

Ю.Н. Лазарев

**УПРАВЛЕНИЕ
ТРАЕКТОРИЯМИ
АЭРОКОСМИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ**

**САМАРА
САМАРСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
2007**

ББК 39.61
УДК 629.7.015.07

Ю.Н. Лазарев. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов. –
Самара: Самар. науч. центр РАН, 2007. – 274 с.
ISBN 978-5-93424-286-3

В книге обобщены результаты исследования управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Сформулирована задача управления траекториями, рассмотрено состояние проблемы, обосновано применение метода последовательной линеаризации при формировании управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Приведены теоретические основы и алгоритмы формирования многоканального управления траекториями с учётом ограничений на параметры траектории и управляющие зависимости. Изложены результаты решения задач формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов при спуске в атмосфере, движении по суборбитальным траекториям и повороте плоскости орбиты в атмосфере.

Книга предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов, занимающихся исследованием механики полёта и управления движением летательных аппаратов, и может быть полезна специалистам в области управления сложными техническими системами.

Рецензент: д-р физ.-мат.наук, проф. Ю.Ф. Голубев

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Самарского научного центра Российской академии наук

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|-----|
| Предисловие | 5 |
| Введение | 7 |
| Глава 1. Общие вопросы управления траекториями | 15 |
| 1.1. Задача управления траекториями аэрокосмических аппаратов | 15 |
| 1.2. Состояние проблемы управления траекториями аэрокосмических аппаратов | 25 |
| 1.3. Базовый метод формирования управления | 38 |
| 1.4. Модель движения аэрокосмического аппарата | 44 |
| Глава 2. Теоретические основы формирования управления | 48 |
| 2.1. Метод последовательной линеаризации и способ дифференцирования функционалов | 48 |
| 2.2. Конечномерная аппроксимация | 52 |
| 2.3. Решение задачи линейного программирования | 65 |
| 2.4. Учёт ограничений на управление | 71 |
| 2.5. Учёт ограничений на параметры траектории | 75 |
| 2.6. Решение многокритериальной задачи | 81 |
| 2.7. Классификация численных методов | 95 |
| Глава 3. Формирование управления траекториями | 98 |
| 3.1. Требования к алгоритмическому обеспечению | 98 |
| 3.2. Формирование номинального управления | 100 |
| 3.3. Формирование командного управления | 110 |
| Глава 4. Траектории спуска в атмосфере | 118 |
| 4.1. Траектории спускаемого аппарата с несущим корпусом.. | 118 |
| 4.2. Траектории орбитального корабля | 137 |
| 4.3. Формирование траекторий на основе решения многокритериальной задачи | 148 |
| 4.4. Трёхканальное управление траекториями | 164 |
| 4.5. Стохастическое моделирование управления траекториями | 169 |

| | |
|--|-----|
| Глава 5. Суборбитальные траектории | 178 |
| 5.1. Суборбитальные траектории орбитального корабля | 179 |
| 5.2. Суборбитальные траектории орбитального самолёта | 217 |
| 5.3. Траектории суборбитального самолёта | 230 |
| Глава 6. Траектории поворота плоскости орбиты | |
| в атмосфере | 239 |
| 6.1. Траектории манёвра | 239 |
| 6.2. Номинальное двухканальное управление | 244 |
| 6.3. Номинальное трёхканальное управление | 250 |
| Основные обозначения | 259 |
| Список литературы | 261 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

В книге рассмотрена проблема управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Изложение начинается с технической формулировки проблемы, её формализации и выбора математического метода решения. В начале приведены основные результаты исследований из работ других авторов, опубликованных в последние десятилетия и имеющих отношение к рассматриваемой проблеме. Основная часть книги посвящена применению метода последовательной линеаризации при решении задач управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Приведены теоретические основы и методики применения последовательной линеаризации при решении задач многоканального управления с учётом ограничений на режимы движения и управляющие зависимости. Значительная часть книги содержит формулировки и результаты численного решения задач управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Получены закономерности формирования многоканального управления траекториями спуска в атмосфере, траекториями поворота плоскости орбиты в атмосфере и суборбитальными траекториями, построены области достижимости и возможного попадания, расширены представления о манёвренных возможностях аэрокосмических аппаратов.

В книге рассмотрены в основном траектории движения аэрокосмических аппаратов в атмосфере Земли в диапазоне высот между 20 и 100 километрами, в задачах поворота плоскости орбиты в атмосфере отдельные участки траектории находятся на большей высоте. Исследованы как траектории квазистационарного планирования, так и траектории с рикошетами – отражениями от плотных слоёв атмосферы. Сведения и разработки, приведённые в книге, могут быть использованы при расчётах траекторий различных типов летательных аппаратов, в том числе самолётов, а методики решения общих вопросов управления – при решении разнообразных задач управления сложными динамическими системами.

Вне книги осталось описание компьютерного программного обеспечения и вычислительных приёмов, с помощью которых проведено математическое моделирование и получены все приведённые результаты. Рассмотрение вычислительной технологии могло

изменить направленность книги и увести в сторону от рассматриваемой проблемы. Однако именно получение достоверных численных результатов решения задач динамики и управления траекториями аэрокосмических аппаратов представляет значительную трудность. В некоторой степени многие из приведённых в книге сведений имеют отношение к решению задач с помощью вычислительной техники. Эта сторона исследования будет интересна читателю, заинтересованному в получении конкретных конечных результатов.

Книга предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов, занимающихся исследованием механики полёта и управления движением летательных аппаратов, и может быть полезна специалистам в области управления сложными техническими системами.

В книге нашли отражение результаты, полученные автором самостоятельно и совместно с В.Л. Балакиным, Т.А. Баяндиной, М.И. Гераськиным, Е.А. Филипповым. При подготовке рукописи учтены замечания рецензента Ю.Ф. Голубева. Всем им автор выражает благодарность. Результаты исследований, составившие основу книги, получены на кафедре динамики полета и систем управления Самарского государственного аэрокосмического университета. Законченную форму монография обрела в Самарском научном центре Российской академии наук при выполнении федеральной целевой программы «Интеграция науки и высшего образования России». Книга издана на средства губернского гранта в области науки и техники правительства Самарской области.

Автор глубоко признателен академику РАН В.П. Шорину и профессору В.Л. Балакину за многолетнюю поддержку, благодаря которой эта книга написана и издана.

ВВЕДЕНИЕ

Технически развитые страны проводят исследования космического пространства с целью его всестороннего использования при решении экономических и оборонных задач. В современных условиях возрастает важность разработки транспортных космических систем полностью или частично многократного применения, обеспечивающих выполнение целевой задачи полёта с наименьшими затратами.

Рассматриваются три основные технические концепции построения полностью или частично многоразовых транспортных космических систем: ракетно-космические системы для выведения орбитальных космических кораблей; авиационно-космические системы, использующие дозвуковые самолеты-носители; воздушно-космические системы, реализующие гиперзвуковые скорости движения в атмосфере.

Последней ступенью или полезной нагрузкой многоразовых систем является аэрокосмический аппарат. Его форма обеспечивает создание аэродинамической подъёмной силы при движении в атмосфере. Благодаря этому при автономном движении в атмосфере аэрокосмические аппараты обладают большими манёвренными возможностями и могут реализовать траектории спуска с орбиты спутника Земли, суборбитальные траектории и траектории поворота плоскости орбиты в атмосфере. Особенности управления траекториями аэрокосмических аппаратов являются многоканальность управления; наличие многочисленных и разнообразных ограничений на управление, режимы движения, фазовые координаты и параметры аппарата; необходимость учёта характера типичных траекторий движения в атмосфере с отражениями от её плотных слоёв.

Проблема управления траекториями аэрокосмических аппаратов находится в стадии решения. Существующие методы и алгоритмы управления не позволяют полностью реализовать манёвренные возможности аэрокосмических аппаратов при движении в атмосфере. При решении траекторных задач с их помощью затруднительно или невозможно сформировать номинальное многоканальное управление с учётом всех практически важных ограничений. В процессе командного управления в условиях действия априорно

неопределённых возмущений или при возникновении нештатной ситуации эти методы могут оказаться малоэффективными вследствие недостаточной универсальности.

Решение проблемы включает исследование разнообразных подходов к выбору методов и синтезу алгоритмов траекторного управления. Совершенствование наземных и бортовых вычислительных систем позволяет применять при решении задач управления траекториями аэрокосмических аппаратов универсальные численные методы, на основе которых возможна разработка эффективных алгоритмов формирования управления траекториями.

В книге в основу численных методов и алгоритмов управления траекториями аэрокосмических аппаратов положен метод последовательной линеаризации, получивший развитие в нашей стране в конце прошлого века в работах Ю.Ф. Голубева, Р.П. Федоренко, Р.З. Хайруллина и других авторов. При этом подходе формируется методика исследований, сочетающая строго обоснованные научные разработки и эвристические приёмы численного исследования.

В монографии приведены теоретические основы численных методов, описаны алгоритмы формирования номинального и командного управления, представлены результаты математического моделирования процессов формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Исследованы задачи управления траекториями спуска в атмосфере, задачи управления суборбитальными траекториями, а также задачи оптимального управления траекториями поворота в атмосфере плоскости орбиты.

В первой главе рассмотрена проблема формирования многоканального управления траекториями аэрокосмического аппарата. В техническую постановку проблемы включены ограничения на управление, режимы движения, фазовые координаты и параметры аппарата. При этом учтены основные технические требования, которые предъявляются к управлению траекториями аэрокосмических аппаратов и которые могут быть выполнены при формировании управляющих зависимостей средствами программного обеспечения вычислительных комплексов. Приведена математическая формулировка задачи, позволившая обосновать формальный базовый метод решения.

В главе рассмотрено состояние проблемы управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Проанализированы основные

результаты решения проблемы в работах отечественных и зарубежных учёных. На основе анализа существующих методов показана необходимость разработки более совершенных методов управления, позволяющих использовать все присущие аэрокосмическим аппаратам манёврные возможности.

Глава заканчивается анализом базовых методов решения поставленной проблемы, на основе которых возможна разработка численных методов и алгоритмов. В качестве базового обоснован метод последовательной линеаризации, обладающий определёнными достоинствами, как метод поиска в пространстве управлений. Приведена математическая модель движения аэрокосмического аппарата, использовавшаяся при разработке алгоритмов формирования управления и математическом моделировании.

Во второй главе приведены теоретические основы и структура разработанных численных методов формирования многоканального управления траекториями аэрокосмических аппаратов.

В главе представлены известные сведения и разработки автора, использовавшиеся при создании теоретических основ численных методов, алгоритмов и программного обеспечения математического моделирования формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов.

Описан базовый математический метод – метод последовательной линеаризации, а также способ дифференцирования функционалов. Метод последовательной линеаризации заключается в построении последовательности итераций улучшения управления. На каждой итерации в малой окрестности исходного управления вычисляется приращение управляющих зависимостей, позволяющее перейти к улучшенному управлению на основании информации о производных функционалов задачи по управлению.

Рассмотрены методы конечномерной аппроксимации задачи, позволяющие преобразовать исходную задачу к конечномерному виду, пригодному для численного решения. Приведены методы решения задачи линейного программирования, к которой сводится численная процедура применения метода последовательной линеаризации после проведения конечномерной аппроксимации.

Приведены способы учёта ограничений на управление и параметры траектории. Использование метода последовательной линеаризации позволило упростить учёт многочисленных ограничений,

характерных для задач управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Разработаны подходы к решению многокритериальной задачи, к которой часто сводится рассматриваемая проблема управления.

Глава заканчивается описанием общей структуры и классификации численных методов, которые могут быть синтезированы на основе выполненных разработок с учётом специфики задачи.

В третьей главе описаны алгоритмы формирования номинального и командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов, позволяющие решать практические задачи.

В начале главы сформулированы общие требования к алгоритмическому обеспечению, которым должны удовлетворять алгоритмы управления траекториями аэрокосмических аппаратов, предназначенные для реализации наземными и бортовыми вычислительными системами.

Алгоритм формирования номинального управления позволяет рассчитывать управляющие зависимости по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги двигателей с учётом ограничений на управление, режимы движения и фазовые координаты. В зависимости от формулировки задачи алгоритм настраивается на решение основной задачи управления, задачи оптимизации или многокритериальной задачи. Достоинствами алгоритма являются возможность учёта многочисленных и разнообразных ограничений, небольшая чувствительность к начальному приближению управляющих зависимостей, возможность активного воздействия на процесс поиска управления.

Алгоритм командного управления использует теоретические основы и вычислительную технологию формирования номинального управления. Для обеспечения обратной связи при формировании командного управления используется методология многошагового управления. Алгоритм способен парировать возмущения, неучтённые при формировании номинального управления. Алгоритм соединяет достоинства многошагового управления, использующего информацию на основе прогнозирования движения, и метода последовательной линеаризации, использующего информацию о производных контролируемых функционалов задачи по формируемому управлению.

Главы с четвёртой по шестую посвящены описанию результатов математического моделирования. Численное решение задач формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов подтвердило эффективность численных методов на основе последовательной линеаризации, позволило выработать рекомендации по выбору численных параметров алгоритмов и отработать программное обеспечение. На основе математического моделирования решены новые задачи управления траекториями аэрокосмических аппаратов, подтверждено наличие больших манёвренных возможностей аэрокосмических аппаратов.

В главах приведены результаты численного решения задач формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов при спуске в атмосфере с орбиты спутника Земли, при движении по суборбитальным траекториям, а также при повороте плоскости орбиты с использованием аэродинамических сил. Для каждого класса задач приведено общее описание рассматриваемой проблемы и необходимые численные данные. Для многих отдельных задач приведены математические формулировки, позволяющие оценить их сложность.

Численно решались задачи двух типов. К первому типу относятся задачи формирования номинального управления, имеющие известное решение. На сравнении результатов, полученных с использованием численных методов на основе последовательной линеаризации, с известными решениями тех же задач, полученными с помощью принципа максимума, построено, в первом приближении, доказательство практической применимости разработанных методов и алгоритмов.

Ко второму типу относятся новые, более сложные задачи формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Работоспособность методов и алгоритмов подтверждена результатами решения задач, содержащих все ограничения на фазовые координаты, режимы движения и управление, приведённые в технической формулировке проблемы.

В четвертой главе решены задачи формирования номинального и командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов при спуске в атмосфере. В качестве объектов управления рассмотрены спускаемый аппарат с несущим корпусом и орбитальный корабль транспортной космической системы.

Для спускаемого аппарата с несущим корпусом решены задачи формирования двухканального (по углам атаки и крена) номинального оптимального управления, имеющие известные решения, полученные с помощью принципа максимума, а также получены номинальные оптимальные программы одноканального (только по углу крена) и двухканального управления спуском в атмосфере с учётом многочисленных ограничений на фазовые координаты, режимы движения и управление.

Для орбитального корабля приведены результаты решения задач формирования двухканального номинального и командного терминального управления. Показана эффективность алгоритмов при формировании номинального оптимального управления с одним и двумя критериями качества. Сформировано трёхканальное (по углам атаки и крена, а также тяге двигателей) оптимальное терминальное управление, приведены результаты проверки выполнения необходимых условий оптимальности. Подтверждена эффективность многошагового алгоритма командного управления при спуске в условиях действия априорно неопределённых возмущений: отклонений начальных условий движения, аэродинамических характеристик аппарата и параметров атмосферы от расчётных значений, приведены результаты стохастического моделирования.

В пятой главе исследовано управление суборбитальными траекториями орбитального корабля, орбитального самолёта и суборбитального самолёта.

Рассмотрена нештатная ситуация, связанная с прекращением выведения орбитального корабля на орбиту спутника Земли. Исследовано пассивное движение аэрокосмического аппарата, обладающего механической энергией, недостаточной для реализации траектории, близкой к штатной траектории спуска в атмосфере.

Рассмотрены схемы возвращения орбитального корабля после аварийного прекращения выведения на орбиту спутника Земли. Для одного варианта начальных условий, соответствующих уровню механической энергии примерно вдвое меньшему, чем в конце участка выведения, построены области достижимости на сфере приведения без учёта ограничений и с учётом ограничений на перегрузку, удельный тепловой поток в критической точке аппарата и скоростной напор.

Сформировано номинальное управление, приводящее аэрокосмический аппарат к началу участка предпосадочного маневрирования. Показана работоспособность многошагового алгоритма командного управления в задаче приведения аэрокосмического аппарата в ту же область конечных условий движения при наличии возмущений.

Проанализированы закономерности формирования номинального оптимального управления по каналам угла атаки и скоростного угла крена.

Аналогичное исследование проведено для суборбитальных траекторий орбитального самолёта. Рассмотрены траектории возвращения для различных моментов прекращения выведения. Найдено минимальное время движения орбитального самолёта с внешним топливным баком, необходимое для набора энергии, достаточной для формирования суборбитальной траектории возвращения. Начиная с соответствующей этому времени точки на траектории выведения для всех последующих возможно построение областей достижимости. Кроме областей достижимости построены области возможного попадания, характеризующие манёвренные возможности аэрокосмического аппарата для всей траектории выведения. Показаны возможности трёхканального (по углам атаки и крена, а также тяги двигателей) управления.

Рассмотрены траектории суборбитального самолёта, построены области достижимости для двухканального и трёхканального управления траекторией.

В шестой главе рассмотрена задача управления изменением в атмосфере наклона плоскости орбиты аэрокосмического аппарата. Этот манёвр характеризуется тем, что для его выполнения в полном объёме необходимо использование тяги двигателей. Возможность поворота плоскости орбиты в атмосфере является отличительной особенностью аэрокосмических аппаратов, характеризующей их способность совершать сложные манёвры в атмосфере и околоземном космическом пространстве.

В качестве объекта управления рассмотрен воздушно-космический самолет. Решены задачи формирования номинального оптимального двухканального управления, имеющие известные решения, полученные с помощью принципа максимума. Получены номинальные оптимальные программы двухканального управления

движением на атмосферном участке манёвра с учётом ограничений на режимы движения, терминальные условия и управление.

Решены задачи формирования номинального оптимального трёхканального управления без упрощающих допущений об импульсном характере приложения тяги. В качестве критерия оптимальности рассмотрено конечное значение массы аппарата, которое требовалось максимизировать. Получены номинальные оптимальные программы трёхканального управления с протяжёнными активными участками с учётом ограничений на режимы движения, терминальные условия и управление.

Оптимизация трёхканального управления аэрокосмическим аппаратом при изменении наклона плоскости орбиты в атмосфере обеспечила уточнение известных и получение новых результатов без введения допущения об импульсном характере приложения тяги и с учётом ограничений.

ГЛАВА 1

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЯМИ

1.1. Задача управления траекториями аэрокосмических аппаратов

1.1.1. Аэрокосмический аппарат. Развитие аэрокосмической техники, разработка перспективных технологий её использования ставят новые проблемы в области управления траекторным движением летательных аппаратов. В настоящее время разрабатываются, испытываются и находятся в эксплуатации аэрокосмические аппараты различных конструкций и назначения. Аэрокосмический аппарат – летательный аппарат, способный совершать управляемое движение, как в атмосфере, так и в околоземном космическом пространстве, и располагающий достаточно большим (больше единицы) максимальным значением аэродинамического качества на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере. Наличие аэродинамического качества достигается самолётной формой аэрокосмического аппарата, а именно, несущим корпусом и (или) крылом.

К достоинствам аэрокосмических аппаратов относятся возможность использования многоразовых конструкций, снижение максимальных значений перегрузки и тепловой нагрузки при движении в атмосфере, повышение манёвренности и увеличение области достижимости при маневрировании. О перспективности создания новых, более совершенных типов аэрокосмических аппаратов свидетельствуют результаты лётно-конструкторских испытаний и эксплуатации орбитальных кораблей транспортных космических систем «Спейс шаттл» [120] и «Энергия-Буран» [99, 133], орбитального самолёта «Спираль» [97, 105], летающих моделей летательных аппаратов «БОР-4» и «БОР-5» [97, 99]. Обоснованы проекты [133] орбитальных и суборбитальных аэрокосмических аппаратов транспортных космических систем «МАКС», «Хотол», «Зангер», «Гермес», «XL-20», «Хоуп», «Клипер» и других.

Большое значение и наибольшие трудности представляет изучение особенностей и разработка методов формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов на атмосферных уча-

ствах, то есть при полёте ниже условной границы атмосферы, за которую обычно принимают высоту, равную 100 километрам.

Движение аэрокосмических аппаратов в атмосфере характеризуется многорежимностью и наличием разнообразных ограничений, управление траекторией является многоканальным, а требования к точности выполнения заданных конечных условий достаточно высоки. Совершенствование вычислительной техники устраняет препятствия к использованию методов и алгоритмов управления, использующих все имеющиеся у аэрокосмических аппаратов возможности для повышения точности управления и надёжности выполнения манёвров на всех режимах движения в атмосфере и околоземном космическом пространстве, включая нештатные ситуации.

1.1.2. Задача управления. Общая задача управления движением аэрокосмического аппарата заключается в определении параметров траектории и характеристик аппарата (задачи навигации и идентификации), формировании управления движением центра масс (задача управления траекторией или задача наведения) и формировании управления движением относительно центра масс (задачи ориентации и стабилизации) [110].

Решение задачи управления траекторией аэрокосмического аппарата проводится в два этапа. На первом этапе, до начала процесса управления, по каждому из каналов управления формируются номинальные (расчётные) управляющие зависимости, обеспечивающие достижение цели управления в соответствии с выбранными моделями движения. На втором этапе, во время движения, на основе номинальных программ формируются командные управляющие зависимости, обеспечивающие выполнение целевой задачи в реальных условиях функционирования системы управления.

В процессе командного управления задачи навигации и идентификации, наведения, ориентации и стабилизации решаются одновременно. Навигационная информация является необходимой для решения задачи наведения, в результате решения которой формируются управляющие зависимости по отдельным каналам управления траекторией аэрокосмического аппарата. Реализация этих зависимостей осуществляется в результате решения задач ориентации и стабилизации аэрокосмического аппарата относительно центра масс. При разработке систем управления движением аэрокосмических аппаратов на этапе формирования номинальных программ

управления траекторией задачи навигации и идентификации, наведения, ориентации и стабилизации рассматриваются отдельно [110].

Из общей задачи управления выделим для рассмотрения задачу управления траекторией, от решения которой во многом зависит степень использования манёвренных возможностей аэрокосмического аппарата при движении в атмосфере и околоземном космическом пространстве, точность управления и надёжность выполнения манёвров. Будем считать, что ошибки решения задач навигации и идентификации, а также задач ориентации и стабилизации заметно не ухудшают качество управления движением центра масс, достигаемое при идеальной навигации и стабилизации. Управление траекторией аэрокосмического аппарата формируется с учётом ограничений на управляющие зависимости, режимы движения и фазовые координаты.

В дальнейшем под управлением понимается процесс управления траекториями аэрокосмических аппаратов.

1.1.3. Каналы управления и ограничения. При движении в атмосфере управление движением центра масс аэрокосмического аппарата эффективно осуществляется путём изменения угла атаки, скоростного угла крена и тяги двигателей. Небольшие значения угла скольжения и тяги двигателей ориентации не оказывают существенного влияния на траекторию движения в атмосфере. При движении в околоземном космическом пространстве и верхних слоях атмосферы эффективным является только управление с помощью тяги двигателей. В дальнейшем как независимые каналы управления рассматриваются канал угла атаки α , канал скоростного угла крена γ_a и канал секундного расхода топлива β , определяющего величину тяги двигателей.

Изменение угла атаки приводит к изменению направления и величины полной аэродинамической силы в плоскости симметрии аэрокосмического аппарата. При этом изменяются аэродинамическая подъёмная сила и сила лобового сопротивления. Изменение скоростного угла крена меняет только направление полной аэродинамической силы за счёт изменения направления аэродинамической подъёмной силы в плоскости, перпендикулярной вектору воздушной скорости аппарата. На атмосферном участке траектории при достаточном уровне скоростного напора совместное управле-

ние по каналам угла атаки и скоростного угла крена позволяет в полной мере реализовать манёвренные возможности аэрокосмического аппарата.

Ограничения на значения углов атаки и крена, а также ограничения на скорости их изменения определяются характеристиками аэрокосмического аппарата и зависят от текущего участка траектории:

$$\begin{aligned}\alpha_{min}(p) &\leq \alpha \leq \alpha_{max}(p), \\ |\dot{\alpha}| &\leq \dot{\alpha}_{max}(p), \\ |\gamma_a| &\leq \gamma_{a\ max}(p), \\ |\dot{\gamma}_a| &\leq \dot{\gamma}_{a\ max}(p),\end{aligned}\tag{1.1}$$

где p – вектор параметров траектории, от которых зависят конкретные значения ограничений на управляющие воздействия.

В неравенствах (1.1) и в дальнейшем индексами «*min*» и «*max*» обозначены минимальные и максимальные значения соответствующих величин, а точкой – дифференцирование по времени t .

В наибольшей степени ограничены возможности управления по каналу угла атаки, что объясняется, в частности, трудностью обеспечения балансировки аэрокосмического аппарата по углу тангажа на участках траектории с неблагоприятными характеристиками аппарата по устойчивости и управляемости.

Использование тяги маршевых двигателей или двигателей орбитального маневрирования расширяет возможности управления траекториями аэрокосмических аппаратов в атмосфере, а в разреженных слоях атмосферы и в околоземном космическом пространстве канал управления тягой является единственно эффективным. В дальнейшем направление вектора тяги относительно корпуса аэрокосмического аппарата будем считать постоянным, а его величину – переменной. Максимальная величина тяги и скорость её изменения определяются характеристиками двигателей, ограничения на секундный расход топлива имеют вид

$$\begin{aligned}0 &\leq |\beta| \leq \beta_{max}, \\ \dot{\beta}_{min} &\leq |\dot{\beta}| \leq \dot{\beta}_{max}.\end{aligned}\tag{1.2}$$

1.1.4. Ограничения на режимы движения и фазовые координаты. Траектория движения аэрокосмического аппарата должна удовлетворять требованиям, связанным с техническими характеристиками конструкции, целевой задачей полёта и физическими возможностями экипажа. Наиболее сложным с точки зрения выполнения ограничений на режимы движения является атмосферный участок траектории. К основным ограничениям, накладываемым на режимы движения в атмосфере конструкцией аэрокосмического аппарата, относятся ограничения на максимальные значения скоростного напора, перегрузки и температуры конструкции. Ограничение на перегрузку определяется не только прочностными характеристиками конструкции, но и физическими возможностями экипажа и задаётся как ограничение на проекции вектора перегрузки на оси системы координат, связанной с аэрокосмическим аппаратом. Перечисленные ограничения имеют вид

$$\begin{aligned} q_{\max} - q_{\text{дон}} &\leq 0, \\ n_{x\max} - n_{x\text{дон}} &\leq 0, \\ n_{y\max} - n_{y\text{дон}} &\leq 0, \\ q_{T\max} - q_{T\text{дон}} &\leq 0, \end{aligned} \tag{1.3}$$

где q – скоростной напор; n_x и n_y – проекции вектора перегрузки на продольную и нормальную оси связанной системы координат; q_T – удельный тепловой поток в критической точке аппарата, определяющий величину температуры конструкции.

В неравенствах (1.3) и в дальнейшем индексом «дон» обозначены допустимые значения соответствующих величин.

При совершении манёвра с использованием двигателей в качестве ограничения, накладываемого конструкцией аэрокосмического аппарата, следует рассматривать также массу топлива m_T , которую можно израсходовать. Это ограничение имеет вид

$$m_T - m_{T\text{дон}} \leq 0. \tag{1.4}$$

Траекторные ограничения, определяемые целевой задачей полёта, связаны с ограничениями на текущие и конечные значения

фазовых координат центра масс аэрокосмического аппарата. Рассмотрим два вида траекторных ограничений.

Во-первых, траекторные ограничения могут быть заданы как ограничения на значения фазовых координат в точках траектории, определяемых моментами времени $t'_i \in [0, T]$ ($i = 1, \dots, n$), где T – продолжительность манёвра, n – количество траекторных ограничений. В дальнейшем для сокращения записи выражений индекс i и пределы его изменения опущены. При использовании неинерциальной траекторной системы координат эти ограничения имеют вид

$$\begin{aligned}
 V(t') - V_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \theta(t') - \theta_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \chi(t') - \chi_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 H(t') - H_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \varphi(t') - \varphi_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \lambda(t') - \lambda_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0,
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

где V – скорость аэрокосмического аппарата относительно Земли, θ – угол наклона траектории, χ – угол пути, H – высота над поверхностью Земли, φ и λ – геоцентрические широта и долгота.

Отметим, что каждая фазовая координата может иметь любое количество допустимых значений в различных точках траектории. Если ограничения наложены на конечные значения фазовых координат ($t' = T$), то рассматриваемые траекторные ограничения называются терминальными.

Во-вторых, траекторные ограничения могут задаваться как ограничения на величину отклонений фазовых координат от требуемых значений в любой точке траектории в виде

$$\begin{aligned}
 \Delta V(t') - \Delta V_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \Delta \theta(t') - \Delta \theta_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \Delta \chi(t') - \Delta \chi_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \Delta H(t') - \Delta H_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \Delta \varphi(t') - \Delta \varphi_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0, \\
 \Delta \lambda(t') - \Delta \lambda_{\text{дон}} &\leq (\geq) 0,
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

где

$$\begin{aligned}\Delta V(t') &= |V(t') - V_{\text{треб}}|, \\ \Delta \theta(t') &= |\theta(t') - \theta_{\text{треб}}|, \\ \Delta \chi(t') &= |\chi(t') - \chi_{\text{треб}}|, \\ \Delta H(t') &= |H(t') - H_{\text{треб}}|, \\ \Delta \varphi(t') &= |\varphi(t') - \varphi_{\text{треб}}|, \\ \Delta \lambda(t') &= |\lambda(t') - \lambda_{\text{треб}}|.\end{aligned}$$

Здесь и в дальнейшем индексом «*треб*» обозначены требуемые значения соответствующих величин. Смысл момента времени t' тот же, что и в (1.5).

В качестве ограничений могут рассматриваться ограничения на продолжительность T манёвра:

$$T - T_{\text{дон}} \leq (\geq) 0, \quad (1.7)$$

$$\Delta T - \Delta T_{\text{дон}} \leq (\geq) 0, \quad (1.8)$$

где $\Delta T = T - T_{\text{треб}}$.

1.1.5. Оптимизация управления. Наилучшее использование манёвренных возможностей аэрокосмического аппарата обеспечивает решение задачи формирования управления движением как задачи оптимизации.

Номинальное оптимальное управление формируется при исследовании предельных манёвренных возможностей аэрокосмических аппаратов [63, 65, 151, 153]. Критериями оптимальности являются конечные значения времени манёвра, массы аэрокосмического аппарата, фазовых координат и их отклонений от требуемых значений, а также параметры траектории, связанные с режимами движения в атмосфере.

Командное управление формируется в условиях действия возмущений, неучтённых при формировании номинального управления [87, 110]. Критериями оптимальности, как правило, являются отклонения терминальных условий от требуемых значений.

При однокритериальной оптимизации управления в качестве оптимизируемого параметра (критерия оптимальности, критерия качества управления) выступает один параметр, а на остальные могут быть наложены ограничения. Таким параметром может быть одна из фазовых координат, один из параметров, характеризующих режим движения, масса топлива или время, а также их отклонения от требуемых значений.

В общем случае целью управления является приведение аэрокосмического аппарата в заданную область фазовых координат при выполнении ограничений на режимы движения в атмосфере. При этом желательно, чтобы отклонения конечных условий движения от требуемых значений, а также максимальные значения скоростного напора, перегрузки и удельного теплового потока в критической точке аппарата были минимальными. Задача одновременной минимизации некоторой совокупности частных критериев оптимальности соответствует задаче многокритериальной (векторной) оптимизации. Минимумы отдельных частных критериев в общем случае достигаются при разных управляющих зависимостях, поэтому дополнительно возникает необходимость выбора правила принятия решения.

1.1.6. Учёт случайных возмущений. Задача управления может формулироваться как стохастическая или детерминированная. Отклонения начальных условий движения от заданных, некоторые характеристики аэрокосмического аппарата, как объекта управления, а также характеристики внешних условий являются неконтролируемыми неопределёнными факторами, поскольку их статистическое описание либо неизвестно, либо известно недостаточно полно. Априорная информация ограничивается обычно лишь пределами изменения неопределённых параметров. Методы и алгоритмы, разработанные с учётом случайного характера величин, входящих в формулировку задачи, обеспечивают высокоточное управление в штатном варианте выполнения манёвра [87, 92].

Использование детерминированной формулировки задачи приводит к более общим методам и алгоритмам формирования управления [65, 69, 151, 153]. При таком подходе случайные отклонения величин от их расчётных значений рассматриваются как возмущения, влияние которых на качество управления подлежит отдельному исследованию.

В монографии рассматривается задача управления в детерминированной постановке, то есть считается, что существует необходимая априорная информация о начальных условиях движения, объекте управления и внешних условиях в виде номинальных значений параметров траектории, характеристик аэрокосмического аппарата и параметров стандартной атмосферы, а также пределов их изменения. Влияние априорно неопределённых факторов исследуется путём математического моделирования возмущённого движения. Считается, что управление траекторией аэрокосмического аппарата осуществляется в условиях действия следующих основных возмущающих факторов [153]: начальных возмущений (отклонений начальных условий движения от заданных значений), отклонений внешних условий (отклонений характеристик атмосферы от стандартных), отклонений параметров аппарата (отклонений аэродинамических характеристик от расчётных), ошибок реализации управляющих зависимостей.

1.1.7. Формулировка задачи управления. Задача управления траекториями аэрокосмических аппаратов имеет следующую общую техническую формулировку.

Известны номинальные характеристики аэрокосмического аппарата и расчётные начальные условия движения, определены цель и критерии качества управления. Требуется сформировать номинальное и командное управление траекторным движением по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги двигателей с учётом ограничений на управление, параметры траектории, фазовые координаты, массу топлива, время манёвра и оптимизирующее выбранные критерии качества управления.

Математически рассматриваемая задача управления формулируется следующим образом.

Задана математическая модель движения в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1.9)$$

с начальным условием

$$x(0) = x_0, \quad (1.10)$$

где $f = (f_1, \dots, f_n)^T$ – вектор-функция правых частей уравнений движения размерности n ; $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ – вектор фазовых координат размерности n ; $u = (u_1, \dots, u_r)^T$ – вектор управляющих зависимостей размерности r .

Требуется определить управление $u(t)$ на отрезке времени $[0, T]$ для системы (1.9) с начальным условием (1.10), удовлетворяющее ограничениям на управление

$$u(t) \in U, \quad \dot{u}(t) \in \dot{U} \quad \text{при всех } t \in [0, T], \quad (1.11)$$

ограничениям на функционалы

$$F_j[u(t)] \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (1.12)$$

и минимизирующее функционалы

$$F_0[u(t)] = \{F_0^k[u(t)], k = 1, 2, \dots, K\}. \quad (1.13)$$

Функционалы F_j ($j = 1, 2, \dots, m$) и F_0^k ($k = 1, 2, \dots, K$) рассматриваются как неявные зависимости управляющих воздействий $u(t)$, поэтому в общем случае запись $F[u(t)]$ выражает принципиальную возможность вычислить F по известной зависимости $u(t)$. В конкретных задачах численные значения функционалов (1.12) и (1.13) соответствуют значениям левых частей неравенств (1.3) – (1.8), задающих ограничения на фазовые координаты и параметры траектории. Время T фиксируется, если на продолжительность манёвра накладываются ограничения вида (1.7) или (1.8).

Техническая формулировка задачи управления траекториями аэрокосмических аппаратов является достаточно общей, поскольку включает основные виды практически важных ограничений и предполагает использование физически реализуемых каналов управления. Математическая запись условий задачи позволяет выбрать базовый метод решения. Сформулированная многокритериальная задача в частных случаях приводится к задаче однокритериальной оптимизации или основной задаче управления [124].

1.2. Состояние проблемы управления траекториями аэрокосмических аппаратов

1.2.1. Последовательность решения. Проблема управления траекторным движением аэрокосмических аппаратов является одной из актуальных до конца не исследованных проблем динамики и управления движением летательных аппаратов. Трудности её решения связаны с большими манёвренными возможностями аэрокосмических аппаратов, реализация которых во многом зависит от систем управления, функционирующих в условиях действия возмущений при наличии многочисленных и разнообразных ограничений. Преодолению этих трудностей способствует накопленный опыт формирования траекторий, разработки алгоритмов управления и создания систем управления движением спускаемых аппаратов баллистического и полубаллистического (скользящего) типов, а также космических летательных аппаратов с большим аэродинамическим качеством (аэрокосмических аппаратов) [1, 2, 3, 63, 65, 69, 87, 91, 93, 110, 122, 127, 137, 151, 153].

Значительный вклад в исследование проблемы управляемого движения летательных аппаратов в атмосфере и околоземном космическом пространстве внесли российские учёные В.Л. Балакин, Ю.Ф. Голубев, Н.М. Иванов, Е.Ф. Каменков, А.А. Лебедев, В.В. Малышев, Д.Е. Охоцимский, Ю.Г. Сихарулидзе, В.А. Ярошевский и другие, а также коллективы Института прикладной математики РАН, Центрального аэрогидродинамического института, Центрального научно-исследовательского института машиностроения, научно-производственных объединений «Энергия», «Молния», других организаций. О высоком уровне научных и технических разработок отечественных учёных и специалистов свидетельствуют успешные запуски и посадки летающей орбитальной модели «Бор-4» и летающей суборбитальной модели «Бор-5», а также орбитального корабля «Буран», совершившего спуск с околоземной орбиты в атмосфере и посадку на взлётно-посадочную полосу в автоматическом режиме. Достижения зарубежных учёных в этой области воплотились в системе управления спуском орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл».

При решении задач управления траекториями летательных аппаратов сложилась последовательность проведения исследований

[64]. Сначала исследуются возможные траектории движения, выбираются основные проектно-баллистические характеристики аппарата и рассчитываются номинальные (расчётные) программы управления. Затем проводится анализ возмущённых траекторий, и разрабатываются алгоритмы командного управления, обеспечивающие выполнение целевой задачи в условиях действия априорно неопределённых возмущений.

Создание и совершенствование аэрокосмических аппаратов привело к необходимости рассмотрения всего комплекса задач, связанных с движением в атмосфере и околоземном космическом пространстве и достаточно глубоко исследованных для аппаратов баллистического и полубаллистического типов. Рассмотрим основные результаты, полученные в последние десятилетия при решении проблемы управления движением аэрокосмических аппаратов, а также результаты исследований, проведённых для спускаемых аппаратов других типов, но имеющих существенное значение при изучении траекторий аэрокосмических аппаратов.

1.2.2. Траекторные задачи. Аэрокосмические аппараты в автономном движении могут реализовать орбитальные и суборбитальные траектории, траектории поворота плоскости орбиты в атмосфере, траектории спуска с орбиты. На атмосферных участках траекторий аэрокосмические аппараты могут двигаться в режиме квазистационарного планирования или с отражениями (рикошетами) от нижних, более плотных слоёв атмосферы.

При движении в атмосфере реализуются манёвренные возможности аэрокосмических аппаратов, обусловленные его аэродинамической формой. Основной проектно-баллистической характеристикой аэрокосмического аппарата, определяющей возможные режимы движения в атмосфере, является располагаемое аэродинамическое качество, которое на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере может иметь значения от 0,7 у аппаратов с несущим корпусом до 2,5 и более у аппаратов самолётной формы (с несущим корпусом и (или) крылом) [64].

Достижение целей управления во многом зависит от качества номинальных (расчётных) управляющих зависимостей. При решении траекторных задач обычно требуется сформировать номинальные программы управления, которые обеспечивают экстремум выбранного показателя качества (критерия оптимальности). Результа-

ты решения таких задач применительно к аэрокосмическим аппаратам обобщены в монографиях [63–65, 151, 153]. В качестве критериев оптимальности приняты конечные значения продольной и боковой дальностей спуска, скорости, максимальной перегрузки и максимальной температуры поверхности летательного аппарата, а также время, затрачиваемое на совершение манёвра.

В [151] решены задачи формирования номинального оптимального управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере. В качестве критерия оптимальности принята боковая дальность спуска. Максимизация этого критерия с учетом ограничения на величину конечной продольной дальности позволило построить области достижимости (области возможного манёвра) аппарата на поверхности приведения, которые являются основным показателем, характеризующим манёвренные возможности аэрокосмического аппарата при спуске в атмосфере.

При отсутствии ограничений на режимы движения с помощью принципа максимума получены оптимальные программы изменения коэффициента аэродинамической подъёмной силы и скоростного угла крена. Траектории, соответствующие оптимальному двухканальному управлению, имеют несколько рикошетов. Поскольку численное решение краевой задачи, приводящее к определению оптимальных управляющих зависимостей, связано с большими трудностями, предложены приближённо-оптимальные программы угла крена непрерывного и кусочно-постоянного видов.

Введение ограничения на температуру поверхности аэрокосмического аппарата, определяемое принятой системой теплозащиты, существенно изменяет размеры области достижимости и вид номинальных программ управления. В этом случае траектория спуска в атмосфере состоит из участков движения, когда температура поверхности находится внутри области ограничения, и участка движения по ограничению.

Для одноканального управления исследовано влияние ограничения на температуру поверхности аэрокосмического аппарата на номинальную оптимальную управляющую зависимость угла крена при постоянном угле атаки. Если при отсутствии ограничений оптимальное значение угла крена монотонно уменьшается, то при наличии температурного ограничения может иметь место ярко выраженный минимум зависимости угла крена от скорости. В [109]

предложена кусочно-постоянная зависимость угла крена, состоящая из трёх участков и обеспечивающая выполнение ограничения на температуру при максимизации боковой дальности спуска.

В [104] в рамках гипотезы квазистационарного планирования рассмотрено управляемое движение аэрокосмического аппарата в атмосфере. Исследованы начальный и конечный участки траектории спуска в атмосфере, получены предельные соотношения для фазовых координат и управляющих функций, приведена зависимость максимальной боковой дальности спуска от располагаемого аэродинамического качества.

В [63] решены задачи формирования номинального оптимального управления движением аэрокосмического аппарата при спуске в атмосфере из условия минимизации массы тепловой защиты. В качестве критерия оптимальности принято количество тепла, подведённого к аппарату при движении в атмосфере. Учтены ограничения на максимальное значение перегрузки и, частично, на конечные условия движения. С помощью принципа максимума получено оптимальное одноканальное (по углу крена) и двухканальное (по углам атаки и крена) управление, удовлетворяющее всем условиям задачи.

Задача оптимального управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере из условия минимизации аэродинамического нагрева при выполнении заданных граничных условий по всем фазовым координатам решена в [24]. Полученные оптимальные зависимости углов атаки и крена имеют ярко выраженный колебательный характер, а траектория спуска в атмосфере имеет несколько рикошетов.

Монография [65] посвящена комплексному исследованию оптимальных траекторий и режимов движения в атмосфере Земли и других планет Солнечной системы, имеющих атмосферу. Рассмотрено управление углом крена и углом атаки. Решены задачи формирования номинального управления, максимизирующего коридор входа в атмосферу, дальность спуска и конечную высоту, а также минимизирующего суммарный тепловой поток, максимальную температуру поверхности, максимальную перегрузку, дальность спуска и конечную скорость аэрокосмического аппарата. Задачи оптимального управления решены как без ограничений на фазовые координаты, так и с их учётом.

Формированию номинальных оптимальных программ управления спуском в атмосфере по каналам угла атаки и угла крена с помощью метода последовательной линеаризации и его модификаций посвящены работы [42–50, 147]. В качестве критериев оптимальности номинального управления приняты продольная и боковая дальности спуска, максимизация которых позволила построить области достижимости на заданной конечной высоте. При формулировке задач оптимального управления учтены ограничения на фазовые координаты и расход ресурса. Полученные номинальные оптимальные траектории имеют ярко выраженный колебательный характер.

Теоретический анализ и результаты численных исследований, проведённые в рассмотренных работах с помощью принципа максимума и метода последовательной линеаризации, показали, что оптимальные зависимости угла атаки (коэффициента аэродинамической подъёмной силы) и угла крена совершают «быстрые» колебания относительно некоторых средних, относительно медленно меняющихся по времени значений. Соответствующие оптимальные номинальные траектории спуска имеют значительное число рикошетов – отражений от относительно плотных слоёв атмосферы. Оптимизации номинальных рикошетирующих траекторий аэрокосмических аппаратов при входе в атмосферу посвящены работы [42, 43, 47–50, 143–146].

В [16] для аэрокосмических аппаратов предложена и обоснована общая структура номинальных программ угла крена при спуске в атмосфере. Показано, что подбором нескольких параметров кусочно-линейной зависимости угла крена от времени можно устранить колебания траектории спуска и обеспечить приведение аэрокосмического аппарата в конечную область с требуемым значением боковой дальности. Полученные номинальные программы использовались как опорные при формировании командных управляющих зависимостей.

Вопросы формирования номинального управления, обеспечивающего выполнение манёвра поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата в атмосфере, рассмотрены в [5, 6, 53, 63, 151]. В этих работах оптимальное управление сформировано с помощью принципа максимума при допущении об импульсном характере приложения тяги двигателей.

В [151] в качестве управляющих зависимостей приняты зависимости угла атаки и скоростного угла крена от времени. Требовалось сформировать номинальное двухканальное управление на атмосферном участке траектории манёвра, минимизирующее суммарные энергетические затраты при заданном угле поворота плоскости орбиты. Получены оптимальные и предложены приближённо-оптимальные управляющие зависимости. Показано, что для решения задачи в общем виде необходимо установить зависимость максимальной скорости при вылете из атмосферы после изменения угла пути от условий входа в атмосферу при заданном значении угла поворота плоскости орбиты.

В [5, 6, 53] в качестве оптимизируемого функционала принято изменение угла пути за время движения в атмосфере. В [5, 53] получены номинальные управляющие зависимости углов атаки и крена без учёта возможных ограничений на режимы движения. В [6] определено оптимальное и приближённо-оптимальное номинальное управление углами атаки и крена с учётом ограничений на максимальные значения перегрузки и температуру поверхности в критической точке аппарата. Оценено влияние различных ограничений на величину выигрыша в затратах топлива при использовании манёвра поворота плоскости орбиты в атмосфере по сравнению с ракетодинамическим манёвром.

В [63] с целью упрощения анализа и выявления основных закономерностей решение общей задачи разделено на два этапа. На первом этапе установлена зависимость максимальной скорости вылета от условий входа в атмосферу при заданном угле поворота плоскости орбиты. На втором этапе с использованием полученных результатов решена задача минимизации суммарных энергетических затрат. Задача формирования двухканального (по углам атаки и крена) управления решена из условия максимизации скорости вылета из атмосферы при ограничениях на управляющие зависимости и максимальные значения перегрузки и температуры поверхности аппарата, а также с учётом ограничений на конечные условия движения.

По результатам теоретических исследований и численных расчётов манёвра поворота плоскости орбиты в атмосфере выявлены следующие характерные особенности номинального оптимального управления:

при отсутствии ограничений траектория резко несимметрична относительно точки выравнивания (нижней точки атмосферного участка), сначала траектория более крутая, а к моменту вылета из плотных слоёв атмосферы становится более полой;

основной поворот плоскости орбиты всегда реализуется в окрестности минимальной высоты полёта, при этом величина угла атаки такова, что аэродинамическое качество имеет максимальное значение, а угол крена зависит от требуемого угла поворота плоскости орбиты;

потери скорости на атмосферном участке траектории пропорциональны отношению потребного угла поворота плоскости орбиты к значению максимального располагаемого аэродинамического качества;

при наличии ограничений оптимальная траектория в общем случае состоит из участков движения по ограничениям и внутри допустимой области;

при минимизации суммарных энергетических затрат показано, что наименьшее значение характеристической скорости реализуется при входе летательного аппарата в атмосферу с возможно меньшими значениями модуля угла наклона траектории.

Таким образом, для аэрокосмических аппаратов наиболее полно исследованы оптимальные траектории спуска в атмосфере и рикошетирующие траектории, менее полно – траектории поворота плоскости орбиты в атмосфере и суборбитальные траектории. Актуальной остаётся задача формирования номинального многоканального управления, удовлетворяющего ограничениям на режимы движения в атмосфере и пригодного для использования в качестве начального приближения командного управления.

1.2.3. Задачи командного управления. Большое количество исследований и разработок посвящено различным вопросам управления траекториями спускаемых аппаратов в атмосфере в реальном времени. Приведём основные результаты разработок алгоритмов командного управления аэрокосмическими аппаратами.

Методы формирования командного управления разделяются на методы управления, использующие номинальные траектории, методы с прогнозированием траектории и точки посадки и комбинированные методы, использующие как номинальную траекторию, так и прогнозирование реального движения.

Методы, использующие номинальные траектории, разделяются на методы, основанные на отслеживании номинальной траектории, и методы, использующие коэффициенты влияния. В обоих случаях предварительно, до начала процесса управления, вычисляются основные параметры движения для расчётных условий входа аппарата в атмосферу, номинальных характеристик летательного аппарата и стандартной атмосферы, которые хранятся в бортовом запоминающем устройстве. Информация об отклонениях параметров от номинальных значений используется для формирования управляющих корректирующих воздействий либо возвращающих аппарат на номинальную траекторию (методы отслеживания номинальной траектории), либо для его перевода на новую траекторию, приводящую аппарат в заданный район посадки (методы управления с помощью коэффициентов влияния).

Методы управления, использующие номинальные траектории, просты в реализации и не предъявляют высоких требований к бортовой вычислительной системе. Эти методы обеспечивают достаточную точность выполнения целевой задачи и хорошее качество управления движением, как правило, при небольших отклонениях параметров траектории от номинальных значений. Возможности методов, использующих номинальные траектории, значительно расширяются в случае использования переменных коэффициентов влияния.

Для спускаемого аппарата с несущим корпусом в [108] исследован алгоритм одноканального управления. Корректирующие добавки к номинальной зависимости угла крена вычисляются в зависимости от разности между измеряемыми значениями параметров и их значениями для номинальной траектории. К особенностям данного подхода относится неопределённость в выборе числа и моментов времени проведения коррекций управления, а также необходимость введения аппроксимации для параметров управляющей зависимости при изменении характеристик предпусковой орбиты.

Методы управления, основанные на прогнозировании траектории, разделяются на методы с прогнозированием на основе численного интегрирования уравнений движения в ускоренном масштабе времени и на методы с прогнозированием в замкнутой форме по аналитическим решениям уравнений движения. Прогнозирование на основе численного интегрирования уравнений движения преду-

смаатривает использование бортовой вычислительной системы с большой памятью и высоким быстродействием. Прогнозирование в замкнутой форме основано на функциональных зависимостях управляемых переменных (например, продольной и боковой дальностей полёта, угла пути и других) от текущих параметров движения. В целом управление с прогнозированием траектории движения обеспечивает гибкость управления и позволяет осуществить эффективное управление аэрокосмическим аппаратом в широком диапазоне условий полёта.

В [57] рассмотрено одноканальное (по углу крена) управление спуском аэрокосмического аппарата. Заданная продольная дальность спуска выдерживается за счёт соответствующего выбора модуля угла крена, а угол пути и боковая дальность – за счёт изменения знака угла крена (перекладок по крену). Решена задача о минимальном числе перекладок при нефиксированном значении конечного угла пути, показано, что для практически реализуемого уровня действующих возмущений оно не превышает четырёх. Предложен алгоритм осуществления перекладок при решении задачи об управлении траекторией аппарата при фиксированном значении конечного угла пути.

В работах [33, 72, 99, 102, 119, 128, 142] приведены основные результаты исследований аэродинамики, динамики и управления движением в атмосфере, а также вопросы управления при аварийном спасении экипажа орбитального корабля многоразового использования «Буран».

Методы прогнозирования траектории спуска в атмосфере рассмотрены в [128]. До высоты 40 км орбитальный корабль управляется автономной инерциальной системой наведения. На этом участке траектории спуска при формировании командного управления используются результаты априорного прогноза, который включает расчёт номинальной траектории до начала спуска и ее уточнение после исполнения тормозного импульса.

Ниже высоты 40 км после восстановления радиосвязи осуществляется радионаведение по маякам, расположенным вблизи аэродрома. На участке спуска между высотами полёта 40 км и 20 км с помощью методов оперативного прогноза выполняется несколько последовательно уточняемых прогнозов траектории. Для контроля реальной траектории спуска используются области допустимого

манёвра, которые строятся заранее. Первая область располагается в начале участка предпосадочного маневрирования на высоте 20 км. Заключительный участок спуска от высоты 40 км до высоты 20 км для штатного варианта и для манёвра возврата подробно рассмотрен в [102].

В работе [99] описано управление спуском в атмосфере орбитального корабля «Буран». Управление движением центра масс осуществляется изменением полного вектора аэродинамических сил. Зависимость угла атаки задается в виде функции текущего значения числа Маха, поэтому управление движением центра масс орбитального корабля практически осуществляется изменением скоростного угла крена, модулем которого задаётся движение в продольном направлении (вертикальная составляющая подъёмной силы), а знак выбирается таким, чтобы горизонтальная составляющая подъёмной силы приводила к уменьшению текущего бокового промаха.

Текущими управляемыми параметрами являются оставшаяся дальность спуска и угловой промах по направлению. Управление движением в продольном направлении происходит на базе формирования и отслеживания попадающей траектории, для которой прогнозируемая дальность соответствует действительной оставшейся дальности и которая обеспечивает приведение орбитального корабля в заданную конечную область на высоте 20 км. Попадающая траектория формируется в виде программной зависимости продольной перегрузки от скорости, то есть программы торможения, что позволяет учитывать все ограничения, накладываемые на параметры движения, определять прогнозируемую дальность спуска по аналитическим соотношениям без интегрирования на борту уравнений движения.

Высокая надёжность системы управления спуском в атмосфере орбитального корабля «Буран» была подтверждена в беспилотном полёте с полной автоматизацией всех динамических операций.

В работах [96, 136, 138] рассмотрены алгоритмы управления спуском орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл», основанные на использовании прогноза профиля траектории в плоскости «перегрузка-скорость» и решении соответствующей обратной задачи динамики полета. Управление полётом

производится так, чтобы выдерживалась расчётная зависимость продольного ускорения от скорости полёта или от энергии.

Система управления на основании информации о потребной и прогнозируемой дальности до места посадки аналитически вычисляет программу управления аэродинамическим сопротивлением. Программные значения аэродинамического сопротивления сравниваются с текущими значениями, их рассогласование определяет управляющее воздействие.

Проведённое предполётное математическое моделирование и послеполётные анализы состоявшихся запусков орбитальных кораблей транспортной космической системы «Спейс шаттл» показали хорошее качество процесса управления траекторией спуска в атмосфере [96, 120].

В монографии [110] разработан многошаговый алгоритм управления космическим аппаратом при входе в атмосферу с прогнозированием параметров движения, который позволяет регулировать отклонения как в продольном, так и в боковом направлениях. В основу алгоритма решения задачи управления движением центра масс положен метод параметризации опорной зависимости угла крена с помощью модулирующих функций. Двухпараметрическое семейство функций выбирается таким образом, чтобы подбором свободных параметров можно было удовлетворить условиям приведения аппарата в точку посадки с заданными координатами.

В [16, 17] исследованы многошаговые алгоритмы формирования командного управления углом крена при спуске аэрокосмического аппарата в атмосфере. Показано, что алгоритмы обеспечивают приведение аппарата в заданную область конечных значений боковой и продольной дальностей при условии идеальной навигации и стабилизации в условиях действия возмущений: вариаций плотности атмосферы и отклонений значений аэродинамических коэффициентов лобового сопротивления и подъёмной силы от их номинальных значений.

Многошаговое терминальное управление с идентификацией и прогнозированием параметров при спуске космического аппарата в атмосфере исследовано в [125]. Вопросы формирования многошагового терминального управления с параметрической идентификацией и уточнением навигационной информации при спуске аэрокосмического аппарата рассмотрены в [8-10].

Математическое моделирование показало, что рассмотренные многошаговые методы управления обеспечивают высокую методическую точность приведения аэрокосмического аппарата в заданную область. Однако при решении задачи управления с использованием прогнозирования движения аппарата возникают, по крайней мере, две трудности. Первая из них связана с решением краевой задачи при выборе управления с помощью модулирующей функции. Краевая задача включает расчёт отклонения прогнозируемой точки приведения от заданной, оценивание влияния параметров алгоритма управления на величину конечного промаха и вычисление параметров модуляции. Вторая трудность связана с необходимостью наличия на борту точной навигационной информации и достоверных данных о реализовавшихся значениях аэродинамических характеристик аппарата и реальном состоянии атмосферы, используемых при прогнозировании.

Комбинированные методы позволяют получать решения задачи синтеза управления, обладающие инвариантными свойствами [149]. В пространстве фазовых координат строится некоторое многообразие, обладающее тем свойством, что все траектории, лежащие в нём, проходят через заданную конечную точку. Условия принадлежности траектории к данному многообразию, то есть условия инвариантности, дают возможность получить в ряде случаев в аналитической форме зависимость управления от фазовых координат и измеряемых компонентов вектора перегрузки. При этом нет необходимости непосредственно измерять возмущения.

Не парируемое автономной системой управления рассеивание точек приведения возникает вследствие ошибок определения параметров движения автономной системой навигации. В [101] предлагается алгоритм неавтономного терминального управления углом крена и аэродинамическим качеством аэрокосмического аппарата после восстановления радиосвязи, основанный на информации о взаимном положении аппарата и радиомаяка и прогнозе конечного состояния движения.

В монографии [69] исследованы алгоритмы неавтономного управления движением спускаемого аппарата на участке радионаведения. Одна группа алгоритмов основана на использовании радиолокационной станции и наземного вычислительного комплекса, а другая – на использовании всенаправленного радиомаяка, нахо-

дящегося в точке посадки. Эти алгоритмы обладают малыми динамическими ошибками и обеспечивают высокую точность приведения аппарата в заданный район.

В [32] предложен общий метод построения предельных областей допустимых начальных положений аэрокосмического аппарата при его спуске в атмосфере. Для одного варианта параметров эллиптической предспусковой орбиты и одноканального (по углу крена) квазиоптимального управления движением в атмосфере построены области возможного спуска. Области ограничены множеством начальных точек на орбите спутника Земли и при входе в атмосферу, из которых возможно приведение летательного аппарата в заданный район, как при номинальных условиях полёта, так и при наличии возмущающих факторов.

Рассмотренные методы формирования командного управления разработаны для детерминированной постановки задачи управления. В отличие от этих методов в ряде работ, например [87], рассмотрены методы синтеза стохастического оптимального управления конечным состоянием объекта по неполным данным. Модель процесса спуска в атмосфере построена в предположении, что возмущённое движение летательного аппарата с достаточной точностью описывается линейными уравнениями в вариациях относительно номинальной траектории спуска. В качестве математических моделей возмущений приняты формирующий фильтр первого порядка для ветра и второго порядка для вариаций плотности атмосферы. Блок двухканального управления является релейным устройством, ориентирующимся на знак прогнозируемого промаха.

При решении задачи в стохастической постановке возникают значительные трудности, вызванные необходимостью обеспечить достаточное соответствие принятых математических моделей характеристик летательного аппарата, измерений и возмущений тем реальным физическим процессам, которые описываются этими моделями. Совершенствование моделей требует разработки высокоточных алгоритмов обработки информации, повышения достоверности статистических характеристик действующих возмущений, значительных быстродействия и объёма памяти бортовой вычислительной системы летательного аппарата.

Таким образом, к настоящему времени разработаны методы и алгоритмы формирования командного управления при спуске лета-

тельных аппаратов в атмосфере. Практическую реализацию для аэрокосмических аппаратов получили алгоритмы, основанные на принципах использования параметров номинальной траектории и прогноза профиля траектории в плоскости «перегрузка-скорость» и решении соответствующей обратной задачи динамики.

1.3. Базовый метод формирования управления

1.3.1. Требования к методу. Для решения конкретных задач управления траекториями аэрокосмических аппаратов разрабатываются численные методы и основанные на них алгоритмическое и программное обеспечения формирования многоканального управления. Требования, предъявляемые к управлению, сводятся к необходимости выполнения ограничений на управляющие зависимости (1.11), ограничений на значения функционалов (1.12) и минимизации совокупности частных критериев оптимальности (1.13). Эффективность управления $u(t)$ оценивается значениями функционалов $F_j[u(t)]$ ($j=1, \dots, m$) и $F_o^k[u(t)]$ ($k=1, \dots, K$).

В зависимости от конкретных требований функционалы задачи в общем виде записываются следующим образом. Если наложено ограничение на величину контролируемого параметра (ограничения вида (1.3)–(1.5), (1.7)), то соответствующий функционал имеет вид

$$F[u(t)] = p - p_{\text{дон}}, \quad (1.14)$$

где p – величина контролируемого параметра, $p_{\text{дон}}$ – его допустимое значение.

Если наложено ограничение на отклонение контролируемого параметра от требуемого значения (ограничения вида (1.6), (1.8)), то соответствующий функционал имеет вид

$$F[u(t)] = \Delta p - \Delta p_{\text{дон}}, \quad (1.15)$$

где $\Delta p = p - p_{\text{ном}}$ – отклонение контролируемого параметра от требуемого значения $p_{\text{ном}}$, $\Delta p_{\text{дон}}$ – допустимое значение отклонения Δp .

При решении задачи терминального управления траекторией аэрокосмического аппарата предъявление требований к управляю-

щим зависимостям сводится к заданию допустимой области значений функционалов в форме неравенств вида (1.3) – (1.8). Задача формирования управления, гарантирующего выполнение ограничений на значения функционалов, является типичной задачей управления (основной задачей управления [124]).

Если кроме выполнения ограничений требуется обеспечить экстремальное значение одного показателя качества управления $F_0[u(t)]$, то задача управления преобразуется в задачу оптимального управления. В общем случае при формировании управления траекторным движением аэрокосмического аппарата ни один из рассмотренных функционалов задачи (критериев) не может быть однозначно определён как оптимизируемый. Кроме того, при формировании как номинального, так и командного управления в числе требований к управлению может быть условие минимизации нескольких функционалов. Поэтому в общем случае задача формирования управления траекторией аэрокосмического аппарата должна рассматриваться как многокритериальная.

Базовый метод решения должен отвечать вполне определённым требованиям, учитывающим особенности поставленной технической задачи, в частности, обеспечивать следующие основные свойства численных методов и алгоритмов формирования управления траекторией аэрокосмического аппарата:

- возможность формирования многоканального управления движением центра масс аэрокосмического аппарата с учётом ограничений на управляющие зависимости по каждому из каналов;
- возможность учёта многочисленных и разнообразных ограничений на фазовые координаты и режимы движения;
- возможность решения задач оптимизации управления;
- возможность решения многокритериальных задач;
- возможность формирования номинального управления в автоматическом и(или) интерактивном режиме;
- возможность формирования командного управления за конечное, заранее определённое число операций и отсутствие неоднозначности процесса вычислений;
- небольшую чувствительность к начальному приближению управляющих зависимостей в задачах многоканального управления;

– устойчивость к качественному изменению траектории, например, при появлении и исчезновении отражений аэрокосмического аппарата от плотных слоёв атмосферы в процессе поиска решения;

– относительную простоту перенастройки вычислительной процедуры при изменении условий задачи.

1.3.2. Направления разработки методов. Решение задач формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов (основной задачи управления, задач оптимизации управления, многокритериальной задачи управления) основано на использовании методов нелинейного программирования, которые разделяются на две большие группы: прямые и непрямые.

К прямым относятся методы расчёта экстремалей, которые непосредственно не используют необходимые или достаточные условия экстремума. Прямые методы основываются на просмотре окрестности некоторой точки (траектории), позволяющем найти другую точку (траекторию), в которой значение функции (функционала) будет ближе к искомому экстремальному. К этим методам относятся, в частности, все методы градиентного спуска.

Непрямые методы направлены на отыскание функции, непосредственно удовлетворяющей необходимым или достаточным условиям экстремума [100]. Наибольшее применение нашли методы, использующие необходимые условия оптимальности, поскольку попытки строить вычислительные процедуры, опираясь на достаточные условия, не дали удовлетворительного результата.

Задача расчёта оптимального управления с помощью необходимых условий сводится к решению краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы, разработанные на основе этого подхода, имеют ограниченную область применимости, так как краевая задача становится практически неразрешимой, если условия исходной задачи формулируются относительно сложно (например, в случае фазовых ограничений). Кроме этого, функция, удовлетворяющая необходимым условиям, должна быть проверена на соответствие достаточным условиям экстремума.

Разделение вычислительных методов на прямые и непрямые достаточно условно, практика расчётов показывает целесообразность использования сочетания обоих подходов.

При численном решении задачи управления с использованием любого подхода результат фактически формируется приближённо. Можно выделить три основные направления построения приближённых методов решения задач оптимального управления, на базе которых в принципе возможна разработка численных методов и алгоритмов формирования многоканального номинального и(или) командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Первое из рассмотренных направлений основано на использовании непрямых методов, а второе и третье на использовании прямых методов поиска оптимального управления.

1.3.3. Принцип максимума. Первое направление основано на принципе максимума [118], применение которого приводит к необходимости решения двухточечной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений относительно фазовых координат и сопряжённых переменных. Одним из способов решения краевых задач является редукция задачи расчёта оптимальных программ к задаче отыскания корней трансцендентной функции.

Для численного решения конкретных краевых задач наиболее широко используется метод Ньютона. Однако его применение, как и применение любого другого численного метода отыскания корней, невозможно без удовлетворительного начального приближения. Выбор начального приближения бывает достаточно труден, поскольку надо подобрать начальные значения сопряжённых переменных, для которых нет (в общем случае) хорошей динамической интерпретации.

Поскольку надёжные методы решения краевой задачи не разработаны, то применение численных методов, основанных на принципе максимума, возможно при формировании номинального управления траекторией аэрокосмического аппарата с небольшим числом ограничений на режимы движения. Кроме того, применение принципа максимума в качестве базового метода затрудняет построение численных методов решения многокритериальной задачи.

Использование принципа максимума при формировании номинального управления позволяет определить предельные манёвренные возможности аэрокосмического аппарата, а также получить управляющие зависимости, которые могут использоваться как эталонные при оценке эффективности других методов приближённого решения задач оптимального управления. Примеры формирования

номинального управления траекториями аэрокосмических аппаратов с помощью принципа максимума приведены в [65, 151].

1.3.4. Методы вариаций в фазовом пространстве. Второе и третье направления разработки приближённых методов связаны с двумя способами редукции задачи оптимального управления к задаче нелинейного программирования и последующим применением прямых методов поиска экстремалей.

Второе направление основано на использовании метода вариаций в фазовом пространстве и сводится к построению минимизирующей последовательности траекторий. Разработке этого направления посвящены монографии [100, 150]. Методы, основанные на идее спуска в фазовом пространстве, носят итерационный характер. Каждая итерация улучшения управления обеспечивает переход от одной траектории к другой, близкой к ней, лучшей по величине минимизируемого функционала. При таком подходе легко учитываются фазовые ограничения.

Наиболее серьёзным недостатком этих методов является то, что они используют чрезвычайно узкое множество соседних траекторий. В этом множестве может не оказаться лучшей, однако это не обязательно свидетельствует об оптимальности данной траектории и может быть следствием того, что исследуются не все возможные вариации траектории.

При выборе базового направления для численных методов формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов следует учитывать то, что небольшие вариации управления могут привести к качественному изменению траектории. Например, при спуске в атмосфере монотонно снижающаяся траектория может перейти в траекторию с отражениями и наоборот. В процессе поиска методом вариаций в фазовом пространстве небольшие вариации траектории не могут изменить вид траектории, хотя именно изменение вида траектории может быть необходимо для нахождения решения задачи.

Это означает, что на основе этого направления весьма затруднительно разработать численные методы для решения задач формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов в общем виде. Метод вариаций в фазовом пространстве может быть использован при разработке численных методов, используемых для

решения частных задач формирования управления или в сочетании с методами, основанными на других подходах.

1.3.5. Методы вариаций в пространстве управления. Третье направление связано с построением минимизирующей последовательности управлений и рассмотрено в работах [58, 95, 100, 121]. К достоинствам этого направления разработки численных методов формирования управления следует отнести естественность выбора именно управления в качестве независимого аргумента. Это позволяет, во-первых, относительно легко, в отличие от первых двух направлений, учесть ограничения на управление любой сложности, во-вторых, преодолеть трудности, связанные с фазовыми ограничениями, и, в-третьих, использовать при разработке численных методов разнообразные теоретические и эвристические подходы.

Это направление положено в основу рассмотренных в монографии численных методов и алгоритмов формирования номинального и командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов. В настоящее время известно достаточно много численных методов приближённого решения задач оптимального управления, основанных на идее конечно-разностной аппроксимации (например, [100, 134, 139, 150]). В качестве базового метода в книге рассмотрен метод последовательной линеаризации, подробно описанный в [139].

Использование метода последовательной линеаризации при решении задач управления приводит к формированию программного управления – зависимостей от времени управляющих воздействий по каждому из каналов управления. Поэтому этот метод без дополнительных усложнений может использоваться в качестве базового при разработке численных методов и алгоритмов формирования номинального управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Об этом свидетельствует успешное применение метода последовательной линеаризации при решении отдельных траекторных задач динамики аэрокосмических аппаратов [31, 42, 48–50, 134, 139, 147].

Эффективность командного управления, реализующегося в реальном времени в условиях действия возмущений, обеспечивается наличием обратной связи в главном контуре системы управления. Метод последовательной линеаризации может применяться при разработке численных методов формирования командного управ-

ления при наличии регулярного замыкания контура управления, которое обеспечивается при использовании идей многошагового управления [110].

Многошаговые алгоритмы управления, основанные на использовании модулирующих функций, обеспечивают достаточно высокую эффективность командного управления движением в атмосфере как полубаллистических спускаемых аппаратов [110], так и космических аппаратов с большим аэродинамическим качеством [16,17] в условиях априорной неопределённости действующих возмущений. Применение многошаговых алгоритмов управления, основанных на методе последовательной линеаризации, позволяет расширить возможности многошагового командного управления.

