

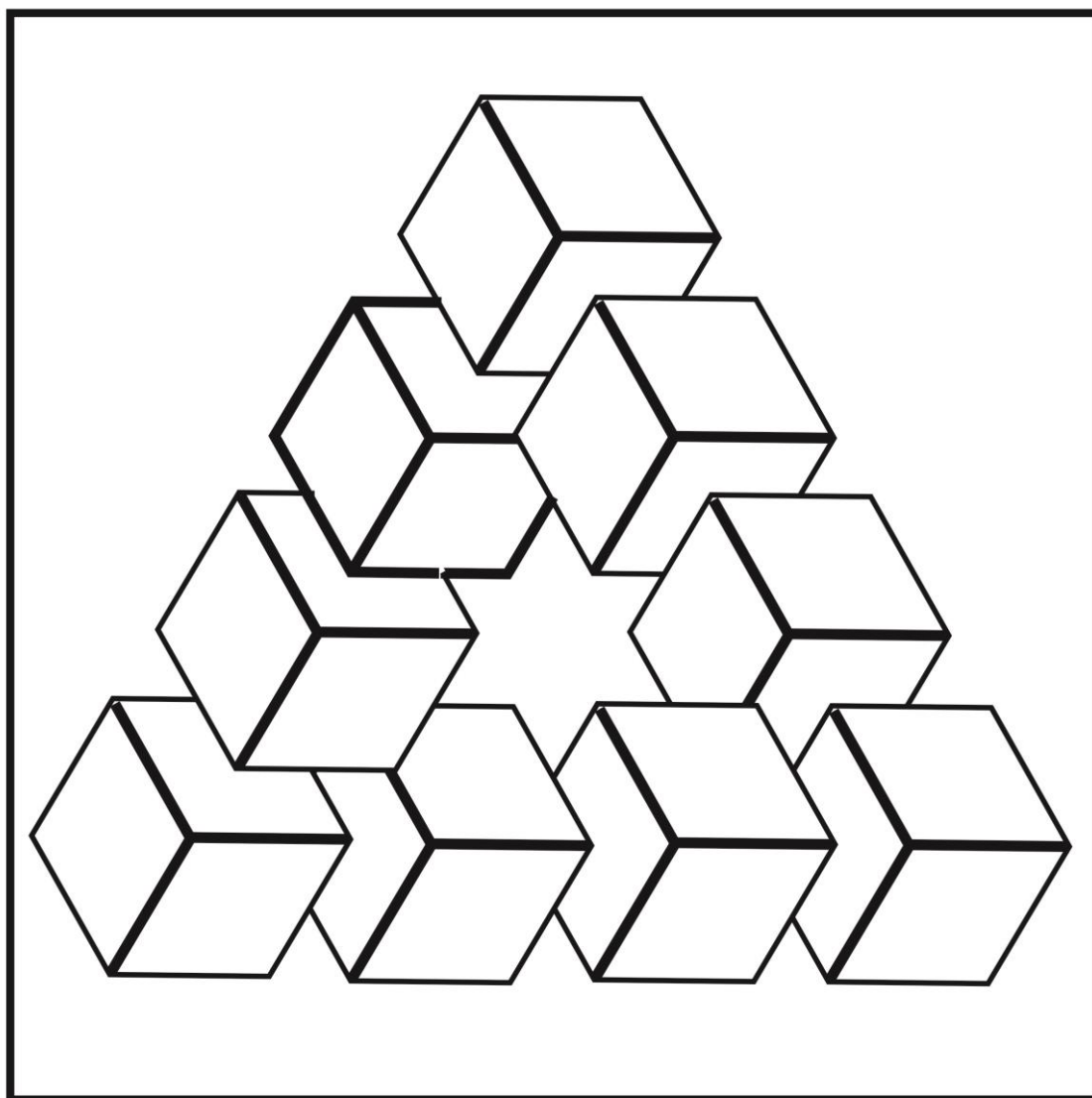
П. М. Горев
В. В. Утёмов

УРОКИ РАЗВИВАЮЩЕЙ МАТЕМАТИКИ

5-6 классы

Задачи математического кружка

Учебное пособие



Киров, 2014

УДК 372.851
ББК 74.262.21я72
Г68

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Межрегионального центра инновационных технологий в образовании

*Книга входит в серию учебных и учебно-методических пособий
«Из опыта работы Лицея № 21 г. Кирова. Математика»*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор *А. С. Махнев*;
доктор педагогических наук, профессор *Г. Н. Некрасова*;
кандидат педагогических наук, доцент *Н. А. Зеленина*;
учитель математики высшей квалификационной категории,
заслуженный учитель Российской Федерации *Н. А. Баранова*

Горев П. М., Утёмов В. В.

Г68 Уроки развивающей математики. 5–6 классы: Задачи математического кружка: Учебное пособие. – Киров: Изд-во МЦИТО, 2014. – 207 с.

ISBN 978-5-906642-03-5

Учебное пособие представляет собой сборник задач и материалов для проведения дополнительных занятий по математике в 5–6-х классах общеобразовательной школы. В нём содержатся подборки задач как для занятий кружка по математике, так и для самостоятельной работы учащихся во внеурочное время.

Книга предназначена в первую очередь для учеников 5–6-х классов, желающих повысить уровень своих знаний по математике, привить себе стойкий интерес к предмету, приобщиться к опыту творческой деятельности, направленной на оригинальное, сильное мышление.

Пособие может быть интересно также учителям математики, студентам педагогических направлений подготовки и всем тем, кто находится в творческом поиске новых возможностей педагогической деятельности в области математики.

УДК 372.851
ББК 74.262.21я72

ISBN 978-5-906642-03-5 © АНО ДПО «Межрегиональный центр инновационных технологий в образовании», 2014
© Горев П. М., Утёмов В. В., 2014

Предисловие для учеников, желающих знать больше о математике

Дорогой друг! У тебя в руках книга, которую мы назвали «Уроки развивающей математики: Задачи математического кружка». Это учебная книга, хотя она и не похожа на привычный тебе учебник по математике.

Мы написали её для тех ребят, которые с увлечением занимаются математикой. Если ты считаешь себя таковым – это книга для тебя! В ней ты найдёшь огромное количество математических задач, которые принято называть «нестандартными», игр, головоломок и других многочисленных занимательных материалов по математике.

Но обо всём по порядку.

В первой части книги содержится тридцать серий, каждая из которых состоит из шести задач. Среди этих заданий ты обязательно найдёшь задачу, решаемую арифметическим способом, задачи логического и комбинаторного¹ характера, задачу, связанную с геометрическими фигурами, и задачу на смекалку. Решение этих задач позволит тебе всесторонне развить твои математические способности.

Вторая часть посвящена отдельным идеям и методам математики, представленным в виде подборок задач на определённую тему. Решая эти задачи, важно запоминать не ход их решения, а ту общую идею, которая в них заложена. Большинство заданий этой части относятся к олимпиадным математическим задачам, которые могут встретиться тебе на соревнованиях различных уровней.

