваемый объект (геометрическую фигуру) обычно помещают в пространство большей размерности, в котором этот объект можно трансформировать, например, сгибать или даже завязывать узлом. В этом случае кривизна определяется радиусом-вектором, который можно определить для любой локальной части кривой поверхности или линии. Для пространства-времени отсутствует пространство большей размерности, его некуда поместить, поэтому в данном случае кривизна — это изменение метрики в той или иной области пространства. Если рассматривается пространство размерности, большей 4-х, то задача только усложняется. Позднее оказалось [31], что раздел математики, обобщающий понятие кривизны на топологические аналоги листа Мебиуса, может быть также полезен для интерпретации теорий взаимодействия элементарных частиц.

Альтернативой многомерным теориям типа Калуци—Клейна служит геометрический подход, связанный с математическим понятием расслоения топологических пространств. Вместо того чтобы рассматривать увеличение размерности пространства-времени, можно считать, что его размерность равна четырем, но над каждой его точкой находится другое пространство внутренних измерений, называемое слоем. При движении вдоль слоя, т. е. вдоль внутреннего направления, мы остаемся в той же самой пространственно-временной точке. Используя понятия дифференциальной геометрии и упрощая ее математическую структуру, можно считать, что обычное пространство-время является так называемым **базисным пространством X** . Каждой точке этого пространства соответствует пространство ν , **называемое слоем**. Совокупность слоев ν формирует **расслоенное пространство или расслоение Y** .

Хотя пространство в данном случае евклидово, фаза ψ -функции, которая отличается для x и $x + dx$, играет роль кривизны. Геометрическим образом фазовых преобразований является окружность, которая проектируется на лист Мебиуса в фазовом пространстве расслоения. Такая система обеспечивает переход спиновой ψ -функции (спинора) в саму себя при повороте на угол 4π (а не 2π), как можно было бы ожидать. Изменение фазы ψ -функции равносильно повороту системы координат, в которых она определена, что позволяет провести практически полную аналогию с геометрическим изменением производной.

Этот вопрос подробно рассматривается в работе [31] на примере вращения магнитного момента нейтрона во внешнем магнитном поле. Вращение нейтронов выявляет топологию расслоенного пространства. Опыт демонстрирует, что нейтрон или другая частица с таким же спином возвращается в исходное состояние, только когда его ориентация в пространстве меняется на 720° . Пояснить это можно следующим образом.

В квантовой механике для нейтрона проекция спина на произвольную ось может принимать лишь два значения: $\pm\hbar/2$, поэтому для прецессии магнитного момента нейтрона во внешнем магнитном поле меняющейся величиной является не проекция магнитного момента, а вероятность обнаружить проекцию спина «вверх» или «вниз», которые можно откладывать по осям x и y . Тогда повороту спина на угол 90° соответствуют равные вероятности проекции спина «вверх» или «вниз», т. е. поворот вероятности, на вдвое меньший — угол 45° . В этом случае структура расслоенного пространства выглядит как лист Мебиуса, т. е. возврат в прежнюю точку происходит после двух полных поворотов. Каждой точке окружности (базовое пространство) соответствует две точки расслоенного пространства. Лист Мебиуса является классическим примером нетривиального расслоения.

Калибровочные преобразования, образующие группу, действуют в слоях и сводятся к сдвигам координаты $\alpha(x)$. Введение ковариантной производной $D_\mu = \partial/\partial x^\mu - ieA_\mu(x)$ компенсирует зависимость вида преобразования от точки базы: $D_\mu\psi(x)$ преобразуется так же, как $\psi(x)$. При этом калибровочное поле $A_\mu(x)$, являющееся векторным потенциалом, преобразуется по (6.16) и называется связностью.

Понятие связности в криволинейной геометрии появляется в связи с обобщением операции параллельного переноса в евклидовой геометрии на расслоения. Необходимость такого обобщения связана с переопределением понятия производной. Связность позволяет переносить геометрические объекты (векторы или спиноры) из одной точки в другую и необходима для их сравнения в разных точках пространства.

Понятие связности в криволинейной геометрии появляется следующим образом. Связность обобщает операцию параллельного переноса в евклидовой геометрии на многообразия и расслоения. Необходимость и характер такого обобщения связан, в частности, с необходимостью переопределения понятия производной с учетом кривизны пространства. Название *связность* происходит от того, что посредством нее связываются касательные пространства в разных точках многообразия. Другими словами, связность позволяет переносить геометриче-

ские объекты из одной точки многообразия в другую и необходима для сравнения объектов в разных точках многообразия.

Основы для введения понятий ковариантных производных и связности в теории поля и в топологии принципиально отличаются, но формальный алгоритм математического аппарата практически совпадает. Эта схема в более сложной математической форме сохраняется и для остальных взаимодействий — электрослабого и цветного (КХД).

Таким образом, можно заключить, что каждое фундаментальное взаимодействие, как и гравитацию в ОТО, можно интерпретировать некой геометрической характеристикой топологического пространства. Геометризация взаимодействий связывается с поиском топологических структур и их воздействий друг на друга. Считается, что слоистые структуры, соответствующие сильным, слабым и электромагнитным взаимодействиям, сильно отличаются. Их суперпозиция приводит к возникновению флуктуаций, которые имеют место даже в случае отсутствия частиц (материи) в данной области пространства-времени. В этом случае говорят, что эти структуры задают состояние физического вакуума и их называют вакуумными конденсатами. На современном уровне различают три типа конденсатов: кварк-глюонный, хиггсов и электромагнитный (нулевые колебания). В рамках стандартной модели элементарных частиц свойства материи полностью определяются характеристиками этих систем.

6.3. Фундаментальные частицы

Под элементарными частицами понимают объекты, из которых строится вся наблюдаемая материя. Как это часто бывает, название *элементарная частица* не очень удачно. Оно не передает действительного содержания этого понятия. Это не просто маленькая частичка материи, а совершенно новый и непривычный объект, который одновременно обладает свойствами частицы, т. е. имеет энергию и импульс, и свойствами волны, т. е. ему свойственны такие явления, как интерференция, дифракция и отсутствие траектории. Это сочетание парадоксально. Достаточно рассмотреть вопрос об интерференции, например, электронов. Классическая частица характеризуется своей траекторией в пространстве-времени и не интерферирует, но у волны траектории нет, она может одновременно проходить, например, через два отверстия и потому интерферирует. Вот такие объекты, обладающие дуальностью волна—частица, и называют элементарными частицами.

К настоящему времени частиц открыто несколько сотен, включая резонансы с очень коротким временем жизни: $\sim 10^{-24}$ с. Большинство из них являются структурными или составными. Частицы, которые на данный момент считаются бесструктурными и из которых строятся все остальные, будем называть фундаментальными.

Окружающее нас вещество состоит из фермионов — частиц с полуцелым спином. Это в первую очередь нуклоны (протоны и нейтроны) и электроны, из которых строятся все известные атомы. Взаимодействие между фермионами передается бозонами. Долгое время считалось, что фундаментальным является взаимодействие между нуклонами в ядрах. Однако экспериментальные и теоретические исследования привели к пониманию того факта, что адроны не являются фундаментальными частицами и взаимодействие между ними тоже не является фундаментальным.

Проблема ядерных сил была решена в модели составных адронов, предложенной независимо М. Гелл-Манном и Г. Цвейгом (1964). Объединение многочисленных адронов в группы частиц с близкими свойствами, называемые унитарными супер-мультиплетами, выявило определенные свойства симметрии, из которых следовало, что адроны должны состоять из фермионов со спином $1/2$, дробным электрическим ($2/3e$ и $-1/3e$) и барионным зарядами ($1/3$). Эти удивительные частицы были названы кварками (М. Гелл-Манн).

Приведем таблицы фундаментальных частиц. Таблица фермионов 6.3 (кварки и лептоны) содержит три поколения. В табл. 6.4 приведены калибровочные бозоны.

Т а б л и ц а 6.3

Три поколения фермионов

Поколение	1	2	3	Эл. заряд Q	Три цвета
Кварки	u	c	t	$+\frac{2}{3}$	ЖСК
	d	s	b	$-\frac{1}{3}$	ЖСК
Лептоны	e	μ	τ	-1	-
	ν_e	ν_μ	ν_τ	0	-

Калибровочные бозоны

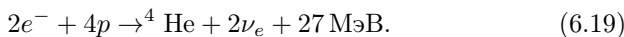
Бозоны	Взаимодействие	Спин	Масса ГэВ	Эл. заряд Q
Глюоны g	КХД	1	0	0
Фотон γ	Эл.-магн.	1	0	0
W^\pm, Z_0	Слабое	1	80,4; 91,2	$\pm 1; 0$

Вместе эти две таблицы представляют набор фундаментальных частиц стандартной модели. При этом следует учесть наличие античастиц и три цвета для кварков и антикварков.

Все фермионы подразделяются на три поколения, в которых свойства частиц, находящихся в одной строке, практически совпадают. Все члены второго и третьего поколения, за исключением, возможно, нейтрино, являются нестабильными.

Существование поколений, повторяющих свойства частиц, расположенных в первом столбце, является пока загадкой. Зачем природе потребовалось создание трех копий фермионов и не является ли это следствием наличия у них структуры, т. е. существования более фундаментального уровня элементарных частиц? Это пока неизвестно. Возможно, что два дополнительных поколения играли важную роль на ранних стадиях существования Вселенной. В частности, без них нельзя получить нарушение так называемой СР-инвариантности и объяснить избыток частиц по сравнению с античастицами в нашем мире.

Интересно, что весь видимый мир построен из фермионов первого поколения табл. 6.3. Ядра состоят из нуклонов, которые формируются u - и d -кварками: $p = uud$ и $n = udd$. В атомах к ним добавляется электрон. Электронное нейтрино обеспечивает β -распад и формирует спектр изотопов, радиоактивные ядра, стабильность звезд в процессе термоядерного синтеза тяжелых ядер и обеспечивает процесс «горения» водорода в звездах (Солнце):



6.3.1. Кварки и лептоны

Фундаментальные фермионы делятся на кварки и лептоны. Кварки — частицы с дробным электрическим и барионным зарядами. Кварков сначала было три, u (up), d (down) и s (strange) -кварки. Барионы строились из трех кварков. Мезоны образовывались комбинацией кварка и антикварка ($q\bar{q}$), в частности $\pi^+ = (u\bar{d})$, $K^0 = (\bar{s}d)$. Открытие

новых типов адронов привело к увеличению числа кварков или, говорят, кварковых ароматов (типов) до шести, были добавлены c (charm), t (top) и b (bottom) -кварки. Однако и этого оказалось мало.

Открытие барионов, состоящих из трех одинаковых кварков $\Delta^{++} = (uuu)$, $\Omega^- = (sss)$ и имеющих спин $3/2$, противоречило статистике Ферми—Дирака, три фермиона оказывались в одном состоянии с параллельными спинами, что невозможно. Эта ситуация потребовала добавление кваркам дополнительной степени свободы, которую назвали цветом. Теперь каждый кварк мог находиться в трех состояниях, которые обозначили разными цветовыми зарядами: например, красный, зеленый, синий (КЗС). На самом деле цвет здесь ни при чем, никакого смысла он не имеет, название придумано, чтобы этот заряд отличать от электрического. В результате взаимодействие получило название цветного, а сама модель — квантовой хромодинамики.

Цветных зарядов три и еще три для антикварков. Взаимодействие между ними осуществляется безмассовыми бозонами со спином единица (векторными бозонами), которые получили название глюоны (клей). Всего таких бозонов восемь, каждый из которых несет два цветных заряда. Восемь бозонов возникает из требования локальной калибровочной инвариантности лагранжиана с цветной группой симметрии $SU(3)$, которая будет рассмотрена позже. Кварков при этом становится $18 = 6 \times 3$ и столько же антикварков.

Наличие трех цветов подтверждается экспериментально. Отношение сечений аннигиляции электрон-позитронной пары в адроны и мюоны равно сумме зарядов, которая отличается в три раза и равняется $11/9$ для шести бесцветных кварков и $11/3$ для восемнадцати цветных. Эксперимент дает величину, близкую к четырем:

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{адроны})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \mu^+\mu^-)} \simeq 4. \quad (6.20)$$

КХД описывает взаимодействие цветных зарядов, которое является фундаментальным. Сильное взаимодействие бесцветных адронов можно рассматривать как аналог сил Ван-дер-Ваальса в молекулярной физике. Бесцветными называют адроны, в которых присутствуют кварки всех трех цветов в равном количестве — это барионы, либо в соотношении цвет—антицвет — это мезоны. Поскольку глюоны заряжены, то они взаимодействуют между собой, поэтому КХД, в отличие от КЭД, является нелинейной теорией.

Взаимодействие глюонов существенно меняет вид цветного потенциала между кварками. Притягиваясь, глюоны стягиваются в жгут,

натянутый между кварками. При увеличении расстояния потенциал растет, т. к. поляризация вакуума цветным зарядом принципиально отличается от поляризации электрическим зарядом. Облако виртуальных глюонов растет с импульсом, поэтому потенциал взаимодействия кварков имеет вид

$$\varphi_{qq} = \frac{\alpha_s}{r} + kr. \quad (6.21)$$

Первый член имеет вид кулоновского потенциала, но второй член растет с расстоянием. Многочисленные эксперименты по поиску свободных кварков привели к отрицательному результату. Как следствие, была сформулирована идея конфайнмента (заклЮчения) цвета внутри адронов или его невылетания из адронов. Цветные заряды не могут существовать в вакууме внешнего мира. Причина этого до конца не ясна. Возможно, что именно рост потенциала приводит к тому, что кварки заперты внутри адронов.

Другой важный эффект кварк-кваркового потенциала — уменьшение взаимодействия на малых расстояниях, которое получило название асимптотической свободы. Вместо экранировки цветового заряда, как это происходит с электрическим зарядом в КЭД за счет поляризации вакуума, в КХД происходит его антиэкранировка. Заряженные глюоны как бы размазывают цветовой заряд кварка и увеличивают его. В результате цветовой заряд уменьшается с уменьшением расстояния и на малых расстояниях кварки можно рассматривать как невзаимодействующие свободные частицы.

Асимптотическая свобода означает, что на малых расстояниях константа связи α_s уменьшается: $\alpha_s = \alpha_s(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$. Малые расстояния между кварками достигаются при больших переданных импульсах $Q = p_1 - p_2$, где p_1 и p_2 — импульсы налетающего и рассеянного кварков соответственно, а Q — импульс, переданный глюону. Для того чтобы сблизиться, кварку надо затратить соответствующее количество движения на преодоление глюонного поля, окружающего цветовой заряд. Величину константы α_s обычно вычисляют как функцию Q : $\alpha_s = \alpha_s(Q)$. В этом случае можно записать, что $\alpha_s(Q) \rightarrow 0$ при $Q \rightarrow \infty$. Оказалось, что на малых расстояниях цветное взаимодействие исчезает и константа α_s уменьшается настолько, что становятся возможными расчеты по теории возмущений. Именно эти расчеты и их согласие с экспериментом подтвердили справедливость КХД и сделали ее основной моделью взаимодействия цветовых зарядов.

Образование анизотропного глюонного поля между кварками в виде струны приводит к еще одному характерному свойству цветного взаимодействия. Попытка развести кварки приводит к тому, что

эта струна рвется и на ее концах из вакуума возникает пара кварк—антикварк. Энергетически оказывается выгоднее иметь две короткие струны вместо одной длинной. При изучении кварк-кварковых (qq) взаимодействий на ускорителях в процессах столкновения адронов или e^+e^- эти процессы приводят к характерному рождению струй частиц, которые экспериментально подтверждают кварковую модель строения адронов и дробность их электрических зарядов.

Струнный характер глюонного поля приводит к его топологическому отличию, например, от электрического поля. Струну можно завязать петлей. В этом случае прямая струна и струна с петлей будут представлять топологически отличающиеся цветовые взаимодействия, которые невозможно перевести друг в друга непрерывными преобразованиями. Квантовые флуктуации между этими состояниями могут порождать уникальные эффекты, характерные только для цветных полей.

Кроме кварков фундаментальные фермионы включают шесть лептонов, которые составляют три пары частиц, относящихся к разным поколениям табл. 6.3. Лептоны участвуют только в электромагнитных и слабых взаимодействиях (электрослабых). Аналогичные частицы из разных поколений имеют одинаковые квантовые числа. Их отличие связано только с массой и стабильностью. Электрон стабилен, а мюон и τ -лептон нестабильны. Для нейтрино возможен так называемый эффект осцилляций — превращения между нейтрино разных поколений. В опытах Дэвиса по измерению потока солнечных нейтрино (ν_e) на Земле $I_{\nu_e} \simeq 7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ был установлен их двукратный дефицит, что стимулировало появление ряда наземных ускорительных экспериментов по поиску нейтринных осцилляций.

6.3.2. Изотопическая и унитарная инвариантность. Мультиплеты и супермультиплеты адронов

Рассмотрим более подробно, как возникла кварковая модель и какую роль в этом сыграла важнейшая $SU(3)$ -симметрия. К настоящему времени открыто несколько сотен адронов. Все они нестабильны, кроме, может быть, протона. Ориентироваться в таком количестве частиц довольно трудно, но оказалось, что их можно разбить на группы частиц — мультиплеты с довольно близкими массами и одинаковыми квантовыми числами, такими как спин, четность, барионный заряд B , странность s , очарование или шарм c , боттом b и топ t . Сюда не входит электрический заряд Q , т. к. он относится к области электромагнитных взаимодействий, и именно они нарушают симметрию между

сильно взаимодействующими адронами мультиплета. Их симметрия заключается в одинаковом сильном взаимодействии и называется изотопической инвариантностью, а мультиплеты называются изотопическими (ИМ).

Простейшим вариантом ИМ является дублет нуклонов (p, n) , которые рассматриваются как два разных зарядовых состояния одной частицы. π -мезоны образуют изотопический триплет: π^+, π^0, π^- и т. д. Отличие масс у членов мультиплета (несколько процентов) обусловлено разным электромагнитным взаимодействием и отличием масс u, d кварков, входящих в состав частиц.

По аналогии со спином для описания двух состояний нуклона было введено понятие изоспина. Для нуклона изоспин $I = 1/2$ и его проекции $I_3 = +1/2$ и $-1/2$ соответствуют протону и нейтрону. Заряд компонент нуклона определяется соотношением $Q = I_3 + 1/2$. Поведение спина связано с вращением в обычном пространстве, тогда как изоспин вращается в абстрактном изоспиновом пространстве и его третья ось I_3 связана с зарядом. Рассмотрим на простейшем примере нуклона, что из себя представляет изоспиновая инвариантность и ее матричное представление.

Волновая функция нуклона по аналогии со спином может быть представлена в виде

$$\Psi_N = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = ap + bn. \quad (6.22)$$

Здесь a и b — амплитуды вероятности того, что нуклон находится в протонном или нейтронном состоянии. В силу принципа суперпозиции любая нормированная комбинация вида (6.22) является волновой функцией нуклона. Все такие суперпозиции могут быть получены путем вращений в изоспиновом пространстве I_1, I_2, I_3 . Компонентам изоспина ставятся в соответствие матрицы Паули τ : $I_1 = 1/2\tau_1, I_2 = 1/2\tau_2, I_3 = 1/2\tau_3$, где

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6.23)$$

Из них формируются так называемые повышающие и понижающие операторы, которые могут осуществлять переводы между p - и n -состояниями:

$$I_+ \equiv I_1 + iI_2 = \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (6.24)$$

$$I_- \equiv I_1 - iI_2 = \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.25)$$

Простой подстановкой можно удостовериться, что выполняются операции $I_+p = 0$, $I_+n = p$, $I_-p = n$, $I_-n = 0$.

Вращение в изопространстве вокруг оси I_2 на угол ϑ по аналогии со спином задается формулами

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} &= \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cos \frac{\vartheta}{2} + i\tau_2 \sin \frac{\vartheta}{2} \right] \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \\ &= \exp\left(i\tau_2 \frac{\vartheta}{2}\right) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \exp(iI_2\vartheta) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Приведенные преобразования меняют амплитуды вероятности протонного и нейтронного состояний. Неразличимость этих состояний означает инвариантность сильных взаимодействий относительно вращений в изоспиновом пространстве. Эти преобразования образуют группу $SU(2)$. Следствием этой симметрии является сохранение изоспина I в сильных взаимодействиях. Различные состояния $(2I + 1)$, характеризующиеся значением проекции I_3 и их суперпозиции, считаются эквивалентными. В электромагнитных взаимодействиях изоспин не сохраняется.

Подробное рассмотрение этого примера имеет целью по возможности упростить дальнейшее изложение. В более сложном случае унитарной симметрии — $SU(3)$ — используется во многом аналогичная матричная математика, хотя сами матрицы, конечно, отличаются.

Открытие странных частиц привело к поиску более высокой симметрии, чем изоспин. Решение проблемы независимо было найдено Дж. Гелл-Манном и М. Цвейгом. Оказалось, что изотопическая инвариантность представляет собой часть более широкой симметрии сильного взаимодействия — унитарной симметрии $SU(3)$ [34, 36]. Вместо изоспина в теорию было введено новое квантовое число — унитарный спин — и было показано, что группа его вращений — $SU(3)$ — выступает в качестве высшей симметрии.

В изоспиновой симметрии частицы мультиплета отличались величиной электрического заряда, в унитарных супермультиплетах частицы отличаются величиной изоспина I и странности S или величиной гиперзаряда $Y = 2(Q - I_3)^2$. Формула Гелл-Манна—Нишиджимы свя-

²Формула Гелл-Манна—Нишиджимы. При этом предполагается, что $Y = B + S$, где B — барионное число, S — странность.

зывает гиперзаряд частицы Y с ее электрическим зарядом Q и проекцией изоспина $I_3: Q = I_3 + 1/2Y$. Изоспин создает мультиплеты частиц с одинаковым гиперзарядом, равным удвоенному среднему заряду по мультиплету: $Y = 2\bar{Q}$, что следует из формулы Гелл-Манна—Нишиджимы, т. к. гиперзаряд одинаков для всех членов мультиплета, а среднее значение I_3 по мультиплету равно нулю. На рис. 6.1 приведен пример октета барионов и на рис. 6.2 — два октета мезонов. Звездочками отмечены возбужденные резонансы частиц. По оси ординат в этих схемах отложен гиперзаряд (сумма странности и барионного заряда), по оси абсцисс — проекция изоспина частиц. С формальной точки зрения изоспин может принимать любые значения, но реально в природе наблюдаются только частицы с $I = 0, 1/2, 1$ и $3/2$. Последнее значение соответствует сумме для трех параллельных кварков. Аналогично наблюдается ограничение на типы супермультиплетов. Реализуется лишь три типа супермультиплетов: декуплет, октет и синглет, при этом все адроны принадлежат трем указанным $SU(3)$ -супермультиплетам и только им.

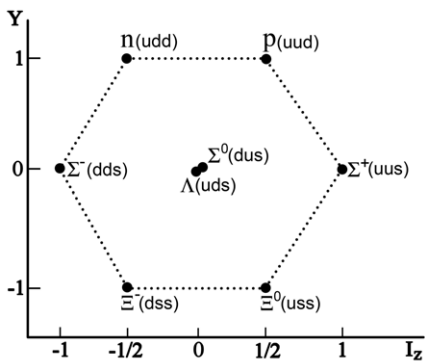


Рис. 6.1. Октет барионов

Первый (барионный) октет содержит частицы со спином $1/2$. Второй (мезонный) октет — частицы со спином 0 . Третий (мезонный) октет, расположенный справа на рис. 6.2, — частицы со спином 1 . Именно изучение этих октетов привело Гелл-Манна и Цвейга к гипотезе о кварковой структуре всех адронов. Попытки поделить адроны на фундаментальные и составные делались и ранее, но они выдвинули абсолютно новую гипотезу, которая заключалась в том, что фундаментальными являются частицы q , не связанные с известными

адронами, и что все барионы построены из трех частиц qqq , а мезоны — из пар частица—античастица $q\bar{q}$. Частицы q должны быть фермионами, тогда простейший вариант спин — $1/2$, барионное число равно $B = 1/3$, так чтобы обеспечить $B = 1$ для барионов. В этом случае, подставляя $I_3 = \pm 1/2$ и странность $s = 0$, получаем из формулы Гелл-

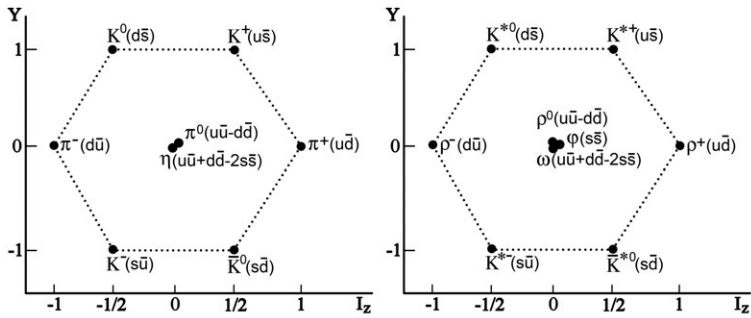


Рис. 6.2. Октеты мезонов

Манна—Нишиджимы

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B + S), \quad (6.27)$$

что частицы q должны иметь дробные электрические заряды $Q = 2/3, -1/3$. Для странного синглета ($S = -1, I = 0, I_3 = 0$) также $Q = -1/3$. Так на основе $SU(3)$ -симметрии появилась гипотеза кварков.

Продолжим анализ супермультиплетов. Первая строка октета барионов содержит частицы, состоящие из кварков первого поколения u и d — это протон и нейтрон. Сумма странности и барионного заряда для них равна 1.

Вторая строка этого октета содержит барионы, в состав которых входит один странный s -кварк. Сумма странности и барионного заряда для этой строки равна 0.

В третьей строке — частицы с двумя странными s -кварками. Их всего две. Изоспин этих кси-гиперонов равен $1/2$, сумма барионного заряда и странности равна -1 . Спин кварков этих барионов $s = 1/2$.

Второй октет (мезонный) соответствует сложению спинов кварка и антикварка в ноль: $s = 0$. (Это псевдоскалярные мезоны.)

Третий октет, при той же кварковой структуре мезонов, соответствует схеме сложения спинов кварка и антикварка в 1: $s = 1$. Это векторные мезоны. В схеме векторных мезонов в центре находятся не две, как в октете барионов, а три частицы, т. е. схема векторных мезонов представляет собой сумму октета и синглета.

Спины трех кварков, составляющих барионы, могут быть и параллельными друг другу, составляя в сумме спин $3/2$. Эти частицы

также обнаружены экспериментально, они составляют декуплет — 10 частиц, — приведенный на рис. 6.3.

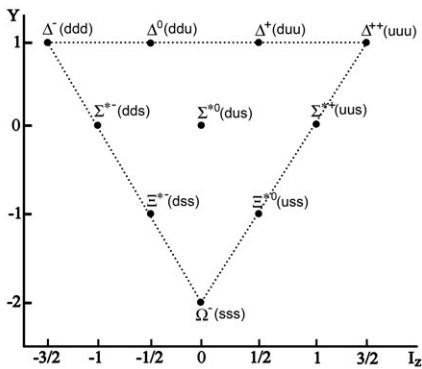


Рис. 6.3. Декуплет барионов

Частицы, расположенные по углам декуплета, составлены из одинаковых кварков (т. е. кварков с одинаковым квантовым числом — аромат). Проекция их спинов совпадают. Эта ситуация привела к введению нового квантового числа — цвет, — играющего роль заряда в квантовой хромодинамике. Три кварка в составе бариона имеют три разных квантовых числа «цвет», причем сумма этих квантовых чисел дает отсутствие цвета — барионы бесцветные частицы. То же относится и к мезонам, состоящим из

суперпозиции трех кварк-антикварковых пар: красный—антикрасный + желтый—антижелтый + синий—антисиний.

Цветные кварки в составе бесцветных адронов связаны путем обмена глюонами. Переносчики сильного (цветного) взаимодействия — глюоны — имеют не один, а два цветовых заряда. Всего имеется не 9, а 8 цветных глюонов, поскольку комбинация $j\bar{j} + c\bar{c} + k\bar{k}$ не имеет цветового заряда (т. е. является «белой»). Наличие двух цветных зарядов у глюонов цвет—антицвет обеспечивает сохранение цветового заряда в реакциях между кварками.

Важность цветовой симметрии для дальнейшего заключается в том, что именно она является калибровочной симметрией для квантовой хромодинамики.

6.4. Взаимодействия фундаментальных частиц

Рассмотрим, как соотносятся между собой три фундаментальных взаимодействия. Сравнение константы связи КЭД $\alpha = 1/137$ и КХД α_s показывает, что при малых энергиях (большие расстояния) последняя приблизительно в 100–1000 раз больше, но в области асимптотической свободы α_s может быть достаточно малой — $\alpha_s \sim 0,1-0,2$.

Константы связи для разных взаимодействий можно оценить по времени распада нестабильных частиц за счет того или иного взаимодействия [54]. Вероятность распада пропорциональна величине

$(\sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha})^2$ и, кроме того, зависит от величины фазового пространства, доступного для кинетической энергии продуктов распада, или, проще, от разности масс частиц в начальном и конечном состоянии. Подбирая реакции, близкие по характеристикам, но идущие за счет разных взаимодействий, можно оценить величину отношения констант взаимодействия.

Для сильных и электромагнитных распадов времена жизни частиц относятся как

$$\frac{\tau_{em}}{\tau_s} = \left(\frac{\alpha_s}{\alpha}\right)^2 = 10^4 \div 10^6, \quad (6.28)$$

т. е. времена жизни частиц, распадающихся за счет электромагнитных сил, должны быть на много порядков больше. Действительно, характерное время жизни нестабильных адронов, распадающихся за счет цветового взаимодействия, составляет 10^{-22} — 10^{-23} с, тогда как время жизни, например π^0 -мезона, распадающегося электромагнитно на два гамма-кванта $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, составляет 10^{-16} с.

В многочисленных экспериментах на ускорителях частиц был обнаружен еще один класс частиц с временами жизни 10^{-10} — 10^{-12} с, что намного превосходило временной масштаб, характерный для электромагнитных и тем более сильных распадов. Например, в близких реакциях распада

$$\Delta^+ \rightarrow n + \pi^+ \quad \text{и} \quad \Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+$$

(доступное фазовое пространство в обоих случаях $\sim 0,12$ ГэВ) времена жизни отличаются на 13 порядков.

Эта ситуация привела к необходимости введения еще одного взаимодействия, которому присвоили имя слабого, т. к. оценка константы его взаимодействия α_W по аналогии с (6.28) дает величину

$$\frac{\tau(\Delta \rightarrow n + \pi)}{\tau(\Sigma \rightarrow n + \pi)} = \left(\frac{\alpha_W}{\alpha_s}\right)^2 = \frac{10^{-23}\text{с}}{10^{-10}\text{с}} = 10^{-13}. \quad (6.29)$$

Таким образом, имеется три взаимодействия, константы связи которых соотносятся по порядку величины как $\alpha_s \simeq 1$, $\alpha \simeq 10^{-2}$ и $\alpha_W \simeq 10^{-6}$. Малость константы α_W можно интерпретировать по-разному.

Можно предположить, по аналогии с сильным и электромагнитным взаимодействиями, что переносчик слабого взаимодействия, квант W , является безмассовым бозоном, а вероятность его испускания $\sqrt{\alpha_W}$ на два порядка меньше, чем вероятность испускания электрическим зарядом фотона γ и на три порядка меньше вероятности испускания

цветовым зарядом глюона g . В этом случае мы имеем дело с абсолютно новым полем со своей константой взаимодействия α_W .

Другая интерпретация объясняет малую вероятность обмена W -квантом тем, что, в отличие от γ и g , W -бозон является массивной частицей, а вероятность его испускания та же, что у фотона. Этот путь оказался чрезвычайно плодотворным и позволил объединить слабое и электромагнитное взаимодействие в рамках теории электрослабого взаимодействия (Ш.Л. Глэшоу, А. Салам, С. Вайнберг, 1967–1968).

В этой теории считается, что электрослабое взаимодействие переносится бозонами со спином 1, которые могут находиться в четырех состояниях W^\pm , Z^0 и γ . Это два дублета, заряженный и массивный W^\pm и нейтральный (Z^0 , γ), одна из компонент которого массивная, а другая безмассовая. Теория предсказала их массу: $M_{W,Z} \simeq 10^2 m_p \sim 90 \text{ ГэВ}$.

Просматривается аналогия, например, с дублетом частиц протон- p и нейтрон- n , которые являются разными состояниями одной частицы, нуклона. Как и в случае W^\pm , Z^0 , состояния нуклона отличаются величиной электрического заряда, но у электрослабого бозона есть одно принципиальное отличие. Масса одной из его компонент, фотона, равна нулю, тогда как массы остальных компонент почти в сто раз больше массы протона.

Теория слабых взаимодействий (ТСВ) опиралась на экспериментальные исследования, которые показали, что в слабом взаимодействии, в отличие от цветного, одинаково участвуют как кварки, так и лептоны. Было показано, что слабое взаимодействие действительно является короткодействующим из-за большой массы его переносчиков. В 1983 году на коллайдере CERN были обнаружены массивные W^\pm -, Z^0 -бозоны со спином 1, массы которых составили 81 и 94 ГэВ соответственно. Характерное расстояние, на которое может отойти виртуальный бозон от слабо взаимодействующей частицы, ограничено принципом неопределенности и составляет величину, намного меньшую размера протона: $r \sim \hbar c/E \leq \hbar c/mc^2 = \hbar/mc \sim 10^{-17}$ см или $\sim 10^{-4}$ фм. Поэтому долгое время слабое взаимодействие считалось точечным, т. е. имеющим место только в точке пересечения взаимодействующих частиц.

Казалось бы, что общего у точечного взаимодействия и взаимодействия, потенциал которого отличен от нуля во всем пространстве и только на бесконечности обращается в нуль (КЭД)? Они, скорее, диаметрально противоположны. Ситуация парадоксальная, но она разрешилась созданием единой электрослабой теории (ТСВ+КЭД). Поэто-

му содержание Стандартной модели составляет сумма теорий электро-слабых взаимодействий (ТЭВ) и квантовой хромодинамики (КХД).

В заключение подведем краткий итог описания фундаментальных векторных взаимодействий.

Взаимодействие между фермионами передается векторными бозонами, которые называют также калибровочными. В Стандартной модели существует три типа калибровочных бозонов: фотоны, W^{\pm} -, Z^0 -бозоны и глюоны, — соответствующих трем фундаментальным взаимодействиям — электромагнитному, слабому и цветному (сильному). Эти бозоны, как и соответствующие теории взаимодействий, получили название калибровочных в связи с порождающей их калибровочной симметрией соответствующих лагранжианов.

Каждому взаимодействию соответствует его группа симметрии: электромагнитному — $U(1)$, слабому — $SU(2)$ и сильному — $SU(3)$. Простейшая из них группа $U(1)$ имеет представление в виде окружности. Каждому элементу группы соответствует поворот окружности, который переводит ее в саму себя. Вращение окружности вокруг своего центра на малый угол называется генератором группы. Генератор порождает все элементы группы. В более сложных группах генератор может быть уже не один. Так, в $SU(2)$ их три, а в $SU(3)$ — восемь.

Число калибровочных бозонов в точности равно числу генераторов соответствующей группы. Следовательно, калибровочных бозонов существует столько же, сколько источников калибровочных полей.

Среди перечисленных бозонов три W^{\pm} - и Z^0 -бозоны имеют относительно большие массы порядка 100 ГэВ. Но, с другой стороны, калибровочные бозоны описываются уравнениями поля Янга—Миллса для безмассовых частиц, т. е. эта теоретическая схема предполагает бесконечный радиус взаимодействия, как в электродинамике. Вместе с тем экспериментально было получено, что слабое взаимодействие имеет очень малый радиус действия.

Конфликт между теорией и экспериментальным фактом привел в конечном итоге к созданию механизма Хиггса, который считается в Стандартной модели ответственным за динамическое происхождение массы всех частиц, включая калибровочные бозоны W^{\pm} и Z^0 . Предполагается, что поле Хиггса имеет специфическую форму потенциала взаимодействия, которая приводит его к спонтанному нарушению симметрии. В результате этого нарушения образуется ненулевой конденсат поля Хиггса, который заполняет всю Вселенную. Этот конденсат, взаимодействуя с тремя калибровочными бозонами (W^{\pm} и Z^0), сообщает им массу, которая таким образом имеет динамическое происхождение. В качестве аналогии можно привести пример с наличи-

ем понятия эффективной массы электрона в кристалле. Четвертый калибровочный бозон остается безмассовым (фотон). Эта теория также предсказывает существование новой частицы — скалярного бозона Хиггса.

В сравнении с квантовой хромодинамикой теория электрослабых взаимодействий является более сложной. Поэтому начнем рассмотрение теории полей Янга—Миллса с полей цветных.

6.4.1. Квантовая хромодинамика

Простейшим примером неабелевой (нелинейной) калибровочной теории является квантовая хромодинамика (КХД). В случае КХД рядом является цвет и взаимодействие кварков должно быть симметрично относительно цвета, т. е. взаимодействие кварков должно быть одинаковым для всех цветных состояний.

Три цвета кварков по аналогии с унитарным спином формируют новую симметрию взаимодействия цветных зарядов. Этой симметрии соответствует та же группа преобразований $SU(3)$, соответствующая вращениям уже в другом трехмерном пространстве — абстрактном пространстве цвета. Говорят, что три цвета кварков образуют фундаментальное представление группы $SU(3)$:

$$K = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Ж = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (6.30)$$

Эта симметрия отличается от симметрии унитарного спина. Последняя является приближенной из-за отличия масс адронов, входящих в один супермультиплет (отличие масс u -, d -, s -кварков). Симметрия цвета является точной. Поэтому волновая функция бесцветных барионов должна иметь вид

$$(qqq)_{\text{цв. синглет}} = \frac{KЖС - КСЖ + СКЖ - СЖК + ЖСК - ЖКС}{\sqrt{6}}. \quad (6.31)$$

Для мезонов волновая функция строится как суперпозиция трех кварк-антикварковых пар: красный—антикрасный + желтый—антижелтый + синий—антисиний.

Как и в случае КЭД, локальный характер симметрии требует появления компенсирующих полей, т. е. чтобы цветовые состояния были источниками векторных калибровочных полей. Эти поля осуществляют взаимодействия между цветовыми зарядами, объединяя цветные

кварки в бесцветные адроны. Цветов три, поэтому для того, чтобы полностью компенсировать последствия локальной симметрии, число калибровочных полей (глюонов) должно быть $n^2 - 1 = 8$.

Как и в случае фотонов, глюоны — это безмассовые частицы со спином единица (бозоны). Однако, в отличие от фотонов, глюоны обладают цветным зарядом и взаимодействуют с кварками и между собой. Причем каждый глюон несет два заряда. Два цвета (цвет и антицвет) у глюонов появляются, чтобы обеспечить сохранение цвета при их взаимодействиях с кварками и антикварками. Взаимодействие глюонов между собой делает теорию хромодинамики нелинейной (неабелевой).

Цветовая симметрия предполагает преобразования между разными цветовыми комбинациями, которые можно представить как повороты в трехмерном цветовом пространстве. Неабелевость теории означает, что такие повороты некоммутативны, т. е. зависят от последовательности их выполнения. Повороты меняют цветное состояние, поэтому каждый цветной кварк может заменяться суперпозицией трех цветных кварков того же типа.

Нелинейность КХД создает два характерных эффекта: асимптотическую свободу кварков и их конфайнмент (невыветание из адронов). Как уже обсуждалось, принцип неопределенности позволяет существование в вакууме виртуальных частиц. Поэтому любой заряд поляризует вакуум. Так электрический заряд уменьшается с расстоянием за счет его экранировки виртуальными электрон-позитронными парами. Поэтому с увеличением энергии эффективный заряд в КЭД растет.

В КХД ситуация обратная. Из-за наличия заряда у виртуальных глюонов с ростом энергии эффективный цветной заряд уменьшается и кварки асимптотически становятся свободными. Другими словами, на малых расстояниях сильное взаимодействие слабеет, константа взаимодействия становится меньше единицы, что позволяет использовать в КХД теорию возмущений.