Метод последовательной линеаризации способен обеспечить основные необходимые свойства численных методов и алгоритмов формирования управления с учётом особенностей задач формирования многоканального номинального и командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов в атмосфере и околоземном космическом пространстве.

1.4. Модель движения аэрокосмического аппарата

1.4.1. Дифференциальные уравнения движения. Вид уравнений движения центра масс аэрокосмического аппарата определяется выбранной системой координат и составом учитываемых действующих сил. В рассматриваемой математической модели аэрокосмический аппарат движется над поверхностью, имеющей форму эллипсоида вращения с экваториальным радиусом $R_e=6378,160$ км и полярным радиусом $R_p=6356,863$ км (эллипсоид Красовского). Эта поверхность близка к геоиду. Движение аппарата относительно Земли происходит под действием силы тяготения, полной аэродинамической силы, силы тяги двигателей и сил, обусловленных неинерциальностью системы отсчёта. Система дифференциальных уравнений движения в траекторной системе координат с учётом вращения Земли, нецентральности поля тяготения и при отсутствии ветра в атмосфере, дополненная уравнением изменения массы аэрокосмического аппарата, имеет вид [151, 153]:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= -\sigma_x \rho V^2 - g_r \sin \theta + g_z \sin \chi \cos \theta + \frac{P_x}{m} + \\
 &\quad + R\Omega^2 \cos \varphi (\sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi \sin \chi), \\
 \dot{\theta} &= \sigma_y \rho V \cos \gamma_a + \left(\frac{V}{R} - \frac{g_r}{V} \right) \cos \theta - \frac{g_z}{V} \sin \chi \sin \theta + \frac{P_y}{Vm} + \\
 &\quad + 2\Omega \cos \varphi \cos \chi + \frac{R\Omega^2}{V} \cos \varphi (\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \sin \chi), \\
 \dot{\chi} &= -\frac{\sigma_y \rho V}{\cos \theta} \sin \gamma_a - \frac{V \cos \theta}{R} \operatorname{tg} \varphi \cos \chi + g_z \frac{\cos \chi}{V \cos \theta} - \frac{P_z}{mV \cos \theta} - \\
 &\quad - 2\Omega (\sin \varphi - \cos \varphi \sin \chi \operatorname{tg} \theta) - \frac{R\Omega^2}{V \cos \theta} \sin \varphi \cos \varphi \cos \chi, \quad (1.16)
 \end{aligned}$$

$$\dot{R} = V \sin \theta,$$

$$\dot{\varphi} = \frac{V \cos \theta}{R} \sin \chi,$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V \cos \theta \cos \chi}{R \cos \varphi},$$

$$\dot{m} = -\beta.$$

Здесь V – земная скорость аэрокосмического аппарата (при отсутствии ветра совпадает с воздушной), θ – угол наклона траектории, χ – угол пути, R – величина радиус-вектора центра масс аэрокосмического аппарата, φ – географическая широта, λ – географическая долгота, m – масса аппарата, ρ – плотность атмосферы, $\Omega \approx 0,727 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ – угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси.

Радиальная и трансверсальная составляющие вектора гравитационного ускорения \vec{g} , лежащего в меридиональной плоскости, с точностью до полиномов Лежандра второго порядка определяются по формулам [52, 153]:

$$g_r = \frac{\gamma_3}{R^2} \left[1 + 0,00162 \left(\frac{R_e}{R} \right)^2 (1 - 3 \sin^2 \varphi) \right], \quad (1.17)$$

$$g_z = -0,0162 \frac{\gamma_3 R_e^4}{R^4} \sin 2\varphi,$$

где $\gamma_3 = 398600,4 \text{ км}^3/\text{с}^2$ – гравитационная постоянная Земли.

Проекции вектора силы тяги двигателей, жёстко закреплённых и ориентированных вдоль продольной оси аэрокосмического аппарата, вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} P_x &= P \cos \alpha, \\ P_y &= P \sin \alpha \cos \gamma_a, \\ P_z &= P \sin \alpha \sin \gamma_a, \end{aligned} \quad (1.18)$$

где $P = P_{\text{уд}} \beta$ – сила тяги двигателей, $P_{\text{уд}}$ – удельная тяга.

Коэффициенты σ_x , σ_y и аэродинамическое качество K аппарата определяются по соотношениям:

$$\sigma_x = \frac{c_{xa} S}{2m}, \quad \sigma_y = \frac{c_{ya} S}{2m}, \quad (1.19)$$

$$K = \frac{c_{ya}}{c_{xa}}, \quad (1.20)$$

где c_{xa} , c_{ya} – коэффициенты аэродинамической силы лобового сопротивления и аэродинамической подъёмной силы, S – характерная площадь аэрокосмического аппарата.

1.4.2. Расчёт параметров траектории. Число Маха рассчитывается как отношение воздушной скорости аппарата, которая при отсутствии ветра совпадает со скоростью относительно Земли, и скорости звука на данной высоте:

$$M = \frac{V}{a}, \quad (1.21)$$

где скорость звука a связана с температурой воздуха T соотношением [52]:

$$a = 20,0463 \sqrt{T}. \quad (1.22)$$

Высота H над поверхностью Земли, имеющей форму эллипсоида вращения с указанными выше параметрами, вычисляется по формуле:

$$H = R - \frac{R_p}{\sqrt{1 - 0,0066934 \cos^2 \varphi}}. \quad (1.23)$$

Составляющие вектора перегрузки в проекциях на связанную продольную и нормальную оси аэрокосмического аппарата определяются по соотношениям:

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{P}{g_0 m} + \frac{S}{g_0 m} \frac{\rho V^2}{2} (c_{ya} \sin \alpha - c_{xa} \cos \alpha), \\ n_y &= \frac{S}{g_0 m} \frac{\rho V^2}{2} (c_{ya} \cos \alpha + c_{xa} \sin \alpha), \end{aligned} \quad (1.24)$$

где $g_0 \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ – гравитационное ускорение на поверхности Земли.

Скоростной напор q и удельный тепловой поток q_T в критической точке поверхности аппарата с радиусом кривизны $r_{кр}$ рассчитываются по формулам [67]:

$$\begin{aligned} q &= \frac{\rho V^2}{2}, \\ q_T &= 0,95 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{\rho}{r_{кр}}} V^{3,05}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

ГЛАВА 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УПРАВЛЕНИЯ

2.1. Метод последовательной линеаризации и способ дифференцирования функционалов

2.1.1. Последовательная линеаризация. Метод последовательной линеаризации предназначен для формирования приближённо-оптимального управления при наличии ограничений на функционалы задачи и управляющие зависимости. Метод является типичным методом спуска в пространстве управлений и сводится к построению минимизирующей последовательности управлений. Подробное описание метода последовательной линеаризации, а также вопросов, связанных с его численной реализацией, приведено в [139]. Модификация метода последовательной линеаризации, разработки по его применению в задачах формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов и результаты решения конкретных задач описаны в [4, 7, 11–15, 19–23, 35–39, 42–50, 74–86, 147].

Метод последовательной линеаризации состоит в построении последовательности итераций улучшения управления. На каждой итерации вычисляется малое конечное приращение $\delta u(t)$ опорного управления $u(t)$, позволяющее перейти к новому, улучшенному опорному управлению $u(t) + \delta u(t)$. В начале работы метода задается начальное приближение опорного управления $u(t)$, которое затем последовательно улучшается в процессе поиска с целью удовлетворения всем условиям задачи (1.11) – (1.13).

Если имеется некоторое опорное управление $u(t)$, то расчёт приращения $\delta u(t)$ осуществляется следующим образом.

1. На отрезке времени $[0, T]$ интегрируется система (1.9) с опорным управлением $u(t)$. Вычисляются опорное решение $x(t)$ и функционалы задачи F_j ($j = 0, 1, \dots, m$), входящие в (1.12) и (1.13).

2. Для опорного закона движения $\{u(t), x(t)\}$ вычисляются функциональные производные $\omega^{(j)}(t)$ от функционалов F_j по управлению $u(t)$

$$\omega^{(j)}(t) = \frac{\partial F_j[u(t)]}{\partial u(t)} \quad (j = 0, 1, \dots, m).$$

3. Вводится малая окрестность δU опорного управления $u(t)$. При этом должны быть выполнены следующие требования:

во-первых, окрестность δU опорного управления $u(t)$ должна входить в допустимую область изменения управления U , то есть $u(t) + \delta U(t) \in U$;

во-вторых, в окрестности δU приращения функционалов ΔF_j ($j = 0, 1, \dots, m$) должны с достаточной точностью описываться формулами первого порядка

$$\Delta F_j \approx \delta F_j[\delta u(t)] = \int_0^T \omega^{(j)}(t) \delta u(t) dt;$$

в третьих, окрестность δU должна быть не слишком малой, чтобы обеспечить быстроту процесса перехода от начального приближения опорного управления к искомому, удовлетворяющему условиям задачи (1.11) – (1.13).

4. Определяется приращение $\delta u(t)$, являющееся решением линейного приближения исходной задачи (1.11) – (1.13) в окрестности опорного закона движения $\{u(t), x(t)\}$. В соответствии с этим $\delta u(t)$ должно удовлетворять следующим условиям:

$$\delta u(t) \in \delta U \quad \text{при всех } t \in [0, T], \quad (2.1)$$

$$F_j[u(t)] + \delta F_j[\delta u(t)] = F_j[u(t)] + \int_0^T \omega^{(j)}(t) \delta u(t) dt \leq 0$$

$$(j = 1, \dots, m), \quad (2.2)$$

$$\min_{\delta u(t)} \delta F_0[\delta u(t)] = \min_{\delta u(t)} \int_0^T \omega^{(0)}(t) \delta u(t) dt. \quad (2.3)$$

5. Проверяется выполнение условий окончания поиска. Если полученное улучшенное управление $u(t) + \delta u(t)$ удовлетворяет всем условиям исходной задачи (1.11) – (1.13), то поиск искомого управления считается законченным. Если условия не выполняются, то рассчитывается следующая итерация улучшения управления, начиная с пункта 1. В качестве опорного принимается улучшенное управление $u(t) + \delta u(t)$.

2.1.2. Дифференцирование функционалов. Основным инструментом теоретического анализа задач оптимального управления и разработки численных методов их приближённого решения является способ вычисления производных от входящих в постановку задачи функционалов по управлению

$$\omega(t) = \frac{\partial F[u(t)]}{\partial u(t)}.$$

На информации о значениях функциональных производных основан переход к улучшенному управлению при выполнении каждой итерации метода последовательной линеаризации.

Существует процедура [139] дифференцирования функционалов, определенных на траекториях управляемой системы, вида

$$F[u(t)] = \int_0^T \Phi[x(t), u(t)] dt, \quad (2.4)$$

$$F[u(t)] = \Phi[x(t')], \quad (2.5)$$

где Φ – заданная достаточно гладкая функция своих аргументов; t' – заданная точка на $[0, T]$.

Функционалы вида (2.4), (2.5) называются дифференцируемыми в смысле Фреше.

Часто встречающиеся в задачах управления движением функционалы вида

$$F[u(t)] = \max_t \Phi[x(t), u(t)], \quad (2.6)$$

$$F[u(t)] = \int_0^T |\Phi[x(t), u(t)]| dt, \quad (2.7)$$

не имеют производных Фреше. Они дифференцируемы в некотором специальном смысле – по направлениям в функциональном пространстве (по Гато). При численном решении задач функционалы, дифференцируемые по Гато, заменяются одним или аппроксимируются с помощью специальных процедур несколькими функционалами, дифференцируемыми по Фреше.

Способ дифференцирования функционалов вида (2.4), (2.5) сводится к расчёту по следующим соотношениям.

Элементы матрицы $\omega(t)$ частных производных m функционалов Фреше по r управляющим воздействиям размерности $r \times m$ вычисляются по формуле

$$\omega(t) = f_u(t)\psi(t) + \Phi_u, \quad (2.8)$$

где $f_u(t) = f_u[x(t), u(t)]$ – сопряжённая матрица размерности $r \times n$ частных производных правых частей уравнений (1.9) по управляющим воздействиям; Φ_u – матрица размерности $r \times m$ частных производных функций Φ , входящих в выражения для функционалов, по управляющим воздействиям u .

Элементы матрицы сопряжённых переменных ψ размерности $n \times m$ являются решением сопряжённой системы дифференциальных уравнений

$$\dot{\psi} = -f_x(t)\psi(t) - Y(t), \quad (2.9)$$

где $f_x(t) = f_x[x(t), u(t)]$ – сопряжённая матрица размерности $n \times n$ частных производных правых частей дифференциальных уравнений (1.9) по фазовым координатам; $Y(t)$ – матрица размерности $n \times m$.

Для функционалов вида (2.4) $Y(t) = \Phi_x(t)$, где Φ_x – сопряжённая матрица размерности $n \times m$ частных производных функций Φ по фазовым координатам x . Система уравнений (2.9) интегрируется справа налево с граничным условием $\psi(T) = 0$.

Для функционалов вида (2.5) $Y(t) = 0$, $\Phi_u = 0$, а система (2.9) интегрируется справа налево с граничным условием $\psi(t') = \Phi_x(t')$, причём $\psi(t) \equiv 0$ при $t' < t \leq T$.

В задачах формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов большое значение имеют функционалы вида [83]

$$F[u(t)] = \int_0^{t'} \Phi[x(t), u(t)] dt, \quad (2.10)$$

с помощью которых могут быть заданы ограничения на фазовые координаты и режимы движения в любой точке траектории.

Для функционалов (2.10) элементы матрицы функциональных производных и сопряжённых переменных вычисляются в соответствии с (2.8) и (2.9), причём $Y(t) = \Phi_x(t)$. Система (2.9) интегрируется справа налево с граничным условием $\psi(t') = 0$, причём $\psi(t) \equiv 0$ при $t' \leq t \leq T$ [83].

Таким образом, для дифференцирования функционалов вида (2.4), (2.5) и (2.10) необходимо проинтегрировать слева направо систему уравнений (1.9) и справа налево сопряжённую систему уравнений (2.9), а также провести сложение, вычитание и перемножение матриц в соответствии с приведёнными соотношениями.

2.2. Конечномерная аппроксимация

2.2.1. Преобразование задачи. Численная реализация метода последовательной линеаризации осуществляется с использованием конечномерной аппроксимации, которая позволяет процесс улучшения управления свести к последовательному решению стандартных задач линейного программирования. Хорошо разработанный и широко применяемый математический аппарат линейного программирования позволяет эффективно решать задачи с ограничениями. Рассмотрим способы редукции непрерывной задачи (2.1) – (2.3) к последовательности решений задач линейного программирования конечной размерности.

При выполнении очередной итерации улучшения управления методом последовательной линеаризации исходная непрерывная задача преобразуется в конечномерную задачу вследствие замены дифференциальных уравнений движения (1.9) конечно-разностными при их численном интегрировании. В процессе численного интегрирования на отрезке времени $[0, T]$, относящемся к исследуемому участку траектории, размещаются точки t_i ($i = 1, 2, \dots, N$) – узлы, которым соответствует вся необходимая информация для решения линейного приближения задачи (2.1) – (2.3).

После размещения узлов t_i в узловых точках вычисляются значения фазовых координат x_i , сопряжённых переменных ψ_i и функциональных производных ω_i , а также фиксируются соответствующие значения управляющих зависимостей u_i . В дальнейшем эти величины используются при аппроксимации зависимостей от времени фазовых координат, сопряжённых переменных, функциональных производных и управляющих воздействий. Таким образом, непрерывная задача (2.1) – (2.3) окончательно преобразуется в конечномерную, пригодную для численного решения.

2.2.2. Приведение к задаче линейного программирования. В результате конечномерной аппроксимации на каждой итерации улучшения управления условия (2.1) – (2.3) представляются в форме стандартной задачи линейного программирования. Для этого все используемые зависимости, представленные конечным набором значений в узлах, аппроксимируются по определённому правилу.

Для решения рассматриваемой задачи управления траектории аэрокосмических аппаратов наиболее подходящими являются кусочно-линейные аппроксимирующие зависимости, значительно не усложняющие вычислительную процедуру решения и обеспечивающие при достаточном числе узлов высокую точность аппроксимации исходных зависимостей. Процедура расчёта итерации улучшения опорного управления при кусочно-линейной аппроксимации зависимостей может быть сформирована на основании следующих соотношений.

Управление $u(t)$ представляет собой вектор-функцию размерности r . Пусть каждый компонент $u^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, r$) опорного управления $u(t)$ аппроксимирован непрерывной кусочно-линейной функцией со значениями $u_i^{(k)}$ в узловых точках t_i ($i = 1, 2, \dots, N$).

В дальнейшем индекс « k » не будет указываться, и под управлением $u(t)$ будем понимать в зависимости от контекста или вектор-функцию размерности r или её k -ый компонент.

Тогда k -й компонент управления $u(t)$, представленный в классе кусочно-линейных функций, в каждый момент времени t может быть рассчитан по формуле

$$u(t) = u_i + \frac{u_{i+1} - u_i}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i), \quad t_i \leq t \leq t_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1).$$

Возмущение $\delta u(t)$ каждого k -того компонента управления $u(t)$, представленное в том же классе функций, имеет вид

$$\delta u(t) = \delta u_i + \frac{\delta u_{i+1} - \delta u_i}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i), \quad t_i \leq t \leq t_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1),$$

где δu_i и δu_{i+1} – постоянные величины, представляющие собой вариации непрерывного кусочно-линейного управления в узловых точках.

При этих допущениях условия (2.1) – (2.3) приводятся к следующей задаче линейного программирования относительно неизвестных $\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_n$:

$$\delta u_i^- \leq \delta u_i \leq \delta u_i^+ \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (2.11)$$

$$F_j + \sum_{i=1}^N \delta u_i h_i^{(j)} \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (2.12)$$

$$\min_{\delta u_i} \sum_{i=1}^N \delta u_i h_i^{(0)}, \quad (2.13)$$

где F_j – значения функционалов, вычисленные для опорного закона движения $\{u(t), x(t)\}$; δu_i^+ , δu_i^- – малые заданные величины.

Коэффициенты $h^{(j)}$ вычисляются по интегральным соотношениям [48, 49]:

$$h_1^{(j)} = - \int_{t_1}^{t_2} \omega^{(j)} \frac{t - t_2}{t_2 - t_1} dt,$$

$$h_i^{(j)} = \int_{t_{i-1}}^{t_{i+1}} \omega^{(j)} \frac{t - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} dt - \int_{t_i}^{t_{i+1}} \omega^{(j)} \frac{t - t_{i+1}}{t_{i+1} - t_i} dt \quad (i = 2, 3, \dots, N - 1),$$

$$h_N^{(j)} = - \int_{t_{N-1}}^{t_N} \omega^{(j)} \frac{t - t_{N-1}}{t_N - t_{N-1}} dt \quad (j = 0, 1, \dots, m). \quad (2.14)$$

Если известны значения функциональных производных $\omega^{(j)}$ в узлах t_i ($i = 1, 2, \dots, N$), то, используя кусочно-линейную аппроксимацию зависимостей $\omega^{(j)}(t)$, получим следующие формулы для вычисления коэффициентов $h_i^{(j)}$ [77]:

$$h_1^{(j)} = (t_2 - t_1) \left(\frac{1}{3} \omega_1^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_2^{(j)} \right),$$

$$h_i^{(j)} = (t_i - t_{i-1}) \left(\frac{1}{3} \omega_i^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{i-1}^{(j)} \right) + (t_{i+1} - t_i) \left(\frac{1}{3} \omega_i^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{i+1}^{(j)} \right)$$

$$(i = 2, 3, \dots, N-1), \quad (2.15)$$

$$h_N^{(j)} = (t_N - t_{N-1}) \left(\frac{1}{3} \omega_N^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{N-1}^{(j)} \right) \quad (j = 0, 1, \dots, m).$$

В некоторых случаях при аппроксимации задачи более подходящими могут оказаться кусочно-постоянные аппроксимирующие зависимости, упрощающие вычислительную процедуру решения по сравнению с использованием кусочно-линейных зависимостей. Процедура расчёта итерации улучшения опорного управления при кусочно-постоянной аппроксимации зависимостей может быть сформирована на основании соотношений, представленных в [48].

2.2.3. Размещение узлов аппроксимации. Возможности вычислительной техники накладывают ограничение на количество узлов аппроксимации задачи, поскольку при её численном решении каждому из узлов соответствует значительный объём хранимой в оперативной памяти вычислительной машины информации и вычислений, связанных с её обработкой.

Наиболее просто задача размещения узлов решается, если узлы распределить равномерно по времени на отрезке $[0, T]$. Однако для конкретной физической задачи такое расположение может оказаться нерациональным. Например, в задачах формирования управления траекторией аэрокосмического аппарата на различных участках траектории допустима различная точность аппроксимации управ-

ляющих зависимостей, что связано с различной эффективностью управления на активных и пассивных участках траектории, а также в плотных и разреженных слоях атмосферы.

Более целесообразно использовать неравномерное по времени размещение узлов. Очевидно, что наибольшая концентрация узлов должна быть в местах наиболее интенсивного изменения и наибольшей эффективности управления. Это позволит на этих участках траектории с большей точностью аппроксимировать управляющие зависимости и зависимости функциональных производных от времени.

В [48] приведён способ неравномерного размещения узловых точек в зависимости от скоростного напора при управлении траекторией аэрокосмического аппарата по углу атаки и (или) скоростному углу крена. Применение этого способа приводит к необходимости поиска наряду с программами управления по каналам углов атаки и крена вспомогательной кусочно-постоянной функции, удовлетворяющей всем условиям задачи.

Этот способ размещения узлов аппроксимации приводит к увеличению размерности задачи линейного программирования, поскольку увеличивает размерность вектора управления, оставляя прежней размерность матрицы коэффициентов $h^{(j)}$ (2.15).

2.2.4. Размещение узлов по характеристической скорости. При решении задач управления траекториями аэрокосмических аппаратов узлы аппроксимации можно расположить равномерно по характеристической скорости [77]

$$V^* = \int_0^t (c_1 |a_a| + c_2 |a_p| + c_3 g_0) dt, \quad \sum_{i=1}^3 c_i = 1, \quad (2.16)$$

где a – ускорение от аэродинамических сил, a_p – ускорение от силы тяги двигателей, g_0 – ускорение свободного падения, c_1, c_2, c_3 – весовые коэффициенты, подбором которых обеспечивается необходимое количество и размещение узлов.

Равномерное размещение узлов аппроксимации по характеристической скорости (2.16) обеспечивает более частое по времени расположение узлов на активных участках траектории (управление тягой двигателей) и участках траектории с большими величинами скоростного напора (на этих участках выше эффективность управ-

ления по каналам угла атаки и скоростного угла крена). Кроме того, обеспечивается наличие узлов аппроксимации при пассивном движении аппарата в разрежённых слоях атмосферы.

Этот способ размещения узлов может быть использован как для одноканального управления углом атаки, скоростным углом крена или тягой двигателей, так и для двухканального, представляющего сочетание любых двух перечисленных каналов управления, а также трёхканального.

Аппроксимированное программное управление \tilde{y}_i «привязано» к узлам t_i и зависит от их расположения. На первой итерации улучшения управления, а также в процессе поиска, если расположение узлов меняется на каждой итерации, узлы t_i могут не совпадать с необходимой точностью со «скоростными» узлами t_{vi} , расположенными равномерно по характеристической скорости V^* . Совмещение узлов, заключается в целенаправленном перемещении узлов t_i в направлении узлов t_{vi} и обеспечивается итерационной процедурой, которая заключается в следующем [77].

1. Выбираются моменты времени t_i , соответствующие начальному расположению узлов аппроксимации на отрезке $[0, T]$, к которым «привязывается» опорное управление $u(t)$ и преобразуется в аппроксимированное управление \tilde{y}_i , $i = 1, 2, \dots, N$.

2. Рассчитывается траектория аэрокосмического аппарата путём интегрирования системы (1.9) из начальных условий (1.10) с программой управления \tilde{y}_i . В процессе интегрирования вычисляется характеристическая скорость V^* (2.16), и запоминаются моменты времени t_{vi} , расположенные равномерно по V^* .

3. Вычисляется величина ε , характеризующая соответствие узлов t_i и t_{vi} ,

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N |t_i - t_{vi}|.$$

4. Проверяется выполнение условия $\varepsilon \leq \varepsilon_{don}$, где ε_{don} – заданная точность соответствия узлов.

В случае выполнения условия соответствия узлов моменты времени t_i можно считать расположенными равномерно по харак-

теристической скорости V^* с заданной точностью. Если это условие не выполняется, то принимается $t_i = t_{vi}$, $\tilde{u}_i = \tilde{u}_{vi}$, и процедура повторяется. Условием обеспечения сходимости процедуры совмещения узлов является достаточно частое расположение узлов на отрезке $[0, T]$.

В рассмотренных способах размещение узлов предшествует вычислению значений функциональных производных, характеризующих эффективность управления в этих точках. Если позволяют возможности вычислительной техники, то этот недостаток устраняется следующим образом. Сначала вводится равномерная по времени или по характеристической скорости сетка с достаточно мелким шагом, и вычисляются функциональные производные в её узлах. Затем количество узлов сокращается до заданного путём исключения узлов, в которых эффективность управления наименьшая.

Если в формулировке задачи присутствуют функционалы вида (2.5) или (2.10), то набор узлов t_i следует дополнить узлами в заданных точках t' . При наличии в формулировке задачи функционалов вида (2.6) следует провести интегрирование системы (1.9) с управлением \tilde{u}_i , определить моменты t' , соответствующие экстремальным значениям функций Φ , и дополнить набор узлов t_i узлами в точках t' .

Предложенный способ расположения узлов аппроксимации не приводит к увеличению размерности задачи линейного программирования, поскольку не изменяет размерность вектора управления и матрицы коэффициентов $h^{(j)}$ (2.15).

2.2.5. Метод плавающих узлов. Задача формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов с использованием метода последовательной линеаризации имеет особенность, связанную с тем, что при небольших количественных изменениях управляющих зависимостей, происходящих в процессе поиска улучшенного управления, могут происходить качественные изменения траектории движения. В задачах управления траекториями аэрокосмических аппаратов в атмосфере это обычно связано с появлением или исчезновением отражений (рикошетов) аппарата от нижних, более плотных слоёв атмосферы. Например, при использовании управления по каналу тяги двигателей в задачах поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата в атмосфере это может про-

изойти при появлении или исчезновении дополнительных активных участков траектории. Во всех случаях качественные изменения траектории приводят к значительным изменениям продолжительности движения аппарата.

Рассмотренный способ дифференцирования функционалов задачи по управлению позволяет рассчитать значения функциональных производных для заданных моментов времени $t' \in [0, T]$. Зная эти значения, при изменении управления можно предсказать изменения функционалов в моменты времени, для которых рассчитывались соответствующие функциональные производные.

Изменение управления на каждой итерации поиска приводит к изменению траектории и, как следствие, к изменению длины отрезка $[0, T]$, а при замене функционалов, дифференцируемых по Гато, функционалами, дифференцируемыми по Фреше, и к изменению положения моментов времени t' . Поэтому использование полученных этим способом функциональных производных может привести к недостаточной эффективности процесса поиска улучшенного управления.

Метод плавающих узлов [45, 46] обеспечивает рациональное размещение узлов аппроксимации и учёт изменения длины отрезка $[0, T]$ в процессе улучшения управления, в том числе и при качественном изменении траектории на каждой итерации поиска.

Для рассмотрения метода плавающих узлов удобно использовать функцию Гамильтона, которая для функционалов (2.4) и (2.10) имеет вид

$$H(x, u, \psi) = f(t)\psi(t) + \Phi.$$

Для функционалов (2.5) гамильтониан записывается в виде

$$H(x, u, \psi) = f(t)\psi(t).$$

Вектор-функция ψ определяется из решения сопряжённой системы вида

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}. \quad (2.17)$$

Для функционалов вида (2.4) $\psi(T) = 0$, для функционалов вида (2.10) $\psi(t') = 0$, а для функционалов вида (2.5) $\psi(t') = \Phi_x(t')$, причём $\psi(t) = 0$ при $t' < t \leq T$.

Можно показать [139], что условия (2.1) – (2.3) с помощью функции Гамильтона могут быть преобразованы и записаны в следующем виде:

$$\delta u(t) \in \delta U \quad \text{при всех } t \in [0, T], \quad (2.18)$$

$$F_j[u(t)] + \delta F_j[\delta u(t)] = F_j[u(t)] + \int_0^T \frac{\partial H^{(0)}}{\partial u} \delta u(t) dt \leq 0$$

$$(j = 1, 2, \dots, m), \quad (2.19)$$

$$\min_{\delta u(t)} \delta F_0[\delta u(t)] = \min_{\delta u(t)} \int_0^T \frac{\partial H^{(0)}}{\partial u} \delta u(t) dt. \quad (2.20)$$

Для функционалов вида (2.6) и (2.7) гамильтонианы записаны быть не могут, поэтому при численном решении эти функционалы заменяются функционалами других видов в соответствии с выбранной процедурой.

Значения функций $\frac{\partial H}{\partial u}(t)$, соответствующих функциональным производным $\omega(t)$, определяются по формулам

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial \Phi}{\partial u}, \quad (2.21)$$

для функционалов вида (2.5) $\frac{\partial \Phi}{\partial u} = 0$. Таким образом, для определения

зависимости $\frac{\partial H}{\partial u}(t)$ необходимо проинтегрировать слева направо систему (1.9) и справа налево систему (2.17).

Метод плавающих узлов основан на замене независимой переменной путём отображения отрезка времени $[0, T]$ в отрезок $[0, 1]$. Для этого вводится функция $v(\tau) = t$, $\tau \in [0, 1]$, $v(0) = 0$, $v[1] = T$, которая должна удовлетворять условию монотонности $\frac{dv}{d\tau} \geq 0$, ис-

ключающему обратный ход времени. Функция v является дополнительным управлением, связанным с расположением узлов аппроксимации.

Система уравнений (1.9), функционалы (2.4), (2.5) и (2.10) после замены переменной приобретают вид:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dv}{d\tau} f(x, u),$$

$$F[u(\tau)] = \int_0^1 \Phi[x(\tau), u(\tau)] d\tau,$$

$$F[u(\tau)] = \Phi[x(\tau')],$$

$$F[u(\tau)] = \int_0^{\tau'} \Phi[x(\tau), u(\tau)] d\tau,$$

где τ' – заданная точка на $[0,1]$.

Вариации функционалов после замены независимой переменной зависят от малых локальных вариаций δu управления u и δv функции замены времени v следующим образом:

$$\delta F[\delta u(\tau), \delta v(\tau)] = \int_0^1 \frac{dv}{d\tau} \frac{\partial H}{\partial u} \delta u(\tau) d\tau + \int_0^1 H(\tau) \frac{d\delta v}{d\tau}(\tau) d\tau.$$

Выражение для вариации функциональной производной приводится к виду [46]

$$\delta F[\delta u(\tau), \delta v(\tau)] = \int_0^1 \frac{dv}{d\tau} \frac{\partial H}{\partial u} \delta u(\tau) d\tau -$$

$$- \int_0^1 \frac{du}{d\tau} \frac{dH}{du} \delta v(\tau) d\tau + H(1) \delta v(1).$$

Последнее соотношение позволяет преобразовать условия (2.18) – (2.20) к виду:

$$\delta u(\tau) \in \delta U, \quad \delta v(\tau) \in \delta V \quad \text{при всех } \tau \in [0,1], \quad (2.22)$$

$$F_j[u(\tau)] + \int_0^1 \frac{dv}{d\tau} \frac{\partial H^{(j)}}{\partial u} \delta u(\tau) d\tau - \int_0^1 \frac{du}{d\tau} \frac{\partial H^{(j)}}{\partial v} \delta v(\tau) d\tau + H^{(j)}(1) \delta v(1) \leq 0 \quad (j=1,2,\dots,m), \quad (2.23)$$

$$\min_{\delta u, \delta v} \left(\int_0^1 \frac{dv}{d\tau} \frac{\partial H^{(0)}}{\partial u} \delta u(\tau) d\tau - \int_0^1 \frac{du}{d\tau} \frac{\partial H^{(0)}}{\partial v} \delta v(\tau) d\tau + H^{(0)}(1) \delta v(1) \right) \quad (2.24)$$

где δV – малая окрестность функции v .

При численном решении управление $u(\tau)$ и функция $v(\tau)$ задаются набором значений в узловых точках на отрезке $[0,1]$. Условия (2.22) – (2.24) приводятся к задаче линейного программирования относительно неизвестных δu_i и δv_i :

$$\delta u_i^- \leq \delta u_i \leq \delta u_i^+, \quad \delta v_i^- \leq \delta v_i \leq \delta v_i^+ \quad (i=1,2,\dots,N), \quad (2.25)$$

$$F_j + \sum_{i=1}^N h_i^{(j)} \delta u_i + \sum_{i=2}^N p_i^{(j)} \delta v_i \leq 0 \quad (j=1,2,\dots,m), \quad (2.26)$$

$$\min_{\delta u, \delta v} \left(\sum_{i=1}^N h_i^{(0)} \delta u_i + \sum_{i=2}^N p_i^{(0)} \delta v_i \right), \quad (2.27)$$

где δu_i^- , δu_i^+ , δv_i^- , δv_i^+ – малые заданные величины; $h^{(j)}$, $p^{(j)}$ – коэффициенты, определяемые по интегральным зависимостям, например, [45, 46]:

$$h_1^{(j)} = \lambda_1 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \omega^{(j)}(\tau) \frac{\tau_2 - \tau}{\tau_2 - \tau_1} d\tau,$$

$$h_i^{(j)} = \lambda_{i-1} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \omega^{(j)}(\tau) \frac{\tau - \tau_{i-1}}{\tau_i - \tau_{i-1}} d\tau - \lambda_i \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \omega^{(j)}(\tau) \frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} d\tau,$$

$$h_N^{(j)} = \lambda_{N-1} \int_{\tau_{N-1}}^{\tau_N} \omega^{(j)}(\tau) \frac{\tau - \tau_{N-1}}{\tau_N - \tau_{N-1}} d\tau, \quad (2.14)$$

$$p_i^{(j)} = - \left\{ \chi_{i-1} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \omega^{(j)}(\tau) \frac{\tau - \tau_{i-1}}{\tau_i - \tau_{i-1}} d\tau + \chi_i \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \omega^{(j)}(\tau) \frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} d\tau \right\},$$

$$p_N^{(j)} = - \left\{ \lambda_{N-1} \int_{\tau_{N-1}}^{\tau_N} \omega^{(j)}(\tau) \frac{\tau - \tau_{N-1}}{\tau_N - \tau_{N-1}} d\tau \right\} + H^{(j)}(1),$$

$$(i = 2, 3, \dots, N-1), \quad (j = 0, 1, \dots, m).$$

Поиск управления u , функции v , вариаций δu и δv , а также представление производных $\frac{\partial H}{\partial u}$ в классе кусочно-линейных функций позволяет получить конечные соотношения для производных $\frac{du}{d\tau}$, $\frac{dv}{d\tau}$ и коэффициентов $h^{(j)}$ и $p^{(j)}$.

Кусочно-линейные зависимости управления u , функции v , вариаций δu и δv и производных $\frac{\partial H}{\partial u}$ имеют вид

$$u(\tau) = u_i + \frac{u_{i+1} - u_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} (\tau - \tau_i),$$

$$v(\tau) = v_i + \frac{v_{i+1} - v_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} (\tau - \tau_i),$$

$$\delta u(\tau) = \delta u_i + \frac{\delta u_{i+1} - \delta u_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} (\tau - \tau_i),$$

$$\delta v(\tau) = \delta v_i + \frac{\delta v_{i+1} - \delta v_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} (\tau - \tau_i),$$

$$\frac{\partial H}{\partial u}(\tau) = \omega(\tau) = \omega_i + \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} (\tau - \tau_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N-1),$$

где u_i , v_i , δu_i , δv_i , ω_i – значения величин в узловых точках τ_i .

Значения производных $\frac{du}{d\tau}$ и $\frac{dv}{d\tau}$ в узловых точках вычисляются по формулам

$$\left. \frac{du}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_i} = \chi_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\tau_{i+1} - \tau_i},$$

$$\left. \frac{dv}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_i} = \lambda_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} \quad (i=1,2,\dots,N-1).$$

Выполнение условия $\frac{dv}{dt} \geq 0$ обеспечивается при

$$\delta v_i^- = (v_i - v_{i-1})/2 \quad (i=2,3,\dots,N),$$

$$\delta v_i^+ = (v_{i+1} - v_i)/2 \quad (i=2,3,\dots,N-1).$$

Возможность совпадения двух соседних узловых точек позволяет формировать не только непрерывное, но и разрывное кусочно-линейное управление. Малость допустимой окрестности δV обеспечивается заданием ограничений $\delta v_i^- \leq \varepsilon_v$, $\delta v_i^+ \leq \varepsilon_v$ где $\varepsilon_v \ll 0$.

Коэффициенты $h^{(j)}$ и $p^{(j)}$ вычисляются по формулам [80]

$$\begin{aligned} h_1^{(j)} &= \lambda_1 (\tau_2 - \tau_1) \left(\frac{1}{3} \omega_1^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_2^{(j)} \right), \\ h_i^{(j)} &= \lambda_{i-1} (\tau_i - \tau_{i-1}) \left(\frac{1}{3} \omega_i^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{i-1}^{(j)} \right) + \lambda_i (\tau_{i+1} - \tau_i) \left(\frac{1}{3} \omega_i^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{i+1}^{(j)} \right), \\ h_N^{(j)} &= \lambda_N (\tau_N - \tau_{N-1}) \left(\frac{1}{3} \omega_N^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{N-1}^{(j)} \right), \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} p_i^{(j)} &= - \left\{ \lambda_{i-1} (\tau_i - \tau_{i-1}) \left(\frac{1}{3} \omega_i^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{i-1}^{(j)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \lambda_i (\tau_{i+1} - \tau_i) \left(\frac{1}{3} \omega_i^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{i+1}^{(j)} \right) \right\}, \\ p_N^{(j)} &= - \left\{ \lambda_{N-1} (\tau_N - \tau_{N-1}) \left(\frac{1}{3} \omega_N^{(j)} + \frac{1}{6} \omega_{N-1}^{(j)} \right) \right\} + H^{(j)} \quad (1) \end{aligned}$$

$$(i=2,3,\dots,N-1), \quad (j=0,1,\dots,m).$$

Использование метода плавающих узлов вместо других способов конечномерной аппроксимации задачи совместно с методом последовательной линеаризации приводит к повышению размерности задачи линейного программирования. Размерность матрицы коэффициентов h (2.15) без использования метода плавающих узлов равна $(m + 1) \times (r \times N)$, где $(m + 1)$ – число функционалов задачи, r – размерность вектора управлений, N – число узловых точек аппроксимации. При использовании метода плавающих узлов общая размерность матриц h и p (2.29) увеличивается до $(m + 1) \times ((r + 1) \times N)$.

К такому же увеличению размерности задачи линейного программирования приводят и некоторые другие способы неравномерного расположения по времени узлов аппроксимации, в результате применения которых, например, увеличивается размерность вектора управлений r .

Отметим, что наибольший объём вычислений при реализации численной процедуры решения задачи линейного программирования на каждой итерации улучшения управления методом последовательной линеаризации производится при численном интегрировании основной (1.9) и сопряжённой (2.17) систем дифференциальных уравнений, которое производится в одинаковом объёме при использовании всех рассмотренных способов конечномерной аппроксимации.

Поэтому применение метода плавающих узлов незначительно увеличивает время расчётов, заметно увеличивая необходимый объём оперативной памяти вычислительной машины. Усложнение вычислительной процедуры при конечномерной аппроксимации с использованием метода последовательной линеаризации компенсируется повышением эффективности процесса поиска улучшенного управления.

2.3. Решение задачи линейного программирования

2.3.1. Задача линейного программирования. Для решения задач с ограничениями в виде неравенств используется вычислительный аппарат линейного программирования. При решении задач оптимального управления появляются задачи линейного програм-

мирования, требующие использования нестандартных, специализированных методов решения.

Задачи линейного программирования, возникающие при решении задач оптимального управления методом последовательной линеаризации, являются конечно-разностными аппроксимациями континуальных задач вида (2.1) – (2.3): найти функцию $\delta u(t)$ из условий

$$\min_{\delta u(t)} \int_0^T \omega^{(0)}(t) \delta u(t) dt,$$

$$F^{(j)} + \int_0^T \omega^{(j)}(t) \delta u(t) dt = 0 (\leq 0) \quad (j = 1, 2, \dots, m),$$

$$\delta u^-(t) \leq \delta u(t) \leq \delta u^+(t).$$

Задача линейного программирования появляется как характерная промежуточная задача в алгоритмах поиска минимума после проведения конечномерной аппроксимации. Она формулируется следующим образом: найти числа s из условий

$$\min_{s_i} \sum_{i=1}^N s_i h_i^{(0)}, \quad (2.30)$$

$$F^{(j)} + \sum_{i=1}^N s_i h_i^{(j)} = 0 (\leq 0) \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (2.31)$$

$$s_i^- \leq s_i \leq s_i^+ \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (2.32)$$

Здесь $h_i^{(j)}$, $F^{(j)}$, s_i^- , s_i^+ - заданные числа.

2.3.2. Итерационный метод решения. Разработано большое количество алгоритмов точного решения задачи (2.30) – (2.32), которые известны как симплекс-метод. Как прямые, так и двойственные варианты симплекс-метода позволяют решать задачи линейного программирования с ограничениями типа неравенств.

Реализация симплекс-метода встречает определенные трудности в задачах высокой размерности. Это связано с тем, что в таких задачах приходится работать с матрицей очень большого объема. В

то же время исходная матрица, будучи слабо заполненной, часто может быть размещена в оперативной памяти вычислительной машины, если элементы матрицы можно не запоминать, а вычислять по сравнительно простым формулам. В таких ситуациях итерационные приближённые методы, не преобразующие исходную форму задачи и не порождающие новые объекты типа матрицы общего положения, могут оказаться предпочтительными и даже единственно реализуемыми.

При формировании управления методом последовательной линеаризации более важна другая причина, заставляющая обратиться к итерационным методам [139].

После проведения конечномерной аппроксимации путём введения на отрезке времени $[0, T]$ сетки с большим числом интервалов (например, в рассматриваемых в монографии задачах $N=50-100$ и более) при наличии в условиях задачи многочисленных ограничений (в рассматриваемых задачах $m=1-10$) приходится иметь дело с задачей вида (2.30) – (2.32), решение которой симплекс-методом затруднительно. Кроме того, полученную промежуточную задачу линейного программирования нет необходимости решать точно, достаточно получить приближённое решение итерационным методом, задав приемлемую точность решения.

Итак, рассмотрим задачу: заданы $(m+1)$ -мерные векторы $\{h_i\}$, F , e и числа s_i^+ , s_i^- , ($i=1,2,\dots,N$). Определено линейное отображение N -мерного прямоугольника $\sigma: \{s_i^- \leq s_i \leq s_i^+\}$ в выпуклый многогранник P в $(m+1)$ -мерном пространстве:

$$P: f = F + \sum_{i=1}^N s_i h_i.$$

Требуется найти точку $\lambda e \in P$ с наименьшим λ и ее прообраз в σ , где e – вектор, орт $(m+1)$ -мерного пространства, соответствующий оси $j=0$.

Алгоритм приближённого решения задачи линейного программирования по основной идее близок к двойственному варианту симплекс-метода. Ведущим подходом является эквивалентность сформулированной задачи задаче на минимакс: найти

$$\max_g \min_{f \in P} (f, g)$$

где g – вектор, определяемый условием нормировки $(g, e) = 1$, который является опорным к $(m + 1)$ -мерной грани множества P . Решение такой задачи определяет значение λ , после чего определение прообраза λe в σ сводится к решению системы m линейных алгебраических уравнений.

Итерационный метод дает приближённое решение в том смысле, что вместо соотношения

$$f = F + \sum_{i=1}^N s_i h_i = \lambda e$$

получается

$$|f - \lambda e| = \left| F + \sum_{i=1}^N s_i h_i - \lambda e \right| \leq \delta,$$

где δ – малый параметр. Кроме того, величина λ не будет точным минимумом, поэтому для нее требуется выполнение оценки

$$\eta = \frac{|\lambda - \lambda_{\min}|}{|\lambda_{\min}|} \leq \eta^*,$$

где η^* – заданное число. Число η^* и параметр δ определяют требуемую точность решения.

Подробно алгоритм итерационного метода решения задачи линейного программирования описан в [139].

2.3.3. Модификация итерационного метода. Рассмотренный итерационный метод решения задачи линейного программирования соответствует условиям формирования номинального управления. При формировании командного управления в реальном времени он может использоваться после модификации, которая должна обеспечить выполнение заранее определённого числа вычислительных операций.

Однако это приводит к тому, что за заранее определённое количество итераций приближённого метода решения задачи (2.30) – (2.32) может не выполниться условие для оценки η , в связи с чем снижается точность решения задачи линейного программирования.

Как следствие этого уменьшается эффективность алгоритма формирования командного управления в целом.

Вопрос о целесообразности использования рассмотренного итерационного метода решения задачи линейного программирования в алгоритме формирования командного управления должен решаться отдельно в каждом конкретном случае. Для этого необходимо провести дополнительные исследования, подтверждающие обеспечение необходимой точности решения задачи.

Во многих задачах управления траекториями аэрокосмических аппаратов вследствие достаточно хорошего знания уровня неучтённых при формировании номинального управления возмущающих факторов командное управление будет находиться в окрестности номинального. В связи с этим формулировка задачи формирования командного управления обычно содержит меньше ограничений, чем задача формирования номинального управления.

Это позволяет использовать рассмотренный итерационный метод решения задачи линейного программирования при следующих условиях. Назначается меньшая по сравнению с процессом формирования номинального управления величина малой окрестности опорного управления δU метода последовательной линеаризации. Выполняется небольшое, заранее определённое число итераций поиска вариаций управления δu и небольшое заранее определённое число итераций метода последовательной линеаризации. В этом случае дополнительные исследования сводятся к уточнению численных значений упомянутых параметров, удовлетворяющих целевой задаче управления аэрокосмическим аппаратом.

2.3.4. Использование метода штрафных функций. При формировании командного управления можно использовать более простые алгоритмы решения задачи линейного программирования. В [30, 112, 113, 141] описаны различные подходы, которые могут использоваться при решении задачи линейного программирования.

Рассмотрим метод штрафных функций, сводящийся в используемых обозначениях к минимизации по s квадратичной формы вида

$$\sum_{j=0}^m \left\{ F^{(j)} + \sum_{i=1}^N s_i h_i^{(j)} \right\}^2.$$

Метод штрафных функций обеспечивает решение задачи условной минимизации как последовательности решений задач безусловной минимизации. Алгоритм решения задачи линейного программирования (2.30) – (2.32) на основе метода штрафных функций сводится к выполнению следующих операций.

1. Осуществляется нормировка задачи.

Нормировка обеспечивает условия, при которых одинаковым вариациям управления соответствуют равные приращения функционалов в исходной задаче оптимального управления. При нормировке каждая строка (2.31) ($j = 0, 1, \dots, m$) делится на $\sqrt{\sum_{i=1}^N (h_i^{(j)})^2}$.

2. Задается начальное приближение вариаций управления – компоненты вектора s : $s_i = s_i^-$ ($i = 1, 2, \dots, N$).

3. Задаются целые числа – пределы изменения значений штрафного коэффициента k (k_0, k_n) и счётчика в методе условного градиента l ($1, l_n$).

4. Задаются значения точности $\varepsilon^{(j)}$, с которыми должны выполняться j -е ограничения.

5. Для всех значений $k = k_0, \dots, k_n$ выполняется цикл действий, соответствующий l_n -кратному выполнению пунктов 6 – 12.

6. Вычисляются невязки

$$f^{(j)}(s) = F^{(j)} + \sum_{i=1}^N s_i h_i^{(j)} \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

7. Определяется функция

$$\delta^{(j)}(f^{(j)}(s)) = 0, \quad \text{если } |f^{(j)}(s) \leq \varepsilon^{(j)}|,$$

$$\delta^{(j)}(f^{(j)}(s)) = 1, \quad \text{если } |f^{(j)}(s) > \varepsilon^{(j)}|.$$

8. Вычисляется и запоминается значение обобщённой функции

$$\Phi_k(s) = \sum_{i=1}^N s_i h_i^0 + k \sum_{j=1}^m \delta^{(j)}(f^{(j)}(s)) |f^{(j)}(s)|^2.$$

9. Вычисляются компоненты градиента обобщённой функции

$$\Phi'_i(s) = h_i^{(0)} + 2k \sum_{j=1}^m \delta^{(j)} \left(f^{(j)}(s) \right) f^{(j)}(s) h_i^{(j)} \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

10. Определяется вспомогательное приближение

$$\begin{aligned} \bar{s}_i &= s_i^- \quad \text{при} \quad \Phi'_i(s) > 0, \\ \bar{s}_i &= s_i^+ \quad \text{при} \quad \Phi'_i(s) < 0, \\ \bar{s}_i &= (s_i^+ + s_i^-) / 2 \quad \text{при} \quad \Phi'_i(s) = 0. \end{aligned}$$

11. Находится параметр Δ , определяющий длину шага изменения вариации управления s из условия

$$\min_{0 \leq \Delta \leq 1} \Phi_k(s + \alpha(\bar{s} - s)).$$

Минимизация обобщённой функции Φ_k осуществляется методом золотого сечения.

12. Определяется новое приближение градиентного спуска

$$s_i = s_i + \Delta(\bar{s}_i - s_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

13. Среди чисел $\Phi_k[s]$ выбирается наименьшее. Соответствующие ему значения s_i ($i = 1, 2, \dots, N$) принимаются за решение задачи линейного программирования (2.30) – (2.31).

Приведённый алгоритм позволяет за определённое количество вычислительных операций приближённо решить задачу линейного программирования. Заранее подобранные значения свободных параметров алгоритма обеспечивают приемлемую точность решения задачи (2.30) – (2.31) и, как следствие этого, не ухудшают эффективность функционирования алгоритма формирования командного управления в целом.

2.4. Учёт ограничений на управление

2.4.1. Ограничения в виде неравенств. Для аэрокосмического аппарата ограничения (1.11) являются ограничениями на величину и скорость изменения угла атаки и скоростного угла крена (1.1), а также расхода топлива (1.2). В общем случае рассматриваемые ограничения на управление u зависят от вектора параметров траектории p и записываются следующим образом:

$$u_{\min}(p) \leq u \leq u_{\max}(p), \quad (2.33)$$

$$\dot{u}_{\min}(p) \leq |\dot{u}| \leq \dot{u}_{\max}(p). \quad (2.34)$$

Поиск в пространстве управлений позволяет относительно просто учитывать ограничения на управление любой степени сложности, включая ограничения на величину управляющего воздействия, скорость его изменения и другие характеристики управляющей зависимости по каждому из каналов управления. Причём, виды ограничений могут быть заданы как зависимости любых параметров траектории, которые можно измерить или вычислить в процессе формирования управления.

Рассмотрим в общем виде способы учёта ограничений на управление вида (2.33), (2.34) при формировании управляющего воздействия по k -ому каналу $u(t)$ ($k = 1, 2, \dots, r$).

Учёт ограничений на управление (2.33) осуществляется на каждой итерации улучшения управления следующим образом [77].

1. В узлах аппроксимации задачи вычисляются улучшенные значения управляющей зависимости u_i ($i = 1, 2, \dots, N$) без учёта ограничений (2.33).

2. Последовательно проверяется, начиная с первого узла, выполнение неравенств

$$u_{i \min} \leq u_i \leq u_{i \max} \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

где $u_{i \min}$ и $u_{i \max}$ – значения заданных функций $u_{\min}(p)$ и $u_{\max}(p)$ в узлах аппроксимации. В узлах, в которых эти ограничения не выполняются, значения управляющих зависимостей заменяются на $u_{i \min}$ или $u_{i \max}$.

3. В качестве нового улучшенного опорного управления принимается зависимость, удовлетворяющая ограничениям (2.33).

Учёт ограничений на управление (2.34) осуществляется на каждой итерации улучшения управления следующим образом [77].

1. В узлах аппроксимации задачи вычисляются улучшенные значения управляющих зависимостей u_i ($i = 1, 2, \dots, N$) без учёта ограничений (2.34).

2. Последовательно проверяется, начиная с интервала между первым и вторым узлом, выполнение неравенств:

$$\dot{u}_{i \min} < \frac{|u_{i+1} - u_i|}{t_{i+1} - t_i} < \dot{u}_{i \max} \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1).$$

Здесь $\dot{u}_{i \min}$ и $\dot{u}_{i \max}$ – значения заданных функций $\dot{u}_{\min}(p)$ и $\dot{u}_{\max}(p)$ в узлах аппроксимации.

На интервалах, на которых эти ограничения не выполняются, производится перерасчёт значений управляющих зависимостей в конце интервала. Если $u_{i+1} - u_i > 0$, то перерасчёт производится по одной из следующих формул:

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= u_i + \dot{u}_{i \max} (t_{i+1} - t_i), \\ u_{i+1} &= u_i + \dot{u}_{i \min} (t_{i+1} - t_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1). \end{aligned}$$

Если $u_{i+1} - u_i < 0$, то перерасчёт производится по одной из следующих формул:

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= u_i - \dot{u}_{i \max} (t_{i+1} - t_i), \\ u_{i+1} &= u_i - \dot{u}_{i \min} (t_{i+1} - t_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1). \end{aligned}$$

3. В качестве нового улучшенного управления принимается зависимость, удовлетворяющая ограничениям (2.34).

Поскольку рассчитанное на итерации неисправленное улучшенное управление принадлежит малой окрестности δU опорного управления, а учёт рассматриваемых ограничений не расширяет область δU , то предлагаемые способы учёта ограничений на управление не вносят дополнительные погрешности в процесс поиска управления, удовлетворяющего всем условиям задачи. Выполнение ограничений обеспечивается на каждой итерации улучшения управления одновременно по всем каналам, что позволяет прерывать поиск на любой итерации при полной гарантии нахождения управляющих зависимостей внутри области допустимых управлений U .

2.4.2. Ограничения в виде равенств. Рассмотрим, как учитываются ограничения на управление в виде равенств:

$$u = u_{\text{треб}}(p), \quad (2.35)$$

$$\dot{u} = \dot{u}_{\text{треб}}(p). \quad (2.36)$$

Учёт ограничений на управление (2.35) осуществляется на каждой итерации улучшения управления следующим образом [77].

1. В узлах аппроксимации задачи вычисляются улучшенные значения управляющей зависимости u_i ($i = 1, 2, \dots, N$) без учёта ограничений (2.35).

2. Последовательно проверяется, начиная с первого узла, выполнение равенства (2.35):

$$u_i = u_{\text{треб}i}(p) \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

где $u_{\text{треб}i}(p)$ – значения заданной функции $u_{\text{треб}}(p)$ в узлах аппроксимации.

В узлах, в которых это равенство не выполняется, значения управляющих зависимостей заменяются на $u_{\text{треб}i}(p)$.

3. В качестве нового улучшенного опорного управления принимается зависимость, удовлетворяющая ограничениям (2.35).

Учёт ограничений на управление (2.36) осуществляется на каждой итерации улучшения управления следующим образом [77].

1. В узлах аппроксимации задачи вычисляются улучшенные значения управляющих зависимостей u_i ($i = 1, 2, \dots, N$) без учёта ограничений (2.36).

2. Последовательно проверяется, начиная с интервала между первым и вторым узлом, выполнение равенств:

$$\frac{u_{i+1} - u_i}{t_{i+1} - t_i} = \dot{u}_{\text{треб}i}(p) \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1),$$

где $\dot{u}_{\text{треб}i}(p)$ – значения заданной функции $\dot{u}_{\text{треб}}(p)$ в узлах аппроксимации.

На интервалах, на которых эти ограничения не выполняются, производится перерасчёт значений управляющих зависимостей в конце интервала. Если $u_{\text{треб}i}(p) > 0$, то перерасчёт производится по формуле:

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_{\text{треб}i}(p)(t_{i+1} - t_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1).$$

Если $u_{\text{треб}i}(p) < 0$, то перерасчёт производится по формуле:

$$u_{i+1} = u_i - \dot{u}_{\text{треб}i}(p)(t_{i+1} - t_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1).$$

3. В качестве нового улучшенного управления принимается зависимость, удовлетворяющая ограничениям (2.36).

Предложенные способы учёта ограничений на управление в виде равенств или в виде неравенств могут применяться к отдельным участкам траектории. Способы учёта ограничений на величину (2.33) и скорость изменения управляющих зависимостей (2.34) могут применяться одновременно для разных каналов управления.

На следующей итерации улучшения управления методом последовательной линеаризации в качестве опорного принимается улучшенное управление, удовлетворяющее наложенным ограничениям.

2.5. Учёт ограничений на параметры траектории

2.5.1. Ограничения на максимальные значения параметров.

При разработке численных методов формирования управления движением, основанных на построении минимизирующей последовательности управлений, возникают трудности, связанные с ограничениями на режимы движения и фазовые координаты, которые как функционалы задачи не имеют производных Фреше и могут дифференцироваться лишь по направлениям в функциональном пространстве (по Гато). К числу таких ограничений в задаче управления траекториями аэрокосмических аппаратов относятся ограничения (1.3) на максимальные значения скоростного напора, перегрузки и удельного теплового потока, а также ограничения на экстремальные значения фазовых координат и их отклонений от требуемых значений.

Функционалы, соответствующие перечисленным ограничениям, записываются следующим образом:

$$F[u(t)] = \max_t \int_0^t \Phi[x(t), u(t)] dt, \quad (2.37)$$

$$F[u(t)] = \max_t \Phi[x(t), u(t)]. \quad (2.38)$$

Предположим, что для опорного управления максимальное значение функции Φ или её интеграла достигается на отрезке $[0, T]$ в момент времени t' . Трудность вычисления производных

функционалов вида (2.37) и (2.38) заключается в том, что при изменении управляющей зависимости $u(t)$ на каждой итерации поиска меняется не только максимальное значение функции Φ или ее интеграла, но и время его достижения t' .

Преобразование исходной задачи в конечномерную позволяет при численном решении аппроксимировать функционалы, дифференцируемые по Гато, несколькими функционалами, дифференцируемыми по Фреше.

Вопросы дифференцирования функционалов вида (2.37) и (2.38) рассмотрены в [50, 58, 121, 139, 166]. В [50] изложена методика учёта ограничений, задаваемых с помощью недифференцируемых по Фреше функционалов, при проведении численных расчётов и приведены примеры её использования при формировании управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Применение этой методики связано с заменой каждого функционала, дифференцируемого по Гато, несколькими однотипными функционалами, дифференцируемыми по Фреше. В общем случае такая замена производится неоднозначно. Очевидно, что в результате использования этой методики размерность задачи линейного программирования, к многократному решению которой сводится процесс улучшения управления, существенно возрастает в соответствии с увеличением общего числа рассматриваемых функционалов.

При формировании номинального управления траекториями аэрокосмических аппаратов приходится, как правило, учитывать одновременно несколько траекторных ограничений, причём многие из них с математической точки зрения являются функционалами, не имеющими производных Фреше. Поэтому применение упомянутой методики приводит к усложнению процедуры численного решения вследствие значительного увеличения размерности исходной задачи по числу контролируемых функционалов.

2.5.2. Способы учёта ограничений. При формировании управления траекториями аэрокосмических аппаратов предлагается каждый функционал, дифференцируемый по Гато, заменять только одним функционалом, дифференцируемым по Фреше [77]. Это позволяет упростить численную процедуру поиска улучшенного управления в условиях наличия многочисленных ограничений вида (2.37) и (2.38). Подобный подход к решению проблемы дифференцирования функционалов, не имеющих производных Фреше, пред-

полагает тщательный подбор параметров вычислительной процедуры метода последовательной линеаризации, а также, в некоторых случаях, позволяет использовать алгоритмы, ускоряющие процесс поиска управления, удовлетворяющего ограничениям на максимальные значения параметров траектории.

В соответствии с предлагаемым подходом на каждой итерации решения задачи линейного программирования функционалы вида (2.37) и (2.38) заменяются соответственно одним функционалом вида (2.10) или (2.5). Для этого при численном интегрировании траектории движения вычисляются значения функции Φ или её интеграла на отрезке $[0, T]$ и фиксируются их максимальные значения и соответствующие этим значениям моменты времени t' .

В зависимости от вида функции Φ предлагаются два способа учёта ограничений на максимальные значения контролируемых параметров траектории [77].

Первый способ реализуется для функционалов вида (2.37) при их замене функционалом вида (2.10), а также для функционалов вида (2.38) в том случае, если функция Φ имеет вид аналитического выражения, явно не зависящего от управления, то есть, если функционал (2.38) заменяется функционалом вида (2.5).

В этом случае расчёт производных осуществляется в соответствии с методикой дифференцирования функционалов вида (2.10) или (2.5). Если значение функционала выходит за пределы назначенного ему ограничения, то каждый компонент вектора управления u_k ($k = 1, 2, \dots, r$) заменяется в каждом узле аппроксимации на отрезке времени $[0, t']$ улучшенным по результатам решения задачи линейного программирования (2.11) – (2.13) значением в соответствии с величиной и знаком производной в этом узле. Изменение управления u_k на отрезке $[0, t']$ ограничивается величиной малой окрестности δU_k , которая является параметром метода решения задачи линейного программирования. В общем случае величина малой окрестности δU_k может быть различной в разных узлах. Этот подход применяется при работе с функционалами, которые входят в формулировку задачи управления траекториями аэрокосмических аппаратов, как ограничения на максимальные значения скоростного напора и удельного теплового потока, а также ограничения на экстремальные значения фазовых координат.

Второй способ реализуется для функционалов вида (2.38) в том случае, если функция Φ имеет вид аналитического выражения, явно зависящего от управления, то есть, если функционал (2.38) заменяется функционалом вида

$$F[u(t)] = \Phi[x(t'), u(t')]. \quad (2.39)$$

Улучшение управления на каждой итерации предлагается производить с учётом возможности непосредственного воздействия на значение контролируемого функционала путём изменения управления в момент времени t' .

Сначала расчёт производных функционалов вида (2.39) осуществляется в соответствии с рассмотренной методикой дифференцирования функционалов вида (2.5). Следует отметить, что для момента времени t' в выражении функциональных производных (2.8) для функционалов вида (2.39) по каналам управления, которые оказывают непосредственное влияние на рассматриваемые функционалы, преобладающее значение приобретают производные Φ_u , рассчитанные в соответствии с формулами для частных производных функций Φ по управлению u .

Если значение функционала выходит за пределы назначенного ему ограничения, то, как и в предыдущем случае, каждый компонент вектора управления u_k ($k = 1, 2, \dots, r$) изменяется в каждом узле аппроксимации на отрезке времени $[0, t']$ по результатам решения задачи линейного программирования (2.11) – (2.13) в соответствии с величиной и знаком полученных производных функционалов по управлению. Изменение управления u_k ограничивается величиной малой окрестности δU_k .

Для узла аппроксимации, соответствующего моменту времени t' , компоненты вектора управления изменяются в соответствии со знаком функциональной производной (при численном расчёте после проведения конечномерной аппроксимации роль этой производной выполняет соответствующий коэффициент $h^{(j)}$ (2.14)). Однако допустимое приращение управления по сравнению с величиной малой окрестности δU_k существенно увеличивается. Кроме того, поскольку на следующей итерации улучшения управления момент времени t' может изменить свое положение на отрезке $[0, T]$,

то для соседних узлов допустимое приращение управления также увеличивается.

Предложенный способ, во-первых, обеспечивает увеличение скорости изменения функционала за счёт более быстрого изменения управления в окрестности экстремального значения функции Φ , во-вторых, позволяет учитывать возможное изменение номера контролируемого узла на следующей итерации из-за изменения управления, в-третьих, предотвращает нежелательное обратное изменение управления при смене номера узла в случае, если знак функциональной производной в контролируемом узле противоположен знаку функциональных производных в соседних узлах.

Этот подход применяется при работе с функционалами задачи управления траекториями аэрокосмических аппаратов, которые входят в формулировку, как ограничения на максимальные значения проекций вектора перегрузки на продольную и нормальную связанные оси аппарата.

Эти величины непосредственно зависят от угла атаки α следующим образом:

$$n_x = \frac{c_x S q}{g_0 m} (K \sin \alpha - \cos \alpha),$$

$$n_y = \frac{c_x S q}{g_0 m} (\sin \alpha - K \cos \alpha),$$

где c_x – коэффициент аэродинамической силы лобового сопротивления, S – характерная площадь аппарата, q – скоростной напор, g_0 – ускорение свободного падения, m – масса аппарата, K – аэродинамическое качество аппарата.

Изменение угла атаки приводит к изменению величин проекций вектора перегрузки на оси связанной системы координат. Производные составляющих перегрузки в связанных осях по углу атаки имеют вид

$$\frac{\partial n_x}{\partial \alpha} = \frac{S q}{g_0 m} \left[c_x (K \cos \alpha + \sin \alpha) + \frac{\partial c_x}{\partial \alpha} (K \sin \alpha - \cos \alpha) \right],$$

$$\frac{\partial n_y}{\partial \alpha} = \frac{S q}{g_0 m} \left[c_x (\cos \alpha - K \sin \alpha) + \frac{\partial c_x}{\partial \alpha} (\sin \alpha + K \cos \alpha) \right].$$

В общем случае процедура учёта каждого из ограничений на максимальные значения контролируемых параметров траектории сводится к выполнению следующих операций, выполняемых на каждой итерации улучшения управления [77].

1. Интегрируется траектория движения.

Интегрирование не является дополнительным, поскольку выполняется для вычисления значений сразу всех функционалов задачи.

2. Фиксируется время t' и номер n соответствующего этому моменту времени узла, в котором функция Φ или ее интеграл достигает экстремального значения.

3. Применяется способ дифференцирования функционалов вида (2.5) или (2.10).

4. Задается значение малой окрестности δU .

5. Решается задача линейного программирования (2.11) – (2.13) относительно неизвестных s_1, \dots, s_N .

Для функционалов вида (2.38), которые рассматриваются как функционалы вида (2.39), дополнительно выполняется следующая операция.

6. В узле с номером n , а также в близлежащих узлах принимается, что приращение соответствует максимально возможному значению.

Например, для узлов с номерами n , $n-1$ и $n+1$ принимается

$$s_{n-1} = s = s_{n+1} = K_u \delta U \text{sign}(h_n^{(j)}),$$

где $K_u > 1$ - коэффициент увеличения допустимой области изменения управления.

7. Формируется улучшенное опорное управление.

При этом основным параметром является допустимое значение малой окрестности опорного управления δU . В связи с аппроксимацией функционалов, дифференцируемых по Гауссу, только одним функционалом, дифференцируемым по Фреше, выбор численного значения этого параметра должен производиться тщательно.

При выполнении пункта 6 дополнительными параметрами процедуры являются число узлов, в которых управление изменяется более быстро, чем в остальных, а также величины коэффициентов K_u , которые могут быть различны для разных узлов. Эти пара-

метры процедуры могут изменяться в широких пределах в зависимости от видов ограничений и других условий решения исходной задачи.

2.5.3. Фиксирование времени. Преобразование задачи к конечномерному виду позволяет в зависимости от ее сложности использовать один из следующих приёмов фиксирования момента времени t' , соответствующего достижению контролируемым параметром траектории своего экстремального значения [77].

Первый приём заключается в фиксировании момента времени t' после расположения узлов аппроксимации. Этот момент времени выбирается соответствующим времени узла с экстремальной величиной функции Φ или ее интеграла. При этом расположение узлов на исследуемом участке траектории производится из соображений, не связанных с проблемами аппроксимации функционалов, дифференцируемых по Гато. В этом случае точность фиксирования положения функционала на отрезке $[0, T]$ определяется частотой расположения узлов аппроксимации.

Второй приём заключается в фиксировании момента времени t' при численном интегрировании траектории. В этом случае после расположения основных узлов аппроксимации во множество узлов включается дополнительный узел, момент времени t' которого соответствует экстремальному значению функции Φ или её интеграла. В этом случае точность фиксирования положения функционала определяется величиной шага интегрирования траектории.

2.6. Решение многокритериальной задачи

2.6.1. Формулировка задачи. Многокритериальные задачи управления возникают, в частности, при усложнении основной задачи управления [124], если требуется сформировать управляющие зависимости, обеспечивающие не только выполнение ограничений в виде неравенств на функционалы задачи, но и создание запасов управления на случай непредвиденных ситуаций. Создание запасов управления достигается максимизацией отклонений всех функционалов-ограничений от границ внутри допустимой области.

В общем виде многокритериальная задача оптимального управления, именуемая также векторной задачей математического

программирования [94], формулируется следующим образом: для системы, описываемой векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.40)$$

с начальным условием

$$x(o) = x_0, \quad (2.41)$$

определить на отрезке времени $t \in [0, T]$ вектор управления $u(t)$, на который наложены ограничения

$$u \in \tilde{U} = \left\{ u \in E^n : u \in U, F_j[u] = 0 (\leq 0), j = 1, \dots, m \right\}, \quad (2.42)$$

из условия минимума векторного критерия

$$F_0[u] = \left\{ F_0^k, k = 1, 2, \dots, K \right\}.$$

В этой задаче задается отображение $\tilde{U} \rightarrow \Phi$, где Φ – область допустимых значений критериев, образуемая допустимыми значениями векторов $F_0[u]$ при управлениях, удовлетворяющих условиям (2.42).

Решением многокритериальной задачи может быть только компромиссное решение, удовлетворяющее в том или ином смысле всем компонентам векторного критерия $F_0[u]$.