В третьей части собраны задачи, позволяющие тебе проявить смекалку и сообразительность. В таких упражнениях требуется не только догадка, но и крепкая логика – один из главных атрибутов мышления настоящего математика.

¹ Комбинаторика – раздел математики, связанный с изучением количества комбинаций, подчинённых тем или иным условиям, которые можно составить из заданного конечного множества.

Математические эксперименты, описанные в четвёртой части книги в форме последовательных заданий, позволят тебе понять, что математика не оторвана от жизни, она встречается в ней на каждом шагу.

Наши художники специально для тебя в пятой части книги представили наиболее интересные задачи в форме серий рисунков. Полагаем, что такие задачи решать тебе будет ещё более интересно.

Шестая часть вобрала в себя многочисленные задачи, которые можно встретить в сборниках головоломок. Это специальные задания, позволяющие развить сильное мышление при их самостоятельном выполнении. Мы полагаем, что эта часть книги предназначена для домашней работы.

Изготовив головоломки, описание которых содержится в седьмой части книги, и выполнив задания с ними, ты окунёшься в мир необычной математики, требующей ко всему прочему развитого воображения и фантазии.

Восьмая часть содержит разнообразные занимательные материалы: правила математических игр и интересные математические находки. Это лишь то небольшое, что можно в полной мере почерпнуть из тех книг, список которых представлен в конце нашего учебного пособия.

Особое значение имеет девятая часть книги. В ней собраны задачи открытого типа – специальные задания, ответы на которые могут быть неоднозначными. Здесь нет единственно правильного ответа: решение либо подходит к условию задачи, либо нет. Для решения таких задач нужны смекалка, воображение, логика и фантазия.

Полагаем, что это учебное пособие будет полезным для твоего всестороннего математического развития и станет отправной точкой в нелёгком пути к покорению вершин математического знания. Дерзай! Творческих успехов тебе!

Твои авторы

Часть первая

**ТРИДЦАТЬ СЕРИЙ
РАЗВИВАЮЩИХ ЗАДАЧ
ПО МАТЕМАТИКЕ**



Если хотите научиться плавать,
то смело входите в воду,
а если хотите научиться
решать задачи, то решайте их.

*Дьёрдь Пойа,
венгерский математик*

Задачи

1. Напиши наибольшее число, составленное из пяти различных цифр:

1, 9, 5, 3, 7.

2. Расшифруй каждое слово, поменяв порядок следования букв:

1) САИВЛ;

2) РЕОХ;

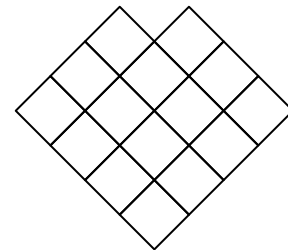
3) ШПАУК;

4) ШРАУГ.

Какое слово лишнее?

3. В соревнованиях по бегу Антон, Борис и Валентин заняли первые три места. Какое место занял каждый из ребят, если Борис занял не второе и не третье, а Валентин – не третье место?

4. Раздели фигуру, изображенную справа, по линиям сетки на три одинаковые по форме и размерам части.



5. Пакет пряников и связка баранок вместе весят 9 кг, а два пакета пряников и связка баранок –



13 кг. Сколько весит один пакет пряников и сколько весит одна связка баранок?

6. Было 5 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на три части. Всего стало 9 частей. Сколько листов бумаги разрезали?

Ответы



Задачи

Ответы

7. Лифт поднимается с первого этажа на третий за 7 секунд. За какое время он поднимется с первого этажа на девятый?

8. В коробке лежат 8 красных, 15 синих и 17 жёлтых шариков. Какое наименьшее количество шариков нужно достать из коробки, чтобы среди них наверняка было не менее 3 синих?

9. Куб со стороной 10 см окрасили снаружи красной краской, а затем разрезали его на маленькие кубики со стороной 1 см. Сколько при этом получилось кубиков ровно с двумя красными гранями?

10. Сколько существует двузначных натуральных чисел, у которых первая цифра меньше второй?

11. Из числа 12345123451234512345 вычеркни 10 цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число.

12. Дедка вдвое сильнее бабушки, бабушка втрое сильнее внучки, внучка вчетверо сильнее Жучки, Жучка впятеро сильнее кошки, кошка вшестеро сильнее мышки. Дедка, бабушка, внучка, Жучка и кошка



вместе с мышкой могут вытащить репку, а без мышки – не могут. Сколько надо позвать мышек, чтобы они смогли сами вытащить репку?

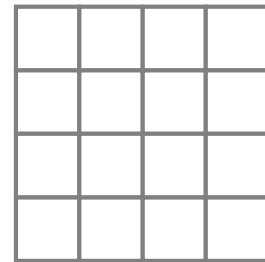
Задачи



13. Каждая из трёх девочек – Катя, Галя и Оля – спрятала одну из игрушек: медвежонка, зайчика, слоника. Катя не прятала зайчика, Оля не прятала ни зайчика, ни медвежонка. Кто какую игрушку спрятал?

14. 2 кошки за 2 часа съедают 2 мышки. Сколько мышек съедят 4 кошки за 4 часа?

15. Раскрась несколько клеток в квадрате 4×4 так, чтобы в каждом столбце было закрашено чётное число клеток, а в каждой строке – нечётное количество клеток.



16. Выпиши все трёхзначные натуральные числа, сумма цифр которых равна 4.

17. Если бы школьник купил 11 тетрадей, то у него осталось бы 5 рублей. А для покупки 15 тетрадей ему не хватило 7 рублей. Сколько денег было у школьника?



18. На одном берегу реки 3 взрослых и 2 мальчика. Как всем переправиться на другой берег, если лодка вмещает одного взрослого или двух мальчиков?

Ответы

Задачи

19. Сколько существует двузначных чисел, в записи каждого из которых хотя бы раз встречается цифра 7?

20. С помощью цифр 0, 2, 4, 6, 8 запиши самое большое и самое маленькое шестизначные числа, если:

а) каждую цифру можно использовать сколько угодно раз;

б) каждую из цифр нужно использовать хотя бы один раз.

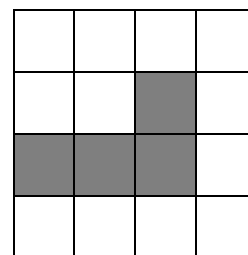
21. Разрежь квадрат на четыре одинаковые по форме и размерам части так, чтобы в каждой из них была ровно одна чёрная клетка.

22. В классе 32 ученика. Из них 18 занимаются в секции легкой атлетики, 10 – в секции плавания и 5 – в обеих секциях. Сколько учащихся этого класса не занимаются ни в одной из этих секций?

23. На складе есть краска в ёмкостях по 16 кг, 17 кг и 40 кг. Можно ли выдать 140 кг этой краски, не переливая её?

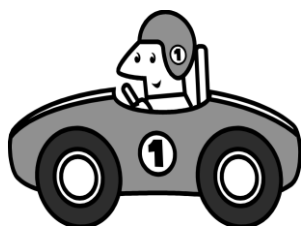
24. Трое рыбаков имеют общую лодку. У каждого есть свой замок и ключ к нему. Как закрепить лодку к берегу, чтобы каждый из рыбаков мог ей пользоваться, открыв только свой замок?