Такой эффект возникает из-за того, что глюон может породить два глюона, при этом цветной заряд увеличивается с расстоянием. Этот рост (возможно, вплоть до бесконечности) может быть причиной того, что вне адронов кварки не существуют (конфайнмент). Эта проблема относится к большим расстояниям, где константа взаимодействия существенно больше единицы, поэтому какие-либо расчеты в этой области затруднены и проблема конфайнмента пока не решена.

По аналогии с КЭД, интенсивность взаимодействия в КХД можно характеризовать безразмерной величиной $\alpha_s = e_c^2/\hbar c$, где s означает сильные взаимодействия, e_c — цветной заряд, \hbar и c — постоянная

Планка и скорость света. На расстояниях $r \sim 10^{-16}$ см $\alpha_s = 0,11$, при $r \sim 10^{-14}$ см $\alpha_s = 0,2$ и для $r > 10^{-13}$ см константа становится больше единицы. Для сравнения константа КЭД при $r \sim 10^{-16}$ см $\alpha \approx 1/128$, а на расстояниях, больших $4 \cdot 10^{-11}$ см, значение α стремится к постоянному пределу, равному $e^2/\hbar c = 1/137$.

Один из вариантов конфайнмента может возникнуть из-за нелинейности КХД. Самодействие глюонов приводит к тому, что поле между кварками стягивается в струну. Согласно этой модели, с увеличением расстояния натяжение струны может приводить к ее разрыву и возникновению на концах пары кварк—антикварк. Возникающие на концах разрыва цветные кварки и антикварки вновь объединяются в бесцветные адроны. Поэтому кварк невозможно удалить из адрона — рвется глюонная струна. При разрывах струны в нескольких местах образуются струны адронов. Конфайнмент подтвержден расчетами КХД на решетке, но математически не доказан. Поиск этого доказательства — одна из семи «задач тысячелетия», объявленных Математическим институтом Клэя.

В случае квантовой хромодинамики физика столкнулась с необычной ситуацией. Кварки и глюоны, введенные для объяснения структуры адронов, реально не были обнаружены в свободном состоянии. Поэтому возникло мнение, что кварки — это просто удобные математические конструкции, а не реальные частицы. Однако эксперименты по глубоконеупругому рассеянию электронов на нуклонах показали, что рассеяние идет на объектах с размерами много меньшими, чем нуклоны. Фейнман назвал их партонами, которые затем были ассоциированы с кварками.

Следующим эффектом оказалось открытие асимптотической свободы (Гросс—Полицер—Вилчек, 1973). Выяснилось, что с уменьшением расстояния между кварками их взаимодействие стремится к нулю. На малых расстояниях кварки становятся свободными!

Уменьшение константы взаимодействия с ростом энергии позволило использовать теорию возмущений. В результате многие предсказания кварковой модели получили экспериментальное подтверждение на уровне нескольких процентов.

6.4.2. Лагранжиан КХД

Из-за цветовой симметрии лагранжиан должен быть инвариантен относительно группы преобразований вида

$$q \rightarrow Uq, \quad (6.32)$$

где 3×3 -преобразования U являются унитарными и унимодулярными:

$$\begin{aligned} U^+U &= 1, & \det U &= 1, \\ U &= e^{iT}, & T &= T^+, & \text{Sp } T &= 0. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Эти матрицы называются матрицами Гелл-Манна и зависят от восьми параметров или углов поворота ε_a . Соответственно, имеется и восемь генераторов $\lambda_i/2$ ($i = 1, \dots, 8$):

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.34)$$

которые представляют собой некоторое «обобщение» матриц Паули на три измерения. Эти генераторы удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$\left[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = if_{abc} \frac{\lambda_c}{2}, \quad (6.35)$$

где отличные от нуля структурные константы f_{abc} равны:

$$\begin{aligned} f_{123} &= 1, & f_{147} &= -f_{156} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = -f_{367} = \frac{1}{2}, \\ f_{458} &= f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned} \quad (6.36)$$

Смысл хромодинамики состоит в том, чтобы считать цветовую симметрию локальной калибровочной симметрией.

В результате по изложенным выше рецептам в теории возникает восемь калибровочных полей (глюонов) — переносчиков взаимодействия между кварками. Их обычно записывают в виде следующей матрицы:

$$\hat{A}_\mu = A_\mu^a \frac{\lambda_a}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}A_\mu^8 & A_\mu^1 - iA_\mu^2 & A_\mu^4 - iA_\mu^5 \\ A_\mu^1 + iA_\mu^2 & -A_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}A_\mu^8 & A_\mu^6 - iA_\mu^7 \\ A_\mu^4 + iA_\mu^5 & A_\mu^6 + iA_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}}A_\mu^8 \end{pmatrix}. \quad (6.37)$$

В соответствии с общей идеологией теории калибровочных полей глюоны являются безмассовыми, а отсутствие в эксперименте соответствующих дальнедействующих сил объясняется явлением конфайнмента, т. е. невылетания кварков. Каждому глюону соответствует своя матрица Гелл-Манна (6.34).

Лагранжиан свободного кваркового поля имеет вид

$$L = \bar{q}(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)q, \quad (6.38)$$

где q, \bar{q} — кварковое и антикварковое поля. Он инвариантен относительно глобальных калибровочных преобразований:

$$q \rightarrow \exp(ic_a\lambda^a)q, \quad \bar{q} \rightarrow \exp(-ic_a\lambda^a)\bar{q}, \quad (6.39)$$

где c_a — глобальные константы, не зависящие от координат в обычном пространстве, λ^a — это (3×3) -матрицы Гелл-Манна (6.34).

Для того чтобы обеспечить инвариантность лагранжиана в случае локальных калибровочных преобразований ($c_a = c_a(x_\mu)$), приходится вводить вспомогательные поля A_μ^a . В результате лагранжиан КХД, инвариантный относительно локальных калибровочных преобразований, имеет вид

$$L = \bar{q}(i\partial_\mu\gamma^\mu + gA^\mu - m)q - \frac{1}{2}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu} = \bar{q}(D^\mu - m)q - \frac{1}{2}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu}, \quad (6.40)$$

где D_μ — ковариантная производная, $A_\mu \equiv \sum_{a=1}^8 A_\mu^a \lambda^a$ — это глюонное поле, а $G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$ — тензор напряженностей глюонного поля. Неабелевость³ теории приводит к взаимодействию глюонов и к нелинейным уравнениям Янга—Миллса.

Расчеты на основе квантовой хромодинамики хорошо согласуются с экспериментом при адронных столкновениях высоких энергий, в особенности, когда передача импульса от одной частицы к другой тоже велика по сравнению с типичным адронным энергетическим масштабом (порядка 1 ГэВ).

6.4.3. Электрослабые взаимодействия

Крупным достижением, полученным на основе принципа локальной калибровочной инвариантности, стало развитие американскими физиками Стивеном Вайнбергом, Шелдоном Глэшоу и пакистанским

³Некоммутативность поворотов в цветном пространстве.

ученым Абдусом Саламом теории, объединяющей электромагнитное и слабое взаимодействия (авторы этой теории были удостоены Нобелевской премии по физике в 1979 г.).

В слабых взаимодействиях принимают участие как лептоны, так и кварки. Спин (спиральность) движущегося фермиона может иметь две проекции: по направлению импульса (правополяризованный) или против (левополяризованный). В природе наблюдаются только левополяризованные нейтрино и правополяризованные антинейтрино. Предполагается, что правополяризованные нейтрино и левополяризованные антинейтрино не существуют. Поэтому состояния с разной спиральностью различимы, т. к. слабое взаимодействие действует по-разному на левую и правую компоненты частицы. Поэтому в слабом взаимодействии участвуют лишь левые дублеты частиц относительно группы $SU(2)$:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad (6.41)$$

и правые дублеты их античастиц⁴. Правые компоненты частиц и левые античастиц в слабом взаимодействии не участвуют, поэтому отнесены к классу синглетов.

Следует отметить, что математически слабый изоспин определяется той же симметрией группы $SU(2)$, что и изоспин сильных взаимодействий, но имеет другую природу.

Рассмотрим ситуацию более подробно на примере первого поколения фундаментальных частиц [38]. Там присутствуют u -, d -кварки, электрон e^- , электронное нейтрино ν_e и их античастицы.

Слабый заряд отличается от зарядов остальных взаимодействий, т. к. он зависит от спиральности. Только левополяризованные частицы и правополяризованные античастицы несут слабый заряд. Заряд правополяризованных частиц и левополяризованных античастиц равен нулю. Отсюда следует, что слабый заряд не сохраняется.

Левополяризованный электрон можно остановить и направить в другую сторону, при этом его слабый заряд должен измениться. Слабый заряд мог бы сохраняться, только если бы все лептоны и кварки были безмассовыми. В этом случае ни одна из частиц не могла бы остановиться и изменить направление движения.

Слабые силы действуют на дублеты частиц. Такое взаимодействие описывается теорией $SU(2)$, и в рамках этой теории партнеры дублета

⁴Реально в слабых взаимодействиях вместо d -, s -, b -кварков должны стоять их суперпозиции («повернутые» кварки) [37].

могут переходить друг в друга. Например, левополяризованное нейтрино и левополяризованный электрон образуют один дублет $\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$, им приписываются слабые заряды $+1/2$ и $-1/2$ соответственно.

Левополяризованные u -, d -кварки составляют второй дублет $\begin{pmatrix} d_L \\ u_L \end{pmatrix}$ или с учетом цвета — три дублета, и они тоже имеют соответствующие слабые заряды $+1/2$ и $-1/2$.

Остальные дублеты сформированы из четырех правополяризованных античастиц. Каждая правополяризованная античастица имеет слабый заряд противоположного знака по отношению к соответствующей левополяризованной частице. Остается шесть частиц: правые компоненты e_r^-, u_r, d_r и левые компоненты их античастиц. Они не входят в состав дублетов, а остаются изолированными синглетами и имеют нулевой слабый заряд. Синглеты не участвуют в слабом взаимодействии.

Объединение в изотопический дублет необходимо для того, чтобы левые фермионы, обладая ненулевым изотопическим спином слабого взаимодействия, могли испускать W -бозоны. Помещение правых компонент спинов в изосинглеты предотвращает получение в теории правых заряженных токов.

Переходы между партнерами дублетов осуществляют три векторных калибровочных бозона, соответствующих симметрии $SU(2)$: W^+ , W^- , W^0 со слабыми зарядами $+1$, -1 , 0 соответственно.

Между слабыми и электрическими зарядами существует необычная связь. Электрический заряд каждой частицы есть сумма слабого заряда и еще одной величины, называемой зарядом $U(1)$, который равен среднему электрическому заряду частиц данного дублета⁵. Это соотношение указывает на некую внутреннюю связь между слабым взаимодействием и электромагнитным. Значения зарядов и переходов между членами дублетов первого поколения приведены в табл. 6.5.

Оказалось, что построение теории слабых взаимодействий невозможно без включения электродинамики. Использование принципов калибровочной симметрии «заставило» объединить такие разные взаимодействия, как электромагнитное и слабое.

Проблема возникла в связи с тем, что взаимодействие массивных векторных бозонов оказалось неперенормируемо. Оказалось, что бесконечности из теории можно устранить, лишь объединив ее с электродинамикой. В этом случае фотон и промежуточные бозоны вводятся

⁵Для синглетов $U(1)$ -заряд равен электрическому заряду Q , т. к. для них слабый заряд равен нулю.

Слабые и электрические заряды, переходы между членами дублетов

	слабый заряд	Заряд $U(1)$	электрический заряд	частицы	переходы
Д У Б Л Е Т Ы	+1/2	-1/2	0	ν_L	$W^+ \downarrow \uparrow W^-$
	-1/2		-1	e_L^-	
	+1/2	+1/6	+2/3	u_L	$W^+ \downarrow \uparrow W^-$
	-1/2		-1/3	d_L	
	+1/2	+1/2	+1	e_R^+	$W^+ \downarrow \uparrow W^-$
	-1/2		0	$\bar{\nu}_R$	
	+1/2	-1/2	0	\bar{d}_R	$W^+ \downarrow \uparrow W^-$
-1/2	-1		\bar{u}_R		
С					
И	0	-1	-1	e_R^-	
Н	0	+1	+1	e_L^+	
Г	0	+2/3	+2/3	u_R	
Л	0	-2/3	-2/3	\bar{u}_L	
Е	0	-1/3	-1/3	d_R	
Т	0	+1/3	+1/3	\bar{d}_L	
Ы					

в теорию Янга—Миллса на равных основаниях. После этого промежуточным бозонам сообщается масса с помощью процедуры спонтанного нарушения симметрии, а фотон остается безмассовым.

Объединение взаимодействий приводит к объединению симметрий $SU(2) \otimes U(1)$, которому соответствуют уже четыре калибровочных поля: два заряженных и два нейтральных. Фермионы делятся на левые и правые. При инверсии координат $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$ левый спинор переходит в правый и наоборот. Отличие слабого взаимодействия для левых и правых фермионов объясняет, в частности, нарушение P -четности в слабых взаимодействиях.

При формировании электрослабого лагранжиана возникает еще одна хитрость. На первоначальном этапе необходимо считать фермионы безмассовыми, т. к. массовые члены в лагранжиане нарушают изото-

пическую инвариантность⁶. Масса фермионов так же, как и калибровочных бозонов, вводится в теорию через их взаимодействие с неким скалярным полем φ .

Массы W -, Z -бозонам и электрону e^- дает отличное от нуля вакуумное среднее поля φ .

Полный лагранжиан электрослабых взаимодействий содержит девять членов. Мы не будем его здесь приводить. Явный вид и подробный разбор смысла каждого из слагаемых приведен, например, в монографии Л. Б. Окуня [32]. Приведем лишь описание эффекта спонтанного нарушения симметрии и механизма Хиггса, которые в конечном итоге и позволили сформулировать теорию электрослабого взаимодействия.

Спонтанное нарушение симметрии

Удивительным образом относительно простое требование локальной калибровочной инвариантности позволило описать все фундаментальные векторные взаимодействия: квантовую электродинамику, слабые взаимодействия и квантовую хромодинамику. Более того, последовательное применение этого принципа позволило объединить, казалось бы, противоположные теории — электродинамику и слабые взаимодействия — в единую теорию электрослабых взаимодействий. При этом оказалось, что безмассовая частица (фотон) и самые тяжелые калибровочные бозоны W^\pm , Z^0 — это разные состояния одной частицы.

Вообще говоря, калибровочная инвариантность приводит к лагранжиану с безмассовыми переносчиками взаимодействия, т. е. калибровочным бозонам. Реально этому условию удовлетворяет фотон (КЭД) и глюоны (КХД). В слабых взаимодействиях Z^0 , W^\pm имеют массы 80–90 ГэВ. Поэтому долгое время направление это не считалось перспективным, т. к. введение массовых членов в лагранжиан тут же нарушало калибровочную инвариантность. Решение было найдено благодаря особому эффекту — спонтанному нарушению симметрии.

Впервые этот способ был использован в работах Гинзбурга и Ландау по сверхпроводимости (1950). Он заключался в том, что лагранжиан теории обладал точной симметрией, в то время как состояние системы с низшей энергией (вакуум) этой симметрией не обладало.

Был предложен вид потенциальной энергии в виде доннышка бутылки или сомбреро. В этом случае при нулевом значении поля минимум отсутствует, наоборот, там присутствует локальный максимум, который иногда называют ложным вакуумом. Состояние с минимальной энергией возникает при некотором отличном от нуля (несимметрич-

⁶Члены вида $m^2 A_\mu^2$.

ном) значении поля $\varphi = \eta$, которое оказывается бесконечно вырожденным ($\varphi \in 2\pi\eta$).

Нарушение симметрии системы можно представить по аналогии с процессом бросания шариков в горлышко бутылки. Первоначально им соответствует симметричное состояние в центре бутылки, но, попав на доньшко в центре (ложный вакуум), шарик непременно скатится в какое-то случайным образом выбранное устойчивое состояние, соответствующее минимуму.

Другой пример, но уже из мира элементарных частиц, — это превращение парамагнетика в ферромагнетик при его охлаждении. В парамагнетике магнитные моменты атомов распределены хаотично, т. е. имеет место симметрия. Ниже точки Кюри образуются домены, в которых практически все моменты параллельны — симметрия нарушилась. Но направления доменных моментов распределены в ферромагнетике случайным образом.

Парамагнетик инвариантен относительно трехмерных вращений, т. е. преобразований группы $SU(3)$. Вместе с тем энергия системы становится минимальной, когда все спины выстраиваются в одном (произвольном) направлении. Если это происходит, то в системе появляется ненулевой магнитный момент и остается инвариантность относительно вращений лишь в плоскости, ему ортогональной. Таким образом, $SU(3)$ -симметрия системы нарушается и понижается до $SU(2)$ -симметрии.

Поэтому определение спонтанного нарушения симметрии выглядит следующим образом. Это частичная или полная потеря системой имеющейся в ней симметрии, выражающаяся в том, что энергетически или термодинамически наиболее выгодные состояния системы обладают меньшей симметрией, чем уравнения, ее описывающие. Такое изменение состояния системы соответствует фазовому переходу второго рода.

В нашем случае интерес представляет эффект приобретения элементарными частицами массы за счет спонтанного нарушения симметрии, не нарушая при этом калибровочной симметрии лагранжиана. Симметрия лагранжиана — это симметрия уравнений движения, т. е. речь идет о том, что для уравнений движения выполняется калибровочная симметрия, но состояние системы такой симметрией не обладает. Под системой будет пониматься вакуум, т. е. состояние с наименьшей энергией.

Дальнейшее рассмотрение основано на методе впервые использованном Ландау в теории фазовых переходов 2-го рода. Это разложение свободной энергии системы по степеням параметра порядка, где

в качестве параметра порядка рассматривалась намагниченность среды $\varphi = \varphi(T)$. Этот метод использовался также при создании теории сверхпроводимости Гинзбурга—Ландау и в начале 60-х годов получил развитие в работах Н. Н. Боголюбова по квантовой статистике.

Параметром порядка называется термодинамическая величина, характеризующая дальний порядок в среде, возникающий в результате спонтанного нарушения симметрии при фазовом переходе. Выделяют дальний и ближний порядок. Это наличие пространственной корреляции микроструктуры вещества либо в пределах всего макроскопического образца (дальний порядок), либо в области с конечным радиусом корреляции (ближний порядок).

Состояние вещества, характеризуемое наличием дальнего порядка, называют упорядоченной фазой, а состояние, в котором дальний порядок отсутствует, — неупорядоченной фазой. Фазовый переход из неупорядоченной фазы в упорядоченную может быть переходом первого или второго рода. Если упорядочение происходит в результате фазового перехода второго рода, то в неупорядоченной фазе есть ближний порядок.

Магнитное упорядочение состоит в том, что магнитные моменты атомов, ориентированные при высокой температуре в разных точках независимо (парамагнетик), при понижении температуры ниже точек Кюри упорядочиваются и в ферромагнетике имеют одинаковое направление и ориентацию в пределах того или иного домена.

У Ландау свободная энергия разлагается по четным степеням φ (намагниченность — малый параметр порядка) таким образом

$$F(\varphi) = F_0 + V \left(\frac{a\varphi^2}{2} + \frac{b\varphi^4}{4} + \dots \right), \quad (6.42)$$

чтобы сохранить симметрию $\varphi \rightarrow -\varphi$ при $T > T_c$. Поэтому члены с нечетными степенями φ отсутствуют.

Идея заключается в том, что выражение для свободной энергии $V(\varphi)$ кардинально меняется при фазовом переходе. При $T > T_c$ коэффициенты $a, b > 0$ и $V(\varphi)$ — функция, симметричная относительно отражения $\varphi \rightarrow -\varphi$. Ее график на рис. 6.4а имеет устойчивый минимум при $\varphi = 0$.

При понижении температуры ниже точки Кюри $T < T_c$ коэффициент $a < 0$ и вид функции (рис. 6.4б) меняется кардинально. Минимум при $\varphi = 0$ превращается в максимум, а при $\varphi = \pm \sqrt{|a|/b} = \pm \eta$ возникает два боковых минимума. Поэтому этой фазе соответствует равновесное состояние при одном из двух значений φ .

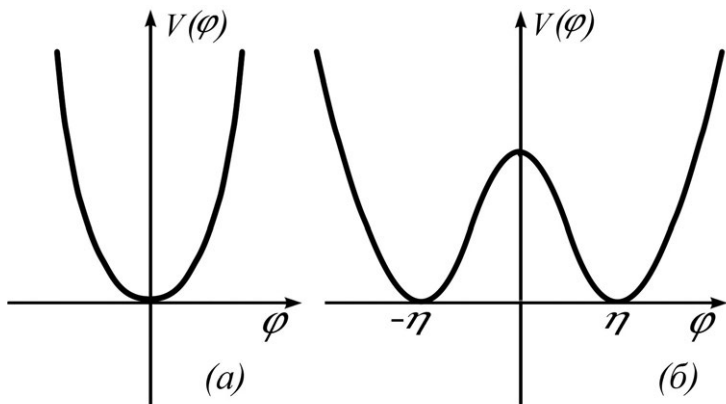


Рис. 6.4. Потенциалы скалярного поля φ а) с минимумом при $\varphi = 0$ ($T > T_c$), б) с двумя минимумами при $\varphi = \pm\eta$ ($T < T_c$) [32]

Это и есть спонтанное нарушение симметрии. Спонтанность заключается в том, что с одинаковой вероятностью система может оказаться либо в левом, либо в правом минимуме. Но любое из этих состояний уже не симметрично, хотя это никак не затрагивает симметрию самой функции $V(\varphi)$.

Далее, Д. Голдстоуном было показано, что спонтанное нарушение симметрии в КТП обязательно влечет за собой появление безмассовой частицы с нулевым спином, так называемого голдстоуновского бозона. Однако в эксперименте такие бозоны не наблюдались, поэтому идея объединения спонтанного нарушения симметрии с неабелевыми калибровочными полями для получения теории с ненулевыми массами слабых векторных бозонов оказалась под сомнением. Ситуация была исправлена П. Хиггсом, Т. Кибблом и др. Было показано, что именно в рамках такого объединения голдстоуновские бозоны исчезают по следующей причине.

Массивный векторный бозон имеет три спиновых состояния (три степени свободы $s = \pm 1, 0$), в то время как безмассовый бозон (например, фотон) имеет две степени свободы (две спиральности $s = \pm 1$). Именно голдстоуновский бозон поставляет недостающую степень свободы ($s = 0$), благодаря чему векторные бозоны могут стать массивными, а голдстоуновские бозоны исчезают. Так что объединение двух безмассовых бозонов, векторного и скалярного, порождает массивный

векторный бозон. Эта идея спасает метод спонтанного нарушения симметрии для получения массы у калибровочных бозонов.

6.4.4. Механизм Хиггса

Теперь можно рассмотреть механизм введения массы частиц, предложенный Питером Хиггсом в 1964 году, который, по сути, применил идею спонтанного нарушения симметрии [65] к полям Янга—Миллса. Для этого следует уточнить, что за поле φ рассматривается на рис. 6.4.

Механизм Хиггса требует введения в теорию скалярных полей или по-другому — частиц со спином $s = 0$. Введение скалярного поля (поля Хиггса) оказалось непростой операцией. Существенный вклад Хиггса заключался в том, что именно он обнаружил, что при соединении калибровочной теории с моделью спонтанного нарушения симметрии теорема Голдстоуна оказывается неприменима.

Одной из важнейших характеристик частиц является их масса. В Стандартной модели (СМ) впервые делается попытка объяснить ее происхождение. В «исходной» теории фундаментальные частицы СМ являются безмассовыми. Массы появляются вследствие взаимодействия частиц с полем, которое называют хиггсовским. Масса частицы определяется интенсивностью ее взаимодействия с хиггсовским полем или, что то же, константой ξ ее связи с этим полем. По современным косвенным данным величина постоянного в пространстве хиггсовского поля H_0 определяется соотношением

$$H_0 = \frac{1}{\sqrt{2^{3/2} G_F}}, \quad (6.43)$$

где $G_F = 0,896 \cdot 10^{-7} \text{ ГэВ}/\text{Фм}^3$ — фермиевская константа связи. В результате взаимодействия с полем Хиггса фермионы приобретают массы

$$m_f c^2 = \xi(\sqrt{\hbar c})^3 H_0. \quad (6.44)$$

Поскольку в этом выражении $(\sqrt{\hbar c})^3 H_0 = 174 \text{ ГэВ}$, то отсюда следует, что, например, для электрона константа $\xi_e = 3 \cdot 10^{-6}$, а для t -кварка $\xi_t = 1$.

Долгое время отсутствие в теории частиц со спином ноль было загадкой. В теории существовали фермионы — частицы со спином $s = 1/2$, бозоны — частицы со спином $s = 1$, а простейшее скалярное поле отсутствовало. Хиггсовские бозоны закрыли эту проблему.

В основе механизма Хиггса лежит перестройка вакуума. Предположим, что потенциал вакуума симметричен, но имеет вырожденное

основное состояние в области, отличной от нуля, как это изображено на рис. 6.4б. В этом случае, если глубина потенциальной ямы больше mc^2 ($V(0) - V(\varphi_0) > mc^2$), виртуальная безмассовая частица, падая в нее, приобретает энергию, достаточную для перехода в реальное состояние с массой mc^2 . Если эти частицы — бозоны (скалярные), то возникает Хиггсов конденсат.

В результате вакуум перестраивается, а фермионы и бозоны, взаимодействуя с полем Хиггса, получают добавку к потенциальной энергии, которая имеет вид эффективной массы. Следует отметить аналогию с поведением электрона в кристалле твердого тела. Его эффективная масса может отличаться от массы покоя в разы. Таким образом, безмассовые частицы приобретают массу, но она имеет динамическое происхождение, поэтому не входит в лагранжиан взаимодействия в явном виде и не нарушает его калибровочной инвариантности.

Потенциал, представленный на рис. 6.4, можно записать в виде

$$V = -m\varphi^+\varphi + \lambda(\varphi^+\varphi)^2. \quad (6.45)$$

В реальном случае поле φ — комплексная величина, поэтому плоская кривая рис. 6.4 переходит в трехмерную поверхность вращения параболы, представленную на рис. 6.5.

Следует отметить, что стабильное состояние с нарушенной симметрией бесконечно вырожденно. Стандартная модель исходит из того, что массы всех частиц, включая кварки, возникают в результате их взаимодействия с вакуумным конденсатом Хиггса. Поле Хиггса выбирает из бесконечного числа возможных значений одно конкретное значение. Теория возмущения далее строится уже около этого нового значения вакуумного среднего $\varphi = \sqrt{m/2\lambda}$. В КТП считается, что вакуум — это состояние, в котором частицы отсутствуют, и энергия этого состояния равна нулю. Хиггсовское поле устроено особым образом — у него вакуумное среднее отлично от нуля. Колебания хиггсовского поля относительно вакуумного среднего (вдоль φ) — это кванты хиггсовского поля — хиггсовские бозоны. Колебания вдоль окружности, соответствующей минимуму потенциала, являются гипотетическими скалярными (спин $s = 0$) безмассовыми бозонами Голдстоуна.

Лагранжиан хиггсовского поля можно записать в следующем виде:

$$L_{higgs} = T - U = (D_\mu\psi)^+(D^\mu\psi) + m\psi^+\psi - \lambda(\psi^+\psi)^2, \quad (6.46)$$

где ψ — поле Хиггса, m и λ — положительные действительные числа и $D_\mu = \partial_\mu - igT_\alpha A_\mu^\alpha$ — ковариантная производная, где T_α — генераторы калибровочной группы, а A_μ^α — калибровочные поля, которые должны создавать через хиггсовский механизм массу.

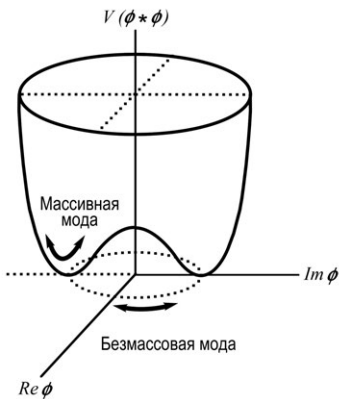


Рис. 6.5. Классические моды для скалярного поля с нарушающим симметрию потенциалом [66]

частиц. Поэтому поиск хиггсовских бозонов на коллайдере ЛНС явился приоритетной фундаментальной проблемой.

В одном из конкурсов было предложено пять вариантов популярного объяснения механизма Хиггса. Один из них выглядит следующим образом. Рассыпанные по поверхности стола маленькие пенопластовые шарики (аналоги безмассовых частиц) легко разлетаются от малейшего дуновения; однако, будучи высыпанными на поверхность воды, они уже не перемещаются так же легко — взаимодействие с жидкостью, которая в этой аналогии играет роль вакуумного хиггсовского поля, придало им инертность. Рябь от дуновения на свободной поверхности воды будет аналогом хиггсовских бозонов. Неточность этой аналогии заключается в том, что вода мешает любому движению шариков, в то время как хиггсовское вакуумное поле не оказывает влияния на частицы, движущиеся равномерно и прямолинейно, а противодействует лишь их ускорению.

Здесь следует отметить, что конденсат Хиггса заполняет все пространство и довольно сильно напоминает эфир, но с одним существенным отличием. Эфир вводился как светоносная среда, тогда как конденсат Хиггса с фотонами не взаимодействует, т. е. света вообще не замечает, т. к. не реагирует на частицы, движущиеся с постоянной скоростью!

Простейший вариант хиггсовского конденсата основан на введении дублета хиггсовских скалярных полей:

$$\varphi(x) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \end{pmatrix}. \quad (6.47)$$

Замена обычной производной на ковариантную в лагранжиане приводит к прямому взаимодействию поля Хиггса с калибровочными полями. Члены, обусловленные ковариантной производной поля Хиггса, могут рассматриваться как массовые члены калибровочных бозонов.

Механизм Хиггса является важнейшей компонентой Стандартной модели элементарных

Рассмотрим более детально, как появляется масса в теориях, в которых локальная симметрия спонтанно нарушается. Воспользуемся описанием эффекта Хиггса в [63]. Локально-инвариантный лагранжиан имеет вид

$$L = |(\partial_\mu - ieA_\mu)\varphi|^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 - \frac{\lambda^2}{2} \left(\varphi^+\varphi - \frac{\eta^2}{2} \right)^2, \quad (6.48)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ — калибровочно-инвариантный тензор векторного поля.

Разложение φ относительно вещественного вакуумного значения имеет вид

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\rho(x) + \eta)e^{i\alpha(x)}. \quad (6.49)$$

Подстановка (6.49) в (6.48) приводит к лагранжиану следующего вида

$$\begin{aligned} L &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2}|\partial_\mu\rho + i\partial_\mu\varphi - ieA_\mu\eta - ieA_\mu\rho + eA_\mu\varphi|^2 - \\ &\quad - \frac{\lambda^2}{8}(2\eta\rho + \rho^2 + \varphi^2)^2 = \\ &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2}e^2\eta^2 A_\mu^2 - e\eta A_\mu\partial_\mu\varphi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\rho)^2 - \frac{1}{2}\lambda^2\eta^2\rho^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 + eA_\mu\varphi\partial_\mu\rho + \frac{1}{2}e^2 A_\mu^2\varphi^2 + \frac{1}{2}e^2 A_\mu^2\rho^2 + e^2\eta\rho A_\mu^2 - \\ &\quad - e\rho A_\mu\partial_\mu\varphi - \frac{\lambda^2}{2}\eta\rho(\rho^2 + \varphi^2) - \frac{\lambda^2}{8}(\rho^2 + \varphi^2)^2. \end{aligned} \quad (6.50)$$

Здесь поле ρ описывает массивную частицу, которая и называется бозоном Хиггса ($m_\rho = \lambda\eta$). Голдстоуновский бозон описывается полем φ . Выражение (6.50) можно упростить, группируя члены и вводя калибровочное преобразование вида

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \varphi'(x) + \eta\Lambda(x), \\ A_\mu(x) &= A'_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\Lambda(x) \end{aligned} \quad (6.51)$$

с параметром

$$\Lambda(x) = \frac{\varphi(x)}{\eta}. \quad (6.52)$$

При данном $\Lambda(x)$ поле $\varphi'(x)$ тождественно равно нулю, а поле $\varphi(x)$ «поглощается» новым векторным полем:

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e\eta}\partial_\mu\varphi(x), \quad (6.53)$$

образуя его продольную компоненту.

Вводя преобразования и опуская штрихи, получаем лагранжиан в виде, не содержащем поле φ :

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2}e^2\eta^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\rho)^2 - \frac{1}{2}\lambda^2\eta^2\rho^2 + L_{\text{взаим}}(A_\mu, \rho). \quad (6.54)$$

Векторное поле A_μ смешивается с голдстоуновским бозоном φ посредством члена $-e\eta A_\mu\partial_\mu\varphi$. Лагранжиан теперь содержит уже массивное векторное поле A_μ с массой $m_A = e\eta$ и бозон Хиггса ρ с массой $\lambda\eta$.

Присутствие фонового хиггсовского поля во всем пространстве называется на движении частиц строго определенным образом — оно затрудняет ускорение частиц, но не мешает их равномерному движению.

Хиггсовские бозоны тоже массивные, поскольку хиггсовское поле взаимодействует само с собой. Они взаимодействуют с разными частицами пропорционально их массе.

В принципе хиггсовских бозонов может быть несколько. В этом случае модель получается более сложная и с более тяжелыми бозонами. В Стандартной модели считается, что бозон Хиггса один и это простейшая модель.

6.5. Вакуум КТП и космология

В связи со спонтанным нарушением симметрии в квантовой теории поля появилось понятие хиггсовского конденсата, причем ему соответствует довольно большая энергия вакуумного сдвига ($\varphi_0 \simeq 245$ ГэВ). Это означает, что симметрия состояния восстанавливается при энергии, много большей вакуумного сдвига. Представление о вакуумном конденсате является одним из важнейших результатов калибровочных теорий. Вакуум изменил свой статус. Сначала из пустого пространства он превратился в довольно спокойное «море» виртуальных частиц с нулевым значением средней энергии, а затем в некую среду с большими флуктуациями полей и отличным от нуля вакуумным средним.

Причем кроме хиггсовского конденсата (ХК) существует по крайней мере еще два: кварк-глюонный конденсат (КГК), который играет существенную роль в формировании массы нуклонов $M_N \sim 938$ МэВ, и нулевые колебания.

Вклад в массу нуклонов трех кварков пренебрежимо мал и составляет всего ~ 15 МэВ ($\sim 1,5\%$). Эксперименты показали, что вклад кинетической энергии не может объяснить оставшиеся $98,5\%$ массы и составляет не более половины $E_q^{\text{кин}} \lesssim 0,5M_N$. Оказалась, что остальная

энергия относится к морю виртуальных частиц, которые формируют еще один конденсат — кварк-глюонный, на долю которого приходится $\sim 48\%$ массы нуклона. Поэтому нуклон — это область КГК, которая стабилизируется тремя валентными кварками. Причем массой кварков нельзя пренебрегать, т. к. это нарушит стабильность нуклонов.

Третий конденсат — это нулевые колебания поля, источником которых является соотношение неопределенности.

Кроме того, как уже упоминалось ранее, в теории обсуждаются так называемые топологические флуктуации полей, которые могут быть источником еще одного «конденсата».

Исследования последних десятилетий привели к пониманию чрезвычайно сложной и основополагающей роли вакуума в КТП. Его свойства определяют характеристики элементарных частиц и взаимодействий. Вместе с тем вакуум является уникальным физическим объектом в силу того, что он заполняет все доступное пространство или, более точно, он и является состоянием пространства, формой его существования. По этой причине его свойства играют не меньшую роль в астрофизике и космологии. Это тот объект, который лежит на пересечении микро- и макрофизики и во многом определяет свойства и того и другого.

Следует отдавать отчет в том, что физика только приступила к изучению свойств вакуума и делает на этом пути первые шаги. Объект этот чрезвычайно сложен, а непосредственные экспериментальные методы изучения к нему не применимы. Вакуум ненаблюдаем для макроприборов и проявляет себя лишь косвенным образом. Предыдущий вывод о существовании вакуумных конденсатов, несущих большую энергию, приводит к противоречию с космологией. Из опыта известно, что окружающий мир почти плоский (евклидов), т. е. плотность вещества в нем (с учетом разных форм: излучение, вакуум и т. п.) должна не сильно отличаться от критической величины 10^{-29} г/см³, крайне близкой к нулю. Это накладывает существенное ограничение на плотность энергии вакуума, которая по современным данным может превышать указанное значение на много порядков величины.

Плотность энергии вакуума, в принципе, можно измерить по отклонению от третьего закона Кеплера. По данным, полученным с помощью посадочного модуля Викинг на Марсе, плотность энергии вакуума не превышает [68]

$$\rho_{\text{вак}} < 2 \cdot 10^{-17} \text{ г/см}^3,$$

что все же на 12 порядков больше реальной оценки критической плотности, тогда как по оценкам энергия, приходящаяся на вакуум, в процессе эволюции Вселенной может меняться в пределах $0,1-0,9\rho_{\text{крит}}$.

В настоящее время наилучшая оценка следует из измерения кривизны Вселенной путем измерения кривизны диаграммы Хаббла по данным о сверхновых [69]:

$$\rho_{\text{вак}} = 0,75\rho_{\text{крит}} = 6 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3.$$

Это существенно, на много порядков величины, меньше энергии вакуумного конденсата в КТП. Наличие большой энергии вакуума в КТП создает серьезную проблему в космологии. Поэтому, скорее всего, должен существовать какой-то механизм взаимной компенсации между различными подсистемами вакуума, приводящий к уменьшению его суммарной плотности.

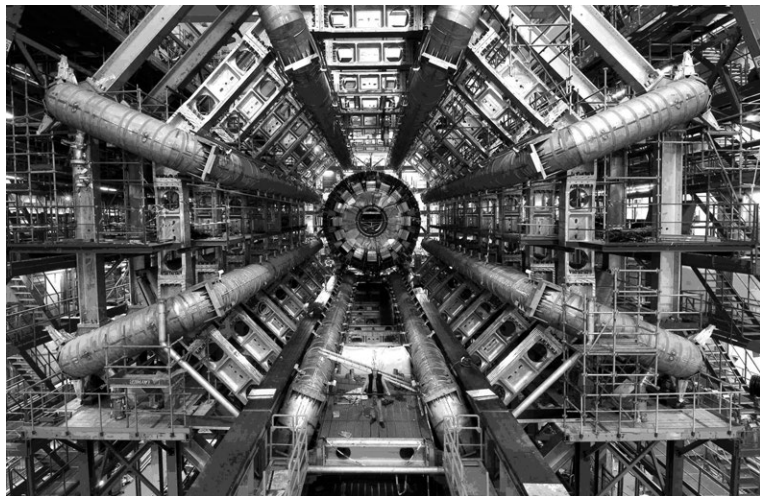


Рис. 6.6. Внешний вид установки ATLAS, на которой был открыт бозон Хиггса

Следует отметить, что, хотя Стандартная модель объясняет все известные экспериментальные факты в физике элементарных частиц, она позволила сформулировать ряд вопросов, на которые в Стандартной модели пока нет ответа:

1. Поиск Хиггс-бозона.⁷

⁷В 2012 году появились первые данные о возможном обнаружении бозонов Хиггса с массой $M_H \simeq 125 \text{ ГэВ}$ на LHC.

2. Поиск суперсимметричных частиц.
3. Деконфайнмент адронной материи.
4. Поиск структуры фундаментальных частиц.
5. Распад протона.
6. Нейтринные осцилляции.
7. Нарушение CP-инвариантности и проблема поколений.
8. Природа темной материи, темной энергии и состав вакуума.

Первый вопрос из приведенного списка составляет основу Стандартной модели, тогда как остальные выходят за ее пределы. Есть серьезные основания предполагать, что ответ на первый вопрос уже получен в эксперименте ATLAS на ЛHC. 4 июля 2012 года было объявлено о возможном открытии бозона Хиггса. Уровень достоверности на этот момент составил 4σ или 99,9936 процента. Участники эксперимента сообщили, что они зафиксировали сигнал частицы с массой, равной ~ 125 ГэВ. Можно считать, что это одно из самых значимых научных открытий века.

