

В. К. Святодух

ДИНАМИКА
ПРОСТРАНСТВЕННОГО
ДВИЖЕНИЯ
УПРАВЛЯЕМЫХ
РАКЕТ

ДИНАМИКА УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ



МАШИНОСТРОЕНИЕ • 1969



МАШИНОСТРОЕНИЕ • 1969

В. К. СВЯТОДУХ

ДИНАМИКА
ПРОСТРАНСТВЕННОГО
ДВИЖЕНИЯ
УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ



ИЗДАТЕЛЬСТВО
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
Москва 1969

В книге рассматривается движение около центра масс управляемых, вращающихся и стабилизированных по крену, ракет с учетом аэродинамических, аппаратурных и инерционных перекрестных связей.

Предлагается структура аэродинамических перекрестных связей для таких ракет, основанная на симметрии их конфигураций. Зависимости составляющих аэродинамической силы и момента от углов атаки, скольжения и углов отклонения органов управления описываются рядами Тейлора и Фурье, что, с одной стороны, существенно упрощает анализ влияния нелинейностей и перекрестных связей на аэродинамические характеристики ракет различных компоновок при несимметричном обтекании их потоком воздуха, с другой — позволяет использовать для этой цели электронные цифровые вычислительные машины. Рассматриваются перекрестные связи, возникающие в отдельных каналах бортовой системы управления ракетой.

По результатам исследований установившихся режимов полета определено влияние аэродинамических нелинейностей и перекрестных связей ракеты на коэффициент усиления по перегрузке, балансировочные углы атаки, углы отклонения органов управления и углы крена как при круговой симметрии, так и круговой несимметрии аэродинамических сил и моментов.

При исследованиях возмущенного движения показано влияние перекрестных связей на устойчивость и управляемость ракет различных аэродинамических компоновок. Предлагаются уравнения движения и передаточные функции, учитывающие взаимное влияние каналов.

При рассмотрении движения ракет используется система цилиндрических координат, позволяющая существенно упростить учет аэродинамических перекрестных связей и разработать методику исследования для инженерных расчетов.

Книга рекомендуется научным работникам и инженерам, занимающимся исследованиями в области динамики и систем управления оперенных ракет. Вместе с тем она будет полезна для студентов старших курсов и аспирантов вузов. Иллюстр. 96. Табл. 5. Библ. 41 назв.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Одной из основных тенденций развития современных управляемых ракет является повышение их маневренности, что достигается при прочих равных условиях расширением диапазона углов атаки на рабочих режимах полета. Возникающие при этом аэродинамические, инерционные и аппаратурные перекрестные связи приводят к взаимовлиянию каналов управления и могут изменять характер движения ракеты. Благодаря этой особенности исследования пространственного движения привлекают в настоящее время все большее внимание специалистов по динамике полета управляемых ракет. Следует заметить, что если десять-пятнадцать лет назад необходимость учета перекрестных связей при исследовании движения управляемых ракет возникала эпизодически и редко, то в настоящее время исключением являются случаи, когда этими связями можно пренебречь.

Принципиальное отличие движения ракеты с учетом перекрестных связей от ее изолированных движений по тангажу, рысканию и крену, уравнения которых могут быть линейными, заключается в том, что оно описывается нелинейными уравнениями высокого порядка. Возникновение нелинейностей обусловлено, в первую очередь, необходимостью учета в уравнениях движения перекрестных связей. В математическом отношении такая задача достаточно сложна и основным аппаратом, используемым для ее решения, является (за исключением режимов установившегося движения) метод малых возмущений.

В своем труде автор делает попытку комплексного анализа влияния перекрестных связей на движение управляемых ракет. Вместе с тем он не претендует на исчерпывающее освещение этой достаточно сложной проблемы. Поэтому автор с благодарностью примет пожелания и критические замечания по содержанию книги.

Автор выражает искреннюю признательность и благодарность чл.-корр. АН СССР Г. С. Бюшгенсу, д-ру техн. наук Г. В. Александрову, д-ру техн. наук И. В. Остославскому, канд. техн. наук Р. В. Студневу за ценные рекомендации, данные ими при просмотре рукописи, а также Е. Е. Уткиной и З. Т. Геллер за большую помощь в выполнении расчетов и подготовке графического материала.

ВВЕДЕНИЕ

Большинство компоновок управляемых ракет, рассчитанных на малые и средние дальности полета, имеют крестообразно расположенные консоли крыла и оперения. Для выполнения такими ракетами пространственного маневра на больших и средних высотах могут потребоваться большие углы атаки и углы отклонения управляющих поверхностей (рулей) одновременно в двух каналах управления. Особенностью этих режимов полета с точки зрения их влияния на динамику ракеты является наличие аэродинамических перекрестных связей между каналами тангажа, курса и крена, что приводит, с одной стороны, к взаимодействию продольного и бокового движений вследствие аэродинамического взаимовлияния каналов тангажа и курса, а с другой — к взаимодействию этих двух движений с движением крена, возникающему вследствие зависимости момента крена от углов атаки и углов отклонения рулей¹⁾.

Для управляемых ракет весьма важными являются также перекрестные связи, возникающие в бортовой системе управления, так как они могут усиливать влияние аэродинамических и инерционных перекрестных связей. Однако определяющее влияние на взаимосвязь каналов управления оказывает зависимость момента крена от параметров продольного и бокового движений, в частности, зависимость этого момента от углов атаки и скольжения и углов отклонения рулей, или момент крена от косоугольного обдува $M_{x.k.o}$. Особая роль этого момента, как одного из факторов, определяющих пространственный характер движения, обусловлена тем, что только при его наличии может возникать взаимодействие одновременно трех каналов управления — тангажа, курса и крена.

При действии момента крена $M_{x.k.o}$ движение ракеты с крестообразным крылом отличается от движения летательного аппарата плоской схемы. Так для летательных аппаратов плоской схемы характерными являются близкие к нулю балансирующие

¹⁾ Аэродинамические перекрестные связи рассматриваются в работах [19], [24], [35], [37], а их влияние на устойчивость движения ракеты — в работах [13], [41].

углы скольжения, вследствие чего взаимодействие продольного и бокового движений возникает главным образом при выполнении резкого маневра по крену, т. е. при наличии больших возмущений, например больших угловых скоростей ω_x [6]. Для ракет же, балансирующихся на существенно отличных от нуля углах скольжения, в частности для ракет с крестообразным крылом, взаимодействие каналов тангажа, курса и крена может возникать и при малых возмущениях движения.

При малых возмущениях этот вид взаимосвязи движений становится количественно ощутимым благодаря тому, что вследствие вытянутых вдоль оси симметрии форм современные компоновки ракет имеют незначительные моменты инерции относительно оси симметрии, и поэтому даже при сравнительно небольших изменениях $M_{x_{к.о}}$, вызываемых, например, малыми колебаниями углов атаки и скольжения, могут возникать значительные возмущения ракеты по крену.

Вследствие того, что взаимодействие каналов управления описывается нелинейной системой уравнений высокого порядка, включающей в себя практически полные уравнения движения ракеты и уравнения системы управления, возникает необходимость разработки методики, которая не только максимально упростила бы исследование, но и, что не менее важно, позволила бы дать наглядную физическую или геометрическую интерпретацию получаемых результатов. Причем, поскольку в общем случае традиционное разделение возмущенного движения на продольное и боковое невозможно, подход к решению задачи принципиально должен быть другим.

При исследовании динамики пространственного движения неуправляемых осесимметричных ракет и снарядов, особенно ракет, принудительно вращаемых по крену, широкое распространение получило преобразование уравнений, основанное на переходе к комплексным переменным либо в связанной системе координат [34], либо в системе координат, стабилизированной по крену [28, 39]. Основанием для такого перехода как в первом, так и во втором случаях служит то обстоятельство, что при малых углах атаки (что характерно для неуправляемых ракет) момент крена практически не зависит от параметров продольного и бокового движений, а крылатая ракета по своим аэродинамическим характеристикам мало отличается от тела вращения. В работах [3], [32] комплексная форма уравнений используется для исследования движения равномерно вращающейся по крену управляемой ракеты. Однако при наличии момента крена от косоугольного обдува и при нелинейных аэродинамических характеристиках переход к комплексным переменным оказывается мало эффективным.

Более существенные упрощения можно получить, если учесть следующие обстоятельства. Во-первых, если для определения ориентации вектора скорости в связанных осях ракеты вместо

обычных угла атаки α и угла скольжения β использовать угол атаки корпуса α_k , представляющий собой угол между вектором скорости \vec{V} и осью симметрии ракеты, а также угол μ_α , характеризующий положение нормальной к оси симметрии составляющей вектора скорости V_n на поперечной плоскости ракеты [12], [21]¹⁾, то оказывается, что при нейтральном положении рулей и постоянном значении α_k изменения угла μ_α слабо влияют на величину подъемной силы и продольного момента и приводят главным образом к изменению момента крена от косоугольного обдува. Во-вторых, малые колебания по крену приводят практически только к перераспределению углов атаки в каналах тангажа и курса, т. е. к изменению главным образом величины μ_α , в то время как угол атаки корпуса изменяется мало [29]. Благодаря этому исследование пространственного возмущенного движения ракеты с крестообразным крылом может быть значительно упрощено, если в уравнениях движения перейти к переменным, аналогичным α_k и μ_α .

В основу изучения общих закономерностей пространственного движения ракеты около центра масс поставлена задача определения структуры аэродинамических перекрестных связей, или, в более широком плане, задача определения структуры зависимостей аэродинамических сил и моментов от параметров движения ракеты (главным образом, углов атаки и углов отклонения управляющих поверхностей). Последняя может быть решена, если установить свойства аэродинамических сил и моментов, обусловленные симметрией конфигураций оперенных ракет. Такой метод был использован в работах [21], [36] для изучения аэродинамических сил и моментов осесимметричных ракет при нейтральном положении рулей. В книге этот метод обобщается на случай отклоненных рулевых поверхностей.

Хотя анализ динамических свойств управляемых ракет в книге проводится применительно главным образом к ракетам с крестообразным крылом, некоторые результаты (в частности, методика исследования) могут быть использованы при изучении пространственного движения ракет, имеющих другие конфигурации.

¹⁾ Обозначения α_k и μ_α отличаются от принятых в работах [12] и [21].

Глава I

ПЕРЕКРЕСТНЫЕ СВЯЗИ

В пространственном движении управляемой ракеты около центра масс между каналами управления возникают разного рода перекрестные связи. Часть этих связей обусловлена аэродинамическим взаимовлиянием каналов управления, которое имеет место при несимметричном обтекании ракеты. Величины этих связей зависят от углов атаки и, следовательно, их изменение связано с изменением ориентации вектора скорости по отношению к связанным осям ракеты. Этот вид перекрестных связей называют *аэродинамическими перекрестными связями*.

Источником других связей могут являться отдельные элементы бортовой системы управления, например датчики, измерительные и исполнительные устройства и др. Этот вид перекрестных связей будем называть *аппаратурными*, или *перекрестными связями системы управления*. К последним можно отнести также перекрестные связи по шарнирным моментам рулевых поверхностей, поскольку они оказывают влияние на движение ракеты лишь через систему управления, хотя возникновение этих связей обусловлено аэродинамическим взаимовлиянием каналов.

Помимо указанных связей, между каналами управления имеют место также *инерционные перекрестные связи*. Инерционные перекрестные связи всегда объективно существуют в уравнениях движения как результат того, что ракета изменяет угловую ориентацию в инерциальном пространстве. Структура этих связей зависит от выбора системы координат, в которой рассматривается движение ракеты. В обычных уравнениях движения эти связи представлены гироскопическими членами вида $\underline{a\omega_x}$, $\underline{\omega_z\omega_x}$ и другими.

Перекрестные связи являются, как правило, сложными функциями многих переменных — параметров движения ракеты. Поэтому при исследовании пространственного движения ракет в первую очередь возникает необходимость определения структуры перекрестных связей. Доминирующее влияние на пространственное движение ракеты оказывают аэродинамические перекрестные связи, в частности, зависимость момента крена от уг-

лов атаки и углов отклонения рулей. Поэтому основное внимание в гл. I уделено анализу аэродинамических сил и моментов при пространственном обтекании ракеты.

§ 1. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ ОПЕРЕННЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

1.1. Виды симметрии конфигураций оперенных ракет

Геометрия управляющих и неподвижных поверхностей, а также количество и расположение их на корпусе выбираются обычно так, чтобы конфигурация ракеты имела определенную симметрию. При этом симметрия конфигураций ракет может быть следующих видов.

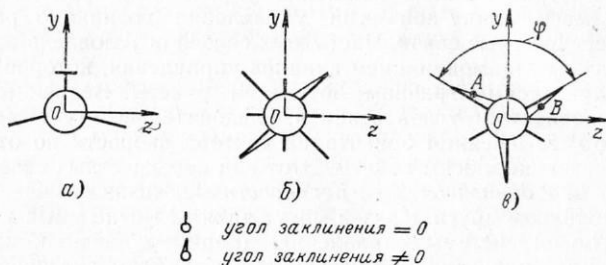


Рис. 1.1. Различные виды симметрии конфигураций оперенных ракет:

a — зеркальная симметрия; *б* — центральная симметрия; *в* — осевая симметрия

Зеркальная симметрия, заключающаяся в том, что для каждого элемента поверхности ракеты (в частности, для каждой точки на ее поверхности) можно найти другой элемент (точку), зеркально отображенный относительно некоторой плоскости, связанной с ракетой. Примером ракеты, конфигурация которой имеет только зеркальную симметрию, является ракета плоской схемы (рис. 1.1, *a*)¹⁾.

Центральная симметрия, заключающаяся в том, что в любом поперечном сечении, нормальном к оси симметрии корпуса для любой точки на поверхности ракеты, можно найти другую точку, расположенную симметрично относительно центра. Центром симметрии является точка пересечения оси симметрии корпуса с нормальной плоскостью. Примером ракеты, конфигурация которой имеет только центральную симметрию, может служить

¹⁾ На рис. 1.1 и других рисунках органы управления условно изображены консолями меньшего размаха, чем консоли крыла.

ракета с крестообразными рулями и крестообразным крылом, две противолежащие консоли которого имеют одинаковые, отличные от нуля углы заклинивания, т. е. углы между плоскостями консолей и осью ракеты. Такая ракета показана на рис. 1.1, б.

Осевая или кратная симметрия, заключающаяся в том, что для любой точки A на поверхности ракеты можно найти такую точку B , также лежащую на поверхности, что при повороте ракеты вокруг оси симметрии корпуса на угол
$$\varphi = \frac{2\pi}{n} \quad (n - \text{меньшее из чисел } l \text{ и } m, \text{ равных, соответственно, количеству консолей неподвижных и управляющих поверхностей})$$
 точка B зай-

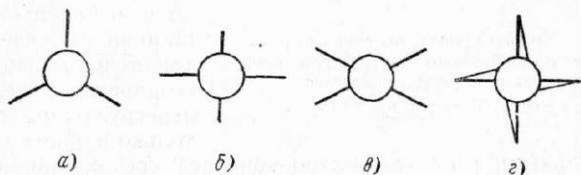


Рис. 1.2. Конфигурации оперенных ракет, каждая из которых имеет два вида симметрии:

a — зеркальная и осевая ($n=3$) симметрия; $б, в$ — зеркальная и центральная симметрия; $г$ — центральная и осевая ($n=4$) симметрия

мет положение точки A . Чтобы удовлетворять этому виду симметрии, число m консолей управляющих поверхностей должно быть кратно числу l консолей неподвижных поверхностей и, кроме того, в каждой из этих групп консоли должны располагаться равномерно по периметру корпуса. Ракета, конфигурация которой имеет только осевую симметрию, показана на рис. 1.1, в.

На рис. 1.2 показаны конфигурации ракет, каждой из которых присущи два из трех видов симметрии. При нечетном количестве консолей ($l=3$), равномерно распределенных по периметру корпуса и имеющих нулевые углы заклинивания, имеется зеркальная и осевая симметрия, однако отсутствует центральная симметрия (рис. 1.2, a). При неравномерных по размаху консолях крестообразного крыла (рис. 1.2, $б$) и в случае X-образного крыла (рис. 1.2, $в$) имеется зеркальная и центральная симметрия, но отсутствует осевая симметрия. При заклинивании консолей крестообразного крыла под некоторым углом к оси симметрии корпуса (рис. 1.2, $г$) имеется центральная и осевая симметрия, но отсутствует зеркальная симметрия.

Таким образом, можно утверждать, что сочетание одновременно трех видов симметрии характерно только для таких конфигураций ракет, у которых:

1) число консолей неподвижных поверхностей четное и кратно числу консолей управляющих поверхностей;

2) консоли имеют одинаковые формы и размеры и равномерно расположены по периметру корпуса;

3) углы заклинения консолей равны нулю (рис. 1.3).

Нарушение каждого из этих условий приводит к потере какого-либо вида симметрии. Минимальное количество консолей несущих поверхностей, при котором могут быть удовлетворены перечисленные выше условия, равно двум. Однако в этом случае при постоянном угле крена имеется возможность создавать поперечную перегрузку практически только в одном направлении.

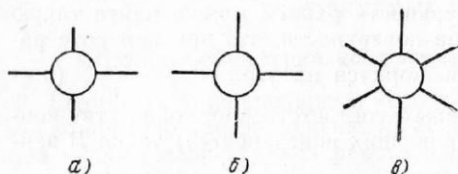


Рис. 1.3. Конфигурации оперенных ракет, имеющие одновременно зеркальную, центральную и осевую симметрию:

а — $n=2$; б — $n=4$; в — $n=6$

Минимальное количество консолей крыла, при котором ракета имеет одновременно зеркальную, центральную и осевую симметрию и при постоянном угле крена может создавать поперечную перегрузку в любом направлении, равно четырем.

1.2. Свойства аэродинамических сил и моментов, обусловленные симметрией конфигураций оперенных ракет¹⁾

Свойства аэродинамических сил и моментов как функций углов атаки и углов отклонения управляющих поверхностей зависят от того, какой (или какие) вид симметрии присущ данной конфигурации оперенной ракеты.

Связь между свойствами аэродинамических сил и моментов и симметрией конфигурации ракеты наиболее просто можно установить для случая нейтрального положения рулей [21], [36] или при специальном их отклонении [24]. Однако для управляемых ракет важно знать изменения сил и моментов, вызываемые произвольным отклонением органов управления. Поэтому ниже рассматривается общий случай отклонения органов управления ракеты.

Прежде чем перейти к формулированию свойств аэродинамических сил и моментов управляемых ракет, сделаем несколько предварительных замечаний.

Плоскость симметрии ракеты Oxy (рис. 1.4) и ту часть системы управления, которая осуществляет управление ракетой в этой

¹⁾ Здесь и в дальнейшем под термином «Свойства аэродинамических сил и моментов» понимаются свойства функций, определяющих зависимость аэродинамических сил и моментов от углов атаки, углов отклонения органов управления и угловых скоростей.

плоскости, назовем каналом тангажа, а плоскость Oxz и соответствующую ей часть системы управления ракеты — каналом курса. Угол отклонения органа управления и угол атаки в канале тангажа обозначим, соответственно, величинами δ_1 и $\alpha_{1к}$, а в канале курса — величинами δ_2 и $\alpha_{2к}$. (Отметим, что угол $\alpha_{2к}$ является аналогом угла скольжения β .)

При анализе устойчивости на очень больших углах атаки в уравнениях движения в ряде случаев удобно перейти от углов атаки в каналах тангажа и курса $\alpha_{1к}$ и $\alpha_{2к}$ к величинам α_1 и α_2 , которые связаны с $\alpha_{1к}$ и $\alpha_{2к}$ соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \operatorname{tg} \alpha_{1к} = -\frac{V_y}{V_x}; \\ \alpha_2 &= \operatorname{tg} \alpha_{2к} = \frac{V_z}{V_x}. \end{aligned} \right\} (1.1)$$

Здесь V_x, V_y, V_z — проекции вектора скорости на связанные оси ракеты $Oxyz$ (см. рис. 1.4).

В рабочем диапазоне углов атаки свойства аэродинамических сил и моментов, обусловленные симметрией конфигурации ракеты, будут одинаковыми как при использовании величин α_i , так и при использовании углов атаки $\alpha_{iк}$. При небольших углах атаки можно принимать $\alpha_i \approx \alpha_{iк}$. Величины α_1 и α_2 в дальнейшем условимся называть «углами атаки».

Коэффициенты аэродинамических сил и моментов представим в виде

$$\left. \begin{aligned} c_x &= c_{xc} + c_{xл}; \\ c_y &= c_{yc} + c_{yл}; \\ c_z &= c_{zc} + c_{zл}; \\ m_x &= m_{xc} + m_{xл}; \\ m_y &= m_{yc} + m_{yл}; \\ m_z &= m_{zc} + m_{zл}. \end{aligned} \right\} (1.2)$$

Здесь первые члены в правых частях (1.2), которым присвоен индекс «с», являются коэффициентами статических составляю-

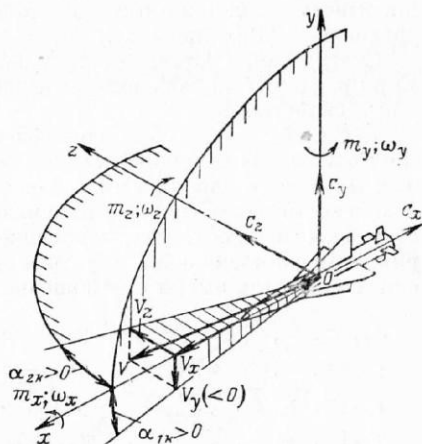


Рис. 1.4. Силы, моменты, скорости и углы атаки в связанной системе координат ракеты с крестообразным крылом

щих аэродинамических сил и моментов, зависящих от углов атаки α_1 , α_2 , углов отклонения рулей δ_1 , δ_2 и угла отклонения элеронов δ_3 . Вторые члены, которым присвоен индекс «д», — коэффициенты аэродинамических сил и моментов, зависящих от угловых скоростей ракеты ω_x , ω_y и ω_z , а также от скоростей изменения углов атаки и углов отклонения рулевых поверхностей $\dot{\alpha}_i$ и $\dot{\delta}_i$, $\dot{\delta}_3$. Поскольку в большинстве случаев основное влияние на движение управляемых ракет оказывают статические составляющие аэродинамических сил и моментов, то в дальнейшем при анализе уравнений (1.2) полагаем $c_{xд} = c_{yд} = c_{zд} = m_{xд} = m_{yд} = m_{zд} = 0$.

Статические составляющие аэродинамической силы и момента в проекциях на связанные оси ракеты $Oxyz$ обладают следующими свойствами.

1. Свойства, обусловленные зеркальной симметрией. При одновременном изменении знаков у переменных α_2 , δ_2 и δ_3 аэродинамические силы и момент, действующие в плоскости симметрии, не изменяются, а сила и моменты, действующие в плоскостях, перпендикулярных плоскости симметрии, изменяют знаки на обратные. Поэтому для коэффициентов сил и моментов имеем соотношения

$$\left. \begin{aligned} c_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= c_{xc}(\alpha_1, -\alpha_2, \delta_1, -\delta_2, -\delta_3); \\ c_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= c_{yc}(\alpha_1, -\alpha_2, \delta_1, -\delta_2, -\delta_3); \\ c_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -c_{zc}(\alpha_1, -\alpha_2, \delta_1, -\delta_2, -\delta_3); \\ m_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -m_{xc}(\alpha_1, -\alpha_2, \delta_1, -\delta_2, -\delta_3); \\ m_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -m_{yc}(\alpha_1, -\alpha_2, \delta_1, -\delta_2, -\delta_3); \\ m_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= m_{zc}(\alpha_1, -\alpha_2, \delta_1, -\delta_2, -\delta_3). \end{aligned} \right\} (1.3)$$

Свойства, выраженные соотношениями (1.3), можно получить из рассмотрения сил и моментов, изображенных на рис. 1.5, на котором величинами N и M_n обозначены нормальные к оси Ox составляющие полной аэродинамической силы и полного момента, а величины углов атаки α_1 , α_2 и α условно показаны в виде векторов. Абсолютные значения сил Z и N и моментов M_x , M_y и M_n на рис. 1.5, а и 1.5, б одинаковы.

Из соотношений (1.3) видно, что величины c_{xc} , c_{yc} и m_{zc} являются четными, а величины c_{zc} , m_{xc} и m_{yc} — нечетными функциями комбинаций переменных α_2 , δ_2 , δ_3 .

2. Свойства, обусловленные центральной симметрией. При одновременном изменении знаков у переменных α_1 , α_2 , δ_1 и δ_2 абсолютные величины полной аэродинамической силы и полного момента при $\delta_3 = \text{const}$ остаются неизменными, а ориентация их векторов относительно ракеты изменяется таким образом, что знаки у величин c_{yc} , c_{zc} , m_{yc} и m_{zc} изменяются на обратные, а знаки величин c_{xc} и m_{xc} сохраняются:

$$\left. \begin{aligned} c_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= c_{xc}(-\alpha_1, -\alpha_2, -\delta_1, -\delta_2, \delta_3); \\ c_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -c_{yc}(-\alpha_1, -\alpha_2, -\delta_1, -\delta_2, \delta_3); \\ c_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -c_{zc}(-\alpha_1, -\alpha_2, -\delta_1, -\delta_2, \delta_3); \\ m_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= m_{xc}(-\alpha_1, -\alpha_2, -\delta_1, -\delta_2, \delta_3); \\ m_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -m_{yc}(-\alpha_1, -\alpha_2, -\delta_1, -\delta_2, \delta_3); \\ m_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -m_{zc}(-\alpha_1, -\alpha_2, -\delta_1, -\delta_2, \delta_3). \end{aligned} \right\} (1.4)$$

Свойства, выраженные соотношениями (1.4), можно установить, рассматривая силы и моменты, изображенные на рис. 1.6. Схема сил и моментов *a* получается из схемы *б* либо изменением

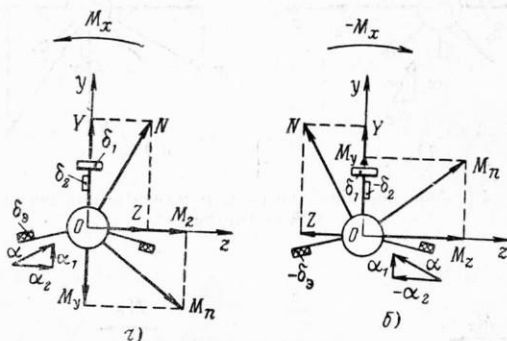


Рис. 1.5. Аэродинамические силы и моменты при зеркальной симметрии (прямоугольниками условно показаны отклоненные органы управления)

знаков у величин α_1 , α_2 , δ_1 и δ_2 , либо поворотом последней в плоскости рисунка на угол 180° . Поскольку при таком повороте величины векторов полной силы и полного момента не изменяются, то непосредственно из сопоставления схем *a* и *б* получим соотношения (1.4). Из них следует, что величины c_{xc} и m_{xc} являются четными, а величины c_{yc} , c_{zc} , m_{yc} и m_{zc} — нечетными функциями комбинаций переменных α_1 , α_2 , δ_1 , δ_2 .

3. Свойства, обусловленные осевой симметрией. Аэродинамическая сила и момент ракеты с осевой симметрией обладают при соответствующих отклонениях рулей свойством инвариантности по отношению к повороту ракеты вокруг оси симметрии. Это свойство заключается в следующем.

Если при неизменном положении вектора скорости в пространстве повернуть ракету вокруг оси симметрии на угол, равный

или кратный углу $\varphi = \frac{2\pi}{n}$ ¹⁾, и изменить при этом углы отклонения органов управления таким образом, чтобы положение поверхностей по отношению к вектору скорости до и после поворота было одинаковым, то величины и направления векторов пол-

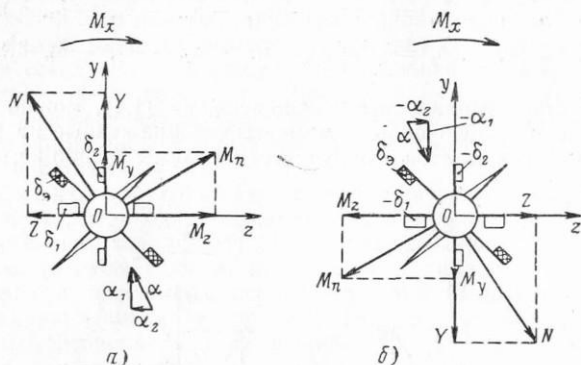


Рис. 1.6. Аэродинамические силы и моменты при центральной симметрии

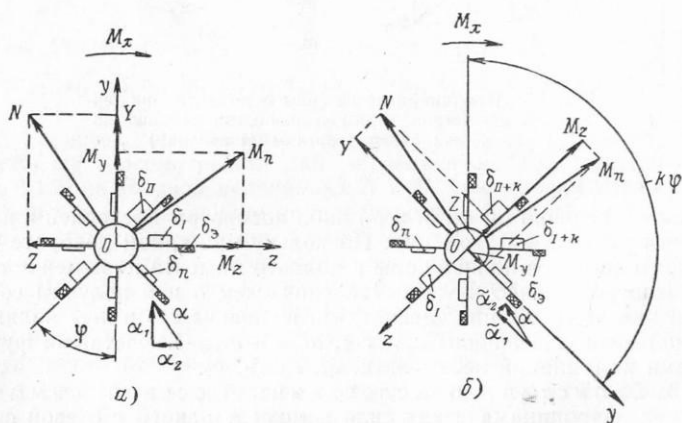


Рис. 1.7. Аэродинамические силы и моменты при осевой симметрии:
а — исходное состояние; б — после поворота на угол $k\varphi$

¹⁾ Напомним, что n — меньшее из чисел l и m , равных соответственно количеству консолей неподвижных и подвижных (управляющих) поверхностей.

ной силы и полного момента не изменятся (рис. 1.7)¹⁾. Это положение можно аналитически выразить так:

$$\left. \begin{aligned}
 c_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_{11}, \dots, \delta_n, \delta_9) &= \\
 &= c_{xc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9); \\
 c_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_{11}, \dots, \delta_n, \delta_9) &= \\
 &= c_{yc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \cos k\varphi - \\
 &\quad - c_{zc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \sin k\varphi; \\
 c_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_{11}, \dots, \delta_n, \delta_9) &= \\
 &= c_{zc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \cos k\varphi + \\
 &\quad + c_{yc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \sin k\varphi; \\
 m_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_{11}, \dots, \delta_n, \delta_9) &= \\
 &= m_{xc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9); \\
 m_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_{11}, \dots, \delta_n, \delta_9) &= \\
 &= m_{yc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \cos k\varphi - \\
 &\quad - m_{zc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \sin k\varphi; \\
 m_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_{11}, \dots, \delta_n, \delta_9) &= \\
 &= m_{zc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \cos k\varphi + \\
 &\quad + m_{yc}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}, \delta_9) \sin k\varphi,
 \end{aligned} \right\} (1.5)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{\alpha}_1 &= \alpha_1 \cos k\varphi - \alpha_2 \sin k\varphi; \\
 \tilde{\alpha}_2 &= \alpha_2 \cos k\varphi + \alpha_1 \sin k\varphi.
 \end{aligned} \right\} (1.6)$$

Величина k может принимать значения чисел натурального ряда от 1 до $n-1$, при этом последовательность $\delta_{n-k+1}, \dots, \delta_n, \delta_1, \dots, \delta_{n-k}$ получается из последовательности $\delta_1, \delta_{11}, \dots, \delta_n$ круговой перестановкой k членов.

Если число консолей несущих поверхностей произвольное, то при помощи соотношений (1.5) затруднительно установить общие свойства зависимости каждого компонента силы и момента от углов атаки и углов отклонения органов управления, как это можно было сделать в двух предыдущих случаях. Такая возможность появляется, если вместо отдельных составляющих силы и момента рассматривать главный вектор и главный момент аэродинамических сил. Для случая неотклоненных органов управления можно сформулировать следующее свойство этих величин:

¹⁾ Заметим, что на рис. 1.7 каждая из величин δ , δ_{11} , ..., δ_n является углом отклонения только какой-либо одной поверхности, в то время как рассмотренные ранее величины δ_1 и δ_2 могут представлять собой эквивалентные углы отклонения нескольких управляющих поверхностей.

если ориентация оси корпуса и вектора скорости в пространстве остаются неизменными, то главный вектор и главный момент аэродинамических сил ракеты с осевой симметрией конфигурации являются периодическими (периода $\gamma = \varphi$) функциями угла крена. Следует отметить, что при указанных выше условиях свойство периодической зависимости главного вектора и главного момента аэродинамических сил от угла крена присуще любым конфигурациям ракет (например, для ракеты плоской схемы период равен 2π), однако только у ракет с осевой симметрией конфигураций величина периода обратно пропорциональна числу консолей несущих поверхностей.

Из приведенного выше следует, что аэродинамические силы и моменты ракет, обладающих различными видами симметрии конфигураций, будут иметь качественно различные свойства. С другой стороны, изменение компоновки ракеты, не нарушающее симметрии ее конфигурации, не будет приводить к качественному изменению свойств аэродинамических сил и моментов.

Например, в зависимости от аэродинамической схемы взаимное расположение несущих и управляющих поверхностей ракеты и их положение на корпусе может быть различным: так на ракетах схемы «утка» и на ракетах с поворотным крылом управляющие поверхности расположены перед неподвижными несущими поверхностями, на ракетах нормальной схемы рули расположены позади крыла. Консоли неподвижных и управляющих поверхностей, кроме того, могут по-разному располагаться по периметру сечения корпуса. Однако во всех этих случаях у ракет с одинаковой симметрией конфигураций аналитические зависимости для одних и тех же аэродинамических сил и моментов от углов атаки и углов отклонения рулей будут одинаковыми, хотя по величине эти силы и момент могут отличаться значительно.

1.3. Свойства рядов Тэйлора для аэродинамических коэффициентов

При численном интегрировании уравнений пространственно-го движения, а также при аналитических исследованиях нелинейные зависимости $f(\alpha_i, \delta_i, \delta_0)$, где f — функции $C_{x c}$, $C_{y c}$, $C_{z c}$, $m_{x c}$, $m_{y c}$ и $m_{z c}$, представляют обычно в виде ограниченного числа членов разложения в ряды Тэйлора. Коэффициенты этих рядов определяются в виде функций числа M либо расчетным путем (что удается сделать практически лишь для первых членов разложения), либо путем аппроксимации экспериментальных зависимостей.

Чтобы ряды Тэйлора для аэродинамических коэффициентов удовлетворяли соотношениям (1.3) — (1.5), коэффициенты таких рядов должны удовлетворять некоторым условиям. Рассмотрим эти условия.

Разложение функции $f(\alpha_i, \delta_i, \delta_a)$ в ряд Тэйлора в окрестности точки $\delta_{a0} = \delta_{i0} = \alpha_{i0} = 0$ можно представить следующим образом [4], [30]:

$$f = f_0 + df + \frac{d^2 f}{2!} + \frac{d^3 f}{3!} + \dots, \quad \frac{d^n f}{n!} + \dots, \quad (1.7)$$

где

$$d^n f = \left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_2} + \delta_1 \frac{\partial}{\partial \delta_1} + \delta_2 \frac{\partial}{\partial \delta_2} + \delta_a \frac{\partial}{\partial \delta_a} \right)^n f. \quad (1.8)$$

В соответствии с (1.7) зависимости аэродинамических коэффициентов от углов атаки α_1, α_2 , углов отклонения рулей δ_1, δ_2 и угла отклонения элеронов δ_a будут иметь вид

$$f^{(i)} = f_0^{(i)} + \sum_{p, q, r, s, l} a_{pqrst}^{(i)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_a^l. \quad (1.9)$$

Суммирование в (1.9) производится по всем p, q, r, s и l , изменяющимся от 0 до n и удовлетворяющим условию $p+q+r+s+l=n$ ($n=1, 2, 3, \dots$).

Пусть $f^{(1)} = c_{xc}$, $f^{(2)} = c_{yc}$, $f^{(3)} = c_{zc}$, $f^{(4)} = m_{xc}$, $f^{(5)} = m_{yc}$, $f^{(6)} = m_{zc}$.

Тогда, учитывая соотношения (1.3)–(1.5) и (1.9), коэффициенты $a_{pqrst}^{(i)}$ должны удовлетворять условиям, приведенным в табл. 1, где $i, j=1, 2, 3, \dots$. В табл. 1 свойства коэффициентов, обусловленные осевой симметрией, приведены для ракеты с четырьмя консолями рулей, которые попарно имеют общую ось вращения, и четырьмя элеронами; при этом положено

$$\delta_I = -\delta_{III} = \delta_1; \quad \delta_{II} = -\delta_{IV} = \delta_2.$$

В этом случае $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и свойства, выраженные соотношениями (1.5), включают в себя, как частный случай (при $k=2$), свойства, выраженные соотношениями (1.4).

Рассмотрим в качестве примера коэффициенты моментов тангажа, рыскания и крена ракеты плоской схемы, представив их первыми двумя членами разложения функций m_{xc} , m_{yc} и m_{zc} в ряд Тэйлора при $\delta_1 = \delta_2 = \delta_a = 0$. Формально интересующие нас зависимости можно получить из табл. 1 (колонка «Свойства, обусловленные зеркальной симметрией»), если положить $r=s=l=0$, а $p+q \leq 2$. Если использовать обозначение $a_{pq000}^{(i)} = a_{pq}^{(i)}$, то эти зависимости можно представить в виде

$$\begin{aligned} m_{xc} &= a_{01}^{(4)} \alpha_2 + a_{11}^{(4)} \alpha_1 \alpha_2; \\ m_{yc} &= a_{01}^{(5)} \alpha_2 + a_{11}^{(5)} \alpha_1 \alpha_2; \\ m_{zc} &= m_{z0} + a_{10}^{(6)} \alpha_1 + a_{02}^{(6)} \alpha_2^2. \end{aligned}$$

Последние члены в этих выражениях характеризуют аэродинамическое взаимовлияние каналов. Видно, что в первом приближении зависимость моментов крена и рыскания от угла атаки α_1 линейна, а зависимость момента тангажа от угла «скольжения» α_2 нелинейна (квадратична). Кроме того, зависимость m_{xc} и m_{yc} от α_1 возникает только при $\alpha_2 \neq 0$, в то время как величина α_2^2 может входить в выражение для m_{zc} и аддитивно¹⁾.

Хотя зависимости $m_{xc}(\alpha_1)$ и $m_{yc}(\alpha_1)$ структурно не отличаются, количественное влияние угла атаки на моменты крена и рыскания существенно различно, поскольку оно вызвано разными физическими причинами.

Так, зависимость момента крена от угла атаки обусловлена главным образом тем, что изменяется по углам атаки разность подъемных сил левой и правой консолей крыла, а зависимость момента рыскания связана в основном с изменением несущих свойств вертикального оперения.

Зависимость момента тангажа от угла скольжения связана с влиянием скосов потока в районе оперения (для ракет нормальной схемы) или в районе крыла (для ракет схемы «утка»). Например, в случае ракеты нормальной схемы с изменением угла скольжения центры вихрей, сходящих с впереди расположенных несущих поверхностей, перемещаются в поперечном направлении и вызывают тем самым изменение подъемной силы оперения.

Если конфигурация оперенной ракеты имеет несколько видов симметрии, то величины $a^{(i)}$ должны удовлетворять, кроме условий, приведенных в табл. 1, также некоторым дополнительным условиям. Эти дополнительные условия можно получить при помощи табл. 1 и соотношений (1.3) — (1.5). Получим их для ракеты с крестообразным крылом, аэродинамические и динамические свойства которой и составляют предмет дальнейшего исследования.

Конфигурации ракет с крестообразным крылом (рис. 1.4) имеют зеркальную, центральную и осевую симметрию, поэтому коэффициенты аэродинамических сил и моментов должны удовлетворять одновременно соотношениям (1.3), (1.4) и (1.5). Как видно, из постоянных составляющих аэродинамических коэффициентов c_{x0} , c_{y0} , c_{z0} , m_{x0} , m_{y0} и m_{z0} только величина c_{x0} не противоречит одновременно всем условиям симметрии. Другие постоянные составляющие, чтобы удовлетворять этим условиям, обязаны быть равными нулю.

Поэтому

$$c_y = c_z = m_x = m_y = m_z = 0 \quad (1.10)$$

$$\text{при } p = q = r = s = l = 0.$$

¹⁾ Влияние угла атаки α_1 на зависимость m_{zc} (α_2) проявляется при учете третьего и высших членов разложения m_{zc} в ряд Тэйлора.

Величина	Свойства коэффициентов $a_{pqrs}^{(i)}$, обусловленные		
	зеркальной симметрией	центральной симметрией	осевой симметрией
$c_x c = c_{x0} + \sum_{p,q,r,s,l} a_{pqrs}^{(1)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l$	$a_{pqrs}^{(1)} = 0$ при $q+s+l=2i-1$	$a_{pqrs}^{(1)} = 0$ при $p+q+r+s=2i-1$	$a_{pqrs}^{(1)} = 0$ при $p+q+r+s=2i-1$; $a_{pqrs}^{(1)} = a_{qpsr}^{(1)}$ при $q+s=2j$; $a_{pqrs}^{(1)} = -a_{qpsr}^{(1)}$ при $q+s=2j-1$
$c_y c = c_{y0} + \sum_{p,q,r,s,l} a_{pqrs}^{(2)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l$	$a_{pqrs}^{(2)} = 0$ при $q+s+l=2i-1$	$c_{y0} = 0$; $a_{pqrs}^{(2)} = 0$; при $p+q+r+s=2i$	$c_{y0} = c_{z0} = 0$; $a_{pqrs}^{(2)} = a_{qpsr}^{(3)} = 0$ при $p+q+r+s=2i$; $a_{pqrs}^{(2)} = a_{qpsr}^{(2)}$ при $q+s=2j$; $a_{pqrs}^{(2)} = -a_{qpsr}^{(2)}$ при $q+s=2j-1$
$c_z c = c_{z0} + \sum_{p,q,r,s,l} a_{pqrs}^{(3)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l$	$c_{z0} = 0$; $a_{pqrs}^{(3)} = 0$ при $q+s+l=2i$	$c_{z0} = 0$; $a_{pqrs}^{(3)} = 0$ при $p+q+r+s=2i$	
$m_x c = m_{x0} + \sum_{p,q,r,s,l} a_{pqrs}^{(4)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l$	$m_{x0} = 0$; $a_{pqrs}^{(4)} = 0$ при $q+s+l=2i$	$a_{pqrs}^{(4)} = 0$ при $p+q+r+s=2i-1$	$a_{pqrs}^{(4)} = 0$ при $p+q+r+s=2i-1$; $a_{pqrs}^{(4)} = a_{qpsr}^{(4)}$ при $q+s=2j$; $a_{pqrs}^{(4)} = -a_{qpsr}^{(6)}$ при $q+s=2j-1$
$m_y c = m_{y0} + \sum_{p,q,r,s,l} a_{pqrs}^{(5)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l$	$m_{y0} = 0$; $a_{pqrs}^{(5)} = 0$ при $q+s+l=2i$	$m_{y0} = 0$; $a_{pqrs}^{(5)} = 0$ при $p+q+r+s=2i$	$m_{y0} = m_{z0} = 0$; $a_{pqrs}^{(5)} = a_{qpsr}^{(6)} = 0$ при $p+q+r+s=2i$; $a_{pqrs}^{(5)} = a_{qpsr}^{(6)}$ при $q+s=2j-1$; $a_{pqrs}^{(5)} = -a_{qpsr}^{(6)}$ при $q+s=2j$
$m_z c = m_{z0} + \sum_{p,q,r,s,l} a_{pqrs}^{(6)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l$	$a_{pqrs}^{(6)} = 0$ при $q+s+l=2i-1$	$m_{z0} = 0$; $a_{pqrs}^{(6)} = 0$ при $p+q+r+s=2i$	

Рассмотрим теперь величину $p+r+l$. Если обозначить $p+q+r+s=A$ и $q+s+l=B$, то можно записать $p+r+l=A-B+2l$. Тогда из второй и третьей колонок табл. 1 получим, что величина $p+r+l$ должна быть четной в выражениях для c_{xc} , c_{zc} и m_{yc} и нечетной в выражениях для c_{yc} , m_{xc} и m_{zc} , т. е. что

$$\left. \begin{aligned} c_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= c_{xc}(-\alpha_1, \alpha_2, -\delta_1, \delta_2, -\delta_3); \\ c_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -c_{yc}(-\alpha_1, \alpha_2, -\delta_1, \delta_2, -\delta_3); \\ c_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= c_{zc}(-\alpha_1, \alpha_2, -\delta_1, \delta_2, -\delta_3); \\ m_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -m_{xc}(-\alpha_1, \alpha_2, -\delta_1, \delta_2, -\delta_3); \\ m_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= m_{yc}(-\alpha_1, \alpha_2, -\delta_1, \delta_2, -\delta_3); \\ m_{zc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -m_{zc}(-\alpha_1, \alpha_2, -\delta_1, \delta_2, -\delta_3) \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Эти соотношения являются следствием того, что при наличии зеркальной (относительно плоскости Oxy) и центральной симметрии конфигурации ракеты с четырьмя консолями управляющих и неподвижных поверхностей плоскость Oxz также является плоскостью симметрии.

Далее, так как величина $p+r+l$ четная в выражениях для c_{xc} , c_{zc} и m_{yc} и нечетная в выражениях для c_{yc} , m_{xc} и m_{zc} , то, полагая в соотношениях (1.5) $n=IV$, $\delta_I = -\delta_{III} = \delta_1$, $\delta_{II} = -\delta_{IV} = \delta_2$ и $\varphi = \frac{\pi}{2}$, получаем при $k=1$

$$\left. \begin{aligned} c_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= c_{xc}(\alpha_2, \alpha_1, \delta_2, \delta_1, -\delta_3); \\ c_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -c_{zc}(\alpha_2, \alpha_1, \delta_2, \delta_1, -\delta_3); \\ m_{xc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= -m_{xc}(\alpha_2, \alpha_1, \delta_2, \delta_1, -\delta_3); \\ m_{yc}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3) &= m_{zc}(\alpha_2, \alpha_1, \delta_2, \delta_1, -\delta_3). \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Эти соотношения являются следствием того, что при наличии зеркальной (относительно плоскости Oxy или плоскости Oxz) и осевой симметрии конфигурации ракеты с четырьмя консолями неподвижных и управляющих поверхностей биссекторная плоскость также является плоскостью симметрии. Из соотношений (1.12) получаем, дополнительно к установленным выше, следующие свойства постоянных $a_{pqrs}^{(1)}$ и $a_{pqrs}^{(4)}$:

$$a_{pprrl}^{(1)} = 0 \quad \text{при } l=2k-1,$$

$$a_{pprrl}^{(4)} = 0 \quad \text{при } l=2k.$$

Что касается остальных коэффициентов $a_{pprrl}^{(l)}$, то они должны быть равны нулю в силу соотношений (1.4), вытекающих из центральной симметрии конфигурации ракеты с крестообразным крылом.

Наконец, четность или нечетность величины $q+s$, которая определяет соотношения между коэффициентами в четвертой колонке табл. 1, может быть определена по величине l . Действительно, так как в выражениях для c_{xc} , c_{yc} и m_{zc} величина $q+s+l$ четная, то четным l соответствуют четные $q+s$, а нечетным l — нечетные $q+s$. В выражениях для c_{zc} , m_{xc} и m_{yc} , наоборот, величина $q+s+l$ нечетная, поэтому четным l соответствуют нечетные $q+s$, а нечетным l — четные $q+s$.

Суммируя приведенные выше результаты, получаем следующие выражения для аэродинамических коэффициентов ракет с крестообразным крылом:

— коэффициент осевой силы

$$c_{xc} = \sum_{p, q, r, s, l} a_{pqrs}^{(1)} [\alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s + (-1)^l \alpha_1^q \alpha_2^p \delta_1^s \delta_2^r] \delta_3^l, \quad (1.13)$$

где суммирование производится по всем p, q, r, s и l , удовлетворяющим условиям

$$\left. \begin{aligned} p, q, r, s, l &= 0, 1, 2, \dots, n, \\ p+q+r+s+l &\leq n, \\ p+r+l &= 2i, \\ q+s+l &= 2j, \\ p \geq q; \quad r &\geq s; \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

— коэффициент момента крена

$$m_{xc} = \sum_{p, q, r, s, l} a_{pqrs}^{(4)} [\alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s - (-1)^l \alpha_1^q \alpha_2^p \delta_1^s \delta_2^r] \delta_3^l, \quad (1.15)$$

где суммирование производится по всем p, q, r, s и l , удовлетворяющим условиям

$$\left. \begin{aligned} p, q, r, s, l &= 0, 1, 2, \dots, n, \\ p+q+r+s+l &\leq n, \\ p+r+l &= 2i-1, \\ q+s+l &= 2j-1, \\ p \geq q; \quad r &\geq s; \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

— коэффициент нормальной силы

$$c_{yc} = \sum_{p, q, r, s, l} a_{pqrs}^{(2)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l, \quad (1.17)$$

— коэффициент поперечной силы

$$c_{zc} = - \sum_{p, q, r, s, l} (-1)^l a_{pqrs}^{(2)} \alpha_1^q \alpha_2^p \delta_1^s \delta_2^r \delta_3^l, \quad (1.18)$$

— коэффициент момента тангажа

$$m_{z c} = \sum_{p, q, r, s, l} a_{pqrst}^{(6)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l; \quad (1.19)$$

— коэффициент момента рыскания

$$m_{y c} = \sum_{p, q, r, s, l} (-1)^l a_{pqrst}^{(6)} \alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s \delta_3^l, \quad (1.20)$$

где суммирование производится по всем p, q, r, s и l , удовлетворяющим условиям

$$\left. \begin{aligned} p, q, r, s, l &= 0, 1, 2, \dots, n, \\ p + q + r + s + l &\leq n, \\ p + r + l &= 2i - 1, \\ q + s + l &= 2j. \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

Рассматривая выражения (1.13) — (1.20), можно заключить, что наличие у конфигурации ракеты с крестообразным крылом одновременно трех видов симметрии придает аэродинамическим силам и моментам таких ракет ряд специфических свойств. Так зависимости $c_{x c}$ и $m_{x c}$ состоят из сумм и разностей симметричных комбинаций $\alpha_1^p \alpha_2^q \delta_1^r \delta_2^s$ и $\alpha_1^q \alpha_2^p \delta_1^s \delta_2^r$, а зависимости $c_{y c}$ и $m_{z c}$ от $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2$ такие же как зависимости $c_{z c}$ и $m_{y c}$ от $\alpha_2, \alpha_1, \delta_2, \delta_1$. В то же время зависимость, например, каждого из моментов $m_{x c}, m_{y c}$ и $m_{z c}$ от углов атаки и углов отклонения рулей существенно отличается от других. Скажем, при $\delta_3 = 0$ момент крена обращается в нуль каждый раз, когда либо $\alpha_1 = \delta_1 = 0$ либо $\alpha_2 = \delta_2 = 0$, либо $\alpha_1 = \alpha_2$ и $\delta_1 = \delta_2$, а момент тангажа (рыскания) тождественно равен нулю при произвольных величинах углов атаки и углов отклонения рулей только в том случае, если $\alpha_1 = \delta_1 = 0$ ($\alpha_2 = \delta_2 = 0$). Более подробно аэродинамические силы и моменты ракет с крестообразным крылом рассматриваются в последующих разделах гл. I.

Для практического использования соотношений (1.13), (1.15) и (1.17) ÷ (1.20) удобно иметь для нескольких первых членов разложения функций $c_{x c}, \dots, m_{z c}$ полный набор коэффициентов a_{pqrst} , которые по условиям симметрии не обязаны быть равными нулю.

Комбинации $pqrstl$, при которых коэффициенты $a_{pqrst}^{(i)}$ ($i = 1; 2$ и 4) удовлетворяют условиям (1.14), (1.16) и (1.21), приведены в табл. 2 для пяти первых членов ряда (1.7). Сплошными линиями подчеркнуты симметричные комбинации $pqrstl$ и $qpsrli$, для которых $a_{pqrst}^{(i)} = a_{qpsrli}^{(i)}$, а пунктирными — такие комбинации, для которых $a_{pqrst}^{(i)} = -a_{qpsrli}^{(i)}$. Коэффициенты $a_{pqrst}^{(6)}$ содержат такие же комбинации $pqrstl$, как и коэффициенты $a_{pqrst}^{(2)}$, поэтому они в табл. 2 не приведены.

Коэффициент	Комбинации $pqrst$, удовлетворяющие свойствам симметрии ракет с крестообразным крылом				
	постоянная составляющая	линейные члены	квадратичные члены	кубические члены	члены четвертой степени
$a_{pqrst}^{(1)}$	00000	Отсутствуют	<u>20000, 02000</u> <u>00200, 00020</u> 00002 10100, 01010	<u>10011, 01101</u>	<u>40000, 04000</u> <u>00400, 00040</u> 00004 <u>30100, 03010</u> <u>10300, 01030</u> 22000 <u>20200, 02020</u> <u>20020, 02200</u> <u>20002, 02002</u> <u>00202, 00022</u> 00220 <u>21010, 12100</u> <u>01210, 10120</u> <u>10102, 01012</u> 11110
$a_{pqrst}^{(2)}$	Отсутствует	10000 00100	00011, 01001	30000, 00300, 20100, 10200, 12000, 02100, 10020, 00120, 10002, 00102, 01110, 11010	03001, 00031, 01003, 00013 21001, 20011, 02011, 01201 00211, 01021, 10111, 11101
$a_{pqrst}^{(4)}$	Отсутствует	00001	<u>01100, 10010</u>	00003 <u>20001, 02001, 00201, 00021</u> <u>10101, 01011</u>	<u>31000, 13000</u> <u>03100, 30010</u> <u>00130, 00310</u> <u>01300, 10030</u> <u>21100, 12010</u> <u>20110, 02110</u> <u>10210, 01120</u> <u>11200, 11020</u> <u>10012, 01102</u>

2.1 Упрощенные выражения для аэродинамических коэффициентов

Приведенные в § 1 выражения для аэродинамических коэффициентов $c_{x c}, \dots, m_{z c}$ достаточно сложны для использования в общем виде. Поэтому в дальнейшем представим эти величины ограниченным числом членов, учет которых, тем не менее, позволил бы правильно представить качественный характер аэродинамического взаимовлияния каналов управления ракеты.

В выражениях для $c_{y c}, c_{z c}, m_{y c}$ и $m_{z c}$ ограничимся членами, соответствующими первым четырем членам ряда (1.7), и, кроме того, не будем учитывать члены, которые нелинейно зависят от δ_1, δ_2 и δ_3 или содержат произведения этих величин. Таким образом, в соотношениях (1.17) — (1.20) будем рассматривать только такие члены, для которых $p+q+r+s+l \leq 3$ и $r+s+l \leq 1$. Тогда из табл. 2 и соотношений (1.17) — (1.20) получим

$$c_{y c} = c_y^a \alpha_1 + c_y^{\delta} \delta_1 + c_{y 1} + c_{y 2}, \quad (1.22)$$

где

$$\begin{aligned} c_{y 1} &= c_{10} \alpha_1^3 + c_{11} \alpha_1 \alpha_2^2 + c_{12} \alpha_1^2 \delta_1 + c_{13} \alpha_2^2 \delta_1 + c_{14} \alpha_1 \alpha_2 \delta_2, \\ c_{y 2} &= c_{20} \alpha_2 \delta_3; \\ c_{z c} &= -c_z^a \alpha_2 - c_z^{\delta} \delta_2 + c_{z 1} + c_{z 2}, \end{aligned} \quad (1.23)$$

где

$$\begin{aligned} c_{z 1} &= -c_{10} \alpha_2^3 - c_{11} \alpha_2 \alpha_1^2 - c_{12} \alpha_2^2 \delta_2 - c_{13} \alpha_1^2 \delta_2 - c_{14} \alpha_1 \alpha_2 \delta_1, \\ c_{z 2} &= c_{20} \alpha_1 \delta_3; \\ m_{y c} &= m_z^a \alpha_2 + m_z^{\delta} \delta_2 + m_{y 1} + m_{y 2}, \end{aligned} \quad (1.24)$$

где

$$\begin{aligned} m_{y 1} &= b_{10} \alpha_2^3 + b_{11} \alpha_2 \alpha_1^2 + b_{12} \alpha_2^2 \delta_2 + b_{13} \alpha_1^2 \delta_2 + b_{14} \alpha_1 \alpha_2 \delta_1, \\ m_{y 2} &= b_{20} \alpha_1 \delta_3; \\ m_{z c} &= m_z^a \alpha_1 + m_z^{\delta} \delta_1 + m_{z 1} + m_{z 2}, \end{aligned} \quad (1.25)$$

где

$$\begin{aligned} m_{z 1} &= b_{10} \alpha_1^3 + b_{11} \alpha_1 \alpha_2^2 + b_{12} \alpha_1^2 \delta_1 + b_{13} \alpha_2^2 \delta_1 + b_{14} \alpha_1 \alpha_2 \delta_2, \\ m_{z 2} &= -b_{20} \alpha_2 \delta_3. \end{aligned}$$

В отличие от (1.17) — (1.20) в соотношениях (1.22) — (1.25) вместо коэффициентов $a_{pqrs}^{(2)}$ и $a_{pqrs}^{(6)}$, ради упрощения обозначений, мы перешли к коэффициентам $c_y^a, c_y^{\delta}, c_i, m_z^{\delta}, m_z^a$ и b_i . Соответствие между указанными коэффициентами легко получить из сравнения соотношений (1.22) — (1.25) с табл. 2.

Например, $c_y^\alpha = a_{10\ 000}^{(2)}$, $c_{10} = a_{30\ 000}^{(2)}$, $c_{14} = a_{11\ 010}^{(2)}$, $c_{20} = a_{01\ 001}^{(2)}$. Величины c_y^α , c_y^{δ} , m_z^α и m_z^{δ} представляют собой частные производные $c_{y\ c}$ и $m_{z\ c}$ по α_1 и по δ_1 при $\alpha_1 = \alpha_2 = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ и характеризуют линейную зависимость подъемной силы и продольно-бокового момента¹⁾ в точке $\alpha_i = \delta_i = \delta_3 = 0$. Величины c_{y1} , c_{z1} , m_{y1} и m_{z1} характеризуют нелинейную зависимость силы и момента от параметров изолированного движения (коэффициенты c_{10} , c_{12} и b_{10} , b_{12}), а также аэродинамическое взаимовлияние каналов тангажа и курса (коэффициенты c_{11} , c_{13} , c_{14} и b_{11} , b_{13} , b_{14}). Величины c_{y2} , c_{z2} , m_{y2} и m_{z2} характеризуют влияние канала крена.

В выражении для c_x ограничимся членами, соответствующими первым пяти членам ряда (1.7), причем влияние углов отклонения рулей и элеронов будем учитывать только в $d^2 c_x$:

$$c_{x\ c} = c_{x0} + r_1(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + r_2(\delta_1^2 + \delta_2^2) + r_3\delta_3^2 + r_4(\alpha_1\delta_1 + \alpha_2\delta_2) + r_5(\alpha_1^4 + \alpha_2^4) + r_6\alpha_1^2\alpha_2^2. \quad (1.26)$$

Коэффициент момента крена будем представлять в виде суммы следующих составляющих:

$$m_{x\ c} = m_{x1} + m_{x2} + m_{x3} + m_x(\delta_3), \quad (1.27)$$

где

m_{x1} — коэффициент той части момента крена $M_{x\ c}(\delta_3=0)$, которая возникает при наличии углов атаки вследствие несимметричного обтекания отклоненных рулей. Величину $M_{x1} = qSlm_{x1}$ будем называть моментом крена от косою обдува рулей; m_{x2} — коэффициент той части момента крена $M_{x\ c}(\delta_3=0)$, которая возникает из-за несимметричного обтекания крыла и рулей при $\delta_1 = \delta_2 = 0$. Следуя [37] и [41], величину $M_{x2} = qSlm_{x2}$ будем называть наведенным моментом крена;

m_{x3} — коэффициент той части момента крена $M_{x\ c}(\delta_3=0)$, которая возникает вследствие отклонения рулей при $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; $m_x(\delta_3)$ — коэффициент момента крена, создаваемого элеронами.

Формально величины m_{x1} , m_{x2} , m_{x3} и $m_x(\delta_3)$ определяются из соотношения (1.15) следующим образом:

$$m_{x2} = m_{x\ c} (r=s=l=0);$$

$$m_{x3} = m_{x\ c} (p=q=l=0);$$

$$m_{x1} = m_{x\ c} (l=0) - m_{x2} - m_{x3};$$

$$m_x(\delta_3) = m_{x\ c} - m_{x\ к.о.},$$

где

$$m_{x\ к.о.} = m_{x1} + m_{x2} + m_{x3}.$$

¹⁾ Под продольно-боковым моментом понимается векторная сумма моментов тангажа и рыскания.

Момент крена $M_{x_{k.o.}} = qSlm_{x_{k.o.}}$ возникает независимо от угла отклонения элеронов и представляет собой суммарный результат перекрестного влияния каналов тангажа и курса на канал крена. Эту перекрестную аэродинамическую связь будем называть моментом крена от косо́го обдува. Момент крена от косо́го обдува оказывает доминирующее влияние на взаимосвязь каналов управления, поэтому структуру зависимости этого момента от углов атаки и углов отклонения рулей представим как можно более полно. Будем рассматривать в выражении (1.15) члены, соответствующие первым девяти членам ряда (1.7). При этом в выражении для m_{x1} ограничимся членами, удовлетворяющими условиям $p+q+r+s \leq 6$, $r+s=1$, а в выражении для m_{x3} учтем члены, для которых $r+s \leq 4$. Зависимость m_x (δ_a) представим членами, для которых $r=s=0$, $l=1$, $p+q \leq 6$.

В результате получим

$$m_{x1} = k_{10}(\alpha_1 \delta_2 - \alpha_2 \delta_1) + k_{11}(\alpha_1^3 \delta_2 - \alpha_2^3 \delta_1) + k_{12} \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1 \delta_1 - \alpha_2 \delta_2) + \\ + k_{13}(\alpha_1^5 \delta_2 - \alpha_2^5 \delta_1) + k_{14} \alpha_1^2 \alpha_2^2 (\alpha_1 \delta_2 - \alpha_2 \delta_1) + k_{15} \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1^3 \delta_1 - \alpha_2^3 \delta_2); \quad (1.28)$$

$$m_{x2} = k_{20} \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) + k_{21} \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1^4 - \alpha_2^4) + k_{22} \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1^6 - \alpha_2^6) + \\ + k_{23} \alpha_1^3 \alpha_2^3 (\alpha_1^2 - \alpha_2^2); \quad (1.29)$$

$$m_{x3} = k_{30} \delta_1 \delta_2 (\delta_1^2 - \delta_2^2); \quad (1.30)$$

$$\frac{m_x(\delta_a)}{\delta_a} = m_x^{\delta_a} + m_1(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + m_2(\alpha_1^4 + \alpha_2^4) + m_3 \alpha_1^2 \alpha_2^2 + \\ + m_4(\alpha_1^6 + \alpha_2^6) + m_5 \alpha_1^2 \alpha_2^2 (\alpha_1^2 + \alpha_2^2). \quad (1.31)$$

В соответствии с (1.2) полученные соотношения необходимо дополнить выражениями для коэффициентов c_{x_d} , c_{y_d} , c_{z_d} , m_{x_d} , m_{y_d} , m_{z_d} . Зависимости этих коэффициентов от угловых скоростей также могут быть определены на основании свойств симметрии конфигурации ракеты. Для случая $\delta_i = \delta_a = \delta_i = \delta_a = 0$ такие зависимости получены в [36]. В дальнейшем выражения для коэффициентов c_{x_d} , ..., m_{z_d} мы будем рассматривать в виде

$$\left. \begin{aligned} c_{x_d} &= 0; \\ c_{y_d} &= c_{21} \alpha_2 \omega_x; \\ c_{z_d} &= c_{21} \alpha_1 \omega_x; \\ m_{x_d} &= m_x^{\omega_x}; \\ m_{y_d} &= m_z^{\omega_y} + m_z^{\alpha_2} \dot{\alpha}_2 + m_z^{\delta_2} \dot{\delta}_2 + b_{21} \alpha_1 \omega_x; \\ m_{z_d} &= m_z^{\omega_z} + m_z^{\alpha_1} \dot{\alpha}_1 + m_z^{\delta_1} \dot{\delta}_1 - b_{21} \alpha_2 \omega_x. \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

2.2. Структура аэродинамических перекрестных связей и причины их возникновения

Из приближенных соотношений (1.22) — (1.32) легко установить, как изменяется структура аэродинамических перекрестных связей по мере возрастания порядка учитываемых членов разложения величин $c_{x\epsilon}$, $c_{y\epsilon}$, ..., $m_{z\epsilon}$ в ряды Тэйлора. Рассмотрим структуру перекрестных связей на примере величин $m_{x\epsilon}$, $m_{y\epsilon}$ и $m_{z\epsilon}$ (см. табл. 3).

Таблица 3

Величина	Учитываемые члены разложения			
	линейные	квадратичные	кубические	четвертой степени
m_x	$\delta_\vartheta, \omega_x$	$\alpha_1 \delta_2 - \alpha_2 \delta_1$	$(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \delta_\vartheta$	$\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1^2 - \alpha_2^2), \dots$ $\delta_1 \delta_2 (\delta_1^2 - \delta_2^2), \dots$
m_y	$\alpha_2, \delta_2, \omega_y$	$\alpha_1 \delta_\vartheta, \alpha_1 \omega_x$	$\alpha_2 \alpha_1^2, \delta_2 \alpha_1^2$	Не учитываются
m_z	$\alpha_1, \delta_1, \omega_z$	$\alpha_2 \delta_\vartheta, \alpha_2 \omega_x$	$\alpha_1 \alpha_2^2, \delta_1 \alpha_2^2$	Не учитываются

При учете линейных членов разложения перекрестные связи отсутствуют. При учете членов второй степени проявляется зависимость момента крена от углов атаки и углов отклонения рулей (момент крена M_{x1}), а также зависимость моментов тангажа и рыскания (и соответствующих составляющих подъемной силы) от угла отклонения элеронов и угловой скорости крена¹⁾. Взаимовлияние каналов тангажа и курса, а также зависимость момента крена, создаваемого элеронами, от углов атаки проявляются при учете членов третьей степени. Наконец, при учете членов четвертой степени проявляется зависимость момента крена только от углов атаки (m_{x2}) и только от углов отклонения рулей (m_{x3}).

Таким образом, видно, что в приближенных выражениях для аэродинамических коэффициентов (1.22) — (1.32) учитываются все возможные виды аэродинамического взаимовлияния каналов управления ракет с крестообразным крылом. Блок-схема основных перекрестных связей, возникающих в пространственном

¹⁾ Следует отметить, что хотя перекрестная связь по угловой скорости крена появляется уже в членах разложения второй степени, ее величина обычно существенно меньше статических перекрестных связей даже более высокого порядка.

движении ракеты вследствие аэродинамического взаимовлияния каналов тангажа, курса и крена, показана на рис. 1.8, где символ П обозначает операцию произведения.

Приведенная выше структура аэродинамических перекрестных связей получена на основании свойств симметрии конфигураций ракет с крестообразным крылом. Рассмотрим теперь кратко физические причины возникновения некоторых аэродинамических перекрестных связей. Из выражений для $c_{y\epsilon}$, $c_{z\epsilon}$, $m_{y\epsilon}$,

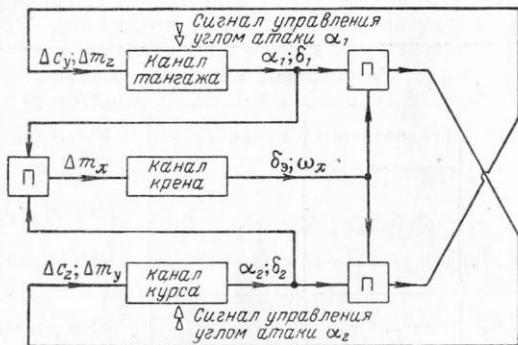


Рис. 1.8. Блок-схема аэродинамического взаимовлияния каналов управления ракеты с крестообразным крылом

$m_{z\epsilon}$ и $m_{x\epsilon}$ видно, что большинство аэродинамических перекрестных связей возникает в том случае, когда плоскость угла атаки не является плоскостью симметрии конфигурации ракеты.

В условиях такого обтекания отдельные консоли несущих поверхностей, имеющие одинаковую геометрию, создают разные по величине подъемные силы. В качестве примера рассмотрим ракету схемы «утка», установленную под углом атаки α_1 в канале тангажа (рис. 1.9). При отклонении руля направления (руля в канале курса) его нижняя консоль, обращенная к набегающему потоку, создает поперечную силу Z_H большую, чем поперечная сила Z_B , создаваемая верхней консолью. Можно указать две главные причины, приводящие к несимметрии сил на нижней и верхней консолях руля и, как следствие, к возникновению момента крена. Первая заключается в том, что при стреловидной передней кромке рулей увеличение угла атаки α_1 приводит к уменьшению угла скольжения нижней консоли руля и к увеличению угла скольжения верхней консоли руля. Так как с увеличением угла скольжения поперечная сила консоли уменьшается, то $|Z_H| > |Z_B|$. Вторая причина заключается в затенении консоли

руля корпусом. В отличие от нижней консоли, работающей в поджатом потоке, верхняя консоль находится в потоке, заторможенном корпусом.

Таким образом, при положительном угле атаки α_1 отклонение руля направления для создания положительного момента рыскания приводит к появлению положительного момента крена, а при $m_y < 0$ будет $m_x < 0$.

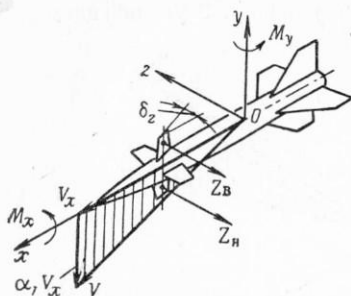


Рис. 1.9. Возникновение момента крена при несимметричном обтекании рулей

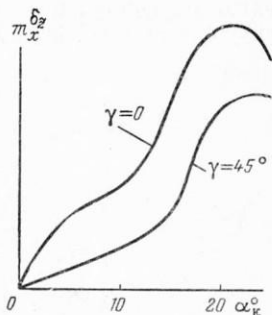


Рис. 1.10. Качественный характер зависимости производной коэффициента момента крена по углу отклонения рулей $m_x \delta_z$ от угла атаки корпуса α_k

Из рассмотрения сил, показанных на рис. 1.9, можно установить знак постоянного коэффициента k_{10} в выражении (1.28) для коэффициента момента крена m_{x1} . Так как угол атаки α_1 положителен и положительное отклонение руля $\delta_2 > 0$ приводит к положительному моменту крена ($|Z_n| > |Z_v|$), то из формулы $m_{x1} = k_{10} \alpha_1 \delta_2$ заключаем, что $k_{10} > 0$.

У ракет схемы «утка» момент крена, возникающий непосредственно на рулях, складывается с моментом крена, образующимся за счет несимметрии сил на консолях крыла, возникающей вследствие несимметричного расположения и неодинаковой интенсивности вихрей, сходящих с нижней и верхней консолей руля. Указанные две составляющие момента крена, возникающего при отклонении рулей, сложным образом зависят от углов атаки α_1 и α_2 . Поэтому обычно коэффициент момента крена m_{x1} ракет схемы «утка» является существенно нелинейной функцией угла атаки корпуса. Производная коэффициента момента крена по углу отклонения руля в зависимости от угла атаки корпуса α_k приведена на рис. 1.10, заимствованном из работы [41]. Величиной δ_z обозначен условный угол отклонения рулей, создающих

управляющую силу вдоль оси \tilde{Oz} системы координат $\tilde{Ox\tilde{y}\tilde{z}}$, связанной с углом атаки (см. § 3).

В качестве другого примера рассмотрим обтекание дифференциально отклоненных крестообразных рулей ракеты нормальной схемы (рис. 1.11). При очень малых углах атаки α_1 дифференциальное отклонение рулей не приводит к заметному изменению сил и моментов, действующих в каналах тангажа и курса, поскольку влияние каждой пары элеронов почти взаимно компенсируется в силу близости потока к осесимметричному. С увеличением углов

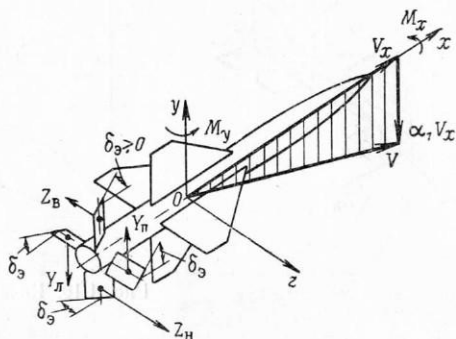


Рис. 1.11. Возникновение момента рыскания при несимметричном обтекании дифференциально отклоненных рулей

атаки возрастает несимметрия сил, действующих на каждый из четырех элеронов, причем, так же как и в случае обтекания, показанном на рис. 1.9, экранирование элеронов корпусом приводит к уменьшению эффективности верхнего элерона и к увеличению эффективности нижнего элерона. Приращения сил на правом и левом элеронах, вызванные их отклонением на угол δ_ϵ , будут почти одинаковыми¹⁾.

Таким образом, при положительном угле атаки дифференциальное отклонение рулей на угол $\delta_\epsilon > 0$ приводит к появлению положительной поперечной силы ($c_{z2} > 0$) и, как следствие, к появлению положительного момента рыскания на ракетах нормальной схемы (в выражениях (1.22) — (1.25) $c_{20} > 0$, $b_{20} > 0$). Физические причины, обуславливающие влияние угла отклонения элеронов на поперечную силу и продольно-боковой момент, не отличаются от причин, вызывающих момент крена при косом обдуве рулей. Поэтому, если для стабилизации ракеты по крену используется дифференциальное отклонение рулей, то наличие

¹⁾ Предполагается, что подъемная сила консоли руля при увеличении угла атаки консоли возрастает по линейному закону.

момента крена от косого обдува рулей указывает на необходимость учета также и перекрестных связей, зависящих от угла отклонения элеронов. Зависимость производной коэффициента бокового момента $m_{\dot{\gamma}}$ (см. § 3) по углу отклонения элеронов δ_e от угла атаки корпуса показана на рис. 1.12 [41].

Причины возникновения моментов крена M_{x_2} (a_1, a_2) и M_{x_3} (δ_1, δ_2) имеют более сложный характер. Так, в образовании момента крена M_{x_2} , кроме экранирования консолей крыла корпусом, играют роль вихри, сходящиеся с носовой части корпуса, а также с различных надстроек, расположенных на корпусе впереди крыла [37]. Возникновение момента крена M_{x_3} связано с несимметричным расположением вихрей, сходящихся с рулевых поверхностей, относительно консолей крыла.

Перекрестные связи, зависящие от угловой скорости крена, рассматриваются в § 4.

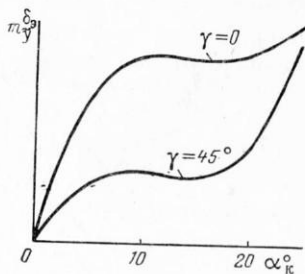


Рис. 1.12. Качественный характер зависимости производной коэффициента бокового момента по углу отклонения элеронов $m_{\dot{\gamma}}$ от угла атаки корпуса α_K

§ 3. ПОЛЯРНАЯ ФОРМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

В настоящем разделе излагается новый метод анализа аэродинамических характеристик и динамических свойств осесимметричных управляемых ракет, который основан на переходе от обычных переменных (углы атаки и скольжения, углы отклонения рулей и т. п.) к новым переменным. Эти переменные (им дано название «цилиндрические координаты») широко используются во всех последующих разделах книги, и, по существу, благодаря введению этих переменных удается получить достаточно простые инженерные методы расчета пространственного движения ракет около центра масс. Поэтому без четкого представления о существе вводимых в настоящем разделе понятий изучение основного материала книги будет значительно затруднено.

3.1. Цилиндрические координаты

При анализе аэродинамических сил и моментов, а также при расчетах движения ракет с крестообразным крылом в случае пространственного обтекания удобно ввести такие понятия, как плоскость угла атаки, угол атаки корпуса, плоскость управления,

суммарный угол отклонения рулей, плоскость маневра и нормальная составляющая угловой скорости. Дадим определения этих понятий.

Плоскостью угла атаки будем называть плоскость, содержащую вектор скорости и ось симметрии ракеты Ox . След этой

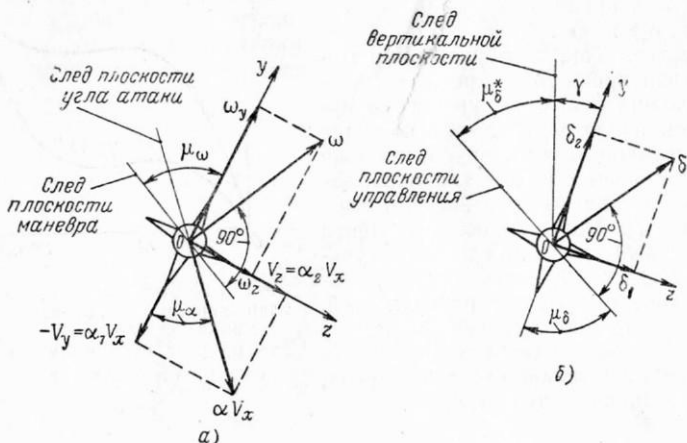


Рис. 1.13. Декартовы и полярные координаты, определяющие движение около центра масс

плоскости на поперечной плоскости ракеты показан на рис. 1.13, а. Плоскость угла атаки составляет с плоскостью симметрии Oxy угол μ_α , который определяется соотношением

$$\mu_\alpha = \arctg \frac{V_z}{-V_y} = \arctg \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Характерной особенностью плоскости угла атаки является то, что аэродинамическая сила и момент, вызванные изменением углов атаки, действуют преимущественно в этой плоскости.

Углом атаки корпуса α_K назовем угол между вектором скорости и осью симметрии ракеты. Величина α_K всегда считается положительной.

Ориентация вектора скорости в связанных осях ракеты полностью определяется заданием величин α_K и μ_α , а величина этого вектора — заданием величин α_K , μ_α и V_x .

Суммарным углом отклонения рулей будем называть величину модуля вектора $\vec{\delta}$, имеющего своими составляющими векторы $\vec{\delta}_1$ и $\vec{\delta}_2$, ориентированные по осям Oz и Oy связанной системы координат и численно равные углам отклонения рулей δ_1 и δ_2

в каналах тангажа и курса (рис. 1.13, б). Величина суммарного угла отклонения рулей определяется соотношением

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}.$$

В силу того, что величины углов отклонения рулей в каналах тангажа и курса ограничены, годографом вектора $\vec{\delta}_{\max}$ на поперечной плоскости ракеты в общем случае будет прямоугольник. Для ракет с крестообразным крылом обычно $\delta_{1\max} = \delta_{2\max}$, и годографом вектора $\vec{\delta}_{\max}$ будет квадрат.

Плоскостью управления назовем плоскость, которая содержит ось симметрии ракеты и для которой нормалью является вектор $\vec{\delta}$. След плоскости управления на поперечной плоскости ракеты показан на рис. 1.13, б.

Плоскость управления составляет с плоскостью симметрии Oxy угол μ_δ , определяемый соотношением

$$\mu_\delta = \text{arctg} \frac{\delta_2}{\delta_1}.$$

Характерной особенностью плоскости управления является то, что управляющая сила и управляющий момент, возникающие при отклонении рулей, действуют преимущественно в этой плоскости. В частности, при линейных характеристиках плоскость действия этой силы и момента совпадает с плоскостью управления. При известной зависимости управляющих сил и моментов от углов отклонения рулей и элеронов эти силы и моменты полностью определяются заданием величин δ , μ_δ и δ_3 .

Нормальной составляющей угловой скорости назовем вектор $\vec{\omega}$, представляющий собой проекцию вектора полной угловой скорости корпуса ракеты $\vec{\Omega}$ на поперечную плоскость ракеты. Величина нормальной составляющей угловой скорости определяется соотношением

$$\omega = \sqrt{\omega_y^2 + \omega_z^2}.$$

Плоскостью маневра будем называть плоскость, которая содержит ось симметрии ракеты и для которой нормалью является вектор $\vec{\omega}$. След плоскости маневра на поперечной плоскости ракеты показан на фиг. 1.13, а. Плоскость маневра составляет с плоскостью симметрии Oxy угол μ_ω , определяемый соотношением

$$\mu_\omega = \text{arctg} \frac{\omega_y}{\omega_z}.$$

Плоскость маневра определяет (с точностью до влияния угла атаки корпуса и угловой скорости вращения) плоскости угла

атаки в пространстве) направление маневра ракеты в установившемся движении.

Величина полной угловой скорости вращения корпуса ракеты полностью определяется заданием величин ω , μ_ω и ω_x .

Уравнения пространственного движения получаются более простыми, если вместо угла атаки корпуса использовать величину α , определяемую соотношением

$$\alpha = \operatorname{tg} \alpha_k = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}.$$

В дальнейшем величину α , если одновременно не используется величина α_k , будем условно называть углом атаки. Систему величин α , μ_α , V_x , ω , μ_ω , ω_x , δ , μ_δ и δ_0 будем называть цилиндрическими координатами, а величины α , μ_α , ω , μ_ω , δ и μ_δ — полярными координатами.

Соотношения между полярными и декартовыми координатами можно получить из рассмотрения рис. 1.13. Эти соотношения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha \cos \mu_\alpha, & \alpha_2 &= \alpha \sin \mu_\alpha; \\ \omega_z &= \omega \cos \mu_\omega, & \omega_y &= \omega \sin \mu_\omega; \\ \delta_1 &= \delta \cos \mu_\delta, & \delta_2 &= \delta \sin \mu_\delta. \end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

По определению величины α , ω и δ всегда положительны.

Вместо проекций аэродинамической силы и момента на связанные оси ракеты будем рассматривать их проекции на оси координат $Ox\tilde{y}\tilde{z}$, которые показаны на рис. 1.14. Ось Ox этой системы координат совпадает с осью симметрии ракеты, ось $O\tilde{y}$

лежит в плоскости угла атаки и направлена вдоль нормали к оси Ox составляющей скорости набегающего потока. Ось $O\tilde{z}$ образует с осями Ox и $O\tilde{y}$ правую систему.

Систему осей координат $Ox\tilde{y}\tilde{z}$ будем называть «Системой осей координат, связанных с углом атаки». Можно указать на следующий часто применяемый в авиационной практике аналог осей координат, связанных с углом атаки. При изучении пространственного обте-

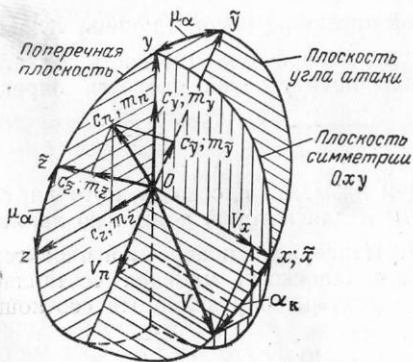


Рис. 1.14. Ориентация системы координат $Ox\tilde{y}\tilde{z}$ связанной с углом атаки, по отношению к связанным осям ракеты $Ox\tilde{y}\tilde{z}$

кания моделей осесимметричных ракет в аэродинамических трубах установка модели в рабочей части трубы под нужными углами атаки и скольжения может быть осуществлена двумя способами. Во-первых, с помощью механизма, обеспечивающего поворот модели в вертикальной плоскости («механизма α »), она может быть установлена под углом атаки α^1 , а затем путем поворота вокруг вертикальной оси, обеспечиваемого «механизмом β », — под углом скольжения β . Во-вторых, путем поворота вокруг оси симметрии модель можно установить под некоторым углом крена, а затем при помощи «механизма α » повернуть в вертикальной плоскости. Заметим, что в указанных двух случаях последовательность поворотов не играет роли.

Во втором случае угол, получаемый в результате поворота в вертикальной плоскости, будет представлять собой угол атаки корпуса α_k , а вертикальная плоскость будет плоскостью угла атаки, которые рассматривались на стр. 32. При этом углом атаки в обычном понимании будет угол между осью Ox и проекцией вектора скорости на ту плоскость симметрии модели, которая является базовой для отсчета угла крена, а углом скольжения будет угол между этой плоскостью симметрии и вектором скорости. Соотношения для углов атаки и скольжения получают из рассмотрения трехгранного угла, который образуют эти углы совместно с углом атаки корпуса.

Если при втором способе создания углов атаки и скольжения в измерительной системе координат ось x совпадает с осью симметрии ракеты, а оси y и z перпендикулярны к оси x , причем ось z всегда горизонтальна (такой случай реализуется, если в качестве чувствительных элементов используются тензометрические датчики, жестко связанные с державкой, на которой крепится модель ракеты), то измерительная система координат будет представлять собой частный случай осей координат $Ox\tilde{y}\tilde{z}$, связанных с углом атаки. Отличие этих двух систем координат заключается в том, что угол крена осей координат $Ox\tilde{y}\tilde{z}$ в общем случае переменен, а угол крена аналога этих осей, реализуемого в аэродинамической трубе, всегда равен нулю.

Из рассмотрения рис. 1.14 легко получить соотношения

$$\left. \begin{aligned} c_{\tilde{x}} &= c_x; \\ c_{\tilde{y}} &= c_y \cos \mu_\alpha - c_z \sin \mu_\alpha; \\ c_{\tilde{z}} &= c_z \cos \mu_\alpha + c_y \sin \mu_\alpha; \\ m_{\tilde{x}} &= m_x; \\ m_{\tilde{y}} &= m_y \cos \mu_\alpha - m_z \sin \mu_\alpha; \\ m_{\tilde{z}} &= m_z \cos \mu_\alpha + m_y \sin \mu_\alpha. \end{aligned} \right\} (1.34)$$

¹⁾ Напомним, что символ α обозначает здесь физически другую величину.

Силу $R_{\tilde{y}} = qSc_{\tilde{y}}$ и момент $M_{\tilde{z}} = qSb_A m_{\tilde{z}}$, действующие в плоскости угла атаки, назовем соответственно подъемной силой и продольным моментом. Силу $R_{\tilde{z}} = qSc_{\tilde{z}}$ и момент $M_{\tilde{y}} = qSb_A m_{\tilde{y}}$, действующие в плоскости, проходящей через ось Ox перпендикулярно плоскости угла атаки, будем называть соответственно боковой силой и боковым моментом. Силу $N = qSc_n$, где $c_n = \sqrt{c_{\tilde{y}}^2 + c_{\tilde{z}}^2} = \sqrt{c_{y_c}^2 + c_{z_c}^2}$, будем называть, в отличие от (1.18), поперечной силой.

По аналогии с (1.2) выражения для $c_x, c_{\tilde{y}}, c_{\tilde{z}}, m_x, m_{\tilde{y}}$ и $m_{\tilde{z}}$ можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} c_x &= c_{xc} + c_{xl}; \\ c_{\tilde{y}} &= c_{yc} + c_{yl}; \\ c_{\tilde{z}} &= c_{zc} + c_{zl}; \\ m_x &= m_{xc} + m_{xl}; \\ m_{\tilde{y}} &= m_{yc} + m_{yl}; \\ m_{\tilde{z}} &= m_{zc} + m_{zl}. \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

Величины $c_{xc}, c_{yc}, c_{zc}, m_{xc}, m_{yc}$ и m_{zc} являются функциями $\alpha, \delta, \delta_3, \mu_\alpha$ и μ_δ , а величины $c_{xl}, c_{yl}, \dots, m_{zl}$ в общем случае являются, кроме того, также функциями $\dot{\alpha}, \dot{\delta}, \dot{\delta}_3, \omega, \mu_\omega, \mu_\alpha, \mu_\delta$ и ω_x , причем $c_{xl} = c_{yl} = \dots = m_{zl} = 0$ при $\dot{\alpha} = \dot{\delta} = \dots = \omega_x = 0$.

В случае, когда углы отклонения органов управления равны нулю ($\delta = \delta_3 = 0$), коэффициенты статических составляющих сил и моментов $c_{xc}, c_{yc}, \dots, m_{zc}$ являются функциями только двух переменных α и μ_α . Аэродинамические силы и моменты в этом случае удобно исследовать, если представить их коэффициенты в виде рядов Фурье по переменной μ_α [12], [21]. Такой метод можно применить и для анализа коэффициентов аэродинамических сил и моментов при отклоненных органах управления, если рассматривать эти коэффициенты как периодические функции μ_α и μ_δ .

3.2. Представление аэродинамических коэффициентов рядами Фурье

Чтобы получить структуру зависимостей коэффициентов аэродинамических сил и моментов от цилиндрических координат, разложим зависимости $f_i(\alpha, \delta, \delta_3, \mu_\alpha, \mu_\delta)$, где $f_i = c_{xc}, c_{yc}, \dots, m_{zc}$, в ряды Фурье по переменным μ_α и μ_δ ¹⁾.

Согласно [10] и [31], функция $f(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ двух переменных может быть представлена кратным (двойным) рядом Фурье:

$$f(\mu_\alpha, \mu_\delta) = \sum_{\sigma, \tau=0}^{\infty} (a_{\sigma\tau}^{(1)} \cos \sigma\mu_\alpha \cos \tau\mu_\delta + a_{\sigma\tau}^{(2)} \cos \sigma\mu_\alpha \sin \tau\mu_\delta + a_{\sigma\tau}^{(3)} \sin \sigma\mu_\alpha \cos \tau\mu_\delta + a_{\sigma\tau}^{(4)} \sin \sigma\mu_\alpha \sin \tau\mu_\delta). \quad (1.36)$$

Так как в рассматриваемом случае $f = f(\alpha, \delta, \delta_\partial, \mu_\alpha, \mu_\delta)$, то коэффициенты $a_{\sigma\tau}^{(k)}$ являются функциями переменных $\alpha, \delta, \delta_\partial$ и, кроме того, числа M . Чтобы определить эти коэффициенты, а также условия, которым должны удовлетворять числа σ и τ , рассмотрим свойства аэродинамических сил и моментов как функций цилиндрических координат. Свойства, обусловленные зеркальной симметрией конфигураций ракет с крестообразным крылом, получим из соотношений (1.3), используя (1.33) и (1.34):

$$\left. \begin{aligned} c_{x_c}(\alpha, \delta, \delta_\partial, \mu_\alpha, \mu_\delta) &= c_{x_c}(\alpha, \delta, -\delta_\partial, -\mu_\alpha, -\mu_\delta); \\ c_{y_c}(\alpha, \delta, \delta_\partial, \mu_\alpha, \mu_\delta) &= c_{y_c}(\alpha, \delta, -\delta_\partial, -\mu_\alpha, -\mu_\delta); \\ c_{z_c}(\alpha, \delta, \delta_\partial, \mu_\alpha, \mu_\delta) &= -c_{z_c}(\alpha, \delta, -\delta_\partial, -\mu_\alpha, -\mu_\delta); \\ m_{x_c}(\alpha, \delta, \delta_\partial, \mu_\alpha, \mu_\delta) &= -m_{x_c}(\alpha, \delta, -\delta_\partial, -\mu_\alpha, -\mu_\delta); \\ m_{y_c}(\alpha, \delta, \delta_\partial, \mu_\alpha, \mu_\delta) &= -m_{y_c}(\alpha, \delta, -\delta_\partial, -\mu_\alpha, -\mu_\delta); \\ m_{z_c}(\alpha, \delta, \delta_\partial, \mu_\alpha, \mu_\delta) &= m_{z_c}(\alpha, \delta, -\delta_\partial, -\mu_\alpha, -\mu_\delta). \end{aligned} \right\} \quad (1.37)$$

Хотя эти соотношения получены для случая, когда плоскостью симметрии ракеты является плоскость Oxy , они справедливы также и для плоскости Oxz и для биссекторной плоскости; при этом необходимо только, чтобы началом отсчета углов μ_α и μ_δ была выбранная плоскость симметрии. Поэтому свойства, выраженные соотношениями (1.37), являются более общими, чем аналогичные им свойства, выраженные соотношениями в обычной декартовой форме.