Ответы



Задачи

25. Сколько концов у 4 палок? У 5 палок? У 4 с половиной палок?

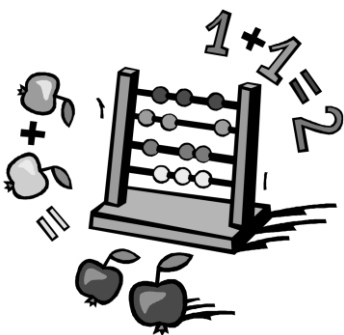


26. Машина прошла 50 000 км. При этом четыре её колеса и одно запасное износились одинаково. Какое расстояние прошло каждое из пяти её колёс?

27. Из какого количества трёхзначных чисел вычёркиванием одной цифры можно получить число 52?

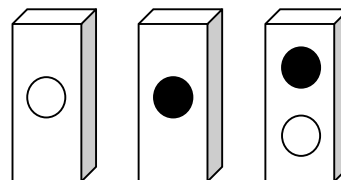
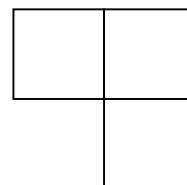
28. Раздели фигуру на рисунке на четыре одинаковые по форме и размерам части.

29. Три шарика – белый, чёрный и зелёный – помещены по одному в три ящика. На одном из них написано «белый», на другом – «чёрный», на третьем – «белый или чёрный». Ни одна надпись не соответствует действительности. Где какой шарик находится?



30. Числа от 1 до 9 расположи в квадратах так, чтобы были верными все неравенства.

Ответы



| | | | | |
|----------------------|---|----------------------|---|----------------------|
| <input type="text"/> | > | <input type="text"/> | > | <input type="text"/> |
| Λ | | ∨ | | ∨ |
| <input type="text"/> | > | <input type="text"/> | < | <input type="text"/> |
| Λ | | Λ | | ∨ |
| <input type="text"/> | < | <input type="text"/> | > | <input type="text"/> |

Задачи

31. Отцу 41 год, старшему сыну 13 лет, дочери 10 лет, а младшему сыну 6 лет. Через сколько лет отцу будет столько лет, сколько его детям вместе взятым?

32. Сколько существует трёхзначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна цифра 5?

33. Человек разглядывает портрет. «Чей это портрет Вы рассматриваете?» – спрашивают у него, и человек отвечает: «В семье я рос один как перст. И всё ж



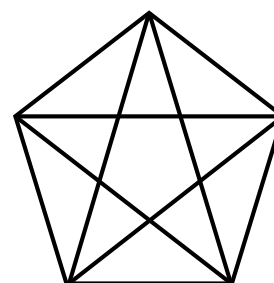
отец того, кто на портрете, – сын моего отца. Вы не ослышались, всё верно – сын!» Чей портрет он разглядывает?

34. Сосчитай, сколько треугольников в фигуре, изображённой на рисунке.

35. Два ученика хотели купить мороженое. У одного не хватило десяти рублей, у другого двух рублей. Тогда они сложили свои деньги вместе, и всё равно им не хватило на покупку даже одной порции. Сколько стоила одна порция мороженого?

36. Расставь в пустые квадраты числа от 1 до 12 так, чтобы сумма чисел на каждой стороне большого квадрата была равна 22.

Ответы



| | | | |
|--|--|----|--|
| | | | |
| | | 22 | |
| | | | |
| | | | |

Задачи

37. Подряд стоит 6 стаканов: 3 с водой и 3 пустых. Взяв лишь один стакан, добейся, чтобы пустые и полные стаканы чередовались.

38. Расставь в кружочках числа от 1 до 7 так, чтобы сумма чисел на каждой из трёх прямых и на каждой из двух окружностей была равна 12.

39. За контрольную работу Света, Люда и Ира получили не двойки, но разные оценки. На вопросы одноклассников они все ответили по-разному: «У Светы пятёрка», «У Люды не тройка», «У Иры не пять». Оказалось, что из всех ответов верен только один, а два другие ложные. Какую оценку получила каждая девочка?

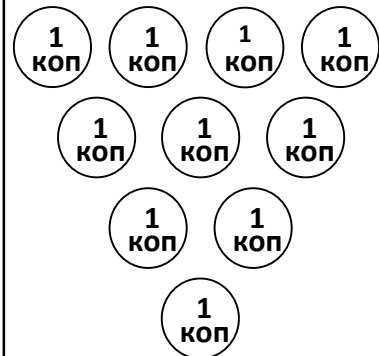
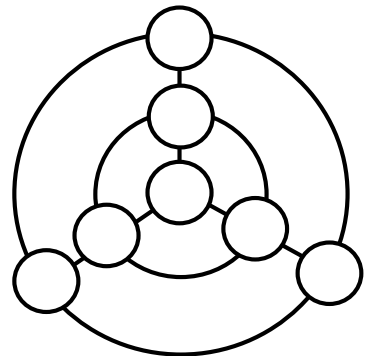
40. Десять одинаковых монет образуют треугольник, направленный вниз. Переложи ровно три монеты так, чтобы получился треугольник, направленный вверх?



41. Четыре утёнка и пять гусят весят 4 кг 100 г, а пять утят и четыре гусёнка весят 4 кг. Сколько весит 1 утёнок?

42. Продолжи числовой ряд:
0, 3, 8, 15, 24...

Ответы



Задачи

43. В колбу поместили бактерию. Каждую минуту число бактерий удваивается. Через три часа колба заполнилась бактериями. В какой момент бактериями была заполнена половина колбы?

44. Расставь в треугольниках числа от 4 до 12 так, чтобы сумма чисел в каждом из трёх шестиугольников равнялась 50.

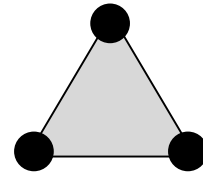
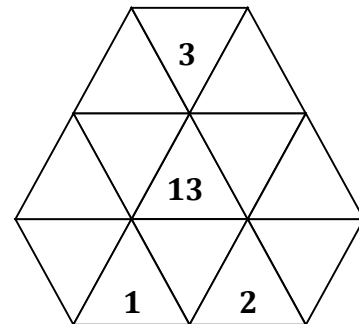
45. У Артёма по математике вдвое больше пятёрок, чем четвёрок. Сколько у Артёма четвёрок, если всего у него 12 отметок?

46. В парке есть треугольная клумба, в вершинах посажены кусты роз. Как, не пересаживая розы, увеличить площадь клумбы, сохранив при этом её первоначальную форму? Нарисуй.

47. Гном разложил свои сокровища в три сундука разного цвета, стоящих у стены: в один – драгоценные камни, в другой – золотые монеты, в третий – магические книги. Он помнит, что красный сундук находится правее, чем камни, и что книги – правее красного сундука. В каком сундуке лежат книги, если зелёный сундук стоит левее синего?