На рис. 6.6 приведено изображение установки ATLAS.

6.6. Бегущие константы. Объединение взаимодействий

Свойства вакуума, в частности его поляризация, оказывают существенное влияние на свойства частиц. Влияние это принципиально отличается для разного типа частиц и их взаимодействий.

В случае электрических зарядов (КЭД) поляризация вакуума связана с рождением виртуальных электрон-позитронных пар e^+e^- . Это диполи, которые в поле первоначального (голого) заряда выстраиваются таким образом, что экранирует его. Поэтому с увеличением расстояния электрический заряд в вакууме уменьшается. В пределе константа взаимодействия в КЭД имеет вид

$$\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}, \quad (6.55)$$

где e — электрический заряд, \hbar — постоянная Планка, c — скорость света.

С ростом энергии расстояние между взаимодействующими зарядами уменьшается, соответственно их заряд увеличивается и возрастает константа взаимодействия α_e . Изменение константы взаимодействия с энергией получило название бегущей константы. Поляризация вакуума связана с e^+e^- -парами, т. к. им соответствует минимальная масса частиц, несущих электрический заряд. Проще образовывать безмассовые виртуальные фотоны, и они образуются, но не поляризуют вакуум, т. к. являются нейтральными. Зависимость эффективной константы взаимодействия от квадрата переданного импульса Q^2 ($Q^2 = -q^2 \sim 1/r^2$) имеет вид [51]

$$\alpha_e(Q^2) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{Q^2}{Am^2}}, \quad (6.56)$$

где P_a — 4-импульс налетающей частицы до столкновения, P_b — после столкновения, $A = \exp(5/3)$, $Q^2 = -(P_a - P_b)^2$ — квадрат переданного 4-импульса. Таким образом, эффективная константа КЭД растет с уменьшением расстояния.

В случае КХД ситуация противоположная. Безмассовые глюоны несут цветной заряд, поэтому взаимодействуют между собой. Рождение виртуальных глюонов приводит к увеличению цветного заряда. Причем чем больше расстояние до первичного кварка, тем глюонов больше и общий заряд тоже больше.

Константа взаимодействия кварков следующим образом зависит от квадрата переданного импульса Q^2 :

$$\alpha_s(Q^2) \approx \frac{1}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}, \quad (6.57)$$

где $\Lambda \approx 100 \text{ МэВ/с}$ — фундаментальная постоянная КХД.

Для слабого взаимодействия реализуется аналогичное поведение, но зависимость от Q^2 гораздо более слабая и константа взаимодействия почти постоянна:

$$\alpha_W = \frac{G_F}{\hbar c \left(\frac{\hbar}{m_p c}\right)^2} = 1,02 \cdot 10^{-5}. \quad (6.58)$$

Экстраполяция констант в область больших значений переданного импульса Q^2 приведена на рис. 6.7.

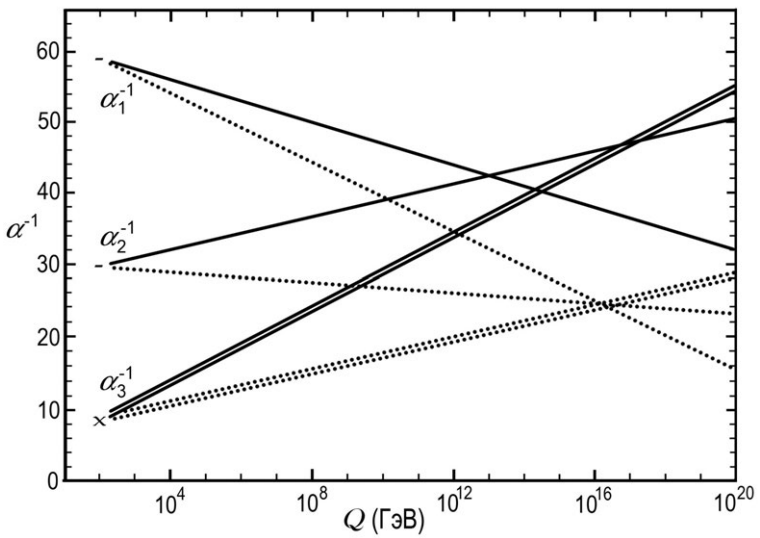


Рис. 6.7. Экстраполяция констант связи $1/\alpha_i$ от логарифма переданного импульса Q для разных взаимодействий. Сверху вниз: КЭД, слабое взаимодействие, КХД. α_i — константы взаимодействия. В случае суперсимметричной модели все константы сходятся в одной точке при 10^{16} ГэВ. Рисунок из [51]

Сплошные линии получены в стандартной модели, пунктирные линии — в предположении существования суперсимметричного мультиплета частиц⁸.

Учет суперсимметричных частиц приводит к тому, что все три взаимодействия сливаются практически в одной точке при $Q^2 = M_x^2 c^2$ ($M_x c^2 \simeq 10^{15} - 10^{16}$ ГэВ — масса X - и Y -бозонов). Совпадение констант означает сильный довод в пользу объединения взаимодействий. В этом случае при энергиях выше 10^{16} ГэВ существует единое суперсимметричное взаимодействие и гравитация. В рамках $SUSY$ -модели разрабатываются варианты объединения с гравитацией, это модели супергравитации или $SUGRA$ -модели.

Поляризацию вакуума в гравитационном поле обычно связывают с планковскими массами $M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 10^{19}$ ГэВ/ c^2 . При этих энергиях

⁸Модель суперсимметрии ($SUSY$) предполагает существование $SUSY$ -партнеров у всех известных фундаментальных частиц, фермионов и бозонов.

(M_{Pl}) гравитация доминирует над всеми остальными взаимодействиями.

Идея объединения взаимодействий (Джорджи и Глэшоу, 1974) предполагает возможность экспериментальной проверки, т.к. предсказывала нестабильность протона с временем жизни $\sim 10^{32}$ лет. Установки по проверке этого предсказания были созданы на Боксане (СССР, ИЯИ РАН), Камиоканде (Япония), Мичиган (США). Распад протона пока не подтвердился, но появились новые модели Великого объединения, в которых время жизни протона оказывается больше 10^{32} лет.

6.7. Геометрия и теория всего

Один из последних вариантов объединения был предложен в 2007 году Энтони Гарретом Лиси `citelis1` — американским физиком-теоретиком, официально нигде не работающим по специальности. Он предложил так называемую теорию всего, основанную на группе Ли типа E_8 . По оценке некоторых известных физиков, она интересна, но требует серьезной проверки. Основная идея E_8 -теории заключается в том, чтобы расширить теории Великого объединения (GUT) и включить в них гравитацию. В такой единой теории поля все частицы и силы описываются с помощью симметрии, соответствующей поворотам единого геометрического объекта. E_8 предсказывает существование новых частиц, поиск которых можно использовать для проверки теории. Она является некоторой альтернативой ОТО.

В современной теории калибровочных взаимодействий и гравитации геометрические понятия расслоений, связности и кривизны играют важнейшую роль. Как известно, в общей теории относительности гравитация есть кривизна пространства. Кривизна — это довольно сложное понятие дифференциальной геометрии, которое в случае многомерных пространств потребовало развития новых областей топологии, в частности теории расслоений.

Первоначально идея расслоений пространства возникла в работах Э. Картана и в явном виде у Х. Уитни (1935). Новая математика использовалась для анализа кривизны в пространстве произвольного числа измерений. Однако в 50-х годах, в частности под влиянием работ Чж. Янга и Р. Миллса, пришло осознание, что эти геометрические понятия могут быть применены к полям с локальной калибровочной симметрией и использованы для построения теории фундаментальных взаимодействий.

Физические поля в геометрических моделях появляются как связности расслоений или — еще говорят — калибровочной связности, т. к. это понятие отличается от принятого в дифференциальной геометрии. Конечно, в рамках данных лекций невозможно корректно изложить всю логику геометрической интерпретации фундаментальных взаимодействий. Для этого нужен другой курс и другой автор. Поэтому в дальнейшем изложении будет приведено лишь упрощенное и по необходимости поверхностное рассмотрение этих понятий, чтобы дать элементарное представление об идеях и направлении развития геометрического подхода к объяснению и описанию фундаментальных взаимодействий. В тексте приводятся ссылки на литературу, которая может оказаться полезной для дальнейшего изучения.

Далее изложение ведется близко к тексту статьи [71] в переводе О. С. Сажина [72].

Основная геометрическая идея, лежащая в основе Стандартной модели, заключается в том, что каждой точке нашего пространства-времени сопоставляются некие формы, называемые слоями (fibers). Каждый слой соответствует своему типу частиц и каждому типу частиц в этом слое ставятся в соответствие некие правильные фигуры, соответствующие присущей этим частицам симметрии. Вселенную можно представить как реальное пространство-время, к каждой точке которого присоединены наборы слоев, составляющие многомерное пространство расслоения (fiber bundle). Слои, очевидно, лежат вне нашего пространства-времени.

Эта наглядная геометрическая концепция впервые была предложена в 1918 г. математиком Германом Вейлем (Hermann Weyl). Например, калибровочной симметрии электромагнитного поля можно поставить в соответствие окружность. Тогда калибровочному преобразованию $\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi(x)$ будет соответствовать поворот окружности на угол $\alpha(x)$. Окружность обладает единственной симметрией: при ее повороте вокруг своего центра она переходит сама в себя, не меняясь. Вращение окружности вокруг своего центра на малый угол называется генератором группы Ли.

Приведем простейший пример из КЭД. Пространство расслоения для электромагнитных взаимодействий представляет собой окружности, «присоединенные» к каждой точке нашего реального пространства-времени. Важно отметить, что каждая окружность может вращаться на небольшие углы относительно своих пространственно-временных «соседей». Так называемое **поле связности** для пространства расслоения описывает, как соседние слои связаны с помощью своих симметричных поворотов. Поля электри-

ческого и магнитного взаимодействий заполняют пространство-время согласно кривизне своих слоев. Другими словами, электрическое и магнитное поля следуют поворотам круговых слоев в пространстве-времени. Электромагнитная волна — это волнообразные колебания указанных окружностей в пространстве-времени. Один квант электромагнитной волны (фотон) — это распространяющаяся частица света. Геометрический образ, соответствующий такому представлению, приведен на рис. 6.8.

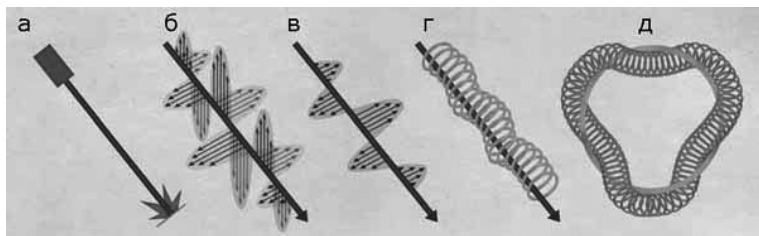


Рис. 6.8. Луч лазера (а) состоит из осциллирующих электрического и магнитного полей (б), которые суть проявления одного поля — электромагнитного поля связности (в). В рамках рассматриваемого геометрического подхода это поле описывает, как круговой слой, которому принадлежат электромагнитные взаимодействия, вращается вокруг луча. Этот круговой слой присоединен к каждой точке пространства-времени, и частица света (фотон) соответствует волнообразному движению этих окружностей (г). Заряженная частица (например, электрон) в таком геометрическом формализме соответствует другому слою, который оборачивается вокруг кругового слоя (д)

Каждый сорт элементарных частиц соответствует разному слою в пространстве-времени, поэтому есть много разных типов слоев. Так, все на свете электроны происходят от поворота слоя одного вида — что, в частности, объясняет, почему все электроны одинаковые. Слои электрически заряженных частиц, таких как электрон, поворачиваются вокруг круговых слоев электромагнитных взаимодействий, как нити вокруг винта. Скорость поворотов соответствующего частице слоя вокруг окружности эквивалентна электрическому заряду этой частицы, т. е. характеризует степень ее взаимодействия с электромагнитным полем.

На рис. 6.8 луч лазера (а) состоит из осциллирующих электрического и магнитного полей (б), которые суть проявления одного поля — электромагнитного поля связности (в). В рамках рассматриваемого геометрического подхода это поле описывает, как круговой

слою, которому принадлежат электромагнитные взаимодействия, вращается вокруг луча. Этот круговой слой присоединен к каждой точке пространства-времени, и частица света (фотон) соответствует волнообразному движению этих окружностей (γ). Заряженная частица (например, электрон) в таком геометрическом формализме соответствует другому слою, который оборачивается вокруг кругового слоя (δ).

Аналогичный подход может быть применен к слабым и сильным ядерным взаимодействиям. Каждое из этих взаимодействий обладает собственным зарядом и собственными частицами-переносчиками. С геометрической точки зрения они описываются слоями более сложных конфигураций, составленных не из одной окружности, а из набора пересекающихся окружностей, взаимодействующих между собой и с веществом согласно своим вращениям.

А. Эйнштейн описал гравитацию как кривизну пространства-времени. Его математический формализм стал общепринятым, но недавно было предложено эквивалентное описание гравитационных взаимодействий с помощью понятия пространств расслоения.

Идея заключается в следующем. Каждой пространственно-временной точке можно сопоставить ортогональный репер и часы — это называется системой отсчета. Без нее пространство-время будет не пространством-временем, а всего лишь четырехмерной тканью без понятия о расстоянии или ориентации. При движении от точки к точке в пространстве-времени мы находим различно ориентированные ортогональные реперы и разные показания часов. Вращения систем отсчета происходят относительно нашей первоначальной системы отсчета. Каким образом происходит это вращение — определяется спиновой связностью, более известной как гравитационное поле. Группа Ли всех возможных вращений трехмерного репера и одного временного направления есть группа $Spin(1,3)$ — группа Ли гравитационных взаимодействий. Мы чувствуем гравитационную силу, потому что поле гравитационной спиновой связности вращает нашу систему отсчета при нашем движении во времени, стремясь ориентировать нас относительно центра Земли.

Частицы обладают различными зарядами, которые характеризуют то, как эти частицы участвуют во взаимодействиях Стандартной модели. Кроме того, частицы обладают типами зарядов, описывающими, как частицы ведут себя в пространстве. Если повернуть линейку в пространстве на 360° , она вернется в исходное положение. Эта линейка и гравитационное поле, реализующее систему координат, обладают пространственным спиновым зарядом $+1$ или -1 . Если же вы повернете фермион, например электрон, в пространстве на 360° , то он не

вернется в исходное состояние. Для того чтобы вернуть электрон в исходное положение, необходимо повернуть его на 720° . Спиновый заряд фермиона — $+1/2$ или $-1/2$.

Спиновый заряд значим и в гравитации, поскольку она связана с геометрией пространства-времени. Гравитационная сила обладает двумя «зарядами»: пространственным (w_S) и временным (w_T) спинами, связанными с вращением и движением. Частицы обладают левоориентированным винтовым движением в пространстве. Пространственный спиновый заряд для частиц есть их внутренний момент вращения, а временной спиновый заряд связан с их движением в пространстве.

Фермионы, чей пространственный спин совпадает по ориентации с направлением движения, описывают правую винтообразную линию в своем пространственном движении. Фермионы, чей пространственный спин ориентирован против движения, описывают левую винтообразную линию. Удивительно то, что спиновый заряд связан со слабыми взаимодействиями неожиданным образом. Только левые частицы и правые античастицы участвуют в реакциях слабого взаимодействия. Факт, что слабые взаимодействия чувствительны к величине спина, дает возможность предположить, что гравитация и остальные взаимодействия, несмотря на кажущиеся различия, на самом деле обладают глубинными связями.

6.7.1. Гравитационная Стандартная модель (группа E8)

Объединяя Стандартную модель и гравитацию, можно построить единую модель (так называемую «Хиггс-систему»), совмещающую в себе все четыре типа взаимодействий. Бозоны Хиггса объединяются с «гравитационной» системой отсчета.

Структура гравитационной Стандартной модели позволяет дать ее описание в рамках особой Ли-группы E8, которая дополнительно содержит экзотические частицы, такие как зеркальные фермионы и неизвестные бозоны — переносчики неизвестных взаимодействий.

Далее собирается все вместе, что Лиси считает делом техники. Гравитацию, описываемую группой $Spin(1,3)$, и наиболее предпочтительную модель теории Великого объединения, основанную на группе $Spin(10)$, можно объединить с использованием единой группы Ли $Spin(11,3)$, ведя к построению гравитационной теории Великого объединения. В 2009 г. это было сделано группой ученых из Триеста (Италия). Существует мнение, что это, возможно, вплотную подведет научное сообщество к созданию завершенной Единой теории.

Ли-группа $Spin(11,3)$ содержит блоки в 64 фермиона и успешно предсказывает их спины и заряды в сильных и слабых взаимодействиях. Эта теория также автоматически включает в себя набор бозонов Хиггса и гравитационную систему. Последние фактически объединяются в «Хиггс-систему» генераторов группы $Spin(11,3)$. Кривизна пространств расслоения этой группы правильно описывает динамику гравитации, остальных взаимодействий и бозонов Хиггса. Эта группа даже включает в себя космологическую постоянную, которая дает одну из возможных объяснений темной энергии. Все становится на свои места!

Скептики придерживаются другого мнения. По их утверждению, такая теория в принципе невозможна, поскольку она нарушает одну из теорем физики элементарных частиц — теорему Коулмена—Манделы, которая запрещает объединение гравитации и остальных взаимодействий в единой группе Ли. Однако эта теорема содержит важную особенность: она применима только в том случае, если существует пространство-время. В группе $Spin(11,3)$ (и в группе $E8$) гравитация объединяется с другими силами, но только до того, как полная симметрия Ли-группы нарушена, т. е. когда пространство-время уже (или еще) не существует. Наша Вселенная родилась в результате нарушения симметрии: поле «Хиггс-системы» стало ненулевым, выбрав конкретное направление в пространстве, определяемом полной Ли-группой. С этого момента гравитация стала независимой силой, и произошел Большой взрыв. Таким образом, условия теоремы не нарушаются.

Элементы пространства расслоения (слои) этой теории представляют собой все известные взаимодействия, все известные частицы и даже ответственные за темную материю неизвестные частицы. Это пространство обладает особой симметрией, называемой триальностью, связывающей все ее части, каждая из которых соответствует одному из трех поколений частиц. Теория $E8$ может оказаться долгожданной теорией всего.

Весовая диаграмма⁹ теории $Spin(11,3)$ обладает сбалансированной структурой. Ее симметрия, подобно симметрии теории Великого объединения $Spin(10)$, основана на строгой математике. Ее структура есть часть важнейшего математического объекта, наибольшей простой Ли-группы $E8$. Подобно тому, как группа $E6$ содержит структуру теории

⁹Разобраться в описанных сложных принципах построения геометрической модели теории помогает наглядное графическое изображение зарядов и гиперзарядов всех известных частиц. Поскольку математики называют заряд весом, то это изображение называется весовой диаграммой, где все частицы лежат на относительно распределенных наклонных линиях соответственно своим электрическим зарядам.

Великого объединения $Spin(10)$ со своими 16 фермионами, Ли-группа E_8 содержит структуру гравитационной теории Великого объединения $Spin(11,3)$ со своими 64 фермионами Стандартной модели, включая их спины. Таким образом, гравитация и все другие известные силы, Хигс и фермионы первого поколения Стандартной модели могут быть частью единого суперсвязного поля пространств расслоения E_8 .

В такой Единой теории поля, называемой E_8 , все частицы и силы описываются поворотами единого геометрического объекта.

Ли-группа E_8 с 248 генераторами обладает удивительной внутренней структурой. В дополнение к гравитации и частицам Стандартной модели E_8 включает в себя W^\pm -, Z^0 - и X -бозоны, богатое семейство бозонов Хигса, новые частицы, называемые зеркальными фермионами, а также аксионы — кандидаты в частицы темной материи. Еще более интересна симметрия этой группы, называемая триальностью. С ее использованием 64 генератора первого поколения фермионов Стандартной модели могут быть связаны с двумя другими блоками из 64 генераторов каждый. Эти три блока все вместе могут пересекаться, производя все три известных поколения частиц.

Таким образом, реальная Вселенная может быть естественным образом объяснена математической структурой. Математическая теория объясняет нам, что такое бозоны Хигса, как гравитация и другие взаимодействия возникают из нарушений симметрии, почему фермионы существуют именно с такими спинами и зарядами, почему частицы взаимодействуют так, а не иначе. Однако, несмотря на ее успехи, над этой теорией предстоит еще работать и работать. Надо понять, как теория E_8 позиционирует себя в качестве квантовой теории, как взаимодействуют между собой все три поколения частиц, как они получают свои массы, взаимодействуя с бозонами Хигса.

Если данная теория верна, то, вероятно, Большой адронный коллайдер сможет зарегистрировать некоторые предсказываемые ею частицы. Если же на этом ускорителе будут обнаружены частицы, которых нет в модели E_8 , это будет сокрушительный крах теории. В любом случае все найденные частицы найдут свое место на весовой диаграмме, ведя нас к сердцу Природы. Если структура Вселенной на мелких масштабах элементарных частиц описывается все же E_8 с ее 248 наборами окружностей, наматывающихся друг на друга, вращающимися и танцующими в пространстве-времени всеми возможными способами, тогда мы достигнем полного объединения теорий и получим удовлетворение от осознания того, что мы живем в удивительно красивой Вселенной.

Здесь не обсуждались свойства физического вакуума, который может представлять собой материальную среду с сложной внутренней структурой. Эта среда по-разному реагирует на разные взаимодействия. Другими словами, взаимодействие пространства-времени и слоев может носить сложный нелинейный характер.

Часть III.

Вселенная: рождение
и эволюция

Глава 7

Гравитация, ОТО и геометрия Вселенной

До сих пор я изъяснял небесные явления и приливы наших морей на основании силы тяготения, но я не указывал причины самого тяготения. Эта сила происходит от некоторой причины. Причину же этих свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю.

И. Ньютон

Приведенная выше цитата звучит как предупреждение. Тем не менее это не остановило А. Эйнштейна, и он выдвинул гениальную гипотезу. Гравитация — это кривизна пространства-времени. Таково содержание общей теории относительности (ОТО).

Если в микромире гравитация была самой слабой силой, то в космологии именно она играет главную роль. При этом надо учитывать две характерные особенности ОТО. Гравитация — это всегда притяжение и эта сила распространяется практически на все виды материи.

Основной особенностью поля тяготения, отличающей его от всех остальных взаимодействий, является то, что оно одинаково действует на разные тела, т. е. сообщает им одинаковые ускорения. По-другому это свойство формулируется как равенство (пропорциональность) инертной и гравитационной масс. В гравитационном уравнении (7.1) слева инертная, а справа гравитационная массы

$$m_{\text{и}} \frac{d^2 r}{dt^2} = -m_{\text{г}} \nabla U. \quad (7.1)$$

Если они совпадают (или пропорциональны), то их можно сократить, и тогда ускорение зависит только от гравитационного потенциала. Этот вывод подтвержден экспериментами Галилея и более точными данными Этвеша, точность которого соответствовала значению $(m_{\text{и}}/m_{\text{г}} - 1) < 10^{-8}$. Современная точность: 10^{-12} (В.Б. Брагинский, А.Д. Панов, 1971).

Основная гипотеза ОТО заключается в том, что гравитационные массы искривляют пространство-время и все тела, независимо от состава и веса, движутся по геодезическим линиям такого пространства одинаковым образом. Пространство в этом случае описывается геометрией Римана, а «прямолинейное» движение по кратчайшим путям (геодезическим) в искривленном пространстве воспринимается как криволинейное с переменной скоростью.

Ревизия ньютоновской теории тяготения и появление ОТО явились следствием противоречивой ситуации в физике на грани XIX и XX веков. Теория Ньютона, предполагавшая статичный мир, не вписывалась в схему релятивистской механики и должна была измениться. Уже Пуанкаре предсказывал, что должно существовать гравитационное поле, распространяющееся с конечной скоростью, равной скорости света. Однако уравнение гравитационного поля отсутствовало.

Решающий шаг был сделан А. Эйнштейном и М. Гроссманом, которые применили оригинальный подход, постулируя, что движение в поле тяжести есть движение по инерции в искривленном пространстве и гравитационный потенциал определяется метрикой искривленного пространства-времени. В написании окончательных уравнений большую роль сыграл также Д. Гильберт (1915).

Ограничения на теорию Ньютона возникают в релятивистском пределе, когда скорость движения тел сравнима со скоростью света c либо в том случае, когда возникают переменные поля тяготения, например в двойных звездных системах.

Кроме того, в основе ОТО лежит принцип эквивалентности, который проводит знак равенства между силами инерции и гравитацией. Существенным моментом ОТО является также то, что искривление пространства-времени определяется не только массой вещества в рассматриваемом теле, но и всеми видами энергии, присутствующими в данной системе, включая само гравитационное поле.

Мы не намерены как-либо (даже кратко) рассматривать здесь общую теорию относительности. Поэтому в большинстве случаев изложение будет опираться на простейшие выражения для метрики, следующие из решений уравнений ОТО, и соответствующие выражения для интервала ds .

Для плоского 4х-мерного псевдоевклидова пространства Минковского метрика имеет наиболее простой вид:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (7.2)$$

и интервал описывается выражением

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 - dl^2, \quad (7.3)$$

где t — время, x, y, z — декартовы координаты. Такая система координат называется галилеевой. Гравитация в этом случае везде равна нулю.

В случае ОТО пространство риманово, т. е. криволинейное и описывается криволинейными координатами:

$$ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k, \quad (7.4)$$

где по повторяющимся индексам производится суммирование ($i, k = 0, 1, 2, 3$), как и прежде, $x_0 = ct$, а x_1, x_2, x_3 — пространственные координаты, g_{ik} — метрический тензор.

В ньютоновой механике гравитационная сила определяется значениями масс тел — скалярами или плотностью их распределения в пространстве $\rho(r)$. Сила, действующая на тело массы m , равна $\mathbf{F} = -m \text{grad } \varphi(r)$, где гравитационный потенциал $\varphi(r)$ определяется из уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi(r) \equiv \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 4\pi G\rho, \quad (7.5)$$

где G — гравитационная постоянная.

В ОТО источником гравитационного поля является симметричный тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}$ уже с десятью независимыми компонентами. В этом случае стандартная задача ОТО — определение компонент метрического тензора $g_{\mu\nu}$ по известному распределению источников энергии-импульса. Компоненты $g_{\mu\nu}$ являются гравитационными потенциалами, поэтому знание метрики эквивалентно знанию поля тяготения в данной системе, что позволяет рассчитывать движение тел. Уравнения тяготения Эйнштейна устанавливают связь между величинами $g_{\mu\nu}$ и тензором энергии-импульса:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\kappa T_{\mu\nu}. \quad (7.6)$$

Здесь $R_{\mu\nu}$ — так называемый тензор Риччи, выражающийся через $g_{\mu\nu}$ и его первые и вторые производные по координатам; $R = R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$ (величины $g^{\mu\nu}$ определяются из уравнений $g_{\mu\nu}g^{\nu k} = \delta_{\mu}^k$, где δ_{μ}^k — символы Кронекера); $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса, $\kappa = 8\pi G/c^2 = 1,87 \cdot 10^{-27}$ см·г⁻¹.

Величины $R_{\mu\nu}$ и R связаны с $g_{\mu\nu}$. В результате из уравнений (7.6) можно получить метрику $g_{\mu\nu}$ и выражение для интервала $ds^2 = g_{\mu\nu}dx_{\mu}dx_{\nu}$, где $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$.

Если приравнять нулю все компоненты тензора энергии-импульса ($T_{\mu\nu} = 0$; $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$), то можно получить уравнение для пустого пространства: $R_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu}$. Учитывая, что Λ — величина, близкая или равная нулю, для задачи движения планет с хорошей точностью можно считать, что $R_{\mu\nu} = 0$. Однако это может быть не так при переходе к областям, существенно большим размера Солнечной системы. Поэтому, учитывая возможность роста влияния Λ -члена в космологических задачах, в общем случае его считают не равным нулю ($\Lambda \neq 0$).

Таким образом, зная $g_{\mu\nu}$ как функции четырех координат, можно определить все геометрические свойства пространства-времени.

В рамках ОТО получен ряд принципиально новых эффектов: это возникновение гравитационных волн, черных дыр и сингулярностей пространства-времени.

7.1. Излучение гравитационных волн

Предположительно скорость распространения гравитационных воздействий равна скорости света, однако таких измерений пока нет. Один из вариантов возможного ее измерения основывается на сравнении времени прихода гравитационного и светового сигналов от какого-либо достаточно далекого звездного источника.

Из-за тензорного характера гравитации гравитационное излучение могут генерировать только системы, обладающие переменным мультипольным моментом распределения масс выше квадрупольного. В этом случае излучение является направленным, что осложняет его регистрацию. Мощность квадрупольного излучения довольно мала и имеет вид

$$L = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \left\langle \left(\frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \right)^2 \right\rangle, \quad (7.7)$$

где Q_{ij} — тензор квадрупольного момента распределения масс излучающей системы. Константа $G/c^5 = 2,76 \cdot 10^{-53}$ Вт.

7.2. Черные дыры

Квадрат интервала в сферических координатах $(t, r, \vartheta, \varphi)$ для плоского пространства Минковского имеет следующий вид:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2(\sin^2 \vartheta d\varphi^2 + d\vartheta^2). \quad (7.8)$$

Если в пространстве имеется точечное тело массы M , то интервал будет сферически симметричен, и, как показал К. Шварцшильд, метрика в этом случае имеет вид

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)} - r^2(\sin^2 \vartheta d\varphi^2 + d\vartheta^2). \quad (7.9)$$

Здесь второй член в скобках с точностью до множителя 2 есть отношение гравитационного потенциала φ и c^2 . В большинстве случаев это отношение много меньше единицы и справедливо приближение слабого гравитационного поля.

На поверхности Земли величина этого отношения $\sim 10^{-9}$, на поверхности Солнца $\sim 4 \cdot 10^{-6}$, в межгалактическом пространстве $\sim 2 \cdot 10^{-7}$, в пространстве между сверхскоплениями $\sim 2 \cdot 10^{-5}$, т. е. гравитационные поля в основном имеют малую величину и лишь в случае компактных астрофизических объектов типа нейтронных звезд, черных дыр и т. п. можно говорить о сильных гравитационных полях.

Интересно, что гравитационный потенциал Вселенной примерно равен квадрату скорости света $\Phi_{Un} \simeq -c^2$ [49]. Поэтому рассматриваемое выше отношение можно интерпретировать как отношение локального изменения гравитационного потенциала вблизи различных масс к среднему потенциалу Вселенной.

Такие совпадения в физике, скорее всего, неслучайны. Непонятным образом эти две величины оказываются связаны между собой. Гравитационный потенциал, создаваемый всеми массами Вселенной, составляет величину

$$\Phi_{Un} = -\frac{GM_{Un}}{R_{Un}} \simeq -(1,4 \div 8,8) \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2. \quad (7.10)$$

Здесь принято, что плотность вещества во Вселенной примерно равна так называемой критической плотности $\rho = \rho_c \simeq 18,8h^2 \cdot 10^{-27} \text{ кг}/\text{м}^3$, которая соответствует плоской Вселенной и известна лишь с точностью до коэффициента $0,4 \leq h \leq 1$. В качестве радиуса Вселенной

взята величина $R = c \cdot T$, где $T = 10$ миллиардов лет — время существования Вселенной. Вселенная может иметь и большие размеры, но гравитационное поле из областей с расстояниями, большими R , не может достигнуть нас за время существования Вселенной T . Величина $c^2 \approx 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2$, что лишь на относительно небольшой числовой множитель отличается от Φ_{Un} .

Означает ли это, что скорость света определяется массой Вселенной? Ответа пока нет. Возможно, что этот вопрос связан с принципом Маха, который так и не нашел своего воплощения в ОТО. Если связь величины гравитационного потенциала Вселенной и квадрата скорости света неслучайна, то наибольший интерес представляет ее парадоксальность. Потенциальная энергия фотона в гравитационном поле равна нулю, но его скорость оказывается зависящей от гравитационного потенциала Вселенной.

Такие парадоксы могут быть случайными, но могут и приводить к глубоким следствиям. Ярким примером является квантовая механика, возникшая на основе дуализма волна—частица. Если гравитационный потенциал (7.10) равен c^2 , то $M_{Un}\Phi_{Un} = M_{Un}c^2$ и полная энергия Вселенной $E_{Un} = M_{Un}c^2 - M_{Un}\Phi_{Un} = 0$. В этом случае закон сохранения энергии не противоречит возникновению Вселенной из «ничего».

Выражение (7.9) имеет особую точку при

$$r = r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Величина r_g называется гравитационным радиусом (сферой Шварцшильда) или горизонтом событий сферически-симметричной черной дыры. Она имеет размер

$$r_g[\text{м}] \approx 1,48 \cdot 10^{-27} \cdot m [\text{кг}].$$

При $r \rightarrow r_g$ время внешнего (бесконечно удаленного) наблюдателя $t \rightarrow \infty$ при конечном времени τ наблюдателя, падающего в гравитационном поле:

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1 - r_g/r}}.$$

Учитывая это соотношение, можно записать, что фотон, имеющий частоту ω_0 , испытывает красное смещение и придет к удаленному наблюдателю с частотой

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - r_g/r}.$$

При $r \rightarrow r_g$ частота фотона стремится к нулю $\omega \rightarrow 0$, т. е. черная дыра не выпускает излучение.

Вместе с тем Хокингом (1975) было показано, что за счет квантовых эффектов (поляризации вакуума и рождения пар частица—античастица) черная дыра должна излучать. Мощность излучения Хокинга составляет величину

$$L = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}. \quad (7.11)$$

При этом потеря массы составляет

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{\hbar c^4}{15360\pi G^2 M^2}. \quad (7.12)$$

Спектр излучения соответствует спектру абсолютно черного тела с температурой

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM}. \quad (7.13)$$

Энтропия черной дыры пропорциональна площади горизонта ее событий A :

$$S = \frac{Akc^3}{4\hbar G}. \quad (7.14)$$

Потери массы приводят к конечному времени жизни черных дыр:

$$\tau = \frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4}. \quad (7.15)$$

Тело, падающее на точечную массу под действием гравитации, находится в невесомости. При пересечении гравитационного радиуса его возврат уже невозможен.

Для внешнего наблюдателя падение тела в черную дыру будет длиться бесконечно долго, и пересечения гравитационного радиуса он не увидит никогда.

Считают, что черная дыра состоит из двух частей, сингулярности в центре и области невозврата, ограниченной горизонтом событий.

7.3. Сингулярность

Сингулярность — это область бесконечно малого размера, в которой все вещество разрушается. Сингулярность можно рассматривать как некую особую точку состояния пространства-времени, которая не

описывается современной физикой. Если, не обращая внимания на физическое обоснование, формально продлить решение уравнений ОТО внутрь черной дыры, то оказывается, что решение заканчивается в точке, в которой кривизна пространства становится бесконечной. Эта точка и называется сингулярностью. Наличие математических сингулярностей в решениях ОТО рассматривается как некая трудность теории и, скорее всего, нереализуема в природе. Возможно также, что для понимания этого состояния требуется квантовая теория гравитации, которая в настоящий момент отсутствует.

Среди возможных сингулярностей особо выделена космологическая сингулярность, связанная с состоянием Вселенной в начальный момент Большого взрыва, характеризующегося бесконечной плотностью и температурой вещества. Стивен Хокинг (1967) писал: «Результаты наших наблюдений подтверждают предположение о том, что Вселенная возникла в определенный момент времени. Однако сам момент начала творения, сингулярность, не подчиняется ни одному из известных законов физики».

Рассмотрим теперь движение фотонов в гравитационном поле на примере известного эксперимента Р. В. Паунда и Дж. Ребки.

7.4. Гравитационное красное смещение

В физике известны два эффекта, которые могут приводить к красному смещению частоты излучаемого фотона, — это эффект Доплера и расширение Вселенной.

- Эффект Доплера в оптике заключается в том, что воспринимаемая частота света зависит от относительного движения его источника и приемника:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta \cos \vartheta}, \quad (7.16)$$

где $\beta = v/c$, c — скорость света, v — скорость источника относительно приемника (наблюдателя), ϑ — угол между направлением на источник и вектором скорости в системе отсчета приемника. Если источник радиально удаляется от наблюдателя, то $\vartheta = 0$, если приближается — $\vartheta = \pi$. При удалении приемника света его частота уменьшается, а при движении навстречу источнику увеличивается. При этом скорость света не зависит от относительного движения источника и приемника, но частота меняется.

- Космологическое красное смещение частоты фотонов обусловлено расширением Вселенной. Увеличение всех расстояний приводит к «растягиванию» волны, т. е. увеличению ее длины или соответствующему уменьшению частоты.

К этим же явлениям часто относят так называемое гравитационное красное смещение, полагая, что при удалении фотона от гравитационной массы его частота уменьшается. На самом деле в ОТО ни энергия, ни частота фотона ($E = h\nu$) не меняются при его движении в гравитационном поле. Масса фотона равна нулю, поэтому гравитационное поле не действует на фотон. С изменением расстояния до гравитационной массы меняется метрика окружающего пространства-времени, в частности временной интервал, что и приводит к кажущемуся изменению частоты, а значит, и энергии фотона.

Это является одним из примеров неправильного использования понятия массы. В данном случае ошибка в интерпретации возникает из-за утверждения, что любой энергии можно приписать массу $m = E/c^2$. В результате такой процедуры безмассовому фотону приписывается потенциальная энергия в гравитационном поле Земли $-mgh$. Тогда считается, что при удалении фотона от Земли его потенциальная энергия возрастает, а кинетическая $E = h\nu$ уменьшается, что приводит к неверному выводу: уменьшению его частоты на величину

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{v}{c} = -\frac{gh}{c^2}, \quad (7.17)$$

т. е. как бы наблюдается гравитационное покраснение фотона. Ответ верный, но на самом деле в гравитационном поле меняется ход времени. Часы при удалении от гравитационной массы начинают идти быстрее, т. е. единица времени, например секунда, становится меньше, и в ней теперь умещается меньшее число колебаний электромагнитного поля, что иногда неправильно интерпретируется, как уменьшение частоты фотона.

Поясним, что означает уменьшение единицы времени. В основе современных методов измерения времени лежит квантовый стандарт частоты излучения атомов при переходе с одного энергетического уровня на другой, который обеспечивает относительную точность измерения до 10^{-15} .

В ОТО разность энергий атомных уровней зависит от положения атома в гравитационном поле. Чем дальше атом от гравитационной массы, тем больше эта разность и тем больше энергия и частота фотона, соответствующая переходу атома с одного уровня на другой. Но

именно эта частота и лежит в основе физического эталона времени. В ОТО эталон меняется с изменением расстояния атома до гравитационной массы, т. е. единица измерения времени уменьшается, а скорость хода часов увеличивается.

Проверка эффекта гравитационного красного смещения была проделана в опытах Паунда—Рибки—Снайдера в 1960–65 гг. [46], [47]. Эксперимент проводился в башне Гарвардского университета высотой 22,5 метра. Схема эксперимента стала возможна в результате открытия эффекта Мессбауэра (1958). Источником и приемником фотонов с энергией 14,4 кэВ являлся изотоп железа ^{57}Fe . Отсутствие отдачи ядра (эффект Мессбауэра) при излучении фотонов обеспечивало малую ширину резонансных линий и высокую точность измерения сдвига частоты: $\Delta\omega/\omega \sim 10^{-15}$.

Для устранения систематических искажений источник и приемник света менялись местами. Результат эксперимента сводился к тому, что при покоящихся источнике и приемнике резонансное поглощение фотонов отсутствует и необходимо двигать приемник навстречу фотонам со скоростью $\sim 0,7$ мкм/с, чтобы совместить линии излучения и поглощения за счет доплеровского смещения частот.