Из соотношений (1.37) следует, что c_{x_c} , c_{y_c} и m_{z_c} являются четными, а c_{z_c} , m_{x_c} и m_{y_c} — нечетными функциями комбинаций переменных $\delta_\partial, \mu_\alpha$ и μ_δ .

Свойства, обусловленные осевой симметрией, получим при помощи соотношений (1.5). Используя (1.33) и (1.34), можно по-

1) Отметим, что для всех $f_i(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ выполняются достаточные условия разложимости, заключающиеся в том, что f_i должны иметь период 2π по μ_α и μ_δ и иметь непрерывные частные производные при всех μ_α и μ_δ [31].

казать, что в случае ракеты с крестообразным крылом для всех функций $f_1 = c_{xc}$, $f_2 = c_{y_c}$, ..., $f_6 = m_{z_c}$ должно выполняться условие

$$f_i(\alpha, \delta, \mu_\alpha^*, \mu_\delta^*, \delta_3, \gamma) = f_i\left(\alpha, \delta, \mu_\alpha^*, \mu_\delta^*, \delta_3, \gamma + k \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.38)$$

В этом соотношении величины μ_α^* и μ_δ^* представляют собой углы, на которые отклонены соответственно плоскость угла атаки и плоскость управления от вертикальной плоскости. Величина μ_δ^* показана на рис. 1.13, б; величина μ_α^* отсчитывается аналогично μ_δ^* . Очевидно, что

$$\left. \begin{aligned} \mu_\alpha^* &= \mu_\alpha - \gamma; \\ \mu_\delta^* &= \mu_\delta - \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

Соотношение (1.38) может быть получено также из рассмотренной физической картины обтекания ракеты: если при неизменном положении в пространстве плоскости угла атаки и плоскости управления и при постоянных величинах α , δ и δ_3 повернуть ракету вокруг оси симметрии на угол $\gamma = k \frac{\pi}{2}$ ($k=1, 2, 3 \dots$), то характер обтекания не изменится. Следовательно, проекции аэродинамической силы и момента на оси координат, связанные с углом атаки (при $\mu_\alpha^* = \text{const}$ ориентация этих осей не меняется) останутся прежними.

Из соотношения (1.38) следует, что при постоянных α , δ , δ_3 , μ_α^* и μ_δ^* аэродинамические коэффициенты являются периодическими функциями угла крена γ периода $\frac{\pi}{2}$.

Представим каждую из величин $a_{\sigma\tau}^{(k)}$, входящих в (1.36), в виде суммы двух функций, одна из которых является четной, а другая нечетной функцией δ_3 , например:

$$a_{\sigma\tau}^{(1)} = f_{\sigma\tau}(\alpha, \delta, \delta_3^2) + \delta_3 \psi_{\sigma\tau}(\alpha, \delta, \delta_3^2).$$

Тогда ряды Фурье для $f_i = c_{xc}$, c_{y_c} , ..., m_{z_c} по аналогии с (1.36) можно представить в виде

$$\begin{aligned} f_i = \sum_{\sigma, \tau=0}^{\infty} [& (f_{\sigma\tau}^{(i)} + \delta_3 \psi_{\sigma\tau}^{(i)}) \cos \sigma \mu_\alpha \cos \tau \mu_\delta + (\varphi_{\sigma\tau}^{(i)} + \delta_3 \chi_{\sigma\tau}^{(i)}) \cos \sigma \mu_\alpha \times \\ & \times \sin \tau \mu_\delta + (\eta_{\sigma\tau}^{(i)} + \delta_3 \zeta_{\sigma\tau}^{(i)}) \sin \sigma \mu_\alpha \cos \tau \mu_\delta + \\ & + (\lambda_{\sigma\tau}^{(i)} + \delta_3 \rho_{\sigma\tau}^{(i)}) \sin \sigma \mu_\alpha \sin \tau \mu_\delta], \end{aligned} \quad (1.40)$$

где $f_{\sigma\tau}^{(i)}$, ..., $\rho_{\sigma\tau}^{(i)}$ — функции α , δ и δ_3^2 .

Потребуем, чтобы ряды (1.40) для f_i удовлетворяли соотношениям (1.37) и (1.38). Получаем, что для выполнения соотношений (1.37) должно быть

$$\text{и } \left. \begin{aligned} \psi_{\sigma\tau}^{(i)} = \varphi_{\sigma\tau}^{(i)} = \eta_{\sigma\tau}^{(i)} = \rho_{\sigma\tau}^{(i)} = 0 \text{ при } i=1, 2, 6; \\ f_{\sigma\tau}^{(i)} = \chi_{\sigma\tau}^{(i)} = \zeta_{\sigma\tau}^{(i)} = \lambda_{\sigma\tau}^{(i)} = 0 \text{ при } i=3, 4, 5. \end{aligned} \right\} \quad (1.41)$$

Далее, если выразить в (1.40) произведения тригонометрических функций через суммы этих функций, например:

$$\begin{aligned} \cos \sigma\mu_\alpha \cos \tau\mu_\beta &= \frac{1}{2} [\cos(\sigma\mu_\alpha - \tau\mu_\beta) + \cos(\sigma\mu_\alpha + \tau\mu_\beta)] = \\ &= \frac{1}{2} [\cos[(\sigma - \tau)\gamma + \varepsilon] + \cos[(\sigma + \tau)\gamma + \chi]], \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon = \sigma\mu_\alpha^* - \tau\mu_\beta^*; \quad \chi = \sigma\mu_\alpha^* + \tau\mu_\beta^*,$$

то получим, что для выполнения соотношений (1.38) должно быть $\sigma - \tau = 4(p-1)$, $\sigma + \tau = 4(q-1)$, где $p, q = 1, 2, 3, \dots$. Этим условиям числа σ и τ могут удовлетворять только в том случае, если они одновременно либо четные, либо нечетные.

Таким образом, учитывая (1.41), получаем следующие двойные ряды Фурье для $c_{xc}, c_{yc}, \dots, m_{zc}$:

$$\begin{aligned} c_{xc} &= \sum_{k,m=0}^{\infty} [r_{km}^{(1)} \cos(k\mu_\beta - m\mu_\alpha) + r_{km}^{(3)} \delta_9 \sin(k\mu_\beta - m\mu_\alpha)] + \\ &+ \sum_{i,j=0}^{\infty} [r_{ij}^{(2)} \cos(i\mu_\beta + j\mu_\alpha) + r_{ij}^{(4)} \delta_9 \sin(i\mu_\beta + j\mu_\alpha)]; \quad (1.42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{yc} &= \sum_{k,m=0}^{\infty} [c_{km}^{(1)} \cos(k\mu_\beta - m\mu_\alpha) + c_{km}^{(3)} \delta_9 \sin(k\mu_\beta - m\mu_\alpha)] + \\ &+ \sum_{i,j=0}^{\infty} [c_{ij}^{(2)} \cos(i\mu_\beta + j\mu_\alpha) + c_{ij}^{(4)} \delta_9 \sin(i\mu_\beta + j\mu_\alpha)]; \quad (1.43) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{zc} &= \sum_{k,m=0}^{\infty} [d_{km}^{(1)} \sin(k\mu_\beta - m\mu_\alpha) + d_{km}^{(3)} \delta_9 \cos(k\mu_\beta - m\mu_\alpha)] + \\ &+ \sum_{i,j=0}^{\infty} [d_{ij}^{(2)} \sin(i\mu_\beta + j\mu_\alpha) + d_{ij}^{(4)} \delta_9 \cos(i\mu_\beta + j\mu_\alpha)]; \quad (1.44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{xc} &= \sum_{k,m=0}^{\infty} [k_{km}^{(1)} \sin(k\mu_\beta - m\mu_\alpha) + k_{km}^{(3)} \delta_9 \cos(k\mu_\beta - m\mu_\alpha)] + \\ &+ \sum_{i,j=0}^{\infty} [k_{ij}^{(2)} \sin(i\mu_\beta + j\mu_\alpha) + k_{ij}^{(4)} \delta_9 \cos(i\mu_\beta + j\mu_\alpha)]; \quad (1.45) \end{aligned}$$

$$m_{\tilde{y}c} = \sum_{k,m=0}^{\infty} [e_{km}^{(1)} \sin(k\mu_{\delta} - m\mu_{\alpha}) + e_{km}^{(3)} \delta_{\delta} \cos(k\mu_{\delta} - m\mu_{\alpha}) + \\ + \sum_{i,j=0}^{\infty} [e_{ij}^{(2)} \sin(i\mu_{\delta} + j\mu_{\alpha}) + e_{ij}^{(4)} \delta_{\delta} \cos(i\mu_{\delta} + j\mu_{\alpha})]; \quad (1.46)$$

$$m_{\tilde{z}c} = \sum_{k,m=0}^{\infty} [b_{km}^{(1)} \cos(k\mu_{\delta} - m\mu_{\alpha}) + b_{km}^{(3)} \delta_{\delta} \sin(k\mu_{\delta} - m\mu_{\alpha})] + \\ + \sum_{i,j=0}^{\infty} [b_{ij}^{(2)} \cos(i\mu_{\delta} + j\mu_{\alpha}) + b_{ij}^{(4)} \delta_{\delta} \sin(i\mu_{\delta} + j\mu_{\alpha})]. \quad (1.47)$$

В (1.42) — (1.47) суммирование производится по всем неотрицательным k, m, i, j , удовлетворяющим условиям $k - m = 4(p - 1)$, $i + j = 4(q - 1)$, где $p, q = 1, 2, 3 \dots$. Величины $r_{rs}^{(i)}, c_{rs}^{(i)}, \dots, b_{rs}^{(i)}$ являются функциями положительных аргументов $\alpha, \delta, \delta_{\delta}^2$ и числа M . Они могут быть выражены через значения $f_{\sigma\tau}^{(i)}, \psi_{\sigma\tau}^{(i)}, \dots, \rho_{\sigma\tau}^{(i)}$, входящие в (1.40), однако это несущественно, поскольку не приводит к уточнению структуры этих функций.

3.3. Приближенные выражения для аэродинамических коэффициентов в полярной форме

Зависимость аэродинамических коэффициентов от полярных углов может быть также определена, если перейти в соответствующих выражениях от декартовых переменных к полярным при помощи соотношений (1.33). Воспользуемся для этого соотношениями (1.2), (1.22) — (1.32). Принимая во внимание (1.34), получаем после преобразований следующие выражения для $c_x, c_y, \dots, m_{\tilde{z}c}$.

Коэффициент осевой силы

$$c_x = r_{00} + r_{11}^{(1)} \cos(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + r_{04}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha}, \quad (1.48)$$

где

$$r_{00} = c_{x0} + r_1 \alpha^2 + r_2 \delta^2 + r_3 \delta_{\delta}^2 + \frac{6r_5 + r_6}{8} \alpha^4;$$

$$r_{11}^{(1)} = r_4 \alpha \delta; \quad r_{04}^{(2)} = \frac{2r_5 - r_6}{8} \alpha^4.$$

Коэффициент момента крена

$$m_x = m_x^{\omega_x} + m_{x1} + m_{x2} + m_{x3} + m_x(\delta_{\delta}), \quad (1.49)$$

где

$$m_{x1} = k_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + k_{15}^{(1)} \sin(\mu_{\delta} - 5\mu_{\alpha}) + k_{13}^{(2)} \sin(\mu_{\delta} + 3\mu_{\alpha}), \quad (1.50)$$

$$k_{11}^{(1)} = k_{10} \alpha \delta + \frac{3k_{11} - k_{12}}{4} \alpha^3 \delta + \frac{5k_{13} + k_{14} - k_{15}}{8} \alpha^5 \delta,$$

$$k_{15}^{(1)} = \frac{k_{13} - k_{14} - k_{15}}{16} \alpha^5 \delta, \quad k_{13}^{(2)} = \frac{k_{11} + k_{12}}{4} \alpha^3 \delta + \frac{5k_{13} - k_{14} + 3k_{15}}{16} \alpha^5 \delta;$$

$$m_{x2} = k_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha + k_{08}^{(2)} \sin 8\mu_\alpha, \quad (1.51)$$

$$k_{04}^{(2)} = \frac{k_{20}}{4} \alpha^4 + \frac{k_{21}}{4} \alpha^6 + \frac{7k_{22} + k_{23}}{32} \alpha^8, \quad k_{08}^{(2)} = \frac{k_{22} - k_{23}}{64} \alpha^8;$$

$$m_{x3} = k_{40}^{(2)} \sin 4\mu_\delta, \quad (1.52)$$

$$k_{40}^{(2)} = \frac{k_{30}}{4} \delta^4;$$

$$m_x(\delta_3) = k_{00}^{(4)} \delta_3 + k_{04}^{(4)} \delta_3 \cos 4\mu_\alpha, \quad (1.53)$$

$$k_{00}^{(4)} = m_{x3} + m_1 \alpha^2 + \frac{6m_2 + m_3}{8} \alpha^4 + \frac{5m_4 + m_5}{8} \alpha^6,$$

$$k_{04}^{(4)} = \frac{2m_2 - m_3}{8} \alpha^4 + \frac{3m_4 - m_5}{8} \alpha^6.$$

Коэффициент подъемной силы

$$c_y = c_{00} + c_{11}^{(1)} \cos(\mu_\delta - \mu_\alpha) + c_{13}^{(2)} \cos(\mu_\delta + 3\mu_\alpha) + c_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha, \quad (1.54)$$

где

$$c_{00} = c_y \alpha + \frac{3c_{10} + c_{11}}{4} \alpha^3;$$

$$c_{11}^{(1)} = c_y \delta + \frac{3c_{12} + c_{13} + c_{14}}{4} \alpha^2 \delta;$$

$$c_{13}^{(2)} = \frac{c_{12} - c_{13} - c_{14}}{4} \alpha^2 \delta, \quad c_{04}^{(2)} = \frac{c_{10} - c_{11}}{4} \alpha^3.$$

Коэффициент боковой силы

$$c_z = d_{11}^{(1)} \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha) + d_{13}^{(2)} \sin(\mu_\delta + 3\mu_\alpha) + d_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha + \\ + d_{00} \delta_3 + c_{z\alpha}, \quad (1.55)$$

где

$$d_{11}^{(1)} = -c_y \delta - \frac{c_{12} + 3c_{13} - c_{14}}{4} \alpha^2 \delta;$$

$$d_{13}^{(2)} = c_{13}^{(2)}; \quad d_{04}^{(2)} = c_{04}^{(2)};$$

$$d_{00} = c_{20} \alpha;$$

$$c_{z\alpha} = c_{21} \alpha^0 x.$$

Коэффициент продольного момента

$$m_{\tilde{z}} = b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + b_{13}^{(2)} \cos(\mu_{\delta} + 3\mu_{\alpha}) + \\ + b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha} + m_{\tilde{z} \lambda}, \quad (1.56)$$

где

$$b_{00} = m_z^{\alpha} \alpha + \frac{3b_{10} + b_{11}}{4} \alpha^3;$$

$$b_{11}^{(1)} = m_z^{\delta} \delta + \frac{3b_{12} + b_{13} + b_{14}}{4} \alpha^2 \delta;$$

$$b_{13}^{(2)} = \frac{b_{12} - b_{13} - b_{14}}{4} \alpha^2 \delta, \quad b_{04}^{(2)} = \frac{b_{10} - b_{11}}{4} \alpha^3;$$

$$m_{\tilde{z} \lambda} = m_z^{\omega} \cos(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) + m_z^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \cos(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) - \\ - m_z^{\dot{\delta} \dot{\mu}_{\delta}} \sin(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}).$$

Коэффициент бокового момента

$$m_{\tilde{y}} = e_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + e_{13}^{(2)} \sin(\mu_{\delta} + 3\mu_{\alpha}) + e_{04}^{(2)} \sin 4\mu_{\alpha} + \\ + e_{00} \delta_{\alpha} + m_{\tilde{y} \lambda}, \quad (1.57)$$

где

$$e_{11}^{(1)} = m_z^{\delta} \delta + \frac{b_{12} + 3b_{13} - b_{14}}{4} \alpha^2 \delta;$$

$$e_{13}^{(2)} = -b_{13}^{(2)}; \quad e_{04}^{(2)} = -b_{04}^{(2)};$$

$$e_{00} = b_{20} \alpha;$$

$$m_{\tilde{y} \lambda} = m_z^{\omega} \sin(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) + b_{21} \alpha \omega_x + m_z^{\dot{\alpha} \dot{\mu}_{\alpha}} \dot{\alpha} + \\ + m_z^{\dot{\delta} \dot{\mu}_{\delta}} \dot{\delta} \sin(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + m_z^{\dot{\delta} \dot{\mu}_{\delta}} \dot{\delta} \cos(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}).$$

Из структуры (1.56) и (1.57) видно, что в выражение для $m_{\tilde{z} c}$ могут входить такие же коэффициенты $b_{ij}^{(k)}$ (α, δ) как и в выражение для $m_{\tilde{y} c}$. Это означает, что в отдельных случаях зависимости $m_{\tilde{z} c}(\alpha, \delta)$, соответствующие некоторым значениям μ_{α} и μ_{δ} , могут полностью определять обе составляющие продольно-бокового момента при несимметричном обтекании ракеты.

Действительно, если для коэффициентов моментов $m_{\tilde{y} n}$ и $m_{\tilde{z} n}$, соответствующих нейтральному положению рулей, имеют место соотношения ¹⁾

¹⁾ Эти соотношения вытекают из первых двух членов разложения $m_y(\mu_{\alpha})$ и $m_z(\mu_{\alpha})$ в ряды Фурье.

$$m_{y_n}^{\sim} = -\varphi_2(\alpha) \sin 4\mu_\alpha;$$

$$m_{z_n}^{\sim} = \varphi_1(\alpha) + \varphi_2(\alpha) \cos 4\mu_\alpha,$$

то легко получить, что

$$m_{y_n}^{\sim}(\alpha, \mu_\alpha) = -\frac{1}{2} [m_{z_n}^{\sim+}(\alpha) - m_{z_n}^{\sim\times}(\alpha)] \sin 4\mu_\alpha;$$

$$m_{z_n}^{\sim}(\alpha, \mu_\alpha) = \frac{1}{2} [m_{z_n}^{\sim+}(\alpha) + m_{z_n}^{\sim\times}(\alpha)] + \frac{1}{2} [m_{z_n}^{\sim+}(\alpha) - m_{z_n}^{\sim\times}(\alpha)] \cos 4\mu_\alpha,$$

где значок «+» соответствует значению $\mu_\alpha = 0$, а значок « \times » — значению $\mu_\alpha = 45^\circ$.

Аналогичные оценки можно получить для приращений коэффициентов моментов, вызываемых отклонением рулей, а также для коэффициентов аэродинамических сил $C_{y_c}^{\sim}$ и $C_{z_c}^{\sim}$.

§ 4. ВЛИЯНИЕ ПЕРЕКРЕСТНЫХ СВЯЗЕЙ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКУЮ СИЛУ И ПРОДОЛЬНО-БОКОВОЙ МОМЕНТ

Определим на основании полученных выражений для c_x , c_y^{\sim} , c_z^{\sim} , m_y^{\sim} и m_z^{\sim} качественный характер влияния перекрестных связей на отдельные составляющие аэродинамической силы и продольно-бокового момента ¹⁾.

4.1. Сила лобового сопротивления ²⁾

Если $\delta = \delta_0 = 0$, то величину c_x можно представить в виде

$$c_x = c_{x0} + r_1 \alpha^2 + \frac{6r_5 + r_6}{8} \alpha^4 + \frac{2r_5 - r_6}{8} \alpha^4 \cos 4\mu_\alpha.$$

При небольших углах атаки, когда можно пренебречь членами, пропорциональными α^4 , сила лобового сопротивления не зависит от ориентации плоскости угла атаки относительно ракеты, т. е. при небольших величинах α крылатая ракета в отношении c_x эквивалентна телу вращения. При больших углах атаки величина c_x оказывается периодической функцией μ_α с периодом $\pi/2$.

Если угол атаки постоянен, то при совпадении плоскости угла атаки с плоскостью симметрии, когда $\mu_\alpha = k \frac{\pi}{4}$ ($k=0, 1, 2$), величина c_x имеет экстремальные значения независимо от значений коэффициентов r_i , т. е. независимо от схемы ракеты. Отсюда следует, что если для аппроксимации c_x необходимы степени

¹⁾ Продольно-боковой момент (см. сноску на стр. 25) может быть определен и как векторная сумма продольного M_z^{\sim} и бокового M_y^{\sim} моментов.

²⁾ Хотя выражение для c_x получено на основании свойств, сформулированных для проекций аэродинамической силы на связанные оси ракеты, легко проверить, что сила лобового сопротивления, действующая по касательной к траектории полета, обладает теми же свойствами, что и сила $R_x = -qSc_x$. Поэтому здесь R_x называется силой лобового сопротивления.

α не выше, чем четвертая, и если при этом зависимости $c_x(\alpha)$ при значениях $\mu_\alpha=0$ и $\mu_\alpha=45^\circ$ совпадают, то они совпадают и при других значениях μ_α . В этом случае $2r_5 - r_6 = 0$ и $c_x = c_{x0} + r_1\alpha^2 + r_5\alpha^4$.

Характер зависимости $c_x(\mu_\alpha)$ может изменяться с изменением числа M , однако даже при сравнительно больших углах атаки колебания c_x относительно своего среднего значения при постоянном значении угла атаки корпуса обычно малы [12]. Таким образом, коэффициент индуктивного сопротивления $c_{xi} = c_x - c_{x0}$, вызываемого углами атаки α_1 и α_2 , при переходе к декартовым переменным можно представить приближенно в виде

$$c_{xi}(\alpha_1, \alpha_2) = r_1(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + r_5(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2.$$

Как видно из (1.48), приращение c_x , вызываемое отклонением рулей, в первом приближении зависит только от величины суммарного угла отклонения рулей δ и от разности углов $\mu_\delta - \mu_\alpha$, т. е. от ориентации плоскости управления относительно плоскости угла атаки. Приращение c_x , вызываемое углом отклонения элеронов, приблизительно пропорционально квадрату угла отклонения элеронов и не зависит от угла атаки корпуса.

4.2. Поперечная сила при $\omega_x = 0$

Рассмотрим вначале зависимости $c_{\tilde{y}}$ и $c_{\tilde{z}}$ при $\delta = \delta_0 = 0$. Из соотношений (1.54) и (1.55) получим в этом случае величины $c_{\tilde{y}}$ и $c_{\tilde{z}}$ в виде

$$\left. \begin{aligned} c_{\tilde{y}} &= c_y^\alpha \alpha + \frac{3c_{10} + c_{11}}{4} \alpha^3 + \frac{c_{10} - c_{11}}{4} \alpha^3 \cos 4\mu_\alpha; \\ c_{\tilde{z}} &= \frac{c_{10} - c_{11}}{4} \alpha^3 \sin 4\mu_\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1.58)$$

При достаточно малых углах атаки, когда c_y и c_z линейно зависят от α_1 и α_2 ($c_i = 0$), подъемная сила не зависит от ориентации плоскости угла атаки относительно ракеты ($c_{\tilde{y}} = c_y^\alpha \alpha$), а боковая сила тождественно равна нулю, так же как и для тела вращения. По мере увеличения угла атаки корпуса возрастает несимметрия, вносимая крылом, и величины $c_{\tilde{y}}$ и $c_{\tilde{z}}$ становятся периодическими функциями μ_α периода $\mu_\alpha = \pi/2$. При этом, если угол атаки корпуса постоянен, то экстремальные значения $c_{\tilde{y}}$, так же как и экстремальные значения c_x , достигаются в плоскостях симметрии, когда $\mu_\alpha = k \frac{\pi}{4}$. Экстремальные значения $c_{\tilde{z}}$ достигаются в тех случаях, когда плоскость угла атаки составляет с плоскостью симметрии угол, равный $\pi/8$.

По аналогии с c_x заключаем, что если зависимости $c_{\tilde{y}}$ при $\mu_\alpha=0$ и $\mu_\alpha=45^\circ$ совпадают, то они совпадают и при других значениях μ_α .

Если реальные зависимости c_y и c_z достаточно точно аппроксимируются кубическими параболой, то, как следует из соотношений (1.58), при $\alpha=\text{const}$ максимальная амплитуда $c_{\tilde{z}}(\mu_\alpha)$ равна максимальному отклонению $c_{\tilde{y}}(\mu_\alpha)$ от своего среднего значения. В этом случае можно утверждать, что если зависимо-

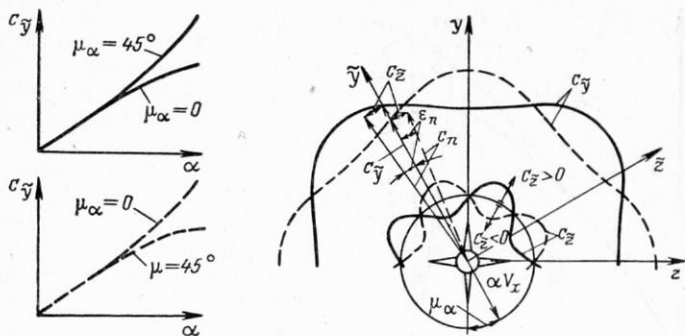


Рис. 1.15. Годографы коэффициентов подъемной ($c_{\tilde{y}}$) и боковой ($c_{\tilde{z}}$) сил при круговой несимметрии

сти $c_{\tilde{y}}(\alpha)$ при $\mu_\alpha=0$ и $\mu_\alpha=45^\circ$ совпадают, то боковая сила тождественно равна нулю ($c_{\tilde{z}} \equiv 0$). Заметим, что отмеченные выше свойства величин $c_{\tilde{y}}$ и $c_{\tilde{z}}$ крылатой ракеты вытекают из приближенных соотношений, учитывающих только первые гармоники в рядах Фурье для $c_{\tilde{y}c}(\mu_\alpha)$ и $c_{\tilde{z}c}(\mu_\alpha)$.

Таким образом, при $\delta=\delta_0=0$ поперечная сила крылатой ракеты $N=qSc_n$ ($c_n = \sqrt{c_{\tilde{y}}^2 + c_{\tilde{z}}^2}$) в отличие от тела вращения в общем случае не совпадает с плоскостью угла атаки, а образует с ней угол, равный $\epsilon_n = \text{arctg} \frac{c_{\tilde{z}}}{c_{\tilde{y}}}$ (рис. 1.15). Поскольку, как

мы уже знаем, при слабых нелинейностях амплитуды колебаний $c_{\tilde{y}}$ и $c_{\tilde{z}}$ совпадают, то максимальную величину угла ϵ_n (соответственно и максимальную величину $c_{\tilde{z}}$) можно приближенно определить по зависимостям $c_{\tilde{y}}(\alpha)$ при $\mu_\alpha=0$ и $\mu_\alpha=45^\circ$ путем графического построения, показанного на рис. 1.16.

Если при $\delta_0=0$ отклонение рулей на углы δ_1 и δ_2 производить таким образом, чтобы плоскость управления совпадала с плос-

костью угла атаки ($\mu_\delta = \mu_\alpha$), то согласно соотношениям (1.54) и (1.55), выражения для $c_{\tilde{y}}$ и $c_{\tilde{z}}$ будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} c_{\tilde{y}} &= c_{00} + c_{11}^{(1)} + (c_{13}^{(2)} + c_{04}^{(2)}) \cos 4\mu_\alpha; \\ c_{\tilde{z}} &= (c_{13}^{(2)} + c_{04}^{(2)}) \sin 4\mu_\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1.59)$$

Из сравнения соотношений (1.58) и (1.59) видно, что в этих двух случаях зависимости $c_{\tilde{y}}$ и $c_{\tilde{z}}$ от полярного угла μ_α обладают одинаковыми свойствами.

Влияние угла отклонения элеронов на подъемную силу обычно невелико и этим влиянием в большинстве случаев пренебрегают.

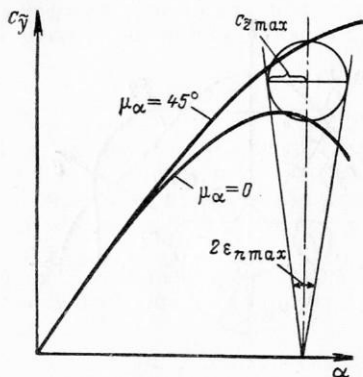


Рис. 1.16. Приближенный способ графического определения максимальной величины коэффициента боковой силы $c_{\tilde{z} \max}$ и угла $\varepsilon_{n \max}$ по зависимостям $c_{\tilde{y}}(\alpha)$

4.3. Продольно-боковой момент при $\omega_x = \omega = \dot{\alpha}_i = \dot{\delta}_i = 0$

Из соотношений (1.54) — (1.57) видно, что при $\omega_x = \omega = \dot{\alpha}_i = \dot{\delta}_i = 0$ поперечная сила и продольно-боковой момент обладают качественно одинаковыми свойствами. Однако вследствие того, что моментные характеристики в значительно большей мере нелинейны, чем поперечная сила, можно ожидать, что зависимость продольно-бокового момента от угла μ_α количественно будет большей.

Из того факта, что при $\delta_\alpha = 0$ и $\mu_\delta = \mu_\alpha$ коэффициент бокового момента

$$m_{\tilde{y}} = -(b_{04}^{(2)} + b_{13}^{(2)}) \sin 4\mu_\alpha$$

не равен нулю, следует важный практический вывод, что для пространственной балансировки в общем случае необходимо, чтобы плоскость управления была отклонена от плоскости угла атаки на некоторый угол $\varepsilon = \mu_\delta - \mu_\alpha$. Балансировочные величины угла ε рассматриваются в § 2 гл. III.

В отличие от поперечной силы продольно-боковой момент в большей мере может зависеть от угла отклонения элеронов, особенно если в качестве органов поперечного управления исполь-

зуются дифференциально отклоняемые рули, установленные на корпусе. Из выражений для $m_{\tilde{y}}$ и $m_{\tilde{z}}$ видно, что влияние угла отклонения элеронов δ_a на продольно-боковой момент имеет специфический характер. Специфика этого влияния заключается в том, что отклонение элеронов приводит при небольших углах атаки α к изменению только коэффициента бокового момента $m_{\tilde{y}}$; величина же коэффициента продольного момента $m_{\tilde{z}}$ не зависит от δ_a . Приращения $m_{\tilde{y}}$, вызываемые отклонением элеронов, не зависят от ориентации плоскости угла атаки и определяются только углом атаки корпуса. Зависимость производной коэффициента бокового момента $m_{\tilde{y}}^{\delta_a}$ от угла атаки корпуса была приведена ранее на рис. 1.12. Из графиков, показанных на этом рисунке, видно, что при больших величинах α в зависимостях $m_{y2}(\alpha_i, \delta_a)$ и $m_{z2}(\alpha_i, \delta_a)$ необходимо учитывать более высокие, чем в (1.24) и (1.25), степени α_i , например третью и пятую. Вследствие этого на больших углах атаки величина $m_{\tilde{z}}$ также может оказаться зависящей от угла отклонения элеронов и, кроме того, приращения $m_{\tilde{y}}$ и $m_{\tilde{z}}$, вызываемые отклонением элеронов, могут зависеть от угла μ_α [см. (1.46) и (1.47)].

4.4. Сила и момент Магнуса

Боковую силу $R_{\tilde{z}л} = qSc_{\tilde{z}л} (c_{\tilde{z}л} = c_{21}\alpha\omega_x)$ и боковой момент $\Delta M_{\tilde{y}л} = qSb_{\Delta} \Delta m_{\tilde{y}л} (\Delta m_{\tilde{y}л} = b_{21}\alpha\omega_x)$ называют силой и моментом Магнуса. Их возникновение связано с циркуляцией воздушного потока, вызываемой вращением ракеты. Для выявления тех случаев, в которых может возникнуть необходимость учета перекрестных связей, зависящих от угловой скорости крена, проведем оценку величин $R_{\tilde{z}л}$ и $\Delta M_{\tilde{y}л}$.

При небольших углах атаки корпуса, когда $\alpha = \text{tg } \alpha_h \approx \alpha_h$, выражение для силы Магнуса $R_{\tilde{z}л}$ можно представить в виде [12]

$$R_{\tilde{z}л} \approx -\frac{1}{2} \rho S_M l V \alpha \omega_x,$$

где S_M — площадь поперечного сечения корпуса, l — длина корпуса, ρ — плотность воздуха.

Подъемная сила $R_{\tilde{y}}$, действующая в плоскости угла атаки, выражается формулой

$$R_{\tilde{y}} = -\frac{1}{2} \rho V^2 S_M c_y^{\alpha} \alpha.$$

Следовательно:

$$\frac{|R_{\tilde{z}л}|}{R_{\tilde{y}}} \approx \frac{l |\omega_x|}{V c_y^{\alpha}}.$$

Если в качестве характерной площади выбрана площадь ми-
 делевого сечения корпуса, то величина c_y^a для оперенных ракет
 обычно достигает значений, заведомо больших, чем $c_y^a = 10$. По-
 этому имеем оценку

$$\left| \frac{R_{z_d}^{\sim}}{R_y^{\sim}} \right| < 0,1 \frac{l |\omega_x|}{V}.$$

Из этого соотношения видно, что учет силы Магнуса может
 оказывать влияние на движение ракеты только при очень боль-
 ших скоростях вращения по крену, например, для ракет без-
 элеронной схемы (см. гл. VI).

Аналогичные оценки могут быть сделаны для момента Маг-
 нуса

$$\Delta M_{y_d}^{\sim} = R_{z_d}^{\sim} \cdot x_M,$$

где x_M — расстояние от центра масс до точки приложения силы
 Магнуса.

Так как

$$M_z^{\sim}(\alpha) = -R_y^{\sim} \cdot x_\alpha,$$

где x_α — расстояние от центра масс до фокуса по углу атаки, то

$$\frac{\Delta M_{y_d}^{\sim}}{M_z^{\sim}(\alpha)} = \frac{l \omega_x x_M}{V c_y^a x_\alpha}.$$

При не очень больших по абсолютной величине отношениях
 x_M/x_α влияние момента Магнуса на движение ракет, стабилизи-
 рованных по крену, можно не учитывать. Однако для вращаю-
 щихся слабо оперенных ракет возможность пренебрежения этим
 моментом не является очевидной.

§ 5. МОМЕНТ КРЕНА РАКЕТ С КРЕСТОБРАЗНЫМ КРЫЛОМ

5.1. Предварительные замечания

При анализе составляющих аэродинамической силы и про-
 дольно-бокового момента в § 4 отмечалось, что качественный ха-
 рактер зависимости величин $c_{y^{\sim}}$, $c_{z^{\sim}}$, $m_{y^{\sim}}$ и $m_{z^{\sim}}$ от углов атаки
 и углов отклонения рулей мало изменяется при изменении схемы
 ракеты.

Иначе обстоит дело с составляющими момента крена. При
 изменении компоновки ракеты значительно изменяется не только
 качественный характер зависимости m_x от углов атаки и сколь-
 жения, но, что более важно, и количественное соотношение меж-
 ду различными составляющими момента крена. Для иллюстра-

ции этого положения оценим порядок величин составляющих m_{x1} , m_{x2} и m_{x3} по величине их первых гармоник:

$$\left. \begin{aligned} m_{x1} &= k_{10} \alpha \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha); \\ m_{x2} &= \frac{k_{20}}{4} \alpha^4 \sin 4\mu_\alpha; \\ m_{x3} &= \frac{k_{30}}{4} \delta^4 \sin 4\mu_\delta. \end{aligned} \right\} \quad (1.60)$$

Из (1.60) можно сделать вывод, что если управляющие поверхности являются основными несущими поверхностями (ракеты с поворотным крылом), то максимальная амплитуда составляющей m_{x2} будет порядка $\alpha_{\max}^3 / \delta_{\max}$ по сравнению с максимальной амплитудой m_{x1} . Так как обычно для ракет с поворотным крылом $\alpha < \delta$, то отношение $m_{x2 \max} / m_{x1 \max}$ будет малой величиной.

Основная часть момента крена M_{x3} создается за счет несимметрии сколов у оперения ракеты. Поэтому при $S_{г.о} \sim S_{кр}$ для величины коэффициента этого момента имеем оценку $m_{x3} \sim \alpha_{г.о}^4 = (\epsilon^\delta \delta)^4$, где ϵ^δ — производная угла скола потока у оперения по углу отклонения крыла.

Величина ϵ^δ при больших сверхзвуковых скоростях полета мала ($\epsilon^\delta \ll 1$), поэтому величина $m_{x3 \max}$ оказывается малой по сравнению с $m_{x2 \max}$ даже при небольших отношениях α / δ , что хорошо согласуется с экспериментом.

Таким образом, главной частью момента крена от косою обдува у ракет с поворотным крылом при небольших величинах α является первая гармоника момента крена от косою обдува рулей (поворотных крыльев), так что

$$m_{xк.о} \approx k_{10} \alpha \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha).$$

Высшие гармоники имеют амплитуды второго порядка малости по сравнению с амплитудой основной гармоники. При увеличении угла атаки корпуса возрастает роль нелинейных членов, однако и в этом случае для ракеты с поворотным крылом величина m_{x1} оказывается доминирующей. Пример зависимостей m_{x1} и m_{x2} для модели ракеты с поворотным крылом показан на рис. 1.17.

На ракетах нормальной схемы момент M_{x1} создается небольшими (по сравнению с крылом) рулями. Поэтому у таких компоновок коэффициенты m_{x1} и m_{x2} могут оказаться величинами

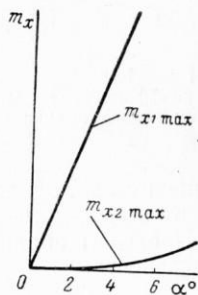


Рис. 1.17. Сравнение различных коэффициентов момента крена от косою обдува ракет с поворотным крылом

одного порядка. Величина m_{x3} для ракет нормальной схемы равна нулю. Пример зависимостей m_{x1} и m_{x2} для модели ракеты нормальной схемы показан на рис. 1.18.

На ракетах схемы «утка» при небольших углах атаки коэффициент момента крена m_{x1} обычно в несколько раз превосходит

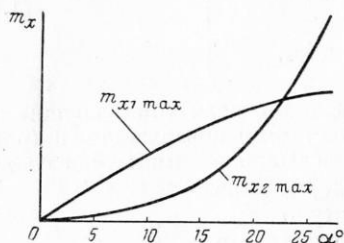


Рис. 1.18. Сравнение различных коэффициентов момента крена от косого обдува ракет нормальной схемы

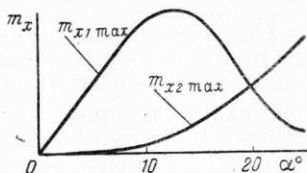


Рис. 1.19. Сравнение различных коэффициентов момента крена от косого обдува ракет схемы «утка»

величину m_{x2} , однако при больших углах атаки может оказаться, что $m_{x2 \max} > m_{x1 \max}$ (рис. 1.19).

Проведем анализ каждой составляющей момента крена в отдельности.

5.2. Момент крена от косого обдува рулей

Основной член составляющей момента крена от косого обдува рулей представляет собой первую гармонику ряда Фурье, зависящую от разности углов $\mu_\delta - \mu_\alpha$. В первом приближении коэффициент этого момента определяется соотношением

$$m_{x1} = k_{11}^{(1)} \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha). \quad (1.61)$$

При слабой нелинейности m_{x1} по углу атаки величина $k_{11}^{(1)} \approx k_{10} \alpha \delta$ (1.50) положительна. Поэтому из анализа соотношений (1.57) и (1.61) получаем, что при наличии угла атаки только в канале тангажа ($\mu_\alpha = 0$) отклонение руля в канале курса на создание положительного момента рыскания приводит к появлению отрицательного момента крена на ракетах нормальной схемы ($m_z^\delta < 0, \Delta \mu_\delta < 0$) и положительного момента крена на ракетах схемы «утка» ($m_z^\delta > 0, \Delta \mu_\delta > 0$).

Если рассматривать величины δ_1 и δ_2 , α_1 и α_2 , соответственно, как проекции векторов $\vec{\delta}$ и $\vec{\alpha}$ на связанные оси Oz и Oy , приписать системе осей $Oxyz$ тройку ортов \mathbf{ijk} и учесть, что векторная величина момента крена имеет вид $\vec{M}_x = M_x \mathbf{i}$, то легко получить,

что выражения $m_{x1} = k_{10}(a_1\delta_2 - a_2\delta_1)$ и $m_{x1} = k_{10}a\delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha)$ являются разными формами записи численного значения одной и той же величины векторного произведения $k_{10}\vec{\delta} \times \vec{a}$ векторов $k_{10}\vec{\delta}$ и \vec{a} . Таким образом, векторная величина момента крена \vec{M}_{x1} при небольших углах атаки равна (с точностью до скалярного множителя $qSlk_{10}$) векторному произведению вектора суммарного угла отклонения управляющих поверхностей $\vec{\delta}$ на вектор суммарного угла атаки \vec{a} . Величина момента M_{x1} пропорциональна площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{\delta}$ и \vec{a} , а направление \vec{M}_{x1} выбирается так, чтобы вращение вектора $\vec{\delta}$ до совпадения с вектором \vec{a} осуществлялось по кратчайшему расстоянию, если смотреть с конца вектора $\vec{M}_{x1} = qSl\vec{m}_{x1}$ (рис. 1.20).

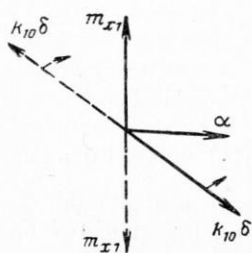


Рис. 1.20. Представление коэффициента момента крена от косога обдува рулей в виде векторного произведения векторов $k_{10}\vec{\delta}$ и \vec{a}

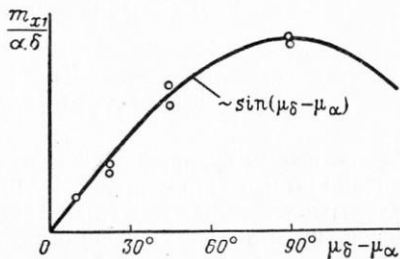


Рис. 1.21. Характер зависимости $\frac{m_{x1}}{a\delta}$ ($\mu_\delta - \mu_\alpha$) при слабой нелинейности момента крена от косога обдува рулей

Если нелинейные составляющие m_{x1} достаточно малы по сравнению с «линейным» членом, то экспериментальные точки должны располагаться близко к синусоиде с аргументом $\mu_\delta - \mu_\alpha$ и амплитудой, пропорциональной $a\delta$. Таким образом, переход к полярным координатам позволяет существенно упростить анализ экспериментальных зависимостей момента крена, так как приводит функцию четырех переменных $a_1, a_2, \delta_1, \delta_2$ к функции только двух переменных $a\delta$ и $\mu_\delta - \mu_\alpha$. Это обстоятельство особенно важно при обработке зависимостей m_{x1} , получающихся из летных испытаний. Для определения величины коэффициента k_{10} экспериментальные зависимости m_{x1} удобно представлять в виде графиков

$$\frac{m_{x1}}{z\delta} = f(\mu_\delta - \mu_\alpha),$$

как показано на рис. 1.21.

Отметим одно важное обстоятельство, вытекающее из анализа зависимости $m_{x1} = k_{10} \alpha \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha)$. Как видно из графика, показанного на рис. 1.21, величина коэффициента k_{10} приближенно равна значению $\frac{m_x}{\alpha\delta}$ при $\mu_\delta - \mu_\alpha = 90^\circ$. Поэтому для оценки

величины k_{10} достаточно иметь экспериментальную кривую $m_{x1}(\alpha)$ при значении $\mu_\delta - \mu_\alpha = 90^\circ$.

Учет в выражении для m_{x1} нелинейных членов относительно α приводит, как видно из (1.50), к более сложной зависимости m_{x1} от μ_δ и μ_α . Так, при $\mu_\delta = \text{const}$ зависимость m_{x1} содержит третью и пятую гармоники относительно μ_α . При $\mu_\delta = \mu_\alpha$, что примерно соответствует балансировке по продольно-боковому моменту ракеты схемы «утка», выражение для m_{x1} принимает вид

$$m_{x1} = (k_{13}^{(2)} - k_{15}^{(1)}) \sin 4\mu_\alpha,$$

или

$$m_{x1} = \frac{1}{4} [k_{11} + k_{12} + (k_{13} + k_{15}) \alpha^2] \alpha^3 \delta \sin^4 \mu_\alpha.$$

У ракет схемы «утка» зависимость $m_{x1}(\alpha)$ может быть сильно нелинейной (см. например, рис. 1.19). В таких случаях выбор структуры зависимости $m_{x1}(\alpha_i, \delta_i)$ требует особого внимания. Так если, имея только зависимость $m_{x1}(\alpha_1, \delta_2)$ при $\alpha_2 = \delta_1 = 0$, в соответствии с (1.28) подобрать коэффициенты k_{10} , k_{11} и k_{13} , полагая $k_{12} = k_{14} = k_{15} = 0$ (поскольку информация для определения k_{12} , k_{14} и k_{15} отсутствует), то, как видно из приведенной выше формулы, балансировочная величина m_{x1} может оказаться достаточно большой:

$$m_{x1 \text{ бал макс}} = \frac{1}{4} k_{11} \alpha^3 \delta + \frac{1}{4} k_{13} \alpha^5 \delta.$$

Для правильного определения коэффициентов k_i необходимо иметь достаточно подробные экспериментальные зависимости m_{x1} при различных значениях μ_α и μ_δ .

5.3. Наведенный момент крена

Из соотношения (1.51) видно, что в полярных координатах зависимость коэффициента момента крена $m_{x2}(\alpha_1, \alpha_2)$ можно представить в виде ряда Фурье по параметру μ_α . При этом первый и второй ненулевые члены разложения m_{x2} в ряд Тэйлора дают четвертую гармонику ряда Фурье в виде $m_{x2} = f(\alpha) \sin 4\mu_\alpha$.

Если экспериментальные зависимости $m_{x2}(\alpha_1, \alpha_2)$ достаточно точно аппроксимируются первыми двумя членами разложения m_{x2} в ряд Тэйлора, то экстремальные значения m_{x2} достигаются при $\mu_\alpha = \frac{\pi}{8}(2k+1)$, т. е. при таких же положениях плоскости угла атаки, при которых реализуются экстремальные значения $c_{z\sim}$ и $m_{y\sim}$ в случае $\delta=0$ (см. § 4). Такая зависимость $m_{x2}(\mu_\alpha)$ при небольших углах атаки подтверждается экспериментальными исследованиями.

При больших углах атаки реальная зависимость $m_{x2}(\mu_\alpha)$ может существенно отличаться от синусоидальной. Величины углов атаки, при которых это отличие становится заметным, зависят в основном от геометрических характеристик крыла и числа M , причем обычно с увеличением угла стреловидности и размаха крыла гармонический характер зависимости $m_{x2}(\mu_\alpha)$ сохраняется до больших углов атаки. Примеры зависимостей $m_{x2}(\mu_\alpha)$ при $\alpha_k=20^\circ$ показаны на рис. 1.22 (в качестве характерных размеров приняты площадь миделя и диаметр корпуса [37]).

Предположим, что, исследуя пространственное движение ракеты нормальной схемы при достаточно больших углах атаки, мы ограничились бы одним или двумя первыми ненулевыми членами разложения зависимости m_{x2} в ряд Тэйлора, выбрав постоянные коэффициенты k_{20} и k_{21} (1.29) из условия подходящей аппроксимации экспериментальных кривых в предположении, что максимальные значения m_{x2} достигаются при $\mu_\alpha = \frac{\pi}{8}(2k+1)$.

При такой аппроксимации, как видно из зависимостей m_{x2} , показанных на рис. 1.22, ошибки в определении максимальной величины m_{x2} и ее производной $m_{x2}^{\mu_\alpha}$, определяющей влияние момента крена на устойчивость пространственного движения, были бы значительными.

Приведенный пример показывает, что для выявления возможности аппроксимации m_{x2} первыми двумя членами ряда Тэйлора экспериментальные зависимости удобно представить в виде графиков $m_{x2}(\mu_\alpha, \alpha = \text{const})$. В тех случаях, когда действительная зависимость $m_{x2}(\mu_\alpha)$ заметно отличается от синусоидальной, для аппроксимации необходимо использовать третий и более высокие

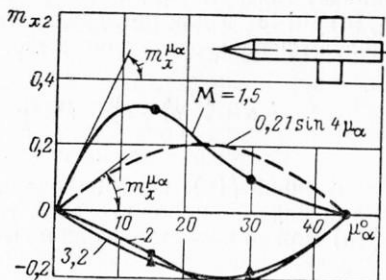


Рис. 1.22. Влияние ориентации плоскости угла атаки (μ_α) на коэффициент наведенного момента крена ($\alpha_k=20^\circ$)

ненулевые члены разложения m_{x2} в ряд Тэйлора, которые дают восьмую и более высокие гармоники ряда Фурье. С другой стороны, иногда может оказаться, что зависимость $m_{x2}(\mu_\alpha)$ имеет гармонический характер во всем диапазоне располагаемых углов атаки, в то время как зависимость $m_{x2}(\alpha)$ при $\mu_\alpha = \text{const}$ не может быть аппроксимирована в виде функции $m_x = A\alpha^4 + B\alpha^6$, которая следует из (1.51) при $k_{22} = k_{23} = 0$. В этом случае коэффициент момента крена удобно аппроксимировать в виде $m_{x2} = f(\alpha) \sin 4\mu_\alpha$ и для последующего перехода к декартовым координатам использовать зависимости

$$\alpha = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}; \quad \sin 4\mu_\alpha = 4\alpha_1\alpha_2 \frac{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}{(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2}.$$

Величина $f(\alpha)$, вообще говоря, является четной функцией α , но так как α — положительная величина, то при необходимости в $f(\alpha)$ можно использовать и нечетные степени α .

5.4. Эффективность органов поперечного управления

При достаточно малых углах атаки коэффициент момента крена $m_x(\delta_a)$, создаваемого органами поперечного управления, пропорционален их углу отклонения. С увеличением угла атаки корпуса на величине $m_x(\delta_a)$ сказывается влияние несимметричного обтекания каждого из четырех элеронов. Причем, как видно из (1.53), это влияние оказывается таким, что при небольших углах атаки корпуса эффективность органов поперечного управления не зависит от ориентации плоскости угла атаки относительно ракеты и изменяется пропорционально α^2 . Зависимость $m_x(\delta_a)$ от величины μ_α обнаруживается лишь при учете более высоких степеней α .

Изменение эффективности элеронов сложным образом зависит от геометрических характеристик и взаимного расположения рулей и корпуса, а также от режима полета. Так, если для рис. 1.11 геометрические характеристики рулей таковы, что уменьшение поперечной силы верхнего руля до абсолютной величине оказывается меньшим, чем увеличение поперечной силы нижнего руля, то эффективность элеронов повышается. В противном случае величина $m_x(\delta_a)$ уменьшается. Однако можно утверждать, что при прочих равных условиях влияние угла атаки на величину $m_x(\delta_a)$ будет тем больше, чем ближе к корпусу расположены элероны. Поэтому наибольшего влияния угла атаки на эффективность органов поперечного управления можно ожидать у ракет нормальной схемы, для управления по крену которыми используются дифференциально отклоняемые рули.

§ 6. ПОНЯТИЕ О КРУГОВОЙ СИММЕТРИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ И МОМЕНТОВ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Известно, что аэродинамическая сила и момент неоперенного тела вращения не зависят от положения плоскости угла атаки, так что если на экваториальной плоскости годографом вектора скорости является окружность, то годографами подъемной силы и момента будут также окружности. Поэтому можно говорить, что в случае тела вращения аэродинамическая сила и момент обладают свойством круговой симметрии. Круговая симметрия сил и моментов, действующих на тело вращения, обусловлена тем, что имеется бесконечное число плоскостей симметрии, и поэтому любая плоскость, содержащая ось вращения, в том числе и плоскость угла атаки, является плоскостью симметрии.

Иначе обстоит дело в случае управляемой ракеты, представляющей собой оперенное тело вращения. Как видно из анализа, проведенного в § 4 и 5, при больших углах атаки силы и моменты оперенной ракеты в общем случае являются периодическими функциями угла μ_α . Такая зависимость приводит к отклонению годографа рассматриваемой силы от окружности и поэтому можно говорить, что для аэродинамических сил и моментов управляемых ракет в общем случае характерна круговая несимметрия.

Физической причиной, обуславливающей круговую несимметрию, является различие в условиях обтекания консолей крыла, расположенных в различных местах по периметру сечения корпуса. Так, консоли, расположенные в нижней части корпуса, имеют положительные углы скольжения, а для верхних консолей угол скольжения отрицателен. Кроме того, для верхних и нижних консолей будут разными приращения давления воздуха, обусловленные обтеканием корпуса в присутствии консоли. Тем не менее, проведенный в § 4 и 5 анализ зависимостей аэродинамических сил и моментов от полярных углов μ_α и μ_δ показывает, что и в случае управляемой ракеты эти силы и моменты могут обладать свойством круговой симметрии.

Рассмотрим условия, каким должны удовлетворять зависимости $f_i(\alpha, \delta, \mu_\alpha, \mu_\delta, \delta_\delta)$, где $f_i = c_{x_c}, c_{y_c}, c_{z_c}, m_{x_c}, m_{y_c}, m_{z_c}$, чтобы сила и момент управляемой ракеты имели круговую симметрию. Согласно (1.42) — (1.47) при постоянных значениях α, δ и δ_δ разложение функции $f_i(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ в двойной ряд Фурье можно представить в виде

$$f_i = a_0^{(i)} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n^{(i)} \cos n(\mu_\delta - \mu_\alpha) + b_n^{(i)} \sin n(\mu_\delta - \mu_\alpha)] + F_i(\mu_\alpha, \mu_\delta), \quad (1.62)$$

где $a_0^{(i)}, a_n^{(i)}, b_n^{(i)}$ — постоянные, а $F_i(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ — периодические функции μ_α и μ_δ , двойные ряды Фурье которых не содержат гармоник, зависящих от аргумента $n(\mu_\delta - \mu_\alpha)$.

Перейдем в (1.62) от полярных углов μ_α и μ_δ к полярным углам μ_α^* и μ_δ^* , определяемым из соотношений (1.39). Получаем

$$f_i = a_0^{(i)} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n^{(i)} \cos n(\mu_\delta^* - \mu_\alpha^*) + b_n^{(i)} \sin n(\mu_\delta^* - \mu_\alpha^*)] + F_i(\mu_\alpha^*, \mu_\delta^*, \gamma). \quad (1.63)$$

Дадим теперь определение круговой симметрии сил и моментов управляемой ракеты. Будем говорить, что данный компонент силы или момента обладает свойством круговой симметрии, если при фиксированном положении в пространстве плоскости угла атаки ($\mu_\alpha^* = \text{const}$) и плоскости управления ($\mu_\delta^* = \text{const}$) его величина не зависит от угла крена ракеты. Из сравнения (1.62) и (1.63) видно, что аэродинамическая сила и момент управляемой ракеты обладают свойством круговой симметрии, в указанном выше смысле, если они зависят от полярных углов μ_δ и μ_α только через разность $\mu_\delta - \mu_\alpha$, т. е. если величина $F_i(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ равна нулю.

Полученное условие круговой симметрии может быть обобщено на случай, когда угловая скорость корпуса ракеты не равна нулю. В этом случае необходимо, чтобы силы и моменты зависели от полярного угла μ_ω только через разности $\mu_\omega - \mu_\alpha$ и $\mu_\omega - \mu_\delta$. Из приведенных в § 3 приближенных выражений для аэродинамических коэффициентов (1.48) — (1.57) видно, что поперечная сила и продольно-боковой момент имеют круговую симметрию, если $c_{04}^{(2)} = c_{13}^{(2)} = 0$ и $b_{04}^{(2)} = b_{13}^{(2)} = 0$ соответственно. Эти условия выполняются, в частности, при линейной зависимости поперечной силы и продольно-бокового момента от углов атаки α_1, α_2 и углов отклонения рулей δ_1, δ_2 . Сила лобового сопротивления и момент крена обладают свойством круговой симметрии соответственно при $r_{04}^{(2)} = 0$ и $m_{x2} = m_{x3} = k_{13}^{(2)} = k_{15}^{(1)} = 0$.

В области нелинейной зависимости от углов атаки и углов отклонения рулей условия круговой симметрии сил и моментов управляемой ракеты могут выполняться только при специальном виде перекрестных связей. В то же время ракета, силы и моменты которой удовлетворяют этим условиям, обладает рядом интересных динамических свойств, и поэтому введение понятия круговой симметрии представляется полезным. Так, при анализе приближенных зависимостей $c_{xc}, c_{yc}, \dots, m_{zc}$ от полярных углов μ_α и μ_δ в § 4 и 5 отмечалось, что в некоторых частных случаях при $\mu_\alpha = \mu_\delta$ величины c_{xc}, c_{yc} и m_{zc} не зависят от ориентации плоскости угла атаки, а величины c_{zc}, m_{xc} и m_{yc} тождественно равны нулю. Введение понятия круговой симметрии позволяет обобщить этот результат на случай точной зависимости аэродинамических коэффициентов от μ_δ и μ_α . Динамические свойства управляемых ракет, обусловленные круговой симметрией аэродинамических сил и моментов, рассматриваются в гл. III—VI.

В заключение рассмотрим условия, которым должны удовлетворять коэффициенты моментов тангажа и рыскания, для того чтобы продольно-боковой момент обладал свойством круговой симметрии. Используя рис. 1.14, можно получить соотношения

$$m_y = m_{\tilde{y}} \cos \mu_\alpha + m_{\tilde{z}} \sin \mu_\alpha;$$

$$m_z = m_{\tilde{z}} \cos \mu_\alpha - m_{\tilde{y}} \sin \mu_\alpha.$$

Так как величины $m_{\tilde{y}}$ и $m_{\tilde{z}}$ при круговой симметрии продольно-бокового момента не зависят непосредственно от угла μ_α , то для обеспечения этого свойства требуется, чтобы при постоянных значениях α_h , δ , δ_2 и $\mu_\delta - \mu_\alpha$ моменты тангажа и рыскания были гармоническими функциями μ_α . Заметим, что для обеспечения условия $\mu_\delta - \mu_\alpha = \text{const}$ при переменной величине μ_α углы отклонения рулей в каналах тангажа и курса должны отклоняться специальным образом. Например, если при испытаниях в аэродинамической трубе угол μ_α получается как результат поворота модели по крену, то должно быть

$$\delta_1 = \delta \cos(\gamma + \varphi_0);$$

$$\delta_2 = \delta \sin(\gamma + \varphi_0),$$

где δ и φ_0 — постоянные.

При этом $\varphi_0 = \mu_\delta - \mu_\alpha$.

§ 7. ПЕРЕКРЕСТНЫЕ СВЯЗИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

7.1. Рули

Как известно, при отклонении управляющей поверхности на некоторый угол рулевой привод преодолевает внешнюю нагрузку, в том числе аэродинамический шарнирный момент. Поскольку шарнирные моменты зависят от углов атаки, то в условиях пространственного обтекания между каналами управления ракеты возникают перекрестные связи через шарнирные моменты рулей. Шарнирные моменты оказывают на движение ракеты лишь косвенное влияние, благодаря зависимости динамических свойств приводов рулей от нагрузки. Поэтому роль перекрестных связей по шарнирным моментам в сильной мере определяется конструктивными особенностями приводов рулей, в качестве которых могут использоваться пневматические, гидравлические или электрические рулевые машинки [11], [18].

Можно выделить два характерных способа управления ракетой с крестообразными крылом и оперением при помощи аэродинамических рулей. Во-первых, каждая пара поворотных консолей оперения, установленных на противоположных бортах корпуса, может быть жестко соединена общей осью вращения. В этом слу-

чае попарное отклонение консолей используется для управления движениями тангажа и рыскания, а для управления по крену используются дополнительные поворотные поверхности (элероны), обычно расположенные на консолях крыла. Ракета с крестообразным крылом имеет осевую симметрию, если количество элеронов равно четырем. Такой способ управления характерен для ракет схемы «утка». Во-вторых, каждая консоль руля может отклоняться на заданный угол независимо от других. В этом случае имеется принципиальная возможность управлять движением

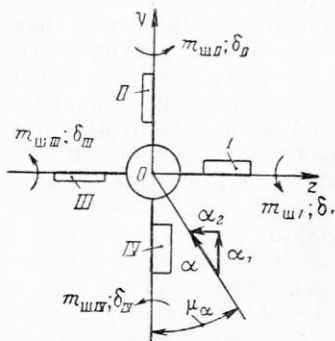


Рис. 1.23. К определению свойств аэродинамических шарнирных моментов рулей

крена, не используя дополнительных поворотных поверхностей. Такой способ управления характерен для ракет нормальной схемы. Для анализа шарнирных моментов второй способ управления представляется более общим, поэтому ниже рассматриваются четыре независимо отклоняемых консоли оперения.

Примем для определенности нумерацию рулей, положительные углы их отклонения и положительные направления шарнирных моментов такими, как показано на рис. 1.23, и рассмотрим свойства шарнирных моментов, как функций углов атаки и углов отклонения рулей. При этом будем предполагать, что аэродинамическое взаимовлияние поворотных консолей отсутствует, т. е. шарнирный момент рассматриваемой консоли не зависит от характера обтекания воздушным потоком других консолей. Тогда при помощи рассуждений, аналогичных тем, которые были сделаны в § 1, получим следующие свойства шарнирных моментов рулей.

При изменении знака угла отклонения руля и знака угла атаки в одноименном канале управления изменяется и знак шарнирного момента, поэтому

$$\left. \begin{aligned} m_{шj}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_j) &= -m_{шj}(-\alpha_1, \alpha_2, -\delta_j), & j=I, III; \\ m_{шj}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_j) &= -m_{шj}(\alpha_1, -\alpha_2, -\delta_j), & j=II, IV. \end{aligned} \right\} (1.64)$$

Если, далее, положить $\delta_j = \delta$ и задать углу μ_α (см. рис. 1.23) поочередно приращения $\pi/2$, π и $3\pi/2$, то получим, в силу осевой симметрии ракеты с крестообразным крылом:

$$\begin{aligned} m_{шI}(\alpha_1, \alpha_2) &= m_{шII}(-\alpha_2, \alpha_1) = m_{шIII}(-\alpha_1, -\alpha_2) = \\ &= m_{шIV}(\alpha_2, -\alpha_1). \end{aligned} \quad (1.65)$$

Структуру зависимостей шарнирных моментов от углов атаки и углов отклонения рулей можно получить, если разложить функции $m_{ш j}(\alpha_i, \delta_j)$ в ряды Тэйлора и сохранить в этих рядах только те члены, которые удовлетворяют соотношениям (1.64) и (1.65). Мы ограничимся рассмотрением выражений для $m_{ш j}$, получающихся из трех первых ненулевых членов разложения $m_{ш j}$ в ряды Тэйлора:

$$m_{ш j} = dm_{ш j} + \frac{d^2 m_{ш j}}{2!} + \frac{d^3 m_{ш j}}{3!},$$

причем, аналогично тому, как это было сделано для моментов тангажа и рыскания, будем учитывать только линейные члены относительно δ_j . В этом случае выражения для $m_{ш j}$ будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} m_{ш I} &= (m_{ш}^{\delta} + p_1 \alpha_2 + p_2 \alpha_1^2 + p_3 \alpha_2^2) \delta_I + \\ &\quad + (m_{ш}^{\alpha} + q_1 \alpha_2 + q_2 \alpha_1^2 + q_3 \alpha_2^2) \alpha_1; \\ m_{ш II} &= (m_{ш}^{\delta} - p_1 \alpha_1 + p_2 \alpha_2^2 + p_3 \alpha_1^2) \delta_{II} + \\ &\quad + (m_{ш}^{\alpha} - q_1 \alpha_1 + q_2 \alpha_2^2 + q_3 \alpha_1^2) \alpha_2; \\ m_{ш III} &= (m_{ш}^{\delta} - p_1 \alpha_2 + p_2 \alpha_1^2 + p_3 \alpha_2^2) \delta_{III} - \\ &\quad - (m_{ш}^{\alpha} - q_1 \alpha_2 + q_2 \alpha_1^2 + q_3 \alpha_2^2) \alpha_1; \\ m_{ш IV} &= (m_{ш}^{\delta} + p_1 \alpha_1 + p_2 \alpha_2^2 + p_3 \alpha_1^2) \delta_{IV} - \\ &\quad - (m_{ш}^{\alpha} + q_1 \alpha_1 + q_2 \alpha_2^2 + q_3 \alpha_1^2) \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.66)$$

Здесь $m_{ш}^{\delta}$, $m_{ш}^{\alpha}$ — производные шарнирного момента по углу отклонения руля и по углу атаки при $\alpha_i = \delta_j = 0$;

p_i, q_i — постоянные, зависящие от геометрии ракеты и руля и от режима полета.

Если каждая пара рулей, установленных на противоположных бортах корпуса, имеет общую ось вращения, то $\delta_I = -\delta_{III} = \delta_1$, $\delta_{II} = -\delta_{IV} = \delta_2$, и коэффициенты шарнирных моментов $m_{ш I}$ и $m_{ш II}$, действующих на приводы рулей в каналах тангажа и курса, будут равны

$$m_{ш I} = m_{ш I}(\delta_I = \delta_1) - m_{ш III}(\delta_{III} = -\delta_1); \quad (1.67)$$

$$m_{ш II} = m_{ш II}(\delta_{II} = \delta_2) - m_{ш IV}(\delta_{IV} = -\delta_2), \quad (1.68)$$

или, если учесть (1.66),

$$m_{ш I} = (m_{ш}^{\delta} + p_2 \alpha_1^2 + p_3 \alpha_2^2) \delta_1 + (m_{ш}^{\alpha} + q_2 \alpha_1^2 + q_3 \alpha_2^2) \alpha_1; \quad (1.69)$$

$$m_{ш II} = (m_{ш}^{\delta} + p_2 \alpha_2^2 + p_3 \alpha_1^2) \delta_2 + (m_{ш}^{\alpha} + q_2 \alpha_2^2 + q_3 \alpha_1^2) \alpha_2. \quad (1.70)$$

При отклонении четырех рулей как элеронов $\delta_j = \delta_a$, и коэффициент шарнирного момента, действующего на привод, будет равен

$$m_{ш.э} = \sum_{j=1}^4 m_{шj} (\delta_j = \delta_a), \quad (1.71)$$

или, с учетом (1.66)

$$\frac{m_{ш.э}}{\delta_a} = m_{ш.э}^{\delta_a} + \frac{p_2 + p_3}{2} (\alpha_1^2 + \alpha_2^2),$$

или

$$\frac{m_{ш.э}}{\delta_a} = m_{ш.э}^{\delta_a} + p' \alpha^2, \quad (1.72)$$

где $p' = \frac{p_2 + p_3}{2}$.

В (1.69), (1.70) и (1.72) в качестве характерной принята суммарная площадь тех рулей, шарнирный момент которых учитывается.

В случае дифференциально отклоняемых рулей углом отклонения руля в канале тангажа δ_1 считается среднее арифметическое от значений углов отклонения I и III рулей, а углом отклонения руля в канале курса δ — среднее арифметическое от углов отклонения II и IV рулей. В соответствии с принятыми на рис. 1.23 положительными направлениями отсчета углов отклонения рулей имеем

$$\delta_1' = \frac{\delta_I - \delta_{III}}{2}; \quad (1.73)$$

$$\delta_2' = \frac{\delta_{II} - \delta_{IV}}{2}. \quad (1.74)$$

В качестве угла отклонения элеронов в рассматриваемом случае принимается величина

$$\delta_a' = \frac{\delta_I + \delta_{II} + \delta_{III} + \delta_{IV}}{4}. \quad (1.75)$$

Если обозначить

$$m_{ш1} = m_{шI} - m_{шIII};$$

$$m'_{ш2} = m_{шII} - m_{шIV};$$

$$m'_{ш.э} = \sum_{j=1}^4 m_{шj},$$

то при помощи соотношений (1.66), (1.73) — (1.75) получим, что

$$m'_{ш1}(\delta_1') = m_{ш1}(\delta_1);$$

$$m'_{ш2}(\delta_2') = m_{ш2}(\delta_2);$$

$$m'_{ш.э}(\delta_a') = m_{ш.э}(\delta_a).$$

7.2. Датчики угловых скоростей

В качестве датчиков угловых скоростей используются обычно двухстепенные гироскопы [11], [18], [26]. Перекрестные связи в датчиках угловых скоростей возникают вследствие их чувствительности к скорости вращения ракеты относительно оси, совпадающей с осью ротора при нейтральном положении рамки, а также чувствительности к угловому ускорению ракеты относительно оси вращения рамки [2], [15]. Возникновение перекрестных связей можно пояснить на следующем примере (рис. 1.24).

Пусть система координат O_{123} , связанная с ракетой, вращается с некоторой угловой скоростью ω_2 относительно оси O_2 . Под действием гироскопического момента, возникающего на вращающемся роторе I, рамка гироскопа II будет поворачиваться относительно оси O_3 до тех пор, пока гироскопический момент не будет уравновешен противодействующим моментом пружины III. Поскольку в новом положении входная ось датчика O_1 составляет с осью стабилизации O_2 некоторый угол σ_2 , то гироскопический момент и угол поворота рамки будут зависеть также от угловой скорости ракеты ω_1 вокруг оси O_1 . Если, кроме того, система координат O_{123} имеет угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ относительно оси O_3 , то на рамку будет действовать инерционный момент, пропорциональный моменту инерции J_p рамки с ротором относительно оси O_3 . В результате, момент M_p , действующий на рамку, будет определяться соотношением

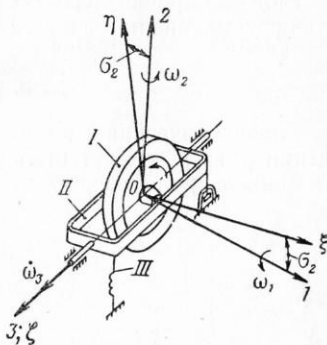


Рис. 1.24. Принципиальное устройство датчика угловой скорости

$$M_p = K\omega_2 \cos \sigma_2 - K\omega_1 \sin \sigma_2 - J_p \dot{\omega}_3 + M^\sigma \sigma_2 + M^\zeta \dot{\sigma}_2,$$

где M^σ — жесткость пружины;

K — кинетический момент ротора;

M^ζ — удельный демпфирующий момент, создаваемый демпфером вязкого трения.

Полагая для малых углов $\sigma_2 \sin \sigma_2 = \sigma_2$, $\cos \sigma_2 \approx 1$, получим

$$M_p = K\omega_2 - K\omega_1 \sigma_2 - J_p \dot{\omega}_3 + M^\sigma \sigma_2 + M^\zeta \dot{\sigma}_2. \quad (1.76)$$

Задавая теперь соответствующим образом ориентацию осей O_{123} по отношению к связанным осям ракеты $Oxyz$, можно

получить структуру перекрестных связей датчиков угловых скоростей тангажа, рыскания и крена. Например, в случае датчика угловой скорости крена ось O_2 должна совпадать с осью Ox . Тогда в (1.76) $\omega_2 = \omega_x$ и, если ось O_3 совпадает с осью Oy , $\omega_3 = \omega_y$, $\omega_1 = \omega_z$. В этом случае выходной сигнал датчика угловой скорости крена, пропорциональный величине σ_2 , будет зависеть от ω_x , ω_y и ω_z .

Более подробно перекрестные связи датчиков угловых скоростей рассматриваются в гл. II и в приложении.

7.3. Роллероны

Гироскопический момент, возникающий на роторе при вращении ракеты, может быть использован для непосредственного отклонения рулей, минуя промежуточный сервоусилитель (рулевую машинку), который необходим для демпфирования угловых скоростей ракеты с использованием сигналов скоростных гироскопов. Для этого вращающийся ротор, имеющий обычно сравнительно большую массу, помещают непосредственно в плоскости руля, который играет роль рамки гироскопа. Такой способ демпфирования угловых скоростей используют иногда для стабилизации угловой скорости крена [18].

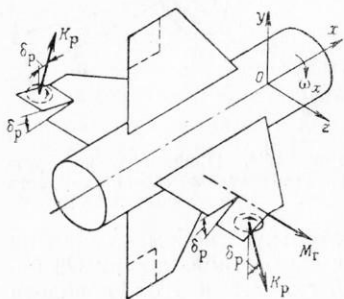


Рис. 1.25. Принципиальное устройство роллеронов

Рул с заключенным в нем ротором называют роллероном. Принципиальное устройство роллерона показано на рис. 1.25. Вращение ротора поддерживается за счет энергии набегающего потока воздуха. При повороте ракеты с угловой скоростью ω_x роллерон будет отклоняться до тех пор, пока гироскопический момент не уравновесится шарнирным моментом. Если обеспечить достаточно высокие частоты собственных колебаний роллеронов путем соответствующего выбора положения их осей вращения, т. е. путем выбора $M_{ш.р}$, то величины углов отклонения роллеронов при колебаниях ракеты по крену можно приблизительно определить из уравнения

$$M_{шj} + M_{Гj} = 0, \quad (1.77)$$

где $M_{шj}$ — шарнирный, а $M_{Гj}$ — гироскопический момент j -го роллерона.

Опуская промежуточные выкладки, приведем выражения для гироскопических моментов $M_{Гj}$ в случае, когда кинетические мо-

менты роторов роллеронов одинаковы $K_{p j} = K_p$. При небольших углах отклонения δ_j , когда $\sin \delta_j \approx \delta_j$, $\cos \delta_j \approx 1$, имеем

$$\left. \begin{aligned} M_{rI} &= K_p (\omega_x + \omega_y \delta_I); \\ M_{rII} &= K_p (\omega_x - \omega_z \delta_{II}); \\ M_{rIII} &= K_p (\omega_x - \omega_y \delta_{III}); \\ M_{rIV} &= K_p (\omega_x + \omega_z \delta_{IV}). \end{aligned} \right\} \quad (1.78)$$

Если в первом приближении считать шарнирный момент роллерона линейной функцией угла атаки и угла отклонения, имея в виду, что роллероны размещаются обычно на консолях крыла вдали от корпуса, то из (1.66), (1.77) и (1.78) получим

$$\left. \begin{aligned} M_{ш.р}^p \left(1 + \frac{K_p \omega_y}{M_{ш.р}^{\delta_p}} \right) \delta_I &= -K_p \omega_x - M_{ш.р}^{\alpha_1} \alpha_1; \\ M_{ш.р}^{\delta_p} \left(1 - \frac{K_p \omega_z}{M_{ш.р}^{\delta_p}} \right) \delta_{II} &= -K_p \omega_x - M_{ш.р}^{\alpha_2} \alpha_2; \\ M_{ш.р}^{\delta_p} \left(1 - \frac{K_p \omega_y}{M_{ш.р}^{\delta_p}} \right) \delta_{III} &= -K_p \omega_x + M_{ш.р}^{\alpha_1} \alpha_1; \\ M_{ш.р}^{\delta_p} \left(1 + \frac{K_p \omega_z}{M_{ш.р}^{\delta_p}} \right) \delta_{IV} &= -K_p \omega_x + M_{ш.р}^{\alpha_2} \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.79)$$

При $\alpha_1 = \alpha_2 = \omega_y = \omega_z = 0$ углы отклонения четырех роллеронов будет одинаковыми

$$\delta_j = \delta_p = -\frac{K_p \omega_x}{M_{ш.р}^{\delta_p}},$$

причем, так как $M_{ш.р}^{\delta_p} < 0$, то положительное вращение по крену приводит к положительному углу отклонения роллеронов (см. рис. 1.25). Возникающий при этом момент крена $M_x = M_x^{\delta_p} \delta_p$ ($M_x^{\delta_p} < 0$) будет противодействовать вращению.

Если для малых величин $x = \frac{K_p \omega_y, z}{M_{ш.р}^{\delta_p}}$ положить $1 \pm x \approx \frac{1}{1 \mp x}$, то уравнения (1.79) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \delta_I &= \frac{1}{-M_{ш.р}^{\delta_p}} (K_p \omega_x + M_{ш.р}^{\alpha_1} \alpha_1) \left(1 - \frac{K_p \omega_y}{M_{ш.р}^{\delta_p}} \right); \\ \delta_{II} &= \frac{1}{-M_{ш.р}^{\delta_p}} (K_p \omega_x + M_{ш.р}^{\alpha_2} \alpha_2) \left(1 + \frac{K_p \omega_z}{M_{ш.р}^{\delta_p}} \right); \end{aligned} \right\} \quad (1.80)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{III} &= \frac{1}{-M_{ш.р}^{\delta}} (K_{р}^{\omega_x} - M_{ш.р}^{\alpha} \alpha_1) \left(1 + \frac{K_{р}^{\omega_y}}{M_{ш.р}^{\delta}} \right); \\ \delta_{IV} &= \frac{1}{-M_{ш.р}^{\delta}} (K_{р}^{\omega_x} - M_{ш.р}^{\alpha} \alpha_2) \left(1 - \frac{K_{р}^{\omega_z}}{M_{ш.р}^{\delta}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (1.80)$$

Если теперь по аналогии с (1.73) — (1.75) ввести средние углы отклонения роллеронов как рулей δ_{1p} , δ_{2p} и как элеронов $\delta_{p\alpha}$:

$$\delta_{1p} = \frac{\delta_I - \delta_{III}}{2};$$

$$\delta_{2p} = \frac{\delta_{II} - \delta_{IV}}{2};$$

$$\delta_{p\alpha} = \frac{\delta_I + \delta_{II} + \delta_{III} + \delta_{IV}}{4},$$

то из (1.80) получим

$$\delta_{1p} = - \frac{M_{ш.р}^{\alpha} \alpha_1 + \frac{K_{р}^2}{(M_{ш.р}^{\delta})^2} \omega_x \omega_y}{M_{ш.р}^{\delta}}; \quad (1.81)$$

$$\delta_{2p} = - \frac{M_{ш.р}^{\alpha} \alpha_2 - \frac{K_{р}^2}{(M_{ш.р}^{\delta})^2} \omega_x \omega_z}{M_{ш.р}^{\delta}}; \quad (1.82)$$

$$\delta_{p\alpha} = - \frac{K_{р}}{M_{ш.р}^{\delta}} \omega_x - \frac{K_{р} M_{ш.р}^{\alpha}}{2 (M_{ш.р}^{\delta})^2} (\alpha_2 \omega_z - \alpha_1 \omega_y). \quad (1.83)$$

При $\omega_x = 0$ из (1.81) и (1.82) получаем, что средний угол отклонения пары роллеронов пропорционален углу атаки ракеты в соответствующем канале управления, т. е. определяется так же, как и угол отклонения руля высоты при движении самолета со свободной ручкой управления [7].

Обозначим через $m_{z\ p}^{\delta}$ и $m_{y\ p}^{\delta}$ коэффициенты эффективности роллеронов при их отклонении как рулей в каналах тангажа и курса, а через $m_{x\ y}^{\delta}$ — коэффициент эффективности роллеронов по крену. Тогда, используя (1.34), (1.81) и (1.82) и полагая $m_{y\ p}^{\delta} = m_{z\ p}^{\delta}$, получим, что наличие перекрестных связей по гироскопическому моменту роллеронов приводит к приращениям коэффициентов продольного и бокового моментов

$$m_{z\ p}^{\delta} = - m_{z\ p}^{\delta} \left[\frac{m_{ш.р}^{\alpha} \alpha - \frac{K_{р}^2}{(M_{ш.р}^{\delta})^2} \omega_x \omega \sin(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha})}{m_{ш.р}^{\delta}} \right]; \quad (1.84)$$

$$m_{y\ p}^{\delta} = - \frac{K_{р}^2}{(M_{ш.р}^{\delta})^2} m_{z\ p}^{\delta} \omega \cos(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}). \quad (1.85)$$

Приращение коэффициента момента крена за счет отклонения роллеронов будет равно

$$m_{x p} = -m_x^{\delta p} \frac{K_p}{M_{ш.р}^{\delta p}} \left[\omega_x - \frac{1}{2} \frac{m_{ш.р}^2}{m_{ш.р}^{\delta p}} \alpha \omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha) \right]. \quad (1.86)$$

Таким образом, у ракет, имеющих в качестве органов поперечной стабилизации роллероны, благодаря перекрестным связям по гироскопическому моменту возникает аэродинамическое взаимовлияние каналов тангажа, курса и крена. Это взаимовлияние тем больше, чем больше угол атаки и угловая скорость корпуса ракеты.

7.4. Координаторы цели

Для повышения точности определения координат цели относительно ракеты на современных самонаводящихся ракетах используются координаторы цели, ориентирующиеся по линии визирования (линии ракета—цель). При этом координатор цели может быть либо подвижно установлен непосредственно на корпусе ракеты, либо установлен на гиросtabilизированной платформе [9], [18]. Хотя в этих двух случаях конструкция устройств, обеспечивающих слежение оси координатора за линией визирования, имеет принципиальные различия, общим для них является то, что сигнал, характеризующий вращение линии визирования относительно инерциального пространства, в большей или меньшей мере оказывается зависящим от колебаний ракеты.

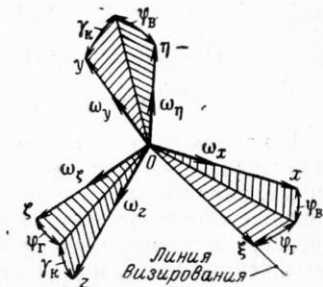


Рис. 1.26. К определению перекрестных связей координатора цели

Таким образом, если ω_η и ω_ζ — сигналы, измеренные устройствами координатора цели как угловые скорости линии визирования в инерциальном пространстве (рис. 1.26), то

$$\left. \begin{aligned} \omega_\eta &= \omega_{\eta и} + \omega_{\eta л}; \\ \omega_\zeta &= \omega_{\zeta и} + \omega_{\zeta л}, \end{aligned} \right\} \quad (1.87)$$

где $\omega_{\eta и}$ и $\omega_{\zeta и}$ — истинные угловые скорости линии визирования; $\omega_{\eta л}$ и $\omega_{\zeta л}$ — ложные сигналы, обусловленные неидеальностью координатора цели.

Наличие ложных сигналов $\omega_{\eta л}$ и $\omega_{\zeta л}$, которые воспринимаются системой наведения как истинное вращение линии визирования, может существенно повлиять на динамику ракеты [15],

[33]. Сигналы $\omega_{\eta,л}$ и $\omega_{\zeta,л}$ могут содержать случайные помехи, однако здесь рассмотрим их зависимость только от колебаний ракеты около центра масс. Так как система ориентации оси координатора по линии визирования является астатической по отношению к углам тангажа, рыскания и крена, то зависимость $\omega_{\eta,л}$ и $\omega_{\zeta,л}$ от этих углов можно в первом приближении пренебречь. Тогда в общем случае можно записать

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\eta,л} &= S_{\eta}(p) \omega_{\eta,p}; \\ \omega_{\zeta,л} &= S_{\zeta}(p) \omega_{\zeta,p}, \end{aligned} \right\} \quad (1.88)$$

где $\omega_{\eta,p}$ и $\omega_{\zeta,p}$ — проекции полной угловой скорости ракеты на оси $O\eta$ и $O\zeta$ соответственно;

$S_{\eta}(p)$, $S_{\zeta}(p)$ — передаточные функции следящих систем по возмущению.

Рассмотрим величины $\omega_{\eta,p}$ и $\omega_{\zeta,p}$. Пусть связанные оси ракеты $Oxyz$ повернуты относительно осей координатора $O\xi\eta\zeta$ на углы φ_{Γ} , $\varphi_{\text{В}}$ и $\gamma_{\text{К}}$, как показано на рис. 1.26. Тогда проекции полной угловой скорости ракеты на оси $O\eta$ и $O\zeta$ будут равны

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\eta,p} &= \omega_x \sin \varphi_{\text{В}} + \omega_y \cos \varphi_{\text{В}} \cos \gamma_{\text{К}} - \omega_z \cos \varphi_{\text{В}} \sin \gamma_{\text{К}}; \\ \omega_{\zeta,p} &= -\omega_x \sin \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_{\text{В}} + \omega_y (\sin \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_{\text{В}} \cos \gamma_{\text{К}} + \cos \varphi_{\Gamma} \sin \gamma_{\text{К}}) + \\ &\quad + \omega_z (\cos \varphi_{\Gamma} \cos \gamma_{\text{К}} - \sin \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_{\text{В}} \sin \gamma_{\text{К}}). \end{aligned} \right\} \quad (1.89)$$

В приложении показано, что при колебаниях по крену амплитуды угловых скоростей ω_y и ω_z , вызываемых этими колебаниями, значительно меньше амплитуды ω_x . Поэтому при исследовании устойчивости по крену в правых частях (1.89) можно пренебречь членами, содержащими ω_y и ω_z , и рассматривать выражения для $\omega_{\eta,p}$ и $\omega_{\zeta,p}$ в виде ¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\eta,p} &= \omega_x \sin \varphi_{\text{В}}, \\ \omega_{\zeta,p} &= -\omega_x \sin \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_{\text{В}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.90)$$

Учитывая (1.87), (1.88) и (1.90), получаем следующие приближенные зависимости для ω_{η} и ω_{ζ} с учетом влияния угловой скорости корпуса ракеты

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\eta} &= \omega_{\eta,и} + S_{\eta}(p) [\omega_x \sin \varphi_{\text{В}}]; \\ \omega_{\zeta} &= \omega_{\zeta,и} - S_{\zeta}(p) [\omega_x \sin \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_{\text{В}}]. \end{aligned} \right\} \quad (1.91)$$

Видно, что величины перекрестных связей координаторов цели возрастают с увеличением углов пеленга, а знаки этих связей изменяются с изменением знаков углов пеленга [33].

¹⁾ Если $\varphi_{\Gamma} \approx \varphi_{\text{В}} \approx 0$, то основное влияние на величины $\omega_{\eta,p}$ и $\omega_{\zeta,p}$ оказывают угловые скорости ω_y и ω_z , и такое пренебрежение оказывается необоснованным. Однако для взаимосвязи каналов тангажа, курса и крена наиболее существен случай больших углов пеленга.

Глава II

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

§ 1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

1.1. Основные предположения

При выводе уравнений движения воспользуемся следующими упрощающими предположениями.

Будем пренебрегать упругими колебаниями корпуса и несущих поверхностей, т. е. считать ракету абсолютно жестким телом. Это предположение значительно упрощает уравнения движения ракеты, так как позволяет представить их в виде обыкновенных дифференциальных уравнений. Во многих случаях оно оказывается приемлемым благодаря тому, что частоты упругих колебаний управляемой ракеты обычно в несколько (иногда в десятки) раз больше частот ее колебаний как твердого тела.

Будем считать, что конфигурации ракет с крестообразным крылом обладают зеркальной, центральной и осевой симметрией, и что таким же видам симметрии подчинено распределение на ракете масс ее отдельных элементов конструкции. При выполнении этого предположения эллипсоид инерции ракеты является эллипсоидом вращения, так что оси любой прямоугольной системы координат с началом в центре масс ракеты, имеющей в качестве одной из своих осей ось симметрии, являются главными центральными осями инерции¹⁾.

Сила тяги предполагается направленной по оси симметрии.

Земля считается плоской и вращение ее не учитывается. Система координат, связанная с землей, считается инерциальной.

Будем предполагать также, что системы управления и стабилизации по каналам тангажа и курса являются полностью идентичными и что их движение описывается линейными дифференциальными уравнениями.

¹⁾ В действительности из-за несимметричного распределения масс, в основном приборов и оборудования, главные оси инерции несколько не совпадают со связанными осями. Однако при практических расчетах этим пренебрегают [8], [19].

1.2. Системы координат

При аналитических исследованиях большое значение имеет выбор фазовых координат, которые характеризуют движение ракеты. При анализе движения ракет плоской схемы в качестве таких координат принимают прямоугольные декартовы координаты, причем, так как датчики автопилота и управляющие поверхности определенным образом фиксированы относительно корпуса ракеты, то уравнения движения имеют наиболее простую форму, если в качестве системы отсчета приняты связанные оси.

Уравнения движения в связанных осях обычно используются также при анализе динамики ракет с крестообразным крылом, однако использование такой формы уравнений для исследования пространственного движения ракеты сопряжено с рядом неудобств. Поясним это на конкретном примере. Если рассматривать сравнительно небольшой диапазон углов атаки и предположить, что аэродинамическая сила и продольно-боковой момент линейно зависят от углов атаки, а коэффициент момента крена от косоугольного обдува выражается зависимостью $m_{x_{к.о}} = k_{10}(a_1\delta_2 - a_2\delta_1)$, то уравнения возмущенного движения ракеты при пространственном маневре можно представить в операторной форме в виде

$$\left. \begin{aligned} F_0(p)\Delta\alpha_1 &= a_3\Delta\delta_1 - \alpha_2 K(p)\Delta\omega_x; \\ F_0(p)\Delta\alpha_2 &= a_3\Delta\delta_2 + \alpha_1 K(p)\Delta\omega_x; \\ (p+c_1)\Delta\omega_x &= -c_2\Delta\delta_3 + \bar{k}_{10}\delta_2\Delta\alpha_1 - \bar{k}_{10}\delta_1\Delta\alpha_2 + \bar{k}_{10}\alpha_1\Delta\delta_2 - \bar{k}_{10}\alpha_2\Delta\delta_1, \end{aligned} \right\} (2.1)$$

где

$$\begin{aligned} F_0(p) &= p^2 + (a_1 + a_4)p + a_2 + a_1a_4; \\ K(p) &= p + a_1 + a_4; \end{aligned}$$

a_i, c_i, \bar{k}_{10} — коэффициенты, зависящие от режима полета и конструктивных параметров ракеты.

В уравнениях (2.1) значком Δ обозначены приращения углов атаки и углов отклонения рулей относительно их исходных (опорных) значений $\alpha_i, \delta_i, \delta_3 = 0$.

Структурная схема взаимосвязи каналов управления ракеты с крестообразным крылом, соответствующая уравнениям (2.1), показана на рис. 2.1.

Так как пространственный маневр может осуществляться при наличии углов атаки и углов отклонения рулей одновременно в двух каналах управления, то из приведенного примера видно, что при использовании обычных уравнений движения в случае ракеты с крестообразным крылом традиционное разделение пространственного движения на продольное и боковое оказывается

невозможным. Если при этом учесть, что наряду с перекрестными связями, входящими в уравнения (2.1), необходимо рассматривать перекрестные связи системы управления, то становится ясным, что анализ устойчивости пространственного движения управляемой ракеты при записи уравнений в декартовых координатах оказывается достаточно сложным.

С другой стороны, если выполняются сделанные выше предположения относительно конфигураций и распределения масс, то в отношении моментов инерции ракета с крестообразным кры-

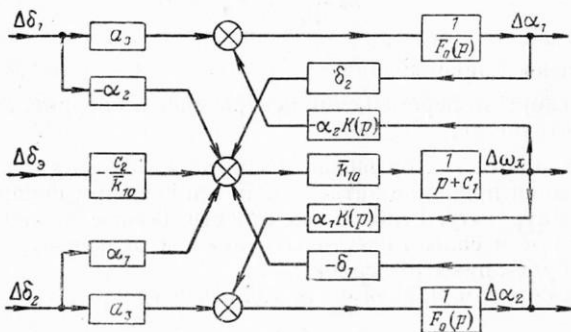


Рис. 2.1. Структурная схема взаимосвязи каналов управления ракеты с крестообразным крылом при обычной форме записи уравнений возмущенного движения

лом не отличается от тела вращения. В механике при изучении движения тел вращения вместо связанных осей часто используют подвижную систему осей координат, одна ось которой совпадает с осью симметрии тела [5]. При подходящем выборе ориентации двух других осей этой подвижной системы координат получают уравнения движения тела вращения в достаточно простой форме.

Для ракеты с крестообразным крылом характерна симметрия перекрестных связей. При использовании уравнений движения в форме, учитывающей эту специфику, исследование динамики таких ракет может быть значительно упрощено [29]. Ниже для исследования пространственного движения ракет с крестообразным крылом используются цилиндрические координаты. Цилиндрические координаты включают в себя, в частности, введенные в гл. I величины α , μ_α и V_x , характеризующие скорости линейных перемещений центра масс ракеты, и величины ω , μ_ω и ω_x , характеризующие скорости угловых перемещений ракеты.