48. Можно ли, взявшись двумя руками за концы верёвки и не отпуская их, завязать на ней узел?

Ответы



Задачи

49. Сумма двух чисел равна 385. Одно из них оканчивается нулём. Если 0 зачеркнуть, то получится второе число. Какие это числа?

50. Расставь в каждом маленьком треугольнике числа от 4 до 10 так, чтобы в каждом из четырёх больших треугольников сумма чисел была равна 25.

51. В классе все дети изучают английский или французский язык. Из них 17 человек изучают английский язык, 15 человек – французский, а 8 человек изучают оба языка одновременно. Сколько учащихся в классе?

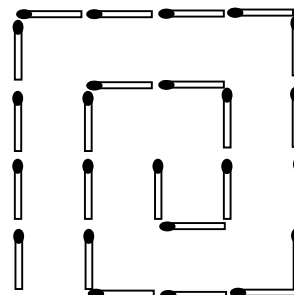
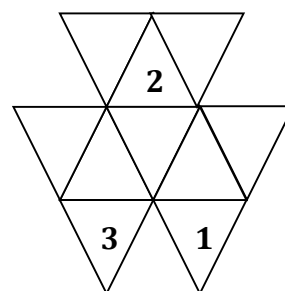
52. Переложи три спички так, чтобы спираль раскручивалась в другую сторону.

53. Родительский комитет купил на покраску пола в классе 4 банки краски по 3 кг в каждой. Длина класса 8 м, ширина 6 м. Хватит ли краски, если на 1 кв. м идёт 250 г?



54. Раздели 50 рублей на две части так, чтобы одна часть была больше другой в 99 раз.

Ответы



Задачи

55. Если этот день не идёт вслед за понедельником и не перед четвергом, а завтра не воскресенье и вчера было не воскресенье, а послезавтра будет не суббота и позавчера была не среда, то что это за день?

56. Сколько всего существует трёхзначных чисел, все цифры которых чётные?

57. В ящиках лежат орехи. В первом ящике на 6 кг орехов меньше, чем в двух других вместе. А во втором на 10 кг меньше, чем в двух других вместе. Сколько орехов в третьем ящике?

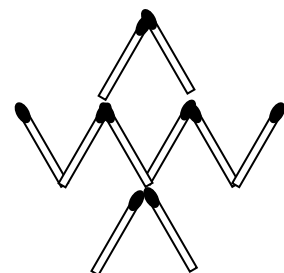
58. Спичечный рак ползет вверх. Переложи три спички так, чтобы он полз вниз.

59. Колю, Сашу и Юру допрашивали в полиции в связи с кражей велосипеда. Коля сказал, что велосипед украл Саша. Саша заявил, что он невиновен. Юра сказал, что и он не вор. Полицейский знал, что только один из этих троих говорит правду, а двое лгут. Так кто же украл велосипед?



60. В кошельке лежат две монеты на общую сумму 15 копеек. Одна из них не пятак; что это за монеты?

Ответы



Задачи

61. В ящике лежит 10 упаковок, в каждой упаковке – 20 спичечных коробков, в каждом коробке – 50 спичек. Сколько всего спичек?

62. Расставь в пустых квадратах числа от 1 до 11 так, чтобы сумма трёх чисел на каждой прямой была равна 18.

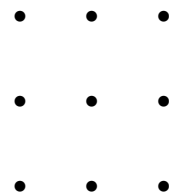
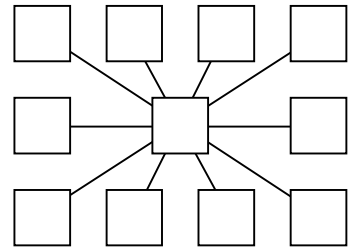
63. Некоторые перчатки шьют из кожи. Все новые кожаные изделия немного жмут, но некоторые со временем делаются мягче. Какие из утверждений верны? **а)** Все перчатки немного жмут, пока они новые. **б)** Некоторые перчатки со временем становятся мягче. **в)** Только мягкая, немного поношенная кожа используется для изготовления перчаток.

64. Соедини девять точек четырьмя прямыми линиями, не отрывая карандаша от бумаги.

65. Ящик с сардинами весит 18 кг, а 6 ящичков с килькой весят столько, сколько два ящика с сардинами. Сколько весит ящик с килькой?

66. В одной стопке лежат 100 билетов с последовательными номерами, возрастающими сверху вниз, причём нижний билет имеет номер 234567. Сверху по одному взято 42 билета. Билет с каким номером взят последним?

Ответы



Задачи

Ответы

67. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 2012. Найди уменьшаемое.

68. Сколько всего четырёхзначных чисел, в которых все цифры различны и при этом цифры 4 и 5 стоят рядом?

69. В пяти мисках 100 орехов. В первой и второй мисках вместе 52 ореха, во второй и третьей – 43, в третьей и четвёртой – 34, в четвёртой и пятой – 30. Сколько орехов каждой миске?

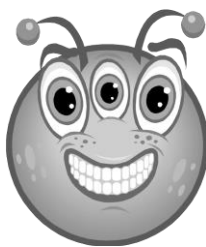
70. Расположи шесть карандашей так, чтобы они образовывали 4 равносторонних треугольника.



71. Фараон спросил: «Кто самый могущественный из богов?» «Не я», – ответил Гор. «Анубис», – сказала Исида. «Исида говорит неправду», – сказал Анубис.

Фараон знал, что только один из богов говорит правду, а два других лукавят. Кто же самый могущественный из богов?

72. У каждого марсианина по 3 руки. Могут ли 13 марсиан взяться за руки так, чтобы не осталось свободных рук?



Задачи

73. Яхта отправилась в плавание в понедельник в полдень. Плавание будет продолжаться 80 часов. В какой день и час яхта вернётся обратно?

74. Украла Василису Прекрасную. Поехал Иван-царевич выручать её. Встретил Змей Горыныча, Бабу-ягу, Кощея Бессмертного и Лешего. Иван-царевич знал, что один из них украл Василису. Он спрашивает: «Кто украл Василису?» Змей Горыныч, Баба-яга и Кощей ответили: «Не я», а Леший: «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое – неправду. Знает ли Леший, кто украл Василису?

75. Раздели изображённую фигуру на 4 равные части.

76. Шесть карасей легче пяти окуней, но тяжелее десяти лещей. Что тяжелее: два карася или три леща?

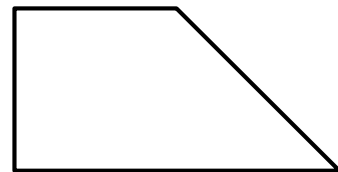
77. Сколько есть трёхзначных чисел, в записи которых использована хотя бы одна цифра 2?

78. Ира, Наташа, Алёша и Витя собирали грибы. Наташа собрала больше всех, Ира не меньше всех, а Алёша – больше, чем Витя.



Верно ли, что девочки собрали грибов больше, чем мальчики?

Ответы



Задачи



79. Кот в сапогах наловил щук: он поймал четыре щуки и еще половину улова. Сколько щук поймал Кот в сапогах?