Результат позволяет утверждать, что эффект гравитационного красного смещения несомненно существует. Однако в эксперименте измеряется лишь относительный сдвиг частот фотона и часов, поэтому он не дает прямого ответа на вопрос, что меняется в гравитационном поле, частота фотона или ход часов. Можно лишь заключить, что в рамках ОТО эффект интерпретируется однозначно как увеличение скорости хода часов с уменьшением гравитационного потенциала [13].

Приведем в заключение оригинальное обсуждение А. Эйнштейном эффекта гравитационного красного смещения с помощью поучительной методики, использующей неинерциальную систему координат, свободно падающую в гравитационном поле, — эйнштейновский лифт.

В ОТО гравитация и силы инерции, возникающие в ускоренно движущейся системе, полностью эквивалентны. Поэтому в свободно падающем лифте гравитация отсутствует, т. к. полностью компенсируется силами инерции. В такой системе на фотон заведомо не должны действовать никакие силы, и он распространяется свободно. Если скорость лифта в момент испускания фотона $v = 0$, то в момент поглощения фотона $t = h/c$ скорость приемника относительно лифта $v = gh/c$ и направлена вверх. Тогда если приемник будет двигаться вниз с той же скоростью $v = gh/c$, то в момент t он будет покоиться относительно лифта, и произойдет резонансное поглощение фотона с той же частотой.

той, что и у излученного фотона. Для условий эксперимента [46] эта скорость составила как раз необходимую величину $v \simeq 0,7$ мкм/с.

В рамках ОТО на фотон в лифте не действуют никакие силы, эксперимент спланирован так, что скорости источника и поглотителя относительно лифта равны нулю, поэтому можно утверждать, что частота фотона и его энергия $E = \hbar\omega$ не меняются в гравитационном поле, меняется ход часов.

Глава 8

Космологические модели

Современная космология утверждает, что $(13,73 \pm 0,12) \cdot 10^9$ лет назад произошел Большой взрыв, в результате которого возникла наша Вселенная. Взрыв — название условное: никакого взрыва на самом деле не было. Возник пузырек вакуума, как говорят, планковского размера, т. е. $1,6 \cdot 10^{-33}$ см. В некоторых моделях предполагается, что пузырек первоначального вакуума возник из ничего (см. 7.10 и дальнейший текст). Уравнение вакуума единственно и имеет вид $p_V = -\varepsilon_V$, где p_V — давление, а $\varepsilon_V > 0$ — плотность его энергии. При отрицательном давлении, очень быстро, за $\sim 10^{-35}$ с, пузырек вырос до макроскопического уровня. Процесс быстрого экспоненциального роста получил название инфляции. Дальнейшая трансформация вакуума привела к рождению вещества, энергия которого (mc^2) компенсировалась отрицательной энергией гравитационного поля.

Краткая хронология зарождения космологии как науки выглядит следующим образом. Ее основой стала общая теория относительности, опубликованная А. Эйнштейном в 1916 году. В 1917 году им же была представлена первая космологическая модель. Вселенная предполагалась в ней статичной, и довольно быстро было понято, что такое состояние неустойчиво.

В. де Ситтер выдвинул модель пустой Вселенной. В 1923 году Г. Вейль показал, что если в модель де Ситтера поместить вещество, то она должна расширяться.

Однако первое нестационарное решение уравнений Эйнштейна получил А. Фридман в 1922 году.

Наконец, в 1929 году Э. Хаббл экспериментально установил линейный закон роста с расстоянием скорости расширения Вселенной. По

сути, это событие можно считать рождением космологии как экспериментальной науки.

В 1948 году Г. А. Гамов опубликовал идею горячей Вселенной, которая заключалась в том, что первоначальный ядерный синтез наиболее легких элементов (водород и гелий) происходил в ядерном котле горячей Вселенной. Важнейшим следствием этой модели стало предсказание электромагнитного космического фона, который сейчас называют реликтовым излучением, открытым А. Пензиасом и Р. Вилсоном в 1964 году. Как и предсказывала теория Гамова, его температура в нынешнюю эпоху составила 2,7 К.

Дальнейшее развитие космологии связано с изучением характеристик, в частности анизотропии, реликтового излучения, на спутниках COBE, WMAP.

Основой космологических моделей является ОТО. Она содержит принципиальное отличие от теории Ньютона, т. к. гравитация зависит от массы вещества Вселенной, энергии излучения, плотности энергии вакуума, самого гравитационного поля и давления. Главное отличие от классической теории заключается в том, что ОТО — нелинейная теория и в источники гравитации входит давление (Фридман). Последнее является принципиальным моментом для космологических моделей ранней Вселенной.

Исторически так сложилось, что Вселенная изначально считалась статической и однородной. Таких моделей всего три. Это эйнштейновская Вселенная с однородным распределением материи, пустая Вселенная де Ситтера и плоское псевдоевклидово пространство-время Минковского. При рассмотрении этих вариантов ограничимся анализом интервалов ds^2 [73].

8.1. Модель Эйнштейна

Для модели Эйнштейна можно записать:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r^2/R^2} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (8.1)$$

где $1/R^2 = \Lambda - 8\pi p_0$ и p_0 — давление, которое имеет одно и то же значение для всей Вселенной, Λ — космологическая постоянная.

Считая R и Λ константами, через них можно выразить давление и плотность вещества, заполняющего пространство в модели Эйнштейна:

$$8\pi p_0 = \Lambda - \frac{1}{R^2}, \quad (8.2)$$

$$8\pi\rho_0 = -\Lambda + \frac{3}{R^2}. \quad (8.3)$$

Обратно, если эти величины рассматривать как свободные параметры, то, меняя их, можно получить пространство практически с любыми значениями давления и плотности материи. Поэтому в рамках этой модели рассмотрим ряд характерных состояний Вселенной.

1. Вселенная как пространство с невзаимодействующими звездами (пылевидная Вселенная).

В этом случае давление отсутствует: $p_0 = 0$ и $\Lambda = 1/R^2$. Тогда для плотности получается выражение $\rho_0 = 1/(4\pi R^2)$, и можно вычислить полную массу Вселенной. Для сферической геометрии объем Вселенной составляет величину $V_0 = 2\pi^2 R^3$ [73] и полная масса $M = \rho_0 V_0 = \pi R/2$.

2. Вселенная, заполненная излучением.

В этом случае отношение плотности к давлению имеет максимальное значение: $\rho_0 = 3p_0$. Тогда $\Lambda = 3/(2R^2)$ и $p_0 = 1/(16\pi R^2)$, а $\rho_0 = 3/(16\pi R^2)$.

Из приведенных соотношений следует, что излучение приводит к большему искривлению пространства, чем вещество той же плотности.

3. Пустое пространство.

Для пустого пространства $p_0 = \rho_0 = 0$ и $\Lambda = 1/R^2 = 0$, и Вселенная вырождается в плоское пространство Минковского.

Из этого рассмотрения следует, что в случае эйнштейновской Вселенной для того, чтобы она содержала вещество, космологическая постоянная должна быть больше нуля ($\Lambda > 0$). Возможно, это был основной аргумент для введения Эйнштейном Λ -члена в уравнение гравитации ОТО.

Другую информацию об эйнштейновской Вселенной можно получить, анализируя скорость частиц и света. Из рассмотрения интервала Эйнштейна следует (8.1), что покоящиеся частицы будут иметь ускорение, равное нулю [73]. Это необходимое условие статичности Вселенной Эйнштейна. Частицы, которые покоились, остаются в состоянии покоя.

Скорость света можно получить из выражения для светоподобного интервала $ds^2 = 0$. Для радиального направления имеем¹

$$\frac{dr}{dt} = \pm \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}. \quad (8.4)$$

¹Здесь и далее используется естественная система единиц, в которой скорость света $c = 1$.

Отсюда время, необходимое свету, чтобы обойти всю Вселенную и вернуться назад

$$t = 4 \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}} = 2\pi R. \quad (8.5)$$

Из выражения для скорости следует также, что в модели Эйнштейна красное смещение света отсутствует. Действительно, время прихода светового сигнала в точку, отстоящую на r , дается выражением

$$t_2 = t_1 + \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}} = t_1 + R \arcsin \left(\frac{r}{R} \right). \quad (8.6)$$

Тогда интервал между приходом двух последовательных импульсов равен интервалу между их излучением, т. к. в обоих случаях r одинаковое:

$$t_2 - t'_2 = \delta t_2 = t_1 - t'_1 = \delta t_1. \quad (8.7)$$

Поэтому частота света не меняется при распространении его в пространстве Эйнштейна и не зависит от расстояния. Это свойство модели резко противоречит ситуации в реальной Вселенной, и именно оно заставляет считать реальную Вселенную нестационарной.

8.2. Модель де Ситтера

Модель де Ситтера — это еще один вариант статической Вселенной. Де Ситтер предположил метрику, не зависящую от времени (статичность), соответствующую условию $\rho_0 + p_0 = 0$:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r^2/R^2} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2. \quad (8.8)$$

Условие $\rho_0 + p_0 = 0$ практически означает $\rho_0 = -p_0 = 0$, т. к. для плотности материи всегда $\rho_0 \geq 0$, а давление может быть отрицательным, но не в случае рассматриваемых вариантов материи. Тогда $\Lambda = 3/R^2$ и в зависимости от значения космологического члена возможны три варианта:

- 1) $\Lambda > 0$ — закрытая модель Вселенной,
- 2) $\Lambda = 0$ — открытое плоское пространство Минковского,
- 3) $\Lambda < 0$ — открытое искривленное (гиперболическое) пространство.

Далее предполагается закрытая модель с $\Lambda > 0$. В случае чисто радиального распространения света выражение для его скорости имеет следующий вид

$$\frac{dr}{dt} = \pm \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (8.9)$$

Интегрируя это выражение, можно получить время распространения света. Получается, что свет будет двигаться бесконечно долго от $r = 0$ до $r = R$ (горизонт), т.е. наблюдатель в центре никогда не сможет получить информацию из областей $r \geq R$.

Что касается красного смещения излучения далеких источников, то для изменения длины волны $\delta\lambda$ света, принятого в центре, получается выражение [73]

$$\frac{\lambda + \delta\lambda}{\lambda} = \frac{k}{1 - r^2/R^2} + \frac{k}{[1 - r^2/R^2]^2} \frac{dr}{dt}, \quad (8.10)$$

где первый член зависит от орбитального параметра частицы k и расстояния r от центра (во время излучения), а второй член зависит, кроме того, и от радиальной скорости частицы во время излучения.

В зависимости от знака скорости dr/dt во втором (основном) члене, изменение длины волны света может быть как в положительную, так и в отрицательную сторону. Хотя смещение получается преимущественно в красную область, т.к. в противном случае надо скомпенсировать положительный первый член ($k > 0$).

В целом стационарные модели имеют как положительные черты, так и отрицательные. Эйнштейновская модель позволяет рассматривать конечные концентрации материи во Вселенной, но не объясняет красное смещение света, приходящего из далеких областей. Модель де Ситтера довольно хорошо объясняет красное смещение, но не обеспечивает конечной концентрации вещества в реальной Вселенной. В этом плане нестационарные модели могут быть более перспективны.

8.3. Динамическая модель Фридмана

Экспериментальные данные о наличии красного смещения света указывает, что галактики разбегаются и Вселенная нестационарна. К тому же статичные модели нестабильны. Под действием возмущений разного характера Вселенная в них может выйти из состояния равновесия и далее сжиматься до нуля или расширяться до бесконечности.

В модели Фридмана Вселенная однородна и изотропна. В этом случае выражение для интервала имеет вид [74]

$$ds^2 = g_i^k x_k x^i = c^2 dt^2 - a^2 \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{1 - \frac{k}{4}(x^2 + y^2 + z^2)}, \quad (8.11)$$

где $a = a(t)$ — масштабный фактор, имеющий размерность длины и описывающий расширение или сжатие Вселенной; $k = -1, 0, 1$; x, y, z — лагранжевы координаты², выраженные в единицах a : $x = x'/a$, $y = y'/a$, $z = z'/a$.

Множитель $a(t)$ называют радиусом кривизны пространства. Его возрастание описывает увеличение интервала между любыми двумя точками и расширение всего вещества, т. к. система координат является сопутствующей (лагранжевой). Такой выбор системы отсчета определяется тем, что в однородном и изотропном пространстве вещество не может двигаться относительно системы, т. к. это выделяло бы некое направление и нарушало бы изотропию.

В сферических координатах (так называемая метрика Фридмана—Робертсона—Уокера) выражение для интервала имеет вид

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right). \quad (8.12)$$

Во всех случаях имеются в виду пространства постоянной кривизны. Если $k = -1$, то модель называют открытой, кривизна пространства $k/a^2 < 0$. При $k = +1$ модель называют закрытой с положительной кривизной и при $k = 0$ считается, что кривизна равна нулю, а пространство евклидово.

Единственной неизвестной величиной в данной модели является масштабный фактор $a(t)$, который находится из уравнения Эйнштейна:

$$R_i^k - \frac{1}{2} R \delta_i^k = -\frac{8\pi G}{c^4} T_i^k. \quad (8.13)$$

Ниже приведены примеры тензора энергии-импульса для ряда наиболее простых случаев.

1. В системе покоя идеальной жидкости

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -P \end{pmatrix}. \quad (8.14)$$

²Лагранжевы координаты — сопутствующие координаты, связанные с координатами индивидуальных точек среды. Как правило, используются при наличии какой-либо симметрии в системе.

2. Если жидкость (газ) движется относительно системы координат в направлении оси x со скоростью β , то

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho\gamma^2 & \rho\gamma^2\beta & 0 & 0 \\ \rho\gamma^2\beta & \rho\gamma^2\beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -P \end{pmatrix}. \quad (8.15)$$

3. Газ невзаимодействующих частиц массы m (идеальный газ) с плотностью N частиц, движущихся изотропно с одинаковой скоростью v , имеет следующий тензор энергии-импульса:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} m\gamma N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m\gamma N \frac{v^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m\gamma N \frac{v^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m\gamma N \frac{v^2}{3} \end{pmatrix}. \quad (8.16)$$

4. Если массивные частицы в предыдущем примере поменять на фотоны, то $m\gamma \rightarrow h\nu$, $v \rightarrow c$ и тензор энергии-импульса:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} h\nu N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h\nu N \frac{c^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h\nu N \frac{c^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h\nu N \frac{c^2}{3} \end{pmatrix}. \quad (8.17)$$

5. Для холодной пыли $v = 0$, поэтому отлична от нуля только одна компонента:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} mN & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.18)$$

В качестве иллюстрации приведем решение уравнения (8.13) [74]. Для «газа» выражение для тензора энергии-импульса записывается в виде

$$T_i^k = (\rho c^2 + P)u^k u_i - P\delta_i^k, \quad (8.19)$$

где u_i — четырехмерная скорость материи. Под «газом» здесь может пониматься газ, в котором «молекулами» являются галактики, либо фотонный газ, либо просто обычный газ.

В сопутствующей системе отсчета тензор энергии-импульса имеет диагональный вид с компонентами:

$$T_0^0 = \rho c^2, \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P. \quad (8.20)$$

Для однородной и изотропной вселенной ρ и P не зависят от пространственных координат и могут быть только функциями времени. Для того чтобы решить уравнения Эйнштейна (8.13), надо в них подставить T_i^k из (8.20) и g_i^k из (8.11). Тогда получим

$$\frac{8\pi G}{c^2} T_0^0 = \frac{8\pi G}{c^2} (\rho c^2) = \frac{3\dot{a}^2}{a^2} + \frac{3kc^2}{a^2}, \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P; \quad (8.21)$$

$$\frac{8\pi G}{c^2} T_1^1 = \frac{8\pi G}{c^2} T_2^2 = \frac{8\pi G}{c^2} T_3^3 = -\frac{8\pi G}{c^2} P = \frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}. \quad (8.22)$$

Остальные уравнения превращаются в тождества. После преобразований можно записать

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right), \quad (8.23)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2}. \quad (8.24)$$

Кроме того, при любом k выполняется тождество

$$\dot{\rho} + \frac{\dot{a}}{a} \left(\rho + \frac{P}{c^2} \right) = 0. \quad (8.25)$$

Уравнения (8.23), (8.24), (8.25) называются космологическими уравнениями Фридмана. Здесь ρ — плотность вещества (или излучения), P — давление, G — гравитационная постоянная, c — скорость света.

Уравнения описывают изменение масштабного фактора при том или ином уравнении состояния $P = P(\rho)$. До настоящего времени « a » увеличивалось, т. е. Вселенная расширялась.

Решение получено для однородной Вселенной, т. е. для расстояний, при которых ее можно считать таковой и на которых гравитация является определяющей силой. Например, в атомной физике влиянием этих факторов можно пренебречь, но на расстояниях, существенно превышающих расстояния между галактиками (десятки мегапарсек), они являются основополагающими.

Скорость разбегания галактик растет пропорционально расстоянию между ними и при достаточно больших расстояниях в принципе может превысить скорость света, т. к. это не связано с движением вещества, расширяется само пространство. Кроме того, обмен информацией между такими галактиками невозможен, поэтому причинность не может нарушаться и невозможно измерить относительные скорости галактик.

Уравнение (8.25) является следствием первого закона термодинамики, из которого следует, что в изменение плотности дают вклад два члена. Первый определяется увеличением объема, а второй — работой давления при увеличении объема Вселенной. При этом следует учитывать, что давление не имеет отношения к силам, влияющим на расширение. Давление везде одинаково, градиент равен нулю и силы отсутствуют. Энергия увеличивается из-за увеличения объема, в котором присутствует давление ($dE = PdV$). Закон сохранения энергии заключается в том, что добавки энергии PdV компенсируется увеличением отрицательной потенциальной энергии гравитации.

Рассмотрим теперь, как изменятся уравнения Фридмана в случае, если космологическая постоянная $\Lambda \neq 0$. В этом случае уравнения записываются в следующем виде.

Уравнение движения:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (8.26)$$

Уравнение энергии:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (8.27)$$

и уравнение неразрывности:

$$\dot{\rho} = -\frac{\dot{a}}{a} \left(\rho + \frac{P}{c^2} \right). \quad (8.28)$$

Величина $\dot{a}/a = H$ называется параметром Хаббла. Используя эту величину, уравнение энергии можно записать через безразмерные величины в виде

$$1 = \Omega_m + \Omega_c + \Omega_\Lambda, \quad (8.29)$$

где после деления на H^2 имеем $\Omega_m = 8\pi G\rho/3H^2 = \rho/\rho_{cr}$, $\Omega_c = -(kc^2)/(a^2H^2)$, $\Omega_\Lambda = (\Lambda c^2)/(3H^2)$.

В уравнениях всего два параметра — k и Λ . Поэтому при заданной топологии (k) и известном значении Λ решение определяется уравнением состояния $P(\rho)$.

По современным наблюдениям вклад Ω_Λ является основополагающим $\Omega_\Lambda \simeq 0,7$ — это так называемая темная энергия.

Ее происхождение неизвестно, но считается, что это может быть плотность энергии вакуума, т. е. вакуум играет роль космологической постоянной [77].

Уравнение состояния для вакуума следует из первого начала термодинамики в адиабатическом процессе $dE + PdV = 0$ и $P = -E/V$ или $P = -\rho c^2$. В этом случае плотность энергии вакуума составляет величину

$$\varepsilon_v = \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \sim \rho_{cr} \sim 100 \text{ эВ/см}^3. \quad (8.30)$$

Учитывая, что энергия вакуума формируется нулевыми колебаниями $(\hbar\omega)/2$, получают оценку плотности вакуума в виде $\varepsilon_v \approx \hbar c k_{\max}^4$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. Тогда можно получить оценку плотности энергии вакуума сразу после Большого взрыва. Масштаб энергий для эпохи Великого объединения (Grand Unification Theory, $t = 10^{-43} - 10^{-35}$ с) составляет $E_{GUT} \simeq 10^{15}$ ГэВ, тогда $k_{\max} \simeq 10^{29} \text{ см}^{-1}$ и плотность энергии вакуума получается огромной:

$$\varepsilon_{GUT} \sim 10^{128} \text{ эВ/см}^3. \quad (8.31)$$

Разница в плотности энергии между этой величиной и оценкой для современной эпохи составляет 126 порядков величины! Это так называемая проблема космологической постоянной.

Наличие космологической постоянной в уравнении движения (8.26) приводит к тому, что наряду с притяжением (гравитация) возникает член, создающий отталкивание (антигравитация). Покажем это. Уравнение можно переписать в виде уравнения движения точки на поверхности сферы радиуса $R = a$ с массой M [76]:

$$\ddot{R} = -\frac{GM}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}R. \quad (8.32)$$

Здесь принято $c = 1$. Второй член в уравнении соответствует отталкиванию, $F_{rep} = (\Lambda/3)R$. Масса дается выражением

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho + 3P), \quad (8.33)$$

в которое давление входит наравне с веществом (излучением), т. е. гравитирующим элементом в ОТО является величина $(\rho + 3P)$. Сила отталкивания $F_{rep} = (\Lambda/3)R$ растет с расстоянием R .

Рассмотрим некоторые примеры расширяющихся вселенных [78]. Расширение Вселенной считается адиабатическим процессом. В рамках этого предположения запишем:

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon + P} = -\frac{dV}{V} = -3\frac{da}{a}. \quad (8.34)$$

Здесь V — объем. Тогда в разных предположениях о типе Вселенной можно получить следующие выражения для уравнений состояния.

1. Пыль: ($P = 0$, $d\varepsilon/\varepsilon = -3da/a$, $\varepsilon \sim 1/a^3$) в этом случае сохраняется масса покоя и число частиц.

2. Ультрарелятивистский газ ($P = \varepsilon/3$, $d\varepsilon/\varepsilon = -4da/a$, $\varepsilon \sim 1/a^4$) соответствует сохранению числа частиц, но при уменьшении их энергии: $\sim 1/a$.

3. Сильно взаимодействующее вещество ($P = \varepsilon$, $d\varepsilon/\varepsilon = -6da/a$, $\varepsilon \sim 1/a^6$). Скорость звука равна скорости света: $v_s^2 = dP/d\rho = d(\rho c^2)/d\rho = c^2$.

4. Состояние с отрицательным давлением ($P = -\beta\varepsilon$, $d\varepsilon/\varepsilon = -3(1 - \beta)da/a$, $\varepsilon \sim a^{3(\beta-1)}$). Случай $\beta = 1$ соответствует вакууму, т. к. плотность энергии при этом остается постоянной.

1) Закрытая пылевая Вселенная ($k = 1$, $P = 0$, $\Lambda = 0$).

Уравнение движения:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\varepsilon - \frac{kc^2}{a^2}; \quad \varepsilon = \rho c^2 \equiv \rho_0 c^2; \quad \rho = \rho_* \frac{a_*^3}{a^3}. \quad (8.35)$$

Масштабный фактор « a » в закрытой Вселенной является ее радиусом, ρ_* , a_* — плотность и радиус в произвольный момент t_* . Объем трехмерной сферы в четырехмерном пространстве с метрикой (8.12), учитывая что r записан в единицах a , можно получить из интеграла³

$$V = 2 \cdot 4\pi \int_0^a \frac{r^2 dr}{\sqrt{1 - (r^2/a^2)}} = 8\pi a^3 \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^2}} = 2\pi^2 a^3. \quad (8.36)$$

³Здесь и далее при вычислениях используются табличные интегралы:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{b^2 - x^2} dx &= \frac{1}{2} \left(b^2 \arcsin \frac{x}{b} + x \sqrt{b^2 - x^2} \right); \quad \int \frac{dx}{\sqrt{b^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{b}; \\ \int \sqrt{b^2 + x^2} dx &= \frac{1}{2} \left(b^2 \operatorname{arsh} \frac{x}{b} + x \sqrt{b^2 + x^2} \right); \quad \int \frac{dx}{\sqrt{b^2 + x^2}} = \operatorname{arsh} \frac{x}{b}. \end{aligned}$$

Откуда масса Вселенной в этом случае равна

$$M = \rho V = 2\pi^2 \rho a^3. \quad (8.37)$$

При расширении Вселенной масса сохраняется, поэтому $\rho = M/V$, где V определяется для данного момента времени.

Основным фактором, от которого зависят эти переменные, является радиус Вселенной, временную зависимость которого можно получить из дифференциального уравнения

$$\frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3} a^2 - c^2} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \frac{M}{2\pi^2 a} - c^2} = \frac{c}{\sqrt{a}} \sqrt{\frac{8\pi GM}{6\pi^2 c^2} - a}. \quad (8.38)$$

Это уравнение можно представить в виде

$$x^2 \frac{dx}{dt} = \frac{c}{2} \sqrt{b^2 - x^2}, \quad (8.39)$$

где сделана замена переменных: $x = \sqrt{a}$ и $b^2 = 4GM/(3\pi c^2)$. Тогда для начальных условий $x = a = 0$ при $t = 0$ получим

$$ct = \frac{4GM}{3\pi c^2} \arcsin \left(\sqrt{\frac{3\pi c^2 a}{4GM}} \right) - \sqrt{a} \sqrt{\frac{4GM}{3\pi c^2} - a}. \quad (8.40)$$

Откуда следует, что у радиуса Вселенной существует максимальное значение

$$a_{\max} = \frac{4GM}{3\pi c^2} \quad \text{при} \quad t_{\max} = \frac{2GM}{3c^2}. \quad (8.41)$$

После достижения максимума Вселенная начинает сжиматься. Если в качестве t_{\max} взять современный возраст $5 \cdot 10^{17}$ с, то это соответствовало бы массе Вселенной $M \lesssim 10^{56}$ г, радиусу $a_{\max} = 1,5 \cdot 10^{28}$ см (5000 МгПк) и плотности $\rho \approx 1,5 \cdot 10^{-30}$ г/см³. Получается, что радиус примерно равен современному радиусу горизонта, а плотность меньше оцениваемой в данную эпоху $\rho \sim 10^{-29}$ г/см³.

2) Открытая пылевая Вселенная ($k = -1$, $P = 0$, $\Lambda = 0$) [78].

Аналогично предыдущему для открытой Вселенной получается уравнение

$$x^2 \frac{dx}{dt} = \frac{c}{2} \sqrt{b^2 + x^2} \quad (8.42)$$

при $x = \sqrt{a}$, $b^2 = 8\pi G \rho_* a_*^3 / 3c^2$.

Тогда для начальных условий Большого взрыва $a = x = 0$, $t = 0$ получается

$$ct = \sqrt{a} \sqrt{\frac{8\pi G\rho_* a_*^3}{3c^2} + a} - \frac{8\pi G\rho_* a_*^3}{3c^2} \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{3c^2 a}{8\pi G\rho_* a_*^3}}, \quad (8.43)$$

и асимптотика решения имеет вид

$$ct \approx \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho_* a_*^3} \frac{2}{3} a^{3/2}}, \quad a \approx \left(\frac{8\pi G\rho_* a_*^3}{3} \right)^{1/3} \left(\frac{3t}{2} \right)^{2/3}, \quad (8.44)$$

$$\rho \approx \frac{1}{6\pi Gt^2} \text{ при } t \rightarrow 0;$$

$$a \approx ct, \quad \rho \approx \rho_* \frac{a_*^3}{c^3 t^3} \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (8.45)$$

3) Плоская Вселенная.

Плоская Вселенная бесконечна в пространстве, поэтому в данном случае $a(t)$ — это просто масштабный фактор. Для случая ультрарелятивистского газа ($k = 0$, $P = \varepsilon/3$, $\Lambda \neq 0$) уравнение энергии имеет вид:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad \varepsilon = \rho c^2 = \rho_* c^2 \frac{a_*^4}{a^4}. \quad (8.46)$$

После очевидных преобразований:

$$a \frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G\rho_*}{3} a_*^4 + \frac{\Lambda}{3} c^2 a^4}, \quad (8.47)$$

и после замены переменной $x = a^2$:

$$\frac{dx}{dt} = 2\sqrt{\frac{8\pi G\rho_*}{3} a_*^4 + \frac{\Lambda}{3} c^2 x^2}. \quad (8.48)$$

Для начальных условий $a = x = 0$, $t = 0$ решение уравнения имеет вид

$$a^2 = a_*^2 \sqrt{\frac{8\pi G\rho_*}{\Lambda c^2}} \operatorname{sh} \left(2\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct \right). \quad (8.49)$$

При $t, a \rightarrow 0$, $\operatorname{sh} x \simeq x$, и тогда

$$a^2 \simeq a_*^2 t \sqrt{\frac{32\pi}{3} G\rho_*}; \quad \rho \simeq \frac{3}{32\pi Gt^2}. \quad (8.50)$$

Интересно, что это выражение является точным решением уравнения (8.46) при $\Lambda = 0$, т. е. вблизи Большого взрыва расширение не зависит от Λ . То же можно сказать и про топологический коэффициент k . Таким образом, вблизи начала расширения практически зависит только от уравнения состояния.

В области больших времен $t \rightarrow \infty$ асимптотика всех решений с $\Lambda \neq 0$ также унифицирована и сводится к быстрому экспоненциальному расширению Вселенной. При больших x : $\text{sh } x \approx e^x/2$, и тогда из (8.49) следует экспоненциальная зависимость:

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{a_*^2}{2} \sqrt{\frac{8\pi G \rho_*}{\Lambda c^2}} \exp\left(2\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct\right), \\ \rho &= \frac{\Lambda c^2}{2\pi G} \exp\left(-4\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct\right). \end{aligned} \tag{8.51}$$

Создаваясь как стационарная модель, модель де Ситтера сыграла важную роль при анализе расширения ранней Вселенной. Один из перспективных вариантов предполагает, что в доинфляционную эпоху во Вселенной вещества (излучения) было мало и доминировала плотность вакуума.

Для вакуума выполняется довольно необычное соотношение между давлением и плотностью энергии $p = -\rho$, из которого следует, что давление вакуума отрицательно. В этом случае тензор энергии-импульса пропорционален метрике $T_B^{\mu\nu} = -\rho_B g^{\mu\nu}$ [83]. Если Вселенная содержит только вакуум и другие виды энергии отсутствуют, то закон сохранения энергии принимает вид: $g^{\mu\nu} \partial_{\rho_B} / \partial x^\mu = 0$, откуда следует, что плотность энергии вакуума постоянна во всем пространстве-времени: $\rho_B = \text{const}$.

Как было показано выше, для ранней Вселенной решение уравнения Фридмана практически не зависит от параметра кривизны ($k = -1, 0, 1$), поэтому его можно положить равным нулю. Тогда уравнение приобретает простой вид:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho. \tag{8.52}$$

В случае, когда плотность представлена лишь одной компонентой и $\rho = \rho_{\text{вак}} > 0$, решение имеет экспоненциальный вид:

$$a(t) \propto e^{Ht}, \text{ где } H = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_B}{3}} \text{ — параметр Хаббла.} \tag{8.53}$$

Таким образом, модель де Ситтера содержит экспоненциальное расширение Вселенной в случае вакуумного решения. Соответствующее пространство с метрикой вида

$$ds^2 = dt^2 - e^{Ht} dl^2 \quad (8.54)$$

называется пространством де Ситтера. Оно расширяется с ускорением и не имеет сингулярности, т. к. $a(t) = e^{Ht}$ обращается в нуль лишь при $t = -\infty$.

Как было показано в работе [81], экспоненциальное решение де Ситтера нестабильно, оно переходит в пульсации: $a(t) \sim t^{2/3}[b + r \cos \varphi(t)]$, которые вызывают рождение элементарных частиц, разогрев плазмы за счет потенциальной энергии вакуума и переход на фридмановский закон расширения для случая преобладания излучения:

$$a(t) \sim \sqrt{t}. \quad (8.55)$$

После этого следует крайне важный период [82, 84], в котором за счет малой барион-антибарионной асимметрии получается избыток барионов. Далее после падения температуры ниже $1 \text{ ГэВ} \approx 10^{13} \text{ К}$ можно привести следующие основные события [82]:

- 1) нуклеосинтез гелия-4 и дейтерия в первичной плазме;
- 2) эра радиационно-доминированной плазмы, состоящей из фотонов и нейтрино с небольшой примесью разреженного, ионизованного газа;
- 3) отщепление излучения от вещества после объединения электронов и протонов в нейтральные атомы водорода;
- 4) рост возмущений, приводящий к образованию галактик, звезд и всего остального.

Глава 9

Наблюдательная основа космологии

Космология — молодая наука, по сути, она сформировалась в XX веке. Создание ОТО и космологических моделей сыграло большую роль в становлении космологии, но ее фундаментом послужил ряд экспериментальных открытий. Обнаружение красного смещения в излучении галактик и открытие закона Хаббла привели к пониманию, что наша Вселенная расширяется, а значит, у нее было начало. Классификация галактик по красному смещению практически представляет собой путешествие во времени. Чем больше смещение, тем дальше от нас галактика, и приходящий свет дает информацию о ее состоянии на миллионы и миллиарды лет, отстоящие от нашей эпохи.

Открытие фонового микроволнового излучения Вселенной с температурой 2,7 К подтвердило наличие некоей первопричины для расширения Вселенной и определило, что ее начало было горячим, а сама она обладала гигантской плотностью, превышающей современную приблизительно в 10^{126} раз. Детальное изучение красного смещения самых далеких галактик, выполненное на грани XX и XXI веков, установило, что расширение Вселенной меняется. В первые ~ 5 млрд лет оно было замедленным, а сейчас ускоренное. Это означает, что есть сила, которая расталкивает галактики, т. е. в гравитации есть как притяжение, так и отталкивание! Первопричине такого объекта дали название темной энергии.

Такое название родилось, видимо, по аналогии. Еще раньше в окружающем нас пространстве было обнаружено наличие так называемого темного вещества. Изучение орбитальных скоростей звезд в спиральных галактиках обнаружило, что звезды вращаются гораздо быстрее, чем это предсказывает кеплеровская динамика. Это возможно лишь в том случае, если масса галактик примерно на порядок превышает массу видимых звезд. Поэтому стандартная космологическая модель

считает, что в гало галактик присутствует большое количество вещества, которое не излучает свет, и поэтому его не видно.

Природа темного вещества, также как и темной энергии, неизвестна, но, очевидно, совершенно разная. Известно, что темное вещество так же, как и видимое, участвует в формировании структуры Вселенной, т.е. сгущается в области галактик и других космических структур. Темная энергия распределена в пространстве равномерно.

Перечисленные открытия кардинально изменили ситуацию в космологии и позволили сформулировать ее стандартную модель. Условно можно считать, что это так называемая Λ - CDM -модель, которая охватывает практически все характерные черты Вселенной и имеет наиболее адекватное их описание.

В этой модели присутствует еще одно характерное свойство, которое приписывается Вселенной, но которое занимает совершенно особое положение — это инфляция (раздувание). Под инфляцией Вселенной понимают ее быстрое, в течение $\sim 10^{-35}$ секунды, увеличение размера примерно в 10^{50} или более раз. Инфляционная модель предполагает замену степенного закона расширения: $R(t) \sim \sqrt{t}$ на экспоненциальный: $R(t) \sim \exp(H(t) \cdot t)$, где $H = H(t)$ — параметр Хаббла, который иногда называют постоянной Хаббла. На самом деле — это параметр, который зависит от времени и в эпоху инфляции намного превышал современное значение. Рост размера Вселенной в модели инфляции и без нее приведен на рис. 9.1 [90]. Необходимость введения инфляции обусловлена тем, что без нее в модели, которую можно назвать моделью горячей Вселенной, есть ряд трудно устранимых проблем, приведенных ниже.

9.1. Крупномасштабная однородность и изотропность

В настоящее время горизонт событий, т.е. расстояние ct_0 , где c — скорость света, а $t_0 \simeq 14$ млрд лет — возраст Вселенной, составляет $\sim 10^{28}$ см. По модели горячей Вселенной в этих пределах должно находиться около 10^{90} областей, причинная связь между которыми в момент возникновения Вселенной (планковская эпоха) отсутствовала. Это означает, что начальные условия у них могли быть произвольными, тем не менее в настоящую эпоху они ничем не отличаются.

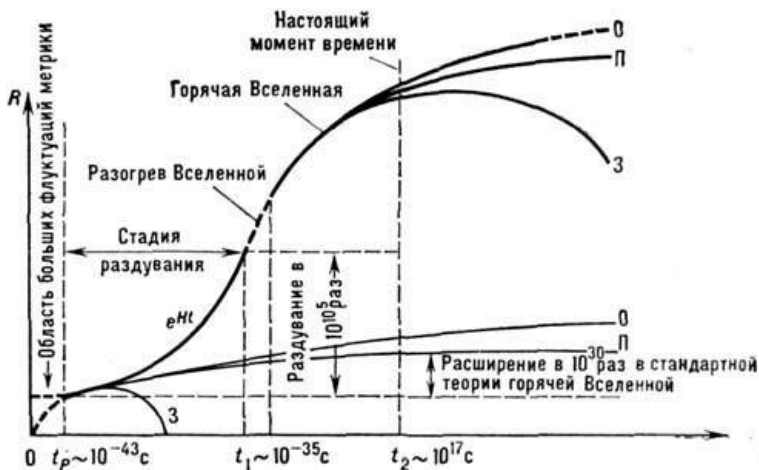


Рис. 9.1. Размер горячей Вселенной для трех моделей Фридмана: открытой (O), плоской (П) и замкнутой (З) с учетом инфляции. За время раздувания ($\sim 10^{-35}$ с) раздувающаяся область Вселенной увеличивается в $10^{10^5} - 10^{10^{10}}$ раз

9.2. Проблема плоской Вселенной

Экспериментальные данные с высокой точностью согласуются с евклидовой геометрией Вселенной, т. е. кривизна пространства примерно равна нулю. Это означает, что средняя плотность вещества близка к критической: $\rho \approx \rho_{cr} \approx 10^{-29} \text{ г/см}^3$. Однако, согласно моделям, отклонение плотности от критической со временем должно увеличиваться. Поэтому в рамках модели горячей Вселенной приходится считать, что в планковскую эпоху плотность отличалась от критической не более чем на 10^{-60} .

9.3. Проблема монополей

Вскоре после Большого взрыва в горячей и плотной Вселенной могли родиться очень массивные частицы, несущие одиночный магнитный заряд, — монополи. В современную эпоху их плотность могла превышать наблюдаемую плотность вещества на много порядков величины ($\sim 10^{15}$). Однако их поиски привели к экспериментальному

выводу, что отношение числа монополей к числу протонов в современную эпоху не превышает 10^{-30} .

Модель инфляции позволяет довольно просто устранить эти проблемы. Экспоненциальное расширение Вселенной увеличивает масштабный фактор в $10^{10^5} - 10^{10^{10}}$ раз. Размер, соответствующий современному горизонту событий для нашего мира (Вселенной), составляет $\sim 10^{28}$ см, т. е. незначительную величину по сравнению с этим размером. В этом случае современный горизонт событий составляет лишь малую часть одной раздувшейся причинно-связанной области. Инфляция настолько растягивает Вселенную, что она становится практически плоской и евклидовой. Проблема монополей решается аналогично. К концу экспоненциального расширения расстояние между монополями увеличивается настолько, что вероятность обнаружить хотя бы один в пределах горизонта событий падает практически до нуля.

9.4. Расширение Вселенной. Закон Хаббла. Ускорение

Впервые движение галактик наблюдал американский астроном Весто Слайфер в 1915–1917 гг. Он обнаружил, что галактики движутся и большинство из них удаляется от нас. Движение проявлялось в так называемом красном смещении спектров излучения, т. е. в сдвиге спектральных линий света к красному концу спектра. До этого практически безраздельно господствовало представление о стабильной статичной Вселенной. Беспокойство вызывал лишь некий космологический парадокс, который сейчас известен как парадокс Г. Ольберса (1823) и который звучит так: «Почему ночью небо темное?»

Суть его в том, что яркость не зависит от расстояния, она определяется только свойствами излучающей поверхности. Поэтому в бесконечной Вселенной небо должно было светиться с яркостью солнца. Ольберс не был первым, кто обнаружил это противоречие. Проблема эту понимали некоторые ученые задолго до Ольберса. Среди них Ж. Шезо (1718–1751), Э. Галлей (1656–1742), И. Кеплер (1571–1630), Т. Диггес (1546–1595). Для объяснения парадокса Ольберс предположил, что свет поглощается межзвездной пылью. Однако было показано, что в безграничной и вечной Вселенной пылинки должны были нагреться до температуры звезд и светились бы как звезды.