2.1. Уравнения движения центра масс

При выводе уравнений движения центра масс ракеты воспользуемся теоремой о количестве движения. В соответствии с этой теоремой и принципом затвердевания тела переменной массы уравнение движения центра масс в векторной форме можно представить в виде [8], [14]

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}, \quad (2.2)$$

где m — масса ракеты;

\vec{V} — скорость перемещения центра масс в инерциальном пространстве;

\vec{F} — главный вектор внешних сил, приложенных к ракете.

На основании принципа затвердевания к внешним силам, действующим на ракету, необходимо отнести (кроме аэродинамической силы R и силы тяжести G) также и реактивную силу P , которую будем называть силой тяги.

Таким образом, правая часть (2.2) имеет вид

$$\vec{F} = \vec{R} + \vec{G} + \vec{P}.$$

Для анализа движения ракеты векторное уравнение необходимо спроектировать на три соответствующим образом выбранные направления. Примем в качестве таких направлений оси прямоугольной системы координат $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$, начало которой совпадает с центром масс ракеты и которая вращается относительно инерциального пространства с угловой скоростью $\vec{\Omega}_1$.

На основании правила дифференцирования вектора в подвижной системе координат имеем

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\tilde{d}\vec{V}}{dt} + \vec{\Omega}_1 \times \vec{V},$$

где \tilde{d}/dt — символ локальной производной.

Уравнение (2.2) принимает вид

$$m \left(\frac{\tilde{d}\vec{V}}{dt} + \vec{\Omega}_1 \times \vec{V} \right) = \vec{F}.$$

Подставляя в это уравнение значения $\vec{V} = V_{\tilde{x}}\mathbf{i} + V_{\tilde{y}}\mathbf{j} + V_{\tilde{z}}\mathbf{k}$, $\vec{\Omega}_1 = \omega_{\tilde{x}}\mathbf{i} + \omega_{\tilde{y}}\mathbf{j} + \omega_{\tilde{z}}\mathbf{k}$, $\vec{F} = (R_{\tilde{x}} + G_{\tilde{x}} + P_{\tilde{x}})\mathbf{i} + (R_{\tilde{y}} + G_{\tilde{y}} + P_{\tilde{y}})\mathbf{j} +$

$+(R_{\tilde{z}} + G_{\tilde{z}} + P_{\tilde{z}})\mathbf{k}$ и проектируя результат на оси \tilde{Ox} , \tilde{Oy} и \tilde{Oz} , получаем

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{V}_{\tilde{x}} + \omega_{\tilde{y}}V_{\tilde{z}} - \omega_{\tilde{z}}V_{\tilde{y}}) &= R_{\tilde{x}} + G_{\tilde{x}} + P_{\tilde{x}}; \\ m(\dot{V}_{\tilde{y}} + \omega_{\tilde{z}}V_{\tilde{x}} - \omega_{\tilde{x}}V_{\tilde{z}}) &= R_{\tilde{y}} + G_{\tilde{y}} + P_{\tilde{y}}; \\ m(\dot{V}_{\tilde{z}} + \omega_{\tilde{x}}V_{\tilde{y}} - \omega_{\tilde{y}}V_{\tilde{x}}) &= R_{\tilde{z}} + G_{\tilde{z}} + P_{\tilde{z}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Точкой сверху обозначается локальная производная по времени $\dot{V}_x = \frac{d\tilde{V}_x}{dt}$ и т. д.

Уточним теперь положение осей $\tilde{Ox}\tilde{y}\tilde{z}$ относительно ракеты. Направим ось \tilde{Ox} вдоль оси симметрии ракеты вперед (вдоль связанной оси Ox), а оси \tilde{Oy} и \tilde{Oz} будем ориентировать так, чтобы ось \tilde{Oy} всегда лежала в плоскости угла атаки, как показано на рис. 2.2. По определению (см. § 3, гл. I) оси $\tilde{Ox}\tilde{y}\tilde{z}$ являются осями, связанными с углом атаки.

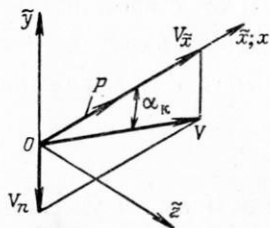


Рис. 2.2. К выводу уравнений сил в проекциях на оси координат, связанные с углом атаки

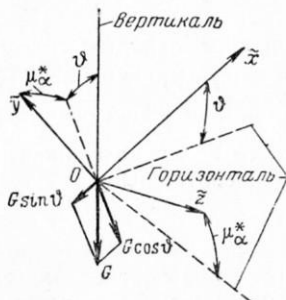


Рис. 2.3. Взаимная ориентация вектора силы тяжести и осей координат, связанных с углом атаки

Из рассмотрения рис. 2.2 следуют соотношения

$$\left. \begin{aligned} V_{\tilde{x}} &= V_x, & V_{\tilde{y}} &= -V_n, & V_{\tilde{z}} &= 0, \\ P_{\tilde{x}} &= P, & P_{\tilde{y}} &= P_z = 0, & P_{\tilde{z}} &= R_x. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Коэффициенты аэродинамических сил были представлены в гл. I как функции параметра $\alpha = \frac{V_n}{V_x} = \operatorname{tg} \alpha_k$. Для введения этого параметра в левые части уравнений (2.3) воспользуемся соотношением, которое следует из (2.4) и из определения α :

$$V_{\tilde{y}} = -V_n = -\alpha V_x. \quad (2.5)$$

Проекции силы тяжести на оси $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$, как видно из рис. 2.3, равны

$$\left. \begin{aligned} G_{\tilde{x}} &= -G \sin \vartheta; \\ G_{\tilde{y}} &= -G \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^*; \\ G_{\tilde{z}} &= -G \cos \vartheta \sin \mu_{\alpha}^*. \end{aligned} \right\} ? \quad (2.6)$$

Используя соотношения (2.4) — (2.6), получаем из (2.3) уравнения движения центра масс в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_x &= \frac{1}{m} (R_x + P) - g \sin \vartheta - \alpha \omega_{\tilde{z}} V_x; \\ \dot{\alpha} &= -\frac{R_{\tilde{y}}}{mV_x} + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^* - \alpha \frac{\dot{V}_x}{V_x} + \omega_{\tilde{z}}; \\ \alpha \omega_{\tilde{x}} &= -\frac{R_{\tilde{z}}}{mV_x} + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin \mu_{\alpha}^* - \omega_{\tilde{y}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

Связь между величинами $\omega_{\tilde{x}}$, $\omega_{\tilde{y}}$, $\omega_{\tilde{z}}$ и μ_{α}^* рассматривается в п. 2.3.

Величины аэродинамических сил R_x , $R_{\tilde{y}}$, $R_{\tilde{z}}$, входящих в правые части уравнений (2.7), зависят от скоростного напора $q = \rho \frac{V^2}{2}$. Если из решения уравнений (2.7) известны величины V_x и α , то величина скорости центра масс V может быть определена из соотношения

$$V = V_x \sqrt{1 + \alpha^2}. \quad (2.8)$$

Иногда для определения скорости центра масс удобно иметь дифференциальное уравнение непосредственно для величины V . Такое уравнение легко получить из (2.7) и (2.8). Оно имеет вид

$$m\dot{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} P - X_V - G \sin \theta, \quad (2.9)$$

где

$$\begin{aligned} X_V &= \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} (\alpha R_{\tilde{y}} - R_x), \\ \sin \theta &= \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} (\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^*). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Для определения величины плотности ρ необходимо знать высоту полета H . Так как $\dot{H} = V \sin \theta$, то на основании (2.8) и (2.10) получаем

$$\dot{H} = V_x (\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^*). \quad (2.11)$$

2.2. Уравнения движения около центра масс

При выводе уравнений движения ракеты около центра масс воспользуемся теоремой о моменте количества движения:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M}, \quad (2.12)$$

где \vec{K} — момент количества движения;

\vec{M} — главный момент внешних сил, приложенных к ракете.

Чтобы получить три скалярных уравнения, соответствующих векторному уравнению (2.12), рассмотрим прямоугольную систему координат O_{123} , показанную на рис. 2.4. Ось O_1 этой системы координат совпадает с осью симметрии ракеты Ox . Оси O_2 и O_3 ориентированы так, что ось O_3 всегда лежит в плоскости, образованной осью симметрии и вектором $\vec{\Omega}$ полной угловой скорости вращения ракеты, т. е. совпадает с нормальной к оси симметрии составляющей этого вектора.

Таким образом, если орты осей O_{123} обозначить соответственно через \mathbf{l} , \mathbf{m} , \mathbf{n} , то вектор полной угловой скорости ракеты можно представить в виде

$$\vec{\Omega} = \omega_x \mathbf{l} + \omega \mathbf{n}. \quad (2.13)$$

Оси O_{123} , так же как и связанные оси ракеты $Oxyz$, являются главными центральными осями инерции, причем так как для ракеты с крестообразным крылом $J_y = J_z = J$, то момент инерции относительно любой оси, лежащей в плоскости Oyz , есть величина постоянная. Поэтому $J_2 = J_3 = J$.

Из теории движения твердого тела вокруг неподвижной точки известно [5], что если оси координат являются главными центральными осями инерции, то кинетический момент тела можно представить в виде

$$\vec{K} = J_x \omega_x \mathbf{l} + J \omega \mathbf{n}. \quad (2.14)$$

Далее, оси O_{123} имеют возможность проскальзывать относительно связанных осей с некоторой угловой скоростью и, следовательно, их вращение в инерциальном пространстве можно характеризовать величиной вектора $\vec{\Omega}_2$, который отличен от вектора $\vec{\Omega}$ и равен (см. рис. 2.4)

$$\vec{\Omega}_2 = \omega_1 \mathbf{l} + \omega \mathbf{n}. \quad (2.15)$$

С учетом вращения осей O_{123} с угловой скоростью $\vec{\Omega}_2$ уравнение (2.12) можно записать в виде

$$\frac{\tilde{d}\vec{K}}{dt} + \vec{\Omega}_2 \times \vec{K} = \vec{M}, \quad (2.16)$$

где $\frac{\tilde{d}}{dt}$ — символ локальной производной.

Подставляя в (2.16) величины \vec{K} и $\vec{\Omega}_2$, определяемые соотношениями (2.14) и (2.15), и проектируя результат на оси O_{123} , получаем

$$\left. \begin{aligned} J_x \dot{\omega}_x &= M_1 - j_x \omega_x; \\ J \dot{\omega} &= M_3 - j \omega; \\ \omega (\omega_1 J - \omega_x J_x) &= -M_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Здесь M_1, M_2, M_3 — проекции внешнего момента на оси O_{123} , причем, так как оси O_1 и Ox совпадают, то $M_1 = M_x$.

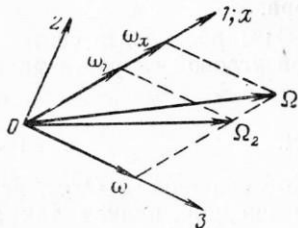


Рис. 2.4. К выводу уравнений моментов в проекциях на оси координат O_{123} , связанные с плоскостью маневра

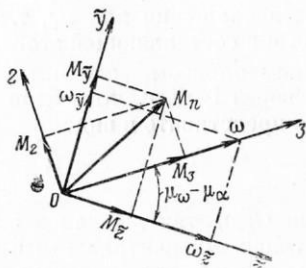


Рис. 2.5. Взаимная ориентация осей, связанных с углом атаки, и осей, связанных с плоскостью маневра

Величины M_2 и M_3 удобно выразить через продольный и боковой моменты M_z и M_y , введенные в гл. I, для чего необходимо рассмотреть взаимное расположение осей O_{123} и $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$.

По определению систем координат $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ и O_{123} ось $O\tilde{y}$ составляет с плоскостью симметрии Oxy угол μ_α , а ось O_2 составляет с этой же плоскостью угол μ_ω . Поэтому системы координат O_{123} и $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$, для которых общей осью является ось симметрии ракеты, оказываются повернутыми друг относительно друга на угол $\mu_\omega - \mu_\alpha$ (рис. 2.5). Из рассмотрения рис. 2.5 найдем

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= M_y \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) - M_z \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha); \\ M_3 &= M_z \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) + M_y \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha). \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

Входящие в правые части уравнений (2.17) величины $\dot{J}_x \omega_x$ и $\dot{J} \omega$ при полете в атмосфере с умеренными расходами массы не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на движение ракеты. В частности, на пассивном участке траектории $\dot{J}_x = \dot{J} = 0$. Поэтому в дальнейшем этими членами пренебрегаем.

В результате приходим к следующему виду уравнений движения ракеты около центра масс:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\omega}_x &= \frac{M_x}{J_x}; \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{J} [M_z \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) + M_y \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha)]; \\ \omega \omega_1 &= \frac{J_x}{J} \omega \omega_x - \frac{1}{J} [M_y \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) - M_z \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha)]. \end{aligned} \right\} (2.19)$$

2.3. Кинематические уравнения

Для совместного решения уравнений (2.7) и (2.19) необходимо определить уравнения для ω_x , ω_y , ω_z и ω_1 . Выражения для ω_y и ω_z можно получить при помощи рис. 2.5. Они имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \omega_y &= \omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha); \\ \omega_z &= \omega \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha). \end{aligned} \right\} (2.20)$$

Чтобы определить уравнение для ω_1 , рассмотрим рис. 2.6. Так как оси $O123$ вращаются относительно неподвижных осей $Ox_g y_g z_g$ с угловой скоростью рыскания $\dot{\psi}$, угловой скоростью тангажа $\dot{\vartheta}$ и угловой скоростью $\dot{\mu}_\omega^*$, то получаем

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= -\dot{\mu}_\omega^* + \dot{\psi} \sin \vartheta; \\ \omega_2 &= -\dot{\vartheta} \sin \mu_\omega^* + \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \mu_\omega^*; \\ \omega_3 &= \dot{\vartheta} \cos \mu_\omega^* + \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \mu_\omega^*. \end{aligned} \right\} (2.21)$$

Учитывая, что $\omega_2 = 0$, $\omega_3 = \omega$, из (2.21) нетрудно получить уравнения для ω_1 , $\dot{\psi}$ и $\dot{\vartheta}$:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= -\dot{\mu}_\omega^* + \omega \operatorname{tg} \vartheta \sin \mu_\omega^*; \\ \dot{\psi} &= \frac{\omega}{\cos \vartheta} \sin \mu_\omega^*; \\ \dot{\vartheta} &= \omega \cos \mu_\omega^*. \end{aligned} \right\} (2.22)$$

Если на рис. 2.6 и в уравнениях (2.21) оси $O123$, а также величины $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и μ_ω^* заменить соответственно осями $O\tilde{x}y\tilde{z}$ и величинами $\omega_{\tilde{x}}, \omega_{\tilde{y}}, \omega_{\tilde{z}}$ и μ_α^* и учесть (2.20), то получим уравнение для $\omega_{\tilde{x}}$ в виде

$$\omega_{\tilde{x}} = -\dot{\mu}_\alpha^* + \omega \operatorname{tg} \vartheta \sin \mu_\omega^*. \quad (2.23)$$

Углы μ_α^* и μ_ω^* определяют отклонение плоскости угла атаки и плоскости маневра от вертикальной плоскости, в то время как

аэродинамическая сила и момент зависят от углов μ_α и μ_ω , определяющих положение указанных плоскостей в связанных осях ракеты. Из (1.39) получаем μ_α и по аналогии μ_ω :

$$\left. \begin{aligned} \mu_\alpha &= \mu_\alpha^* + \gamma; \\ \mu_\omega &= \mu_\omega^* + \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Дифференцируя эти уравнения по времени, получаем

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}_\alpha &= \dot{\mu}_\alpha^* + \dot{\gamma}; \\ \dot{\mu}_\omega &= \dot{\mu}_\omega^* + \dot{\gamma}. \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Рис. 2.6. Ориентация осей $O123$, связанных с плоскостью маневра, в земной системе координат $OxgYgZg$

Используем известное уравнение для угловой скорости крена

$$\dot{\gamma} = \omega_x + \operatorname{tg} \vartheta (\omega_z \sin \gamma - \omega_y \cos \gamma)$$

и перейдем в этом уравнении к полярным координатам ω и μ_ω при помощи соотношений (1.33²). Тогда

$$\dot{\gamma} = \omega_x - \omega \operatorname{tg} \vartheta \sin (\mu_\omega - \gamma) = \omega_x - \omega \operatorname{tg} \vartheta \sin \mu_\omega^*. \quad (2.26)$$

Если воспользоваться уравнениями (2.25) и (2.26), то выражения для $\omega_{\tilde{x}}$ (2.23) и для ω_1 (2.22¹) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\tilde{x}} &= \omega_x - \dot{\mu}_\alpha; \\ \omega_1 &= \omega_x - \dot{\mu}_\omega. \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

Полученные уравнения для $\omega_1, \omega_{\tilde{x}}, \omega_{\tilde{y}}, \omega_{\tilde{z}}, \psi$ и ϑ позволяют составить на основании (2.7) и (2.19) полную систему уравнений движения ракеты в цилиндрических координатах.

2.4. Полные уравнения движения ракеты

Подставим в уравнения (2.7) и (2.19) значения $\omega_{\tilde{x}}, \omega_{\tilde{y}}, \omega_{\tilde{z}}$ и ω_1 , определяемые уравнениями (2.20), (2.22¹) и (2.23). В результате получим с учетом (2.22²), (2.22³) и (2.26) следующие уравнения, определяющие колебания ракеты около центра масс и изменение скорости движения центра масс:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_x &= \frac{1}{m} (R_x + P) - g \sin \vartheta - \alpha \omega V_x \cos (\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*); \\
 \dot{\alpha} &= -\frac{R_{\tilde{y}}}{mV_x} + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^* - \alpha \frac{\dot{V}_x}{V_x} + \omega \cos (\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*); \\
 \dot{\omega} &= \frac{1}{J} [M_{\tilde{z}} \cos (\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) + M_{\tilde{y}} \sin (\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*)]; \\
 \dot{\vartheta} &= \omega \cos \mu_{\omega}^*; \\
 \dot{\alpha} \mu_{\alpha}^* &= \frac{R_{\tilde{z}}}{mV_x} - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin \mu_{\alpha}^* + \omega \sin (\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) + \\
 &\quad + \alpha \omega \operatorname{tg} \vartheta \sin \mu_{\alpha}^*; \\
 \dot{\omega} \mu_{\omega}^* &= \frac{1}{J} [M_{\tilde{y}} \cos (\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) - M_{\tilde{z}} \sin (\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*)] - \frac{J_x}{J} \omega \omega_x + \\
 &\quad + \omega^2 \operatorname{tg} \vartheta \sin \mu_{\omega}^*; \\
 \dot{\omega}_x &= \frac{M_x}{J_x}; \\
 \dot{\gamma} &= \omega_x - \omega \operatorname{tg} \vartheta \sin \mu_{\omega}^*; \\
 \dot{\psi} &= \frac{\omega}{\cos \vartheta} \sin \mu_{\omega}^*.
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Хотя величина γ в явном виде не входит в первые семь уравнений (2.28), от угла крена в общем случае зависят аэродинамические силы и моменты, являющиеся функциями полярных углов, например, угла $\mu_{\alpha} = \mu_{\alpha}^* + \gamma$. В частном случае, когда аэродинамические силы и моменты имеют круговую симметрию, а управление углом крена отсутствует, необходимость в уравнении (2.28⁸) отпадает. Необходимость в уравнении (2.28⁹) возникает только в том случае, если осуществляется управление углом рыскания.

Иногда движение ракеты удобно характеризовать полярными углами μ_{α} и μ_{ω} (2.24). Переходя в (2.28) к величинам μ_{α} и μ_{ω} , получим с учетом (2.25) и (2.26) уравнения движения в виде

$$\begin{aligned}
\dot{V}_x &= \frac{1}{m} (R_x + P) - g \sin \vartheta - \alpha \omega V_x \cos (\mu_\omega - \mu_\alpha); \\
\dot{\alpha} &= -\frac{R_y}{mV_x} + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma) - \alpha \frac{\dot{V}_x}{V_x} + \omega \cos (\mu_\omega - \mu_\alpha); \\
\dot{\omega} &= \frac{1}{J} [M_z \cos (\mu_\omega - \mu_\alpha) + M_y \sin (\mu_\omega - \mu_\alpha)]; \\
\dot{\vartheta} &= \omega \cos (\mu_\omega - \gamma); \\
\dot{\alpha} \mu_\alpha &= \alpha \omega_x + \frac{R_z}{mV_x} - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin (\mu_\alpha - \gamma) + \omega \sin (\mu_\omega - \mu_\alpha); \\
\omega \dot{\mu}_\omega &= \left(1 - \frac{J_x}{J}\right) \omega \omega_x + \frac{1}{J} [M_y \cos (\mu_\omega - \mu_\alpha) - \\
&\quad - M_z \sin (\mu_\omega - \mu_\alpha)]; \\
\dot{\omega}_x &= \frac{M_x}{J_x}; \\
\dot{\gamma} &= \omega_x - \omega \operatorname{tg} \vartheta \sin (\mu_\omega - \gamma); \\
\dot{\psi} &= \frac{\omega}{\cos \vartheta} \sin (\mu_\omega - \gamma).
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Аэродинамические силы и моменты, входящие в уравнения (2.28) и (2.29), определяются из соотношений

$$\left. \begin{aligned}
R_x &= -qSc_x; & R_y &= qSc_y; & R_z &= qSc_z, \\
M_x &= qSlm_x; & M_y &= qSb_A m_y; & M_z &= qSb_A m_z,
\end{aligned} \right\} \tag{2.30}$$

где S — площадь двух консолей крыла;
 b_A — средняя аэродинамическая хорда;
 l — размах крыла.

Выражения для c_x , c_y , c_z , m_x , m_y и m_z приведены в § 3, гл. I.

Рассмотрим особенности уравнений движения ракеты в цилиндрических координатах на примере уравнений (2.29). Уравнения (2.29¹), (2.29⁷) и (2.29⁸) определяют, как и в декартовых координатах, изменение проекции скорости центра масс на ось Ox и вращение ракеты по крену. Уравнения (2.29²), (2.29³) и (2.29⁴) определяют движение ракеты в плоскости угла атаки и в плоскости маневра, а уравнения (2.29⁵) и (2.29⁶) — вращение этих плоскостей относительно ракеты.

Как видно из уравнений (2.29⁵) и (2.29⁶), при переходе угла атаки α и угловой скорости ω через значения $\alpha=0$ и $\omega=0$ величины μ_α и μ_ω терпят разрыв. При этом углы μ_α и μ_ω , так же как и полярные углы μ_α^* и μ_ω^* в уравнениях (2.28⁵) и (2.28⁶), мгновенно получают приращения, равные $\pm\pi$ (рис. 1.13). Эта особен-

ность уравнений затрудняет исследование движения ракеты во всем диапазоне изменения кинематических параметров ее движения. Однако, ввиду того, что перекрестные связи оказывают наибольшее влияние при больших углах атаки, эта особенность уравнений несущественна, поскольку в переходном процессе при малых возмущениях относительно исходного режима $\alpha_0 \sim \alpha_{\text{бал max}}$, $\omega_0 \sim \omega_{\text{бал max}}$ величины α и ω остаются существенно больше нуля.

Формально уравнения движения в цилиндрических координатах содержат даже большее число нелинейностей, чем обычные уравнения движения, поэтому на первый взгляд может показаться, что и их анализ представляет значительно большие трудности. Тем не менее это не так. Например, если аэродинамические силы и моменты имеют круговую симметрию, то в смысле линеаризуемости уравнений в возмущенном движении допускаются любые произвольные изменения μ_δ , μ_α и μ_ω , при которых разности этих величин остаются малыми. Это означает, что декартовы координаты, например углы атаки α_1 и α_2 , могут изменяться в возмущенном движении в пределах своих максимальных отрицательных и положительных значений. В случае же использования обычных уравнений движения допускаются лишь такие возмущения, чтобы соблюдались, например, условия $\Delta \alpha_i \ll \alpha_{i0}$, иначе линеаризация нелинейностей вида $\alpha_i \omega_x$ будет несправедливой.

§ 3. УРАВНЕНИЯ АВТОПИЛОТА

3.1. Структурные схемы

Под автопилотом будем понимать комплекс устройств автоматической системы управления, расположенных на борту ракеты и осуществляющих управление поперечными перегрузками и стабилизацию угловых движений ракеты. В общем случае автопилот имеет три канала управления — канал управления движением тангажа, канал управления движением рыскания и канал управления движением крена, причем обычно у ракет с крестообразным крылом каналы тангажа и курса имеют одинаковую структуру.

Принципиальное устройство первых двух каналов управления рассмотрим на примере канала тангажа, структурная схема которого показана на рис. 2.7. Управляющий сигнал λ_1 , выраженный в единицах перегрузки, сравнивается с сигналом обратной связи x , который определенным образом характеризует текущее значение поперечной перегрузки $n_{y д}$, измеряемой датчиком линейных ускорений (датчиком перегрузки). Управляющий сигнал на входе рулевого привода $\delta_{1з}$ формируется по сигналу ошибки $\Delta = \lambda_1 - x$, и сигналу y , характеризующему угловую скорость тангажа $\omega_{z д}$, измеряемую датчиком угловой скорости. Величина f_1 характеризует влияние аэродинамического шарнирного момен-

та на движение привода рулей. Используя рис. 2.7, можно установить следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \omega_1(p)(\delta_{13} + f_1); \\ \delta_{13} &= \Phi_\lambda(p)\lambda_1 - \Phi_\lambda(p)\Phi_1(p)n_{y\lambda} - \Phi_2(p)\omega_{z\lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Передаточные функции формирующих фильтров $\Phi_\lambda(p)$, $\Phi_1(p)$ и $\Phi_2(p)$ выбираются в зависимости от требований к качеству

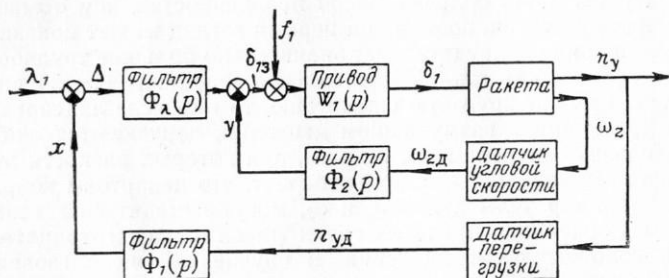


Рис. 2.7. Принципиальная схема канала управления поперечной перегрузкой

переходных процессов и точности стабилизации. Поэтому пока ограничимся рассмотрением их выражений в общем виде. Будем лишь предполагать, что фильтры системы стабилизации являются линейными.

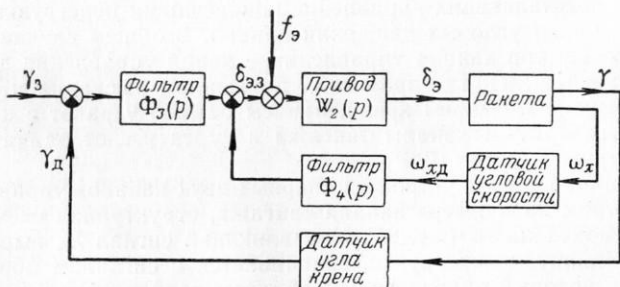


Рис. 2.8. Принципиальная схема канала управления углом крена

Структурная схема канала управления углом крена показана на рис. 2.8, где обозначены γ_3 — заданный угол крена, а f_3 — функция, характеризующая влияние аэродинамического шарнир-

ного момента на движение привода элеронов. Из рассмотрения рис. 2.8 получаем

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\vartheta} &= W_2(p)(\delta_{\vartheta 3} + f_{\vartheta}); \\ \delta_{\vartheta 3} &= \Phi_3(p)(\gamma_3 - \gamma_d) - \Phi_4(p)\omega_{x d}. \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

Так же как и в предыдущем случае, фильтры $\Phi_3(p)$ и $\Phi_4(p)$ будем предполагать линейными.

Бортовая система управления обеспечивает управление перегрузками ракеты путем отклонения рулей. Из (2.31) и (2.32) видно, что для составления уравнений, связывающих углы отклонения рулей и элеронов с параметрами движения ракеты, необходимо получить уравнения движения приводов рулей, а также уравнения для сигналов датчиков автопилота.

3.2. Датчики автопилота

Датчик угла крена

В качестве датчика угла крена обычно используется свободный гироскоп. Свободный гироскоп является практически безынерционным устройством, поэтому его передаточную функцию можно представить в виде постоянного коэффициента усиления [11], [18]

$$\frac{\gamma_d(p)}{\gamma(p)} = k_{c.r.}$$

Учитывая, что в установившемся режиме должно выполняться соотношение $\gamma = \gamma_3$ (или во всяком случае $\gamma \approx \gamma_3$), в соответствии с (2.32) полагаем $k_{c.r.} = 1$ и уравнение датчика угла крена запишем в виде

$$\gamma_d = \gamma. \quad (2.33)$$

Датчики перегрузок

Чаще всего датчики перегрузок выполняются в виде груза, подкрепленного пружиной. Затухание колебаний груза обеспечивается демпфером. Такой датчик перегрузки представляет собой колебательную механическую систему, поэтому его передаточная функция $W_{д.п}$ имеет вид [11], [18]

$$W_{д.п} = \frac{n_{y d}(p)}{n_y(p)} = \frac{k_{д.п}}{T_{д.п}^2 p^2 + 2\xi_{д.п} T_{д.п} p + 1}.$$

Линейное ускорение, воспринимаемое датчиком перегрузки, зависит от места установки датчика. Так, если датчик поперечной перегрузки установлен в точке, находящейся на некотором

расстоянии r от центра масс ракеты, то выходной сигнал датчика может зависеть, кроме составляющей ускорения центра масс ракеты, направленной по оси чувствительности датчика, также от угловых ускорений тангажа и рыскания ($\dot{\omega}_z$ и $\dot{\omega}_y$) и от угловой скорости крена. В дальнейшем будем предполагать, что $r=0$, а коэффициент усиления датчика $k_{д.п}$ будем полагать равным единице. Тогда для величин поперечных перегрузок $n_{y д}$ и $n_{z д}$, измеряемых датчиками, можно записать соотношения

$$\left. \begin{aligned} n_{y д} &= W_{д.п}(p) n_y; \\ n_{z д} &= W_{д.п}(p) n_z, \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

где

$$W_{д.п} = \frac{1}{T_{д.п}^2 p^2 + 2\xi_{д.п} T_{д.п} p + 1}. \quad (2.35)$$

Датчики угловых скоростей

Принцип работы датчика угловой скорости основан на использовании гироскопического момента, возникающего на рамке гироскопа при вращении ракеты. Для составления уравнения движения датчика угловой скорости необходимо приравнять нулю сумму инерционного $M_{р.и}$ и внешнего $M_{р.вн}$ моментов, действующих на рамку гироскопа. Если датчик измеряет угловую скорость ω_2 , то для взаимного расположения осей рамки $O\xi\eta\zeta$ и связанных осей ракеты $O123$, показанного на рис. 1.24, инерционный момент рамки с гироскопом будет

$$M_{р.и} = J_p (\ddot{\sigma}_2 + \dot{\omega}_3),$$

где $\ddot{\sigma}_2$ — угловое ускорение рамки, возникающее при ее повороте относительно связанных осей ракеты; $\dot{\omega}_3$ — угловое ускорение ракеты относительно оси $O3$; J_p — момент инерции рамки с ротором относительно оси вращения рамки.

Внешний момент представляет сумму гироскопического момента $M_{гир} \approx K\omega_2 - K\omega_1\sigma_2$ и противодействующих ему моментов пружины ($M^s\sigma_2$) и демпфера ($M^d\dot{\sigma}_2$):

$$M_{р.вн} = K\omega_2 - K\omega_1\sigma_2 + M^s\sigma_2 + M^d\dot{\sigma}_2.$$

В результате получаем уравнение движения датчика в виде

$$J_p \ddot{\sigma}_2 = K\omega_2 - K\omega_1\sigma_2 - J_p \dot{\omega}_3 + M^s\sigma_2 + M^d\dot{\sigma}_2. \quad (2.36)$$

Примем, что конструктивные параметры датчиков угловых скоростей ω_x , ω_y и ω_z одинаковы, введем обозначения

$$\omega_{x д} = k\sigma_1, \quad \omega_{y д} = k\sigma_2, \quad \omega_{z д} = k\sigma_3$$

и выберем коэффициент усиления $k = \frac{-M^2}{K}$ из условия, чтобы в установившемся режиме при отсутствии перекрестного влияния выходной сигнал датчика был равен измеряемой угловой скорости, например $\omega_{x \text{ д.уст}} = \omega_{x \text{ уст}}$ и т. д. Тогда, принимая, что на рис. 1.24 с осью Oz совпадают поочередно связанные оси ракеты Ox , Oy и Oz , получим на основании (2.36) уравнения движения датчиков угловых скоростей в виде

$$\left. \begin{aligned} F_{\lambda} \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_{x \lambda} &= \omega_x + \Delta_x; \\ F_{\lambda} \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_{y \lambda} &= \omega_y + \Delta_y; \\ F_{\lambda} \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_{z \lambda} &= \omega_z + \Delta_z, \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

где

$$F_{\lambda} \left(\frac{d}{dt} \right) = T_{\text{лус}}^2 \frac{d^2}{dt^2} + 2\xi_{\text{лус}} T_{\text{лус}} \frac{d}{dt} + 1;$$

$T_{\text{лус}}$ — постоянная времени датчика угловой скорости:

$$T_{\text{лус}} = \sqrt{\frac{J_p}{-M^2}};$$

$\xi_{\text{лус}}$ — относительный коэффициент демпфирования:

$$\xi_{\text{лус}} = -\frac{1}{2} \frac{M^2}{\sqrt{-J_p M^2}};$$

Δ_x , Δ_y , Δ_z — члены, характеризующие величины перекрестных связей. Выражения для Δ_x , Δ_y и Δ_z сведены в табл. 4.

В табл. 4 величина кинетического момента K считается положительной, если вектор угловой скорости ротора при нейтральном положении рамки совпадает с положительным направлением соответствующей связанной оси ракеты.

Не все перекрестные связи датчиков угловых скоростей в равной степени влияют на устойчивость пространственного движения ракеты. Поэтому необходимо оценить, влияние каких перекрестных связей может оказаться наиболее заметным. Такая оценка проведена в приложении, где показано, что для исследования устойчивости в малом уравнения движения датчиков угловых скоростей можно представить в виде:

— для датчика ω_x

$$T_{\text{лус}}^2 \ddot{\omega}_{x \lambda} + 2\xi_{\text{лус}} T_{\text{лус}} \dot{\omega}_{x \lambda} + \omega_{x \lambda} = \omega_x; \quad (2.38)$$

— для датчиков ω_y и ω_z (для случая, когда с осью Ox совпадают оси рамок гироскопов)

$$T_{\text{лус}}^2 \ddot{\omega}_{y \text{ л}} + 2\xi_{\text{лус}} T_{\text{лус}} \dot{\omega}_{y \text{ л}} + \omega_{y \text{ л}} = \omega_y - \frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_x, \quad (2.39)$$

$$T_{\text{лус}}^2 \ddot{\omega}_{z \text{ л}} + 2\xi_{\text{лус}} T_{\text{лус}} \dot{\omega}_{z \text{ л}} + \omega_{z \text{ л}} = \omega_z + \frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_x. \quad (2.40)$$

Таблица 4

Величины перекрестных связей	Ось поворота рамки совпадает с осью ракеты		
	Ox	Oy	Oz
Δ_x	—	$\frac{K}{M^\sigma} \omega_z \omega_{x \text{ л}} +$ $+\frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_y$	$\frac{K}{M^\sigma} \omega_y \omega_{x \text{ л}} -$ $-\frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_z$
Δ_y	$\frac{K}{M^\sigma} \omega_z \omega_{y \text{ л}} -$ $-\frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_x$	—	$\frac{K}{M^\sigma} \omega_x \omega_{y \text{ л}} +$ $+\frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_z$
Δ_z	$\frac{K}{M^\sigma} \omega_y \omega_{z \text{ л}} +$ $+\frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_x$	$\frac{K}{M^\sigma} \omega_x \omega_{z \text{ л}} -$ $-\frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \dot{\omega}_y$	—

3.3. Приводы рулей

Для перемещения органов управления ракеты наиболее часто используются электрогидравлические или электропневматические рулевые машинки [18]. Входным сигналом рулевой машинки служит электрический сигнал δ_z , а выходной координатой является перемещение штока. Шток связан с органом управления ракеты (рулем, элероном) механической проводкой. Если пренебречь упругими деформациями проводки, то движение штока и связанных с ним всех подвижных частей можно рассматривать как одно целое, что значительно упрощает уравнения движения рулевого привода.

Тогда уравнение движения руля можно представить в виде

$$J_{\delta} \ddot{\delta} = M_{p.m} + M_{тр} + M_{ш}, \quad (2.41)$$

где J_{δ} — момент инерции всех подвижных частей, приведенный к оси вращения руля;

$M_{p.m}$ — момент рулевой машинки;

$M_{тр}$ — момент сил трения, приведенный к оси вращения руля;

$M_{ш}$ — аэродинамический шарнирный момент.

В дальнейшем ограничимся учетом только моментов $M_{p.m}$ и $M_{ш}$, предполагая, что трение в проводке управления незначительно.

Аэродинамический шарнирный момент является функцией угла отклонения руля, углов атаки ракеты и угловой скорости отклонения руля $\dot{\delta}$. Эту зависимость можно представить в виде¹⁾

$$M_{ш} = M_{ш}^{\dot{\delta}} \dot{\delta} + M_{ш}(\alpha_1, \alpha_2, \delta). \quad (2.42)$$

Выражения для коэффициентов шарнирных моментов рулей были получены в § 7 гл. I.

Приведенный к оси вращения руля момент $M_{p.m}$, развиваемый рулевой машинкой, зависит от перепада давлений на поршне Δp , площади поршня F и передаточного коэффициента $i_p = \frac{d\delta}{ds}$ от перемещения штока к углу поворота руля:

$$M_{p.m} = \frac{\Delta p F}{i_p}. \quad (2.43)$$

Перепад давлений на штоке Δp зависит от перемещения управляющего устройства x и от скорости перемещения руля. Эта зависимость имеет дифференциальный характер

$$T_{p.m} \dot{\Delta \bar{p}} + \Delta \bar{p} = \bar{x} - \dot{\delta}, \quad (2.44)$$

где

$$\bar{x} = \frac{x}{x_{\max}}; \quad \dot{\delta} = \frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}_{\max}}; \quad \Delta \bar{p} = \frac{\Delta p}{p_0};$$

$T_{p.m}$ — постоянная времени, зависящая от конструктивных параметров рулевой машинки и исходного положения поршня;

x_{\max} — максимальное перемещение управляющего устройства;

¹⁾ В общем случае зависимость $M_{ш}(\dot{\delta})$ нелинейна. Однако на частотах колебаний ракеты учет этого эффекта обычно несуществен. Более строгое определение характера зависимости $M_{ш}(\dot{\delta})$ может потребоваться для изучения высокочастотных, например упругих, колебаний рулей. Эти вопросы здесь не рассматриваются.

$\dot{\delta}_{\max}$ — максимальная скорость перемещения руля при отсутствии нагрузки;

p_0 — максимальный перепад давлений, развиваемый рулевой машинкой при $\bar{x} = 1, \dot{\delta} = 0$.

Уравнение (2.44) можно рассматривать как уравнение наполнения полостей рулевой машинки рабочим телом. Если предположить, что управляющее устройство является усилительным звеном ($\bar{x} = \bar{x}_{\text{вх}}$) и учесть, что управляющий сигнал $\bar{x}_{\text{вх}}$ на входе струйного устройства представляет сумму управляющего сигнала δ_3 и сигнала обратной связи [$\bar{x}_{\text{вх}} = k(\delta_3 - k_{\text{о.с}}\delta)$], то, используя (2.41) — (2.44), можно записать следующие уравнения, связывающие управляющий сигнал δ_3 с углом отклонения руля δ :

$$\left. \begin{aligned} J_{\delta} \ddot{\delta} &= M_{\text{ш}} \dot{\delta} + M_{\text{ш}}(\alpha_i, \delta) + \frac{M_{\text{торм}}}{p_0} \Delta p; \\ \frac{1}{p_0} (T_{\text{р.м}} \dot{\Delta p} + \Delta p) &= \bar{x} - \frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}_{\max}}; \\ \bar{x} &= k(\delta_3 - k_{\text{о.с}}\delta), \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

где $M_{\text{торм}} = \frac{p_0 F}{i_{\text{р}}}$ — тормозной момент. (2.46)

Тормозной момент численно равен максимальному моменту, развиваемому рулевой машинкой при $\delta = 0$.

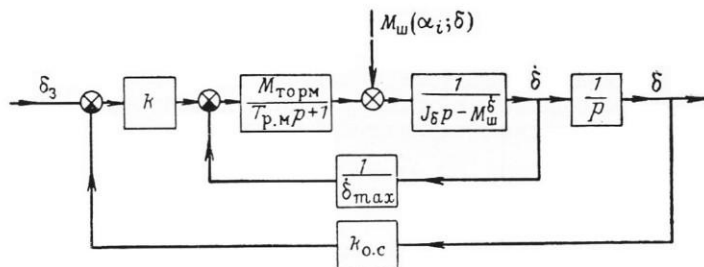


Рис. 2.9. Структурная схема привода рулей

Структурная схема рулевого привода, соответствующая уравнениям (2.45), показана на рис. 2.9. Разрешим уравнения (2.45) относительно δ , считая заданной величину δ_3 :

$$\begin{aligned} T_{\text{р.м}} J_{\delta} \ddot{\delta} + (J_{\delta} - T_{\text{р.м}} M_{\text{ш}}^{\delta}) \dot{\delta} + \left(\frac{M_{\text{торм}}}{\dot{\delta}_{\max}} - M_{\text{ш}}^{\delta} - T_{\text{р.м}} \frac{\partial M_{\text{ш}}}{\partial \delta} \right) \delta + \\ + k k_{\text{о.с}} M_{\text{торм}} \delta = k M_{\text{торм}} \delta_3 + M_{\text{ш}} + T_{\text{р.м}} \frac{\partial M_{\text{ш}}}{\partial \alpha_1} \dot{\alpha}_1 + T_{\text{р.м}} \frac{\partial M_{\text{ш}}}{\partial \alpha_2} \dot{\alpha}_2. \end{aligned} \quad (2.47)$$

В этом уравнении величины $M_{ш}$, $\partial M_{ш}/\partial \alpha_1$, $\partial M_{ш}/\partial \alpha_2$ и $\partial M_{ш}/\partial \delta$ являются функциями углов атаки и угла отклонения соответствующего руля. Функцией угла отклонения руля является, вообще говоря, и величина постоянной времени $T_{р.м}$, поскольку в линеаризованном уравнении для Δp (2.44) величина $T_{р.м}$ зависит от исходного положения поршня рулевой машинки. Однако при малых амплитудах колебаний руля величину $T_{р.м}$ можно считать постоянной. В дальнейшем для выявления качественного влияния динамических характеристик приводов рулей на устойчивость пространственного движения ракеты вместо уравнения (2.47) будем рассматривать уравнение привода в виде

$$k_{о.с} (T_{пр}^2 \ddot{\delta} + 2\xi_{пр} T_{пр} \dot{\delta} + \delta) = \delta_3 + \bar{M}_{ш} + \frac{\partial \bar{M}_{ш}}{\partial \alpha_1} T_{р.м} \dot{\alpha}_1 + \frac{\partial \bar{M}_{ш}}{\partial \alpha_2} T_{р.м} \dot{\alpha}_2, \quad (2.48)$$

где $T_{пр}^2 = -\frac{1}{k_{о.с}} \bar{M}_{ш}^{\dot{\delta}} T_{р.м}$;

$$\xi_{пр} = \frac{1}{2 \sqrt{-k_{о.с} \bar{M}_{ш}^{\dot{\delta}} T_{р.м}}} \left(-\frac{1}{k_{\max}^{\dot{\delta}}} - \bar{M}_{ш}^{\dot{\delta}} - \frac{\partial \bar{M}_{ш}}{\partial \delta} T_{р.м} \right);$$

$$\bar{M}_{ш} = \frac{M_{ш}}{k M_{тс;рм}}.$$

Уравнение (2.48) получается из (2.47), если положить $J_{\delta} = 0$. В соответствии с уравнениями (2.41) и (2.42) это равносильно предположению, что скорость отклонения руля $\dot{\delta}$, соответствующая данному значению нагрузки

$$\dot{\delta} = \frac{M_{р.м} + M_{ш}(\alpha_i, \delta)}{-M_{ш}^{\dot{\delta}}},$$

устанавливается мгновенно.

3.4. Связь углов отклонения рулей с параметрами движения ракеты

Определим на основании уравнений, полученных в пп. 3.1—3.3, уравнения, определяющие зависимость углов отклонения рулей в каждом из трех каналов управления от параметров движения ракеты. При этом будем предполагать, что для управления по каналу тангажа и каналу курса используются попарно соединенные консоли крестообразного оперения, а управление по крену осуществляется четырьмя элеронами, отклоняемыми одной рулевой машинкой. Поскольку движение привода зависит от нагрузки на рулях, то для удобства дальнейшего анализа ниже приведены соответствующие выражения для шарнирных моментов.

Связь угла отклонения элеронов с параметрами движения ракеты по крену получим на основании уравнений (2.32), (2.33), (2.38), (2.48) и (1.72). Если в (2.48) положить $T_{np} = T_2$, $\xi_{np} = \xi_2$,

$$\begin{aligned} \delta_3 &= \delta_{3,3}, \quad \delta = \delta_3, \quad k = k_3, \quad k_{0,c} = k_{0,c,3}, \\ M_{\text{торм}} &= M_{3, \text{торм}}, \quad M_{\text{ш}} = M_{\text{ш},3}, \quad T_{p,m} = T_3, \end{aligned}$$

то получим

$$k_{0,c,3} F_2(p) \delta_3 = \Phi'_\gamma(p) (\gamma - \gamma_3) + \Phi_{\omega_x}(p) \omega_x + \bar{M}_{\text{ш},3} + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш},3}}{\partial \alpha} T_3 p \alpha, \quad (2.49)$$

где

$$\begin{aligned} F_2(p) &= T_2^2 p^2 + 2\xi_2 T_2 p + 1; \\ \Phi'_\gamma(p) &= -\Phi_3(p); \\ \Phi_{\omega_x}(p) &= -W_{\text{лус}}(p) \Phi_4(p); \\ W_{\text{лус}}(p) &= \frac{1}{T_{\text{лус}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{лус}} T_{\text{лус}} p + 1}; \\ \bar{M}_{\text{ш},3} &= \frac{M_{\text{ш},3}}{k_3 M_{3, \text{торм}}}; \\ M_{\text{ш},3} &= q S_3 b_3 (m_{\text{ш}}^{\delta_3} + p' \alpha^2) \delta_3. \end{aligned}$$

Уравнение для угла отклонения руля δ_1 в канале тангажа получим из уравнений (2.31), (2.34), (2.40), (2.48) и (1.69), положив в (2.48) $T_{np} = T_1$, $\xi_{np} = \xi_1$, $\delta_3 = \delta_{13}$, $\delta = \delta_1$, $M_{\text{ш}} = M_{\text{ш}1}$. В операторной форме это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} k_{0,c} F_1(p) \delta_1 &= \Phi_\lambda(p) \lambda_1 - \Phi_n(p) n_y - \Phi_\omega(p) \omega_z - \frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \Phi_\omega(p) p \omega_x + \\ &+ \bar{M}_{\text{ш}1} + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_1} T_{p,m} p \alpha_1 + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_2} T_{p,m} p \alpha_2, \end{aligned} \quad (2.50)$$

где

$$\begin{aligned} F_1(p) &= T_1^2 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1; \\ \Phi_n(p) &= W_{\text{л.п}}(p) \Phi_\lambda(p) \Phi_1(p); \\ \Phi_\omega(p) &= W_{\text{лус}}(p) \Phi_2(p); \\ \bar{M}_{\text{ш}1} &= \frac{M_{\text{ш}1}}{k M_{\text{торм}}}; \quad M_{\text{ш}1} = q S_p b_p m_{\text{ш}1}; \\ m_{\text{ш}1} &= (m_{\text{ш}}^{\delta_1} + p_2 \alpha_1^2 + p_3 \alpha_2^2) \delta_1 + (m_{\text{ш}}^{\alpha_1} + q_2 \alpha_1^2 + q_3 \alpha_2^2) \alpha_1. \end{aligned}$$

Уравнение для угла отклонения руля δ_2 в канале курса аналогично уравнению (2.50). При его составлении необходимо только учесть, что если при $\delta_1 > 0$ перегрузка n_y положительна, то положительное отклонение руля δ_2 приводит к отрицательной перегрузке n_z . Поэтому по сравнению с (2.50) знаки перед $\Phi_\lambda(p)$ и $\Phi_n(p)$ необходимо изменить на обратные. Кроме того, необходимо учесть, что выражение для $m_{ш2}$ имеет вид (1.70), а величина ω_x входит с разными знаками в уравнения для $\omega_{yд}$ (2.39) и $\omega_{zд}$ (2.40). В операторной форме уравнение автопилота в канале курса имеет вид

$$k_{\omega,с} F_1(p) \delta_2 = -\Phi_\lambda(p) \lambda_2 + \Phi_n(p) n_z - \Phi_\omega(p) \omega_y + \\ + \frac{M^\sigma}{K} T_{\text{лус}}^2 \Phi_\omega(p) p \omega_x + \bar{M}_{ш2} + \frac{\partial \bar{M}_{ш2}}{\partial \alpha_1} T_{p,м} p \alpha_1 + \frac{\partial \bar{M}_{ш2}}{\partial \alpha_2} T_{p,м} p \alpha_2, \quad (2.51)$$

где

$$\bar{M}_{ш2} = \frac{M_{ш2}}{k M_{\text{торм}}}; \quad M_{ш2} = q S_p b_p m_{ш2};$$

$$m_{ш2} = (m_{ш}^5 + p_2 \alpha_2^2 + p_3 \alpha_1^2) \delta_2 + (m_{ш}^\alpha + q_2 \alpha_2^2 + q_3 \alpha_1^2) \alpha_2.$$

3.5. Формирование сигналов управления поперечной перегрузкой

Управляющий сигнал, формируемый системой наведения (или самонаведения) и представляющий собой величину требуемой для наведения поперечной перегрузки ракеты, можно представить в виде некоторого вектора $\vec{\lambda}_3$, нормального к оси симметрии Ox и отклоненного на угол μ_3 от вертикальной плоскости, проходящей через эту ось (рис. 2.10). Так как в случае пространственного наведения взаимная ориентация вектора $\vec{\lambda}_3$ и осей Oy , Oz непрерывно изменяется, то команды λ_1 и λ_2 на входах автопилота, представляющие собой величины требуемых перегрузок в канале тангажа и в канале курса, соответственно, должны определяться с учетом таких изменений.

В зависимости от системы поперечной стабилизации ракеты можно выделить два способа формирования сигналов λ_1 и λ_2 по сигналам λ_3 и μ_3 . Так, если система поперечной стабилизации обеспечивает достаточно малое отклонение угла крена от заданного значения γ_3 во все время управляемого полета ракеты, то при формировании сигналов λ_1 и λ_2 можно приближенно считать величину γ известной функцией времени. Полагая, что на рис. 2.10 $\gamma = \gamma_3$, получаем для этого случая следующие зависимости для λ_1 и λ_2 :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_3 \cos(\mu_3 + \gamma_3); \\ \lambda_2 &= -\lambda_3 \sin(\mu_3 + \gamma_3). \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Обычно угол крена γ_3 равен либо нулю, либо 45° .

Если за время управляемого полета угол крена изменяется значительно, то формирование сигналов λ_1 и λ_2 в предположении, что $\gamma = \gamma_3$, может привести к неустойчивости процесса наведения. Поэтому при больших изменениях γ величины λ_1 и λ_2 необходимо определять с учетом текущего значения угла крена [9]. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_3 \cos(\mu_3 + \gamma); \\ \lambda_2 &= -\lambda_3 \sin(\mu_3 + \gamma). \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

Несовпадение углов крена исполнительной (связанной с ракетой) и измерительной систем координат называют скручиванием систем координат [9]. В рассматриваемом на рис. 2.10 случае в качестве осей измерительной системы координат приняты оси Oy_H и Oz_H . Так как угол крена этих осей равен нулю, то угол скручивания будет равен углу крена ракеты. Поэтому формулы (2.53) соот-

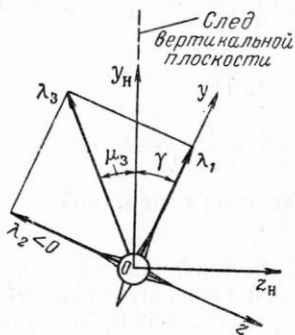


Рис. 2.10. Положение вектора команды $\vec{\lambda}_3$ в наклонной и связанной системах координат

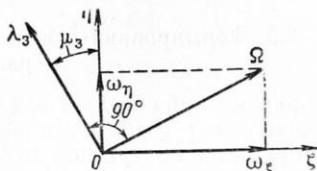


Рис. 2.11. Формирование команды при самонаведении по методу пропорционального сближения

ветствуют управлению с компенсацией угла скручивания. В дальнейшем этот случай будем называть управлением с полной компенсацией скручивания. Такое управление используется, в частности, на ракетах, вращающихся по крену [32]. Формулы (2.52) соответствуют частичной компенсации скручивания. Например, если $\gamma_3 = \text{const}$, то при формировании величин λ_1 и λ_2 в соответствии с соотношениями (2.52) учитывается начальное рассогласование по крену между исполнительной и измерительной системами координат. В дальнейшем этот случай будем называть управлением с неполной компенсацией скручивания.

Величина и направление вектора $\vec{\lambda}_3$ в случае самонаводящейся ракеты могут зависеть от угловых скоростей корпуса ракеты (см. § 7 гл. I). В качестве примера определим величины λ_3 и μ_3 для случая, когда самонаведение осуществляется в вертикальной плоскости по методу пропорционального сближения, а угол крен-

на измерительной системе координат (координатора цели) близок к нулю. В случае наведения по этому методу требуемое направление вектора $\vec{\lambda}_3$ ортогонально вектору угловой скорости линии визирования $\vec{\Omega}$ (рис. 2.11), поэтому имеем соотношения

$$\lambda_3 \cos \mu_3 = k\omega_z;$$

$$\lambda_3 \sin \mu_3 = k\omega_\eta,$$

где k — коэффициент пропорциональной навигации. Из этих соотношений получаем

$$\lambda_3 = k \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\eta^2} k\Omega;$$

$$\operatorname{tg} \mu_3 = \frac{\omega_\eta}{\omega_z}.$$

Если учесть, что в рассматриваемом случае самонаведения угол пеленга φ_Γ (см. рис. 1.26) мал, и для определения ω_z и ω_η воспользоваться соотношениями (1.91), то будем иметь, полагая $\sin \varphi_\Gamma = \varphi_\Gamma$:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_3 &= k \sqrt{[\omega_{zH} - S_z(p) [\omega_x \varphi_\Gamma \cos \varphi_B]]^2 + [\omega_{\eta H} + S_\eta(p) [\omega_x \sin \varphi_B]]^2}; \\ \operatorname{tg} \mu_3 &= \frac{\omega_{\eta H} + S_\eta(p) [\omega_x \sin \varphi_B]}{\omega_{zH} - S_z(p) [\omega_x \varphi_\Gamma \cos \varphi_B]}. \end{aligned} \right\} (2.54)$$

Глава III

РЕЖИМЫ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ

§ 1. УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ

1.1. Основные предположения

Режимами установившегося движения будем называть такие режимы полета, в которых углы атаки и угловые скорости ракеты являются постоянными величинами. Если такое движение может быть реализовано, то установившиеся (балансирующие) значения углов атаки и угловых скоростей определяют из условий статического равновесия сил и моментов, действующих на ракету. В случае полета по произвольной траектории эти силы и моменты непрерывно изменяются даже если эта траектория соответствует постоянным углам отклонения рулевых поверхностей, что обусловлено переменностью скорости и высоты полета, изменением веса и перемещением центра масс ракеты за счет выгорания топлива и другими факторами. Поэтому для управляемых ракет не существует установившихся режимов полета в таком их определении, которое дано выше. Тем не менее при определении маневренных свойств ракет понятие установившихся режимов полета используется достаточно широко. Рассмотрим основные предпосылки, позволяющие приближенно определять величины кинематических параметров, вызываемых отклонениями рулей при нестационарном движении управляемой ракеты.

Обычно для движения по кинематической траектории (по траектории, задаваемой методом наведения) углы отклонения рулей должны непрерывно изменяться, чтобы обеспечить величины поперечных перегрузок, требуемые методом наведения. Однако, поскольку характерное время изменения углов отклонения рулей (имеющее порядок времени наведения) при движении вдали от цели в десятки раз превышает характерное время изменения кинематических параметров движения ракеты около центра масс (имеющее порядок периода собственных колебаний ракеты), то в каждой точке траектории полета значения кинематических параметров практически не отличаются от таких их

значений, которые имели бы место на данном режиме полета при $\delta_i = \delta_0 = 0$.

Далее, так как на управляемых участках траектории полета относительные изменения коэффициентов уравнений движения за период собственных колебаний ракеты оказываются, как правило, небольшими вследствие сравнительно небольших продольных ускорений и медленного изменения плотности воздуха вдоль траектории, а инерционные моменты, возникающие из-за медленного изменения угловой скорости корпуса, оказываются незначительными по сравнению с управляющим и восстанавливающим моментами, то переменность режимов полета мало сказывается на балансировочных углах атаки.

На стартовом участке траектории относительные изменения коэффициентов уравнений за период колебаний могут оказаться существенными, особенно если иметь в виду, что на этом участке ракета имеет обычно небольшие начальные запасы статической устойчивости. Поэтому для управляемого стартового участка траектории балансировочные соотношения, полученные при таком допущении, могут оказаться неверными.

При выполнении указанного выше предположения относительно скорости изменения коэффициентов уравнений можно считать, что при постоянных или медленно меняющихся в соответствии с законом управления углах отклонения рулей в уравнениях движения (2.29) равны нулю величины α , μ_α , ω_x , ω и μ_ω .

Другое важное упрощение, обычно используемое при анализе балансировочных зависимостей, заключается в том, что в каждой точке траектории полета задается величина скорости центра масс ракеты. Это позволяет представить коэффициенты уравнений движения в виде заданных функций времени.

1.2. Полные уравнения установившегося движения

С учетом сделанных в п. 1.1 предположений систему уравнений, определяющих балансировочные режимы полета ракет, которые имеют систему стабилизации угла крена или испытывают достаточно медленное вращение по крену ($\omega_{x \text{ уст}} \approx 0$), можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_x - \frac{1}{m}(R_x + P) + g \sin \vartheta + \alpha \omega V_x \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) &= 0; \\ \frac{R_y}{mV_x} - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos(\mu_\alpha - \gamma) - \omega \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) + \alpha \frac{\dot{V}_x}{V_x} &= 0; \\ \frac{R_z}{mV_x} - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin(\mu_\alpha - \gamma) + \omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha) &= 0; \\ M_y \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) - M_z \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha) &= 0; \end{aligned} \right\} (3.1)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{\tilde{z}} \cos(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) + M_{\tilde{y}} \sin(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) &= 0; \\ M_x &= 0. \end{aligned} \right\} (3.1)$$

Для определения по уравнениям (3.1) балансировочных соотношений величины аэродинамических сил R_x , $R_{\tilde{y}}$, $R_{\tilde{z}}$ и моментов M_x , $M_{\tilde{y}}$ и $M_{\tilde{z}}$ необходимо выразить через аэродинамические коэффициенты c_x , $c_{\tilde{y}}$, $c_{\tilde{z}}$, m_x , $m_{\tilde{y}}$, $m_{\tilde{z}}$ по формулам (2.30), полагив в выражениях для аэродинамических коэффициентов $\alpha = \delta = \mu_{\alpha} = \mu_{\delta} = \omega_x = 0$. В дальнейшем ограничимся приближенными выражениями для аэродинамических коэффициентов, приведенными в § 3, гл. I, однако в выражении для m_x будем учитывать постоянную составляющую m_{x0} . Так как уравнения (3.1⁴) и (3.1⁵) эквивалентны уравнениям $m_{\tilde{y}} = m_{\tilde{z}} = 0$, то из (3.1) получаем

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_x + \frac{1}{m} (qS c_x - P) + g \sin \vartheta + \alpha \omega V_x \cos(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) &= 0; \\ c_{00} + c_{11}^{(1)} \cos(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + c_{y1}^{\sim} + \frac{m \dot{V}_x}{qS} \alpha - \frac{m V_x}{qS} \omega \cos(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) - \\ &\quad - \frac{G}{qS} \cos \vartheta \cos(\mu_{\alpha} - \gamma) = 0; \\ d_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + c_{z1}^{\sim} + d_{00} \delta_{\vartheta} + \frac{m V_x}{qS} \omega \sin(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) - \\ &\quad - \frac{G}{qS} \cos \vartheta \sin(\mu_{\alpha} - \gamma) = 0; \\ b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + m_{z1}^{\sim} + m_z^{\omega} \cos(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) &= 0; \\ e_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) + m_{y1}^{\sim} + e_{00} \delta_{\vartheta} + m_z^{\omega} \sin(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}) &= 0; \\ m_{x0} + m_{x1} + m_{x2} + m_x(\delta_{\vartheta}) &= 0, \end{aligned} \right\} (3.2)$$

где

$$\begin{aligned} c_{y1}^{\sim} &= c_{13}^{(2)} \cos(\mu_{\delta} + 3\mu_{\alpha}) + c_{04}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha}; \\ c_{z1}^{\sim} &= c_{13}^{(2)} \sin(\mu_{\delta} + 3\mu_{\alpha}) + c_{04}^{(2)} \sin 4\mu_{\alpha}; \\ m_{z1}^{\sim} &= b_{13}^{(2)} \cos(\mu_{\delta} + 3\mu_{\alpha}) + b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha}; \\ m_{y1}^{\sim} &= -b_{13}^{(2)} \sin(\mu_{\delta} + 3\mu_{\alpha}) - b_{04}^{(2)} \sin 4\mu_{\alpha}. \end{aligned}$$

Величины c_{y1}^{\sim} , c_{z1}^{\sim} , m_{y1}^{\sim} и m_{z1}^{\sim} характеризуют круговую несимметрию подъемной силы и продольно-бокового момента.

Система шести уравнений (3.2) содержит десять неизвестных: угол атаки α , угловую скорость ω , полярные углы μ_{α} , μ_{δ} и μ_{ω} , угол отклонения элеронов δ_{ϑ} , суммарный угол отклонения рулей δ , угол тангажа ϑ , угол крена γ и осевое ускорение \dot{V}_x . Поэтому

(3.2) необходимо дополнить еще четырьмя уравнениями. Получим эти уравнения.

Обычно в каждой точке кинематической траектории считается известным угол наклона траектории полета, а также величина и направление поперечной перегрузки, требуемой методом наведения. Таким образом, можно считать, что в каждой точке траектории заданы значение θ , а также значения λ_3 и μ_3 , определяющие величину и направление команды (см. рис. 2.10). Заданной является также величина угла крена γ_3 , входящая в уравнение (2.49). Следовательно, на основании уравнений (2.10) и (2.49) имеем

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta - \alpha \cos \theta \cos (\mu_\alpha - \gamma) - \sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta &= 0; \\ \Phi'_\gamma(0) (\gamma - \gamma_3) - \delta_3 k_{o.c.3} + \bar{M}_{ш.3} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Для получения недостающих двух уравнений положим в (2.50) и (2.51) $p=0$. В результате получим

$$\left. \begin{aligned} k_{o.c.1} \delta_1 &= \Phi_\lambda(0) \lambda_1 - \Phi_n(0) n_y - k_{\omega} \omega_z + \bar{M}_{ш1}; \\ k_{o.c.2} \delta_2 &= -\Phi_\lambda(0) \lambda_2 + \Phi_n(0) n_z - k_{\omega} \omega_y + \bar{M}_{ш2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

где $k_{\omega} = \Phi_{\omega}(0)$.

Введем обозначение n для модуля поперечной перегрузки и μ_n для угла между плоскостью симметрии ракеты Oxy и вектором \vec{n} (рис. 3.1). Тогда получим

$$\left. \begin{aligned} n_y &= n \cos \mu_n; \\ n_z &= -n \sin \mu_n. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Подставим в уравнения (3.4) величины ω_y , ω_z , δ_i , λ_i , n_y и n_z , определяемые соотношениями (1.33), (2.52), или (2.53), и (3.5), и образуем сумму первого уравнения, умноженного на $\cos \mu_\alpha$, и второго уравнения, умноженного на $\sin \mu_\alpha$, а также сумму первого и второго уравнений, умноженных на $-\sin \mu_\alpha$ и на $\cos \mu_\alpha$, соответственно. Результат этих преобразований можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \Phi_\lambda(0) \lambda_3 \cos (\mu_3 + \gamma_p - \mu_\alpha) &= k_{o.c.} \delta \cos (\mu_\delta - \mu_\alpha) + \\ &+ \Phi_n(0) n \cos (\mu_n - \mu_\alpha) + k_{\omega} \omega \cos (\mu_\omega - \mu_\alpha) - \bar{M}_{шz}; \\ \Phi_\lambda(0) \lambda_3 \sin (\mu_3 + \gamma_p - \mu_\alpha) &= k_{o.c.} \delta \sin (\mu_\delta - \mu_\alpha) + \\ &+ \Phi_n(0) n \sin (\mu_n - \mu_\alpha) + k_{\omega} \omega \sin (\mu_\omega - \mu_\alpha) - \bar{M}_{шы}, \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

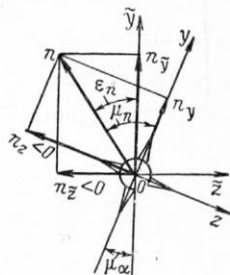


Рис. 3.1. Положение вектора поперечной перегрузки \vec{n} в связанной системе координат ракеты и в системе координат, связанной с углом атаки

где

$$n = \frac{q}{G/S} \sqrt{c_y^2 + c_z^2}; \quad (3.7)$$

$M_{ш\tilde{y}}$, $M_{ш\tilde{z}}$ — шарнирные моменты, приведенные к осям системы координат $O\tilde{y}$ и $O\tilde{z}$, связанной с углом атаки:

$$\left. \begin{aligned} M_{ш\tilde{y}} &= M_{ш2} \cos \mu_\alpha - M_{ш1} \sin \mu_\alpha; \\ M_{ш\tilde{z}} &= M_{ш1} \cos \mu_\alpha + M_{ш2} \sin \mu_\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

В уравнениях (3.6) $\gamma_p = \gamma$ при полной компенсации скручивания и $\gamma_p = \gamma_3$ при неполной компенсации скручивания. Величины n , ω , μ_n , μ_ω , μ_α , $M_{ш\tilde{y}}$ и $M_{ш\tilde{z}}$ зависят от углов δ и μ_δ . Поэтому можно считать, что уравнения (3.6) связывают величины λ_3 и μ_3 с величинами δ и μ_δ . При заданных V , H , θ система уравнений (3.2), (3.3), (3.6) с учетом соотношений (3.7) и (3.8) позволяет получить зависимость балансировочных значений кинематических

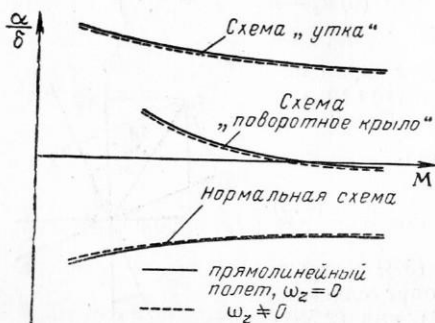


Рис. 3.2. Балансировочные углы атаки при полете по прямой и криволинейной траекториям

параметров движения ракеты от величин управляющих сигналов λ_3 , μ_3 и γ_3 . Для точного определения балансировочных соотношений необходимо решать все десять уравнений совместно. Ясно, что получить такие решения можно лишь путем последовательных приближений при конкретных числовых значениях коэффициентов уравнений.

1.3. Приближенное решение уравнений

В целом ряде случаев система уравнений (3.2), (3.3) и (3.6) может быть упрощена благодаря следующим трем обстоятельствам.

1. Обычно в установившемся движении демпфирующий момент значительно меньше восстанавливающего и не оказывает сколько-нибудь заметного влияния на величину балансировочно-

го угла атаки α ¹⁾. Для примера на рис. 3.2 приведены графики балансировочных углов атаки ракет различных схем в прямолинейном и криволинейном полетах при сверхзвуковых числах M . Из рис. 3.2 видно, что в этих двух случаях величины балансировочных углов атаки практически совпадают. Это позволяет не учитывать в уравнениях (3.2⁴) и (3.2⁵) члены, содержащие ω , и рассматривать уравнения моментов (3.2⁴)—(3.2⁶) независимо от уравнений сил (3.2¹)—(3.2³).

Таким образом, если пренебречь демпфирующим моментом, то вместо десяти уравнений для определения балансировочных значений угла атаки α , полярного угла μ_α , угла отклонения элерона δ_α и угла крена γ имеем систему четырех уравнений (3.2⁴)—(3.2⁶) и (3.3²), в которых величины δ , μ_δ , γ_α являются заданными²⁾. Причем, так как в силу принятых в § 3 гл. I упро-

¹⁾ Для ракет нормальной схемы и схемы «утка» возможность пренебрежения влиянием демпфирующего момента на величину балансировочного угла атаки зависит от соотношения двух величин: коэффициента продольной статической устойчивости $m_z^c y$ и степени устойчивости по перегрузке $\sigma_n = m_z^c y + m_z^{\omega z} \frac{\rho g b_A}{2G/S}$. Чем ближе отношение $\frac{m_z^c y}{\sigma_n}$ к единице, то есть, чем

меньше по абсолютному значению величина $m_z^{\omega z} \frac{\rho g b_A}{2G/S}$ по сравнению с $m_z^c y$, тем меньшим будет это влияние. При обычных величинах коэффициента продольной статической устойчивости $m_z^c y = -0,1 \div -0,2$ условие $\frac{m_z^c y}{\sigma_n} \approx 1$ выполняется. В тех же случаях, когда величина σ_n намного отличается от величины $m_z^c y$, что имеет место при очень малых значениях $m_z^c y$, рассматриваемые в этом разделе упрощения не могут быть использованы при расчете установившегося движения ракеты.

Для ракет с поворотным крылом влияние демпфирующего момента может быть относительно большим. Однако и в этом случае абсолютная величина погрешности в определении угла атаки оказывается незначительной. Например, если $m_z^{\delta} = 0$, то

$$\alpha_{\text{бал}} = \frac{\frac{\rho g b_A}{2G/S} m_z^{\omega z}}{m_z^c y + \frac{\rho g b_A}{2G/S} m_z^{\omega z}} \frac{c_y^{\delta}}{c_y^{\alpha}} \delta,$$

и пренебрежение демпфирующим моментом приводит, казалось бы, к качественно неверному результату.

Тем не менее, вследствие того, что для ракет с поворотным крылом $|m_z^c y| \gg \left| \frac{\rho g b_A}{2G/S} m_z^{\omega z} \right|$, величина $\frac{\alpha_{\text{бал}}}{\delta}$ близка к нулю.

²⁾ К такому же виду уравнений можно прийти, если при определении балансировочных углов атаки пренебречь влиянием только силы тяжести. В этом случае величины $\omega \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha)$ и $\omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha)$ могут быть исключены из уравнений (3.2⁴) и (3.2⁵) при помощи (3.2¹)—(3.2³). Получающиеся при этом уравнения по форме не отличаются от уравнений (3.2⁴) и (3.2⁵) в случае $\omega = 0$.

щений зависимость этих уравнений от угла отклонения элеронов линейна, то величина δ_α легко исключается, и получаются, по существу, три уравнения с тремя неизвестными α , μ_α и γ .

2. В ряде случаев, например, для ракет схемы «утка» и ракет с поворотным крылом, влияние угла отклонения элеронов δ_α на продольный и боковой моменты значительно меньше, чем влияние отклонения рулей и углов атаки на момент крена. Зависимость $m_{\tilde{y}}$ от δ_α оказывается слабой также тогда, когда в качестве органов управления используются элероны, расположенные вдали от корпуса. В этих случаях уравнения продольно-боковой балансировки (3.2⁴) и (3.2⁵) (т. е. балансировки по продольно-боковому моменту) можно рассматривать независимо от уравнения поперечной балансировки (3.2⁶). Если числа M не очень велики, то такие же упрощения уравнений (3.2⁴)—(3.2⁶) можно сделать и в случае ракет нормальной схемы, для управления по крену которыми используется дифференциальное отклонение рулей. Однако при больших M предположение о малом влиянии угла дифференциального отклонения рулей на m_y и m_z может оказаться несправедливым, особенно при больших углах атаки.

3. При сравнительно небольших углах атаки и углах отклонения рулей, когда аэродинамические характеристики близки к линейным, можно пренебречь аэродинамическим взаимовлиянием каналов тангажа и курса. Условия независимости этих каналов при нелинейных характеристиках будут рассмотрены в § 2.

Если при заданных величинах δ , μ_δ и γ_δ из решения уравнений (3.2⁴)—(3.2⁶) и (3.3²) получены балансировочные значения α , μ_α и γ , то определение балансировочных значений θ , ω , μ_ω , n и μ_n не представляет больших трудностей. Так для определения угла θ имеем уравнение (3.3¹), в котором величины α , μ_α , γ и θ известны. Величины ω и μ_ω могут быть определены из уравнений (3.2¹)—(3.2³) или аналогичных им уравнений (3.1¹)—(3.1³) следующим образом. Из уравнения (3.1³) имеем

$$\omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha) = \frac{qS}{mV_x} [c_g \cos \theta \sin(\mu_\alpha - \gamma) - c_z^*], \quad (3.9)$$

где $c_g = G/qS$.

Подставляя в (3.1²) значение \dot{V}_x из уравнения (3.1¹), получаем

$$(1 + \alpha^2) \omega \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha) = \frac{qS}{mV_x} \left\{ \sqrt{1 + \alpha^2} c_{y\tilde{V}}^* - c_g [\alpha \sin \theta + \cos \theta \cos(\mu_\alpha - \gamma)] \right\}, \quad (3.10)$$

где $c_{y\tilde{V}}$ — коэффициент суммарной (с учетом составляющей от тяги двигателя) подъемной силы, действующей в плоскости угла атаки по нормали к скорости полета:

$$qSc_{yV}^* = R_{y\sim} \cos \alpha_k + (R_x + P) \sin \alpha_k = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} [R_{y\sim} + \alpha(R_x + P)].$$

Если учесть, что $V_x = V(1 + \alpha^2)^{-1/2}$, то из (3.9) и (3.10) для ω и μ_ω следуют соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{qS}{mV} \left\{ (1 + \alpha^2) [c_g \cos \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma) - c_z] \right\}^2 + \\ &+ \left\{ c_{yV}^* - \frac{c_g}{\sqrt{1 + \alpha^2}} [\alpha \sin \vartheta + \cos \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma)] \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; \\ \mu_\omega &= \mu_\alpha + \operatorname{arctg} \frac{(1 + \alpha^2) [c_g \cos \vartheta \sin (\mu_\alpha - \gamma) - c_z]}{\sqrt{1 + \alpha^2} c_{yV}^* - c_g [\alpha \sin \vartheta + \cos \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma)]}. \end{aligned} \right\} (3.11)$$

Для определения величины n можно воспользоваться (3.7), а для определения μ_n имеем соотношения, которые следуют из рис. 3.1:

$$\left. \begin{aligned} \mu_n &= \mu_\alpha + \varepsilon_n; \\ \operatorname{tg} \varepsilon_n &= \frac{-c_z}{c_y}. \end{aligned} \right\} (3.12)$$

Теперь задача заключается в выборе таких значений δ и μ_δ , чтобы полученные выше значения n , μ_n , ω , μ_ω , α , μ_α и γ удовлетворяли уравнениям (3.6), где λ_3 и μ_3 — заданные величины. Если из уравнений (3.2), (3.3), (3.7), (3.11) и (3.12) для ряда значений δ и μ_δ определены величины n , μ_n , ω , μ_ω , α , μ_α и γ , то величины δ и μ_δ , удовлетворяющие заданным значениям λ_3 и μ_3 , можно получить путем графического решения уравнений (3.6).

Из изложенного видно, что процедура определения балансировочных значений кинематических параметров по заданным значениям управляющих сигналов λ_3 , μ_3 и γ_3 в качестве основного этапа включает определение балансировочных значений α , μ_α , δ и γ по заданным величинам δ , μ_δ и γ_3 . Решение такой задачи представляет также самостоятельный интерес, поскольку позволяет изучить статические свойства ракеты как объекта регулирования в пространственном движении. Поэтому решению этой задачи в последующих разделах гл. III уделено основное внимание.

§ 2. ПРОДОЛЬНО-БОКОВАЯ БАЛАНСИРОВКА

В этом разделе исследуем балансировочные зависимости при $e_{00}\delta_3 = 0$, что соответствует либо случаю нейтрального положения элеронов ($\delta_3 = 0$), либо случаю, когда влияние элеронов на продольно-боковой момент отсутствует. При $e_{00}\delta_3 = 0$ приближенные

уравнения равновесия по продольно-боковому моменту принимают вид

$$\left. \begin{aligned} b_{0z} + b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + m_{z1} &= 0; \\ e_{11}^{(1)} \sin \varepsilon + m_{y1} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

где ε — фазовый угол между плоскостью управления и плоскостью угла атаки:

$$\varepsilon = \mu_\delta - \mu_\alpha. \quad (3.14)$$

Если в качестве заданных принимать величины δ и μ_δ , то уравнения (3.13) можно рассматривать независимо от остальных восьми уравнений установившегося движения. В дальнейшем при анализе уравнений (3.13) будем предполагать, что ракета обладает статической устойчивостью по углу атаки, т. е. что $m_z^\alpha < 0$.

2.1. Случай круговой симметрии продольно-бокового момента

В случае круговой симметрии продольно-бокового момента $m_{y1} = m_{z1} = 0$, и уравнения (3.13) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon &= -b_{00}; \\ e_{11}^{(1)} \sin \varepsilon &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

Эти два уравнения при $e_{11}^{(1)} \neq 0$ эквивалентны следующим:

$$\left. \begin{aligned} (b_{11}^{(1)})^2 &= b_{00}^2; \\ \sin \varepsilon &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

и так как величины b_{00} и $b_{11}^{(1)}$ являются функциями только α и δ [см. (1.56)], то с учетом (3.14) решение уравнений (3.15) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha; \\ \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Таким образом, в случае круговой симметрии продольно-бокового момента балансировочный угол атаки корпуса является функцией только суммарного угла отклонения рулей, а плоскость угла атаки совпадает с плоскостью управления независимо от ориентации последней в связанных осях ракеты.

Предположим, что продольно-боковой момент линейно зависит от угла атаки. Тогда в соответствии с (1.56) и (1.57) $b_{00} = m_z^\alpha \alpha$, $b_{11}^{(1)} = e_{11}^{(1)} = m_z^\delta \delta$, и так как величины δ , α и $-m_z^\alpha$ положительны, то из уравнений (3.15) получаем, что $\varepsilon = 0$ при

$n_z^{\delta} > 0$ и $\varepsilon = \pm \pi$ при $m_z^{\delta} < 0$. Поэтому для ракет нормальной и бесхвостой схем ($m_z^{\delta} < 0$)

$$\mu_{\alpha} = \mu_{\delta} \pm \pi, \quad (3.18^1)$$

а для ракет схемы «утка» и «поворотное крыло» ($m_z^{\delta} > 0$)

$$\mu_{\alpha} = \mu_{\delta}. \quad (3.18^2)$$

Из (3.16¹) для α следует соотношение

$$\alpha = \left| \frac{m_z^{\delta}}{m_z^{\alpha}} \right| \delta. \quad (3.19)$$

Суммируя сказанное, приходим к заключению, что при линейных характеристиках годограф вектора $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$ ($i = \sqrt{-1}$) в режимах балансировки всегда подобен годографу вектора $\delta =$

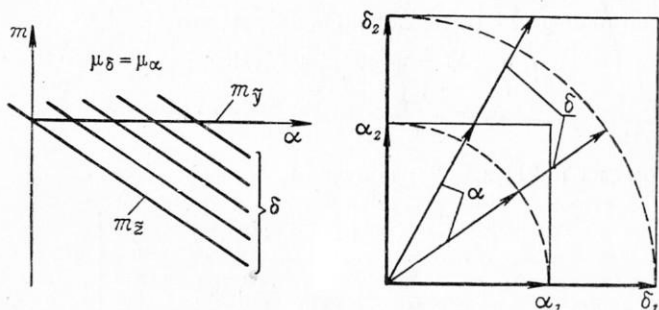


Рис. 3.3. Зависимость угла атаки α от суммарного угла отклонения рулей δ в случае пространственной балансировки при линейных характеристиках

$= \delta_1 + i\delta_2$ независимо от величины и направления последнего (рис. 3.3).

Если при нелинейных характеристиках величины $b_{11}^{(1)}$ и b_{00} имеют такие же знаки, что и величины m_z^{δ} и m_z^{α} соответственно, т. е. если $\text{sign}[b_{00} m_z^{\alpha}] = \text{sign}[b_{11}^{(1)} m_z^{\delta}] = 1$, то и в этом случае для угла μ_{α} справедливы соотношения (3.18).

Рассмотрим теперь балансировочные углы атаки α_1 и α_2 в каналах управления, имея в виду, что для μ_{α} выполняются соотношения (3.18). При помощи (1.33¹) и (1.33³) можно получить соотношения

$$\frac{\alpha_1}{\delta_1} = \frac{\alpha_2}{\delta_2} = \frac{\alpha}{\delta} \text{sign } b_{11}^{(1)}, \quad (3.20)$$

из которых следует, что независимо от того, линейны или нелинейны величины $m_{\tilde{y}}(\alpha)$ и $m_{\tilde{z}}(\alpha)$, коэффициенты усиления по углу атаки в каналах тангажа и курса одинаковы. Однако при этом каждая из величин α_1 и α_2 в общем случае является функцией двух переменных δ_1 и δ_2 : $\alpha_1 = \alpha_1(\delta_1, \delta_2)$ и $\alpha_2 = \alpha_2(\delta_1, \delta_2)$.

Получим связь между приращениями балансировочных углов атаки $\Delta\alpha_1$ и $\Delta\alpha_2$ и углов отклонения рулей $\Delta\delta_1$ и $\Delta\delta_2$. Для малых величин этих приращений на основании (1.33¹) имеем соотношения

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_1 &= \Delta\alpha \cos \mu_\alpha - \alpha \sin \mu_\alpha \Delta\mu_\alpha; \\ \Delta\alpha_2 &= \Delta\alpha \sin \mu_\alpha + \alpha \cos \mu_\alpha \Delta\mu_\alpha, \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

где, в соответствии с (3.17),

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{d\alpha}{d\delta} \Delta\delta; \\ \Delta\mu_\alpha &= \Delta\mu_\delta. \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

С помощью (1.33³) несложно показать, что

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \Delta\delta_1 \cos \mu_\delta + \Delta\delta_2 \sin \mu_\delta; \\ \Delta\mu_\delta &= \frac{\Delta\delta_2}{\delta} \cos \mu_\delta - \frac{\Delta\delta_1}{\delta} \sin \mu_\delta. \end{aligned}$$

Поэтому из (3.21) и (3.22) получаем

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_1 &= \pm \left(\frac{d\alpha}{d\delta} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\alpha}{\delta} \sin^2 \mu_\alpha \right) \Delta\delta_1 \pm \\ &\pm \frac{\sin 2\mu_\alpha}{2} \left(\frac{d\alpha}{d\delta} - \frac{\alpha}{\delta} \right) \Delta\delta_2; \\ \Delta\alpha_2 &= \pm \left(\frac{d\alpha}{d\delta} \sin^2 \mu_\alpha + \frac{\alpha}{\delta} \cos^2 \mu_\alpha \right) \Delta\delta_2 \pm \\ &\pm \frac{\sin 2\mu_\alpha}{2} \left(\frac{d\alpha}{d\delta} - \frac{\alpha}{\delta} \right) \Delta\delta_1, \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

где верхний знак соответствует ракетам схемы «утка», а нижний — ракетам нормальной схемы (при условии, что $\text{sign}[b_{00} \cdot m_z^2] = \text{sign}[b_{11}^{(1)} m_z^2] = 1$).

Как видно, зависимость $\Delta\alpha_1(\Delta\delta_2)$ и соответственно зависимость $\Delta\alpha_2(\Delta\delta_1)$ тем сильнее, чем ближе плоскость угла атаки к биссекторной плоскости и чем больше отличаются величины $\frac{d\alpha}{d\delta}$ и $\frac{\alpha}{\delta}$, соответствующие балансировочным значениям α и δ .

Способ графического определения приращений $\Delta\alpha_1$ и $\Delta\alpha_2$, вызванных отклонениями рулей $\Delta\delta_1$ и $\Delta\delta_2$, приведен на рис. 3.4. В левой части этого рисунка показаны характерные балансиро-

вочные зависимости $\alpha(\delta)$, условно выбранные пересекающимися при $\delta = \delta_0$, а в правой части — годографы $\vec{\delta} = \delta_0$ и $\vec{\delta} = \delta_*$ и годографы балансировочных углов атаки, соответствующие этим двум значениям δ . Балансировочные углы атаки α_1 и α_2 находятся как координаты точек пересечения лучей, являющихся продолжением векторов $\vec{\delta}$, с соответствующим годографом $\vec{\alpha}(\delta)$, поскольку

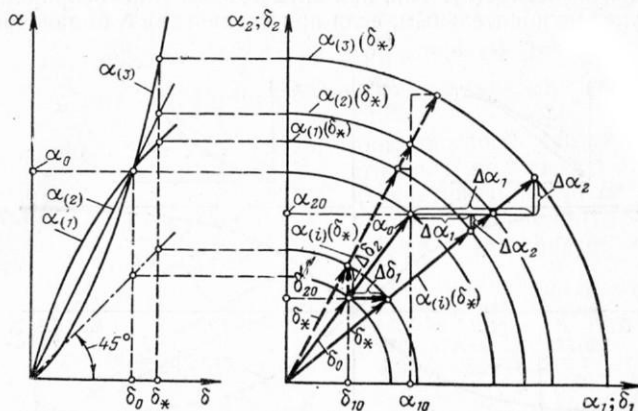


Рис. 3.4. Взаимосвязь балансировочных углов атаки α_1 и α_2 в случае круговой симметрии продольно-бокового момента

в балансировочных режимах полета плоскость угла атаки совпадает с плоскостью управления. Графическое построение углов атаки $\Delta\alpha_1$ и $\Delta\alpha_2$ дано сплошными линиями для случая, когда изменение δ вызвано изменением угла отклонения рулей только в канале тангажа ($\Delta\delta_1$), и пунктирными, когда изменяется угол отклонения рулей только в канале курса ($\Delta\delta_2$).

Положим в (3.23) $\Delta\delta_2 = 0$ и рассмотрим величину $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$, характеризующую относительное приращение угла атаки в канале курса при управлении углом атаки в канале тангажа:

$$\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{d\alpha}{d\delta} - \frac{\alpha}{\delta} \right) \sin 2\mu_\alpha}{\frac{d\alpha}{d\delta} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\alpha}{\delta} \sin^2 \mu_\alpha}. \quad (3.24)$$

Аналогично можно определить величину $\frac{d\alpha_1}{d\alpha_2}$ при условии, что $\Delta\delta_1 = 0$.

В случае линейных характеристик $\frac{d\alpha}{d\delta} = \frac{\alpha}{\delta}$ и взаимосвязь

каналов тангажа и курса отсутствует: $\frac{dx_2}{dx_1} = 0$ при $\Delta\delta_2 = 0$ и

$$\frac{dx_1}{dx_2} = 0 \text{ при } \Delta\delta_1 = 0.$$

Приращение угла атаки $\Delta\alpha_2$, соответствующее одной и той же величине $\Delta\alpha_1$, в случае нелинейных характеристик, зависит от ориентации плоскости угла атаки и от характера балансировочной зависимости $\alpha(\delta)$. Так, при $\sin 2\mu_\alpha > 0$ и $\Delta\alpha_1 > 0$ приращение $\Delta\alpha_2$ будет положительным, если при увеличении δ балансировоч-

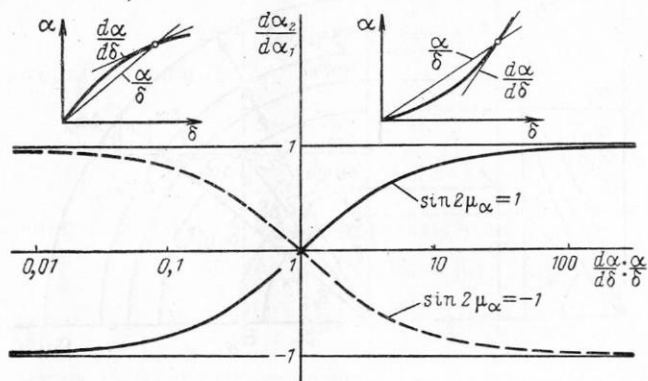


Рис. 3.5. Влияние нелинейной балансировочной зависимости $\alpha(\delta)$ на взаимосвязь балансировочных углов атаки в каналах управления в случае круговой симметрии продольно-бокового момента

ный угол атаки возрастает быстрее, чем по линейному закону; в противном случае величина $\Delta\alpha_2$ будет отрицательной.

Зависимость величины $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$ от отношения $\frac{d\alpha}{d\delta} : \frac{\alpha}{\delta}$ показана на рис. 3.5, на котором по оси абсцисс выбран логарифмический масштаб.

Укажем теперь способ, при помощи которого по экспериментальным балансировочным зависимостям $\alpha(\delta)$ можно приблизительно определить, удовлетворяет ли продольно-боковой момент условиям круговой симметрии. Экспериментальные зависимости $\alpha(\delta)$ обычно получают для $\mu_\alpha = 0$ при отклонении одной пары рулей ($\delta_+ = \delta_0$), а для $\mu_\alpha = 45^\circ$ — при отклонении двух пар рулей ($\delta_\times = \sqrt{2}\delta_0$). Так как в этих двух случаях отношение суммарных углов отклонения рулей $\frac{\delta_\times}{\delta_+}$ составляет величину $\sqrt{2}$, а при круговой симметрии продольно-бокового момента величина $\frac{\alpha_{\text{бал}}}{\delta}$ не зависит от μ_α , то при одном и том же значении $\alpha_{\text{бал}}$

абсциссы кривых $\alpha(\delta_0, \mu_\alpha=0)$ и $\alpha(\delta_0, \mu_\alpha=45^\circ)$ должны относиться как $\frac{\delta_{\times}}{\delta_{+}} = \sqrt{2}$ (рис. 3.6).