В качестве опорного множества для выбора единственного решения многокритериальной задачи может служить множество неуплучшаемых по Парето (π -оптимальных) управлений u^* , принадлежащих множеству \tilde{U} [116]. Это множество является неуплучшаемым в том смысле, что для каждой точки (управляющей зависимости) u^* этого множества не существует другой допустимой точки (управляющей зависимости) u' , для которой

$$F_0^k[u'] \leq F_0^k[u^*], \quad k = 1, \dots, K,$$

причём хотя бы для одного критерия должно выполняться строгое неравенство.

2.6.2. Методы решения. Получение единственного решения многокритериальной задачи, имеющей множество решений как множество Парето, возможно путём сведения задачи к однокритериальной или к заранее определённой последовательности однокритериальных задач. Рассмотрим основные положения методов

решения многокритериальных задач, на базе которых возможна разработка численных методов формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов, обеспечивающих получение единственного решения в автоматическом режиме [94, 124].

1. Методы, основанные на свертывании критериев.

Задача сводится к однокритериальной, если удаётся обосновать введение весовых коэффициентов c_k ($k = 1, 2, \dots, K$), характеризующих относительную важность критериев. Весовые коэффициенты обычно нормируются, составляя в сумме единицу.

Однокритериальная задача формирования управления в этом случае формулируется следующим образом. Определить управление $u(t)$ для системы (2.40) с начальным условием (2.41), удовлетворяющее ограничениям (2.42) и минимизирующее функционал

$$F_0[u(t)] = \sum_{k=1}^m c_k F_k, \quad (k = 1, 2, \dots, K). \quad 44)$$

Основным достоинством методов, основанных на свертывании критериев в соответствии с (2.44), является выполнение условий оптимальности по Парето. К недостаткам рассматриваемого подхода относится то, что обычно известна лишь сопоставимая важность критериев, но трудно априори найти численные значения весовых коэффициентов, удовлетворяющие всем возможным ситуациям. Кроме того, в ряде случаев малым приращениям весовых коэффициентов соответствуют большие приращения целевых функций, и полученное решение является неустойчивым [25].

2. Методы, использующие ограничения на критерии.

Автоматизировать поиск единственного решения многокритериальной задачи позволяет метод последовательных уступок [115]. В этом случае критерии располагаются и нумеруются в порядке убывания важности. Затем производится последовательная оптимизация критериев, начиная с первого, при условии наличия возможности некоторого ухудшения предыдущих критериев (допустимой уступки). После оптимизации последнего по важности критерия при условии выполнения заданных ограничений на все критерии решение задачи считается найденным.

К недостаткам методов, построенных на последовательных уступках, относится то, что, во-первых, полученное решение в общем

случае не оптимально по Парето, а, во-вторых, затруднительно априорное на все возможные случаи назначение величин уступок, которые, как правило, несоизмеримы между собой.

3. Методы целевого программирования.

Эти методы предполагают наличие определённой цели по каждому из критериев. Величины целей используются при преобразовании исходной задачи в задачу целевого программирования, которая в соответствии с [168] представляется как минимизация некоторой суммы отклонений с нормированными весами.

Основными недостатками методов целевого программирования являются несоизмеримость разностей критериев и величин соответствующих целей, а также трудности с выбором весов.

4. Методы, основанные на отыскании компромиссного решения.

Методы обеспечивают гарантированный результат решения задачи управления из условия поиска максимума минимального (максимин) или минимума максимального (минимакс) критерия.

Принцип гарантированного результата для решения многокритериальных задач предложен в работе [70] и развит в работах [29, 34, 40, 41, 59-61, 98].

Распространённым подходом, позволяющим выбрать единственное решение задачи управления, является сведение рассматриваемой задачи к минимаксной: найти управление $u(t)$ для системы (2.40) с начальным условием (2.41), удовлетворяющее ограничениям (2.42) и доставляющее минимум функционалу

$$F_0[u(t)] = \max_k F_0^k[u(t)] \quad (k = 1, 2, \dots, K),$$

то есть найти

$$u(t) = \arg \min_u \max_k F_0^k[u(t)] \quad (k = 1, 2, \dots, K) \quad (2.45)$$

при условии выполнения ограничений (2.42).

При решении минимаксной задачи функционалы F_0^k сравниваются по величине, и поэтому численному решению этой задачи предшествует операция нормализации функционалов.

Существование решения минимаксной задачи (2.45), удовлетворяющего ограничениям (2.42), гарантирует существование ре-

шения поставленной задачи управления и притом единственного. Управление, являющееся решением минимаксной задачи, сформулированной соответствующим образом, по сравнению с другими управлениями гарантирует, в частности, наибольшее удаление наихудшего из функционалов от границы области допустимых значений.

2.6.3. Итерационная процедура решения. Рассмотрим подход, основанный на отыскании компромиссного решения (гарантированного результата) в виде (2.45).

Пусть известны диапазоны изменения K критериев задачи

$$F_{0\min}^k \leq F_0^k(u) \leq F_{0\max}^k \quad (k=1,2,\dots,K),$$

где $F_{0\min}^k$ – минимальное значение k -го критерия, полученное в результате решения однокритериальной задачи оптимизации без учёта остальных критериев и достигаемое при управлении u_{\min}^k , $F_{0\max}^k$ – максимальное значение k -го критерия среди значений, соответствующих управлениям u_{\min}^k ($k=1,2,\dots,K$). В этом случае обоснована нормализация

$$\xi^k(u) = \frac{F_0^k(u) - F_{0\min}^k}{F_{0\max}^k - F_{0\min}^k} \quad (k=1,2,\dots,K), \quad (2.46)$$

при которой $\lim_{u \rightarrow u_{\min}^k} \xi^k(u) = 0$, $0 \leq \xi^k(u) \leq 1$. Значения $F_0^k(u)$ вы-

числяются для текущего приближения искомого управления $u(t)$.

Будем считать, что для нормализованных критериев решение многокритериальной задачи определяется в соответствии с принципом минимакса (гарантированного результата). Рассмотрим итерационную процедуру решения многокритериальной задачи формирования номинального управления, которая сводится к выполнению следующих действий [39].

1. Решение K задач однокритериальной оптимизации с целью нахождения управлений u_{\min}^k и соответствующих им значений критериев $F_{0\min}^k$ и $F_{0\max}^k$ ($k=1,2,\dots,K$).

2. Выбор начального приближения искомого управления $u(t)$ из управлений u_{\min}^k и формирование множества значений $F_0^k(u)$.

3. Нормализация критериев при текущем приближении искомого управления.

4. Выбор наихудшего критерия $\xi^* = \max_k \beta^k \xi^k(u)$, где $\beta^k > 0$ – коэффициенты важности критериев, $\sum_{k=1}^K \beta^k = 1$.

5. Минимизация наихудшего критерия с целью нахождения следующего приближения текущего управления:

$$u(t) = \arg \min_{u \in U} \xi^*(u).$$

Управление $u(t)$ принимается в качестве решения многокритериальной задачи, если на двух смежных итерациях значения наихудших критериев отличаются на значение, меньшее заданной точности, в противном случае выполняется следующая итерация, начиная с пункта 3. Поиск приближённо-оптимального управления с учётом всех ограничений при выполнении пунктов 1 и 5 выполняется с помощью алгоритмов на основе метода последовательной линеаризации.

На каждой итерации решения многокритериальной задачи минимизируется наихудший критерий, в качестве которого может выступать любой критерий. В процессе поиска формируется приближение множества Парето, из которого в соответствии с коэффициентами важности критериев автоматически выбирается единственное решение.

Приведённая процедура может использоваться при формировании командного многокритериального управления. Для этого необходимо обеспечить выполнение требований к алгоритмам реального времени, в частности, априорную определённость числа выполняемых вычислительных операций.

В этом случае пункты 1 и 2 не выполняются, соответствующие им операции выполняются заранее: значения критериев F_0^{k*} , ($k = 1, 2, \dots, K$) не рассчитываются, а принимаются равными значениям, полученным при решении задачи формирования номинального

управления, начальное приближение управления u_0 принимается равным полученному при этом номинальному управлению. Количество итераций поиска задаётся заранее.

2.6.4. Аппроксимация множества Парето. Приближённо-оптимальное управление можно получить с использованием аппроксимации в K -мерном пространстве критериев поверхности $\vartheta(\Pi)$, образованной сочетаниями критериев при π -оптимальных управлениях [86]. В соответствии со свойствами множества Парето [54] поверхность $\vartheta(\Pi)$ строго монотонна и представляет собой левую нижнюю границу множества Φ . Поверхность $\vartheta(\Pi)$ является выпуклой, если множество Φ выпукло. В этом случае поверхность $\vartheta(\Pi)$ может быть аппроксимирована гиперповерхностью.

В двухкритериальной задаче гиперболическая кривая (рис.2.1), проходящая через точки аппроксимации $A'(\xi', \xi'')$ и $A''(\xi', \xi'')$, с центром в начале координат и асимптотами – координатными осями (в результате нормализации критериев) определяется уравнением

$$\xi_2 = a(\xi_1)^{-b}$$

с коэффициентами

$$b = \frac{\ln \xi_2'' - \ln \xi_2'}{\ln \xi_1' - \ln \xi_1''}, \quad a = \xi_2' (\xi_1')^b.$$

В общем случае K критериев уравнение аппроксимирующей гиперповерхности, проходящей через K точек аппроксимации $A^k(\xi_1^k, \xi_2^k, \dots, \xi_K^k)$ ($k = 1, 2, \dots, K$) имеет вид

$$\xi_K = a(\xi_1)^{-b_1} (\xi_2)^{-b_2} \dots (\xi_{K-1})^{-b_{K-1}}$$

с коэффициентами $a, b_1, b_2, \dots, b_{K-1}$, получаемыми в результате решения системы уравнений

$$\xi_K^k = a(\xi_1^k)^{-b_1} (\xi_2^k)^{-b_2} \dots (\xi_{K-1}^k)^{-b_{K-1}} \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (2.47)$$

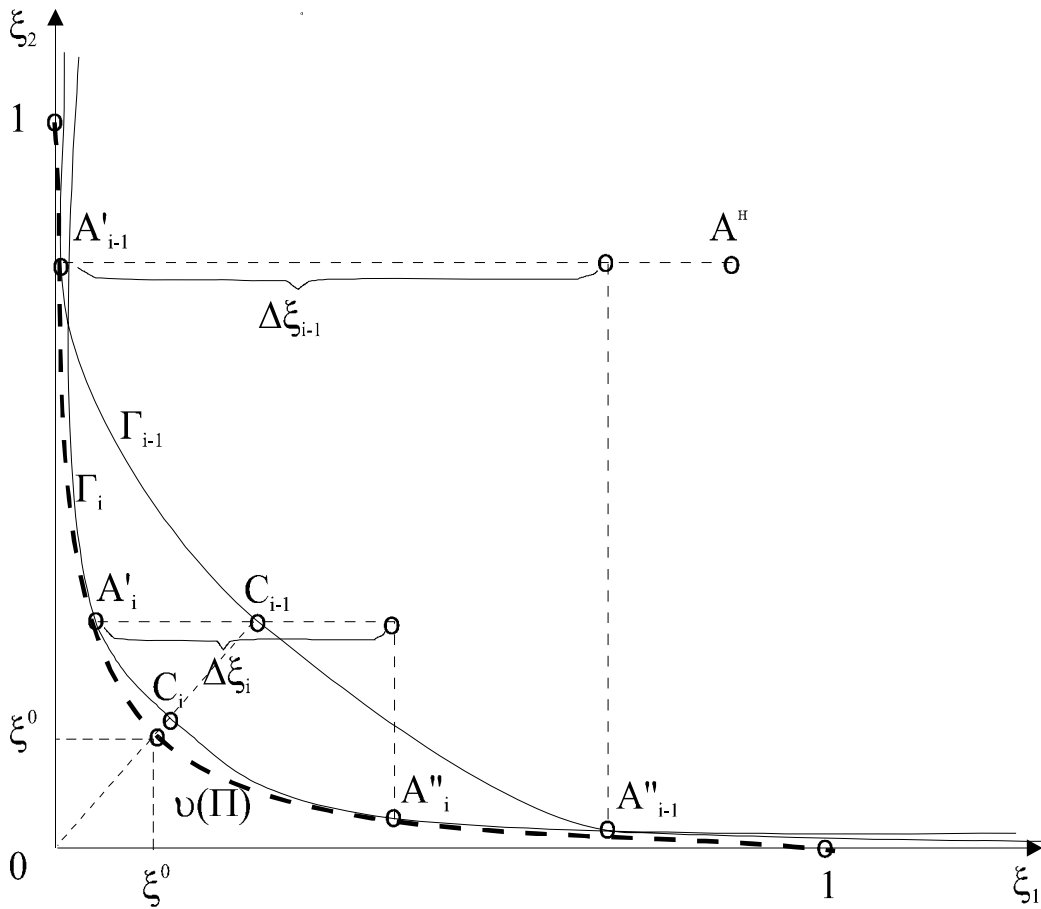


Рис. 2.1. Формирование аппроксимирующих гипербол

2.6.5. Методика использования аппроксимирующих гиперповерхностей. С учетом свойства, сформулированного в [148], нормализованные критерии при минимаксно-оптимальном управлении равны между собой. В двумерном случае точка, образованная сочетанием критериев при этом управлении, принадлежит биссектрисе первого квадранта. Вследствие этого координаты вершин аппроксимирующих гипербол (точки C_i, C_{i-1} на рис. 2.1) соответствуют приближённым решениям двухкритериальной задачи.

Для формирования управления, являющегося приближённым решением многокритериальной задачи, необходимо выполнить следующее [86].

1. Определить K векторов управления, обеспечивающих сочетания критериев, при которых значения $(K - 1)$ критериев фиксированы, а один критерий достигает минимума.

2. Определить коэффициенты аппроксимирующей поверхности путём решения системы (2.46).

3. Вычислить координаты вершины аппроксимирующей поверхности по формуле

$$\xi_1^C = \xi_2^C = \dots = \xi_k^C = \xi^C = (a)^{\frac{1}{b_1+b_2+\dots+b_{K-1}+1}}.$$

Сочетание критериев в вершине аппроксимирующей поверхности и соответствующий вектор управления представляют собой приближённое решение многокритериальной задачи.

Уточнение приближённого решения может быть выполнено с помощью итерационной процедуры минимизации максимального для данного приближения критерия при фиксированных значениях других критериев. Управление, полученное в результате скалярной минимизации, позволяет сформировать соответствующую аппроксимирующую гиперповерхность, координаты вершины которой являются опорным управлением на следующей итерации.

Сходимость итерационной процедуры обеспечивается выбором шага $\Delta\xi_i$ i -й итерации (рис. 2.1) так, чтобы выполнялось условие

$$\left| \xi^{C_{i-1}} - \min_{k \in K} \xi_k^{A'_i} \right| < \Delta\xi_i < \Delta\xi_{i-1},$$

за счёт чего вершина аппроксимирующей гиперповерхности оказывается на каждой итерации между точками аппроксимации A'_i и A''_i .

Шаг на i -й итерации вычисляется по формуле

$$\Delta\xi_i = \frac{\Delta\xi_{i-1} + \left| \xi^{C_{i-1}} - \min_{k \in K} \xi_k^{A'_i} \right|}{2}.$$

2.6.6. Алгоритм решения двухкритериальной задачи. В случае $K=2$ аппроксимирующая кривая является гиперболой. С учётом нормализации (2.46) центр гиперболы принадлежит началу координат, так как асимптотами являются координатные оси. Линия $\vartheta(\Pi)$ π -оптимальных сочетаний критериев имеет вид, показанный на рис. 2.1.

Предложен следующий алгоритм формирования минимаксно-оптимального управления [86].

1. Решаются задачи скалярной минимизации критериев $R_k[u]$, $k \in K$. Определяются управления u_k^{\min} и соответствующие им ми-

нимальные значения каждого критерия R_k^{\min} , $k \in K$ без учёта остальных критериев.

2. Определяются максимальные значения каждого критерия

$$R_k^{\max} = \max_{n \in K, n \neq k} R_k[u_n^{\min}], k \in K.$$

3. Выбирается начальный закон управления $u^H \in \tilde{U}$ среди u_k^{\min} , $k \in K$.

4. Задаётся начальное значение шага $\Delta \xi^H < 1$.

5. Определяется опорное управление, тождественное начальному управлению $u_i = u^H$ при $i = 0$ (i – номер итерации), или полученному на предыдущей итерации $u_i = u_{i-1}^C$ при $i > 0$.

6. Определяется критерий с наибольшим нормализованным значением

$$\xi_{k'}^i = \max_{k \in K} \xi_k^i[u_i],$$

и фиксируется значение другого критерия $\bar{R}^k = R^k[u_i]$, $k \neq k'$; область \tilde{U} дополняется ограничением

$$\tilde{U}' = \{u \in \tilde{U}, R^k[u] = \bar{R}^k, k \neq k'\}.$$

7. Формируется управление $u_i^{k'}$, удовлетворяющее условию минимальности

$$\xi_{k'}^i[u_i^{k'}] = \min_{u \in \tilde{U}'} \xi_{k'}^i[u], k' \in K,$$

и вычисляются координаты точки $A_i'(\xi_{1i}', \xi_{2i}')$, принадлежащей множеству $\mathcal{V}(\Pi)$.

8. Определяется значение шага итерации $\Delta \xi_i = \Delta \xi^H$ при $i = 0$ или

$$\Delta \xi_i = \frac{\Delta \xi_{i-1} + \left| \xi^{C_{i-1}} - \min_{k \in K} \xi_k^{A_i'} \right|}{2}$$

при $i > 0$. Вычисляется значение критерия с номером k' , соответствующее этому приращению

$$\bar{R}_{k'} = \left(\xi_k [u_{k'}^i] + \Delta \xi_i \right) (R_k^{\max} - R_k^{\min}) + R_k^{\min}.$$

Область \tilde{U} дополняется ограничением

$$\tilde{U}'' = \{u \in \tilde{U}, R_{k'}[u] = \bar{R}_{k'}\}.$$

9. Формируется управление $u_i^{k''}$, удовлетворяющее условию минимальности

$$\xi_{k''}^i [u_{k''}^i] = \min_{u \in \tilde{U}''} \xi_{k''}^i [u], k'' \in K,$$

и вычисляются координаты точки $A_i''(\xi_{1i}'', \xi_{2i}'')$.

10. Вычисляются координаты вершины гиперболы

$$\xi_{1i}^C = \xi_{2i}^C = (a)^{\frac{1}{b+1}}.$$

11. Формируется управление u_i^C , соответствующее точке $C_i(\xi_{1i}^C, \xi_{2i}^C)$ или ближайшей к ней точке, если $C_i \notin \Phi$; для этого по координатам C_i определяются значения исходных критериев

$$R_k^C = \xi_{ki}^C (R_k^{\max} - R_k^{\min}) + R_k^{\min}, k \in K,$$

и находится управление u из условия принадлежности области

$$\tilde{U}^C = \{u \in \tilde{U}, R^k [u] = \bar{R}_k^C, k \in K\},$$

если $C_i \in \Phi$, или, если $C_i \notin \Phi$, из условия

$$\min_{u \in \tilde{U}} \max_{k \in K} |R^k [u] - R_k^C|.$$

12. Проверяется условие окончания поиска $|\xi_{i-1}^C - \xi_i^C| \leq \varepsilon$. При его выполнении точка C_i считается приближённым минимаксно-оптимальным сочетанием критериев, а её прообраз u_i^C – минимаксно-оптимальным управлением u^0 ; в противном случае вычисления повторяются, начиная с пункта 5.

2.6.7. Алгоритм решения многокритериальной задачи в общем случае. В общем случае K критериев алгоритм сводится к выполнению следующих действий [86].

1. Выбирается начальный закон управления $u^H \in \tilde{U}$; задается начальное значение шага $\Delta \xi^H < 1$.

2. Определяется опорное управление по правилу:

$$u_i = u^H \text{ при } i = 0, u_i = u_{i-1}^C \text{ при } i > 0.$$

3. Формируется K управляющих зависимостей u_i^k , $k \in K$ путем последовательного решения K задач минимизации

$$\xi_k^i[u_k^i] = \min_{u \in \tilde{U}_{ki}} \max_{k \in K} \xi_k^i[u], k = 1, \dots, K,$$

$$\tilde{U}_{ki} = \{u \in \tilde{U}, R^k[u] = \bar{R}_0^k, k \neq \arg \max_{k \in K} \xi_k^i[u_{k-1}^i], k \in K\},$$

в каждой из которых

$$\bar{R}^k = \bar{\xi}_k^i (R_k^{\max} - R_k^{\min}) + R_k^{\min}, \bar{\xi}_k^i = \bar{\xi}_{k-1}^i + \Delta \xi_i,$$

где $\bar{\xi}_{k-1}^i$ - значение k -го критерия, полученное в результате решения предыдущей задачи. В каждой из K задач начальным приближением служит управление u_i при $k = 1$, и u_{k-1}^i при $k = 2, 3, \dots, K$; при этом шаг итерации равен

$$\Delta \xi_i = \frac{\Delta \xi_{i-1} + \left| \xi^{C_{i-1}} - \min_{k \in K} \xi_k^{A'_i} \right|}{2}.$$

4. Вычисляются координаты точек $A_i^k (\xi_{1i}^k, \xi_{2i}^k, \dots, \xi_{Ki}^k)$, $k \in K$, принадлежащих множеству $\vartheta(\Pi)$.

5. Вычисляются координаты вершины гиперповерхности $C_i = (\xi_{1i}^C, \xi_{2i}^C, \dots, \xi_{Ki}^C)$,

$$\xi_{1i}^C = \xi_{2i}^C = \dots = \xi_{Ki}^C = \xi_i^C = (a) \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_{K-1} + 1},$$

где коэффициенты b_1, b_2, \dots, b_{K-1} определяются из системы

$$\xi_{K}^k = a (\xi_1^k)^{-b_1} (\xi_2^k)^{-b_2} \dots (\xi_{K-1}^k)^{-b_{K-1}}, k = 1, 2, \dots, K.$$

6. Формируется управление u_i^C , соответствующее точке C_i или ближайшей к ней точке, если $C_i \notin \Phi$; для этого по координатам точки C_i определяются значения исходных критериев

$$R_k^C = \xi_{ki}^C (R_k^{\max} - R_k^{\min}) + R_k^{\min}, \quad k \in K,$$

и находится управление u из условия принадлежности области

$$\tilde{U}^C = \{u \in \tilde{U}, R^k[u] = R_k^C, k \in K\},$$

если $C_i \in \Phi$, или, если $C_i \notin \Phi$, из условия

$$\min_{u \in \tilde{U}} \max_{k \in K} |R^k[u] - R_k^C|.$$

7. Проверяется условие окончания итераций $|\xi_{i-1}^C - \xi_i^C| \leq \varepsilon$. Если оно выполнено, то точка C_i считается приближённым минимаксно-оптимальным сочетанием критериев, а её прообраз u_i^C – минимаксно-оптимальным управлением u^0 ; в противном случае вычисления повторяются, начиная с пункта 2.

2.6.8. Условия сходимости алгоритма. Алгоритм позволяет определить минимаксно-оптимальное сочетание критериев ξ^0 за конечное число итераций, то есть для заданной точности $\varepsilon > 0$ найдётся такой номер i , что

$$|\xi^0 - \xi_i^C| \leq \varepsilon. \quad (2.48)$$

Для случая $K=2$ гиперболы, соответствующие смежным итерациям, определяются уравнениями (рис. 2.1) [86]

$$\Gamma_{i-1} : \xi_2 = f_{i-1}(\xi_1), \quad \Gamma_i : \xi_2 = f_i(\xi_1).$$

Пусть приращение $\Delta \xi_i$ подбирается так, что на каждой итерации точки A_i' и A_i'' лежат на гиперболе по разные стороны от C_i . В этом случае можно подобрать такое $\delta \in [0,1]$, что

$$\xi_k^C = \delta \xi_k' + (1 - \delta) \xi_k'', \quad 0 \leq \delta \leq 1, \quad k = 1, 2.$$

Поскольку гипербола является выпуклой кривой, то из условия выпуклости

$$f(\delta\xi'_k + (1-\delta)\xi''_k) \leq \delta f(\delta\xi'_k) + (1-\delta)f(\xi''_k)$$

для любого $\delta \in [0,1]$ вытекает, что

$$\begin{aligned} \xi_{2i}^C = f_i(\xi_{1i}^C) &= f_i(\delta\xi'_k + (1-\delta)\xi''_k) \leq \delta f(\delta\xi'_k) + (1-\delta)f(\xi''_k) = \\ &= \delta\xi_{2i-1}^C + (1-\delta)f(\xi''_k). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Так как по построению точки A_i'' верно неравенство

$$f(\xi''_k) = f_i(\xi_{1i-1}^C) \leq \xi_{2i-1}^C,$$

то при подстановке ξ_{2i-1}^C вместо $f(\xi''_k)$ неравенство (2.49) не изменит знак

$$\xi_{2i}^C = \delta\xi_{2i-1}^C + (1-\delta)\xi_{2i-1}^C = \xi_{2i-1}^C. \quad (2.50)$$

С учётом того, что по свойству симметричности

$$\xi_1^C = \xi_2^C = \xi_3^C, \quad (2.51)$$

из (2.50) следует невозрастание последовательности точек $\{\xi_i^C\}$

$$\xi_i^C \leq \xi_{i-1}^C.$$

С другой стороны, по свойству симметричности (2.51) и свойству минимальности

$$\xi_k^i[u_k^i] = \min_{u \in \tilde{U}} \xi_k^i[u], \quad k \in K$$

сочетание критериев ξ^0 при минимаксно-оптимальном управлении u^0 ограничивает последовательность точек $\{\xi_i^C\}$ снизу:

$$\xi_0 = \min_{u \in \tilde{U}} \xi_k, \quad k = \arg \max_{k \in K} \xi_k.$$

Таким образом, существует $\lim_{i \rightarrow \infty} \xi_i^C = \xi^0$, а это означает, что, начиная с некоторого номера i , выполнится условие (2.48).

Решение многокритериальной задачи на основе предложенного алгоритма сводится к последовательности скалярных оптимизационных задач и предусматривает следующее [86].

1. Формирование K Парето-оптимальных управлений;

2. Построение в соответствии со значениями критериев при этих управлениях гиперболических поверхностей (кривые Γ_i, Γ_{i-1} на рис. 2.1), аппроксимирующих поверхность Парето в пределах малой окрестности опорного управления;

3. Нахождение точки сочетания критериев, принадлежащей аппроксимирующей поверхности и имеющей равные нормализованные значения критериев, и формирование соответствующего управления.

Предложенный алгоритм позволяет определять минимаксно-оптимальное сочетание критериев ξ^0 как в случае выпуклого к началу координат множества $\mathcal{V}(\Pi)$, так и в невыпуклом случае, поскольку на предпоследнем шаге в невыпуклом случае ищется точка, ближайшая к C в смысле

$$u = \arg \min_{u \in \tilde{U}} \max_{k \in K} |\xi_i^k [u] - \xi_i^C|.$$

Алгоритм, кроме того, позволяет учесть приоритеты критериев, задаваемые коэффициентами важности β^k :

$$\sum_{k=1}^K \beta^k = 1, \beta^k > 0, k \in K.$$

В этом случае алгоритм применяется в неизменном виде, но нормализованные критерии подвергаются преобразованию:

$$\bar{\xi}^k = \beta^k \xi^k, \quad k \in K.$$

Таким образом, предложенный алгоритм, формируя минимизирующую последовательность управлений, сводит решение многокритериальной задачи управления к последовательности решения скалярных задач оптимизации.

2.7. Классификация численных методов

Приведенные теоретические основы определяют общую структуру численных методов формирования многоканального номинального и командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов. Представленные способы позволяют разработать на ос-

нове метода последовательной линеаризации алгоритмы решения задач формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов в атмосфере и околоземном космическом пространстве.

Для решения задачи управления определённой сложности после анализа возможных путей решения может быть применён адекватный численный метод. Синтез численного метода решения конкретной задачи производится путём выбора определённого сочетания рассмотренных в главе способов и приёмов, обеспечивающих получение решения при наибольшей эффективности функционирования вычислительной процедуры.

Общей основой всех численных методов является итерационная процедура на основе последовательной линеаризации задачи управления и связанный с ней способ дифференцирования функционалов. Структура используемого численного метода зависит от выбора пути решения и определяется формулировкой конкретной задачи.

Численные методы на основе последовательной линеаризации формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов можно классифицировать следующим образом.

1. По типу задачи управления.

Численные методы могут решать задачу формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов как основную задачу управления, как однокритериальную задачу оптимизации с учётом или без учёта ограничений на управляющие зависимости, режимы движения и фазовые координаты или как многокритериальную задачу.

2. По количеству каналов управления.

Методы позволяют формировать одноканальное управление, а также многоканальное с использованием каналов управления различной физической природы.

3. По времени, отведённому на решение задачи.

Численные методы могут формировать номинальное управление в условиях заданного или практически неограниченного времени на решение задачи и командное управление в условиях реального процесса управления.

4. По методу конечномерной аппроксимации задачи.

Конечномерная аппроксимация задачи может выполняться с размещением узлов аппроксимации равномерно по времени, рав-

номерно по характеристической скорости или с помощью метода плавающих узлов.

5. По способу решения задачи линейного программирования.

Задача линейного программирования решается приближённым итерационным методом или приближённым методом с использованием штрафных функций.

6. По способу учёта ограничений на управление.

Задача управления может решаться без учёта ограничений на управляющие зависимости, с учётом ограничений на величину управляющих воздействий или с учётом ограничений на величину и скорость изменения управляющих воздействий.

7. По способу учёта ограничений на параметры.

Задача управления может решаться без учёта ограничений на режимы движения и фазовые координаты, с учётом этих ограничений, как функционалов, дифференцируемых по Фреше, и с учётом этих ограничений, как функционалов, дифференцируемых по Гато.

8. По способу решения многокритериальной задачи.

Многокритериальная задача может решаться с использованием свёртки критериев, ограничений на критерии, метода целевого программирования и с использованием метода получения гарантированного результата.

9. По степени автоматизации процесса поиска.

Формирование управления может проводиться как в интерактивном режиме, так и автоматически.

Рассмотренная структура и классификация численных методов дают представление о методике и возможностях их применения при решении конкретных задач. Использование метода последовательной линеаризации позволяет постоянно расширять возможности разработанных на его основе численных методов за счёт включения в их структуру новых подходов и способов. Задачи формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов, рассмотренные в последующих главах, не являются предельно сложными для этого метода, который может быть применён при решении ещё более сложных задач многоканального управления с дополнительными условиями и ограничениями.

ГЛАВА 3

ФОРМИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЯМИ

3.1. Требования к алгоритмическому обеспечению

При разработке систем управления траекториями аэрокосмических аппаратов учитываются требования как к динамическим и точностным характеристикам системы, так и к сложности реализуемых системой алгоритмов управления [132].

Основные требования, предъявляемые к алгоритмическому обеспечению системы управления, связаны с её назначением и условиями функционирования. Эти требования разделяются на две группы: требования, определяющие эффективность процесса управления, и требования, относящиеся к структуре и вычислительным характеристикам алгоритма.

Требования первой группы формулируются обычно в виде требований к показателям качества, численные значения которых дают количественную основу для оценки эффективности управления и определяют желаемые свойства управляемого процесса. Применительно к алгоритмам формирования номинального и командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов эти требования формулируются следующим образом.

Алгоритмы формирования номинального управления должны обеспечивать выполнение всех условий задачи в соответствии с выбранными моделями движения и возмущений. Алгоритмы должны рассчитывать номинальное управление не только для штатного варианта выполнения манёвра, но и для возможных нештатных ситуаций.

Алгоритмы должны обеспечивать достаточный запас номинального управления, то есть по возможности обеспечить в каждом расчётном случае не только выполнение всех условий задачи, но и наибольшее удаление всех контролируемых параметров от границ допустимых областей, в том числе и для терминальных условий движения. Наличие запасов управления повышает вероятность выполнения целевой задачи полёта в штатном и нештатных режимах в условиях действия априорно неопределённых возмущений.

Алгоритмы формирования командного управления должны обеспечивать выполнение целевой задачи полёта в реальных условиях функционирования системы управления, в том числе и при возникновении нештатной ситуации. Алгоритмы должны минимизировать отклонения конечных параметров движения от требуемых значений при выполнении ограничений, наложенных на режимы движения и управление. Выполнение этого требования повышает вероятность приведения аэрокосмического аппарата в заданную область конечных параметров.

Алгоритмы должны формировать многоканальное командное управление, легко реализуемое системами ориентации и стабилизации и системой управления двигателями, что в первом приближении эквивалентно требованию плавного изменения командных управляющих зависимостей.

Из требований второй группы, предъявляемых к структуре алгоритмов управления, определяющим является требование достаточной их простоты.

Алгоритмы командного управления должны решать поставленные перед ними задачи на основе процедур, которые могут быть выполнены без принципиальных затруднений. К таким процедурам относятся интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными на одном конце траектории граничными условиями, построение фундаментальных матриц для систем линейных дифференциальных уравнений и решение алгебраических (в основном линейных) уравнений [114].

Алгоритмы формирования командного управления реализуются в реальном времени с помощью бортовых или наземных вычислительных комплексов в условиях ограниченного времени для принятия решения и проведения коррекции управления. В связи с этим алгоритмы формирования командного управления должны функционировать в автоматическом режиме.

Алгоритмы формирования номинального управления могут включать более сложные вычислительные процедуры, в том числе, с заранее не определённым числом операций. Это связано с тем, что они реализуются до начала совершения манёвра с помощью бортовых или наземных вычислительных комплексов в условиях или практически неограниченного или достаточного времени для решения поставленной задачи. В связи с этим алгоритмы формиро-

вания номинального управления могут функционировать как в автоматическом, так и в интерактивном режимах.

В структурном отношении алгоритмы формирования номинального и командного управления целесообразно разбивать на независимые процедуры, решающие частные задачи. С одной стороны, это позволяет решать сложные задачи формирования номинального управления, используя набор вычислительных процедур, адекватный решаемой задаче, а с другой, удобно при формировании командного управления с использованием вычислительных систем с разделением времени.

В описание алгоритмов формирования номинального и командного управления траекториями аэрокосмических аппаратов включены рекомендации по выбору параметров отдельных процедур, полученные в результате решения конкретных задач, рассмотренных в последующих главах книги.

3.2. Формирование номинального управления

3.2.1. Особенности алгоритма формирования номинального управления. Номинальное управление траекторией аэрокосмического аппарата формируется до начала движения в условиях практически неограниченного времени для штатных и расчётных нештатных режимов движения.

При формировании номинального управления учитываются ограничения на терминальные условия, разнообразные ограничения на текущие параметры траектории, в том числе и на экстремальные значения параметров, ограничения на управление, а также может решаться оптимизационная задача. Кроме того, задача формирования номинального управления может формулироваться как многокритериальная.

Вычислительный алгоритм формирования номинального управления может содержать заранее не определённое число операций. В связи с этим нет необходимости в полной автоматизации процесса расчёта номинального управления, которое может формироваться в интерактивном режиме.

Непосредственное отношение к алгоритму формирования номинального управления имеют процедуры повышения эффективности процесса поиска. Эти процедуры выполняются между итера-

циями улучшения управляющих зависимостей, причём их использование не является обязательным. Применение этих процедур связано, как правило, с возникновением тупиковой ситуации в процессе улучшения многоканального управления с многочисленными ограничениями на режимы движения.

3.2.2. Алгоритм формирования управления. В общем виде вычислительный алгоритм формирования номинального программного управления траекторией аэрокосмического аппарата сводится к выполнению следующих действий.

1. Выбирается модель движения аэрокосмического аппарата и её параметры с учётом сложности и характера поставленной задачи.

В задачах формирования управления движением аэрокосмических аппаратов в атмосфере с небольшой протяжённостью траектории можно не учитывать суточное вращение Земли и нецентральность поля её тяготения [153].

2. Выбирается метод численного интегрирования уравнений движения и его параметры.

При формировании номинального управления движением аэрокосмического аппарата наилучшим сочетанием точности и простоты обладает метод Рунге-Кутты 4 порядка с постоянным шагом интегрирования 5 – 10 секунд.

3. Выбирается начальное приближение опорного управления как зависимости от времени угла атаки, скоростного угла крена и секундного расхода топлива двигателей.

Численные методы на основе последовательной линеаризации обладают небольшой чувствительностью к начальному приближению опорного управления. В некоторых задачах с управлением по каналу тяги двигателей в качестве начального приближения можно использовать нулевое значение секундного расхода топлива, что соответствует пассивному движению аппарата.

4. Производится конечномерная аппроксимация задачи, которая сводится к заданию числа узлов аппроксимации, их размещению и выбору вида аппроксимирующих зависимостей фазовых координат, сопряжённых переменных, функциональных производных и управления.

В рассматриваемых численных методах формирования управления аппроксимация фазовых координат, сопряжённых перемен-

ных и функциональных производных осуществляется в классе кусочно-линейных функций.

Минимальное число узлов аппроксимации в рассматриваемых задачах, достаточное для получения полноценного результата, составляет 50 – 100 в зависимости от протяжённости атмосферного участка траектории, максимальное число узлов определяется возможностями используемой вычислительной техники.

В зависимости от сложности или этапа решения задачи узлы аппроксимации могут располагаться равномерно по времени, равномерно по характеристической скорости (2.16) или с помощью метода плавающих узлов.

5. Начальное приближение опорного управления заменяется аппроксимированным начальным приближением в соответствии с проведённой конечномерной аппроксимацией задачи.

В качестве аппроксимирующих зависимостей в задачах формирования управления траекториями аэрокосмических аппаратов при большом количестве узлов аппроксимации достаточно использовать кусочно-постоянные или кусочно-линейные зависимости.

6. Производится численное интегрирование уравнений движения.

Интегрирование производится из заданных начальных условий до условия окончания траектории движения с аппроксимированным управлением. В процессе интегрирования вычисляются и запоминаются значения фазовых координат в узлах аппроксимации, а также значения функционалов задачи и соответствующие этим значениям номера узлов.

7. Производится численное интегрирование сопряжённой системы уравнений.

Интегрирование сопряжённой системы производится справа налево из конца траектории до её начала, запоминаются значения сопряжённых переменных в узлах аппроксимации. При этом уравнения движения не интегрируются, значения фазовых координат вычисляются с помощью линейной интерполяции по узловым значениям. Шаг интегрирования сопряжённой системы уравнений может быть в несколько раз больше шага интегрирования уравнений движения, например, 20 секунд. Эти упрощения связаны с тем, что данные и последующие результаты вычислений используются од-

нократно для приближённого решения задачи линейного программирования в окрестности опорного управления.

8. Вычисляются и запоминаются значения производных функционалов по управлению в узлах аппроксимации.

На значениях этих величин основываются все последующие операции по улучшению управления. На этом этапе формирования номинального управления можно провести выборочную или полную проверку достоверности полученных значений функциональных производных.

Для этого необходимо сравнить приращения функционалов задачи, полученные двумя способами. Первый способ состоит в прогнозировании изменения функционалов на основе полученной, как указано выше, информации о производных функционалов по управлению. Второй способ заключается в расчёте тех же изменений путём многократного численного интегрирования уравнений движения с программами управления, отличающимися одним узловым значением.

9. Задается величина малой окрестности опорных управляющих зависимостей отдельно по каждому из каналов управления.

От величины малой окрестности опорного управления зависит степень соответствия линейного приближения задачи её нелинейной модели, а также быстрота перехода к искомому управлению.

Изменение этой величины в процессе улучшения управления влияет на эффективность поиска. Общей закономерностью является то, что на первых итерациях улучшения управления, когда опорное управление значительно отличается от искомого, степень несоответствия может быть достаточно большой, и, следовательно, величина малой окрестности управления и пропорциональная ей скорость улучшения управления может быть значительной.

На последних итерациях поиска, когда опорное управление близко к искомому, требуется достаточное соответствие линеаризованной и исходной нелинейной моделей, и величина малой окрестности опорного управления должна быть существенно меньше. Например, по каналу угла атаки эта величина составляет от 1^0 на первых итерациях улучшения управления до $0,01^0$ на последних, по каналу угла крена – от 1^0 до $0,02^0$, по каналу секундного расхода топлива – от 5% максимальной величины секундного расхода до 0,1%.

Этот этап формирования улучшенного управления завершает переход от исходной нелинейной модели к приближённой, линеаризованной в окрестности опорного управления.

10. В заданной окрестности опорного управления решается задача линейного программирования.

Задача решается относительно малых приращений управляющих зависимостей, улучшающих управление в смысле удовлетворения заданным ограничениям на режимы движения (функционалам) и оптимизирующих, в случае удовлетворения всем ограничениям, выбранный критерий качества управления.

В качестве метода решения задачи линейного программирования применяются приближённые итерационные методы. Это связано с тем, что, во-первых, данная задача линейного программирования имеет большую размерность, поскольку получена путём конечномерной аппроксимации непрерывной задачи, и применение точных методов решения затруднительно, во-вторых, в получении точного решения нет необходимости, поскольку результаты её решения, полученные в рамках линеаризованной задачи, используются только на единственной итерации улучшения управления, после чего производится проверка полученного решения на исходной нелинейной модели.

11. Формируется улучшенное управление по каждому из каналов.

Улучшенное управление определяется как сумма узловых значений, определяющих опорное управление, и малых приращений управляющих зависимостей, полученных в результате решения задачи линейного программирования.

12. Проверяется выполнение ограничений по величине и скорости изменения управляющих зависимостей.

В случае их невыполнения управляющие зависимости по каждому из каналов корректируются. На этом этапе формирования номинального управления проявляется одно из важных с практической точки зрения достоинств алгоритма на основе метода последовательной линеаризации, а именно, простота учёта ограничений на управление любой степени сложности.

13. Производится численное интегрирование уравнений движения.

Уравнения движения интегрируются из заданных начальных условий до условия окончания траектории движения с улучшенным управлением. В процессе интегрирования вычисляются и запоминаются значения фазовых координат в узлах аппроксимации, а также значения функционалов задачи и соответствующие им номера узлов. На этом этапе формирования номинального управления происходит возвращение к исходной нелинейной математической модели задачи.

14. Проверяется условие окончания итерационного процесса поиска номинального управления.

В случае невыполнения условия окончания поиска в качестве опорного управления принимается улучшенная программа, и алгоритм поиска повторяется, начиная с пункта 3, если на следующей итерации улучшения управления предполагается обновление расположения узлов, или с пункта 6, если расположение узлов на следующей итерации остается прежним. Обновление расположения узлов аппроксимации через 5 – 10 итераций улучшения управления существенно сокращает время выполнения большинства итераций и всего поиска.

Если условие окончания поиска выполнено, то улучшенное управление принимается в качестве номинального. Проверка достоверности полученного решения задачи может заключаться в повторении решения с другим начальным приближением опорного управления.

Полученное номинальное управление является функцией времени.

3.2.3. Повышение эффективности поиска. Алгоритмы, основанные на идее последовательной линеаризации, формируют управление в итеративном режиме. Процесс формирования управления сводится к построению последовательности итераций улучшения управления. На каждой итерации поиска улучшенного управления, задача возвращается к исходной постановке с нелинейной математической моделью, но изменённым программным управлением.

Итеративный характер процесса улучшения управления позволяет проводить поиск, как в автоматическом, так и в автоматизированном режиме. Причём в обоих случаях существует возможность изменения условий решения задачи и изменения параметров чис-

ленного метода с целью повышения эффективности процесса поиска. Соответствующие вычислительные процедуры выполняются между итерациями улучшения управляющих зависимостей.

При формировании номинального управления более эффективен автоматизированный режим поиска, что связано со следующими причинами.

Во-первых, при формировании номинального управления движением, как правило, отсутствуют хорошо обоснованные начальные приближения опорных программ управления, поэтому искомое номинальное управление, отвечающее всем условиям задачи, значительно от них отличается. С такой ситуацией сталкивается исследователь при решении новых задач управления траекториями аэрокосмических аппаратов, например, при рассмотрении различных нештатных ситуаций, а также при формировании номинального управления новыми типами аэрокосмических аппаратов. Это обстоятельство требует в процессе улучшения управления периодической настройки параметров вычислительных процедур и применения специальных приёмов, повышающих эффективность процесса поиска. Трудность автоматизации этого процесса при решении новых задач формирования номинального программного управления заставляет использовать интерактивный режим, предполагающий активное управление процессом поиска со стороны исследователя.

Во-вторых, задача формирования номинального управления решается заранее в условиях практически неограниченного ресурса времени и возможностей используемой вычислительной техники, что позволяет просмотреть множество допустимых решений и выбрать наилучшее с использованием экспертной оценки.

Для преодоления трудностей, возникающих при численном решении задач, рекомендуются следующие приёмы повышения эффективности процесса поиска [77].

1. Регулирование допустимых величин вариаций компонентов управления.

Допустимые значения вариаций компонентов управления определяют размеры окрестности δU , в которой решается линеаризованная задача (2.1) – (2.3). Изменение допустимых величин δU_k вариаций $\delta u_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, r$) влияет на точность линеаризации, которую можно оценить для имеющегося опорного управления $u_k(t)$

($k = 1, 2, \dots, r$) путём сравнения вычисленных фактических приращений функционалов ΔF_j ($j = 0, 1, \dots, m$) при вариации k -ой составляющей управления $u(t)$ на величину $\delta u_k(t)$ с предсказанными на основе линейной теории.

Регулирование величин $\delta U_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, r$) в процессе поиска имеет две основные цели. Во-первых, обеспечить достаточную точность линеаризации задачи по всем компонентам управления в процессе всего поиска при значительном изменении программ управления, во-вторых, изменять скорость улучшения программ управления в зависимости от этапа поиска: в начале поиска, пока управление значительно отличается от искомого, допустимые величины вариаций компонентов управления могут быть значительно больше, чем на заключительном этапе поиска, когда происходит уточнение близкого к искомому управления.

Пределы изменения допустимых величин вариаций компонентов управления приведены в описаниях алгоритма формирования номинального управления и результатов решения конкретных задач формирования номинального управления.

2. Временное прекращение поиска по одному или нескольким каналам управления.

При формировании многоканального номинального управления прекращение поиска по одному или нескольким каналам позволяет в некоторых случаях активно воздействовать на создавшуюся ситуацию за счёт временного устранения взаимоисключающего влияния изменения управления по различным каналам управления на функционалы задачи. В некоторых случаях возможно улучшение управления за счёт попеременного временного прекращения поиска по отдельным каналам управления.

3. Временное «замораживание» отдельных участков программ управления.

Повышения эффективности процесса поиска можно добиться путём «замораживания» отдельных участков программ управления по различным каналам. Причём эти участки могут перекрывать друг друга вдоль траектории или располагаться на различных её частях. Таким образом может быть устранено взаимоисключающее влияние отдельных участков программы управления по одному и тому же каналу на контролируемые функционалы задачи.

4. Принудительное изменение программ управления.

Для выведения процесса поиска из тупиковой ситуации возможно принудительное изменение управления на отдельных участках на величины значительно превосходящие допустимые значения вариаций компонентов управления. Изменение программ управления выполняется исследователем на основании собственного опыта представлений о характере искомого управления.

5. Временное «замораживание» расположения узлов аппроксимации.

Этот приём позволяет ускорить выполнение итераций улучшения управления в том случае, если на каждой итерации предусмотрено выполнение процедуры расположения узлов вдоль траектории движения. Кроме того, временное «замораживание» позволяет уменьшить погрешности, возникающие вследствие изменения аппроксимированного управления при сдвиге узлов в новое положение.

6. Изменение способа расположения узлов аппроксимации.

Различные способы расположения узлов аппроксимации значительно отличаются друг от друга затрачиваемыми вычислительными ресурсами и степенью влияния на процесс поиска улучшенного управления. На разных этапах решения одной и той же задачи возможно изменение приоритета между сложностью выполнения вычислительной процедуры расположения узлов аппроксимации и временем, затрачиваемым на её выполнение.

На первых итерациях поиска управления более предпочтительными являются простые процедуры, не требующие значительных вычислительных затрат. На заключительной стадии решения задачи, когда программы управления близки к искомым зависимостям, более эффективны способы, обеспечивающие рациональное расположение узлов.

7. Временное снятие контроля над изменением одного или нескольких функционалов.

При решении задач с многочисленными ограничениями, являющимися функционалами задачи, для ускорения процесса улучшения управления возможно снятие контроля над изменением одного или нескольких функционалов. Этот приём позволяет временно устранить возникшее противоречие между различными функционалами, требующими противоположных изменений управляю-

щих зависимостей на данном этапе решения. В дальнейшем это противоречие может не оказывать существенного влияния на поиск улучшенного управления.

8. Отказ от полученного управления.

Этот приём заключается в прерывании процесса поиска, возвращении к результатам, полученным ранее, и продолжении поиска с использованием других приёмов повышения эффективности процесса поиска или с другими параметрами вычислительной процедуры. Данный приём позволяет провести поиск другим путём в обход полученной тупиковой ситуации с многочисленными противоречиями. Для использования этого подхода необходимо в процессе решения задачи запоминать все или часть промежуточных программ управления.

3.2.4. Окончание поиска. Условие окончания процесса поиска зависит от типа решаемой задачи.

Если решается основная задача управления [124], требующая выполнения ограничений на параметры траектории, то решение задачи заканчивается после выполнения всех поставленных ограничений. Основная задача управления может иметь множество решений, отличающихся значениями функционалов-ограничений, находящимися внутри допустимой области. Полученное решение не требует каких-либо дополнительных проверок достоверности в рамках используемых математических моделей.

Если решается задача оптимального управления, то искомое решение является единственным. Численное решение однокритериальной задачи оптимального управления заканчивается после выполнения всех поставленных ограничений при стабилизации оптимизируемого функционала относительно некоторого значения.

Практически это осуществляется следующим образом. Если за 10 (или другое количество) итераций улучшения управления значение оптимизируемого функционала изменяется менее чем на некоторую заданную малую величину, то производится возврат к программам управления, полученным десятью итерациями ранее, и расчёт повторяется с другими значениями параметров алгоритма. Если конечное значение оптимизируемого функционала остаётся тем же (с заданной степенью точности), то последние программы управления принимаются за оптимальные. С целью более надёжно-

го подтверждения неуплучшаемости полученного управления решение задачи повторяется с другим исходным управлением.

Полученное оптимальное управление можно проверить численно на удовлетворение необходимым условиям оптимальности.

Многокритериальная задача формирования номинального управления также должна иметь единственное численное решение. Поэтому условие окончания процесса поиска и способы проверки оптимальности полученного решения такие же, как при решении однокритериальной задачи.

3.3. Формирование командного управления

3.3.1. Особенности алгоритма формирования командного управления. В отличие от номинального командное управление формируется в реальном времени в условиях действия возмущений, поэтому вычислительный алгоритм формирования командного управления должен содержать заранее определённое число операций и функционировать в автоматическом режиме.

Для использования автоматического режима работы алгоритма формирования командного управления имеются следующие причины и предпосылки. Во-первых, командное управление осуществляется в темпе реального процесса управления, когда на принятие решения отводится ограниченное время, что особенно сильно проявляется в нештатных ситуациях. Во-вторых, при формировании командного управления имеется хорошее начальное приближение в виде номинальной программы управления, и, вследствие малости действующих возмущений, искомое командное управление заведомо находится в окрестности номинального. В-третьих, использованию алгоритмов командного управления предшествует тщательная настройка параметров вычислительной процедуры с использованием имитационного моделирования.

Алгоритмы на основе метода последовательной линеаризации формируют управляющие зависимости как функции времени. Работоспособное командное управление, которое реализуется в условиях действия априорно неопределённых возмущений, должно иметь обратную связь. Осуществить обратную связь в процессе управления, использующем программные управляющие зависимости, по-

зволяет общий подход, основанный на применении идей многошагового управления.

3.3.2. Многошаговое управление. Рассмотрим многошаговый процесс управления [110], позволяющий при использовании на каждом отдельном шаге методов формирования программного управления осуществлять в целом обратную связь, регулярно замыкая систему управления и делая её таким образом работоспособной в условиях априорной неопределённости возмущений. К числу достоинств многошагового управления относится не только достаточная общность подхода, но и то обстоятельство, что его использование в принципе не требует качественного и количественного знания действующих возмущений, поскольку действие возмущающих факторов оценивается по прогнозируемому конечному результату. Если в процессе управления появляется информация, уменьшающая степень неопределённости в знании действующих возмущений, то её можно учитывать в прогнозирующих моделях и тем самым повышать эффективность многошагового управления.

Для эффективного использования многошагового управления в задачах управления траекториями аэрокосмических аппаратов достаточно иметь достоверные знания о положении и скорости аппарата в любой момент времени, что обеспечивается современным уровнем развития навигационных средств измерения и алгоритмов обработки навигационной информации аэрокосмических аппаратов [161, 163, 165]. Кроме того, в прогнозирующих моделях может использоваться уточненная в процессе полёта информация об отклонениях плотности атмосферы от стандартного распределения и отклонениях аэродинамических характеристик от расчётных значений [9, 110].

Обоснованием использования данного подхода при разработке работоспособных алгоритмов управления могут являться результаты решения задач управления спуском в атмосфере космических аппаратов полубаллистического типа [110] и аппаратов с большим аэродинамическим качеством [16, 17]. Управление, основанное на прогнозирующих моделях движения, используется в реальных системах управления, в частности, на большей части траектории спуска в атмосфере орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл» [162, 167].

Суть многошагового управления состоит в следующем. Весь отрезок времени, соответствующий управляемому участку траектории движения, разбивается на отдельные участки – интервалы управления, на каждом из которых выполняется один шаг коррекции управления. Все вычислительные операции по изменению управления в соответствии со сложившейся реальной ситуацией должны быть закончены до конца текущего интервала управления. На каждом шаге управление формируется по результатам прогнозирования движения аппарата на основе информации, имеющейся к его началу и включающей в себя значения фазовых координат, параметров аппарата, характеристик атмосферы и сформированное ранее управление. На текущем шаге управление осуществляется в соответствии с управлением, полученным на предыдущем шаге.

3.3.3. Алгоритм командного управления. До начала процесса управления должны быть сформированы номинальные управляющие зависимости для расчётных значений начальных условий движения, характеристик аэрокосмического аппарата и атмосферы, выбраны прогнозирующие модели движения аппарата, включающие в себя дифференциальные уравнения движения, метод их численного интегрирования, модель атмосферы и аэродинамические характеристики аппарата, а также должна быть задана величина интервала (шага) управления.

В задачах многошагового управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере величина интервала управления, обеспечивающая достаточно высокую точность приведения аппарата в заданную область конечных условий движения, составляет от 10 до 100 секунд [16, 17].

Величина интервала управления может быть переменной, зависящей от точности решения задачи навигации [39]. В этом случае величина первого шага управления $\Delta t_1 = t_1 - 0$ задается до начала управления. В конце текущего n -го шага с учётом рассогласования прогнозируемых и навигационных значений фазовых координат на момент t_n определяется величина следующего шага управления $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$. При этом решается задача одномерной минимизации суммы квадратов нормированных отклонений прогнозируемых $x_{np}(t_n)$ значений фазовых координат от значений $x_{нав}(t_n)$, полученных в результате решения задачи навигации:

$$\Delta t_{n+1} = \arg \min_{\Delta t \in \delta T} \sum_{i=1}^6 \left[\frac{x_{np}(t_n) - x_{нав}(t_n)}{x_0} \right]_i^2,$$

где δT – допустимая область изменения Δt . В качестве параметров нормирования используются значения начальных условий движения x_0 .

Минимизация проводится градиентным методом [30], производная суммы квадратов отклонений по Δt определяется численно.

Интегрирование уравнений движения прогнозирующей модели может выполняться с шагом от 5 до 20 секунд методом Рунге-Кутты 4 порядка.

В общем виде вычислительный алгоритм формирования командного управления на основе метода последовательной линеаризации сводится к выполнению на каждом шаге коррекции управления следующих действий.

1. Проводится прогнозирование движения аэрокосмического аппарата на текущем интервале управления.

Прогнозирование осуществляется путём численного интегрирования дифференциальных уравнений движения. В качестве начальных условий используются навигационные данные о текущем положении и скорости аппарата в начале интервала управления. Управляющие зависимости соответствуют зависимостям, реализующимся на данном интервале управления, на первом шаге используются номинальные управляющие зависимости. Фиксируются прогнозируемые значения фазовых координат в начале следующего интервала коррекции. Все дальнейшие вычисления выполняются для участка траектории, началом которого является конец текущего интервала управления.

2. Производится конечномерная аппроксимация математической модели (задание числа и способа распределения узлов, вида аппроксимирующих зависимостей фазовых координат, сопряжённых переменных, функциональных производных и управления).

Командные управляющие зависимости формируются на основе аппроксимированных зависимостей, поскольку проведение конечномерной аппроксимации является необходимым условием выполнения итераций улучшения управления методом последовательной линеаризации.

Конечномерная аппроксимация может выполняться на каждом шаге коррекции управления так же, как и при формировании номинального управления. Однако, если уровень возмущений невелик и реальная траектория близка к номинальной (расчётной) траектории, то расположение узлов по времени на всех шагах управления может не изменяться и соответствовать номинальному управлению. При этом на каждом шаге коррекции управления происходит лишь исключение пройденных узлов и добавление одного узла, соответствующего времени начала текущего интервала управления. Такой подход к аппроксимации задачи позволяет уменьшить число вычислений, производимых на каждом шаге управления. В этом случае вид аппроксимирующих зависимостей всех переменных также следует оставить соответствующим номинальным программам управления.

3. Прогнозируется движение до конца траектории.

Интегрирование производится из начальных условий, соответствующих концу текущего интервала управления и вычисленных в результате выполнения пункта 1, до условия окончания траектории движения. В качестве управления, являющегося опорным при выполнении итерации улучшения управления, принимаются управляющие зависимости, сформированные на предыдущем шаге (на первом шаге принимается номинальное управление).

В процессе интегрирования вычисляются и запоминаются значения фазовых координат в узлах аппроксимации. Вычисляются конечные условия движения и другие функционалы задачи. Эти данные необходимы для принятия решения о проведении коррекции управления и выполнения в этом случае итераций улучшения опорного управления методом последовательной линеаризации.

4. Принимается решение о выполнении расчётов для коррекции управления.

Если конечные условия удовлетворяют предъявляемым требованиям и выполняются все ограничения на режимы движения, то коррекция программ управления не производится. С наступлением времени начала следующего шага управления выполняются действия, начиная с пункта 1. Если одно или несколько требований или ограничений не выполняются, то проводится коррекция управления в соответствии с изложенной ниже процедурой.

5. Производится численное интегрирование сопряжённой системы уравнений.

Интегрирование производится справа налево, из конца траектории до её начала, запоминаются значения сопряжённых переменных в узлах аппроксимации. При этом уравнения движения не интегрируются, значения фазовых координат вычисляются с помощью линейной интерполяции по узловым значениям.

6. Вычисляются и запоминаются значения производных функционалов по управлению в узлах аппроксимации.

Вычисления производятся в процессе интегрирования сопряжённой системы уравнений.

7. В заданной окрестности опорного управления решается задача линейного программирования.

Задача решается относительно малых приращений управляющих зависимостей, улучшающих управление в смысле удовлетворения ограничениям на функционалы задачи. В качестве метода решения задачи линейного программирования применяются, как и при формировании номинального управления, приближённые итерационные методы, но с заданным числом итераций.

8. Формируется улучшенное управление по каждому каналу.

Улучшенное управление определяется как сумма узловых значений, определяющих опорное управление, и малых приращений управляющих зависимостей, полученных в результате решения задачи линейного программирования.

9. Проверяется выполнение ограничений по величине и скорости изменения управляющих зависимостей.

В случае невыполнения этих ограничений управляющие зависимости по каждому из каналов изменяются с помощью рассмотренных способов учёта ограничений на управление.

10. Принимается решение о выполнении следующей итерации улучшения управления.

Решение принимается в соответствии с заданным числом итераций улучшения управления на каждом шаге коррекции управления. Если заданное число итераций не выполнено, алгоритм повторяется, начиная с пункта 3, в качестве опорного принимается улучшенное управление. После выполнения заданного числа итераций осуществляется переход к следующей процедуре алгоритма.

11. Производится численное интегрирование уравнений движения.

Уравнения движения интегрируются из заданных начальных условий до условия окончания траектории движения с улучшенным управлением. В процессе интегрирования вычисляются значения функционалов задачи.

12. Принимается решение о коррекции управления.

Если ни один из функционалов задачи, значение которого находилось до проведения коррекции управления вне допустимой области, не ухудшает своего значения, и хотя бы один из функционалов улучшается, то полученное управление принимается в качестве командного на следующем интервале управления. Алгоритм повторяется, начиная с пункта 1.

Если произошёл выход какого-либо функционала за пределы допустимых значений или произошло ухудшение хотя бы одного из функционалов, находящегося за этими пределами, то сформированное на этом шаге управление не принимается в качестве командного, которое остается прежним, вычисленным на предыдущих шагах управления. Алгоритм повторяется, начиная с пункта 1.

3.3.4. Условия реализации алгоритма. Реализовавшееся командное управление тем больше отличается от номинального, чем больше реальные условия движения не совпадают с условиями моделирования движения при формировании номинальных программ управления.

Как правило, неучтённые при формировании номинального управления возмущения, вызывающие необходимость коррекции управления в процессе реального движения, относительно невелики. Поэтому командное управление незначительно отличается от номинального. Вследствие этого на каждом шаге формирования командного управления, как показали результаты математического моделирования, достаточно проводить в соответствии с методом последовательной линеаризации 2 – 4 итерации.

При возникновении нерасчётной ситуации алгоритм формирования командного управления на первом шаге управления фактически должен сформировать номинальные программы. В этом случае число итераций улучшения управления на первом шаге должно быть увеличено.

Формируемые в реальном времени командные управляющие зависимости на каждом интервале управления являются функциями времени. Прогнозирование движения аэрокосмического аппарата с использованием достоверной навигационной информации о текущих значениях положения и скорости аппарата обеспечивает обратную связь.

Многошаговый алгоритм командного управления на основе метода последовательной линеаризации приведён в общем виде и может быть дополнен приёмами, повышающими его эффективность в конкретных условиях функционирования системы управления.

Важными характеристиками, определяющими возможность реализации алгоритмов командного управления, являются объём предусмотренных вычислений и объём оперативной памяти, необходимый для их выполнения. Поскольку функционирование алгоритма происходит в реальном времени, объём вычислений с учётом времени, отведённого на проведение коррекции командного управления, определяет требуемое быстродействие цифровых вычислительных машин, используемых в бортовых и наземных вычислительных комплексах.

ГЛАВА 4

ТРАЕКТОРИИ СПУСКА В АТМОСФЕРЕ

4.1. Траектории спускаемого аппарата с несущим корпусом

4.1.1. Условия решения задач. Расчёту траекторий спуска летательных аппаратов в атмосфере посвящены многочисленные работы. В монографии [151] среди других содержатся результаты расчётов оптимальных траекторий спуска в атмосфере аэрокосмических аппаратов с несущим корпусом, в частности, представлены результаты расчётов номинальных программ одноканального и двухканального управления, максимизирующих боковую дальность спуска. Эти результаты получены с помощью принципа максимума и являются классическими.

Рассмотрим модельные задачи, для которых формулировки, терминология и форма представления результатов решения в основном соответствуют работе [151]. Получим результаты решения некоторых задач формирования номинального оптимального управления, приведённые в [151], с помощью численных методов и алгоритмов на основе последовательной линеаризации. Затем для того же класса аппаратов и тех же начальных условий движения получим решения новых задач, отличающихся более сложной постановкой, включающей учёт многочисленных ограничений [77]. Для всех этих задач общими являются следующие условия.

Аэрокосмический аппарат находится на орбите спутника Земли, плоскость которой совпадает с плоскостью экватора. В некоторый момент времени аппарат под действием тормозного импульса тяги сходит с орбиты и с известным значением вектора скорости подходит к условной границе атмосферы. В качестве начальных условий движения в момент времени $t=0$ входа аэрокосмического аппарата в атмосферу на высоте $H_0=95$ км приняты следующие величины: земная скорость $V_0=7500$ м/с, угол наклона траектории $\theta_0=-4^\circ$, угол пути $\chi_0=0$, широта $\varphi_0=0$ и долгота $\lambda_0=0$.

Максимальное аэродинамическое качество аэрокосмического аппарата на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере со-

ставляло примерно 1,2, радиус кривизны поверхности в критической точке аппарата принят равным 1 метру.

Требуется найти программы изменения скоростного угла крена $\gamma_a(t)$ и угла атаки $\alpha(t)$ обеспечивающие при снижении аэрокосмического аппарата в атмосфере достижение в конечный нефиксированный момент времени спуска $t_k = T$ на конечной высоте $H_k = 10$ км максимальной конечной широты $\varphi_k = \varphi(T)$ без ограничений и при наличии ограничений на управление и режимы движения. В рассматриваемой постановке задачи максимальная конечная широта соответствует максимальной угловой боковой дальности спуска в атмосфере.

Отметим, что результаты численного решения задач оптимального управления с использованием методов математического моделирования являются в той или иной степени приближёнными. В дальнейшем приближённо-оптимальные зависимости именуется оптимальными.

Оптимальное управление сформировано при следующих условиях. Узлы аппроксимации задачи располагались равномерно по характеристической скорости (2.16) в первых трёх задачах с шагом 300 м/с, при этом их число не превышало 50, и с шагом 150 м/с в последующих при числе узлов до 100. Использовалась кусочно-линейная аппроксимация программ изменения углов атаки и крена, зависимостей фазовых координат и функциональных производных от времени. Размеры области δU допустимых значений приращений управления уменьшались по мере приближения к оптимальной программе управления и составляли по углу атаки от 1° на первых итерациях до $0,05^\circ$ на последних, по углу крена – от 1° до $0,1^\circ$. Набор узлов t_i ($i = 1, 2, \dots, N$) обновлялся на каждой итерации улучшения управления, среднее число выполненных итераций улучшения управления равнялось 100, максимальное число итераций в задачах с многочисленными ограничениями не превышало 250.

Решение задач заканчивалось при стабилизации оптимизируемого функционала (конечной широты) относительно некоторого значения. В отдельных случаях с целью подтверждения практической неулучшаемости полученного управления решение задачи повторялось с другим начальным приближением опорного управления.

4.1.2. Три известные задачи. Для подтверждения в первом приближении работоспособности и эффективности разработанных методов формирования номинального управления решены три задачи оптимизации пространственного движения в атмосфере аэрокосмического аппарата при спуске с орбиты, имеющие решения, полученные с помощью принципа максимума.

Последовательность решения этих задач о максимизации боковой дальности спуска и форма представления результатов полностью соответствуют [151]. Отличия в формулировке, модели движения, начальных условиях, характеристиках аппарата вызваны отсутствием в [151] необходимых сведений, но, как показало математическое моделирование, эти отличия не оказали существенного влияния на сопоставимость результатов.

Кроме того, в [151] в задачах с ограничением на температуру поверхности аппарата приведены лишь качественные результаты, поэтому их сравнение проводилось с результатами решения аналогичных задач, в которых в качестве ограничения рассматривалось ограничение на удельный тепловой поток в критической точке аппарата. При качественном анализе результатов это не являлось препятствием к установлению общих тенденций, поскольку существует однозначная зависимость между удельным тепловым потоком q_T и температурой поверхности летательного аппарата в рассматриваемой точке [67].

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность спуска при отсутствии ограничений на управление и режимы движения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)].$$

Конечная боковая дальность спуска или соответствующая ей в рассматриваемой постановке конечная широта является дифференцируемым по Фреше функционалом вида (2.4).

Основные результаты решения этой задачи с помощью численного метода и алгоритма на основе последовательной линеаризации приведены на рис. 4.1 и 4.2.

На рис. 4.1 показаны начальные приближения программ изменения углов атаки и крена $\{\alpha_0(t), \gamma_{a0}(t)\}$ и полученное оптимальное

управление $\{\alpha_{opt}(t), \gamma_{aopt}(t)\}$, а также расположение узлов аппроксимации на последней итерации и изменение высоты H и скорости V от времени t при реализации оптимального управления.

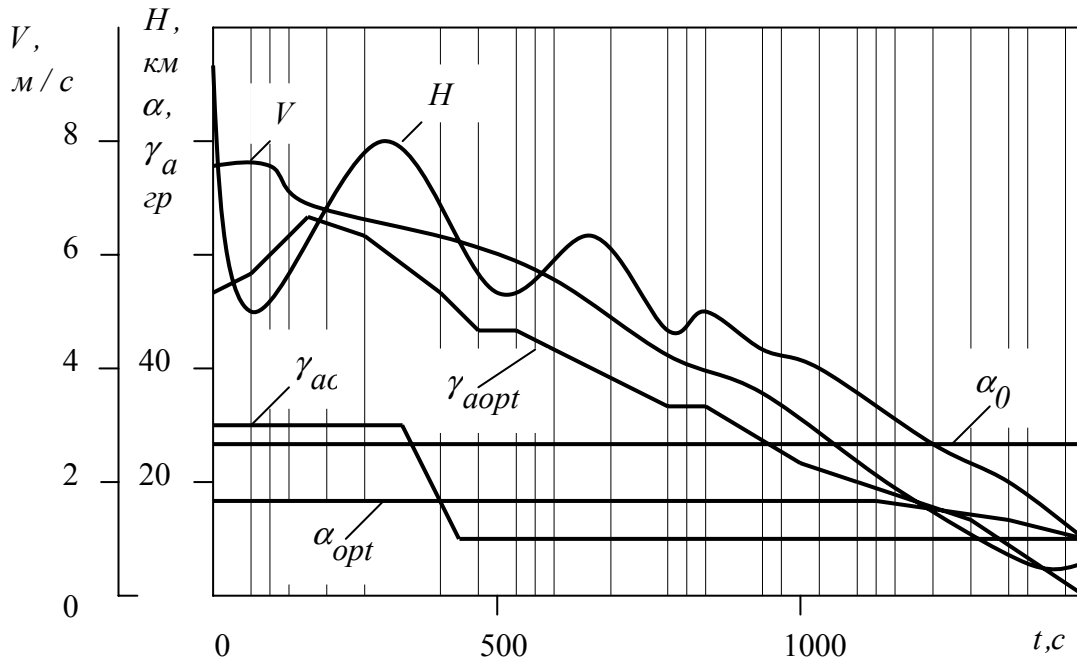


Рис. 4.1. Программы управления и изменение высоты и скорости по времени

На рис. 4.2 для оптимальной траектории показано изменение широты φ , долготы λ и угла пути χ по времени.