80. В киоске около школы продаётся мороженое двух видов: «Спортивное» и «Мальвина». На перемене 24 ученика успели купить мороженое. При этом 15 из них купили «Спортивное», а 17 – мороженое «Мальвина». Сколько человек купили мороженое обоих сортов?

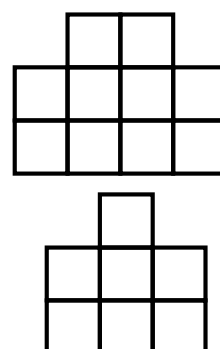
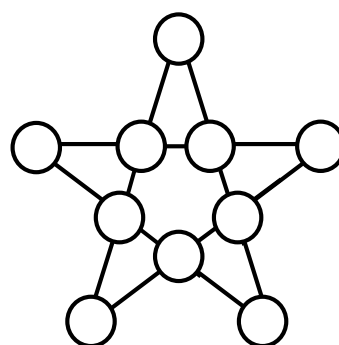
81. Есть 10 монет: две по 2 тугрика, две по 3 тугрика, две по 5 тугриков, две по 10 тугриков, одна по 15 тугриков и одна по 20 тугриков. Размести их в кружочках звезды так, чтобы сумма на каждой из пяти прямых была одна и та же.

82. В магазин привезли 223 л подсолнечного масла во флягах по 10 л и 17 л. Сколько было фляг?

83. Дети сложили из кубиков такую фигуру, что если посмотреть на неё спереди, то видно 10 кубиков, а если сбоку – 7. Какое наименьшее количество кубиков могло быть в такой фигуре?

84. Если прикрыть рукой половину циферблата часов, то сумма закрытых чисел будет равна сумме оставшихся открытыми. Какие числа надо закрыть?

Ответы



Задачи

85. Два разбойника делят добычу. Как они должны это сделать, чтобы никто не мог пожаловаться, что другой обманул его при дележе?

86. Сколько существует четырёхзначных чисел, у которых в чётных разрядах стоят одинаковые цифры?

87. Раздели фигуру на 4 одинаковые части по линиям сетки так, чтобы в каждой части был кружок.

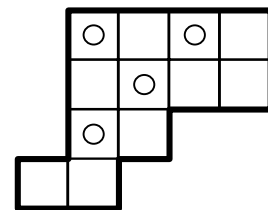
88. 9 одинаковых конструкторов вместе содержат меньше 100 деталей, а 12 таких же конструкторов – больше 130 деталей. Сколько деталей в одном конструкторе?

89. От прямоугольной полоски длиной 54 см и шириной 16 см последовательно отрезают квадраты одним прямолинейным разрезом. Сколько таких квадратов получится?



90. Есть три ящика: ящик с апельсинами, ящик с яблоками и ящик со смесью яблок и апельсинов. Таблички с указанием, что внутри, перепутали; теперь все таблички не на своём месте. Разрешается сунуть руку в ящик и вытащить оттуда 1 предмет. Как узнать, в каком ящике что лежит?

Ответы



Задачи

91. В двух пачках 30 тетрадей. Когда из первой пачки переложили во вторую две тетради, в первой стало вдвое меньше тетрадей, чем во второй. Сколько тетрадей было в каждой пачке?

92. Разрежь невыпуклый четырёхугольник на 6 частей двумя прямыми.

93. Сколько карандашей надо взять в темноте из коробки с 7 красными и 5 синими карандашами, чтобы было взято не меньше двух красных и не меньше трёх синих?

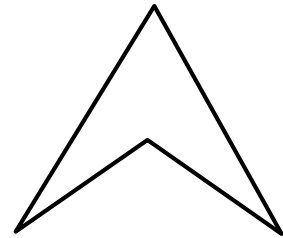
94. Сколько можно записать четырёхзначных чисел, у которых первая цифра чётная, а последняя нечётная?

95. Петя лжёт по понедельникам, вторникам и средам, а в остальные дни говорит только правду. Выясни, в какие дни недели Петя может заявить: **а)** «Я лгал вчера». **б)** «Я буду лгать завтра». **в)** «Я лгал вчера и буду лгать завтра».

96. За книгу заплатили 100 рублей, и осталось заплатить ещё столько, сколько осталось бы заплатить, если бы за неё заплатили столько, сколько осталось заплатить. Сколько стоит книга?



Ответы



Задачи

97. У Саши, Маши и Даши вместе 11 воздушных шариков. У Саши – на 2 шарика меньше, чем у Даши, а у Маши – на 1 шарик больше, чем у Даши. Сколько шариков у Даши?

98. Расположи 6 точек на 4 отрезках, чтобы на каждом отрезке было 3 точки.

99. Из какого количества четырёхзначных чисел вычёркиванием одной цифры можно получить число 342?

100. Женщина собрала в саду яблоки. Чтобы выйти из сада, ей пришлось пройти через 4 двери, каждую из которых охранял свирепый стражник, отбиравший половину яблок. Домой она принесла 10 яблок. Сколько яблок награбили стражники?

101. На столе лежат четыре карточки с надписями (*о том, что на обратных сторонах, ничего не известно*). Какие карточки надо перевернуть, чтобы узнать, правда ли, что если на какой-то стороне карточки написано чётное число, то на другой стороне – гласная буква?

102. У мальчика столько же сестёр, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестёр, чем братьев. Сколько в этой семье мальчиков и сколько девочек?

Ответы

А

Б

1

2

Задачи

103. У овец и кур вместе 36 голов и 100 ног. Сколько овец?

104. Раздели прямоугольник 4×9 на две равные части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

105. Сколько существует четырёхзначных чисел, в которых есть цифра 5, а остальные цифры – разные?



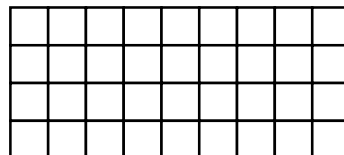
106. На корабле 20 пиратов. По крайней мере один из них честен. В каждой паре пиратов хотя бы один любитель врать. Сколько честных пиратов?

107. Задумано трёхзначное число, у которого с любым из чисел 543, 142 и 562 совпадает один из разрядов, а два других не совпадают. Какое число задумано?

108. Два путешественника подошли к реке. На берегу обнаружилась лодка, способная перевезти лишь одного человека. Тем не менее они смогли переправиться через реку и продолжить путешествие. Могло ли так быть?



Ответы



Задачи

109. Один сказал другому: «Дай мне две сливы, тогда будет у нас слив поровну». На что тот ответил: «Нет, лучше ты дай мне две сливы – тогда у меня будет вдвое больше, чем у тебя». Сколько слив было у каждого?

110. Один из попугаев всегда говорит правду, другой всегда врёт, а третий – хитрец – иногда говорит правду, а иногда врёт. На вопрос «Кто Кеша?» они ответили:

Гоша: «Лжец».

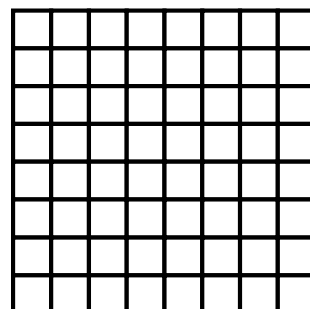
Кеша: «Я хитрец!»