2.2. Случай круговой несимметрии продольно-бокового момента

Уравнения равновесия по продольно-боковому моменту (3.13) в этом случае с учетом выражений для m_{y1} и m_{z1} можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha + b_{13}^{(2)} \cos (4\mu_\alpha + \varepsilon) &= 0; \\ e_{11}^{(1)} \sin \varepsilon - b_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha - b_{13}^{(2)} \sin (4\mu_\alpha + \varepsilon) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

Для балансировки необходимо, чтобы плоскость управления составляла с плоскостью угла атаки некоторый угол ε , как показано на рис. 3.7. Балансировочные значения ε и α мож-

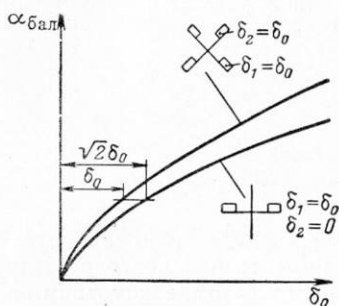


Рис. 3.6. Балансировочные углы атаки, удовлетворяющие условию круговой симметрии продольно-бокового момента

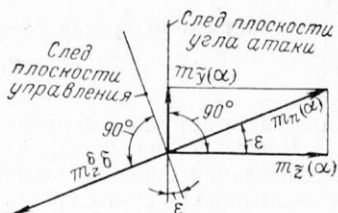


Рис. 3.7. Балансировочный угол ε между плоскостью управления и плоскостью угла атаки, обусловленный круговой несимметрией продольно-бокового момента

но определить следующим образом. Раскрывая в (3.25) значения $\sin(4\mu_\alpha + \varepsilon)$ и $\cos(4\mu_\alpha + \varepsilon)$, получаем

$$\left. \begin{aligned} A_0 x + B_0 y &= C_0; \\ A_1 x + B_1 y &= C_1, \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} x &= \delta \sin \varepsilon; \\ y &= \delta \cos \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

$$A_0 = -\frac{b_{13}^{(2)}}{\delta} \sin 4\mu_\alpha;$$

$$A_1 = \frac{1}{\delta} (e_{11}^{(1)} - b_{13}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha);$$

$$B_0 = \frac{1}{\delta} (b_{11}^{(1)} + b_{12}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha);$$

$$B_1 = A_0;$$

$$C_0 = -b_{00} - b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha;$$

$$C_1 = b_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha.$$

Уравнения (3.26) легко разрешаются относительно x и y . Если x и y определены, то в соответствии с (3.27) получаем

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \sqrt{x^2 + y^2}; \\ \operatorname{tg} \varepsilon &= \frac{x}{y}. \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

По уравнениям (3.26) и (3.28) может быть построено семейство кривых $\delta = \delta(\mu_\alpha)$, для которых параметром будет величина α . Имея семейство таких кривых, легко получить путем графического построения зависимость $\alpha(\mu_\alpha)$ для заданного значения δ , а затем по (3.28²) определить зависимость $\varepsilon(\mu_\alpha)$. Вычисления можно упростить для тех случаев, когда плоскость угла атаки незначительно отклонена от плоскости управления. Это соответствует тому, что для ракет схемы «утка» мала величина ε , а для ракет нормальной схемы — величина $\varepsilon = \pi$. Если это условие выполняется, то из (3.27) получаем

$$\delta \approx y, \quad \varepsilon \approx \frac{x}{\delta}$$

для ракет схемы «утка» и

$$\delta \approx -y, \quad \varepsilon - \pi \approx -\frac{x}{\delta}$$

для ракет нормальной схемы.

Чтобы установить качественный характер влияния круговой несимметрии продольно-бокового момента на пространственную балансировку ракет с крестообразным крылом, рассмотрим ракеты схемы «утка» в предположении, что эффективность рулей не зависит от углов атаки. В этом случае $b_{13}^{(2)} = 0$, $b_{11}^{(1)} = e_{11}^{(1)} = m_z^{\delta}$ и решение уравнений (3.25) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{1}{m_z^{\delta}} \sqrt{b_{00}^2 + (b_{04}^{(2)})^2 + 2b_{00}b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha}; \\ \operatorname{tg} \varepsilon &= \frac{b_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha}{-(b_{00} + b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

При помощи этих соотношений можно установить следующие свойства пространственной балансировки ракет с крестообразным крылом в случае круговой несимметрии продольно-бокового момента¹⁾.

1. Балансировочный угол атаки α и фазовый угол ε являются периодическими функциями полярного угла μ_α , определяющего

¹⁾ Напомним, что учитывается ограниченное число членов разложения функций $m_y(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ и $m_z(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ в ряды Фурье и считается, что эффективность рулей не зависит от углов атаки.

положение плоскости угла атаки в связанных осях ракеты. Или, так как $\mu_\alpha = \mu_\delta - \varepsilon$, то α и ε являются периодическими функциями угла μ_δ , определяющего положение плоскости управления.

2. Экстремальные величины α достигаются при совпадении плоскости угла атаки с плоскостью симметрии ракеты, когда $\mu_\alpha = k \frac{\pi}{4}$ ($k=0, 1, 2, \dots$), т. е. при балансировке в плоскости крыла или в биссекторной плоскости. Поэтому, если балансировочные зависимости $\alpha(\delta)$ при $\mu_\alpha=0$ и $\mu_\alpha=45^\circ$ совпадают, то они совпадают и при других значениях μ_α .

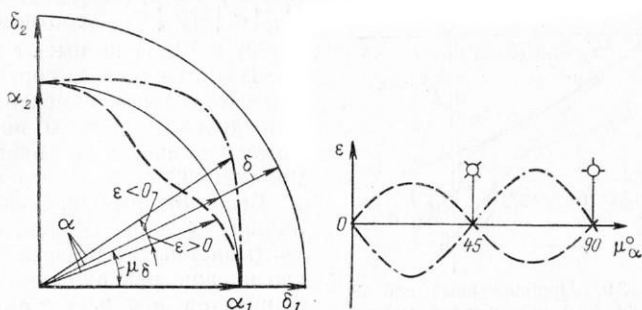


Рис. 3.8. Балансировочные значения угла атаки α и угла ε в случае круговой несимметрии продольно-бокового момента

3. При слабой круговой несимметрии, когда $|b_{04}^{(2)}| \ll |b_{00}|$, величина ε достигает экстремума при $\mu_\alpha \approx \frac{\pi}{8} (1+2k)$, т. е. когда плоскость угла атаки составляет с плоскостью симметрии угол, примерно равный $\frac{\pi}{8}$, и обращается в нуль при балансировке в плоскости симметрии.

4. Амплитуда ε тем больше, чем больше зависимость балансировочного угла атаки от угла μ_α , т. е. чем больше отличаются балансировочные зависимости $\alpha(\delta)$ при $\mu_\alpha=0$ и $\mu_\alpha=45^\circ$.

Качественный характер зависимостей $\alpha(\mu_\alpha)$ и $\varepsilon(\mu_\alpha)$ при $\delta = \text{const}$ показан на рис. 3.8.

Укажем способ графического определения максимального значения ε , который следует из (3.29²). Несложно показать, что максимальное значение ε достигается при угле μ_α , удовлетворяющем уравнению

$$b_{00} \cos 4\mu_\alpha + b_{04}^{(2)} = 0, \quad (3.30)$$

и определяется как

$$\varepsilon_{\max} = \arctg \frac{|b_{04}^{(2)}|}{\sqrt{b_{00}^2 - (b_{04}^{(2)})^2}}. \quad (3.31)$$

Из этого соотношения при $|b_{04}^{(2)}| < |b_{00}|$ получаем, что если на графике $m_z(\alpha, \delta=0)$ (рис. 3.9) провести прямую $\alpha=\alpha^*$ и на отрезке этой прямой, заключенном между значениями $m_z(\alpha^*, \mu_\alpha=0)$ и $m_z(\alpha^*, \mu_\alpha=45^\circ)$, как на диаметре построить окружность будет равен $|b_{04}^{(2)}|$, то в соответствии с (3.31) угол, заключенный между прямой $\alpha=\alpha^*$ и касательной ab , будет равен ε_{\max} . Чем больше величина $|b_{04}^{(2)}|$, тем больше ε_{\max} . При $|b_{00}| = |b_{04}^{(2)}|$ касательная ab занимает предельное положение, совпадающее с осью α , и $\varepsilon_{\max} = 90^\circ$. При $|b_{00}| < |b_{04}^{(2)}|$ соотношения (3.30) и (3.31) не имеют смысла. В этом случае в соответствии с (3.29) при изменении μ_α в пределах $0 \leq \mu_\alpha \leq 90^\circ$ величина ε изменяется в пределах $0 \leq \varepsilon \leq 360^\circ$.

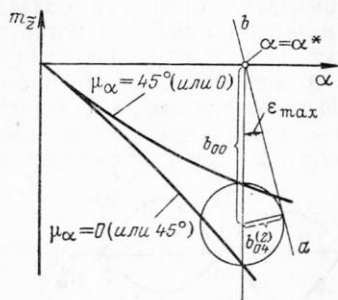


Рис. 3.9. Приближенный способ графического определения максимального балансировочного значения угла ε_{\max} по зависимостям $m_z(\alpha)$

Выше были определены величины ε для случая, когда учитывается ограниченное число членов разложения коэффициентов m_y и m_z в ряды Фурье. В общем случае величина ε может быть определена по балансировочным значениям α_i по формуле

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sin(\mu_\delta - \mu_\alpha)}{\cos(\mu_\delta - \mu_\alpha)} = \frac{\alpha_1 \delta_2 - \alpha_2 \delta_1}{\alpha_1 \delta_2 + \alpha_2 \delta_1}, \quad (3.32)$$

которую легко получить, используя соотношения (1.33).

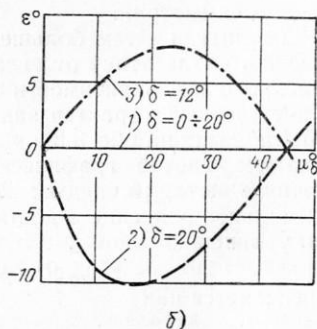
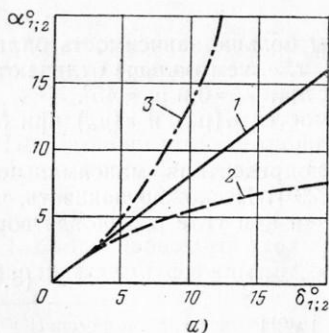


Рис. 3.10. Связь между нелинейностью балансировочной кривой и балансировочными величинами ε при отсутствии аэродинамического взаимовлияния каналов тангажа и курса

В заключение кратко рассмотрим особенности пространственной балансировки при аэродинамически независимых каналах тангажа и курса. В этом случае величину ε можно определить по соотношению (3.32), используя балансировочную кривую для какого-либо одного канала управления. Пример таких зависимостей $\varepsilon(\mu_\delta)$ при $\delta = \text{const}$ приведен на рис. 3.10, б для характерных видов балансировочной кривой, показанных на рис. 3.10, а. При отсутствии взаимного влияния каналов тангажа и курса плоскость угла атаки в установившемся режиме не совпадает в общем случае с плоскостью управления, а балансировочный угол атаки α является периодической функцией μ_δ .

Если аэродинамическое взаимовлияние каналов тангажа и курса отсутствует, то при одинаковых отклонениях рулей балансировочный угол атаки в биссекторной плоскости всегда в $\sqrt{2}$

раз больше угла атаки в каждом канале управления независимо от того, линейны или нелинейны зависимости m_y и m_z (рис. 3.11). И наоборот, если последнее имеет место, то это служит косвенным подтверждением независимости каналов управления. Таким образом, если балансировочные зависимости $\alpha(\delta_0)$ при $\mu_\alpha = 0$ и $\mu_\alpha = 45^\circ$ удовлетворяют условию, показанному на рис. 3.11, то можно утверждать, что аэродинамическое взаимовлияние каналов тангажа и курса отсутствует.

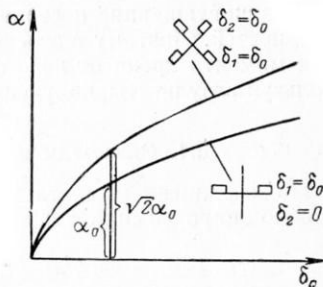


Рис. 3.11. Балансировочные углы атаки при отсутствии аэродинамического взаимовлияния каналов тангажа и курса

§ 3. ПОПЕРЕЧНАЯ БАЛАНСИРОВКА

При анализе момента крена в гл. I указывалось, что величину этого момента для ракеты любой схемы можно представить в виде суммы момента крена $M_x(\delta_\alpha)$, создаваемого элеронами, и момента крена от косо́го обдува $M_{x_{к.о}}$. В свою очередь, момент крена $M_{x_{к.о}}$ представляет собой сумму двух моментов, один из которых M_{x_1} возникает из-за несимметричного обтекания отклоненных рулей, а другой, M_{x_2} — из-за несимметричного обтекания основных несущих поверхностей (крыльев) при неотклоненных рулях. Величина момента крена от косо́го обдува, а также эффективность элеронов зависят от углов атаки в продольной и боковой плоскостях ракеты. Поэтому величины этих углов, определяемые из уравнений продольно-боковой балансировки ракеты

(3.13), являются исходными для анализа поперечной балансировки¹⁾.

В общем случае, если учитывается и асимметрия форм ракеты, уравнение поперечной балансировки имеет вид

$$m_x(\delta_a) + m_{x1} + m_{x2} + m_{x0} = 0.$$

Таким образом, момент, создаваемый органами поперечного управления, уравновешивает постоянную составляющую и момент крена от косоугольного обдува. Определение той части располагаемого момента органов поперечного управления, которая расходуется на уравновешивание постоянной составляющей, не представляет трудностей. Поэтому здесь рассмотрим балансировочные значения момента крена от косоугольного обдува ракет различных схем, используя результаты, полученные в § 5 гл. I.

3.1. Ракеты нормальной и бесхвостой схем

Коэффициент момента крена m_{x1} ракет нормальной схемы можно аппроксимировать первым, линейным по α членом

$$m_{x1} = k_{10} \alpha \delta \sin(\mu_b - \mu_a).$$

Вследствие того, что у ракет нормальной схемы максимальные амплитуды $m_{x1 \max} \approx k_{10} \alpha \delta$ и $m_{x2 \max} \approx k_{04}^{(2)}$ являются величинами одного порядка, балансировочное значение m_{x1} будет величиной порядка $\varepsilon^* = \varepsilon - \pi$ по сравнению с балансировочным значением m_{x2} : $m_{x1 \text{ бал}} \approx \varepsilon^* m_{x2 \text{ бал}}$. Поэтому при малых величинах ε^* максимальное балансировочное значение коэффициента момента крена $m_{x \text{ к.о}}$ таких ракет определяется главным образом только величиной коэффициента наведенного момента крена m_{x2} , который подробно рассмотрен в гл. I.

В отношении $m_{x \text{ бал}}$ ракеты бесхвостой схемы мало отличаются от ракет нормальной схемы.

3.2. Ракеты с поворотным крылом

Рассмотрим ракеты с поворотным крылом, использующие сравнительно небольшие балансировочные углы атаки. Для таких ракет, как указывалось в гл. I, $m_{x1 \max} \gg m_{x2 \max}$, поэтому величина момента крена в установившихся режимах в сильной мере определяется как характером самой зависимости $m_{x1}(\alpha_i)$, так и характером продольно-боковой балансировки.

Так как углы атаки невелики, то при определении максимальных величин m_{x2} для ракет с поворотным крылом можно не учи-

¹⁾ Предполагается, что продольно-боковой момент не зависит от угла отклонения элеронов. В противном случае уравнения поперечной и продольно-боковой балансировки необходимо рассматривать совместно. Такой анализ проводится в § 5 настоящей главы.

тивать высшие гармоники составляющей m_{x2} и представлять зависимость m_{x2} в виде

$$m_{x2} = k_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha.$$

Соответственно выражение для m_{x1} можно рассматривать в виде

$$m_{x1} = k_{11}^{(1)} \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha) + k_{13}^{(2)} \sin(\mu_\delta + 3\mu_\alpha).$$

В случае круговой симметрии продольно-бокового момента балансировочное значение коэффициента момента крена не зависит от величины основной гармоники m_{x1} и является периодической функцией угла μ_α , свойства которой аналогичны свойствам первой гармоники m_{x2} (см. § 5, гл. I):

$$m_{x \text{ бал}} = (k_{04}^{(2)} + k_{13}^{(2)}) \sin 4\mu_\alpha.$$

Если продольно-боковой момент имеет слабую круговую несимметрию, то

$$m_{x \text{ бал}} = (k_{04}^{(2)} + k_{13}^{(2)}) \sin 4\mu_\alpha + (k_{11}^{(1)} + k_{13}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha) \varepsilon.$$

При больших амплитудах основной гармоники момента крена M_{x1} по сравнению с амплитудами высших гармоник учет круговой несимметрии продольно-бокового момента может заметно изменить величину $m_{x \text{ бал}}$. В качестве примера рассмотрим следующие выражения для коэффициентов момента крена от косою обдува и момента крена, создаваемого органами поперечного управления:

$$m_{x \text{ к.о}} = k_{10} \alpha \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha);$$

$$m_x(\delta_\vartheta) = m_x^{\delta_\vartheta} \delta_\vartheta.$$

Если, например, величина $k_{10}(\alpha\delta)_{\max}$ превосходит величину $m_x^{\delta_\vartheta} \delta_{\vartheta \max}$ в 10 раз, то уже при значениях ε , равных примерно 6° , балансировочное значение момента крена от косою обдува рулей будет равно располагаемому моменту элеронов. Поэтому у ракет с поворотным крылом, для которых максимальная величина момента крена от косою обдува управляющих поверхностей значительно превосходит располагаемый момент элеронов, даже слабая круговая несимметрия продольно-бокового момента оказывает заметное влияние на балансировку по крену.

3.3. Ракеты схемы «утка»

Балансировочное значение момента крена от косою обдува для ракет схемы «утка» может определяться составляющими момента крена как M_{x1} , так и M_{x2} . В этом смысле ракеты схемы «утка» как бы сочетают в себе особенности ракет нормальной схемы и ракет с поворотным крылом. Так, вследствие

того, что диапазон располагаемых углов атаки у ракет нормальной схемы и схемы «утка» практически одинаков, в отношении балансировочных значений составляющей M_{x2} ракеты схемы «утка» обладают теми же особенностями, что и ракеты нормальной схемы. С другой стороны, как и для ракет с поворотным крылом, балансировочное значение составляющей момента крена M_{x1} ракет схемы «утка» заметно зависит от характера продольно-боковой балансировки и характера зависимости $m_{x1}(\alpha_i)$. Однако,

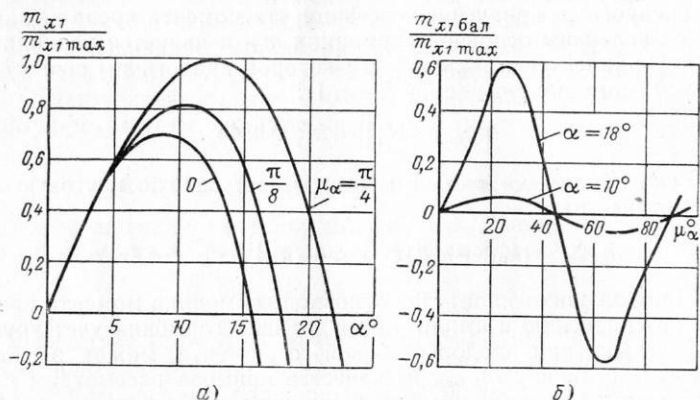


Рис. 3.12. Влияние нелинейности момента крена от косою обдува рулей на балансировочную величину момента крена

в отличие от ракет с поворотным крылом в общем балансе моментов крена ракет схемы «утка» большую роль играют нелинейные члены составляющей m_{x1} .

Для иллюстрации этого положения рассмотрим рис. 3.12, а, на котором показаны гипотетические зависимости $m_{x1}(\alpha)$ для нескольких значений μ_α при фиксированных значениях $\epsilon = 90^\circ$ и $\delta = 20^\circ$. Если балансировочная зависимость $\alpha(\delta)$ линейна, например, $\alpha/\delta = 1$, то будем иметь балансировочные величины m_{x1} , показанные на рис. 3.12, б.

В рассматриваемом примере, как видно из рис. 3.12, б, установившееся значение m_{x1} может составлять более чем половину максимально возможного значения m_{x1} . Ввиду этого в области больших углов атаки требуется детальное изучение зависимости коэффициента момента крена m_{x1} от полярных углов μ_α и μ_δ .

3.4. Ограничение располагаемых углов атаки

Если при некоторых значениях α_1 и α_2 , удовлетворяющих условиям продольно-боковой балансировки, значение момента крена выше располагаемого момента элеронов, то балансировка по

крену оказывается невозможной. Это не позволяет использовать в установившихся движениях весь диапазон углов атаки и скольжения, обеспечиваемый рулями. Очевидно, что при этом минимально допустимые углы атаки корпуса будут соответствовать тем значениям μ_α , при которых величина $m_{x \text{ бал}}$ максимальна. Качественный характер области значений α_1 и α_2 , при которых возможно неравенство $m_x(\delta_\alpha) < m_{x \text{ бал}}$, показан на рис. 3.13 для случая, когда

$$m_{x \text{ бал}} = A\alpha^4 \sin 4\mu_\alpha.$$

При совпадении плоскости угла атаки с плоскостью симметрии балансировка по крену возможна при любых углах атаки корпуса. Однако при этом, как показано в гл. IV, углы атаки могут ограничиваться из условия устойчивости пространственного движения.

Суммарный возмущающий момент крена содержит наряду с $M_{x \text{ к.о}}$ постоянную составляющую M_{x0} .

Так как величина $M_{x \text{ бал}}$ является периодической функцией угла μ_α , то при любом знаке величины M_{x0} можно найти такие значения μ_α , при которых моменты крена $M_{x \text{ бал}}$ и M_{x0} будут складываться. При этих значениях μ_α область располагаемых углов атаки, определяемая из условия балансировки по крену, будет меньше, чем в случае $M_{x0} = 0$. При других значениях μ_α эта область будет больше, чем при $M_{x0} = 0$. Например, если $m_{x0} > 0$ и для принятой на рис. 3.13 зависимости $m_{x \text{ бал}} = A\alpha^4 \sin 4\mu_\alpha$ величина A положительна, то при увеличении m_{x0} граница, расположенная на рис. 3.13 ниже линии $\alpha_2 = \alpha_1$, будет приближаться к началу координат. Граница, расположенная выше линии $\alpha_2 = \alpha_1$, будет при этом удаляться от начала координат.

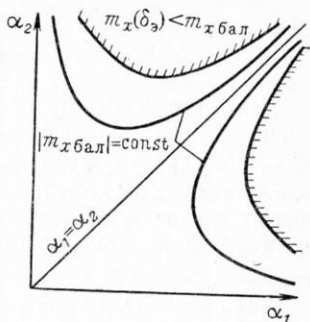


Рис. 3.13. Ограничение углов атаки из условия балансировки по крену

§ 4. СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОСТРАНСТВЕННОГО КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ

4.1. Понятие о комплексном коэффициенте усиления K

Под пространственным контуром стабилизации будем понимать динамическую систему, включающую в себя ракету и автопилот. Входными сигналами контура стабилизации являются два сигнала управления поперечной перегрузкой (в принятых обозначениях величины λ_3 и μ_3) и сигнал управления углом кре-

на γ_3 . Регулируемыми величинами являются две составляющие поперечной перегрузки, или n и μ_n , и угол крена γ .

Основной статической характеристикой контура стабилизации является коэффициент усиления от управляющего сигнала к поперечной перегрузке. В пространственном движении величину этого коэффициента можно характеризовать комплексным числом K , представляющим отношение величины поперечной перегрузки к величине управляющего сигнала, выраженных комплексными числами $N = ne^{i\mu_n^*}$ и $\Lambda = \lambda_3 e^{i\mu_3}$:

$$K = \frac{n}{\lambda_3} e^{-i\varphi_n}, \quad (3.33)$$

где

$$\varphi_n = \mu_3 - \mu_n^*.$$

Ясно, что если аргументы μ_n^* и μ_3 комплексных чисел N и Λ равны, то коэффициент усиления будет действительным числом. Если K — действительное число, то векторы $\vec{\Lambda}$ и \vec{N} совпадают, и, следовательно, имеют место одинаковые коэффициенты усиления от управляющего сигнала к перегрузке в любых двух взаимно перпендикулярных направлениях, на которые проектируется вектор $\vec{\Lambda}$.

Важной статической характеристикой контура стабилизации является ошибка стабилизации по крену, представляющая собой разность между действительным и заданным углами крена:

$$\Delta\gamma_{\text{бал}} = \gamma_{\text{бал}} - \gamma_3.$$

Однако в данном случае эта ошибка учитывается непосредственно в величине коэффициента K , поскольку положение векторов $\vec{\Lambda}$ и \vec{N} определяется в системе координат, стабилизированной по крену.

При исследовании основных закономерностей продольно-боковой балансировки и балансировки по крену в § 2 и 3 было выявлено, что аэродинамические нелинейности и перекрестные связи приводят в общем случае к зависимости балансирующего значения α от величины μ_6 и к появлению фазового угла ϵ между плоскостью управления и плоскостью угла атаки и что балансирующие значения момента крена существенно зависят от углов атаки и углов отклонения рулей в каналах управления.

Таким образом, особенностью статических характеристик ракеты как объекта регулирования является то, что, во-первых, коэффициент усиления по перегрузке (коэффициент усиления от угла отклонения руля к величине поперечной перегрузки) зависит от направления, в котором создается перегрузка, во-вторых, при некотором сочетании углов атаки возникает перегрузка по нормали к требуемому направлению и, в третьих, балансирующая

ное значение угла крена может зависеть, через углы атаки и углы отклонения рулей, от сигналов управления поперечной перегрузкой. В зависимости от параметров системы управления эти особенности пространственной балансировки ракеты в большей или меньшей мере сказываются на статических характеристиках контура стабилизации.

4.2. Приближенные уравнения связи поперечной перегрузки с управляющим сигналом

Для точного определения статических характеристик пространственного контура стабилизации необходимо решить систему десяти уравнений (3.2), (3.3) и (3.6). Так как получение решения этих уравнений в общем виде невозможно, то для оценок воспользуемся упрощениями, которые рассматривались в § 1 настоящей главы. Будем пренебрегать влиянием демпфирующего момента $m_z^{\omega} \omega$ на балансировочное значение угла атаки корпуса и влиянием угла отклонения элеронов на величину коэффициента бокового момента m_y^{ω} . Кроме того, будем пренебрегать подъемной силой рулей и предполагать, что поперечная сила обладает свойством круговой симметрии. В этом случае $c_z^{\omega} \equiv 0$, и в соответствии с (3.12) вектор поперечной перегрузки всегда лежит в плоскости угла атаки ($\mu_n = \mu_a$).

Таким образом, в качестве основных факторов, влияющих на пространственную балансировку ракеты с автопилотом, будем рассматривать взаимосвязь каналов тангажа и курса через продольно-боковой момент, момент крена от косоугольного обдува и шарнирные моменты рулей.

Принимая во внимание указанные предположения, получаем следующие приближенные уравнения, определяющие связь между поперечной перегрузкой и управляющим сигналом:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{\lambda}(0) \lambda_3 \cos(\mu_3 + \gamma_p - \mu_a) &= \Phi_n(0) n + k_{\omega^{\omega}} \cos(\mu_{\omega} - \mu_a) + \\ &+ k_{o.c} \delta \cos \varepsilon - \bar{M}_{\omega z} \tilde{z}; \\ \Phi_{\lambda}(0) \lambda_3 \sin(\mu_3 + \gamma_p - \mu_a) &= k_{\omega^{\omega}} \sin(\mu_{\omega} - \mu_a) + k_{o.c} \delta \sin \varepsilon - \bar{M}_{\omega y} \tilde{y}; \end{aligned} \right\} (3.34)$$

где

$$n = \frac{qs}{G} c_y^{\omega}; \quad (3.35)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega \sin(\mu_{\omega} - \mu_a) &= \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin(\mu_a - \gamma); \\ \omega \cos(\mu_{\omega} - \mu_a) &= \frac{qS(c_y^{\omega} - \alpha c_x) + P_x}{mV_x(1 + \alpha^2)} - \\ &- \frac{g}{V_x(1 + \alpha^2)} [\alpha \sin \vartheta + \cos \vartheta \cos(\mu_a - \gamma)], \end{aligned} \right\} (3.36)$$

а величины α , δ , ε , γ , μ_α и ϑ связаны уравнениями

$$\left. \begin{aligned} b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + m_{z1}^- &= 0; \\ e_{11}^{(1)} \sin \varepsilon + m_{y1}^- &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

$$\left. \begin{aligned} m_{x0} + m_{x1} + m_{x2} + m_x(\delta_\alpha) &= 0; \\ \Phi'_T(0)(\gamma - \gamma_3) - k_{o.c.3} \delta_\alpha + \overline{M}_{ш.3} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

$$\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta \cos(\mu_\alpha - \gamma) - \sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta = 0. \quad (3.39)$$

В уравнениях (3.34) следует положить $\gamma_p = \gamma$ в случае полной компенсации скручивания и $\gamma_p = \gamma_3$ в случае неполной компенсации скручивания.

Как отмечалось в § 1, заданными величинами являются λ_3 , μ_3 , γ_3 , θ , V и H . Однако при решении уравнений (3.34) — (3.39) вместо λ_3 и μ_3 удобно рассматривать в качестве заданных величины α и μ_α . Тогда величины λ_3 , μ_3 , n и μ_n^* , входящие в выражение (3.33) для комплексного коэффициента усиления, могут быть определены следующим образом. Из уравнений (3.37) легко определяются величины $\delta \cos \varepsilon$ и $\delta \sin \varepsilon$ (см. п. 2.2), а затем из уравнений (3.38) — величина γ . Теперь не представляет трудностей определение величины ϑ из уравнения (3.39), поскольку α , μ_α , γ и θ известны.

Далее имея в виду, что $V_x = V(1 + \alpha^2)^{-\frac{1}{2}}$, из уравнений (3.36) определяются величины $\omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha)$ и $\omega \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha)$. При известных значениях V , $\rho(H)$ и α величина n определяется непосредственно из уравнения (3.35), а для величины μ_n^* имеем соотношение $\mu_n^* = \mu_\alpha - \gamma$. Следовательно, можно записать $\lambda_3 \cos(\mu_3 + \gamma_p - \mu_\alpha) = f_1(\alpha, \mu_\alpha)$, $\lambda_3 \sin(\mu_3 + \gamma_p - \mu_\alpha) = f_2(\alpha, \mu_\alpha)$ и, представить связь между величинами λ_3 , μ_3 , n и μ_n^* в виде

$$\left. \begin{aligned} \lambda_3 &= \sqrt{[f_1(\alpha, \mu_\alpha)]^2 + [f_2(\alpha, \mu_\alpha)]^2}; \\ \mu_3 &= \arctg \frac{f_2(\alpha, \mu_\alpha)}{f_1(\alpha, \mu_\alpha)} + \mu_\alpha - \gamma_p; \\ n &= n(\alpha); \\ \mu_n^* &= \mu_\alpha - \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

Отметим, что и в более общем случае, когда учитываются:

- а) круговая несимметрия подъемной силы;
 - б) зависимость подъемной силы от углов отклонения рулей;
 - в) зависимость продольно-бокового момента от угла отклонения элеронов,
- решение уравнений (3.34) — (3.39) также может

быть представлено в виде (3.40). Отличие в последовательности решения заключается в том, что в этом случае уравнения (3.37) необходимо решать совместно с уравнением (3.38¹), а величины n , $\omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha)$ и μ_n определять из соотношений (3.7), (3.9) и (3.12). Основополагающим допущением, позволяющим получить решение уравнений (3.34)–(3.39) в конечной форме, является принятая в гл. I линейная зависимость аэродинамических моментов от углов отклонения управляющих поверхностей¹⁾.

Из соотношений (3.33) и (3.40) можно получить следующие выражения для модуля $|K|$ и аргумента φ_n комплексного коэффициента усиления пространственного контура стабилизации:

$$\left. \begin{aligned} |K| &= \frac{n(\alpha)}{\sqrt{[f_1(\alpha, \mu_\alpha)]^2 + [f_2(\alpha, \mu_\alpha)]^2}}; \\ \varphi_n &= \arctg \frac{f_2(\alpha, \mu_\alpha)}{f_1(\alpha, \mu_\alpha)} + \gamma - \gamma_p. \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

Соотношения (3.41) позволяют изучить влияние перекрестных связей и параметров системы управления на величину комплексного коэффициента усиления.

4.3. Коэффициент усиления K в случае $M_{III} = 0$

Если шарнирный момент достаточно мал по сравнению с тормозным моментом рулевой машинки, точнее по сравнению с величиной $kM_{\text{торм}}$, то его влиянием на балансировочное значение угла отклонения руля можно пренебречь. Это может иметь место, например, если в качестве приводов рулей используются золотниковые гидравлические рулевые машинки.

Рассмотрим вначале наиболее простой случай, когда обратные связи по перегрузке и по угловой скорости отсутствуют, т. е. когда $\Phi_n(0) = k_\omega = 0$.

При этом

$$f_1 = \frac{k_{o.c}}{\Phi_\lambda(0)} \delta \cos \varepsilon, \quad f_2 = \frac{k_{o.c}}{\Phi_\lambda(0)} \delta \sin \varepsilon$$

и соотношения (3.41) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} |K| &= \frac{\Phi_\lambda(0)}{k_{o.c}} \frac{n(\alpha)}{\delta(\alpha, \mu_\alpha)}; \\ \varphi_n &= \varepsilon(\alpha, \mu_\alpha) + \gamma - \gamma_p. \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

¹⁾ См. сноску на стр. 97.

Для угла крена γ из (3.38) имеем соотношение, учитывая (1.53),

$$\gamma = \gamma_3 + \Delta\gamma, \quad (3.43)$$

где

$$\Delta\gamma = - \frac{m_{x0} + m_{x1} + m_{x2}}{\Phi'_\gamma(0) (k_{00}^{(4)} + k_{04}^{(4)} \cos 4\mu_\alpha)} k_{0.c.э.}$$

Для анализа зависимостей $|K|$ и φ_n можно воспользоваться результатами, приведенными в § 2 и 3 настоящей главы. Из этих результатов и из соотношений (3.42) следует, что модуль комплексного коэффициента усиления $|K|$ является периодической функцией угла μ_α . При изменении направления команды установившееся значение поперечной перегрузки n будет изменяться по периодическому закону, достигая максимального и минимального значений при балансировке в плоскостях симметрии, т. е. при $\mu_\alpha = \frac{\pi}{4}k$ ($k=0, 1, 2 \dots$).

Аргумент комплексного коэффициента усиления φ_n равен нулю только в том случае, когда плоскость угла атаки совпадает с плоскостью симметрии. При других значениях μ_α между направлением поперечной перегрузки и направлением команды в общем случае имеется некоторое рассогласование φ_n . При этом в случае полной компенсации скручивания $\gamma_p = \gamma$, и в соответствии с (3.42²) угол между направлениями векторов \vec{n} и $\vec{\lambda}_3$ равен углу ε между плоскостью управления и плоскостью угла атаки. При неполной компенсации скручивания $\gamma_p = \gamma_3$, и из (3.42²) и (3.43) следует, что $\varphi_n = \varepsilon + \Delta\gamma$.

Следовательно, если при полной компенсации скручивания вектор поперечной перегрузки отклонен от направления команды на угол $\varphi_n = \varepsilon$, обусловленный круговой несимметрией продольно-бокового момента, то при неполной компенсации скручивания этот вектор оказывается дополнительно повернутым на угол крена $\Delta\gamma$, вызываемый моментом крена от косоугольного обдува.

Чтобы пояснить этот результат, рассмотрим вектор $\vec{\lambda}$, характеризующий требуемые величину и направление перегрузки в связанных осях ракеты (рис. 3.14). Проекции этого вектора λ_1 и λ_2 на связанные оси определяются соотношениями (2.52) или (2.53). Используя эти соотношения и рис. 3.14, получаем

$$\lambda \cos(\mu_\lambda^* + \gamma) = \lambda_3 \cos(\mu_3 + \gamma_p);$$

$$\lambda \sin(\mu_\lambda^* + \gamma) = \lambda_3 \sin(\mu_3 + \gamma_p).$$

Отсюда следует, что вектор $\vec{\lambda}$ равен по величине вектору $\vec{\lambda}_3$ и составляет с вертикальной плоскостью угол

$$\mu_\lambda^* = \mu_3 + \gamma_p - \gamma. \quad (3.44)$$

При полной компенсации скручивания $\gamma_p = \gamma$, и направления векторов $\vec{\lambda}$ и $\vec{\lambda}_3$ совпадают. При неполной компенсации скручивания $\gamma_p = \gamma_3$, поэтому

$$\mu_\lambda^* = \mu_3 - \Delta\gamma,$$

и так как направления отсчета углов μ_λ^* и γ противоположны (см. рис. 3.14), то вектор $\vec{\lambda}$ оказывается повернутым относительно вектора $\vec{\lambda}_3$ на угол $\Delta\gamma$ в сторону крена ракеты. В обоих

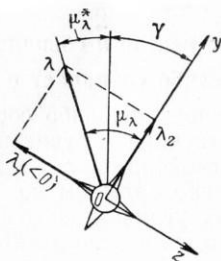


Рис. 3.14. Положение вектора команды $\vec{\lambda}$ в связанных осях ракеты

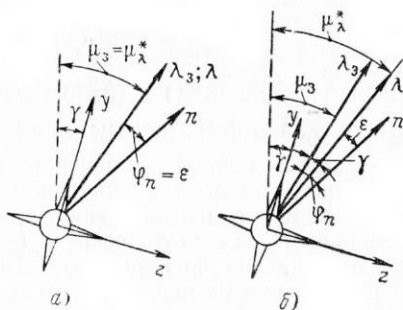


Рис. 3.15. Вектор команды $\vec{\lambda}_3$ и вектор поперечной перегрузки \vec{n} в случае пространственной балансировки ракеты с автопилотом при полной (а) и неполной (б) компенсации скручивания

случаях вектор перегрузки отклонен от вектора $\vec{\lambda}$ (с которым при $\Phi_n(0) = k_\omega = M_{ш} = 0$ совпадает плоскость управления) на угол ϵ . Для случая, когда $\epsilon > 0$ и $\Delta\gamma = \gamma > 0$, положение векторов $\vec{\lambda}_3$, $\vec{\lambda}$ и \vec{n} в установившемся движении показано на рис. 3.15.

Оценим влияние обратных связей автопилота на пространственную балансировку. Поскольку в установившихся режимах полета угол отклонения рулей $\Delta\delta = k_\omega \omega$, обусловленный обратной связью по угловой скорости, невелик по сравнению с δ , то влияние автопилота в каналах тангажа и курса зависит главным образом от характера обратной связи по перегрузке. Если используется астатический автопилот по перегрузке, то в соответствии с (2.50) и структурной схемой, показанной на рис. 2.7, выражения для $\Phi_\lambda(p)$ и $\Phi_n(p)$ можно представить в виде

$$\Phi_\lambda(p) = \frac{k_\lambda}{p} W_1(p);$$

$$\Phi_n(p) = \frac{k_n}{p} W_2(p),$$

где $W_1(p)$ и $W_2(p)$ — дробно-линейные операторы, удовлетворяющие условию $W_1(0) = W_2(0) = 1$.

Подставляя выражения для $\Phi_\lambda(p)$ и $\Phi_n(p)$ в (3.34) и полагая для простоты $k_\lambda = k_n$, получим при $p=0$

$$\left. \begin{aligned} n &= \lambda_3; \\ \mu_3 - \mu_\alpha + \gamma_p &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Поскольку $\mu_n^* = \mu_n - \gamma = \mu_\alpha - \gamma$, то равенство (3.45²) можно записать так:

$$\mu_n^* = \mu_3 + \gamma_p - \gamma. \quad (3.46)$$

Из сравнения (3.44) и (3.46) видно, что вектор \vec{n} совпадает с вектором $\vec{\lambda}$, который, как мы уже знаем, либо совпадает с вектором $\vec{\lambda}_3$ (при полной компенсации скручивания), либо составляет с ним угол $\Delta\gamma$ (при неполной компенсации скручивания).

В установившемся движении астатический автопилот можно рассматривать как статический с бесконечно большим коэффициентом усиления по перегрузке. Поэтому увеличение коэффициента усиления по перегрузке приводит к сближению векторов $\vec{\lambda}$ и \vec{n} за счет уменьшения угла ϵ , возникающего вследствие круговой несимметрии продольно-бокового момента.

Влияние момента крена от косою обдува, как видно из (3.43), уменьшается с увеличением коэффициента усиления по углу крена. В частности, если

$$\Phi'_i(p) = \frac{k_i}{p} W(p),$$

где $W(0) = 1$,

то в установившемся движении всегда $\gamma = \gamma_3$.

4.4. Влияние шарнирного момента

Для оценки влияния шарнирных моментов определим выражения для $M_{\text{ш } \tilde{y}}$ и $M_{\text{ш } \tilde{z}}$. Подставляя в формулы (3.8) выражения для коэффициентов шарнирных моментов $m_{\text{ш1}}$ и $m_{\text{ш2}}$ (1.69) и (1.70), получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{\text{ш } \tilde{z}}}{q S_p b_p} &= p_{00} + p_{11} \cos(\mu_\delta - \mu_\alpha) + p_{13} \cos(\mu_\delta + 3\mu_\alpha) + \\ &\quad + p_{04} \cos 4\mu_\alpha; \\ \frac{M_{\text{ш } \tilde{y}}}{q S_p b_p} &= q_{11} \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha) - p_{13} \sin(\mu_\delta + 3\mu_\alpha) - \\ &\quad - p_{04} \sin 4\mu_\alpha, \end{aligned} \right\} \quad (3.47)$$

где

$$\begin{aligned}
 p_{00} &= m_{ш}^{\alpha} \alpha + \frac{3q_2 + q_3}{4} \alpha^3; & p_{11} &= m_{ш}^{\delta} \delta + \frac{3p_2 + p_3}{4} \alpha^2 \delta; \\
 p_{13} &= \frac{p_2 - p_3}{4} \alpha^2 \delta; & p_{04} &= \frac{q_2 - q_3}{4} \alpha^3, \\
 q_{11} &= m_{ш}^{\delta} \delta + \frac{p_2 + 3p_3}{4} \alpha^2 \delta.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим влияние шарнирных моментов рулей на коэффициент усиления ракеты на примере ракеты схемы «утка», предполагая, что продольно-боковой момент имеет круговую симметрию. Так как в этом случае в установившихся режимах полета $\mu_{\delta} = \mu_{\alpha}$, то балансировочные значения шарнирных моментов

$$\left. \begin{aligned}
 M_{шz} &\sim q S_p b_p [p_{00} + p_{11} + (p_{13} + p_{04}) \cos 4\mu_{\delta}], \\
 M_{шы} &= -q S_p b_p (p_{13} + p_{04}) \sin 4\mu_{\delta}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

являются периодическими функциями μ_{δ} периода $\pi/2$.

Пусть $\Phi_n(p) = k_{\omega} = 0$ и $\Phi_{\lambda}(0) = k_{\lambda}$. Тогда в соответствии с уравнениями (3.34) и (3.44) имеем, учитывая, что $\mu_{\alpha} = \mu_{\delta}$,

$$k_{\lambda} \lambda \cos(\mu_{\lambda} - \mu_{\delta}) - k_{o.c} \delta + \bar{M}_{шz} \sim 0;$$

$$k_{\lambda} \lambda \sin(\mu_{\lambda} - \mu_{\delta}) + \bar{M}_{шы} \sim 0.$$

Из этих уравнений и из (3.48) следует, что при постоянном значении δ величины λ и μ_{λ} являются периодическими функциями μ_{δ} . И наоборот, при постоянной величине λ величины δ и μ_{δ} будут в общем случае периодическими функциями μ_{λ} . При этом перекрестные связи и нелинейность шарнирного момента приводят к появлению в режимах балансировки фазового угла $\varepsilon_{\delta} = \mu_{\lambda} - \mu_{\delta}$ между направлением команды и плоскостью управления, подобно тому как круговая несимметрия продольно-бокового момента приводит к зависимости α от μ_{δ} и к появлению фазового угла $\varepsilon = \mu_{\delta} - \mu_{\alpha}$. Поэтому по аналогии с (3.42²) для рассматриваемого случая можно записать

$$\varphi_n = \varepsilon_{\delta} + \gamma - \gamma_p.$$

Качественно зависимости $\delta(\mu_{\lambda})$ и $\varepsilon_{\delta}(\mu_{\lambda})$ не отличаются от зависимостей $\alpha(\mu_{\delta})$ и $\varepsilon(\mu_{\delta})$, поэтому на них подробно останавливаться не будем. Укажем лишь, что годограф δ тем больше отличается от окружности и амплитуда ε_{δ} тем больше, чем меньше величина коэффициента жесткой обратной связи привода $k_{o.c}$, величина тормозного момента $M_{\text{торм}}$ и величина коэффициента усиления k струйного (или золотникового) распределительного устройства. При $k_{o.c} = 0$ влияние нелинейностей и перекре-

стных связей шарнирного момента на величины δ и μ_δ будет наибольшим.

Хотя зависимости шарнирных моментов рулей (3.47) и продольно-бокового момента (1.56), (1.57) от углов атаки структурно не отличаются, первые обычно имеют более резкие нелинейности по α , так как в большей мере подвержены влиянию корпуса и разного рода надстроек, расположенных в районе рулей. Поэтому при небольших величинах коэффициента жесткой обратной связи привода, особенно при $k_{o.c} = 0$, балансировочные значения ε_δ могут быть большими, чем ε .

Для оценки влияния обратной связи по перегрузке положим $\Phi_n(0) = \Phi_\lambda(0) = k_n$. Тогда уравнения (3.34) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} k_n \lambda_3 \sin(\mu_3 + \gamma_p - \mu_n) &= \psi_1; \\ k_n \lambda_3 \cos(\mu_3 + \gamma_p - \mu_n) &= k_n n + \psi_2; \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1 &= k_\omega \omega \sin \varepsilon_1 - \overline{M}_w \tilde{y}; \\ \psi_2 &= k_\omega \omega \cos \varepsilon_1 + k_{o.c} \delta - \overline{M}_w \tilde{z}; \\ \varepsilon_1 &= \mu_\omega - \mu_\alpha. \end{aligned}$$

Из (3.49) имеем

$$\varphi_n = \mu_3 - \mu_n^* = \arctg \frac{\psi_1}{k_n n + \psi_2} + \gamma - \gamma_p. \quad (3.50)$$

Шарнирный момент направлен обычно в сторону уменьшения угла отклонения руля, поэтому при отрицательной обратной связи по перегрузке, т. е. при $k_n = \Phi_n(0) > 0$ [см. (3.4)], величина ψ_2 имеет тот же знак, что и коэффициент k_n . Тогда из (3.50) следует, что при увеличении k_n влияние шарнирного момента на величину φ_n уменьшается. Аналогично из соотношения

$$n = \sqrt{\lambda_3^2 - \frac{\psi_1^2}{k_n^2} - \frac{\psi_2}{k_n}},$$

которое следует из (3.49), получим, что увеличение k_n приводит к уменьшению зависимости величины перегрузки от аэродинамических характеристик рулей.

4.5. Балансировка при маневре в вертикальной плоскости

Рассмотрим балансировочные соотношения при маневре ракеты в вертикальной плоскости ($\sin \mu_\omega^* = 0$), считая, что $m_{x0} = 0$. Так как искривление траектории происходит под действием по-

перечной силы nG , осевой силы $R_x + P$ и силы тяжести G , то очевидно, что эти три силы должны располагаться в одной вертикальной плоскости, проходящей через центр масс ракеты. При нелинейных характеристиках это может достигаться лишь в том случае, когда плоскость угла атаки, плоскость управления и плоскость симметрии ракеты совпадают с вертикальной плоскостью. Тогда для полярных углов, угла крена и угла отклонения элеронов выполняются соотношения

$$\left. \begin{aligned} \mu_\theta^* &= \mu_\alpha + \begin{cases} \pi & \text{для ракет нормальной схемы,} \\ 0 & \text{для ракет схемы «утка»;} \end{cases} \\ \mu_x^* &= \mu_\alpha; \quad x = \omega, \alpha, n; \\ \gamma &= \gamma_\alpha = k \frac{\pi}{4}, \quad k = 0, 1, 2, \dots; \\ \delta_\alpha &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

Величина μ_α равна либо нулю (при маневре вверх), либо π (при маневре вниз). При этом $c_{z1} = m_{y1} = m_{x.k.0} = 0$, и из уравнений (3.1¹)—(3.1³), (3.2⁴)—(3.2⁶), (3.3¹), (3.6) и (3.7) получаем, что величины \dot{V}_x , α , ω , n , δ и θ должны удовлетворять уравнениям

$$\left. \begin{aligned} (1 + \alpha^2) m \dot{V}_x - P + qS(c_x + c_{\tilde{y}}\alpha) + \\ + G(\sin \theta - \alpha \cos \theta \cos \mu_\alpha^*) &= 0; \\ (1 + \alpha^2) \omega - \frac{qS}{mV_x}(c_{\tilde{y}} - c_{x\alpha}) - \frac{P\alpha}{mV_x} + \\ + \frac{g}{V_x}(\cos \theta \cos \mu_\alpha^* + \alpha \sin \theta) &= 0; \\ b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + m_{z1} + m_z^{\omega z \omega} &= 0; \\ n - \frac{q}{G/S} c_{\tilde{y}} &= 0; \\ \Phi_\lambda(0) \lambda_\alpha - \Phi_n(0) n - k_{\omega\omega} - k_{\alpha\alpha} \delta \cos \varepsilon + \overline{N}_{\text{ш}} \tilde{z} &= 0; \\ \sin \theta - \alpha \cos \theta \cos \mu_\alpha^* - \sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

В уравнениях (3.52) предположено, что поперечная сила больше проекции силы тяжести на нормаль к оси симметрии ($n > \cos \theta$) и поэтому искривление траектории происходит всегда в сторону поперечной перегрузки n . Величина $\cos \varepsilon$ равна 1 для ракет схемы «утка» и -1 для ракет нормальной схемы. Величина μ_α^* равна 0 при маневре вверх и π при маневре вниз.

§ 5. ВЛИЯНИЕ ЗАВИСИМОСТИ $m_{\tilde{y}}(\delta_9)$ НА ПРОСТРАНСТВЕННУЮ
БАЛАНСИРОВКУ РАКЕТЫ

Если продольно-боковой момент зависит от угла отклонения элеронов, то при определении балансировочных соотношений необходимо рассматривать все три уравнения моментов совместно. При нелинейных аэродинамических характеристиках решение этих уравнений может быть получено лишь графоаналитическим методом. Для того чтобы иметь возможность аналитически оценить влияние перекрестной связи $m_{\tilde{y}}(\delta_9)$ на пространственную балансировку, рассмотрим уравнения моментов в предположении, что

$$m_{x \text{ к.о}} = k_1 \alpha \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha) + k_2 \alpha^4 \sin 4\mu_\alpha;$$

$$m_y = m_z^a \alpha_2 + m_z^{\delta} \delta_2 + b_{20} \alpha_1 \delta_9;$$

$$m_z = m_z^a \alpha_1 + m_z^{\delta} \delta_1 - b_{20} \alpha_2 \delta_9.$$

Будем учитывать также постоянную составляющую момента крена. В этом случае уравнения равновесия моментов принимают вид

$$\left. \begin{aligned} m_x &= m_{x0} + k_1 \alpha \delta \sin \varepsilon + k_2 \alpha^4 \sin 4\mu_\alpha + m_x^{\delta}(\alpha) \delta_9 = 0; \\ m_{\tilde{y}} &= m_z^{\delta} \delta \sin \varepsilon + b_{20} \alpha \delta_9 = 0; \\ m_{\tilde{z}} &= m_z^a \alpha + m_z^{\delta} \delta \cos \varepsilon = 0. \end{aligned} \right\} (3.53)$$

Отклонение элеронов оказывает наибольшее влияние на величины m_y и m_z в тех случаях, когда в качестве органов поперечного управления используются дифференциально отклоняемые рули, установленные на корпусе, что характерно для ракет нормальной схемы. Поэтому рассмотрим уравнения (3.53) при $m_z^{\delta} < 0$.

Так как $m_z^a < 0$, а величины α и δ положительны, то из (3.53³) получаем, что величина ε должна удовлетворять условию $90^\circ < \varepsilon < 270^\circ$. Разрешая уравнения (3.53¹) и (3.53²) относительно $\sin \varepsilon$ и δ_9 , получаем

$$\delta_9 = \frac{m_{x0} + k_2 \alpha^4 \sin 4\mu_\alpha}{\frac{k_1 b_{20}}{m_z^{\delta}} \alpha^2 - m_x^{\delta}(\alpha)}; \quad (3.54)$$

$$\sin \varepsilon = - \frac{b_{20} \alpha}{m_z^{\delta} \delta} \frac{m_{x0} + k_2 \alpha^4 \sin 4\mu_\alpha}{\frac{k_1 b_{20}}{m_z^{\delta}} \alpha^2 - m_x^{\delta}(\alpha)}. \quad (3.55)$$

Определив затем из уравнения (3.53³) величину $\cos \varepsilon$, найдем с учетом (3.55)

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{b_{20} \delta_{\alpha}}{m_z^{\alpha}} = \frac{b_{20}}{m_z^{\alpha}} \frac{m_{x0} + k_2 \alpha^4 \sin 4\mu_{\alpha}}{\frac{k_1 b_{20}}{m_z^{\delta}} \alpha^2 - m_x^{\delta}(\alpha)}. \quad (3.56)$$

Далее, из уравнений (3.53²) и (3.53³) можно получить соотношение

$$(m_z^{\delta} \delta)^2 = (m_z^{\alpha} \alpha)^2 + b_{20}^2 \alpha^2 \delta_{\alpha}^2, \quad (3.57)$$

которое вместе с (3.54) позволяет определить величину δ при заданных α и μ_{α} .

Из соотношений (3.54), (3.56) и (3.57) можно сделать следующие выводы о влиянии зависимости $m_{\tilde{y}}(\delta_{\alpha})$ на пространственную балансировку ракет нормальной схемы:

— зависимость продольно-бокового момента от угла отклонения элеронов приводит к появлению фазового угла между плоскостью управления и плоскостью угла атаки;

— так как величины $\frac{k_1 b_{20}}{m_z^{\delta}}$ и m_x^{δ} отрицательны, то при нали-

чи момента крена от косого обдува рулей увеличивается угол отклонения элеронов, необходимый для парирования постоянной составляющей момента крена;

— увеличивается угол отклонения рулей, необходимый для балансировки заданного угла атаки, причем, если $k_2 \neq 0$, то и при линейных характеристиках зависимость $\delta(\mu_{\alpha})$ оказывается периодической.

Глава IV

ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ РАКЕТЫ

Решению задачи выбора той или иной структуры автопилота обычно предшествует детальное изучение динамических свойств ракеты как объекта регулирования. Знание таких свойств имеет немаловажное значение и при исследовании устойчивости и управляемости ракеты с автопилотом заданной структуры, поскольку позволяет глубже изучить физику процессов, протекающих в замкнутой системе ракета — автопилот. К настоящему времени динамические свойства управляемых ракет хорошо изучены для тех случаев, когда можно пренебречь величинами аэродинамических перекрестных связей по сравнению с силами и моментами, порождаемыми собственным движением ракеты в какой-либо из плоскостей управления, т. е. когда движение в каждой из трех плоскостей управления можно рассматривать независимо (изолированно) от других (см. например, [1], [3], [18], [19]). В данной главе основное внимание уделяется изучению динамических свойств ракеты как объекта регулирования в пространственном движении при наличии аэродинамических перекрестных связей.

При исследовании изолированных движений о динамических свойствах ракеты судят по ее реакции на отклонение рулей, изменяющееся по заданному закону, обычно рассматривая в качестве типового ступенчатое или синусоидальное отклонение рулей. При этом, естественно, рассматривается движение в той из плоскостей, для управления в которой предназначены данные рулевые поверхности.

Если ракета жестко стабилизирована по крену и перекрестные связи отсутствуют, то поперечные перемещения центра масс ракеты в неподвижной системе координат можно полностью определить, если рассматривать в качестве управляющих воздействий величины δ_1 и δ_2 или соответствующие им величины δ и μ_δ . Если же под действием момента крена от косоугольного обдува угол крена при управлении поперечной перегрузкой изменяется, то изменения величины и направления поперечной перегрузки в неподвижной системе координат будут зависеть не только от

величины δ и μ_δ , но также и от угла крена. В этом случае в качестве заданных управляющих воздействий удобно рассматривать величину δ и величину $\mu_\delta^* = \mu_\delta - \gamma$, характеризующую положение плоскости управления по отношению к вертикальной плоскости.

Величины δ и μ_δ , являющиеся функциями времени, соответствуют управляющему воздействию, заданному в связанных осях ракеты. Если же в качестве заданных принимаются величины δ и μ_δ^* , то можно говорить, что управляющее воздействие задано (фиксировано, или изменяется) по отношению к Земле.

§ 1. УРАВНЕНИЯ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

1.1. Особенности линеаризации уравнений движения в цилиндрических координатах

При анализе устойчивости движения управляемых летательных аппаратов, имеющих нелинейные аэродинамические характеристики, а также при исследовании динамических свойств таких летательных аппаратов для упрощения нелинейных уравнений движения широко используется метод малых возмущений, заключающийся в том, что движение исследуется в некоторой небольшой окрестности точки фазового пространства, соответствующей опорным (исходным) значениям кинематических параметров движения ракеты. При этом уравнения движения получают путем линеаризации исходных нелинейных уравнений движения.

Рассмотрим особенности составления уравнений возмущенного движения ракеты в цилиндрических координатах.

Как известно, при линеаризации обычных уравнений продольного (или бокового) движения требуется, чтобы были малыми абсолютные величины приращений параметров движения. Исходные значения параметров движения при этом могут быть произвольными. В частности, значение угла атаки и угловой скорости в исходном режиме могут быть равны нулю.

Уравнения движения в цилиндрических координатах (2.28) или (2.29) записаны относительно суммарного угла атаки α , суммарной угловой скорости ω и суммарного угла отклонения рулей δ , которые входят в уравнения в виде произведений, подобных $\alpha\omega_x$. Поэтому при линеаризации этих уравнений дополнительно требуется, чтобы в возмущенном движении были малыми относительные изменения величин α , ω и δ . Иными словами, необходимо, чтобы годографы векторов $\vec{\alpha}$, $\vec{\omega}$ и $\vec{\delta}$ в связанной системе координат располагались между двумя достаточно близкими концентрическими окружностями, как показано на рис. 4.1 для годографа вектора $\vec{\alpha}$. В противном случае линеаризация нелинейностей вида $\alpha\omega_x$ будет несправедливой.

С другой стороны, требования к малости изменения полярных углов μ_α , μ_ω и μ_δ зависят от вида аэродинамических характеристик. Так, если величины c_x , c_y^z , c_z^z , m_x , m_y^z и m_z^z обладают свойством круговой симметрии, то для линейризации уравнений движения ракеты требуется, чтобы были малы приращения разностей углов $\mu_\delta - \mu_\alpha$ и $\mu_\omega - \mu_\alpha$, так как в этом случае нелинейные члены зависят именно от таких разностей. Исключение составляют гравитационные члены в уравнениях для $\dot{\alpha}$ и $\dot{\mu}_\alpha$. Однако, ввиду малости их влияния на движение ракеты относительно центра масс, этими членами обычно пренебрегают. Таким образом, если аэродинамические коэффициенты обладают свойством круговой симметрии, то допускаются такие произвольные изменения α_1 , α_2 , ω_y , ω_z , δ_1 и δ_2 , при которых величины $\Delta\alpha/a$, $\Delta\omega/\omega$, $\Delta\delta/\delta$, $\Delta(\mu_\delta - \mu_\alpha)$ и $\Delta(\mu_\omega - \mu_\alpha)$ остаются малыми.

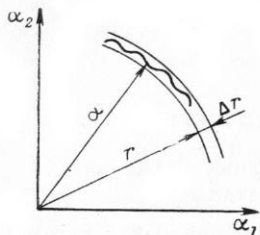


Рис. 4.1. Голограф вектора $\vec{\alpha}$, удовлетворяющий условиям линейризации уравнений движения в цилиндрических координатах (Δr и $\frac{\Delta r}{r}$ — малые величины)

В общем случае нелинейных аэродинамических характеристик для линейризации уравнений движения необходимо, чтобы были малы приращения самих полярных углов μ_α , μ_ω и μ_δ .

1.2. Уравнения движения при малых возмущениях

При составлении уравнений возмущенного движения ограничимся рассмотрением таких опорных траекторий, для которых величина ω_x , а также скорости изменения величин α , ω , μ_α и μ_ω в невозмущенном движении малы. В этом случае в уравнениях возмущенного движения в первом приближении можно пренебречь произведениями возмущений на исходные значения α , μ_α и т. д., как величинами второго порядка малости.

Силой Магнуса будем пренебрегать, а выражения для коэффициентов демпфирующих моментов рассматривать в виде

$$m_{x\lambda} = m_x^{\omega} \omega_x;$$

$$m_{y\lambda} = m_z^{\omega} \omega \sin(\mu_\omega - \mu_\alpha);$$

$$m_{z\lambda} = m_z^{\omega} \omega \cos(\mu_\omega - \mu_\alpha).$$

Линейризацию уравнений движения в цилиндрических координатах проведем обычным способом, полагая в уравнениях (2.29) $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$, $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, $\mu_\alpha = \mu_{\alpha 0} + \Delta\mu_\alpha$ и т. д.,

где $\alpha_0, \omega_0, \mu_{\alpha 0}, \dots$ — опорные значения кинематических параметров;

$\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\mu_{\alpha}, \dots$ — приращения этих параметров в возмущенном движении.

Если подставить эти и аналогичные им выражения для кинематических параметров в уравнения (2.29) и учесть, что опорные значения $\alpha_0, \omega_0, \mu_{\alpha 0}, \dots$ удовлетворяют соотношениям (3.1), то получим (опуская индекс «0» у опорных значений параметров) уравнения возмущенного движения при малых возмущениях в следующем виде.

Уравнения сил (2.29¹), (2.29²) и (2.29⁵):

$$\Delta \dot{V}_x = \frac{\Delta R_x + \Delta P}{m} - g \cos \vartheta \Delta \vartheta + V_x \omega \alpha \sin \varepsilon_1 (\Delta \mu_{\omega} - \Delta \mu_{\alpha}) - V_x \omega \alpha \cos \varepsilon_1 \left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta \omega}{\omega} + \frac{\Delta V_x}{V_x} \right); \quad (4.1)$$

$$\Delta \dot{\alpha} = - \frac{\Delta R_{\tilde{y}}}{m V_x} - \frac{g}{V_x} \sin \vartheta \cos (\mu_{\alpha} - \gamma) \Delta \vartheta + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin (\mu_{\alpha} - \gamma) \Delta \gamma + \left[\omega \sin \varepsilon_1 - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin (\mu_{\alpha} - \gamma) \right] \Delta \mu_{\alpha} + \cos \varepsilon_1 \Delta \omega - \omega \sin \varepsilon_1 \Delta \mu_{\omega} - \alpha \frac{\Delta \dot{V}_x}{V_x} - \frac{\dot{V}_x}{V_x} \Delta \alpha + \omega \cos \varepsilon_1 \frac{\Delta V_x}{V_x}; \quad (4.2)$$

$$\alpha \Delta \dot{\mu}_{\alpha} = \frac{\Delta R_{\tilde{z}}}{m V_x} + \frac{g}{V_x} \sin \vartheta \sin (\mu_{\alpha} - \gamma) \Delta \vartheta + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos (\mu_{\alpha} - \gamma) \Delta \gamma - \left[\omega \cos \varepsilon_1 + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos (\mu_{\alpha} - \gamma) \right] \Delta \mu_{\alpha} + \sin \varepsilon_1 \Delta \omega + \omega \cos \varepsilon_1 \Delta \mu_{\omega} + \alpha \Delta \omega_x + \omega \sin \varepsilon_1 \frac{\Delta V_x}{V_x}, \quad (4.3)$$

где

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial P}{\partial \mu_{\alpha}} \Delta \mu_{\alpha} + \frac{\partial P}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial P}{\partial M} \Delta M; \quad (4.4)^1$$

$$\Delta R_x = -qS \left(\frac{\partial c_x}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial c_x}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial c_x}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial c_x}{\partial \mu_{\alpha}} \Delta \mu_{\alpha} + \frac{\partial c_x}{\partial \mu_{\delta}} \Delta \mu_{\delta} + \frac{\partial c_x}{\partial M} \Delta M + c_x \frac{\Delta q}{q} \right); \quad (4.5)$$

$$\Delta R_{\tilde{y}} = qS \left(\frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \mu_{\alpha}} \Delta \mu_{\alpha} + \right.$$

¹⁾ Предполагается, что тяга двигателя зависит от углов атаки и скольжения, а также, через q и M , от режима полета.

$$+ \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \mu_{\delta}} \Delta \mu_{\delta} + \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial M} \Delta M + c_{\tilde{y}} \frac{\Delta q}{q} \Big); \quad (4.6)$$

$$\Delta R_{\tilde{z}} = qS \left(\frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_{\alpha}} \Delta \mu_{\alpha} + \right. \\ \left. + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_{\delta}} \Delta \mu_{\delta} + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial M} \Delta M + c_{\tilde{z}} \frac{\Delta q}{q} \right); \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \mu_{\delta} - \mu_{\alpha}; \\ \varepsilon_1 &= \mu_{\omega} - \mu_{\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Уравнения моментов (2.29³), (2.29⁶), (2.29⁷):

$$\Delta \dot{\omega}_x = \frac{\Delta M_x}{J_x}; \quad (4.9)$$

$$\Delta \dot{\omega} = \frac{1}{J} (\Delta M_{\tilde{z}} \cos \varepsilon_1 + \Delta M_{\tilde{y}} \sin \varepsilon_1); \quad (4.10)$$

$$\omega \Delta \dot{\mu}_{\omega} = \left(1 - \frac{J_x}{J} \right) \omega \Delta \omega_x + \frac{1}{J} (\Delta M_{\tilde{y}} \cos \varepsilon_1 - \Delta M_{\tilde{z}} \sin \varepsilon_1), \quad (4.11)$$

где

$$\Delta M_x = qSl \left(\frac{\partial m_x}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial m_x}{\partial \omega_x} \Delta \omega_x + \frac{\partial m_x}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial m_x}{\partial \delta} \Delta \delta + \right. \\ \left. + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\alpha}} \Delta \mu_{\alpha} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\delta}} \Delta \mu_{\delta} + \frac{\partial m_x}{\partial M} \Delta M \right); \quad (4.12)$$

$$\Delta M_{\tilde{y}} = qSb_A \left(\frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \mu_{\alpha}} \Delta \mu_{\alpha} + \right. \\ \left. + \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \mu_{\delta}} \Delta \mu_{\delta} + \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \mu_{\omega}} \Delta \mu_{\omega} + \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial M} \Delta M \right); \quad (4.13)$$

$$\Delta M_{\tilde{z}} = qSb_A \left(\frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \mu_{\alpha}} \Delta \mu_{\alpha} + \right. \\ \left. + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \mu_{\delta}} \Delta \mu_{\delta} + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \mu_{\omega}} \Delta \mu_{\omega} + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial M} \Delta M \right). \quad (4.14)$$

Кинематические соотношения (2.29⁴), (2.29⁸) и (2.29⁹):

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{\vartheta} &= \cos(\mu_{\omega} - \gamma) \Delta \omega - \omega \sin(\mu_{\omega} - \gamma) \Delta \mu_{\omega} + \omega \sin(\mu_{\omega} - \gamma) \Delta \gamma; \\ \Delta \dot{\gamma} &= \Delta \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta \sin(\mu_{\omega} - \gamma) \Delta \omega - \frac{\omega}{\cos^2 \vartheta} \sin(\mu_{\omega} - \gamma) \Delta \vartheta - \\ &\quad - \omega \operatorname{tg} \vartheta \cos(\mu_{\omega} - \gamma) \Delta \mu_{\omega} + \omega \operatorname{tg} \vartheta \cos(\mu_{\omega} - \gamma) \Delta \gamma; \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

$$\Delta \dot{\psi} = \frac{\sin(\mu_\omega - \gamma)}{\cos \vartheta} \Delta \omega + \frac{\cos(\mu_\omega - \gamma)}{\cos \vartheta} \Delta \mu_\omega - \frac{\cos(\mu_\omega - \gamma)}{\cos \vartheta} \Delta \gamma + \left. \begin{aligned} &+ \frac{\sin(\mu_\omega - \gamma)}{\cos \vartheta} \operatorname{tg} \vartheta \Delta \vartheta. \end{aligned} \right\}$$

Приведенные уравнения необходимо дополнить уравнениями, определяющими величины Δq и ΔM . Эти уравнения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta q &= q \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} + 2 \frac{\Delta V}{V} \right); \\ \Delta M &= \frac{\Delta V}{a} - M \frac{\Delta a}{a}, \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta \rho &= \frac{\partial \rho}{\partial H} \Delta H; \\ \frac{\Delta V}{V} &= \frac{\Delta V_x}{V_x} + \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \Delta \alpha; \\ \Delta \alpha &= \frac{\partial \alpha}{\partial H} \Delta H; \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{H} &= [\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta \cos(\mu_\alpha - \gamma)] \Delta V_x + \\ &+ V_x \{ [\cos \vartheta + \alpha \sin \vartheta \cos(\mu_\alpha - \gamma)] \Delta \vartheta - \cos \vartheta \cos(\mu_\alpha - \gamma) \Delta \alpha + \\ &+ \alpha \cos \vartheta \sin(\mu_\alpha - \gamma) \Delta \mu_\alpha - \alpha \cos \vartheta \sin(\mu_\alpha - \gamma) \Delta \gamma \}; \end{aligned} \quad (4.18)$$

a — скорость звука на высоте полета.

Для более глубокого понимания сущности уравнений возмущенного движения в цилиндрических координатах полезно выяснить их связь с уравнениями возмущенного движения в обычной форме. Из соотношений (1.33), определяющих связь полярных и декартовых переменных, можно получить, например, для величин $\Delta \mu_\alpha$ и $\Delta \alpha$ следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \alpha \Delta \mu_\alpha &= \Delta \alpha_2 \cos \mu_\alpha - \Delta \alpha_1 \sin \mu_\alpha; \\ \Delta \alpha &= \Delta \alpha_1 \cos \mu_\alpha + \Delta \alpha_2 \sin \mu_\alpha. \end{aligned}$$

Из этих соотношений видно, что при балансировке в продольной плоскости, например когда $\mu_\alpha = 0$, величина $\Delta \mu_\alpha$ не зависит от $\Delta \alpha_1$, а величина $\Delta \alpha$ не зависит от $\Delta \alpha_2$:

$$\begin{aligned} \alpha \Delta \mu_\alpha &= \Delta \alpha_2, \\ \Delta \alpha &= \Delta \alpha_1. \end{aligned}$$

Аналогичный вывод можно сделать и в отношении переменных $\Delta \omega$, $\Delta \mu_\omega$, $\Delta \delta$ и $\Delta \mu_\delta$.

Ниже, в § 2, будет показано, что при исходной балансировке в плоскости симметрии (в плоскости крыла или в биссекторной

плоскости) уравнения, определяющие изменения полярных углов и параметров движения крена, отделяются от уравнений, определяющих изменения модулей $\Delta\alpha$ и $\Delta\omega$. С другой стороны, как известно, при исходной балансировке в продольной плоскости обычные уравнения возмущенного движения разделяются на уравнения продольного движения и уравнения бокового движения. Поэтому если учесть приведенные выше соотношения и иметь в виду, что угол α_2 в некотором смысле аналогичен углу скольжения, то можно заключить, что при исходной балансировке в продольной плоскости уравнения, определяющие изменения полярных углов и параметров движения по крену, будут аналогом уравнений бокового движения, а уравнения, определяющие изменения $\Delta\alpha$, $\Delta\omega$ и т. д., — аналогом уравнений продольного движения. Однако в других случаях такой аналогии не существует. Более подробно уравнения (4.1) — (4.18) рассматриваются в § 2.

1.3. Вычисление коэффициентов устойчивости

Коэффициенты уравнений возмущенного движения зависят от производных аэродинамических коэффициентов по полярным переменным α , μ_α , δ и μ_δ . Если зависимости c_x , c_y , c_z , m_x , m_y и m_z от α , μ_α , δ , μ_δ представлены в аналитическом виде, то определение требуемых величин производных может быть проведено на основании общих правил вычисления частных производных от функций многих переменных. Однако чаще всего в распоряжении имеются графические зависимости, получающиеся при испытаниях моделей в аэродинамических трубах. В этом случае определение величин производных аэродинамических коэффициентов по полярным переменным может быть проведено двумя способами.

Во-первых, по графическим зависимостям могут быть определены численные значения постоянных коэффициентов в выражениях для c_x , ..., m_z и затем путем дифференцирования определены требуемые величины производных.

Во-вторых, могут быть использованы обычные производные по прямоугольным декартовым координатам α_1 , α_2 , δ_1 и δ_2 .

Получим зависимости, связывающие обычную и полярную форму производных устойчивости. Пусть $A(\alpha_1, \alpha_2)$ есть некоторая функция углов атаки α_1 и α_2 , заданная таблично, и на основании графического дифференцирования определены ее частные производные $\frac{\partial A}{\partial \alpha_1}$ и $\frac{\partial A}{\partial \alpha_2}$. Так как $\alpha_1 = \alpha \cos \mu_\alpha$, $\alpha_2 = \alpha \sin \mu_\alpha$, то согласно правилам дифференцирования сложной функции для частных производных $\frac{\partial A}{\partial \alpha}$ и $\frac{\partial A}{\partial \mu_\alpha}$ можно записать следующие

выражения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} &= \frac{\partial A}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial z} + \frac{\partial A}{\partial \alpha_2} \frac{\partial \alpha_2}{\partial z}; \\ \frac{\partial A}{\partial \mu_\alpha} &= \frac{\partial A}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial A}{\partial \alpha_2} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \mu_\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

В соответствии с (1.33¹) для величин $\frac{\partial \alpha_1}{\partial z}$, $\frac{\partial \alpha_2}{\partial z}$, $\frac{\partial \alpha_1}{\partial \mu_\alpha}$ и $\frac{\partial \alpha_2}{\partial \mu_\alpha}$ имеем соотношения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_1}{\partial z} &= \cos \mu_\alpha; & \frac{\partial \alpha_1}{\partial \mu_\alpha} &= -\alpha \sin \mu_\alpha = -\alpha_2; \\ \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} &= \sin \mu_\alpha; & \frac{\partial \alpha_2}{\partial \mu_\alpha} &= \alpha \cos \mu_\alpha = \alpha_1. \end{aligned}$$

Подставляя их в (4.19), получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} &= \frac{\partial A}{\partial \alpha_1} \cos \mu_\alpha + \frac{\partial A}{\partial \alpha_2} \sin \mu_\alpha; \\ \frac{\partial A}{\partial \mu_\alpha} &= -\frac{\partial A}{\partial \alpha_1} \alpha_2 + \frac{\partial A}{\partial \alpha_2} \alpha_1. \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

В этих выражениях α_1 , α_2 и $\mu_\alpha = \arctg \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ соответствуют тем значениям углов атаки, при которых определяются производные. Применительно к уравнениям возмущенного движения значения α_1 и α_2 являются балансирующими значениями углов атаки.

По аналогии с (4.20), если A есть функция δ_1 и δ_2 , можно записать выражения для частных производных $\frac{\partial A}{\partial \delta_i}$ и $\frac{\partial A}{\partial \mu_\delta}$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \delta} &= \frac{\partial A}{\partial \delta_1} \cos \mu_\delta + \frac{\partial A}{\partial \delta_2} \sin \mu_\delta; \\ \frac{\partial A}{\partial \mu_\delta} &= -\frac{\partial A}{\partial \delta_1} \delta_2 + \frac{\partial A}{\partial \delta_2} \delta_1. \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

При определении величин производных $\frac{\partial A}{\partial \alpha}$ и $\frac{\partial A}{\partial \mu_\alpha}$ по формулам (4.20) следует иметь в виду, что величины α_1 и α_2 являются тангенсами углов атаки корпуса: $\alpha_1 = \tg \alpha_{1к}$, $\alpha_2 = \tg \alpha_{2к}$ [см. рис. 1.4 и соотношения (1.1)], в то время как экспериментальные кривые могут быть представлены в виде функций $A(\alpha_{1к}, \alpha_{2к})$ и, следовательно, при графическом дифференцировании определяются производные $\frac{\partial A}{\partial \alpha_{1к}}$ и $\frac{\partial A}{\partial \alpha_{2к}}$. Для перехода к производным $\frac{\partial A}{\partial \alpha_1}$ и $\frac{\partial A}{\partial \alpha_2}$ можно воспользоваться формулами

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \alpha_1} &= \frac{\partial A}{\partial \alpha_{1к}} (1 + \alpha_1^2)^{-1}; \\ \frac{\partial A}{\partial \alpha_2} &= \frac{\partial A}{\partial \alpha_{2к}} (1 + \alpha_2^2)^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

которые получаются, если продифференцировать $A(\alpha_{1K}, \alpha_{2K})$ как сложную функцию α_1 и α_2 .

§ 2. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ РАКЕТЫ

2.1. Характерные виды взаимосвязи каналов управления ракеты. Разделение уравнений движения

Полученные в § 1 уравнения определяют возмущенное движение ракеты в общем случае зависимости аэродинамических сил и моментов от углов атаки и углов отклонения органов управления, в том числе и при наличии аэродинамических перекрестных связей. Однако не все перекрестные связи в равной мере влияют на взаимосвязь каналов управления. Так, если момент крена от косоугольного обдува не учитывается, то независимо от величин других перекрестных связей движение крена отделяется от движений тангажа и рыскания, хотя последние и зависят от движения крена, например, благодаря инерционным перекрестным связям $\alpha \Delta \omega_x$ и $\left(1 - \frac{J_x}{J}\right) \omega \Delta \omega_x$ и аэродинамическим перекрестным связям $R_z \sim (\delta_\alpha)$ и $M_{\dot{y}} \sim (\delta_\alpha)$. В этом случае параметры движения по крену можно рассматривать как внешние возмущения для двух других движений.

С другой стороны, если не учитываются инерционные перекрестные связи и влияние элеронов на поперечную силу и продольно-боковой момент, то движения тангажа и рыскания зависят от возмущений по крену только через член, который учитывает влияние силы тяжести ракеты и роль которого в короткопериодическом движении мала. Поскольку при больших углах атаки инерционные перекрестные связи всегда объективно существуют, то получается, что определяющей аэродинамической перекрестной связью, приводящей к взаимодействию одновременно трех каналов управления, является момент крена от косоугольного обдува. Другие аэродинамические перекрестные связи могут лишь усиливать или ослаблять влияние этого момента. В зависимости от того, учитывается или не учитывается момент крена от косоугольного обдува, можно выделить следующие два характерных вида взаимосвязи каналов управления ракеты.

1. При $m_{xK,0} \equiv 0$, благодаря зависимости c_y и m_z от α_2 и зависимости c_z и m_y от α_1 , оказываются взаимосвязанными движения тангажа и рыскания; при этом в возмущенном движении $\Delta \gamma = 0$.

Для рассматриваемого вида взаимосвязи движений характерным является одновременное изменение суммарного угла атаки α и ориентации плоскости угла атаки (μ_α). В дальнейшем движение ракеты, в котором при $\gamma = \text{const}$ одновременно изменяются α и μ_α , будем называть продольно-боковым движением.

2. При $m_{x_{k,0}} \neq 0$ оказываются взаимосвязанными движения тангажа, рыскания и крена, причем связь этих трех движений существует независимо от аэродинамического взаимовлияния каналов тангажа и курса. Хотя, как легко видеть, и в первом случае движение не является плоским, в дальнейшем только при $m_{x_{k,0}} \neq 0$ движение ракеты будем называть пространственным движением.

Получим уравнения, определяющие движение ракеты в указанных двух случаях.

Продольно-боковое движение. При $\gamma = \text{const}$ в возмущенном движении $\Delta\gamma = \Delta\omega_x = \Delta\delta_\theta = 0$, и уравнения движения принимают вид

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_x &= \frac{1}{m} (\Delta R_x + \Delta P) - g \cos \vartheta \Delta \vartheta + V_x \alpha \omega \sin \varepsilon_1 (\Delta \mu_\omega - \Delta \mu_\alpha) - \\ &\quad - V_x \alpha \omega \cos \varepsilon_1 \left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta \omega}{\omega} + \frac{\Delta V_x}{V_x} \right); \\ \Delta \dot{\alpha} &= - \frac{\Delta R_y}{m V_x} - \frac{g}{V_x} \sin \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma) \Delta \vartheta + \\ &\quad + \left[\omega \sin \varepsilon_1 - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin (\mu_\alpha - \gamma) \right] \Delta \mu_\alpha + \cos \varepsilon_1 \Delta \omega - \\ &\quad - \omega \sin \varepsilon_1 \Delta \mu_\omega - \alpha \frac{\Delta \dot{V}_x}{V_x} - \frac{\dot{V}_x}{V_x} \Delta \alpha + \omega \cos \varepsilon_1 \frac{\Delta V_x}{V_x}; \\ \alpha \Delta \dot{\mu}_\alpha &= \frac{\Delta R_z}{m V_x} + \frac{g}{V_x} \sin \vartheta \sin (\mu_\alpha - \gamma) \Delta \vartheta - \\ &\quad - \left[\omega \cos \varepsilon_1 + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma) \right] \Delta \mu_\alpha + \\ &\quad + \sin \varepsilon_1 \Delta \omega + \omega \cos \varepsilon_1 \Delta \mu_\omega + \omega \sin \varepsilon_1 \frac{\Delta V_x}{V_x}; \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\Delta \dot{\omega} = \frac{1}{J} (\Delta M_z \cos \varepsilon_1 + \Delta M_y \sin \varepsilon_1);$$

$$\omega \Delta \dot{\mu}_\omega = \frac{1}{J} (\Delta M_y \cos \varepsilon_1 - \Delta M_z \sin \varepsilon_1);$$

$$\Delta \dot{\vartheta} = \cos (\mu_\omega - \gamma) \Delta \omega - \omega \sin (\mu_\omega - \gamma) \Delta \mu_\omega;$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{H} &= [\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma)] \Delta V_x + V_x \{ [\alpha \sin \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma) + \\ &\quad + \cos \vartheta] \Delta \vartheta - \cos \vartheta \cos (\mu_\alpha - \gamma) \Delta \alpha + \alpha \cos \vartheta \sin (\mu_\alpha - \gamma) \Delta \mu_\alpha \}. \end{aligned}$$

Величина ΔP определяется соотношением (4.4), а величины ΔR_x , ΔR_y , ΔR_z , ΔM_y и ΔM_z — соотношениями (4.5), (4.6), (4.7), (4.13) и (4.14) при $\delta_\theta \equiv 0$.

Пространственное движение. При $m_{x_{к.о}} \neq 0$ необходимо рассматривать полные уравнения возмущенного движения ракеты. Анализ этих уравнений показывает, что влияние момента крена будет наибольшим в том случае, когда в исходном режиме полета плоскость угла атаки совпадает с одной из плоскостей симметрии ракеты. Действительно, так как основную роль во взаимосвязи каналов управления играет движение крена, а возмущения по крену оказывают наибольшее влияние непосредственно на изменение полярных углов, в частности угла μ_α , что видно из уравнения (4.3), то влияние аэродинамических перекрестных связей на движение ракеты наиболее сказывается через зависимость этих связей от полярных углов.

Из выражений для коэффициентов момента крена от косого обдува (1.50) и (1.51) видно, что экстремальные значения $m_x^{\mu_\alpha}$ и $m_x^{\mu_\delta}$ имеют место тогда, когда величины μ_α и μ_δ одновременно равны нулю или $k \frac{\pi}{4}$ ($k=1, 2, \dots$). Исключение в этом отношении представляет первая гармоника момента крена от косого обдува рулей, производные которой по μ_α и μ_δ максимальны при любых μ_α и μ_δ , удовлетворяющих условию $\sin(\mu_\delta - \mu_\alpha) = 0$.

Далее, величина $m_{x_{к.о}}$ обычно возрастает с увеличением углов атаки и углов отклонения рулей. Если при этом учесть, что при одной и той же величине избыточной перегрузки максимальные углы атаки и углы отклонения рулей реализуются при маневре в вертикальной плоскости, то становится ясным, что наибольший интерес представляет изучение пространственного возмущенного движения в том случае, когда опорная траектория лежит в вертикальной плоскости. В этом случае (см. § 4, гл. III) в установившемся движении плоскость управления, плоскость угла атаки и плоскость маневра совпадают с плоскостью симметрии ракеты и поэтому частные производные c_x , c_y , m_z и P по полярным углам μ_α и μ_δ , а также величины c_z , m_x , m_y и их производные по α и δ равны нулю¹⁾.

В результате уравнения для $\Delta \dot{V}_x$, $\Delta \dot{\alpha}$, $\Delta \dot{\omega}$, $\Delta \dot{\theta}$ и $\Delta \dot{H}$ не зависят от переменных $\Delta \mu_\alpha$, $\Delta \mu_\omega$, $\Delta \omega_x$ и $\Delta \gamma$, а уравнения для $\Delta \mu_\alpha$, $\Delta \mu_\omega$, $\Delta \dot{\omega}_x$ и $\Delta \dot{\gamma}$ не зависят от переменных $\Delta \alpha$, $\Delta \omega$, $\Delta \theta$, ΔV_x , ΔM и Δq . Поэтому полные уравнения возмущенного движения (4.1) — (4.18) могут быть разделены на две независимые системы уравнений.

Одна система уравнений определяет возмущенное движение ракеты в плоскости симметрии и включает уравнения (4.1), (4.2),

¹⁾ Независимость величины ΔP от $\Delta \mu_\alpha$ при балансировке в плоскости симметрии следует из свойств функции $P(\mu_\alpha)$, которые здесь не рассматриваются.

(4.10), (4.15¹) и (4.18). При маневре в вертикальной плоскости эта система уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{V}_x &= \frac{\Delta R_x + \Delta P}{m} - g \cos \vartheta \Delta \vartheta - V_x \omega \Delta \alpha - V_x \alpha \Delta \omega - \alpha \omega \Delta V_x; \\ \Delta \dot{\alpha} &= -\frac{\Delta R_{\tilde{y}}}{m V_x} - \frac{g}{V_x} \sin \vartheta \cos \mu_a^* \Delta \vartheta + \Delta \omega - \frac{\dot{V}_x}{V_x} \Delta \alpha - \\ &\quad - \alpha \frac{\Delta \dot{V}_x}{V_x} + \omega \frac{\Delta V_x}{V_x}; \\ \Delta \dot{\omega} &= \frac{\Delta M_{\tilde{z}}}{J}; \\ \Delta \dot{\vartheta} &= \cos \mu_\omega^* \Delta \omega; \\ \Delta \dot{H} &= (\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta \cos \mu_a^*) \Delta V_x + (\cos \vartheta + \alpha \sin \vartheta \cos \mu_a^*) \times \\ &\quad \times V_x \Delta \vartheta - V_x \cos \vartheta \cos \mu_a^* \Delta \alpha, \end{aligned} \right\} (4.24)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{\partial P}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial P}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial P}{\partial M} \Delta M; \\ \Delta R_x &= -qS \left(\frac{\partial c_x}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial c_x}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial c_x}{\partial M} \Delta M + c_x \frac{\Delta q}{q} \right); \\ \Delta R_{\tilde{y}} &= qS \left(\frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial M} \Delta M + c_{\tilde{y}} \frac{\Delta q}{q} \right); \\ \Delta M_{\tilde{z}} &= qS b_A \left(\frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial M} \Delta M \right). \end{aligned}$$

В уравнениях (4.24) величины Δq и ΔM определяются из соотношений (4.16), а при больших перегрузках ($n > \cos \vartheta$) μ_a^* и μ_ω^* одновременно равны либо нулю, когда исходная траектория обращена выпуклостью вниз, либо π , когда исходная траектория обращена выпуклостью вверх.

Как видно, уравнения возмущенного движения в плоскости симметрии (4.23) аналогичны уравнениям продольного возмущенного движения [7], [19]. Характерной особенностью колебаний в плоскости симметрии является их независимость от возмущений ракеты по крену.

Другая система уравнений (4.3), (4.9), (4.11), (4.15²) определяет колебания ракеты по крену и связанные с ними колебания плоскости угла атаки и плоскости маневра относительно ракеты. Эта система уравнений характеризует взаимодействие продольно-бокового движения с движением крена, возникающее

вследствие зависимости момента крена от углов атаки и углов отклонения рулей. Эти уравнения можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \alpha \Delta \dot{\mu}_\alpha &= \frac{\Delta R_z}{mV_x} + \alpha \Delta \omega_x - \left(\omega + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^* \right) \Delta \mu_\alpha + \omega \Delta \mu_\omega + \\ &\quad + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^* \Delta \gamma; \\ \omega \Delta \dot{\mu}_\omega &= \frac{\Delta M_y}{J} + \left(1 - \frac{J_x}{J} \right) \omega \Delta \omega_x; \\ \Delta \dot{\omega}_x &= \frac{\Delta M_x}{J_x}; \\ \Delta \dot{\gamma} &= \Delta \omega_x - \omega \operatorname{tg} \vartheta \cos \mu_\omega^* \Delta \mu_\omega + \omega \operatorname{tg} \vartheta \cos \mu_\omega^* \Delta \gamma, \end{aligned} \right\} (4.25)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta R_z &= qS \left(\frac{\partial c_z}{\partial \mu_\alpha} \Delta \mu_\alpha + \frac{\partial c_z}{\partial \mu_\delta} \Delta \mu_\delta + \frac{\partial c_z}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 \right); \\ \Delta M_x &= qSl \left(\frac{\partial m_x}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial m_x}{\partial \omega_x} \Delta \omega_x + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} \Delta \mu_\alpha + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} \Delta \mu_\delta \right); \\ \Delta M_y &= qSb_A \left(\frac{\partial m_y}{\partial \mu_\alpha} \Delta \mu_\alpha + \frac{\partial m_y}{\partial \mu_\delta} \Delta \mu_\delta + \frac{\partial m_y}{\partial \mu_\omega} \Delta \mu_\omega + \frac{\partial m_y}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 \right). \end{aligned}$$

Величины μ_α^* и μ_ω^* для этих уравнений определяются так же, как и для уравнений (4.24).

Как указывалось, система уравнений (4.25) характеризует взаимодействие продольно-бокового движения с движением крена. Хотя это взаимодействие возникает вследствие зависимости момента крена от углов атаки и углов отклонения рулей, на него оказывают влияние и другие перекрестные связи, такие как зависимость боковой силы и бокового момента от угла отклонения элеронов и аэродинамическое взаимовлияние каналов тангажа и курса. В дальнейшем уравнения (4.25) будем называть уравнениями взаимосвязи каналов управления ракеты.

Рассмотрим кратко качественный характер движения, соответствующего уравнениям (4.25). Характерной особенностью уравнений взаимосвязи является их независимость от возмущений суммарного угла атаки α , угловой скорости ω , скорости полета V и скоростного напора q . Таким образом, возмущенное движение, соответствующее уравнениям взаимосвязи каналов управления, является, по существу, короткопериодическим движением.

Поскольку в возмущенном движении, определяемом уравнениями (4.25), суммарный угол атаки α и угловая скорость ω остаются постоянными, то колебания по крену приводят лишь к

перераспределению составляющих этих величин по каналам управления ракеты.

Примеры переходных процессов при возмущении полярного угла μ_α показаны на рис. 4.2 для случая балансировки в биссекторной плоскости и в плоскости крыла. Как видно, при исходной балансировке в канале тангажа (рис. 4.2, б) колебания по крену вызывают

главным образом изменение угла атаки в канале курса ($\alpha_2 \sim V_2$), в то время как при исходной балансировке в биссекторной плоскости (рис. 4.2, а) в равной мере изменяются углы атаки в обоих каналах управления. Приведенный пример показывает, что если для анализа пространственного возмущенного движения ракеты используются обычные уравнения движения, то предположение о постоянстве угла атаки в каком-либо одном канале управления может быть сделано только в том случае, если балансировочный угол атаки в другом канале управления равен нулю.

Из рис. 4.2 видно, что при балансировке в биссекторной плоскости колебания α_1 и α_2 происходят в противофазе, а при балансировке в плоскости крыла угол атаки в этой плоскости изменяется с частотой, в два раза большей частоты колебаний по крену.