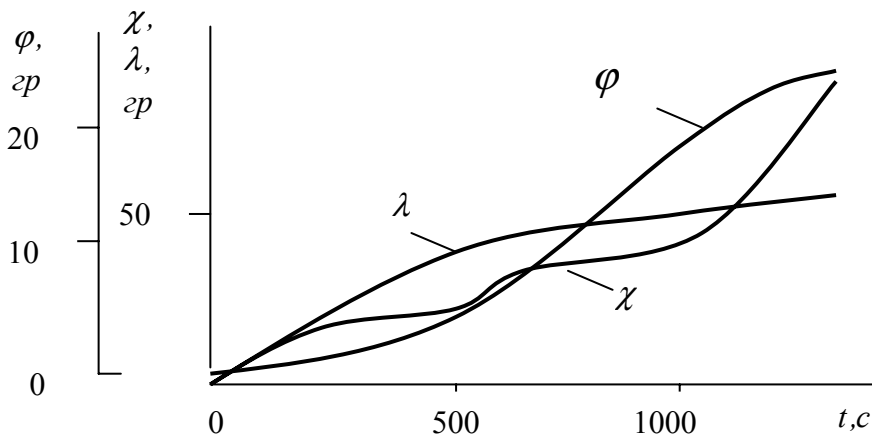


Рис. 4.2. Изменение широты, долготы и угла пути по времени

Из сравнения результатов решения задачи, полученных двумя методами, следует, что полученное управление (рис.4.1) близко к оптимальному, полученному принципом максимума (рис.2.2,а

[151]). Совпадает также характер изменения параметров обеих траекторий (рис.4.2 и рис.2.2,б [151]).

Следует отметить заметное отличие полученного оптимального управления $\{\alpha_{opt}(t), \gamma_{opt}(t)\}$ от его начального приближения $\{\alpha_0(t), \gamma_{a0}(t)\}$, что свидетельствует о нечувствительности алгоритма на основе последовательной линеаризации к начальному приближению искомых управляющих зависимостей.

Задача. Найти программу управления углом крена аэрокосмического аппарата, максимизирующую боковую дальность спуска при различных допустимых значениях максимального удельного теплового потока в критической точке аппарата, то есть найти

$$\gamma_a(t) = \arg \max_{\gamma_a} [\varphi(T)]$$

при условии

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0.$$

При решении этой задачи программа изменения угла атаки соответствовала оптимальной программе, полученной при решении предыдущей задачи, и в процессе решения не изменялась. Максимальный удельный тепловой поток относится к функционалам вида (2.6), не имеющим производных Фреше. Поэтому на каждой итерации улучшения программы управления фиксировались время достижения и величина $q_{T \max}$. Таким образом, функционал вида (2.6) заменялся одним функционалом вида (2.5).

Решение проводилось в следующей последовательности. Сначала была получена программа управления, максимизирующая боковую дальность спуска без ограничения на максимальное значение удельного теплового потока (допустимое значение функционала-ограничения задавалось заведомо больше возможного). Затем были получены три оптимальные программы управления, обеспечивающие максимальную боковую дальность при различных допустимых значениях максимального теплового потока: $q_{T1 \text{доп}} = 2400$ кДж/(м²с), $q_{T2 \text{доп}} = 2000$ кДж/(м²с), $q_{T3 \text{доп}} = 1600$ кДж/(м²с).

На рис. 4.3 показано влияние ограничения по максимальному удельному тепловому потоку $q_{T \text{доп}}$ на оптимальный закон изменения угла крена. Для удобства сравнения результатов на рис. 4.3, как

и на рис. 2.14 [151], представлены зависимости угла скоростного крена γ_{opt} от скорости V .

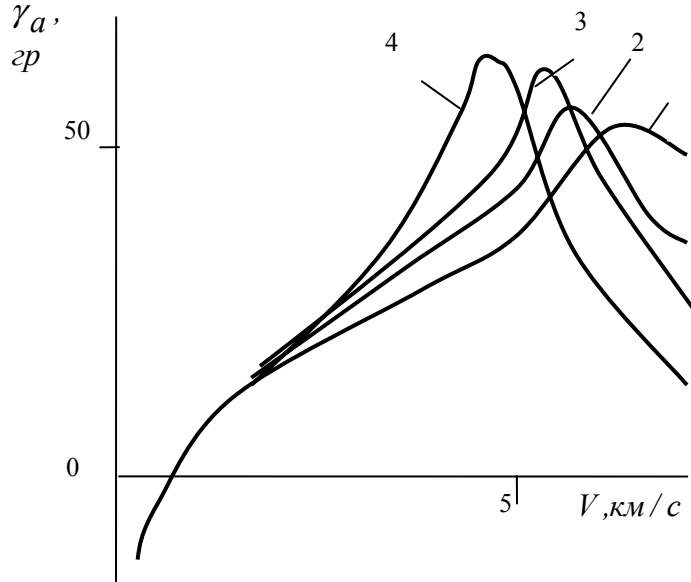


Рис. 4.3. Влияние ограничения по удельному тепловому потоку на программу угла крена:

1 – без ограничений; 2, 3, 4 – ограничения $q_{T1доп}$, $q_{T2доп}$, $q_{T3доп}$

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность спуска при различных допустимых значениях максимального теплового потока в критической точке аппарата, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\phi(T)]$$

при условии

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0.$$

Замена функционала-ограничения осуществлялась аналогично соответствующей замене в предыдущей задаче, такими же были последовательность решения и допустимые значения максимального удельного теплового потока в критической точке аэрокосмического аппарата. При решении использовалось дополнительное условие постоянства радиуса кривизны поверхности в критической точке аппарата при изменении угла атаки.

В результате решения получены зависимости углов атаки α_{opt} и крена γ_{opt} от скорости V (рис. 4.4), повторяющие характер оптимальных зависимостей, полученных с помощью принципа максимума (рис. 2.22 [151]).

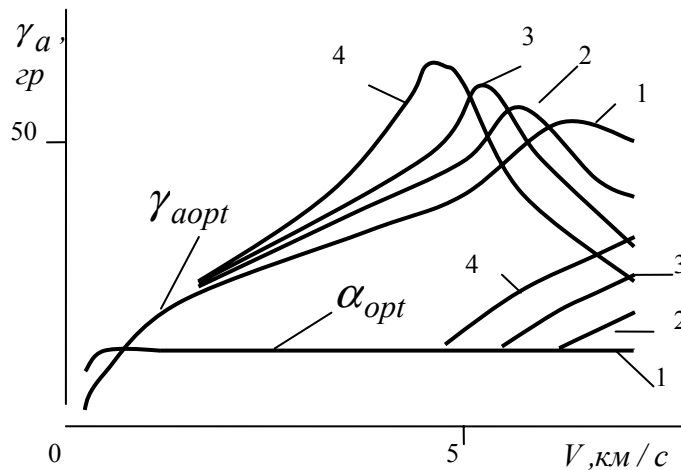


Рис. 4.4. Влияние ограничения по удельному тепловому потоку на программы углов крена и атаки:

1 – без ограничений; 2, 3, 4 – ограничения $q_{T1доп}$, $q_{T2доп}$, $q_{T3доп}$

Увеличение допустимого значения максимального удельного теплового потока $q_{Tдоп}$ приводит к увеличению максимальной бо-

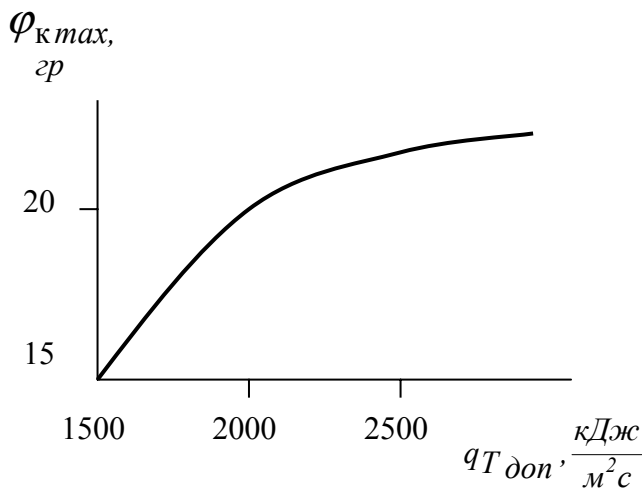


Рис. 4.5. Зависимость максимальной боковой дальности от допустимого значения удельного теплового потока

ковой дальности спуска φ_{kmax} до наибольшего значения, соответствующего траектории движения без ограничений (рис. 4.5).

На рис. 4.6 показано расположение узлов аппроксимации на последней итерации решения задачи с ограничением $q_{Tдоп} = 2000$ кДж/(м²с), а

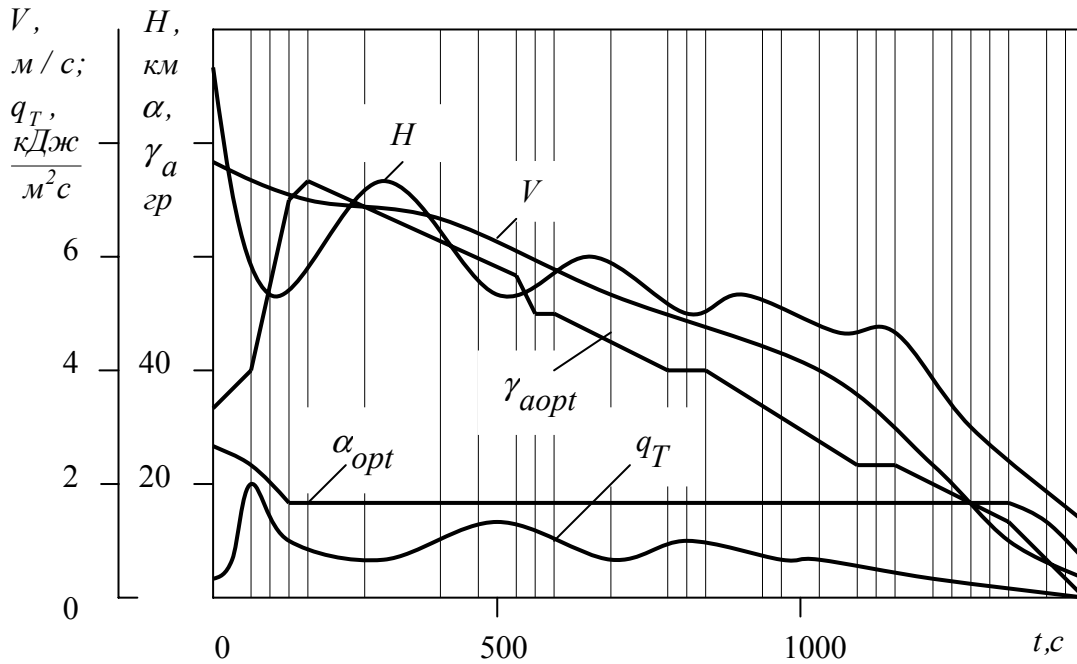


Рис. 4.6. Программы управления и изменение высоты, скорости и удельного теплового потока по времени

также полученные оптимальные программы изменения углов атаки и крена $\{\alpha_{opt}, \gamma_{aopt}\}$ и соответствующее им изменение высоты, скорости и удельного теплового потока q_T в критической точке аэрокосмического аппарата от времени.

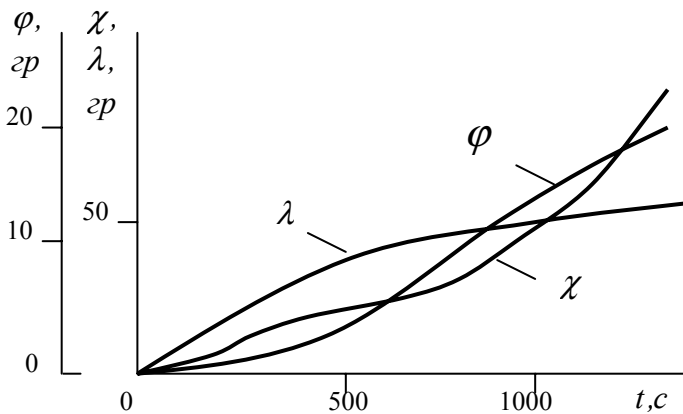


Рис. 4.7. Изменение широты, долготы и угла пути по времени

На рис. 4.7 изображены зависимости от времени широты φ , долготы λ и угла пути χ при реализации оптимального двухканального управления.

Рис. 4.8 иллюстрирует процесс формирования оптимального управления. На нём показаны осреднённые зависимости

оптимизируемого функционала задачи (конечной широты) и функционала-ограничения (максимального удельного теплового потока q_{Tmax}) по итерациям $N_{и}$ улучшения программ управления.

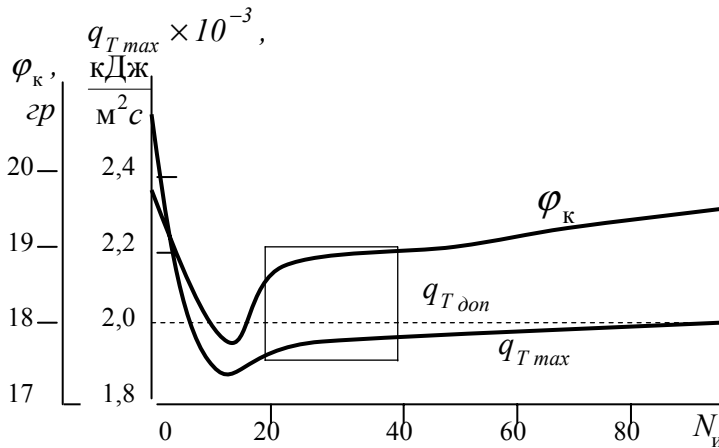


Рис. 4.8. Изменение функционалов по итерациям улучшения управления

Кроме того, на рис. 4.8 отмечено допустимое значение функционала $q_{Tдоп}$. Осреднение приведённых зависимостей заключается в изображении на рисунке только общей тенденции изменения функционалов. В действительности истинные значения функционалов располагаются с обеих сторон в непосредственной близости от изображённых кривых. В дальнейшем аналогичным образом показаны зависимости функционалов от номера итерации улучшения управления, иллюстрирующие процессы формирования управления.

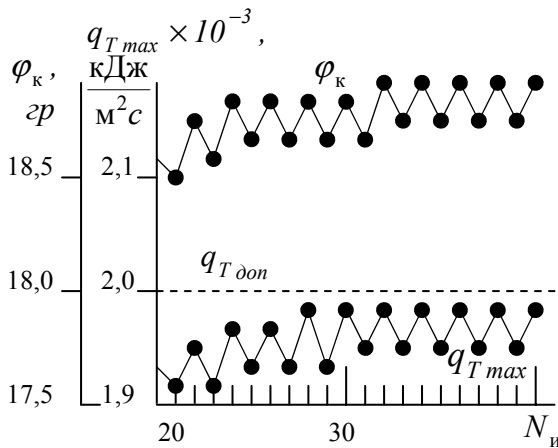


Рис. 4.9. Изменение функционалов по итерациям улучшения управления

На рис. 4.8 выделен прямоугольник, который увеличен и представлен в виде рис. 4.9, иллюстрирующего действительное поведение функционалов в процессе поиска оптимального управления. Значениям функционалов соответствуют точки, относящиеся к каждой итерации, соединение точек отрезками прямых является условностью и служит только целям улучшения наглядности рисунка.

В дальнейшем изложении подобные иллюстрации процессов сходимости не приводятся.

Анализ рис. 4.9 показывает, что изменения оптимизируемого функционала и функционала-ограничения в процессе работы алгоритма формирования оптимального управления взаимосвязаны и цикличны: уменьшение оптимизируемого функционала на итера-

ции улучшения управления приводит к отступлению функционала ограничения от его допустимого значения, последующее приближение функционала ограничения к допустимому значению на следующей итерации ведет к росту оптимизируемого функционала, превышающему его уменьшение на предыдущей итерации.

4.1.3. Задачи с многочисленными ограничениями. Рассмотрим результаты решения задач построения номинального управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере, максимизирующего боковую дальность спуска при наличии ограничений на управление, высоту полёта после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы и режимы движения: удельный тепловой поток в критической точке аппарата, скоростной напор и нормальную составляющую перегрузки.

Учёт ограничения на высоту полёта после первого отражения от плотных слоёв атмосферы позволяет формировать достаточно гладкие номинальные траектории спуска в атмосфере. Наилучшим образом такие траектории можно получить, учитывая одновременно два ограничения – на высоту после первого отражения от плотных слоёв атмосферы и удельный тепловой поток. Это связано с тем, что первое условие ограничивает высоту полёта сверху, а второе кроме собственно ограничения на максимальное значение удельного теплового потока одновременно ограничивает и высоту полёта снизу. На траекториях без существенных отражений достигается более высокая точность командного управления движением аэрокосмических аппаратов.

В качестве ограничения на перегрузку было выбрано ограничение на нормальную составляющую вектора перегрузки. Это связано со следующими особенностями аэрокосмических аппаратов и траекторий их движения в атмосфере.

Во-первых, движение в атмосфере у аппаратов этого типа при совершении любых расчётных манёвров происходит без сколь угодно значительного скольжения вследствие больших аэродинамических и тепловых нагрузок, небольшое скольжение допускается только для создания несимметричности обтекания при управлении по крену. Это означает, что поперечные перегрузки в процессе движения в атмосфере невелики.

Во-вторых, движение аэрокосмических аппаратов в атмосфере происходит на больших, по сравнению с самолётами, углах атаки

(до 40° в начале траектории спуска). Это приводит к тому, что при проектировании на связанные оси вектор перегрузки даёт достаточно большую составляющую на нормальную ось, а допустимое значение нормальной перегрузки существенно меньше допустимого значения продольной.

Задача. Найти программу управления углом крена аэрокосмического аппарата, максимизирующую боковую дальность спуска с учётом ограничения на высоту полёта после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы, то есть найти

$$\gamma_a(t) = \arg \max_{\gamma_a} [\varphi(T)]$$

при условии

$$H_{1\max} - H_{1\text{доп}} \leq 0.$$

Задача решалась при следующих условиях. Допустимое значение высоты полёта $H_{1\text{доп}}$ после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы принималось равным 40 км. В качестве начального приближения программ изменения углов крена и атаки использовались оптимальные зависимости, показанные на рис. 4.1, причём, программа изменения угла атаки в процессе решения не изменялась. Из рисунка следует, что при движении с этими программами управления требуемое по условию задачи ограничение на высоту полёта не выполняется.

Функционал-ограничение, соответствующий максимальной высоте полёта после первого отражения, относится к функционалам вида (2.6), не имеющим производных Фреше. Высота полёта определяется путём интегрирования одного из уравнений движения, поэтому функционал вида (2.6) заменялся одним функционалом вида (2.10).

Основные результаты решения задачи иллюстрирует рис. 4.10, на котором показаны полученная оптимальная программа управления скоростным углом крена, программа управления углом атаки, изменения высоты, широты и угла пути, а также допустимое значение высоты $H_{1\text{доп}}$ полёта после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы. На этом и последующих аналогичных рисунках вследствие большого количества узлов аппроксимации их расположение не показано, а кусочно-линейные программы управ-

ления из-за близости расположения узлов аппроксимации изображены гладкими, без характерных изломов в узлах.

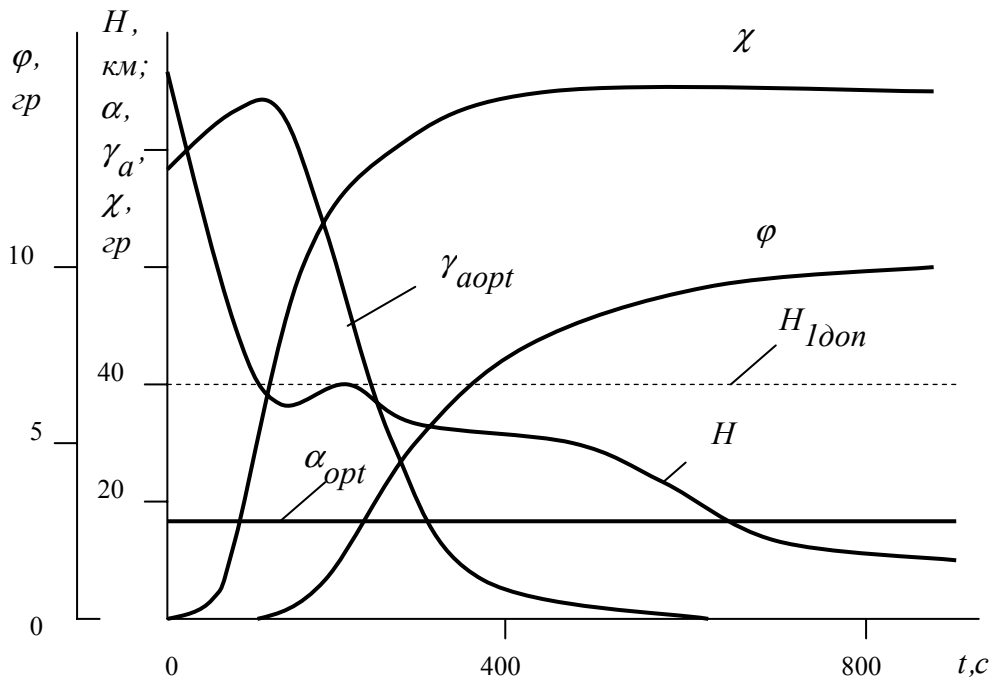


Рис. 4.10. Программы управления и изменение высоты, широты и угла пути по времени

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность спуска с учётом ограничения на высоту полёта после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при условии

$$H_{1\max} - H_{1\text{доп}} \leq 0.$$

Эта задача рассматривалась как продолжение предыдущей, результаты решения которой использовались в качестве начального приближения.

Результаты решения приведены на рис. 4.11, описание которого соответствует описанию рис. 4.10 и на котором дополнительно показана зависимость удельного теплового потока в критической точке аппарата от времени.

Из сравнения результатов решения задач (рис. 4.2, 4.10 и 4.11) следует, что учёт ограничения на высоту полёта после первого от-

ражения приводит к уменьшению максимальной угловой боковой дальности спуска в атмосфере. Поиск оптимального управления только по углу крена при рассматриваемом значении ограничения на высоту полёта приводит к уменьшению конечной боковой дальности примерно с $22,5^{\circ}$ (рис. 4.2) до 10° (рис. 4.10). При совместном поиске оптимальных программ управления углами крена и атаки максимальная угловая дальность спуска увеличивается по сравнению с одноканальным управлением до 11° (рис. 4.11).

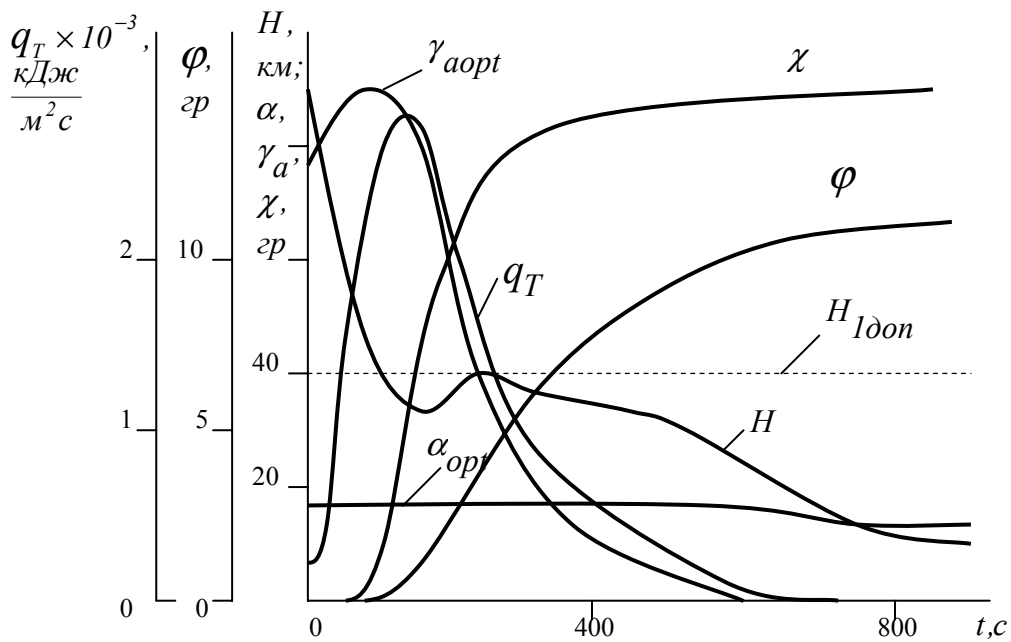


Рис. 4.11. Программы управления и изменение высоты, широты, угла пути и удельного теплового потока по времени

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность спуска с учётом ограничения на высоту полёта после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы и ограничения на удельный тепловой поток в критической точке аппарата, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при условиях

$$H_{1\max} - H_{1\text{доп}} \leq 0,$$

$$q_{T\max} - q_{T\text{доп}} \leq 0.$$

Как и в двух предыдущих задачах допустимое значение высоты полёта $H_{1доп}$ после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы принималось равным 40 км. Допустимое значение удельного теплового потока $q_{Tдоп}$ в критической точке аппарата фиксировалось на уровне 2400 кДж/(м²с).

Решение этой задачи основывалось на результатах решения предыдущей задачи. В качестве начального приближения программ управления были приняты оптимальные программы, полученные в результате ее решения и изображённые на рис. 4.11, из которого, в частности, следует, что приведённые программы управления не обеспечивают поставленного в данной задаче ограничения на максимальное значение удельного теплового потока.

Как и ранее каждый из функционалов, дифференцируемых по Гато, заменялся одним функционалом, дифференцируемым по Фреше.

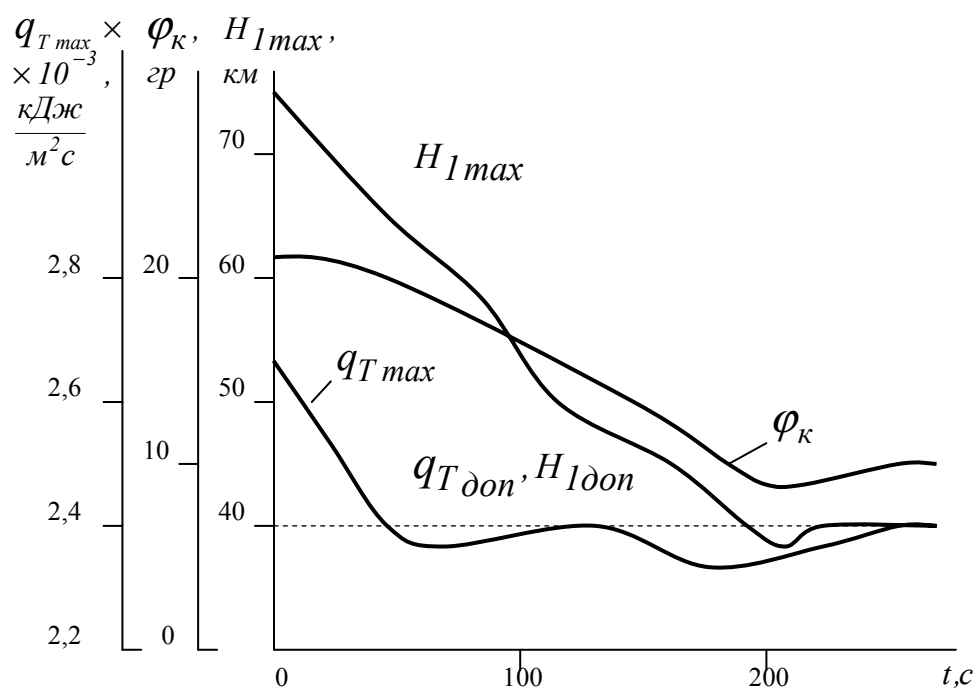


Рис. 4.12. Изменение функционалов по итерациям улучшения управления

Рис. 4.12 иллюстрирует процесс формирования оптимального управления. На нём показано изменение оптимизируемого функционала задачи (конечной широты φ_k) и функционалов-

ограничений (максимальной высоты полёта после первого отражения от плотных слоёв атмосферы $H_{1\max}$ и максимального удельного теплового потока q_{\max} в критической точке аппарата) по итерациям $N_{\text{и}}$ улучшения программ управления. Кроме того, на рисунке отмечено допустимое значение функционалов-ограничений $H_{1\text{доп}}$ и $q_{T\text{доп}}$.

Как и на рис. 4.8, на рис. 4.12 показаны осреднённые зависимости, отражающие общие тенденции изменения функционалов, в то время как истинные значения функционалов располагаются с обеих сторон в непосредственной близости от изображённых кривых.

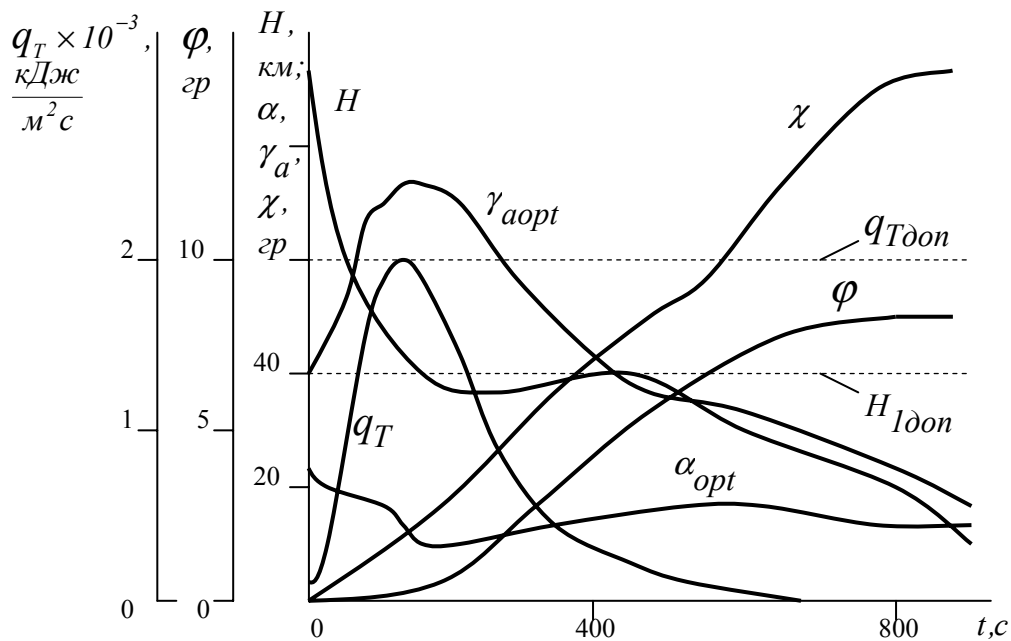


Рис. 4.13. Программы управления и изменение высоты, широты, угла пути и удельного теплового потока по времени

На рис. 4.13 показаны результаты решения задачи – оптимальные программы изменения углов атаки и крена, а также зависимости от времени высоты, широты, угла пути и удельного теплового потока, отмечены допустимые значения высоты полёта после первого отражения от плотных слоёв атмосферы и удельного теплового потока в критической точке аппарата. Из рисунка видно, что полученные оптимальные программы управления обеспечивают выполнение заданных ограничений на высоту полёта и удельный тепловой поток. Одновременное выполнение поставленных в задаче ограничений позволило сформировать достаточно пологую траек-

торию спуска без значительных отражений от плотных слоёв атмосферы.

Задача. Найти программы изменения угла атаки и угла крена аэрокосмического аппарата, обеспечивающие при снижении в атмосфере достижение максимальной боковой дальности спуска при наличии ограничений на управление и на значения перегрузки, скоростного напора, удельного теплового потока и высоты полёта после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при условиях

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\dot{\alpha}| \leq \dot{\alpha}_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}, \quad |\dot{\gamma}_a| \leq \dot{\gamma}_{a \max},$$

$$n_{y \max} - n_{\text{удоп}} \leq 0, \quad q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0, \quad H_{1 \max} - H_{1 \text{доп}} \leq 0.$$

На значения управляющих зависимостей и параметров траектории наложены следующие ограничения. Угол атаки мог принимать значения от $\alpha_{\min} = 10^0$ до $\alpha_{\max} = 40^0$, скорость его изменения на всех участках траектории ограничивалась сверху значением $\dot{\alpha}_{\max} = 1$ гр/с. Угол крена по абсолютной величине ограничивался значением $\gamma_{a \max} = 70^0$, а скорость его изменения – $\dot{\gamma}_{a \max} = 10$ гр/с.

Допустимое значение нормальной перегрузки $n_{\text{удоп}}$ принималось равным 4,0, скоростного напора $q_{\text{доп}}$ – равным 20 кН/м², удельного теплового потока $q_{T \text{доп}}$ – равным 2400 кДж/(м²с), а высоты полёта $H_{1 \text{доп}}$ после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы – равным 50 км.

Все перечисленные ограничения на режимы движения являются функционалами, дифференцируемыми по Гато, вида (2.6). Ограничения на удельный тепловой поток в критической точке аппарата и на высоту после первого отражения от плотных слоёв атмосферы были рассмотрены в предыдущих задачах. Учёт ограничения на величину скоростного напора принципиально не отличается от учёта ограничения на удельный тепловой поток.

Интерес представляет формирование управления при невыполнении ограничения на максимальную величину нормальной перегрузки. Как функционал, данное ограничение относится к функционалу вида (2.6), в выражение которого входит функция Φ , явно зависящая от управления (от угла атаки). Поэтому при численном решении задачи использовалась процедура, рассмотренная во второй главе, позволяющая не только в конечном итоге найти программы управления, удовлетворяющие данному ограничению, но и увеличить скорость изменения величины функционала в процессе поиска. В качестве начального приближения программ управления были приняты постоянные значения углов атаки α_0 и крена γ_0 , равные соответственно 25° и 50° .

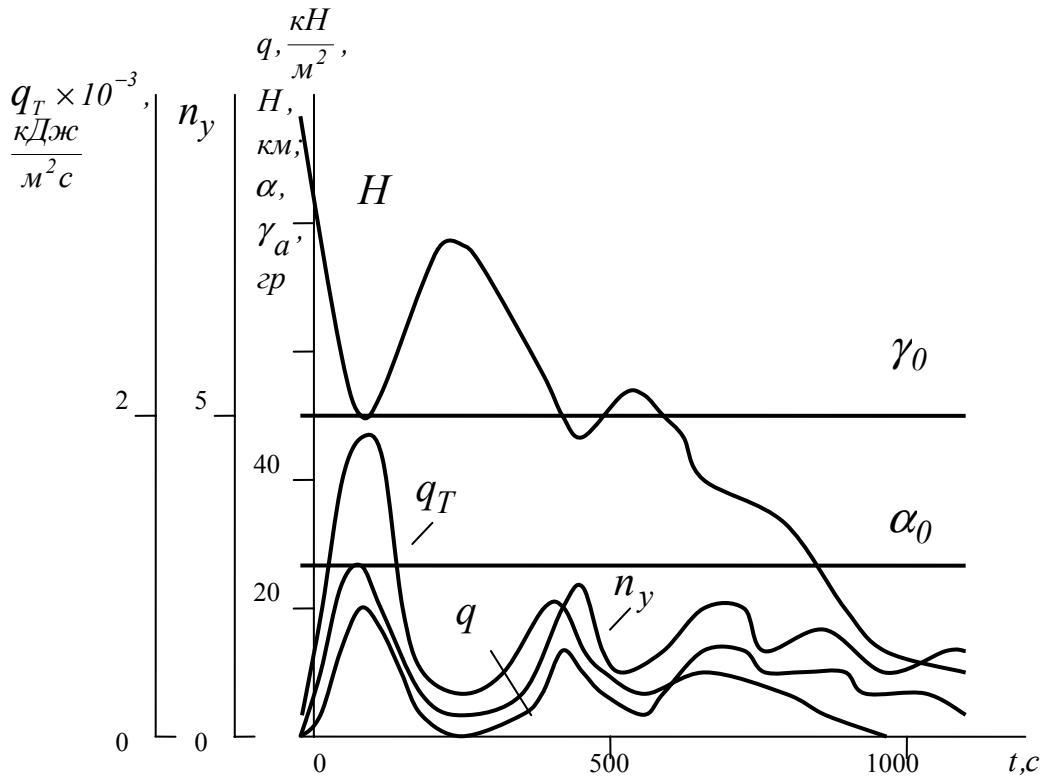


Рис. 4.14. Программы управления и изменение высоты, перегрузки, скоростного напора и удельного теплового потока по времени

На рис. 4.14 показаны зависимости от времени контролируемых параметров траектории, реализующейся при начальном приближении программ управления, а именно, высоты H , нормальной перегрузки n_y , скоростного напора q и удельного теплового пото-

ка q_T в критической точке аппарата. Из приведённых зависимостей видно, что начальное приближение программ управления не обеспечивает выполнение ограничений на высоту полёта после первого отражения от плотных слоёв атмосферы и на скоростной напор.

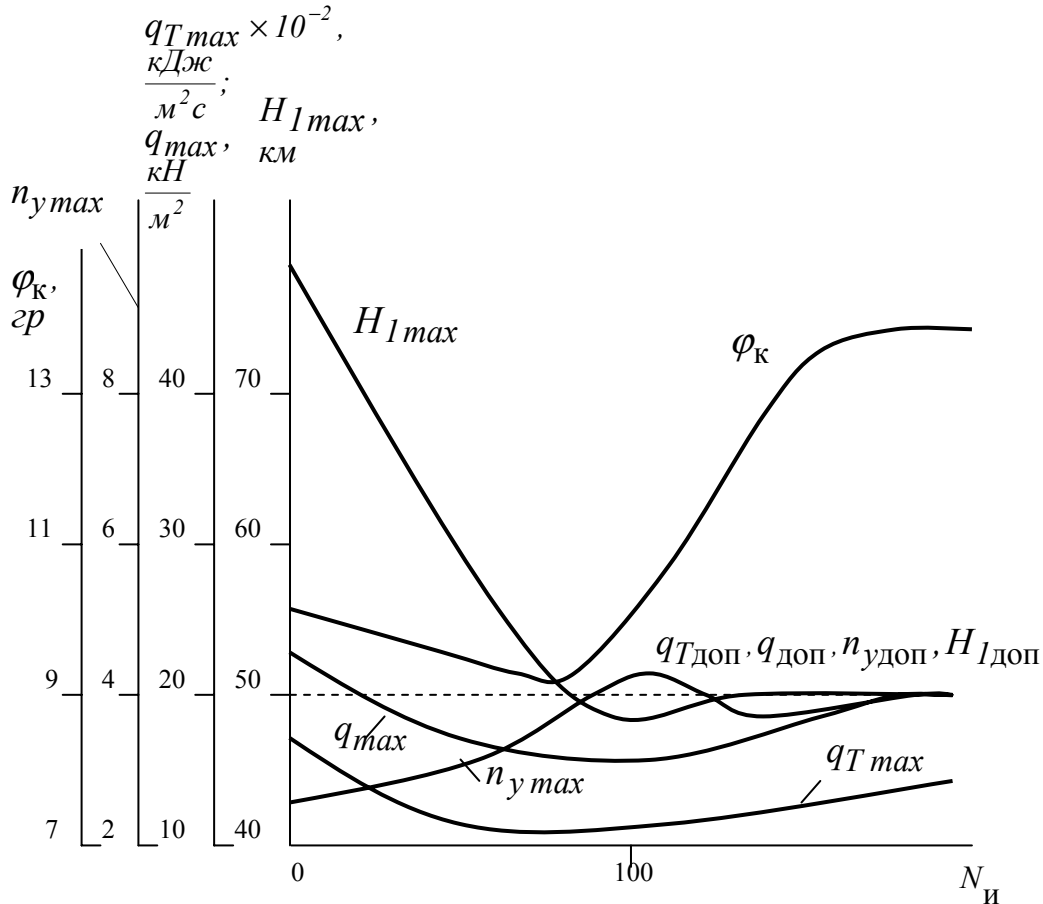


Рис. 4.15. Изменение функционалов по итерациям улучшения управления

Рис. 4.15 иллюстрирует процесс формирования управления траекторией аэрокосмического аппарата, обеспечивающего наибольшее значение боковой дальности спуска при выполнении ограничений на управление и параметры траектории. Показано изменение по итерациям $N_{и}$ улучшения управления оптимизируемого функционала задачи — конечной боковой дальности спуска φ_k и контролируемых функционалов, на которые наложены ограничения — максимальных значений высоты полета H_{1max} после первого отражения от плотных слоёв атмосферы, нормальной перегрузки $n_{y max}$, скоростного напора q_{max} и удельного теплового потока

$q_{T \max}$, и отмечены их допустимые значения – $H_{1\text{доп}}$, $n_{\text{удоп}}$, $q_{\text{доп}}$ и $q_{T\text{доп}}$.

На рис. 4.16 показаны результаты решения задачи – полученные оптимальные программы изменения углов атаки и крена, обеспечивающие наибольшее значение боковой дальности спуска при выполнении ограничений на управление и параметры траектории, а также зависимости от времени высоты, боковой дальности, нормальной перегрузки, скоростного напора и удельного теплового потока, отмечены также допустимые значения этих параметров траектории.

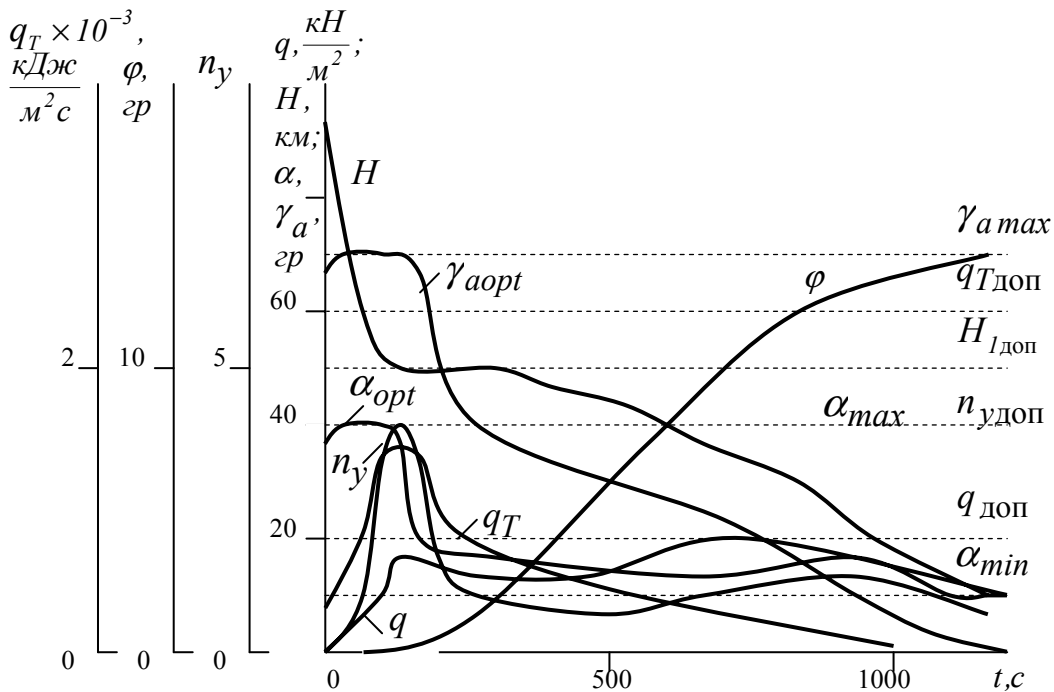


Рис. 4.16. Программы управления и изменение высоты, широты, перегрузки, скоростного напора и удельного теплового потока по времени

Результаты решения задач свидетельствуют как о работоспособности численных методов и алгоритма формирования номинального управления, так и об их эффективности при решении сложных траекторных задач управления аэрокосмическими аппаратами с несущим корпусом при спуске в атмосфере.

4.2. Траектории орбитального корабля

4.2.1. Общая формулировка и условия решения задач. Задача управления траекторией спуска орбитального корабля в атмосфере в общем виде формулируется следующим образом. Известны характеристики корабля и условия входа в атмосферу, заданы ограничения на управление и текущие параметры траектории, а также требуемые значения конечных условий движения и допустимые отклонения от них. Управление аэрокосмическим аппаратом осуществляется по каналам угла атаки и скоростного угла крена. Заданы характеристики моделей возмущений, априорно неопределённых в реальных условиях движения. Требуется сформировать, во-первых, номинальное управление движением в атмосфере с учётом перечисленных ограничений, обеспечивающее приведение аппарата в заданную область конечных условий движения при отсутствии возмущений, во-вторых, командное управление, обеспечивающее приведение аппарата в заданную область конечных условий движения в условиях действия возмущений.

В качестве объекта управления рассмотрен аэрокосмический аппарат типа орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл» и орбитального корабля «Буран» при спуске с орбиты произвольного наклона от условной границы атмосферы до начала участка предпосадочного маневрирования.

Аэродинамические характеристики аппарата задавались таблично, максимальное аэродинамическое качество аппарата на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере составляло 2,2.

Также таблично задавались параметры атмосферы в соответствии со стандартными значениями. Удельный тепловой поток рассчитывался в критической точке аппарата, в качестве которой принималась точка поверхности с радиусом кривизны один метр.

В уравнениях движения учитывалась несферичность поля тяготения Земли и ее вращение вокруг собственной оси.

При решении модельных задач в качестве начальных условий расчётного движения в момент времени $t_0 = 0$ для формирования номинальных программ управления приняты следующие величины: $H_0 = 100$ км, земная скорость $V_0 = 7560$ м/с, угол наклона траектории $\theta_0 = -1^\circ$, угол пути $\chi_0 = 60^\circ$, геоцентрическая широта $\varphi_0 = 18^\circ$, гео-

графическая долгота $\lambda_0 = -17^0$ (положительная широта – северная, положительная долгота – восточная).

Принималось, что ограничения на параметры траектории, накладываемые конструкцией аэрокосмического аппарата, заданы в виде (1.3) при следующих значениях допустимых значений параметров: $q_{\text{доп}} = 20 \text{ кН/м}^2$, $n_{x\text{доп}} = 9$, $n_{y\text{доп}} = 4,5$, $q_{T\text{доп}} = 1000 \text{ кДж/(м с)}$.

Из траекторных ограничений вида (1.5) на текущие параметры учитывалось ограничение на максимальную высоту полёта после первого отражения от плотных слоёв атмосферы со знаком соотношения «меньше или равно» при допустимом значении высоты $H_{1\text{доп}} = 70 \text{ км}$. Траекторные ограничения вида (1.6) в рассматриваемой задаче терминального управления использовались со знаком соотношения «меньше или равно» и определялись следующими значениями: $H_{\text{треб}} = 20 \text{ км}$ (это ограничение может быть выполнено с любой степенью точности, так как служит условием окончания численного интегрирования, при этом фиксируются конечные условия движения и время $t_k = T$), $V_{\text{треб}} = 500 \text{ м/с}$, $\Delta V_{\text{доп}} = 50 \text{ м/с}$, $\theta_{\text{треб}} = -10^0$, $\Delta\theta_{\text{доп}} = 1^0$, $\chi_{\text{треб}} = 90^0$, $\Delta\chi_{\text{доп}} = 15^0$, $\varphi_{\text{треб}} = 46,4^0$, $\Delta\varphi_{\text{доп}} = 0,01^0$, $\lambda_{\text{треб}} = 58,8^0$, $\Delta\lambda_{\text{доп}} = 0,02^0$.

На значения управляющих зависимостей были наложены следующие ограничения вида (1.1). Угол атаки мог принимать значения от $\alpha_{\text{min}} = 10^0$ до $\alpha_{\text{max}} = 45^0$, скоростной угол крена по абсолютной величине должен быть меньше $\gamma_{a\text{max}} = 80^0$. Скорости изменения углов атаки и крена не должны были превышать соответственно $\dot{\alpha}_{\text{max}} = 1 \text{ град/с}$ и $\dot{\gamma}_{a\text{max}} = 10 \text{ град/с}$.

4.2.2. Задачи номинального и командного управления. Алгоритм формирования номинального управления позволяет без дополнительных усложнений оптимизировать один из функционалов, поэтому задача формирования номинального управления сформулирована как оптимизационная, а именно, минимизировалось конечное отклонение скорости от требуемого значения. Кроме того, решение задачи формирования номинального управления проводилось при меньших значениях допустимых отклонений с целью получения расчётных конечных условий движения наиболее приближённых к требуемым значениям, в связи с этим принимались сле-

дующие допустимые значения терминальных отклонений: $\Delta\theta_{\text{доп}}=0,01^0$, $\Delta\chi_{\text{доп}}=1^0$, $\Delta\varphi_{\text{доп}}=0,001^0$, $\Delta\lambda_{\text{доп}}=0,002^0$. С учётом сделанных замечаний, формулировка задачи формирования номинального управления имела следующий вид.

Задача. Найти программы изменения угла атаки $\alpha(t)$ и скоростного угла крена $\gamma_a(t)$ аэрокосмического аппарата, удовлетворяющие заданным ограничениям на управление, и обеспечивающие при снижении аппарата в атмосфере из заданных начальных условий выполнение ограничений на текущие параметры траектории и достижение на конечной высоте допустимых отклонений по углу наклона траектории, углу пути, широте и долготе и минимизирующие конечное отклонение по скорости, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\Delta V(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\dot{\alpha}| \leq \dot{\alpha}_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}, \quad |\dot{\gamma}_a| \leq \dot{\gamma}_{a \max},$$

ограничений на текущие параметры движения

$$n_{x \max} - n_{x \text{доп}} \leq 0, \quad n_{y \max} - n_{y \text{доп}} \leq 0, \quad q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0, \\ q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0, \quad H_{1 \max} - H_{1 \text{доп}} \leq 0,$$

и ограничений на отклонения терминальных условий от требуемых значений

$$\Delta\theta(T) - \Delta\theta_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta\chi(T) - \Delta\chi_{\text{доп}} \leq 0, \\ \Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta\lambda(T) - \Delta\lambda_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta V(T) = |V(T) - V_{\text{треб}}|$, $\Delta\theta(T) = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|$,

$$\Delta\chi(T) = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|, \quad \Delta\varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|,$$

$$\Delta(\lambda T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|.$$

При формировании командного управления ограничения на допустимые значения отклонений терминальных условий принимались в соответствии с общей формулировкой задачи терминального управления. Учитывая предположение достаточной близости реализующейся траектории спуска к расчётной в данной задаче, был

снят контроль за ограничениями на параметры траектории, накладываемыми конструкцией аэрокосмического аппарата, а также на максимальную высоту после первого отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы. С учётом этих изменений формулировка задачи командного управления имела следующий вид.

Задача. Определить изменения угла атаки $\alpha(t)$ и скоростного угла крена $\gamma_a(t)$ аэрокосмического аппарата, обеспечивающие при снижении аппарата в атмосфере из заданных начальных условий при наличии возмущений достижение на конечной высоте допустимых отклонений по скорости, углу наклона траектории, углу пути, широте и долготе при выполнении заданных ограничений на управление, то есть сформировать в реальном времени зависимости

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\}$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\dot{\alpha}| \leq \dot{\alpha}_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}, \quad |\dot{\gamma}_a| \leq \dot{\gamma}_{a \max},$$

и ограничений на отклонения терминальных условий от требуемых значений

$$\Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \chi(T) - \Delta \chi_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta V(T) = |V(T) - V_{\text{треб}}|$, $\Delta \theta(T) = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|$,

$$\Delta \chi(T) = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|, \quad \Delta \varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|,$$

$$\Delta(\lambda T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|.$$

В задачах формирования номинального и командного управления ограничения на режимы движения являются функционалами, дифференцируемыми по Гато, а ограничения на отклонения терминальных условий от требуемых значений – функционалами, дифференцируемыми по Фреше.

4.2.3. Результаты формирования номинального управления. При формировании номинального управления использовался алгоритм, описанный в 3.2. Узлы аппроксимации располагались равномерно по характеристической скорости (2.16) с шагом 150 м/с, их число на последней итерации составило 73.

Использовалась кусочно-линейная аппроксимация программ изменения углов атаки и крена, зависимостей фазовых координат и функциональных производных от времени. Размеры области δU допустимых значений приращений управления уменьшались по мере приближения к оптимальной программе управления и составляли по углу атаки от $0,5^0$ на первых итерациях до $0,01^0$ на последних, по углу крена – от 1^0 до $0,02^0$. Набор узлов t_i ($i = 1, 2, \dots, N$) обновлялся на каждой итерации, число выполненных итераций улучшения управления равнялось 250.

На рис. 4.17–4.22 приведены основные результаты формирования номинального управления. Начальное приближение управления $\{\alpha_0, \gamma_{a0}\}$, соответствующие ему зависимости аэродинамического качества K и высоты H от времени t показаны на рис. 4.17.

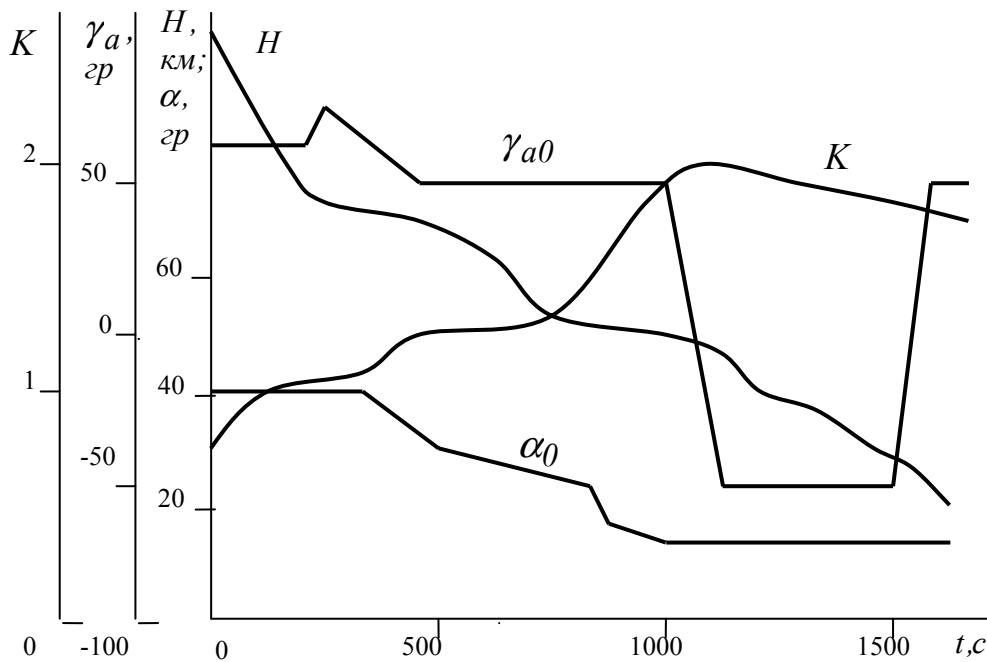


Рис. 4.17. Программы управления и изменение высоты и аэродинамического качества по времени

На рис. 4.18 приведены соответствующие управлению $\{\alpha_0, \gamma_{a0}\}$ зависимости от времени перегрузки n , ее составляющей на нормальную ось n_y , скоростного напора q и удельного теплового потока q_T в критической точке аппарата.

Реализация начального приближения номинального управления в расчётных условиях приводит аппарат на высоту 20 км со

следующими значениями конечных условий движения: $V_K=594$ м/с, $\theta_K=-15,37^\circ$, $\chi_K=41,9^\circ$, $\varphi_K=46,08^\circ$, $\lambda_K=58,50^\circ$.

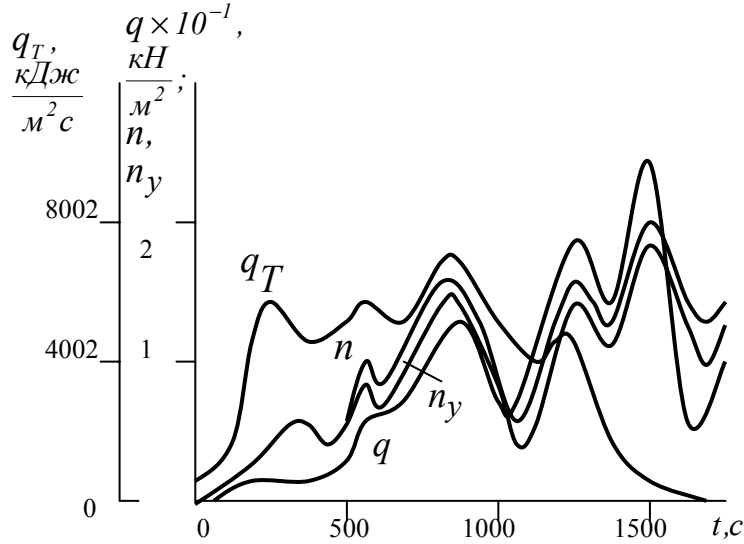


Рис. 4.18. Изменение перегрузки, скоростного напора и удельного теплового потока по времени

Приведённые данные показывают, что управление $\{\alpha_0, \gamma_{a0}\}$, принятое в качестве начального приближения номинального управления, не обеспечивает при отсутствии возмущений выполнения ограничений на максимальную величину скоростного напора и выполнение требований, накладываемых на терминальные условия движения.

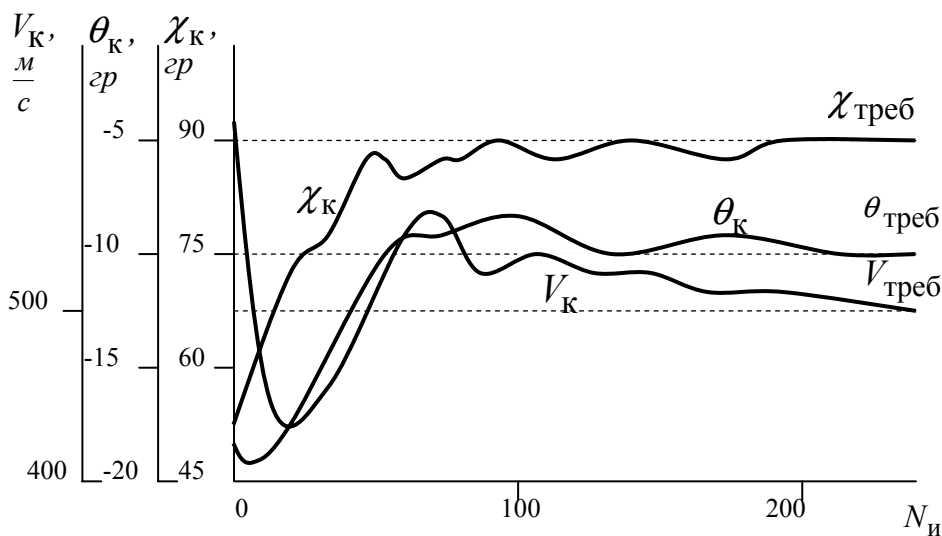


Рис. 4.19. Изменение функционалов по итерациям улучшения управления

Рис. 4.19 и 4.20 иллюстрируют изменение контролируемых функционалов задачи в процессе формирования номинального управления, обеспечивающего выполнение всех требований, предъявляемых к траектории спуска. На рис. 4.19 показано изменение величин V_K , θ_K и χ_K , а на рис. 4.20 – изменение величин φ_K , λ_K и q_{max} по итерациям улучшения управления $N_{и}$.

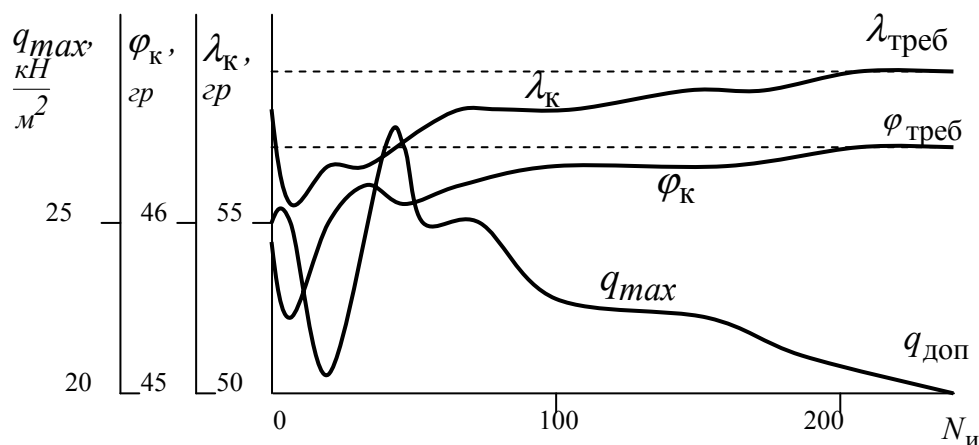


Рис. 4.20. Изменение функционалов по итерациям улучшения управления

При формировании номинального управления в интерактивном режиме применялись различные приёмы повышения эффективности процесса поиска, рассмотренные в третьей главе, в том числе и временное снятие контроля над отдельными функционалами, что приводило к временному выходу значений этих функционалов за назначенные им ограничения.

Решение задачи проводилось в два этапа. На первом этапе решение было закончено при стабилизации оптимизируемого функционала около нуля и выполнении всех наложенных ограничений. Автоматизация прекращения процесса поиска приближённо-оптимального управления осуществлялась с помощью вычислительной процедуры, описанной в третьей главе. Конечные условия движения и другие контролируемые параметры траектории при реализации полученного номинального управления в расчётных условиях находятся в допустимых пределах.

На втором этапе формирования номинального управления проводилась минимизация в интерактивном режиме конечных отклонений фазовых координат на высоте 20 км путём последовательного уменьшения допустимых отклонений терминальных условий

движения от требуемых значений. В результате минимизации получены следующие терминальные значения фазовых координат, находящиеся примерно в середине области их допустимых значений: $V_K = 502$ м/с, $\theta_K = -10,00^\circ$, $\chi_K = 89^\circ$, $\varphi_K = 46,39^\circ$, $\lambda_K = 58,78^\circ$.

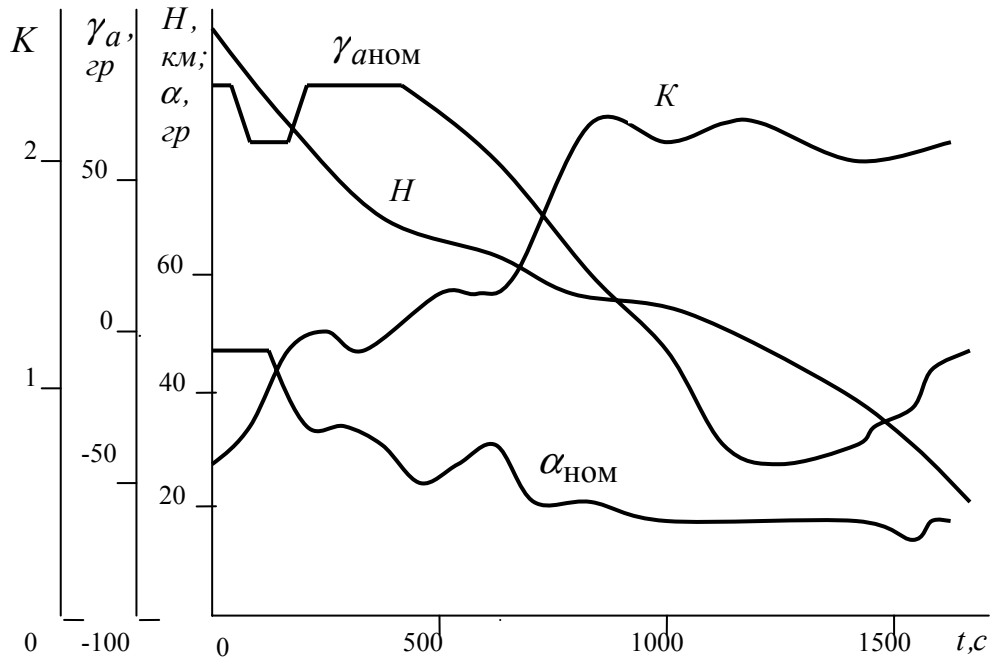


Рис. 4.21. Программы управления и изменение высоты и аэродинамического качества по времени

На рис. 4.21 приведены полученные программы номинального управления $\{\alpha_{\text{ном}}, \gamma_{\text{аном}}\}$ и соответствующие им зависимости аэродинамического качества K и высоты H от времени t .

На рис. 4.22 приведены соответствующие управлению $\{\alpha_{\text{ном}}, \gamma_{\text{аном}}\}$ зависимости от времени перегрузки n , её составляющей на нормальную ось n_y , скоростного напора q и удельного теплового потока q_T в критической точке аппарата.

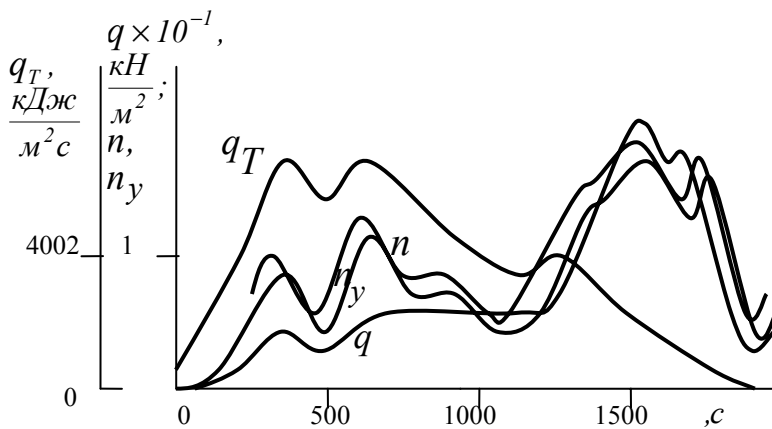


Рис. 4.22. Изменение перегрузки, скоростного напора и удельного теплового потока по времени

4.2.4. Моделирование командного управления. Формирование командного управления проводилось при наличии возмущений с помощью многошагового алгоритма, описанного в третьей главе. В дальнейшем приведены результаты моделирования, полученные при отличии начальных условий движения от расчётных значений и отличии плотности атмосферы от стандартных значений. Реализовавшиеся начальные условия реального движения отличались от номинальных меньшей на 10 м/с начальной скоростью, кроме того считалось, что плотность реальной атмосферы на 5% меньше номинальной плотности, которая использовалась при формировании номинальных программ управления.

Реализовавшиеся возмущённые траектории в рассматриваемом диапазоне возмущающих воздействий принципиально не отличались от расчётной. Поэтому при формировании командного управления расположение узлов аппроксимации задачи соответствовало их расположению, полученному в результате построения номинальных программ управления, и в дальнейшем не изменялось. Шаг формирования командного управления принимался равным 100 секундам.

Реализация номинальных программ управления $\{\alpha_{\text{ном}}, \gamma_{\text{аном}}\}$ в условиях отличия начальных условий движения и плотности атмосферы от номинальных значений приводит к существенным отличиям терминальных условий движения на высоте 20 км от требуемых: $V_{\text{к}}=407$ м/с, $\theta_{\text{к}}=-16,41^{\circ}$, $\chi_{\text{к}}=110^{\circ}$, $\varphi_{\text{к}}=45,59^{\circ}$, $\lambda_{\text{к}}=55,85^{\circ}$.

На рис. 4.23, 4.24 показаны основные результаты работы многошагового алгоритма командного управления. На рис. 4.23 показаны изменения по шагам N коррекции программ управления бортового и реального прогнозируемых конечных значений скорости, обозначенных соответственно $V_{\text{кб}}$ и $V_{\text{кр}}$, угла наклона траектории – $\theta_{\text{кб}}$ и $\theta_{\text{кр}}$, угла пути – $\chi_{\text{кб}}$ и $\chi_{\text{кр}}$, широты – $\varphi_{\text{кб}}$ и $\varphi_{\text{кр}}$ и долготы – $\lambda_{\text{кб}}$ и $\lambda_{\text{кр}}$.

Следует отметить, что в условиях реального спуска алгоритм командного управления производит коррекции управления на основании информации о бортовых прогнозируемых терминальных отклонениях. «Реальные» прогнозируемые конечные отклонения могут быть получены только при проведении математического моделирования процесса управляемого спуска и в данном случае их из-

менение по шагам коррекций управления служит иллюстрацией воздействия проведения коррекций управления на основании бортовой информации на реальную ситуацию.