Рома: «Абсолютно честный попугай».



Кто из попугаев лжец, а кто хитрец?

111. Раскрась некоторые клетки доски 8×8 так, чтобы у каждой клетки были закрашены ровно две соседние.



112. На какие цифры может оканчиваться квадрат целого числа?

113. Если к половине моих лет прибавить 7, то получите мой возраст 13 лет тому назад. Сколько мне лет?



114. Каждый десятый математик – философ. Каждый сотый философ – математик. Кого больше: философов или математиков?

Ответы

Задачи

115. Делимое в 6 раз больше делителя, а делитель в 6 раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

116. Сколько существует четырёхзначных чисел, в которых цифры идут в порядке возрастания?

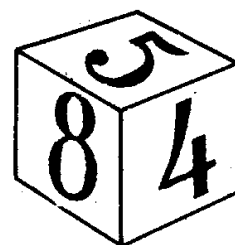
117. В стране три города: Правдин, Лгунов и Переменск. Жители Правдина всегда говорят правду, Лгунова – лгут, а жители Переменска строго попеременно лгут и говорят правду. Пожарным позвонили: «У нас в городе пожар!» – «Где горит?» – «В Переменске». Пожарные уверены, что пожар есть. Куда им ехать?

118. На гранях кубика написаны 6 различных цифр. Сумма цифр на противоположных гранях одна и та же для каждой пары параллельных граней. Каковы остальные цифры, если три видны на рисунке?

119. Отцу столько лет, сколько сыну и дочери вместе; сын вдвое старше сестры и на 20 лет моложе отца. Сколько лет каждому?

120. Какое слово зашифровано в числе 222122111121, если каждая буква заменена её номером в алфавите?

Ответы



Задачи

Ответы

121. Некоторое число уменьшили на 7, потом уменьшили в 10 раз и получили число, которое на 34 меньше исходного. Найди исходное число.

122. В коробке лежат воздушные шарики: 10 красных и 10 синих. Продавец не глядя достает по одному шарiku. Сколько шариков ему надо вытащить, чтобы среди них обязательно нашлась пара шариков одного цвета?

123. На острове Буяне четыре королевства, причём каждое граничит с тремя остальными. Нарисуй карту острова так, как её себе представляешь.

124. В кабине лифта 20-этажного дома есть две кнопки. При нажатии на одну из них лифт поднимается на 13 этажей, а при нажатии на другую – опускается на 8 этажей. Как попасть с 13-го этажа на 8-й?

125. – У Вовы больше тысячи книг, – сказал Ваня.

– Нет, книг у него меньше тысячи, – возразила Аня.

– Одна-то книга у него наверняка есть, – сказала Маня.

Если истинно только одно из этих утверждений, сколько книг у Вовы?

126. Сколько воскресений может быть в году?



Задачи

127. Сумма пяти нечётных последовательных чисел равна 555. Найди эти числа.

128. Сколько существует четырёхзначных чисел, у которых цифра десятков чётна, а цифра сотен нечётна?

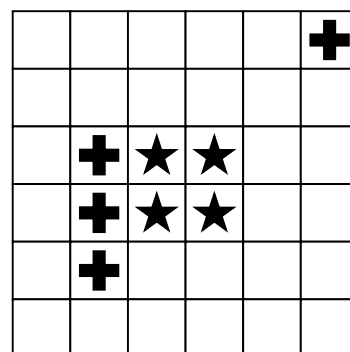
129. Разрежь этот квадрат вдоль линий на 4 части одинакового размера и одной формы так, чтобы каждая из частей содержала по звёздочке и по крестику.

130. Учительнице подарили букет цветов. Ребята высказывали различные предположения: цветы принесли Андрей и Борис, Андрей и Даша, Андрей и Сергей, Борис и Даша, Борис и Володя, Володя и Галя, Галя и Даша. Учительница сказала, что в одном из предположений одно имя названо верно, а другое – неверно. Во всех остальных предположениях оба имени названы неверно. Кто принёс цветы?

131. Мальчик и поросёнок весят как 5 ящичков. Поросёнок весит как 4 кошки. Две кошки и поросёнок весят как 3 ящичка. Сколько кошек уравновесят мальчика?

132. В одном месяце три среды пришлось на чётные числа. Какого числа в этом месяце будет первое воскресенье?

Ответы



Задачи

133. Отец старше сына в 4 раза. Через 20 лет он будет старше сына в 2 раза. Сколько сейчас лет отцу?

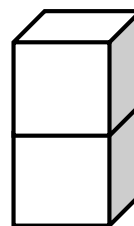
134. Учитель задал на уроке сложную задачу. Число мальчиков, решивших



её, оказалось равным числу девочек, её не решивших. Кого в классе больше: учеников, решивших задачу, или девочек?

135. Сколькими нулями оканчивается произведение всех целых чисел от 1 до 50?

136. Винтик и Шпунтик сложили параллелепипед из двух одинаковых кубиков. Площадь поверхности параллелепипеда равна 90 см^2 . Чему равен объём этого параллелепипеда?



137. Лошадь съедает копну сена за двое суток, корова – за трое, овца – за 6 суток. За какое время съедят копну сена лошадь, корова и овца вместе?

138. Встретились три охотника и сварили кашу. Первый дал две кружки крупы, второй – одну, а у третьего крупы не было. Но зато он дал товарищам 5 патронов в качестве платы за кашу. Все ели поровну. Как следует разделить патроны между первым и вторым охотниками?

Ответы

Задачи

139. Некто сказал: «Когда я проживу ещё половину, да треть, да четверть моих лет, мне станет 100 лет». Сколько ему лет?

140. Расположи числа от 1 до 12 в квадраты на рисунке справа так, чтобы сумма чисел в каждом кольце была равна 28.

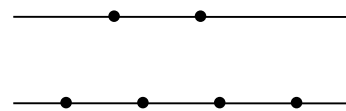
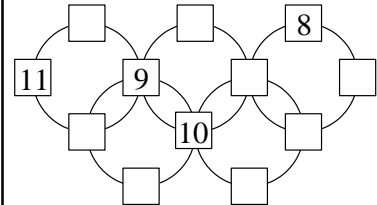
141. В комнате находятся десять человек, некоторые из них всегда говорят правду, а остальные всегда лгут. На каждом из них надета чёрная или белая шапка. Каждый из них сказал: «Среди остальных девяти человек (всех, кроме меня) ровно трое носят чёрные шапки». Сколько из них может быть лжецами?

142. Перемножили 50 троек. Получили число A . Перемножили 100 двоек. Получили число B . Что больше: A или B – и почему?

143. На двух параллельных прямых шесть точек: две точки – на верхней, четыре точки – на нижней. Сколько различных треугольников с вершинами в этих точках можно нарисовать?

144. Все натуральные числа от 1 000 до 2 000 записаны подряд. Сколько раз в этом ряду после нечётной цифры идёт чётная?