Как видно из (4.25), при переходе в уравнениях движения к цилиндрическим координатам значительно упрощается анализ влияния перекрестных связей, поскольку, во-первых, понижается порядок уравнений и, во-вторых, уменьшается количество параметров, определяющих влияние перекрестных связей. Так, влияние момента крена от косою обдува зависит только от двух величин — производных этого момента по μ_α и μ_δ .

Для выделения из полных уравнений движения уравнений взаимосвязи каналов необходимо, чтобы в исходном режиме по-

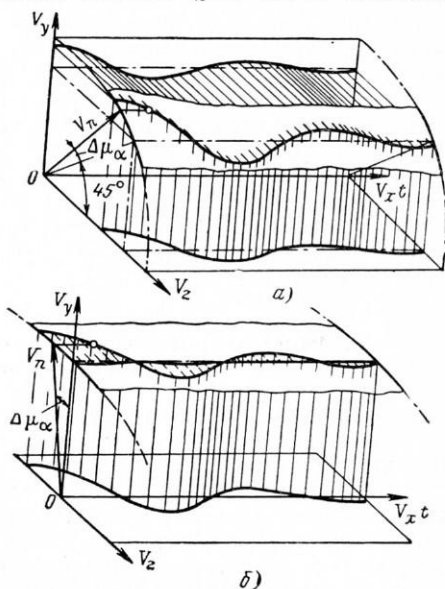


Рис. 4.2. Качественный характер изменения углов атаки в каналах управления, вызываемого колебаниями по крену при исходной балансировке в биссекторной плоскости (а) и в плоскости крыла (б)

лета были равны нулю величины $\sin \varepsilon$, $\sin \varepsilon_1$ и δ_3 , а также производные коэффициентов боковой силы $c_{\tilde{z}}$ и бокового момента $m_{\tilde{y}}$ по углу атаки и производные коэффициентов подъемной силы $c_{\tilde{y}}$ и продольного момента $m_{\tilde{z}}$ по полярному углу μ_α . В тех случаях, когда аэродинамические силы и моменты обладают свойством круговой симметрии, эти условия выполняются независимо от балансировочного значения μ_α и, следовательно, при маневре в вертикальной плоскости уравнения разделяются при любом исходном значении угла крена.

Если маневр выполняется в произвольной плоскости, то $\varepsilon_1 \neq 0$ и $\sin \varepsilon \neq 0$. Поэтому строгого разделения уравнений получить не удастся. В этом случае уравнения (4.25) тем точнее отражают истинную взаимосвязь движений тангажа, курса и крена, чем меньше в исходном режиме полета абсолютные значения величин $\sin \varepsilon$, $\sin \varepsilon_1$ и δ_3 , т. е. чем слабее круговая несимметрия аэродинамических сил и моментов и чем больше установившееся значение поперечной перегрузки.

2.2. Передаточные функции ракеты при движении в плоскости симметрии

При заданных углах отклонения рулей возмущенное движение ракеты в плоскости симметрии описывается системой пяти линейных дифференциальных уравнений (4.24). Эти уравнения определяют изменения угла атаки, угловой скорости и угла тангажа, скорости и высоты полета в возмущенном движении и, как указывалось, по форме аналогичны уравнениям продольного возмущенного движения самолета или ракеты. Динамические свойства летательных аппаратов, как пилотируемых, так и беспилотных, в продольном движении изучены достаточно подробно, поэтому при получении передаточных функций воспользуемся уже имеющимися результатами (см. например, [7], [18], [19]).

Для оценки управляемости и динамической устойчивости ракеты в продольном движении наибольший интерес представляет изучение характера переходных процессов по углу атаки, угловой скорости тангажа и перегрузке. Так как после приложения управляющего воздействия $\Delta \delta$ новое балансировочное значение угла атаки (соответственно, и угловой скорости, и перегрузки) достигается в течение небольшого промежутка времени T , сравнимого с периодом колебаний по углу атаки, то в практических расчетах при $0 < t \leq T$ можно считать, что скорость и высота полета являются известными функциями времени, определяемыми движением ракеты вдоль опорной траектории. Кроме того, можно пренебрегать влиянием силы тяжести на характер изменения $\Delta \alpha$ и $\Delta \omega$.

Получим уравнения для $\Delta\alpha$ и $\Delta\omega$, для чего подставим величины \dot{V}_x (3.52¹), ω (3.52²), ΔV_x (4.17²) и $\Delta\dot{V}_x$ (4.24¹) в уравнение (4.24²):

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\alpha} = & -\frac{\Delta R_{\tilde{y}}}{mV_x} - \frac{\alpha}{mV_x}(\Delta R_x + \Delta P) + \frac{1}{V_x(1+\alpha^2)} \times \\ & \times \left[\frac{1}{m}(\alpha R_{\tilde{y}} - R_x - P) + g(\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^*) \right] \Delta\alpha + \\ & + (1+\alpha^2)\Delta\omega + \frac{g}{V_x}(\alpha \cos \vartheta - \sin \vartheta \cos \mu_\alpha^*)\Delta\vartheta + \\ & + \frac{1}{V_x V} \left[\frac{R_{\tilde{y}}}{m} + \frac{\alpha}{m}(R_x + P) - g(\alpha \sin \vartheta + \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^*) \right] \Delta V. \end{aligned}$$

Если пренебречь влиянием силы тяжести и считать величины V , H и P заданными функциями времени, то это уравнение можно представить в виде

$$\Delta\dot{\alpha}_k = -\frac{\Delta R_{\tilde{y}V}}{mV} - \frac{P}{mV} \cos \alpha_k \Delta\alpha_k + \Delta\omega,$$

где $R_{\tilde{y}V} = qS c_{\tilde{y}V}$ — нормальная к вектору скорости составляющая аэродинамической силы, лежащей в плоскости угла атаки:

$$c_{\tilde{y}V} = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}(c_{\tilde{y}} - c_x \alpha) = c_{\tilde{y}} \cos \alpha_k - c_x \sin \alpha_k.$$

В рассматриваемом случае в уравнениях для $\Delta\alpha_k$ и для $\Delta\omega$ (4.24³) величины $\Delta R_{\tilde{y}V}$ и ΔM_z удобно представить в виде функций угла атаки корпуса, использовав подстановку $\alpha = \operatorname{tg} \alpha_k$. Тогда получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta\dot{\alpha}_k &= \Delta\omega - a_4' \Delta\alpha_k - a_5' \Delta\delta; \\ \Delta\dot{\omega} &= -a_1 \Delta\omega - a_2' \Delta\alpha_k + a_3' \Delta\delta, \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= -\frac{qSb_A}{J} m_z^{\omega z}; \\ a_2' &= -\frac{qSb_A}{J} \frac{\partial m_z}{\partial \alpha_k} = -(1+\alpha^2) \frac{qSb_A}{J} \frac{\partial m_z}{\partial \alpha}; \\ a_3' &= \frac{qSb_A}{J} \frac{\partial m_z}{\partial \delta}; \\ a_4' &= \frac{qS}{mV} \frac{\partial c_{\tilde{y}V}}{\partial \alpha_k} + \frac{P}{mV} \cos \alpha_k = (1+\alpha^2) \frac{qS}{mV} \frac{\partial c_{\tilde{y}V}}{\partial \alpha} + \frac{P}{mV} \cos \alpha_k; \\ a_5' &= \frac{qS}{mV} \frac{\partial c_{\tilde{y}V}}{\partial \delta}. \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Если в отличие от принятых выше обозначений считать, что α_k — угол атаки в канале тангажа, δ — угол отклонения руля высоты, ω — угловая скорость тангажа, то уравнения (4.26) будут представлять собой известные уравнения продольных короткопериодических колебаний.

Считая коэффициенты a_i постоянными, перейдем в этих уравнениях к изображениям по Лапласу при нулевых начальных условиях и разрешим полученные уравнения относительно $\Delta\alpha_k(p)$ и $\Delta\omega(p)$. В результате получим следующие передаточные функции ракеты при движении в плоскости симметрии:

$$\left. \begin{aligned} F'_0(p) \Delta\alpha_k(p) &= N'_\alpha(p) \Delta\delta(p); \\ F'_0(p) \Delta\omega(p) &= N'_\omega(p) \Delta\delta(p), \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

где

$$\begin{aligned} F'_0(p) &= p^2 + (a_1 + a_4) p + a_2 + a_1 a_4; \\ N'_\alpha(p) &= -a_5 p + a_3 - a_1 a_5; \\ N'_\omega(p) &= a_3 p + a_2 a_5 + a_3 a_4. \end{aligned}$$

Получим передаточную функцию для поперечной перегрузки ракеты. Так как $n = \frac{qS}{G} c_{\tilde{y}}$, то для определения величины $\Delta n(p)$ имеем соотношение

$$\Delta n(p) = \frac{qS}{G} \left[\frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \alpha_k} \Delta\alpha_k(p) + \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \delta} \Delta\delta(p) \right].$$

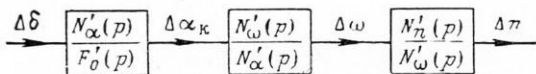


Рис. 4.3. Структурная схема, соответствующая уравнениям движения в плоскости симметрии при $\Delta\delta = \Delta\delta(t)$

Подставляя сюда значение $\Delta\alpha_k(p)$ из (4.28¹), получаем

$$F'_0(p) \Delta n(p) = N'_n(p) \Delta\delta(p), \quad (4.29)$$

где

$$\begin{aligned} N'_n(p) &= \frac{V}{g} [a_5'' p^2 + (a_1 a_5'' + a_4' a_5'' - a_5' a_4'') p + a_2' a_5'' + \\ &+ a_3' a_4'' + a_1 (a_4' a_5'' - a_4'' a_5')]; \end{aligned}$$

$$a_4'' = \frac{qS}{mV} \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \alpha_k}; \quad a_5'' = \frac{qS}{mV} \frac{\partial c_{\tilde{y}}}{\partial \delta}.$$

Семь коэффициентов передаточной функции (4.29), характеризующих влияние схемы ракеты на переходные процессы, можно свести по существу к одному параметру $n_\delta/n_\Sigma = \frac{V}{g} a_5'' F'_0(0)/N'_n(0)$. Здесь n_δ — перегрузка, создаваемая управляющей силой, n_Σ — суммарная перегрузка в установившемся движении [1].

Структурная схема, соответствующая уравнениям (4.28) и (4.29), показана на рис. 4.3.

2.3. Передаточные функции ракеты в продольно-боковом движении

При определении передаточных функций ракеты в продольно-боковом движении воспользуемся предположениями, которые были сделаны в отношении величины тяги, скорости и высоты полета и влияния силы тяжести в п. 2.2. Если преобразовать уравнения (4.23²) и (4.23³) аналогично тому, как это было сделано с уравнением (4.24²), то получим из (4.23) следующую систему уравнений четвертого порядка:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\alpha}_k &= -\frac{\Delta R_{yV}}{mV} - \frac{P}{mV} \cos \alpha_k \Delta \alpha_k + \cos \varepsilon_1 \Delta \omega + \\ &+ \omega \sin \varepsilon_1 \Delta \mu_\alpha - \omega \sin \varepsilon_1 \Delta \mu_\omega; \\ \alpha \Delta \dot{\mu}_\alpha &= \frac{\Delta R_z}{mV_x} - \alpha \omega \sin \varepsilon_1 \Delta \alpha_k - \frac{1}{mV} (R_{yV} + P \sin \alpha_k) \Delta \mu_\alpha + \\ &+ \omega \cos \varepsilon_1 \Delta \mu_\omega + \sin \varepsilon_1 \Delta \omega; \\ \Delta \dot{\omega} &= \frac{1}{J} (\Delta M_z \cos \varepsilon_1 + \Delta M_y \sin \varepsilon_1); \\ \omega \Delta \dot{\mu}_\omega &= \frac{1}{J} (\Delta M_y \cos \varepsilon_1 - \Delta M_z \sin \varepsilon_1). \end{aligned}$$

В дальнейшем ограничимся такими опорными траекториями, для которых угол ε_1 мал. Условие малости угла ε_1 выполняется в двух случаях: когда плоскость маневра близка к вертикальной плоскости или когда при маневре в произвольной плоскости поперечная перегрузка значительно больше величины $\cos \theta$. Отбрасывая в приведенных выше уравнениях члены, пропорциональные $\sin \varepsilon_1$, и полагая $\cos \varepsilon_1 = 1$, получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{\alpha}_k &= -a_{11} \Delta \alpha_k - a_{12} \alpha \Delta \mu_\alpha + \Delta \omega - a_{15} \delta - a_{16} \delta \Delta \mu_\omega; \\ \alpha \Delta \dot{\mu}_\alpha &= -a_{21} \Delta \alpha_k - a_{22} \alpha \Delta \mu_\alpha + \omega \Delta \mu_\omega - a_{25} \delta - a_{26} \delta \Delta \mu_\omega; \\ \Delta \dot{\omega} &= -a_{31} \Delta \alpha_k - a_{32} \alpha \Delta \mu_\alpha - a_{33} \Delta \omega + a_{35} \delta + a_{36} \delta \Delta \mu_\omega; \\ \omega \Delta \dot{\mu}_\omega &= -a_{41} \Delta \alpha_k - a_{42} \alpha \Delta \mu_\alpha - a_{44} \omega \Delta \mu_\omega + a_{45} \delta + a_{46} \delta \Delta \mu_\omega, \end{aligned} \right\} (4.30)$$

где

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{1}{mV} \left(qS \frac{\partial c_{\tilde{y}V}}{\partial \alpha_K} + P \cos \alpha_K \right); & a_{12} &= \frac{qS}{mV\alpha} \frac{\partial c_{\tilde{y}V}}{\partial \mu_\alpha}; \\
 a_{15} &= \frac{qS}{mV} \frac{\partial c_{\tilde{y}V}}{\partial \delta}; & a_{16} &= \frac{qS}{mV\delta} \frac{\partial c_{\tilde{y}V}}{\partial \mu_\delta}; \\
 a_{21} &= -\frac{qS}{mV_x} \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \alpha_K}; \\
 a_{22} &= -\frac{1}{mV\alpha} \left(\frac{qS}{\cos \alpha_K} \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\alpha} - qS c_{\tilde{y}V} - P \sin \alpha_K \right); \\
 a_{25} &= -\frac{qS}{mV_x} \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \delta}; & a_{26} &= -\frac{qS}{mV_x \delta} \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\delta}; \\
 a_{31} &= -\frac{qS b_A}{J} \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \alpha_K}; & a_{32} &= -\frac{qS b_A}{J\alpha} \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\alpha}; \\
 a_{33} &= -\frac{qS b_A}{J} \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \omega} = -\frac{qS b_A}{J} \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \omega_z}; \\
 a_{35} &= \frac{qS b_A}{J} \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \delta}; & a_{36} &= \frac{qS b_A}{J\delta} \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\delta}; \\
 a_{41} &= -\frac{qS b_A}{J} \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \alpha_K}; & a_{42} &= -\frac{qS b_A}{J\alpha} \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \mu_\alpha}; \\
 a_{44} &= -\frac{qS b_A}{J\omega} \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \mu_\omega} = -\frac{qS b_A}{J} \frac{\partial m_{\tilde{z}}}{\partial \omega_z}; \\
 a_{45} &= \frac{qS b_A}{J} \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \delta}; & a_{46} &= \frac{qS b_A}{J\delta} \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \mu_\delta}.
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Перейдем в уравнениях (4.30) к изображениям по Лапласу, считая начальные условия нулевыми, а коэффициенты a_{ij} постоянными, и разрешим первое и третье уравнения относительно $\Delta \alpha_K(p)$, а второе и четвертое уравнения — относительно $\Delta \mu_\alpha(p)$. В результате получим следующие передаточные функции ракеты, учитывающие аэродинамическое взаимовлияние каналов тангажа и курса:

$$\begin{aligned}
 F_{01}(p) \Delta \alpha_K(p) &= N_1^{\delta}(p) \Delta \delta(p) + \delta N_1^{\mu_\delta}(p) \Delta \mu_\delta(p) - \\
 &\quad - \alpha N_1^{\mu_\alpha}(p) \Delta \mu_\alpha(p); \\
 F_{02}(p) \Delta \mu_\alpha(p) &= \frac{\delta}{\alpha} N_2^{\mu_\delta}(p) \Delta \mu_\delta(p) + \frac{1}{\alpha} N_2^{\delta}(p) \Delta \delta(p) - \\
 &\quad - \frac{1}{\alpha} N_2^{\alpha}(p) \Delta \alpha_K(p),
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

где

$$F_{01}(p) = p^2 + (a_{11} + a_{33})p + a_{31} + a_{11}a_{33};$$

$$F_{02}(p) = p^2 + (a_{22} + a_{44})p + a_{42} + a_{22}a_{44};$$

$$N_1^{\delta}(p) = -a_{15}p + a_{35} - a_{15}a_{33};$$

$$N_1^{\mu_{\delta}}(p) = -a_{16}p + a_{36} - a_{16}a_{33};$$

$$N_1^{\alpha}(p) = a_{12}p + a_{32} + a_{12}a_{33};$$

$$N_2^{\delta}(p) = -a_{25}p + a_{45} - a_{25}a_{44};$$

$$N_2^{\mu_{\delta}}(p) = -a_{26}p + a_{46} - a_{26}a_{44};$$

$$N_2^{\alpha}(p) = a_{21}p + a_{41} + a_{21}a_{44}.$$

Структурная схема, соответствующая уравнениям (4.32), показана на рис. 4.4.

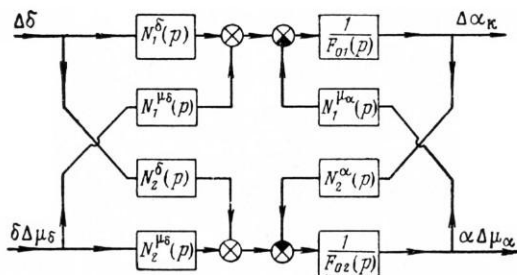


Рис. 4.4. Структурная схема взаимосвязи каналов тангажа и курса при движении с постоянным углом крена

На первый взгляд может показаться, что коль скоро движение крена не учитывается удобнее было бы использовать обычные уравнения движения в декартовых координатах. Тем не менее анализ влияния перекрестных связей на движение ракеты при переходе к полярным переменным упрощается и в этом случае, что будет видно из дальнейшего. Если же аэродинамическое взаимовлияние каналов тангажа и курса отсутствует, то предпочтительнее использовать обычные уравнения движения в декартовых координатах.

2.4. Передаточные функции ракеты в пространственном движении

Передаточные функции ракеты в пространственном движении могут быть получены при помощи уравнений взаимосвязи каналов (4.25). При составлении этих передаточных функций воспользуемся следующим упрощением.

Величина установившейся скорости вращения ω обычно невелика даже для маневренных ракет. Поэтому, если ограничиться умеренными величинами углов тангажа θ , для которых значение $\text{tg } \theta$ не превышает одной-двух единиц, то в (4.25⁴) можно не учитывать члены, содержащие $\omega \text{tg } \theta$, и рассматривать уравнение для $\dot{\gamma}$ в виде $\Delta \dot{\gamma} = \Delta \omega_x$.

Положим в уравнениях (4.25) $\Delta \dot{\gamma} = \Delta \omega_x$ и перейдем к полярным углам $\Delta \mu_\alpha^*$, $\Delta \mu_\omega^*$ и $\Delta \mu_\delta^*$, определяемым по формулам $\Delta \mu_x^* = \Delta \mu_\alpha - \Delta \gamma$ ($x = \alpha, \omega, \delta$), т. е. будем рассматривать колебания плоскости угла атаки, плоскости маневра и плоскости управления не относительно ракеты, а относительно Земли. В результате, учитывая (3.52), получим уравнения

$$\left. \begin{aligned} \alpha \Delta \dot{\mu}_\alpha^* &= -a_4 \alpha \Delta \mu_\alpha^* + \omega \Delta \mu_\omega^* - a_5 \delta \Delta \mu_\delta^* + \frac{\partial r_z}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \bar{d}_{00} \alpha \Delta \delta_9; \\ \omega \Delta \dot{\mu}_\omega^* &= -a_1 \omega \Delta \mu_\omega^* - a_2 \alpha \Delta \mu_\alpha^* + a_3 \delta \Delta \mu_\delta^* + \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \\ &\quad + \bar{e}_{00} \alpha \Delta \delta_9 - \frac{J_x}{J} \omega \Delta \omega_x; \\ \delta \Delta \dot{\mu}_\delta^* &= -c_1 \Delta \omega_x - c_2 \Delta \delta_9 + c_3 \Delta \mu_\alpha^* + c_4 \Delta \mu_\delta^* + \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \Delta \gamma; \\ \Delta \dot{\gamma} &= \Delta \omega_x. \end{aligned} \right\} (4.33)$$

В этих уравнениях приняты следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= -\frac{qSb_A}{J} m_z^{\omega z}; \\ a_2 &= -\frac{qSb_A}{J_\alpha} \left[b_{00} + (b_{11}^{(1)} - e_{11}^{(1)}) \cos \varepsilon + m_{z1} + \frac{\partial m_{y1}}{\partial \mu_\alpha} \right]; \\ a_3 &= \frac{qSb_A}{J_\delta} \left[e_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + \frac{\partial m_{y1}}{\partial \mu_\delta} \right]; \\ a_4 &= \frac{qS}{m\alpha V_x} \left[c_{00} + (c_{11}^{(1)} + d_{11}^{(1)}) \cos \varepsilon + c_{y1} - \frac{\partial c_{z1}}{\partial \mu_\alpha} \right] + \frac{\dot{V}_x}{V_x}; \end{aligned} \right\} (4.34)$$

$$\left. \begin{aligned}
 a_5 &= -\frac{qS}{m\delta V_x} \left(d_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + \frac{\partial c_{z1}}{\partial \mu_{\delta}} \right); \\
 c_1 &= -\frac{qSl}{J_x} m_x^{\omega}; & c_2 &= -\frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \delta_3}; \\
 c_3 &= \frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \mu_z}; & c_4 &= \frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\delta}}; \\
 \bar{e}_{00} &= \frac{qSb_A}{J_z} e_{00}; & \bar{d}_{00} &= \frac{qS}{m\alpha V_x} d_{00};
 \end{aligned} \right\} (4.34)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} &= \frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \gamma}; & \frac{\partial m_x}{\partial \gamma} &= \frac{\partial m_x}{\partial \mu_z} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\delta}}; \\
 \frac{\partial f_{\tilde{y}}}{\partial \gamma} &= \frac{qSb_A}{J} \frac{\partial m_{y1}}{\partial \gamma}; & \frac{\partial m_{y1}}{\partial \gamma} &= \frac{\partial m_{y1}}{\partial \mu_z} + \frac{\partial m_{y1}}{\partial \mu_{\delta}}; \\
 \frac{\partial r_{\tilde{z}}}{\partial \gamma} &= \frac{qS}{mV_x} \frac{\partial c_{z1}}{\partial \gamma}; & \frac{\partial c_{z1}}{\partial \gamma} &= \frac{\partial c_{z1}}{\partial \mu_z} + \frac{\partial c_{z1}}{\partial \mu_{\delta}}.
 \end{aligned} \right\} (4.35)$$

В дальнейшем используются главным образом уравнения движения (4.33). Поэтому в выражениях для динамических коэффициентов a_2 , a_3 , a_4 и a_5 выделены величины $c_{\tilde{y}1}$, $c_{\tilde{z}1}$, $m_{\tilde{y}1}$ и $m_{\tilde{z}1}$, характеризующие круговую несимметрию поперечной силы и продольно бокового момента. В общем случае коэффициенты a_2 , a_3 , a_4 , a_5 определяются так же, как, соответственно, и коэффициенты a_{42} , a_{46} , a_{22} , a_{26} в уравнениях (4.30).

То, что сумма производных некоторого аэродинамического коэффициента a по переменным μ_z и μ_{δ} обозначена в (4.35) символом $\frac{\partial a}{\partial \gamma}$, означает, что эта сумма представляет собой частную производную коэффициента a по углу крена. Покажем, что это действительно так.

При постоянных значениях α и δ , считая μ_z и μ_{δ} функциями γ , можно записать

$$\frac{\partial a}{\partial \gamma} = \frac{\partial a}{\partial \mu_z} \frac{\partial \mu_z}{\partial \gamma} + \frac{\partial a}{\partial \mu_{\delta}} \frac{\partial \mu_{\delta}}{\partial \gamma}. \quad (4.36)$$

Так как $\mu_z = \mu_z^* + \gamma$, $\mu_{\delta} = \mu_{\delta}^* + \gamma$, то при постоянных значениях μ_z^* и μ_{δ}^* имеем $\frac{\partial \mu_z}{\partial \gamma} = \frac{\partial \mu_{\delta}}{\partial \gamma} = 1$, и выражение (4.36) принимает вид

$$\frac{\partial a}{\partial \gamma} = \frac{\partial a}{\partial \alpha_\alpha} + \frac{\partial a}{\partial \alpha_\beta}. \quad (4.37)$$

Таким образом, величина $\frac{\partial a}{\partial \gamma}$ представляет собой производную аэродинамического коэффициента a по углу крена при постоянных значениях α и β и неизменном положении в пространстве плоскости угла атаки и плоскости управления.

В том случае, когда аэродинамическая сила или момент обладают свойством круговой симметрии, величина $\frac{\partial a}{\partial \gamma}$ равна нулю, так как, по определению, при круговой симметрии a не зависит от γ . Поэтому величины производных аэродинамических коэффициентов m_x , c_z и m_y по углу крена, вычисленные по соотношениям, аналогичным (4.37), являются мерой круговой несимметрии аэродинамических характеристик, которая определяет влияние этой несимметрии на пространственное движение ракеты. Роль этих производных в пространственном движении ракеты видна непосредственно из уравнений (4.33): если угол отклонения элеронов не влияет на боковую силу и боковой момент, то в случае круговой симметрии аэродинамических сил и моментов первые два уравнения практически не зависят от уравнений движения крена, так как величина $\frac{J_x}{J} \omega$ мала.

Примечательно, что коль скоро связь этих уравнений при $\frac{\partial a}{\partial \gamma} \neq 0$ существует, ее влияние не зависит от того, возникает ли она вследствие нелинейности c_y , c_z , m_y и m_z при независимых каналах тангажа и курса или же вследствие их аэродинамического взаимовлияния.

Как указывалось, уравнения (4.25) и, следовательно, соответствующие им уравнения (4.33) определяют быстрые движения ракеты около центра масс. Для исследования быстрых движений около центра масс ракеты, описываемых дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами, воспользуемся методом «замороженных» коэффициентов, в основу которого положено предположение, что за время переходного процесса в быстром движении переменные коэффициенты уравнений изменятся незначительно.

Перейдем в уравнениях (4.33) к изображениям по Лапласу при нулевых начальных условиях и разрешим уравнения (4.33¹) и (4.33²) относительно $\Delta \mu_z^*$ и $\Delta \mu_\omega^*$, а уравнения (4.33³) и (4.34⁴) относительно $\Delta \gamma$. В результате получим

$$\begin{aligned}
 F_0(p) \Delta \mu_\alpha^*(p) &= \frac{\delta}{\alpha} N_\alpha(p) \Delta \mu_\delta^*(p) + \frac{1}{\alpha} N_\alpha^\gamma(p) \Delta \gamma(p) + \\
 &+ N_\alpha^{\delta_3}(p) \Delta \delta_3(p); \\
 F_0(p) \Delta \mu_\omega^*(p) &= \frac{\delta}{\omega} N_\omega(p) \Delta \mu_\delta^*(p) + \frac{1}{\omega} N_\omega^\gamma(p) \Delta \gamma(p) + \\
 &+ \frac{\alpha}{\omega} N_\omega^{\delta_3}(p) \Delta \delta_3(p);
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

$$F_\gamma(p) \Delta \gamma(p) = -c_2 \Delta \delta_3(p) + c_3 \Delta \mu_\alpha^*(p) + c_4 \Delta \mu_\omega^*(p),$$

где

$$F_0(p) = p^2 + (a_1 + a_4)p + a_2 + a_1 a_4;$$

$$F_\gamma(p) = p^2 + c_1 p - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma};$$

$$N_\alpha(p) = -a_5 p + a_3 - a_1 a_5;$$

$$N_\omega(p) = a_3 p + a_3 a_4 + a_2 a_5;$$

$$N_\alpha^\gamma(p) = \left(\frac{\partial r_z}{\partial \gamma} - \frac{J_x}{J} \omega \right) p + \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} + \frac{\partial r_z}{\partial \gamma} a_1; \tag{4.39}$$

$$N_\alpha^{\delta_3}(p) = \bar{d}_{00} p + a_1 \bar{d}_{00} + \bar{e}_{00};$$

$$N_\omega^\gamma(p) = -\frac{J_x}{J} \omega p^2 + \left(\frac{\partial f_y}{\partial \gamma} - \frac{J_x}{J} a_4 \omega \right) p + a_4 \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} - a_2 \frac{\partial r_z}{\partial \gamma};$$

$$N_\omega^{\delta_3}(p) = \bar{e}_{00} p + a_4 \bar{e}_{00} - a_2 \bar{d}_{00}.$$

Структурная схема взаимосвязи каналов управления, соответствующая уравнениям (4.38), показана на рис. 4.5.

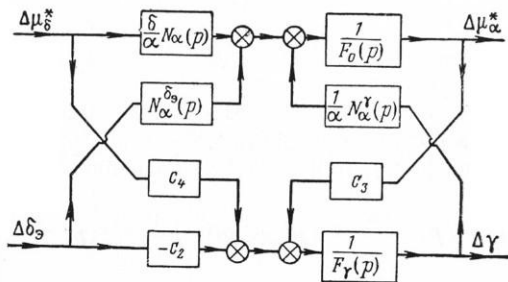


Рис. 4.5. Структурная схема взаимосвязи каналов тангажа, курса и крена при балансировке в плоскости симметрии

При исследовании возмущенного движения ракеты с автопилотом, осуществляющим стабилизацию перегрузок n_y и n_z , необходимо располагать уравнением для полярного угла $\mu_n = \operatorname{arctg} \frac{-n_z}{n_y}$, характеризующего положение вектора поперечной перегрузки \vec{n} ($n = \sqrt{n_y^2 + n_z^2}$) в связанных осях ракеты, либо уравнением для полярного угла $\mu_n^* = \mu_n - \gamma$, характеризующего отклонение вектора \vec{n} от вертикальной плоскости. При использовании уравнений пространственного движения ракеты в форме (4.33) или (4.38) удобнее рассматривать величину μ_n^* .

Получим уравнение для $\Delta \mu_n^*$.

Используя соотношения (3.12), получаем

$$\mu_n^* = \mu_\alpha^* + \operatorname{arctg} \frac{-c_{\tilde{z}}}{c_{\tilde{y}}}.$$

Так как при маневре в вертикальной плоскости $\mu_n^* = \mu_\alpha^*$, $c_{\tilde{z}} = 0$, то для возмущенного движения имеем

$$\Delta \mu_n^* = \Delta \mu_\alpha^* - \frac{\Delta c_{\tilde{z}}}{c_{\tilde{y}}},$$

или

$$\Delta \mu_n^* = \frac{1}{c_{\tilde{y}}} (c_{\tilde{y}} \Delta \mu_\alpha^* - \Delta c_{\tilde{z}}), \quad (4.40)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta c_{\tilde{z}} &= \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\alpha} \Delta \mu_\alpha + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\delta} \Delta \mu_\delta + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \delta_\vartheta} \Delta \delta_\vartheta = \\ &= \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\alpha} \Delta \mu_\alpha^* + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \mu_\delta} \Delta \mu_\delta^* + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \delta_\vartheta} \Delta \delta_\vartheta + \frac{\partial c_{\tilde{z}}}{\partial \gamma} \Delta \gamma. \end{aligned}$$

Если подставить в (4.40) это значение $\Delta c_{\tilde{z}}$ и значение $\Delta \mu_\alpha^*$ из уравнения (4.38¹) и преобразовать полученное уравнение с учетом соотношений (4.39), то придем к уравнению

$$\begin{aligned} F_0(p) \Delta \mu_n^*(p) &= \frac{\delta}{n} N_n(p) \Delta \mu_\delta^*(p) + \frac{1}{n} N_n^\gamma(p) \Delta \gamma(p) + \\ &+ \frac{\alpha}{n} N_n^{\delta_\vartheta}(p) \Delta \delta_\vartheta(p), \end{aligned} \quad (4.41)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 N_n(p) &= \frac{V_x}{g} \left[a_5 p^2 + a_5 \left(a_1 + \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) p + a_3 \left(a_4 - \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + a_5 \left(a_2 + a_1 \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) \right]; \\
 N_n^{\gamma}(p) &= -\frac{V_x}{g} \left\{ \frac{\partial r_z}{\partial \gamma} p^2 + \left[\frac{\partial r_z}{\partial \gamma} \left(a_1 + \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) + \frac{J_x}{J} \omega \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \left(a_4 - \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) \right] p + \frac{\partial r_z}{\partial \gamma} \left(a_2 + a_1 \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) - \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} \left(a_4 - \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) \right\}; \\
 N_n^{\delta}(p) &= -\frac{V_x}{g} \left[\bar{d}_{00} p^2 + \bar{d}_{00} \left(a_1 + \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) p + \right. \\
 &\quad \left. + \bar{d}_{00} \left(a_2 + a_1 \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) - \bar{e}_{00} \left(a_4 - \frac{\dot{V}_x}{V_x} \right) \right].
 \end{aligned} \right\} (4.42)$$

Величина n в (4.41) определяется из соотношения (3.52⁴).

§ 3. ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ КАНАЛОВ В ПРОДОЛЬНО-БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ

При анализе продольно-бокового движения с учетом аэродинамического взаимодействия каналов тангажа и курса воспользуемся уравнениями (4.32) и структурной схемой, показанной на рис. 4.4. Как видно, из-за наличия перекрестных связей изменения угла атаки корпуса $\Delta\alpha_k$ и ориентации плоскости угла атаки $\Delta\mu_\alpha$ в управляемых движениях зависят одновременно от двух управляющих воздействий $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta$. При постоянных значениях $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta$ колебания угла атаки корпуса, вызываемые, например, порывами ветра, будут приводить к колебаниям плоскости угла атаки, и наоборот, изменение $\Delta\mu_\alpha$ приводит к изменению $\Delta\alpha_k$.

Уравнения, связывающие величины $\Delta\alpha_k$ и $\Delta\mu_\alpha$ с управляющими воздействиями $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta$, имеют вид

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta\alpha_k(p) &= \frac{F_{02}(p) N_1^{\delta}(p) - N_1^{\mu_\alpha}(p) N_2^{\delta}(p)}{F_{01}(p) F_{02}(p) - N_1^{\mu_\alpha}(p) N_2^{\alpha}(p)} \Delta\delta(p) + \\
 &\quad + \delta \frac{F_{02}(p) N_1^{\mu_\delta}(p) - N_1^{\mu_\alpha}(p) N_2^{\mu_\delta}(p)}{F_{01}(p) F_{02}(p) - N_1^{\mu_\alpha}(p) N_2^{\alpha}(p)} \Delta\mu_\delta(p);
 \end{aligned} \right\} (4.43)$$

$$\Delta \mu_\alpha(p) = \frac{\delta}{\alpha} \frac{F_{01}(p) N_2^{\mu_\delta}(p) - N_2^\alpha(p) N_1^{\mu_\delta}(p)}{F_{01}(p) F_{02}(p) - N_1^{\mu_\alpha}(p) N_2^\alpha(p)} \Delta \mu_\delta(p) + \left. \begin{aligned} &+ \frac{1}{\alpha} \frac{F_{01}(p) N_2^\delta(p) - N_2^\alpha(p) N_1^\delta(p)}{F_{01}(p) F_{02}(p) - N_1^{\mu_\alpha}(p) N_2^\alpha(p)} \Delta \delta(p). \end{aligned} \right\} (4.43)$$

Рассмотрим возмущенное движение ракеты в следующих случаях:

- 1) аэродинамическая сила и момент обладают свойством круговой симметрии;
- 2) продольно-боковой момент имеет круговую несимметрию.

3.1. Случай круговой симметрии аэродинамических сил и моментов

Если подъемная сила и продольно-боковой момент обладают свойством круговой симметрии, то при балансировочных значениях μ_α и μ_δ

$$\frac{\partial m_z}{\partial \mu_\alpha} = \frac{\partial m_z}{\partial \mu_\delta} = \frac{\partial c_{yV}}{\partial \mu_\alpha} = \frac{\partial c_{yV}}{\partial \mu_\delta} = 0;$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial m_y}{\partial \delta} = \frac{\partial c_z}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial c_z}{\partial \delta} = 0,$$

и в соответствии с (4.31) и (4.32)

$$N_1^{\mu_\alpha}(p) = N_2^\alpha(p) = N_1^{\mu_\delta}(p) = N_2^\delta(p) = 0.$$

В этом случае соотношения (4.43) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta \alpha_k(p) &= \frac{N_1^\delta(p)}{F_{01}(p)} \Delta \delta(p); \\ \Delta \mu_\alpha(p) &= \frac{\delta}{\alpha} \frac{N_2^{\mu_\delta}(p)}{F_{02}(p)} \Delta \mu_\delta(p). \end{aligned} \right\} (4.44)$$

Таким образом, получается, что, хотя взаимосвязь каналов тангажа и курса существует, при круговой симметрии подъемной силы и продольно-бокового момента движение таково, что при любом балансировочном значении μ_α колебания плоскости угла атаки не зависят от колебаний угла атаки корпуса.

Следовательно, приходим к заключению, что в случае круговой симметрии аэродинамической силы и момента для устойчивости продольно-бокового движения с учетом взаимосвязи каналов тангажа и курса необходимо и достаточно, чтобы при ис-

ходной балансировке в канале тангажа были устойчивыми изолированные движения тангажа и рыскания. Известно, что если угол α меньше критического, то достаточным условием устойчивости этих двух движений будет обеспечение продольной и поперечной статической устойчивости. Коэффициенты поперечной и продольной статической устойчивости рассматриваются ниже в п. 3.3.

Предположим, что условия устойчивости выполняются и, кроме того, $a_{15} = a_{26} = 0$ и

$$\omega_1 > \xi_1, \quad \omega_2 > \xi_2,$$

где

$$\omega_1^2 = a_{31} + a_{11}a_{33}; \quad \xi_1 = \frac{1}{2}(a_{11} + a_{33});$$

$$\omega_2^2 = a_{42} + a_{22}a_{44}; \quad \xi_2 = \frac{1}{2}(a_{22} + a_{44}).$$

Тогда при ступенчатом изменении управляющих воздействий $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta$ решениями уравнений (4.44) будут

$$\Delta\alpha_K = A\Delta\delta \left[1 - e^{-\xi_1 t} \frac{\cos(\eta_1 t - \varphi_1)}{\cos \varphi_1} \right];$$

$$\Delta\mu_\alpha = \Delta\mu_\delta \left[1 - e^{-\xi_2 t} \frac{\cos(\eta_2 t - \varphi_2)}{\cos \varphi_2} \right],$$

где

$$\eta_1 = \sqrt{\omega_1^2 - \xi_1^2}; \quad \sin \varphi_1 = \frac{\xi_1}{\omega_1};$$

$$\eta_2 = \sqrt{\omega_2^2 - \xi_2^2}; \quad \sin \varphi_2 = \frac{\xi_2}{\omega_2};$$

A — тангенс угла наклона касательной к балансировочной кривой $\alpha = f(\delta)$ в точке балансировки:

$$A = \frac{a_{35}}{a_{31} + a_{11}a_{33}}.$$

Допустим, например, что управляющие воздействия $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta$ возникают в результате отклонения руля в канале тангажа при $\delta_2 = \text{const}$. Тогда

$$\Delta\delta = \cos \mu_\delta \Delta\delta_1;$$

$$\Delta\mu_\delta = -\sin \mu_\delta \frac{\Delta\delta_1}{\delta},$$

и если перейти к приращениям углов атаки в каналах тангажа и курса $\Delta\alpha_{1K}$ и $\Delta\alpha_{2K}$:

$$\Delta\alpha_{1K} = \frac{(1 + \alpha^2) \cos \mu_\alpha}{1 + \alpha^2 \cos^2 \mu_\alpha} \Delta\alpha_K - \frac{\alpha \sin \mu_\alpha}{1 + \alpha^2 \cos^2 \mu_\alpha} \Delta\mu_\alpha;$$

$$\Delta\alpha_{2K} = \frac{(1 + \alpha^2) \sin \mu_\alpha}{1 + \alpha^2 \sin^2 \mu_\alpha} \Delta\alpha_K + \frac{\alpha \cos \mu_\alpha}{1 + \alpha^2 \sin^2 \mu_\alpha} \Delta\mu_\alpha,$$

то получим

$$\Delta\alpha_{1к} = \pm \left[\frac{(1 + \alpha^2) \cos^2 \mu_\alpha}{1 + \alpha^2 \cos^2 \mu_\alpha} A x_1(t) + \frac{\alpha}{\delta} \frac{\sin^2 \mu_\alpha}{1 + \alpha^2 \cos^2 \mu_\alpha} x_2(t) \right] \Delta\delta_1;$$

$$\Delta\alpha_{2к} = \pm \frac{\sin^2 \mu_\alpha}{2(1 + \alpha^2 \sin^2 \mu_\alpha)} \left[(1 + \alpha^2) A x_1(t) - \frac{\alpha}{\delta} x_2(t) \right] \Delta\delta_1.$$

Здесь верхний знак соответствует ракетам схемы «утка», нижний — ракетам нормальной схемы, а

$$x_1(t) = 1 - e^{-\xi_1 t} \frac{\cos(\eta_1 t - \varphi_1)}{\cos \varphi_1};$$

$$x_2(t) = 1 - e^{-\xi_2 t} \frac{\cos(\eta_2 t - \varphi_2)}{\cos \varphi_2}.$$

Видно, что при отклонении руля в канале тангажа колебания угла атаки в этом канале могут содержать как одну (η_1 при $\mu_\alpha = 0$ или η_2 при $\mu_\alpha = 90^\circ$), так и две частоты. Однако колебания угла атаки в канале курса, если таковые возникают, всегда содержат две частоты. Если же отклоняется руль только в канале курса, то картина будет обратной.

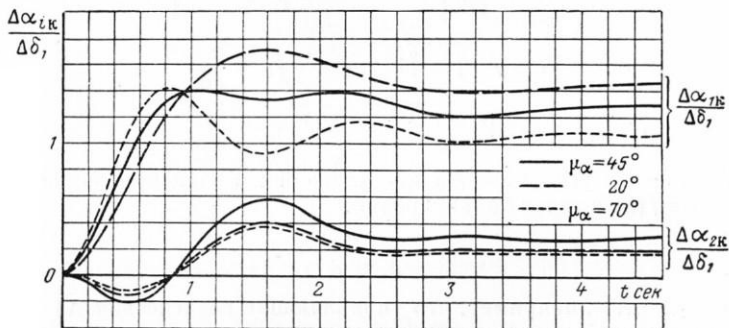


Рис. 4.6. Переходные процессы в управляемых движениях при полете с постоянным углом крена в случае круговой симметрии аэродинамических сил и моментов ($\Delta\delta_2 = 0$)

Наиболее сильно взаимосвязь продольного и бокового движений проявляется при $\mu_\alpha = (2k - 1) \frac{\pi}{4}$, т. е. при балансировке в биссекторной плоскости, однако соотношение между частотами колебаний η_1 и η_2 и коэффициентами затухания ξ_1 и ξ_2 не зависит от балансировочного значения μ_α . Примеры переходных процессов по $\alpha_{1к}$ и $\alpha_{2к}$ для ракеты нормальной схемы при $\eta_2 = 2\eta_1$ показаны на рис. 4.6. Фазовые траектории на плоскости $\alpha_1 \alpha_2$ показаны на рис. 4.7.

3.2. Случай круговой несимметрии продольно-бокового момента

При круговой несимметрии аэродинамических сил и моментов характер возмущенного движения в сильной мере зависит от балансирующего значения угла μ_α . Так например, при балансировке в плоскости симметрии, когда $\mu_\alpha = k \frac{\pi}{4}$, уравнения движения (4.30) разделяются на две системы уравнений второго порядка, которые приводятся к уравнениям, совпадающим по форме с (4.44). При произвольном значении μ_α необходимо рассматривать систему уравнений четвертого порядка. Поэтому условия устойчивости движения принципиально отличаются от случая, когда сила и момент имеют круговую симметрию. Рассмотрим эти условия.

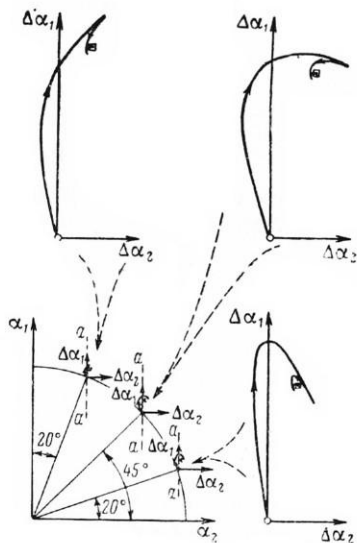


Рис. 4.7. Движение по тангажу и рысканию при полете с постоянным углом крена в случае круговой симметрии аэродинамических сил и моментов:

○ — начальное состояние ($t=0$); □ — конечное состояние ($t=\infty$); a — a — след плоскости приложения управляющего воздействия $\Delta\delta_1(\Delta\delta_2=0)$

Характеристическое уравнение [см. (4.43)]

$$F_{01}(s)F_{02}(s) - N_1^{\mu_\alpha}(s)N_2^\alpha(s) = 0$$

можно представить в виде

$$s^4 + A_1s^3 + A_2s^2 + A_3s + A_4 = 0,$$

где

$$A_1 = 2(\xi_1 + \xi_2);$$

$$A_2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\xi_1\xi_2 - a_{12}a_{21};$$

$$A_3 = 2\xi_1\omega_2^2 + 2\xi_2\omega_1^2 - a_{12}(a_{41} + a_{21}a_{44}) - a_{21}(a_{32} + a_{12}a_{33});$$

$$A_4 = \omega_1^2\omega_2^2 - (a_{32} + a_{12}a_{33})(a_{41} + a_{21}a_{44}).$$

Для устойчивости движения необходимо выполнение неравенств

$$A_i > 0;$$

$$R = A_1 A_2 A_3 - A_3^2 - A_1^2 A_4 > 0.$$

Предположим, что подъемная сила обладает свойством круговой симметрии и что отклонение рулей вызывает приращение только моментов $m_{\tilde{y}}$ и $m_{\tilde{z}}$, причем эти приращения не зависят от α . Тогда в соответствии с (1.54) — (1.57)

$$c_{\tilde{y}} = c_{00}; \quad c_{\tilde{z}} \equiv 0;$$

$$m_{\tilde{y}} = m_z^{\tilde{\delta}} \sin(\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) - b_{04}^{(2)} \sin 4\mu_{\alpha} + m_z^{\omega} z \omega \sin(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha});$$

$$m_{\tilde{z}} = b_{00} + m_z^{\tilde{\delta}} \cos(\mu_{\delta} + \mu_{\alpha}) + b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha} + m_z^{\omega} z \omega \cos(\mu_{\omega} - \mu_{\alpha}).$$

В этом случае $a_{12} = a_{21} = 0$ и, кроме того, легко показать, что $a_{41} = (1 + \alpha^2) a_{32}$. Выражения для A_i и R принимают вид

$$A_1 = 2(\xi_1 + \xi_2);$$

$$A_2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\xi_1 \xi_2;$$

$$A_3 = 2(\xi_1 \omega_2^2 + \xi_2 \omega_1^2);$$

$$A_4 = \omega_1^2 \omega_2^2 - (1 + \alpha^2) a_{32}^2;$$

$$\frac{R}{4} = \xi_1 \xi_2 [(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4(\xi_1 + \xi_2)(\xi_1 \omega_2^2 + \xi_2 \omega_1^2)] + (1 + \alpha^2)(\xi_1 + \xi_2)^2 a_{32}^2.$$

Для суждения о колебательной устойчивости продольно-бокового движения получаем следующее простое правило. Если устойчивы колебания по углу атаки при $\mu_{\alpha} = \text{const}$ и колебания по углу «скольжения» при $\alpha = \text{const}$, т. е. если величины ξ_1 , ξ_2 , ω_1^2 и ω_2^2 больше нуля, то условие колебательной устойчивости заведомо выполняется, так как оба слагаемых в выражении для R положительны.

Для приведенных зависимостей $m_{\tilde{y}c}$ и $m_{\tilde{z}c}$, как показывает анализ, A_4 принимает экстремальные значения при $\mu_{\alpha} = 0$ и $\mu_{\alpha} = 45^\circ$. Поэтому, если для некоторого значения α условие $A_4 > 0$ выполняется при $\mu_{\alpha} = 0$ и $\mu_{\alpha} = 45^\circ$, то оно выполняется и при любой другой величине μ_{α} .

Если в общем случае зависимостей $m_{\tilde{y}}$ и $m_{\tilde{z}}$ в соотношении $A_4 > 0$ пренебрежем членами, содержащими величину $m_z^{\omega} z$, то получим после преобразований следующее необходимое условие продольно-боковой статической устойчивости:

$$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\partial m_{\tilde{z}c}}{\partial \alpha} \frac{\partial m_{\tilde{y}c}}{\partial \mu_{\alpha}} - \frac{\partial m_{\tilde{y}c}}{\partial \alpha} \frac{\partial m_{\tilde{z}c}}{\partial \mu_{\alpha}} \right) > 0,$$

или, если рассматривать только величины $\alpha > 0$,

$$\frac{\partial m_{z_c}^{\sim}}{\partial x} \frac{\partial m_{y_c}^{\sim}}{\partial \mu_\alpha} - \frac{\partial m_{y_c}^{\sim}}{\partial x} \frac{\partial m_{z_c}^{\sim}}{\partial \mu_\alpha} > 0.$$

Предположим, что

$$m_{y_c}^{\sim} = m_z^{\delta} \sin(\mu_\beta - \mu_\alpha) + m_{y_n}^{\sim};$$

$$m_{z_c}^{\sim} = m_z^{\delta} \cos(\mu_\beta - \mu_\alpha) + m_{z_n}^{\sim},$$

где $m_{y_n}^{\sim}$ и $m_{z_n}^{\sim}$ — значения $m_{y_c}^{\sim}$ и $m_{z_c}^{\sim}$ при нейтральном положении рулей. Тогда необходимым условием статической устойчивости при $\alpha > 0$ будет неравенство

$$\frac{\partial m_{z_n}^{\sim}}{\partial x} \left(m_{z_n}^{\sim} + \frac{\partial m_{y_n}^{\sim}}{\partial \mu_\alpha} \right) + \frac{\partial m_{y_n}^{\sim}}{\partial x} \left(m_{y_n}^{\sim} - \frac{\partial m_{z_n}^{\sim}}{\partial \mu_\alpha} \right) > 0,$$

или

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} m_{n_n}^2 + \frac{\partial m_{y_n}^{\sim}}{\partial \mu_\alpha} \frac{\partial m_{z_n}^{\sim}}{\partial x} - \frac{\partial m_{y_n}^{\sim}}{\partial x} \frac{\partial m_{z_n}^{\sim}}{\partial \mu_\alpha} > 0,$$

где

$$m_{n_n}^2 = m_{y_n}^{\sim 2} + m_{z_n}^{\sim 2}.$$

Например, если $m_{y_n}^{\sim} \equiv 0$, то должно быть

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} m_{n_n}^2 = m_{z_n}^{\sim} \frac{\partial m_{z_n}^{\sim}}{\partial x} > 0.$$

Как видно, при $m_{z_n}^{\sim} > 0$ этому условию удовлетворяет значение $\frac{\partial m_{z_n}^{\sim}}{\partial x} > 0$. Однако при этом необходимо учитывать и другие

коэффициенты характеристического уравнения. Например, если учесть, что должно быть $A_1 > 0$ и $A_3 > 0$, то в рассматриваемом случае условия статической устойчивости выполняются только

тогда, когда одновременно $m_{z_n}^{\sim} < 0$ и $\frac{\partial m_{z_n}^{\sim}}{\partial x} < 0$.

3.3. Соотношение между коэффициентами поперечной и продольной статической устойчивости

При анализе продольно-бокового движения было получено, что в некоторых случаях для устойчивости этого движения достаточно обеспечить поперечную и продольную статическую устойчивость при значениях $\mu_\alpha = 0$ и $\mu_\alpha = 45^\circ$.

Рассмотрим кратко влияние перекрестных связей на коэффициент поперечной (путевой) $\left(\frac{\partial m_y}{\partial \alpha_2}\right)$ и коэффициент продольной $\left(\frac{\partial m_z}{\partial \alpha_1}\right)$ статической устойчивости в предположении, что

$$m_{y_c} = m_z^0 \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha) + m_{y_n};$$

$$m_{z_c} = m_z^0 \delta \cos(\mu_\delta - \mu_\alpha) + m_{z_n}.$$

Учитывая соотношения (1.34⁵) и (1.34⁶), получаем, что при исходной балансировке в канале тангажа ($\mu_\alpha = 0$) в случае круговой симметрии продольно-бокового момента, т. е. при $\frac{\partial m_{z_n}}{\partial \mu_\alpha} = 0$, $m_{y_n} \equiv 0$

$$\frac{\partial m_y}{\partial \alpha_2} = \frac{1}{\alpha} m_{z_n};$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial m_{z_n}}{\partial \alpha}.$$

Отсюда следует простое правило графического определения величины коэффициента поперечной статической устойчивости по зависимости $m_{z_n}(\alpha)$ в случае круговой симметрии продольно-бокового момента. Если на графике зависимости $m_{z_n}(\alpha)$ (рис. 4.8, а) провести через точку $\alpha = \alpha_{\text{бал}}$ прямую, параллельную оси m_{z_n} , и через точку ее пересечения с кривой $m_{z_n}(\alpha)$ и начало координат провести секущую cd , то тангенс угла наклона этой секущей будет численно равен величине коэффициента поперечной статической устойчивости $\frac{\partial m_y}{\partial \alpha_2}$ при $\alpha = \alpha_{\text{бал}}$.

Используя это правило и учитывая, что коэффициент продольной статической устойчивости определяется наклоном касательной к кривой $m_{z_n}(\alpha)$ при $\alpha = \alpha_{\text{бал}}$, можно установить следующую связь между коэффициентами поперечной и продольной статической устойчивости и характером зависимости $m_{z_n}(\alpha)$.

Если продольный момент при увеличении α возрастает по абсолютной величине медленнее, чем по линейному закону (рис. 4.8, б, кривая 1), то поперечная устойчивость больше продольной. Неустойчивость движения рыскания наступает при $\alpha > \alpha^{(4)}$, а неустойчивость движения тангажа — при $\alpha > \alpha^{(2)}$, причем, как видно, $\alpha^{(4)} > \alpha^{(2)}$.

Если продольный момент увеличивается быстрее, чем по линейному закону (кривая 2), то поперечная устойчивость меньше продольной, однако $\frac{\partial m_y}{\partial \alpha_2} < 0$ при любых α .

В случае, когда зависимость $m_{z_n}(\alpha)$ имеет S-образный характер, например как кривая 3 на рис. 4.8, б, то при $\alpha < \alpha^{(1)}$ и $\alpha > \alpha^{(3)}$

продольная устойчивость больше путевой, а при $\alpha^{(1)} < \alpha < \alpha^{(3)}$ путевая устойчивость больше продольной.

При линейной зависимости $m_z(\alpha)$ (прямая 4) коэффициенты путевой и продольной устойчивости одинаковы.

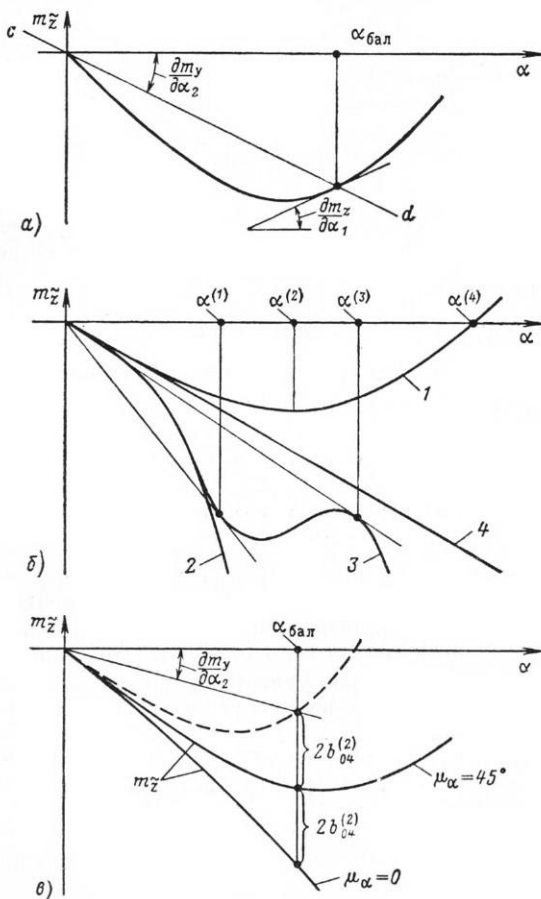


Рис. 4.8. К определению коэффициентов продольной и путевой статической устойчивости

В случае круговой несимметрии продольно-бокового момента для величин $\frac{\partial m_y}{\partial \alpha_2}$ и $\frac{\partial m_z}{\partial \alpha_1}$ имеем при $\mu_\alpha = 0$ следующие соотношения:

$$\frac{\partial m_y}{\partial x_2} = \frac{1}{\alpha} \left(m_{z_n} + \frac{\partial m_{y_n}}{\partial \mu_\alpha} \right);$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial x_1} = \frac{\partial m_{z_n}}{\partial x}.$$

Эти же соотношения удобно использовать при $\mu_\alpha = 45^\circ$. При этом связанную ось Oy следует условно расположить в биссекторной плоскости. В противном случае при $\mu_\alpha = 45^\circ$

$$\frac{\partial m_y}{\partial x_2} = \frac{\partial m_z}{\partial x_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial m_{z_n}}{\partial x} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial m_{y_n}}{\partial \mu_\alpha} + \frac{m_{z_n}}{\alpha} \right).$$

Однако этих двух величин недостаточно для суждения о статической устойчивости при $\mu_\alpha = 45^\circ$, поскольку в общем случае не равны нулю величины $\frac{\partial m_y}{\partial x_1}$ и $\frac{\partial m_z}{\partial x_2}$.

На рис. 4.8, в показан пример графического определения величины $\frac{\partial m_y}{\partial x_2}$ при исходной балансировке в канале тангажа для случая, когда

$$m_{y_n} = -b_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha, \quad m_{z_n} = b_{00} + b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha, \quad b_{04}^{(2)} < 0.$$

§ 4. ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РАКЕТЫ В ПРОСТРАНСТВЕННОМ ДВИЖЕНИИ

Основные закономерности влияния перекрестных связей на возмущенное движение ракеты при заданных отклонениях рулей в каналах управления поперечными перегрузками, т. е. при заданной в виде функции времени величине $\Delta \mu_\delta^*$ или $\Delta \mu_\delta$ могут быть выявлены из анализа уравнений (4.38¹) и (4.38³). Для ракет, стабилизированных по крену, эти уравнения необходимо дополнить уравнением, связывающим угол отклонения элеронов $\Delta \delta_\alpha$ с углом крена $\Delta \gamma$. Запишем это уравнение в общем виде

$$F_2(p) \Delta \delta_\alpha(p) = \Phi_\gamma(p) \Delta \gamma(p), \quad (4.45)$$

где $F_2(p)$ и $\Phi_\gamma(p)$ — линейные операторы.

Таким образом, имеем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) \Delta \mu_\alpha^*(p) &= \frac{\delta}{\alpha} N_\alpha(p) \Delta \mu_\alpha^*(p) + \frac{1}{\alpha} N_\alpha^\gamma(p) \Delta \gamma(p) + \\ &+ N_\alpha^{\delta_\alpha}(p) \Delta \delta_\alpha(p); \\ \left[F_\gamma'(p) - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right] \Delta \gamma(p) &= -c_2 \Delta \delta_\alpha(p) + c_3 \Delta \mu_\alpha^*(p) + c_4 \Delta \mu_\alpha^*(p); \\ F_2(p) \Delta \delta_\alpha(p) &= \Phi_\gamma(p) \Delta \gamma(p), \end{aligned} \right\} (4.46)$$

где

$$F'_\gamma(p) = p(p + c_1). \quad (4.47)$$

Исследуем влияние перекрестных связей на пространственное возмущенное движение для двух случаев управления. В первом случае управляющее воздействие будем предполагать заданным в стабилизированной по крену системе координат, т. е. будем считать заданной функцией времени величину $\Delta\mu_{\delta}^*$. Во втором случае будем предполагать заданной функцией времени величину $\Delta\mu_{\delta}$, что соответствует заданию управляющего воздействия в связанных осях ракеты.

4.1. Качественный характер движения в случае $\mu_{\delta}^* = \mu_{\delta}^*(t)$

Для изучения динамических свойств ракеты при наличии перекрестных связей получим передаточную функцию от управляющего воздействия $\Delta\mu_{\delta}^*$ к углу $\Delta\mu_{\alpha}^*$, характеризующему колебания плоскости угла атаки по отношению к вертикальной плоскости.

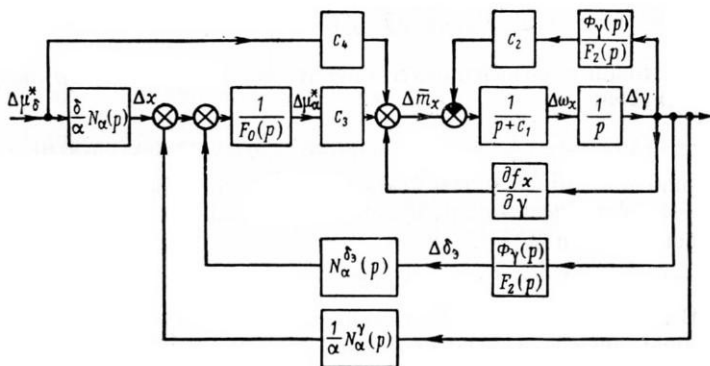


Рис. 4.9. Схема взаимосвязи каналов управления при задании управляющего воздействия в виде $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$

Структурная схема, соответствующая уравнениям (4.46), показана на рис. 4.9. Канал крена, кроме отрицательной обратной связи, осуществляемой через элероны, охвачен обратной связью, зависящей от момента крена от косою обдува $\left(\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}\right)$. В свою очередь «боковой канал», представляющий собой динамическое звено с передаточной функцией $\frac{1}{F_0(p)}$, оказывается охваченным

обратными связями через канал крена. Учитывая, что $F'_\gamma(p) - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = F_\gamma(p)$, передаточную функцию от $\Delta \mu_\delta^*$ к $\Delta \mu_\alpha^*$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta \mu_\alpha^*(p)}{\Delta \mu_\delta^*(p)} = \\ & = \frac{\frac{\delta}{\alpha} N_\alpha(p) [F_\gamma(p) F_2(p) + c_2 \Phi_\gamma(p)] + c_4 \left[\frac{1}{\alpha} N_\alpha^i(p) F_2(p) + N_{\alpha^3}^{\delta^3}(p) \Phi_\gamma(p) \right]}{F_0(p) [F_\gamma(p) F_2(p) + c_2 \Phi_\gamma(p)] - c_3 \left[\frac{1}{\alpha} N_\alpha^i(p) F_2(p) + N_{\alpha^3}^{\delta^3}(p) \Phi_\gamma(p) \right]} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Динамические свойства передаточной функции (4.48) в сильной степени зависят от вида операторов $N_\alpha^i(p)$ и $N_{\alpha^3}^{\delta^3}(p)$. Запишем развернутые выражения для $N_\alpha^i(p)$ и $N_{\alpha^3}^{\delta^3}(p)$:

$$\begin{aligned} N_\alpha^i(p) &= \left(\frac{\partial r_{\tilde{z}}}{\partial \gamma} - \frac{J_x}{J} \omega \right) p + \frac{\partial f_{\tilde{y}}}{\partial \gamma} + a_1 \frac{\partial r_{\tilde{z}}}{\partial \gamma}; \\ N_{\alpha^3}^{\delta^3}(p) &= \bar{d}_{00} p + a_1 \bar{d}_{00} + \bar{e}_{00}. \end{aligned}$$

Постоянные коэффициенты операторов $N_\alpha^i(p)$ и $N_{\alpha^3}^{\delta^3}(p)$ включают в себя:

- величины $\frac{\partial r_{\tilde{z}}}{\partial \gamma}$ и $\frac{\partial f_{\tilde{y}}}{\partial \gamma}$, характеризующие круговую несимметрию подъемной силы и продольно-бокового момента;
- коэффициенты силы и момента, обусловленных затенением элеронов (\bar{d}_{00} и \bar{e}_{00});
- величину $\frac{J_x}{J} \omega$, характеризующую гироскопический момент.

В зависимости от компоновки ракеты и характера движения влияние перечисленных факторов по-разному сказывается на взаимодействии каналов управления. Так, например, влияние перекрестной связи $\frac{J_x}{J} \omega \Delta \omega_x$ из-за малости величины $\frac{J_x}{J} \omega$ проявляется главным образом при колебаниях с очень большой частотой, в то время как перекрестная связь, возникающая вследствие круговой несимметрии продольно-бокового момента и зависимости этого момента от угла отклонения элеронов, имеет статический характер.

Наиболее заметное влияние на взаимодействие каналов оперенных управляемых ракет могут оказывать, при наличии момента крена от косо го обдува, круговая несимметрия продольно-бокового момента и зависимость бокового момента от угла отклонения элеронов. Другие величины, входящие в выражения

для $N_{\alpha}^I(p)$ и $N_{\alpha}^{\delta\alpha}(p)$, при умеренных частотах колебаний можно не учитывать.

Таким образом, выражения для операторов $N_{\alpha}^I(p)$ и $N_{\alpha}^{\delta\alpha}(p)$ приближенно можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} N_{\alpha}^I(p) &\approx \frac{\partial f_{\sim}}{\partial \gamma}; \\ N_{\alpha}^{\delta\alpha}(p) &\approx \bar{e}_{00}. \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

Если продольно-боковой момент обладает свойством круговой симметрии и не зависит от угла отклонения элеронов, то $N_{\alpha}^I(p) = N_{\alpha}^{\delta\alpha}(p) = 0$, и передаточная функция (4.48) принимает вид

$$\frac{\Delta \mu_{\alpha}^*(p)}{\Delta \mu_{\delta}^*(p)} = \frac{\delta}{\alpha} \frac{N_{\alpha}(p)}{F_0(p)}.$$

Из этого выражения видно, что в рассматриваемом случае влияние перекрестных связей на пространственное движение ракеты имеет специфический характер. Эта специфика заключается в следующем.

1. Колебания плоскости угла атаки относительно вертикальной плоскости описываются уравнением, аналогичным уравнению продольных короткопериодических колебаний по углу атаки (4.28¹). В частности, при линейных характеристиках уравнение для $\Delta \mu_{\alpha}^*$ отличается от уравнения для $\Delta \alpha_K$ только постоянным множителем в правой части.

2. Изменение полярного угла μ_{α}^* не зависит непосредственно от колебаний ракеты по крену и определяется только ориентацией плоскости управления относительно вертикальной плоскости. Если управляющее воздействие $\Delta \mu_{\delta}^*$ постоянно, то в новом установившемся режиме, т. е. при $p=0$ имеем соотношение

$$(a_2 + a_1 a_4) \alpha \Delta \mu_{\alpha}^* = (a_3 - a_1 a_5) \delta \Delta \mu_{\delta}^*.$$

Если рассмотреть это соотношение совместно с уравнениями балансировки по продольно-боковому моменту

$$m_{\sim} = m_z = 0,$$

то можно получить, что в управляемых движениях по истечении переходного процесса плоскость угла атаки оказывается повернутой на такой же угол, что и плоскость управления:

$$\Delta \mu_{\text{зуст}}^* = \Delta \mu_{\delta}^*. \quad (4.50)$$

Пример переходных процессов при скачкообразном изменении управляющего воздействия $\Delta\mu_\delta^*$ показан на рис. 4.10.

3. При фиксированном положении плоскости управления, т. е. при $\Delta\mu_\delta^* = 0$ колебания ракеты по крену не зависят непосредственно от динамических коэффициентов продольно-бокового движения и определяются только величиной $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = \frac{\partial f_x}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial f_x}{\partial \mu_\delta}$ и структурой автопилота в канале крена.

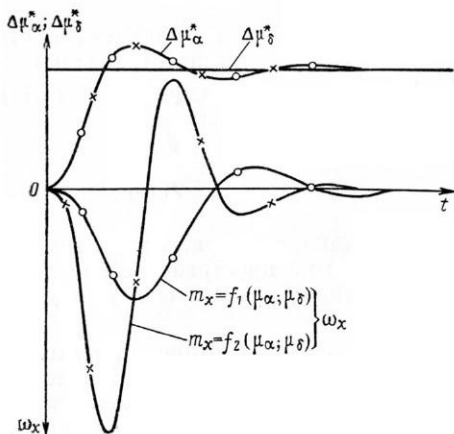


Рис. 4.10. Характер переходных процессов при скачкообразном изменении управляющего воздействия $\Delta\mu_\delta^*$ в случае круговой симметрии подъемной силы и продольно-бокового момента

Круговая несимметрия продольно-бокового момента и его зависимость от угла отклонения элеронов приводят к непосредственной зависимости колебаний плоскости угла атаки от колебаний по крену. В частности, из (4.48) и (4.49) следует, что при отклонении плоскости управления от вертикальной плоскости на угол $\Delta\mu_\delta^*$ плоскость угла атаки поворачивается на угол $\Delta\mu_{\text{уст}}^*$, определяемый соотношением

$$\Delta\mu_{\text{уст}}^* = \frac{\frac{\delta}{\alpha} (a_3 - a_1 a_5) \left(k_1 c_2 - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right) + c_4 \left(\frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} + k_1 \bar{e}_{00} \right)}{(a_2 + a_1 a_4) \left(k_1 c_2 - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right) - c_3 \left(\frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} + k_1 \bar{e}_{00} \right)} \Delta\mu_\delta^*$$

где

$$k_{\gamma} = \frac{\Phi_{\gamma}(0)}{F_2(0)}.$$

При помощи этого соотношения и уравнений балансировки в плоскости симметрии можно показать, что если величины $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}$ и $\frac{\partial f_{\sim y}}{\partial \gamma}$ отличны от нуля, то плоскость угла атаки совпадает с плоскостью управления только при $k_{\gamma} = 0$. В других случаях $\mu_{уст}^* \neq \mu_0^*$.

4.2. Устойчивость движения при $\mu_0^* = \text{const}$

Для исследования устойчивости пространственного движения в случае $\mu_0^* = \text{const}$ достаточно рассмотреть ту часть структурной схемы, показанной на рис. 4.9, для которой входным сигналом является величина Δx . С учетом сделанных выше предположений относительно операторов $N_{\alpha}^{\gamma}(p)$ и $N_{\alpha}^{\delta}(p)$ эта часть структурной схемы показана на рис. 4.11, а. Обозначим через $W_{\gamma}(p)$ передаточную функцию замкнутого канала крена от внешнего момента $\Delta \bar{m}_x$ к углу крена:

$$\frac{\Delta \gamma(p)}{\Delta \bar{m}_x(p)} = W_{\gamma}(p) = \frac{F_2(p)}{F_2(p) F_{\gamma}'(p) + c_2 \Phi_{\gamma}(p)}. \quad (4.51)$$

Тогда получаем структурную схему, показанную на рис. 4.11, б. К этой структурной схеме могут быть применены частотные методы исследования, причем для анализа влияния аэродинамических перекрестных связей достаточно рассмотреть частотные характеристики звена $L(p)$, стоящего в цепи обратной связи:

$$L(p) = \frac{c_3}{\alpha} \frac{\partial f_{\sim y}}{\partial \gamma} + \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} F_0(p) + c_3 \bar{e}_{00} \frac{\Phi_{\gamma}(p)}{F_2(p)}.$$

Из выражения для $L(p)$ видно, что круговая несимметрия продольно-бокового момента и зависимость этого момента от угла отклонения элеронов влияют на устойчивость пространственного движения лишь при $c_3 = \frac{qsl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \alpha} \neq 0$, т. е. только при наличии момента крена от косо го обдува.

Рассмотрим с качественной стороны влияние момента крена на устойчивость движения при $\frac{\partial f_{\sim y}}{\partial \gamma} = \bar{e}_{00} = 0$. Так как $F_0(p)$ имеет два нуля в левой полуплоскости¹⁾, то заключение об устойчиво-

¹⁾ Предполагается, что ракета обладает статической устойчивостью по углу атаки и по углу скольжения.

сти пространственного движения в этом случае может быть сделано из анализа структурной схемы, показанной на рис. 4.12 и представляющей структурную схему канала крена, охваченного обратной связью по моменту крена от косою обдува. Как видно, в рассматриваемом случае устойчивость движения не за-

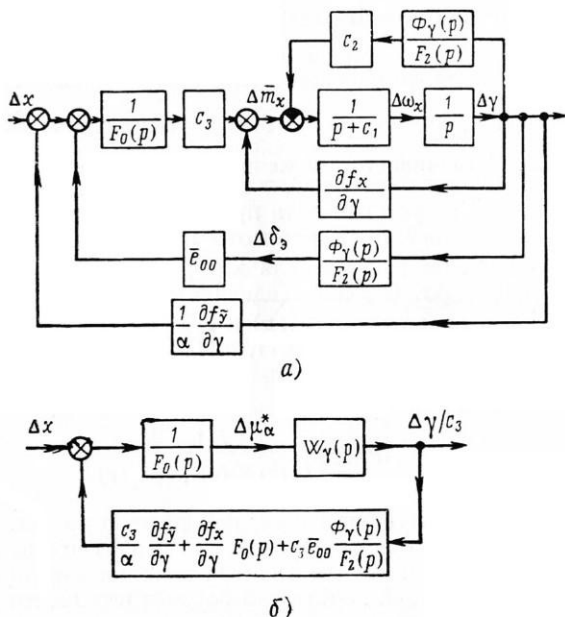


Рис. 4.11. Исходная (а) и преобразованная (б) структурные схемы, определяющие устойчивость пространственного движения при $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$

висит в отдельности от каждой из величин производных момента крена $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\alpha}}$ и $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\delta}}$, а определяется величиной производной $\frac{\partial m_x}{\partial \gamma}$, характеризующей круговую несимметрию момента крена от косою обдува.

Используя рис. 4.12, получим характеристическое уравнение замкнутой системы

$$\left[s(s + c_1) - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right] F_2(s) + c_2 \Phi_{\gamma}(s) = 0. \quad (4.52)$$

Примем, что автопилот в канале крена осуществляет демпфирование поперечных колебаний и стабилизацию угла крена, а движение привода элеронов описывается линейным дифферен-

циальным уравнением второго порядка. В этом случае $\Phi_\gamma(s) = k_\gamma s + k_\gamma$, $F_2(s) = T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 s + 1$, и если подставить значения $\Phi_\gamma(s)$ и $F_2(s)$ в (4.52), то получим

$$A_0 s^4 + A_1 s^3 + A_2 s^2 + A_3 s + A_4 = 0, \quad (4.53)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= T_2^2; \\ A_1 &= T_2(T_2 c_1 + 2\xi_2); \\ A_2 &= 1 + 2\xi_2 T_2 c_1 - T_2^2 \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}; \\ A_3 &= c_2 k_\gamma + c_1 - 2\xi_2 T_2 \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}; \\ A_4 &= c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}. \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

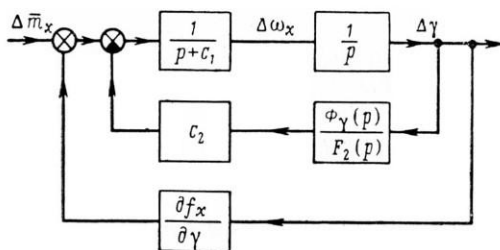


Рис. 4.12. Структурная схема канала крана, охваченного обратной связью по моменту крана от косо́го обдува

Для того чтобы движение было устойчивым, необходимо и достаточно выполнение следующих неравенств:

$$R = A_1 A_2 A_3 - A_0 A_3^2 - A_1^2 A_4 > 0;$$

$$A_4 > 0.$$

Условие $R=0$ определяет границу колебательной устойчивости, а условие $A_4=0$ — особую прямую, границу аperiodической устойчивости.

Рассмотрим области устойчивости на плоскости параметров k_γ и k_γ . Подставив в выражение для R значения A_0, A_1, A_2, A_3 и A_4 (4.54), найдем, что условие $R > 0$ выполняется, если

$$c_2 k_{\gamma} < \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} + \frac{A_2}{A_1} \left(c_2 k_{\gamma} + c_1 - 2\xi_2 T_2 \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right) - \frac{T_2^2}{A_1^2} \left(c_2 k_{\gamma} + c_1 - 2\xi_2 T_2 \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right)^2. \quad (4.55)$$

Граница колебательной устойчивости $c_2 k_{\gamma} = \varphi(c_2 k_{\gamma})$ представляет параболу, ось симметрии которой параллельна оси k_{γ} , а вершина имеет координаты

$$c_2 k_{\gamma}^* = \left(\frac{1}{2T_2} + \xi_2 c_1 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \xi_2 T_2 c_1 + \frac{1}{4} T_2^2 \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right) \frac{\partial f_x}{\partial \gamma};$$

$$c_2 k_{\gamma}^* = \xi_2 c_1 (2\xi_2 + T_2 c_1) + \frac{1}{2T_2} (2\xi_2 - T_2 c_1) + \frac{T_2}{2} (2\xi_2 - T_2 c_1) \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}.$$

Условию колебательной устойчивости (4.55) удовлетворяют точки, заключенные внутри параболы (рис. 4.13).

Границей аperiodической устойчивости является прямая

$$c_2 k_{\gamma} = \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}, \quad (4.56)$$

причем условие $A_4 > 0$ выполняется для значений k_{γ} , лежащих справа от этой прямой.

Если при круговой симметрии момента крена от косога обдува, т. е. при $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = 0$, вершина параболы $c_2 k_{\gamma} = \varphi(c_2 k_{\gamma})$ располагается в точках $c_2 k_{\gamma}^* = (c_2 k_{\gamma}^*)_0$ и $c_2 k_{\gamma}^* = (c_2 k_{\gamma}^*)_c$, то в случае $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \neq 0$ координатами вершины при достаточно малых значениях постоянной времени привода элеронов T_2 будут

$$c_2 k_{\gamma}^* \approx (c_2 k_{\gamma}^*)_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_x}{\partial \gamma};$$

$$c_2 k_{\gamma}^* \approx (c_2 k_{\gamma}^*)_0 + \xi_2 T_2 \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}.$$

Из этих приближенных соотношений видно, что из-за влияния момента крена граница колебательной устойчивости смещается вдоль оси k_{γ} вправо, если $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} > 0$, и влево, если $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} < 0$.

Поскольку, как указывалось в § 5 гл. I, момент крена в общем случае является периодической функцией угла μ_{α} , имеющей при $\mu_{\alpha} = \mu_0$ период, равный $\pi/2$, то при балансировке в плоскости крыла и при балансировке в биссекторной плоскости величина $\frac{f_x}{\partial \gamma}$ будет иметь разные знаки, и поэтому области устойчивости в этих двух случаях будут также разными.

Если при балансировке в плоскостях симметрии величина $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}$ принимает экстремальные значения, то для устойчивости по крену при любых возможных балансировочных значениях μ_α достаточно, чтобы величины $c_2 k_{\dot{\gamma}}$ и $c_2 k_{\ddot{\gamma}}$ принадлежали одновременно областям устойчивости при $\mu_\alpha = 0$ и $\mu_\alpha = 45^\circ$. Такая область значений $c_2 k_{\dot{\gamma}}$ и $c_2 k_{\ddot{\gamma}}$ показана на рис. 4.14 заштрихованной.

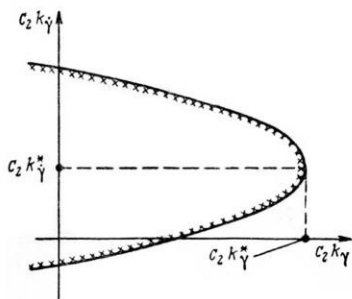


Рис. 4.13. Граница колебательной устойчивости канала крена в пространственном движении при $\Delta\mu_{\dot{\gamma}}^* = \Delta\mu_{\ddot{\gamma}}^*(t)$

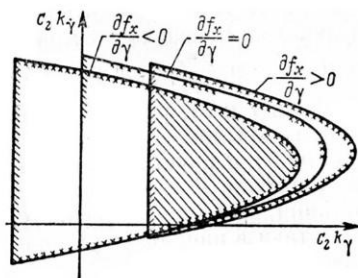


Рис. 4.14. Влияние круговой несимметрии момента крена от косога обдува на области устойчивости движения крена

Пусть при выбранных значениях $k_{\dot{\gamma}}$ и $k_{\ddot{\gamma}}$ изолированное движение крена устойчиво и пусть при некотором значении $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = \left(\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}\right)^* < 0$ выполняется равенство $R=0$. Тогда для обеспечения устойчивости при других значениях $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}$ необходимо и достаточно выполнение неравенств

$$\left(\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}\right)^* < \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} < c_2 k_{\dot{\gamma}}. \quad (4.57)$$

Раскрывая значения

$$c_2 = -\frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \delta_3}; \quad \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = \frac{qSl}{J_x} \left(\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} \right),$$

запишем это условие в виде

$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial \gamma}\right)^* < \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} < -\frac{\partial m_x}{\partial \delta_3} k_{\dot{\gamma}}. \quad (4.58)$$

В соответствии с (4.58) границами устойчивости на плоскости параметров $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha}$ и $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta}$ являются две прямые

$$\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} = -\frac{\partial m_x}{\partial \gamma} k_\gamma$$

и

$$\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} = \left(\frac{\partial m_x}{\partial \gamma}\right)^*$$

Область устойчивости показана на рис. 4.15. Там же жирными линиями показано возможное изменение располагаемых значений $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha}$ и $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta}$ для ракет нормальной схемы при $m_{x1}=0$ (графики 1 и 2), ракет с поворотным крылом при $m_{x2}=0$ (график 3) и ракет схемы «утка» (графики 4 и 5) при возрастании балансирующего угла атаки в направлении, указанном стрелкой.

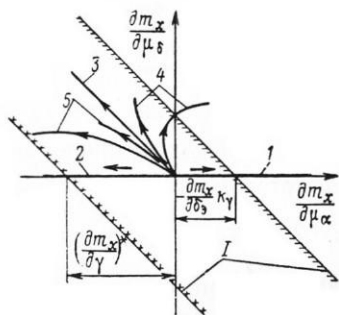


Рис. 4.15. Допустимые (I) и располагаемые (I—5) величины производных коэффициента момента крена ракет различных схем:

1, 2 — нормальная схема; 3 — поворотное крыло; 4, 5 — «утка»

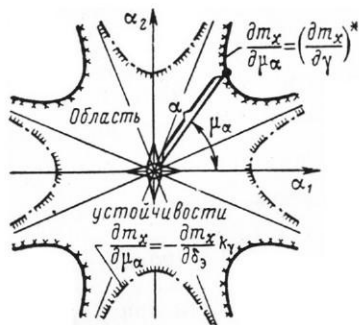
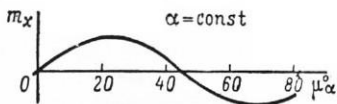


Рис. 4.16. Ограничение балансирующих углов атаки из условия устойчивости движения крена

Величины $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha}$ и $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta}$ обычно возрастают с увеличением углов атаки, поэтому для выполнения условия устойчивости (4.58) может оказаться необходимым ограничение величины α .

Рассмотрим в качестве примера коэффициент момента крена

$$m_x = k\alpha^4 \sin 4\mu_\alpha, \quad k > 0.$$

Так как $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} = 0$, то условие (4.58) принимает вид

$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial \gamma} \right)^* < 4k\alpha^4 \cos 4\mu_\alpha < - \frac{\partial m_x}{\partial \delta_\alpha} k_\gamma.$$

В случае больших α при балансировке в плоскости крыла, когда $\cos 4\mu_\alpha = 1$, может наступать аperiodическая неустойчивость, а при балансировке в биссекторной плоскости, когда $\cos 4\mu_\alpha = -1$, — колебательная неустойчивость. Область значений углов атаки α_1 и α_2 , при которых условие устойчивости (4.58) выполняется, показана на рис. 4.16. Границы аperiodической устойчивости даны штрих-пунктирными линиями, а границы колебательной устойчивости — сплошными.

4.3. Возмущенное движение в случае $\mu_\delta = \mu_\delta(t)$

Для исследования возмущенного движения в тех случаях, когда в качестве управляющего воздействия задана величина $\Delta\mu_\delta(t)$ в уравнениях (4.46) следует перейти от полярных углов $\Delta\mu_\alpha^*$ и $\Delta\mu_\delta^*$ к полярным углам $\Delta\mu_\alpha = \Delta\mu_\alpha^* + \Delta\gamma$ и $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta^* + \Delta\delta$. При этом уравнения движения принимают вид

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) \Delta\mu_\alpha(p) &= \frac{\delta}{\alpha} N_\alpha(p) \Delta\mu_\delta(p) + K(p) \Delta\gamma(p) + N_\alpha^{\delta}(p) \Delta\delta_\alpha(p); \\ p(p+c_1) \Delta\gamma(p) &= -c_2 \Delta\delta_\alpha(p) + c_3 \Delta\mu_\alpha(p) + c_4 \Delta\mu_\delta(p); \\ F_2(p) \Delta\delta_\alpha(p) &= \Phi_\gamma(p) \Delta\gamma(p), \end{aligned} \right\} (4.59)$$

где

$$K(p) = F_0(p) - \frac{\delta}{\alpha} N_\alpha(p) + \frac{1}{\alpha} N_\alpha^{\delta}(p). \quad (4.60)$$

Преобразуем выражение для $K(p)$.

Подставив в (4.60) величины $F_0(p)$, $N_\alpha(p)$ и $N_\alpha^{\delta}(p)$ (4.39) получим

$$\begin{aligned} K(p) = p^2 + \left(a_1 - \frac{J_x}{J} \frac{\omega}{\alpha} + a_4 + \frac{\delta}{\alpha} a_5 + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial r_z^{\sim}}{\partial \gamma} \right) p + a_2 - \frac{\delta}{\alpha} a_3 + \\ + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_y^{\sim}}{\partial \gamma} + a_1 \left(a_4 + \frac{\delta}{\alpha} a_5 + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial r_z^{\sim}}{\partial \gamma} \right). \end{aligned}$$

Используя выражения для динамических коэффициентов (4.34) и уравнения установившегося движения (3.52), можно показать, что

$$\begin{aligned} a_4 \alpha + a_5 \delta + \frac{\partial r_z^{\sim}}{\partial \gamma} &= \omega + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^*; \\ a_2 \alpha - a_3 \delta + \frac{\partial f_y^{\sim}}{\partial \gamma} &= -a_1 \omega. \end{aligned}$$

Поэтому выражение для $K(p)$ принимает вид

$$K(p) = p^2 + \left[a_1 + \frac{\omega}{\alpha} \left(1 - \frac{J_x}{J} \right) + \frac{g}{\alpha V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^* \right] p + \frac{a_1 g}{\alpha V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^*.$$

Если учесть, что величина $\frac{J_x}{J}$ мала по сравнению с единицей, а при больших углах атаки обычно $\alpha V_x \gg a_1 g$, то можно записать

$$K(p) = p^2 + \left(a_1 + \frac{\omega}{\alpha} + \frac{g}{\alpha V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^* \right) p. \quad (4.61)$$

Структурная схема, соответствующая уравнениям (4.59), показана на рис. 4.17. Из сравнения ее со структурной схемой, показанной на рис. 4.9, видно, что влияние перекрестных связей

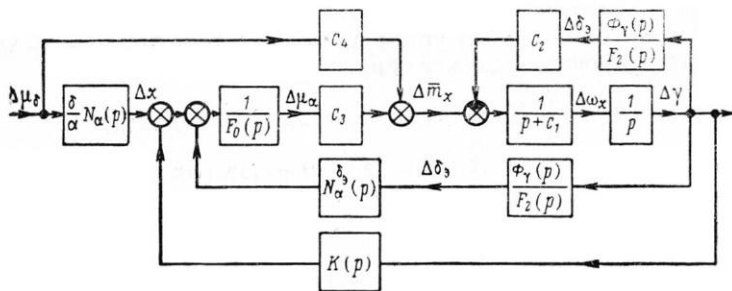


Рис. 4.17. Схема взаимосвязи каналов управления при задании управляющего воздействия в виде $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta(t)$

на движение ракеты в случае $\Delta\mu_\delta^* = \Delta\mu_\delta^*(t)$ и в случае $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta(t)$ имеет принципиально различный характер. Так, при $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta(t)$ отсутствует обратная связь по моменту крена от косо го обдува, охватывающая канал крена в случае, когда $\Delta\mu_\delta^* = \Delta\mu_\delta^*(t)$, а общая обратная связь по углу крена не зависит непосредственно от нелинейности аэродинамических характеристик и осуществляется через звено $K(p)$.

Передаточная функция от $\Delta\mu_\delta$ к $\Delta\mu_\alpha$ имеет вид

$$\frac{\Delta\mu_\alpha(p)}{\Delta\mu_\delta(p)} = \frac{\frac{\delta}{\alpha} N_\alpha(p) [F'_\gamma(p) F_2(p) + c_2 \Phi_\gamma(p)] + c_4 [K(p) F_2(p) + N_{\alpha\delta}^{\delta_3}(p) \Phi_\gamma(p)]}{F_0(p) [F'_\gamma(p) F_2(p) + c_2 \Phi_\gamma(p)] - c_3 [K(p) F_2(p) + N_{\alpha\delta}^{\delta_3}(p) \Phi_\gamma(p)]}. \quad (4.62)$$

В отличие от случая $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$ колебания плоскости угла атаки при $\Delta\mu_{\delta} = \Delta\mu_{\delta}(t)$ всегда взаимосвязаны с колебаниями по крену, если только хотя бы один из коэффициентов c_3 и c_4 отличен от нуля.

Учитывая (4.49²) и (4.61), получаем для установившегося значения угла $\Delta\mu_{\alpha}$ соотношение

$$\Delta\mu_{\alpha \text{уст}} = \frac{\frac{\delta}{\alpha} c_2 (a_3 - a_1 a_5) + c_4 \bar{e}_{00}}{c_2 (a_2 + a_1 a_4) - c_3 \bar{e}_{00}} \Delta\mu_{\delta}. \quad (4.63)$$

Хотя, как указывалось, переходный процесс по $\Delta\mu_{\alpha}$ и зависит от движения крена, параметры автопилота в канале крена не влияют на установившееся значение $\Delta\mu_{\alpha \text{уст}}$, что видно из (4.63). Если продольно-боковой момент обладает свойством круговой симметрии и не зависит от угла отклонения элеронов, то как и в случае $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$ плоскость угла атаки в установившемся движении совпадает с плоскостью управления независимо от величины момента крена.