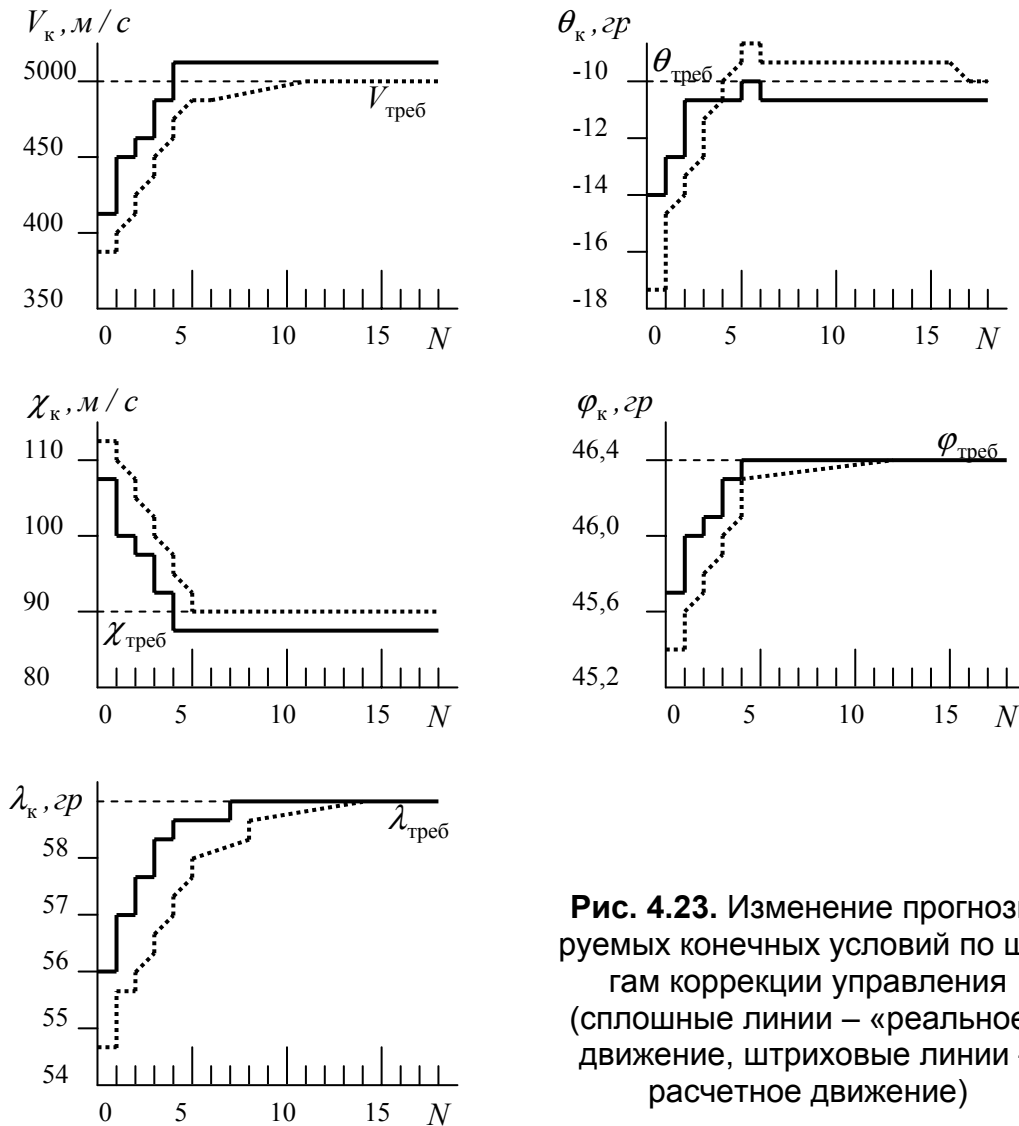


Рис. 4.23. Изменение прогнозируемых конечных условий по шагам коррекции управления (сплошные линии – «реальное» движение, штриховые линии – расчетное движение)

Приведённые иллюстрации демонстрируют работу алгоритма при проведении только одной итерации метода последовательной линеаризации на каждом шаге коррекции управления, поэтому бортовые отклонения в начале процесса управления ни по одному из функционалов задачи не приводят на первых итерациях к нулевому отклонению. Размеры допустимых приращений за одну итерацию принимались равными $0,2^0$ по каналу угла атаки и $0,3^0$ по каналу угла крена.

Из приведённых зависимостей видно, что бортовые прогнозируемые значения всех контролируемых параметров в процессе

управления стремятся к требуемым значениям. Благодаря этому «реальные» прогнозируемые значения также стремятся к требуемым значениям и имеют следующие значения после окончания процесса управления в начале участка предпосадочного маневрирования: $V_k=522$ м/с, $\theta_k=-10,86^\circ$, $\chi_k=88^\circ$, $\varphi_k=46,38^\circ$, $\lambda_k=58,64^\circ$.

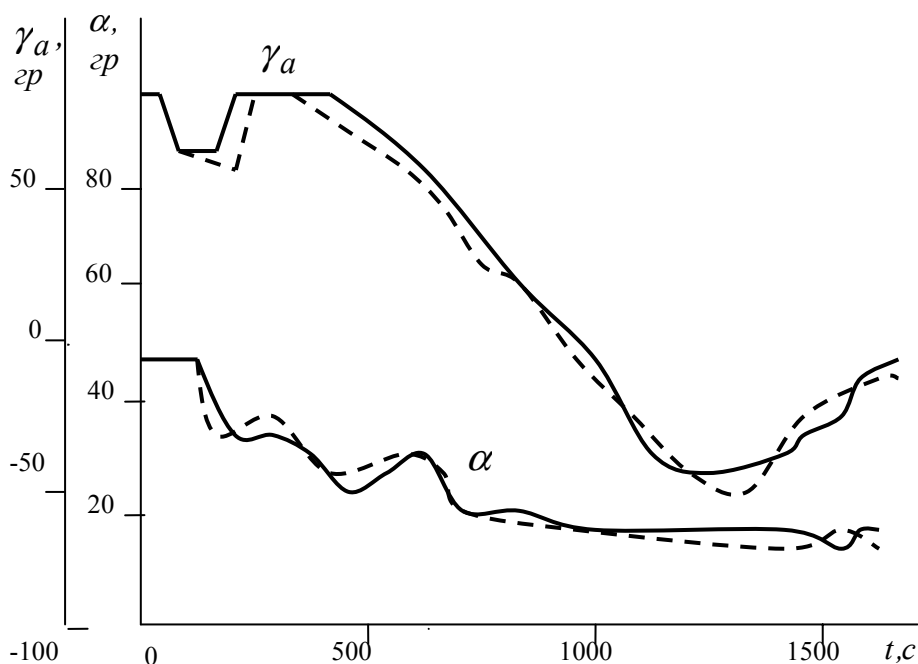


Рис. 4.24. Программы управления (сплошные линии – номинальное управление, штриховые линии – командное управление)

На рис. 4.24 показаны программы управления – номинальные $\{\alpha_{\text{ном}}, \gamma_{\text{аном}}\}$, обеспечивающие достижение середины заданного интервала допустимого разброса конечных условий движения в расчётном случае, и реализовавшиеся командные $\{\alpha_{\text{ком}}, \gamma_{\text{аком}}\}$, обеспечившие попадание в интервал допустимого разброса конечных условий возмущенного движения. Отличие командных и номинальных управляющих зависимостей объясняется наличием возмущающих воздействий. Небольшая величина рассогласования командного и номинального управлений связана с большой протяжённостью траектории, в связи с чем обеспечивается высокая чувствительность изменения конечных параметров движения к изменениям управляющих зависимостей в начале траектории спуска.

4.3. Формирование траекторий на основе решения многокритериальной задачи

4.3.1. Первая двухкритериальная задача. Известны характеристики аэрокосмического аппарата, начальные условия движения. Целью управления является приведение аппарата к началу участка предпосадочного маневрирования. Требуется сформировать номинальные программы управления углами атаки и крена из условия минимизации максимальных значений нормальной перегрузки и удельного теплового потока в критической точке аппарата при выполнении ограничений на отклонения терминальных условий движения от требуемых значений и ограничений на управление [35, 37].

Рассмотрение двух критериев оптимальности управления достаточно для отработки методики применения численных методов и алгоритма формирования номинального управления на основе последовательной линеаризации при решении многокритериальной задачи. Одновременный учёт большего числа критериев оптимальности увеличивает трудоёмкость численного решения и принципиально не изменяет численную процедуру получения решения.

Рассматриваемая многокритериальная задача решалась для объекта управления типа орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл» и орбитального корабля «Буран».

При формировании терминального управления одно из конечных условий движения можно удовлетворить, используя его в качестве условия окончания траектории спуска. В рассматриваемой задаче окончание интегрирования траектории производилось при равенстве текущей высоты H требуемому значению $H_{\text{треб}}$. При численном решении это условие может быть выполнено с любой степенью точности.

В качестве начальных условий движения задавались следующие величины: $V_0=7560$ м/с, $\theta_0=-1^0$, $H_0=100$ км, $\chi_0=60^0$, $\varphi_0 = \lambda_0=0$. На высоте $H_{\text{треб}}=20$ км заданная область конечных значений фазовых координат определялась следующими значениями: $V_{\text{треб}}=520$ м/с, $\Delta V_{\text{доп}}=10$ м/с, $\theta_{\text{треб}}=-6^0$, $\Delta\theta_{\text{доп}}=0,5^0$, $\chi_{\text{треб}}=90^0$, $\Delta\chi_{\text{доп}}=5^0$, $\varphi_{\text{треб}}=46,4^0$, $\Delta\varphi_{\text{доп}}=0,1^0$, $\lambda_{\text{треб}}=58,2^0$, $\Delta\lambda_{\text{доп}}=0,1^0$.

На значения управляющих зависимостей были наложены следующие ограничения вида (1.1). Угол атаки мог принимать значения от $\alpha_{\min}=10^0$ до $\alpha_{\max}=45^0$, скоростной угол крена по абсолютной величине должен быть меньше $\gamma_{a \max}=80^0$.

4.3.2. Последовательность решения. Решение поставленной двухкритериальной задачи было получено после решения трёх вспомогательных задач. Сначала было построено номинальное управление, приводящее в заданную область конечных условий движения, то есть, решена основная задача управления. При этом значения перегрузки и удельного теплового потока в критической точке аппарата не контролировались. Очевидно, что если эта задача имеет решение, то оно может быть не единственным. Целями решения этой задачи являлось, во-первых, получение ответа на вопрос о том, имеет ли задача хотя бы одно решение, а во-вторых, если решение имеется, то расчёт номинальных программ управления, используемых в дальнейшем при решении остальных задач в качестве начального приближения опорного управления.

Затем решались две однокритериальные задачи оптимального управления с целью получения минимальных значений нормальной перегрузки и удельного теплового потока и соответствующих им значений удельного теплового потока и нормальной перегрузки, необходимых при проведении нормализации критериев на каждой итерации улучшения управления в соответствии с используемой процедурой решения многокритериальной задачи. После решения вспомогательных задач решалась собственно многокритериальная задача формирования номинального управления.

Задачи решались с помощью численных методов и алгоритма формирования номинального управления на основе последовательной линеаризации. Аэродинамические характеристики аппарата и параметры атмосферы задавались таблично, узлы аппроксимации располагались равномерно по характеристической скорости (2.16) с шагом 150 м/с, число узлов аппроксимации не превышало 100.

4.3.3. Формулировки и результаты решения. Решение двухкритериальной задачи проведено как последовательность решения следующих задач. Сначала решена основная задача управления.

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата из условия выполнения ограничений на

отклонения терминальных условий движения от требуемых значений и ограничений на управление, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\}$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}$$

и ограничений на терминальные условия

$$\Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \chi(T) - \Delta \chi_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta V(T) = |V(T) - V_{\text{треб}}|$, $\Delta \theta(T) = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|$,

$$\Delta \chi(T) = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|, \quad \Delta \varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|,$$

$$\Delta(\lambda T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|.$$

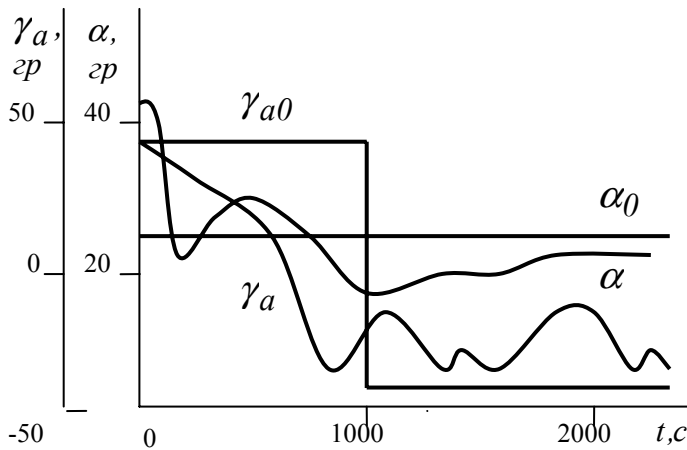


Рис. 4.25. Программы управления

На рис. 4.25 показаны начальное приближение управления $\{\alpha_0, \gamma_{a0}\}$ и номинальное управление $\{\alpha, \gamma_a\}$, удовлетворяющее условиям задачи, которое принималось в качестве начального приближения опорного управления при решении следующих задач.

Следующим этапом решения двухкритериальной задачи было решение двух однокритериальных задач.

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата из условия минимизации максимального значения нормальной составляющей перегрузки при выполнении ограничений на отклонения терминальных условий движения от требуемых значений и ограничений на управление, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\max_t n_y(t)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}$$

и ограничений на терминальные условия

$$\begin{aligned} \Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} &\leq 0, \\ \Delta \chi(T) - \Delta \chi_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} &\leq 0, \\ \Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} &\leq 0. \end{aligned}$$

В результате решения получено минимальное значение нормальной составляющей перегрузки, равное 1,40. Соответствующий удельный тепловой поток в критической точке аппарата равен 1540 кДж/(м²с). Это значение удельного теплового потока использовалось при нормализации критерия оптимальности на каждой итерации улучшения управления в процессе решения многокритериальной задачи.

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата из условия минимизации максимального значения удельного теплового потока в критической точке аппарата при выполнении ограничений на отклонения терминальных условий движения от требуемых значений и ограничений на управление, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\max_t q_T(t)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}$$

и ограничений на терминальные условия

$$\begin{aligned} \Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} &\leq 0, \\ \Delta \chi(T) - \Delta \chi_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} &\leq 0, \\ \Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} &\leq 0. \end{aligned}$$

В результате решения получено минимальное значение удельного теплового потока, равное 660 кДж/(м²с). Соответствующая

нормальная перегрузка равна 2,17. Это значение нормальной перегрузки использовалось при нормализации критерия оптимальности на каждой итерации улучшения управления в процессе решения многокритериальной задачи.

Заключительным этапом было решение собственно многокритериальной задачи (в данном случае – двухкритериальной).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата из условия минимизации максимальных значений нормальной составляющей перегрузки и удельного теплового потока в критической точке аппарата при выполнении ограничений на отклонения терминальных условий движения от требуемых значений и ограничений на управление, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\max_t n_y(t), \max_t q_T(t)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}$$

и ограничений на терминальные условия

$$\Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta \chi(T) - \Delta \chi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0.$$

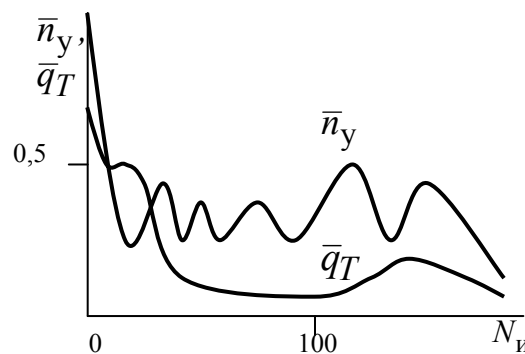


Рис. 4.26. Изменение нормализованных критериев по итерациям

В процессе поиска из условия минимизации двух критериев выполнено около 200 итераций улучшения управления. На последующих рисунках обозначения \bar{n}_y и \bar{q}_T соответствуют нормализо-

ваным критериям задачи: нормальной составляющей перегрузки и удельному тепловому потоку.

На рис. 4.26 показано изменение нормализованных критериев по итерациям улучшения управления $N_{и}$.

Рис. 4.27 иллюстрирует процесс поиска компромиссного решения рассматриваемой двухкритериальной задачи: отмечены сочетания нормализованных критериев \bar{n}_y и \bar{q}_T , полученные на каждой итерации улучшения управления численным методом на основе последовательной линеаризации.

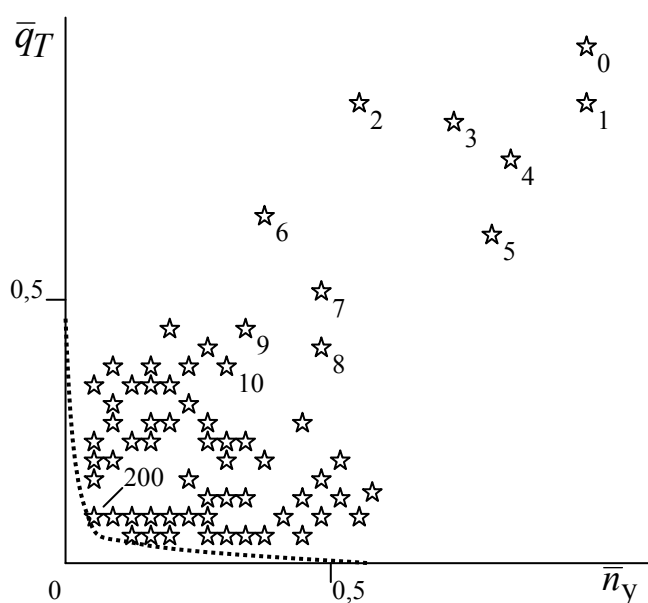


Рис. 4.27. Поиск решения двухкритериальной задачи

Цифрой 0 отмечено сочетание критериев, соответствующее начальному приближению опорного управления. Последовательность перехода от одного сочетания к другому показана для первых 10 итераций улучшения управления. Цифрой 200 отмечено сочетание критериев $\bar{n}_y=0,0038$ и $\bar{q}_T=0,0097$, соответствующее искомому номинальному управлению.

Полученные значения нормальной перегрузки и удельного теплового потока, соответствующие искомому номинальному управлению, равны 1,42 и 675 кДж/(м²с), что, как и следовало ожидать, несколько больше минимально возможных значений, полученных при решении однокритериальных задач.

На рис. 4.27 штриховой линией показано чётко обозначившееся в процессе поиска множество Парето-оптимальных точек, из ко-

торых алгоритм формирования номинального управления производил выбор сочетания критериев, соответствующих искомому номинальному управлению.

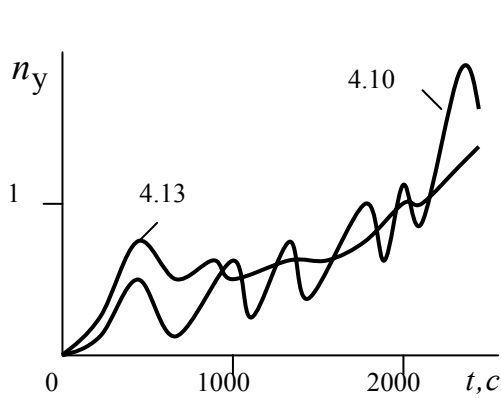


Рис. 4.28. Изменение нормальной перегрузки по времени

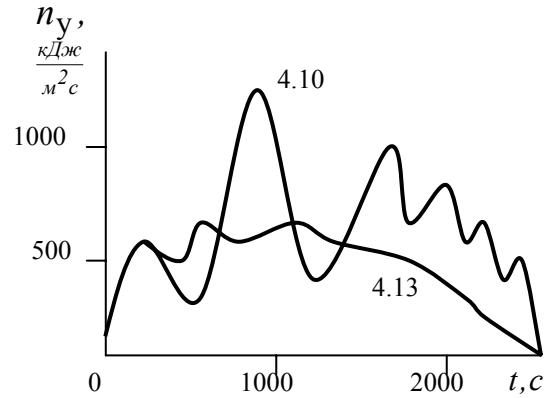


Рис. 4.29. Изменение удельного теплового потока по времени

На рис. 4.28 и 4.29 изображены изменения нормальной перегрузки и удельного теплового потока в критической точке аэрокосмического аппарата вдоль траектории для программ управления, полученных в результате решения основной и двухкритериальной задачи управления. В результате решения двухкритериальной задачи произошло уменьшение максимальных значений нормальной перегрузки и удельного теплового потока в критической точке аппарата.

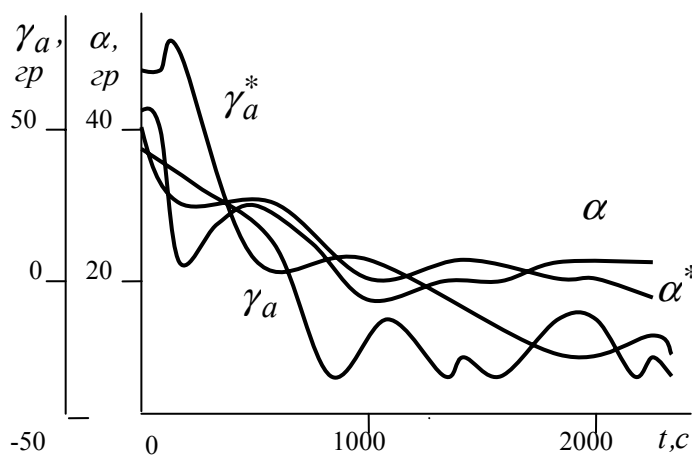


Рис. 4.30. Программы управления

На рис. 4.30 показаны начальное приближение опорного управления $\{\alpha, \gamma_a\}$, соответствующее результатам решения основной задачи управления, и программы двухканального управления $\{\alpha^*, \gamma_a^*\}$, полученные в результате решения двухкритериальной задачи.

Таким образом, сформированы номинальные управляющие зависимости по каналам углов атаки и крена, обеспечивающие в расчётных условиях спуска орбитального корабля с орбиты спутника Земли минимизацию нормальной составляющей перегрузки и удельного теплового потока. Использование этой методики позволяет в результате решения многокритериальной задачи создавать запасы управления по минимизируемым параметрам траектории.

4.3.4. Вторая двухкритериальная задача. Создание запасов управления. Рассматривается терминальное управление спуском в атмосфере, целью которого является приведение аэрокосмического аппарата к началу участка предпосадочного маневрирования при ограничениях на нормальную перегрузку и удельный тепловой поток. Управление осуществляется изменением углов атаки и крена. В результате преобразования количество терминальных ограничений уменьшается до двух – на модуль вектора ошибки по конечному положению и модуль вектора ошибки по конечной скорости [39].

При формировании номинального и командного управления создаются запасы на реализацию управления в процессе реального движения. Для этого задача управления формулируется как двухкритериальная задача с ограничениями. При формировании номинального управления компонентами векторного критерия являются максимальные значения проекции вектора перегрузки на нормальную ось аппарата и удельного теплового потока в критической точке его поверхности, а в качестве ограничений рассматриваются допустимые значения модулей векторов ошибок по конечному положению и конечной скорости. При формировании командного управления компонентами векторного критерия являются модули векторов ошибок по конечному положению и конечной скорости, а ограничениями – допустимые значения нормальной перегрузки и удельного теплового потока.

При расчёте номинальной траектории спуска минимизация векторного критерия позволяет создать запасы на реализацию командного управления, осуществляемого в условиях действия возмущений. В процессе командного управления приближение к минимуму векторного критерия способствует выполнению целевой задачи спуска в атмосфере, создавая запасы на реализацию управления в конце траектории.

Рассматриваемая задача терминального управления формулируется следующим образом. Известны характеристики аппарата и условия входа в атмосферу. Требуется сформировать управление, обеспечивающее приведение аэрокосмического аппарата к началу участка предпосадочного маневрирования при выполнении ограничений на режимы движения и управляющие зависимости: во время спуска должны выполняться ограничения на нормальную перегрузку и удельный тепловой поток в критической точке поверхности аппарата и ограничения на углы атаки и крена, а в конце траектории спуска на заданной высоте – ограничения на скорость, угол наклона траектории, угол пути, широту и долготу.

Терминальное управление спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере формируется в два этапа. На первом этапе, до начала спуска, рассчитываются номинальные управляющие зависимости, обеспечивающие достижение цели управления в соответствии с выбранными моделями движения. На втором этапе во время движения на основе номинального формируется командное управление, обеспечивающее выполнение целевой задачи в реальных условиях функционирования системы управления.

При формировании номинального управления имеется возможность создать запасы на реализацию командного управления. Для этого при выполнении ограничений на терминальные условия номинальные управляющие зависимости должны обеспечивать наибольшее удаление максимальных значений нормальной перегрузки и удельного теплового потока от границ области их допустимых значений, то есть обеспечивать минимум этих максимальных значений.

В процессе формирования командного управления в начале траектории спуска также имеется возможность создания запасов на управление в конце траектории. Для этого при выполнении ограничений на режимы движения командные управляющие зависимости должны обеспечивать наибольшее возможное удаление терминальных значений фазовых координат от границ области их допустимых значений, другими словами, минимизировать прогнозируемые отклонения терминальных условий от требуемых значений.

Терминальные ограничения по скорости V , углу наклона траектории θ , углу пути ψ , широте φ и долготе λ задаются в нефиксированный момент времени $t = T$ на сфере приведения радиуса

$R = R_3 + H_{\text{треб}}$ их допустимыми отклонениями от требуемых значений:

$$\begin{aligned} |\Delta V(T)| - \Delta V_{\text{дон}} &\leq 0, & |\Delta \theta(T)| - \Delta \theta_{\text{дон}} &\leq 0, \\ |\Delta \psi(T)| - \Delta \psi_{\text{дон}} &\leq 0, & |\Delta \varphi(T)| - \Delta \varphi_{\text{дон}} &\leq 0, \\ |\Delta \lambda(T)| - \Delta \lambda_{\text{дон}} &\leq 0, \end{aligned}$$

где R_3 и $H_{\text{треб}}$ – соответственно, расстояние от центра Земли до ее поверхности под точкой начала участка предпосадочного маневрирования и высота начала участка предпосадочного маневрирования; $\Delta V(T) = V(T) - V_{\text{треб}}$, $\Delta \theta(T) = \theta(T) - \theta_{\text{треб}}$,

$$\Delta \psi(T) = \psi(T) - \psi_{\text{треб}}, \quad \Delta \varphi(T) = \varphi(T) - \varphi_{\text{треб}},$$

$$\Delta \lambda(T) = \lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}.$$

Индексами "дон" и "треб" обозначены соответственно допустимые и требуемые значения величин.

Терминальные ограничения представляются в виде двух величин – модуля вектора ошибки по конечному положению $\rho(T)$ и модуля вектора ошибки по конечной скорости $\nu(T)$.

Модуль $\rho(T)$ равен расстоянию по сфере приведения между требуемым и фактическим положениями аппарата, то есть соответствует отклонениям $|\Delta \varphi(T)|$, $|\Delta \lambda(T)|$ [16]:

$$\begin{aligned} \rho(T) = R(T) \arccos[&\sin \varphi(T) \sin \varphi_{\text{треб}} + \\ &+ \cos \varphi(T) \cos \varphi_{\text{треб}} \cos \Delta \lambda(T)]. \end{aligned}$$

Модуль $\nu(T)$ равен величине скорости, которую необходимо сообщить аппарату в момент времени T , чтобы компенсировать отклонения $|\Delta V(T)|$, $|\Delta \theta(T)|$, $|\Delta \psi(T)|$:

$$\nu(T) = \sqrt{v_x^2(T) + v_y^2(T) + v_z^2(T)},$$

где

$$v_x(T) = V(T) \cos \theta(T) \sin \psi(T) - V_{\text{треб}} \cos \theta_{\text{треб}} \sin \psi_{\text{треб}},$$

$$v_y(T) = V(T) \sin \theta(T) - V_{\text{треб}} \sin \theta_{\text{треб}},$$

$$v_z(T) = V(T) \cos \theta(T) \cos \psi(T) - V_{\text{треб}} \cos \theta_{\text{треб}} \cos \psi_{\text{треб}}.$$

Таким образом, пять терминальных ограничений на сфере приведения преобразуются к двум ограничениям вида

$$\Delta\rho = \rho(T) - \rho_{\text{don}} \leq 0, \quad \Delta v = v(T) - v_{\text{don}} \leq 0.$$

В качестве ограничений на режимы движения рассматриваются ограничения на максимальные значения нормальной перегрузки $n_y(t')$ и удельного теплового потока $q_T(t'')$ в критической точке поверхности аппарата, которые достигаются соответственно в моменты времени t' и t'' :

$$t' = \arg \max_{t \in [0, T]} n_y(t), \quad t'' = \arg \max_{t \in [0, T]} q_T(t).$$

Ограничения на режимы движения задаются допустимыми величинами максимальных значений нормальной перегрузки и удельного теплового потока:

$$\Delta n_y = n_y(t') - n_{y \text{ don}} \leq 0, \quad \Delta q_T = q_T(t'') - q_{T \text{ don}} \leq 0.$$

Как номинальное, так и командное управление формируются при наличии ограничений на управляющие зависимости угла атаки α и скоростного угла крена γ_a :

$$\alpha_{\min}(M) \leq \alpha \leq \alpha_{\max}(M), \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

где M – число Маха. Индексами "min" и "max" обозначены соответственно минимальные и максимальные значения величин.

Математически задача формулируется следующим образом. Движение аэрокосмического аппарата описывается дифференциальными уравнениями

$$\dot{x} = f(x, u),$$

при условиях

$$t \in [0, T], \quad x(0) = x_0, \quad u \in U,$$

где $x = (V, \theta, \psi, H, \varphi, \lambda)^T$ – вектор фазовых координат, f – вектор-функция правых частей дифференциальных уравнений движения, $u = (\alpha, \gamma_a)^T$ – вектор управления, U – область допустимых значений управления, $x_0 = (V_0, \theta_0, \psi_0, H_0, \varphi_0, \lambda_0)^T$ – вектор начальных условий.

Требуется сформировать управление $u(t)$, принадлежащее допустимой области $U(t)$ при всех $t \in [0, T]$, минимизирующее век-

торный критерий качества $F_0^k(u)$ ($k = 1, 2$) и удовлетворяющее ограничениям $F_j(u) \leq 0$ ($j = 1, 2$).

Здесь $F_j(u)$ ($j = 0, 1, 2$) – функционалы, определённые в области $U(t)$, причём при формировании номинального управления $F_0^1(u) = \Delta n_y$, $F_0^2(u) = \Delta q_T$, $F_1(u) = \Delta v$, $F_2(u) = \Delta \rho$, а при формировании командного управления наоборот $F_0^1(u) = \Delta v$, $F_0^2(u) = \Delta \rho$, $F_1(u) = \Delta n_y$, $F_2(u) = \Delta q_T$.

4.3.5. Формулировка модельной задачи. Оценка эффективности разработанных алгоритмов решения задачи терминального управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере выполнена по результатам решения модельной задачи.

В качестве объекта управления рассматривался аэрокосмический аппарат типа орбитального корабля [99] с максимальным значением аэродинамического качества на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере, равным 2,2. В качестве расчётных условий входа в атмосферу принимались следующие значения фазовых координат: $V_0 = 7560$ м/с, $\theta_0 = -1^\circ$, $\psi_0 = 60^\circ$, $H_0 = 100$ км, $\varphi_0 = \lambda_0 = 0$. Требуемые значения фазовых координат в начале участка предпосадочного маневрирования на высоте $H_{треб} = 21$ км принимались равными: $V_{треб} = 450$ м/с, $\theta_{треб} = -11^\circ$, $\psi_{треб} = 90^\circ$, $\varphi_{треб} = 45,6^\circ$, $\lambda_{треб} = 63,4^\circ$. Терминальные ограничения для номинальной траектории спуска в атмосфере задавались допустимыми отклонениями $v_{дон} = 15$ м/с, $\rho_{дон} = 10$ км от нулевых значений, соответствующих требуемым значениям фазовых координат. При моделировании работы многошагового алгоритма командного управления терминальные ограничения задавать не требуется, поскольку алгоритм использует только требуемые значения фазовых координат, прогнозируемые отклонения от которых минимизируются.

Ограничения на режимы движения при формировании командного управления принимались равными $n_{y\ дон} = 2,5$, $q_{T\ дон} = 635$ кДж/м²с (при радиусе поверхности аппарата в критической точке один метр). При формировании номинального управления эти ог-

раничения задавать не требуется, поскольку максимальные значения нормальной перегрузки и удельного теплового потока минимизируются.

Допустимая область изменения угла атаки располагалась между значениями 10° и 40° , скоростной угол крена не должен был превышать 80° .

Считалось, что формирование управления осуществляется в условиях идеальной навигации и стабилизации; в модели движения учитывалось суточное вращение Земли и нецентральность поля тяготения.

4.3.6. Результаты моделирования. На рис. 4.25 показан процесс и результат поиска номинального управления в плоскости нормализованных критериев ξ_n (нормализованное значение максимальной перегрузки $\max_t n_y$) и ξ_q (нормализованное значение максимальной удельного теплового потока в критической точке аппарата $\max_t q_T$) при коэффициентах важности $\beta_n = 0,2$ и $\beta_q = 0,8$.

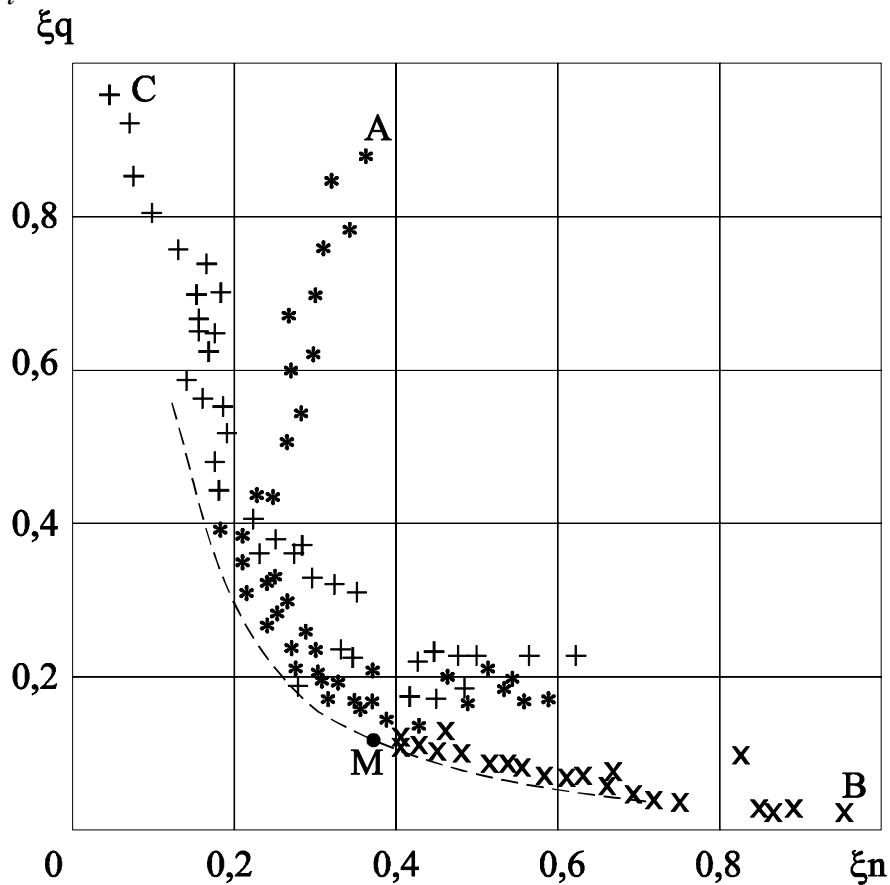


Рис. 4.25. Сочетания нормализованных критериев

Для подтверждения достоверности полученного результата поиск проводился для трёх начальных приближений управления:

– $u_1(t) \in U$, которому соответствуют начальное сочетание критериев в точке A и реализовавшиеся в процессе поиска сочетания критериев, отмеченные на рис. 4.25 знаком «*»;

– $u_2(t) = \arg \min_{u \in U} \max_{t \in [0, T]} n_y(t)$, которому соответствуют начальное сочетание критериев в точке B и реализовавшиеся сочетания критериев, отмеченные на рис. 4.25 знаком "×";

– $u_3(t) = \arg \min_{u \in U} \max_{t \in [0, T]} q_T(t)$, которому соответствуют начальное сочетание критериев в точке C и реализовавшиеся сочетания критериев, отмеченные на рис. 4.25 знаком "+".

Все последовательности сочетаний критериев сходятся к точке M (0,390;0,096), которой соответствует минимаксно-оптимальное номинальное управление $u_{ном}(t)$, обеспечивающее выполнение заданных терминальных ограничений и следующие значения показателей качества: $\max_t n_y = 1,39$, $\max_t q_T = 537$ кДж/м²с. В процессе минимизации сформировалось приближение множества Парето, аппроксимированное на рис. 4.25 штриховой линией.

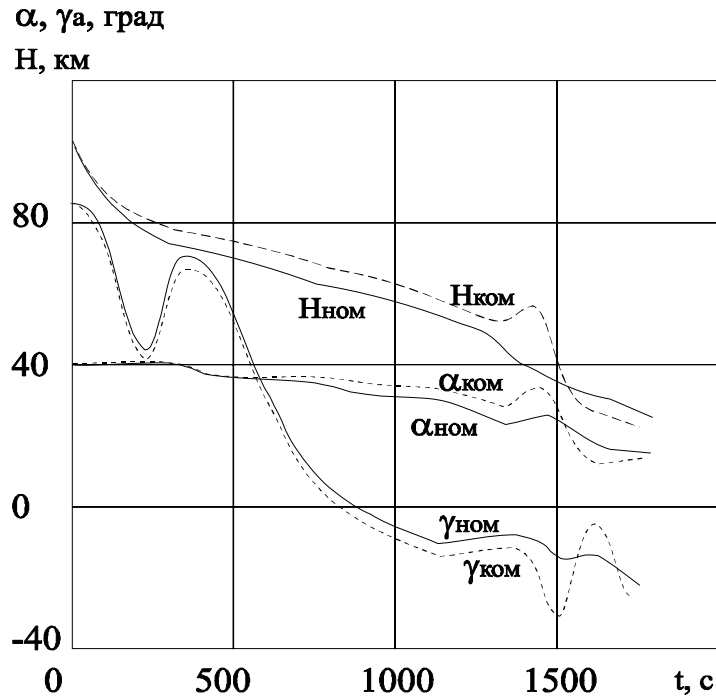


Рис. 4.26. Программы управления

На рис. 4.26 сплошной линией показаны полученные номинальные программы управления углами атаки и крена $(\alpha_{ном}, \gamma_{аном})$, а также соответствующая им зависимость высоты от времени $H_{ном}$.

Моделирование процесса командного управления проводилось с учётом следующих возмущающих факторов: вариаций плотности атмосферы, ветра, отклонений аэродинамических характеристик аппарата от номинальных зависимостей, отклонений условий входа в атмосферу, а также неточностей отработки управляющих воздействий. Допустимые диапазоны изменения возмущающих факторов принимались близкими к возможным при осуществлении реального спуска. При проведении стохастического моделирования параметры моделей возмущений разыгрывались перед каждым расчётом траектории спуска в соответствии с равномерным законом распределения вероятности внутри допустимого диапазона.

№/100

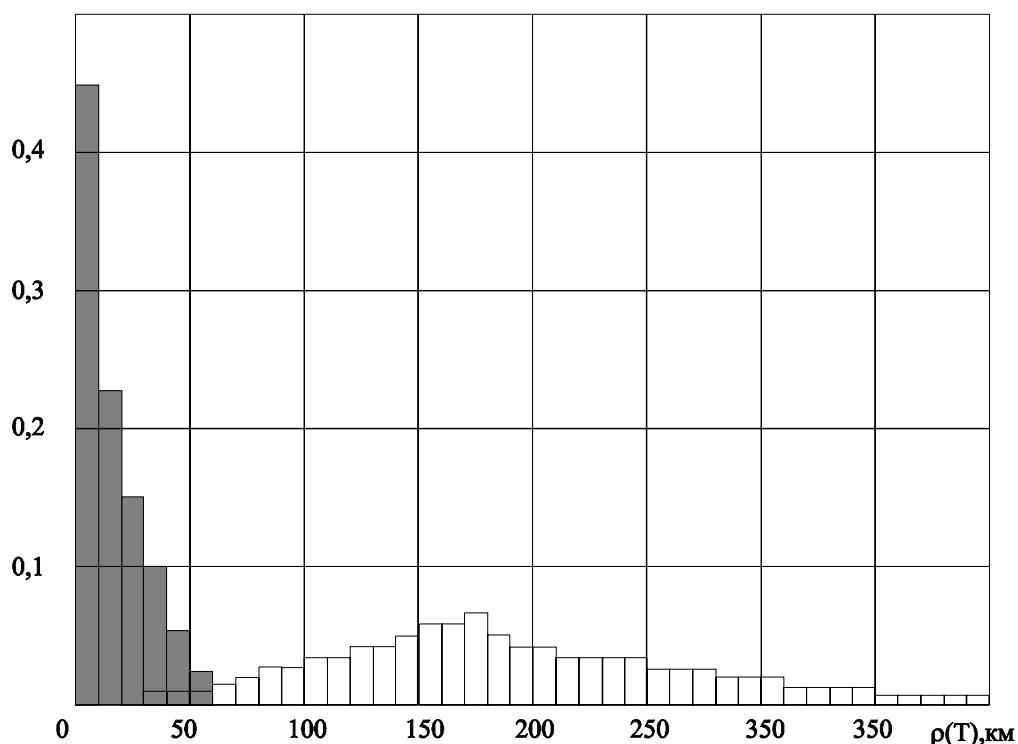


Рис. 4.27. Гистограмма распределения ошибок по конечному положению

Оценка эффективности командного управления проведена методом статистических испытаний при 100 реализациях возмущённых траекторий. На рис. 4.27 и 4.28 показаны гистограммы распре-

деления ошибок по конечному положению (интервал 10 км) и ошибок по конечной скорости (интервал 10 м/с). По вертикальной оси отложено относительное количество вариантов, для которых значения ошибок по конечному положению $\rho(T)$ и конечной скорости $v(T)$ принадлежат соответствующим диапазонам. Незаштрихованные области соответствуют гистограммам, полученным при моделировании спуска с номинальной программой управления, а заштрихованные – гистограммам, полученным при моделировании спуска с использованием предложенного алгоритма коррекции управления.

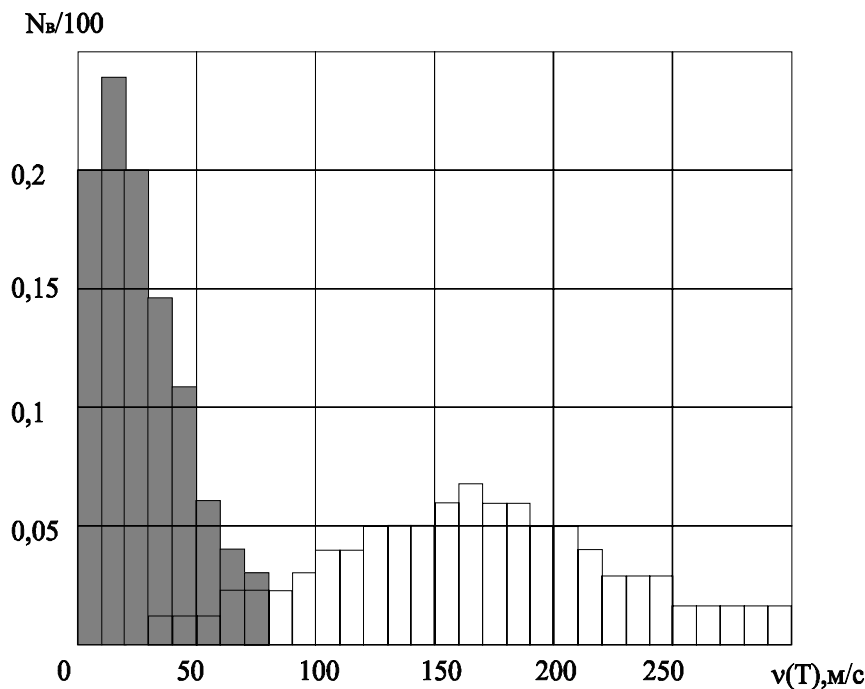


Рис. 4.28. Гистограмма распределения ошибок по конечной скорости

В качестве иллюстрации на рис. 4.26 для одного варианта возмущенного движения штриховой линией изображены реализовавшиеся командные программы управления $(\alpha_{КОМ}, \gamma_{аКОМ})$ и соответствующая им зависимость высоты от времени $H_{КОМ}$.

Применение многошагового алгоритма командного управления привело к снижению ошибки по конечному положению и ошибки по конечной скорости, причем наихудшим сочетаниям реализовавшихся возмущающих факторов соответствуют приемлемые значения отклонений терминальных условий от требуемых.

4.4. Трёхканальное управление траекториями

4.4.1. Формулировка, условия решения, результаты. Рассматривается задача формирования номинального управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере из начальных условий, не позволяющих достичь заданной конечной области фазовых координат при управлении только аэродинамическими силами. Предполагается, что орбитальный корабль имеет двигательную установку орбитального маневрирования, способную включаться на атмосферном участке траектории спуска с орбиты спутника Земли. Требуется найти номинальные управляющие зависимости по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги двигателей, обеспечивающие приведение орбитального корабля к началу участка предпосадочного маневрирования.

Терминальные ограничения представлялись в виде двух функционалов – конечного импульса скорости $v(T)$ и конечного промаха $\rho(T)$. Модуль вектора импульса скорости равнялся величине скорости, которую необходимо сообщить аппарату в терминальной точке, чтобы компенсировать рассогласования

$$|V(T) - V_{\text{треб}}|, \quad |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|, \quad |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|:$$

$$v(T) = \sqrt{v_x^2(T) + v_y^2(T) + v_z^2(T)},$$

где $v_x(T) = V(T) \cos \theta(T) \sin \chi(T) - V_{\text{треб}} \cos \theta_{\text{треб}} \sin \chi_{\text{треб}},$

$$v_y(T) = V(T) \sin \theta(T) - V_{\text{треб}} \sin \theta_{\text{треб}},$$

$$v_z(T) = V(T) \cos \theta(T) \cos \chi(T) - V_{\text{треб}} \cos \theta_{\text{треб}} \cos \chi_{\text{треб}}.$$

Конечный промах, соответствующий рассогласованиям

$$|\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|, \quad |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|,$$

вычислялся по формуле [16]:

$$\rho(T) = R(T) \arccos[\sin \varphi(T) \sin \varphi_{\text{треб}} + \\ + \cos \varphi(T) \cos \varphi_{\text{треб}} \cos(\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}})].$$

Таким образом, терминальные ограничения преобразовывались к виду

$$v(T) \leq v_{\text{доп}}, \quad \rho(T) \leq \rho_{\text{доп}}.$$

Задача решалась при следующих модельных исходных данных. Условия входа в атмосферу на высоте $H_0=100$ км определялись следующими значениями: $V_0=7560$ м/с, $\theta_0=-1^\circ$, $\chi_0=60^\circ$, $\varphi_0=-20^\circ$, $\lambda_0=-40^\circ$; $m_0=85300$ кг. Терминальные ограничения на высоте $H_{\text{треб}}=20$ км задавались допустимыми отклонениями $v_{\text{доп}}=15$ м/с, $\rho_{\text{доп}}=10$ км от значений, требуемых в начале участка предпосадочного маневрирования: $V_{\text{треб}}=450$ м/с, $\theta_{\text{треб}}=-11^\circ$, $\chi_{\text{треб}}=90^\circ$, $\varphi_{\text{треб}}=45,6^\circ$, $\lambda_{\text{треб}}=63,4^\circ$. Угол атаки мог принимать значения от α_{\min} до α_{\max} , которые зависели от числа Маха M (реализовавшиеся зависимости $\alpha_{\min}(t)$ и $\alpha_{\max}(t)$ показаны на рис.4.35), скоростной угол крена по абсолютной величине должен быть меньше $\gamma_{a \max}=80^\circ$, а секундный расход топлива не должен превышать 20 кг/с.

Задача формулировалась следующим образом.

Задача. Найти программы изменения угла атаки, угла крена и секундного расхода топлива двигательной установки аэрокосмического аппарата, удовлетворяющие заданным ограничениям на управление, обеспечивающие при спуске аэрокосмического аппарата в атмосфере из заданных начальных условий достижение на конечной высоте допустимых терминальных отклонений и минимизирующие затраты топлива, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t), \beta(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a, \beta} [m_0 - m(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min}(M) \leq \alpha \leq \alpha_{\max}(M), \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}, \quad 0 \leq \beta \leq \beta_{\max},$$

и ограничений на терминальные условия

$$v(T) \leq v_{\text{доп}}, \quad \rho(T) \leq \rho_{\text{доп}}.$$

На рис.4.35 показаны начальные программы управления $\{\alpha_0, \gamma_{a0}, \beta_0\}$, ограничения на управление и полученное номинальное трёхканальное управление.

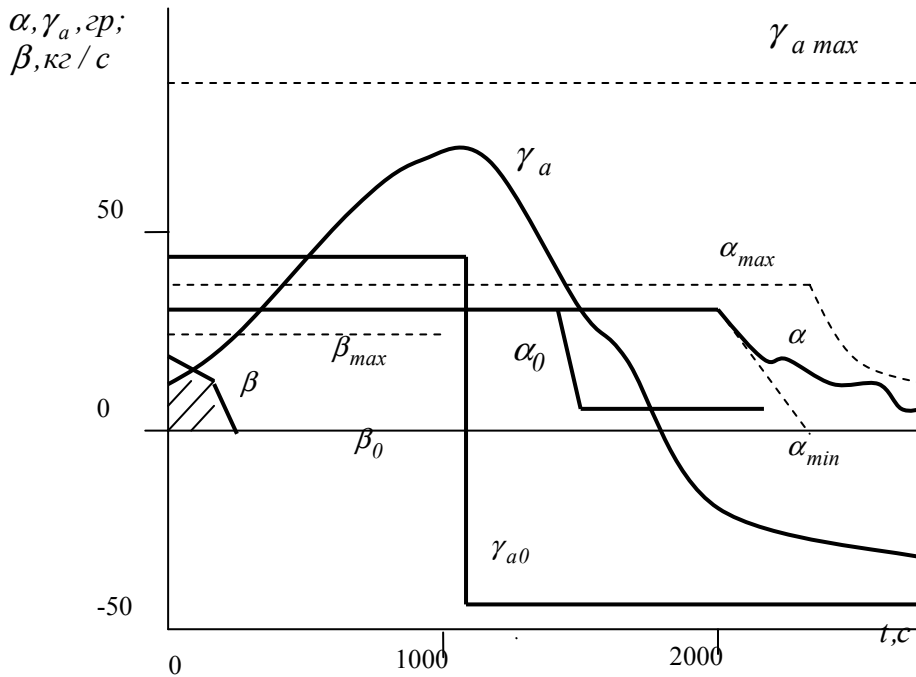


Рис. 4.35. Программы управления

На рис.4.36 показано изменение терминальных значений промаха ρ_k , импульса скорости V_k и массы аппарата m_k по итерациям $N_{\text{и}}$ улучшения управления, а также допустимые конечные значения импульса скорости $V_{\text{доп}}$, промаха $\rho_{\text{доп}}$ и значение начальной массы аппарата m_0 .

Увеличение значения конечной массы аэрокосмического аппарата эквивалентно снижению израсходованной массы топлива. Расход массы топлива на выполнение маневрирования при спуске в атмосфере составил около 4 % массы орбитального корабля.

4.4.2. Проверка оптимальности управления. Оптимальность найденного трёхканального управления подтверждается проверкой необходимых условий оптимальности согласно процедуре [139]. По рис.4.35 определяется конус допустимых вариаций управления K_u :

$$\delta\alpha \geq 0 \text{ при } t \in (747, 1953),$$

$\delta\alpha$ произвольна при $t \in [0, 747]$ или $[1953, T]$,

$\delta\gamma_a$ произвольна при $t \in [0, T]$,

$\delta\beta \geq 0$ при $t \in (0, 226)$,

$\delta\beta$ произвольна при $t \in [226, T]$.

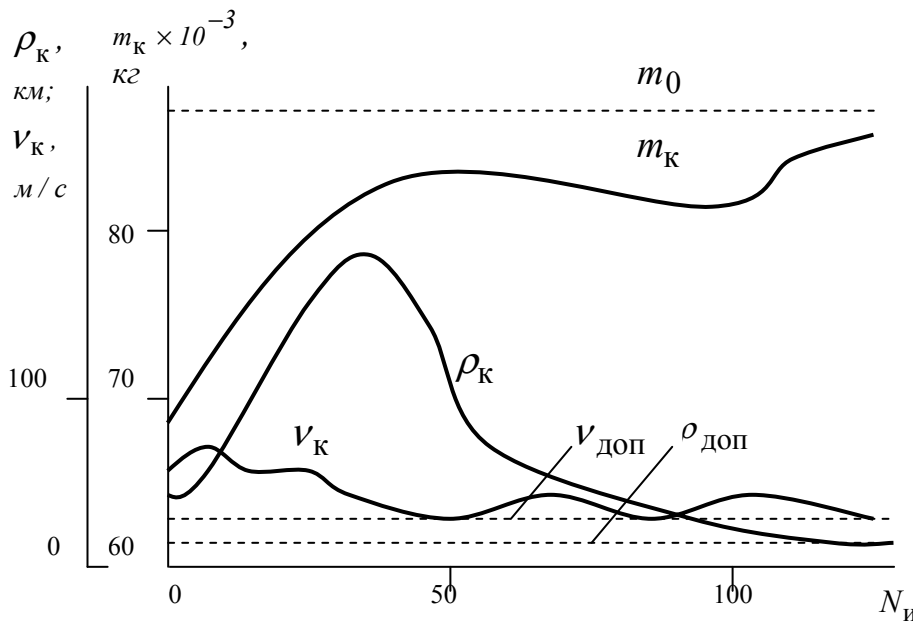


Рис. 4.36. Изменение функционалов по итерациям улучшения управления

Конус K_u отображается в конус смещений K_F , состоящий из трёхмерных векторов $\delta F[\delta u(t)] = \{\delta F_m, \delta F_\rho, \delta F_v\}$:

$$\delta F_i[\delta u(t)] = \int_0^T \left[\omega_i^\alpha(t) \delta\alpha(t) + \omega_i^\gamma(t) \delta\gamma_a(t) + \omega_i^\beta(t) \delta\beta(t) \right] dt$$

$$(i = m, \rho, v).$$

Здесь F_i ($i = m, \rho, v$) – функционалы задачи: масса топлива, промах и импульс скорости, ω_i^α , ω_i^γ , ω_i^β – производные функционалов по управляющим воздействиям, δ указывает на вариацию соответствующих величин. Конус смещений K_F суть область пространства, которой принадлежат все возможные значения рассматриваемых функционалов.

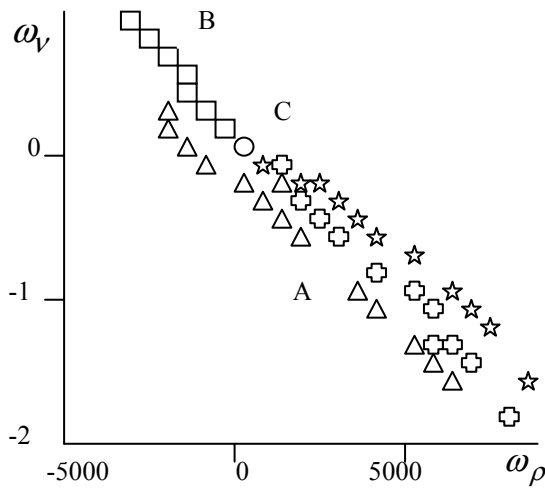


Рис. 4.37. Значения производных

На рис.4.37 отмечены значения производных в узлах аппроксимации полученной программы управления. Производные $\omega_\rho^\beta = \omega_v^\beta = 0$, $\omega_m^\beta = 1$. Около прямой A локализована группа точек производных ω_ρ^γ , ω_v^γ (треугольный знак), для которых $\delta\gamma_a$ произвольна, производных ω_ρ^α , ω_v^α (знак «+»), для которых $\delta\alpha$ произвольна, и производных ω_ρ^α , ω_v^α (знак

«*»), для которых допустимо $\delta\alpha \geq 0$. Прямую A следует представлять лежащей в плоскости $\omega_m^\beta = 0$. На прямой B расположены точки производных ω_ρ^β , ω_v^β (квадратный знак) в тех узлах, для которых $\delta\beta \geq 0$. Прямая B лежит в плоскости $\omega_m^\beta = 1$. Производные ω_ρ^β , ω_v^β (знак кружка) в узлах, где возможна произвольная вариация $\delta\beta$, практически слились в точку C , также принадлежащую плоскости $\omega_m^\beta = 1$. Конус смещений K_F есть полупространство выше плоскости, проведённой через параллельные прямые A и B . Поэтому он не включает вектор $\{0,1,-1\}$ направления минимизации массы топлива, следовательно, необходимые условия оптимальности выполнены [139].

4.5. Стохастическое моделирование управления траекториями

4.5.1. Условия моделирования. В общем виде рассматриваемая задача стохастического моделирования терминального управления траекториями аэрокосмического аппарата при спуске в атмосфере формулируется следующим образом. Известны расчётные значения характеристик аэрокосмического аппарата и начальных условий движения, а также цель управления. Требуется провести серию расчётов процесса формирования терминального командного управления по каналам углами атаки и крена в условиях случайного характера действующих возмущений: отклонений аэродинамических характеристик, начальных условий движения и параметров атмосферы от расчётных значений, а также при наличии погрешностей реализации управляющих зависимостей.

Стохастическое моделирование проводилось для объекта управления типа орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл» и орбитального корабля «Буран».

В качестве начальных условий движения задавались следующие величины: $V_0=7560$ м/с, $\theta_0=-1^\circ$, $\chi_0=60^\circ$, $H_0=100$ км, $\varphi_0 = \lambda_0=0$. Терминальные условия фиксировались на высоте $H_{\text{треб}}=20$ км, требуемые конечные значения фазовых координат определялись следующими значениями: $V_{\text{треб}}=450$ м/с, $\theta_{\text{треб}}=-11^\circ$, $\varphi_{\text{треб}}=46,4^\circ$, $\lambda_{\text{треб}}=58,2^\circ$.

Допустимые отклонения при формировании номинального управления задавались достаточно строгими с целью формирования расчётного управления, приводящего аэрокосмический аппарат в близкую окрестность требуемых значений конечных параметров движения: $\Delta V_{\text{доп}}=2$ м/с, $\Delta \theta_{\text{доп}}=0,25^\circ$, $\Delta \varphi_{\text{доп}}=0,05^\circ$, $\Delta \lambda_{\text{доп}}=0,05^\circ$.

4.5.2. Номинальная траектория. Стохастическому моделированию предшествовало решение вспомогательной задачи – формирование номинального управления, приводящего в заданную область конечных условий движения. Эта задача решалась с помощью алгоритма формирования номинального управления на основе метода последовательной линеаризации, и формулировалась следующим образом.

Задача. Найти программы управления углами атаки и скоростного крена из условия выполнения ограничений на отклонения терминальных условий движения от требуемых значений, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\}$$

при наличии условий

$$\Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta V(T) = |V(T) - V_{\text{треб}}|$, $\Delta \theta(T) = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|$,

$$\Delta H(T) = |H(T) - H_{\text{треб}}|, \quad \Delta \varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|,$$

$$\Delta(\lambda T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|.$$

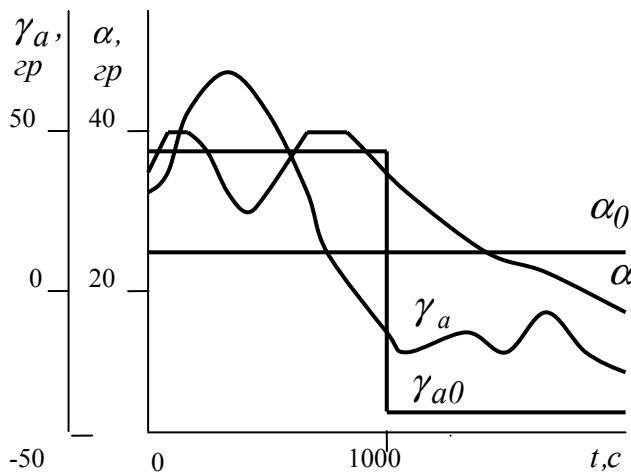


Рис. 4.38. Программы управления

На рис. 4.38 показаны начальное приближение опорного управления $\{\alpha_0, \gamma_{a0}\}$ и полученное номинальное управление $\{\alpha, \gamma_a\}$, удовлетворяющее условиям задачи, которое принималось в качестве начального приближения опорного управления при проведении стохастического моделирования командного управления.

Стохастическое моделирование терминального командного управления в условиях действия возмущений проводилось с целью проверки работоспособности и эффективности многошагового алгоритма формирования командного управления на основе метода последовательной линеаризации.

4.5.3. Модели возмущений. Результаты стохастического моделирования командного управления движением аэрокосмических

аппаратов в атмосфере зависят от состава учитываемых возмущений, принятых моделей возмущений и параметров этих моделей. Было выделено три группы возмущающих факторов [153]: ошибки начальных условий движения в атмосфере; атмосферные возмущения, к которым были отнесены вариации плотности атмосферы и ветер; отклонения аэродинамических характеристик (коэффициентов аэродинамической подъёмной силы и аэродинамической силы лобового сопротивления) от номинальных значений. Кроме того, учитывались погрешности реализации командных управляющих зависимостей.

Ошибки начальных условий движения связаны с погрешностями методов определения параметров траектории, например, с ошибками прогнозирования условий входа в атмосферу. Вход в атмосферу с условиями, отличными от расчётных, приводит к тому, что номинальные программы управления, сформированные для расчётных условий входа в атмосферу, не приводят аппарат в заданную область конечных параметров движения даже при отсутствии других возмущений и требуют коррекции управляющих зависимостей еще до начала процесса управления. Таким образом, создается дополнительная нагрузка на систему управления движением центра масс аэрокосмического аппарата. Поэтому ошибки начальных условий движения являются важным возмущающим фактором, влияющим на конечные результаты управления движением аэрокосмического аппарата в атмосфере.

При проведении моделирования в стохастической постановке начальные условия движения задавались в виде

$$x_{0i} = x_{0i}^H + \delta x_{0i}, \quad x_{0i} = (V_0, \theta_0, \chi_0, R_0, \varphi_0, \lambda_0)^T \quad (i = 1, \dots, 6),$$

где x_{0i}^H – номинальные (расчётные) значения начальных условий.

Считалось, что ошибки начальных условий движения δx_{0i} распределены по равномерному закону внутри заданной области существования. Размеры области существования ошибок начальных условий задавались величинами максимально возможных отклонений $\delta x_{0i \max}$

Атмосферные возмущения являются неустранимым природным фактором, оказывающим существенное влияние на точность процесса управления аэрокосмическим аппаратом при движении в ат-

мосфере. Формирование номинальных программ управления и прогнозирование конечных условий движения в процессе формирования командного управления осуществляется для стандартных значений плотности при отсутствии ветра или с учётом поправок, имеющих приближённый характер. Поэтому вариации плотности атмосферы и ветер влияют на результаты управления.

Реализовавшиеся значения плотности атмосферы вычислялись по формуле

$$\rho(H) = \rho_{cm}(H) + \delta\rho(H),$$

где $\rho_{cm}(H)$ – стандартные значения плотности, соответствующие, например, модели атмосферы СА-8I. Вариации плотности атмосферы представлялись в виде

$$\delta\rho(H) = \delta\bar{\rho}(H)\rho_{cm}(H),$$

где $\delta\bar{\rho}(H)$ – относительные вариации плотности атмосферы,

$$\delta\bar{\rho}(H) = \frac{\rho(H) - \rho_{cm}(H)}{\rho_{cm}(H)}.$$

При стохастическом моделировании считалось, что реализовавшиеся значения вариаций плотности атмосферы $\delta\rho(H)$ распределены равномерно между границами, соответствующими максимальным отклонениям плотности от номинальной. Размеры области существования вариаций плотности атмосферы задавались величинами максимально возможных относительных вариаций плотности $\delta\bar{\rho}_{\max}$.

Вертикальная составляющая скорости ветра обычно значительно меньше горизонтальной [52], поэтому при моделировании учитывалась только горизонтальная составляющая скорости ветра. Размеры области существования горизонтальных составляющих скорости ветра задавались максимальными значениями, зависящими от высоты [123]. При стохастическом моделировании считалось, что реализовавшаяся скорость ветра распределяется по равномерному закону от нулевого значения до максимально возможного на данной высоте.

При формировании номинального управления и при прогнозировании движения в процессе командного управления используются номинальные (расчётные) зависимости аэродинамических харак-

теристик аппарата, а именно, коэффициентов аэродинамического лобового сопротивления и аэродинамической подъёмной силы. Отклонения реализовавшихся аэродинамических характеристик аппарата от расчётных значений приводит к тому, что номинальная программа управления перестает удовлетворять предъявляемым к ней требованиям по точности приведения аппарата в заданную область, а также к тому, что увеличивается погрешность прогнозирования движения, что приводит к ухудшению результатов управления.

Реализовавшиеся значения аэродинамических характеристик вычислялись по соотношениям:

$$c_{xa}(M) = c_{xa}^H(M) + \delta c_{xa}(M),$$

$$c_{ya}(M, H) = c_{ya}^H(M, H) + \delta c_{ya}(M, H),$$

где $c_{xa}^H(M)$ и $c_{ya}^H(M, H)$ – номинальные зависимости коэффициентов аэродинамической силы лобового сопротивления и аэродинамической подъёмной силы от числа Маха M и высоты H . При стохастическом моделировании считалось, что отклонения аэродинамических характеристик $\delta c_{xa}(M)$ и $\delta c_{ya}(M, H)$ распределены по равномерному закону между границами области существования, соответствующими предельным отклонениям аэродинамических характеристик от номинальных значений.

При стохастическом моделировании командного управления учитывались погрешности реализации управляющих зависимостей. Реализовавшиеся значения углов атаки и крена вычислялись по соотношениям:

$$\alpha(t) = \alpha_k(t) + \delta\alpha(t),$$

$$\gamma_a(t) = \gamma_{ak}(t) + \delta\gamma_a(t),$$

где $\alpha_k(t)$ и $\gamma_{ak}(t)$ – значения углов атаки и крена, соответствующие командным управляющим зависимостям, $\delta\alpha(t)$ и $\delta\gamma_a(t)$ – погрешности реализации командного управления.

При моделировании считалось, что отклонения углов атаки и крена от требуемых значений, рассчитанных алгоритмом командного управления, распределены равномерно между предельно возможными значениями.

Рассмотренные возмущающие факторы являются наиболее важными при оценке эффективности разработанных численных методов и алгоритмов формирования командного управления движением аэрокосмических аппаратов. При стохастическом моделировании каждому варианту траектории управляемого движения соответствовал один розыгрыш параметров рассмотренных моделей возмущений, который проводился до начала моделирования процесса командного управления.

4.5.4. Стохастическое моделирование. При проведении стохастического моделирования диапазоны изменения возмущений в рассматриваемой задаче принимались следующими.

Для начальных условий движения отклонения от расчётных значений достигали следующих величин: максимальные отклонения скорости движения – ± 10 м/с, максимальные отклонения угла наклона траектории – $\pm 0,1^\circ$, максимальные отклонения угла пути – $\pm 1^\circ$, максимальные отклонения высоты – ± 100 м, максимальные отклонения широты и долготы – $\pm 0,001^\circ$.

Максимальные относительные вариации плотности в зависимости от высоты и широты, а также модель ветрового воздействия соответствовали [123].

Пределные отклонения аэродинамических характеристик в зависимости от числа Маха составляли для коэффициента аэродинамической силы лобового сопротивления 0,6 – 1,7 %, а для коэффициента аэродинамической подъемной силы 1,4 – 2,9 % от их расчётных значений.

Кроме этого при проведении стохастического моделирования учитывались погрешности реализации командного управления по каналам угла атаки и скоростного угла крена, которые достигали $\pm 1^\circ$.

Шаг формирования командного управления принимался равным 100 с, на каждом шаге коррекции управления проводилось от одной до четырёх итераций улучшения управления методом последовательной линеаризации. Число итераций определялось в зависимости от результатов решения задачи линейного программирования и основывалось на прогнозируемых конечных значениях фазовых координат. Итерации улучшения управления проводились до уменьшения наибольшего прогнозируемого конечного отклонения, но их число не должно было превосходить четырёх. Таким образом

накладывалось ограничение на число вычислительных операций, которые можно выполнить на одном шаге коррекции управления.

Задача командного управления, которая решалась для каждого реализовавшегося варианта возмущающих воздействий, формулировалась следующим образом.

Задача. Найти программы управления углами атаки и скоростного крена из условия выполнения ограничений на отклонения терминальных условий движения от требуемых значений при наличии отклонений начальных условий и аэродинамических характеристик от расчётных значений, а также атмосферных возмущений, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\}$$

при наличии условий

$$\begin{aligned} \Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} &\leq 0, \\ \Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} &\leq 0, \\ \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} &\leq 0. \end{aligned}$$

При проведении стохастического моделирования выполнено статистически значимое количество испытаний – 100.

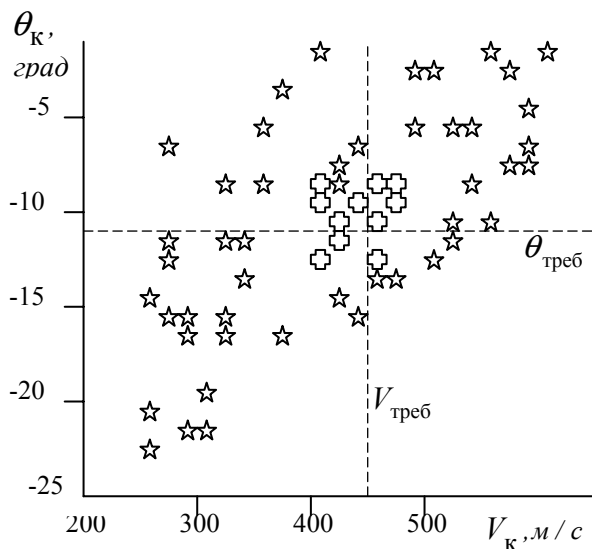


Рис. 4.39. Конечные значения скорости и угла наклона траектории

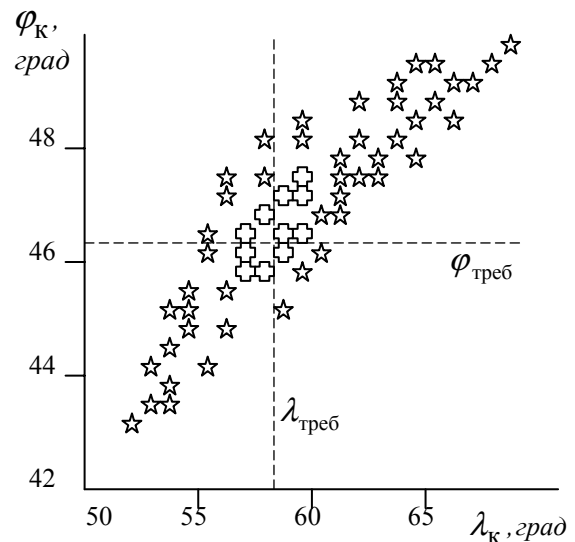


Рис. 4.40. Конечные значения широты и долготы

На рис. 4.39 и 4.40 представлены результаты стохастического моделирования: конечные значения параметров движения для каждого варианта реализовавшихся отклонений аэродинамических характеристик, начальных условий движения и параметров атмосферы от расчётных значений. Для сравнения на каждом из этих рисунков показаны значения конечных параметров, полученные как в результате моделирования процесса командного управления (отмечены знаком «+»), так и полученные в результате прогнозирования движения с номинальным управлением, без поведения коррекций (отмечены знаком «*»).