Парадокс разрешился в связи с открытием Эдвина Хаббла (1929) линейной зависимости между скоростью удаления галактики и расстоянием до нее.

В наблюдаемых спектрах звезд и галактик хорошо различимы спектральные линии поглощения (хромосферами звезд) известных элементов. Это позволяет довольно точно измерять с помощью хорошо известного эффекта Доплера скорость, с которой данный излучающий объект удаляется ($v > 0$) или приближается ($v < 0$) по отношению к земному наблюдателю. Такое движение приводит к смещению $\lambda \rightarrow \lambda'$ длины волны излучающего источника:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}, \quad (9.1)$$

где v — скорость удаления, c — скорость света.

Из (9.1) видно, что для удаляющегося от нас объекта линии смещаются в красную сторону ($\lambda > \lambda'$), а для приближающегося — в голубую ($\lambda < \lambda'$). Если бы окружающие нас галактики двигались хаотически, то красные и голубые смещения в их спектрах наблюдались бы с одинаковой вероятностью. Но эксперимент показывает другое: красные смещения коррелируют с расстоянием, причем довольно странным образом.

Чем дальше расположена галактика, тем больше ее скорость, и эта зависимость $v(r)$ линейная: $v = H \cdot R$. Эту зависимость называют законом Хаббла, а коэффициент пропорциональности H — постоянной Хаббла, вернее, надо говорить параметр Хаббла, т. к. в дальнейшем выяснилось, что его значение менялось в процессе эволюции Вселенной. В современную эпоху H имеет значение

$$H \simeq 15 \frac{\text{км}}{\text{с}} / 10^6 \text{ световых лет} \simeq 72 \pm 8 \text{ км/с/Мпк}. \quad (9.2)$$

Основную неопределенность в измерение H вносит ошибка определения расстояния до далеких галактик. По этой причине первоначальные данные Хаббла значительно отличались (170 км/с вместо 15 км/с).

Из Космологического принципа следует, что такая же зависимость должна наблюдаться в любой точке Вселенной, поэтому закон Хаббла означает расширение Вселенной, которое приводит к разбеганию галактик. Скорость разбегания может превышать световую, и это определяет горизонт событий, за который мы заглянуть уже не можем.

Из закона Хаббла следует, что у Вселенной было начало. Если предположить, что $H = \text{const}$, то возраст Вселенной составляет 20 миллиардов лет, но с учетом модели Фридмана получается более корректное

значение: ~ 14 миллиардов лет. Точное значение сейчас составляет $t_0 = (13,7 \pm 0,12) \cdot 10^9$ лет.

Таким образом, возраст Вселенной ограничен, поэтому до нас доходит свет лишь от ограниченного числа галактик ($\sim 10^{10}$). Кроме того, свет испытывает эффект красного смещения, благодаря чему он частично оказывается за пределом оптического диапазона спектра. Ослабление света становится особенно сильным, когда скорость удаления галактик близка к скорости света, и полным, когда превышает ее. В результате расширение и красное смещение вполне объясняют темноту ночного неба.

Открытие Хаббла подтвердило модель Фридмана и привело к революции в космологии. Картину статической Вселенной сменило представление динамичной расширяющейся Вселенной, объекты которой друг от друга разбегаются, и расстояния между ними непрерывно увеличиваются.

9.4.1. Красное смещение

При расширении Вселенной меняется энергия частиц и, в частности, фотонов. Энергия фотона: $\varepsilon_\gamma = \hbar\omega = c\hbar/\lambda$, где λ — длина волны фотона, которая увеличивается (растягивается) при расширении Вселенной. Для адиабатического расширения выполняется соотношение $\varepsilon_\gamma a = \text{const}$, т. е. энергия уменьшается обратно пропорционально масштабу. Поэтому если фотон испускается с частотой ω_0 , то в произвольный момент времени t для него выполняются соотношения

$$\omega = \omega_0 \frac{a_0}{a}; \quad \delta\omega = \omega - \omega_0 = \omega_0 \frac{a_0 - a}{a}. \quad (9.3)$$

Если расстояние до излучателя невелико $R/c = \delta t$, то можно ограничиться линейным приближением $a_0 = a - \dot{a}\delta t$. Тогда красное смещение по определению

$$z = -\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\dot{a}}{a}\delta t = \frac{\dot{a}}{a}R. \quad (9.4)$$

Радиус R связан с лагранжевой координатой \tilde{r} соотношением

$$R = a\tilde{r}, \quad v = \dot{R} = \dot{a}\tilde{r} = \frac{\dot{a}}{a}R.$$

Окончательно для красного смещения получается выражение:

$$z = -\frac{v}{c}; \quad v = HR; \quad H = \frac{\dot{a}}{a}; \quad z = \frac{H}{c}R. \quad (9.5)$$

Определение постоянной Хаббла H представляет собой сложную астрофизическую задачу, в частности, надо уметь точно определять расстояние R до источника. Для этого выбираются астрономические объекты с определенной и достаточно большой величиной светимости.

На рис. 9.2 приведены результаты измерения скорости от расстояния $V = V(R)$ для сверхновых на расстояниях $R \leq 100$ Мпк [67]. На рис. 9.3 то же, но для $R \geq 100$ Мпк. Данные получены по сверхновым типа Ia. Наклон или постоянная Хаббла: $H_0 = 64 \text{ км}\cdot\text{с}^{-1}\text{Мпк}^{-1}$.

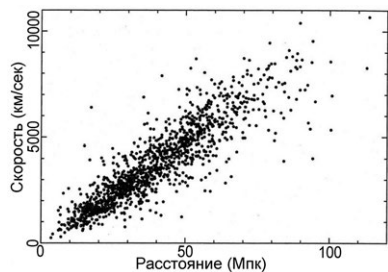


Рис. 9.2. Зависимость скорости галактик V от расстояния до них R в диапазоне $R \leq 100$ Мпк

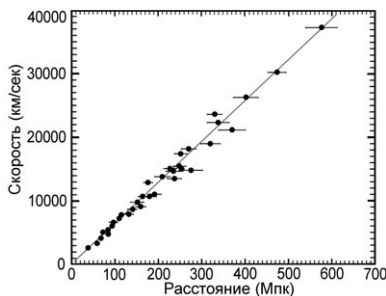


Рис. 9.3. Зависимость скорости удаления галактик V от расстояния до них R в диапазоне $R \geq 100$ Мпк

В табл. 9.1 представлены данные разных измерений постоянной Хаббла.

Разброс точек на рисунках и значений H в таблице обусловлен экспериментальными ошибками и движением галактик. В настоящее время считается, что величина H имеет значение $H = 72 \pm 8 \text{ км/с/Мпк}$, хотя из-за ошибок измерения первоначально ее значение лежало в области 500 км/с/Мпк . Поэтому иногда при определении H (или H_0) используют дополнительный параметр

$$h = \frac{H_0}{100 \text{ км/с/Мпк}}, \quad \text{где} \quad 0,4 \leq h \leq 1, \quad (9.6)$$

который учитывает неопределенность в измерении постоянной Хаббла.

В последнее время в связи с увеличением точности измерения возникло новое направление в исследованиях, которое заключается в измерении параметров Вселенной, в частности кривизны, постоянной Хаббла путем блеска далеких сверхновых. Результаты таких измерений были независимо получены двумя группами: SCP — Supernova

Значения постоянной Хаббла, полученные разными методами

Используемый метод	Авторы	Значение км/с/Мпк
Цефеиды в далеких галактиках	W. Freedman et al (1999)	70 ± 7
M101 групповая скорость и расстояние	Sandage and Tammann (1974)	$55,5 \pm 8,7$
Кластер в Деве	Peebles (1977)	42 - 77
Глобулярные кластеры	Hanes (1979)	80 ± 11
Virgo Sc III светимости	Kennicutt (1981)	55
Сверхновые типа I	Branch (1979)	56 ± 15
Сверхновые типа I	Sandage and Tammann (1982)	50 ± 7
Инфракрасное Tully-Fisher соотношение	Aaronson and Mould (1983)	82 ± 10
SN-Ia и цефеиды	Sandage, et al. (1994)	55 ± 8
Цефеиды в Деве (M100)	Freedman, et al. (1994)	80 ± 17
Флуктуации поверхностной яркости	Tully (1993)	90 ± 10
Hubble Space Telescope	W.L.Freedman, B.F.Madore et al. (2000)	72 ± 8

Cosmology Project из Национальной лаборатории Лоуренса в Беркли (США) и HZT — High-Z Supernova Team. Статистика команды SCP содержала 42 сверхновые, у группы HZT их было 16, но из-за более точных данных результаты обеих групп имели близкую точность.

По оценкам многих физиков результат был получен фантастический. Вселенная расширяется ускоренно, и это означает, что она в основном (приблизительно на 70%) состоит из так называемой темной энергии, которая обладает свойством антигравитации, что и приводит к «расталкиванию» Вселенной. Остальная доля ($\sim 30\%$) приходится на материю, причем в основном на темную, т. е. невидимую.

Диаграмма свидетельствует в пользу существования темной энергии [88]. На верхнем графике показана зависимость модуля расстояния от красного смещения для выборки сверхновых типа Ia. Кривые отражают теоретические результаты для космологий с разными значениями Ω_m , Ω_Λ . Наибольшее согласие получено для $\Omega_m = 0,24$, $\Omega_\Lambda = 0,76$.

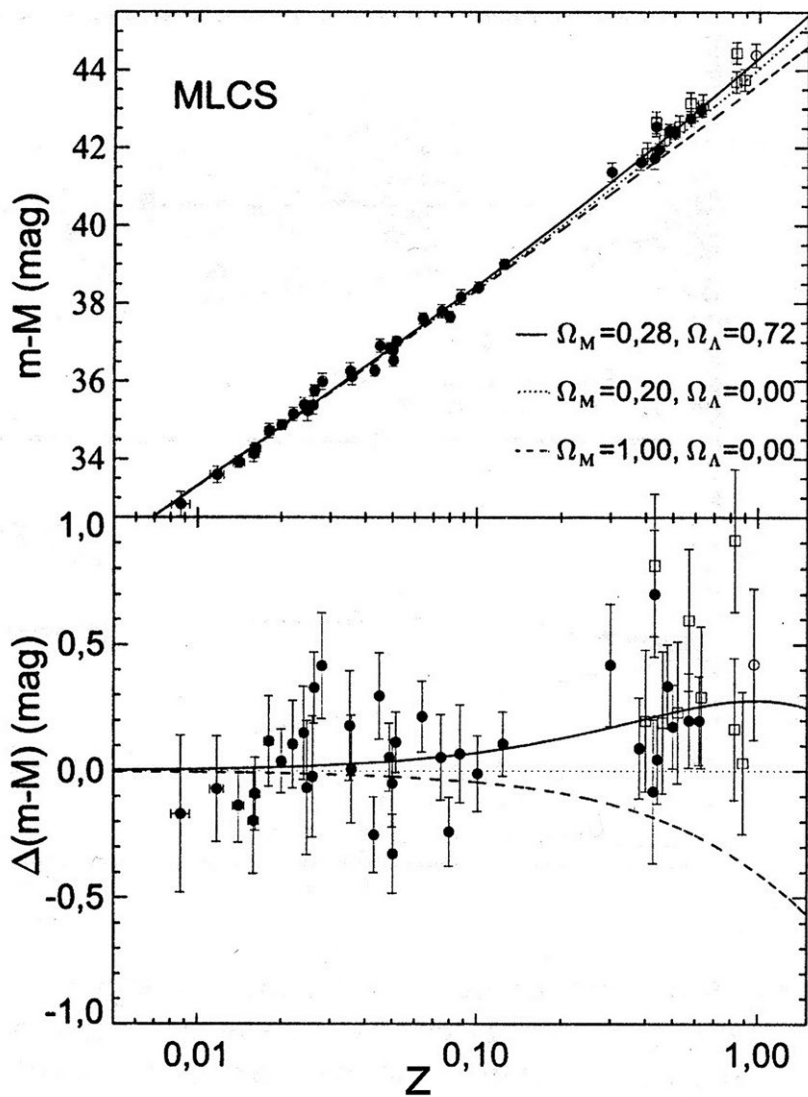


Рис. 9.4. Диаграмма Хаббла для сверхновых типа Ia

Нижний график демонстрирует различия между полученными данными и предсказаниями модели Эйнштейна—де Ситтера с $\Omega_m = 0,2$, $\Omega_\Lambda = 0$ — горизонтальная пунктирная линия. Здесь по оси ординат отложена величина $(m - M)$, которая связана с фотометрическим расстоянием r_{ph} соотношением $m - M = 5 \lg(r_{ph} \text{ Мпк}) + 25$.

Данные соответствуют ускоряющейся Вселенной при низких и средних красных смещениях и замедляющейся Вселенной при более высоких красных смещениях, что соответствует модели, имеющей как космологическую константу, так и существенное количество темной материи.

Возраст Вселенной оценивается примерно в 13,7 млрд лет, причем измерения показывают, что первую половину этого срока расширение шло с замедлением, а затем пошло ускоренно. Такое поведение может быть понято из-за разной роли вакуума и вещества при расширении Вселенной. Плотность темной энергии не меняется в процессе эволюции, это величина постоянная, тогда как плотность энергии вещества в процессе расширения понижается. Поэтому в первую половину эволюции во Вселенной преобладало вещество, гравитация которого тормозила расширение. По мере того как роль темной энергии увеличивалась, возрастала обусловленная ей антигравитация. В настоящую эпоху антигравитация темной энергии преобладает над гравитацией вещества, поэтому она определяет ускоренное расширение Вселенной, которое с течением времени должно только усиливаться.

Именно ускоренное расширение Вселенной явилось основанием для постулирования в качестве причины наличие темной энергии (1998), которая составляет $\sim 74\%$ всей массы Вселенной. Новая версия модели Вселенной включает также темную материю ($\sim 22\%$). Оставшиеся 4% делятся между звездами ($\sim 0,4\%$) и холодной материей в виде межгалактического газа ($\sim 3,6\%$).

Темную энергию можно рассматривать как проявление вакуума, обладающего везде постоянной плотностью энергии ε и отрицательным давлением $P = -\varepsilon$. Согласно предложению Э. Б. Глинера (1965) вакуум задается космологической постоянной $\Lambda \neq 0$. Значение космологической константы оценивается в порядке 10^{-29} г/см^3 , или около $1,03 \text{ кэВ/см}^3$.

Существуют также теоретические модели темной энергии, отличные от модели вакуума. Альтернативный подход был предложен К. Веттерихом (1987) — это возбуждения некоего скалярного поля, называемого квинтэссенцией. Отличие от космологической константы в том, что плотность квинтэссенции может варьироваться в пространстве и времени. Чтобы квинтэссенция не могла собираться и

формировать крупномасштабные структуры (звезды и т.п.), она должна быть очень легкой. Квинтэссенция отличается от вакуума уравнением состояния: $P = \omega\varepsilon$, где $-1 < \omega < -1/3$.

Кроме того, предлагалась так называемая фантомная энергия — скалярное поле, для которого энергетическая плотность возрастает со временем (в уравнении состояния этого типа темной энергии $\omega < -1$).

В заключение отметим, что наиболее существенными основаниями для введения темной энергии явились

- наблюдения сверхновых типа Ia (ускоренное расширение);
- исследование крупномасштабной структуры Вселенной;
- анизотропия реликтового излучения.

На рис. 9.4 приведены диаграммы зависимости яркости удаленных сверхновых типа Ia от красного смещения света. Объединенные результаты SCP (открытые кружки) и HZT (черные сплошные кружки) для далеких SN типа Ia. На верхнем рисунке показана зависимость модуля расстояния (разность видимой и абсолютной звездной величин сверхновой в максимуме блеска) от красного смещения. Линиями показаны ожидаемые зависимости для разных космологических моделей. Внизу изображены отклонения модулей расстояния от предсказаний модели пустой Вселенной с $\Omega_m = 0,3$ и с нулевой космологической постоянной. Видно, что данные для далеких SN лежат в среднем выше этой теоретической зависимости, изображенной горизонтальной прямой из точек. Сдвиг наблюдательных точек описывается моделью с $\Omega_m = 0,3$ и $\Omega_\Lambda = 0,7$ (непрерывная кривая).

На основании анализа этих данных утверждается, что без Λ -члена их согласовать с моделями нельзя, т.е. заведомо $\Lambda \neq 0$. Наилучшее согласие с данными на рисунке получается в модели Λ —CDM (Cold Dark Matter with Λ). Это пространственно-плоская модель Вселенной с нерелятивистской холодной темной материей ($\Omega_M = 0,27$) и темной энергией ($\Omega_\Lambda = 0,73$). Наличие темной материи объясняет ротационные кривые галактик (см. следующий раздел), а темная энергия ($\Lambda \neq 0$) приводит к антигравитации, расталкиванию галактик и в результате ускоренному расширению Вселенной, как это следует из уравнений Фридмана (8.32).

Ускоренное расширение характеризуется параметром ускорения¹

$$q_0 = \frac{1}{H_0^2} \left(\frac{\ddot{a}}{a} \right)_0. \quad (9.7)$$

Из приведенных данных следует, что Вселенная почти плоская, скорее замкнутая, состав ее близок к модели Λ —CDM ($\Omega_M = 0,27$, $\Omega_\Lambda = 0,73$), и в современную эпоху она расширяется ускоренно с коэффициентом $q_0 \geq 0,5$.

Основные участники SCP и HZT групп — Сол Перлмуттер, Брайан Шмидт и Адам Райсс — стали лауреатами Нобелевской премии по физике за 2011 год с официальной формулировкой: «За открытие ускоренного расширения Вселенной с помощью наблюдений далеких сверхновых».

9.5. Галактики и крупномасштабная структура Вселенной

Структура Вселенной насчитывает несколько уровней, начиная от планетарного. Звездные системы, окруженные планетами, входят в состав галактик, которые являются основной единицей структуры Вселенной.

Галактики содержат от 10^6 до 10^{13} звезд, туманности и другие космические объекты. Размеры галактик варьируются от 10^3 до 10^5 пк (парсек).

Галактика, в которую входит Солнце, содержит $\sim 10^8$ звезд и называется Млечный Путь. Солнце движется со скоростью около 220 км/с вокруг центра Галактики и делает полный оборот за 220 миллионов лет. К настоящему моменту Солнце облетело Галактику примерно 30 раз.

Звездные системы, которые не вращаются, приобретают форму шара. Это так называемые шаровые скопления звезд. Если галактика сплюснута, как все спиральные галактики, то она вращается. Как правило, галактики встречаются группами, и их момент количества движения обнуляется соседями.

Ближайшая к нам крупная галактика — Туманность Андромеды. Вместе с Млечным Путем она образует местную группу галактик, в которую входит около 30 малых галактик, являющихся спутниками

¹Часто вместо параметра ускорения используют параметр замедления, который отличается от q_0 лишь знаком. Однако, следуя [87], здесь будет использоваться именно параметр ускорения.

Туманности Андромеды и Млечного Пути. Скопления галактик — это наибольшие гравитационно-связанные системы во Вселенной, которые иногда содержат до нескольких тысяч галактик.

Завершают структуру сверхскопления галактик, которые напоминают цепочки длиной в несколько сотен миллионов световых лет. Между ними находится пространство, практически свободное от галактик. Таким образом, сверхскопления галактик объединяются в ячеистые структуры, которые создают некую паутину, покрывающую всю Вселенную. Сверхскопления не являются гравитационно-связанными системами, поэтому они принимают участие в космологическом расширении.

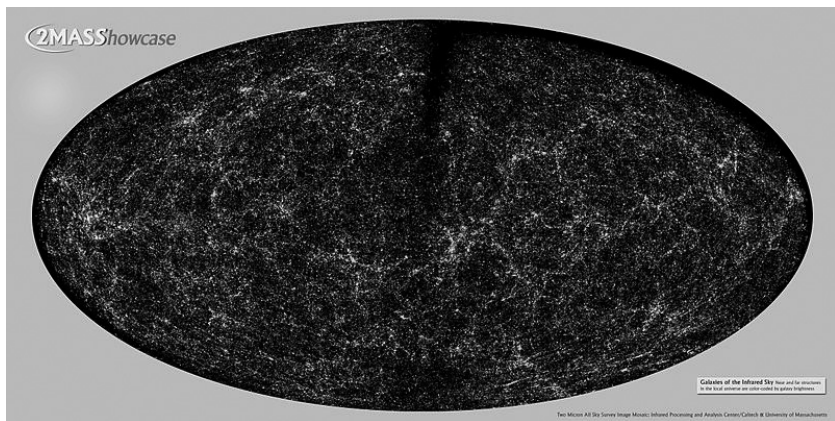


Рис. 9.5. Крупномасштабная структура Вселенной в инфракрасных лучах — 1 600 000 галактик. Темная полоса по диагонали и краям картины — расположение Млечного Пути, пыль которого мешает наблюдениям

В масштабах, превышающих сверхскопления, Вселенную можно считать однородной и изотропной, как это предполагается в модели Фридмана.

Если бы Вселенная расширялась в точном соответствии с фридмановскими моделями, она была бы идеально однородной и изотропной. Однако в образовании структуры Вселенной большую роль играет механизм гравитационной неустойчивости, открытый Д. Джинсом.

Механизм Джинса сводится к усилению малых неоднородностей плотности под действием гравитационного поля. Такой рост малых неоднородностей в конечном итоге и привел к образованию современной структуры Вселенной.

На вещество (газ), находящееся в сгущении плотности, действует две силы, гравитация и упругость, вызванная перепадом давления на границе сгустка. Если упругость превышает гравитацию, то расширение неоднородности порождает волну сжатия и расширения вещества, т. е. звук. В противном случае газовое облако стягивается. При этом оно может фрагментировать, формируя отдельные отдельные объекты, отдельные галактики в скоплениях, звезды в галактиках.

Можно оценить характерный размер (джинсовскую длину, R_J), при котором возникает сжатие, приравнявая гравитационную и тепловую энергии сгущения. На единицу массы гравитационная энергия составляет величину

$$E_G \approx \frac{GM}{R_J} \approx G\rho R_J^2. \quad (9.8)$$

Тепловая энергия на единицу массы

$$E_T \approx \frac{RT}{\mu}. \quad (9.9)$$

Приравнивая, получим

$$R_J \approx \frac{v_s}{\sqrt{G\rho}}, \quad (9.10)$$

где $\sqrt{(RT)/\mu} = v_s$ — скорость звука.

Кроме того, вводят также понятие джинсовской массы — массы m_J , заключенной в сфере с радиусом R_J :

$$m_J \approx \rho R_J^3. \quad (9.11)$$

Среда гравитационно неустойчива, если ее размер и масса превышают указанные величины. С другой стороны, слабые неоднородности с размером меньше джинсовской длины можно рассматривать как звуковые волны, распространяющиеся в расширяющейся Вселенной.

Плотность сгустка превышает среднюю плотность Вселенной, поэтому расширение неоднородности с повышенной плотностью отстает от расширения Вселенной. В какой-то момент расширение сгустка останавливается, он начинает сжиматься и в итоге образует гравитационно связанную систему.

Рост крупномасштабной структуры Вселенной напрямую связан с темной энергией, которая тормозит и в конечном итоге останавливает ее рост. Изучение этого влияния проводилось международной группой ученых Гарвард-Смитсоновского астрофизического центра, куда входят сотрудники ИКИ РАН и других научных организаций Европы и США.

Используя ряд оптических и рентгеновских телескопов, центр в течение несколько лет проводил экспериментальное изучение 86 наиболее массивных скоплений галактик во Вселенной, находящихся на разных расстояниях от Млечного Пути — от нескольких сотен миллионов до нескольких миллиардов световых лет.

Центр независимым способом подтвердил ускоренное расширение Вселенной и опубликовал результаты исследования природы темной энергии при помощи измерений скорости роста крупномасштабной структуры Вселенной.

Было показано, что темная энергия противодействует силе гравитационного притяжения материи и поэтому препятствует образованию сгущений вещества на больших масштабах расстояний типа скоплений галактик.

Изучение структуры вселенной, наблюдение удаленных галактик и их красного смещения были основным источником информации об эволюции Вселенной до 60-х годов прошлого века. Открытие реликтового излучения добавило новый источник космологических данных.

9.6. Реликтовое излучение. Модель горячей Вселенной

Реликтовое излучение (термин предложен русским астрофизиком И. С. Шкловским) было предсказано Георгием Гамовым в конце 40-х годов, но обнаружено почти случайно в 1964 году американскими учеными А. Пензиасом и Р. Вильсоном.

Анализируя ядерные реакции в звездах, Гамов обнаружил, что их явно недостаточно для объяснения наблюдаемой в природе концентрации гелия, и выдвинул гипотезу о том, что основная доля гелия была образована в процессе первичного нуклеосинтеза на ранних этапах расширения Вселенной. Для синтеза гелия из водорода требовалась высокая температура и плотность вещества, поэтому им была постулирована модель горячей Вселенной. Следствием такой модели и являлось равновесное излучение с планковским спектром. По оценке Гамова (1953), расширение Вселенной должно было привести к остыванию этого излучения до температуры ~ 7 К в настоящую эпоху.

Реально излучение с температурой $\sim 2,7$ К было обнаружено в сантиметровом диапазоне длин волн. История открытия поучительна.

Молодые сотрудники из лаборатории компании «Белл телефон» Роберт Вильсон и Арно Пензиас решили использовать списанную антенну для радиоастрономических наблюдений. Антенна представляла

собой 20-футовый рупор. При настройке антенны Пензиас и Вилсон обнаружили довольно большой фон излучения, который не зависел от направления, времени суток и от времени года. Проверка излучения галактик и очистка антенны от голубинового помета не помогли избавиться от вездесущего излучения. Помог случай.

В телефонном разговоре со своим другом Бернардом Берку из Масачусетского технологического института Пензиас поделился возникшей проблемой. Оказалось, что Берк слышал от одного своего коллеги о докладе теоретика из Принстона Фила Пиблса, работавшего у известного астрофизика Роберта Дикке. В своем докладе Пиблс говорил о возможном существовании фонового радиошума, оставшегося от ранней Вселенной.

Встреча обеих групп закончилась двумя статьями в «Астрофизическом журнале» и двумя Нобелевскими премиями. Первая присуждена в 1978 г. А. Пензиасу и Р. Вилсону, а вторая — в 2006 г. Дж. Смуту и Дж. Мэтеру, которые дали точное доказательство (в 1992 г.) того, что спектр излучения действительно является чернотельным.

Главным свойством микроволнового фонового излучения является его спектр, показанный на рис. 9.6, который носит название спектра излучения абсолютно черного тела (планковский спектр).

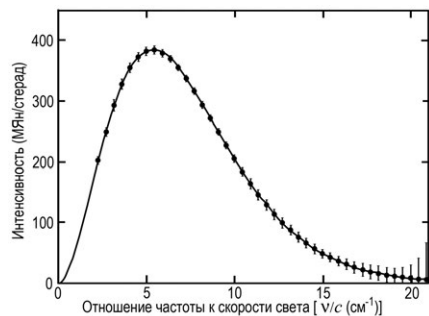


Рис. 9.6. Спектр реликтового излучения

По вертикальной оси отложена интенсивность излучения в единицах Ян/ср ($1 \text{ Ян} = 10^{-26} \text{ Дж/м}^2$). По горизонтальной оси — частота, деленная на скорость света. Сплошной линией показан спектр излучения абсолютно черного тела при температуре $T = 2,7277 \text{ К}$. Ошибки измерения интенсивности излучения увеличены в 400 раз.

Планковский спектр излучения характерен для полностью непрозрачного нагретого вещества. Температура микроволнового излучения составляет 2,728 К. Сложением излучений каких-либо источников невозможно добиться того, чтобы получился планковский спектр. Наиболее надежное подтверждение планковского характера спектра реликтового излучения было получено с помощью американского спутника COBE (Cosmic Background Explorer) в 1992 году.

Уравнение планковской кривой имеет вид

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (9.12)$$

где ρ_ν — спектральная плотность излучения (энергия излучения, приходящаяся на единичный объем и на единичный интервал частот), ν — частота, h — постоянная Планка, c — скорость света, k — постоянная Больцмана, T — температура излучения.

Микроволновое излучение Вселенной называют также реликтовым, т. к. образовалось оно в эпоху молодой Вселенной.

Поскольку спектр реликтового излучения является спектром абсолютно черного тела, это излучение формируется полностью непрозрачным нагретым телом, оно одинаково во всех направлениях и существует в любой точке пространства.

Современная Вселенная прозрачна для радиоволн, и поэтому описанная ситуация относится к прошлому. Это означает, что было время, когда Вселенная была очень плотной, однородной и непрозрачной.

По закону Вина температура чернотельного излучения с длиной волны, на которую приходится максимум интенсивности λ_{\max} , вычисляется по формуле

$$T\lambda_{\max} = 0,29 \text{ К}\cdot\text{см}. \quad (9.13)$$

Для реликтового излучения $\lambda_{\max} = 0,1$ см. Средняя энергия кванта этого излучения $1,05 \cdot 10^{-22}$ Дж. В настоящее время в каждом кубическом сантиметре находится около 400 реликтовых фотонов. Это примерно в миллиард раз больше, чем частиц обычного вещества (протонов).

Открытие реликтового излучения позволяет исследовать физические условия Вселенной на ранних стадиях ее эволюции, когда еще не существовало галактик.

Большая информация о свойствах реликтового излучения, в частности о его анизотропии, т. е. об отклонениях его температуры от 2,7 К, была получена на спутниках «Прогноз-9» в эксперименте «Реликт» и на американском ИСЗ «СОВЕ» (Cosmic Background Explorer). Основной вывод: реликтовое излучение изотропно с точностью $\sim 10^{-5}$, т. е. с точностью около 0,0007% Вселенная расширяется изотропно. Такая высокая степень изотропии, захватывающая причинно не связанные области, в конечном итоге привела к модели инфляции, которая будет рассмотрена ниже.

Для количественного описания флуктуаций микроволнового фона, используют мультипольный момент l — число, показывающее, сколько раз флуктуации с данным угловым размером укладываются на небе. Угловой размер флуктуации Θ и величина l связаны между собой приближенным соотношением: $\Theta \approx 200/l$.

Например, если на небе помещается две флуктуации, то $l = 2$ и их угловой размер 100 градусов. На микроволновом небе можно выделить пятна разного углового размера, при этом каждому угловому размеру соответствует свой характерный перепад температуры реликтового излучения.

Основной вклад в анизотропию в больших угловых масштабах (более десяти градусов, $l < 20$) вносит гравитационное красное смещение, заключающееся в том, что свет, исходящий из областей, где плотность материи выше средней, испытывает красное смещение, т. е. их излучение смещено в сторону больших длин волн. И наоборот, излучение из более разреженных областей испытывает синее смещение.

До нас доходит только свет с поверхности последнего рассеяния, т. к. излучение из более дальних областей поглощалось космической плазмой (в соответствии с принципом «чем дальше — тем моложе», более далекие области соответствуют состоянию Вселенной до рекомбинации, когда все вещество Вселенной было плазмой, непрозрачной для электромагнитного излучения). Поэтому области с повышенной плотностью должны выделяться на общем фоне реликтового излучения как более «красные» (области 2 на рис. 9.7).

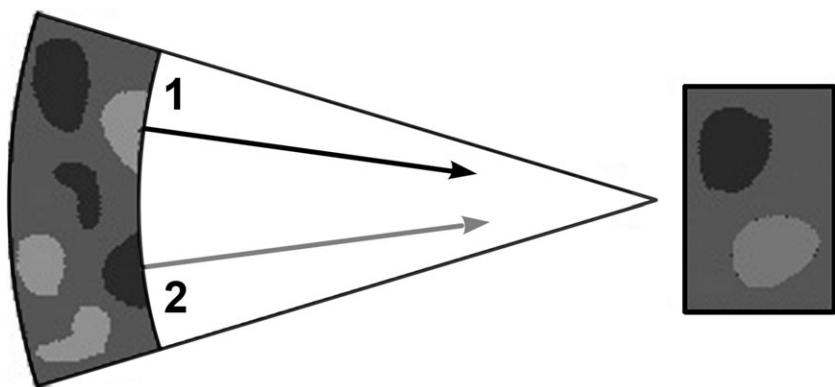


Рис. 9.7. Гравитационное красное смещение излучения от областей с повышенной (2) и пониженной (1) плотностью вещества во Вселенной

По закону Вина они должны выглядеть также как более холодные, а по закону Стефана—Больцмана — как более темные. Соответственно, более разреженные области должны выглядеть более «синими», более горячими и более яркими. Именно это и было открыто с помощью вышеупомянутых космических аппаратов.

На меньших угловых масштабах главный вклад в образование флуктуаций вносит эффект Силка, заключающийся в том, что в областях сгущения вещества должно также сгущаться и излучение, что приводит к увеличению яркости микроволнового фона в этом месте.

Другим важным фактором является эффект Доплера, возникающий из-за движения горячей плазмы относительно космической системы отсчета. Так, в тех областях, где вещество движется по направлению к Земле, излучение испытывает синее смещение, приводящее к повышению температуры реликтового фона.

Согласно теоретическим оценкам, наиболее «контрастные» неоднородности реликтового фона должны иметь угловые размеры порядка одного градуса; их невозможно было разглядеть с помощью аппаратов СОВЕ и Реликт, имевших значительно худшее разрешение. Именно такие угловые размеры имеют звуковые волны в ранней Вселенной при наблюдениях с Земли.

Как показывают расчеты (первые из которых были проведены А. Д. Сахаровым еще в 60-х годах), наибольшую амплитуду должны иметь акустические волны, длина которых равна длине звукового горизонта — расстоянию, пройденному звуком во Вселенной за все время от Большого взрыва до рекомбинации, т. е. за 300 тысяч лет.

Точный угловой размер этих флуктуаций, называемых акустическим пиком, напрямую зависит от геометрии Вселенной.

Дело в том, что излучение от первичных неоднородностей к нам распространяется по наикратчайшим линиям, которые в евклидовом пространстве (т. е. если плотность всех видов материи точно равна критической) являются прямыми, в пространстве Лобачевского (плотность материи ниже критической) — гиперболами и в пространстве Римана (плотность выше критической) — дугами окружностей.

Поэтому, как показано на рис. 9.8, если Вселенная замкнута, то акустический пик должен приходиться на большие угловые размеры, чем в случае открытой Вселенной.

Таким образом, зная, на какой угловой масштаб приходится акустический пик, можно узнать геометрию Вселенной. В частности, если геометрия Вселенной является евклидовой, то акустический пик должен приходиться на угловой размер примерно один градус. Спектр

Поверхность последнего рассеяния

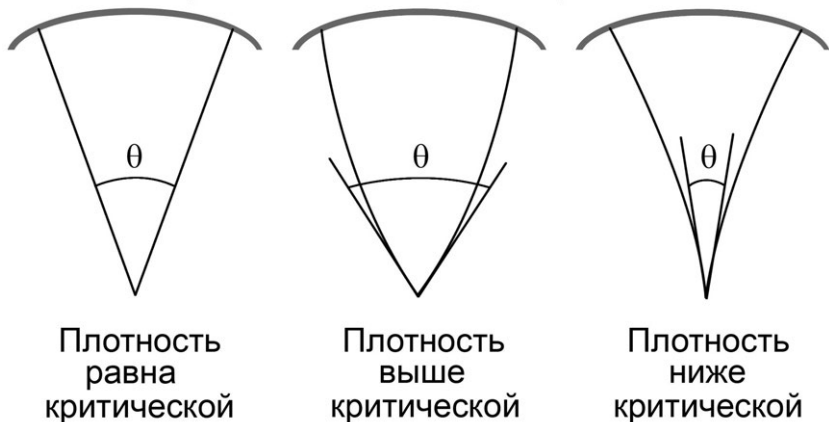


Рис. 9.8. Сопоставление углового размера флуктуаций реликтового излучения, соответствующих акустическому пику, в пространствах разной геометрии. Слева показаны наикратчайшие линии в пространстве Евклида, в середине — в пространстве Римана, справа — в пространстве Лобачевского, соответствующих случаям средней плотности Вселенной, равной, большей и меньшей критической

флуктуаций, измеренный в аэростатном антарктическом эксперименте BOOMERANG, приведен на рис. 9.9.

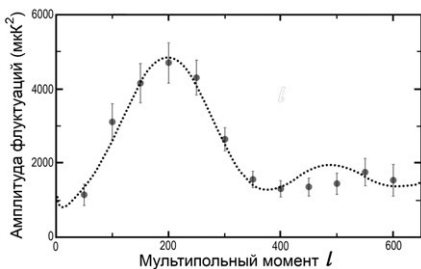


Рис. 9.9. Спектр флуктуаций реликтового излучения по данным проекта BOOMERANG

На рисунке приведено сопоставление температурного перепада в пределах флуктуации с ее мультипольным моментом. Кривая линия показывает спектр флуктуаций, предсказанный теорией происхождения крупномасштабной структуры Вселенной.

Как видно из рисунка, акустический пик приходится именно на один градус, и нашу Вселенную с большой степенью точности можно считать плоской, т. е. суммарная плотность энергии вещества и вакуума лишь незначительно отличается от критической. При этом можно было бы счи-

тать, что Вселенная имеет евклидову геометрию, но в области критической плотности точность экспериментов не хватает.

Фотоны, рассеянные последний раз (на поверхности последнего рассеяния) [85, 86], доходят до наблюдателя, практически не взаимодействуя по пути с веществом. Именно эти фотоны и образуют реликтовое излучение. Падение температуры от 3000 К в эпоху последнего рассеяния до 3 К сегодня обусловлено тем, что с той эпохи размер Вселенной увеличился примерно в 1000 раз; вместе с пространством «растянулись» и фотоны: длина их волны (λ) возросла в 1000 раз, частота (ν) упала в 1000 раз, поэтому энергия каждого фотона ($E = h\nu = hc/\lambda$) уменьшилась в 1000 раз, соответственно снизилась и температура излучения. Но при этом все неравномерности распределения температуры по поверхности последнего рассеяния, если они были в ту эпоху, сохраняются в виде угловой неравномерности (анизотропии) распределения температуры реликтового излучения по небу.

В первую очередь анизотропия вызвана движением Земли вместе с Солнечной системой и всей нашей Галактикой сквозь реликтовое излучение — это так называемый кинетический член в анизотропии реликтового излучения, который отвечает за дипольную анизотропию.

Согласно модели горячей Вселенной, реликтовое излучение изотропно в сопутствующей системе отсчета, связанной со средними характеристиками движения и распределения всей материи во Вселенной.

Вследствие эффекта Доплера движение Земли по отношению к этой системе должно приводить к анизотропии распределения реликтового излучения. В направлении движения фотоны реликтового излучения должны иметь меньшую длину волны, в противоположном — большую.

Согласно закону Вина $\lambda_{\max}T = \text{const}$ то же можно сформулировать в единицах температуры. Температура реликтового излучения в направлении движения выше, чем в противоположном.

Так, наблюдения показали, что в направлении созвездия Льва температура реликтового излучения оказалась на 710 К выше, чем в противоположном (в созвездии Водолея). Следовательно, Солнце вместе с Землей движется относительно реликтового излучения со скоростью около 400 км/с в направлении созвездия Льва.

Учитывая скорость движения Солнца вокруг центра Галактики, легко найти скорость движения Галактики по отношению к реликтовому излучению, которая оказалась около 600 км/с.

Эта так называемая дипольная анизотропия реликтового излучения была открыта в 70-е годы (см. рис. 9.10). Точность этих измерений

такова, что заметна даже суточная вариация распределения реликтового излучения, обусловленная движением Земли вокруг Солнца, происходящим со скоростью 30 км/с. В направлении созвездия Льва температура излучения на 0,1% выше, а в противоположном направлении на столько же ниже средней.