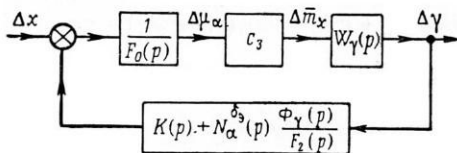


Рис. 4.18. Преобразованная структурная схема, определяющая устойчивость пространственного движения в случае $\Delta\mu_{\delta} = \Delta\mu_{\delta}(t)$

Рассмотрим устойчивость пространственного движения. Так как $\Delta\mu_{\delta} = \Delta\mu_{\delta}(t)$, то устойчивость не зависит от c_4 и $N_{\alpha}(p)$, и для ее анализа достаточно рассмотреть ту часть показанной на рис. 4.17 структурной схемы, для которой входным сигналом является величина Δx . Преобразованная структурная схема показана на рис. 4.18, где $W_{\gamma}(p)$ определяется выражением (4.51). Из этой структурной схемы и из соотношения (4.61) видно, что в случае $\Delta\mu_{\delta} = \Delta\mu_{\delta}(t)$ нелинейная зависимость подъемной силы и продольно-бокового момента влияет на устойчивость пространственного движения лишь постольку, поскольку при этом изменяются динамические коэффициенты a_2 и a_4 в выражении для $F_0(p)$ (4.39). Рассмотрим поэтому устойчивость движения при линейных характеристиках.

Примем для оценок $\omega + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^* = a_4 \alpha$ и будем предполагать, что отклонение элеронов происходит по закону

$$\Delta \delta_{\alpha}(p) = \frac{\Phi_{\gamma}(p)}{F_2(p)} \Delta Y(p) = (k_{\gamma} p + k_{\gamma}) \Delta Y(p). \quad (4.64)$$

В этом случае можно записать

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) &= p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2; \\ W_{\gamma}(p) &= \frac{1}{p^2 + (c_1 + c_2 k_{\gamma}) p + c_2 k_{\gamma}}; \\ K(p) &= p^2 + 2\xi\omega_0 p, \end{aligned} \right\} \quad (4.65)$$

и если для вычисления $N_{\alpha}^{\delta_{\alpha}}(p)$ использовать соотношение (4.49), то характеристическое уравнение замкнутой системы будет иметь вид

$$s^4 + B_1 s^3 + B_2 s^2 + B_3 s + B_4 = 0, \quad (4.66)$$

где

$$B_1 = 2\xi\omega_0 + c_1 + c_2 k_{\gamma};$$

$$B_2 = \omega_0^2 + c_2 k_{\gamma} + 2\xi\omega_0 (c_1 + c_2 k_{\gamma}) - c_3;$$

$$B_3 = 2\xi\omega_0 c_2 k_{\gamma} + c_1 \omega_0^2 + k_{\gamma} (c_2 \omega_0^2 - c_3 \bar{e}_{00}) - 2\xi\omega_0 c_3;$$

$$B_4 = k_{\gamma} (c_2 \omega_0^2 - c_3 \bar{e}_{00});$$

$\omega_0 = \sqrt{a_2 + a_1 a_4}$ — частота короткопериодических колебаний;
 $\xi = \frac{1}{2\omega_0} (a_1 + a_4)$ — коэффициент демпфирования колебаний по углу атаки.

Как известно, в тех случаях, когда угол отклонения элеронов изменяется в соответствии с выражением (4.64), изолированное движение крена устойчиво при любых положительных значениях k_{γ} и k_{γ} . При наличии статической устойчивости по углу атаки и по углу скольжения устойчивым является также продольно-боковое движение. Таким образом, возможная неустойчивость в рассматриваемом случае может возникнуть лишь из-за аэродинамических перекрестных связей, представленных в уравнении (4.66) коэффициентами c_3 и \bar{e}_{00} .

Выражение для коэффициента B_4 указывает на возможность появления аperiodической неустойчивости вследствие зависимости продольно-бокового момента от угла отклонения элеронов. Рассмотрим условия возникновения такой неустойчивости. С этой целью преобразуем выражение для B_4 с учетом значений c_2 , c_3 и \bar{e}_{00} . Используя соотношения (4.34), получаем

$$B_4 = k_{\gamma} (c_2 \omega_0^2 - c_3 \bar{e}_{00}) = k_{\gamma} q^2 s^2 \frac{b_A}{J} \frac{l}{J_x} \left(\frac{\partial m_x}{\partial \delta_{\alpha}} c_y^2 \tau_n - \frac{e_{00}}{\alpha} \frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\alpha}} \right),$$

где σ_n — запас устойчивости по перегрузке;

$$\sigma_n = m_z^{c_y} + \frac{\rho g b_A}{2G/s} m_z^{\omega_z}$$

В соответствии с (1.57) можно записать

$$e_{00} = \frac{\partial m_{\sim y}}{\partial \delta_{\beta}}$$

и поскольку $\frac{\partial m_x}{\partial \delta_{\beta}} < 0$, $k_{\gamma} > 0$, $c_y^{\alpha} > 0$, $\alpha > 0$, то условие аperiodической устойчивости $B_4 > 0$ принимает вид

$$\sigma_n < \frac{\frac{\partial m_{\sim y}}{\partial \delta_{\beta}} \frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\alpha}}}{c_y^{\alpha} \frac{\partial m_x}{\partial \delta_{\beta}}} \quad (4.67)$$

Ранее отмечалось, что наиболее сильного влияния угла отклонения элеронов на величину $m_{\sim y}$ можно ожидать у ракет нормальной схемы, для управления по крену которыми используются дифференциально отклоняемые рули, установленные на корпусе.

Для таких ракет $\frac{\partial m_{\sim y}}{\partial \delta_{\beta}} > 0$ и так как $\sigma_n < 0$, то нарушение условия

(4.67) может быть только при положительных значениях $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\alpha}}$.

Возможность появления аperiodической неустойчивости возрастает с уменьшением запаса устойчивости по перегрузке σ_n .

Условие колебательной устойчивости имеет вид

$$R = B_1 B_2 B_3 - B_3^2 - B_1^2 B_4 > 0.$$

Качественный характер областей устойчивости на плоскости параметров k_{γ} , $k_{\dot{\gamma}}$ показан на рис. 4.19. Как видно, колебательная неустойчивость может наступать лишь при положительных значениях c_3 , если величины k_{γ} и $k_{\dot{\gamma}}$ меньше некоторых заданных значений k_{γ}^* и $k_{\dot{\gamma}}^*$.

Границы устойчивости, показанные на рис. 4.19, соответствуют случаю, когда запаздывание в приводах элеронов либо отсутствует, либо специальным образом скомпенсировано. В реальных условиях величины $k_{\dot{\gamma}}$ и k_{γ} будут ограничены также сверху, причем, как и в случае $\Delta \mu_{\delta}^* = \Delta \mu_{\delta}^*(t)$, максимально допустимые значения $k_{\dot{\gamma}}$ будут меньшими при $c_3 < 0$ и большими при $c_3 > 0$.

Действительно, при $e_{00} = 0$ передаточная функция разомкнутого контура, показанного на рис. 4.18,

$$W_{\text{раз}}(p) = c_3 \frac{K(p)}{F_0(p)} W_{\gamma}(p)$$

в области высоких частот ($\omega \gg \omega_0$), где влияние привода элеронов оказывается наибольшим, может быть приближенно представлена в виде

$$W_{\text{раз}}(p) \approx c_3 W_{\gamma}(p).$$

Передаточная функция разомкнутого контура, показанного на рис. 4.12 и соответствующего случаю $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$, $\frac{\partial f_{\gamma}}{\partial \gamma} = e_{00} = 0$, имеет вид

$$W_{\text{раз}}^*(p) = \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} W_{\gamma}(p).$$

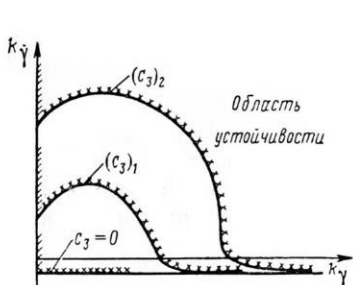


Рис. 4.19. Область устойчивости при идеальном приводе элеронов, $(c_3)_2 > (c_3)_1 > 0$ (случай $\mu_{\delta} = \text{const}$)

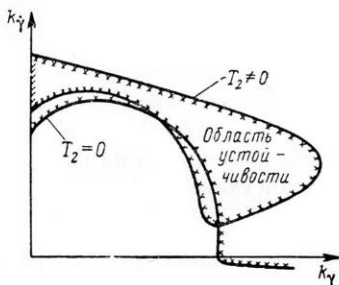


Рис. 4.20. Влияние постоянной времени привода элеронов T_2 на устойчивость движения при $c_3 > 0$ (случай $\mu_{\delta} = \text{const}$)

Из сравнения $W_{\text{раз}}(p)$ и $W_{\text{раз}}^*(p)$ видно, что в области высоких частот влияние величины c_3 на устойчивость движения при $\Delta\mu_{\delta} = \Delta\mu_{\delta}(t)$ примерно такое же, как влияние $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}$ при $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$.

Пример границ устойчивости k_{γ} (k_{γ}) при

$$F_2(p) = T_2^2 p^2 + 2\zeta_2 T_2 p + 1$$

показан на рис. 4.20.

§ 5. ВОЗМУЩЕНИЯ ПО КРЕНУ В УПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЯХ И ПРИ ПОРЫВАХ ВЕТРА

5.1. Оценка расчетных возмущений

При анализе балансировочных режимов полета в гл. III было получено, что из-за момента крена от косою обдува установившееся значение угла крена γ отличается от заданного на

некоторую величину Δy . Так как величина $m_{x_{к.0}}$ зависит от углов атаки и углов отклонения рулей, то естественно ожидать, что при изменении α_i и δ_i в переходных процессах будут возникать колебания ракеты по крену, причем очевидно, что наиболее интенсивными эти колебания будут при таких возмущениях, которые приводят к появлению больших моментов крена за короткие промежутки времени.

Из выражений для коэффициентов момента крена от косо́го обдува m_{x_1} (1.50) и m_{x_2} (1.51) видно, что при балансировке в плоскости симметрии такие моменты крена могут возникать либо в результате мгновенного изменения управляющего воздействия μ_δ , вызывающего скачкообразное появление момента M_{x_1} , либо при мгновенном порыве ветра, вызывающем одновременное изменение величин M_{x_1} и M_{x_2} .

Величина и знак момента крена M_{x_1} , возникающего при мгновенном приложении управляющего воздействия, зависят от аэродинамической схемы ракеты. При этом у ракет с поворотным крылом и у ракет схемы «утка», которые, как было получено в гл. III, балансируются при $\mu_\alpha \approx \mu_\delta$, приложение управляющего воздействия в сторону увеличения угла μ_δ ($\Delta\mu_\delta > 0$), т. е. в сторону увеличения положительного момента рыскания приводит к появлению положительного момента крена. Ракеты нормальной и бесхвостой схем балансируются при $\mu_\delta - \mu_\alpha \approx 180^\circ$, поэтому приложение управляющего воздействия в виде $\Delta\mu_\delta > 0$ приводит к появлению отрицательного момента крена.

Моменты крена, возникающие у ракет различных схем при мгновенном изменении управляющего воздействия, показаны на рис. 4.21. Положение плоскости угла атаки и плоскости управления на рис. 4.21 характеризуется, соответственно, вектором $\vec{\alpha}$ и вектором $\vec{\delta}$, которые перпендикулярны этим плоскостям. Величины α_0 и δ_0 соответствуют начальному состоянию системы, а величины $\alpha(t=+0)$ и $\delta(t=+0)$ — состоянию системы сразу после приложения управляющего воздействия.

Если амплитуды высших гармоник m_{x_1} невелики по сравнению с амплитудой основной гармоники, то абсолютная величина момента крена в управляемых движениях будет тем больше, чем ближе разность $\mu_\delta - \mu_\alpha$ к 90° и чем больше суммарный угол отклонения рулей и угол атаки корпуса. Поэтому наибольшие моменты крена от косо́го обдува рулей возникают при мгновенной подаче максимального управляющего воздействия в плоскости, перпендикулярной исходной плоскости маневра при $\delta_1 = \delta_2 = \max$. В этом случае

$$\Delta m_{x \max} = k_{11}^{(1)} \max. \quad (4.68)$$

Величина момента крена, возникающего при порывах ветра, зависит от соотношения коэффициентов момента крена m_{x_1} и m_{x_2} , т. е. от схемы ракеты. Если балансировочные углы атаки

велики, что характерно для ракет нормальной и бесхвостой схем и ракет схемы «утка», то умеренные порывы ветра не могут приводить к большим скачкообразным изменениям угла μ_α . Поэтому изменение коэффициента момента крена

$$\Delta m_x \approx \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} \Delta \mu_{\alpha B},$$

где $\Delta \mu_{\alpha B}$ — приращение полярного угла μ_α , вызываемое порывом ветра, оказывается намного меньше балансировочных значений m_x .

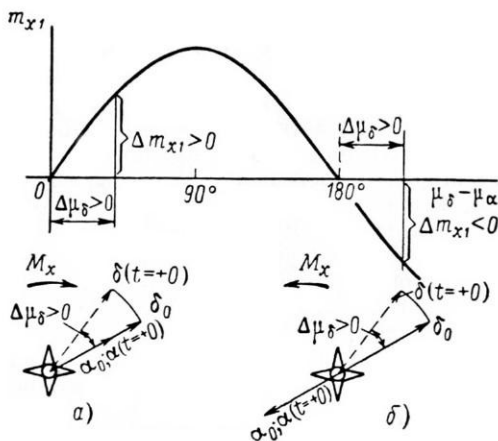


Рис. 4.21. Возникновение моментов крена в управляемых движениях:

a — ракеты схемы «утка»; *б* — ракеты нормальной схемы

Для определения величин Δm_x ракет с поворотным крылом воспользуемся рис. 4.22, на котором через α_W и μ_W обозначены, соответственно, угол атаки от порыва ветра ($\alpha_W \approx \frac{W}{V}$) и угол между направлением порыва ветра W и скорости V_n .

Предполагая, что скорость ветра нормальна к оси симметрии и используя обозначения, показанные на рис. 4.22, можно записать

$$\sin(\mu_0 - \mu_\alpha) = -\sin \Delta \mu_{\alpha B} = \frac{-\alpha_W \sin \mu_W}{\alpha(t=+0)}.$$

Тогда для ракеты с поворотным крылом

$$\begin{aligned} \Delta m_x &\approx \Delta m_{x1} = -k_{11}^{(1)}(t=+0) \sin \Delta \mu_{\alpha\beta} = \\ &= -\frac{\alpha_w}{\alpha(t=+0)} k_{11}^{(1)}(t=+0) \sin \mu_w. \end{aligned}$$

При заданной величине порыва ветра наибольший момент крена возникает обычно при $\mu_w = 90^\circ$ и $\delta = \delta_{\max}$, что соответствует порыву ветра в направлении, перпендикулярном исходной плоскости маневра при максимальных значениях δ_1 и δ_2 . При этом в случае $k_{11}^{(1)} = k_{10} \alpha \delta$

$$\Delta m_{x \max} = k_{10} \alpha_w \delta_{\max}. \quad (4.69)$$

Как видно, в этом случае момент крена, вызываемый порывом ветра, не зависит от величины балансировочного угла атаки, причем из сравнения (4.68) и (4.69) получаем, что у ракет с поворотным крылом, имеющих малые балансировочные углы атаки ($\alpha_{\text{бал}} < \alpha_w$), момент крена от порыва ветра может превосходить максимальную величину M_{x1} в управляемых движениях.

В § 5 гл. I было показано, что если угол между плоскостью управления и плоскостью угла атаки $\varepsilon = \mu_\delta - \mu_\alpha$ отличен от нуля или π , то независимо от схемы ракеты момент крена m_{x1} действует в сторону совмещения вектора $\vec{\delta}$ с вектором $\vec{\alpha}$ по кратчайшему расстоянию. Так как у ракет с поворотным крылом и ракет схемы «утка» в режиме балансировки векторы $\vec{\delta}$ и $\vec{\alpha}$ совпадают, то на таких компоновках ракет возникающий в возмущенном движении момент крена M_{x1} действует в сторону совмещения $\vec{\delta}$ с его балансировочным положением, т. е. как бы создает устойчивость относительно плоскости угла атаки. На ракетах нормальной и бесхвостой схемы эта составляющая момента крена создает неустойчивость относительно плоскости угла атаки, так как действует в сторону увеличения угла рассогласования $\mu_\delta - \mu_\alpha$.

Рассмотрим, с качественной стороны, каким образом сказывается эта особенность момента крена M_{x1} на характере движения по крену.

Пусть, например, в случае ракеты схемы «утка» управляющее воздействие задается в виде $\Delta \mu_\delta = \Delta \mu_\delta(t)$, так что после приложения скачкообразного управляющего воздействия вектор $\vec{\delta}$

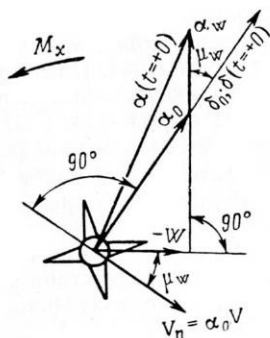


Рис. 4.22. Возникновение момента крена при порывах ветра

остается фиксированным по отношению к связанным осям ракеты. Тогда уменьшение фазового угла ε , определяющего величину момента крена, будет происходить одновременно как за счет поворота ракеты по крену, так и за счет поворота плоскости угла атаки в пространстве в сторону совмещения с плоскостью управления (поскольку в установившемся режиме $\varepsilon=0$).

Если же управление осуществляется таким образом, что $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$, то после приложения управляющего воздействия вектор δ будет составлять постоянный угол с вертикальной плоскостью и уменьшение угла ε будет происходить только за счет поворота плоскости угла атаки, т. е. менее интенсивно, чем в первом случае. Поэтому можно ожидать, что при прочих равных условиях возмущения по крену у ракет с поворотным крылом и ракет схемы «утка» будут большими в том случае, если управляющее воздействие задается в виде $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$.

Наоборот, у ракет нормальной и бесхвостой схем больших возмущений по крену следует ожидать при задании управляющего воздействия в виде $\Delta\mu_{\delta} = \Delta\mu_{\delta}(t)$.

Ясно также, что чем медленнее происходит изменение управляющего воздействия μ_{δ} , тем ближе значение μ_{α} к балансирующему, и, следовательно, тем меньше величина Δm_{x1} и возмущения по крену.

Детальный анализ влияния разного рода перекрестных связей на переходные процессы по крену в управляемых движениях может быть сделан (в пределах малых возмущений) при помощи передаточных функций от $\Delta\mu$ к $\Delta\gamma$ и от $\Delta\mu_{\delta}$ к $\Delta\gamma$. Такие передаточные функции легко получить из уравнений (4.46) и (4.59)

$$\frac{\Delta\gamma(p)}{\Delta\mu_{\delta}^*(p)} =$$

$$= \frac{\left[\frac{\delta}{\alpha} c_3 N_{\alpha}(p) + c_4 F_0(p) \right] F_2(p)}{F_0(p) [F_{\gamma}(p) F_2(p) + c_2 \Phi_{\gamma}(p)] - c_3 \left[\frac{1}{\alpha} N_{\alpha}^{\gamma}(p) F_2(p) + N_{\alpha}^{\delta \varepsilon}(p) \Phi_{\gamma}(p) \right]}; \quad (4.70)$$

$$\frac{\Delta\gamma(p)}{\Delta\mu_{\delta}(p)} =$$

$$= \frac{\left[\frac{\delta}{\alpha} c_3 N_{\alpha}(p) + c_4 F_0(p) \right] F_2(p)}{F_0(p) [F_{\gamma}'(p) F_2(p) + c_2 \Phi_{\gamma}(p)] - c_3 [K(p) F_2(p) + N_{\alpha}^{\delta \varepsilon}(p) \Phi_{\gamma}(p)]}. \quad (4.71)$$

При изучении влияния порывов ветра необходимо располагать соответствующей передаточной функцией для угла крена. Так как наибольшее влияние оказывает порыв ветра по нормали к исходной плоскости маневра, то при малых возмущениях мож-

но считать, что порыв ветра приводит к изменению только угла μ_α^* (или μ_α) на некоторую величину $\Delta\mu_0(W)$. Тогда передаточные функции от $\Delta\mu_0(W)$ к $\Delta\gamma$ можно получить из уравнений (4.33), дополненных уравнением (4.45), если при преобразовании Лапласа учесть начальное условие по μ_α^* :

$$(\Delta\mu_\alpha^*)_{t=0} = \Delta\mu_0(W),$$

при этом, необходимо положить $\Delta\mu_\delta^* = 0$ в случае, если $\mu_\delta^* = \text{const}$, и $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta^* + \Delta\gamma = 0$ в случае, если $\mu_\delta = \text{const}$.

В данном разделе ограничимся анализом переходных процессов по крену только в управляемых движениях. При анализе будем предполагать, что отклонение элеронов осуществляется по закону (4.64), аэродинамические характеристики линейны, продольно-боковой момент не зависит от угла отклонения элеронов и что влияние подъемной силы рулей на переходный процесс по углу атаки мало. В этом случае уравнения движения можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d^2}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{d}{dt} + \omega_0^2 \right) \Delta\mu_\alpha^* &= \omega_0^2 \Delta\mu_\delta^*; \\ \left[\frac{d^2}{dt^2} + (c_1 + c_2 k_\gamma) \frac{d}{dt} + c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right] \Delta\gamma &= c_3 \Delta\mu_\alpha^* + c_4 \Delta\mu_\delta^*. \end{aligned} \right\} (4.72)$$

Управляющее воздействие может быть задано либо в виде $\Delta\mu_\delta^* = \Delta\mu_\delta^*(t)$, либо в виде $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta(t)$. Поэтому ниже рассмотрим движение по крену для двух случаев задания управляющего воздействия. При этом будем предполагать, что собственное движение ракеты по каналам тангажа и крена является колебательным, т. е. что $\xi < 1$ и $c_1 + c_2 k_\gamma < 2 \sqrt{c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}}$.

5.2. Движение по крену в случае $\Delta\mu_\delta^* = \Delta\mu_\delta^*(t)$

Наибольшие возмущения по крену будут при мгновенном приложении управляющего воздействия $\Delta\mu_\delta^* = \Delta\mu_\delta^* \cdot 1(t)$. В этом случае решением уравнения (4.72¹) при нулевых начальных условиях будет $\Delta\mu_\alpha^* = \Delta\mu_\delta^* \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \frac{\cos(\eta t - \varphi)}{\cos \varphi} \right]$,

где $\eta = \omega_0 \cos \varphi$; $\sin \varphi = \xi$.

Подставляя это значение $\Delta\mu_\alpha^*$ в (4.72²) и учитывая, что $c_3 + c_4 = -\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}$, получаем

$$\begin{aligned} \left[\frac{d^2}{dt^2} + (c_1 + c_2 k_\gamma) \frac{d}{dt} + c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right] \Delta\gamma &= \\ &= \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \Delta\mu_\delta^* - \frac{c_3 \Delta\mu_\delta^*}{\cos \varphi} e^{-\xi\omega_0 t} \cos(\eta t - \varphi). \end{aligned} \quad (4.73)$$

При $\Delta\dot{\gamma}_0 = \Delta\gamma_0 = 0$ решением уравнения (4.73) будет

$$\frac{\Delta\dot{\gamma}}{\Delta\dot{\gamma}_0^*} = A - B e^{-\varepsilon_1 \omega_0 t} \cos(\eta_1 t - \varphi - \psi) + C e^{-\varepsilon_2 \gamma t} \cos(\eta_2 t - \varphi_2), \quad (4.74)$$

где

$$A = \frac{\frac{\partial f_x}{\partial \gamma}}{c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}}; \quad B = \frac{c_3}{\cos \varphi \sqrt{a^2 + b^2}}; \quad C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2};$$

$$C_1 = B \cos(\varphi + \psi) - A; \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 \gamma}{\eta_2} C_1 + \frac{\omega_0}{\eta_2} B \sin \psi;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{C_2}{C_1}; \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a};$$

$$\eta_1 = \sqrt{c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} - \frac{1}{4} (c_1 + c_2 k_\gamma)^2}; \quad \varepsilon_1 = \frac{1}{2} (c_1 + c_2 k_\gamma);$$

$$a = c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} - \omega_0^2 \cos 2\varphi - \omega_0 (c_1 + c_2 k_\gamma) \sin \varphi;$$

$$b = (c_1 + c_2 k_\gamma - 2\omega_0 \sin \varphi) \omega_0 \cos \varphi.$$

В тех случаях, когда величина ξ мала, а частота колебаний по крену η_γ значительно превосходит частоту колебаний плоскости угла атаки $\eta = \omega_0 \cos \varphi$ ($\eta_\gamma \gg \eta$), можно получить простые формулы для оценки величин $\Delta\dot{\gamma}_{\max}$ и $\Delta\omega_{x \max}$.

Действительно, если правую часть уравнения (4.73) заменить на постоянную, то, как известно, первые максимумы величин $\Delta\dot{\gamma}$ и $\Delta\dot{\gamma}$ будут достигаться, соответственно, при

$$t_1 \approx \frac{T_\gamma}{4} \quad \text{и} \quad t_2 = \frac{T_\gamma}{2},$$

где $T_\gamma = \frac{2\pi}{\eta_\gamma}$.

С другой стороны, если $\frac{2\pi}{\eta} = T_a \gg T_\gamma$, а ξ — малая величина, то на интервале времени $0 \leq t \leq t_2$ величина $e^{-\xi \omega_0 t} \cos(\eta t - \varphi)$ не успеет заметно измениться и для оценок ее можно считать постоянной.

В этом случае решение для $\Delta\dot{\gamma}$ на интервале $0 \leq t \leq t_2$ можно получить из (4.74), если условно положить $\omega_0 = 0$. После преобразований это решение можно представить в виде

$$\frac{\Delta\dot{\gamma}}{\Delta\dot{\gamma}_0^*} = \frac{c_4}{c_2 k_\gamma - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}} \left[1 - e^{-\varepsilon_2 \gamma t} \frac{\cos(\eta_2 t - \varphi_2^*)}{\cos \varphi_2^*} \right], \quad (4.75)$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_{\gamma}^* = \frac{\varepsilon_{\gamma}}{\eta_{\gamma}}.$$

Определим из этого уравнения величины $\Delta\omega_x = \Delta\dot{\gamma}$ и $\Delta\omega_x = \Delta\ddot{\gamma}$:

$$\frac{\Delta\omega_x}{\Delta\mu_0^*} = \frac{c_4}{\sqrt{c_2 k_{\gamma} - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}} \cos \varphi_{\gamma}^*} e^{-\varepsilon_{\gamma} t} \sin \eta_{\gamma} t; \quad (4.76)$$

$$\frac{\Delta\omega_x}{\Delta\mu_0^*} = \frac{c_4}{\cos \varphi_{\gamma}^*} e^{-\varepsilon_{\gamma} t} \cos(\eta_{\gamma} t + \varphi_{\gamma}^*). \quad (4.77)$$

Приравнивая правую часть (4.76) нулю, получаем время

$$t_2 = \frac{\pi}{\eta_{\gamma}}, \quad (4.78)$$

при котором достигается первый максимум $\Delta\dot{\gamma}$.

Аналогично из (4.77) определим время

$$t_1 = \frac{1}{\eta_{\gamma}} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{\gamma}^* \right), \quad (4.79)$$

при котором достигается первый максимум $\Delta\omega_x$.

Обозначим максимальные значения угла и угловой скорости крена, возникающие при задании управляющего воздействия в

виде $\Delta\mu_0^* = \Delta\mu_0^* \cdot 1(t)$, соответственно, через $\Delta\dot{\gamma}_{\max}^*$ и $\Delta\omega_{x \max}^*$.

Тогда из (4.75), (4.76), (4.78) и (4.79) получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta\dot{\gamma}_{\max}^*}{\Delta\mu_0^*} &= \frac{c_4}{c_2 k_{\gamma} - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}} (1 + e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi_{\gamma}^*}); \\ \frac{\Delta\omega_{x \max}^*}{\Delta\mu_0^*} &= \frac{c_4}{\sqrt{c_2 k_{\gamma} - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}}} e^{-\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{\gamma}^*\right) \operatorname{tg} \varphi_{\gamma}^*}, \end{aligned} \right\} \quad (4.80)$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_{\gamma}^* = \frac{1}{2} \frac{c_1 + c_2 k_{\gamma}}{\sqrt{c_2 k_{\gamma} - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} - \frac{1}{4} (c_1 + c_2 k_{\gamma})^2}}.$$

Анализ этих соотношений показывает, что при увеличении коэффициентов усиления по углу крена (k_{γ}) и угловой скорости крена ($k_{\dot{\gamma}}$) величины $\Delta\dot{\gamma}_{\max}^*$ и $\Delta\omega_{x \max}^*$ уменьшаются.

5.3. Оценка возмущений по крену при $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta(t)$

При оценке максимальных возмущений по крену в случае, когда управляющее воздействие задано в виде $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_\delta(t)$, будем предполагать, как и при получении зависимостей (4.80), что за время $t \leq t_2$, в течение которого достигается максимальное значение $\Delta\gamma_{\max}$, положение плоскости угла атаки в пространстве изменяется незначительно.

Тогда, если положить в (4.72²) $\Delta\mu_\alpha^* = 0$, $\Delta\mu_\delta^* = \Delta\mu_\delta - \Delta\gamma$ и учесть, что $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = c_3 + c_4$, то получим, что на интервале времени $0 \leq t \leq t_2$ движение по крену описывается приближенно уравнением

$$\left[\frac{d^2}{dt^2} + (c_1 + c_2 k_\gamma) \frac{d}{dt} + c_2 k_\gamma - c_3 \right] \Delta\gamma = c_4 \Delta\mu_\delta(t).$$

При $\Delta\mu_\delta = \Delta\mu_0 \cdot 1(t)$ решение для $\Delta\gamma$

$$\frac{\Delta\gamma}{\Delta\mu_0} = \frac{c_4}{c_2 k_\gamma - c_3} \left[1 - e^{-\varepsilon_\gamma t} \frac{\cos(\eta_\gamma t - \varphi_\gamma)}{\cos \varphi_\gamma} \right],$$

где

$$\varepsilon_\gamma = \frac{1}{2} (c_1 + c_2 k_\gamma); \quad \eta_\gamma = \sqrt{c_2 k_\gamma - c_3 - \frac{1}{4} (c_1 + c_2 k_\gamma)^2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{\eta_\gamma},$$

отличается от решения (4.75) только постоянными. Выражения для $\Delta\gamma_{\max}$ и $\Delta\omega_{x \max}$ аналогичны (4.80) и имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta\gamma_{\max}}{\Delta\mu_0} &= \frac{c_4}{c_2 k_\gamma - c_3} (1 + e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi_\gamma}); \\ \frac{\Delta\omega_{x \max}}{\Delta\mu_0} &= \frac{c_4}{\sqrt{c_2 k_\gamma - c_3}} e^{-\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_\gamma\right) \operatorname{tg} \varphi_\gamma}. \end{aligned} \right\} \quad (4.81)$$

Сравним возмущения по крену, определяемые выражениями (4.80) и (4.81).

Предположим, что выражение для коэффициента момента крена имеет вид

$$m_x = m_{x1} = \psi(\alpha, \delta) \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha),$$

причем $\psi(\alpha, \delta) > 0$.

Так как $\frac{\partial f}{\partial \gamma} = \frac{qSl}{J_x} \left(\frac{\partial m_{x1}}{\partial \mu_\delta} + \frac{\partial m_{x1}}{\partial \mu_\alpha} \right) = 0$, то получим, что у ракет схемы „утка“, имеющих в режимах балансировки

$\mu_\delta \approx \mu_\alpha$, величина $c_3 = \frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_{x1}}{\partial \mu_\alpha}$ отрицательна, и поэтому возмущения $\Delta \dot{\gamma}_{\max}$ и $\Delta \omega_{x \max}$ будут меньшими, чем соответственно $\Delta \dot{\gamma}_{\max}^*$ и $\Delta \omega_{x \max}^*$. У ракет нормальной схемы, наоборот, величина $\frac{\partial m_{x1}}{\partial \mu_\alpha}$ положительна и величины $\Delta \dot{\gamma}_{\max}$ и $\Delta \omega_{x \max}$ больше, чем соответственно $\Delta \dot{\gamma}_{\max}^*$ и $\Delta \omega_{x \max}^*$. Результат качественно не изменится, если учесть также и составляющую момента крена $M_{x\epsilon}$.

5.4. Оценка предельных возмущений по крену

Приведенные в пп. 5.2 и 5.3 соотношения, в частности соотношения (4.80) и (4.81), получены из уравнений возмущенного движения и поэтому в математическом смысле справедливы лишь для таких малых возмущений, квадраты и более высокие степени которых являются величинами второго порядка малости по сравнению с самими возмущениями¹⁾. В то же время в п. 5.1 указывалось, что максимальные моменты крена возникают в управляемых движениях в тех случаях, когда плоскость управления составляет с плоскостью угла атаки угол $\epsilon = \mu_\delta - \mu_\alpha = 90^\circ$. Поэтому возникает естественный вопрос, в какой мере результаты, вытекающие из линеаризованных уравнений движения, могут быть использованы для анализа возмущений по крену при таких больших величинах ϵ .

Такая возможность во многом зависит от соотношения частот продольно-боковых колебаний и колебаний по крену, от соотношения коэффициентов момента крена m_{x1} и m_{x2} и от характера зависимости продольно-бокового момента от углов атаки. Так, например, если частота колебаний по крену значительно выше частоты колебаний по углу атаки, то так же как это было сделано выше, можно принять, что за время достижения максимального отклонения по крену плоскость угла атаки не изменяет своего положения в пространстве. Если при этом амплитуды высших гармоник момента крена малы по сравнению с амплитудой основной гармоники и система поперечной стабилизации работает в линейной области, то, принимая для простоты выкладки $\mu_\alpha^* = 0$, уравнение движения крена можно представить в виде

$$\left[\frac{d^2}{dt^2} + (c_1 + c_2 k_1) \frac{d}{dt} + c_2 k_1 \right] \Delta \gamma = \psi(\alpha, \delta) \sin(\mu_\delta^* - \mu_\alpha^*) = \psi(\alpha, \delta) \sin \mu_\delta^*. \quad (4.82)$$

Если управляющее воздействие задается в виде $\mu_\delta^* = \mu_0^* \cdot 1(t)$, то решение уравнения (4.82) формально может быть получе-

¹⁾ Не налагается ограничений лишь на величину угловой скорости крена, входящую в уравнения движения линейно.

но из (4.75), если в последнем положить $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = 0$ и заменить $c_4 \Delta \mu_0^*$ на $\psi(\alpha, \delta) \sin \mu_0^*$. Отметим, что для правой части уравнения (4.82) условие $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = 0$ выполняется автоматически, а $\psi(\alpha, \delta) = c_4$.

Таким образом, получаем следующее простое правило определения максимальных возмущений по крену при $m_x \sim \sim \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha)$ и $\Delta \mu_\alpha^* = 0$.

Если приложение управляющего воздействия $\Delta \mu_\delta^* = \Delta \mu_0^* \cdot 1(t)$, где $\Delta \mu_0^*$ — малая величина, вызывает максимальные значения $\Delta \gamma$ и $\Delta \omega_x$, соответственно равные $\Delta \gamma_{\max}^*$ и $\Delta \omega_{x \max}^*$, то величины $\Delta \gamma_{\max}(\mu_0^*)$ и $\Delta \omega_{x \max}(\mu_0^*)$, соответствующие управляющему воздействию $\Delta \mu_\delta^* = \mu_0^* \cdot 1(t)$, будут равны

$$\left. \begin{aligned} \Delta \gamma_{\max}(\mu_0^*) &\approx \frac{\sin \mu_0^*}{\Delta \mu_0^*} \Delta \gamma_{\max}^*; \\ \Delta \omega_{x \max}(\mu_0^*) &\approx \frac{\sin \mu_0^*}{\Delta \mu_0^*} \Delta \omega_{x \max}^*. \end{aligned} \right\} \quad (4.83)$$

Например, полагая $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = 0$, при $\mu_0^* = 90^\circ$ на основании (4.80) и (4.83) получаем

$$\Delta \gamma_{\max} = \frac{\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta}}{-\frac{\partial m_x}{\partial \delta_\beta} k_\gamma} (1 + e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi_\gamma^*});$$

$$\Delta \omega_{x \max} = \frac{\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} \sqrt{\frac{qSl}{J_x}}}{\sqrt{-\frac{\partial m_x}{\partial \delta_\beta} k_\gamma}} e^{-\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_\gamma^*\right) \operatorname{tg} \varphi_\gamma^*},$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_\gamma^* = \frac{1}{2} \frac{c_1 + c_2 k_\gamma}{\sqrt{c_2 k_\gamma - \frac{1}{4} (c_1 + c_2 k_\gamma)^2}}.$$

Если управляющее воздействие задано в виде $\mu_\delta = \mu_0 \cdot 1(t)$, то величину μ_δ^* в правой части (4.82) можно представить как $\mu_\delta^* = \mu_0 \cdot 1(t) - \Delta \gamma$.

Если $\mu_0 = 90^\circ$, а величина $\Delta \gamma \leq 20^\circ$, то $\sin(\mu_0 - \Delta \gamma)$ отличается от единицы менее чем на 5%. Поэтому можно принять

$\sin(\mu_0 - \Delta\gamma) \approx 1$ и оценивать величины $\Delta\gamma_{\max}$ и $\Delta\omega_{x \max}$ при $\mu_0 = 90^\circ$ по формулам (4.83).

Таким образом, при больших величинах $\varepsilon_0 = (\mu_\delta - \mu_\alpha)_{t=+0}$ максимальные возмущения по крену мало зависят от того, с учетом или без учета угла крена производится отклонение рулей в управляемых движениях.

Далее, если продольно-боковой момент является линейной функцией углов атаки и $0 < \varepsilon_0 \leq 45^\circ$, то характер изменения величины ε при подаче управляющего воздействия $\Delta\mu_\delta^*(t)$ мало

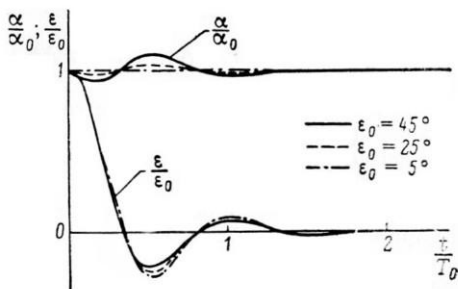


Рис. 4.23. Характер изменения угла атаки α и угла $\varepsilon = \mu_\delta - \mu_\alpha$ при различных величинах управляющего воздействия $\Delta\mu_\delta^* = \varepsilon_0 l(t)$

зависит от ε_0 , а угол атаки корпуса при $\delta = \text{const}$ остается практически постоянным. Для примера на рис. 4.23 приведены результаты численного решения полных уравнений движения ракеты около центра масс при $\delta = \text{const}$, $\Delta\mu_\delta^* = \varepsilon_0 \cdot l(t)$, которые подтверждают это положение. Поэтому, если для оценок положить $\sin \varepsilon_0 \approx \varepsilon_0$, то независимо от соотношения частот продольно-боковых колебаний и колебаний по крену величина $\Delta\gamma$ (и соответственно $\Delta\omega_x = \Delta\dot{\gamma}$) может быть определена из соотношения (4.74).

В других случаях, например, когда или $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \neq 0$, или продольно-боковой момент является существенно нелинейной функцией α , или же когда проявляются нелинейности системы поперечной стабилизации, максимальные возмущения по крену в управляемых движениях могут быть определены путем численного интегрирования полных уравнений движения ракеты около центра масс.

Глава V

ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ РАКЕТЫ С АВТОПИЛОТОМ

В данной главе исследуем динамические свойства ракет, стабилизированных по крену, в пространственном движении. В отличие от гл. IV рассмотрим общий случай движения около центра масс, когда заданными являются управляющие сигналы λ_3 и μ_3 , а движение рулей и элеронов подчинено связям, налагаемым системой управления и стабилизации.

Поскольку строгое разделение полных уравнений движения ракеты удастся получить только для случая маневра в вертикальной плоскости при $\gamma=0$ или 45° , то такой маневр принимается в качестве исходного также и при анализе возмущенного движения ракеты с автопилотом.

§ 1. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ РАКЕТА — АВТОПИЛОТ

1.1. Полярная форма уравнений автопилота

Для исследования возмущенного движения ракеты при заданных отклонениях рулей были использованы уравнения движения в цилиндрических координатах. Чтобы иметь возможность исследовать движение ракеты с автопилотом, уравнения последнего необходимо записать также в цилиндрических координатах. Воспользуемся для этой цели уравнениями (2.49), (2.50) и (2.51).

Обозначая приращения фазовых координат индексом « Δ », на основании уравнений (2.50) и (2.51) можно написать

$$\begin{aligned} \left[k_{o.c} F_1(p) - \frac{\partial \bar{M}_{ш1}}{\partial \delta_1} \right] \Delta \delta_1(p) = & \Phi_\lambda(p) \Delta \lambda_1(p) - \Phi_n(p) \Delta n_y(p) - \\ & - \Phi_\omega(p) \Delta \omega_z(p) - \frac{M^2}{K} T_{лус}^2 \Phi_\omega(p) p \Delta \omega_x(p) + \frac{\partial \bar{M}_{ш1}}{\partial \alpha_1} \times \\ & \times (T_{p.m} p + 1) \Delta \alpha_1(p) + \frac{\partial \bar{M}_{ш1}}{\partial \alpha_2} (T_{p.m} p + 1) \Delta \alpha_2(p); \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
\left[k_{o.c} F_1(p) - \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш2}}}{\partial \delta_2} \right] \Delta \delta_2(p) = & -\Phi_\lambda(p) \Delta \lambda_2(p) + \Phi_n(p) \Delta n_z(p) - \\
& -\Phi_\omega(p) \Delta \omega_y(p) + \frac{M^2}{K} T_{\text{лус}}^2 \Phi_\omega(p) p \Delta \omega_x(p) + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш2}}}{\partial \alpha_2} \times \\
& \times (T_{p.m} p + 1) \Delta \alpha_2(p) + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш2}}}{\partial \alpha_1} (T_{p.m} p + 1) \Delta \alpha_1(p). \quad (5.2)
\end{aligned}$$

Выразим при помощи соотношений (1.33), (2.52), (2.53) и (3.5) приращения декартовых координат через приращения полярных координат

$$\left. \begin{aligned}
\Delta \alpha_1 &= \Delta \alpha \cos \mu_\alpha - \alpha \sin \mu_\alpha \Delta \mu_\alpha; \\
\Delta \alpha_2 &= \Delta \alpha \sin \mu_\alpha + \alpha \cos \mu_\alpha \Delta \mu_\alpha; \\
\Delta \delta_1 &= \Delta \delta \cos \mu_\delta - \delta \sin \mu_\delta \Delta \mu_\delta; \\
\Delta \delta_2 &= \Delta \delta \sin \mu_\delta + \delta \cos \mu_\delta \Delta \mu_\delta; \\
\Delta \omega_y &= \Delta \omega \sin \mu_\omega + \omega \cos \mu_\omega \Delta \mu_\omega; \\
\Delta \omega_z &= \Delta \omega \cos \mu_\omega - \omega \sin \mu_\omega \Delta \mu_\omega; \\
\Delta n_y &= \Delta n \cos \mu_n - n \sin \mu_n \Delta \mu_n; \\
\Delta n_z &= -\Delta n \sin \mu_n - n \cos \mu_n \Delta \mu_n; \\
\Delta \lambda_1 &= \Delta \lambda_3 \cos \mu_\lambda - \lambda_3 \sin \mu_\lambda \Delta \mu_\lambda; \\
\Delta \lambda_2 &= -\Delta \lambda_3 \sin \mu_\lambda - \lambda_3 \cos \mu_\lambda \Delta \mu_\lambda.
\end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

В этих соотношениях

$$\left. \begin{aligned}
\mu_\lambda &= \mu_3 + \gamma_p; \\
\Delta \mu_\lambda &= \Delta \mu_3 + \Delta \gamma_p,
\end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

причем в случае полной компенсации скручивания $\gamma_p = \gamma$, а в случае неполной компенсации скручивания $\gamma_p = \gamma_3$.

Чтобы приближенно учесть возможное влияние перекрестных связей координатора цели, линеаризуем соотношения (2.54), считая $\omega_{\text{зи}} > 0$. Так как при маневре в вертикальной плоскости в исходном режиме $\omega_{\text{ни}} = \omega_x = \varphi_{\Gamma} = 0$, то в результате линеаризации получаем

$$\left. \begin{aligned}
\Delta \lambda_3 &= k \Delta \omega_{\text{зи}}; \\
\Delta \mu_3 &= \frac{\Delta \omega_{\text{ни}}}{\omega_{\text{зи}}} + \frac{\sin \varphi_{\text{н}}}{\omega_{\text{зи}}} S_{\gamma_1}(p) \Delta \omega_x.
\end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Если перекрестная связь координатора по угловой скорости крена отсутствует, то для сигналов $\lambda_{\text{зи}}$ и $\mu_{\text{зи}}$, соответствующих

истинному вращению линии визирования, на основании (2.54) имеем соотношения

$$\lambda_{3и} = k\omega_{3и};$$

$$\operatorname{tg} \mu_{3и} = \frac{\omega_{\gamma и}}{\omega_{\zeta и}},$$

Поэтому соотношения (5.5) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \Delta \lambda_3 &= \Delta \lambda_{3и}; \\ \Delta \mu_3 &= \Delta \mu_{3и} + \frac{1}{\lambda_{3и}} S_k(p) \Delta \omega_x, \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

где

$$S_k(p) = k \sin \varphi_B S_\gamma(p). \quad (5.7)$$

В дальнейшем ради краткости будем писать λ вместо $\lambda_{3и}$ и μ вместо $\mu_{3и}$. Подставим в (5.1) и (5.2) величины $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2, \dots, \Delta \lambda_3, \Delta \mu_3$, определяемые соотношениями (5.3), (5.4) и (5.6) и образуем сумму уравнений (5.1) и (5.2), умноженных на $\cos \mu_\alpha$ и $\sin \mu_\alpha$, а также сумму этих уравнений, умноженных, соответственно, на $-\sin \mu_\alpha$ и $\cos \mu_\alpha$. В результате, учитывая, что при маневре в вертикальной плоскости выполняются соотношения (3.51), получим

$$\begin{aligned} [\cos \varepsilon k_{o.c} F_1(p) - \varphi_1(\alpha)] \Delta \delta(p) + \delta \varphi_2(\alpha) \Delta \mu_\delta(p) &= \Phi_\lambda(p) \Delta \lambda(p) - \\ &- \Phi_n(p) \Delta n(p) - \Phi_\omega(p) \Delta \omega(p) + k_1 \Phi_\omega(p) p \Delta \omega_x(p) + \\ &+ f_1(\alpha) (T_{p.m} p + 1) \Delta \alpha(p) + \alpha f_2(\alpha) (T_{p.m} p + 1) \Delta \mu_\alpha(p); \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \delta [\cos \varepsilon k_{o.c} F_1(p) - \varphi_3(\alpha)] \Delta \mu_\delta(p) + \varphi_2(\alpha) \Delta \delta(p) &= \lambda \Phi_\lambda(p) \Delta \mu_\lambda(p) - \\ &- n \Phi_n(p) \Delta \mu_n(p) - \omega \Phi_\omega(p) \Delta \mu_\omega(p) + [k_2 \Phi_\omega(p) p + \Phi_\lambda(p) S_k(p)] \times \\ &\times \Delta \omega_x(p) + \lambda \Phi_\lambda(p) \Delta \gamma_p(p) + f_3(\alpha) (T_{p.m} p + 1) \Delta \alpha(p) + \\ &+ \alpha f_4(\alpha) (T_{p.m} p + 1) \Delta \mu_\alpha(p). \end{aligned} \quad (5.9)$$

В этих уравнениях приняты следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{M^2}{K} T_{\lambda \gamma c}^2 (\sin \mu_\alpha - \cos \mu_\alpha); \\ k_2 &= \frac{M^2}{K} T_{\lambda \gamma c}^2 (\sin \mu_\alpha + \cos \mu_\alpha); \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\alpha) &= \left(\frac{\partial \bar{M}_{m1}}{\partial \delta_1} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\partial \bar{M}_{m2}}{\partial \delta_2} \sin^2 \mu_\alpha \right) \cos \varepsilon; \\ \varphi_2(\alpha) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{m1}}{\partial \delta_1} - \frac{\partial \bar{M}_{m2}}{\partial \delta_2} \right) \sin 2\mu_\alpha \cos \varepsilon; \\ \varphi_3(\alpha) &= \left(\frac{\partial \bar{M}_{m1}}{\partial \delta_1} \sin^2 \mu_\alpha + \frac{\partial \bar{M}_{m2}}{\partial \delta_2} \cos^2 \mu_\alpha \right) \cos \varepsilon; \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1(\alpha) &= \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_1} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_2} \sin^2 \mu_\alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_1} \right) \sin 2\mu_\alpha; \\ f_2(\alpha) &= \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_2} \cos^2 \mu_\alpha - \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_1} \sin^2 \mu_\alpha - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_2} \right) \sin 2\mu_\alpha; \\ f_3(\alpha) &= \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_1} \cos^2 \mu_\alpha - \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_2} \sin^2 \mu_\alpha - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_2} \right) \sin 2\mu_\alpha; \\ f_4(\alpha) &= \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_2} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_1} \sin^2 \mu_\alpha - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_1} \right) \sin 2\mu_\alpha. \end{aligned} \right\} (5.12)$$

Для ракет нормальной схемы $\varepsilon = \pi$, для ракет схемы «утка» $\varepsilon = 0$.

Коэффициенты k_1 и k_2 характеризуют величину перекрестных связей, возникающих в датчиках угловых скоростей тангажа и рыскания из-за влияния углового ускорения крена. Как видно из соотношений (5.10), величины этих коэффициентов зависят не только от конструктивных параметров датчиков угловых скоростей, но и от ориентации плоскости угла атаки относительно ракеты.

Величины $\varphi_i(\alpha)$ и $f_i(\alpha)$ характеризуют влияние аэродинамических шарнирных моментов, обусловленное зависимостью динамических характеристик приводов рулей от нагрузки. Рассмотрим эти величины.

Если в невозмущенном движении $\gamma = 0$, то

$$\mu_\alpha = \frac{\partial m_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_2} = \frac{\partial m_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_1} = 0,$$

и из (5.11) и (5.12) получаем, что $\varphi_2(\alpha) = f_2(\alpha) = f_3(\alpha) = 0$.

Если $\gamma = 45^\circ$, то $\alpha_1 = \alpha_2$, $\delta_1 = \delta_2$ и из (1.69) и (1.70) следует, что

$$\frac{\partial m_{\text{ш}1}}{\partial \delta_1} = \frac{\partial m_{\text{ш}2}}{\partial \delta_2}, \quad \frac{\partial m_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial m_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_2}, \quad \frac{\partial m_{\text{ш}1}}{\partial \alpha_2} = \frac{\partial m_{\text{ш}2}}{\partial \alpha_1}.$$

Поэтому и в этом случае $\varphi_2(\alpha) = f_2(\alpha) = f_3(\alpha) = 0$.

Таким образом, при маневре в вертикальной плоскости уравнение (5.8) не содержит возмущений полярных углов, в то время как уравнение (5.9) не содержит переменных $\Delta \delta$ и $\Delta \alpha$. Это обстоятельство позволяет значительно упростить полную систему уравнений движения ракеты с автопилотом, поскольку, как было выяснено в гл. IV, колебания ракеты в плоскости симметрии не зависят от управляющего воздействия $\Delta \mu_\delta$, а колебания по крену и изменение полярных углов не зависят от управляющего воздействия $\Delta \delta$.

Чтобы получить уравнения для $\Delta \delta$ и $\Delta \mu_\delta$ в более компактной форме, рассмотрим коэффициенты введенных в гл. III шарнирных моментов $M_{\text{ш} \tilde{y}}$ и $M_{\text{ш} \tilde{z}}$:

$$m_{\text{ш } \tilde{y}} = m_{\text{ш } 2} \cos \mu_\alpha - m_{\text{ш } 1} \sin \mu_\alpha;$$

$$m_{\text{ш } \tilde{z}} = m_{\text{ш } 1} \cos \mu_\alpha + m_{\text{ш } 2} \sin \mu_\alpha.$$

Получим производные $\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \delta}$, $\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{y}}}{\partial \mu_\delta}$, $\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \alpha}$ и $\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{y}}}{\partial \mu_\alpha}$, учитывая, что $m_{\text{ш } 1} = m_{\text{ш } 1}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_1)$ и $m_{\text{ш } 2} = m_{\text{ш } 2}(\alpha_1, \alpha_2, \delta_2)$.

Производную $\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \delta}$ можно представить в виде

$$\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \delta} = \frac{\partial m_{\text{ш } 1}}{\partial \delta_1} \frac{\partial \delta_1}{\partial \delta} \cos \mu_\alpha + \frac{\partial m_{\text{ш } 2}}{\partial \delta_2} \frac{\partial \delta_2}{\partial \delta} \sin \mu_\alpha.$$

Так как в соответствии с (1.33³)

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial \delta} = \cos \mu_\delta; \quad \frac{\partial \delta_2}{\partial \delta} = \sin \mu_\delta,$$

а в исходном режиме $\mu_\delta - \mu_\alpha = \varepsilon$, то

$$\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \delta} = \left(\frac{\partial m_{\text{ш } 1}}{\partial \delta_1} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\partial m_{\text{ш } 2}}{\partial \delta_2} \sin^2 \mu_\alpha \right) \cos \varepsilon.$$

Аналогично получим другие производные

$$\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{y}}}{\partial \mu_\delta} = \left(\frac{\partial m_{\text{ш } 2}}{\partial \delta_2} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\partial m_{\text{ш } 1}}{\partial \delta_1} \sin^2 \mu_\alpha \right) \delta \cos \varepsilon;$$

$$\frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \alpha} = \frac{\partial m_{\text{ш } 1}}{\partial \alpha_1} \cos^2 \mu_\alpha + \frac{\partial m_{\text{ш } 2}}{\partial \alpha_2} \sin^2 \mu_\alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial m_{\text{ш } 1}}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial m_{\text{ш } 2}}{\partial \alpha_1} \right) \sin 2 \mu_\alpha$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_{\text{ш } \tilde{y}}}{\partial \mu_\alpha} = & -m_{\text{ш } \tilde{z}} + \alpha \frac{\partial m_{\text{ш } 2}}{\partial \alpha_2} \cos^2 \mu_\alpha + \alpha \frac{\partial m_{\text{ш } 1}}{\partial \alpha_1} \sin^2 \mu_\alpha - \\ & - \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial m_{\text{ш } 2}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial m_{\text{ш } 1}}{\partial \alpha_2} \right) \sin 2 \mu_\alpha. \end{aligned}$$

Из сравнения полученных выражений с выражениями для $\varphi_1(\alpha)$, $\varphi_3(\alpha)$ (5.11) и $f_1(\alpha)$, $f_4(\alpha)$ (5.12) видно, что

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\alpha) &= \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \delta}; \\ \varphi_3(\alpha) &= \frac{1}{\delta} \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш } \tilde{y}}}{\partial \mu_\delta}; \\ f_1(\alpha) &= \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш } \tilde{z}}}{\partial \alpha}; \\ f_4(\alpha) &= \frac{1}{\alpha} \left(\bar{M}_{\text{ш } \tilde{z}} + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш } \tilde{y}}}{\partial \mu_\alpha} \right), \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

где $\bar{M}_{\text{ш} \tilde{z}}$ и $\bar{M}_{\text{ш} \tilde{y}}$ определяется через $\bar{M}_{\text{ш}1}$ и $\bar{M}_{\text{ш}2}$ при помощи соотношений (3.8).

Суммируя приведенные выше соотношения, получим уравнения автопилота в виде

$$F_{11}(p) \Delta \delta(p) = \Phi_\lambda(p) \Delta \lambda(p) - \Phi_n(p) \Delta n(p) - \Phi_\omega(p) \Delta \omega(p) - \Phi_\alpha(p) \Delta \alpha(p) + k_1 \Phi_\omega(p) p \Delta \omega_x, \quad (5.14)$$

$$F_{12}(p) \Delta \mu_\delta(p) = \frac{\lambda}{\delta} \Phi_\lambda(p) \mu_n(p) - \frac{n}{\delta} \Phi_n(p) \Delta \mu_n(p) - \frac{\omega}{\delta} \Phi_\omega(p) \Delta \mu_\omega(p) - \frac{\alpha}{\delta} \Phi_{\mu_\alpha}(p) \Delta \mu_\alpha(p) + \frac{\lambda}{\delta} \Phi_\lambda(p) \Delta Y_p(p) + \frac{1}{\delta} [k_2 \Phi_\omega(p) p + \Phi_\lambda(p) S_k(p)] \Delta \omega_x(p), \quad (5.15)$$

где

$$\left. \begin{aligned} F_{11}(p) &= \cos \varepsilon k_{0,c} F_1(p) - \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш} \tilde{z}}}{\partial \delta}; \\ F_{12}(p) &= \cos \varepsilon k_{0,c} F_1(p) - \frac{1}{\delta} \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш} \tilde{y}}}{\partial \mu_\delta}; \\ \Phi_\alpha(p) &= - \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш} \tilde{z}}}{\partial \alpha} (T_{p,m} p + 1); \\ \Phi_{\mu_\alpha}(p) &= - \frac{1}{\alpha} \left(\bar{M}_{\text{ш} \tilde{z}} + \frac{\partial \bar{M}_{\text{ш} \tilde{y}}}{\partial \mu_\alpha} \right) (T_{p,m} p + 1). \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

Если коэффициенты шарнирных моментов $m_{\text{ш}1}$ и $m_{\text{ш}2}$ линейно зависят от углов атаки:

$$m_{\text{ш}1} = m_{\text{ш}}^\alpha \alpha_1 + m_{\text{ш}}^\delta \delta_1;$$

$$m_{\text{ш}2} = m_{\text{ш}}^\alpha \alpha_2 + m_{\text{ш}}^\delta \delta_2,$$

то

$$m_{\text{ш} \tilde{y}} = m_{\text{ш}}^\delta \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha);$$

$$m_{\text{ш} \tilde{z}} = m_{\text{ш}}^\alpha \alpha + m_{\text{ш}}^\delta \delta \cos(\mu_\delta - \mu_\alpha),$$

и при балансировке в плоскости симметрии

$$\frac{\partial m_{\text{ш} \tilde{z}}}{\partial \delta} = \frac{1}{\delta} \frac{\partial m_{\text{ш} \tilde{y}}}{\partial \mu_\delta} = m_{\text{ш}}^\delta \cos \varepsilon;$$

$$\frac{\partial m_{\text{ш} \tilde{z}}}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} \left(m_{\text{ш} \tilde{z}} + \frac{\partial m_{\text{ш} \tilde{y}}}{\partial \mu_\alpha} \right) = m_{\text{ш}}^\alpha.$$

В этом частном случае

$$F_{11}(p) = F_{12}(p);$$

$$\Phi_{\alpha}(p) = \Phi_{\nu_{\alpha}}(p).$$

Используя (3.47) и (5.16), можно показать, что операторы $F_{11}(p)$ и $F_{12}(p)$ одинаковы также тогда, когда шарнирный момент обладает свойством круговой симметрии, т. е. когда $p_{13} = p_{04} = 0$. Во всех других случаях $F_{11}(p) \neq F_{12}(p)$ и $\Phi_{\alpha}(p) \neq \Phi_{\nu_{\alpha}}(p)$.

При линейризации уравнения (2.49) необходимо учесть, что в исходном режиме $\delta_3 = 0$. Тогда $\frac{\partial \bar{M}_{\text{шэ}}}{\partial \alpha} = 0$, и при постоянной величине γ_3 уравнение автопилота в канале крена принимает вид

$$F_3(p) \Delta \delta_3(p) = \Phi_{\gamma}(p) \Delta \gamma(p), \quad (5.17)$$

где

$$F_3(p) = k_{\text{о.с.э}} F_2(p) - \frac{\partial \bar{M}_{\text{шэ}}}{\partial \delta_3};$$

$$\Phi_{\gamma}(p) = \Phi'_{\gamma}(p) + p \Phi_{\omega_x}(p).$$

1.2. Передаточные функции при движении в плоскости симметрии

Для составления передаточных функций системы ракета — автопилот при движении в плоскости симметрии воспользуемся уравнениями (4.28), (4.29) и (5.14). Уравнение (5.14) содержит переменную $\Delta \omega_x$ и поэтому движение в плоскости симметрии зависит от движения крена. Однако, поскольку система уравнений (4.38), (4.41), (5.15) и (5.17), определяющая взаимосвязь каналов управления, не содержит переменных $\Delta \alpha$, $\Delta \delta$, $\Delta \omega$ и Δn , то наличие в уравнении (5.14) члена, содержащего $\Delta \omega_x$, не приводит к связи этих двух систем уравнений, и для движения в плоскости симметрии величину $\Delta \omega_x$ можно рассматривать как внешнее возмущение. Наличие этого возмущения не изменяет динамических свойств ракеты при движении в плоскости симметрии и поэтому при составлении передаточных функций его учитывать не будем.

Таким образом, для составления передаточных функций системы ракета — автопилот, соответствующих движению в плоскости симметрии, имеем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} F'_0(p) \Delta \alpha_k(p) &= N'_\alpha(p) \Delta \delta(p); \\ F'_0(p) \Delta \omega(p) &= N'_\omega(p) \Delta \delta(p); \\ F'_0(p) \Delta n(p) &= N'_n(p) \Delta \delta(p); \\ F_{11}(p) \Delta \delta(p) &= \Phi_\lambda(p) \Delta \lambda(p) - \Phi_n(p) \Delta n(p) - \Phi_\omega(p) \Delta \omega(p) - \\ &\quad - \Phi_{\alpha_k}(p) \Delta \alpha_k(p), \end{aligned} \right\} (5.18)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 F'_0(p) &= p^2 + (a_1 + a'_4)p + a'_2 + a_1 a'_4; \\
 N'_\alpha(p) &= -a'_5 p + a'_3 - a_1 a'_5; \\
 N'_\omega(p) &= a'_3 p + a'_3 a'_4 + a'_2 a'_5; \\
 N'_n(p) &= \frac{V}{g} [a''_5 p^2 + (a_1 a''_5 + a'_4 a''_5 - a''_4 a'_5) p + a'_2 a''_5 + a'_3 a''_4 + \\
 &\quad + a_1 (a'_4 a''_5 - a''_4 a'_5)]; \\
 \Phi_{\alpha_K}(p) &= (1 + \alpha^2) \Phi_\alpha(p).
 \end{aligned} \right\} (5.19)$$

Структурная схема, соответствующая уравнениям (5.18), показана на рис. 5.1.

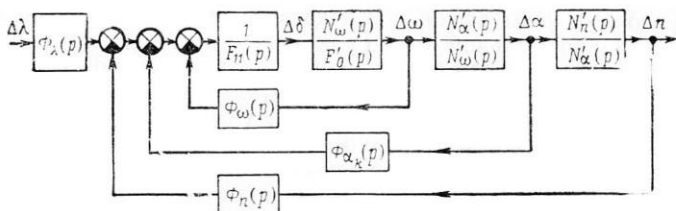


Рис. 5.1. Структурная схема системы ракета — автопилот, соответствующая движению в плоскости симметрии

Основными передаточными функциями, по которым оценивают динамические свойства системы ракета — автопилот, являются передаточная функция от управляющего сигнала $\Delta\lambda$ к перегрузке Δn и передаточная функция от управляющего сигнала к угловой скорости $\Delta\omega$. Эти передаточные функции имеют вид

$$\frac{\Delta n(p)}{\Delta\lambda(p)} = \frac{\Phi_\lambda(p) N'_n(p)}{F'_0(p) F_{11}(p) + \Phi_n(p) N'_n(p) + \Phi_\omega(p) N'_\omega(p) + \Phi_{\alpha_K}(p) N'_\alpha(p)}; \quad (5.20)$$

$$\frac{\Delta\omega(p)}{\Delta\lambda(p)} = \frac{\Phi_\lambda(p) N'_\omega(p)}{F'_0(p) F_{11}(p) + \Phi_n(p) N'_n(p) + \Phi_\omega(p) N'_\omega(p) + \Phi_{\alpha_K}(p) N'_\alpha(p)}. \quad (5.21)$$

Полученные передаточные функции не отличаются от соответствующих передаточных функций изолированных каналов тангажа и курса.

1.3. Передаточные функции контура взаимосвязи каналов

Контуром взаимосвязи каналов будем называть контур, включающий канал крена, канал тангажа и канал курса, взаимосвязанные посредством момента крена от косого обдува и инерционных перекрестных связей. Благодаря этим связям контур взаимосвязи каналов оказывается всегда замкнутым.

Динамические свойства контура взаимосвязи каналов при малых возмущениях могут быть изучены с помощью системы уравнений (4.38), (4.41), (5.15) и (5.17). При составлении передаточных функций, соответствующих этой системе уравнений, выделим следующие два случая аэродинамических характеристик.

В первом случае будем предполагать, что продольно-боковой момент обладает свойством круговой симметрии и не зависит от угла отклонения элеронов. Эти предположения могут выполняться для ракет с поворотным крылом, имеющих небольшие балансирующие углы атаки, и в некоторых случаях для ракет бесхвостой и нормальной схем и ракет схемы «утка».

Во втором случае будем пренебрегать подъемной силой, возникающей непосредственно за счет отклонения рулей, по сравнению с суммарной подъемной силой. При оценке динамических свойств контура стабилизации такое допущение является обычным для ракет нормальной схемы и схемы «утка».

В обоих случаях будем пренебрегать круговой несимметрией подъемной силы, зависимостью $c_{\tilde{z}}$ от угла отклонения элеронов и влиянием гироскопического момента, пропорционального величине $\frac{J_x}{J} \omega$.

$$\text{С л у ч а й} \quad \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \gamma} = \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \delta_{\tilde{y}}} = 0$$

Если продольно-боковой момент обладает свойством круговой симметрии и не зависит от угла отклонения элеронов, то система уравнений (4.38), (4.41), (5.15) и (5.17) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) \Delta p_{\alpha}^*(p) &= \frac{\delta}{\alpha} N_{\alpha}(p) \Delta p_{\alpha}^*(p); \\ F_0(p) \Delta p_{\omega}^*(p) &= \frac{\delta}{\omega} N_{\omega}(p) \Delta p_{\omega}^*(p); \\ F_0(p) \Delta p_n^*(p) &= \frac{\delta}{n} N_n(p) \Delta p_n^*(p); \\ \left[F_{\gamma}^*(p) - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right] \Delta \gamma(p) &= -c_2 \Delta \delta_{\tilde{y}}(p) + c_3 \Delta p_{\alpha}^*(p) + c_4 \Delta p_{\omega}^*(p); \\ F_{\tilde{y}}(p) \Delta \delta_{\tilde{y}}(p) &= \Phi_{\gamma}(p) \Delta \gamma(p); \end{aligned} \right\} (5.22)$$

$$F_{12}(p) \Delta u_{\omega}^*(p) = \frac{\lambda}{\delta} \Phi_{\lambda}(p) \Delta u_{\eta}(p) - \frac{n}{\delta} \Phi_n(p) \Delta u_n^*(p) - \left. \begin{aligned} & - \frac{\omega}{\delta} \Phi_{\omega}(p) \Delta u_{\omega}^*(p) - \frac{\alpha}{\delta} \Phi_{\mu_{\alpha}}(p) \Delta u_{\alpha}^*(p) - L(p) \Delta \gamma(p). \end{aligned} \right\}$$

В последнем уравнении величина $L(p)$ зависит от способа формирования управляющих сигналов на входах автопилота. При этом в случае полной компенсации скручивания систем координат, когда $\Delta \gamma_p = \Delta \gamma$,

$$L(p) = L^*(p) = F_{12}(p) + \frac{n}{\delta} \Phi_n(p) + \left(\frac{\omega}{\delta} - \frac{k_2}{\delta} p^2 \right) \Phi_{\omega}(p) + \left. \begin{aligned} & + \frac{\alpha}{\delta} \Phi_{\mu_{\alpha}}(p) - \left[\frac{\lambda}{\delta} + \frac{1}{\delta} S_k(p)p \right] \Phi_{\lambda}(p). \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

В случае неполной компенсации скручивания систем координат $\Delta \gamma_p = 0$, и

$$L(p) = F_{12}(p) + \frac{n}{\delta} \Phi_n(p) + \left(\frac{\omega}{\delta} - \frac{k_2}{\delta} p^2 \right) \Phi_{\omega}(p) + \left. \begin{aligned} & + \frac{\alpha}{\delta} \Phi_{\mu_{\alpha}}(p) - \frac{1}{\delta} \Phi_{\lambda}(p) S_k(p)p. \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

Структурная схема контура взаимосвязи каналов тангажа, курса и крена, соответствующая уравнениям (5.22), показана на рис. 5.2. Величина $f(t)$ представляет собой внешнее возмущение, например, момент крена от производственной несимметрии.

Выясним физический смысл отдельных звеньев этой схемы.

Рассмотрим передаточную функцию $W_1(p)$ звена, обозначенного на рис. 5.2 цифрой I:

$$W_1(p) = \frac{\delta}{n} W_n(p) = \frac{\delta}{n} \times \left. \begin{aligned} & \times \frac{N_n(p)}{F_0(p) F_{12}(p) + N_n(p) \Phi_n(p) + N_{\omega}(p) \Phi_{\omega}(p) + N_{\alpha}(p) \Phi_{\mu_{\alpha}}(p)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

Нетрудно видеть, что по форме $W_n(p)$ аналогична передаточной функции замкнутого контура стабилизации от управляющего сигнала $\Delta \lambda$ к перегрузке Δn при движении в плоскости симметрии (5.20) и отличается от последней величинами динамических коэффициентов, входящих в $F_0(p)$, $F_{12}(p)$, $\Phi_{\mu_{\alpha}}(p)$ и $N_x(p)$ ($x = \alpha, \omega, n$). В частном случае, при линейных аэродинамических характеристиках выражения для этих передаточных функций совпадают [с точностью до множителя $\Phi_{\lambda}(p)$].

Обозначим через $W_2(p) = \frac{n}{\delta} W_m(p)$ суммарную передаточную функцию параллельных звеньев, составляющих звено II. Очевидно, что

$$W_m(p) = c_4 \frac{F_0(p)}{N_n(p)} + c_3 \frac{\delta}{\alpha} \frac{N_\alpha(p)}{N_n(p)}. \quad (5.26)$$

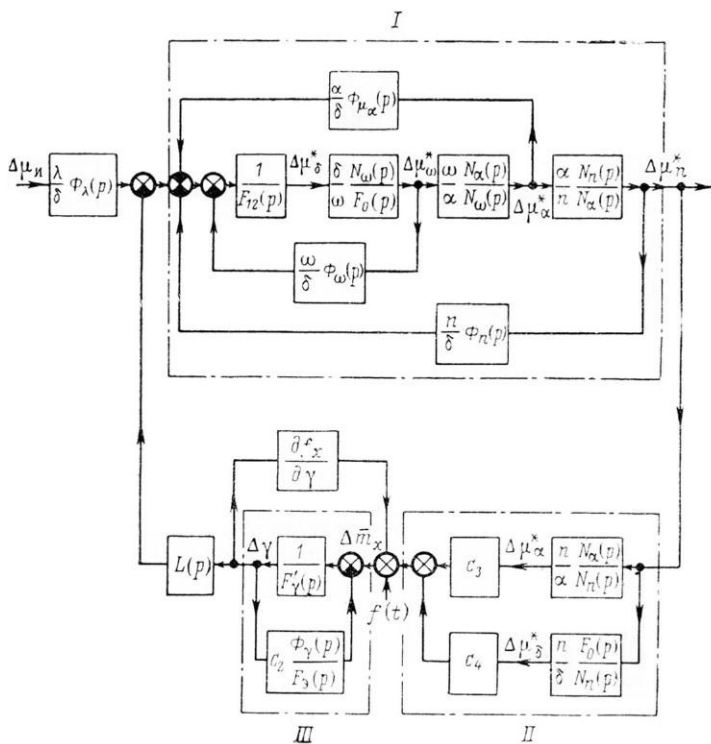


Рис. 5.2. Структурная схема контура взаимосвязи каналов управления в случае $\frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \gamma} = \frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \delta} = 0$

Передаточная функция $W_m(p)$ характеризует воздействие на ракету моментов крена, возникающих вследствие колебаний плоскости угла атаки и плоскости управления при $\gamma = \text{const}$.

Передаточная функция звена III

$$W_{\tilde{\gamma}}(p) = \frac{F_3(p)}{F_{\tilde{\gamma}}'(p) F_3(p) + c_2 \Phi_{\tilde{\gamma}}(p)} \quad (5.27)$$

представляет собой передаточную функцию от внешнего момента $\Delta \bar{m}_x$ к углу крена для замкнутого канала крена. Эта передаточная функция отличается от передаточной функции (4.51) только оператором $F_3(p)$, в котором учитывается влияние шарнирного момента элеронов.

Канал крена охвачен обратной связью, характеризующей влияние момента от косого обдува, возникающего вследствие поворота ракеты по крену при фиксированных в пространстве

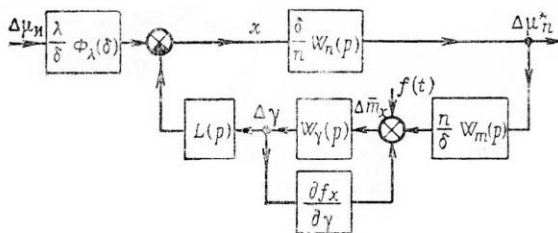


Рис. 5.3. Преобразованная структурная схема контура

$$\begin{aligned} & \text{взаимосвязи каналов управления в случае } \frac{\partial m_{\sim}}{\partial \gamma} = \\ & = \frac{\partial m_{\sim}}{\partial \delta_{\gamma}} = 0 \end{aligned}$$

плоскости угла атаки ($\Delta \mu_{\alpha}^* = 0$) и плоскости управления ($\Delta \mu_{\epsilon}^* = 0$).

Звено L характеризует влияние колебаний по крену на продольно-боковое движение ракеты. Это влияние обусловлено перераспределением углов атаки, угловых скоростей и перегрузок в каналах тангажа и курса, аппаратными перекрестными связями, а при $L(p) = L^*(p)$ — и перераспределением управляющих сигналов на входах автопилота.

Учитывая соотношения (5.25) — (5.27), структурную схему контура взаимосвязи каналов можно представить в виде, показанном на рис. 5.3.

Используя эту структурную схему, получаем следующие передаточные функции, которыми можно характеризовать динамические свойства контура взаимосвязи каналов ракеты в случае

$$\frac{\partial m_{\sim}}{\partial \gamma} = \frac{\partial m_{\sim}}{\partial \delta_{\gamma}} = 0:$$

$$\frac{\Delta \mu_n^*(p)}{\Delta \mu_{и}(p)} = \frac{\lambda}{n} W_{n_{zg}}(p) = \frac{\lambda}{n} \frac{W_n(p) \Phi_{\lambda}(p)}{1 + L(p) W_n(p) W_m(p) W_{\gamma}'(p)}; \quad (5.28)$$

$$\frac{\Delta \mu_n(p)}{\Delta \mu_n(p)} = \frac{\lambda}{n} W_{n_z}(p) = \frac{\lambda}{n} \frac{W_n(p) \Phi_\lambda(p) \left[1 + \frac{n}{\delta} W_m(p) W'_\gamma(p) \right]}{1 + L(p) W_n(p) W_m(p) W'_\gamma(p)}; \quad (5.29)$$

$$\frac{\Delta \gamma(p)}{\Delta \mu_n(p)} = \lambda W_\gamma^\lambda(p) = \frac{\lambda}{\delta} \frac{W_n(p) W_m(p) W'_\gamma(p) \Phi_\lambda(p)}{1 + L(p) W_n(p) W_m(p) W'_\gamma(p)}, \quad (5.30)$$

где

$$W'_\gamma(p) = \frac{W_\gamma(p)}{1 - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} W_\gamma(p)}. \quad (5.31)$$

Выясним физический смысл передаточных функций $W_{n_z}(p)$ и $W_\gamma^\lambda(p)$.

Если обозначить через λ_{zg} и n_{zg} проекции суммарной команды λ и поперечной перегрузки n на горизонтальную ось, то в соответствии с принятым правилом отсчета полярных углов μ можно записать

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_{zg} &= -\lambda \Delta \mu_n; \\ \Delta n_{zg} &= -n \Delta \mu_n^*. \end{aligned}$$

Тогда из этих соотношений и из (5.28) и (5.30) следует, что

$$\begin{aligned} W_{n_z g}(p) &= \frac{\Delta n_{zg}(p)}{\Delta \lambda_{zg}(p)}; \\ W_\gamma^\lambda(p) &= -\frac{\Delta \gamma(p)}{\Delta \lambda_{zg}(p)}, \end{aligned}$$

т. е. что $W_{n_z g}(p)$ представляет собой передаточную функцию от управляющего сигнала λ_{zg} к перегрузке n_{zg} , а $W_\gamma^\lambda(p)$ — передаточную функцию от этого сигнала к углу крена.

Далее, если n_z — проекция перегрузки на связанную ось Oz , то при $\gamma_3=0$ имеем $\Delta n_z = -n \Delta \mu_n$, и из (5.29) получаем, что

$$W_{n_z}(p) = \frac{\Delta n_z(p)}{\Delta \lambda_{zg}(p)}$$

представляет собой передаточную функцию от управляющего сигнала λ_{zg} к перегрузке n_z .

$$\text{Случай } \frac{\partial c_{\sim}}{\partial \delta} = \frac{\partial c_{\sim}}{\partial \delta} = 0.$$

Приведем уравнения движения к форме, удобной для составления структурной схемы и передаточных функций контура взаи-

мосвязи каналов. Так как при $\frac{\partial c_{\sim y}}{\partial \delta} = \frac{\partial c_{\sim z}}{\partial \delta} = 0$ динамический коэффициент a_5 равен нулю, а

$$\frac{gn}{V_x} = \left(a_4 - \frac{V_x}{V_x} \right) \alpha,$$

то уравнения (4.38) и (4.41) для $\Delta \mu_{\alpha}^*(p)$, $\Delta \mu_{\omega}^*(p)$ и $\Delta \mu_n^*(p)$ можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) \Delta \mu_{\alpha}^*(p) &= \frac{1}{\alpha} \left[\delta a_3 \Delta \mu_{\delta}^*(p) + \frac{\partial f_{\sim y}}{\partial \gamma} \Delta Y(p) + \alpha \bar{e}_{00} \Delta \delta_{\delta} (p) \right]; \\ F_0(p) \Delta \mu_{\omega}^*(p) &= \frac{1}{\omega} (p + a_4) \times \\ &\quad \times \left[\delta a_3 \Delta \mu_{\delta}^*(p) + \frac{\partial f_{\sim y}}{\partial \gamma} \Delta Y(p) + \alpha \bar{e}_{00} \Delta \delta_{\delta} (p) \right]; \\ F_0(p) \Delta \mu_n^*(p) &= \frac{1}{\alpha} \left[\delta a_3 \Delta \mu_{\delta}^*(p) + \frac{\partial f_{\sim y}}{\partial \gamma} \Delta Y(p) + \alpha \bar{e}_{00} \Delta \delta_{\delta} (p) \right]. \end{aligned} \right\} (5.32)$$

Выражение, заключенное в квадратные скобки, является общим для всех трех уравнений. Поэтому величины $\Delta \mu_{\alpha}^*(p)$, $\Delta \mu_{\omega}^*(p)$ и $\Delta \mu_n^*(p)$ связаны соотношениями

$$\Delta \mu_n^*(p) = \Delta \mu_{\alpha}^*(p);$$

$$\Delta \mu_{\omega}^*(p) = \frac{\alpha}{\omega} (p + a_4) \Delta \mu_{\alpha}^*(p).$$

Учитывая эти соотношения, получаем из (5.22⁶) следующее уравнение для $\Delta \mu_{\delta}^*(p)$:

$$\begin{aligned} F_{12}(p) \Delta \mu_{\delta}^*(p) &= \frac{\lambda}{\delta} \Phi_{\lambda}(p) \Delta \mu_n(p) - \\ &- \left[\frac{n}{\delta} \Phi_n(p) + \frac{\alpha}{\delta} (p + a_4) \Phi_{\omega}(p) + \frac{\alpha}{\delta} \Phi_{\mu_{\alpha}}(p) \right] \times \\ &\quad \times \Delta \mu_{\alpha}^*(p) - L(p) \Delta Y(p). \end{aligned} \quad (5.33)$$

Исключим, далее, из уравнений (5.32¹) и (5.22⁴) величину $\Delta \delta_{\delta}(p)$ при помощи уравнения (5.22⁵). В результате получаем уравнения

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) \Delta \mu_{\alpha}^*(p) &= \frac{\delta}{\alpha} a_3 \Delta \mu_{\delta}^*(p) + \left[\frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_{\sim y}}{\partial \gamma} + \bar{e}_{00} \frac{\Phi_{\gamma}(p)}{F_{\delta}(p)} \right] \Delta Y(p); \\ \left[\frac{1}{W_{\gamma}(p)} - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right] \Delta Y(p) &= c_3 \Delta \mu_{\alpha}^*(p) + c_4 \Delta \mu_{\delta}^*(p). \end{aligned} \right\} (5.34)$$

Для анализа динамических свойств контура взаимосвязи каналов достаточно рассмотреть систему уравнений (5.33) и (5.34). Если (5.33) и (5.34¹) разрешить относительно $\Delta\mu_\alpha^*(p)$ и $\Delta\mu_\delta^*(p)$, то указанную систему уравнений можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \Delta\mu_\alpha^*(p) &= \frac{\lambda}{\alpha} W_\alpha(p) \Phi_\lambda(p) \Delta\mu_n(p) - \frac{\delta}{\alpha} W_\alpha(p) \times \\ &\quad \times \left[L(p) - \frac{1}{a_3} \frac{\alpha}{\delta} Q(p) F_{12}(p) \right] \Delta\gamma(p); \\ \Delta\mu_\delta^*(p) &= \frac{\lambda}{a_3 \delta} \Phi_\lambda(p) F_0(p) W_\alpha(p) \Delta\mu_n(p) - \frac{1}{a_3} W_\alpha(p) \times \\ &\quad \times \left[L(p) F_0(p) + \frac{\alpha}{\delta} R(p) Q(p) \right] \Delta\gamma(p); \\ \left[1 - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} W_\gamma(p) \right] \Delta\gamma(p) &= c_3 W_\gamma(p) \Delta\mu_\alpha^*(p) + c_4 W_\gamma(p) \Delta\mu_\delta^*(p). \end{aligned} \right\} (5.35)$$

В этих уравнениях приняты следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} W_\alpha(p) &= \frac{a_3}{F_0(p) F_{12}(p) + a_3 R(p)}; \\ R(p) &= \frac{n}{\alpha} \Phi_n(p) + (p + a_4) \Phi_w(p) + \Phi_{\mu_\alpha}(p); \\ Q(p) &= \frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} + e_{00} \frac{\Phi_\gamma(p)}{F_3(p)}. \end{aligned} \right\} (5.36)$$

Из уравнений (5.35) получаем следующие передаточные функции контура взаимосвязи каналов:

$$\begin{aligned} &\frac{\Delta\mu_\alpha^*(p)}{\Delta\mu_n(p)} = \frac{\lambda}{\alpha} \times \\ &\times \frac{\Phi_\lambda(p) W_\alpha(p) \left[1 + \frac{\alpha}{\delta} \frac{c_4}{a_3} W_\gamma'(p) Q(p) \right]}{1 + W_\gamma'(p) W_\alpha(p) \left\{ L(p) W_m^0(p) + \frac{Q(p)}{a_3} \left[\frac{\alpha}{\delta} c_4 R(p) - c_3 F_{12}(p) \right] \right\}}; \end{aligned} \quad (5.37)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\Delta\gamma(p)}{\Delta\mu_n(p)} = \frac{\lambda}{\delta} \times \\ &\times \frac{W_\gamma'(p) W_\alpha(p) W_m^0(p) \Phi_\lambda(p)}{1 + W_\gamma'(p) W_\alpha(p) \left\{ L(p) W_m^0(p) + \frac{Q(p)}{a_3} \left[\frac{\alpha}{\delta} c_4 R(p) - c_3 F_{12}(p) \right] \right\}}, \end{aligned} \quad (5.38)$$

где

$$W_m^0(p) = \frac{c_4}{a_3} F_0(p) + c_3 \frac{\delta}{\alpha}. \quad (5.39)$$

Передаточную функцию от $\Delta\mu_{\text{II}}(p)$ к $\Delta\mu_{\alpha}(p)$ легко получить из (5.37) и (5.38), если учесть, что $\Delta\mu_{\alpha}(p) = \Delta\mu_{\alpha}^*(p) + \Delta\gamma(p)$.

Структурная схема контура взаимосвязи каналов, соответствующая уравнениям (5.35), показана на рис. 5.4.

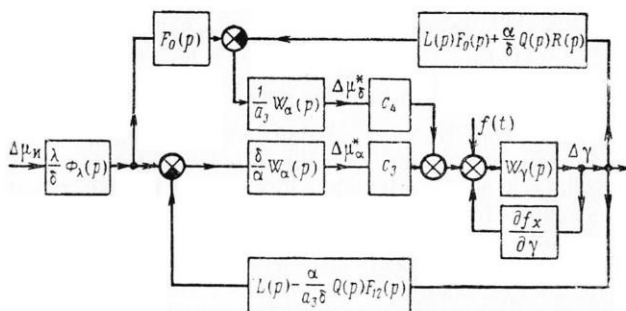


Рис. 5.4. Структурная схема контура взаимосвязи каналов управления в случае $\frac{\partial c_{\gamma}}{\partial \delta} = \frac{\partial c_{\delta}}{\partial \delta} = 0$

§ 2. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

2.1. Особенности выбора параметров автопилота при наличии перекрестных связей

Конечной целью исследования устойчивости ракеты с автопилотом является обычно выбор таких конструктивно реализуемых коэффициентов усиления и формирующих фильтров автопилота, которые обеспечивают заданные динамические характеристики ракеты как звена автоматической системы управления (системы наведения).

Если перекрестные связи между каналами управления ракетой отсутствуют или их величины незначительны, что имеет место при достаточно малых углах атаки корпуса и углах отклонения рулей, задача определения требуемых коэффициентов усиления и формирующих фильтров автопилота решается сравнительно просто. Методы исследования динамических характеристик управляемых ракет в изолированных движениях тангажа, рыскания и крена рассматриваются, например, в работах [3], [11], [18].

Иначе обстоит дело, когда при маневрировании ракеты используются большие углы атаки. Возникающие при этом трудности выбора параметров автопилота связаны с рядом обстоятельств.

Первое из них заключается в том, что, хотя в расчетных с точки зрения устойчивости случаях уравнения пространственного

возмущенного движения ракеты с автопилотом разделяются, передаточная функция $\frac{\Delta n(p)}{\Delta \lambda(p)}$ (5.20) от управляющего сигнала к перегрузке при движении в плоскости симметрии и соответствующая передаточная функция контура взаимосвязи каналов, например, $\frac{\Delta \mu_n^*(p)}{\Delta \mu_n(p)}$ (5.28), оказываются существенно различными.

В § 1 было показано, что передаточная функция $\frac{\Delta \mu_n^*(p)}{\Delta \mu_n(p)}$ характеризует изменение горизонтальной составляющей перегрузки. Таким образом, оказывается, что при идентичных каналах системы наведения в вертикальной и наклонной плоскостях необходимо обеспечить (в определенном диапазоне частот) одинаковые или, во всяком случае, близкие динамические свойства звеньев, имеющих существенно различные передаточные функции.

Второе обстоятельство связано с тем, что в отличие от передаточных функций ракеты в изолированных движениях передаточные функции контура взаимосвязи каналов содержат значительно большее число варьируемых параметров автопилота. При этом вследствие сложного вида этих передаточных функций возникают также трудности чисто вычислительного характера.

Наконец, выбор параметров автопилота усложняется вследствие того, что величины производных момента крена от косо́го обдува и других аэродинамических перекрестных связей сложным образом зависят от баланси́ровочных значений углов атаки и углов отклонения рулей и поэтому расчетный случай заранее не всегда известен.

При наличии аэродинамических, аппаратурных и инерционных перекрестных связей ракета с бортовой системой управления представляет собой сложную систему многосвязного регулирования. Проблема синтеза регуляторов для таких систем представляет самостоятельную задачу теории автоматического регулирования. Систематизированному анализу проблемы многосвязного регулирования посвящена работа [22].

В этом разделе мы ограничимся изложением некоторых приемов анализа влияния перекрестных связей на устойчивость движения ракеты при заданной структуре автопилота. Что касается вопросов выбора параметров автопилота, укажем лишь на некоторые частные приемы, вытекающие из специфики передаточных функций ракеты в пространственном движении.

Ввиду того, что структурная схема контура взаимосвязи каналов включает в себя, наряду с другими звеньями, передаточные функции замкнутых изолированных каналов тангажа (курса) и крена, выбор параметров автопилота можно осуществить путем последовательных приближений.

Так например, на первом этапе из анализа передаточных функций изолированных каналов могут быть определены области

значений коэффициентов усиления и постоянных времени формирующих фильтров автопилота, при которых динамические характеристики изолированных каналов находятся в пределах заданных требований. Такие же области значений параметров автопилота могут быть получены из анализа передаточной функции контура взаимосвязи каналов при различных балансирующих значениях угла атаки корпуса. Тогда путем наложения полученных областей могут быть определены требуемые значения параметров автопилота.

Может оказаться, что в пределах выбранной структуры автопилота не существует таких фиксированных значений коэффициентов усиления и постоянных времени, которые принадлежали бы одновременно всем областям. Тогда возникает необходимость либо изменить требования к динамическим характеристикам системы ракета — автопилот, либо использовать другую структуру автопилота. В других случаях на основании параметрических расчетов могут быть выявлены на данном режиме полета балансирующие углы атаки, расчетные в том смысле, что выполнение требований к динамическим характеристикам ракеты при данных углах атаки приводит к автоматическому выполнению этих требований во всем рабочем диапазоне углов атаки на данном режиме полета.

Иногда, если перекрестные связи оказывают сравнительно небольшое влияние на движение ракеты, выбор параметров автопилота может быть произведен из анализа передаточных функций изолированных каналов. Передаточная функция контура взаимосвязи каналов используется при этом для определения количественных изменений динамических характеристик ракеты, вносимых перекрестными связями.

При исследовании устойчивости систем автоматического регулирования широко используются метод частотных характеристик [17], [25] и метод Д-разбиения [23], [25]. Рассмотрим эти методы применительно к исследованию устойчивости контура взаимосвязи каналов.

2.2. Метод частотных характеристик

При анализе влияния какого-либо параметра на устойчивость системы автоматического регулирования методом частотных характеристик структурную схему системы объект — регулятор удобно привести к такому виду, чтобы исследуемый параметр входил в коэффициент усиления разомкнутой системы.

Из структурных схем, показанных на рис. 5.2 и 5.4, видно, что контур взаимосвязи каналов образуется только благодаря моменту крена от косо го обдува, характеризующемуся величинами коэффициентов $c_3 = \frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \mu_x}$ и $c_4 = \frac{qSl}{J_x} \frac{\partial m_x}{\partial \mu_b}$. Поэтому выделение величин c_3 и c_4 в качестве коэффициентов усиления представляет наибольший интерес.

Найдем передаточную функцию условно разомкнутого контура взаимосвязи каналов для случая, когда продольно-боковой момент обладает свойством круговой симметрии и не зависит от угла отклонения элеронов. Примем для структурной схемы, приведенной на рис. 5.3, в качестве входного сигнала величину $f(t)$, за выходную координату примем $\Delta\gamma$ и положим $\Delta\mu_{II} = 0$. Преобразованная структурная схема контура взаимосвязи каналов для этого случая показана на рис. 5.5.

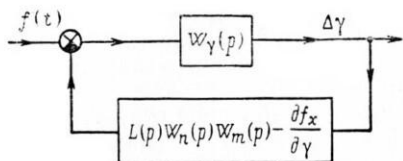


Рис. 5.5. Структурная схема, определяющая устойчивость пространственного движения в случае $\frac{\partial m_y}{\partial \gamma} = \frac{\partial m_y}{\partial \delta_y} = 0$

Из рис. 5.5 получаем передаточную функцию разомкнутого контура

$$W_{\text{раз}}(p) = W_{\gamma}(p) \left(L(p) \times \right. \\ \left. \times W_n(p) W_m(p) - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right). \quad (5.40)$$

Рассмотрим частные случаи выражения (5.40).