На рис. 4.39 показаны сочетания терминальных значений скорости V_K и угла наклона траектории θ_K , а на рис. 4.40 – широты φ_K и долготы λ_K , которые наглядно свидетельствуют об уменьшении рассеивания терминальных условий движения при использовании разработанного многошагового алгоритма командного управления. На обоих рисунках отмечены требуемые конечные значения фазовых координат.

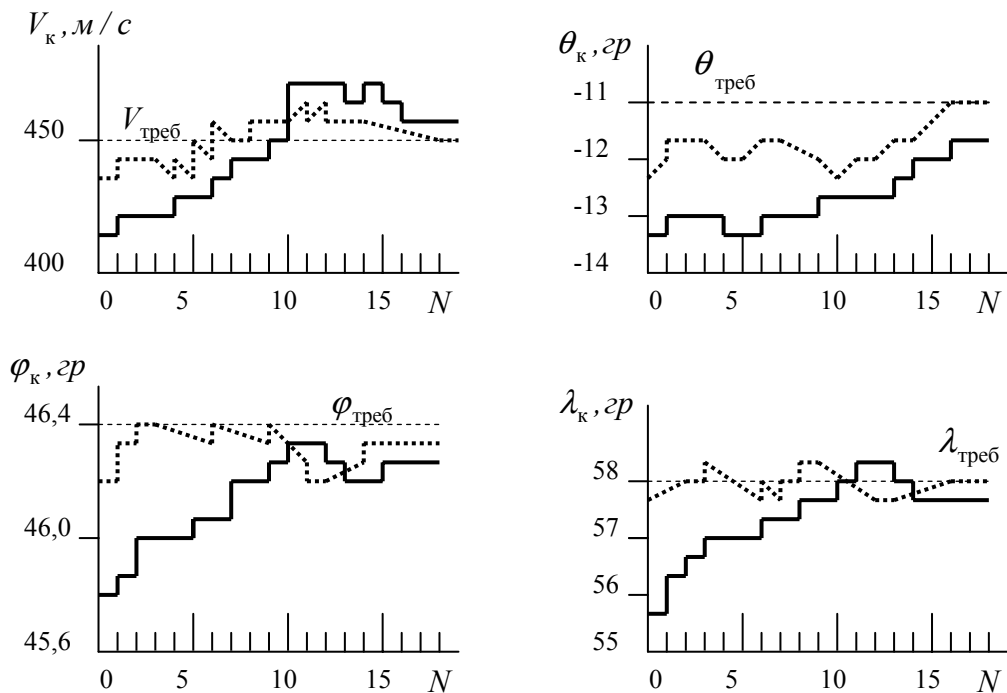


Рис. 4.41. Изменение прогнозируемых конечных условий по шагам коррекции управления (сплошные линии – «реальное» движение, штриховые линии – расчетное движение)

На рис. 4.41 показаны требуемые и прогнозируемые конечные значения скорости, угла наклона траектории, широты и долготы в процессе формирования многошагового командного управления для одного варианта реализовавшихся возмущений. На рисунках показаны на каждом шаге коррекции управления значения прогнозируемых бортовых, отмеченных индексом «кб», и реальных, отмеченных индексом «кр», конечных значений скорости, угла наклона траектории, широты и долготы.

На рис. 4.42 изображены номинальное управление и реализовавшееся командное управление для этого варианта возмущений.

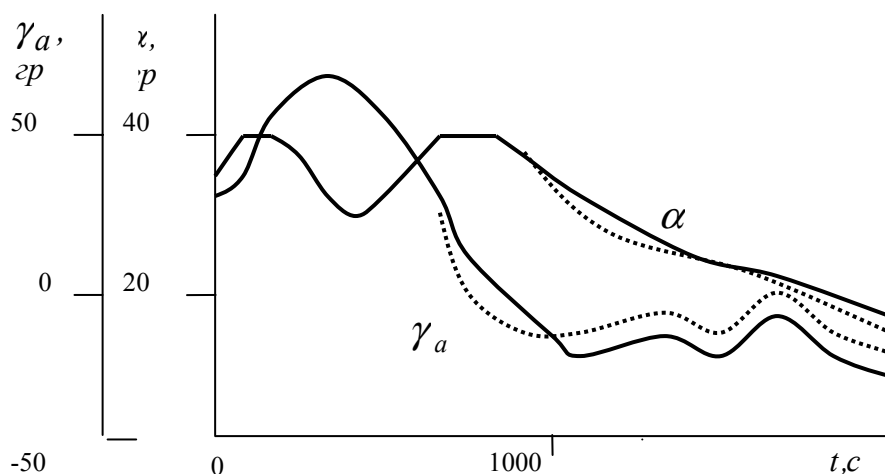


Рис. 4.42. Программы управления:
 — номинальная, командная

Результаты стохастического моделирования показали, что многошаговый алгоритм управления обладает высокой методической точностью, его эффективность подтверждается уменьшением реальных отклонений конечных условий движения от требуемых значений по сравнению с отклонениями, которые прогнозировались без проведения коррекций управления.

ГЛАВА 5

СУБОРБИТАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ

Относительная сложность создания и эксплуатации аэрокосмических аппаратов по сравнению со спускаемыми космическими аппаратами баллистического и полубаллистического типов компенсируется большими возможностями этих аппаратов при маневрировании в атмосфере. Преимущества аэрокосмических аппаратов проявляются при совершении сложных с точки зрения динамики полёта в атмосфере манёвров.

Аэрокосмические аппараты обладают большими потенциальными возможностями при управлении движением по суборбитальным траекториям. Суборбитальные траектории характеризуются наличием начального восходящего участка и относительно небольшим уровнем кинетической энергии аппарата. Недостаточная скорость не позволяет аэрокосмическому аппарату реализовать на участке спуска в атмосфере режим квазистационарного планирования. В зависимости от программ изменения углов атаки и крена могут быть реализованы как крутые траектории с быстрой потерей высоты и большими тепловыми и инерционными нагрузками, так и рикошетирующие траектории, характеризующиеся отражениями аппарата от плотных слоёв атмосферы.

Суборбитальные траектории аэрокосмических аппаратов реализуются в двух основных случаях: при возникновении нештатной ситуации на траектории выведения аэрокосмического аппарата на орбиту спутника Земли и при движении по суборбитальной траектории в штатном варианте. Общим для всех вариантов движения по суборбитальным траекториям является наличие многочисленных ограничений на параметры траектории, и, как следствие этого, сложность формирования многоканального управления, обеспечивающего достижение целей управления.

5.1. Суборбитальные траектории орбитального корабля

5.1.1. Формулировка задачи. Рассматривается задача формирования управления при возникновении нештатной ситуации на траектории выведения орбитального корабля на орбиту спутника Земли. Предполагается, что после отделения от ракеты-носителя или внешнего топливного бака орбитальный корабль совершает автономный полёт. Целью управления является приведение аэрокосмического аппарата к началу участка предпосадочного маневрирования или в область параметров движения, в которой возможно срабатывание средств спасения экипажа [78, 79, 81].

Управление движением аэрокосмического аппарата на траектории возвращения в общем случае может осуществляться по трём каналам: путём изменения угла атаки, скоростного угла крена и тяги двигателей. При формировании программ управления по каждому из каналов учитываются ограничения на управление, а также ограничения на терминальные условия и текущие параметры траектории.

Если при выведении аэрокосмического аппарата на орбиту после возникновения нештатной ситуации достижение цели выведения становится невозможным, то производится аварийное прекращение выведения, и аппарат переводится на траекторию возвращения. Следовательно, траектория выведения является множеством точек, фазовые координаты каждой из которых могут являться начальными условиями движения по траектории возвращения. На рис. 5.1 показаны зависимости от времени параметров движения при выведении орбитального корабля многократной транспортной космической системы «Спейс шаттл» [160]: скорости V , угла наклона траектории θ , высоты H , дальности по поверхности Земли в плоскости траектории выведения L , скоростного напора q и перегрузки вдоль продольной оси аппарата n_x .

Параметры движения при выведении аэрокосмического аппарата на орбиту спутника Земли меняются в широких пределах, поэтому задача управления решается по-разному для траекторий возвращения, начинающихся на различных участках траектории выведения. Решение задачи управления заключается в выборе схемы возвращения, определении цели управления, формировании номинальной программы управления и реализации в процессе движения

командного управления, обеспечивающего достижение поставленной цели в условиях действия возмущений.

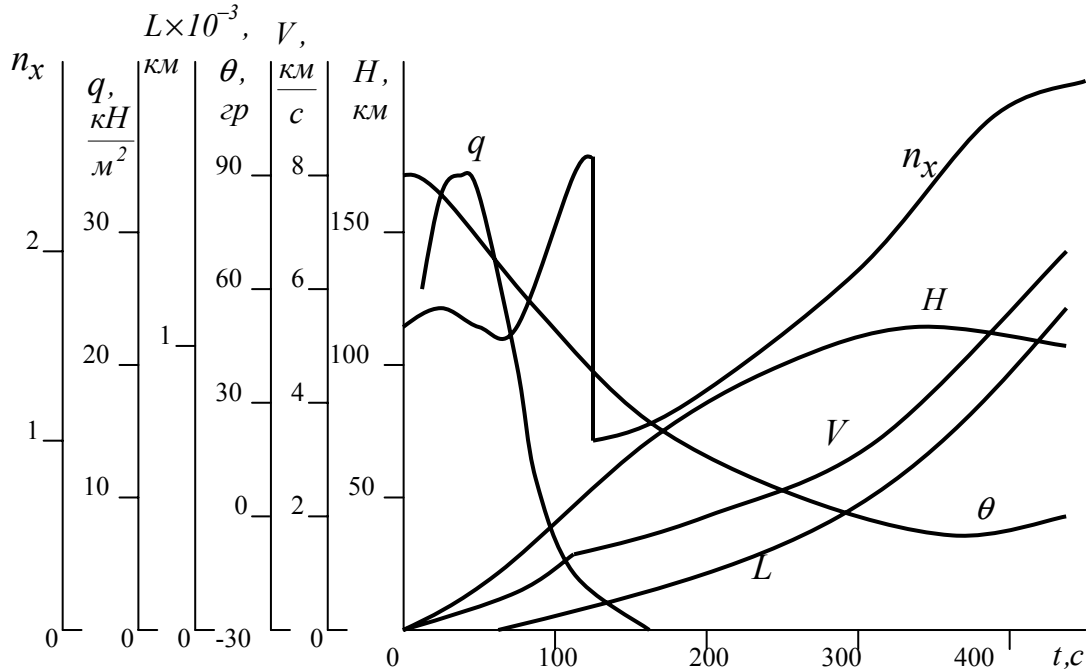


Рис. 5.1. Параметры траектории выведения орбитального корабля

Выбор схемы возвращения должен производиться одновременно с принятием решения об аварийном прекращении выведения. Возможные схемы возвращения зависят от конкретной ситуации и отличаются располагаемым запасом энергии, который можно израсходовать на траектории возвращения.

Максимальный для данного момента времени располагаемый запас удельной (на единицу массы) энергии E складывается из удельной механической энергии E_M и запаса удельной энергии E_T оставшегося топлива, который может быть преобразован в механическую с помощью двигательной установки аппарата или ускорителя ракеты-носителя:

$$E = E_M + E_T, \quad E_M = \frac{V^2}{2} + gH, \quad E_T = \frac{V_{\text{хар}}^2}{2},$$

где $V_{\text{хар}}$ – характеристическая скорость, обусловленная наличием остатков топлива.

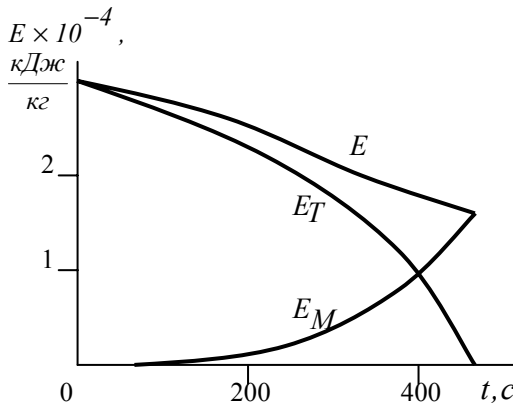


Рис. 5.2. Изменение удельной энергии

На рис. 5.2 показано изменение удельной механической энергии E_M , энергии оставшегося топлива E_T и максимальной располагаемой удельной энергии E в зависимости от времени с момента старта транспортной космической системы «Спейс шаттл». Расчёт энергии E проводился для случая

движения орбитального корабля с внешним топливным баком. Расчёт характеристической скорости выполнен по формуле К.Э. Циолковского, поэтому рассмотренный подход к определению энергии E носит приближённый характер.

Видно, что на большей части траектории выведения величина механической энергии, определяющая возможность самостоятельного движения орбитального корабля по траектории возвращения незначительна, а её доля в величине располагаемой энергии преобладает над долей энергии оставшегося топлива только в конце траектории.

5.1.2. Основные схемы возвращения. Рассмотрим две основные схемы возвращения орбитального корабля. Первая схема реализуется в случае, если после возникновения нештатной ситуации остаётся возможность движения орбитального корабля с внешним топливным баком или ускорителем ракеты-носителя. Тогда располагаемый запас энергии максимален для данного момента времени и равен E — сумме механической энергии E_M и энергии оставшегося топлива E_T . Траектория возвращения разделяется на два участка. На первом участке орбитальный корабль движется с работающей двигательной установкой, при этом механическая энергия увеличивается. Второй участок начинается после выключения двигателей и отделения аэрокосмического аппарата от внешнего топливного бака или ускорителя. На этом участке совершается движение с уменьшением механической энергии. При отказе одного из трёх маршевых двигателей орбитального корабля транспортной системы

«Спейс шаттл» его спасение в соответствии с рассмотренной схемой (манёвр возврата) возможно, начиная со второй секунды после старта [157, 158, 164].

Вторая схема возвращения реализуется, если после возникновения нештатной ситуации аэрокосмический аппарат отделяется от бака или ускорителя и совершает пассивный полёт. В этом случае располагаемый запас энергии равен механической энергии E_m . Движение при реализации этой схемы осуществляется только с уменьшением механической энергии.

Каждая из рассмотренных схем возвращения имеет два варианта реализации в зависимости от того, используется или нет на траектории возвращения энергия запаса топлива двигательной установки орбитального маневрирования, если такая возможность существует в принципе. В штатном варианте двигатели орбитального маневрирования орбитального корабля предназначены для завершения выхода аппарата на орбиту спутника Земли, межорбитальных переходов и схода с орбиты. Запас топлива на борту орбитального корабля системы «Спейс шаттл» при массе полезной нагрузки 29,5 т соответствует характеристической скорости 305 м/с, при установке в грузовом отсеке орбитального корабля дополнительных топливных баков величина располагаемой характеристической скорости возрастает до 760 м/с [62]. Тяговооружённость орбитального корабля при работающей двигательной установке орбитального маневрирования (собственная тяговооружённость) в зависимости от массы полезной нагрузки составляет 0,05...0,08. Расчёты показали, что такая тяговооружённость оказывает небольшое влияние на характер движения орбитального корабля по траектории возвращения. Отметим, что перспективные аэрокосмические аппараты, в частности орбитальные и суборбитальные самолёты, обладают более высокой собственной тяговооружённостью.

Выбор цели управления аэрокосмическим аппаратом в рассматриваемой нештатной ситуации зависит от начальных условий движения по траектории возвращения и реализуемой схемы возвращения. Если располагаемый запас энергии достаточен, то целью управления ставится посадка на взлётно-посадочную полосу, то есть спасение аэрокосмического аппарата с полезной нагрузкой и экипажем. Если располагаемый запас энергии меньше определённого уровня, то гибель аэрокосмического аппарата и полезной на-

грузки неизбежна. Для сохранения экипажа в этой ситуации следует предусматривать специальные средства спасения, а управление траекторией аэрокосмического аппарата должно иметь целью обеспечение безопасных условий для срабатывания этих средств, то есть приведение аэрокосмического аппарата в некоторую заданную область параметров движения.

Управление траекториями аэрокосмического аппарата в обоих случаях имеет свои особенности. Так посадка на взлётно-посадочную полосу предполагает выполнение строгих требований к текущим параметрам траектории и, особенно, к их конечным значениям. Кроме того, приведение аэрокосмического аппарата к началу участка предпосадочного маневрирования или в заданную область параметров движения, в которой возможно срабатывание специальных средств спасения экипажа, может происходить в условиях недостаточного для эффективного маневрирования уровня механической энергии.

5.1.3. Условия решения модельных задач. При управлении траекторией возвращения в соответствии с целью управления и учётом сложившейся обстановки формируются командные зависимости управляющих воздействий. В качестве начального приближения командного управления используются номинальные программные зависимости, которые рассчитываются до начала процесса управления и обеспечивают достижение цели управления при отсутствии возмущений.

Рассмотрены модельные задачи формирования номинального и командного двухканального (по углам атаки и крена) управления аэрокосмическим аппаратом при возникновении нештатной ситуации, связанной с необходимостью автономного пассивного движения. Считалось, что траектория выведения совпадает с плоскостью экватора. Известны расчётные аэродинамические характеристики аппарата. Заданы начальные условия движения по траектории возвращения, ограничения на управление, ограничения на текущие параметры траектории, а также ограничения на отклонения конечных значений фазовых координат от требуемых значений.

В качестве поверхности приведения во всех задачах принята сфера с центром в центре Земли, проходящая на высоте 20 км над точкой земной поверхности с координатами (φ_0, λ_0) , соответствующими началу автономного полёта.

Решены три типа задач, условия которых формулировались следующим образом. Требовалось, во-первых, построить области достижимости, то есть сформировать номинальное управление, обеспечивающее попадание аппарата на границу областей достижимости, построенных без учёта ограничений и с учётом различных ограничений на текущие параметры траектории возвращения. Во-вторых, сформировать номинальное управление, приводящее аппарат в заданную область конечных значений фазовых координат внутри области достижимости. В-третьих, сформировать командное управление, приводящее аппарат в ту же заданную область конечных значений фазовых координат в условиях действия возмущений.

В качестве объекта управления рассматривался аэрокосмический аппарат типа орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл» и орбитального корабля «Буран» с максимальным значением аэродинамического качества на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере, равным 2,2. Аэродинамические характеристики аппарата задавались таблично, также таблично задавались параметры атмосферы. Удельный тепловой поток рассчитывался в критической точке аппарата, в качестве которой принималась точка поверхности аэрокосмического аппарата с радиусом кривизны один метр.

В модели движения учитывалась несферичность поля тяготения Земли и её вращение вокруг собственной оси.

В качестве начального момента времени $t_0 = 0$ для траектории возвращения принималась 375-я секунда траектории выведения орбитального корабля транспортной космической системы «Спейс шаттл» (рис. 5.1). К этой секунде полёта транспортная система выходит на горизонтальный разгонный участок, а орбитальный корабль обладает механической энергией вдвое меньшей, чем в конце участка выведения (рис. 5.2). Соответствующие параметры движения траектории выведения являются начальными условиями траектории возвращения. После дополнения известных значений скорости, угла наклона траектории и высоты значениями угла пути, широты и долготы, соответствующими поставленным модельным задачам, получен следующий набор начальных условий: начальная скорость $V_0 = 5000$ м/с, начальный угол наклона траектории $\theta_0 = -2^\circ$,

начальный угол пути $\chi_0=0$, начальная высота $H_0=120$ км, начальная широта $\varphi_0=0$ и начальная долгота $\lambda_0=0$.

Во всех задачах на управляющие зависимости накладывались ограничения: угол атаки мог изменяться от $\alpha_{\min}=10^\circ$ до $\alpha_{\max}=45^\circ$, а скоростной угол крена по абсолютной величине не мог превышать $\gamma_{a \max}=80^\circ$.

Управление рассчитывалось с помощью численных методов и алгоритмов на основе последовательной линеаризации при следующих условиях. Узлы аппроксимации задачи располагались равномерно по характеристической скорости (2.16) с шагом 150 м/с при числе узлов около 50. Использовалась кусочно-линейная аппроксимация программ изменения углов атаки и скоростного крена, зависимостей фазовых координат и функциональных производных от времени. Размеры области δU допустимых значений приращений управления уменьшались по мере приближения к оптимальной программе управления и составляли по углу атаки от $0,2^\circ$ на первых итерациях до $0,01^\circ$ на последних, по углу скоростного крена – от $0,5^\circ$ до $0,02^\circ$. Набор узлов t_i ($i=1,2,\dots,N$) обновлялся на каждой итерации улучшения управления, среднее число выполненных итераций улучшения управления при решении каждой задачи равнялось 100.

Автоматизация прекращения процесса поиска оптимального управления осуществлялась с помощью вычислительной процедуры, описанной в 3.2.4.

5.1.4. Методика построения областей достижимости. Построение области достижимости для заданных начальных условий движения без ограничений на текущие параметры траектории выполнялось после решения серии одностипных задач: безусловной максимизации конечной продольной дальности; безусловной максимизации конечной боковой дальности; безусловной минимизации конечной продольной дальности; максимизации конечной боковой дальности при различных требуемых значениях конечной продольной дальности; максимизации конечной продольной дальности при различных требуемых значениях конечной боковой дальности; минимизации конечной продольной дальности при различных требуемых значениях конечной боковой дальности.

Во всех задачах условием окончания численного интегрирования траектории спуска являлось условие прибытия на сферу приведения.

В рассматриваемой постановке конечная широта φ_k соответствует угловой боковой дальности траектории возвращения, а конечная долгота λ_k – продольной угловой дальности. Под этими значениями в дальнейшем будем понимать конечные значения боковой и продольной дальностей. Требуемая точность выполнения ограничений на конечное значение боковой ($\Delta\varphi_{\text{доп}}$) и продольной ($\Delta\lambda_{\text{доп}}$) дальностей составляла 0,001 рад (примерно 6 км на сфере приведения).

Аналогичные серии оптимизационных задач решались при построении областей достижимости с учётом ограничений на текущие параметры траектории возвращения: в каждой серии задач добавлялись соответствующие дополнительные условия. В дальнейшем приведены результаты построения областей достижимости с учётом ограничений на максимальные значения нормальной перегрузки n_y , скоростного напора q и удельного теплового потока q_T .

Вследствие симметричности областей достижимости относительно экватора формировались программы управления, обеспечивающие достижение крайних точек лишь в северном полушарии. Для достижения симметричных относительно экватора точек в программах управления углом крена необходимо изменить знаки на противоположные. Все внутренние точки областей достижимости, соответствующие одному конечному значению долготы при выполнении тех же ограничений достигаются изменением только знаков в управляющей зависимости угла крена.

При построении областей достижимости первой рассчитывалась точка с максимальной продольной дальностью. В качестве начального приближения принималось постоянное значение угла атаки, равное 15° , и угла крена, равное нулю. Начальные приближения программ управления остальных полученных точек соответствовали программам управления, обеспечивающим достижение соседних точек границы области достижимости.

На рисунках с изображением областей достижимости началу координат соответствует проекция на сферу приведения точки на-

чала траектории возвращения. Границы областей достижимости построены плавным соединением отмеченных точек.

5.1.5. Область достижимости без ограничений. На рис. 5.3. приведена область достижимости на сфере приведения при отсутствии ограничений на режимы движения. На границе области достижимости отмечены пронумерованные точки, полученные в результате решения отдельных оптимизационных задач. Кроме этого, показаны проекции на сферу приведения оптимальных траекторий, приводящих аппарат в точки 1, 10, 8, 7, 2, 5, и 3.

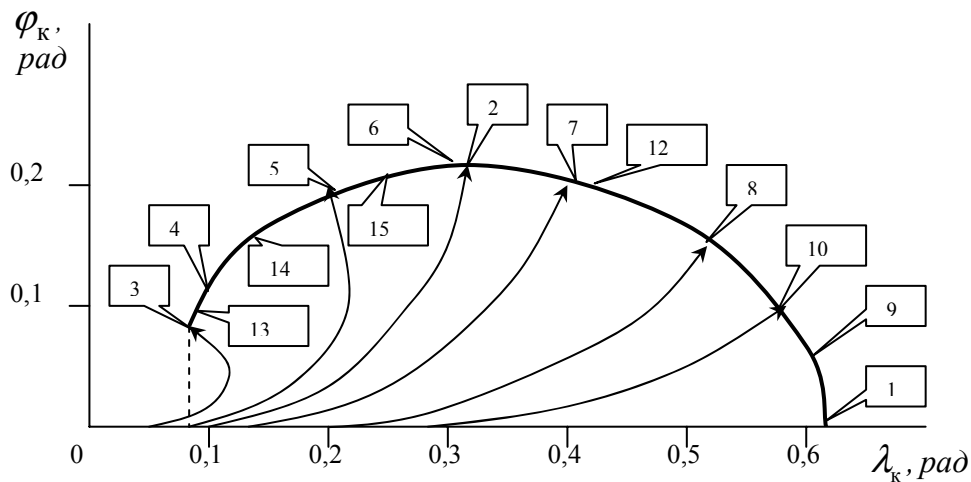


Рис. 5.3. Область достижимости без учёта ограничений

Максимальные размеры области достижимости на рис. 5.3 составляют примерно 3200 км в продольном направлении и 2700 км в поперечном. При построении области достижимости решены оптимизационные задачи, имеющие следующие формулировки.

Задача. Найти программу управления углом атаки аэрокосмического аппарата, максимизирующую конечную продольную дальность, при наличии ограничения на угол атаки, то есть найти

$$\{\alpha(t)\} = \arg \max_{\alpha} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничения на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}.$$

Данная задача формулируется как задача одноканального управления вследствие очевидности оптимальной программы

управления углом крена: $\gamma_{opt}(t) \equiv 0$. Решению этой задачи соответствует точка 1 (рис. 5.3).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную боковую дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}.$$

Решению этой задачи соответствует точка 2 (рис. 5.3).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продольную дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max}.$$

Решению этой задачи соответствует точка 3 (рис. 5.3).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена и ограничения на отклонение конечной продольной дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\lambda(T) - \Delta\lambda_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta\lambda(T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|$.

Требуемые значения конечной продольной дальности $\lambda_{\text{треб}}$ давались равными 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Решениям этих задач соответствуют точки 4 – 8 (рис. 5.3).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена и ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta\varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|$.

Требуемые значения конечной боковой дальности $\varphi_{\text{треб}}$ давались равными 0,05; 0,10; 0,15; 0,20. Решениям этих задач соответствуют точки 9 – 12 (рис. 5.3).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена и ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0.$$

Требуемые значения конечной боковой дальности $\varphi_{\text{треб}}$ давались равными 0,05; 0,10; 0,15; 0,20. Решениям этих задач соответствуют точки 13 – 16 (рис. 5.3).

Рис. 5.4 и 5.5 иллюстрируют изменение номинальных программ углов атаки и крена, обеспечивающих достижение точек на границе области достижимости. Представленные оптимальные программы управления имеют номер, соответствующий номеру точки на границе области достижимости, в которую эти программы приводят аппарат: 1, 8, 2, 5, 3 (рис. 5.3).

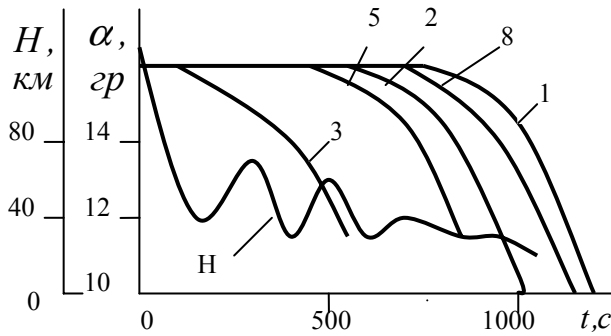


Рис.5.4. Программы управления углом атаки и зависимость высоты от времени

максимальным значением аэродинамического качества: в начале траектории возвращения движение происходит на углах атаки, близких к значению $15,5^{\circ}$, обеспечивающих максимальное аэродинамическое качество на гиперзвуковых скоростях, равное 2,2, в конце траекторий углы атаки уменьшаются до предельного значения 10° .

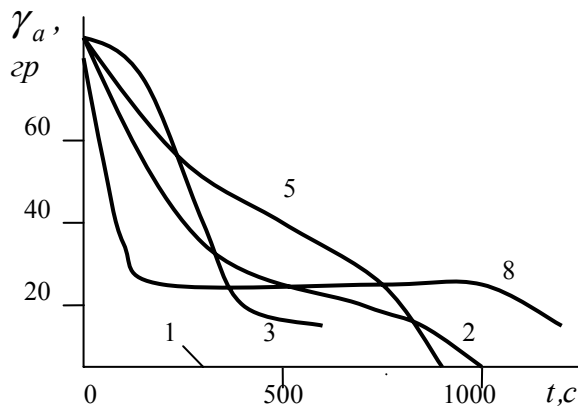


Рис.5.5. Программы управления углом крена

На рис. 5.4. показана также зависимость высоты H от времени для траектории полёта на максимальную боковую дальность (в точку 2 на границе области достижимости).

Программы управления углом атаки соответствуют движению в атмосфере с

Программы управления скоростным углом крена обеспечивают необходимое изменение направления путевой скорости аппарата на максимально возможной высоте, приводя аппарат на сферу приведения с углом пути, обеспечивающим в конце траектории направление путевой скорости, перпендикулярное границе области достижимости.

5.1.6. Области достижимости с ограничением на перегрузку.

На рис. 5.6. приведены области достижимости на сфере приведе-

ния, построенные с учётом ограничений на максимальное значение нормальной перегрузки.

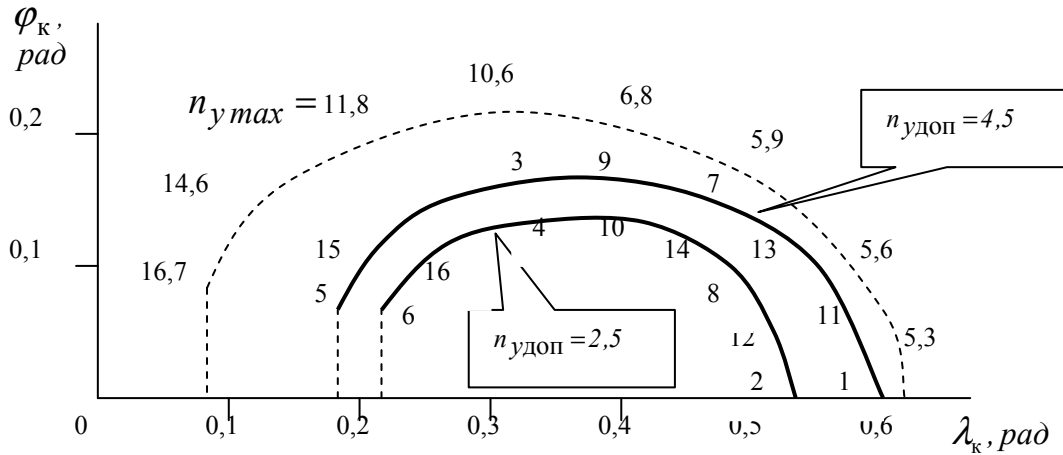


Рис. 5.6. Область достижимости с учётом ограничений на максимальное значение нормальной перегрузки

Сплошными линиями показаны области достижимости, соответствующие допустимым максимальным значениям нормальной перегрузки $n_{удоп} = 4,5$ и $n_{удоп} = 2,5$. Данные допустимые значения проекций перегрузки на нормальную связанную ось соответствуют движению в атмосфере орбитального корабля транспортной системы «Спейс шаттл» в нештатной ситуации после прекращения выведения на орбиту и в расчётном варианте спуска с орбиты. При движении в атмосфере на больших углах атаки, что характерно для начального участка траектории движения в атмосфере, как для расчётного варианта спуска, так и для рассматриваемой нештатной ситуации, указанное ограничение на нормальную перегрузку может не выполняться. Отметим, что ограничение на продольную перегрузку при движении в атмосфере для аэрокосмических аппаратов не является определяющим.

На границах областей достижимости отмечены пронумерованные точки, полученные в результате решения отдельных оптимизационных задач.

На рис. 5.6 для сравнения штриховой линией показана область достижимости без ограничений на режимы движения. Числа, стоящие вдоль границы области достижимости, соответствуют максимальным значениям нормальной перегрузки на траекториях, приводящих в эти места границы области достижимости.

При построении областей достижимости с ограничениями на значение нормальной перегрузки решены оптимизационные задачи, имеющие следующие формулировки.

Задача. Найти программу управления углом атаки аэрокосмического аппарата, максимизирующую конечную продольную дальность, при наличии ограничения на угол атаки и максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t)\} = \arg \max_{\alpha} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничения на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$n_{y \max} - n_{\text{удоп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 1 и 2 (рис.5.6).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную боковую дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, а также ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$n_{y \max} - n_{\text{удоп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 3 и 4 (рис.5.6).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продольную дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, а также наличии ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$n_{y \max} - n_{\text{удоп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 5 и 6 (рис.5.6).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной продольной дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

наличии ограничения на текущее условие

$$n_{y \max} - n_{\text{удоп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 7 – 10 (рис.5.6).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

наличии ограничения на текущее условие

$$n_{y \max} - n_{\text{удоп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 11 – 14 (рис. 5.6).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

наличия ограничения на текущее условие

$$n_{y \max} - n_{y \text{доп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 15 и 16 (рис. 5.6).

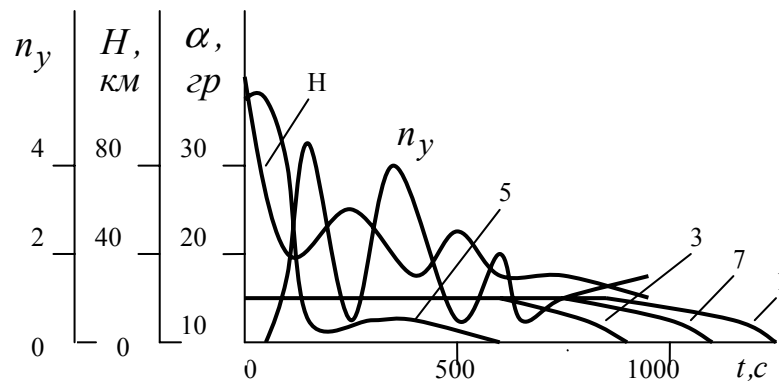


Рис.5.7. Программы управления углом атаки и зависимости высоты и нормальной перегрузки от времени

Рис. 5.7 и 5.8 иллюстрируют изменение номинальных программ углов атаки и крена, обеспечивающих достижение точек 1, 7, 3, 5 на границе области достижимости с ограничением на нормальную перегрузку, равным 4,5. На рис. 5.7 также показаны зависимо-

сти высоты полёта и нормальной перегрузки от времени, соответствующие траектории с максимальной боковой дальностью, приводящей в точку 3 на границе области.

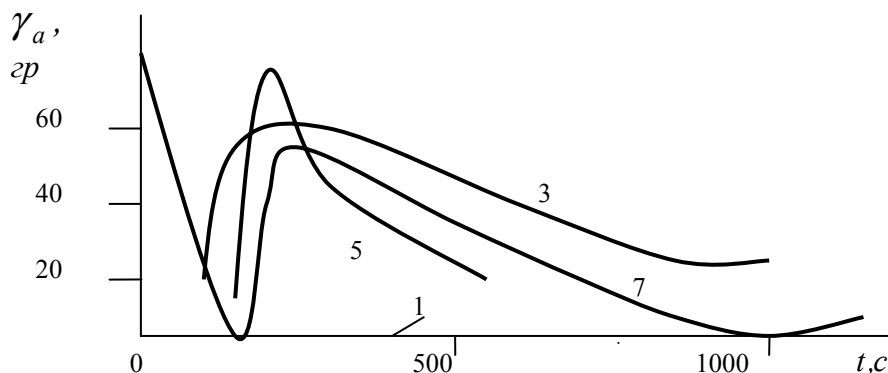


Рис.5.8. Программы управления углом крена

Максимальное значение нормальной перегрузки достигается в нижних точках траектории при первых отражениях аппарата от плотных слоёв атмосферы. Поэтому в начале траектории спуска управление осуществляется из условия выполнения этого ограничения.

Углы атаки отличны от значений, обеспечивающих максимальные значения аэродинамического качества: сначала они несколько больше этих значений, что увеличивает значение аэродинамической подъёмной силы и её вертикальной составляющей для достижения первых рикошетов на больших высотах, а затем в окрестности нижней точки траектории с предельным значением нормальной перегрузки меньше этих значений, для перераспределения составляющих реализовавшегося вектора перегрузки по продольной и нормальной осям аппарата с целью увеличения продольной и уменьшения нормальной составляющих.

Углы крена уменьшаются до значений, близких к нулю, что также способствует увеличению вертикальной составляющей аэродинамической подъёмной силы и достижению первых рикошетов на больших высотах и уменьшению в связи с этим максимальной реализовавшейся величины перегрузки.

Управление на оставшейся части траектории осуществляется только из условия оптимизации управления в соответствии с показателем качества и соответствует тенденциям, описанным при об-

суждении результатов построения области достижимости без учёта ограничений на режимы движения.

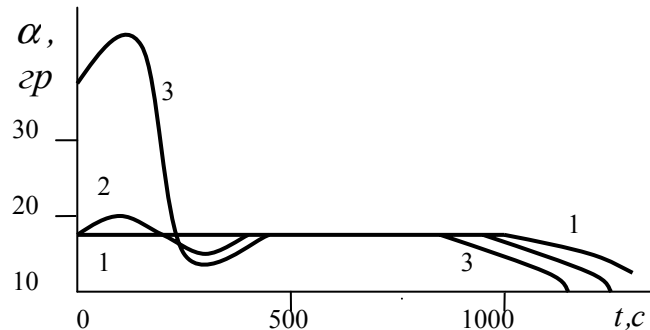


Рис.5.9. Программы управления углом атаки
(1 – без ограничений; 2 – $n_{удоп} = 4,5$; 3 – $n_{удоп} = 2,5$)

На рис. 5.9 – 5.11 показано, как изменяются программы управления углами атаки и крена при введении и изменении ограничения на максимальные значения нормальной перегрузки для траекторий полёта на максимальную продольную дальность (рис. 5.9), на максимальную боковую дальность (рис. 5.10) и минимальную продольную дальность (рис. 5.11).

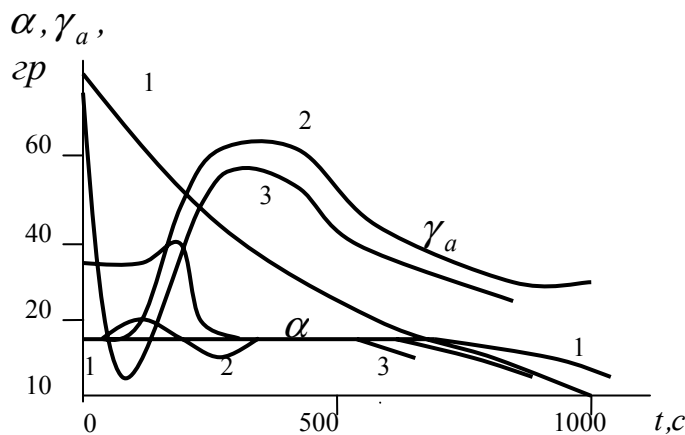


Рис.5.10. Программы управления углами атаки и крена
(1 – без ограничений; 2 – $n_{удоп} = 4,5$; 3 – $n_{удоп} = 2,5$)

Введение ограничения на нормальную перегрузку, равное 4,5, а затем его ужесточение до значения, равного 2,5, существенно изменяет номинальное двухканальное управление аэрокосмическим аппаратом, сокращая размеры области достижимости. Логика изменения программ управления по обоим каналам до первых рикошетов

и после них соответствует описанным закономерностям изменения управления.

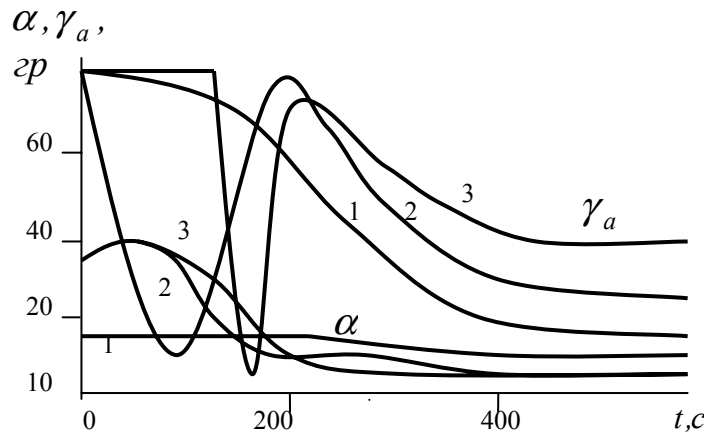


Рис. 5.11. Программы управления углами атаки и крена (1 – без ограничений; 2 – $n_{\text{удоп}}=4,5$; 3 – $n_{\text{удоп}}=2,5$)

5.1.7. Область достижимости с ограничением на скоростной напор. На рис. 5.12. показана область достижимости на сфере приведения, построенная с учётом ограничений на максимальное значение скоростного напора.

Сплошной линией показана область достижимости, соответствующая допустимому максимальному значению скоростного напора $q_{\text{доп}}=20$ кН/м². На границе области достижимости отмечены пронумерованные точки, полученные в результате решения отдельных оптимизационных задач.

Штриховой линией для сравнения показана область достижимости без ограничений на текущие параметры траектории, числа, стоящие вдоль границы соответствуют максимальным значениям скоростного напора (в кН/м²) на траекториях, приводящих в эти места границы области достижимости.

При построении области достижимости решены оптимизационные задачи, имеющие следующие формулировки.

Задача. Найти программу управления углом атаки аэрокосмического аппарата, максимизирующую конечную продольную дальность, при наличии ограничения на угол атаки и максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t)\} = \arg \max_{\alpha} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничения на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 1 (рис.5.12).

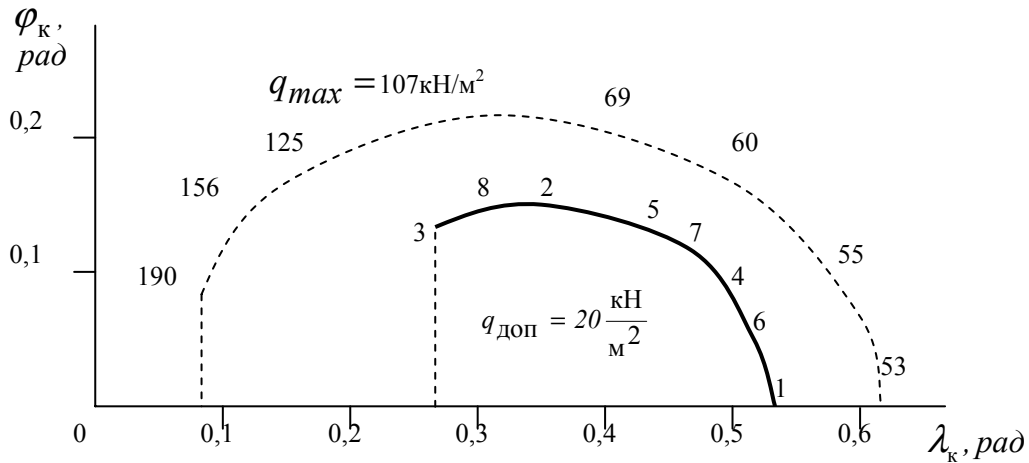


Рис. 5.12. Область достижимости с учётом ограничения на максимальное значение скоростного напора

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную боковую дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, а также ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 2 (рис.5.12).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продольную дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, а также наличии ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 3 (рис.5.12).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной продольной дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\lambda(T) - \Delta\lambda_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 4 и 5 (рис.5.12).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 6 и 7 (рис.5.12).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{\max} - q_{\text{доп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 8 (рис.5.12).

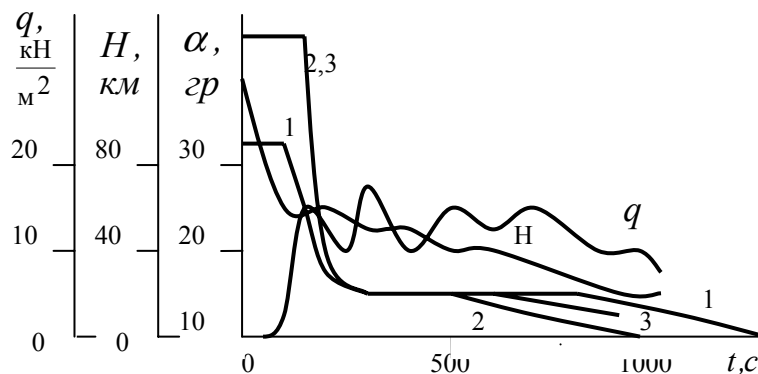


Рис.5.13. Программы управления углом атаки и зависимости высоты и скоростного напора от времени

Рис. 5.13 и 5.14 иллюстрируют изменение номинальных программ углов атаки и крена, обеспечивающих достижение точек 1, 2, 3 на границе области достижимости. На рис. 5.13 кроме этого пока-

заны зависимости высоты полёта и скоростного напора от времени, соответствующие траектории с максимальной боковой дальностью, которая приводит аппарат в точку 2.

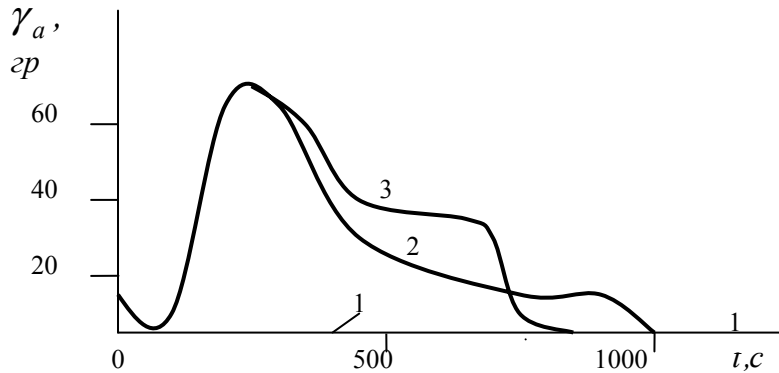


Рис.5.14. Программы управления углом крена

На рис. 5.15 показано, как изменяются программы управления углами атаки и крена при введении ограничения на максимальное значение скоростного напора для траекторий полёта на максимальную боковую дальность.

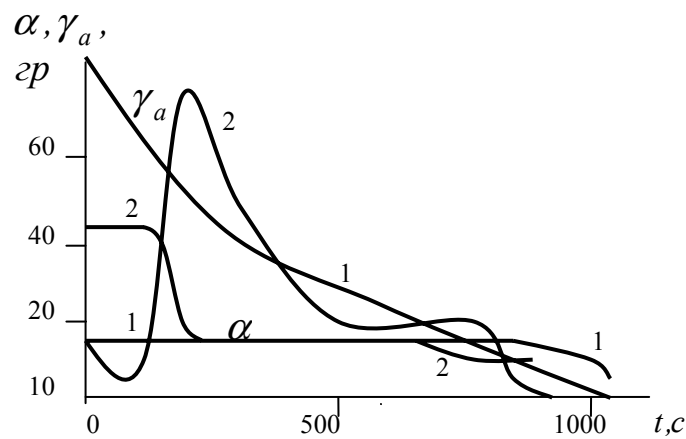


Рис.5.15. Программы управления углами атаки и крена
(1 – без ограничений; 2 – $q_{доп} = 20 \text{ кН/м}^2$)

Максимальное значение скоростного напора достигается в одной из нижних точек траектории при отражениях аппарата от более плотных слоёв атмосферы или в самом конце траектории. Полученное управление отражает следующие общие закономерности.

В начале траектории углы атаки больше значений, обеспечивающих максимальные значения аэродинамического качества, что

увеличивает значение аэродинамической подъёмной силы и её вертикальной составляющей для достижения первого рикошета на больших высотах. После первого рикошета движение осуществляется на углах атаки, соответствующих максимальному аэродинамическому качеству.

Углы крена в начале траектории уменьшаются до значений, близких к нулю, что также способствует увеличению вертикальной составляющей аэродинамической подъёмной силы и достижению первого рикошета на больших высотах и уменьшению в связи с этим максимального реализовавшегося значения скоростного напора. После первого рикошета программы угла крена обеспечивают необходимое изменение направления путевой скорости аппарата и одновременно с этим предотвращают возрастание скоростного напора при последующих отражениях аппарата путём уменьшения значений угла крена.

5.1.8. Область достижимости с ограничением на тепловой поток. На рис. 5.16 показана область достижимости на сфере приведения, построенная с учётом ограничений на максимальное значение удельного теплового потока в критической точке.

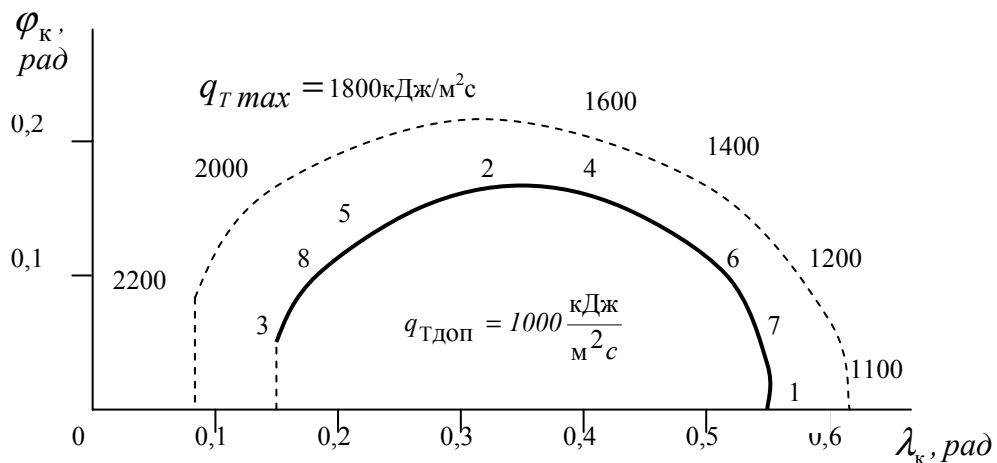


Рис. 5.16. Область достижимости с учётом ограничения на максимальное значение удельного теплового потока

Сплошной линией показана область достижимости, соответствующая допустимому максимальному значению удельного теплового потока $q_{T\text{доп}} = 1000 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$. На границе области достижимо-

сти отмечены пронумерованные точки, полученные в результате решения отдельных оптимизационных задач.

Штриховой линией для сравнения показана область достижимости без ограничений на текущие параметры траектории, числа, стоящие вдоль границы соответствуют максимальным значениям удельного теплового потока (в кДж/м²с) на траекториях, приводящих в эти места границы области достижимости.

При построении области достижимости решены оптимизационные задачи, имеющие следующие формулировки.

Задача. Найти программу управления углом атаки аэрокосмического аппарата, максимизирующую конечную продольную дальность, при наличии ограничения на угол атаки и максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t)\} = \arg \max_{\alpha} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничения на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 1 (рис.5.16).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную боковую дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, а также ограничении на максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 2 (рис.5.16).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продоль-

ную дальность, при наличии ограничений на углы атаки и крена, а также наличии ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и наличии ограничения на текущее условие

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 3 (рис.5.16).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие боковую дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной продольной дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\varphi(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

наличии ограничения на текущее условие

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 4 и 5 (рис.5.16).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

наличии ограничения на текущее условие

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решениям этих задач соответствуют точки 6 и 7 (рис.5.16).

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, минимизирующие конечную продольную дальность при наличии ограничений на углы атаки и крена, ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки, а также ограничения на отклонение конечной боковой дальности от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} [\lambda(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

наличии ограничения на текущее условие

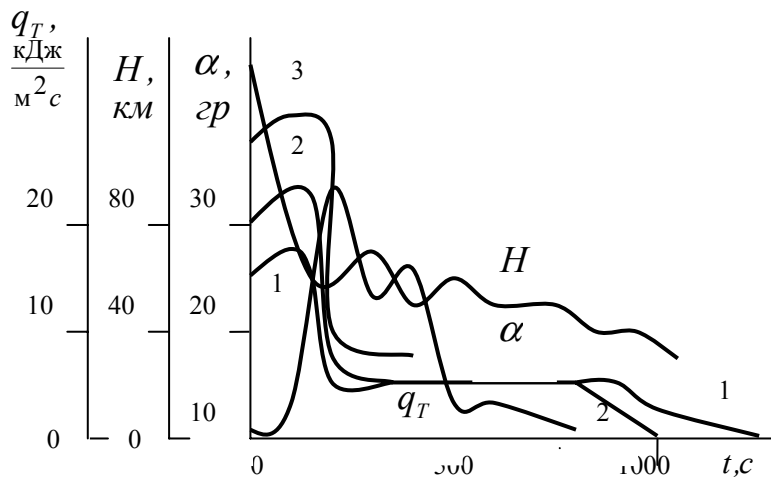


Рис.5.17. Программы управления углом атаки и зависимости высоты и удельного теплового потока от времени

$$q_{T \max} - q_{T \text{доп}} \leq 0$$

и при наличии ограничения на терминальное условие

$$\Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} \leq 0.$$

Решению этой задачи соответствует точка 8 (рис.5.16).

Рис. 5.17 и 5.18 иллюстрируют изменение номинальных программ углов атаки и крена, обеспечивающих достижение точек 1, 2, 3 на границе области достижимости.

Кроме этого на рис. 5.17 показаны зависимости высоты полёта и удельного теплового потока в критической точке от времени, соответствующие траектории с максимальной боковой дальностью, приводящей аппарат в точку 2 границы области достижимости.

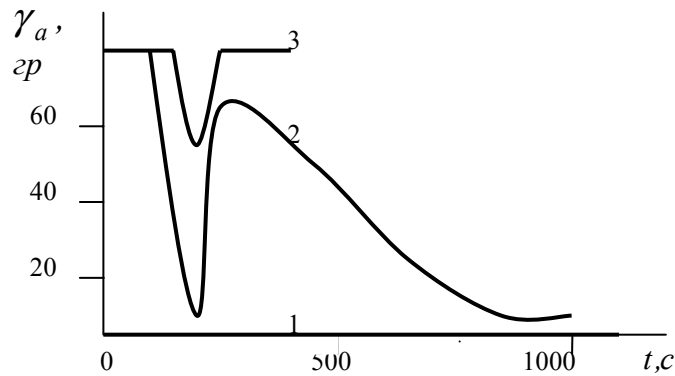


Рис.5.18. Программы управления углом крена

На рис. 5.19 показано, как изменяются программы управления углами атаки и крена при введении ограничения на максимальное значение удельного теплового потока для траекторий полёта на максимальную боковую дальность.

Максимальное значение удельного теплового потока достигается в нижней точке траектории при первом отражении аппарата от плотных слоёв атмосферы. Полученные программы двухканального управления отражает следующие общие закономерности.

В начале траектории углы атаки больше значений, обеспечивающих максимальное аэродинамическое качество, что увеличивает значения аэродинамической подъёмной силы и её вертикальной составляющей для достижения первого рикошета на больших высотах. После первого рикошета движение осуществляется на углах атаки, обеспечивающих максимальное аэродинамическое качество.

Углы крена в начале траектории уменьшаются, что также способствует увеличению вертикальной составляющей аэродинамической подъёмной силы и достижению первого рикошета на больших высотах и уменьшению в связи с этим максимального реализовавшегося значения теплового потока. После первого рикошета программы угла крена обеспечивают необходимое изменение направления путевой скорости аппарата при максимально возможной длине траектории.

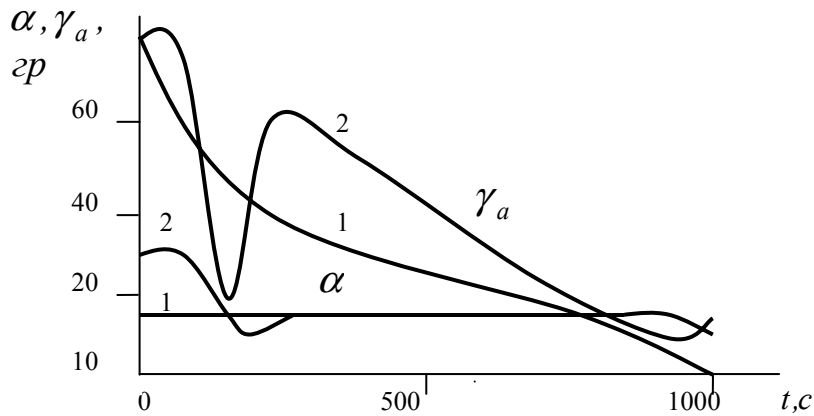


Рис.5.19. Программы управления углами атаки и крена (1 – без ограничений; 2 – $q_{\text{тдоп}} = 1000 \text{ кДж/м}^2\text{с}$)

5.1.9. Области достижимости со всеми ограничениями. Численный метод формирования управления, основанный на последовательной линеаризации задачи, позволяет выполнять построение границ областей достижимости с одновременным учётом различных ограничений как на текущие, так и конечные условия движения.

Оценки максимально возможных размеров этих областей могут быть получены после решения задач с одним ограничением на режимы движения. Если построены области достижимости аэрокосмического аппарата для одного варианта начальных условий движения по траектории возвращения с учётом отдельных ограничений, то общая минимальная площадь, полученная наложением областей достижимости друг на друга, будет соответствовать максимальному размеру области достижимости с учётом всех ограничений.

Например, если для рассмотренного варианта нештатной ситуации определяющими ограничениями являются ограничения на

скоростной напор ($q_{\text{доп}} = 20 \text{ кН/м}^2$) и нормальную перегрузку ($n_{y1\text{доп}} = 2,5$), то область достижимости будет иметь вид, приведенный на рис. 5.20. Оценка максимального размера области достижимости изображена сплошной линией, штриховые линии показывают продолжение частных областей достижимости, соответствующих учёту отдельным ограничениям, а также область достижимости, полученную без введения ограничений на режимы движения.

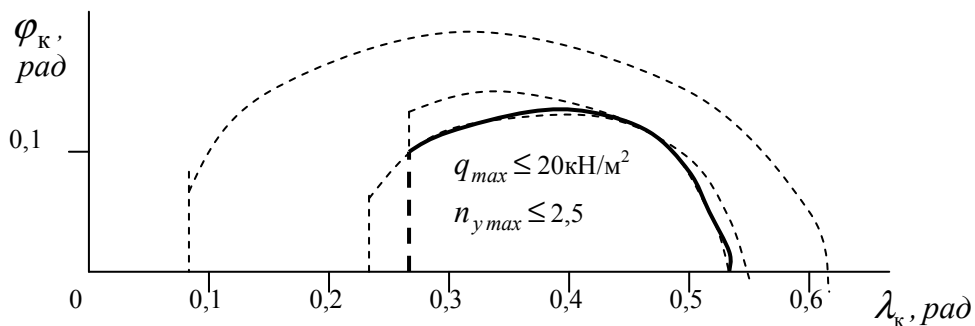


Рис. 5.20. Область достижимости с учётом ограничений на максимальные значения нормальной перегрузки и скоростного напора

Действительные размеры области достижимости могут быть меньше, если выполнение различных ограничений при движении на границу области связано с противоречивыми требованиями к номинальному управлению. Уточнение границ областей достижимости может быть выполнено после решения оптимизационных задач с одновременным учётом всех рассматриваемых ограничений.

5.1.10. Формирование номинального управления. Построение областей достижимости с учётом различных ограничений на текущие параметры движения свидетельствует о принципиальной возможности приведения аэрокосмического аппарата в любую точку поверхности внутри области достижимости. Для выполнения предпосадочного маневрирования с последующей посадкой на взлётно-посадочную полосу или для выполнения условий срабатывания специальных средств спасения экипажа необходимо удовлетворение заданным требованиям к конечным значениям фазовых координат.

С целью подтверждения возможности выполнения манёвра, обеспечивающего приведение аэрокосмического аппарата в заданную область конечных значений фазовых координат решена задача формирования номинального двухканального управления в рассматриваемой нештатной ситуации. В качестве терминальных значений скорости, угла наклона траектории и высоты приняты величины, близкие к тем, которые обеспечивают после выполнения предпосадочного маневрирования приземление аэрокосмического аппарата на взлётно-посадочную полосу. Терминальные значения угла пути, широты и долготы заданы произвольно из условия нахождения области приведения внутри области достижимости.

Ограничения на терминальные условия движения вида (1.6) использовались со знаком соотношения «меньше или равно» и определялись следующими значениями: $H_{\text{треб}}=20$ км, $\Delta H_{\text{треб}}=0,01$ км, $V_{\text{треб}}=500$ м/с, $\Delta V_{\text{доп}}=20$ м/с, $\theta_{\text{треб}}=-10^{\circ}$, $\Delta\theta_{\text{доп}}=1^{\circ}$, $\chi_{\text{треб}}=90^{\circ}$, $\Delta\chi_{\text{доп}}=15^{\circ}$, $\varphi_{\text{треб}}=0,1$ ($5,73^{\circ}$), $\Delta\varphi_{\text{доп}}=0,001$, $\lambda_{\text{треб}}=0,4$ ($22,92^{\circ}$), $\Delta\lambda_{\text{доп}}=0,001$. Ограничения на текущие параметры траектории не накладывались.

Задача формирования номинального управления формулировалась как основная задача управления – приведение объекта управления в заданную область фазовых координат.

Задача. Найти программы изменения угла атаки и угла крена удовлетворяющие заданным ограничениям на управление и обеспечивающие приведение аппарата в заданную область фазовых координат, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\}$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и ограничений на отклонения терминальных условий от требуемых значений

$$\begin{aligned} \Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta\theta(T) - \Delta\theta_{\text{доп}} &\leq 0, \\ \Delta\chi(T) - \Delta\chi_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} &\leq 0 \\ \Delta\varphi(T) - \Delta\varphi_{\text{доп}} &\leq 0, & \Delta\lambda(T) - \Delta\lambda_{\text{доп}} &\leq 0, \end{aligned}$$

где $\Delta V(T) = |V(T) - V_{\text{треб}}|$, $\Delta \theta(T) = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|$,

$\Delta \chi(T) = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|$, $\Delta H(T) = |H(T) - H_{\text{треб}}|$

$\Delta \varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|$, $\Delta(\lambda T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|$.

В математической формулировке данной задачи ограничения на отклонения терминальных условий от требуемых значений являются функционалами, дифференцируемыми по Фреше. При проведении расчётов условие достижения заданной высоты служило условием окончания интегрирования траектории, то есть для фиксирования конечных условий движения в момент времени $t_k = T$. Поэтому это условие всегда выполнялось с заданной точностью.

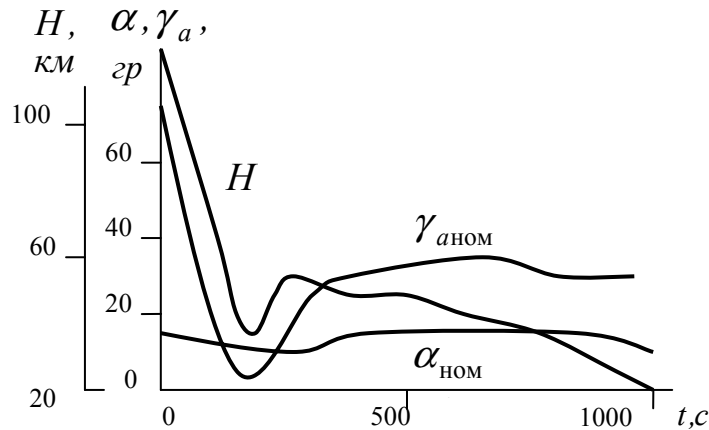


Рис.5.21. Номинальное управление и зависимость высоты от времени

На рис. 5.21 приведены основные результаты формирования номинального управления в рассматриваемой нештатной ситуации: полученные программы номинального управления $\{\alpha_{\text{ном}}, \gamma_{\text{ном}}\}$ и соответствующая им зависимость высоты H от времени t . Расчётные конечные значения фазовых координат в результате движения с полученными номинальными зависимостями углов атаки и крена находятся внутри заданной допустимой области конечных параметров движения: $V_k = 484$ м/с, $\theta_k = -10,7^\circ$, $\chi_k = 104^\circ$, $\varphi_k = 0,0997$ ($5,71^\circ$), $\lambda_k = 0,409$ ($23,48^\circ$).

5.1.11. Модельная задача с ограничением на время. В нештатной ситуации может возникнуть необходимость приведения аэрокосмического аппарата в заданную область пространства за оп-

ределённое время. Для подтверждения такой возможности решена модельная задача, отличающаяся от предыдущей снятием ограничений на конечные значения скорости, угла наклона траектории и угла пути при добавлении условия строгого выдерживания времени движения $T_{\text{треб}}=800$ с, $\Delta T_{\text{доп}}=0,001$ с (в предыдущей задаче время движения по траектории возвращения составляет 1002 с).

Задача. Найти программы изменения угла атаки и угла крена, удовлетворяющие заданным ограничениям на управление и обеспечивающие приведение аппарата в заданную область фазовых координат за фиксированное время, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\}$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a \max},$$

и ограничений на отклонения терминальных условий от требуемых значений

$$\Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta T - \Delta T_{\text{доп}} \leq 0$$

где $\Delta H(T) = |H(T) - H_{\text{треб}}|$, $\Delta \varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|$,

$$\Delta \lambda(T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|, \quad \Delta T = |T - T_{\text{треб}}|.$$

В математической формулировке данной задачи ограничения на отклонения терминальных условий от требуемых значений являются функционалами, дифференцируемыми по Фреше. При проведении расчётов выполнение условия прибытия в заданное время всегда достигалось с заданной точностью, так как служило условием окончания интегрирования траектории и фиксирования конечных условий движения в момент времени $t_k = T$.

На рис. 5.22 приведены основные результаты формирования номинального управления в рассматриваемой нештатной ситуации: полученные программы номинального управления $\{\alpha_{\text{ном}}, \gamma_{a\text{ном}}\}$ и соответствующая им зависимость высоты H от времени t .

Полученные результаты свидетельствуют о больших возможностях аэрокосмических аппаратов при маневрировании в нештатных ситуациях, связанных с необходимостью автономного полёта из нестандартных начальных условий движения в атмосфере. В качестве цели управления может ставиться не только приведение аэрокосмического аппарата в область конечных условий движения, где возможно срабатывание специальных средств спасения экипажа, но и посадка аппарата на взлётно-посадочную полосу.

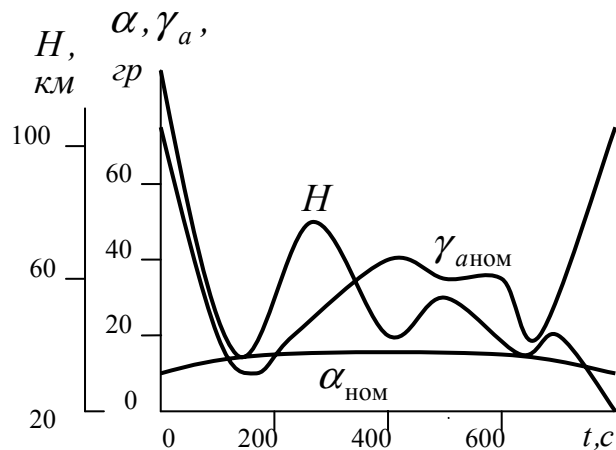


Рис.5.22. Номинальное управление и зависимость высоты от времени

Разработанный численный метод на основе последовательной линеаризации позволяет при формировании номинального управления учесть ограничения на управляющие зависимости, текущие параметры траектории и конечные значения фазовых координат, обеспечивающие выполнение целевой задачи манёвра. Вследствие сложности формирования двухканального номинального управления эта задача должна решаться до начала движения для достаточного числа характерных точек траектории выведения. Полученные программы управления должны храниться в запоминающем устройстве бортовой вычислительной системы аэрокосмического аппарата на случай использования в качестве начального приближения командного управления при возникновении нештатной ситуации.

5.1.12. Формулировка задачи командного управления. Движение аэрокосмического аппарата по траектории возвращения в рассматриваемой нештатной ситуации осуществляется в условиях действия возмущений. Атмосферные возмущения и априорная не-

определённость аэродинамических характеристик аэрокосмического аппарата приводят к отличию реальной траектории от расчётной. Поэтому заранее сформированное номинальное управление требует уточнения.

Начальные условия движения по траектории возвращения также могут быть известны с ошибками. Кроме того, если движение в рассматриваемой нештатной ситуации начинается на траектории выведения, то нерационально иметь на борту номинальные программы управления для большого числа вариантов начальных условий движения. Достаточно сформировать до полёта и хранить в запоминающем устройстве номинальные программы, которые соответствуют отдельным моментам времени с заданной дискретностью. В любом случае появляется несоответствие реализовавшихся начальных условий движения начальным условиям, для которых сформированы номинальные управляющие зависимости, используемые в качестве опорных зависимостей командного управления.

Парирование действия возмущений, неучтённых при формировании номинального управления, и указанного несоответствия начальных условий движения осуществляется в реальном времени в процессе командного управления. Для подтверждения работоспособности и эффективности алгоритма командного управления в рассматриваемой нештатной ситуации проведено математическое моделирование процесса управляемого движения в условиях действия возмущений. Командное управление формировалось с помощью многошагового алгоритма, разработанного на основе метода последовательной линеаризации и подробно рассмотренного в 3.3.