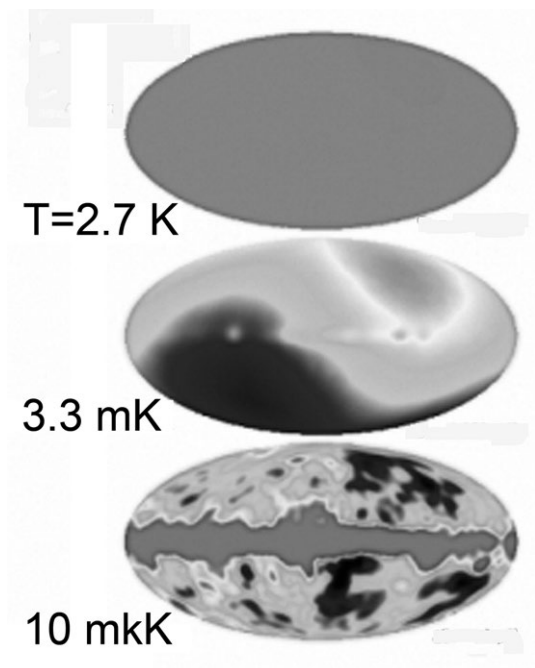


Рис. 9.10. Распределение температуры реликтового излучения по всей небесной сфере (в галактических координатах) по данным эксперимента COBE. На трех панелях показана (сверху вниз) средняя температура, дипольная составляющая (ΔT) и мелкомасштабные флуктуации (ΔT). В последнем случае на фоне анизотропного реликтового излучения явно проявилась полоса Млечного Пути

Пекулярные скорости галактик, т. е. скорости, приводящие к отклонению от закона Хаббла, вызываются притяжением расположенных рядом крупных систем галактик. Так, пекулярная скорость нашей Галактики вызвана совокупным притяжением скопления Девы и огромного сгущения галактик, названного Великий аттрактор (attract — притягивать).

Флуктуации реликтового излучения порядка 10^{-5} являются основной для образования галактик. Их существование — одно из доказательств стандартной теории эволюции Вселенной, которое несет в себе информацию о ее геометрии.

Дипольная анизотропия реликтового излучения предсказывалась в теории инфляции, т. е. экспоненциального раздувания Вселенной. Поэтому иногда этот эффект рассматривают как экспериментальное подтверждение теории инфляции.

Помимо кинетического члена в анизотропии есть и потенциальные члены, обязанные своим происхождением гравитационным полям очень большого масштаба, сравнимого с горизонтом частиц, то есть с расстоянием до поверхности последнего рассеяния.

Низшая мультипольная гармоника для этого гравитационного поля должна быть квадрупольной. Дипольной гармоникой в гравитационном поле быть не должно, поскольку она возникает только в тех полях, которые имеют заряды разных знаков. Гравитационное поле создается массами, имеющими одинаковый знак; степень его неоднородности характеризуется приливными силами, низшая гармоника в приливных силах — квадрупольная.

В анизотропии реликтового излучения можно выделить три физических механизма. Первый из них — эффект Сакса—Вольфа, предсказанный еще в начале 1960-х гг. Он заключается в том, что фотоны, двигаясь в переменном гравитационном потенциале, либо приобретают, либо теряют энергию.

Второй механизм — эффект Силка. Если на поверхности последнего рассеяния есть флуктуации плотности барионов, то они обязательно будут сопровождаться флуктуациями плотности фотонов. Поскольку энтропия плазмы (т. е. отношение числа барионов к числу фотонов) однородна по пространству, то флуктуации плотности вещества приводят к флуктуациям числа фотонов. Другими словами, где больше плотность, там и горячее.

И, наконец, эффект Доплера. Вещество на поверхности последнего рассеяния может двигаться. Если на некоторой части этой поверхности оно движется к нам, то излучаемые им фотоны становятся более голубыми, если же движется от нас — то более красными. В наблюдениях это проявляется как флуктуации температуры излучения при переходе от одного направления на небе к другому.

Неравномерность распределения вещества (эффект Силка), неравномерность движения поверхности последнего рассеяния (эффект Доплера) и неравномерность распределения гравитационных возмущений между поверхностью последнего рассеяния и наблюдателем (эф-

ффе́кт Сакса—Вольфа) — все эти три эффекта обусловлены наличием слабых возмущений метрики (гравитационного поля).

Существует еще один физический механизм, вызывающий анизотропию реликтового излучения. Это эффект Сюняева—Зельдовича. В отличие от трех упомянутых выше эффектов, он генерирует анизотропию не на поверхности последнего рассеяния, а на скоплениях галактик.

Скопления галактик заполнены очень горячим и разреженным межгалактическим газом. Этот газ практически полностью ионизован. Реликтовые фотоны, проходя сквозь скопление галактик, частично рассеиваются на горячих электронах и меняют свою энергию. Это проявляется как флуктуация температуры излучения в направлении на скопление.

Несмотря на то, что эффект Сюняева—Зельдовича не относится прямо к наблюдениям поверхности последнего рассеяния, он дает важный метод исследования процессов во Вселенной. Например, если в районе скопления квадрупольная гармоника анизотропии реликтового излучения не равна нулю, то наблюдатель будет видеть поляризацию реликтового излучения, вызванную его рассеянием на свободных электронах этого скопления.

Таким образом, можно наблюдать топологию Вселенной, измеряя распределение квадрупольной гармоники по пространству.

В промежутке между эпохой рекомбинации и нашим временем лежит еще одна важная эпоха — образование крупномасштабной структуры Вселенной, формирование галактик и других объектов. Начало этой эпохи условно соответствует температуре $T \sim 30$ К.

В 1998 г. была обнаружена еще одна причина анизотропии — ускоренное разбегание галактик. По меркам космологии эпоха ускоренного расширения началась недавно, примерно 5 млрд лет назад.

Наряду с реликтовым излучением, заполняющим все пространство Вселенной и не связанным с излучением космических источников, наблюдается так называемое фоновое внегалактическое излучение далеких дискретных источников. Его спектр и положение на нем реликтового излучения представлены на рис. 9.11.

Яркость фонового радиоизлучения падает с ростом частоты, т. е. количество энергии, заключенной в фоновом радиоизлучении, на коротких длинах волн меньше, чем на длинных.

Радиофон объясняется излучением всех радиоисточников во Вселенной, и поэтому здесь имеет место такая же ситуация, как и при анализе парадокса Ольберса. Источниками, обуславливающими фоновое излучение, в первую очередь являются радиогалактики и квазары.

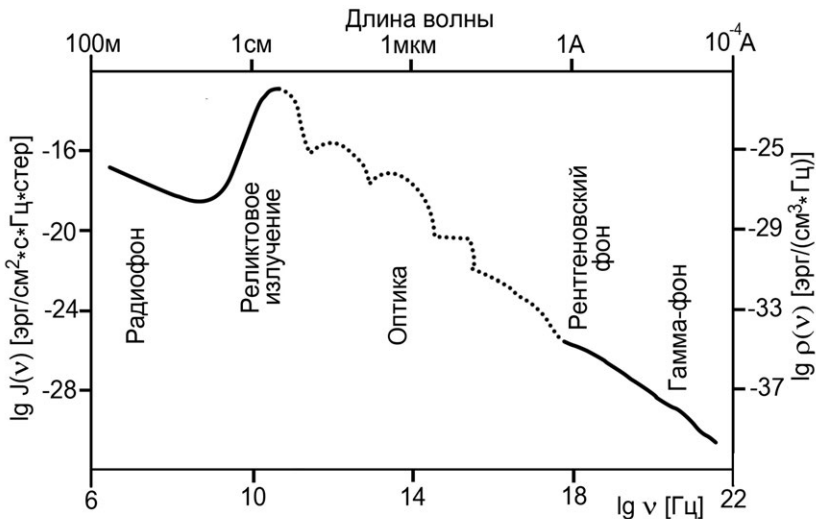


Рис. 9.11. Спектр внегалактического фонового излучения

Обычные галактики, вроде Млечного Пути, дают малый вклад в фоновое радиоизлучение.

Результаты прямых подсчетов дискретных радиоисточников подтверждают, что в недавнем прошлом во Вселенной было в сотни раз больше сильных радиоисточников, таких как квазары и радиогалактики, чем их наблюдается сейчас.

Этот вывод указывает на несостоятельность не только модели статической Вселенной, но и так называемой стационарной модели Вселенной, согласно которой существует непрерывное «творение» вещества без изменения основных характеристик Вселенной.

В гамма- и рентгеновском диапазонах фоновое излучение измерено на длинах волн короче 13 ангстрем. Эти измерения стали возможны благодаря использованию космической техники, которая позволяет вынести приемники гамма- и рентгеновского излучения за пределы земной атмосферы, т. к. земная атмосфера поглощает все рентгеновское и гамма-излучение, идущее из космоса. Впервые диффузный рентгеновский фон был зарегистрирован в 1962 году одновременно с обнаружением первого из дискретных источников космического рентгеновского излучения — Скорпион X-1. Дальнейшие наблюдения подтвердили высокую степень изотропии рентгеновского фонового излучения, что подтверждает его внегалактическую природу.

9.7. Ротационные кривые. Темное вещество

Необходимость введения темной материи появилась как результат экспериментальных исследований так называемых ротационных кривых для галактик. В 30-х годах XX века швейцарский астроном Фриц Цвикки обнаружил по красному смещению, что скорости галактик из скопления в созвездии Волосы Вероники не соответствуют общей массе скопления. Тогда же Цвикки выдвинул гипотезу о наличии в скоплении невидимой массы и предложил метод гравитационного линзирования для ее обнаружения (1937).

Метод основан на том, что гравитация скопления галактик «работает» как собирающая линза. Она позволяет получить изображения слабых галактик, находящихся далеко за самим скоплением. При этом изображения галактик становятся ярче и искажаются, вытягиваясь в дуги разной длины с центром, совпадающим с центром скопления.

Коротко необходимость введения темной материи можно представить следующим образом. Если предположить, что звезды в галактике вращаются по круговым орбитам вокруг ее центра, то скорость вращения звезды можно получить из равенства ее гравитационной и центробежной сил:

$$\frac{GmM_r}{r^2} = \frac{mv^2}{r}. \quad (9.14)$$

Отсюда следует, что

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM_r}{r}}, \quad (9.15)$$

где M_r — это масса вещества внутри орбиты звезды, т. е. $M_r = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$. Поэтому внутри галактики скорости сначала растут: $v(r) \sim r$, а вне галактики должны падать как корень из r : $v(r) \sim r^{-1/2}$.

Экспериментальные измерения показывают, что вне галактики зависимость отличается кардинально: $v(r) \simeq \text{const}$. Этому должен соответствовать рост массы пропорционально r : $M_r \sim r$, т. е. другими словами, внутри и вокруг галактики должна существовать огромная невидимая (неизлучающая) масса. Пример ротационная кривой для галактики приведен на рис. 9.12.

Как видно, скорость остается почти постоянной на весьма значительном удалении от центра (~ 40 килопарсек), что противоречит быстрому убыванию плотности наблюдаемой материи от центра галактик к их периферии.

Таким образом, для объяснения наблюдаемых значений необходимо допустить существование ненаблюдаемой (несветящейся) материи, простирающейся на расстояния, превышающие в десятки раз видимые границы галактик, и с массой, на порядок выше совокупной массы наблюдаемой светящейся материи галактики. Считается, что темная материя должна формировать гало галактик.

К массивным объектам гало галактик (Massive Astrophysical Compact Halo Objects — МАЧНО) относятся слабоизлучающие компактные объекты, в первую очередь маломассивные звезды — коричневые карлики, субзвезды или очень массивные юпитероподобные планеты, масса которых недостаточна для инициирования термоядерных реакций в их недрах, остывшие белые карлики, нейтронные звезды и черные дыры. Кроме того, существовало предположение, что недостающая барионная масса может быть сосредоточена как в виде горячего галактического газа с температурой $10^6 - 2,5 \cdot 10^6$ К, так и в массивных межгалактических облаках водорода. Однако и этого оказалось недостаточно для полного объяснения скрытой материи.

В качестве кандидатов небарионной природы рассматриваются гипотетические кварковые звезды и такие гипотетические частицы, как странглеты, аксионы, слабо взаимодействующие массивные частицы — WIMP (Weakly Interactive Massive Particles) и суперсимметричные партнеры легких бозонов — фотино, гравитино и др.

По современным представлениям, только около 4,4% массы Вселенной составляет обычная барионная материя. Приблизительно 23% приходится на небарионную темную материю, которая наблюдается только в гравитационных эффектах.

В зависимости от скорости частиц различают горячую и холодную темную материю. По современным представлениям, формирования галактик подавлено в моделях с горячей темной материей из-за ее быстрого перемешивания и «стирания» неоднородностей на всех масштабах меньше 100 Мпк [87].

Холодная темная материя должна состоять из массивных медленно движущихся частиц, предположительно WIMПов (слабовзаимодействующих частиц). Экспериментально такие частицы не обнаруже-

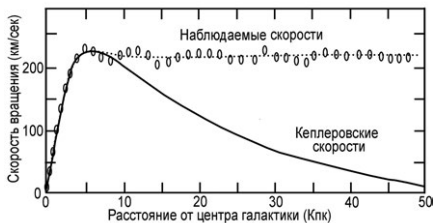


Рис. 9.12. Типичная ротационная кривая спиральной галактики

ны, но плотность холодной темной материи известна и составляет $\Omega_{CDM} \approx 0,2 \div 0,3$. При условии термодинамического равновесия частиц X , составляющих холодную темную материю, оценка верхней границы на их массу и сечение аннигиляции σ_0 составляет [87]

$$M_X \leq 100 \text{ ТэВ}, \quad \sigma_0 \leq \frac{4\pi}{M_X^2}, \quad (9.16)$$

и оптимистическая оценка $M_X \sim 200\text{--}600 \text{ ГэВ}$ позволяет надеяться на возможное их обнаружение на следующем поколении коллайдеров.

Глава 10

Модели экспоненциального расширения

Расширение Вселенной говорит о наличии некой причины (силы), заставляющей увеличивать ее размер, и что эта сила на всей истории эволюции превышала гравитационное притяжение, но не на много.

Малая величина ускорения говорит о довольно странной подстройке. Малая величина замедления на первом этапе и ускорение на современном потребовали больших усилий для своего обнаружения, поскольку расталкивание и гравитационное притяжение почти уравновешивают друг друга.

Эволюция Вселенной включает лишь короткий интервал 10^{-35} — 10^{-33} с, когда расширение кардинально отличалось от всего остального режима. Представляется, что такое возможно лишь в том случае, если сила расталкивающая уже есть, а силы притяжения, сдерживающей расталкивание, еще нет. В этом случае трудно представить, чтобы масса и гравитационное притяжение существовали по отдельности.

Тогда, учитывая динамическое происхождение массы как взаимодействия частиц с хиггсовым конденсатом, появление последнего и возникновение гравитационного притяжения надо связывать между собой и относить к концу эры экспоненциального расширения. Скорее, что окончание расширения как-то должно быть связано с появлением хиггсова поля, конденсата и гравитационного притяжения. Все это должно означать, что до и во время экспоненциального расширения гравитационное притяжение отсутствовало, вероятнее всего, в связи с отсутствием гравитационных масс, а скорее, и вообще элементарных частиц. Другими словами, Вселенная возникла из «ничего» в виде ложного вакуума.

Спонтанное нарушение симметрии породило скалярное поле и отрицательное давление, которое в отсутствие сдерживающих сил гравитации привело к экспоненциальному росту масштабного фактора. Колебания хиггсова поля в области истинного вакуума привели к рождению калибровочных бозонов, хиггсова конденсата и других частиц. В результате взаимодействия с хиггсовым конденсатом у частиц возникла масса, гравитационное взаимодействие оформилось в отдельную силу притяжения, которая в конечном итоге и остановила инфляцию.

Реальный сценарий наверняка будет отличаться от упрощенного описания. Тем не менее сама идея того, что процесс спонтанного нарушения симметрии за довольно короткое время порядка 10^{-35} — 10^{-34} с привел к созданию горячей Вселенной размером 10^{-2} — 10^{-3} см, с огромной плотностью вещества $\sim 10^{90}$ г/см³, которая затем расширилась в соответствии с моделью Фридмана вплоть до $R \sim 10^{28}$ см, в настоящую эпоху остается привлекательной и содержательной.

В дальнейшем Вселенная должна была пройти через ряд фазовых переходов, чтобы приобрести современные черты, в первую очередь плотность, но весь этот сложный и богатый событиями период уложился примерно в одну микросекунду.

Дальнейшие процессы шли существенно медленнее. Считается, что первые $\sim 300\,000$ лет до начала рекомбинации расширение шло пропорционально $\sim \sqrt{t}$ и затем пропорционально $t^{2/3}$.

10.1. Инфляция

Теория инфляции получила бурное развитие в начале 80-х годов в работах А. Старобинского (1979), А. Гуса (1980), А. Линде (1982). Большой интерес к модели обусловлен возможностью решения ряда глобальных проблем космологии. Одна из них связана с веществом Вселенной. Есть два противоположных варианта: все наблюдаемое в современной Вселенной вещество присутствовало в момент ее возникновения и другой вариант — Вселенная возникла из ничего (Зельдович), а вещество возникло в процессе эволюции. Первый вариант выглядит странно, не было ничего и вдруг все: $\sim 10^{50}$ тонн вещества. Инфляция создает теоретическую базу для более привлекательного второго варианта.

Уравнение состояния вакуума с отрицательным давлением ($p = -\varepsilon$) означает, что плотность энергии вакуума везде постоянна. Другими словами, увеличение объема вакуума (расширение Вселенной) не требует затрат энергии. В результате энергия вещества не

сохраняется ($dE = -pdV$), но сумма энергии вещества и гравитационной энергии остается постоянной и равной нулю. Дополнительная энергия ($\varepsilon \cdot V$) компенсируется отрицательным гравитационным потенциалом. В результате Вселенная наполняется энергией, которая переходит в вещество Вселенной.

А. Линде так сформулировал это замечательное свойство модели инфляции [90]. В модели Большого взрыва Вселенная имеет практически бесконечный вес в момент рождения (проблема сингулярности), а в теории инфляции это меньше миллиграмма (планковская масса — M_{Pl}). При положительной плотности энергии вакуум расширяется ускоренно. Появление вещества тормозит этот процесс. Однако с увеличением объема Вселенной плотность вещества падает и она опять начинает расширяться ускоренно. Ряд других проблем космологии также находит решение на этом пути.

Гус первым сформулировал решение проблемы плоскостности Вселенной в рамках инфляционных моделей, но его вариант расширения оказался нерабочим. Инфляция Гуса предполагала, что Вселенная возникает в состоянии так называемого ложного вакуума, имеющего плотность энергии выше, чем у истинного вакуума. Предполагалось, что скатывание в состояние истинного вакуума происходит через фазовый переход первого рода. При этом вся система, включая пузырьки новой фазы с истинным вакуумом, испытывает экспоненциальное расширение.

Неприятность связана с неравномерным распределением скрытой теплоты перехода. Она оказалась сконцентрирована в стенках пузырьков, тогда как внутри они оставались пустыми. В результате такая модель формировала слишком большие неоднородности в распределении энергии, которые противоречили современному состоянию Вселенной.

Новая версия была сформулирована А. Линде, в которой предполагалось наличие скалярного поля φ (инфлатона). В модели отсутствуют предположения о ложном вакууме, требуется лишь, чтобы потенциал поля φ в какой-то момент ранней Вселенной принял значение, при котором достаточно большую величину имеет потенциал $V(\varphi)$. Существенным в этой модели является предположение о форме потенциала, который считается почти постоянным вблизи нуля.

В этом случае $V(\varphi)$ меняется довольно медленно, и Вселенная успевает расшириться до нужной степени при слабом изменении плотности энергии инфлатона. Выражения для плотности и давления имеют вид [83]

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi), \quad p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi). \quad (10.1)$$

При $\dot{\varphi}^2 \ll |V(\varphi)|$ и медленном изменении $V(\varphi)$ плотность инфлатона при экспоненциальном расширении практически не меняется: $\rho \approx \text{const}$ и уравнение состояния: $p \simeq -\rho$. По сути, это состояние вакуума, и предполагается, что плотность его энергии была очень велика в течение короткого периода ранней истории Вселенной.

Оценить эту плотность можно по нулевым колебаниям вакуума. Для частиц массы m ожидается около одной виртуальной частицы в каждом кубическом элементе объема со стороной, равной комптоновской длине волны частицы, h/mc , где h — постоянная Планка. Тогда ожидаемая плотность вакуума составляет $r = m \left(\frac{mc}{h}\right)^3 = m^4 c^3 / h^3$, что для частиц с планковской массой M дает значение $2 \cdot 10^{91}$ г/см³.

Планковская масса M определяется как $2pGM^2 = hc$. Современная плотность составляет $\sim 10^{-29}$ г/см³, что на 120 порядков величины ниже, чем исходные квантовые оценки. Для массы протона оценка, конечно, ниже и соответствует $2 \cdot 10^{14}$ г/см³, что превосходит современное значение в 10^{43} раз.

Поскольку плотность энергии вакуума не меняется при расширении Вселенной, это означает, что колоссальное изменение энергии вакуума должно было произойти в процессе фазовых переходов, следующих за стадией инфляции и занявших по времени около одной микросекунды.

Инфляция завершается при достаточно большом уменьшении потенциала $V(\varphi)$. В этом случае поле φ начинает испытывать осцилляции около минимума $V(\varphi_0)$, где φ_0 соответствует современному значению поля. Осцилляции приводят к тому, что вся энергия инфлатона переходит в рождение частиц и их разогрев. Практически все вещество и излучение современной Вселенной возникает в процессе распада квантов поля φ . При этом возникает максимальная в истории Вселенной температура и плотность вещества, которые в процессе дальнейшего расширения только уменьшаются.

В новой модели также происходит фазовый переход с образованием пузырьков, но замедление инфляции приводит к тому, что она продолжается уже внутри них. В рамках этого сценария наблюдаемая часть Вселенной относится к некоторой доле лишь одного пузырька, и его стенки уже не могут играть какой-либо роли в определении свойств наблюдаемой Вселенной.

Однако спустя год после создания новой инфляционной теории Линде пришел к выводу, что фазовые переходы для инфляции вообще не нужны, и выдвинул теорию так называемой хаотической инфляции. В новом варианте начальные значения скалярного поля случайным об-

Инфляция и Скалярное Поле

$$V(\phi) = \frac{m^2}{2}\phi^2$$

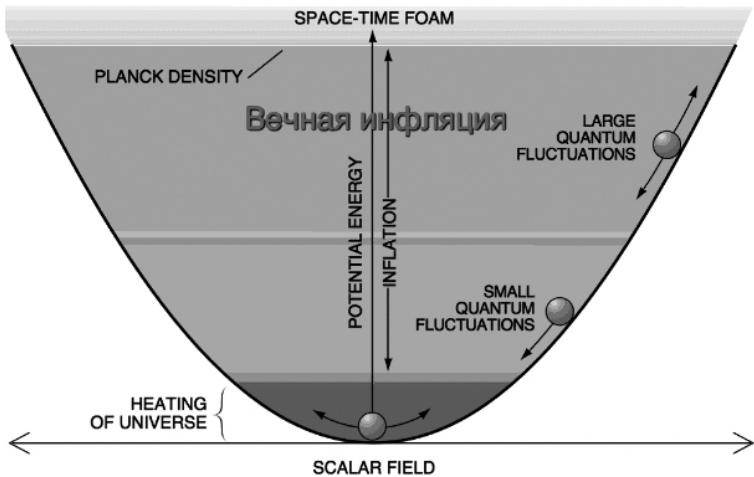


Рис. 10.1. Инфляция и скалярное поле

разом зависят от положения в пространстве. Кроме того, оказалось, что вместо потенциала с почти плоской вершиной, как это было предложено в новой модели, его медленное изменение можно получить и в случае просто параболы¹.

Пусть по аналогии с обычным маятником плотность потенциальной энергии скалярного поля пропорциональна квадрату его величины (парабола):

$$V(\varphi) = \frac{m^2\varphi^2}{2}. \quad (10.2)$$

Поле такого типа изображено на рис. 10.1.

Оказывается, что если поле будет достаточно велико, то оно будет скатываться вниз очень медленно, увеличивая скорость расширения Вселенной за счет своей энергии. В свою очередь, увеличение скорости расширения будет тормозить падение скалярного поля. Таким образом, получается самоподдерживающийся режим, который обеспечивает малую скорость уменьшения потенциала $V(\varphi)$ и достаточно время для экспоненциального раздувания Вселенной. Этот неожиданный

¹Изложение хаотической инфляции соответствует работам [90, 91].

эффект следует из уравнений Фридмана для масштабного фактора и уравнений скалярного поля:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{2\pi G}{3}} m\varphi, \quad (10.3)$$

и уравнение движения для скалярного поля:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} = -m^2\varphi. \quad (10.4)$$

Здесь H — параметр Хаббла, пропорциональный плотности энергии скалярного поля массы m , G — гравитационная постоянная.

Уравнение (10.4) — это обычное уравнение колебаний с силой трения $3H\dot{\varphi}$. Колебания поля, т. е. его скатывание вниз, тем медленнее, чем больше сила трения. Большое трение можно обеспечить за счет большой плотности энергии скалярного поля. Последняя же может возникать благодаря квантовым флуктуациям.

Роль квантовых флуктуаций в процессе инфляции Вселенной впервые была рассмотрена сотрудниками ФИАН Г.В. Чибисовым и В.Ф. Мухановым в рамках модели Старобинского (1979). Согласно инфляционной теории, галактики — это результат усиления квантовых флуктуаций.

В работе [91], используя соотношение неопределенностей, получена оценка размера флуктуации

$$\Delta\varphi \sim \frac{1}{\Delta l \sqrt{1 + m^2 \Delta l^2}}, \quad (10.5)$$

где флуктуация возникает в причинно-связанной области Δl , что накладывает ограничение на ее максимально возможный пространственный размер: $\Delta l \sim \Delta t \sim 1/\Delta E$. При довольно естественном условии, что масса поля φ много меньше энергии нарушения симметрии электрослабого и сильного взаимодействий: $m \ll M_{GUT} \sim 10^{-3} M_{Pl} \simeq 10^{16}$ ГэВ, флуктуация потенциальной энергии имеет размер $\Delta V \sim m^2 M_{GUT}$ и флуктуация кинетической энергии $\Delta E \sim M_{GUT}^4$.

Флуктуации приводят к увеличению значения параметра Хаббла:

$$H = \sqrt{\frac{2\pi G}{3} \left(\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right)}. \quad (10.6)$$

Увеличение силы трения приводит к соотношениям: $3H|\dot{\varphi}| \gg |\ddot{\varphi}|$ и $\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi)$. Последнее соотношение означает, что кинетическая энергия поля много меньше потенциальной, значит, потенциальная энергия

меняется слабо: $V(\varphi) \simeq \text{const}$, и то же можно сказать про параметр Хаббла, т. к.

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \simeq \sqrt{\frac{2\pi G}{3} V(\varphi)}. \quad (10.7)$$

Решение этого уравнения с медленно меняющимся параметром Хаббла описывает экспоненциально быстро расширяющуюся Вселенную:

$$a(t) \sim e^{H \cdot t}, \quad (10.8)$$

т. е. в результате получается та же инфляция, что и в предыдущей модели. Дальнейшее образование вещества и излучения и их разогрев идут так же, как и в предыдущей модели, но с одним существенным отличием.

В предыдущих моделях считалось, что Вселенная была горячей с самого начала. С появлением моделей инфляции стали считать, что сначала Вселенная была горячей, потом произошла инфляция, охладившая Вселенную, и после нее она вновь стала горячей. В теории хаотической инфляции первая горячая стадия оказалась ненужной.

Введение модели хаотической инфляции кардинально изменило статус инфляционной теории таким образом, что она считается сейчас частью стандартной космологической модели. Это, в частности, связано с тем, что вариант хаотической инфляции не нуждается в искусственных предположениях о ложном вакууме или специфическом виде функции $V(\varphi)$. По сути, инфляция порождается в обязательном порядке квантовыми флуктуациями. Большую роль сыграло экспериментальное изучение флуктуаций плотности в спутниковом эксперименте WMAP.

Ранее считалось, что температура неба всюду равна 2,7 К, однако WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) смог измерить ее с точностью до 10^{-5} К и подтвердил предсказание инфляционной теории о наличии мелких флуктуаций с угловым размером порядка градуса. Фотография флуктуаций приведена на рис. 10.2.

Кроме того, был получен спектр пятен, т. е. интенсивность сигнала на разных угловых направлениях, представленный на рис. 10.3. На рисунке линией показано предсказание инфляционной теории, а точки соответствуют экспериментальным данным WMAP.

Квантовые флуктуации могут существенно отличаться в разных пространственных частях молодой Вселенной, порождая новые вселенные с разными свойствами. Однако данные измерения показывают, что температура, соответствующая разным направлениям, отличается не более чем на тысячные доли процента.

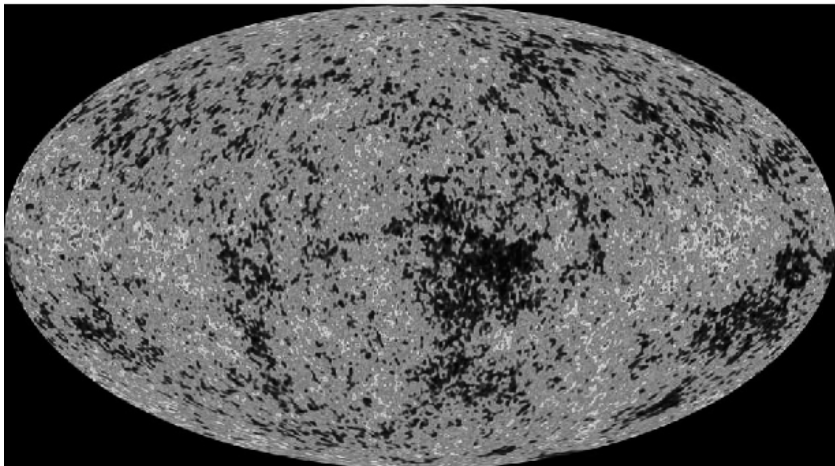


Рис. 10.2. Реликтовое излучение по данным WMAP

Другой важнейший результат — это идеальное согласие теории инфляции с экспериментальными данными. Такое согласие можно рассматривать как доказательство правильности теории.

А. Линде следующим образом описывает образование множества вселенных — Мультиверса [90], используя рис. 10.1 в качестве иллюстрации: «В области, где скалярное поле мало, оно осциллирует, и Вселенная не расширяется экспоненциально. В области, где поле достаточно велико, оно медленно спадает, и на нем возникают маленькие флуктуации. В это время происходит экспоненциальное расширение и идет процесс инфляции. Если бы скалярное поле было еще больше (на графике верхняя часть), то за счет огромного трения оно бы почти не уменьшалось, квантовые флуктуации были бы огромны, и Вселенная могла стать фрактальной.

Представим, что Вселенная быстро расширяется, а в каком-то месте скалярное поле, вместо того чтобы катиться к минимуму энергии, из-за квантовых флуктуаций подскакивает вверх (см. выше). В том месте, где поле подскочило, Вселенная расширяется экспоненциально быстрее. Низко расположенное поле вряд ли подскочит, но чем выше оно будет находиться, тем больше вероятность такого развития событий, а значит, и экспоненциально большего объема новой области. В

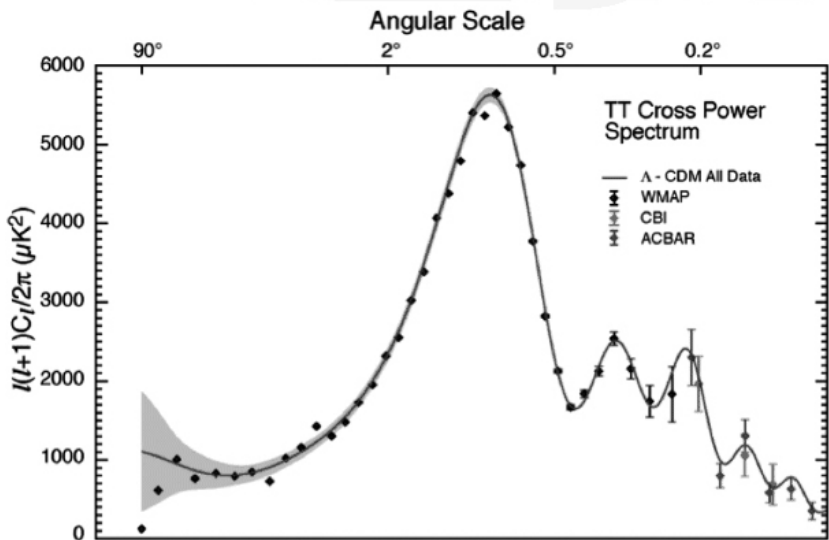


Рис. 10.3. Анизотропия реликтового излучения по данным WMAP. Точки — экспериментальные данные, линия — предсказание инфляционной теории

каждой из таких ровных областей поле тоже может подскочить наверх, что приводит к созданию новых экспоненциально растущих частей Вселенной. В результате этого, вместо того чтобы быть похожей на один огромный растущий шар, наш мир становится похожим на вечно растущее дерево, состоящее из многих таких шаров.

Инфляционная теория дает нам единственное известное сейчас объяснение однородности наблюдаемой части Вселенной. Парадоксальным образом эта же теория предсказывает, что в предельно больших масштабах наша Вселенная абсолютно неоднородна и выглядит как огромный фрактал (см. рис. 10.4)».

На рисунке схематически показано, как одна раздувающаяся область Вселенной порождает все новые и новые ее части. В этом смысле она становится вечной и самовосстанавливающейся.

10.2. Квинтэссенция

Теория инфляции решает многие проблемы космологии, но ее современная трактовка, приводящая к бесконечному числу Вселенных и бесконечной инфляции, не всех устраивает. В качестве альтернативы

Фрактальная Вселенная

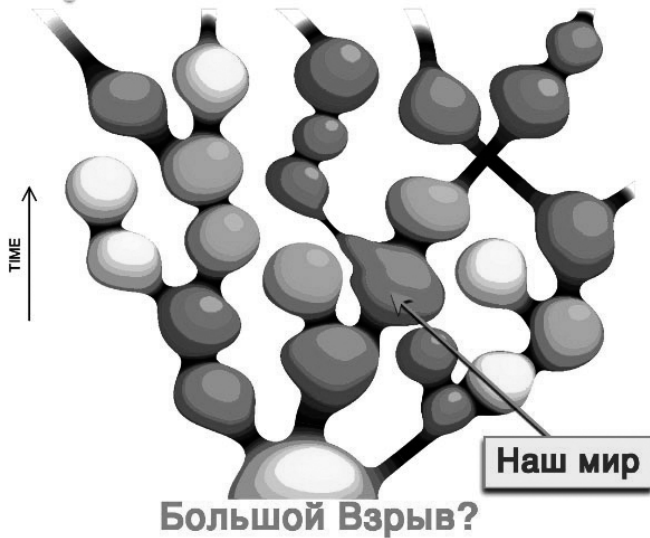


Рис. 10.4. Вечная самовосстанавливающаяся Вселенная-Мультиверс

инфляционной космологии Пол Стейнхарт и Лимин Ванг предложили теорию, называемую циклической. Согласно этой теории, Большой взрыв — это процесс перехода от стадии сжатия к новой фазе расширения, сопровождающейся рождением вещества и излучения. Основная идея этой теории в том, что сглаживание происходило до Большого взрыва, в эпоху сжатия предыдущей фазы, и поэтому инфляция уже не нужна.

Авторы утверждают, что сглаживание при сжатии можно проверить экспериментально. Во время любой сглаженной фазы квантовые флуктуации генерируют малые искажения пространства-времени, известные как космологические гравитационные волны, которые могут оставлять след в анизотропии реликтового излучения. Амплитуда этих волн пропорциональна плотности энергии. Как было показано в предыдущем разделе, инфляция запускается, когда Вселенная обладает максимальной плотностью, а в циклической Вселенной — когда она практически пуста.

Поэтому если верна теория инфляции, в реликтовом излучении должны присутствовать следы гравитационных волн, тогда как в случае циклической теории их не должно быть. Конечно, отсутствие эф-

факта — это довольно слабый аргумент в дискуссии, но, тем не менее, он создает интригу.

В модели Стейнхарта и Ванга, также как в инфляции, источником энергии является скалярное поле, называемое квинтэссенцией (пятый элемент) [92].

Квинтэссенция отличается от инфлатона тем, что плотность его энергии может меняться в зависимости от времени и положения в пространстве. Она обозначает вещество с уравнением состояния $p = w\varepsilon$, где p — давление, ε — плотность энергии, а w — постоянный коэффициент. В большинстве теорий $|w| \leq 1$. Под данное определение попадают релятивистский газ ($p = +1/3\varepsilon$), пыль ($p = 0$) и Λ -член ($p = -\varepsilon$).

При $w \leq -1/3$ Вселенная, заполненная подобным веществом, будет испытывать инфляционное расширение. Квинтэссенция — среда с антигравитацией ниже, чем у вакуума: $-1 < \omega < -1/3$, но выше границы экспоненциального расширения. Поэтому гипотеза квинтэссенции предсказывает чуть более медленное ускорение Вселенной, чем в случае инфляции.

В предлагаемом подходе считается, что темная энергия — это возбуждения скалярного поля, называемого квинтэссенцией. Отличие от космологической константы в том, что плотность квинтэссенции может меняться в пространстве и времени. Чтобы квинтэссенция не могла собираться и формировать крупномасштабные структуры по примеру обычной материи (звезды и т. п.), она должна быть очень легкой, то есть иметь большую комптоновскую длину волны.

Длительное ускорение Вселенной приводит к уходу самых дальних галактик за горизонт событий, и они становятся невидимыми, поскольку их относительная скорость превысит скорость света и это не является нарушением специальной теории относительности.

С другой стороны, темная энергия может со временем рассеяться или даже сменить отталкивающее действие на притягивающее. В этом случае гравитация снова станет основной силой и приведет Вселенную к Большому взрыву. Это и есть сценарии циклической модели Вселенной. Решающую роль в установлении типа эволюции Вселенной должны сыграть точные измерения темпа ускорения.

10.3. Фантомная энергия

Среди различных вариантов экспоненциального расширения Вселенной были предложены и другие возможные виды квинтэссенции, например фантомная энергия, для которой энергетическая плотность

квинтэссенции возрастает со временем. Они имеют необычные свойства: например, фантомная энергия может привести к Большому разрыву Вселенной.

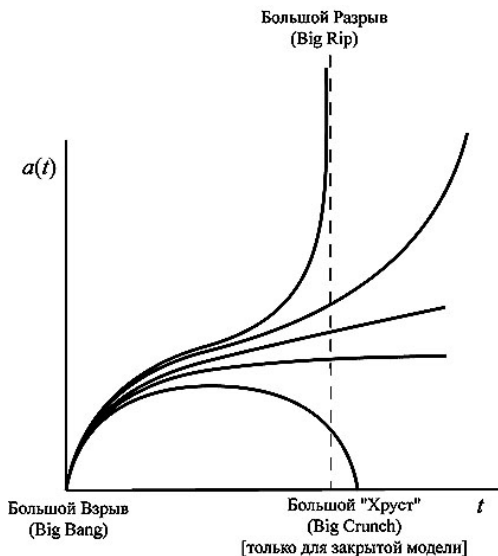


Рис. 10.5. Несколько возможных сценариев расширения Вселенной. Снизу вверх: нижние три кривые представляют собой фридмановские сценарии, которые реализуются, если Вселенная заполнена веществом с $w > -1/3$. Закрытая модель — Вселенная расширяется до максимального размера и затем коллапсирует. Мир существует конечное время. Плоская модель — Вселенная расширяется бесконечно, скорость ее расширения стремится к нулю. Открытая модель — Вселенная также расширяется бесконечно, но на больших временах скорость ее расширения становится постоянной. Открытая и плоская Вселенные существуют неограниченное время и расширяются бесконечно. Вселенная с квинтэссенцией или Λ -членом: $-1 < w < 1/3$ — начиная с некоторого момента времени, расширение Вселенной ускоряется. Время существования Вселенной бесконечно. Вселенная с фантомной энергией: $w < -1$ — за конечное время размер Вселенной обращается в бесконечность

Фантомная энергия является новым кандидатом на роль темной энергии. Скалярное поле с суперотрицательным уравнением состояния ($p = w\varepsilon$, $w < -1$) является необычным полем в том смысле, что его плотность энергии увеличивается при расширении Вселенной — в противоположность плотности энергии квинтэссенции ($w > -1$), которая убывает при космическом расширении. Фантомные модели нарушают

условие энергодоминантности (ДЕС) ($p + \varepsilon < 0$). По этой причине они не могут быть физически устойчивыми моделями темной энергии.