Для ракет с поворотным крылом коэффициент момента крена от косога обдува можно представить в виде

$$m_{x \text{ к.о.}} = k_{1y} z \delta \sin(\mu_z - \mu_x).$$

Так как $\frac{\partial m_x}{\partial \mu_x} = -\frac{\partial m_x}{\partial \mu_z}$, то

$$c_3 = -c_4, \quad \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = c_3 + c_4 = 0,$$

и, если учесть выражения для $W_m(p)$ (5.26) и $K(p)$ (4.60), передаточную функцию разомкнутого контура

$$W_{\text{раз}}(p) = c_4 W_{\gamma}(p) W_n(p) L(p) \frac{K(p)}{N_n(p)}. \quad (5.41)$$

Пример амплитудно-фазовых частотных характеристик передаточной функции (5.41) при $c_4 > 0$ показан на рис. 5.6.

В некоторых случаях для ракет нормальной схемы можно

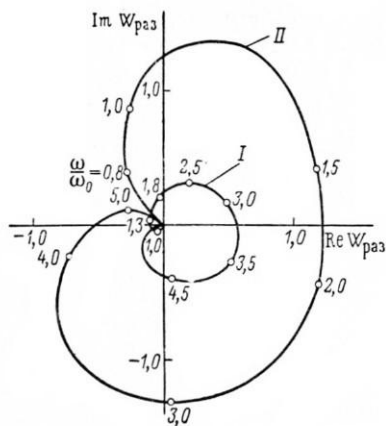


Рис. 5.6. Амплитудно-фазовые частотные характеристики разомкнутого контура взаимосвязи каналов управления ракетой с поворотным крылом: I — полная компенсация скручивания; II — неполная компенсация скручивания

можно представить в виде

пренебречь моментом крена от косого обдува рулей. Тогда $c_4=0$, $\frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = c_3$, $W_m(p) = \frac{\delta}{\alpha} \frac{N_\alpha(p)}{N_n(p)} c_3$ и передаточная функция разомкнутого контура взаимосвязи каналов определяется выражением

$$W_{\text{раз}}(p) = c_3 W_\gamma(p) \left(\frac{\delta}{\alpha} L(p) W_n(p) \frac{N_\alpha(p)}{N_n(p)} - 1 \right). \quad (5.42)$$

Если обозначить через

$$W(p) = \frac{\frac{\alpha}{\delta} \frac{N_n(p)}{N_\alpha(p) L(p) W_n(p)}}{1 - \frac{\alpha}{\delta} \frac{N_n(p)}{N_\alpha(p) L(p) W_n(p)}} \quad (5.43)$$

передаточную функцию звена $\frac{\alpha}{\delta} \frac{N_n(p)}{N_\alpha(p) L(p) W_n(p)}$, охваченного по-

ложительной обратной связью, то выражение (5.42) можно представить в виде

$$W_{\text{раз}}(p) = c_3 \frac{W_\gamma(p)}{W(p)}. \quad (5.44)$$

Пример амплитудно-фазовых частотных характеристик передаточной функции (5.42) показан на рис. 5.7 для $c_3 > 0$.

В общем случае, когда и $c_4 \neq 0$ и $c_3 + c_4 \neq 0$, анализ частотных характеристик передаточной функции $W_{\text{раз}}(p)$ (5.40) усложняется. Если подставить в (5.40) значение $W_m(p)$ (5.26), то получится

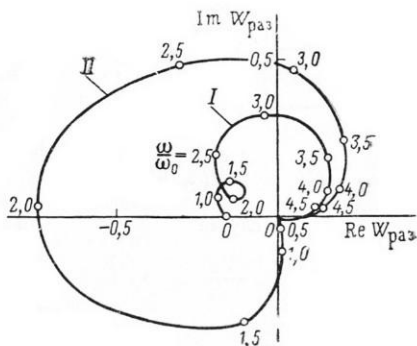


Рис. 5.7. Амплитудно-фазовые частотные характеристики разомкнутого контура взаимосвязи каналов управления ракеты нормальной схемы:

I — полная компенсация скручивания; II — неполная компенсация скручивания

$$\begin{aligned} W_{\text{раз}}(p) &= W_\gamma(p) \left\{ \frac{L(p) W_n(p)}{N_n(p)} \left[c_4 F_0(p) + \frac{\delta}{\alpha} c_3 N_\alpha(p) \right] - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \right\} = \\ &= W_\gamma(p) \left\{ \frac{L(p) W_n(p)}{N_n(p)} c_4 \left[F_0(p) - \frac{\delta}{\alpha} N_\alpha(p) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \left[\frac{\delta}{\alpha} \frac{L(p) W_n(p) N_\alpha(p)}{N_n(p)} - 1 \right] \right\} = \\ &= W_\gamma(p) \left\{ c_4 \frac{L(p) W_n(p) K(p)}{N_n(p)} + \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} \left[\frac{\delta}{\alpha} \frac{L(p) W_n(p) N_\alpha(p)}{N_n(p)} - 1 \right] \right\}, \end{aligned}$$

или

$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} W_{\gamma}(p) \left[L(p) W_n(p) \frac{S(p)}{N_n(p)} - 1 \right], \quad (5.45)$$

где

$$S(p) = zK(p) + \frac{\delta}{z} N_z(p); \quad z = \frac{\frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\delta}}}{\frac{\partial m_x}{\partial \mu_z} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_{\delta}}}$$

Передаточная функция (5.45) аналогична передаточной функции (5.42). Поэтому ее можно представить в форме (5.44), если в (5.43) заменить $\frac{\delta}{z} N_z(p)$ на $S(p)$. Однако величина $S(p)$ зависит от параметра z , который является функцией балансирующего угла атаки α . В результате от угла атаки зависит не только коэффициент усиления разомкнутой системы, но также и постоянная времени и коэффициент демпфирования колебательного звена $S(p)$. Процедура исследования устойчивости заключается в построении частотных характеристик $W_{\text{раз}}(p)$ для ряда величин α и определении такого максимального значения угла атаки, при котором замкнутый контур взаимосвязи каналов еще обладает требуемыми запасами устойчивости.

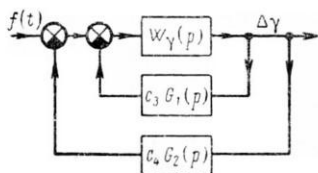


Рис. 5.8. Структурная схема, определяющая устойчивость контура взаимосвязи каналов в случае

$$\frac{\partial c_{\sim}}{\partial \delta} = \frac{\partial c_{\sim}}{\partial \delta} = 0$$

Отметим, что если подъемная сила и продольно-боковой момент нелинейно зависят от угла атаки (хотя и обладают при этом свойством круговой симметрии), то по существу в такой же последовательности должен производиться и анализ устойчивости по передаточным функциям (5.41) и (5.42), так как в этом случае коэффициенты передаточных функций ракеты зависят от балансирующего угла атаки.

Преобразуем теперь структурную схему контура взаимосвязи каналов управления, показанную на рис. 5.4. Принимая в качестве входного сигнала величину $f(t)$ и полагая $\Delta \mu_n = 0$, получаем структурную схему, приведенную на рис. 5.8, где приняты следующие обозначения:

$$G_1(p) = \frac{1}{a_3} W_z(p) \left[\frac{\delta}{z} a_3 L(p) - Q(p) F_{12}(p) \right] - 1,$$

$$G_2(p) = \frac{1}{a_3} W_z(p) \left[F_0(p) L(p) + \frac{z}{\delta} Q(p) R(p) \right] - 1.$$

Передаточная функция разомкнутого контура взаимосвязи каналов имеет вид

$$W_{\text{раз}}(p) = W_{\gamma} [c_3 G_1(p) + c_4 G_2(p)]. \quad (5.46)$$

Наиболее просто поддаются анализу случаи, когда-либо $c_4 = 0$, либо $c_3 + c_4 = 0$. В общем случае анализ частотными методами затруднен тем обстоятельством, что величины c_3 и c_4 по-разному зависят от балансирующего угла атаки α , а коэффициенты передаточных функций $G_1(p)$ и $G_2(p)$ являются функциями α .

2.3. Метод Д-разбиения

В тех случаях, когда влияние момента крена характеризуется двумя параметрами c_3 и c_4 , т. е. когда и $c_4 \neq 0$ и $c_3 + c_4 \neq 0$, анализ устойчивости контура взаимосвязи каналов удобно проводить, рассматривая области устойчивости на плоскости параметров $c_3 c_4$. Такие области могут быть построены при помощи Д-разбиения плоскости $c_3 c_4$. Выделение области устойчивости на плоскости $c_3 c_4$ бывает особенно полезно в тех случаях, когда величины момента крена точно не известны и требуется определить, к каким комбинациям параметров c_3 и c_4 контур взаимосвязи каналов наиболее критичен.

Для построения границы Д-разбиения и выделения области устойчивости на плоскости $c_3 c_4$ рассмотрим характеристическое уравнение замкнутого контура взаимосвязи каналов. Это уравнение можно представить в виде

$$c_3 X(p) + c_4 Y(p) = Z(p). \quad (5.47)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} X(p) &= F_{\vartheta}(p) \left[F_0(p) F_{12}(p) + N_n(p) \Phi_n(p) + \right. \\ &\quad \left. + N_{\omega}(p) \Phi_{\omega}(p) + N_{\alpha}(p) \Phi_{\nu_{\alpha}}(p) - \frac{\delta}{\alpha} N_{\alpha}(p) L(p) \right]; \\ Y(p) &= F_{\vartheta}(p) \left[F_0(p) F_{12}(p) + N_n(p) \Phi_n(p) + N_{\omega}(p) \Phi_{\omega}(p) + \right. \\ &\quad \left. + N_{\alpha}(p) \Phi_{\nu_{\alpha}}(p) - F_0(p) L(p) \right]; \\ Z(p) &= [F_0(p) F_{12}(p) + N_n(p) \Phi_n(p) + N_{\omega}(p) \Phi_{\omega}(p) + \\ &\quad + N_{\alpha}(p) \Phi_{\nu_{\alpha}}(p)] [F'_{\gamma}(p) F_{\vartheta}(p) + c_2 \Phi_{\gamma}(p)], \end{aligned} \right\} (5.48)$$

если $\frac{\partial m_{\sim}}{\partial \gamma} = \frac{\partial m_{\sim}}{\partial \delta_{\vartheta}} = 0$, и

$$\left. \begin{aligned} X(p) &= F_{\vartheta}(p) \left[F_0(p) F_{12}(p) + a_3 R(p) - \frac{\delta}{\alpha} a_3 L(p) \right] + \\ &\quad + F_{12}(p) \left[\frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_{\sim}}{\partial \gamma} F_{\vartheta}(p) + e_{00}^{-} \Phi_{\gamma}(p) \right]; \end{aligned} \right\}$$

$$Y(p) = F_3(p) [F_0(p) F_{12}(p) + a_3 R(p) - F_0(p) L(p)] - \left. \begin{aligned} & - \frac{\alpha}{\delta} R(p) \left[\frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_y}{\partial \gamma} F_3(p) + \bar{e}_{00} \Phi_\gamma(p) \right]; \end{aligned} \right\} (5.49)$$

$$Z(p) = [F'_\gamma(p) F_3(p) + c_2 \Phi_\gamma(p)] [F_0(p) F_{12}(p) + a_3 R(p)],$$

$$\text{если } \frac{\partial c_y}{\partial \delta} = \frac{\partial c_z}{\partial \delta} = 0.$$

Подставим в (5.47) $p = i\omega$ и отделим действительную и мнимую части получающегося при такой подстановке выражения.

Получаем

$$\left. \begin{aligned} c_3 X_R(\omega) + c_4 Y_R(\omega) &= Z_R(\omega); \\ c_3 X_I(\omega) + c_4 Y_I(\omega) &= Z_I(\omega), \end{aligned} \right\} (5.50)$$

где индексами «R» и «I» обозначены соответственно действительные и мнимые части выражений $X(i\omega)$, $Y(i\omega)$ и $Z(i\omega)$, например $X(i\omega) = X_R(\omega) + iX_I(\omega)$ и т. д.

Из (5.50) получаем решение для c_3 и c_4

$$\left. \begin{aligned} c_3(\omega) &= \frac{Y_I(\omega) Z_R(\omega) - Y_R(\omega) Z_I(\omega)}{X_R(\omega) Y_I(\omega) - X_I(\omega) Y_R(\omega)}, \\ c_4(\omega) &= \frac{X_R(\omega) Z_I(\omega) - X_I(\omega) Z_R(\omega)}{X_R(\omega) Y_I(\omega) - X_I(\omega) Y_R(\omega)}. \end{aligned} \right\} (5.51)$$

Границами Д-разбиения являются кривая (5.51), заданная в параметрической форме, и особая прямая

$$c_3 X(0) + c_4 Y(0) = Z(0). \quad (5.52)$$

Особая прямая

$$c_3 X(\infty) + c_4 Y(\infty) = Z(\infty)$$

проходит на бесконечности.

Анализ соотношений (5.48) и (5.49) показывает, что при неполной компенсации скручивания систем координат, когда величина $L(p)$ определяется соотношением (5.24), особая прямая (5.52) проходит далеко за пределами располагаемых значений c_3 и c_4 . Например, если шарнирные моменты линейно зависят от углов атаки и углов отклонения рулей, то в (5.48) $X(0) = Y(0) = 0$, $Z(0) \neq 0$, и особая прямая (5.52) располагается на бесконечности.

При полной компенсации скручивания и линейной зависимости шарнирного момента от α и δ величина $L(0)$ (5.23) равна нулю и для выражений (5.48) уравнение особой прямой имеет вид

$$c_3 + c_4 = c_2 \frac{\Phi_\gamma(0)}{F_3(0)}.$$

Если в изолированном движении каналы тангажа, курса и крена устойчивы, то существует простое правило выделения области устойчивости на плоскости c_3c_4 , а именно, поскольку при $c_3=c_4=0$ контур взаимосвязи каналов размыкается, то областью устойчивости будет та область D -разбиения, которая содержит начало координат. Области устойчивости на плоскости c_3c_4 рассматриваются в § 3.

§ 3. УСТОЙЧИВОСТЬ КОНТУРА ВЗАИМОСВЯЗИ КАНАЛОВ

3.1. Устойчивость при малых возмущениях

Рассмотрим влияние перекрестных связей и некоторых параметров автопилота на устойчивость контура взаимосвязи каналов ракет нормальной схемы и схемы «утка» при следующих предположениях:

— продольно-боковой момент линейно зависит от углов атаки и углов отклонения рулей, причем $\frac{\partial m_{\tilde{y}}}{\partial \delta_{\vartheta}} = 0$;

— подъемная сила линейно зависит от углов атаки и не зависит от углов отклонения рулей;

— передаточные функции формирующих фильтров автопилота имеют вид

$$\Phi_{\lambda}(p) = \frac{k_{\lambda}}{T_{\lambda} p + 1}, \quad \Phi_n(p) = k_n, \quad \Phi_{\omega}(p) = k_{\omega}, \quad \Phi_{\gamma}(p) = k_{\gamma} p + k_{\gamma};$$

— влияние перекрестных связей системы управления отсутствует;

— скорость полета постоянна ($\dot{V}_x/V_x=0$).

Величины $k_{0.c}$ и $k_{0.c.э}$ будем полагать равными единице. Анализ проведем путем построения областей устойчивости на плоскости c_3c_4 методом D -разбиения. Чтобы придать получающимся результатам большую общность, введем безразмерные коэффициенты усиления и постоянные времени автопилота

$$\left. \begin{aligned} \bar{k}_n &= \frac{V_x}{g} \frac{a_3 a_4}{\omega_0^2} k_n, & \bar{k}_{\omega} &= \frac{a_3}{\omega_0} k_{\omega}, \\ \bar{k}_{\gamma} &= \frac{c_2}{\omega_0^2} k_{\gamma}, & \bar{k}_{\dot{\gamma}} &= \frac{c_2}{\omega_0} k_{\dot{\gamma}}, \\ \tau_x &= \omega_0 T_x, & x &= 1, 2, \lambda^1) \end{aligned} \right\} \quad (5.53)$$

и перейдем в (5.47) от оператора p к оператору $s = \frac{p}{\omega_0}$, что соответствует переходу в уравнениях движения к безразмерному

¹ Здесь индекс «1» для приводов рулей, а индекс «2» — для элеронов.

времени $\tau = \omega_0 t$. Тогда характеристическое уравнение замкнутого контура взаимосвязи каналов (5.47) можно представить в виде

$$\bar{c}_3 X(s) + \bar{c}_4 Y(s) = Z(s), \quad (5.54)$$

где

$$\left. \begin{aligned} X(s) &= F_2(s) [F_0(s) F_1(s) + \bar{k}_n + \bar{k}_\omega N_\omega(s) - L(s)]; \\ Y(s) &= F_2(s) [F_0(s) F_1(s) + \bar{k}_n + \bar{k}_\omega N_\omega(s) - F_0(s) L(s)]; \\ Z(s) &= [F'_\gamma(s) F_2(s) + \bar{k}_\gamma + \bar{k}'_\gamma s] [F_0(s) F_1(s) + \bar{k}_n + \bar{k}_\omega N_\omega(s)]; \\ F_0(s) &= s^2 + 2\xi s + 1; \\ F_1(s) &= \tau_1^2 s^2 + 2\xi_1 \tau_1 s + 1; \\ F_2(s) &= \tau_2^2 s^2 + 2\xi_2 \tau_2 s + 1; \\ F'_\gamma(s) &= s(s + \bar{c}_1); \\ N_\omega(s) &= s + \bar{a}_4; \\ \bar{a}_4 &= \frac{a_4}{\omega_0}; \quad \bar{c}_1 = \frac{c_1}{\omega_0}; \quad \xi = \frac{a_1 + a_4}{2\omega_0}; \\ \bar{c}_3 &= \frac{c_3}{\omega_0^2} = -\frac{lJ}{b_A J_x} \frac{m_x^{\mu\alpha}}{c_y^\alpha \tau_n}; \quad \bar{c}_4 = \frac{c_4}{\omega_0^2} = -\frac{lJ}{b_A J_x} \frac{m_x^{\mu\delta}}{c_y^\alpha \tau_n}. \end{aligned} \right\} (5.55)$$

Величина $L(s)$ определяется из соотношений

$$L(s) = s \left(\tau_1^2 s + 2\xi_1 \tau_1 + \frac{\tau_\lambda \bar{\omega}_n^2}{\tau_\lambda s + 1} \right) \quad (5.56)$$

при полной компенсации скручивания и

$$L(s) = \tau_1^2 s^2 + 2\xi_1 \tau_1 s + \bar{\omega}_n^2 \quad (5.57)$$

при неполной компенсации скручивания.

Величина

$$\bar{\omega}_n = \sqrt{1 + \bar{k}_n + \bar{a}_4 \bar{k}_\omega}$$

представляет собой частоту среза канала управления поперечной перегрузкой при $\tau_1 = 0$, отнесенную к частоте коротко-периодических колебаний ω_0 .

При получении соотношений (5.56) и (5.57) использовано уравнение, связывающее балансировочные значения δ , n и ω :

$$\delta = k_\lambda \lambda - k_n n - k_\omega \omega,$$

и предположено, что при больших величинах поперечной перегрузки $\omega = a_4 \alpha$ ¹⁾.

Области устойчивости на плоскости $\bar{c}_3 \bar{c}_4$ при постоянных значениях ξ , ξ_1 , ξ_2 , \bar{a}_4 , \bar{c}_1 , \bar{k}_n , \bar{k}_ω , \bar{k}_γ и \bar{k}_γ показаны на рис. 5.9.

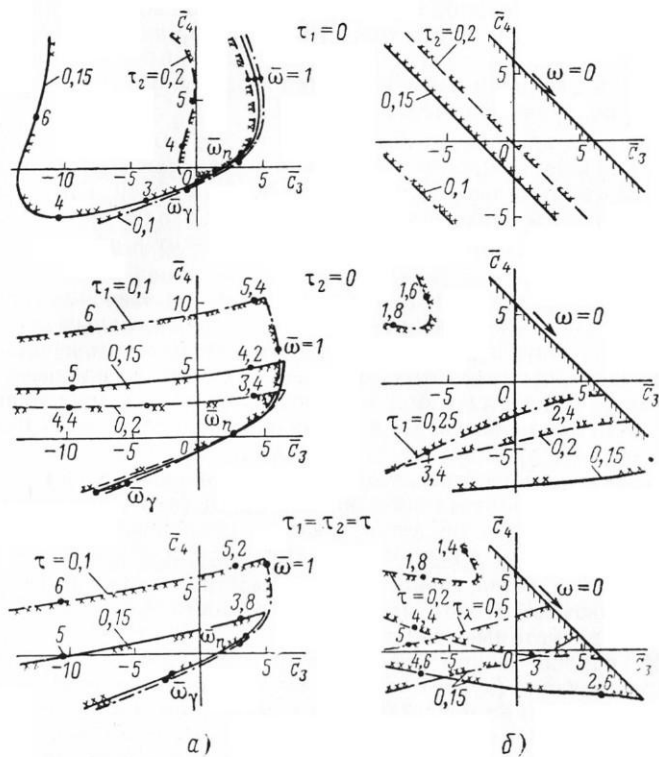


Рис. 5.9. Области устойчивости пространственного движения при неполной (а) и полной (б) ($\tau_\lambda = 0$) компенсации скручивания в случае круговой симметрии подъемной силы и продольно-бокового момента

На графиках указаны некоторые значения текущей частоты $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$, в частности, значение $\bar{\omega} = 1$, соответствующее частоте

¹⁾ Отметим, что при строгом определении ω ($\omega = a_4 \alpha - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^*$) в выражениях (5.56) и (5.57) величину $\bar{\omega}_n^2$ необходимо заменить величиной $a^2 = 1 + \bar{k}_n + \frac{\omega}{\delta} k_\omega$. Однако отличие $\bar{\omega}_n^2$ от a^2 незначительно.

короткопериодических колебаний при $\delta_i = \text{const}$, частота среза изолированного канала управления перегрузкой при $\tau_1 = 0$, $\bar{\omega} = \bar{\omega}_n$, и частота среза изолированного канала крена при $\tau_2 = 0$, $\bar{\omega} = \bar{\omega}_\gamma = \sqrt{k} \gamma$.

Из рис. 5.9, а видно, что в случае неполной компенсации скручивания может наступать только колебательная неустойчивость. При этом можно заметить следующие закономерности влияния постоянных времени приводов рулей и элеронов τ_1 и τ_2 на устойчивость контура взаимосвязи каналов.

В случае идеального автопилота ($\tau_1 = \tau_2 = 0$) контур взаимосвязи каналов наиболее критичен к положительным значениям \bar{c}_3 и к отрицательным значениям \bar{c}_4 . При $\bar{c}_4 = 0$ допускаются любые отрицательные значения \bar{c}_3 . Так как изолированные каналы устойчивы, начало координат всегда лежит в области устойчивости.

При сужении полосы пропускания привода элеронов граница устойчивости, расположенная в области отрицательных значений \bar{c}_4 и соответствующая частотам колебаний, близким к частотам изолированных продольных колебаний и колебаний по крену, приближается к началу координат, вследствие чего уменьшаются допустимые величины $\bar{c}_4 < 0$ и в отличие от случая $\tau_1 = \tau_2 = 0$ ограничиваются допустимые величины $\bar{c}_3 < 0$.

Характерной особенностью области устойчивости при ограниченной полосе пропускания приводов рулей ($\tau_1 \neq 0$) является наличие высокочастотной ветви границы устойчивости, соответствующей частотам, близким к частоте среза приводов рулей ($\omega\tau_1 \approx 1$). Эта ветвь границы устойчивости располагается главным образом во втором квадранте плоскости $\bar{c}_3\bar{c}_4$ и резко ограничивает допустимые значения $\bar{c}_4 > 0$.

При одновременном сужении полосы пропускания приводов в канале тангажа (курса) и в канале крена влияние величин τ_1 и τ_2 качественно не меняется, хотя при этом область допустимых значений \bar{c}_3 и \bar{c}_4 уменьшается значительно быстрее, чем при сужении полосы пропускания приводов только в каком-либо одном из каналов.

Чтобы определить влияние схемы ракеты на устойчивость контура взаимосвязи каналов при неполной компенсации скручивания, необходимо сопоставить области устойчивости с располагаемыми значениями производных момента крена, которые показаны на рис. 4.15. Для ракет схемы «утка» характерны положительные значения производной $m_x^{u\dot{\delta}} (\bar{c}_4 > 0)$, и если высшие гармоники момента крена невелики по сравнению с основной гармоникой ($\bar{c}_3 \approx -\bar{c}_4$), то неустойчивость наступает на частоте, близкой к частоте среза приводов рулей. Если из-за нелинейной зависимости $m_{x \text{ к.о}}$ от угла атаки величина \bar{c}_3 положительна, то может наблюдаться неустойчивость на частотах, примерно равных частоте короткопериодических колебаний ω_0 .

У ракет нормальной и бесхвостой схем величина $m_x^{\mu_\delta}$ либо близка к нулю, либо отрицательна ($\bar{c}_4 \leq 0$). Поэтому частота колебаний на границе устойчивости может лежать примерно внутри интервала

$$\omega_n \leq \omega \leq \omega_{пр},$$

где $\omega_{пр}$ — частота среза приводов рулей.

В случае полной компенсации скручивания (рис. 5.9, б) область устойчивости ограничена особой прямой

$$\bar{c}_3 + \bar{c}_4 = \bar{k}_7$$

и границей колебательной устойчивости, одна ветвь которой расположена обычно в нижней, а другая — в верхней полуплоскости $\bar{c}_3 \bar{c}_4$. Из сравнения рис. 5.9, а и 5.9, б видно, что в этих двух случаях границы колебательной устойчивости существенно отличаются только при $\tau_\lambda = 0$. По мере увеличения τ_λ границы колебательной устойчивости при прочих равных условиях сближаются. Это связано с тем обстоятельством, что, хотя сигналы λ_1 и λ_2 формируются с учетом текущего значения γ , при высокочастотных колебаниях по крену сигналы на выходах фильтров $\Phi_\lambda(p)$ изменяются мало, так что эффект перераспределения команд по каналам управления почти отсутствует. Поэтому при больших значениях τ_λ влияние постоянных времени τ_1 и τ_2 на положение границ колебательной устойчивости качественно не отличается от случая неполной компенсации скручивания.

3.2. Движение вне области устойчивости

Выше были определены области устойчивости контура взаимосвязи каналов при малых возмущениях, когда в окрестности балансировочных значений фазовых координат зависимость момента крена является линейной функцией полярных углов μ_α и μ_δ , и показано, что с увеличением момента крена от косоугольного обдува, т. е. с увеличением углов атаки и углов отклонения рулей может наступать неустойчивость пространственного движения в малом.

Рассмотрим, с качественной стороны, особенности пространственного движения ракеты в том случае, когда располагаемые значения c_3 и c_4 лежат вне области устойчивости. При увеличении отклонений μ_α и μ_δ от своих балансировочных значений в плоскости симметрии начинает сказываться нелинейная зависимость момента крена $m_{x.k.o}$ от μ_α и μ_δ . Так как нелинейная функция $m_{x.k.o}(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ обладает «мягкой» характеристикой и симметрична по отношению к балансировочным значениям μ_δ и μ_α , то можно ожидать, что амплитуды колебаний вне области устойчивости будут ограниченными, т. е. ракета будет входить в режим автоколебаний по крену со средними значениями μ_α и μ_δ , равными балансировочным.

Примеры автоколебательных переходных процессов при характерных значениях c_3 и c_4 показаны на рис. 5.10, где $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$. Точка 1 соответствует зависимости $m_{x2} \sim \alpha^4 \sin 4\mu\alpha$, характерной для ракет нормальной схемы, а точка 2 — основной гармонике

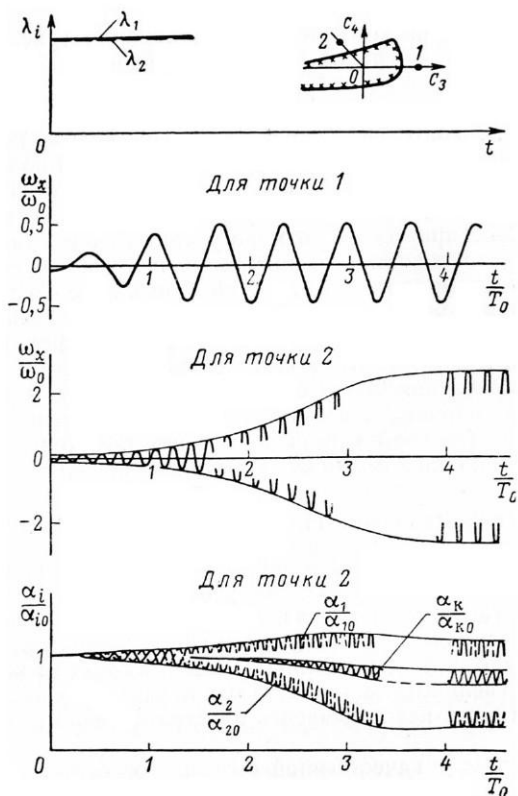


Рис. 5.10. Автоколебательные переходные процессы в неустойчивом контуре взаимосвязи каналов

коэффициента момента крена ракет схемы «утка» $m_{x1} \sim \alpha\delta \times \sin(\mu\delta - \mu\alpha)$.

Амплитуды автоколебаний зависят от того, насколько далеко от границы устойчивости лежит точка $N(c_3, c_4)$, соответствующая реальным значениям c_3 и c_4 . Однако на ракетах схемы «утка» следует ожидать, по-видимому, больших амплитуд автоколебаний, чем на ракетах нормальной схемы, поскольку нелинейность

$m_{x1} \sim \alpha \delta \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha)$ проявляется при больших амплитудах μ_α , чем нелинейность $m_{x2} \sim \alpha^4 \sin 4 \mu_\alpha$.

Как видно из рис. 5.10, движение вне области устойчивости имеет специфический характер. Так, например, величина угла атаки корпуса, следовательно, и поперечная перегрузка при автоколебаниях не увеличиваются по сравнению с установившимся значением при $m_{x_{к.о}}=0$. Поэтому с точки зрения прочности конструкции ракеты попадание в область неустойчивости контура взаимосвязи каналов вероятнее всего не является опасным. В то же время при автоколебаниях развиваются большие угловые скорости крена, которые могут нарушить работу бортовой аппаратуры, причем, так как установление автоколебаний происходит достаточно интенсивно, то, очевидно, попадание в область неустойчивости даже на короткие промежутки времени является нежелательным, особенно для ракет с поворотным крылом и ракет схемы «утка».

§ 4. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАМКНУТОГО КОНТУРА ВЗАИМОСВЯЗИ КАНАЛОВ

При частотных методах исследования устойчивости процессов наведения используются частотные характеристики передаточной функции от управляющего сигнала к перегрузке замкнутой системы ракета — автопилот. Если перекрестные связи не учитываются, то в случае ракеты с крестообразным крылом передаточные функции от управляющего сигнала к перегрузке в каналах тангажа и курса идентичны друг другу, так что частотные характеристики одной из них дают полное представление о динамических свойствах ракеты в продольно-боковом движении.

При учете момента крена от косого обдува для изучения динамических свойств системы ракета — автопилот необходимо рассматривать одновременно две передаточные функции, одна из которых (5.20) соответствует движению в плоскости симметрии и по форме совпадает с передаточной функцией изолированного канала управления перегрузкой, а другая (5.28) или (5.37) учитывает влияние перекрестных связей.

С точки зрения устойчивости процесса наведения важно знать, к каким изменениям амплитудной и фазовой частотных характеристик передаточной функции от управляющего сигнала к перегрузке приводят перекрестные связи в области частот контура наведения. В пределах принятых допущений точные значения этих изменений можно получить при помощи передаточных функций (5.28) или (5.37). Мы же при оценках будем основываться на предположении, что перекрестные связи приводят к небольшим изменениям амплитудной и фазовой частотных характеристик.

Рассмотрим вначале передаточную функцию (5.28), соответствующую случаю, когда продольно-боковой момент обладает

свойством круговой симметрии и не зависит от угла отклонения электронов. Представим (5.28) в виде

$$\frac{\Delta \mu_n^*(p)}{\Delta \mu_n(p)} = \frac{\lambda}{n} \Phi_\lambda(p) W_n(p) W_{\gamma n}(p), \quad (5.58)$$

где

$$\left. \begin{aligned} W_{\gamma n}(p) &= \frac{E(p)}{M(p)} = \frac{1 - (c_3 + c_4) W_\gamma(p)}{1 - c_3 X_1(p) - c_4 X_2(p)}; \\ X_1(p) &= \left[1 - \frac{\delta}{\alpha} \frac{N_x(p)}{N_n(p)} L(p) W_n(p) \right] W_\gamma(p); \\ X_2(p) &= \left[1 - \frac{F_0(p)}{N_n(p)} L(p) W_n(p) \right] W_\gamma(p). \end{aligned} \right\} \quad (5.59)$$

Если момент крена не зависит от углов атаки и углов отклонения рулей, то $c_3 = c_4 = 0$, $W_{\gamma n}(p) \equiv 1$ и передаточная функция (5.58) представляет собой передаточную функцию от управляющего сигнала к перегрузке для изолированного канала курса. Поэтому амплитудные и фазовые искажения, вносимые перекрестными связями, полностью определяются частотной характеристикой $W_{\gamma n}(i\omega)$.

Запишем выражения для амплитудной A и фазовой φ частотных характеристик передаточной функции $W_{\gamma n}(p)$:

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{[\operatorname{Re} E(i\omega)]^2 + [\operatorname{Im} E(i\omega)]^2}{[\operatorname{Re} M(i\omega)]^2 + [\operatorname{Im} M(i\omega)]^2}}; \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\operatorname{Im} E(i\omega) \operatorname{Re} M(i\omega) - \operatorname{Im} M(i\omega) \operatorname{Re} E(i\omega)}{\operatorname{Re} E(i\omega) \operatorname{Re} M(i\omega) + \operatorname{Im} E(i\omega) \operatorname{Im} M(i\omega)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.60)$$

Если перекрестные связи приводят к незначительному изменению частотных характеристик, то можно записать $A = 1 + \Delta A$, $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$. Считая величину ω параметром, разложим функции $A(c_3, c_4)$, $\varphi(c_3, c_4)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $c_3 = c_4 = 0$ и отбросим члены, содержащие c_3 и c_4 в степени выше первой. В результате получим следующие выражения для оценки величин ΔA и φ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta A &= -\frac{\delta}{\alpha} c_3 \operatorname{Re} \left[W_n(i\omega) W_\gamma(i\omega) L(i\omega) \frac{N_x(i\omega)}{N_n(i\omega)} \right] - \\ &\quad - c_4 \operatorname{Re} \left[W_n(i\omega) W_\gamma(i\omega) L(i\omega) \frac{F_0(i\omega)}{N_n(i\omega)} \right]; \\ \varphi &= -\frac{\delta}{\alpha} c_3 \operatorname{Im} \left[W_n(i\omega) W_\gamma(i\omega) L(i\omega) \frac{N_x(i\omega)}{N_n(i\omega)} \right] - \\ &\quad - c_4 \operatorname{Im} \left[W_n(i\omega) W_\gamma(i\omega) L(i\omega) \frac{F_0(i\omega)}{N_n(i\omega)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5.61)$$

Полученные формулы позволяют использовать для определения ΔA и φ частотные характеристики изолированных каналов управления. Действительно, обозначим

$$\left. \begin{aligned} W_n(i\omega) &= a_n(\omega) e^{-i\varphi_n(\omega)}; \\ W_\gamma(i\omega) &= a_\gamma(\omega) e^{-i\varphi_\gamma(\omega)}; \\ L(i\omega) &= a_L(\omega) e^{i\varphi_L(\omega)}; \\ F_0(i\omega) &= a_0(\omega) e^{i\varphi_0(\omega)}; \\ N_n(i\omega) &= b_n(\omega) e^{i\psi_n(\omega)}; \\ N_\alpha(i\omega) &= b_\alpha(\omega) e^{i\psi_\alpha(\omega)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.62)$$

Величины a_n и φ_n являются амплитудной и фазовой частотными характеристиками замкнутого изолированного канала курса (без учета входного фильтра автопилота, когда на входе сигнал x , а на выходе — боковая перегрузка, см. рис. 5.3).

Величины a_γ и φ_γ являются амплитудной и фазовой частотными характеристиками изолированного канала крена, когда в качестве входной величины принимается внешний момент крена $\Delta \bar{m}_x$, а в качестве выходной — угол крена γ (рис. 5.3). Смысл остальных величин, входящих в (5.62), ясен из содержания операторов $L(p)$, $F_0(p)$, $N_n(p)$ и $N_\alpha(p)$.

Так как $\operatorname{Re} e^{i\beta} = \cos \beta$, $\operatorname{Im} e^{i\beta} = \sin \beta$, то (5.61) можно записать так

$$\left. \begin{aligned} \Delta A &= -\frac{1}{b_n} a_n a_\gamma a_L \left(\frac{\delta}{\alpha} c_3 b_\alpha \cos \varphi_1 + c_4 a_0 \cos \varphi_2 \right); \\ \varphi &= \frac{1}{b_n} a_n a_\gamma a_L \left(\frac{\delta}{\alpha} c_3 b_\alpha \sin \varphi_1 + c_4 a_0 \sin \varphi_2 \right), \end{aligned} \right\} \quad (5.63)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_n + \varphi_\gamma + \psi_n - \varphi_L - \psi_\alpha, \\ \varphi_2 &= \varphi_n + \varphi_\gamma + \psi_n - \varphi_L - \varphi_0. \end{aligned} \right\} \quad (5.64)$$

Рассмотрим величины ΔA и φ на примере ракет нормальной схемы и схемы «утка», предполагая, что $c_y^0 = 0$ и что продольно-боковой момент линейно зависит от угла атаки. В этом случае $b_n = \frac{V_x}{g} a_3 a_4$; $b_\alpha = a_3$; $\frac{\delta}{\alpha} b_\alpha = \omega_0^2$; $\psi_n = \psi_\alpha = 0$.

Примем для оценок, что в области частот контура наведения амплитудные характеристики a_0 , a_n и a_γ изменяются мало и остаются примерно равными своим значениям при $\omega = 0$. Такое предположение не является особенно грубым, если учесть, что полоса пропускания контура управления обычно уже полосы пропускания ракеты по углу атаки и по углу крена. Не будем

учитывать, кроме того, аппаратурные перекрестные связи, поскольку их влияние, как видно из (5.23) и (5.24) сказывается в области высоких частот, а также шарнирные моменты рулей. Полагая для конкретности

$$\Phi_n = k_n; \quad \Phi_\omega = k_\omega; \quad \Phi_\gamma = k_\gamma p + k_\gamma,$$

получаем ¹⁾

$$a_n \approx \frac{\frac{V_x}{g} a_3 a_4}{\omega_0^2 \left(1 + k_n \frac{dn}{d\delta} + k_\omega \frac{d\omega}{d\delta} \right)}; \quad a_L \approx 1 + k_n \frac{dn}{d\delta} + k_\omega \frac{d\omega}{d\delta};$$

$$a_\gamma \approx \frac{1}{k_\gamma c_\gamma}; \quad a_0 \approx \omega_0^2; \quad \varphi_L \approx 0,$$

и формулы (5.63) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta A &\approx -\frac{1}{k_\gamma} \left[\frac{m_x^{\mu_\alpha}}{|m_x^{\delta_\alpha}|} \cos(\varphi_n + \varphi_\gamma) + \frac{m_x^{\mu_\delta}}{|m_x^{\delta_\delta}|} \cos(\varphi_n + \varphi_\gamma - \varphi_0) \right]; \\ \varphi &\approx \frac{1}{k_\gamma} \left[\frac{m_x^{\mu_\alpha}}{|m_x^{\delta_\alpha}|} \sin(\varphi_n + \varphi_\gamma) + \frac{m_x^{\mu_\delta}}{|m_x^{\delta_\delta}|} \sin(\varphi_n + \varphi_\gamma - \varphi_0) \right]. \end{aligned} \right\} (5.65)$$

Для рассматриваемого диапазона частот $\omega < \omega_0$ имеем $\varphi_0 < 90^\circ$, $\varphi_n < 90^\circ$, $\varphi_\gamma < 90^\circ$. Поэтому из соотношений (5.65) следует, что при отрицательных значениях $m_x^{\mu_\delta}$ и $m_x^{\mu_\alpha}$ перекрестные связи приводят к увеличению фазового запаздывания от управляющего сигнала к перегрузке. Если же $\varphi_n + \varphi_\gamma < 90^\circ$, то при этом увеличивается также амплитудная характеристика передаточной функции от $\Delta\mu_n$ к $\Delta\mu_n^*$.

Точные и приближенные значения ΔA и φ , вычисленные соответственно по формулам (5.60) и (5.63), приведены на рис. 5.11. При расчетах было принято $\bar{a}_4 = 0,1$, $a_5 = 0$, $\bar{c}_1 = 0,2$, $\xi = 0,1$, $F_{12}(p) = F_3(p) = 1$, $\bar{k}_n = 2$, $\bar{k}_\omega = 1$, $\bar{k}_\gamma = 5$, $\bar{k}_\gamma = 2$. Безразмерные передаточные числа автопилота $\bar{k}_n, \dots, \bar{k}_\gamma$ определялись по формулам (5.53).

Как видно из рис. 5.11, формулы (5.63) дают приемлемую для оценок точность определения величины ΔA , однако значения φ мало отличаются от точных лишь при небольших значениях \bar{c}_3 и \bar{c}_4 . При этом приближенные значения фазового запаздывания ($\varphi < 0$) оказывается завышенным по сравнению с точными.

¹⁾ Так как величины ΔA и φ будут наибольшими при неполной компенсации скручивания исполнительной и измерительной систем координат, то величина L определяется из соотношения (5.24).

Получим теперь формулы для оценок ΔA и φ в случае, когда подъемной силой рулей можно пренебречь по сравнению с подъемной силой корпуса, а $\frac{\partial m_{\sim}}{\partial \gamma}$ и $\frac{\partial m_{\sim}}{\partial \delta_3}$ не равны нулю. Передаточную функцию (5.37) можно представить в виде

$$\frac{\Delta \mu_{\alpha}^*(p)}{\Delta \mu_{\text{н}}(p)} = \frac{\lambda}{\alpha} \Phi_{\lambda}(p) W_{\alpha}(p) W_{\gamma\alpha}(p),$$

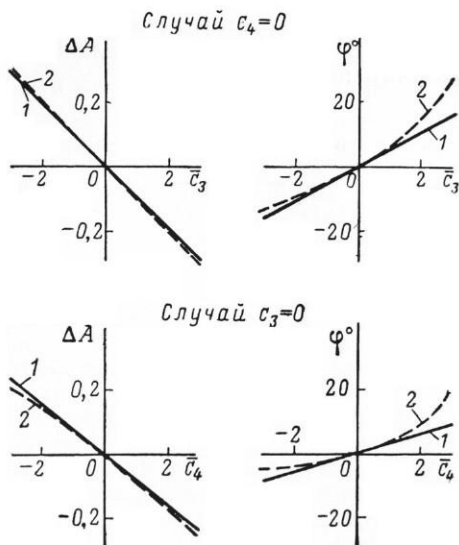


Рис. 5.11. Амплитудные и фазовые искажения, вносимые перекрестными связями:
1 — первое приближение; 2 — точное значение

где

$$W_{\gamma\alpha}(p) = \frac{1 - c_3 W_{\gamma}(p) - c_4 \left[W_{\gamma}(p) - \frac{1}{a_3} \frac{\alpha}{\delta} Z_1(p) \right]}{1 - c_3 [W_{\gamma}(p) - Z_2(p)] - c_4 \left[W_{\gamma}(p) - \frac{1}{a_3} Z_3(p) \right]};$$

$$Z_1(p) = W_{\gamma}(p) Q(p);$$

$$Z_2(p) = W_{\gamma}(p) W_{\alpha}(p) \left[\frac{\delta}{\alpha} L(p) - \frac{1}{a_3} Q(p) F_{12}(p) \right];$$

$$Z_3(p) = W_{\gamma}(p) W_{\alpha}(p) \left[L(p) F_0(p) + \frac{\alpha}{\delta} Q(p) R(p) \right].$$

Так же как и $W_{\gamma n}(p)$, $W_{\gamma z}(p) \equiv 1$, при $c_3 = c_4 = 0$. Поэтому для значений ΔA и φ в первом приближении получаем соотношения

$$\left. \begin{aligned} \Delta A &= -c_3 \operatorname{Re} Z_2(i\omega) - \frac{c_4}{a_3} \left[\operatorname{Re} Z_3(i\omega) - \frac{a}{\delta} \operatorname{Re} Z_1(i\omega) \right]; \\ \varphi &= -c_3 \operatorname{Im} Z_2(i\omega) - \frac{c_4}{a_3} \left[\operatorname{Im} Z_3(i\omega) - \frac{a}{\delta} \operatorname{Im} Z_1(i\omega) \right]. \end{aligned} \right\} (5.66)$$

При необходимости в (5.66) легко перейти к амплитудным и фазовым частотным характеристикам соответствующих звеньев, однако достаточно простых выражений, аналогичных (5.63), в этом случае получить не удастся.

Глава VI

ДИНАМИКА РАКЕТ БЕЗЭЛЕРОННОЙ СХЕМЫ

§ 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Ракетами безэлеронной схемы будем называть ракеты, не имеющие канала стабилизации угла крена. Так как на величину γ не налагается никаких ограничений, полет таких ракет может происходить с вращением по крену. При этом вращение по крену может либо создаваться преднамеренно, например аэродинамическими или газодинамическими силами, как средство стабилизации движения, либо быть случайным, обусловленным разного рода внешними возмущениями, когда специальные средства создания момента крена отсутствуют.

Благодаря отсутствию канала стабилизации угла крена значительно упрощается система управления ракетой в целом. В то же время предъявляются ряд специальных требований как к аэродинамическим характеристикам ракеты, так и к отдельным элементам системы управления. Так, вследствие того, что угол крена может быть произвольным, для управления поперечной перегрузкой необходимо, чтобы отклонение рулей в каналах управления было согласовано с текущим значением угла крена. Например, для создания перегрузки в некоторой плоскости, проходящей через ось симметрии ракеты, требуется, чтобы управляющий момент рулей действовал в этой плоскости независимо от угла крена. Это может быть обеспечено, если управляющие сигналы λ_1 и λ_2 на входах системы управления перегрузками n_y и n_z формируются по закону [9], [32]

$$\lambda_1 = \lambda_3 \cos (\mu_3 + \gamma);$$

$$\lambda_2 = -\lambda_3 \sin (\mu_3 + \gamma),$$

где λ_3 и μ_3 характеризуют величину и направление команды в стабилизированной по крену системе координат (см. рис. 2.10). Такое управление соответствует случаю формирования управляющих сигналов с полной компенсацией скручивания.

Вследствие того, что стабилизация угла крена отсутствует, значительно возрастает роль момента крена от косо́го обдува, который, как это следует из анализа, проведенного в гл. IV и V, может вызывать известные трудности обеспечения требуемых динамических характеристик ракеты даже при наличии элеронов.

Постоянная составляющая момента крена m_{x0} , обусловленная производственной несимметрией, может приводить при малом собственном демпфировании к большим угловым скоростям крена ω_x . Кроме того, большие величины ω_x могут возникать в переходных процессах при наличии возмущений, приводящих к появлению момента крена от косо́го обдува. В случае больших величин ω_x возрастают требования к быстродействию сервоприводов и других следящих устройств системы управления. Поэтому на ракетах безэлеронной схемы для уменьшения величин ω_x иногда используют специальные органы стабилизации угловой скорости крена — роллероны [18].

Если момент крена не зависит от углов атаки и углов отклонения рулей, то при $m_{x0} \neq 0$ полет ракеты будет происходить с постоянной или медленно меняющейся угловой скоростью вращения по крену. В литературе динамические свойства вращающихся ракет и снарядов достаточно полно изучены для тех случаев, когда продольно-боковой момент либо линейно зависит от углов атаки [6], [32], [34], [39], либо обладает круговой симметрией [3], [28], [38], [40]. В указанных случаях благодаря переходу к комплексным переменным удастся вдвое понизить порядок системы уравнений движения ракеты, что значительно упрощает анализ [16]. Ниже для анализа движения ракет безэлеронной схемы с учетом аэродинамических перекрестных связей используются уравнения движения в цилиндрических координатах, полученные в гл. II.

При анализе движения ракет безэлеронной схемы будем учитывать силу и момент Магнуса и зависимость продольно-бокового момента от угловых скоростей $\dot{\alpha}_i$ и $\dot{\delta}_i$. С другой стороны, имея в виду определение качественного влияния момента крена от косо́го обдува и нелинейностей продольно-бокового момента на динамику таких ракет, упростим выражения для $m_{x \text{ к.о.}}$, $m_{\tilde{y}}$, $m_{\tilde{z}}$: момент крена от косо́го обдува представим членами, пропорциональными $k_{11}^{(1)}$ и $k_{04}^{(2)}$, а круговую несимметрию продольно-бокового момента — членами, пропорциональными $b_{04}^{(2)}$. Зависимость подъемной силы от угла атаки корпуса будем считать линейной, а запаздыванием в образовании угла отклонения каждого из четырех роллеронов пренебрегать.

Таким образом, будем рассматривать следующую систему уравнений движения ракеты около центра масс:

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha} &= -\frac{qS}{mV_x} c_{\tilde{y}} + \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^* - \alpha \frac{\dot{V}_x}{V_x} + \omega \cos(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*); \\
 \dot{\omega} &= \frac{qSb_A}{J} [m_{\tilde{z}} \cos(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) + m_{\tilde{y}} \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*)]; \\
 \alpha \dot{\mu}_{\alpha}^* &= \frac{qS}{mV_x} c_{\tilde{z}} - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin \mu_{\alpha}^* + \omega \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*); \\
 \omega \dot{\mu}_{\omega}^* &= \frac{qSb_A}{J} [m_{\tilde{y}} \cos(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) - m_{\tilde{z}} \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*)] - \frac{J_x}{J} \omega \omega_x; \\
 \dot{\omega}_x &= \frac{qSl}{J_x} m_x; \\
 \dot{V} &= \omega_x,
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

где

$$\begin{aligned}
 c_{\tilde{y}} &= c_y^{\alpha} \alpha + c_y^{\delta} \delta \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*); \\
 c_{\tilde{z}} &= -c_y^{\delta} \delta \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + c_{21} \alpha \omega_x; \\
 m_x &= m_{x0} + (m_{x^{\omega}}^{\omega} + m_{x^p}^{\omega}) \omega_x + k_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + \\
 &\quad + k_{04}^{(2)} \sin 4(\mu_{\alpha}^* + \gamma) - \frac{1}{2} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta}} m_{x^p}^{\omega} \alpha \omega \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*); \\
 m_{\tilde{y}} &= e_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) - b_{04}^{(2)} \sin 4(\mu_{\alpha}^* + \gamma) + \\
 &\quad + m_z^{\omega} \omega \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) + m_z^{\alpha} \alpha \dot{\mu}_{\alpha}^* + m_z^{\delta} \delta \dot{\mu}_{\delta}^* \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + \\
 &\quad + m_z^{\delta} \delta \dot{\mu}_{\delta}^* \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + [m_z^{\alpha} \alpha + b_{21} \alpha + m_z^{\delta} \delta \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*)] \omega_x - \\
 &\quad - m_z^{\delta} \bar{\delta}_p^2 \omega_x \omega \cos(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*); \\
 m_{\tilde{z}} &= b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + b_{04}^{(2)} \cos 4(\mu_{\alpha}^* + \gamma) - \\
 &\quad - \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta}} m_z^{\delta} p \alpha + m_z^{\omega} \omega \cos(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) + m_z^{\alpha} \dot{\alpha} + \\
 &\quad + m_z^{\delta} \delta \dot{\mu}_{\delta}^* \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) - m_z^{\delta} \delta (\dot{\mu}_{\delta}^* + \omega_x) \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + \\
 &\quad + m_z^{\delta} \bar{\delta}_p^2 \omega_x \omega \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*).
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Здесь $m_{x^p}^{\omega} = -m_{x^p}^{\delta} \frac{K_p}{M_{\text{ш.п}}^{\delta}}$, $\bar{\delta}_p = -\frac{K_p}{M_{\text{ш.п}}^{\delta}}$. Величина $\bar{\delta}_p$, имеющая размерность времени, численно равна углу отклонения роллера при $\omega_x = 1$ рад/сек.

2.1. Случай малой производственной несимметрии

При анализе балансировочных режимов полета ракет, стабилизированных по крену, указывалось (см. гл. III), что установившиеся значения углов атаки мало зависят от угловой скорости ракеты ω . Поэтому балансировочные соотношения могут быть получены из условия равновесия моментов в прямолинейном полете, причем, поскольку для ракет безэлеронной схемы величины углов отклонения рулей зависят от угла крена, все три уравнения моментов необходимо рассматривать совместно.

При анализе балансировочных режимов полета будем предполагать, что заданными являются величины δ , μ_{δ}^* и m_{x0} , причем величину m_{x0} будем считать малой. Положив в (6.2) $\alpha = \delta = \omega_x = \omega = \mu_{\alpha}^* = \mu_{\delta}^* = 0$, получим следующие приближенные уравнения для определения балансировочных значений α , μ_{α}^* и γ при условии, что вращение по крену отсутствует:

$$\left. \begin{aligned} b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + b_{04}^{(2)} \cos 4(\mu_{\alpha}^* + \gamma) - \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}} m_z^{\delta} p \alpha &= 0; \\ e_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) - b_{04}^{(2)} \sin 4(\mu_{\alpha}^* + \gamma) &= 0; \\ m_{x0} + k_{11}^{(1)} \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + k_{04}^{(2)} \sin 4(\mu_{\alpha}^* + \gamma) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

Очевидно, что если при $m_{x0} \neq 0$ полет ракеты и может происходить без вращения по крену, то лишь при определенных величинах момента крена от косоугольного обдува $m_{x к.о}$. Условия полета без вращения по крену устанавливаются ниже.

Предположим, что продольно-боковой момент обладает свойством круговой симметрии ($b_{04}^{(2)} = 0$). Тогда из уравнений (6.3¹) и (6.3²) получим, что так же как и в случае ракеты, стабилизированной по крену, в режиме балансировки плоскость угла атаки совпадает с плоскостью управления:

$$\mu_{\alpha}^* = \mu_{\delta}^* + \begin{cases} 0 & \text{для ракет схемы «утка»,} \\ \pi & \text{для ракет нормальной схемы,} \end{cases} \quad (6.4)$$

а балансировочный угол атаки не зависит от ориентации плоскости управления относительно ракеты и определяется из уравнения

$$b_{00} + b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon - \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}} m_z^{\delta} p \alpha = 0,$$

где $\varepsilon = 0$ для ракет схемы «утка» и $\varepsilon = \pi$ для ракет нормальной схемы.

Вследствие того, что $\sin(\mu_\alpha^* - \mu_\alpha^*) = 0$, уравнение (6.3³) принимает вид

$$m_{x0} + k_{04}^{(2)} \sin 4(\mu_\alpha^* + \gamma) = 0, \quad (6.5)$$

и поскольку $\mu_\alpha^* + \gamma = \mu_\alpha$, то получается, что при $m_{x0} = 0$ балансировка по крену может наступать только при условии $\sin 4\mu_\alpha = 0$, т. е. когда плоскость угла атаки совпадает с одной из плоскостей симметрии ракеты ($\mu_\alpha = \frac{\pi}{4}k$, $k = 0, 1, 2, \dots$). Если учесть, что плоскость угла атаки совпадает с плоскостью управления, то для балансировочного значения угла крена в рассматриваемом частном случае получим соотношение

$$\gamma = \frac{\pi}{4}k - \mu_\alpha^*, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Значения γ , удовлетворяющие условию равновесия по крену (6.5) при $m_{x0} \neq 0$, показаны на рис. 6.1 как точки пересечения

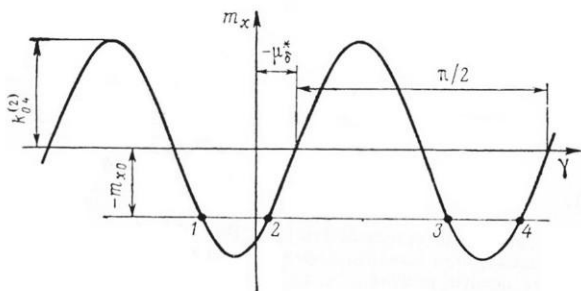


Рис. 6.1. Балансировочные значения угла крена ракет безэлеронной схемы

прямой $m_x = -m_{x0}$ с синусоидой $m_x = k_{04}^{(2)} \sin 4(\mu_\alpha^* + \gamma)$. Ясно, что устойчивым положениям равновесия соответствуют только те значения γ , для которых $\frac{\partial m_x}{\partial \gamma} < 0$, т. е. когда $k_{04}^{(2)} \cos 4(\mu_\alpha^* + \gamma) < 0$. Таким значениям γ на рис. 6.1 соответствуют точки 1 и 3.

Учитывая сказанное, получаем из (6.4) и (6.5) следующие соотношения для балансировочного значения угла крена в случае $m_{x0} \neq 0$:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= -\mu_\alpha^* - \frac{1}{4} A \operatorname{rcsin} \frac{m_{x0}}{k_{04}^{(2)}}; \\ k_{04}^{(2)} \cos 4(\mu_\alpha^* + \gamma) &< 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Из (6.6) видно, что при круговой симметрии продольно-бокового момента балансировка по крену ракет безэлеронной схемы может наступать только при таких значениях m_{x0} , которые удовлетворяют условию

$$|m_{x0}| \leq |k_{04}^{(2)}|. \quad (6.7)$$

Если величины m_{x0} и $k_{04}^{(4)}$ одновременно равны нулю, то балансировочный угол крена может быть произвольным. При невыполнении условия (6.7) полет будет происходить с вращением по крену. Этот случай рассматривается ниже.

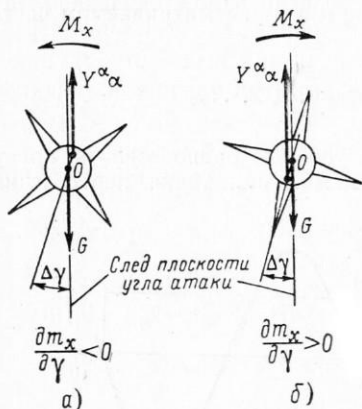


Рис. 6.2. Статическая устойчивость по крену, обусловленная моментом крена от косоугольного обдува:

а — устойчивое равновесие; б — неустойчивое равновесие. Случай $k^{(2)} > 0$



Рис. 6.3. Область статической устойчивости по крену при круговой симметрии продольно-бокового момента

Из проведенного анализа следует, что благодаря моменту крена от косоугольного обдува ракеты безэлеронной схемы становятся статически устойчивыми по крену, вследствие чего небольшие величины постоянной составляющей возмущающего момента m_{x0} могут не вызывать вращения ракеты относительно оси симметрии¹⁾. Это свойство момента крена от косоугольного обдува обеспечивать ракете статическую устойчивость в случае формирования управляющих сигналов λ_1 и λ_2 с учетом текущего угла крена можно пояснить с помощью рис. 6.2, на котором изображены силы, действующие на ракету при маневре в вертикальной плоскости. Наличие статической устойчивости (рис. 6.2, а) эквивалентно тому, что подъемная сила $Y^{\alpha\alpha}$ приложена несколько выше

¹⁾ Впервые это явление было обнаружено А. Ф. Митькиным в 1952 г.

оси корпуса, так что при отклонении биссекторной плоскости от вертикали возникает восстанавливающий момент крена. На рис. 6.2, б момент крена действует в сторону увеличения $\Delta\gamma$, создавая статическую неустойчивость по крену.

Приведенное выше условие статической устойчивости по крену может быть обобщено на случай более сложной зависимости момента крена $m_{x.к.0}$. Так как при постоянных μ_α^* и μ_δ^* величину $\frac{\partial m_x}{\partial \gamma}$ можно представить в виде

$$\frac{\partial m_x}{\partial \gamma} = \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta},$$

то получаем следующее условие статической устойчивости по крену

$$\frac{\partial m_x}{\partial \mu_\alpha} + \frac{\partial m_x}{\partial \mu_\delta} < 0. \quad (6.8)$$

Область устойчивости показана на рис. 6.3.

Рассмотрим теперь общий случай уравнений (6.3). При решении этой системы трансцендентных уравнений в качестве заданных величин удобно принять μ_δ^* , α и $m_{x.0}$. Тогда балансировочные значения γ , μ_α и δ можно определить следующим образом. Исключим из уравнений (6.3²) и (6.3³) величину $\sin(\mu_\delta^* - \mu_\alpha^*)$, предполагая, что $\sin(\mu_\delta^* - \mu_\alpha^*) \neq 0$. В результате получим уравнение для определения угла μ_α

$$m_{x.0} + \left(k_{04}^{(2)} + \frac{k_{11}^{(1)} b_{04}^{(2)}}{e_{11}^{(1)}} \right) \sin 4\mu_\alpha = 0, \quad (6.9)$$

причем устойчивым положениям равновесия по крену будут соответствовать такие μ_α , для которых

$$\left(k_{04}^{(2)} + \frac{k_{11}^{(1)} b_{04}^{(2)}}{e_{11}^{(1)}} \right) \cos 4\mu_\alpha < 0. \quad (6.10)$$

Величину угла $\varepsilon = \mu_\delta^* - \mu_\alpha^*$ определим из уравнений (6.3¹) и (6.3²).

$$\varepsilon = \text{arctg} \frac{b_{11}^{(1)} b_{04}^{(2)} \sin 4\mu_\alpha}{e_{11}^{(1)} \left(\frac{m_{ш.р}^\alpha}{m_{ш.р}^\delta} m_z^\delta \rho_\alpha - b_{00} - b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha \right)} \quad (6.11)$$

При известных ε и μ_α легко определить угол крена $\gamma = \mu_\alpha - \mu_\alpha^* = \mu_\alpha + \varepsilon - \mu_\delta^*$.

Балансировочное значение δ нетрудно получить из уравнения (6.3¹) как только при заданном α из (6.9) и (6.11) будут опре-

делены ϵ и μ_α . В силу линейной зависимости величин $k_{11}^{(1)}$, $e_{11}^{(1)}$ и $b_{11}^{(1)}$ от δ соотношения (6.9) и (6.11) не содержат δ .

Проанализируем с качественной стороны соотношение (6.9) — (6.11).

Из (6.9) видно, что при $m_{x0} = 0$ ракета балансируется в плоскости симметрии так же, как и в случае круговой симметрии продольно-бокового момента. Однако при $b_{04}^{(2)} \neq 0$ статическая устойчивость по крену может обеспечиваться и при $k_{04}^{(2)} = 0$. Таким образом, круговая несимметрия продольно-бокового момента приводит при наличии момента крена $m_x = k_{11}^{(1)} \sin(\mu_\delta - \mu_\alpha)$ к статической устойчивости по крену ракет безэлеронной схемы. Условие статической устойчивости в этом случае имеет вид

$$\frac{k_{11}^{(1)} b_{04}^{(2)}}{e_{11}^{(1)}} \cos 4\mu_\alpha < 0.$$

Из (6.9) получаем, что при $m_{x0} \neq 0$ полет без вращения по крену возможен только в том случае, когда выполняется условие

$$|m_{x0}| \leq \left| k_{04}^{(2)} + \frac{k_{11}^{(1)} b_{04}^{(2)}}{e_{11}^{(1)}} \right|. \quad (6.12)$$

Наличие постоянной составляющей момента крена, удовлетворяющей условию (6.12), приводит в режимах балансировки к появлению фазового угла ϵ между плоскостью управления и плоскостью угла атаки.

2.2. Случай равномерного вращения по крену

При наличии аэродинамических перекрестных связей установившееся вращение по крену может достигаться лишь в специальном случае зависимости коэффициентов аэродинамических сил и моментов от углов атаки и углов отклонения рулей, при которой обеспечивается круговая симметрия сил и моментов.

В гл. I указывалось, что условию круговой симметрии удовлетворяют лишь те члены в выражениях для аэродинамических коэффициентов, которые либо вовсе не зависят от полярных углов μ_α , μ_δ и μ_ω , либо зависят от разностей этих углов. Поэтому выражения для m_x , m_y и m_z будем рассматривать в виде

$$\left. \begin{aligned} m_x = m_{x0} + (m_x^{\omega} + m_{xp}^{\omega}) \omega_x + k_{11}^{(1)} \sin(\mu_\delta^* - \mu_\alpha^*) - \\ - \frac{1}{2} \frac{m_{ш.р}^\alpha}{m_{ш.р}^{\dot{\epsilon}_p}} m_{xp}^{\omega} \alpha_\omega \sin(\mu_\omega^* - \mu_\alpha^*); \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned}
 m_{\tilde{y}} = & (e_{11}^{(1)} + m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta}) \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + m_z^{\omega} z \omega \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) + \\
 & + [m_z^{\alpha} \alpha + m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + b_{21} \alpha] \omega_x + m_z^{\alpha} \alpha \dot{\mu}_{\alpha}^* + \\
 & + m_z^{\dot{\delta}} \dot{\mu}_{\delta}^* \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) - m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \dot{\mu}_{\delta}^* \omega_x \omega \cos(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*);
 \end{aligned} \tag{6.13}$$

$$\begin{aligned}
 m_{\tilde{z}} = & b_{00} - \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\dot{\delta}} \dot{\delta}} m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \alpha + (b_{11}^{(1)} + m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta}) \cos(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + \\
 & + m_z^{\omega} z \omega \cos(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*) + m_z^{\alpha} \alpha - m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} (\mu_{\delta}^* + \omega_x) \sin(\mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*) + \\
 & + m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \dot{\mu}_{\delta}^* \omega_x \omega \sin(\mu_{\omega}^* - \mu_{\alpha}^*).
 \end{aligned}$$

Хотя рассматриваемая зависимость величин m_x , $m_{\tilde{y}}$ и $m_{\tilde{z}}$ от полярных углов является в известной степени модельной, анализ движения в этом случае позволяет установить качественный характер влияния вращения на балансировку ракеты и, кроме того, получить предпосылки для изучения движения вращающихся ракет при более сложном характере перекрестных связей. Чтобы получить уравнения, определяющие балансирующие величины α , ω , ω_x , μ_{δ}^* и μ_{α}^* при постоянных значениях $\dot{\delta}$, μ_{δ}^* , ϑ и m_{x0} , необходимо положить в (6.1) и (6.13) $\dot{\delta} = \dot{\alpha} = \dot{\omega} = \mu_{\delta}^* = \mu_{\alpha}^* = \dot{\mu}_{\delta}^* = \dot{\mu}_{\alpha}^* = 0$. В результате получаем

$$\begin{aligned}
 \frac{qS}{mV_x} (c_y^{\alpha} \alpha + c_y^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \cos \varepsilon) + \alpha \frac{\dot{V}_x}{V_x} - \omega \cos \varepsilon_1 - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_{\alpha}^* &= 0; \\
 \frac{qS}{mV_x} (c_{21} \alpha \omega_x - c_y^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \sin \varepsilon) + \omega \sin \varepsilon_1 - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \sin \mu_{\alpha}^* &= 0; \\
 m_{x0} + (m_{x^*}^{\omega} + m_{xp}^{\omega_x}) \omega_x + k_{11}^{(1)} \sin \varepsilon - \\
 - \frac{1}{2} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\dot{\delta}} \dot{\delta}} m_{xp}^{\omega_x} \alpha \omega \sin \varepsilon_1 &= 0;
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

$$m_{\tilde{y}} \cos \varepsilon_1 - m_{\tilde{z}} \sin \varepsilon_1 - \frac{\omega_x J_x}{qS b_A} \omega = 0;$$

$$m_{\tilde{z}} \cos \varepsilon_1 + m_{\tilde{y}} \sin \varepsilon_1 = 0,$$

где

$$\begin{aligned}
 m_{\tilde{y}} = & e_{11}^{(1)} \sin \varepsilon + (m_z^{\alpha} \alpha + m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \cos \varepsilon + b_{21} \alpha) \omega_x + \\
 & + m_z^{\omega} z \omega \sin \varepsilon_1 - m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \dot{\mu}_{\delta}^* \omega \omega_x \cos \varepsilon_1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{\tilde{z}} = & b_{00} - \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\dot{\delta}} \dot{\delta}} m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \alpha + b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + m_z^{\omega} z \omega \cos \varepsilon_1 - \\
 & - (m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \sin \varepsilon - m_z^{\dot{\delta}} \dot{\delta} \dot{\mu}_{\delta}^* \omega \sin \varepsilon_1) \omega_x.
 \end{aligned}$$

Система уравнений (6.14) может быть решена методом последовательных приближений, при этом вместо δ в качестве заданной удобно рассматривать величину α . В качестве первого приближения можно принять величины δ , ε и ω_x , получающиеся из последних трех уравнений (6.14) при $\omega = 0$ ¹⁾, и величины ω и ε_1 , получающиеся при этих значениях δ , ε и ω_x из первых двух уравнений (6.14). Во втором приближении величины δ , ε и ω_x могут быть уточнены с учетом полученных значений ω и ε_1 . Однако уже первое приближение дает практически точные значения δ , ε и ω_x , поскольку при умеренных величинах угловой скорости крена, составляющих несколько единиц и даже десятков радиан в секунду, и обычных величинах запаса статической устойчивости влияние гироскопического и демпфирующего моментов на балансировочные значения α и ε незначительное. Вследствие малости величины $\delta_p^2 \omega$ слабое влияние на балансировочные значения α и ε оказывают также перекрестные связи по гироскопическому моменту роллеронов.

Получим первое приближение для балансировочных значений δ , ε и ω_x . При $\omega = 0$ последние два уравнения (6.14) эквивалентны уравнениям $m_{\tilde{y}} = m_{\tilde{z}} = 0$. Поэтому имеем

$$\left. \begin{aligned} m_{x0} + (m_{x^{\omega}}^{\omega} + m_{x^p}^{\omega}) \omega_x + k_{11}^{(1)} \sin \varepsilon &= 0; \\ e_{11}^{(1)} \sin \varepsilon + m_z^{\delta} \delta \omega_x \cos \varepsilon + (b_{21} + m_z^{\alpha}) \alpha \omega_x &= 0; \\ b_{11}^{(1)} \cos \varepsilon - m_z^{\delta} \delta \omega_x \sin \varepsilon + b_{00} - \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}} m_z^{\delta} p \alpha &= 0. \end{aligned} \right\} (6.15)$$

Определим из последних двух уравнений величины $\delta \sin \varepsilon$ и $\delta \cos \varepsilon$:

$$x = \delta \sin \varepsilon = \frac{m_z^{\delta} \left(b_{00} - \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}} m_z^{\delta} p \alpha \right) - \frac{b_{11}^{(1)}}{\delta} (b_{21} + m_z^{\alpha}) \alpha}{\frac{b_{11}^{(1)} e_{11}^{(1)}}{\delta^2} + (m_z^{\delta})^2 \omega_x^2} \omega_x;$$

$$y = \delta \cos \varepsilon = - \frac{\frac{e_{11}^{(1)}}{\delta} \left(b_{00} - \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}} m_z^{\delta} p \alpha \right) + (b_{21} + m_z^{\alpha}) m_z^{\delta} \omega_x^2 \alpha}{\frac{b_{11}^{(1)} e_{11}^{(1)}}{\delta^2} + (m_z^{\delta})^2 \omega_x^2}.$$

¹ См. сноски на стр. 96 и 97.

Правые части этих соотношений, так же как и (6.9) и (6.11), не зависят от δ . Из этих соотношений и из (6.15¹) получаем

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \operatorname{arctg} \frac{b_1 \omega_x}{b_2 + b_3 \omega_x^2}; \\ \delta &= \frac{\sqrt{b_1^2 \omega_x^2 + (b_2 + b_3 \omega_x^2)^2}}{b_4 + b_5^2 \omega_x^2} \alpha; \\ d_0 \omega_x^3 + d_1 \omega_x^2 + d_2 \omega_x + d_3 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6.16)$$

где

$$b_1 = m_z^{\dot{\delta}} \left(\frac{b_{00}}{\alpha} - m_z^{\dot{\delta} p} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\dot{\delta} p}} \right) - \frac{b_{11}^{(1)}}{\delta} (b_{21} + m_z^{\alpha});$$

$$b_2 = - \frac{e_{11}^{(1)}}{\delta} \left(\frac{b_{00}}{\alpha} - m_z^{\dot{\delta} p} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\dot{\delta} p}} \right);$$

$$b_3 = - (b_{21} + m_z^{\alpha}) m_z^{\dot{\delta}};$$

$$b_4 = \frac{b_{11}^{(1)} e_{11}^{(1)}}{\delta^2};$$

$$b_5 = m_z^{\dot{\delta}};$$

$$d_0 = (m_x^{\omega_x} + m_{x\text{п}}^{\omega_x}) (m_z^{\dot{\delta}})^2;$$

$$d_1 = m_{x0} (m_z^{\dot{\delta}})^2;$$

$$d_2 = b_4 (m_x^{\omega_x} + m_{x\text{п}}^{\omega_x}) + b_1 k_{11}^{(1)} \frac{\alpha}{\delta};$$

$$d_3 = b_4 m_{x0}.$$

Рассмотрим балансирующие соотношения (6.16) для случая линейной зависимости продольно-бокового момента от угла атаки. При $k_{11}^{(1)} = 0$ этот случай рассмотрен в [32]. Если положить $b_{00} = m_z^{\alpha} \alpha$, $b_{11}^{(1)} = e_{11}^{(1)} = m_z^{\dot{\delta}} \delta$ и условиться считать, что для ракет всех компоновок $m_z^{\dot{\delta}} > 0$ (при этом для ракет нормальной схемы $k_{11}^{(1)} < 0$), то соотношения (6.16) можно представить в виде

$$[m_{x0} + (m_x^{\omega_x} + m_{x\text{п}}^{\omega_x}) \omega_x] \left[1 + \frac{(m_z^{\alpha} + b_{21})^2}{\left(m_z^{\alpha} - m_z^{\dot{\delta} p} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\dot{\delta} p}} \right)^2} \omega_x^2 \right] + \dots$$

$$+ \frac{\alpha_0}{\alpha} k_{11}^{(1)} \left(\frac{m_z^{\dot{\alpha}} + b_{21}}{m_z^{\alpha} - m_{zP}^{\delta} \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}}} - \frac{m_z^{\dot{\delta}}}{m_z^{\delta}} \right) \omega_x = 0; \quad (6.17)$$

$$\alpha = \alpha_0 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2};$$

$$\varepsilon = \varphi_1 + \varphi_2,$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{m_z^{\dot{\alpha}} + b_{21}}{m_z^{\alpha} - m_{zP}^{\delta} \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}}} \omega_x, \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi_1 < \frac{\pi}{2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = -\frac{m_z^{\dot{\delta}}}{m_z^{\delta}} \omega_x, \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi_2 < \frac{\pi}{2};$$

α_0 — балансировочный угол атаки при $\omega_x = 0$:

$$\alpha_0 = \frac{m_z^{\dot{\delta}} \delta}{-m_z^{\alpha} + m_{zP}^{\delta} \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}}}.$$

Из этих соотношений видно, что вращение по крену приводит к изменению балансировочного угла атаки и к появлению фазового угла между плоскостью управления и плоскостью угла атаки. При этом, если по абсолютной величине φ_1 больше φ_2 , т. е. если

$$\frac{|m_z^{\dot{\alpha}} + b_{21}|}{-m_z^{\alpha} + m_{zP}^{\delta} \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}}} > \frac{|m_z^{\dot{\delta}}|}{m_z^{\delta}}$$

как, например, для ракет нормальной схемы, имеющих $m_z^{\dot{\delta}} \approx 0$, то балансировочный угол атаки при вращении уменьшается.

Если выполняется неравенство

$$\frac{m_z^{\dot{\alpha}} + b_{21}}{m_z^{\alpha} - m_{zP}^{\delta} \frac{m_{ш.р}^{\alpha}}{m_{ш.р}^{\delta}}} - \frac{m_z^{\dot{\delta}}}{m_z^{\delta}} > 0,$$

то знак угла $\varepsilon = \mu_{\delta}^* - \mu_{\alpha}^*$ всегда совпадает со знаком ω_x . В этом случае плоскость угла атаки отклоняется от плоскости управления в сторону вращения ракеты по крену (рис. 6.4).

Для определения установившихся значений ω_x представим уравнение (6.17¹) в виде

$$\dot{f}_1(\omega_x) - \dot{f}_2(\omega_x) = 0, \quad (6.18)$$

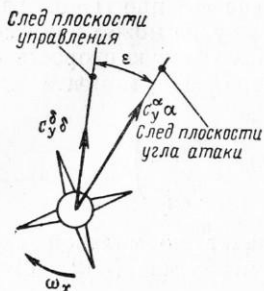


Рис. 6.4. Ориентация управляющей ($c_y^{\delta} \delta$) и подъемной ($c_y^{\alpha} \alpha$) сил в условиях установившегося вращения по крену

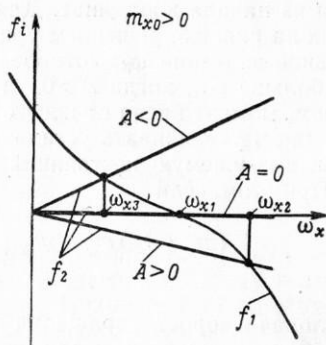


Рис. 6.5. Изменение установившейся скорости вращения ракеты, обусловленное моментом крена от косого обдува рулей

где

$$f_1(\omega_x) = [m_{x0} + (m_x^{\omega_x} + m_{xp}^{\omega_x}) \omega_x] \times \\ \times \left[1 + \frac{(m_z^{\alpha} + b_{21})^2}{\left(m_z^{\alpha} - m_{zp}^{\delta} \frac{m_{ш.п}^{\alpha}}{m_{ш.п}^{\delta}} \right)^2} \omega_x^2 \right];$$

$$f_2(\omega_x) = -A \omega_x;$$

$$A = k_{11}^{(1)} \left(\frac{m_z^{\alpha} + b_{21}}{m_z^{\alpha} - m_{zp}^{\delta} \frac{m_{ш.п}^{\alpha}}{m_{ш.п}^{\delta}}} - \frac{m_z^{\delta}}{m_z^{\delta}} \right) \frac{\alpha_0}{\alpha}.$$

Если $k_{11}^{(1)}(\alpha, \delta) = k_{10} \alpha \delta$, то A не зависит от величины $\alpha = \alpha(\omega_x)$, и значения ω_x , соответствующие корням уравнения (6.18), можно определить графически как точки пересечений графиков функций $f_1(\omega_x)$ и $f_2(\omega_x)$ (рис. 6.5). График функции $f_1(\omega_x)$ представ-

ляет собой кубическую параболу, которая пересекает ось ω_x при значении

$$\omega_{x1} = - \frac{m_{x0}}{m_{x^0}^x + m_{x^p}^x},$$

соответствующем установившейся скорости вращения в изолированном движении крена. График функции $f_2(\omega_x)$ — прямая, выходящая из начала координат. Для функций $f_1(\omega_x)$ и $f_2(\omega_x)$, показанных на рис. 6.5, решением уравнения (6.18) будет одно действительное значение ω_x , которое либо меньше ω_{x1} , когда $A < 0$, либо больше ω_{x1} , когда $A > 0$, либо равно ω_{x1} при $A = 0$. Таким образом, момент крена от косою обдува рулей может как уменьшать, так и увеличивать установившуюся угловую скорость вращения, вызываемую постоянной составляющей момента крена M_{x0} . При этом, если

$$(m_z^a + b_{21}) m_z^{\delta} < m_z^{\delta} \left(m_z^a - m_z^{\delta p} \frac{m_{ш.п}^a}{m_{ш.п}^{\delta}} \right),$$

то угловая скорость вращения для ракет нормальной схемы ($k_{11}^{(1)} < 0$) уменьшается, а для ракет схемы «утка» ($k_{11}^{(1)} > 0$) увеличивается по сравнению со случаем $k_{11}^{(1)} = 0$.

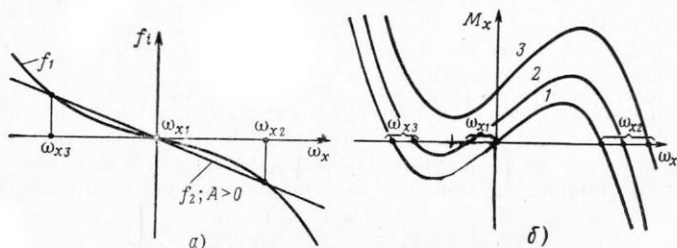


Рис. 6.6. К определению режимов авторотации по крену

Предположим, что $m_{x0} = 0$, $A > 0$, роллероны отсутствуют и величина $m_{x^0}^x$ достаточно мала, так что производная $\frac{\partial f_1}{\partial \omega_x} (\omega_x = 0) = m_{x^0}^x$ по абсолютной величине меньше A . Тогда корнями

уравнения (6.18) будут три действительных значения ω_x (рис. 6.6, а). График зависимости момента крена $M_x(\omega_x)$, который с точностью до положительного множителя равен $f_1(\omega_x) - f_2(\omega_x)$, для этого случая показан на рис. 6.6, б (кривая 1). Как видно, только значения ω_{x2} и ω_{x3} соответствуют устойчивому равновесию по моменту крена.

Из изложенного следует, что благодаря моменту крена от со-го обдува рулей может наступать авторотация по крену. Так как авторотация наступает при

$$\frac{dM_x}{d\omega_x} \Big|_{(\omega_x=0)} > 0,$$

то условие авторотации имеет вид

$$\frac{d}{d\omega_x} (f_1 - f_2) \Big|_{(\omega_x=0)} > 0,$$

или, при отсутствии роллеронов,

$$k_{11}^{(1)} \left(\frac{m_z^a + b_{\sigma_1}}{m_z^a} - \frac{m_z^{\dot{\sigma}}}{m_z^{\dot{\sigma}}} \right) > -m_x^{\omega_x}. \quad (6.19)$$

Если условие (6.19) выполняется, то при небольших величинах m_{x0} , так же как и при $m_{x0}=0$, вращение по крену возможно при двух значениях ω_x (см. рис. 6.6, б, кривая 2). При этом одно из значений ω_x (меньшее по абсолютной величине) соответствует вращению ракеты в направлении, противоположном приложенному моменту m_{x0} . В случае больших величин m_{x0} или при невыполнении условия (6.19) уравнение (6.18) имеет один действительный корень (кривая 3).

§ 3. ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ПРИ $m_{x0}=0$

3.1. Уравнения движения

В § 2 было показано, что при $m_{x0}=0$ ракета балансируется по крену таким образом, что плоскость угла атаки совпадает с плоскостью симметрии. Поэтому при выводе уравнений возмущенного движения можно воспользоваться результатами анализа, проведенного в § 2 гл. IV. Из этого анализа следует, что при маневре в вертикальной плоскости полные уравнения возмущенного движения ракеты с крестообразным крылом разделяются на уравнения движения в плоскости симметрии и уравнения взаимосвязи продольно-бокового движения и движения крена. Уравнения взаимосвязи продольно-бокового движения и движения крена определяют изменение полярных углов μ_α и μ_ω (или μ_α^* и μ_ω^*), угла γ и угловой скорости ω_x крена, причем, так как при малых колебаниях по крену величины α и ω остаются постоянными, то эти уравнения могут быть получены путем линеаризации уравнений (6.1³)—(6.1⁶) при постоянных величинах α и ω . Проведем такую линеаризацию, принимая, что при балансировке в плоскости симметрии $\mu^* = \mu_\omega^*$. В результате получим

$$\begin{aligned}
 \alpha \Delta \mu_{\alpha}^{*} &= -a_4 \alpha \Delta \mu_{\alpha}^{*} - a_5 \delta \Delta \mu_{\delta}^{*} + \omega \Delta \mu_{\omega}^{*} + c_M \alpha \Delta \omega_x; \\
 \omega \Delta \mu_{\omega}^{*} &= -a_1 \omega \Delta \mu_{\omega}^{*} - a_2 \alpha \Delta \mu_{\alpha}^{*} + a_3 \delta \Delta \mu_{\delta}^{*} - a_6 \alpha \Delta \mu_{\alpha}^{*} - a_7 \delta \Delta \mu_{\delta}^{*} - \\
 &\quad - a_8 \alpha \Delta \omega_x - \bar{b}_{04}^{(2)} \Delta \gamma; \\
 \Delta \omega_x &= -c_1 \Delta \omega_x + (c_3 + c_5 \omega) \Delta \mu_{\alpha}^{*} + c_4 \Delta \mu_{\delta}^{*} - c_5 \omega \Delta \mu_{\omega}^{*} + \frac{\partial f_x}{\partial t} \Delta \gamma; \\
 \Delta \dot{\gamma} &= \Delta \omega_x.
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

В этих уравнениях приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 a_2 &= -\frac{qSb_A}{J\alpha} \left[b_{00} + (b_{11}^{(1)} - e_{11}^{(1)}) \cos \varepsilon - 3b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{m_{ш.п}^{\alpha}}{m_{ш.п}^{\delta}} m_z^{\delta p \alpha} \right]; \\
 a_3 &= \frac{qSb_A}{J\delta} e_{11}^{(1)} \cos \varepsilon; \\
 a_4 &= \frac{qS}{mV_x} c_y^z + \frac{\dot{V}_x}{V_x}; & a_5 &= \frac{qS}{mV_x} c_y^{\delta} \cos \varepsilon; \\
 a_6 &= -\frac{qSb_A}{J} m_z^{\delta}; & a_7 &= -\frac{qSb_A}{J} m_z^{\delta} \cos \varepsilon; \\
 a_8 &= a_6 + \frac{\delta}{\alpha} a_7 + \frac{\omega J_x}{\alpha J} - \frac{qSb_A}{J} \left(b_{21} - m_z^{\delta p} \bar{\delta}_p^2 \frac{\omega}{\alpha} \right); \\
 \bar{b}_{04}^{(2)} &= 4 \frac{qSb_A}{J} b_{04}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha}; & c_1 &= -\frac{qSl}{J_x} (m_{x^x}^{\omega} + m_{x^p}^{\omega}); \\
 c_5 &= \frac{1}{2} \frac{qSl}{J_x} \frac{m_{ш.п}^{\alpha}}{m_{ш.п}^{\delta p}} m_{x^p}^{\omega}; & c_M &= \frac{qS}{mV_x} c_{21}.
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

Остальные коэффициенты такие же, как и в уравнениях (4.33). Величина $\cos 4\mu_{\alpha}$ удовлетворяет условию (6.10).

В отличие от уравнений (4.33) уравнения (6.20) содержат перекрестные связи, обусловленные эффектом Магнуса, эффектом нестационарности, а также перекрестные связи по гироскопическому моменту роллеронов. Используем прием «замораживания» коэффициентов и разрешим первые два уравнения (6.20) относительно $\Delta \mu_{\alpha}^{*}$ и $\Delta \mu_{\omega}^{*}$, а из последних двух уравнений определим $\Delta \gamma$. Перейдем затем к изображениям по Лапласу, считая начальные условия нулевыми. В результате получим

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) \Delta \mu_{\alpha}^*(p) &= \frac{\delta}{\alpha} N_{\alpha}(p) \Delta \mu_{\delta}^*(p) + N_{\alpha}^{\gamma}(p) \Delta \gamma(p); \\ F_0(p) \Delta \mu_{\omega}^*(p) &= \frac{\delta}{\omega} N_{\omega}(p) \Delta \mu_{\delta}^*(p) - \frac{\alpha}{\omega} N_{\omega}^{\gamma}(p) \Delta \gamma(p); \\ F_{\gamma}(p) \Delta \gamma(p) &= (c_3 + c_5 \omega) \Delta \mu_{\alpha}^*(p) + c_4 \Delta \mu_{\delta}^*(p) - c_5 \Delta \mu_{\delta}^*(p), \end{aligned} \right\} (6.22)$$

где

$$\left. \begin{aligned} F_0(p) &= p^2 + (a_1 + a_4 + a_6) p + a_2 + a_1 a_4; \\ F_{\alpha}(p) &= p^2 + c_1 p - \frac{\partial f_x}{\partial \gamma}; \\ N_{\alpha}(p) &= -(a_5 + a_7) p + a_3 - a_1 a_5; \\ N_{\alpha}^{\gamma}(p) &= c_M p^2 + (c_M a_1 - a_8) p - \frac{1}{\alpha} \bar{b}_{04}^{(2)}; \\ N_{\omega}(p) &= -a_7 p^2 + (a_3 + a_5 a_6 - a_4 a_7) p + a_3 a_4 + a_2 a_5; \\ N_{\omega}^{\gamma}(p) &= (a_8 + a_6 c_M) p^2 + \left(a_4 a_8 + a_2 c_M + \frac{\bar{b}_{04}^{(2)}}{\alpha} \right) p + \\ &\quad + \frac{1}{\alpha} a_4 \bar{b}_{04}^{(2)}. \end{aligned} \right\} (6.23)$$

Так как каналы тангажа и курса ракет безэлеронной схемы принципиально не отличаются от соответствующих каналов ракет, стабилизированных по крену, то для определения угла $\Delta \mu_{\delta}^*$ можно воспользоваться уравнением (5.22⁶).

В общем случае это уравнение содержит величину полярного угла $\Delta \mu_n^*$, определяющего отклонение вектора перегрузки от вертикальной плоскости. Для определения угла $\Delta \mu_n^*$ можно воспользоваться соотношением

$$\Delta \mu_n^* = \frac{1}{c_{\tilde{y}}} (c_y^{\alpha} \alpha \Delta \mu_{\alpha}^* + c_y^{\delta} \delta \cos \varepsilon \Delta \mu_{\delta}^* - c_{21} \alpha \Delta \omega_x),$$

где

$$c_{\tilde{y}} = c_y^{\alpha} \alpha + c_y^{\delta} \delta \cos \varepsilon,$$

которое следует из (3.12) и (6.2).

В дальнейшем ограничимся анализом уравнений (6.20) в случае, когда величина $\Delta \mu_{\delta}^*$ является заданной функцией времени.