В качестве номинального двухканального управления приняты программы управления, полученные в 5.1.10 и приводящие аэрокосмический аппарат при отсутствии возмущений в заданную область конечных значений всех фазовых координат. Целью командного управления являлось приведение аэрокосмического аппарата в ту же область, но в условиях действия возмущений.

В дальнейшем приведены результаты формирования командного управления для одного варианта реализовавшихся возмущений: начальные условия реального движения отличались от номинальных меньшей на 20 м/с начальной скоростью, кроме того, считалось, что плотность реальной атмосферы на 5% больше номи-

нальной плотности, которая использовалась при формировании номинальных программ управления.

Реализация номинальных программ управления $\{\alpha_{\text{НОМ}}, \gamma_{a\text{НОМ}}\}$ в рассматриваемых условиях отличия начальных условий движения и плотности атмосферы от номинальных значений приводит к тому, что терминальные условия движения на высоте 20 км не удовлетворяют заданным ограничениям: $V_{\text{к}}=463$ м/с, $\theta_{\text{к}}=-11,1^{\circ}$, $\chi_{\text{к}}=120^{\circ}$, $\varphi_{\text{к}}=5,69^{\circ}$, $\lambda_{\text{к}}=23,30^{\circ}$.

Задача. Сформировать в реальном времени зависимости угла атаки и угла крена, обеспечивающие при движении аэрокосмического аппарата по траектории возвращения в условиях действия возмущений достижение на заданной конечной высоте допустимых отклонений по скорости, углу наклона траектории, углу пути, широте и долготе при выполнении заданных ограничений на управление, то есть сформировать в реальном времени зависимости

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\}$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad |\gamma_a| \leq \gamma_{a\max},$$

и ограничений на отклонения терминальных условий от требуемых значений

$$\Delta V(T) - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta \chi(T) - \Delta \chi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta H(T) - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0$$

$$\Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta V(T) = |V(T) - V_{\text{треб}}|$, $\Delta \theta(T) = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|$,

$$\Delta \chi(T) = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|, \quad \Delta H(T) = |H(T) - H_{\text{треб}}|$$

$$\Delta \varphi(T) = |\varphi(T) - \varphi_{\text{треб}}|, \quad \Delta(\lambda T) = |\lambda(T) - \lambda_{\text{треб}}|.$$

В математической формулировке задачи все ограничения являются функционалами, дифференцируемыми по Фреше.

При формировании командного управления расположение узлов аппроксимации задачи соответствовало их расположению, полученному в результате построения номинальных программ управ-

ления, и в процессе управления не изменялось. Размеры допустимых приращений за одну итерацию принимались равными $0,2^0$ по каналу угла атаки и $0,2^0$ по каналу угла крена. Шаг формирования командного управления принимался равным 100 секундам. При проведении коррекции проводилась одна итерация улучшения управления на основе метода последовательной линеаризации.

5.1.13. Результаты решения. На рис. 5.23 показаны изменения по шагам N коррекции программ управления бортового и реального прогнозируемых конечных значений скорости, обозначенных соответственно $V_{кб}$ и $V_{кр}$.

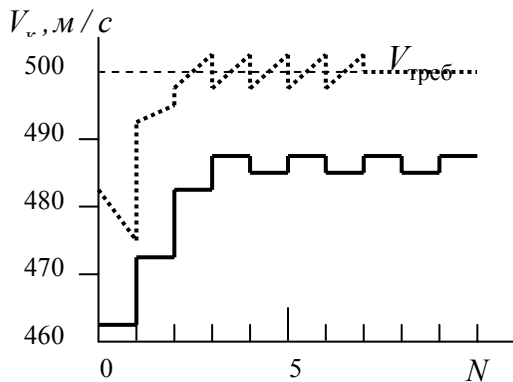


Рис. 5.23. Изменение прогнозируемых конечных значений скорости по шагам коррекции управления (сплошная линия — «реальное» движение, штриховая линия — расчётное движение)

Следует отметить, что в условиях реального спуска алгоритм командного управления производит коррекции управления на основании информации о бортовых прогнозируемых терминальных отклонениях. Реальные прогнозируемые конечные отклонения могут быть получены только при проведении математического моделирования процесса управляемого спуска, и в данном случае их изменение по шагам коррекций управления служит иллюстрацией воздействия проведения коррекций управления на основании бортовой информации на реальную ситуацию.

Приведённые иллюстрации демонстрируют работу алгоритма при проведении только одной итерации метода последовательной линеаризации на каждом шаге коррекции управления, поэтому бортовые отклонения в начале процесса управления ни по одному из функционалов задачи не приводят на первых итерациях к нулевому отклонению.

Алгоритм командного управления обладает высокой методической точностью, так как бортовые прогнозируемые значения всех контролируемых параметров в процессе управления стремятся к требуемым значениям. Благодаря этому реальные прогнозируемые

значения контролируемых параметров также стремятся к требуемым значениям и имеют следующие значения после окончания процесса управления на высоте 20 км: $V_k=482$ м/с, $\theta_k=-9,31^\circ$, $\chi_k=101^\circ$, $\varphi_k=5,74^\circ$, $\lambda_k=23,91^\circ$, то есть находятся внутри заданной области конечных значений фазовых координат.

На рис. 5.24 показаны программы управления – номинальные $\{\alpha_{ном}, \gamma_{аном}\}$, обеспечивающие попадание в заданную область конечных значений фазовых координат при отсутствии возмущений, и реализовавшиеся командные $\{\alpha_{ком}, \gamma_{аком}\}$, обеспечившие попадание в эту область в рассматриваемых условиях действия возмущений. Небольшие отличия в приведённых программах управления объясняются, с одной стороны, небольшим уровнем возмущений в рассматриваемой задаче, а с другой, большой протяжённостью траектории аэрокосмического аппарата, в связи с чем обеспечивается высокая чувствительность изменения конечных параметров движения к изменениям управляющих зависимостей в начале траектории возвращения.

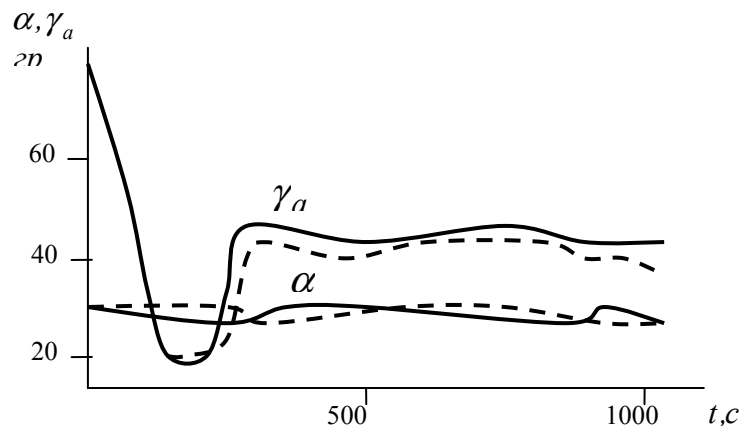


Рис. 5.24. Программы управления (сплошные линии – номинальное управление, штриховые линии – командное управление)

Полученные результаты свидетельствуют о возможности парирования возмущений при движении аэрокосмического аппарата по траектории возвращения. Расчёты показали, что качество командного управления зависит от качества используемого как начальное приближение номинального управления, которое должно в наибольшей степени быть адекватным сложившейся нештатной ситуации.

5.2. Суборбитальные траектории орбитального самолёта

5.2.1. Формулировка задачи. Рассматриваются суборбитальные траектории орбитального самолёта, которые реализуются после аварийного прекращения выведения орбитального самолёта на орбиту спутника Земли в экваториальной плоскости. После отделения от самолёта-носителя орбитальный самолёт вместе с внешним топливным баком движется по траектории выведения второй ступени. При возникновении нештатной ситуации орбитальный самолёт отделяется от внешнего топливного бака и движется по суборбитальной траектории. Целью управления является приведение орбитального самолёта к началу участка предпосадочного маневрирования и посадка или приведение в область параметров движения для срабатывания средств спасения экипажа [84].

В качестве модельной рассматривается схема полёта авиационно-космической системы МАКС [129, 135].

Траектория выведения второй ступени авиационно-космической системы является множеством точек, фазовые координаты каждой из которых могут являться начальными условиями движения орбитального самолёта по траектории возвращения при возникновении нештатной ситуации.

На рис. 5.25 показаны зависимости от времени параметров движения при выведении второй ступени авиационно-космической системы МАКС [129]: скорости V , высоты H , угла наклона траектории θ , продольной дальности спуска L . Параметры движения при выведении орбитального самолёта на орбиту спутника Земли меняются в широких пределах, поэтому задача управления, так же как и для орбитального корабля, решается по-разному для траекторий возвращения, начинающихся на различных участках траектории выведения.

По сравнению с орбитальным кораблём орбитальный самолёт имеет меньшую массу и размеры, но большую собственную тяговооружённость. Орбитальный самолёт авиационно-космической системы МАКС имеет два жидкостно-реактивных двигателя орбитального маневрирования с тягой по 3000 кг каждый, которые предназначены для выполнения манёвров довыведения на орбиту, перехода с одной орбиты на другую и торможения перед спуском в атмосфере. Его собственная тяговооружённость составляет около 20%.

Схемы возвращения, условия решения модельных задач и методика построения областей достижимости соответствует аналогичным задачам для орбитального корабля. Поэтому в настоящей главе не приводятся подробные условия и формальные постановки задач, в результате решения которых построены области достижимости и области возможного манёвра. Эти области рассчитаны как без учёта ограничений, так и с учётом ограничений на управление, режимы движения в атмосфере и конечные значения фазовых координат.

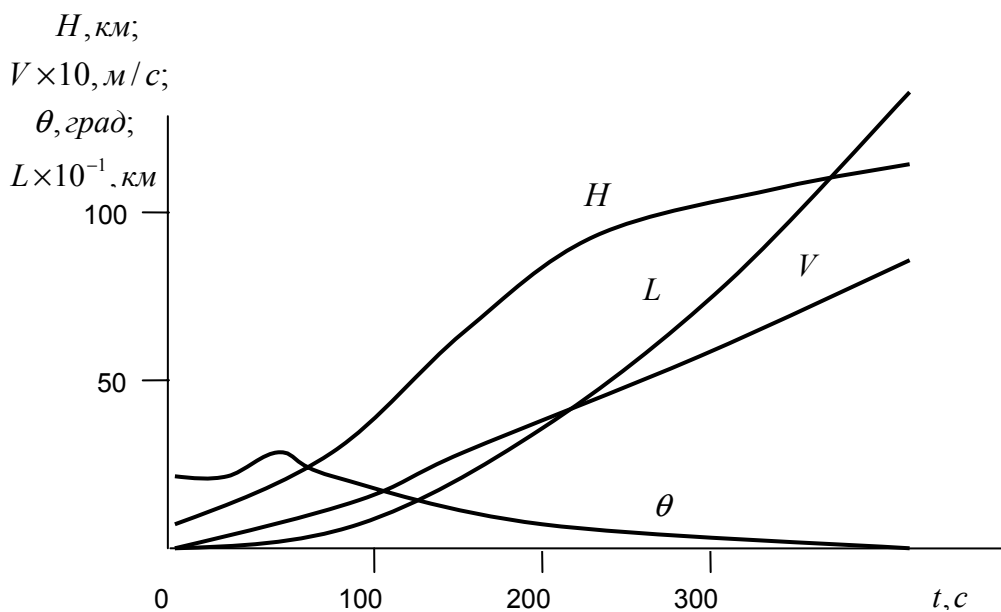


Рис. 5.25. Параметры траектории выведения орбитального самолёта

Считалось, что управление движением орбитального самолёта по траектории возвращения осуществляется изменением угла атаки и скоростного угла крена, а также, в случае недостатка механической энергии для достижения цели управления, дополнительно используется управление тягой двигателей орбитального маневрирования. Предполагались известными расчётные аэродинамические характеристики орбитального самолёта и заданными начальные условия движения по траектории возвращения, ограничения на управление, ограничения на текущие параметры траектории, а также ограничения на отклонения конечных значений фазовых координат от требуемых значений.

Максимальное значение аэродинамического качества орбитального самолёта на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере принималось равным 1,6. Аэродинамические характеристики аппарата задавались таблично, также таблично задавались параметры атмосферы. Удельный тепловой поток рассчитывался в условной критической точке аппарата, в качестве которой принималась точка поверхности аппарата с радиусом кривизны один метр. В модели движения учитывалась несферичность поля тяготения Земли и её вращение вокруг собственной оси. В качестве поверхности приведения принималась сфера с центром в центре Земли, проходящая на высоте 20 км над экватором.

Параметры движения по траектории выведения являлись начальными условиями движения по суборбитальной траектории возвращения. Значения скорости, угла наклона траектории и высоты (рис. 5.25) дополнялись нулевыми значениями угла пути, широты и долготы.

В модельных задачах на управляющие зависимости накладывались ограничения: угол атаки мог изменяться от $\alpha_{\min}=10^\circ$ до $\alpha_{\max}=45^\circ$, а угол крена по абсолютной величине не мог превышать $\gamma_{\max}=80^\circ$, максимальное значение массового секундного расхода топлива принималось равным 19,2 кг/с. Учитывались следующие ограничения на параметры движения: на конечную скорость ($V_k=500\text{ м/с} \pm 30\text{ м/с}$), на конечный угол наклона траектории ($\theta_k = -10^\circ \pm 1^\circ$), на максимальное значение нормальной перегрузки ($n_{y\max} \leq 3,5$) и на максимальное значение теплового потока в критической точке поверхности аппарата ($q_{\text{тmax}} = 630 \text{ кДж/м}^2\text{с}$).

Рассмотренные задачи отличались начальными условиями движения, соответствующими различным моментам начала движения орбитального самолёта по траектории возвращения (табл.). Время в таблице соответствует времени работы второй ступени, то есть началом отсчёта времени является момент отделения орбитального самолёта с внешним топливным баком от самолёта-носителя.

Из множества точек, фазовые координаты каждой из которых могут являться начальными условиями движения по траектории возвращения (рис.5.25), для более подробного исследования выбрана точка, соответствующая 300-ой секунде полёта с момента старта второй ступени. К этой секунде полёта орбитальный самолёт обла-

дает механической энергией примерно вдвое меньшей, чем в конце участка выведения.

Таблица. Начальные условия движения орбитального самолёта по траектории возвращения

| <i>Время, с</i> | <i>Высота, км</i> | <i>Скорость, км/с</i> | <i>Угол наклона траектории, град</i> |
|-----------------|-------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| 100 | 31,43 | 1,34 | 14,79 |
| 150 | 54,57 | 2,57 | 11,80 |
| 200 | 80,00 | 3,26 | 8,27 |
| 250 | 95,14 | 4,03 | 4,07 |
| 300 | 105,14 | 5,09 | 1,67 |
| 350 | 111,43 | 6,63 | 0,99 |

Управление рассчитывалось с помощью численных методов и алгоритмов на основе последовательной линеаризации при следующих условиях. Узлы аппроксимации задачи располагались равномерно по характеристической скорости с шагом 150 м/с при числе узлов около 50. Использовалась кусочно-линейная аппроксимация программ изменения углов атаки и крена, зависимостей фазовых координат и функциональных производных от времени. Размеры области допустимых значений приращений управления уменьшались по мере приближения к оптимальной программе управления. Набор узлов обновлялся на каждой итерации улучшения управления, среднее число выполненных итераций улучшения управления при решении каждой задачи равнялось 1000. Прекращение процесса поиска оптимального управления осуществлялось с помощью вычислительной процедуры, описанной в 3.2.3..

5.2.2. Двухканальное управление. Область достижимости без ограничений. При построении областей достижимости первой рассчитывалась точка с максимальной продольной дальностью. Для этой задачи в качестве начального приближения программы управления принимались постоянные значения угла атаки, равное 15^0 , и угла крена, равное нулю. В других задачах начальные приближения программ управления соответствовали программам управления, обеспечивающим достижение соседних точек границы области достижимости.

На рисунках с изображением областей достижимости началу координат соответствует проекция точки начала траектории выведения второй ступени авиационно-космической системы на поверхность приведения. Вследствие симметричности областей достижимости относительно экватора требуется сформировать программы управления, обеспечивающие достижение крайних точек лишь в северном полушарии. Для достижения симметричных относительно экватора точек в программах управления углом крена необходимо изменить знаки на противоположные.

На рис. 5.26 приведена область достижимости на поверхности приведения при отсутствии ограничений на режимы движения для начальных условий, соответствующих 300-ой секунде (табл.), а также показаны проекции на поверхность приведения оптимальных траекторий, приводящих аэрокосмический аппарат на границу области достижимости.

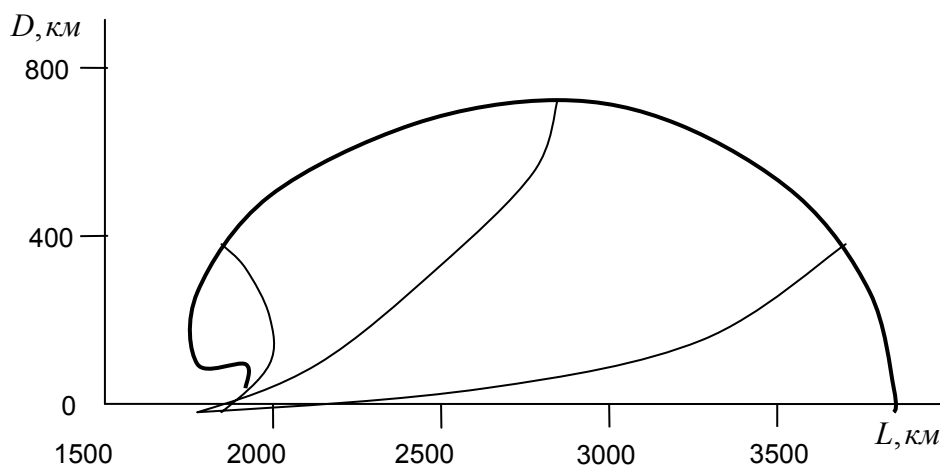


Рис. 5.26. Область достижимости без ограничений

Максимальные размеры области достижимости на рис. 5.26 составляют примерно 2000 км в продольном направлении (максимальная продольная дальность равна 3800 км, а минимальная – 1830 км) и 1400 км в поперечном. При построении области достижимости решены оптимизационные задачи, формулировки которых аналогичны формулировкам задач, решённых при построении областей достижимости орбитального корабля.

Следует отметить, что на всех траекториях движения орбитального самолёта, приводящих на границу полученной области

достижимости, существенно нарушаются ограничения на удельный тепловой поток и нормальную перегрузку. Самой неблагоприятной с точки зрения выполнения ограничений на удельный тепловой поток является траектория движения аэрокосмического аппарата на максимальную боковую дальность, а на перегрузку – траектория с минимальной продольной дальностью.

Программы управления углом атаки на большей части траекторий соответствуют движению орбитального самолёта в атмосфере с максимальным значением аэродинамического качества и только в конце траекторий уменьшаются до предельного значения 10^0 .

Программы управления скоростным углом крена обеспечивают необходимый разворот траектории на максимально возможной высоте, приводя орбитальный самолёт на поверхность приведения с углом пути, обеспечивающим в конце траектории направление движения, перпендикулярное границе области достижимости.

На рис. 5.27 приведены области достижимости, построенные для шести вариантов начальных условий (табл.) без учёта ограничений на режимы движения и терминальные условия. Примерно до сотой секунды движения второй ступени при отделении орбитального самолёта от внешнего топливного бака область достижимости практически не существует. Затем появляется возможность маневрирования, и вместе с этим образуется область достижимости.

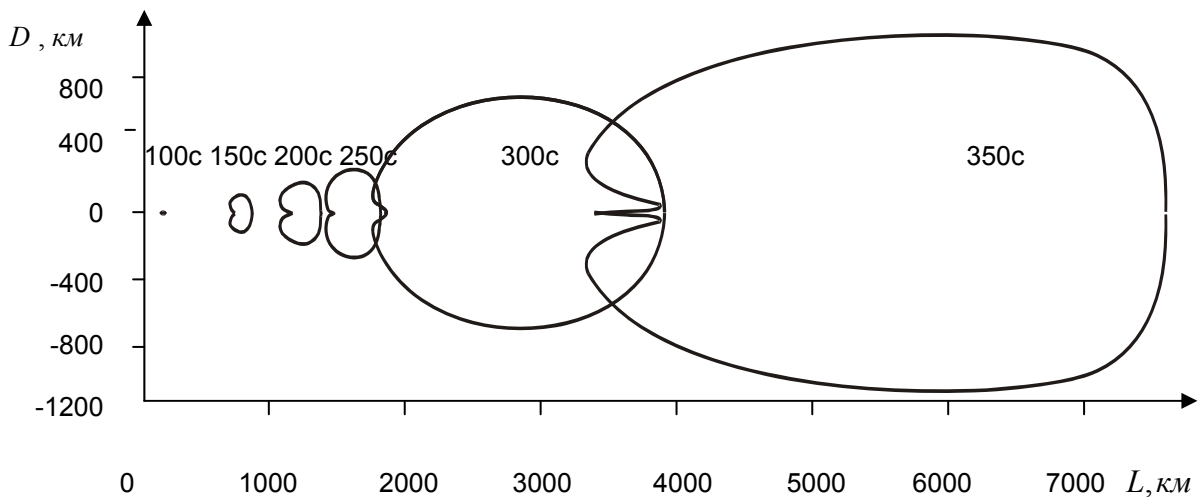


Рис. 5.27. Области достижимости для различных моментов разделения орбитального самолёта и внешнего топливного бака

5.2.3. Двухканальное управление. Области достижимости с ограничениями. На рис. 5.28 приведены области достижимости без ограничений и с модельными ограничениями на режимы движения в атмосфере и терминальные условия для суборбитальных траекторий с начальными условиями, соответствующими 300-ой секунде прерывания процесса выведения второй ступени авиационно-космической системы. На рисунке изображены области достижимости без ограничений, с ограничением на конечную скорость ($V_k = 500 \pm 30 \text{ м/с}$), с ограничением на конечный угол наклона траектории ($\theta_k = -10 \pm 1^\circ$), с ограничением на максимальное значение нормальной перегрузки ($n_{y\text{max}} \leq 3,5$), с ограничением на максимальное значение удельного теплового потока в критической точке поверхности аппарата ($q_{\text{тmax}} \leq 630 \text{ кДж/м}^2\text{с}$).

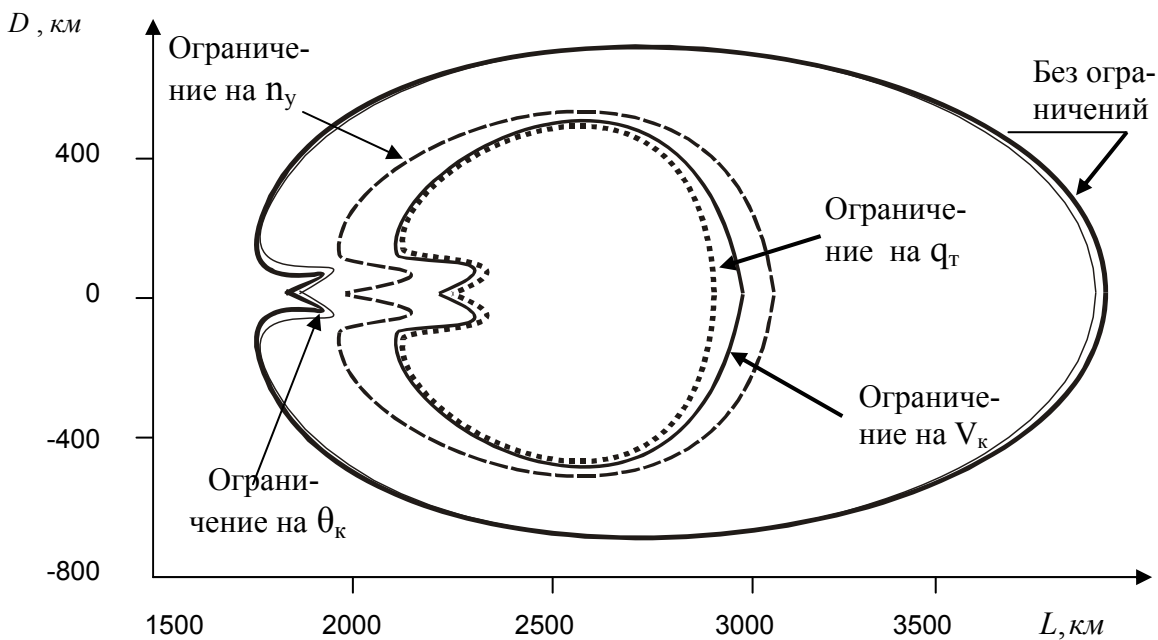


Рис. 5.28. Области достижимости с учётом ограничений

Программы двухканального управления, обеспечивающие достижение точек на границе областей достижимости отражают следующие общие закономерности, связанные, в первую очередь, с необходимостью выполнения ограничений на режимы движения, а именно, ограничения на максимальное значение удельного теплового потока в критической точке поверхности аппарата и ограничения на максимальное значение нормальной перегрузки.

В начале траекторий углы атаки больше значений, обеспечивающих максимальное аэродинамическое качество, что увеличивает значения аэродинамической подъёмной силы и её вертикальной составляющей для достижения первого рикошета на больших высотах, что, в свою очередь, снижает уровень тепловых и аэродинамических нагрузок в нижней точке рикошета. После первого рикошета движение осуществляется на углах атаки, обеспечивающих максимальное аэродинамическое качество.

Углы крена в начале траектории уменьшаются, что также способствует увеличению вертикальной составляющей аэродинамической подъёмной силы и достижению первого рикошета на больших высотах и уменьшению в связи с этим максимальных реализовавшихся значений теплового потока и перегрузки. После первого рикошета программы угла крена обеспечивают необходимый разворот траектории орбитального самолёта при максимально возможной длине траектории.

5.2.4. Двухканальное управление. Области возможного попадания. Области возможного попадания характеризуют манёвренные возможности орбитального самолёта при возникновении рассматриваемых нештатных ситуаций для всего участка траектории выведения второй ступени.

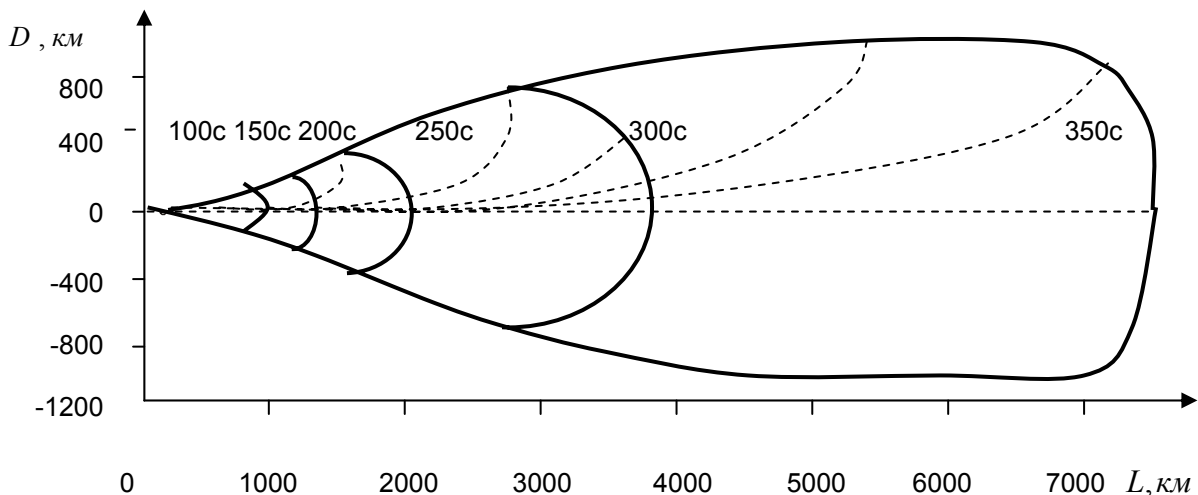


Рис. 5.29. Области возможного попадания для различных моментов разделения орбитального самолёта и внешнего топливного бака

Каждая область строилась как огибающая областей достижимости, полученных для различных моментов начала движения по траектории возвращения без учёта ограничений. На рис. 5.29 показаны области возможного попадания орбитального самолёта на поверхность приведения. На рисунке штриховыми линиями показаны траектории спуска для точек, соответствующих максимальной продольной дальности спуска, максимальной боковой дальности спуска и максимальной боковой при фиксированной продольной дальности спуска.

На рис. 5.30 приведены области возможного попадания орбитального самолёта на поверхность приведения для начальных условий движения по суборбитальным траекториям возвращения, соответствующих прерыванию процесса выведения второй ступени авиационно-космической системы с 100-й до 350-ой секунды. Области построены с учётом ограничений на режимы движения в атмосфере и терминальные условия.

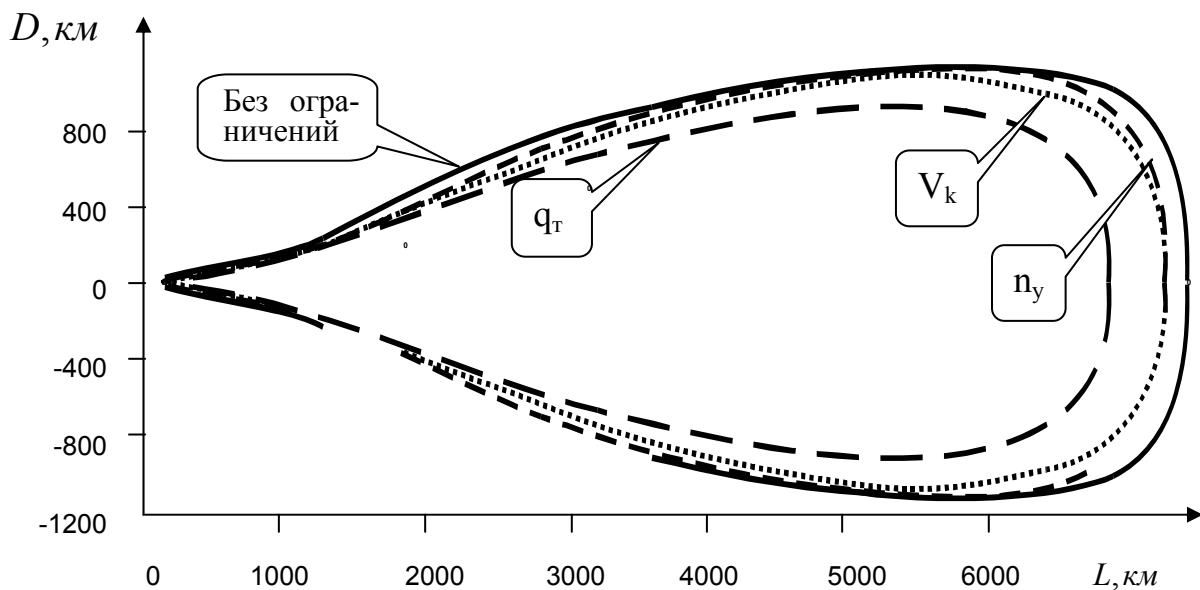


Рис. 5.30. Области возможного попадания с учётом ограничений

Таким образом, существование на высоте начала участка предпосадочного маневрирования областей достижимости и построенных на их основе областей возможного попадания с учётом ограничений на режимы движения в атмосфере и терминальные условия свидетельствует о принципиальной возможности приведения

орбитального самолёта в любую точку поверхности внутри областей для выполнения в дальнейшем предпосадочных манёвров.

На рис. 5.31 показана траектория выведения второй ступени, а также профили траекторий возвращения – зависимости высоты от времени для суборбитальных траекторий возвращения орбитального самолёта, соответствующих разным моментам времени прекращения процесса выведения. На рисунке приведены оптимальные траектории приведения орбитального самолёта на границу области достижимости в точку с максимальной продольной дальностью без учёта ограничений.

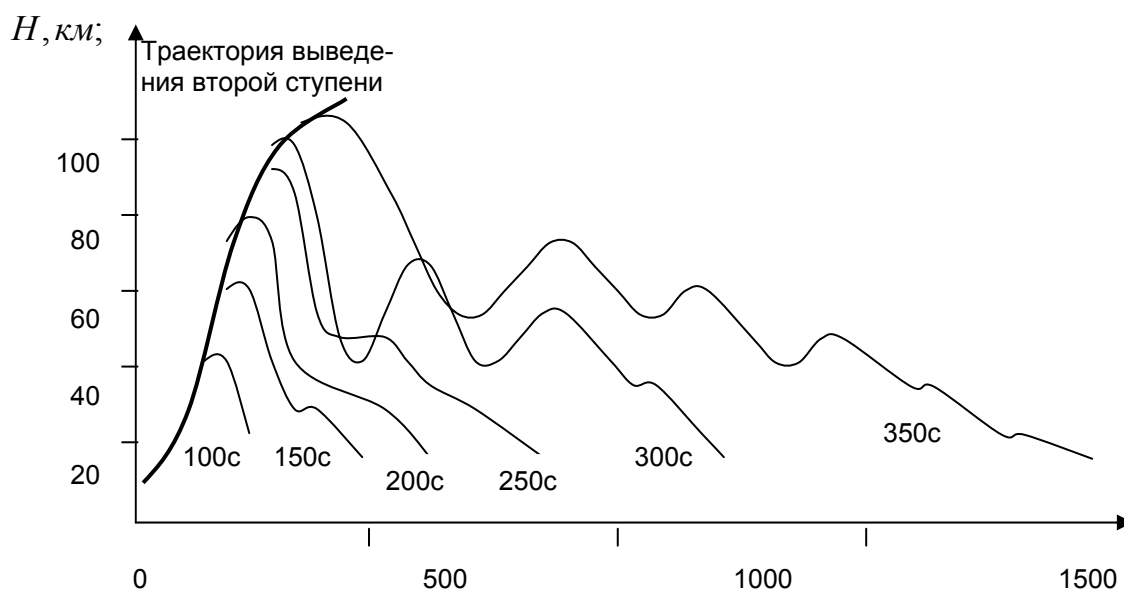


Рис. 5.31. Профили траекторий возвращения

Начиная с 100-ой секунды движения по траектории выведения второй ступени авиационно-космической системы в любой момент времени, соответствующий принятию решения об экстренном отделении внешнего топливного бака от орбитального самолёта, возможно его возвращение в некоторую область на сфере приведения. В дальнейшем возможно совершение манёвров, целью которых может быть приведение орбитального самолёта к началу участка предпосадочного маневрирования или в область параметров движения для срабатывания средств спасения экипажа.

На рис. 5.32 показано влияние учёта ограничений на характер изменения высоты от времени для оптимальных траекторий приве-

дения орбитального самолёта в точку с максимальной продольной дальностью для 350-й секунды прерывания процесса выведения второй ступени. Рассматривались ограничения на величину конечной скорости V_k , на максимальные значения нормальной составляющей перегрузки n_y и удельного теплового потока q_T . Траектория без учёта ограничений имеет рикошетирующий характер, а траектория с учётом ограничений на удельный тепловой поток является наиболее гладкой.

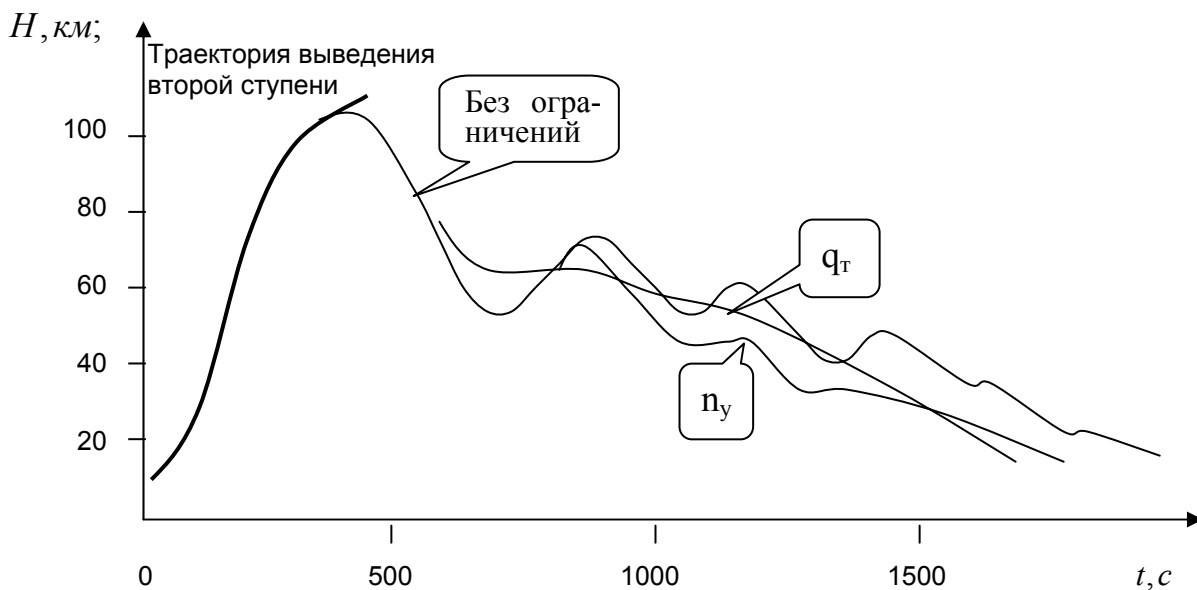


Рис. 5.32. Профили траекторий возвращения

5.2.5. Трёхканальное управление. Области достижимости и возможного попадания. Канал управления тягой может быть использован для расширения зоны возможного манёвра при спуске в атмосфере, повышения точности приведения аппарата к началу участка предпосадочного маневрирования, снижения нагрузки на конструкцию аппарата и создания для экипажа более комфортабельных условий спуска.

Сформируем управляющие зависимости по каналам угла атаки, угла крена и тяги двигателя, обеспечивающие приведение орбитального самолёта на поверхность с высотой 20 км от поверхности Земли с учётом ограничений на управляющие зависимости. Допустимое значение массы топлива, расходуемой на выполнение манёвра, примем равным 1500 кг.

На рис. 5.33 изображены области достижимости, построенные на поверхности приведения при двухканальном (штриховая линия) и трёхканальном управлении (сплошная линия) для 300-й секунды прерывания выведения второй ступени. Максимальные размеры области достижимости в продольном направлении составляют: 1950 км при двухканальном управлении и 2200 км – при трёхканальном управлении. В поперечном направлении область при трёхканальном управлении на 170 км больше, чем при двухканальном.

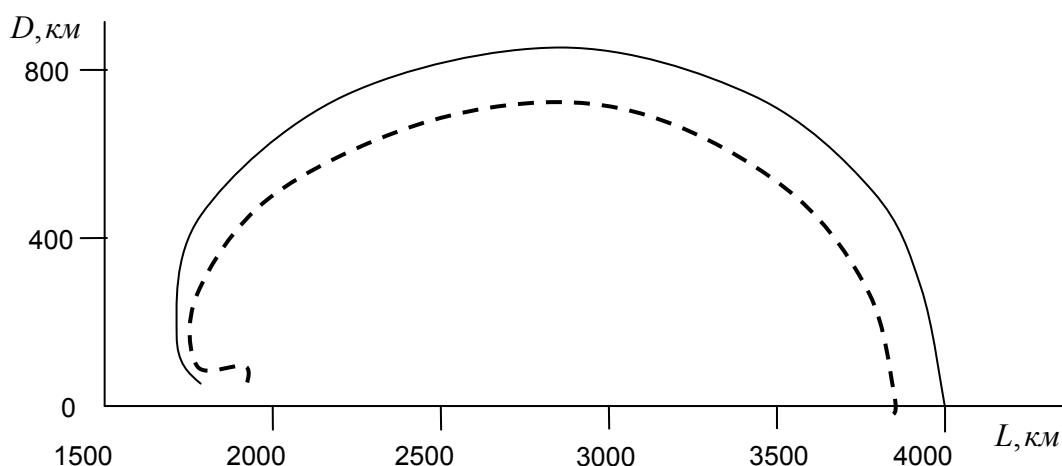


Рис. 5.33. Области достижимости без ограничений

Использование в качестве дополнительного канала управления тяги двигательной установки не приводит к существенному изменению структуры программ управления углами атаки и крена по сравнению с двухканальным управлением.

Для траектории, приводящей на границу области достижимости с максимальной боковой дальностью, программа управления расходом топлива формируется таким образом, что наибольший расход топлива происходит на участке траектории с первым погружением аппарата в атмосферу и резким снижением скорости движения. Программа управления углом атаки формируется таким образом, что на большей части траектории реализуется максимальное значение аэродинамического качества. Программа управления скоростным углом крена обеспечивает разворот аппарата на максимально возможной высоте, а также направление движения в конце траектории, перпендикулярное границе области достижимости.

На рис. 5.34 приведены области возможного попадания орбитального самолёта на поверхность приведения, построенные как огибающие областей достижимости для различных моментов времени прерывания процесса выведения второй ступени (100с, 150с, 200с, 250с, 300с, 350с). Сплошной линией показаны границы областей возможного попадания при двухканальном управлении, а штриховой – при трёхканальном управлении.

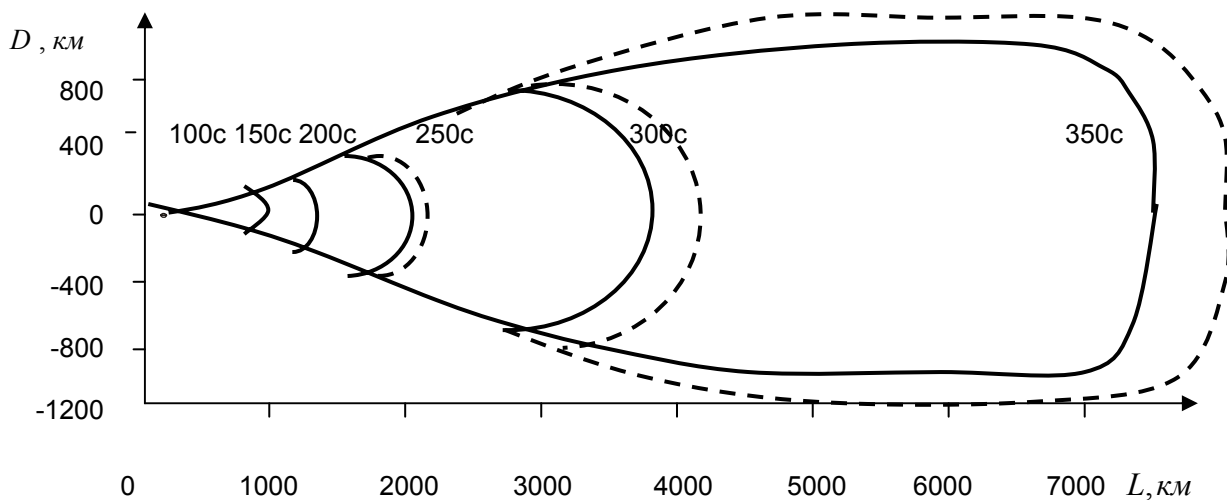


Рис. 5.34. Области возможного попадания для различных моментов разделения орбитального самолёта и внешнего топливного бака

Приведённые результаты показывают, что использование канала управления реактивной тягой двигателя совместно с управлением аэродинамическими силами (каналы угла атаки и скоростного угла крена) значительно расширяет манёвренные возможности орбитального самолёта.

5.3. Траектории суборбитального самолёта

5.3.1. Каналы управления и ограничения. Суборбитальный самолёт предназначен для движения по суборбитальной траектории и посадки на взлетно-посадочную полосу. Суборбитальный самолёт в будущем станет самым быстрым средством доставки полезной нагрузки и экипажа на большие расстояния (при максимальной дальности полёта около 20 тысяч километров – на любой оборудованный аэродром Земли). В настоящее время создание многообразных космических транспортных систем связано с опережающей разработкой экспериментального летательного аппарата, предназначенного для проведения лётных экспериментов по отработке наиболее сложных аэрокосмических технологий. С этой целью обоснованы проекты разработки демонстраторов, способных совершать суборбитальные полёты для проведения лётных исследований. В качестве объекта управления рассмотрим [85] суборбитальный самолёт по аэродинамическим характеристикам близкий к экспериментальному суборбитальному самолёту МАКС-Д – демонстратору технологий перспективных авиационно-космических систем [130].

Самостоятельное движение суборбитального самолёта начинается с момента окончания его выведения на суборбитальную траекторию на высоте около 70 км при положительном угле наклона траектории и скорости аппарата значительно меньше круговой. После достижения высоты 85...90 км суборбитальный самолёт совершает управляемый спуск в атмосфере до начала участка предпосадочного маневрирования на высоте около 20 км.

Двухканальное управление движением суборбитального самолёта при спуске в атмосфере осуществляется по каналам угла атаки α и скоростного угла крена γ_a . На управляющие зависимости накладываются ограничения: минимальные и максимальные значения угла атаки задаются в зависимости от числа Маха M : при $1 \leq M \leq 10$ $\alpha_{min} = 1^\circ \times M$, $\alpha_{max} = 3,8^\circ \times M$; при $M > 10$ $\alpha_{min} = 20^\circ$, $\alpha_{max} = 45^\circ$; максимальный угол крена на участках снижения $\gamma_{a\ max} = 60^\circ$, на участках, прилегающих к точкам рикошета $\gamma_{a\ max} = 90^\circ$.

Расширение манёвренных возможностей суборбитального самолёта возможно при использовании тяги двигателя, в этом случае к двум рассмотренным добавляется третий канал – канал управления секундным массовым расходом топлива β . Необходимым условием реализации трёхканального управления является наличие на борту самолёта запаса топлива, предназначенного для использования на участке спуска в атмосфере.

Траектории спуска с рикошетами неустойчивы в том смысле, что могут значительно изменять свой профиль при небольшом изменении управляющих зависимостей в процессе управления спуском [153]. В качестве номинальных (расчётных) траекторий обычно принимаются траектории без отражений от плотных слоёв атмосферы или с небольшим числом отражений и ограничениями на величину отражений. В рассматриваемой задаче на зависимость изменения высоты полёта от времени наложено следующее ограничение: траектория спуска может иметь только одно отражение от плотных слоёв атмосферы (рикошет), величина которого не должна превышать допустимого значения. Поскольку в процессе формирования номинальной траектории количество рикошетов может меняться, а убирать в процессе поиска следует все рикошеты, начиная со второго, то это условие сформулировано следующим образом: разность максимальной высоты после отражения и минимальной высоты до отражения не должна превышать трёх километров для первого рикошета и не должна быть больше нуля при отражениях на последующих участках траектории, то есть

$$H_j^{max} - H_j^{min} \leq \Delta H_{j \text{ доп}},$$

где $\Delta H_{1 \text{ доп}} = 3 \text{ км}$, $\Delta H_{j \text{ доп}} = 0$ ($j=2, \dots, J$), J – общее число рикошетов на траектории.

Кроме этого условия при спуске суборбитального самолёта в атмосфере нормальная перегрузка n_y на всей траектории не должна превышать заданного допустимого значения: $n_y \leq 3,5$.

В начале участка предпосадочного маневрирования отклонения значений скорости и угла наклона траектории от требуемых должны находиться внутри области допустимых значений: их требуемые значения и допустимые отклонения от них равны для скорости

$V_{\text{треб}} = 500 \text{ м/с}$ при $\Delta V(T) = \pm 30 \text{ м/с}$, для угла наклона траектории $\theta_{\text{треб}} = -10^\circ$ при $\Delta \theta(T) = \pm 1^\circ$.

5.3.2. Формулировка задачи. Задача построения областей достижимости сводится к формированию оптимального многоканального управления, обеспечивающего приведение суборбитального самолёта на их границы. Таким образом, требуется сформировать оптимальные управляющие зависимости по каналам углов атаки и крена, а также по каналам углов атаки, крена и тяги двигателя, обеспечивающие достижение суборбитальным самолётом границ областей достижимости при спуске в атмосфере с учетом ограничений на управление, режимы движения в атмосфере и терминальные условия. Границы областей состоят из крайних точек, в которые возможно попадание самолёта при спуске, поэтому задачи формирования соответствующих программ управления формулируются как оптимизационные: максимизировать и минимизировать продольную дальность без ограничений и при заданных ограничениях на боковую дальность; максимизировать боковую дальность без ограничений и при заданных ограничениях на продольную дальность. Все оптимизационные задачи включают условия выполнения ограничений на режимы движения в атмосфере, управляющие зависимости и терминальные условия.

В качестве поверхности приведения принималась сфера с центром в центре Земли, проходящая на высоте 20 км над экватором. В модели движения суборбитального самолёта учитывалась несферичность поля тяготения Земли и ее вращение вокруг собственной оси. Считалось, что опорная траектория суборбитального движения совпадает с плоскостью экватора.

Параметры атмосферы и аэродинамические характеристики самолёта задавались таблично, максимальное значение аэродинамического качества на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере равнялось 1,8. Масса самолёта без топлива принималась равной 15000 кг, а масса топлива на управление при спуске в атмосфере – 3000 кг.

Построение областей достижимости проводилось при следующих начальных условиях суборбитального движения: высота 70 км; скорость 4456 м/с (соответствует числу Маха, равному 15); угол наклона траектории $5,5^\circ$; значения широты, долготы и угла пути принимались равными нулю.

5.3.3. Области достижимости. Области достижимости суборбитального самолёта на поверхности приведения при ограничениях на управление и режимы движения для двухканального (тонкая линия) и трёхканального (жирная линия) управления изображены на рис. 5.35. Точки, находящиеся на границе областей достижимости получены в результате решения серии оптимизационных задач. На рис. 5.35 отмечены характерные точки с верхним индексом ⁽²⁾ для двухканального управления, а верхним индексом ⁽³⁾ – для трёхканального: $1^{(2)}$ и $1^{(3)}$ обозначены точки, соответствующие максимальной продольной дальности; точки с максимальной боковой дальностью обозначены $2^{(2)}$ и $2^{(3)}$; точки с минимальной продольной дальностью при нулевой боковой дальности обозначены $3^{(2)}$ и $3^{(3)}$.

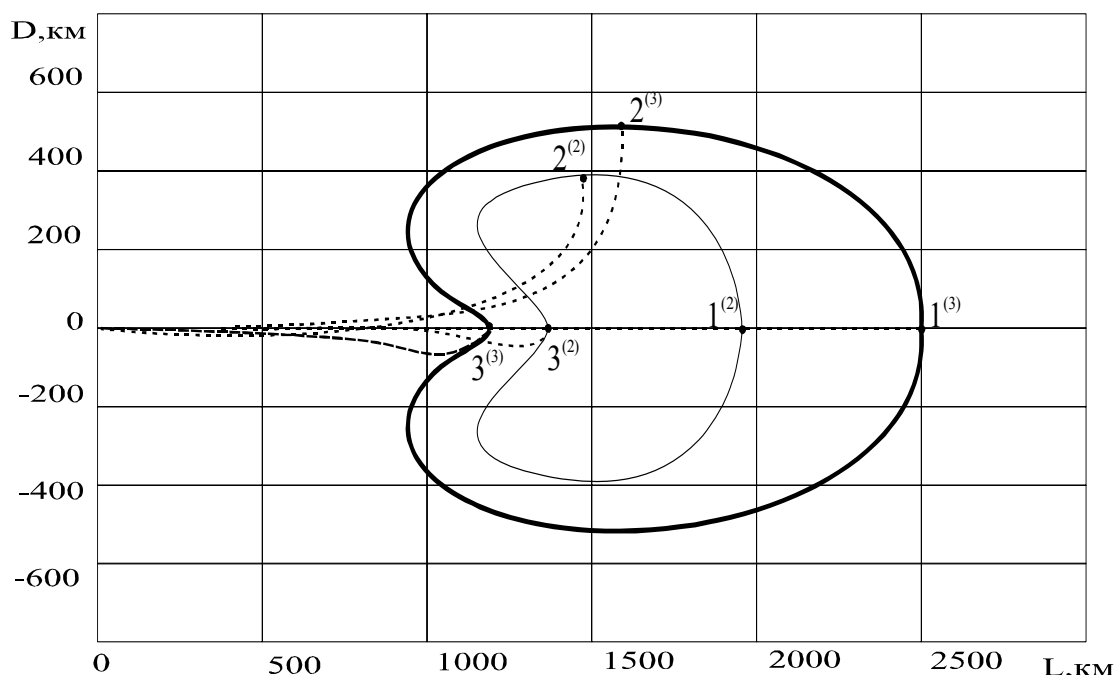


Рис. 5.35. Области достижимости

Использование в качестве третьего канала управления тяги двигателя позволяет значительно расширить область достижимости. В абсолютном измерении область достижимости увеличивается в продольном направлении на 596 км: на 565 км возрастает максимальная продольная дальность и на 30 км уменьшается минимальная продольная дальность. Максимальная боковая дальность

возрастает с 390 км до 510 км. В относительном измерении область достижимости в продольном направлении увеличивается в два раза, а в поперечном направлении расширяется приблизительно на 30%.

5.3.4. Траектории. На рис. 5.35 штриховыми линиями показаны трассы полёта – проекции на поверхность приведения траекторий, приводящих суборбитальный самолёт на границу областей достижимости в характерные точки с максимальной боковой дальностью, а также с минимальной продольной дальностью при нулевой боковой дальности. Трассы полёта на максимальную продольную дальность на большей части траектории практически совпадают с осью симметрии областей достижимости. Несовпадение вызвано отличием угла крена от нуля на участках траектории, на которых управление формируется их условия выполнения ограничений на режимы движения в атмосфере и терминальные условия.

На рис. 5.36 показаны профили этих траекторий – зависимости высоты полёта суборбитального самолёта от времени. Из рис. 5.36 видно, что полученные траектории обеспечивают спуск самолёта с одним отражением от плотных слоёв атмосферы, ограниченным по высоте.

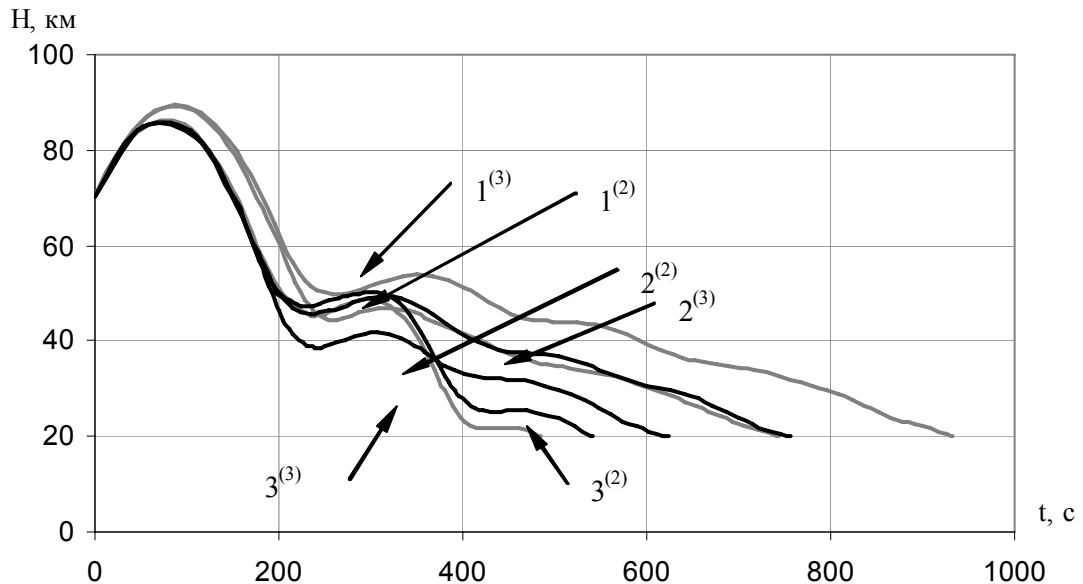


Рис. 5.36. Зависимости высоты полёта от времени

Рис. 5.37 и 5.38 иллюстрируют выполнение в процессе спуска ограничений на удельный тепловой поток в критической точке аппарата с условным радиусом кривизны один метр и на нормальную

перегрузку для траекторий полёта на максимальную продольную и максимальную боковую дальность.

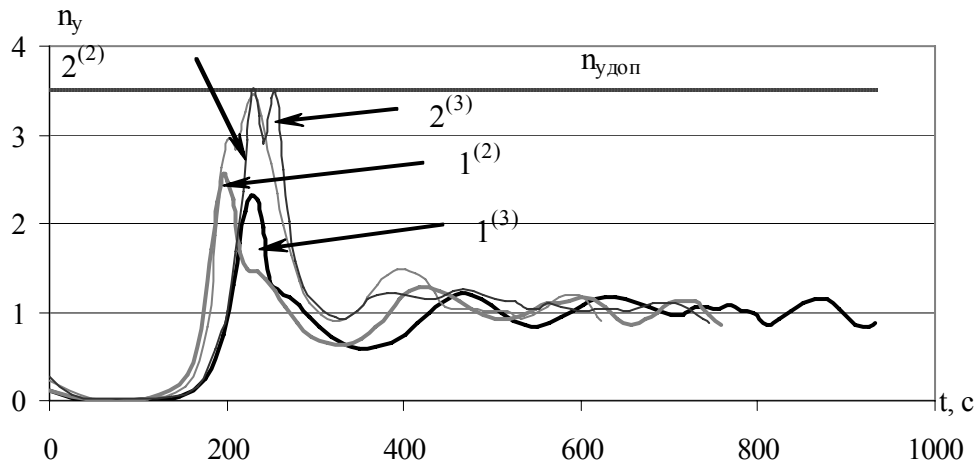


Рис. 5.37. Изменение удельного теплового потока по времени

Из рисунка следует, что использование канала управления тягой двигателя позволяет не только расширить область достижимости аппарата при движении по суборбитальной траектории спуска, но и уменьшить тепловые и инерционные нагрузки на аппарат за счёт изменения профиля траектории.

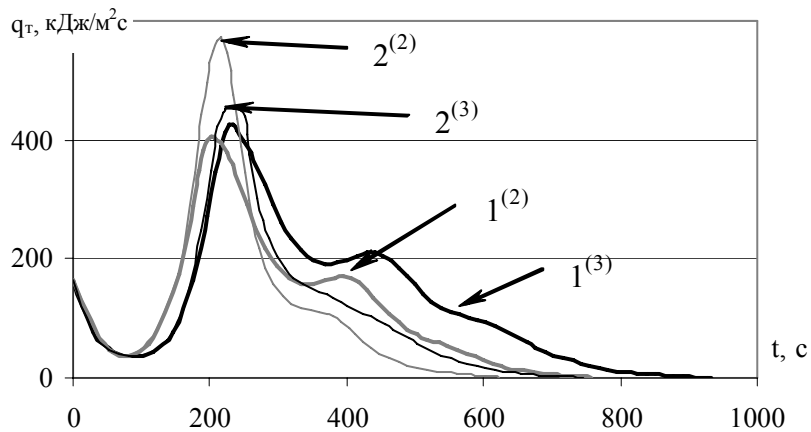


Рис. 5.38. Изменение нормальной перегрузки по времени

5.3.4. Программы управления. На рис. 5.39 – 5.41 показаны программы управления по каждому из каналов, приводящие суборбитальный самолёт в характерные точки областей достижимости.

При полете на минимальную продольную дальность программы управления углом атаки (рис. 5.39, кривые $3^{(2)}$ и $3^{(3)}$) обеспечивают минимальное возможное значение аэродинамического качества при максимально допустимом лобовом сопротивлении, для этого управляющие зависимости приближены к предельно допустимым значениям за исключением тех участков траектории, где управление сформировано из условия выполнения ограничения на нормальную перегрузку.

Использование тяги двигателя в качестве дополнительного канала управления приводит к более плавному изменению скоростного угла крена по сравнению с двухканальным управлением (рис. 5.40, кривые $3^{(2)}$ и $3^{(3)}$). При этом структура программы угла атаки изменяется незначительно за исключением участка, где существенно меняется угол пути (от 300-й до 400-й секунды), на этом участке угол атаки становится меньше максимально допустимого значения, что позволяет двигаться с большим аэродинамическим качеством.

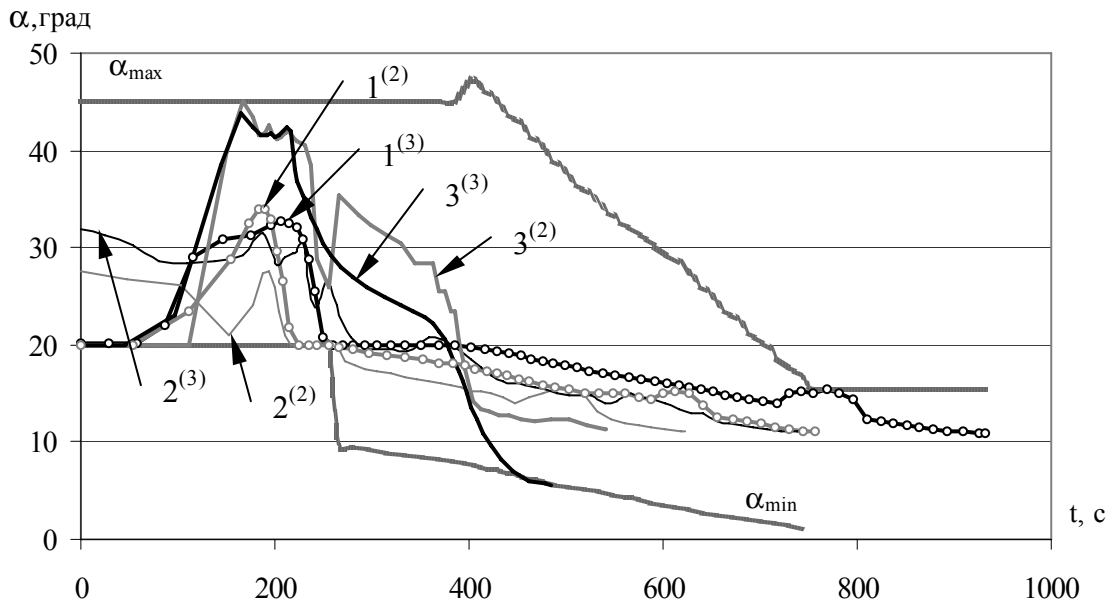


Рис. 5.39. Программы угла атаки

При полёте на максимальную продольную дальность программы управления углом атаки (рис. 5.39, кривые $1^{(2)}$ и $1^{(3)}$) обес-

печивают максимальное значение аэродинамического качества, кроме участков траектории, на которых управление формируется из условий выполнения ограничений на режимы движения в атмосфере, а также участка, на котором угол крена отличен от нуля в связи с необходимостью уменьшить величину первого отражения аппарата после погружения в плотные слои атмосферы. При трёхканальном управлении увеличивается продолжительность участка спуска с углами атаки, близкими к наивыгоднейшему значению.

При полёте на максимальную боковую дальность программы управления углом атаки (рис. 5.39, кривые $2^{(2)}$ и $2^{(3)}$) на большей части траектории обеспечивают наибольшее значение аэродинамического качества, а программы управления углом крена (рис. 5.40, кривые $2^{(2)}$ и $2^{(3)}$) обеспечивают плавное изменение угла пути. Регулярность изменения управляющих зависимостей нарушается на тех участках траектории, где управление формируется из условия выполнения ограничений на режимы движения.

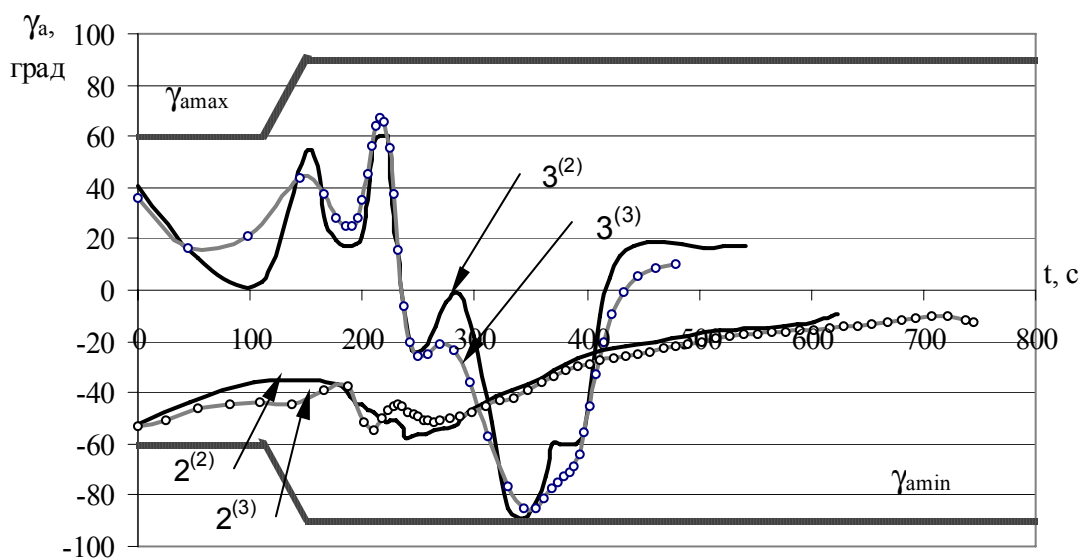


Рис. 5.40. Программы скоростного угла крена

На рис. 5.41 показаны программы управления массовым секундным расходом топлива для траекторий, приводящих в характерные точки границы области достижимости. Для всех рассмотренных траекторий суборбитального движения тяга двигателя имеет наибольшее значение в начале траектории. При полёте на макси-

мальные дальности запас топлива расходуется полностью, при полёте на минимальную продольную дальность расходуется небольшая часть топлива.

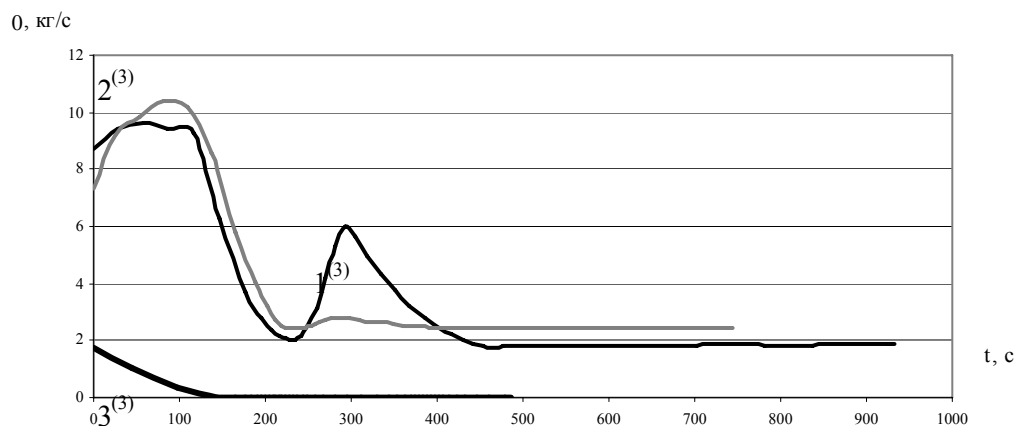


Рис. 5.41. Программы секундного расхода топлива

Области достижимости характеризуют предельные манёвренные возможности суборбитального самолёта при двухканальном и трёхканальном управлении и заданных ограничениях. С помощью используемых при построении областей достижимости численных методов на основе последовательной линеаризации можно сформировать многоканальное управление движением, приводящее суборбитальный самолёт во внутренние точки областей достижимости к началу участка предпосадочного маневрирования. Использование совместно с каналами управления углами атаки и крена канала управления тягой двигателя расширяет манёвренные возможности суборбитального самолёта, обеспечивая возможность приведения в гораздо более обширную область конечных условий движения.

ГЛАВА 6

ТРАЕКТОРИИ ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ В АТМОСФЕРЕ

6.1. Траектории манёвра

Возможность поворота плоскости орбиты в атмосфере является отличительной особенностью аэрокосмических аппаратов, характеризующей их способность совершать сложные манёвры в атмосфере и околоземном космическом пространстве.

Рассматривается решение задач оптимального трёхканального управления траекториями воздушно-космического самолета, находящегося на низкой околоземной орбите и совершающего манёвр поворота плоскости орбиты с использованием аэродинамических сил и силы тяги двигательной установки. Траектория манёвра включает в себя атмосферный участок, на котором под действием аэродинамических сил происходит поворот плоскости орбиты. Управление осуществляется изменением углов атаки, крена и секундного расхода топлива, от которого зависит тяга двигателя.

В [5, 6, 53, 151] рассмотрены трёхимпульсные манёвры поворота плоскости орбиты с атмосферным участком. Допущение об импульсной структуре манёвра позволила применить принцип максимума [118] в качестве теоретической основы формирования двухканального (по углам атаки и крена) оптимального управления. Получены оптимальные траектории, состоящие из участков движения по границам и внутри области ограничений в соответствии с принципом максимума. В данной главе при оптимизации трёхканального управления используются численные методы и алгоритмы на основе последовательной линеаризации, позволяющие формировать оптимальные траектории с протяжёнными активными участками.

Как известно, среди возможных видов орбитальных манёвров космических аппаратов наиболее энергоёмким является манёвр поворота плоскости орбиты, требующий даже при небольших значениях угла поворота весьма значительных затрат характеристиче-

ской скорости [151]. Манёвр поворота плоскости орбиты может быть реализован или только с помощью силы тяги двигателей (ракетодинамический манёвр), или с использованием как тяги двигателей, так и аэродинамических сил при погружении в плотные слои атмосферы (аэродинамический манёвр).

Ракетодинамический маневр при большой тяговооружённости может быть одноимпульсным (с поворотом плоскости в одной точке исходной орбиты без изменения ее формы) и трёхимпульсным (с поворотом плоскости в апогее промежуточной орбиты). Трёхимпульсная схема при достаточно больших углах поворота плоскости орбиты уменьшает суммарные затраты характеристической скорости, однако, значительно увеличивает время манёвра по сравнению с одноимпульсной [127].

Применение при повороте плоскости орбиты двигателей малой тяги уменьшает относительные затраты топлива на совершение манёвра, однако, в этом случае время манёвра возрастает до очень больших величин, неприемлемых для пилотируемых полётов и манёвров с ограничением на время их осуществления.