Фантомная энергия (призрачная энергия) — среда с антигравитацией, большей, чем у вакуума: $w < -1$. Считается, что природа темной энергии — это либо вакуум, либо квинтэссенция, либо наконец фантомная энергия.

При таком уравнении состояния будущее Вселенной представляется довольно экзотическим. Фантомная энергия приводит к т. н. «расходящемуся» расширению — плотность среды со временем увеличивается, антигравитация возрастает и через конечное время становится бесконечной. Сценарий подразумевает, что расширяющая сила действия темной энергии продолжит неограниченно увеличиваться, пока не превзойдет все остальные силы во Вселенной.

В процессе такой эволюции темная энергия со временем разорвет все гравитационно связанные структуры Вселенной, затем превзойдет силы электростатических и внутриядерных взаимодействий, разорвет атомы и уничтожит Вселенную в Большом разрыве.

На рис. 10.5 схематично представлены возможные сценарии расширения Вселенной.

В качестве подробного комментария к сценарию Большого разрыва приведем перевод части статьи [93, 94].

В плоской и открытой фридмановской модели (без темной энергии) расширение продолжается бесконечно, но замедляется. При этом размер горизонта (области, доступной для наблюдения) увеличивается быстрее, чем масштабный фактор Вселенной. По мере расширения Вселенная становится более холодной (падает температура реликтового излучения) и более темной (источники света — галактики и их скопления — удаляются). Однако число видимых галактик (внутри горизонта) возрастает — вблизи горизонта «появляются» новые, ранее не наблюдавшиеся объекты.

Во Вселенной с темной энергией ($-1 < w < 1/3$) расширение ускоряется, и процесс длится вечно. Вселенная также становится темнее и холоднее, но в этом случае размеры Вселенной возрастают быстрее, чем горизонт. Из видимой области постепенно будут исчезать объекты, расположенные вблизи горизонта. В конце концов «в центре» наблюдаемой области Вселенной останется только один гравитационно связанный объект. Для нас это будет местная группа галактик. Давление и плотность заполняющего Вселенную вещества убывают со временем. Исключением является предельный случай с Λ -членом ($w = -1$), когда и давление, и плотность вещества остаются постоянными.

Прежде чем перейти к рассмотрению судьбы Вселенной в сценарии с призрачной энергией, надо обсудить вопрос о судьбе гравитационно (и не только) связанных объектов, поскольку это важно. Согласно Общей теории относительности, источником гравитационного поля являются как плотность вещества, так и его давление, а точнее, комбинация $\rho + 3p$ (для изотропных сред). Пусть, как мы и рассматриваем, все пространство заполнено таким веществом, тогда тело (например, планета), обращающееся вокруг звезды с массой M по орбите радиуса R , перестанет быть гравитационно связанным со звездой при выполнении условия

$$-\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p)R^3 \geq M. \quad (10.9)$$

Из этого выражения ясно, что «фоновая» материя делает системы менее связанными, если $\rho + 3p < 0$, т. е. Вселенная должна быть заполнена темной или фантомной энергией ($w < -1/3$).

В сценарии с темной энергией ее давление и плотность с течением времени убывают, поэтому объекты, которые являются связанными (гравитацией или другими силами) сегодня, будут оставаться такими и в будущем.

Если Вселенную заполняет фантомная энергия ($w < -1$), то ее масштабный фактор обращается в бесконечность за конечный интервал времени. Это событие авторы статьи назвали «Большой разрыв» (Big Rip) по аналогии с Большим взрывом (Big Bang). Если в качестве примера взять $w = -3/2$, то при $H_0 = 70$ (км/с)/Мпк Большой разрыв наступит через 22 млрд лет (когда Вселенной будет 35 млрд лет)². Так же, как и в сценарии с темной энергией, удаленные объекты постепенно покидают наблюдаемую область, поскольку масштабный фактор быстро возрастает, а граница обозримой области пространства приближается к нам (и все это происходит за конечное время).

Сценарии предполагает, что плотность и абсолютная величина давления заполняющего пространство вещества (призрачной энергии) возрастают со временем и к моменту Большого разрыва обращаются в бесконечность, комбинация $\rho + 3p$ становится все более и более отрицательной. Таким образом, обязательно наступит момент, когда гравитационно связанная система с массой M и размером R будет разорвана. Это произойдет неизбежно, от параметров системы зависит только момент ее разрыва. Будут разорваны и все системы, связанные другими силами, только это произойдет позже, поскольку размеры негравитационно связанных систем меньше, а скрепляющие их силы — мощнее.

²[https://ru.wikipedia.org/wiki/Большой разрыв](https://ru.wikipedia.org/wiki/Большой_разрыв)

Для указанных выше параметров ($w = -3/2$ и $H_0 = 70$ (км/с)/Мпк) жизнь Вселенной — от Big Bang до Big Rip — выглядит так:

Т а б л и ц а 10.1

Эволюция Вселенной

Время [с]	Событие
0	Большой взрыв
$\sim 10^{-43}$ с	Планковская эра
$\sim 10^{-36}$ с	Инфляция
~ 100 с	Первичный нуклеосинтез
$\sim 10^5$ лет	Образование атомов
$\sim 10^9$ лет	Образование первых галактик
$\sim 15 \cdot 10^9$ лет	Сегодня
$t_{rip} - 10^9$ лет	Распад скоплений галактик
$t_{rip} - 60 \cdot 10^6$ лет	Распад Млечного Пути*
$t_{rip} - 3$ месяца	Распад Солнечной системы
$t_{rip} - 30$ минут	Разрушение (взрыв) Земли
$t_{rip} - 10^{-19}$ с	Разрушение атомов
$t_{rip} 5 \cdot 10^9$ лет	Большой разрыв

* Когда начнется распад галактик, размер горизонта будет около 70 Мпк. В этой сфере заключено достаточно много галактик, так что можно будет наблюдать, как они распадаются (с учетом задержки, связанной с конечностью скорости света).

Учитывая временную эволюцию масштабного фактора и фантомной энергии, можно найти, что гравитационно связанная система массы M и радиуса R будет «демонтирована» за время

$$t \simeq P \frac{\sqrt{2|1+3\omega|}}{6\pi|1+\omega|} \quad (10.10)$$

до Big Rip. Здесь P — период круговой орбиты радиуса R вокруг системы. Интересно, что это время не зависит от H_0 и Ω_m . Поэтому, например, для $w = -3/2$ этот интервал $t \simeq 0,3P$ равен времени распада гравитационно связанной системы, период обращения вокруг которой равен P .

В случае галактических кластеров грубая оценка времени распада — миллиард лет до конца времени. В принципе, если w была бы достаточно отрицательной, галактика Андромеда могла бы оторваться от Локальной группы и «упасть» на Млечный Путь. Однако при текущем верхнем пределе на величину « w » это неправдоподобно. Для

$w = -3/2$ Млечный Путь будет демонтирован за 60 миллионов лет до Big Rip.

Любопытно, что когда это произойдет, горизонт будет ~ 70 Мпс, поэтому мы все еще сможем наблюдать другие галактики, но Млечный Путь разрушится первым. За несколько месяцев до конца времени Земля будет оторвана от Солнца, а за 30 минут до конца развалится Земля. В самом деле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R_{\text{Земли}}}{g}} \simeq 1,4^h; \quad 0,3T \simeq 30^m. \quad (10.11)$$

Аналогичные аргументы применимы к объектам, связанным электромагнитным или сильным взаимодействием. Поэтому молекулы и затем атомы распадутся за времена порядка 10^{-19} секунды до Большого разрыва, а в оставшееся время распадутся ядра и нуклоны (нужно просто в качестве T подставлять характерные времена).

Разумеется, возможно, что новая физика (спонтанное рождение частиц, дополнительные размерности, струны и/или квантовая гравитация) «включается» до наступления окончательной сингулярности, но, скорее всего, это будет после перечисленной последовательности событий.

Конец всех структур, от макро- до микроскопических, делает очевидным то, что наша эпоха уникальна с точки зрения того, что в другое время невозможно существование нелинейных структур.

Когда фантомная энергия становится достаточно сильной, гравитационная нестабильность больше не работает и Вселенная становится однородной. В конце концов индивидуальные частицы станут изолированными: точки, разделенные расстоянием больше $3\delta t(1+w)/(1+3w)$, во время $t_{rip} - \delta t$ не смогут связаться до Big Rip. Следовательно, доминирование фантомной энергии сигнализирует о конце нашей короткой эры космических структур, которая началась, когда нерелятивистская материя «отсоединилась» от излучения.

Современные данные недостаточно определены для выбора между фантомной энергией, космологической константой и квинтэссенцией. Будущие наблюдения помогут определить природу темной энергии. В рассматриваемой модели судьба Вселенной существенно отличается от серии осцилляций или бесконечного охлаждения, рассматриваемых ранее.

10.4. Струнная гипотеза

Теория инфляции является важнейшей частью стандартной модели космологии. И все же остается вопрос: а можно обойтись без инфляции?

Одну из таких моделей предложили Пол Стейнхардт (Принстон) и Нэйл Тьюрок (Ватерлоо, Онтарио). Модель основана на представлениях теории струн (М-теория), которая предполагает наличие 11 измерений (одно временное) и наличие в этом мире участков меньшей размерности (бран). В этой теории основными объектами являются струны конечного размера. В отличие от точечных объектов в КТП, элементарные частицы представляются колебаниями одномерных струн или мембран, имеющих размерность больше единицы.

Наша Вселенная представляется 4-мерной браной в 11-мерном пространстве, 7 измерений которого компактифицированы внутри браны. Предполагается, что гравитоны отличаются от всех остальных частиц (кварков, электронов и т. д.). Практически все частицы, кроме гравитонов, могут перемещаться только внутри данной браны. Эти частицы представляются в виде разомкнутых струн, концы которых закреплены внутри браны. Гравитоны представляются в виде закольцованных струн. Они не закреплены внутри браны и могут передвигаться между ними, т. е. браны могут взаимодействовать между собой гравитационно.

В модели Стейнхардта и Тьюрока брана, соответствующая нашей Вселенной, также как и в модели инфляции, испытывает расширение, которое со временем делает ее плоской и пустой. Однако гравитационное взаимодействие в конечном итоге должно привести к притяжению соседних бран и их столкновению. Энергия столкновения наполняет опустевшую брану веществом и разогревает его. Инфляция в данной модели не нужна, т. к. сталкивающиеся браны уже имеют плоскую геометрию и практически пустое пространство.

Столкновение бран означает начало нового цикла, а не рождение новой Вселенной. Таким образом, в настоящее время существует целый ряд альтернативных теорий возникновения нашего мира, конечный выбор из которых должен произойти на экспериментальной основе. В частности, принципиальным моментом является присутствие или отсутствие в природе реликтовых гравитационных волн. Их поиск — одно из главных направлений в современной космологии.

Глава 11

Стандартная космологическая модель

Космология как наука оформилась в XX веке. Ее основу составляет ОТО и ряд важнейших экспериментальных открытий: расширение Вселенной (закон Хаббла), ускоренное расширение, горячая Вселенная (реликтовое излучение и его анизотропия), обнаружение темной материи (ротационные кривые галактик), темной энергии (ускоренное расширение), связь между микромиром и космологией. Вместе с тем интерес к устройству мира существовал всегда и ниже приводится более полный список открытий¹.

Главные научные открытия в астрофизике

II век до н. э. — Гиппарх ввел понятие звездной величины и разделение звезд, видимых невооруженным глазом, на 6 классов в зависимости от их блеска.

1609 г. — Г. Галилей изобрел телескоп — начало оптической астрономии.

1662 г. — И. Ньютон исследовал оптические спектры от Солнца с помощью призмы.

1669 г. — И. Ньютон наблюдал спектр Венеры.

1760 г. — Наблюдены переменные звезды δ -Цфея.

1761 г. — М.В. Ломоносов установил наличие плотной атмосферы у Венеры.

1802 г. — У.Х. Волластон обнаружил темные линии в спектре Солнца.

¹с использованием <http://nuclphys.sinp.msu.ru/astro/astro15.htm>

1814 г. — Й. Фраунгофер описал сотни темных линий в спектрах Солнца, Луны и планет.

1859—1862 гг. — Г. Кирхгоф развил метод спектрального анализа.

1863 г. — Выполнена систематизация звезд по особенностям их спектров.

1868 г. — Локьер обнаружил в спектре Солнца линию неизвестного до того элемента — гелия.

1869 г. — Сделана оценка температуры поверхности Солнца (10 К) на основе газовой модели.

1905 г. — Х. Лоренц, А. Пуакаре, А. Эйнштейн. Создание специальной теории относительности.

1905 г. — Построены модели атмосфер звезд и дано объяснение спектральной последовательности звезд на основе теории ионизации атомов.

1908 г. — Г. Минковский. 4-мерное пространство-время.

1912 г. — Начато измерение красных смещений спектральных линий.

1915 г. — А. Эйнштейн, М. Гроссман, Д. Гильберт. Создание общей теории относительности.

1916 г. — А. Эддингтон сформулировал теорию внутреннего строения звезд.

1922 г. — А. Фридман сформулировал теорию расширяющейся Вселенной, решив уравнение Эйнштейна.

1924 г. — Э. Хаббл установил закон расширения наблюдаемого мира ($v = H_0 r$).

1929 г. — Э. Хаббл открыл красное смещение в спектрах Галактик.

1933 г. — В. Бааде и Ф. Цвикки Высказана гипотеза о существовании нейтронных звезд, сделаны расчеты моделей нейтронных звезд и сформулирована гипотеза о возможности гравитационного коллапса.

1937—1939 гг. — Х. Бете и К. Вайцзекер заложили основы теории термоядерных реакций в звездах (углеродный цикл Солнца), возникла ядерная астрофизика.

1941—1945 гг. — Г. Гамов, М. Шварцшильд, С. Чандрасекар построили первые модели звезд с учетом термоядерных реакций.

1946—1956 гг. — С.А. Жевакин Установлен механизм пульсаций Цефеид.

1960 г. — Т. Мэтьюз и А. Сандэйж Открытие квазаров (квиззевидные образования — очень удаленные объекты (красное смещение $Z = 4,89$)).

1964 г. — А. Пензиас и Р. Вильсон обнаружили микроволновое фоновое излучение, начато создание Стандартной космологической модели горячей Вселенной.

1965 г. — Э. Глинер. Интерпретация космологического члена как энергии вакуума с лоренц-инвариантным уравнением состояния: $P = -\varepsilon$.

1967 г. — Дж. Белл — Открытие пульсаров (нейтронные звезды).

1979–82 — А. Старобинский, А. Гус, А. Линде — теория инфляции.

1982–83 г. — Определен возраст Вселенной по ядерной хронометрии ($2 \cdot 10^{10}$ лет).

1983 г. — Запуск спутника «Прогноз–9» с аппаратурой РЕЛИКТ–1. Анизотропия реликтового излучения.

1989 г. — Исследовано космическое фоновое излучение с температурой $2,728 \pm 0,004$ К на спутнике COBE (детектор FIRAS).

1990 г. — Создана Стандартная космологическая модель — модель Большого взрыва.

1990–91 гг. — Определен возраст шаровых скоплений: $(1,3–1,9) \cdot 10^{10}$ лет.

1993–1994 гг. — Обнаружено однородное распределение 33 000 радиоисточников (галактика Green Bank), что свидетельствует об однородности Вселенной на очень больших расстояниях.

1999 г. — А. Г. Рейсс, С. Перлимуттер. Регистрация ускоренного расширения Вселенной. Открытие темной энергии.

1999 г. — Измерена постоянная Хаббла $H_0 = (71 \pm 3 \pm 7)$ км·с⁻¹·Мпк с помощью космического телескопа Хаббла.

2001 г. — Запуск спутника WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), аппарат массой 830 кг на расстоянии 1,5 млн км от Земли в стороне, противоположной Солнцу.

2009 г. — Измерена анизотропия реликтового излучения. Эксперимент PLANCK.

Основой Стандартной модели считается теория Большого взрыва (ТБВ), то есть в эволюции Вселенной присутствует начальный момент ее рождения. Начиная с этого момента, описание Вселенной производится в терминах классического пространства-времени. Что было до него, неизвестно.

На вопрос, откуда взялась Вселенная, тоже ответа нет, но в разных вариантах считается, что ее появлению соответствует сингулярность (ОТО), пространственно-временная пена или «ничто». Последний вариант был предложен Я.Б. Зельдовичем и с точки зрения закона сохранения энергии является наиболее привлекательным. Началь-

ная плотность энергии в этом варианте компенсируется отрицательной гравитационной потенциальной энергией, что предполагает возникновение гравитации одновременно с рождением Вселенной.

Время, следующее сразу за этим моментом, называется планковской эпохой и характеризуется рядом величин, сформированных из мировых констант и называемых планковскими. Считается, что первоначальное состояние Вселенной описывается именно этими величинами:

$$\begin{aligned}
 M_{Pl} &= \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,18 \cdot 10^{-5} \text{ г} — \text{масса,} \\
 l_{Pl} &= \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,62 \cdot 10^{-33} \text{ см} — \text{длина,} \\
 t_{Pl} &= \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5,39 \cdot 10^{-44} \text{ с} — \text{время,} \\
 T_{Pl} &= \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1,42 \cdot 10^{32} \text{ К} — \text{температура.}
 \end{aligned}
 \tag{11.1}$$

Планковская эпоха — это самый ранний период существования Вселенной, о котором есть какие-либо теоретические представления. Как уже отмечалось, можно считать, что через $\sim 10^{-43}$ с гравитационное взаимодействие отделилось от всех остальных, обеспечив энергетически фазовый переход из ничто в состояние вакуума с плотностью энергии $M_{Pl}/(4/3)\pi l_{Pl}^3 = 1,6 \cdot 10^{94} \text{ г/см}^3$.

Как уже обсуждалось ранее, этому состоянию соответствует уравнение $p = -\rho c^2$ с отрицательным давлением, которое в отсутствие вещества приводит к экспоненциальному расширению Вселенной (инфляции), причем плотность Вселенной при увеличении объема остается постоянной, а изменение энергии компенсируется увеличением потенциальной энергии гравитации. Инфляция длится короткий промежуток времени порядка $\sim 10^{-37}$ с, но при этом масштабный фактор $a(t)$ увеличивается в $\sim 10^{30}$ раз и размер Вселенной возрастает до $10^{-3}—10^{-2}$ см.

Именно инфляционный период чисто внешне можно отождествлять с Большим взрывом, но по сути он от взрыва отличается принципиально, т. к. в процессе увеличения объема градиент давления всюду равен нулю. На выходе из инфляции Вселенная уже совершенно плоская, однородная и изотропная. Дальнейшие осцилляции скалярного поля (инфлатона) приводят к рождению излучения, частиц вещества и их разогреву. Вселенная становится горячей. Дальнейшее ее расширение идет в соответствии с уравнениями Фридмана: $a(t) \sim \sqrt{t}$ до этапа рекомбинации (300 000 лет) и далее $a(t) \sim t^{2/3}$.

Первая микросекунда существования Вселенной наиболее богата событиями. В этот период Вселенная несомненно должна была пройти через ряд фазовых переходов.

11.1. Фазовые переходы Вселенной

Вещество делится на четыре агрегатных состояния: твердое, жидкое, газообразное и плазма. Фаза вещества — это понятие, которое является шире, чем агрегатное состояние. По определению под фазой понимают однородную часть термодинамической системы, окруженную границей, на которой скачком меняются некоторые свойства системы. В зависимости от этих свойств, разделяют фазовые переходы I и II рода.

Возможность осуществления той или иной реакции (перехода) определяется энергией Гиббса: $G = U + PV - TS = \sum_i \mu_i N_i$, где U — внутренняя энергия, P — давление, V — объем, T — абсолютная температура, S — энтропия, μ — химический потенциал, который можно определить как энергию, которую необходимо затратить, чтобы добавить в систему еще одну частицу, N — число частиц.

Фазовые переходы первого рода характеризуются изменениями энтропии и объема при постоянной температуре. Энтропия и объем меняются скачком. При этом выделяется или поглощается теплота перехода. К таким переходам относятся испарение и конденсация из газовой в жидкую фазу, плавление и затвердевание, сублимация и конденсация (десублимация) из газовой в твердую фазу и другие.

В чистых сверхпроводниках достаточно сильное магнитное поле вызывает фазовые переходы I рода из сверхпроводящего в нормальное состояние. При переходе температура перехода T связана с давлением P уравнением Клапейрона—Клаузиуса.

Фазовые переходы, не связанные с поглощением или выделением теплоты и изменением объема, называются фазовыми переходами второго рода. При фазовых переходах II рода сама величина G и первые производные G по T , P и другим параметрам состояния меняются непрерывно, а вторые производные (соответственно теплоемкость, коэффициент сжимаемости и термического расширения) при непрерывном изменении параметров меняются скачком. Эти переходы характеризуются постоянством объема и энтропии.

Фазовые переходы второго рода связаны с изменением симметрии (Л. Д. Ландау): выше точки перехода система, как правило, обладает более высокой симметрией, чем ниже точки перехода. Симметрия по-

является и исчезает скачком. Нарушение симметрии характеризуется физической величиной, называемой параметром порядка. Для чистых жидкостей таким параметром является плотность, для растворов — состав, для ферри- и ферромагнетиков — спонтанная намагниченность, для сегнетоэлектриков — спонтанная электрическая поляризация и т. п.

При температурах выше точки перехода параметр порядка равен нулю. Примерами фазовых переходов второго рода являются: переход ферромагнитных веществ (железа, никеля) при определенных давлении и температуре в парамагнитное состояние; переход металлов и некоторых сплавов при температуре, близкой к 0 К, в сверхпроводящее состояние, характеризующееся скачкообразным уменьшением электрического сопротивления до нуля; превращение обыкновенного жидкого гелия при $T = 2,9$ К в другую жидкую модификацию, обладающую свойствами сверхтекучести.

Деление фазовых переходов на два рода довольно условно, так как бывают фазовые переходы I рода с малыми скачками параметра порядка и малой величиной теплоты перехода при сильно развитых флуктуациях. Чаще всего это фазовые переходы I рода, очень близкие к фазовым переходам II рода.

Вселенная прошла через ряд фазовых переходов в процессе эволюции от пузырька вакуума до современного состояния, заполненного миллиардами галактик. Конечно, мы не наблюдали ни одного из них, тем более, что практически все они уместились в первую микросекунду существования Вселенной. Тем не менее достижения физики микро- и макромира позволяют восстанавливать события ранней Вселенной, более того, есть надежда, что такой анализ позволит разрешить некоторые вопросы фундаментальной физики.

Один из важнейших вопросов космологии — природа и поведение основного компонента нашего мира — темной энергии. Есть два основных варианта объяснения темной энергии. Это либо вакуум с отличной от нуля плотностью энергии, либо динамическое поле (квинтэссенция), плотность энергии которого может меняться в пространстве и времени. Стандартная модель космологии склоняется к первому варианту, считая темную энергию космологической константой.

Поведение вакуума определяется его уравнением состояния. Рассмотрим классическую задачу термодинамики. В некоем объеме находится вакуум, объем справа ограничен поршнем, как это изображено на рис. 11.1.

Сила, действующая на поршень, $F = -\text{grad } E = -\partial E/\partial x = -S\partial E/\partial V = -S\varepsilon_{\text{вак}}$, где S — площадь, V — объем, E — энергия.

Учитывая, что давление $p = F/S$, получим уравнение состояния вакуума:

$$p = -\varepsilon_{\text{вак}}. \quad (11.2)$$

Вакуум обладает особыми свойствами.

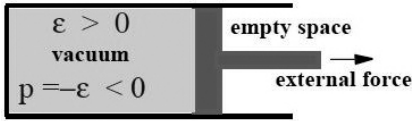


Рис. 11.1. К выводу уравнения состояния вакуума

Во-первых, он лоренц-инвариантен. Любые движения относительно вакуума, включая покой, неразличимы. Это означает, что, в отличие от эфира, вакуум не может служить системой отсчета. Вакуум в любой системе отсчета один и тот же по всем своим свойствам. В частности, его плотность энергии одинакова во всех системах

отсчета.

Во-вторых, как уже отмечалось, вакуум создает не тяготение, а антитяготение — отталкивание. Причина в том, что в ОТО источником гравитации является величина $\varepsilon + 3p$, которая для вакуума отрицательна: -2ε , что и создает отталкивание. Именно эта сила приводит к ускоренному разбеганию галактик в настоящую эпоху. И она же явилась причиной инфляции в ранней Вселенной. За долю секунды Вселенная колоссально выросла и наполнилась веществом, т. к. плотность вакуума в ранней Вселенной превышала современную на 123 порядка.

Если исходить из планковских величин, то первоначальная плотность составляла величину порядка

$$\rho_{Pl} = 1,6 \cdot 10^{94} \text{ г/см}^3.$$

Наилучшая оценка плотности энергии вакуума в современную эпоху происходит из анализа ускоренного расширения Вселенной. Недавние результаты по сверхновым показывают, что плотность энергии вакуума близка к критической величине:

$$\rho_{\text{вак}} = 0,75\rho_{\text{крит}} = 6 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3.$$

Отношение $\rho_{\text{вак}}/\rho_{\text{крит}}$ обозначают как λ . Данные по сверхновым показывают, что $\lambda = 0,75$. Если мы используем Ω_M для обозначения отношения плотности обычной материи к критической плотности, то Вселенная является открытой при $\Omega_M + \lambda$ менее единицы, замкнутой, если эта величина больше единицы, и плоской — если она в точности равна единице.

Если λ больше нуля, тогда Вселенная будет расширяться вечно, если только плотность материи Ω_M не является намного большей, чем это следует из имеющихся наблюдений. При λ больше нуля даже замкнутая Вселенная может расширяться вечно.

Данные по сверхновым означают, что плотность энергии вакуума выше нуля и Вселенная замкнута. Результат крайне важный для космологии, и поэтому он требует дальнейшей проверки другими методами.

Кроме того, в этой области остается важный вопрос, почему плотность энергии вакуума в современную эпоху практически равна нулю, с точностью до тридцатого знака после запятой.

Колоссальное уменьшение плотности энергии вакуума приблизительно на 126 порядков величины нельзя объяснить расширением Вселенной, т. к. при этом плотность не меняется. Остается искать объяснение в условиях фазовых переходов. В одном из вариантов считается, что уменьшение плотности вакуума происходило в результате следующих процессов [95]:

— образование вещества в конце инфляции при энергии порядка $\sim 10^{15}$ ГэВ ($\sim 10^{-35}$ с). Энергия вакуума в количестве $\sim 10^{80}$ г/см³ уходит на сообщение масс X, Y -бозонам. Как следствие этого процесса, происходит расщепление сильного и электрослабого взаимодействий. На следующем этапе несимметричные распады X, Y -бозонов приводят к преобладанию вещества над антивеществом;

— разделение электрослабого взаимодействия на слабое и электромагнитное; в результате спонтанного нарушения симметрии электрослабого взаимодействия приобретают массу кванты слабого взаимодействия W^{\pm} -, Z^0 -бозоны за счет понижения энергии вакуума на 10^{25} г/см³;

— фазовый переход при температуре 1 ГэВ, соответствующий переходу кварков и глюонов в адроны: протоны, нейтроны и мезоны. При этом вакуум теряет еще примерно 10^{14} г/см³.

На рис. 11.2 приведены схема фазовых превращений Вселенной и связь между ее основными параметрами (рисунок взят с сайта <http://nature.web.ru/>).

Если двигаться назад во времени, то температура будет все время повышаться, по крайней мере вплоть до момента инфляции. Опыт показывает, что более высокой температуре соответствуют более симметричные состояния. Поэтому эволюцию Вселенной можно рассматривать как череду фазовых переходов с понижением состояния симметрии. Максимально возможная температура, по-видимому, соответствует планковской величине $T \approx 10^{32}$ К. Хотя таких доказательств

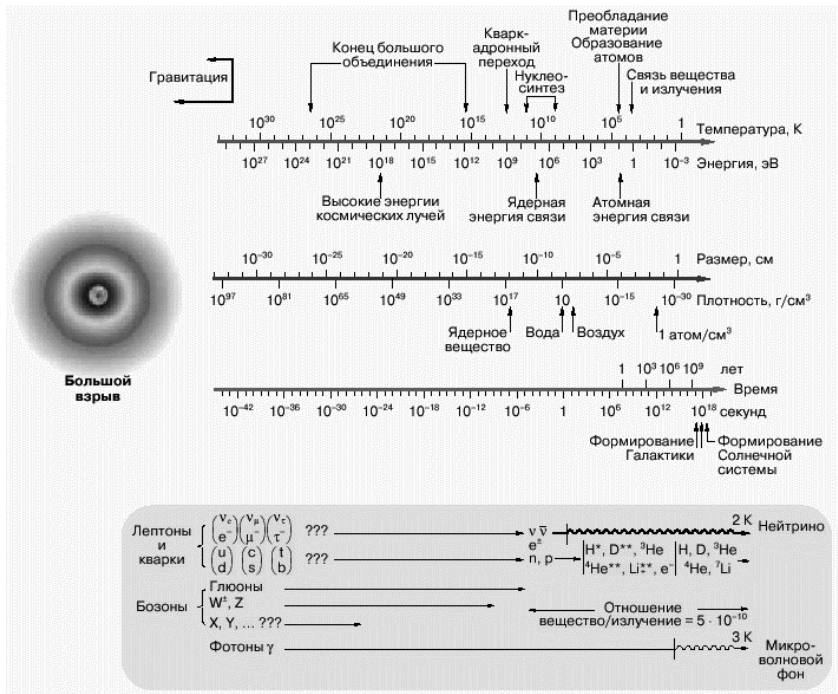


Рис. 11.2. Связь температуры, энергии, размеров, плотности и времени, существовавшая в ранней Вселенной. Нижняя часть схемы показывает кварковый и лептонный состав материи

нет, будем считать, что эволюция Вселенной началась с планковской эпохи и планковской температуры.

1. $0-10^{-44}$ с. Первый фазовый переход — это рождение Вселенной, который означает переход из «ничто» в планковский пузырек вакуума и рождение пространства-времени.
2. $10^{-44}-10^{-43}$ с. По-видимому, второй этап соответствует отщеплению или формированию гравитации. Про этот этап, как и предыдущий, мало что известно, т. к. квантовая теория гравитации отсутствует.
3. $10^{-43}-10^{-37}$ с. Эпоха инфляции. Рождение вещества в неравновесных процессах и, как следствие, появление квантовых флуктуаций плотности. Рост флуктуаций плотности в процессе экспо-

ненициального расширения. Формирование плоской Вселенной в результате ее раздувания.

4. 10^{-38} — 10^{-35} с. Эпоха Великого объединения (GUT). Инфляция заканчивается рождением частиц и появляется взаимодействие между ними. Масштаб этого перехода соответствует массе частиц: $M_x \simeq 10^{16}$ ГэВ (X, Y -лептокварки).

Введение гипотетических лептокварков позволяет объяснить высокую стабильность протонов ($\tau > 10^{32}$ лет). Из моделей Великого объединения следует, что может существовать взаимодействие, нарушающее сохранение барионного числа. Это взаимодействие допускает очень медленный распад протона по следующей схеме.

Два кварка протона (u, d) переходят в сверхтяжелую частицу X . X -лептокварк распадается на лептон (позитрон или мюон) и анти- u -кварк, который в результате взаимодействия с третьим кварком протона u образует, к примеру, π^0 - или K -мезон. В результате имеем цепочку реакций вида

$$p = uud \rightarrow u + X \rightarrow u + e^+ \bar{u} \rightarrow e^+ + \pi^0.$$

Необходимость допустить при распаде протона промежуточное существование сверхмассивной частицы X приводит к тому, что вероятность данной реакции в единицу времени становится крайне низкой из-за высокой массы X -лептокварка. Распад протона является следствием гипотезы Великого объединения взаимодействий.

5. 10^{-35} — 10^{-32} с. Фридмановская стадия расширения: $a(t) \propto \sqrt{t}$. Разделение сильного и электрослабого взаимодействия. Распад лептокварков X, Y на кварки и лептоны. Возникает барионная асимметрия Вселенной — стадия горячего бариосинтеза. Вселенная преимущественно заполнена излучением.
6. 10^{-32} — 10^{-12} с. Калибровочная пустыня. Эпоха электрослабых взаимодействий. Образуются калибровочные бозоны (W^\pm, Z^0) и бозоны Хиггса. Частицы приобретают массу. Электромагнитное и слабое взаимодействия расщепляются.
7. 10^{-12} — 10^{-6} с. Четыре фундаментальных взаимодействия формируются в их современном состоянии. Вселенную заполняют кварки, лептоны и излучение (фотоны).
8. 10^{-6} —1 с. Эпоха адронов. Примерно при температуре $T \sim 10^{11}$ К происходит конфаймент (невыветание) кварков. Кварки объединяются в адроны. Появляются протоны и нейтроны. В свободном

состоянии кварки могут существовать только в очень горячей плазме с температурой $T > 10^{11}$ К, ниже кварки как самостоятельные частицы уже не встречаются (вне адронов). Аннигиляция адронов и антиадронов. Остается избыток адронов. Высвобождаются нейтрино и начинают свободно двигаться по пространству.

9. 1—180 с. Эпоха лептонов. Температура опускается ниже порога генерации пар лептон—антилептон. Аннигиляция лептонов и антилептонов. Остается избыток лептонов. При падении температуры плазмы до 10^{10} К (1 МэВ) начинается первичный нуклеосинтез. В интервале от 0,7 до 0,1 МэВ большая часть нейтронов переходит в связанное состояние, образуя с протонами дейтерий: $p + n \rightarrow {}^2\text{H} + \gamma$. Дейтерий, захватывая барионы, образует гелий-3 и тритий: ${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$, которые, объединяясь с протоном или нейтроном, создают гелий ${}^4\text{He}$. На этом цепочка реакций практически обрывается из-за отсутствия ядер с массовым числом $A = 5$ и $A = 8$. В конечном итоге образуется около 74% водорода, 25% гелия-4, $\sim 1\%$ дейтерия (2H), ${}^3\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, Be , B . Это первичный состав звездного вещества. Дальнейший нуклеосинтез идет в звездах. Начинается эпоха доминирования скрытой массы.
10. $2 \cdot 10^2$ — 10^{13} с. Эпоха первичной рекомбинации. Начинают образовываться атомы: протоны и электроны объединяются и создают водород. Материя из состояния плазмы переходит в газ, прозрачный для фотонов, поэтому этот период называется временем последнего рассеяния. Температура, при которой происходит рекомбинация водорода, хорошо известна из опыта и лежит в интервале от 4500 до 3000 К. Остывшее тепловое излучение этой эпохи наблюдается как реликтовое. Образующие его фотоны, рассеявшись на плазме, доходят до нас уже практически не взаимодействуя с нейтральным веществом. Точки пространства, из которых идут реликтовые фотоны, образуют так называемую поверхность последнего рассеяния, окружающую нас со всех сторон.
11. 10^{13} — $2,5 \cdot 10^{17}$ с. Образование первых структур. Под действием гравитации газ начинает стягиваться в скопления, образуются квазары, галактики, газопылевые туманности и первые звезды. В звездах начинается термоядерный синтез тяжелых элементов.

Начало образования звезд можно отнести к периоду $t \leq 5 \cdot 10^{15}$ с, т. к. Ричард Эллис (Калифорнийский технологический институт) на

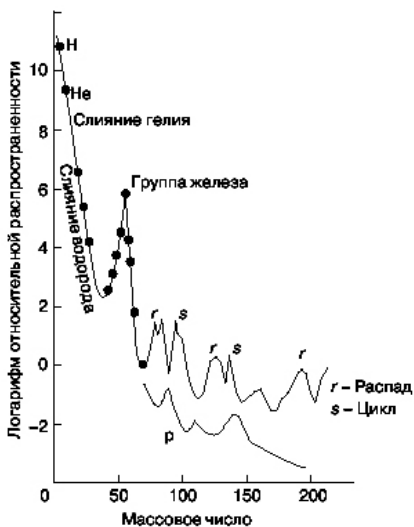


Рис. 11.3. Кривая распространенности элементов. Верхняя кривая с двойными (*r*- и *s*-) пиками соответствует нейтроноизбыточным изотопам, нижняя (*p*) — протонообогащенным

телескопе Кеск II обнаружил 6 звездных скоплений, которые образовались 13,2 миллиардов лет тому назад (2007).

Содержание тяжелых элементов в звездах представлено на рис. 11.3².

12. $2,5 \cdot 10^{17}$ с — сегодняшний день. Рождение Солнца. Солнце — звезда второго поколения, и ее возраст составляет $\sim 2,9 \cdot 10^{17}$ с ($\sim 4,57$ млрд лет). По данным телескопа-спутника «Планк» сегодняшний возраст Вселенной составляет $13,798 \pm 0,037$ миллиарда лет.

В табл. 11.1 приведены основные эпохи и соответствующие им температуры в ранней Вселенной³.

На стадии первичного нуклеосинтеза заканчивается эпоха ранней Вселенной. Весь этот огромный период ее эволюции укладывается в первые 3 минуты существования.

Более детальное рассмотрение фазовых переходов приводит к возможности появления ряда важных эффектов. В частности, рассмотрим возможность появления топологических дефектов пространства космического масштаба в приведенных стандартных моделях.

²Взято из <http://nature.web.ru/>

³<http://www.modcos.com/>

Основные эпохи эволюции ранней Вселенной

Название эпохи и соответствующие ей физические процессы	Время от Большого взрыва, секунды	Температура, К
Рождение классического пространства-времени Стадия инфляции	10^{-43} 10^{-42} – 10^{-36}	10^{32} Меняется в очень широких пределах $\sim 10^{29}$
Рождение вещества Рождение барионного избытка	10^{-36} 10^{-35}	10^{29}
Электрослабый фазовый переход	10^{-10}	10^{16} – 10^{17}
Конфайнмент кварков	10^{-4}	10^{12} – 10^{13}
Первичный нуклеосинтез	1–200	10^9 – 10^{10}

11.1.1. Топологические дефекты

Введение скалярных полей в рамках механизма спонтанного нарушения симметрии приводит к наличию отличных от нуля их средних значений. Такие состояния возникают в результате фазовых переходов при понижении температуры $T < T_c$, где T_c — температура фазового перехода.

Примерами таких полей являются поле Хиггса, инфлатон и другие. На расстояниях, превышающих причинно-связанные области, вакуумы не скоррелированы и могут иметь разную топологию. Тогда между ними могут возникать топологические дефекты⁴. В причинно-связанной области такие дефекты отсутствуют.

Для 4-мерного пространства-времени возможны топологические дефекты трех типов: $2 + 1$ (стенки), $1 + 1$ (струны), $0 + 1$ (частицеподобные дефекты типа монополей). Тип дефекта зависит от числа скалярных полей.

В случае одного поля φ оно имеет два основных состояния: $\varphi = \pm\eta$. Пространство вакуумов состоит из двух разных несвязанных точек, между ними располагается доменная стенка. Гравитационное ускорение в области стенки равно $g = 2\pi G\sigma$, где G — гравитационная постоянная, а σ — масса единицы площади. Гравитирующая масса отрицательна: $\rho + 3P = -\rho_\omega < 0$, поэтому сила направлена от стенки и пред-

⁴При описании использованы источники [78, 87].

ставляет собой гравитационное отталкивание. Однако оценки показывают, что плотность энергии таких стенок должна быть крайне мала, меньше 10 МэВ. Фазовых переходов, соответствующих такой энергии, неизвестно, поэтому делается вывод, что доменные стенки следует из теории исключить.