3.2. Устойчивость движения при $\mu_0^* = \mu_0^*(t)$

Устойчивость возмущенного движения в случае $\mu_0^* = \mu_0^*(t)$ можно исследовать на основании характеристического уравнения системы (6.20)

$$s^4 + A_1 s^3 + A_2 s^2 + A_3 s + A_4 = 0, \quad (6.24)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= a_1 + a_4 + a_6 + c_1; \\ A_2 &= a_2 + a_1 a_4 + c_1(a_1 + a_4 + a_6) - c_3(1 + c_M) - c_4 - \\ &\quad - c_5(a_8 \alpha + a_6 c_M \alpha + c_M \omega); \\ A_3 &= c_1(a_2 + a_1 a_4) - c_3(a_1 + a_4 + a_6 + a_1 c_M - a_8) - \\ &\quad - c_4(a_1 + a_4 + a_6) - c_5(a_4 a_8 \alpha + a_2 c_M \alpha + a_1 c_M \omega + \bar{b}_{04}^{(2)} - a_8 \omega); \\ A_4 &= -c_3 \left(a_2 + a_1 a_4 - \frac{1}{\alpha} \bar{b}_{04}^{(2)} \right) - c_4(a_2 + a_1 a_4) - \\ &\quad - c_5 \bar{b}_{04}^{(2)} \left(a_4 - \frac{\omega}{\alpha} \right). \end{aligned} \right\} \quad (6.25)$$

Анализ выражений для коэффициентов A_i показывает, что достаточными условиями устойчивости пространственного движения является выполнение неравенств

$$\left. \begin{aligned} R = A_1 A_2 A_3 - A_3^2 - A_1^2 A_4 &\geq 0; \\ A_4 &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.26)$$

Условие $A_4 = 0$ определяет границу аperiodической устойчивости. Сравним его с условием статической устойчивости по крену (6.10), полученным из решения уравнений балансировки в первом приближении. Для принятой в § 1 зависимости $m_{x.k.o.}(\mu_\alpha, \mu_\delta)$ имеем

$$\begin{aligned} c_3 &= \frac{qSl}{J_x} (4k_{04}^{(2)} \cos 4\mu_\alpha - k_{11}^{(1)} \cos \varepsilon); \\ c_4 &= \frac{qSl}{J_x} k_{11}^{(1)} \cos \varepsilon. \end{aligned}$$

Если определить из уравнения (6.11) величину ω , имея в виду, что в установившемся движении $\dot{\alpha} = \mu_\omega^* - \mu_\alpha^* = 0$, подставить значения ω , c_3 и c_4 вместе с значениями других динамических коэффициентов в выражение для A_4 и учесть уравнение балансировки по продольному моменту $m_z = 0$, получающееся из (6.12) при $\dot{\omega} = \mu_\omega^* - \mu_\alpha^* = 0$, то условие $A_4 > 0$ после преобразований можно представить в виде

$$(k_{04}^{(2)} B_1 + b_{04}^{(2)} B_2) \cos 4\mu_\alpha < 0, \quad (6.27)$$

где

$$B_1 = e_{11}^{(1)} \cos \varepsilon + m_z^{\omega} z \left(a_5 \delta - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^* \right);$$

$$B_2 = k_{11}^{(1)} \cos \varepsilon - \frac{1}{2} \frac{m_{ш.р}^z}{m_{ш.р}^{\omega}} m_{xр}^{\omega} \alpha \left(a_5 \delta - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^* \right).$$

В выражении для B_1 первое слагаемое, представляющее собой коэффициент управляющего момента, значительно больше второго слагаемого, равного коэффициенту демпфирующего момента в установившемся движении, который обусловлен искривлением траектории за счет подъемной силы рулей и силы тяжести. Поэтому можно принять $B_1 \approx e_{11}^{(1)} \cos \varepsilon$. Далее, величина $k_{11}^{(1)}$ представляет собой максимальное значение коэффициента момента крена от косого обдува рулей, который может возникнуть при данных значениях α и δ , а величина $m_{xр}^{\omega}$ по определению численно равна коэффициенту момента крена, создаваемого роллерами при $\omega_x = 1 \text{ сек}^{-1}$. Если $|k_{11}^{(1)}| > |m_{xр}^{\omega} \text{сек}^{-1}|$ то, учитывая малость величины $\alpha \left(a_5 \delta - \frac{g}{V_x} \cos \vartheta \cos \mu_\alpha^* \right)$, можно принять

$$B_2 \approx k_{11}^{(1)} \cos \varepsilon.$$

Учитывая приближенные значения B_1 и B_2 , неравенство (6.27) можно представить в виде

$$e_{11}^{(1)} \left(k_{04}^{(2)} + \frac{k_{11}^{(1)} b_{04}^{(2)}}{e_{11}^{(1)}} \right) \cos 4\mu_\alpha \cos \varepsilon < 0,$$

что эквивалентно условию (6.10), поскольку величина $e_{11}^{(1)} \cos \varepsilon$ положительна.

Прежде чем перейти к анализу условия колебательной устойчивости $R > 0$, сделаем некоторые преобразования коэффициентов A_i . Из уравнения (6.22¹) и выражений (6.23¹), (6.23⁴) получаем, что при $\mu_\alpha^* = \text{const}$ в установившемся режиме

$$\frac{\partial \mu_\alpha^*}{\partial \gamma} = - \frac{1}{\alpha} \frac{\bar{b}_{04}^{(2)}}{a_2 + a_1 a_4}.$$

Так как $\varepsilon = \mu_\alpha^* - \mu_\alpha$, то при $\mu_\alpha^* = \text{const}$

$$\frac{\partial \mu_\alpha^*}{\partial \gamma} = - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \gamma} = - \varepsilon \gamma,$$

и, следовательно, можно записать

$$\bar{b}_{04}^{(2)} = \varepsilon \gamma \alpha (a_2 + a_1 a_4). \quad (6.28)$$

Величина ε^{γ} численно равна производной балансирующего значения ε по углу μ_{δ} , поскольку при $\mu_{\delta}^* = \text{const}$

$$\Delta\gamma = \Delta(\mu_{\delta} - \mu_{\delta}^*) = \Delta\mu_{\delta}.$$

Введем безразмерные коэффициенты ξ , ξ_3 , ξ_{Σ} , ξ_{ω} , ξ_p , \bar{c}_1 , \bar{a}_8 , r , определяемые соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{a_1 + a_4 + a_6}{2\omega_0}; & \xi_3 &= \frac{a_4 - \frac{\omega}{\alpha}}{\omega_0}; \\ \xi_{\omega} &= \frac{a_8 + c_M \left(a_6 + \frac{\omega}{\alpha} \right)}{2\omega_0}; & \xi_{\Sigma} &= 2\xi + \bar{c}_1; \\ \xi_p &= \frac{c_5 \alpha}{\omega_0}; & \bar{a}_8 &= \frac{a_8 - a_1 c_M}{\omega_0}; \\ \bar{c}_1 &= \frac{c_1}{\omega_0}; & r &= \frac{R}{\omega_0^6}, \end{aligned} \right\} (6.29)$$

где $\omega_0^2 = a_2 + a_1 a_4$.

Если учесть (6.25), (6.28) и (6.29), то условие колебательной устойчивости (6.26¹) можно представить в виде

$$r = a\bar{c}_3^2 + 2b\bar{c}_3\bar{c}_4 + c\bar{c}_4^2 + 2d\bar{c}_3 + 2e\bar{c}_4 + f \geq 0, \quad (6.30)$$

где приняты следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} a &= (2\xi - \bar{a}_8)(\bar{c}_1 + \xi_{\Sigma} c_M + \bar{a}_8); \\ b &= \xi\xi_{\Sigma}(1 + c_M) + \left(\xi - \frac{\bar{a}_8}{2} \right)(\bar{c}_1 - 2\xi); \\ c &= 2\xi\bar{c}_1; \\ d &= \frac{1}{2} [2g_2(2\xi - \bar{a}_8) + \xi_{\Sigma}^2(1 - \varepsilon^{\gamma}) - \xi_{\Sigma} g_1(2\xi - \bar{a}_8) - \\ &\quad - \xi_{\Sigma} g_2(1 + c_M)]; \\ e &= \frac{1}{2} [\xi_{\Sigma}^2 - 2\xi\xi_{\Sigma}g_1 - g_2(\bar{c}_1 - 2\xi)]; \\ f &= \xi_{\Sigma} g_1 g_2 - g_2^2 + \xi_{\Sigma}^2 \xi_3 \xi_p \varepsilon^{\gamma}; \\ g_1 &= 1 + 2\xi\bar{c}_1 - 2\xi_{\omega} \xi_p; \\ g_2 &= \bar{c}_1 - \xi_p(\xi_3 \bar{a}_8 + c_M + \varepsilon^{\gamma}). \end{aligned} \right\} (6.31)$$

Из (6.30) видно, что если момент крена не зависит от углов атаки и углов отклонения рулей, т. е. если $\bar{c}_3 = \bar{c}_4 = 0$, то для колебательной устойчивости необходимо выполнение неравенства $f > 0$. Анализ выражения (6.31⁶) показывает, что хотя влияние перекрестной связи по гироскопическому моменту роллеронов (ξ_p) возрастает пропорционально квадрату угла атаки, в обычном диапазоне углов атаки условие $f > 0$ всегда выполняется.

Уравнение $r(\bar{c}_3, \bar{c}_4) = 0$ определяет на плоскости $\bar{c}_3\bar{c}_4$ кривую второго порядка. Для установления общих свойств этой кривой рассмотрим ее инварианты [4], [27]:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}; \quad s = a + c.$$

Выражения для Δ и Δ_1 можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= -\xi_\Sigma^2 \left(\xi c_M + \frac{\bar{a}_8}{2} \right)^2; \\ \Delta &= f\Delta_1 + e\Delta_2 + d\Delta_3, \end{aligned} \right\} \quad (6.32)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= bd - ae = \frac{\xi_\Sigma^2}{2} \left\{ \left(\xi c_M + \frac{\bar{a}_8}{2} \right) [(2\xi - \bar{a}_8)g_1 - (1 + c_M)g_2 - \right. \\ &\left. - \xi_\Sigma + 2\bar{a}_8] + (1 + c_M)\bar{c}_1\bar{a}_8 - \varepsilon^i \left[(\xi_\Sigma c_M + 2\bar{c}_1)\xi + \left(\xi - \frac{\bar{c}_1}{2} \right) \bar{a}_8 \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = be - cd =$$

$$= \frac{\xi_\Sigma^2}{2} \left[\left(\xi c_M + \frac{\bar{a}_8}{2} \right) (g_2 - 2\xi g_1 + \xi_\Sigma) + 2\xi\bar{c}_1\varepsilon^i - \bar{c}_1\bar{a}_8 \right].$$

Легко видеть, что при $\bar{a}_8 = c_M = \varepsilon^i = 0$ инварианты Δ и Δ_1 обращаются в нуль. Если в этом случае оси координат \bar{c}_3 и \bar{c}_4 повернуть на угол $\psi = -45^\circ$ ($\operatorname{tg} \psi = -\frac{a}{b} = -1$, $\sin \psi < 0$), то для новых переменных \bar{c}'_3 и \bar{c}'_4 получим после преобразований

$$r(\bar{c}'_4) = 4\xi\bar{c}'_1(\bar{c}'_4 - c_{01})(\bar{c}'_4 - c_{02}),$$

где

$$\bar{c}'_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{c}_3 + \bar{c}_4);$$

$$\begin{aligned}
c_{01} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\xi \xi_{\Sigma} - 1 + \sqrt{(\xi \xi_{\Sigma} - 1)^2 - 1 - \bar{c}_1 \xi_{\Sigma}} \right] = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi \xi_{\Sigma} - 1 + \xi_{\Sigma} \sqrt{\xi^2 - 1}); \\
c_{02} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\xi \xi_{\Sigma} - 1 - \sqrt{(\xi \xi_{\Sigma} - 1)^2 - 1 - \bar{c}_1 \xi_{\Sigma}} \right] = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi \xi_{\Sigma} - 1 - \xi_{\Sigma} \sqrt{\xi^2 - 1}).
\end{aligned}$$

Если $\xi > 1$, то границей колебательной устойчивости $r=0$ на плоскости $\bar{c}_3 \bar{c}_4$ являются две прямые, параллельные границе апериодической устойчивости $\bar{c}_3 + \bar{c}_4 = 0$ и проходящие от нее на расстояниях c_{01} и c_{02} в области апериодической неустойчивости, поскольку в этом случае $c_{01} > 0$ и $c_{02} > 0$. При $\xi = 1$ эти прямые сливаются, а при $\xi < 1$ не существует таких действительных значений \bar{c}_4 , для которых выполнялось бы условие $r=0$. Причем, так как $\bar{c}_1 > 0$ и $\xi > 0$, то

$$r(0) = 2 \bar{c}_1 \xi (1 + \bar{c}_1 \xi_{\Sigma}) > 0,$$

и условию колебательной устойчивости удовлетворяет любая точка плоскости $\bar{c}_3 \bar{c}_4$. Таким образом, при $\varepsilon^{\gamma} = \bar{a}_8 = c_M = 0$ для динамической устойчивости достаточно выполнения условий статической устойчивости $\alpha_0^2 > 0$ и $\bar{c}_3 + \bar{c}_4 < 0$ (рис. 6.3). Этот результат непосредственно следует также из уравнений (6.22).

Если $\bar{a}_8 = c_M = 0$, а продольно-боковой момент имеет круговую несимметрию ($\varepsilon^{\gamma} \neq 0$), то $\Delta_1 = 0$, $\Delta \neq 0$, и уравнение $r=0$ дает на плоскости $\bar{c}_3 \bar{c}_4$ параболу. Вершина параболы находится в точке, координаты которой

$$\begin{aligned}
\bar{c}_{30} &= \frac{1}{\xi_{\Sigma}^2 \varepsilon^{\gamma}} \left[f - \frac{d+e}{4\xi \bar{c}_1} \left(e + \frac{\xi_{\Sigma}^2 \varepsilon^{\gamma}}{4} \right) \right]; \\
\bar{c}_{40} &= - \frac{1}{\xi_{\Sigma}^2 \varepsilon^{\gamma}} \left[f - \frac{d+e}{4\xi \bar{c}_1} \left(d - \frac{\xi_{\Sigma}^2 \varepsilon^{\gamma}}{4} \right) \right].
\end{aligned}$$

Если перенести начало координат в вершину параболы и повернуть оси на угол $\psi = -45^\circ$, то получим каноническое уравнение параболы

$$(\bar{c}_4')^2 = 2p\bar{c}_3', \quad p = \frac{\xi_{\Sigma}^2 \varepsilon^{\gamma}}{8\sqrt{2}\xi \bar{c}_1}.$$

Областью колебательной устойчивости является область вне параболы.

Условие аperiodической устойчивости в этом случае имеет вид

$$\bar{c}_3(1 - \varepsilon^{\dot{\gamma}}) + \bar{c}_4 + \xi_p \xi_3 \varepsilon^{\dot{\gamma}} < 0. \quad (6.33)$$

Характерное расположение границ устойчивости при $\varepsilon^{\dot{\gamma}} \neq 0$ показано на рис. 6.7.

В том случае, когда аэродинамические перекрестные связи, зависящие от угловой скорости крена, учитываются, независимо от величины $\varepsilon^{\dot{\gamma}}$ в соответствии с (6.32) имеем $\Delta_1 < 0$, $\Delta \neq 0$, и урав-

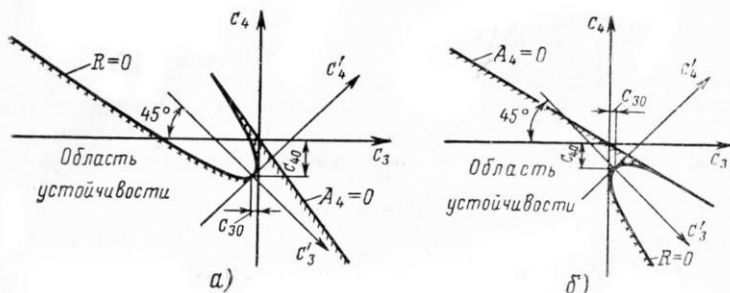


Рис. 6.7. Влияние круговой несимметрии продольно-бокового момента на динамическую устойчивость по крену:

$$a - \varepsilon^{\dot{\gamma}} < 0; \quad b - \varepsilon^{\dot{\gamma}} > 0$$

нение $r=0$ определяет гиперболу, ветви которой располагаются во втором и четвертом квадрантах плоскости $\bar{c}_3\bar{c}_4$. Если перенести начало координат в центр гиперболы, координаты которого

$$\bar{c}_{30} = \frac{\Delta_3}{\Delta_1}; \quad \bar{c}_{40} = \frac{\Delta_2}{\Delta_1},$$

и повернуть оси координат на угол ψ такой, что

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2b}{a-c}; \quad \operatorname{sign}(\sin 2\psi) = \operatorname{sign} b,$$

то получим каноническое уравнение гиперболы

$$a'(\bar{c}_3')^2 + c'(\bar{c}_4')^2 + \frac{\Delta}{\Delta_1} = 0,$$

где

$$a' = \frac{1}{2}(a+c + \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2});$$

$$c' = \frac{1}{2}(a-c + \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}).$$

Условие аperiodической устойчивости не отличается от предыдущего случая и определяется выражением (6.33). Примеры границ устойчивости для этого случая показаны на рис. 6.8.

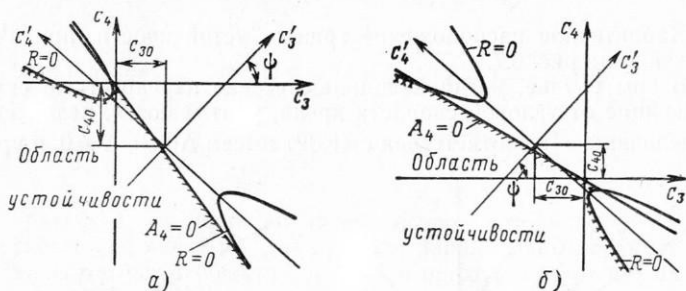


Рис. 6.8. Области динамической устойчивости по крену в общем случае:

$$a - \epsilon\gamma < 0; \quad b - \epsilon\gamma > 0$$

3.3. Возмущения по крену в управляемых движениях

В отличие от ракет, стабилизированных по крену, угол крена ракет безэлеронной схемы в управляемых движениях может получать произвольные приращения. В частности, при больших возмущениях момента крена новый установившийся режим, соответствующий приложенному управляющему воздействию, может достигаться после совершения ракетой одного и даже нескольких оборотов по крену. Вследствие этого получение аналитических оценок для максимальных возмущений по крену при нелинейных аэродинамических характеристиках крайне затруднительно, и практически единственно пригодными для получения необходимых результатов являются численные методы решения уравнений пространственного движения ракеты.

Однако в том случае, когда продольно-боковой момент обладает свойством круговой симметрии, а главную часть момента крена от косоугольного обдува составляет первая гармоника M_{x1} , приближенные зависимости $\omega_x(t)$ и $\Delta\gamma(t)$ в управляемых движениях могут быть получены достаточно просто.

Рассмотрим уравнения движения ракеты безэлеронной схемы в этом случае. Положим в (6.22) и (6.23) $\bar{b}_{04}^{(2)} = 0$, $c_3 = -c_4$ и разрешим уравнения (6.22) относительно $\omega_x(p) = p\Delta\gamma(p)$, считая заданной величину $\Delta\mu_0^*(p)$:

$$(p^3 + A_1 p^2 + A_2 p + A_3) \omega_x(p) = (B_0 p + B_1) p \Delta\mu_0^*(p), \quad (6.34)$$

где

$$A_1 = a_1 + a_4 + a_6 + c_1;$$

$$\begin{aligned}
A_2 &= a_2 + a_1 a_4 + c_1 (a_1 + a_4 + a_6) + c_4 c_M - c_5 (a_8 \alpha + a_6 c_M \alpha + c_M \omega); \\
A_3 &= c_1 (a_2 + a_1 a_4) + c_4 (a_1 c_M - a_8) - c_5 (a_4 a_8 \alpha + a_2 c_M \alpha + a_1 c_M \omega - a_8 \omega); \\
B_0 &= c_4 + c_5 a_7 \delta; \\
B_1 &= c_4 \left(a_1 + a_4 + a_6 + \frac{\delta}{\alpha} a_5 + \frac{\delta}{\alpha} a_7 \right) - \frac{\delta}{\alpha} c_5 \times \\
&\quad \times [(a_3 + a_5 a_6 - a_4 a_7) \alpha + (a_5 + a_7) \omega].
\end{aligned}$$

При выводе уравнения (6.34) учтено то обстоятельство, что при $b_{04}^{(2)} = 0$ в установившемся движении

$$a_1 \omega + a_2 \alpha - a_3 \delta = 0 \quad \text{и} \quad (a_2 + a_1 a_4) \alpha = (a_3 - a_1 a_5) \delta.$$

Для конкретных числовых значений динамических коэффициентов решение уравнения (6.34) не представляет принципиальных трудностей.

Если для оценок положить $a_5 = a_7 = a_8 = c_5 = c_M = 0$, то получим уравнение

$$\left(\frac{p}{\omega_0} + \bar{c}_1 \right) \left(\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + 1 \right) \omega_x(p) = \bar{c}_4 \left(\frac{p}{\omega_0} + 2\xi \right) p \Delta \mu_0^*(p).$$

При мгновенном изменении управляющего воздействия μ_0^* на величину μ_0 решение для $\bar{\omega}_x = \frac{\omega_x}{\omega_0}$ будет иметь вид

$$\frac{\bar{\omega}_x}{c_4 \mu_0} = A e^{-\bar{c}_1 \tau} + B e^{-\xi \tau} \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \tau + \varphi),$$

где

$$\begin{aligned}
A &= \frac{2\xi - \bar{c}_1}{1 + \bar{c}_1 (\bar{c}_1 - 2\xi)}; & B &= \frac{1}{\sqrt{(1 - \xi^2) [1 + \bar{c}_1 (\bar{c}_1 - 2\xi)]}}; \\
\varphi &= \arctg \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} - \arctg \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\bar{c}_1 - \xi};
\end{aligned}$$

$\tau = \omega_0 t$ — безразмерное время.

§ 4. ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ РАКЕТ

4.1. Линеаризация уравнений движения

В данном разделе рассмотрим с качественной стороны движение вращающихся ракет, имеющих слабую круговую несимметрию продольно-бокового момента и момента крена. Круговую

несимметрию будем называть слабой, если выполняются условия

$$|m_{x0}| \gg |k_{04}^{(2)}|; \quad |b_{00}| \gg |b_{04}^{(2)}|.$$

Кроме того, будем учитывать постоянную составляющую продольно-бокового момента, которую будем характеризовать вектором \vec{m}_0 , считая, что в общем случае плоскость действия этого момента составляет угол μ_m с плоскостью симметрии ракеты Oxy . Если $m_0 \neq 0$, то в правые части выражений (6.2⁴) и (6.2⁵) необходимо добавить члены $\Delta m_{y0} = m_0 \sin(\mu_m - \mu_\alpha^* - \gamma)$ и $\Delta m_{z0} = m_0 \cos(\mu_m - \mu_\alpha^* - \gamma)$.

Величину m_0 будем предполагать малой.

В рассматриваемом случае в уравнениях (6.1) можно выделить группу членов, которые являются малыми по сравнению с другими членами уравнений, и применить к исследованию движения методы теории нелинейных колебаний, основанные на введении малого параметра [20].

Имея в виду исследование качественного характера движения вращающейся ракеты, мы поступим следующим образом. Предположим, что круговая несимметрия продольно-бокового момента и момента крена приводят к достаточно малым отклонениям фазовых координат от их значений, удовлетворяющих порождающему решению, т. е. решению уравнений (6.1) при $k_{04}^{(2)} = b_{04}^{(2)} = m_0 = 0$. Тогда изменения параметров движения, вызываемые круговой несимметрией, в первом приближении можно определить из уравнений возмущенного движения, которые получаются путем линеаризации уравнений (6.1) при условии, что величины $k_{04}^{(2)}(\alpha)$, $b_{04}^{(2)}(\alpha)$, $\sin 4(\mu_\alpha^* + \gamma)$, $\cos 4(\mu_\alpha^* + \gamma)$, $\sin(\mu_m - \mu_\alpha^* - \gamma)$ и $\cos(\mu_m - \mu_\alpha^* - \gamma)$ выражены через значения $\alpha(t)$, $\mu_\alpha^*(t)$ и $\gamma(t)$ порождающего движения. При $\delta = \text{const}$ и $\mu_\alpha^* = \text{const}$ порождающее движение, как мы знаем, есть равномерное вращение по крену. Поэтому после линеаризации и несложных преобразований получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\alpha} + a_4 \Delta \alpha - \cos \varepsilon_1 \Delta \omega + c_M \alpha \omega_x \Delta \mu_\alpha^* + \omega \sin \varepsilon_1 \Delta \mu_\omega^* = \\ = -a_5 \Delta \delta + a_5 \delta \operatorname{tg} \varepsilon \Delta \mu_\delta^*; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha \Delta \mu_\alpha^* - c_M \omega_x \Delta \alpha - \sin \varepsilon_1 \Delta \omega + a_4 \alpha \Delta \mu_\alpha^* + \omega \cos \varepsilon_1 \Delta \mu_\omega^* - c_M \alpha \Delta \omega_x = \\ = -a_5 \operatorname{tg} \varepsilon \Delta \delta - a_5 \delta \Delta \mu_\delta^*; \end{aligned}$$

$$\Delta \omega + p_1 \Delta \alpha + p_2 \Delta \omega + p_3 \alpha \Delta \mu_\alpha^* + p_4 \omega \Delta \mu_\omega^* + p_5 \Delta \omega_x =$$

$$= p_6 \left(\frac{d}{dt} \right) \Delta \delta + \delta p_7 \left(\frac{d}{dt} \right) \Delta \mu_\delta^* + F_1(t);$$

(6.35)

$$\begin{aligned}
 \omega \Delta \dot{\mu}_\omega^* + q_1 \Delta \alpha + q_2 \Delta \omega + q_3 \alpha \Delta \dot{\mu}_\alpha^* + q_4 \omega \Delta \dot{\mu}_\omega^* + q_5 \Delta \omega_x = \\
 = q_6 \left(\frac{d}{dt} \right) \Delta \delta + \delta q_7 \left(\frac{d}{dt} \right) \Delta \dot{\mu}_\delta^* + F_2(t); \\
 \Delta \dot{\omega}_x + r_1 \Delta \alpha + r_2 \Delta \omega + r_3 \Delta \dot{\mu}_\alpha^* + r_4 \Delta \dot{\mu}_\omega^* + r_5 \Delta \omega_x = \\
 = r_6 \Delta \delta + r_7 \Delta \dot{\mu}_\delta^* + F_3(t); \\
 \Delta \dot{\psi} = \Delta \omega_x.
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

В этих уравнениях приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 p_1 = \frac{qSb_A}{J} \left\{ \left(\frac{m_{ш.п}^\alpha}{m_{ш.п}^\delta} m_z^{\delta p} + m_z^{\alpha} a_4 - \frac{\partial b_{00}}{\partial \alpha} - \frac{\partial b_{11}^{(1)}}{\partial \alpha} \cos \varepsilon \right) \times \right. \\
 \left. \times \cos \varepsilon_1 - \left[\frac{\partial e_{11}^{(1)}}{\partial \alpha} \sin \varepsilon + (m_z^{\alpha} + b_{21} + m_z^{\alpha} c_M) \omega_x \right] \sin \varepsilon_1 \right\}; \\
 p_2 = - \frac{qSb_A}{J} (m_z^{\omega} z + m_z^{\alpha}); \\
 p_3 = \frac{qSb_A}{J} \left[\left(\frac{m_{ш.п}^\alpha}{m_{ш.п}^\delta} m_z^{\delta p} + m_z^{\alpha} a_4 - \frac{b_{00}}{\alpha} \right) \sin \varepsilon_1 + \right. \\
 \left. + (m_z^{\alpha} + b_{21} + m_z^{\alpha} c_M) \omega_x \cos \varepsilon_1 - \frac{b_{11}^{(1)} - e_{11}^{(1)}}{\alpha} \sin(\varepsilon + \varepsilon_1) \right]; \\
 p_4 = - \frac{qSb_A}{J} m_z^{\delta p} \delta_p^2 \omega_x - \frac{J_x}{J} \omega_x; \\
 p_5 = \frac{qSb_A}{J} [m_z^{\delta} \delta \sin \varepsilon_2 - (m_z^{\alpha} + b_{21} + m_z^{\alpha} c_M) \alpha \sin \varepsilon_1]; \\
 p_6 \left(\frac{d}{dt} \right) = \frac{qSb_A}{J} \left(m_z^{\delta} \cos \varepsilon_2 \frac{d}{dt} + \frac{\partial b_{11}^{(1)}}{\partial \delta} \cos \varepsilon \cos \varepsilon_1 + \right. \\
 \left. + \frac{\partial e_{11}^{(1)}}{\partial \delta} \sin \varepsilon \sin \varepsilon_1 - m_z^{\delta} \omega_x \sin \varepsilon_2 - m_z^{\alpha} a_5 \frac{\cos \varepsilon_2}{\cos \varepsilon} \right); \\
 p_7 \left(\frac{d}{dt} \right) = - \frac{qSb_A}{J} \left(m_z^{\delta} \sin \varepsilon_2 \frac{d}{dt} + \frac{b_{11}^{(1)}}{\delta} \sin \varepsilon \cos \varepsilon_1 - \frac{e_{11}^{(1)}}{\delta} \times \right. \\
 \left. \times \cos \varepsilon \sin \varepsilon_1 + m_z^{\delta} \omega_x \cos \varepsilon_2 - m_z^{\alpha} a_5 \frac{\sin \varepsilon_2}{\cos \varepsilon} \right); \\
 q_1 = - \frac{qSb_A}{J} \left\{ \left[\frac{\partial e_{11}^{(1)}}{\partial \alpha} \sin \varepsilon + (m_z^{\alpha} + b_{21} + m_z^{\alpha} c_M) \omega_x \right] \cos \varepsilon_1 - \right.
 \end{aligned} \tag{6.36}$$

$$-\left(\frac{\partial b_{00}}{\partial \alpha} + \frac{\partial b_{11}^{(1)}}{\partial \alpha} \cos \varepsilon - m_z^{\dot{\alpha}} a_4 - \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta \text{п}}} m_z^{\delta \text{п}} \right) \sin \varepsilon_1 \Bigg\};$$

$$q_2 = -p_4;$$

$$q_3 = -\frac{qSb_A}{J} \left[\left(\frac{b_{00}}{\alpha} - m_z^{\dot{\alpha}} a_4 - \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta \text{п}}} m_z^{\delta \text{п}} \right) \cos \varepsilon_1 + \right. \\ \left. + \frac{b_{11}^{(1)} - e_{11}^{(1)}}{\alpha} \cos (\varepsilon + \varepsilon_1) + (m_z^{\dot{\alpha}} + b_{21} + m_z^{\dot{\alpha}} c_M) \omega_x \sin \varepsilon_1 \right];$$

$$q_4 = p_2;$$

$$q_5 = -\frac{qSb_A}{J} [(m_z^{\dot{\alpha}} + b_{21} + m_z^{\dot{\alpha}} c_M) \alpha \cos \varepsilon_1 + m_z^{\dot{\alpha}} \delta \cos \varepsilon_2 - \\ - m_z^{\delta \text{п}} \delta_p^2 \omega] + \frac{J_x}{J} \omega;$$

$$q_6 \left(\frac{d}{dt} \right) = \frac{qSb_A}{J} \left(m_z^{\dot{\alpha}} \sin \varepsilon_2 \frac{d}{dt} - \frac{\partial b_{11}^{(1)}}{\partial \delta} \cos \varepsilon \sin \varepsilon_1 + \right. \\ \left. + \frac{\partial e_{11}^{(1)}}{\partial \delta} \sin \varepsilon \cos \varepsilon_1 + m_z^{\dot{\alpha}} \omega_x \cos \varepsilon_2 - m_z^{\dot{\alpha}} a_5 \frac{\sin \varepsilon_2}{\cos \varepsilon} \right);$$

(6.36)

$$q_7 \left(\frac{d}{dt} \right) = \frac{qSb_A}{J} \left(m_z^{\dot{\alpha}} \cos \varepsilon_2 \frac{d}{dt} + \frac{b_{11}^{(1)}}{\delta} \sin \varepsilon \sin \varepsilon_1 + \right. \\ \left. + \frac{e_{11}^{(1)}}{\delta} \cos \varepsilon \cos \varepsilon_1 - m_z^{\dot{\alpha}} \omega_x \sin \varepsilon_2 - m_z^{\dot{\alpha}} a_5 \frac{\cos \varepsilon_2}{\cos \varepsilon} \right);$$

$$r_1 = \frac{qSl}{J_x} \left(\frac{1}{2} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta \text{п}}} m_{x\text{п}}^{\omega} \omega \sin \varepsilon_1 - \frac{\partial k_{11}^{(1)}}{\partial \alpha} \sin \varepsilon \right);$$

$$r_2 = \frac{qSl}{2J_x} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta \text{п}}} m_{x\text{п}}^{\omega} \alpha \sin \varepsilon_1;$$

$$r_3 = \frac{qSl}{J_x} \left(k_{11}^{(1)} \cos \varepsilon - \frac{1}{2} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta \text{п}}} m_{x\text{п}}^{\omega} \alpha \cos \varepsilon_1 \right);$$

$$r_4 = \frac{qSl}{2J_x} \frac{m_{\text{ш.п}}^{\alpha}}{m_{\text{ш.п}}^{\delta \text{п}}} m_{x\text{п}}^{\omega} \alpha \cos \varepsilon_1; \quad r_5 = c_1;$$

$$r_6 = \frac{qSl}{J_x} \frac{\partial k_{11}^{(1)}}{\partial \delta} \sin \varepsilon;$$

$$r_7 = \frac{qSl}{J_x} k_{11}^{(1)} \cos \varepsilon;$$

$$F_1(t) = \frac{qSb_A}{J} [b_{04}^{(2)} \cos 4(\omega_x t + \psi_0) + m_0 \cos(\omega_x t + \psi_1)];$$

$$F_2(t) = -\frac{qSb_A}{J} [b_{04}^{(2)} \sin 4(\omega_x t + \psi_0) + m_0 \sin(\omega_x t + \psi_1)];$$

$$F_3(t) = \frac{qSl}{J_x} k_{04}^{(2)} \sin 4(\omega_x t + \psi_2);$$

$$\psi_0 = \gamma_0 + \mu_\alpha^* + \frac{\varepsilon_1}{4}; \quad \psi_1 = \gamma_0 + \mu_\omega^* - \mu_m;$$

$$\psi_2 = \gamma_0 + \mu_\alpha^*; \quad \varepsilon_2 = \mu_\alpha^* - \mu_\omega^*.$$

(6.36)

В уравнениях (6.35¹) и (6.35²) не учитывается влияние силы тяжести и, кроме того, положено $V_x = V_x(t)$, что не приводит к качественному изменению характера движения. Величины α , ω , ω_x , ε и ε_1 определяются из решения уравнений (6.14), которые рассматривались ранее.

Как видно, возмущенное движение вращающейся ракеты при слабой круговой несимметрии продольно-бокового момента и момента крена описывается в первом приближении дифференциальными уравнениями с периодическими правыми частями. При этом возмущения параметров, вызываемые круговой несимметрией, можно определить из частного решения уравнений (6.35) при $\Delta\delta = \Delta\mu_\alpha^* = 0$.

Хотя получение такого решения не представляет принципиальных трудностей, ниже рассмотрим качественный характер движения вращающейся ракеты при некоторых упрощающих предположениях.

4.2. Разделение уравнений при медленном вращении

При медленном вращении по крену аэродинамические силы и моменты, обусловленные эффектом Магнуса, запаздыванием сколов потока и гироскопическим эффектом, являются пренебрежимо малыми по сравнению с другими аэродинамическими силами и моментами, вследствие чего балансирующие значения фазовых углов ε , ε_1 (соответственно, и $\varepsilon_2 = \varepsilon - \varepsilon_1$), определяемые уравнениями (6.14), оказываются близкими к нулю или к 180° . Это позволяет упростить анализ возмущенного движения медленно вращающейся ракеты, благодаря тому, что появляется возможность приближенного разделения уравнений (6.35).

Если положить $m_z^{\dot{\delta}} \sim m_z^{\dot{\alpha}} \sim c_M \sim b_{21} \sim 0$, то можно выделить следующие случаи, когда анализ пространственного возмущенного движения вращающейся ракеты упрощается.

1. Продольно-боковой момент и момент крена обладают свойством круговой симметрии ($b_{04}^{(2)} = k_{04}^{(2)} = m_0 = 0$).

В этом случае полная система уравнений (6.35) приближенно разделяется на уравнения для модулей $\Delta\alpha$ и $\Delta\omega$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\dot{\alpha} + a_4\Delta\alpha - \Delta\omega &= -a_5\Delta\delta; \\ \Delta\dot{\omega} + p_1^0\Delta\alpha + p_2\Delta\omega &= p_6^0\Delta\delta, \end{aligned} \right\} \quad (6.37)$$

где

$$p_1^0 = \frac{qSb_A}{J} \left(\frac{m_{ш.п}^\alpha}{m_{ш.п}^\delta} m_z^\delta \dot{p} - \frac{\partial b_{00}}{\partial \alpha} - \frac{\partial b_{11}^{(1)}}{\partial \alpha} \cos \varepsilon \right);$$

$$p_6^0 = \frac{qSb_A}{J} \frac{\partial b_{11}^{(1)}}{\partial \delta} \cos \varepsilon,$$

и уравнения для фазовых углов $\Delta\mu_\alpha^*$, $\Delta\mu_\omega^*$ и угловой скорости крена

$$\left. \begin{aligned} \alpha\Delta\dot{\mu}_\alpha^* + a_4\alpha\Delta\mu_\alpha^* - \omega\Delta\mu_\omega^* - c_M\alpha\Delta\omega_x &= -a_5\delta\Delta\mu_\delta^*; \\ \omega\Delta\dot{\mu}_\omega^* + q_3^0\alpha\Delta\mu_\alpha^* + q_4\omega\Delta\mu_\omega^* + q_5^0\Delta\omega_x &= \delta q_7^0\Delta\mu_\varepsilon^*; \\ \Delta\dot{\omega}_x + c_1\Delta\omega_x + r_3^0\Delta\mu_\alpha^* + r_4^0\Delta\mu_\omega^* &= r_7\Delta\mu_\delta^*, \end{aligned} \right\} \quad (6.38)$$

где

$$q_3^0 = -\frac{qSb_A}{J} \left[\frac{b_{00}}{\alpha} + \frac{b_{11}^{(1)} - e_{11}^{(1)}}{\alpha} \cos \varepsilon - \frac{m_{ш.п}^\alpha}{m_{ш.п}^\delta} m_z^\delta \dot{p} \right];$$

$$q_5^0 = -\frac{qSb_A}{J} [(m_z^\alpha + b_{21} + m_z^\alpha c_M) \alpha + m_z^\delta \delta \cos \varepsilon - m_z^\delta \dot{p} \bar{\delta}_{p\omega}^2] + \frac{J_x}{J} \omega;$$

$$q_7^0 = \frac{qSb_A}{J} \frac{e_{11}^{(1)}}{\delta} \cos \varepsilon;$$

$$r_3^0 = \frac{qSl}{J_x} \left(k_{11}^{(1)} \cos \varepsilon - \frac{1}{2} \frac{m_{ш.п}^\alpha}{m_{ш.п}^\delta} m_{xp}^\alpha \omega \alpha \right);$$

$$r_4^0 = \frac{qSl}{2J_x} \frac{m_{ш.п}^\alpha}{m_{ш.п}^\delta} m_{xp}^\alpha \omega \alpha.$$

Уравнения (6.37) не отличаются от уравнений возмущенного движения в плоскости симметрии, рассмотренных в гл. IV, а уравнения (6.38) аналогичны уравнениям (6.20), если в последних положить $b_{04}^{(2)} = \frac{\partial f_x}{\partial \gamma} = 0$. Таким образом, если продольно-боковой момент и момент крена имеют круговую симметрию, то

возмущенное движение медленно вращающейся ракеты будет примерно таким же, как и в случае $m_{x0} = 0$.

2. Равномерное вращение по крену ($k_{04}^{(2)} = k_{11}^{(1)} = 0$) при наличии круговой несимметрии продольно-бокового момента.

В этом случае $\omega_x = -\frac{m_{x0}}{m_x^{\omega} + m_{xp}^{\omega}}$; $\Delta\omega_x = \Delta\gamma = 0$, и если брать $\gamma_0 + \mu_{\delta}^* = 0$, то уравнения для $\Delta\alpha$, $\Delta\omega$, $\Delta\mu_{\alpha}^*$ и $\Delta\mu_{\omega}^*$ принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta\dot{\alpha} + a_4\Delta\alpha - \Delta\omega &= -a_5\Delta\delta; \\ \Delta\dot{\omega} + p_1^0\Delta\alpha + p_2\Delta\omega &= p_6^0\Delta\delta + p_8 \cos 4\omega_x t + \bar{m}_0 \cos(\omega_x t - \mu_m); \\ \alpha\Delta\dot{\mu}_{\alpha}^* + a_4\alpha\Delta\mu_{\alpha}^* - \omega\Delta\mu_{\omega}^* &= -a_5\delta\Delta\mu_{\delta}^*, \\ \omega\Delta\dot{\mu}_{\omega}^* + q_3^0\alpha\Delta\mu_{\alpha}^* + q_4\omega\Delta\mu_{\omega}^* &= \delta q_7^0\Delta\mu_{\delta}^* - p_8 \sin 4\omega_x t - \bar{m}_0 \sin \times \\ &\quad \times (\omega_x t - \mu_m); \\ p_8 &= \frac{qSb_A}{J} b_{04}^{(2)}; \quad \bar{m}_0 = \frac{qSb_A}{J} m_0. \end{aligned} \right\} (6.39)$$

Как видно, уравнения, определяющие $\Delta\alpha$ и $\Delta\omega$, отделяются от уравнений, определяющих $\Delta\mu_{\alpha}^*$ и $\Delta\mu_{\omega}^*$. При фиксированных величинах управляющих воздействий δ и μ_{δ}^* , полагая в (6.39) $\Delta\delta = \Delta\mu_{\delta}^* = 0$, получаем систему уравнений с периодическими правыми частями, при помощи которых можно оценить влияние круговой несимметрии и постоянной составляющей продольно-бокового момента на характер возмущенного движения вращающейся ракеты. Проведем такую оценку на основании уравнений (6.39¹) и (6.39²).

Полагая $\Delta\delta = 0$, получаем приближенное уравнение для $\Delta\alpha$ в виде

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{d}{dt} + \omega_0^2 \right) \Delta\alpha = p_8 \cos 4\omega_x t + \bar{m}_0 \cos(\omega_x t - \mu_m);$$

$$\omega_0^2 = p_1^0 + a_4 p_2; \quad 2\xi\omega_0 = a_4 + p_2.$$

Из этого уравнения, в частности, следует, что амплитуда колебаний угла атаки, вызываемых круговой несимметрией продольно-бокового момента, будет равна

$$A_{\alpha} = \frac{p_8}{\omega_0^2 \sqrt{(1 - 16\bar{\omega}_x^2)^2 + 64\xi^2\omega_x^2}}, \quad (6.40)$$

где

$$\bar{\omega}_x = \frac{\omega_x}{\omega_0}.$$

Как видно, наибольшие амплитуды $\Delta\alpha$ будут в том случае, если скорость вращения по крену ω_x в четыре раза меньше частоты короткопериодических колебаний ω_0 , т. е. при $\bar{\omega}_x = 0,25$:

$$A_{\alpha \max} = \frac{p_8}{2\xi\omega_0^2}.$$

При наличии постоянной составляющей m_0 частота колебаний угла атаки совпадает с частотой вращения по крену. Максимальные величины этих колебаний наблюдаются тогда, когда частота вращения по крену равна частоте короткопериодических колебаний по углу атаки [3], [6], [39].

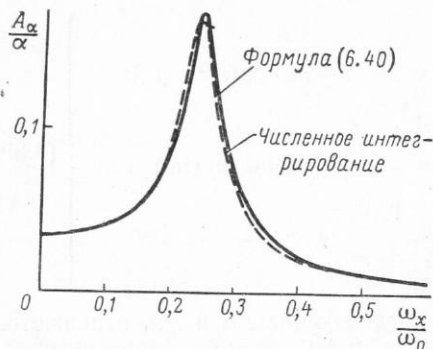


Рис. 6.9. Амплитуда колебаний угла атаки, вызываемых круговой несимметрией продольно-бокового момента при равномерном вращении по крену

Аналогичные оценки можно получить и для амплитуды колебаний плоскости угла атаки. Однако отметим, что оценка амплитуд в области резонанса при малых значениях ξ может оказаться весьма приближенной, поскольку предположение о малости возмущений может не выполняться. Сравнение амплитуд A_{α} , полученных по приближенной формуле (6.40) и путем численного интегрирования уравнений (6.1), показано на рис. 6.9.

3. Неравномерное вращение по крену при круговой симметрии продольно-бокового момента.

При $b_{04}^{(2)} = m_0 = 0$ величины $\Delta\alpha$, $\Delta\omega$, $\Delta\mu_{\omega}^*$ и $\Delta\mu_{\alpha}^*$ слабо зависят от движения крена вследствие малости коэффициентов p_5 и q_5 .

Если этой зависимостью пренебречь, то величины возмущений $\Delta\omega_x$, вызываемых моментом крена от косо́го обдува, можно определить из уравнения

$$\Delta\ddot{\omega}_x + c_1\Delta\dot{\omega}_x = r_8 \sin 4\omega_x t, \quad (6.41)$$

где

$$r_8 = \frac{qSl}{J_x} k_{04}^{(2)},$$

из которого получаем оценку для амплитуды колебаний угловой скорости крена относительно среднего значения $\omega_x = \frac{\bar{m}_{x0}}{c_1}$:

$$A_{\omega_x} = \frac{r_8}{\sqrt{c_1^2 + 16\omega_x^2}} = \frac{r_8 c_1}{\sqrt{c_1^4 + 16\bar{m}_{x0}^2}}. \quad (6.42)$$

Сравнение величин A_{ω_x} , полученных по формуле (6.42) и путем численного интегрирования уравнений движения (6.15), (6.16) при $\mu_y^* = \mu_z^* = \mu_\omega^* = 0$, дано на рис. 6.10, где сплошные линии соответствуют формуле (6.42), а точки — численному интегрированию.

Практический интерес представляет оценка максимального отклонения угловой скорости крена по отношению к среднему значению ω_x . Из (6.42) получаем

$$\frac{A_{\omega_x}}{\omega_x} = \frac{c_1^2 r_8}{\bar{m}_{x0} \sqrt{c_1^4 + 16\bar{m}_{x0}^2}}. \quad (6.43)$$

Из соотношений (6.42) и (6.43) можно заключить, что при увеличении демпфирования (c_1) амплитуда колебаний угловой скорости крена сначала возрастает, достигая своего максимального значения $A_{\omega_x} = \frac{r_8}{2\sqrt{2\bar{m}_{x0}}}$ при $c_1 = 2\sqrt{\bar{m}_{x0}}$, а затем умень-

шается, однако неравномерность вращения по крену, характеризуемая отношением амплитуды A_{ω_x} к среднему значению $\omega_x = \frac{\bar{m}_{x0}}{c_1}$ (6.43), при увеличении c_1 всегда возрастает.

§ 5. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РУЛЕЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ РАКЕТЫ

Рассмотрим уравнение линейного автопилота, обеспечивающего отклонение рулей в каналах управления по закону

$$\left. \begin{aligned} F \left(\frac{d}{dt} \right) \delta_1 &= \Phi_\lambda \left(\frac{d}{dt} \right) \lambda_1 - \Phi_n \left(\frac{d}{dt} \right) n_y - \Phi_\omega \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_z; \\ F \left(\frac{d}{dt} \right) \delta_2 &= -\Phi_\lambda \left(\frac{d}{dt} \right) \lambda_2 + \Phi_n \left(\frac{d}{dt} \right) n_z - \Phi_\omega \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_y. \end{aligned} \right\} \quad (6.44)$$

С целью преобразования этих уравнений к полярным координатам с учетом вращения ракеты введем следующие комплексные величины:

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \delta_1 + i\delta_2 = \delta e^{i\mu_\delta}; \\ \Lambda &= \lambda_1 - i\lambda_2 = \lambda e^{i\mu_\lambda}; \\ N &= n_y - in_z = n e^{i\mu_n}; \\ \Omega &= \omega_z + i\omega_y = \omega e^{i\mu_\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (6.45)$$

Если сложить первое уравнение (6.44) с вторым уравнением, умноженным на i , и учесть соотношения (6.45), то получим

$$F \left(\frac{d}{dt} \right) [\delta e^{i\mu_\delta}] = \Phi_\lambda \left(\frac{d}{dt} \right) [\lambda e^{i\mu_\lambda}] - \Phi_n \left(\frac{d}{dt} \right) [n e^{i\mu_n}] - \Phi_\omega \left(\frac{d}{dt} \right) [\omega e^{i\mu_\omega}]. \quad (6.46)$$

Для получения линеаризованных уравнений автопилота в полярных координатах поступим следующим образом. Обозначим через δ_0 , n_0 , ω_0 и φ_δ , φ_n , φ_ω соответственно модули и фазы

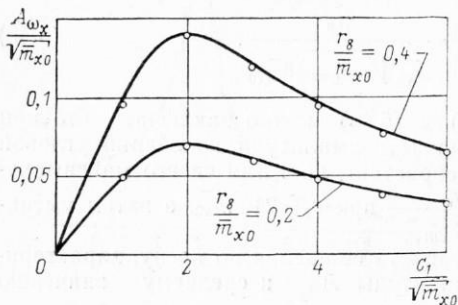


Рис. 6.10. Амплитуда колебаний угловой скорости крена, вызываемых круговой несимметрией момента крена

комплексных величин Δ , N , Ω , вызванные командами λ и $\mu_\lambda = \varphi_\lambda + \omega_x t$ ($\varphi_\lambda = \text{const}$) в установившемся вращении по крену при условии круговой симметрии аэродинамических сил и моментов, а через $\Delta\delta$, Δn , $\Delta\omega$ и $\Delta\mu_\delta$, $\Delta\mu_n$, $\Delta\mu_\omega$ — приращеня модулей и фаз этих величин, вызванные неравномерностью вращения по крену и

отличием аэродинамических характеристик крылатой ракеты от

тела вращения. При определении возмущений $\Delta\lambda$ и $\Delta\mu_\lambda$ учтем, что фаза μ_λ зависит от возмущений ракеты по крену:

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda(t); \Delta\mu_\lambda = \Delta\mu_\lambda(t) + \Delta\gamma. \quad (6.47)$$

Если условиться считать, что углы φ_δ , φ_n , φ_ω и φ_λ отсчитываются, как и углы μ_δ^* , μ_n^* , μ_ω^* (см., например, рис. 1.13), от вертикальной плоскости в направлении, противоположном отсчету угла крена, то каждую из величин (6.45) можно представить как

$$x e^{i\mu_x} = (x_0 + \Delta x) e^{i(\omega_x t + \varphi_x + \Delta\mu_x)}.$$

Тогда, предполагая возмущения малыми, получим из (6.46)

$$e^{i\varphi_\delta} F \left(\frac{d}{dt} \right) [(\delta_0 + \Delta\delta + i\delta_0\Delta\mu_\delta) e^{i\omega_x t}] = e^{i\varphi_\lambda} \Phi_\lambda \left(\frac{d}{dt} \right) \times \\ \times [(\lambda_0 + \Delta\lambda + i\lambda_0\Delta\mu_\lambda) e^{i\omega_x t}] - e^{i\varphi_n} \Phi_n \left(\frac{d}{dt} \right) [(n_0 + \Delta n + in_0\Delta\mu_n) e^{i\omega_x t}] - \\ - e^{i\varphi_\omega} \Phi_\omega \left(\frac{d}{dt} \right) [(\omega_0 + \Delta\omega + i\omega_0\Delta\mu_\omega) e^{i\omega_x t}]. \quad (6.48)$$

Учитывая, что при $a = \text{const}$

$$\frac{d^n}{dt^n} (f e^{at}) = e^{at} \left(\frac{d}{dt} + a \right)^n f,$$

получим, например:

$$\begin{aligned} F \left(\frac{d}{dt} \right) [(\delta_0 + \Delta\delta + i\delta_0\Delta\mu_\delta) e^{i\omega_x t}] = \\ = e^{i\omega_x t} F \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right) [\delta_0 + \Delta\delta + i\delta_0\Delta\mu_\delta]. \end{aligned}$$

Поэтому уравнение (6.48) принимает вид

$$\begin{aligned} e^{i\varphi_\delta} F \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right) [\delta_0 + \Delta\delta + i\delta_0\Delta\mu_\delta] = e^{i\varphi_\lambda} \Phi_\lambda \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right) \times \\ \times [\lambda_0 + \Delta\lambda + i\lambda_0\Delta\mu_\lambda] - e^{i\varphi_n} \Phi_n \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right) [n_0 + \Delta n + in_0\Delta\mu_n] - \\ - e^{i\varphi_\omega} \Phi_\omega \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right) [\omega_0 + \Delta\omega + i\omega_0\Delta\mu_\omega]. \end{aligned} \quad (6.49)$$

В дальнейшем ради краткости записи уравнений индекс „0“ у переменных $\delta, \lambda, n, \omega$ будем опускать, функции $F \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right)$ и $\Phi_x \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right)$ будем обозначать соответственно через F' и Φ'_x , а значения этих функций при $\frac{d}{dt} = 0$ — через F^0 и Φ_x^0 . Тогда, имея ввиду, что по определению x_0 и φ_x ($x = \delta, \lambda, n, \omega$) — установившиеся значения X и μ_x , из (6.49) получим

$$e^{i\varphi_\delta} F^0 \delta = e^{i\varphi_\lambda} \Phi_\lambda^0 \lambda - e^{i\varphi_n} \Phi_n^0 n - e^{i\varphi_\omega} \Phi_\omega^0 \omega; \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} e^{i\varphi_\delta} F' (\Delta\delta + i\delta\Delta\mu_\delta) = e^{i\varphi_\lambda} \Phi'_\lambda (\Delta\lambda + i\lambda\Delta\mu_\lambda) - \\ - e^{i\varphi_n} \Phi'_n (\Delta n + in\Delta\mu_n) - e^{i\varphi_\omega} \Phi'_\omega (\Delta\omega + i\omega\Delta\mu_\omega). \end{aligned} \quad (6.51)$$

Рассмотрим уравнение для установившихся значений (6.50) при медленном вращении по крену. Отделяя действительные и мнимые части и учитывая, что при медленном вращении плоскость угла атаки и плоскость маневра почти совпадают с плоскостью управления, т. е.

$$\varphi_\omega - \varphi_\delta \approx \varphi_n - \varphi_\lambda \approx 0, \quad (6.52)$$

получаем

$$\left. \begin{aligned} \delta \operatorname{Re} F^0 + n \operatorname{Re} \Phi_n^0 + \omega \operatorname{Re} \Phi_\omega^0 &= \lambda (\cos \varphi \operatorname{Re} \Phi_\lambda^0 - \sin \varphi \operatorname{Im} \Phi_\lambda^0); \\ \delta \operatorname{Im} F^0 + n \operatorname{Im} \Phi_n^0 + \omega \operatorname{Im} \Phi_\omega^0 &= \lambda (\cos \varphi \operatorname{Im} \Phi_\lambda^0 + \sin \varphi \operatorname{Re} \Phi_\lambda^0). \end{aligned} \right\} \quad (6.53)$$

$$\varphi = \varphi_\lambda - \varphi_\delta \quad (6.54)$$

характеризует сдвиг фазы вектора δ по отношению к вектору λ .

Величины n и ω могут быть выражены как функции угла отклонения рулей δ по уравнениям, приведенным в § 2. Поэтому два уравнения (6.53) позволяют определить при заданных величинах λ и ω_x установившиеся значения δ и φ . Так, если обозначить

$$K^0 = F^0 + \frac{n}{\delta} \Phi_n^0 + \frac{\omega}{\delta} \Phi_\omega^0,$$

то из уравнений (6.53) получим

$$\frac{\delta}{\lambda} = \sqrt{\frac{\Phi_\lambda^0 \bar{\Phi}_\lambda^0}{K^0 \bar{K}^0}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{-\operatorname{Im}(\bar{K}^0 \Phi_\lambda^0)}{\operatorname{Re}(\bar{K}^0 \Phi_\lambda^0)},$$

где \bar{K}^0 и $\bar{\Phi}_\lambda^0$ — величины, взаимно сопряженные с K^0 и Φ_λ^0 .

Если, например, $\Phi_\lambda = 1$, $\Phi_n = \Phi_\omega = 0$, то из этих соотношений следует, что величины δ и φ равны амплитудной и фазовой частотным характеристикам привода при $\omega = \omega_x$, соответственно

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{F^0 \bar{F}^0}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{Im} F^0}{\operatorname{Re} F^0}, \quad (6.55)$$

причем из определения φ_δ , φ_λ и из (6.54) видно, что угол φ соответствует сдвигу вектора $\vec{\delta}$ по отношению к вектору $\vec{\lambda}$ в сторону вращения ракеты по крену.

Чтобы получить уравнения для $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta^*$, умножим обе части уравнения (6.51) на $\bar{e}^{i\varphi_\delta} \bar{F}'$, где $\bar{F} = F \left(\frac{d}{dt} - i\omega_x \right)$ — функция, сопряженная с $F \left(\frac{d}{dt} + i\omega_x \right)$, отделим действительные и мнимые части и перейдем к новым переменным $\Delta\mu_x^* = \Delta\mu_x - \Delta\gamma$. В результате, учитывая (6.47), (6.52) и (6.54), получим

$$\begin{aligned} \bar{F}' F' \Delta\delta &= \operatorname{Re}(e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\lambda - \operatorname{Re}(\bar{F}' \Phi'_n) \Delta n - \operatorname{Re}(\bar{F}' \Phi'_\omega) \Delta\omega - \\ &- \lambda \operatorname{Im}(e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\mu_x + n \operatorname{Im}(\bar{F}' \Phi'_n) \Delta\mu_n^* + \omega \operatorname{Im}(\bar{F}' \Phi'_\omega) \Delta\mu_\omega^* + \\ &+ \operatorname{Im}[\bar{F}' (n\Phi'_n + \omega\Phi'_\omega - \lambda e^{i\varphi} \Phi'_\lambda)] \Delta\gamma; \end{aligned} \quad (6.56)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}' F' \Delta\mu_\delta^* &= \frac{\lambda}{\delta} \operatorname{Re}(e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\mu_x - \frac{n}{\delta} \operatorname{Re}(\bar{F}' \Phi'_n) \Delta\mu_n^* - \frac{\omega}{\delta} \operatorname{Re}(\bar{F}' \Phi'_\omega) \times \\ &\times \Delta\mu_\omega^* - \operatorname{Re} \left[\bar{F}' \left(F' + \frac{n}{\delta} \Phi'_n + \frac{\omega}{\delta} \Phi'_\omega - \frac{\lambda}{\delta} e^{i\varphi} \Phi'_\lambda \right) \right] \Delta\gamma + \frac{1}{\delta} \times \\ &\times [\operatorname{Im}(e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\lambda - \operatorname{Im}(\bar{F}' \Phi'_n) \Delta n - \operatorname{Im}(\bar{F}' \Phi'_\omega) \Delta\omega]. \end{aligned} \quad (6.57)$$

Можно выделить следующие случаи, когда анализ уравнений движения ракеты с автопилотом при неравномерном вращении по крену упрощается.

1. Приводы автопилота идеальны ($F=1$), а выражения Φ_x не зависят от $\frac{d}{dt}$: $\Phi_\lambda = k_\lambda$, $\Phi_n = k_n$, $\Phi_\omega = k_\omega$.

В этом случае $\delta = k_\lambda \lambda - k_n n - k_\omega \omega$, $\varphi = 0$, и уравнения имеют вид

$$\Delta\delta = k_\lambda \Delta\lambda - k_n \Delta n - k_\omega \Delta\omega;$$

$$\Delta\mu_\delta^* = \frac{\lambda}{\delta} k_\lambda \Delta\mu_3 - \frac{n}{\delta} k_n \Delta\mu_n^* - \frac{\omega}{\delta} k_\omega \Delta\mu_\omega^*.$$

Использование уравнений автопилота в таком виде позволяет в любом из рассмотренных в § 4 случаев разделить полные уравнения на две независимые системы уравнений.

2. Обратные связи по перегрузке и угловой скорости отсутствуют ($\Phi_n = \Phi_\omega = 0$).

Уравнениями для $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta^*$ будут

$$\bar{F}' F' \Delta\delta = \operatorname{Re} (e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\lambda - \lambda \operatorname{Im} (e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\mu_3 - \lambda \operatorname{Im} (e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\gamma;$$

$$\bar{F}' F' \Delta\mu_\delta^* = \frac{\lambda}{\delta} \operatorname{Re} (e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\mu_3 - \operatorname{Re} \left[\bar{F}' \left(F' - \frac{\lambda}{\delta} e^{i\varphi} \Phi'_\lambda \right) \right] \Delta\gamma +$$

$$+ \frac{1}{\delta} \operatorname{Im} (e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) \Delta\lambda.$$

Для того чтобы величина $\Delta\delta$ не зависела от $\Delta\gamma$ и $\Delta\mu_3$, а $\Delta\mu_\delta^*$ — от $\Delta\lambda$, достаточно выбрать Φ_λ таким, чтобы было $\operatorname{Im} (e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) = 0$. Если, например, привод можно представить в виде звена, имеющего только временное запаздывание τ

$\left(F = e^{\tau \frac{d}{dt}} \right)$, то согласно (6.55) $\varphi = \tau \omega_x$ и тогда $e^{i\omega_x \tau} e^{\tau \left(\frac{d}{dt} - i\omega_x \right)} =$

$= e^{\tau \frac{d}{dt}}$. Для удовлетворения условия $\operatorname{Im} (e^{i\varphi} \bar{F}' \Phi'_\lambda) = 0$ необходимо положить $\Phi'_\lambda = \Phi_\lambda = k_\lambda$.

Уравнения для $\Delta\delta$ и $\Delta\mu_\delta^*$ в этом случае принимают вид

$$\Delta\delta = k_\lambda e^{-\tau \frac{d}{dt}} \Delta\lambda;$$

$$\Delta\mu_\delta^* = e^{-\tau \frac{d}{dt}} \Delta\mu_3 - \left(1 - e^{-\tau \frac{d}{dt}} \right) \Delta\gamma.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНКА ВЕЛИЧИН ПЕРЕКРЕСТНЫХ СВЯЗЕЙ ДАТЧИКОВ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ ПРИ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПО КРЕНУ

При анализе пространственного возмущенного движения ракеты в гл. IV было показано, что при малых колебаниях по крену плоскость маневра может сохранять неизменное положение в пространстве ($\mu_{\omega}^* = \text{const}$), а величина угловой скорости ω остается постоянной. Используя соотношения $\mu_{\omega}^* = \mu_{\omega} - \gamma = \text{const}$, $\omega_y = \omega \sin \mu_{\omega}$, $\omega_z = \omega \cos \mu_{\omega}$, $\omega_x = \dot{\gamma}$ и принимая, что в исходном режиме $\omega_x = 0$, $\mu_{\omega} = \gamma$ (маневр в вертикальной плоскости) и что колебания по крену имеют вид $\Delta\gamma = a_{\gamma} \sin \omega_{\gamma} t$, где a_{γ} — малая величина, получим

$$\Delta\omega_x = a_{\gamma} \omega_{\gamma} \cos \omega_{\gamma} t;$$

$$\Delta\omega_y = a_{\gamma} \omega \cos \gamma \sin \omega_{\gamma} t;$$

$$\Delta\omega_z = -a_{\gamma} \omega \sin \gamma \sin \omega_{\gamma} t.$$

Для оценок положим, что в исходном режиме $\omega_{y \text{ д}} = \omega_y$, $\omega_{z \text{ д}} = \omega_z$. Тогда после линеаризации (2.37) уравнения движения датчиков угловых скоростей принимают вид

$$\left. \begin{aligned} F_{\lambda} \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_{x \text{ д}} &= a_{\gamma} \omega_{\gamma} \cos \omega_{\gamma} t + \bar{\Delta}_x; \\ F_{\lambda} \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_{y \text{ д}} &= a_{\gamma} \omega \cos \gamma \sin \omega_{\gamma} t + \bar{\Delta}_y; \\ F_{\lambda} \left(\frac{d}{dt} \right) \omega_{z \text{ д}} &= -a_{\gamma} \omega \sin \gamma \sin \omega_{\gamma} t + \bar{\Delta}_z. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.1})$$

Выражения для $\bar{\Delta}_x$, $\bar{\Delta}_y$ и $\bar{\Delta}_z$ с точностью до членов, содержащих малую величину ω^2 , приведены в табл. 5.

В табл. 5 можно выделить следующие три группы членов.

Величины перекрест- ных связей	Ось поворота рамки совпадает с осью		
	Ox	Oy	Oz
$\bar{\Delta}_x$		$\frac{K\omega}{M^2} \cos \gamma \omega_{xд} +$ $+ \frac{M^2}{K} T_{\text{лuc}}^2 \omega a_{\gamma} \times$ $\times \omega_{\gamma} \cos \omega_{\gamma} t$	$\frac{K\omega}{M^2} \sin \gamma \omega_{xд} +$ $+ \frac{M^2}{K} T_{\text{лuc}}^2 \omega a_{\gamma} \times$ $\times \omega_{\gamma} \sin \gamma \cos \omega_{\gamma} t$
$\bar{\Delta}_y$	$\frac{K\omega}{M^2} \cos \gamma \omega_{yд} +$ $+ \frac{M^2}{K} T_{\text{лuc}}^2 a_{\gamma} \omega_{\gamma}^2 \times$ $\times \sin \omega_{\gamma} t$		$\left(\frac{K}{M^2} - \frac{M^2}{K} T_{\text{лuc}}^2 \right) \times$ $\times \omega a_{\gamma} \omega_{\gamma} \sin \gamma \times$ $\times \cos \omega_{\gamma} t$
$\bar{\Delta}_z$	$\frac{K\omega}{M^2} \sin \gamma \omega_{zд} -$ $- \frac{M^2}{K} T_{\text{лuc}}^2 a_{\gamma} \omega_{\gamma}^2 \times$ $\times \sin \omega_{\gamma} t$	$\left(\frac{K}{M^2} - \frac{M^2}{K} T_{\text{лuc}}^2 \right) \times$ $\times \omega a_{\gamma} \omega_{\gamma} \cos \gamma \cos \omega_{\gamma} t$	

В первую группу входят члены, содержащие угловые скорости $\omega_{xд}$, $\omega_{yд}$ и $\omega_{zд}$. Они должны быть перенесены в левые части соответствующих уравнений (А.1), и их влияние можно оценить, если сравнить величину $\frac{K\omega}{M^2}$ с единицей, поскольку $\dot{F}_d(0) = 1$.

Ко второй группе можно отнести члены, пропорциональные $\frac{K\omega}{M^2}$, но не содержащие $\omega_{xд}$, $\omega_{yд}$ или $\omega_{zд}$. Эти члены входят в правые части уравнений и их влияние зависит от величины $\frac{K\omega_{\gamma}}{M^2}$, представляющей, как видно из уравнений (А.1) и табл. 5, отношение максимальной амплитуды сигналов

$$\frac{K\omega}{M^2} a_{\gamma} \omega_{\gamma} \sin \gamma \cos \omega_{\gamma} t \quad \text{и} \quad \frac{K\omega}{M^2} a_{\gamma} \omega_{\gamma} \cos \gamma \cos \omega_{\gamma} t$$

к максимальной амплитуде полезного сигнала на входе датчиков ω_y и ω_z .

В первую и вторую группы входят члены, обусловленные перекрестными связями по гироскопическому моменту.

Наконец, к третьей группе относятся члены, пропорциональные $T_{\text{дус}}^2$. Их наличие обусловлено инерционными перекрестными связями через подвесы рамок гироскопов. Влияние этих членов может быть оценено по соотношениям амплитуд инерционных перекрестных связей и амплитуд полезных сигналов.

Величина $K\omega$ равна гироскопическому моменту, действующему на рамке гироскопа при вращении ракеты относительно оси стабилизации с угловой скоростью ω , а величина M^σ равна восстанавливающему моменту, развиваемому пружиной при повороте рамки на угол $\sigma = 1 \text{ рад}$. Поэтому отношение $\frac{K\omega}{M^\sigma}$ численно

равно выраженному в радианах углу поворота рамки гироскопа при вращении ракеты относительно оси стабилизации с угловой скоростью, равной ω . Обычно диапазон угловых скоростей, измеряемых датчиками, в несколько (иногда в десятки) раз превосходит величину ω , а максимальные углы поворота рамок являются небольшими. Поэтому величина $\frac{K\omega}{M^\sigma}$ оказывается пренебрежимо малой по сравнению с единицей.

Отношение $\frac{K\omega_\gamma}{M^\sigma}$, подобно $\frac{K\omega}{M^\sigma}$, численно равно углу поворота рамки гироскопа при вращении ракеты относительно оси стабилизации с угловой скоростью, равной ω_γ . Величина ω_γ представляет собой круговую частоту колебаний по крену и может достигать больших значений. Так, для ракет схемы «утка» величина ω_γ может быть равна собственной частоте приводов рулей $\omega_{\text{пр}}$ в каналах тангажа и курса (см. гл. V). Если, например, полоса пропускания приводов равна 5 гц, максимальный угол поворота рамки гироскопа равен 0,1 рад и соответствует угловой скорости $2\pi \text{ сек}^{-1}$, то при $\omega_\gamma = \omega_{\text{пр}}$ будем иметь

$\left| \frac{K\omega_\gamma}{M^\sigma} \right| = 0,5$. Приведенный пример показывает, что в отдельных

случаях величина $\frac{K\omega_\gamma}{M^\sigma}$ может быть сравнима с единицей.

Для оценки амплитуд инерционных перекрестных связей величине $\frac{K}{M^\sigma}$ удобно дать другую интерпретацию. Так как в соот-

ветствии с (2.37) $T_{\text{дус}}^2 = \frac{J_p}{-M^\sigma}$, а $K = J\Omega$, где J — момент инерции ротора относительно его оси вращения, Ω — угловая скорость вращения ротора, то можно записать

$$\frac{M^\sigma}{K} = \frac{M^\sigma J_p}{K J_p} = - \frac{J_p}{J \Omega T_{\text{дус}}^2}$$

Величины J_p и J имеют один порядок, поэтому для оценки имеем соотношение

$$-\frac{M^2}{K} \approx \frac{1}{T_{\text{дус}}^2 \Omega}$$

Если обозначить $A_{иx}$, $A_{иy}$, $A_{из}$ — максимальные амплитуды инерционных перекрестных связей в сигналах $\bar{\Delta}_x$, $\bar{\Delta}_y$ и $\bar{\Delta}_z$; A_{ω_x} , A_{ω_y} , A_{ω_z} — максимальные амплитуды полезных сигналов на входах датчиков, то на основании уравнений (А.1) и табл. 5 можно записать

$$\frac{A_{иx}}{A_{\omega_x}} \approx \frac{\omega}{\Omega};$$

$$\frac{A_{иy}(\dot{\omega}_z)}{A_{\omega_y}} = \frac{A_{из}(\dot{\omega}_y)}{A_{\omega_z}} \approx \frac{\omega_{\gamma}}{\Omega},$$

$$\frac{A_{иy}(\dot{\omega}_x)}{A_{\omega_y}} = \frac{A_{из}(\dot{\omega}_x)}{A_{\omega_z}^{**}} \approx \frac{\omega_{\gamma}^2}{\omega \Omega}.$$

Угловая скорость вращения ротора обычно очень велика (порядка нескольких сотен оборотов в секунду), поэтому величины ω/Ω и ω_{γ}/Ω малы. Однако величина $\omega_{\gamma}^2/\Omega\omega$ может быть сравнима с единицей.

Таким образом, суммируя приведенные выше рассуждения, заключаем, что для исследования колебаний ракеты по крену с малыми амплитудами уравнения движения датчиков угловых скоростей можно представить в виде:

— для датчика ω_x

$$T_{\text{дус}}^2 \ddot{\omega}_{x \text{ л}} + 2\xi_{\text{дус}} T_{\text{дус}} \dot{\omega}_{x \text{ л}} + \omega_{x \text{ л}} = \omega_x; \quad (\text{А.2})$$

— для датчиков ω_y и ω_z в случае, когда с осью совпадают оси рамок гироскопов

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{дус}}^2 \ddot{\omega}_{y \text{ л}} + 2\xi_{\text{дус}} T_{\text{дус}} \dot{\omega}_{y \text{ л}} + \omega_{y \text{ л}} &= \omega_y - \frac{M^2}{K} T_{\text{дус}}^2 \dot{\omega}_x, \\ T_{\text{дус}}^2 \ddot{\omega}_{z \text{ л}} + 2\xi_{\text{дус}} T_{\text{дус}} \dot{\omega}_{z \text{ л}} + \omega_{z \text{ л}} &= \omega_z + \frac{M^2}{K} T_{\text{дус}}^2 \dot{\omega}_x, \end{aligned} \right\} (\text{А.3})$$

— для датчиков ω_y и ω_z в случае, когда при нейтральном положении рамок с осью Ox совпадают оси роторов гироскопов

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{двс}}^2 \ddot{\omega}_{y \text{ л}} + 2\xi_{\text{двс}} T_{\text{двс}} \dot{\omega}_{y \text{ л}} + \left(1 - \frac{K}{M^2} \omega_x \right) \omega_{y \text{ л}} &= \omega_y, \\ T_{\text{двс}}^2 \ddot{\omega}_{z \text{ л}} + 2\xi_{\text{двс}} T_{\text{двс}} \dot{\omega}_{z \text{ л}} + \left(1 - \frac{K}{M^2} \omega_x \right) \omega_{z \text{ л}} &= \omega_z. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.4})$$

Величина кинетического момента ротора гироскопа $K=J\Omega$ в зависимости от направления вращения ротора может быть как положительной так и отрицательной. В уравнениях (A.3) и (A.4) $K>0$, если вектор угловой скорости Ω направлен в сторону положительной полуоси связанной системы координат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров Г. В., Святодух В. К., Управляемые движения в плоскости симметрии крылатых аппаратов различных схем, «Инженерный журнал», т. III, вып. 1, 1963.
2. Арнольд Р. Н., Мондер Л., Гиродинамика и ее техническое применение, изд-во «Машиностроение», 1964.
3. Боднер В. А., Теория автоматического управления полетом, изд-во «Наука», 1964.
4. Бронштейн И. Н. и Семендяев К. А., Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов, Техтеоретиздат, 1955.
5. Бухгольц Н. Н., Основной курс теоретической механики, ч. 2. Динамика системы материальных точек, изд-во «Наука», 1966.
6. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В., Динамика пространственного движения самолета, изд-во «Машиностроение», 1967.
7. Ведров В. С., Динамическая устойчивость самолета, Оборонгиз, 1938.
8. Гантмахер Ф. Р., Левин Л. М., Теория полета неуправляемых ракет, Физматгиз, 1959.
9. Гуткин Л. С., Принципы управления беспилотными объектами, изд-во «Советское радио», 1959.
10. Джексон Д., Ряды Фурье и ортогональные полиномы, ИЛ, 1948.
11. Доброленский Ю. П., Иванова В. И., Пospelов Г. С., Автоматика управляемых снарядов, Оборонгиз, 1963.
12. Дэвис Л., Фоллин Дж., Блитцер Л., Внешняя баллистика ракет, Воениздат, 1961.
13. Зайцев А. Г., Аналитическое конструирование оптимальных автопилотов управляемых летательных аппаратов, Сб. «Исследования по динамике полета» под ред. И. В. Остославского, вып. 1, изд-во «Машиностроение», 1965.
14. Карагодин В. М. Некоторые вопросы механики тела переменной массы, Труды МАИ, вып. 63, Оборонгиз, 1956.
15. Конструирование управляемых снарядов, под редакцией А. Е. Пакета и С. Рамо, Воениздат, 1963.
16. Красовский А. А., О двухканальных системах автоматического регулирования с антисимметричными связями, Автоматика и телемеханика, т. XVIII, № 2, 1957.
17. Кузовков Н. Т., Теория автоматического регулирования, основанная на частотных методах, изд. 2-е, доп. и перераб., Оборонгиз, 1960.
18. Лебедев А. А. и Карабанов В. А., Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами, изд-во «Машиностроение», 1965.
19. Лебедев А. А. и Чернобровкин Л. С., Динамика полета беспилотных летательных аппаратов, Оборонгиз, 1962.
20. Малкин И. Г., Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний, Гостехиздат, 1949.
21. Медуховский И. Б., Об обтекании оперенного тела вращения под углом атаки, ПММ, XXV, вып. 3, 1961.

22. Мееров М. В., Системы многосвязного регулирования, изд-во «Наука», 1965.
 23. Неймарк Ю. И., Устойчивость линеаризованных систем (дискретных и распределенных), ЛКВВИА, 1949.
 24. Нилсен Дж., Аэродинамика управляемых снарядов, Оборонгиз, 1962.
 25. Основы автоматического регулирования. Теория, под редакцией д-ра техн. наук, проф. Солодовникова В. В., Машгиз, 1954.
 26. Пельпор Д. С., Гироскопические приборы и автопилоты, изд-во «Машиностроение», 1964.
 27. Привалов И. И., Аналитическая геометрия, Физматгиз, 1961.
 28. Пугачев В. С., Общая задача о движении вращающегося артиллерийского снаряда в воздухе, Труды ВВИА, вып. 70, 1940.
 29. Святодух В. К., Уравнения движения осесимметричной ракеты в цилиндрических координатах, «Инженерный журнал», том IV, вып. 2, 1964.
 30. Смирнов В. И., Курс высшей математики, том I, Техтеоретиздат, 1951.
 31. Смирнов В. И. Курс высшей математики, том II. Техтеоретиздат, 1951.
 32. Akira Azuma, The Allocation of the Control Magnitude for Axisymmetrical Missiles, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., vol 2, No. 2, 1959.
 33. Best D., Eng B., Some Problems of Polar Missile Control, Journal of the Royal Aeronautical Society, 64, No. 596, 482—488 (1960).
 34. Bolz R., Dynamic Stability of a Missile in Rolling Flight, Journal of the Aeronautical Sciences, 1952, VI, v. 19, No. 6, p. 395—403.
 35. Campbell G. S., Induced Rolling Moments of Supersonic Speeds, Journal of the Aeronautical Sciences, 1957, v. 24, No. 6.
 36. Maple C. G. and Synge J. L., Aerodynamic Symmetry of Projectiles, Quart. Appl. Math., v. VI, No. 4, Jan. 1949, p. 345—366.
 37. Mello J. F., Sivier K. R., Supersonic Induced Rolling-Moment Characteristics of Cruciform Wing Body Configurations of High Angles of Attack, Aerospace Engineering, 1961, vol. 20, No. 7.
 38. Murphy Ch., The Prediction of Non-Linear Pitching and Yawing Motion of Symmetric Missiles, «IAS Preprint», 1957, No. 677, 19 p., 9 ill. Bibl. 12 NN.
 39. Nicolaidis J., On the Free Flight Motion of Missiles Having Slight Configurational Asymmetries, «IAS Preprint», 1953, No. 395.
 40. Nicolaidis J., Two Non-Linear Problems in Flight Dynamics of Modern Ballistic Missiles, «JAS Report», 1959, No. 59—17, 44 p., 19 ill. Bibl. 19 NN.
 41. Waymeyer W. K., Young T. H., Coupling in Cruciform-Missile Control Systems, «IEEE Trans. Applic. and Ind.», 1964, 33, No. 75, 397—401.
-

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аппаратурные перекрестные связи 3, 7, 220
- Аэродинамические перекрестные связи 3, 4, 6, 7, 27
- Боковая сила 36, 47
- Боковой момент 36, 47
- Зеркальная симметрия конфигурации ракеты 8, 12, 37
- Инерционные перекрестные связи 3, 7, 134
- Компенсация скручивания (систем координат)
— полная 90, 118, 206, 223
— неполная 90, 118, 206
- Комплексный коэффициент усиления по перегрузке 113, 118
- Контур взаимосвязи каналов 196, 204
- Круговая несимметрия аэродинамических сил и моментов 55, 105, 148, 155, 251
- Круговая симметрия аэродинамических сил и моментов 55, 100, 148, 152, 230
- Линия визирования 65, 91
- Момент Магнуса 47
- Момент крена
— от косого обдува 4, 5, 26, 134, 228
— от косого обдува рулей 25, 50
- Наведенный момент крена 25, 52
- Неполная компенсация скручивания (систем координат) 90, 118, 206
- Осевая симметрия конфигурации ракеты 9, 13, 37
- Оси координат, связанные с углом атаки 34
- Перекрестные связи системы управления 7, 57
— в датчиках угловых скоростей 61
— координатора цели 65
— по гироскопическому моменту роллеронов 64, 65
— по шарнирным моментам рулей 57
- Плоскость маневра 33
— угла атаки 32
— управления 33
- Подъемная сила 36
- Полная компенсация скручивания (систем координат) 90, 118, 206, 223
- Полярные координаты 34
- Поперечная перегрузка 79, 89, 95, 115, 118
- Поперечная сила 36, 44
- Продольно-боковой момент 25, 43, 46
- Продольный момент 36
- Пространственный контур стабилизации 113
- Ракеты безэлеронной схемы 223
- Роллероны 62
- Сила Магнуса 47
- Скручивание систем координат 90
- Суммарный угол отклонения рулей 32
- Углы атаки в каналах тангажа и курса 11
- Углы отклонения рулей 11
- Угол атаки корпуса 6, 32
- Центральная симметрия конфигурации ракеты 8, 12
- Цилиндрические координаты 31, 69, 127

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Введение	4
<i>Глава I. Перекрестные связи</i>	7
§ 1. Аэродинамические силы и моменты оперенных управляемых ракет	8
1.1. Виды симметрии конфигураций оперенных ракет	8
1.2. Свойства аэродинамических сил и моментов, обусловленные симметрией конфигураций оперенных ракет	10
1.3. Свойства рядов Тейлора для аэродинамических коэффициентов	16
§ 2. Аэродинамические перекрестные связи	24
2.1. Упрощенные выражения для аэродинамических коэффициентов	24
2.2. Структура аэродинамических перекрестных связей и причины их возникновения	27
§ 3. Полярная форма представления аэродинамических коэффициентов	31
3.1. Цилиндрические координаты	31
3.2. Представление аэродинамических коэффициентов рядами Фурье	36
3.3. Приближенные выражения для аэродинамических коэффициентов в полярной форме	40
§ 4. Влияние перекрестных связей на аэродинамическую силу и продольно-боковой момент	43
4.1. Сила лобового сопротивления	43
4.2. Поперечная сила при $\omega_x = 0$	44
4.3. Продольно-боковой момент при $\omega_x = \omega = \alpha_l = \delta_l = 0$	46
4.4. Сила и момент Магнуса	47
§ 5. Момент крена ракет с крестообразным крылом	48
5.1. Предварительные замечания	48
5.2. Момент крена от косоугольного обдува рулей	50
5.3. Наведенный момент крена	52
5.4. Эффективность органов поперечного управления	54
§ 6. Понятие о круговой симметрии аэродинамических сил и моментов управляемых ракет	55
§ 7. Перекрестные связи системы управления	57
7.1. Рули	57
7.2. Датчики угловых скоростей	61
7.3. Роллероны	62
7.4. Координаторы цели	65
<i>Глава II. Уравнения движения</i>	67
§ 1. Вводная часть	67
1.1. Основные предположения	67

1.2. Системы координат	68
§ 2. Уравнения движения ракеты в цилиндрических координатах	70
2.1. Уравнения движения центра масс	70
2.2. Уравнения движения около центра масс	73
2.3. Кинематические уравнения	75
2.4. Полные уравнения движения ракеты	77
§ 3. Уравнения автопилота	79
3.1. Структурные схемы	79
3.2. Датчики автопилота	81
3.3. Приводы рулей	84
3.4. Связь углов отклонения рулей с параметрами движения ракеты	87
3.5. Формирование сигналов управления поперечной перегрузкой	89
<i>Глава III. Режимы установившегося движения</i>	92
§ 1. Уравнения установившегося движения	92
1.1. Основные предположения	92
1.2. Полные уравнения установившегося движения	93
1.3. Приближенное решение уравнений	96
§ 2. Продольно-боковая балансировка	99
2.1. Случай круговой симметрии продольно-бокового момента	100
2.2. Случай круговой несимметрии продольно-бокового момента	105
§ 3. Поперечная балансировка	109
3.1. Ракеты нормальной и бесхвостой схем	110
3.2. Ракеты с поворотным крылом	110
3.3. Ракеты схемы «утка»	111
3.4. Ограничение располагаемых углов атаки	112
§ 4. Статические свойства пространственного контура стабилизации	113
4.1. Понятие о комплексном коэффициенте усиления K	113
4.2. Приближенные уравнения связи поперечной перегрузки с управляющим сигналом	115
4.3. Коэффициент усиления K в случае $M_{ш}=0$	117
4.4. Влияние шарнирного момента	120
4.5. Балансировка при маневре в вертикальной плоскости	122
§ 5. Влияние зависимости $m_y(\delta_a)$ на пространственную балансировку ракеты	124
<i>Глава IV. Возмущенное движение ракеты</i>	126
§ 1. Уравнения возмущенного движения	127
1.1. Особенности линеаризации уравнений движения в цилиндрических координатах	127
1.2. Уравнения движения при малых возмущениях	128
1.3. Вычисление коэффициентов устойчивости	132
§ 2. Передаточные функции ракеты	134
2.1. Характерные виды взаимосвязи каналов управления ракеты. Разделение уравнений движения	134
2.2. Передаточные функции ракеты при движении в плоскости симметрии	140
2.3. Передаточные функции ракеты в продольно-боковом движении	143
2.4. Передаточные функции ракеты в пространственном движении	146
§ 3. Особенности взаимовлияния каналов в продольно-боковом движении	151
3.1. Случай круговой симметрии аэродинамических сил и моментов	152
3.2. Случай круговой несимметрии продольно-бокового момента	155
3.3. Соотношение между коэффициентами путевой и продольной статической устойчивости	157

§ 4. Динамические свойства ракеты в пространственном движении	160
4.1. Качественный характер движения в случае $\mu_{\delta}^* = \mu_{\delta}^*(t)$	161
4.2. Устойчивость движения при $\mu_{\delta}^* = \text{const}$	165
4.3. Возмущенное движение в случае $\mu_{\delta} = \mu_{\delta}(t)$	171
§ 5. Возмущения по крену в управляемых движениях и при порывах ветра	176
5.1. Оценка расчетных возмущений	176
5.2. Движение по крену в случае $\Delta\mu_{\delta}^* = \Delta\mu_{\delta}^*(t)$	181
5.3. Оценка возмущений по крену при $\Delta\mu_{\delta} = \Delta\mu_{\delta}(t)$	184
5.4. Оценка предельных возмущений по крену	185
<i>Глава V.</i> Возмущенное движение ракеты с автопилотом	188
§ 1. Передаточные функции системы ракета—автопилот	188
1.1. Полярная форма уравнений автопилота	188
1.2. Передаточные функции при движении в плоскости симметрии	194
1.3. Передаточные функции контура взаимосвязи каналов	196
§ 2. Методы исследования устойчивости	203
2.1. Особенности выбора параметров автопилота при наличии перекрестных связей	203
2.2. Метод частотных характеристик	205
2.3. Метод Д-разбиения	209
§ 3. Устойчивость контура взаимосвязи каналов	211
3.1. Устойчивость при малых возмущениях	211
3.2. Движение вне области устойчивости	215
§ 4. Частотные характеристики замкнутого контура взаимосвязи каналов	217
<i>Глава VI.</i> Динамика ракет безлеронной схемы	223
§ 1. Общие сведения. Уравнения движения	223
§ 2. Балансировочные режимы полета	226
2.1. Случай малой производственной несимметрии	226
2.2. Случай равномерного вращения по крену	230
§ 3. Возмущенное движение при $m_{x0} = 0$	237
3.1. Уравнения движения	237
3.2. Устойчивость движения при $\mu_{\delta}^* = \mu_{\delta}^*(t)$	240
3.3. Возмущения по крену в управляемых движениях	246
§ 4. Возмущенное движение вращающихся ракет	247
4.1. Линеаризация уравнений движения	247
4.2. Разделение уравнений при медленном вращении	251
§ 5. Уравнения движения рулей вращающейся ракеты	255
<i>Приложение</i>	
Оценка величин перекрестных связей датчиков угловых скоростей при малых колебаниях по крену	260
<i>Литература</i>	266
<i>Предметный указатель</i>	267

Виктор Константинович Святодух

ДИНАМИКА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ
УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Редактор *С. Б. Геллер*

Техн. редактор *В. И. Орешкина*

Художник *Л. А. Витте*

Корректор *В. Е. Блохина*

Г—02407 Сдано в набор 14/II 1969 г. Подписано в печать 6/VIII 1969 г.

Формат 60×90¹/₁₆ Печ. л. 17,0 Уч. изд. л. 15,15

Бум. л. 8,50 Бумага № 1 Тираж 2000 экз. Зак № 2423.

Цена 1 р. 72 к. Тем. план 1969 г. № 157

Издательство «Машиностроение», Москва, К-51, Петровка, 24.

Московская типография № 8 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР,
Хохловский пер., 7. Зак. тип. 3258.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
36	1 снизу	$\mu_{\delta}^{1)}$	Сноску 1) см. на стр. 37.
43	5 сверху	$-m_{zH}^{\pm}(\alpha)] \cos 4\mu_{\alpha}$	$-m_{zH}^{\times}(\alpha)] \cos 4\mu_{\alpha}$
47	3 снизу	$-\frac{1}{2} \rho V^2 S_M c_y^{\alpha} \alpha$	$= \frac{1}{2} \rho V^2 S_M c_y^{\alpha} \alpha$
52	18 сверху	$] \alpha^3 \delta \sin 4\mu_{\alpha}$	$] \alpha^3 \delta \sin 4\mu_{\alpha}$
56	9 снизу	$c_x c, c_y^y, \dots, m_{z\sim c}$	$c_x c, c_{y\sim c}, \dots, m_{z\sim c}$
60	16 сверху	δ	δ_2'
64	6 снизу	$m_y^p =$	$m_y^{\delta p} =$
91	9 сверху	$= k \sqrt{\omega_c^2 + \omega_{\gamma}^2} k \Omega$	$= k \sqrt{\omega_c^2 + \omega_{\gamma}^2} = k \Omega$
99	4 сверху	$[c_g \cos \vartheta \cos (\mu_{\alpha} - \gamma) - c_{z\sim}]^2$	$[c_g \cos \vartheta \sin (\mu_{\alpha} - \gamma) - c_{z\sim}]^2$
100	11 снизу	$\alpha = \alpha$	$\alpha = \alpha (\delta)$
105	2 снизу	$+ b_{12}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha}$;	$+ b_{13}^{(2)} \cos 4\mu_{\alpha}$;
148	2 снизу	(4.344)	(4.334)
156	10 сверху	$+ m_z^{\delta} \delta \cos (\mu_{\delta} + \mu_{\alpha}) +$	$+ m_z^{\delta} \delta \cos (\mu_{\delta} - \mu_{\alpha}) +$
168	3 сверху	$c_2 k_{\gamma} =$	$c_2 k_{\gamma} =$
171	15 сверху	$= \Delta \mu_{\delta}^* + \Delta \delta$.	$= \Delta \mu_{\delta}^* + \Delta \gamma$.
180	10 снизу	$\Delta \mu$	$\Delta \mu_{\delta}^*$
181	11 снизу	что < 1	что $\xi < 1$
182	12 снизу	$\Delta \gamma$	$\Delta \dot{\gamma}$
191	2 сверху	$-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{ш1}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial \bar{M}_{ш2}}{\partial \alpha_2} \right) \sin 2\mu_{\alpha}$;	$-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{ш1}}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial \bar{M}_{ш2}}{\partial \alpha_2} \right) \sin 2\mu_{\alpha}$;
196	4 снизу	$= \frac{\delta}{\omega} N_{\omega}(p) \Delta \mu^*(p)$;	$= \frac{\delta}{\omega} N_{\omega}(p) \Delta \mu_{\delta}^*(p)$;
237	1 снизу	μ^*	μ_{α}^*
238	11 снизу	$= \frac{1}{2} \frac{qSl}{J_x} \frac{m_{ш.p}^{\alpha}}{m_{ш.p}^{\delta p}} m_{xp}^{\omega x}$;	$= \frac{1}{2} \frac{qSl}{J_x} \frac{m_{ш.p}^{\alpha}}{m_{ш.p}^{\delta p}} m_{xp}^{\omega x \alpha}$;
239	3 сверху	$-c_5 \Delta \mu_{\delta}^*(p)$,	$-c_5 \omega \Delta \mu_{\omega}^*(p)$,
244	3 снизу	$8 \sqrt{2} \bar{\xi} c_1'$	$8 \sqrt{2} \bar{\xi} c_1$
245	1 снизу	$= \frac{1}{2} (a - c + \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2})$	$= \frac{1}{2} (a + c - \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2})$
248	10 сверху	$= m_0 \cos (\mu_m - \mu^* - \gamma)$	$= m_0 \cos (\mu_m - \mu_{\alpha}^* - \gamma)$
263	6 снизу	с осью совпадают	с осью Ox совпадают