Ответы



Задачи

145. После того как Маша съела половину персиков из банки, уровень компота понизился на одну треть. На какую часть (от нового уровня) понизится уровень компота, если съесть половину оставшихся персиков?

146. Рядом сидят мальчик и девочка.
– Я мальчик, – говорит черноволосый ребёнок.
– Я девочка, – говорит рыжий ребёнок.
Если хотя бы кто-то из них врёт, кто мальчик, а кто девочка?

147. Сколькими способами можно разложить в два кармана пять купюр достоинством в 10, 50, 100, 500 и 1000 рублей?

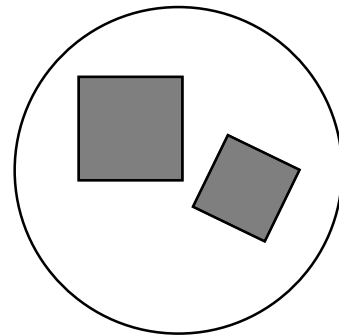
148. На сковороде лежат два квадратных блина, как показано на рисунке. Можно ли их рассечь одним прямолинейным разрезом на две равные части каждый?

149. Пароход шёл от Нижнего Новгорода до Астрахани 5 суток, а обратно 7 суток. Сколько времени плывут плоты от Нижнего Новгорода до Астрахани?



150. Кузнец соединил 5 цепей по 3 звена в каждой в одну цепь, раскрыв 4 кольца и снова их заковав. Нельзя ли было выполнить работу быстрее?

Ответы



Задачи

151. Я отпил $\frac{1}{6}$ чашки кофе и долил её молоком. Затем выпил $\frac{1}{3}$ чашки и долил её молоком. Потом я выпил полчашки и опять долил её молоком. Наконец я выпил полную чашку. Чего я выпил больше: кофе или молока?

152. В урне лежат 10 жетонов с числами 1, 2, 3, ..., 10. Из неё вынимают три жетона. Во скольких случаях сумма написанных на них чисел равна 9?

153. Золотошвея разместила 20 учениц в комнатах дома. По вечерам она проверяла, чтобы в комнатах на каждой стороне дома было 7 девушек. Однажды в гости к ним пришли 4 подружки. Размести всех, чтобы золотошвея насчитала вдоль каждой стороны опять по 7 девушек.

154. За сутки до дождя Петин кот всегда чихает. Сегодня кот чихнул. «Завтра будет дождь», – подумал Петя. Прав ли он?

155. Одна монета лежит неподвижно, а другая такая же монета катится вокруг неё. Сколько раз она обернётся вокруг своего центра, прежде чем вернётся в исходное положение?

156. В гости пришли 6 человек в галошах разного размера. Расходились по одному, и некоторые надевали галоши большего размера. Сколько могло остаться гостей, не сумевших надеть галоши?

Ответы

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | | 3 |
| 2 | 3 | 2 |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |



Задачи

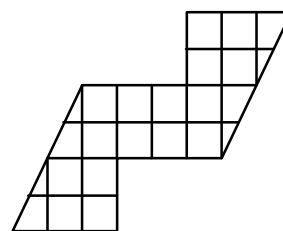
157. Когда Коля был молод, как Оля, годом меньше было тётушке Поле, чем Коле теперь вместе с Олей. Сколько лет было Коле, когда тётушка Поля была в возрасте Коли?

158. Митя и Витя взвесили свои портфели. Весы показали 3 кг и 2 кг. Когда они положили на весы оба портфеля, весы показали 6 кг.

– Разве два плюс три равно шести? – воскликнул Витя.

– У весов сдвинута шкала, – ответил Митя. Сколько весили портфели на самом деле?

159. На рисунке изображена фигура. Одним прямым разрезом подели её на 2 части и составь из них квадрат.



160. Во скольких девятизначных числах все цифры различны?

161. У Ивана было 3 лепёшки, а у Петра – 4. Прохожий присоединился к



их трапезе, заплатив 70 рублей. Все ели поровну. Как следует распределить деньги между Петром и Иваном?

162. Три разбойника делят добычу. Как они должны это сделать, чтобы никто не мог пожаловаться, что другие обманули его при дележе?

Ответы

Задачи

163. Моему брату через 2 года будет вдвое больше лет, чем ему было 2 года назад, а моя сестра через 3 года будет втрое старше, чем 3 года назад. Кто из них старше?

164. Прямоугольник разделён на 4 прямоугольника, площади трёх равны 2, 4 и 6 см². Найди площадь четвёртого прямоугольника.

165. Назови все двузначные числа, которые одновременно являются и квадратами, и кубами натуральных чисел.

166. «У меня в деревне есть несколько птиц, – рассказывал Павел. – Все они, кроме двух, утки, все, кроме двух, цыплята и все, кроме двух, гуси. Сколько же у меня птиц?»



167. Летела стая одноголовых сороконожек и трёхголовых драконов. Вместе у них 648 ног и 39 голов. Сколько ног у дракона?

168. В стозначном числе 1234678901234567890...1234567890 вычеркнули все цифры на нечётных местах. В полученном пятидесятизначном числе снова вычеркнули все цифры на нечётных местах. Вычеркивание продолжалось, пока не осталась одна цифра. Какая это цифра?

Ответы

| | |
|---|---|
| 2 | 4 |
| 6 | |

Задачи

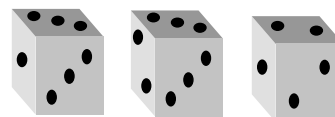
169. Чтобы определить расстояние от дома до школы, Сергей шёл равномерным шагом и полпути считал шаги парами, а полпути – тройками, причём пар получилось на 250 больше, чем троек. Сколько шагов до школы?



рами, а полпути – тройками, причём пар получилось на 250 больше, чем троек. Сколько шагов до школы?

170. С помощью цифр 0, 1, 3, 5 запиши самое большое и самое маленькое пятизначные числа, в которых каждая цифра используется хотя бы один раз.

171. На рисунке – три фотографии одного и того же кубика. Сколько различных кубиков можно изготовить по ним?



172. Из лагеря вышли пять туристов: Вася, Галя, Толя, Лена и Миша. Толя идёт впереди Миши. Лена впереди Васи, но позади Миши. Галя впереди Толи. В каком порядке идут ребята?

173. Один человек купил 30 птиц за 30 монет. Из этих птиц за каждых трёх



воробьёв уплачена одна монета, за каждые две горлицы – также одна монета и за каждого голубя – 2 монеты. Сколько было птиц каждого вида?

174. На сколько сумма всех чётных чисел первой тысячи больше суммы всех нечётных чисел той же тысячи?

Ответы

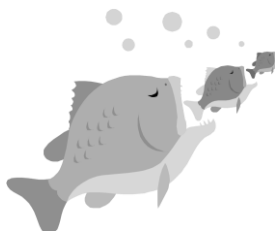
Задачи

175. Произведение четырёх последовательных чисел равно 360. Что это за числа?

176. Сколько раз к наибольшему двузначному числу надо прибавить наибольшее трёхзначное число, чтобы получить наибольшее пятизначное?