Для аэрокосмических аппаратов с маршевой двигательной установкой большой тяги, достаточными запасами топлива и максимальным располагаемым аэродинамическим качеством на гиперзвуковых скоростях полёта в атмосфере более 2...3, находящихся на низких околоземных орбитах, при углах поворота плоскости орбиты больше $5^0 \dots 10^0$, более выгодным с точки зрения суммарных затрат характеристической скорости является аэродинамический манёвр поворота плоскости орбиты. [151]. К достоинствам этого манёвра, кроме экономии топлива, относятся его небольшая продолжительность, широкий диапазон изменения углов поворота плоскости орбиты и её формы, возможность изучения с борта аппарата атмосферных явлений на труднодоступных для других средств высотах, а также возможность оперативного обзора земной поверхности с относительно небольших высот и быстрой доставки информации как на борту аэрокосмического аппарата, так и путём передачи.

Траектория движения аэрокосмического аппарата при изменении плоскости орбиты в атмосфере условно разделяется на три участка (рис.6.1): участок движения в плотных слоях атмосферы (в дальнейшем называемый атмосферным, обозначен цифрой 2), где происходит собственно изменение плоскости орбиты, и два участка

движения в разрежённых слоях (называемые в дальнейшем внеатмосферными, обозначены цифрами 1 и 3). Границей участков траектории может служить условная граница атмосферы, принимаемая в рассматриваемых задачах на высоте 100 км.

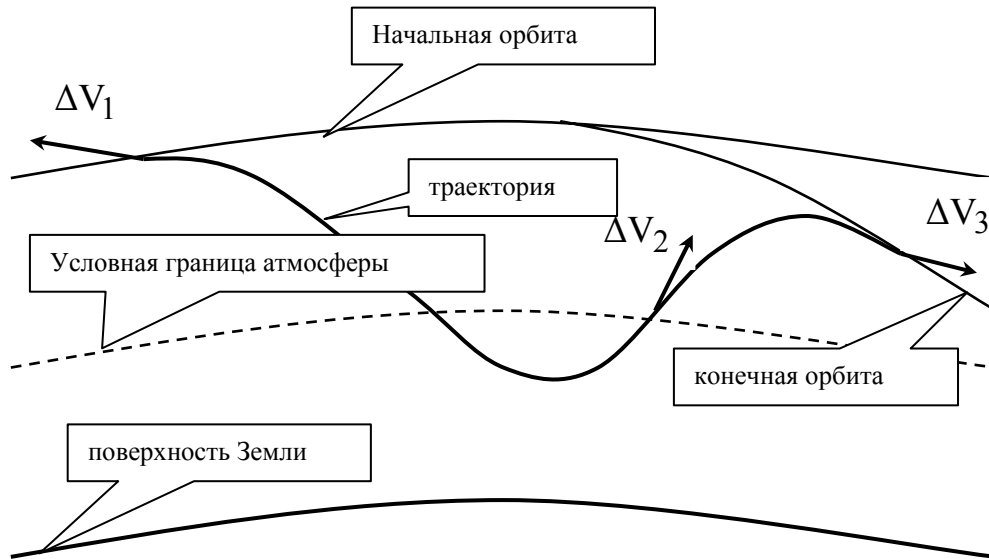


Рис. 6.1. Траектория движения аэрокосмического аппарата при изменении плоскости орбиты в атмосфере

Схема манёвра предусматривает как минимум трёхкратное включение двигателей. После первого импульса скорости ΔV_1 , сообщаемого аэрокосмическому аппарату на начальной орбите, аппарат переводится на траекторию снижения и входит в атмосферу с заданным углом наклона траектории. Второй импульс скорости ΔV_2 дается на атмосферном участке движения и переводит аппарат на переходную эллиптическую орбиту, апогей которой обычно совпадает с высотой конечной круговой орбиты. Третий импульс ΔV_3 дается в апогее переходной эллиптической орбиты и увеличивает скорость аэрокосмического аппарата до требуемой орбитальной скорости.

В соответствии с рассмотренной схемой управление движением аэрокосмического аппарата при реализации аэродинамического манёвра поворота плоскости орбиты может эффективно осуществляться по трём каналам: по каналу угла атаки α и по каналу скоростного угла крена γ_a (на атмосферном участке траектории), а также по каналу секундного расхода топлива двигателей β , определяю-

щему величину тяги и максимальную возможную продолжительность работы двигательной установки (на всех участках траектории).

При построении номинального управления движением аэрокосмического аппарата в соответствии с приведённой схемой манёвра необходимо учитывать ограничения на управляющие зависимости, терминальные условия и режимы движения. Ограничения на управление связаны с технической возможностью обеспечения требуемых значений углов атаки и крена, а также с характеристиками конкретной двигательной установки аэрокосмического аппарата, имеющей ограничение на величину тяги, которая может быть как регулируемой, так и нерегулируемой. Ограничения на режимы движения связаны с конструкцией аэрокосмического аппарата, рассчитанной на определённые значения перегрузки, скоростного напора и температуры поверхности. Ограничения на терминальные условия обеспечивают достижение основной цели выполнения манёвра: выведение аэрокосмического аппарата на конечную орбиту с требуемыми значениями её параметров.

Для задач, результаты решения которых приведены в этой главе [14, 15], общими являлись следующие условия. Считалось, что исходной орбитой является экваториальная, с наклоном $i_0 = 0$. Внеатмосферный участок траектории 1 (рис.6.1) не рассматривался. В начальный момент времени $t = 0$ задавались значения фазовых координат аппарата, соответствующие моменту входа в атмосферу: начальная высота над поверхностью Земли $H_0 = 100$ км, начальная скорость относительно Земли $V_0 = 7730$ м/с, начальный угол наклона траектории $\theta_0 = -2^\circ$ и начальный угол пути $\chi_0 = 0$. Начальное значение геоцентрической широты, в соответствии с формулировкой модельной задачи принималось равным $\varphi_0 = 0$, а начальное значение географической долготы λ_0 не фиксировалось.

В рассмотренных задачах требовалось найти программы изменения угла атаки $\alpha(t)$, скоростного угла крена $\gamma_a(t)$ и секундного расхода топлива $\beta(t)$, обеспечивающие в конечный нефиксированный момент времени $t_k = T$ выполнение заданных конечных условий движения без ограничений и при наличии ограничений на управление и режимы движения и оптимизирующие выбранный показатель качества управления.

Оптимальное номинальное управление рассчитывалось при следующих условиях. Узловые точки аппроксимации, в которых определялись значения управляющих зависимостей, функционалы задачи, их производные по управлению и вычислялись малые приращения управляющих зависимостей, располагались при оптимизации двухканального управления равномерно по характеристической скорости (2.16) с шагом 30 м/с, а при оптимизации трёхканального управления – с помощью метода плавающих узлов. Во всех задачах число узлов аппроксимации не превышало 100.

Решение задач завершалось при уменьшении приращений оптимизируемого функционала до некоторого малого значения, при этом использовалась вычислительная процедура, описанная в 3.2. С целью подтверждения неуллучшаемости полученного оптимального управления решение задачи в некоторых случаях повторялось с другим начальным приближением опорного управления.

Конечная орбита отличалась от исходной только величиной наклона. Вместо изменения наклона орбиты рассматривалось изменение угла пути. Возможность такой замены связана с тем, что наклонение i мгновенной плоскости движения к экватору связано с текущим значением широты φ и угла пути χ соотношением

$$\cos i = \cos \varphi \cos \chi,$$

из которого следует, что, если $\varphi \ll 1$, то $i \approx \chi$ [151].

Во всех задачах требуемое конечное значение угла пути $\chi_{\text{треб}}$ равнялось 5° . Допустимое отклонение конечного значения угла пути $\Delta\chi_{\text{доп}}$ от требуемого значения принималось равным $0,1^\circ$. Расчёт отклонений параметров в момент времени T проводился по формуле

$$\Delta y_k = |y(T) - y_{\text{треб}}|,$$

где $y_{\text{треб}}$ - требуемое значение параметра.

Параметры атмосферы соответствовали стандартным значениям. Аэродинамические характеристики аппарата (коэффициенты аэродинамической подъёмной силы и силы лобового сопротивления) задавались таблично. Максимальное значение аэродинамического качества аэрокосмического аппарата на гиперзвуковых ско-

ростях полёта в атмосфере равнялось 2. Радиус кривизны поверхности аппарата в критической точке принимался равным 1 м, а допустимое значение удельного теплового потока $q_{T\text{доп}}$ равнялось $1700 \text{ кДж}/(\text{м}^2\text{с})$.

Угол атаки мог принимать значения от $\alpha_{\min}=10^0$ до $\alpha_{\max}=50^0$, максимальная тяговооружённость составляла 0,3 при максимальном значении относительного секундного расхода топлива $\bar{\beta}_{\max}=0,001 \text{ 1/с}$, где $\bar{\beta} = \beta / m_0$, m_0 – начальная масса аппарата. В качестве начального приближения опорных программ управления во всех задачах принимались следующие постоянные величины: $\alpha_0=30^0$, $\gamma_{a0}=45^0$, $\beta_0=0$, то есть в качестве опорного движения рассматривалось пассивное.

Размеры допустимых окрестностей управляющих зависимостей δU уменьшались по мере приближения к оптимальным программам и составляли по углу атаки от $0,5^0$ на первых итерациях до $0,01^0$ на последних, по углу крена от 1^0 до $0,1^0$, а по относительному секундному расходу топлива от $2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/с}$ до 10^{-6} 1/с . Количество выполненных итераций в зависимости от сложности задачи составляло от 100 до 200.

При решении задач использовались методы конечномерной аппроксимации, способы учёта ограничений на управление, максимальные значения контролируемых параметров, а также приёмы повышения эффективности процесса поиска и процедура его окончания, приведённые в главах 2 и 3.

6.2. Номинальное двухканальное управление

Оптимизация двухканального (по углам атаки и крена) управления проводилась только для атмосферного участка поворота плоскости орбиты (участок 2, рис. 6.1). Это связано с несколькими причинами. Во-первых, эффективное управление по каналам угла атаки и крена может быть осуществлено при наличии достаточного скоростного напора, то есть для рассматриваемой схемы манёвра только на атмосферном участке траектории. Во-вторых, данный участок является основным в данной схеме манёвра, обеспечивающим собственно поворот плоскости орбиты при изменении угла пути, на котором должны быть выполнены все основные ограничения

на режимы движения. В-третьих, подобная постановка задачи при других параметрах аппарата и условиях входа в атмосферу позволила получить решения [5, 6, 53, 151] с помощью принципа максимума при допущении об импульсном характере приложения тяги.

В качестве критерия оптимальности в задачах формирования двухканального управления принималось конечное значение скорости $V(T)$. Максимизация этого показателя качества управления соответствует минимизации потерь на сопротивление движению со стороны атмосферы при условии выполнения требуемых конечных значений угла поворота плоскости орбиты и ограничений на управляющие зависимости и режимы движения.

Момент времени T фиксировался после отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы при выполнении условия достижения условной границы атмосферы: $H_k = H_{\text{треб}} = 100$ км. Допустимое отклонение конечной высоты от требуемого значения равнялось $\Delta H_{\text{доп}} = 0,1$ км. Если это условие оказывалось невыполнимым из-за больших потерь механической энергии аэрокосмического аппарата при движении в относительно плотных слоях атмосферы, то момент времени T фиксировался при равенстве нулю угла наклона траектории: $\theta_k = \theta_{\text{треб}} = 0$. Допустимое отклонение принималось равным $\Delta \theta_{\text{доп}} = 0,01^\circ$. Таким образом, выполнение одного из двух этих условий использовалось для окончания интегрирования траектории, причём выполнение другого условия при этом не контролировалось и оно не участвовало как функционал в решении задачи на текущей итерации улучшения управления методом последовательной линеаризации.

Расчёт затрат топлива, необходимых для перевода аэрокосмического аппарата на требуемую конечную орбиту, производился по аналитическим соотношениям в предположении импульсного характера приложения тяги. Эти данные были необходимы для сравнения затрат топлива на совершение манёвра при допущении об импульсном характере приложения тяги с затратами топлива при решении задач формирования трёхканального управления без упрощающих допущений, с протяжёнными активными участками.

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную скорость

при наличии ограничений на угол атаки и на отклонение конечного значения угла пути от требуемого значения, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [V(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max},$$

и ограничений на терминальные условия

$$\Delta\chi_k - \Delta\chi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta H_k - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta\theta_k - \Delta\theta_{\text{доп}} \leq 0$$

где $\Delta\chi_k = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|$, $\Delta H_k = |H(T) - H_{\text{треб}}|$,

$$\Delta\theta_k = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|.$$

На рис. 6.2 показаны полученное оптимальное управление $\{\alpha_{\text{opt}}, \gamma_{a\text{opt}}\}$, удовлетворяющее условиям задачи, а также соответствующая ему зависимость высоты H от времени.

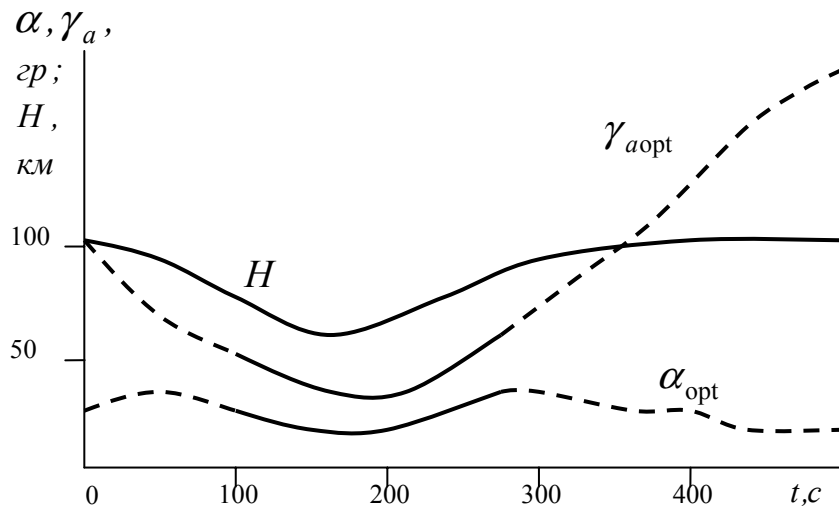


Рис. 6.2. Программы управления и зависимость высоты от времени

На рис. 6.3 приведены зависимости высоты H , скорости V , угла пути χ и удельного теплового потока q_T в критической точке аппарата от времени.

При выполнении манёвра аэрокосмический аппарат потерял около 10% начальной скорости: конечное значение скорости на высоте 100 км составило 7,08 км/с. Затраты топлива, необходимые для

завершения манёвра и выведения аэрокосмического аппарата на конечную орбиту спутника Земли с требуемыми значениями параметров, составили 26% от начальной массы аппарата.

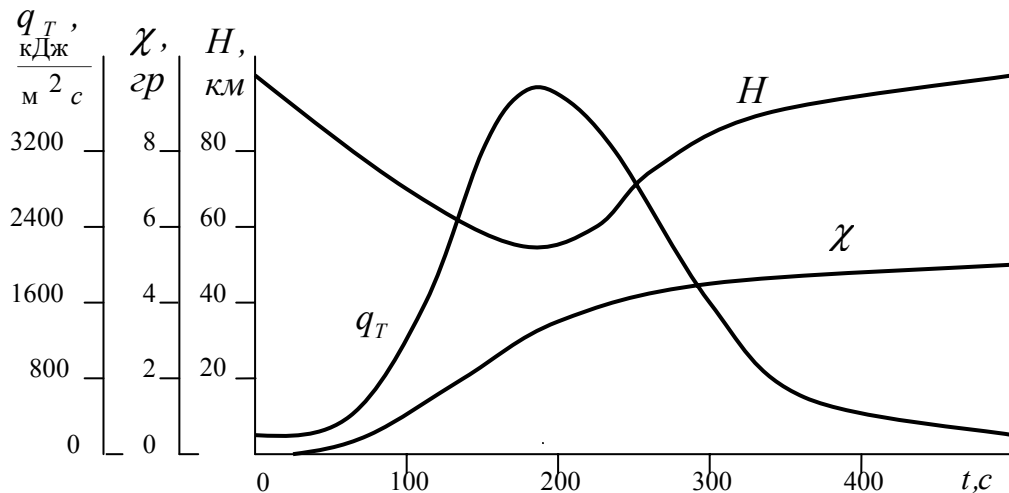


Рис. 6.3. Зависимости высоты, угла пути и удельного теплового потока от времени

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную скорость при наличии ограничений на угол атаки, на отклонение конечного значения угла пути от требуемого значения и максимальный удельный тепловой поток в критической точке аппарата, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a} [V(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{min} \leq \alpha \leq \alpha_{max},$$

ограничений на удельный тепловой поток

$$q_{Tmax} - q_{Tдоп} \leq 0,$$

и терминальные условия

$$\Delta\chi_k - \Delta\chi_{доп} \leq 0, \quad \Delta H_k - \Delta H_{доп} \leq 0, \quad \Delta\theta_k - \Delta\theta_{доп} \leq 0.$$

Основные результаты решения приведены на рис. 6.4 и 6.5, описание которых соответствует описанию рис. 6.2 и 6.3.

Скорость аппарата уменьшилась примерно на 12% и составила на высоте 100 км 6,92 км/с. Уменьшение максимального значения

конечной скорости в этой задаче по сравнению с предыдущей задачей связано с выполнением ограничения на максимальное значение удельного теплового потока.

Затраты топлива, необходимые для завершения манёвра, составили 30% от начальной массы аппарата.

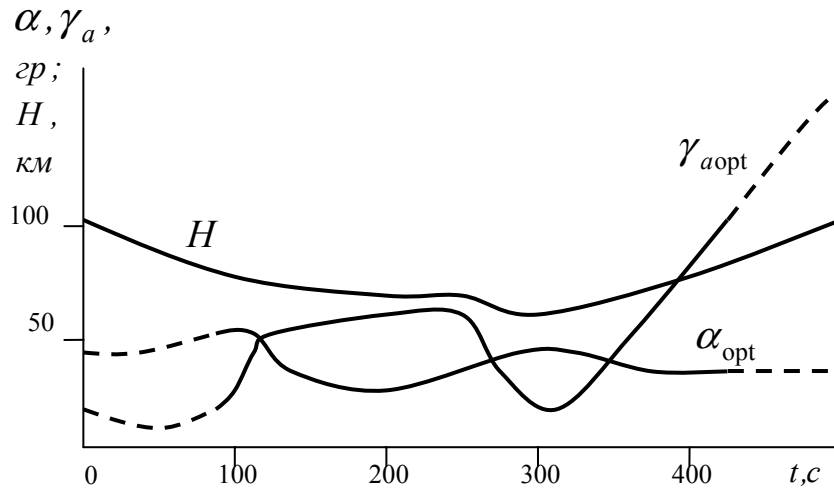


Рис. 6.4. Программы управления и зависимость высоты от времени

Такие же результаты имели место при использовании в качестве начального приближения программ управления $\{\alpha_{opt}, \gamma_{aopt}\}$, полученных в предыдущей задаче, для которых поставленное в данной задаче ограничение на максимальный удельный тепловой поток также не выполняется.

Из сравнения результатов решения задач оптимального управления с известными решениями аналогичных задач, полученными с помощью принципа максимума [5, 6, 53, 151], следует, что оптимальное двухканальное управление движением аэрокосмического аппарата на атмосферном участке поворота плоскости орбиты, полученное с применением разработанных численных методов, в целом, несмотря на несоответствие характеристик аппаратов и начальных условий движения а также другие отличия, имеет тот же характер и подчиняется тем же тенденциям, что и оптимальное, полученное с помощью принципа максимума.

Отличия управления в начале и конце траектории связано с расположением этих участков в разрежённых слоях атмосферы, где изменение управляющих зависимостей $\alpha(t)$ и $\gamma_a(t)$ практически

не влияет на движение аппарата. Алгоритм формирования номинальных программ управления, используя информацию о близких к нулю значениях производных функционалов по управлению на участках движения в разрежённой атмосфере, изменяет управляющие зависимости на этих участках значительно медленнее, чем управление в середине траектории, проходящей в гораздо более плотных слоях атмосферы. На всех рисунках края управляющих зависимостей, относящиеся к этим участкам траектории, изображены штриховыми линиями.

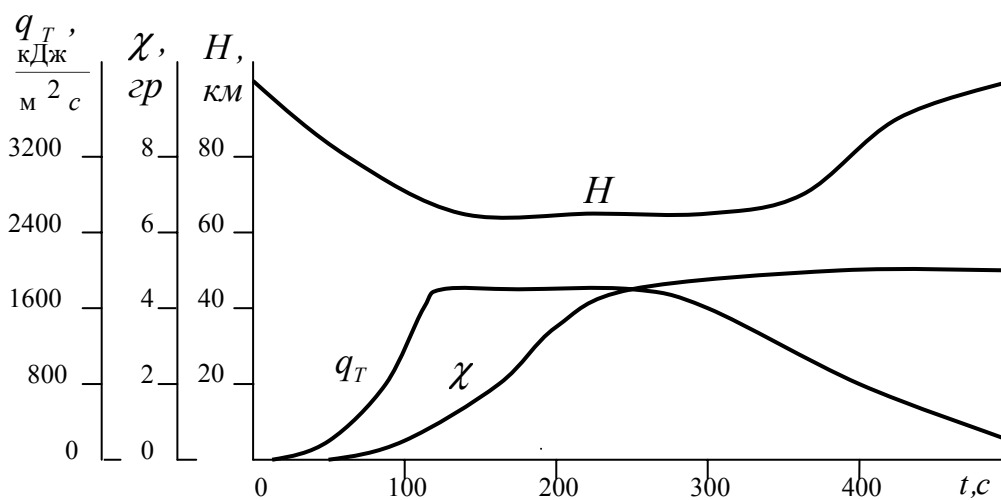


Рис. 6.5. Зависимости высоты, угла пути и удельного теплового потока от времени

Следовательно, полученные результаты являются ещё одним подтверждением работоспособности и эффективности разработанных численных методов и алгоритмов формирования номинального оптимального управления. Они свидетельствуют об их способности справляться с формированием управления при совершении достаточно сложных, с точки зрения динамики движения в атмосфере, манёвров.

Результаты моделирования формирования номинального двухканального оптимального управления также подтвердили малую чувствительность предлагаемых методов и алгоритмов к начальному приближению для кусочно-линейных управляющих зависимостей. Это достоинство численных методов и алгоритмов на основе последовательной линеаризации особенно важно при формировании трёхканального управления, поскольку выбор начального приближения опорного управления по каналу управления тягой двига-

телей является сложной проблемой. Используемый подход позволяет в качестве опорного движения использовать пассивное движение аэрокосмического аппарата, то есть без включения двигателей.

6.3. Номинальное трёхканальное управление

Возвращение аэрокосмического аппарата на орбиту спутника Земли после изменения угла пути на атмосферном участке траектории возможно только при включения маршевой двигательной установки. Следовательно, в полном объёме задача поворота плоскости орбиты в атмосфере может быть решена посредством формирования оптимального трёхканального управления, когда помимо каналов управления углами атаки и крена формируется управление силой тяги двигателей.

В отличие от двухканального управления, задача поиска оптимального трёхканального управления в настоящее время исследована недостаточно, что связано с очевидной трудностью одновременного построения программ управления по каналам угла атаки, угла крена и тяги двигателей при наличии перекрёстных связей, ограничений на управляющие зависимости, режимы движения и терминальные условия, а также с существенной нелинейностью модели, описывающей движение аэрокосмического аппарата на всех участках манёвра. Разработанные численные методы и алгоритмы позволяют преодолеть эти трудности и сформировать оптимальное трёхканальное управление.

Решение задач формирования трёхканального управления связано с достижением поставленных в монографии основных целей математического моделирования: доказательством работоспособности и эффективности разработанных численных методов и алгоритмов, выбором значений параметров численных процедур и отработкой методов повышения эффективности процесса поиска, а также с уточнением с помощью разработанной методики результатов, полученных в предположении о мгновенном изменении скорости аппарата в результате включения двигателей. На примере решения рассмотренных задач показана возможность формирования оптимального трёхканального управления без упрощающих техническую сторону вопроса допущений об импульсном характере приложения тяги.

Момент времени T в задачах формирования трёхканального управления фиксировался после отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы при выполнении условия достижения аппаратом требуемой высоты конечной орбиты или требуемого угла наклона траектории. В отличие от обеих предыдущих задач, на каждой итерации улучшения управления при выполнении одного из условий окончания траектории поворота плоскости орбиты, выполнение другого также контролировалось, то есть одно из рассматриваемых условий являлось критерием окончания траектории, а другое – одним из функционалов задачи, причём, в процессе численного решения задачи, на разных итерациях улучшения управления они могли неоднократно меняться местами.

В зависимости от выбранного критерия оптимальности рассматривались также ограничения на отклонения от требуемых конечных значений скорости или массы аэрокосмического аппарата. Если критерием оптимальности являлось конечное значение скорости, то в качестве ограничения рассматривалось конечное значение массы аппарата и наоборот.

Требуемые значения и допустимые отклонения конечных значений фазовых координат принимались равными соответственно: по высоте $H_{\text{треб}} = 200$ км и $\Delta H_{\text{доп}} = 0,1$ км, по скорости $V_{\text{треб}} = 7400$ м/с и $\Delta V_{\text{доп}} = 5$ м/с, по углу наклона траектории $\theta_{\text{треб}} = 0$ и $\Delta \theta_{\text{доп}} = 0,01^\circ$.

Следующая задача рассматривалась как усложнение предыдущих двух задач, в качестве критерия оптимальности использовалась конечная скорость $V(T)$, но не на условной границе атмосферы, а на высоте конечной орбиты. Требуемое значение конечной массы принималось равным 80% от начальной, а допустимое отклонение 0,25% от начальной массы m_0 , то есть $m_{\text{треб}} = 0,8 m_0$, $\Delta m_{\text{доп}} = 0,0025 m_0$.

Задача. Найти программы управления углами атаки, крена и секундного расхода топлива двигательной установки аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную скорость аппарата при наличии ограничений на угол атаки, секундный расход топлива двигателей и отклонения конечных значений угла пути, высоты, угла наклона траектории и массы аппарата от требуемых значений, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t), \beta(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a, \beta} [V(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad 0 \leq \beta \leq \beta_{\max},$$

ограничений на терминальные условия

$$\Delta\chi_k - \Delta\chi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta H_k - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta\theta_k - \Delta\theta_{\text{доп}} \leq 0$$

и ограничений на конечное значение массы аэрокосмического аппарата

$$\Delta m_k - \Delta m_{\text{доп}} \leq 0,$$

где $\Delta\chi_k = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|$, $\Delta H_k = |H(T) - H_{\text{треб}}|$,

$$\Delta\theta_k = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|, \quad \Delta m_k = |m(T) - m_{\text{треб}}|.$$

Основные результаты решения этой задачи приведены на рис. 6.6 и 6.7.

На рис. 6.6 показаны полученные оптимальные управляющие зависимости по каналам изменения углов атаки, крена и секундного расхода топлива $\{\alpha_{\text{opt}}, \gamma_{a\text{opt}}, \beta_{\text{opt}}\}$, а также зависимость высоты H от времени. Отметим, что в качестве начального приближения программы управления секундным расходом топлива двигательной ус-

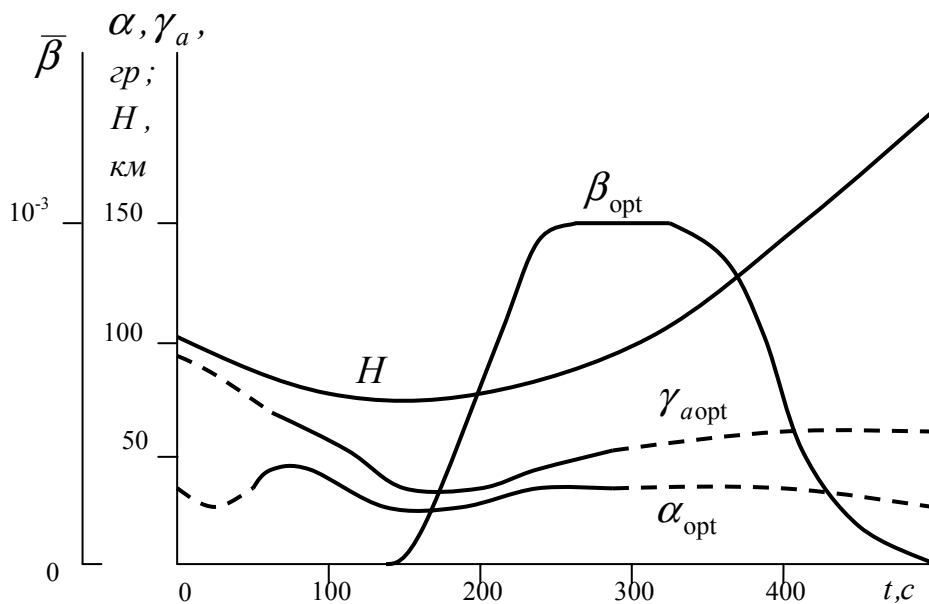


Рис. 6.6. Программы управления и зависимость высоты от времени

тановки принималось значение, равное нулю, что соответствовало пассивному движению аппарата на всех участках поворота плоскости орбиты.

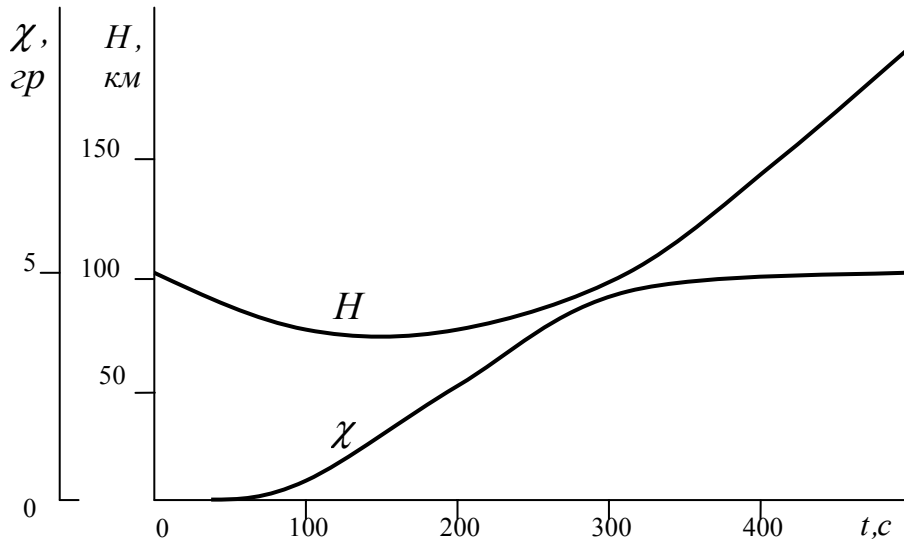


Рис. 6.7. Зависимости высоты и угла пути от времени

На рис. 6.7 изображены зависимости от времени высоты H и угла пути χ от времени для оптимальной траектории манёвра поворота плоскости орбиты.

В следующих задачах в качестве критерия оптимальности рассматривалось конечное значение массы аппарата, которое требовалось максимизировать. В этом случае оптимизация управления по углам атаки и крена и по секунднему расходу топлива обеспечивает возвращение аэрокосмического аппарата на конечную орбиту спутника Земли после поворота её плоскости в атмосфере с наименьшими затратами топлива. Из этих двух задач последняя отличалась наличием дополнительного ограничения на удельный тепловой поток в критической точке аппарата.

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена, а также секундного расхода топлива двигательной установкой аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную массу аппарата при наличии ограничений на угол атаки, секундный расход и на отклонения конечных значений угла пути, высоты, скорости и угла наклона траектории от требуемых значений, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t), \beta(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a, \beta} [m(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad 0 \leq \beta \leq \beta_{\max},$$

и ограничений на терминальные условия

$$\Delta\chi_{\text{к}} - \Delta\chi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta V_{\text{к}} - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta H_{\text{к}} - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta\theta_{\text{к}} - \Delta\theta_{\text{доп}} \leq 0$$

где $\Delta\chi_{\text{к}} = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|$, $\Delta V_{\text{к}} = |V(T) - V_{\text{треб}}|$,

$$\Delta H_{\text{к}} = |H(T) - H_{\text{треб}}|, \quad \Delta\theta_{\text{к}} = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|.$$

Основные результаты решения этой задачи приведены на рис. 6.8 и 6.9.

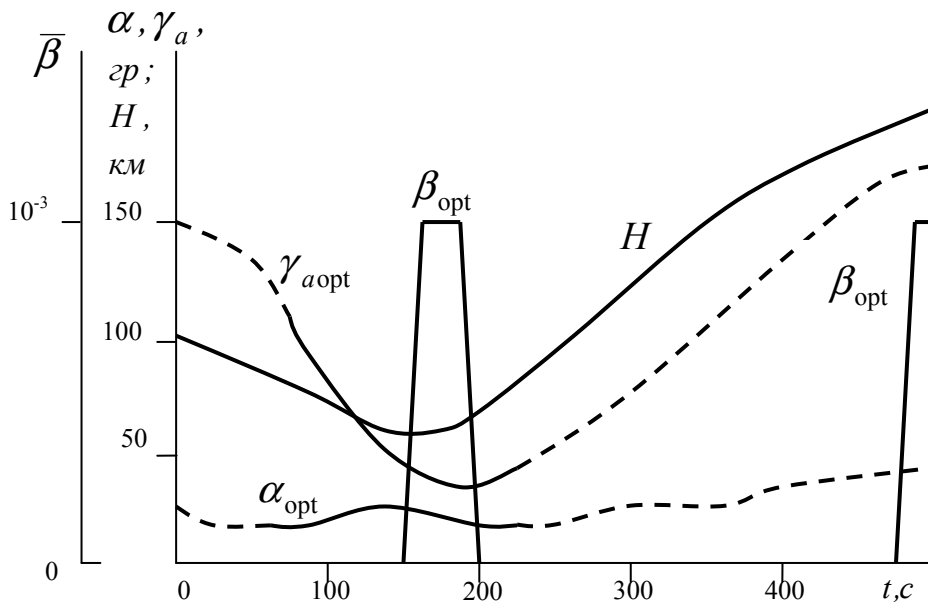


Рис. 6.8. Программы управления и зависимость высоты от времени

На рис. 6.8 показаны полученные оптимальные управляющие зависимости по каналам изменения углов атаки, крена и секундного расхода топлива $\{\alpha_{opt}, \gamma_{aopt}, \beta_{opt}\}$, удовлетворяющие всем условиям задачи, а также зависимость высоты H от времени. Как и в предыдущей задаче, в качестве начального приближения программы управления секундным расходом топлива двигательной установки принималось значение, равное нулю.

На рис. 6.9 изображены зависимости от времени высоты H , угла пути χ и удельного теплового потока q_T в критической точке аппарата от времени для оптимальной траектории манёвра поворота плоскости орбиты в атмосфере.

Затраты топлива на проведение маневра составили 24% от начальной массы аппарата.

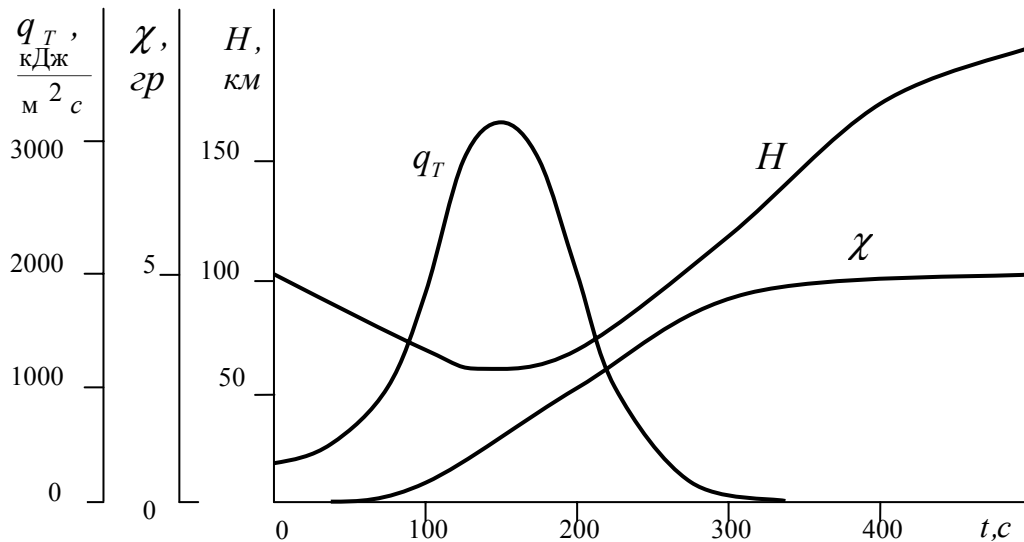


Рис. 6.9. Зависимости высоты, угла пути и удельного теплового потока от времени

Задача. Найти программы управления углами атаки и крена, а также секундного расхода топлива двигательной установки аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную массу аппарата при наличии ограничений на угол атаки, секунднй расход топлива, удельный тепловой поток в критической точке и на отклонения конечных значений угла пути, высоты, скорости и угла наклона траектории от требуемых значений, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t), \beta(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a, \beta} [m(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad 0 \leq \beta \leq \beta_{\max},$$

и ограничений на удельный тепловой поток

$$q_{T\max} - q_{T\text{доп}} \leq 0,$$

и терминальные условия

$$\Delta\chi_k - \Delta\chi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta V_k - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta H_k - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta\theta_k - \Delta\theta_{\text{доп}} \leq 0$$

где $\Delta\chi_k = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|$, $\Delta V_k = |V(T) - V_{\text{треб}}|$,

$$\Delta H_k = |H(T) - H_{\text{треб}}|, \quad \Delta\theta_k = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|.$$

Основные результаты решения этой задачи приведены на рис. 6.10 и 6.11.

На рис. 6.10 показаны полученные оптимальные управляющие зависимости по каналам изменения углов атаки, крена и секундного расхода топлива $\{\alpha_{\text{opt}}, \gamma_{\text{aopt}}, \beta_{\text{opt}}\}$, удовлетворяющие всем условиям задачи, а также зависимость высоты H от времени. В отличие от предыдущих задач формирования трёхканального управления в качестве начального приближения опорного управления использовались программы управления, полученные при решении предыдущей задачи, не обеспечивающие выполнения заданного ограничения на удельный тепловой поток в критической точке аэрокосмического аппарата.

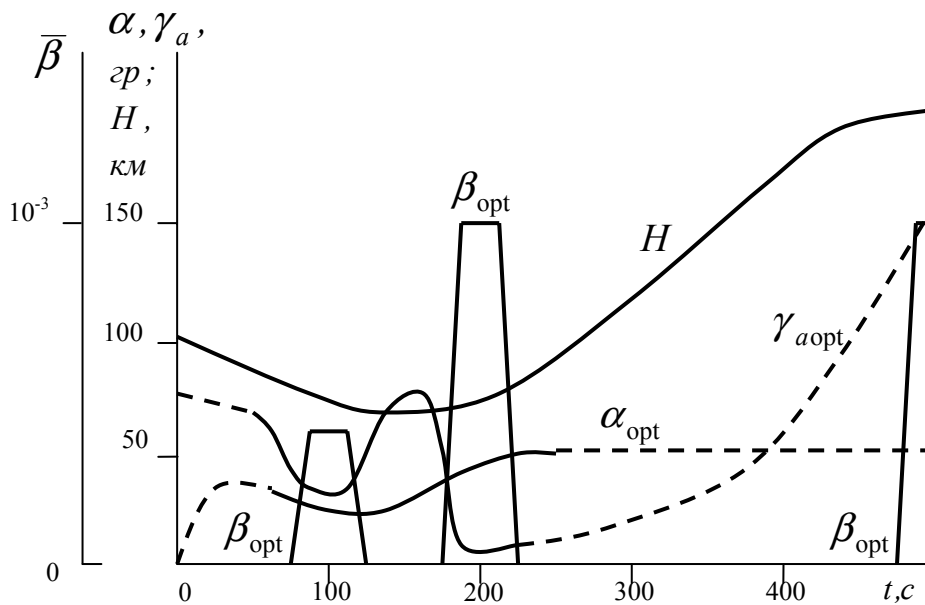


Рис. 6.10. Программы управления и зависимость высоты от времени

На рис.6.11 изображены зависимости от времени высоты H , угла пути χ и удельного теплового потока q_T от времени для оп-

тимальной траектории манёвра поворота плоскости орбиты в атмосфере.

Затраты топлива на проведение манёвра составили 29% от начальной массы аппарата.

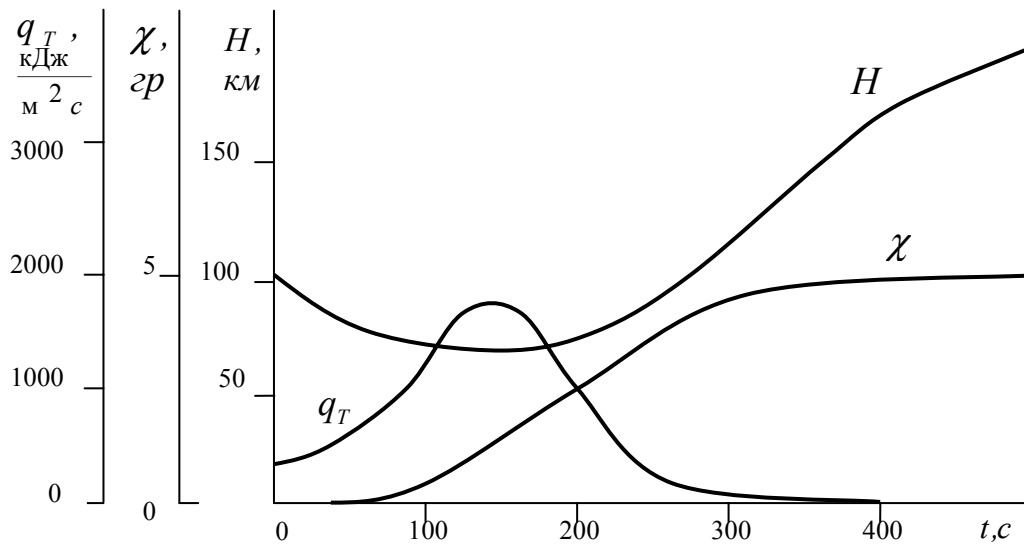


Рис. 6.11. Зависимости высоты, угла пути и удельного теплового потока от времени

По результатам решения задач следует отметить, что основная трудность поиска оптимального трёхканального управления заключается в том, что даже кратковременное включение двигательной установки на любом участке траектории приводит к существенному изменению времени движения аппарата по траектории и, следовательно, к возникновению значительных ошибок в определении производных функционалов по всем каналам управления. Поэтому при решении всех задач формирования трёхканального управления применялся метод плавающих узлов, позволяющий учитывать изменение контролируемых функционалов в процессе улучшения управления при существенном изменении продолжительности траектории.

Анализ полученных результатов показывает, что для двухканального и трёхканального управления затраты топлива на совершение манёвра возрастают пропорционально значению ограничения на удельный тепловой поток.

Оптимизация трёхканального управления приводит к меньшим ожидаемым затратам топлива на совершение всего манёвра по сравнению с оптимизацией двухканального управления.

Сравнение результатов решения последних двух задач показывает, что введение ограничения на удельный тепловой поток приводит к необходимости трёхкратного включения тяги (в отличие от двукратного в импульсной постановке): первый импульс тяги расходуется на разгон аппарата при входе в плотные слои атмосферы для поддержания его на больших высотах, второй – при выходе из плотных слоёв для подъёма на высоту конечной орбиты, а третий – на увеличение скорости до орбитальной.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- H – высота; функция Гамильтона
 K – аэродинамическое качество
 M – число Маха
 R – расстояние до центра Земли
 S – площадь
 T – температура; продолжительность манёвра
 V – скорость
 a – скорость звука
 c_x – коэффициент аэродинамической силы лобового сопротивления
 c_y – коэффициент аэродинамической подъёмной силы
 g – ускорение силы тяжести
 i – наклонение орбиты
 m – масса
 n – перегрузка
 q – скоростной напор
 q_T – удельный тепловой поток
 t – время
 α – угол атаки
 β – секундный расход топлива
 χ – угол пути
 φ – географическая широта
 γ_a – скоростной угол крена
 λ – географическая долгота
 θ – угол наклона траектории
 ρ – плотность атмосферы; промах
 σ_x – баллистический коэффициент
 ω_3 – угловая скорость вращения Земли

Индексы

доп – допустимый

к – конечный

ном – номинальный

треб – требуемый

0 – начальное условие; условие при входе в атмосферу

max – максимальный

min – минимальный

opt – оптимальный

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского и А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.
2. Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г., Ярошевский В.А. Маневрирование космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1970.
3. Андреевский В.В. Динамика спуска космических аппаратов на Землю. М.: Машиностроение, 1970.
4. Балакин В.Л., Баяндина Т.А., Лазарев Ю.Н. Программы трехканального управления суборбитальной траекторией движения орбитального самолета // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2004. № 1.
5. Балакин В.Л., Белоконов В.М., Шеринёв В.М. Об оптимальных режимах поворота плоскости орбиты спутника Земли с использованием аэродинамических сил // Космические исследования. 1974. Вып.3.
6. Балакин В.Л., Белоконов В.М., Шеринёв В.М. Комбинированный манёвр поворота плоскости орбиты при наличии ограничений на режимы движения // Космические исследования. 1976. Вып.4.
7. Балакин В.Л., Гераськин М.И., Лазарев Ю.Н. Исследование манёвренных возможностей аэрокосмического аппарата при движении по суборбитальной траектории // Авиакосмическая техника и технология. 1997. №2
8. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н. Управление с самоорганизацией при спуске космического аппарата в атмосфере // Вопросы проектирования летательных аппаратов / М: ИИЕТ АН СССР, 1984.
9. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н. Алгоритмы инерциальной навигации космического аппарата с большим аэродинамическим качеством при спуске в атмосфере // Космические исследования. 1985. Вып.6.
10. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н. Управление спуском космического аппарата на основе принципа самоорганизации // Летательные аппараты. Проектирование и конструкции / М.: ИИЕТ АН СССР, 1986.
11. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н. Автоматизация формирования терминального управления спуском аэрокосмического аппарата в

атмосфере // Проблемы машиностроения и автоматизации. 1993. № 6.

12. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н. Автоматизированный метод построения областей возможного манёвра аэрокосмического аппарата в нештатной ситуации // Проблемы машиностроения и автоматизации. 1995. № 5-6.

13. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н., Потапов И.В. Методы формирования управления аэрокосмическими летательными аппаратами при движении в атмосфере // Известия вузов. Авиационная техника. 1993. № 2.

14. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н., Филиппов Е.А. Формирование номинального трехканального управления поворотом в атмосфере плоскости орбиты аэрокосмического аппарата // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Ч.1 / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1994.

15. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н., Филиппов Е.А. Оптимизация управления аэрокосмическим аппаратом при изменении в атмосфере наклона плоскости орбиты // Космические исследования. 1996. Вып.2.

16. Балакин В.Л., Морозов Л.В. Алгоритмы формирования командного угла крена при входе в атмосферу космического аппарата с большим аэродинамическим качеством // Космические исследования. 1979. Вып.6.

17. Балакин В.Л., Морозов Л.В. Адаптивные алгоритмы управления спуском в атмосфере Земли космического аппарата с большим аэродинамическим качеством // Космические исследования. 1981. Вып.3.

18. Башилов А.С., Лехов П.А., Осин М.И. Применение авиакосмической техники для решения экологических проблем // Авиакосмическая техника и технология. 2003. № 2.

19. Баяндина Т.А., Гераськин М.И., Лазарев Ю.Н. Трехканальное командное управление спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов / Самара: Самар. ф-л Академии космонавтики, 1998.

20. Баяндина Т.А., Киселёва С.А., Лазарев Ю.Н. Исследование манёвренных возможностей при спуске в атмосфере орбитального самолёта в нештатных ситуациях, возникающих при выведении на

орбиту // Управление движением и навигация летательных аппаратов / Самара: Самар. ф-л Академии космонавтики, 1999.

21. *Баяндина Т.А., Лазарев Ю.Н.* Формирование трехканального управления при спуске суборбитального самолёта в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов / Самара: Самар. ф-л Академии космонавтики, 1999.

22. *Баяндина Т.А., Лазарев Ю.Н.* Моделирование многоканального управления движением аэрокосмического аппарата в атмосфере при построении областей достижимости // Математическое моделирование / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 2001.

23. *Баяндина Т.А., Лазарев Ю.Н.* Многоканальное управление движением аэрокосмических аппаратов по суборбитальным траекториям // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Ч.1 / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 2003.

24. *Белоконов В.М., Балакин В.Л.* Оптимальные траектории пространственного спуска на Землю, минимизирующие аэродинамический нагрев аппарата // Оптимизация процессов в авиационной технике. 1978. Вып.2.

25. *Бенайюн Р., Ларичев О.И., Де Монгольфье Ж., Терни Ж.* Линейное программирование с многими критериями. Метод ограничений // Автоматика и телемеханика. 1971. № 8.

26. *Бетанов В.В., Доронин Д.В., Захаров С.Е.* Алгоритм оперативного прогноза траектории движения спускаемого аппарата, совершающего планирующий полёт во вращающейся атмосфере // Космические исследования. 1999. № 4.

27. *Благовещенский Н.А., Кобзев В.И., Нейланд В.Я., Стюарт А.В.* Роль ЦАГИ в создании системы «Энергия-Буран» // Авиакосмическая техника и технология. 1998. № 3.

28. *Бобылев А.В., Фёдоров А.И., Ярошевский В.А.* Оценка дальности полёта космического летательного аппарата по траектории с отражениями и управление дальностью // Учёные записки ЦАГИ. 1995. № 1, 2.

29. *Бутрим Б.И.* Модифицированное решение задач торга // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1976. № 2.

30. *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1980.

31. *Величенко В.В.* О задаче минимума максимальной перегрузки // Космические исследования. 1972. Вып.5.

32. *Виноградова Г.А., Воеводин С.А.* Метод построения предельной области допустимых начальных положений аппарата при его спуске с орбиты в атмосфере планет // Космические исследования. 1989. Вып.6.

33. *Винокур Ю.А., Африканов Е.А.* Аварийное спасение экипажа космического корабля многоразового использования // Летные исследования и испытания. М.: Машиностроение, 1993.

34. *Волкович В.Л., Даргейко Л.Ф.* Об одном алгоритме выбора компромиссного решения для линейных критериев // Кибернетика. 1978. № 5.

35. *Гераськин М.И., Лазарев Ю.Н.* Многокритериальное номинальное управление спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Ч.1 / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1996.

36. *Гераськин М.И., Лазарев Ю.Н.* Стохастическое моделирование терминального управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов, Ч.1 / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1996.

37. *Гераськин М.И., Лазарев Ю.Н.* Алгоритм формирования многоканального управления при нескольких критериях качества // Управление движением и навигация летательных аппаратов / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1998.

38. *Гераськин М.И., Лазарев Ю.Н.* Автоматизированная система формирования управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 2000.

39. *Гераськин М.И., Лазарев Ю.Н.* Терминальное управление спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере при ограничениях на режимы движения // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 2001. №.5.

40. *Гермейер Ю.Б.* Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.

41. *Гермейер Ю.Б.* Образование цепей в задачах с векторным критерием // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1976. № 4.

42. Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Хайруллин Р.З. Законы управления, обеспечивающие максимальную дальность при спуске космического аппарата в атмосфере. М.: ИПМ АН СССР. Препринт № 14. 1988.
43. Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Хайруллин Р.З. О структуре области достижимости при спуске в атмосфере. М.: ИПМ РАН. Препринт № 78. 1993.
44. Голубев Ю.Ф., Демидов В.Н., Серёгин И.А., Хайруллин Р.З. Парфёнов Г.А. Исследование управляемых механических систем // Известия Академии наук. Техническая кибернетика. 1993. № 1.
45. Голубев Ю.Ф., Серёгин И.А., Хайруллин Р.З. Метод плавающих узлов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1991. № 2.
46. Голубев Ю.Ф., Серёгин И.А., Хайруллин Р.З. Метод плавающих узлов в задачах оптимизации движения при спуске КА в атмосфере. М.: ИПМ АН СССР. Препринт № 50. 1991.
47. Голубев Ю.Ф., Серёгин И.А., Хайруллин Р.З. Метод рациональной последовательной линеаризации в задачах оптимального управления при спуске КА в атмосфере. М.: ИПМ АН СССР. Препринт № 73. 1991.
48. Голубев Ю.Ф., Хайруллин Р.З. Метод последовательной линеаризации в задачах оптимального управления при входе в атмосферу. М.: ИПМ АН СССР. Препринт № 157. 1985.
49. Голубев Ю.Ф., Хайруллин Р.З. К решению задач оптимального управления при входе в атмосферу // Космические исследования. 1987. Вып. 1.
50. Голубев Ю.Ф., Хайруллин Р.З. Область достижимости с ограничениями на фазовые координаты космического аппарата при входе в атмосферу. М.: ИПМ АН СССР. Препринт № 212. 1987.
51. Голубинский А.А., Косых А.П., Чельшева И.Ф. Математическое моделирование полета ВКС на гиперзвуковых скоростях при спуске с орбиты // Авиакосмическая техника и технология. 1998. № 4.
52. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф., Шефтель Л.В. Механика полета (Общие сведения. Уравнения движения). М.: Машиностроение, 1969.

53. Гурман В.И., Салмин В.В., Шеринёв В.М. Аналитическая оценка приближенно-оптимальных комбинированных разворотов // Космические исследования. 1969. Вып. 6.

54. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. М.: Советское радио, 1975.

55. Дудар Э.Н. Анализ различных концепций МТКС // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

56. Дудар Э.Н., Лобзова Т.А. Лётно-технические характеристики МАКС // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

57. Дудар Э.Н., Ярошевский В.А. Управление боковым траекторным движением космического аппарата в атмосфере // Космические исследования. 1984. Вып.2.

58. Ермольев Ю.М., Гуленко В.П. Конечноразностный метод в задачах оптимального управления // Кибернетика. 1967. № 3.

59. Зак Ю.А. Модели и методы построения компромиссных планов в задачах математического программирования с несколькими целевыми функциями // Кибернетика. 1972. № 4.

60. Зак Ю.А. Построение компромиссных оперативных планов сложных производственных комплексов при наличии нескольких целей // Управляющие системы и машины. 1974. № 5.

61. Зак Ю.А. Многоэтапные процессы принятия решений в задаче векторной оптимизации // Автоматика и телемеханика. 1976. № 6.

62. Захаров А.Г., Казаров Ю.К. Транспортная космическая система // Итоги науки и техники. Ракетостроение. Т.7 / ВИНТИ, 1976.

63. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н., Мартынов А.И. Методы теории систем в задачах управления космическим аппаратом. М.: Машиностроение, 1981.

64. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Управление движением космического аппарата в атмосфере Марса. М.: Наука, 1977.

65. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Движение космических летательных аппаратов в атмосферах планет. М.: Наука, 1985.

66. Иванов Н.М., Соколов Н.Л., Осокина О.А. Об эффективности использования двухпараметрического управления углами атаки

и крена при спуске КА в атмосфере Земли // Космические исследования. 1998. № 5.

67. Инженерный справочник по космической технике / Под ред. А.В. Солодова. М.: Военное издательство Министерства обороны СССР, 1977.

68. *Калужских Ю.Н., Сихарулидзе Ю.Г.* Алгоритм управления спуском корабля-спасателя в атмосфере Земли // Космические исследования. 2000. № 3.

69. *Каменков Е.Ф.* Маневрирование спускаемых аппаратов. М.: Машиностроение, 1983.

70. *Карлин С.* Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964.

71. *Кирпищиков В.П.* Траектории спуска и посадки орбитального корабля «Буран». Алгоритмы автоматического управления // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

72. *Кондратов А.А., Ханов И.К.* Космический корабль «Буран». Исследование аэродинамики и теплозащиты // Летные исследования и испытания. М.: Машиностроение, 1993.

73. *Кутякин Е.П.* Двухступенчатые АКС горизонтального старта // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

74. *Лазарев Ю.Н.* Применение метода последовательной линеаризации при решении задач управления движением летательного аппарата в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Ч.1 / Куйбышев: Куйбышев. авиац. ин-т, 1990.

75. *Лазарев Ю.Н.* Формирование программного управления аэрокосмическими летательными аппаратами при наличии ограничений на режимы движения в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов / Самара: Самар. авиац. ин-т, 1992.

76. *Лазарев Ю.Н.* Алгоритмы формирования терминального управления спуском аэрокосмического аппарата в атмосфере // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Ч.2 / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1994.

77. *Лазарев Ю.Н.* Решение задач формирования программ управления движением в атмосфере аэрокосмических аппаратов на

основе последовательной линеаризации // Космические исследования. 1994. Вып.4-5.

78. *Лазарев Ю.Н.* Области достижимости аэрокосмического аппарата при входе в атмосферу в нештатной ситуации, // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Ч.1 / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1996.

79. *Лазарев Ю.Н.* Управление движением аэрокосмического аппарата при входе в атмосферу в нештатной ситуации // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Ч.1 / Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1996.

80. *Лазарев Ю.Н.* Управление движением аэрокосмического аппарата в атмосфере на основе метода последовательной линеаризации // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1996. №.2.

81. *Лазарев Ю.Н.* Области достижимости и управление движением в атмосфере аэрокосмического аппарата в нештатной ситуации // Космические исследования. 1996. Вып.4.

82. *Лазарев Ю.Н.* Теория и практика решения задач управления движением аэрокосмических аппаратов в атмосфере. Самара: Самар. гос. аэрокосмич. ун-т, 1998.

83. *Лазарев Ю.Н.* Численный метод формирования многоканального управления движением аэрокосмических аппаратов в атмосфере // Известия Самарского научного центра РАН. 1999. № 1.

84. *Лазарев Ю.Н., Баяндина Т.А.* Исследование манёвренных возможностей орбитального самолета при спуске в нештатных ситуациях // Известия Самарского научного центра РАН. 2000. № 1.

85. *Лазарев Ю.Н., Баяндина Т.А.* Области достижимости при многоканальном управлении траекториями экспериментального суборбитального самолёта // Известия Самарского научного центра РАН. 2002. № 1.

86. *Лазарев Ю.Н., Гераськин М.И.* Алгоритм решения многокритериальных задач управления // Известия Самарского научного центра РАН. 2001. № 1.

87. *Лебедев А.А., Красильщиков М.Н., Мальшев В.В.* Оптимальное управление движением космических летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1974.

88. *Лебедев В.С., Литвинов Ю.Ю.* Этапы разработки автоматической системы управления орбитального корабля «Буран» // *Авиакосмическая техника и технология.* 1998. № 3.
89. *Лехов П.А.* Лётные испытания орбитального корабля «Буран» на участке спуска и посадки // *Авиакосмическая техника и технология.* 1998. № 4.
90. *Лозино-Лозинский Г.Е.* «Буран» – путь создания // *Авиакосмическая техника и технология.* 1998. № 3.
91. *Лох У.* Динамика и термодинамика спуска в атмосфере планет. М.: Мир, 1966.
92. *Малышев В.В., Кибзун А.И.* Анализ и синтез высокоточного управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1987.
93. *Мартин Дж.* Вход в атмосферу. Введение в теорию и практику. М.: Мир, 1969.
94. *Мацунин Ю.К.* Методы и модели векторной оптимизации. М.: Наука, 1986.
95. *Мельц И.О.* Учет ограничений в задаче оптимизации динамических систем в функциональном пространстве на основе методов нелинейного программирования // *Автоматика и телемеханика.* 1968. № 3.
96. Методы управления полётом в атмосфере // *Экспресс-информация. Астронавтика и ракетодинамика / ВИНТИ,* 1983. № 25.
97. *Микоян С.А.* Орбитальный самолёт «Спираль» и летающие модели «Бор-4» и «Бор-5» // *Авиационно-космические системы /* Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.
98. *Михалевич В.С., Волкович В.П.* Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982.
99. Многоразовый орбитальный корабль «Буран» / Ю.П. Семёнов, Г.Е. Лозино-Лозинский, В.Л. Лапыгин, В.А. Тимченко и др. М.: Машиностроение, 1995.
100. *Моисеев Н.Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
101. *Морозов Л.В., Белоконов В.М.* Алгоритм неавтономного терминального управления планирующим космическим аппаратом

при наведении на радиомаяк // Космические исследования. 1993. Вып.3.

102. *Мостовой Д.Ю., Сихарулидзе Ю.Г.* Способ оперативного контроля движения аэрокосмического аппарата при спуске в атмосфере // Космические исследования. 1991. Вып.2.

103. *Набойщиков Г.Ф.* Основные аспекты аэродинамического проектирования орбитального корабля «Буран» // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

104. *Наумов В.С.* Оптимальные траектории спуска космического аппарата для скоростей входа, близких к круговой // Космические исследования. 1994. Вып.4-5.

105. *Некрасов О.Н.* «Спираль» – основа современных и перспективных авиационно-космических систем // Авиакосмическая техника и технология. 1999. № 4.

106. *Новиков В.К., Брук А.А., Архипов А.В.* Высотный самолёт М-55 – воздушная стартовая платформа для полётов в космос // Авиакосмическая техника и технология. 2002. № 4.

107. *Ногов О.А.* О повышении точности управления траекторией космического аппарата с малым аэродинамическим качеством при спуске с орбиты ИСЗ // Космические исследования. 2000. № 2.

108. *Ногов О.А., Синдюкова Л.И.* Синтез управления спуском с орбиты ИСЗ космического аппарата планирующего типа при изменении угла крена // Космические исследования. 1977. Вып.1.

109. *Одиенко Н.А., Плохих В.П., Ширанов Ю.В., Шкадов Л.М.* Построение программы управления углом крена орбитального самолёта при спуске в атмосфере // Учёные записки ЦАГИ. 1978. № 2.

110. *Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф., Сихарулидзе Ю.Г.* Алгоритмы управления космическим аппаратом при входе в атмосферу. М.: Наука, 1975.

111. *Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полёта. М.: Наука, 1990.

112. *Панин В.М.* Методы конечных штрафов с линейной аппроксимацией ограничений. I // Кибернетика, 1984. № 2.

113. *Панин В.М.* Методы конечных штрафов с линейной аппроксимацией ограничений. II // Кибернетика, 1984. № 4.

114. *Параев Ю.И.* Введение в статистическую динамику процессов управления и фильтрации. М.: Сов. радио, 1976.
115. *Подиновский В.В., Гаврилов В.М.* Оптимизация по последовательно применяемым критериям. М.: Сов. радио, 1975.
116. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982.
117. *Пономарёв В.М.* Теория управления движением космических аппаратов. М.: Наука, 1965.
118. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.В.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1976.
119. *Поплавский Б.К., Ширанов Ю.В.* Космический корабль «Буран». Исследование динамики и управляемости // Лётные исследования и испытания. М.: Машиностроение, 1993.
120. Проблемы управления воздушно-космическим самолётом системы «Спейс шаттл» при спуске в атмосфере / Центр. аэрогидродин. ин-т. Обзор № 653, 1985.
121. *Пропой А.И.* Методы возможных направлений в задачах оптимального дискретного управления // Автоматика и телемеханика. 1967. № 2.
122. *Разыграев А.П.* Основы управления полётом космических аппаратов и кораблей. М.: Машиностроение, 1977.
123. *Рамазов А.А., Сихарулидзе Ю.Г.* Глобальная модель поля ветров в атмосфере Земли. М.: ИПМ АН СССР. Препринт № 79. 1980.
124. *Сиразетдинов Т.К.* Методы решения многокритериальных задач синтеза технических систем. М.: Машиностроение, 1988.
125. *Сиразетдинов Т.К., Киселёв В.И.* Многошаговое терминальное управление с идентификацией и прогнозом параметров при спуске ЛА // Известия ВУЗов. Авиационная техника. 1990. № 1.
126. Системы спасения экипажей орбитальных космических станций // Новости зарубежной науки и техники. Авиационная и ракетная техника / Техническая информация. 1990. № 22.
127. *Сихарулидзе Ю.Г.* Баллистика летательных аппаратов. М.: Наука, 1982.
128. *Сихарулидзе Ю.Г., Мостовой Д.Ю., Жуков Б.И.* Методы оперативного контроля траектории спуска многоразового аэрокосмического аппарата // Космические исследования. 1994. Вып.4-5.

129. Скорodelов В.А. Многоцелевая авиационно-космическая система МАКС // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

130. Скорodelов В.А. Экспериментальная авиационно-космическая система МАКС-Д // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

131. Соколов С.В., Щербань И.В. Локально-оптимальное управление спуском космического аппарата // Космические исследования. 2000. № 4.

132. Солодовников В.В., Бирюков В.Ф., Тумаркин В.И. Принцип сложности в теории управления. М.: Наука, 1977.

133. Струков Ю.П. Мировое самолётостроение // Итоги науки и техники. Авиастроение / ВИНТИ. М., 1991.

134. Табак Д., Куо В.С. Оптимальное управление и математическое программирование. М.: Наука, 1975.

135. Труфакин В.А. Управление движением орбитального самолёта // Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лозинского, А.Г. Братухина. М.: Моск. авиац. ин-т, 1997.

136. Управление входом в атмосферу ТКК // Экспресс-информация. Астронавтика и ракетодинамика / ВИНТИ, 1980. № 71.

137. Управление космическими летательными аппаратами / Под ред. К. Леондеса. М.: Машиностроение, 1967.

138. Управление спуском космического самолёта // Экспресс-информация. Астронавтика и ракетодинамика / ВИНТИ, 1980. № 41.

139. Федоренко Р.П. Приближённое решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.

140. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Моск. физ.-техн. ин-т, 1994.

141. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной оптимизации. М.: Мир, 1972.

142. Филиппов А.Д., Михеев В.П., Воскресенский А.В. Подготовка, обеспечение пуска и посадки космического корабля многоразового использования «Буран» // Лётные исследования и испытания. М.: Машиностроение, 1993.

143. *Хайруллин Р.З.* Область маневрирования КЛА при входе в атмосферу с околосредовой скоростью и большим углом входа. М.: ИПМ РАН. Препринт № 63. 1994.
144. *Хайруллин Р.З.* Особые управления и скользящие режимы в задачах оптимизации при входе КА в атмосферу. М.: ИПМ РАН. Препринт № 69. 1994.
145. *Хайруллин Р.З.* Пространственная область достижимости при входе КЛА в атмосферу. М.: ИПМ РАН. Препринт № 72. 1994.
146. *Хайруллин Р.З.* К решению задачи о построении области приведения КЛА в заданную точку при входе в атмосферу. М.: ИПМ РАН. Препринт № 74. 1994.
147. *Хайруллин Р.З.* Оптимальные комфортабельные траектории спуска КА в атмосфере // *Космические исследования.* 1995. Вып. 2.
148. *Хоменюк В.В.* Элементы теории многоцелевой оптимизации. М.: Наука, 1983.
149. *Хрусталёв М.М., Плотников Ю.П., Белов В.А.* Применение теории инвариантности к задачам управления спуском в атмосфере // *Управление в космосе.* М.: Наука, 1976.
150. *Черноузько Ф.Л., Баничук В.П.* Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973.
151. *Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф., Плохих В.П.* Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. М.: Машиностроение, 1972.
152. *Шкадов Л.М., Плохих В.П., Бузулук В.И., Лозино-Лозинский Г.Е., Андреев Ю.В., Казаков М.И.* Многообразные космические транспортные системы горизонтального старта // *Авиакосмическая техника и технология.* 1999. № 1.
153. *Ярошевский В.А.* Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. М.: Наука, 1988.
154. *Ярошевский В.А.* О критериях оптимизации теплового режима космических аппаратов при входе в атмосферу // *Космические исследования.* 1997. № 1.
155. *Ярошевский В.А.* Алгоритмы управления траекторным движением космических аппаратов на этапе входа в атмосферу // *Авиакосмическая техника и технология.* 1999. № 1

156. Ярошевский В.А., Иванчихина Л.И. Реализация манёвренных возможностей космического аппарата при входе в атмосферу // Космические исследования. 1996. № 5.

157. Baker D. Space Shuttle: a User's Guide // Flight International. 1978. No.3609.

158. Baker D. Shuttle Abort Procedures // Space Flight. 1979. No.7.

159. Balakin V.L., Lazarev Yu.N. Aerospace Vehicles Control Based on the Successive Linearization Method // Works of Internat. Aerospace Cong. Theory, Applications, Technologies / M., 1997.

160. Edinger L.D. The Space Shuttle Ascent Flight Control System // Proceedings of AIAA Guid. and Contr. Conf. San Diego, Calif. 1976.

161. Giles J.M., Morth H.R., Efrat J. Space Shuttle Navigation Analysis Using Post Flight Reconstruction of on Board Computer Results // AIAA Paper. 1981. No.2427.

162. Harpold J.C., Graves C.A. Shuttle Entry Guidance // Journal of Astronautical Sciences. 1979. No.3.

163. Savely R.T., Cokcrell B.F., Presser P. Shuttle Navigation Overview // AIAA Guid. and Contr. Conf. San Diego, Calif., 1982. NEW YORK, N.Y., 1982.

164. Shuttle on the Launch Pad // Flight International. 1979. 115. No.3660.

165. Smith E.E., Campbell M.E., Blucker T.J., Manry C.E., Saulietis I. Shuttle Orbiter Stellar-inertial Reference System // AIAA Guid. and Contr. Conf. San Diego, Calif., 1982. Col. Techn. Pap. S.I., 1982.

166. Tabak D., Kuo B.C. Application of Mathematical Programming in the Design of Optimal Control Systems // International Journal of Control. 1969. N 5.

167. Tannas H.E., Perkins T.R. Simulation Evaluation of Closed Form Re-entry Guidance // AIAA Paper. 1967. N.597.

168. Vira Ch., Haimes Y.Y. Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology. N.Y.: North-Holland, 1983.

169. Windhorst R., Ardema R., Bowles J. Minimum Heating Re-entry Trajectories for Advanced Hypersonic Launch Vehicles // AIAA-97-3535. 1997.