В случае двух скалярных полей могут образовываться космические струны. Для них гравитирующая масса оказывается нулевой: $\rho + 3P = 0$. Формально это следует из равенства по абсолютной величине плотности и натяжения струны: $p = -1/3\rho$. Это означает, что вне струны гравитационное поле отсутствует, и струна не воздействует на внешнее вещество. Однако наличие струны в пространстве создаст возмущение метрики. Оказывается, что в пространстве вне струны интервал в цилиндрической системе координат имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - (1 - 8G\mu)r^2 d\varphi^2 - dz^2, \quad (11.3)$$

откуда длина окружности C с центром на струне и в перпендикулярной плоскости: $C = 2\pi(1 - 4G\mu)r < 2\pi r$, т. е. имеет место дефицит угла $\Delta\theta = -8\pi G\mu$. Здесь μ — энергия струны на единицу длины. Такая особенность должна приводить к схлопыванию вещества позади струны при ее движении через пространство.

Скорость движения струн близка к скорости света, поэтому скорость заполнения дефицита угла составляет $\sim c\Delta\theta \leq 100$ м/с, с учетом соотношения, из которого следует, что плотность струны должна быть много меньше плотности окружающего вещества: $\rho_s < 10^{-5}\rho_b$. В результате в кильватере движения струны создается повышенная плотность вещества. Эти неоднородности, увеличиваясь в расширяющейся Вселенной, могут служить основой для формирования галактик.

Другое интересное явление заключается в формировании двойного изображения объекта, расположенного за струной. Угол между этими изображениями составляет величину

$$\Delta\alpha = \frac{l}{l+d}\Delta\theta, \quad (11.4)$$

где l — расстояние от струны до объекта, а d — расстояние от наблюдателя до струны. В результате наличие космической струны должно приводить к эффекту линзирования.

Кроме этого, струнное линзирование должно приводить к повторению температурных пятен в реликтовом излучении при наблюдении вдоль струны и, кроме того, еще к сдвигу частот, если струна движется поперек луча зрения [87].

Таким образом, из топологических дефектов реально могут существовать только струны, тогда как доменные стенки и монополи практически исключаются из рассмотрения на основе космологических ограничений. Приведенные выше следствия существования космических струн могут быть использованы в изучении эволюции ранней Вселенной и ее характеристик.

11.1.2. Фазовый переход кварки—адроны

Рассмотрим теперь более подробно фазовый переход от кварков к адронам. При этом будем следовать работам [87, 96]. В этих работах не рассматривается, был ли такой переход реально, а предполагается, что если он был, то каковы могут быть последствия такого перехода. Считается, что при энергиях 100—200 МэВ произошел фазовый переход первого рода от квазисвободных кварков к мезонам и барионам. Он выделяется среди других фазовых переходов наибольшей затратой энергии: ее плотность понижается примерно на 80 порядков величины.

В работе [87] отмечается, что переход этот, скорее всего, не оставил следов, доступных экспериментальной проверке, за исключением, быть может, странной кварковой материи (СКМ). Именно на этом вопросе мы остановимся подробнее.

На рис. 11.4 приведен эффективный потенциал системы, соответствующий фазовому переходу I рода [87].

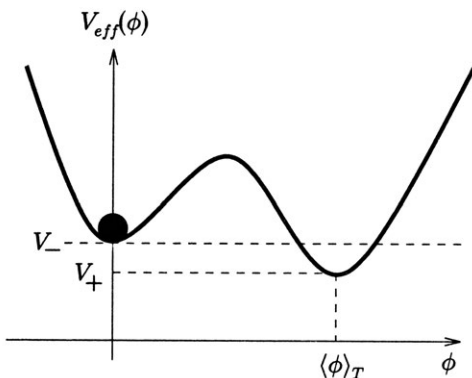


Рис. 11.4. Вид эффективного потенциала системы, в которой происходит фазовый переход I рода

Переход из состояния $\varphi = 0$ в $\varphi = \langle \varphi \rangle_T \neq 0$ идет через образование пузырьков новой фазы за счет флуктуаций или туннельного перехода. При образовании капли свободная энергия меняется на величину

$$\Delta F = (V_+ - V_-)N + \sigma \cdot S = -\Delta V \cdot 4\pi R^3/3 + \sigma \cdot 4\pi R^2, \quad (11.5)$$

где ΔV — разность плотностей свободной энергии старой и новой фаз или теплота фазового перехода, V — объем, приходящийся на одну частицу в капле, N — число частиц, R — радиус капли, σ — коэффициент поверхностного натяжения. Беря производную и приравнивая ее нулю, находим критический радиус $R_{\text{кр}} = 2\sigma/\Delta V$. Капля растет при $R > R_{\text{кр}}$, в противном случае испаряется. Критический размер растет с уменьшением ΔV и увеличением поверхностного натяжения σ .

Свободная энергия пузырька критического размера имеет вид:

$$F_{\text{кр}} = \sigma \cdot 4\pi R_{\text{кр}}^2 - \frac{4\pi}{3} R_{\text{кр}}^3 \cdot \Delta V = \frac{16\pi\sigma^3}{3\Delta V}. \quad (11.6)$$

Вероятность образования такого пузырька в результате флуктуации определяется в основном больцмановским множителем, входящим в формулу Аррениуса:

$$\Gamma = AT^4 e^{-F_{\text{кр}}/T}. \quad (11.7)$$

Процесс образования пузырей находится в активной фазе, когда эта вероятность в хаббловском объеме за хаббловское время становится порядка единицы, т. е.

$$AT^4 e^{-F_{\text{кр}}/T} \sim H^4(T) = \left(\frac{T^2}{M_{\text{Pl}}} 1,66\sqrt{g_*} \right)^4 \sim 1, \quad (11.8)$$

где g_* — эффективное число степеней свободы частиц, дающих вклад в образующуюся низкотемпературную фазу — барионы с $m \ll T$.

Анализ показывает, что в эпоху перехода кварки—адроны ($T \sim 100$ МэВ) размер пузырей ($\sim 10^{-10}$ см) намного меньше хаббловского размера ($H(T) \sim 10$ км), а расстояние между ними сравнимо с $H(T)$, поэтому пузыри успевают вырасти до макроскопических размеров прежде, чем начнут сталкиваться.

Коротко вывод из рассмотрения фазового перехода от кварк-глюонной плазмы к адронам заключается в следующем. Переход происходит через образование пузырьков новой (адронной) фазы. Когда она превышает 50%, кварковая фаза также начинает формировать пузыри макроскопического размера с массой 10^9 — 10^{18} г и плотностью

$\sim 10^{15}$ г/см³ [96]. Самое интересное, что такие космические объекты могли сохраниться до наших дней при условии, что они стабильны, и не исключено, что именно они могут формировать темную материю. Рассмотрим вопрос, где и как следует искать странную кварковую материю и можно ли создать ее в лаборатории.

11.2. Свойства СКМ и варианты поиска [97]

В проблеме поиска СКМ есть два принципиально разных подхода: можно ли ее создать искусственно, например, при столкновении тяжелых ядер при высоких энергиях и может ли она существовать в окружающем пространстве? Ответ на оба вопроса определяется условиями существования стабильной СКМ. Теоретический анализ показывает, что кварковая материя в принципе может быть стабильной при условии, что состоит из трех типов кварков: u , d и s примерно в равном количестве. Именно такие состояния называют странной кварковой материей.

Ранее мы получили, что адроны строятся либо из трех кварков (qqq) — барионы, либо из кварка и антикварка ($q\bar{q}$) — мезоны. Рассмотрим вариант, когда кварков много и они образуют кварковое вещество. Различают две формы такого вещества:

- 1) нестранная кварковая материя (ud -кварки);
- 2) странная кварковая материя (uds -кварки), в которой цветовое равновесие устанавливается за счет слабого взаимодействия.

В случае нестранной материи энергия на барионное число оказывается больше, чем в ядрах, и она заведомо нестабильна. По этой же причине кварковые ароматы выше s (c , b , t) не рассматриваются, т. к. их массы превышают 1 ГэВ. Поэтому рассмотрение ограничивается случаем СКМ.

11.2.1. Стабильность СКМ

Простую оценку возможности существования СКМ можно получить, предполагая, что кварки в большом объеме представляют идеальный ферми-газ с нулевыми массами, и затем учесть массу странного кварка. Массы u -, d -кварков составляют ~ 2 и 5 МэВ соответственно, что много меньше средней энергии, приходящейся на один кварк в нуклоне: ~ 310 МэВ. Масса s -кварка больше и составляет величину $m_s \simeq 100$ МэВ. Оценим среднюю энергию кварков в случае ud - и uds -материи. В первом случае

$$n_d = 2n_u, \quad (11.9)$$

во втором

$$n_u = n_d = n_s. \quad (11.10)$$

Будем считать, что полная энергия в объеме V для обоих случаев одинакова и оценим энергию, приходящуюся на одно барионное число. Начнем с известного соотношения для осциллятора $n\lambda/2 = a$, где a — линейный размер, n — число полуволн, тогда $n = 2a/\lambda = ka/\pi$, где k — волновое число. Числа n большие, поэтому по ним можно интегрировать и для этого использовать соотношение $dn = adk/\pi$ или в трехмерном случае $dn = abcdk_x dk_y dk_z / \pi^3 = V4\pi k^2 dk / \pi^3$. Интегрируя, получаем полное число частиц

$$N = \frac{1}{8} \frac{4V}{3\pi^2} 2k^3. \quad (11.11)$$

Интегрирование только по положительным значениям k , следовательно первый множитель $1/8$, двойка из-за проекций спина $\pm 1/2$. Фермионы считаются безмассовыми, тогда $k = p = E$ в естественной системе единиц $\hbar = c = 1$.

Из распределения Ферми величина максимальной энергии

$$E_{\max} = (3\pi^2)^{1/3} n^{1/3}. \quad (11.12)$$

Интегрируя, получим плотность энергии в виде

$$E = \frac{3}{4} (3\pi^2)^{1/3} n^{4/3}. \quad (11.13)$$

С учетом условий (11.9) и (11.10) можно записать для ud - и uds -материи:

$$E_1 = \frac{3}{4} (3\pi^2)^{1/3} (n_{u1}^{4/3} + n_{d1}^{4/3}) = \frac{3}{4} (3\pi^2)^{1/3} n_{u1}^{4/3} (1 + 2^{4/3}), \quad (11.14)$$

$$E_2 = \frac{3}{4} (3\pi^2)^{1/3} (n_{u2}^{4/3} + n_{d2}^{4/3} + n_{s2}^{4/3}) = \frac{3}{4} (3\pi^2)^{1/3} n_{u2}^{4/3} 3. \quad (11.15)$$

Из равенства $E_1 = E_2$ следует соотношение

$$\frac{n_{u2}}{n_{u1}} = \left(\frac{1 + 2^{4/3}}{3} \right)^{3/4}. \quad (11.16)$$

Тогда для отношения средних энергий можно записать:

$$\frac{E_2}{3n_{u2}} : \frac{E_1}{3n_{u1}} = \left(\frac{n_{u2}}{n_{u1}} \right)^{1/3} \frac{3}{1 + 2^{4/3}} = \left(\frac{3}{1 + 2^{4/3}} \right)^{3/4} = 0,89. \quad (11.17)$$

Энергия на одно барионное число для ud -материи $E/A \simeq 940$ МэВ, тогда для uds $E/A \simeq 837$ МэВ, т.е. примерно на 100 МэВ меньше. Поэтому, даже если взять крайнее значение $m_s = 150$ МэВ, средняя $m_s/3 = 50$ МэВ и остается еще выигрыш в энергии на одно барионное число: $\Delta E/A \simeq 50$ МэВ.

В системе нестранной кварковой материи оказывается энергетически выгоден переход ud -кварков в s -кварки из-за увеличения числа ароматов. Поэтому странные кварки могут обеспечивать стабильность объектов, состоящих из uds -кварков, в случае, если их масса $m_s < 300$ МэВ.

Приведенную оценку можно рассматривать как отправную точку в анализе стабильности СКМ. Более корректное рассмотрение было выполнено во многих работах. Не вдаваясь в детали, приведем конечный результат такого анализа.

Обычно выделяется три физические области кварковой материи с отличающимися свойствами:

- $A > 10^7$ — странная кварковая материя в большом объеме: $n_u \simeq n_d \simeq n_s$. Для этого состояния определяются характерные величины параметров и утверждается принципиальная возможность стабильной СКМ.
- $10^2 \leq A \leq 10^7$ — странглеты. Кварковый состав может существенно отличаться, например, $n_u : n_d : n_s \simeq 3 : 2 : 1$. Определяются общие границы стабильности и роль различных параметров, радиоактивность и каналы распада, распределение заряда по объему.
- $A < 10^2$ — нестабильные или квазистабильные странглеты. Определяющую роль играет кривизна поверхности. Заряд $Z \sim 1$. Наличие оболочек приводит к квазистабильным состояниям с повышенной плотностью s -кварков в центре и ее падением на границе.

Общее рассмотрение параметризуется барионным числом A , массой странного кварка m_s и константой связи КХД α_c . Для большинства целей взаимодействием кварков пренебрегают, положив $\alpha_c = 0$, либо взаимодействие учитывается внешним давлением B . Увеличению α_c соответствует уменьшение величины B , т.к. обмену глюоном соответствует отталкивание.

Для странглетов барионное число находится в интервале $10^2 \leq A \leq 10^7$. При этом кварков достаточно много, чтобы приближение ферми-газа оставалось справедливым, но уже недостаточно, чтобы можно было пренебречь поверхностными эффектами.

Считается, что для больших A поверхностное натяжение составляет ~ 1 МэВ.

Радиус странглетов лежит в интервале $R = 5\text{--}200$ Фм, что существенно меньше комптоновской длины электрона $\lambda_e = h/m_e c \simeq 2,5 \cdot 10^3$ Фм, поэтому странглеты оказываются заряженными, и для них должны учитываться кулоновские эффекты.

В большинстве случаев считается, что заряд распределен равномерно внутри сферы радиусом R . При этом плотность заряда существенно меньше, чем в ядрах, поэтому странглеты могут нести заряд вплоть до $Z \simeq 1000$.

Относительная слабость кулоновского поля странглета является стабилизирующим фактором. В случае безмассовых кварков СКМ содержит uds -кварки в равном количестве: $n_u = n_d = n_s = A$, где A — барионное число, и является нейтральной. Заряд появляется из-за отличия от нуля массы странного кварка: $m_s \gg m_{u,d}$ и может быть примерно на порядок меньше, чем в ядрах: $Z \simeq 0,03 \cdot A$.

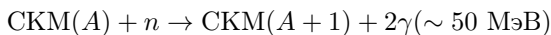
Кулоновские силы в странглете относительно малы, и возникающая дестабилизация подавляется поверхностным натяжением, пропорциональным σ . При этом если E/A превышает массу нуклона M_N , то странглет, в принципе, становится нестабильным, но его распад подавлен необходимостью конвертации странных кварков. Поэтому реальной мерой стабильности является величина энергии разделения dE/dA , требующаяся для удаления нуклона из странглета. Если $dE/dA > M_N$, то с его поверхности начинают испаряться нейтроны. Оценка величины A для этого процесса дает значение $A \leq 320$. Выше этой границы странглет может испускать α -частицы, но этот процесс требует подбора кварков соответствующих ароматов и сдерживается кулоновским барьером, зависящим от величины Z/A .

Таким образом, стабильная СКМ, если существует, является основным состоянием вещества, а ядра — возбужденным. Два фактора предотвращают переход ядер в кварковое состояние.

Ядра не распадаются на кварки из-за крайне малого сечения такого процесса. Для получения стабильного состояния СКМ требуется одновременное образование сотен s -кварков. Вероятность этого крайне мала — практически нулевая, и поэтому время жизни ядер может превышать время жизни Вселенной. Кроме того, как только образуются первые s -кварки, они находят u - и d -компаньонов в ядерной материи, и процесс уходит в другой канал — канал распада ядра с образованием гиперона, например $\Lambda^0(uds)$.

Наличие положительного заряда у странглетов также имеет важное значение, т.к. предотвращает поглощение ядер кварковой матери-

ей. Высота кулоновского барьера определяется химическим потенциалом электрона. По оценке [99], она может составлять $\mu_e = 9$ МэВ. Эта величина довольно мала, но достаточна для того, чтобы предотвратить поглощение обычных ядер при низких энергиях. В случае нейтронов потенциальный барьер отсутствует, поэтому в нейтронной среде (нейтронные звезды) СКМ может расти неограниченно. Реакция



является экзотермической, с выходом энергии $\Delta E \approx 50$ МэВ на одно барионное число [96]. Эта энергия превышает как ядерную, так и термоядерную почти на порядок и излучается, например, парой γ -квантов.

Выводы

1. Кварковая материя в большом объеме может быть абсолютно стабильной относительно ядерной материи, т. к. энергия на барион в этом случае: $E/A < 938$ МэВ. Выигрыш энергии связан с дополнительным вырождением по аромату и, вообще говоря, мог быть ликвидирован наличием массы у странного кварка, но она, скорее всего, оказывается меньше энергии Ферми, $m_s < E_F \simeq M_N/3 \simeq 310$ МэВ. В этом случае стабильность СКМ обусловлена принципом Паули, т. к. в вырожденном газе все энергетические уровни ниже энергии Ферми заняты и распад $s \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}$ оказывается запрещен.

2. Если СКМ стабильна в объеме, то, скорее всего, она стабильна в широком диапазоне A . Модельная оценка стабильности странглетов: $A_{\text{крит}} = 300-1000$.

3. Радиус странглета ($R = 5-200$ Фм) много меньше комптоновской длины волны электрона, поэтому электроны в странглетах существовать не могут и создают оболочки, как в атомах. Сами странглеты обладают положительным электрическим зарядом $Z = (0.03 - 0.1) \cdot A$, создающим кулоновский барьер. Странглет — это квазиядро, которое может нести заряд до значений $Z = 1000$ из за меньшей его плотности чем у ядра.

4. Стабильность в объеме может означать существование кварковых звезд, которые маскируются под нейтронные. Отличие тех и других небольшое, порядка 10%, поэтому астрономам придется хорошо потрудиться, чтобы различить эти состояния.

5. Стабильность странглетов может означать их присутствие в космических лучах. Такие поиски ведутся и некоторые оптимистические результаты приведены в работе [97].

6. Получение стабильных странглетов на коллайдерах маловероятно, скорее даже невозможно. Рождение в элементарном акте по край-

ней мере 300 странных кварков подавлено вероятностью $w \simeq 0,2$ перехода кварка одного поколения в другое ($ud \rightarrow s$), что дает суммарную вероятность $W \approx 0,2^{300} < 10^{-200}$. Остается канал рождения $\geq 300s\bar{s}$ пар глюонами, что должно сопровождаться выходом сотен странных антимезонов и антигиперонов, что тоже сомнительно.

Следует заключить, что наибольший оптимизм вызывает поиск странглетов в космических лучах.

Глава 12

Заключение. Вопросы, вопросы. . .

Изложенная в лекциях Стандартная модель основана на гипотезе Большого взрыва, который, по сути, является не взрывом, а экспоненциальным расширением (инфляцией) первоначального пузырька вакуума под действием отрицательного давления — процесс совершенно уникальный в отличие от взрыва.

Его можно описать следующим образом¹: «В относительно далеком прошлом, 13,7 миллиардов лет назад в абсолютном Ничто, находящемся Нигде и Никогда, взорвалась сингулярность — точка размером меньше протона с невероятно большими плотностью и температурой. В результате взрыва возникли вещество, пространство и время. В течение последующего короткого времени образовавшееся вещество инфляционно расширилось до громадных размеров. В результате последующих физических процессов образовалась нынешняя Вселенная, то есть весь окружающий нас мир, бытие». Это гипотеза.

Как уже отмечалось, другой сценарий (циклический) основан на теории струн. В этом случае мир представляется как 11-мерное пространство-время, в котором «плавают» 3-мерные миры (браны). Браны расширяются, и поэтому соответствующие миры, как правило, являются уже плоскими и почти пустыми. Столкновение бран приводит к выделению энергии, рождению вещества и далее почти по сценарию Стандартной модели. Столкновение бран можно рассматривать как Большой взрыв.

Теория струн вносит в стандартную космологию следующие новые моменты.

1. Вселенная должна иметь минимальный размер — планковский, т. е. сингулярность, предсказываемая ОТО, исчезает.

¹<http://elementy.ru/blogs/users/putenikhin/67242/>

2. Наличие дуальности малых и больших радиусов.

3. Число измерений, которые надо учитывать в эволюции, больше четырех.

Понятие дуальности радиусов [22] приводит к наличию минимального размера Вселенной: $l_{Pl} = 10^{-33}$ см. При временах, меньших планковского, Вселенная расширяется и ее температура падает, т. е. в любом сценарии существует конечная максимальная температура и конечная плотность Вселенной. Сингулярности нет. Кроме того, в начальный момент все девять или десять пространственных измерений свернуты до планковского размера и обладают максимальной симметрией. Первый фазовый переход связан с разворачиванием трех из них. Затем в процессе инфляции их размер увеличивается приблизительно в 10^{30} раз, а остальные измерения сохраняют планковский размер. В принципе, теория струн даже может дать ответ на вопрос, почему именно три измерения расширяются, а не большее или меньшее число. Приведем объяснение Б. Грина [101].

Если в одномерном пространстве две точечные частицы движутся в одном направлении, но с разными скоростями, то они рано или поздно столкнутся. В двумерном пространстве это маловероятно. То же справедливо для суперструн, но только размерность пространства увеличивается до трех. В четырех измерениях струны уже не сталкиваются. Три измерения высвобождаются при столкновении и аннигиляции струн. Далее рассматривать эти вопросы бессмысленно, т. к. существующая теория находится в стадии разработки и интенсивно развивается.

Теория существенно осложнилась в связи с включением стохастической инфляции А. Линде и учетом множественных Вселенных — Универсума.

Развитие этих представлений может вылиться в принципиально новую теорию космологии. Не исключено, что на этом пути могут быть разрешены и загадки микромира, о которых упоминалось в первой части лекций. Напомним некоторые из них.

1. Во всех квантовых теориях поля частицы, включая фотон, считаются точечными, и это нигде не вступает в противоречие с экспериментом. В то же время было показано (в частности, апориями Зенона), что пространство-время нельзя представлять точечным, оно должно квантоваться.

2. С локальностью взаимодействия и его векторным характером связан другой непонятный момент. Электромагнитное взаимодействие передается с помощью фотонов. Одна заряженная частица излучает фотон, другая поглощает — так передается импульс, т. е. частицы вза-

имодействуют. При этом одноименные заряды отталкиваются, разноименные притягиваются. Но переносчик взаимодействий — фотон — частица нейтральная, как и чем при этом передается информация о заряде частиц? Откуда частицы «узнают», что им надо притягиваться или отталкиваться, если фотон нейтрален, а облако виртуальных фотонов не зависит от знака, пролетающей мимо частицы.

3. В классическом опыте Юнга каждая частица,неважно, электрон это или фотон, интерферирует сама с собой, т. е. неделимая элементарная частица пролетает через два отверстия «одновременно»?

4. Принцип Паули. Трудно, практически невозможно, понять, каким образом две тождественные частицы взаимно запрещают друг другу занять одно и то же состояние. Этот тип взаимодействия совершенно отличается от взаимодействий в классической физике. Его природа пока совершенно неизвестна и представляет одну из важнейших и трудных задач, которые должны быть решены будущей теорией.

5. Проблема космологической константы. Во-первых, эта величина меняется и масштаб ее изменений огромен — 126 порядков величины. Общепризнанного объяснения такого изменения нет. Кроме того, неясно, почему конечная величина плотности энергии должна быть равна нулю с точностью, превышающей 29 знаков после запятой.

6. Проблема реликтовых гравитационных волн.

7. Проблема темного вещества.

8. Проблема темной энергии.

Наверное, список может быть продолжен, но уже этого достаточно, чтобы заключить, что фундаментальная наука в очередной раз стоит на грани больших открытий и кардинальных изменений. Несомненно польза, которая была получена в результате формулировки стандартных моделей космологии и элементарных частиц. Однако также очевидно, что в ближайшее время придется выходить за ее пределы.

Автор признателен доцентам кафедры общей физики МФТИ Д.А. Александрову и особенно П.В. Попову, обеспечивших публикацию данных лекций, и благодарен коллеге и другу с.н.с. ФИАН, к.ф.-м.н. С.П. Беспалову, взявшему на себя тяжелый труд по подготовке рисунков для лекций. Я также признателен д.ф.-м.н. А.А. Петрухину и д.т.н. В.Н. Агееву, ознакомившимся с лекциями и подготовившими отзывы с указанием критических замечаний.

Литература

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. Теоретическая физика. Т. 2. — М.: Наука, 1988.
2. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии / пер. с лат. и прим. А. Н. Крылова. — М.: Наука, 1989.
3. *Мах Э.* Механика: историко-критический очерк ее развития. — М.: КомКнига, 2011.
4. *Пуанкаре А.* Обращение к деятелям искусства и науки // Bull. des ScJ. Math. — 1904. — V. 28, ser. 2 — P. 302. (Перевод на английский язык, январь 1905 г. в «The Monist», V. XV, N. 1.)
5. *Планк М.* Об одном улучшении закона излучения Вина: Хрестоматия по истории физики. Современная физика / сост. Г.М. Голин. — Минск: Вышш. школа, 1979. — С. 31.
6. *Планк М.* К теории распределения энергии излучения нормального спектра: хрестоматия по истории физики. — Минск: Высшая школа, 1979. — С. 34. (Доклад на заседании Немецкого физического общества 14 декабря 1900 года.)
7. *Carnal O., Mlynek J.* Young's double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer // Phys. Rev. Lett. — 1991. — V. 66. — P. 2689–2692.
8. *Биберман Л., Сушкин Н., Фабрикант В.* Дифракция одиночных поочередно летящих электронов. ДАН СССР. — 1949. — LXVI. — С. 185.
9. *Jonsson C.* Electron diffraction at multiple slits // Zeitschrift fur Physik. — 1961. — V. 161. — P. 454–474; American Journal of Physics. — 1974. — V. 42. — P. 4–11.

10. *Tomomura A., Endo J., Matsuda T., Kawasaki T., Ezawa H.* Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern // American Journal of Physics. — 1989. — V. 57, N 2. — P. 117–120; ISSN 0002-9505. — DOI:10.1119/1.16104
11. *де Бройль Л.* Революция в физике. — М.: Атомиздат, 1965.
12. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. — С. 96.
13. *Ожунь Л. Б., Селиванов К. Г.* О непротиворечивости экспериментов, подтверждающих общую теорию относительности // Доклады РАН. — 2002. — Т. 384, N 6. — С. 768.
14. *Пуанкаре А.* О динамике электрона. — М.: Изд. МГУ, 1988 (доклад от 05.06.1905). — С. 7.
15. *Пуанкаре А.* О динамике электрона. — М.: Изд. МГУ, 1988 (доклад от 05.06.1905). — С. 19.
16. *Эйнштейн А.* К электродинамике движущихся тел. // 30.06.1905 г. // Собр. научн. тр. / под ред. И. Е. Тамма. — М.: Наука, 1966. — Т. 1. — С. 7.
17. *Мигдал А. Б.* Пустота — эфир — вакуум // Будущее науки: Международный ежегодник. — М.: Знание, 1986.
18. *Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б.* Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1981. С. 70.
19. *Визгин В. П.* Релятивистская теория тяготения. — М.: Наука, 1981.
20. *Лоренц Г. А.* Интерференционный опыт Майкельсона. 1895 // Классики естествознания: (Г. А. Лоренц, А. Пуанкаре, А. Эйнштейн, Г. Минковский. Принцип относительности) — Л.: ОНТИ, Главная редакция общетехнической литературы, 1935. — С. 9.
21. *Лоренц Г. А.* Теория электронов. — М.: Гостехиздат, 1956.
22. *Брайан Г.* Пространство, время и текстура реальности. — М.: КД «Либроком», 2009.
23. *Фок В. А.* Теория пространства, времени и тяготения. — Изд. 2-е. М., 1961.

24. *Минковский Г.* Пространство и время (доклад на 80-м собрании немецких естествоиспытателей и врачей, 1908) // Классики естествознания: (Г. А. Лоренц, А. Пуанкаре, А. Эйнштейн, Г. Минковский. Принцип относительности) — Л.: ОНТИ, Главная редакция общетехнической литературы, 1935. — С. 181.
25. *Клиффорд В.* О пространственной теории материи // Альберт Эйнштейн и теория гравитации: сб. ст. — М.: Мир, 1979.
26. *Arkani-Hamed N., Dimopoulos S., Dvali G.* Новые измерения на миллиметровом масштабе и эффекты квантовой гравитации в тэвном диапазоне. // Phys. Lett. B. — V. 429. — 1998. — P. 263–272. e-Print Archive: hep-ph/9803315; Randall L., Sundrum R. // Phys. Rev. Lett. — V. 83. — 1999. — P. 3370–3373. e-Print Archive: hep-ph/9905221.
27. *Пенроуз Р.* Путь к реальности, или Законы, управляющие Вселенной: полный путеводитель. — М. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. — 912 с.
28. *Элементарные частицы и компенсирующие поля / под ред. Д. Д. Иваненко.* — М.: Мир, 1964.
29. *Полищук Р., д. ф.-м. наук ФИАН* (в программе А. Гордона «Мир как вакуум», видеозапись от 06.12.2011).
30. *Громов М.* Знак и геометрический смысл кривизны. — М. — Ижевск, 2000.
31. *Бернштейн Г., Фильлипс Э.* Расслоения и квантовая теория // УФН. — 1982. — Т. 136, вып. 4.
32. *Ожунь Л. Б.* Лептоны и кварки. — Изд. 2-е. — М.: Наука, 1990.
33. *Ахизер А. И., Берестецкий В. Б.* Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1969.
34. *Румер Ю. Б., Фет А. И.* Теория унитарной симметрии. — М.: Наука, 1970.
35. *Фейнман Р.* Статистическая механика. — М.: Мир, 1978.
36. *Райдер Л.* Элементарные частицы и симметрии. — М.: Наука, 1983.
37. *Ожунь Л. Б.* Физика элементарных частиц. — М.: Наука, 1984.

38. *Джорджи Х.* Единая теория элементарных частиц и сил // УФН. — 1982. — Т. 136, вып. 2. — С. 87.
39. *Герштейн С. С.* Что такое цветовой заряд, или какие силы связывают кварки // Соросовский образовательный журнал. — 2000. — № 6.
40. *Вин В.* Теория относительности с точки зрения физики и теории познания / Фрейндлих Э. Основы теории тяготения Эйнштейна. — М.—Петроград: Государственное издательство, 1924. — С. 7.
41. *Логунов А. А.* Лекции по теории относительности: Современный анализ проблемы. — М.: Издательство МГУ, 1984.
42. *Ожунь Л. Б.* Понятие массы // УФН. — 1989. — Т. 158, вып. 3. — С. 511.
43. *Толмен Р.* Относительность, термодинамика и космология. — М.: Наука, 1974.
44. *Сивухин Д. И.* Общий курс физики. Механика. — М.: Наука, 1979. — § 20.
45. Советский энциклопедический словарь. — М.: Советская энциклопедия, 1981. — С. 255.
46. *Raund R. V., Rebka I. A.* Apparent Weight of Photons // Phys. Rev. Lett. — 1960. — V. 4. — Issue 7. — P. 337.
47. *Pound R. V., Snider J. L.* Effect of Gravity on Gamma Radiation // Phys. Rev. B. — 1965. — V. 140 — P. 788.
48. *Фейнман Р., Моринго Ф., Вагнер У.* Фейнмановские лекции по гравитации. — М.: Янус-К, 2000.
49. *Фейнман Р.* Статистическая механика: курс лекций. — М.: Мир, 1978.
50. *Вейль Г.* Пространство, время, материя: Лекции по теории относительности. — М.: Янус, 1996.
51. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. — М.—Ижевск, 2001.

52. *де Бройль Л.* Введение в волновую механику. — Харьков-Киев: ОНТИ, Государственное НКТП, Научно-техническое издательство Украины, 1934.
53. *Lamb W.E., Retherford R.C.* Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method // *Phys. Rev.* — 1947. — V. 72. — P. 241–243.
54. *Хелзен Ф., Мартин А.* Кварки и лептоны. — М.: Мир, 1987.
55. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — М.: Государственное издательство физико-математической теории, 1963. — С. 44.
56. *Айзерман М. А.* Классическая механика. — М.: Наука, 1974.
57. *Джеммер М.* Эволюция понятий квантовой механики. — М.: Наука, 1985.
58. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1989.
59. *Сарданашвили Г. А.* Геометрия и классические поля. Современные методы теории поля. Т. 1. — М.: УРСС, 1996.
60. *Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш.* Термодинамика, статистическая физика и кинетика. — Новосибирск: Издательство Новосибирского университета, 2000.
61. *Левич В. Г.* Введение в статистическую физику. — М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950.
62. *Разумов В. Ф.* Лекции по синергетике. Лекция 3. — <http://lion.icp.ac.ru/e-learn/razumov/lecture03/>
63. *Высоцкий М. И.* Лекции по теории электрослабых взаимодействий. — М.: Физматлит, 2011.
64. *Садовский М. В.* Лекции по квантовой теории поля. — Екатеринбург: Институт электрофизики УрО РАН, 2002.
65. *Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д.* К теории сверхпроводимости // *ЖЭТФ.* — 1950. — Т. 20. — С. 1064.

66. *Хуанг К.* Кварки, лептоны и калибровочные поля. — М.: Мир, 1985.
67. *Turner M. S., Tyson J. A.* Cosmology at the Millenium. — 1998. <http://xxx.lanl.gov/pdf/astro-ph/9901113v1>
68. *Cardona J. F., Tejeiro J. M.* Can Interplanetary Measures Bound the Cosmological Constant? // *ApJ*. — 1998. — V. 493. — P. 52.
69. *Tonry J. L. et al.* Cosmological Results from High-z Supernovae // *Astrophys. J*. — 2003. — V. 594. — P. 1–24. — arXiv:astro-ph/0305008v1
70. *Lisi A. G.* An Exceptionally Simple Theory of Everything. <http://arxiv.org/pdf/0711.0770v1.pdf>
71. *Lisi A. G., Weatherall J. O.* A Geometric Theory of Everything // *Scientific American*. — 2010. — V. 303(6). — P. 54–61. — doi:10.1038/scientificamerican1210-54. PMID 21141358.
72. *Лиси Э. Г., Уэтерелл Д. О.* Единая геометрическая теория. пер. О.С. Сажина // *В мире науки*. — 2011. — № 2. — С. 30–39
73. *Толмен Р.* Относительность, термодинамика и космология. — М.: URSS, 2008.
74. *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Строение и эволюция Вселенной. — М.: Наука, 1975.
75. URL: <http://www.astronet.ru/db/msg/1170612/10lec/node3.html>
76. *Sahni V., Starobinsky A.* The case for Positiv Cosmological Λ -term. — arXiv-ph/9904398v219Apr2000
77. *Глинер Э. Б.* Алгебраические свойства тензора энергии-импульса и вакуумоподобные состояния вещества // *ЖЭТФ*. — 1965. — Т. 49, вып. 2(8). — С. 542.
78. *Бисноватый-Коган Г. С.* Релятивистская астрофизика и физическая космология. — М.: КРАСАНД, 2011.
79. URL: <http://www.astronet.ru/db/msg/1176797/node64.html>
80. *Старобинский А. А.* Спектр реликтового гравитационного излучения и начальное состояние Вселенной // *Письма ЖЭТФ*. — 1979. — Т. 30. — С. 719.

81. *Starobinskiĭ A. A.* A new type of isotropic cosmological models without singularity // *Phys. Lett. Ser. B.* — 1980. — V. 91. — P. 99.
82. *Долгов А. Д., Зельдович Я. Б.* Космология и элементарные частицы // *УФН.* — 1980. — Т. 130. — С. 559; *Rev. Mod. Phys.* — 1981. — V. 53, № 1.
83. *Вайнберг С.* Космология. — М.: УРСС, КД «Либроком», 2013.
84. *Сахаров А. Д.* Нарушение *CP*-инвариантности, *C*-симметрия и барионная асимметрия Вселенной // *Письма ЖЭТФ.* — 1967. — Т. 5. — С. 32.
85. *Долгов А. Д., Зельдович Я. Б., Сажин М. В.* Космология ранней Вселенной. — М., 1988.
86. *Сажин М. В.* Современная космология в популярном изложении. — М., 2002.
87. *Горбунов Д. С., Рубаков В. А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. — М.: Издательство ЛКИ, 2012.
88. *Filippenko A. V., Rirss A. G.* Evidence from type Ia Supernovae for an Accelerating Univers. — <http://arxiv.org/astro-ph/0008057>
89. *Rirss A. G. et al.* Supernovae Search Team Collaboration // *Astrophys. J.* — 2004. — V. 607. — P. 665.
90. *Лунде А.* лекция в ФИАНе от 10 июня 2007 года. — elementy.ru/Lib/430484.
91. *Бронников К. А., Рубин С. Г.* Лекции по гравитации и космологии. — М.: МИФИ, 2008.
92. *Wang L., Steinhardt P. J.* Cluster Abundance Constraints on Quintessence Models. — [arXiv.org > astro-ph > arXiv:astro-ph/9804015v1](http://arxiv.org/astro-ph/9804015v1)
93. *Caldwell R. R., Kamionkowski M., Weinberg N. N.* Phantom Energy and Cosmic Doomsday. — [arXiv:astro-ph/0302506](http://arxiv.org/astro-ph/0302506)
94. URL: <http://www.modcos.com/articles.php?id105>

95. *Минасян Л. А.* Единая теория поля. — М.: КомКнига, 2005. — ISBN 5-4S4-G0179-X.
96. *Witten E.* Cosmic separation of phases // *Phys. Rev. D.* — 1984. — V. 30. — P. 272–285.
97. *Шаулов С. Б.* Гипотеза странной кварковой материи в космических лучах: препринт. — ФИАН — № 19. — 2012. — С. 3–42.
98. *Bjorken J. D., McLerran L. D.* Explosive quark matter and the «Centaurus» event // *Phys. Rev. D.* — 1979. — V. 20. — P. 2353.
99. *Farhi E., Jaffe R. L.* Strange matter // *Phys. Rev. D.* — 1984. — V. 30, N 11. — P. 2379–3290.
100. *Madsen J.* Physical properties of stranglets // *Proc. of Strangeness'95.*
101. *Грин Б.* Элегантная Вселенная. — М.: Едиториал УРСС, 2005.
102. *Han K., Ashenfelter J., Chikanian A. et al.* Search for Stable Strange Quark Matter in Lunar Soil // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — V. 103. — P. 092302.
103. *Иваненко Д. Д., Курдгеладзе Д. Ф.* Гипотеза кварковых звезд // *Астрофизика.* — 1965. Т. 1. — С. 479–482.
104. *Прохоров М. Е.* Звезды, кварковые и нейтронные (рус.). — *Astronet.ru* (15.04.2002). Архивировано из первоисточника 5 февраля 2012. Проверено 12 марта 2009.
105. Рождению странных звезд помогает темная материя? — *Elementy.ru* — 2010.
106. Calculations point to massive quark stars. — *physicsworld.com.* — 15.01.2010.
107. *Drake J. J. et al.* Is RX J1856.5-3754 a Quark Star? // *Astrophys. J.* — 2002. — V. 572. — P. 996–1001.
108. *Ho W. C. G. et al.* Magnetic hydrogen atmosphere models and the neutron star RX J1856.5-3754 // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2007. — V. 375. — P. 821–830.
109. *Потехин А. Ю.* Физика нейтронных звезд // *УФН.* — 2010. — Т. 180. — С. 1279–1304.

Учебное издание

Шаулов Сергей Борисович

ВВЕДЕНИЕ В МЕХАНИКУ ВСЕЛЕННОЙ

Редактор *Л. В. Себова*. Корректор *О. П. Котова*.

Подписано в печать 09.10.2015. Формат 60 × 84¹/₁₆.
Усл. печ. л. 17,82. Уч.-изд. л. 17,1. Тираж 100 экз. Заказ 406.

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. +7(495)408–5822, +7(499)744–6512. E-mail: rio@mail.mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. +7(495)408–8430. E-mail: polygraph@mipt.ru