177. Нарисуй круг с точкой в центре, не отрывая карандаша от бумаги и не используя ластик.

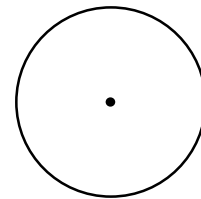
178. По лесу гуляли бабушка с внучкой, да папа с мамой, да дочка с отцом, да тётя с племянницей, да сестра с сестрой. Сколько человек гуляли по лесу?



179. Пиранья считается сытой, если съест трёх других пираний. В пруд выпустили несколько пираний. Через день осталась только одна сытая рыбка, причём ровно 100 пираний погибли сытыми. Какое наименьшее число рыб могло быть выпущено в пруд вначале?

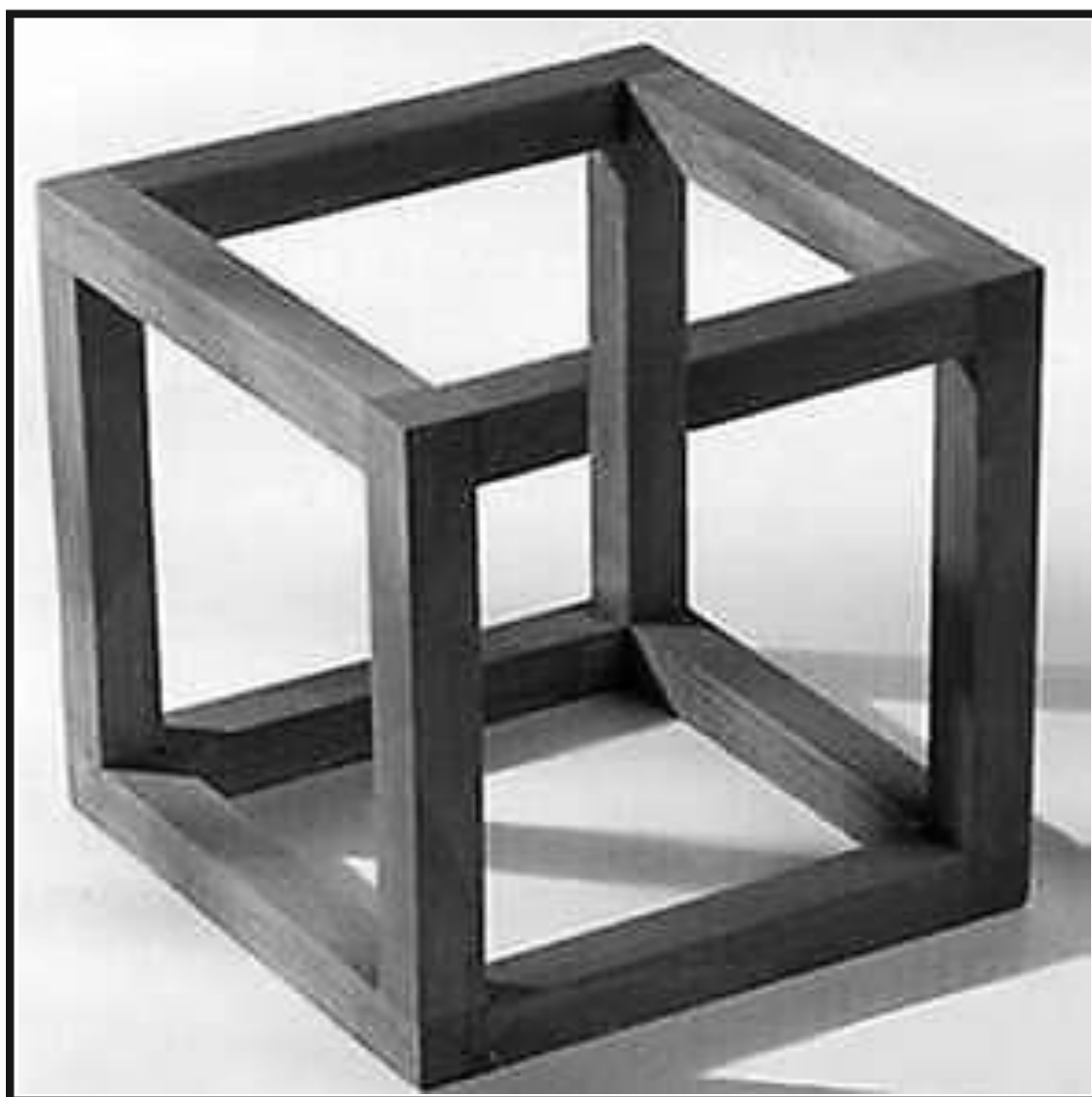
180. Раздели 7 полных, 7 пустых и 7 полупустых бочек мёда между тремя купцами, чтобы всем досталось поровну и бочек, и мёда. (*Мёд из бочки в бочку не переливать!*)

Ответы



Часть вторая

ИДЕИ И МЕТОДЫ МАТЕМАТИКИ В ЗАДАЧАХ



В математике следует
помнить не формулы,
а процессы мышления.

*Василий Петрович Ермаков,
российский математик и механик*

Разберём все варианты

181. Незнайка пытался записать все примеры на сложение трёх однозначных чисел, чтобы в результате получилось 20 (некоторые слагаемые могут быть одинаковыми), но он всё время ошибался. Помоги ему решить эту задачу.



182. В числе 3 728 954 106 зачеркни три цифры так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили наименьшее семизначное число.

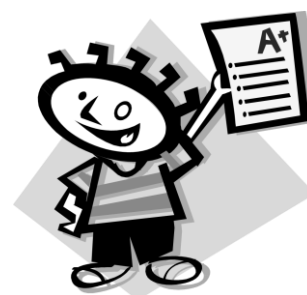


183. Три богатыря – Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович, защищая от нашествия родную землю, срубили Змею Горынычу все 13 голов. Больше всех срубил Илья Муромец, а меньше всех – Алёша Попович. Сколько голов мог срубить каждый из них?

184. На сколько частей можно разделить квадрат тремя прямыми линиями?

185. Двенадцать человек несут 12 хлебов. Каждый мужчина несёт по два хлеба, женщина – по половине хлеба, а ребёнок – по четверти хлеба, причём в переносе участвуют все 12 человек. Сколько мужчин, сколько женщин и сколько детей?

186. В составлении 40 задач приняло участие 30 студентов со всех пяти курсов. Любые два студента-однокурсника придумали одинаковое число задач. Любые два студента разных курсов придумали разное число задач. Сколько человек придумали одну задачу?



187. Несколько косточек из набора домино уложили так, как показано на рисунке. Определи расположение косточек: где проходят границы между ними?

| | | | | | | |
|-----|-----|--------|---|---|-----|-----|
| | | • • | • | • | • • | • • |
| • • | • • | | • | • | | |

188. Белочка собрала 21 орех и разложила их на кучки так, что количество орехов в них выражалось последовательными числами. Укажи возможные варианты решения.



189. Студент за пять лет сдал 31 экзамен. В каждом следующем году он сдавал больше, чем в предыдущем. На пятом курсе экзаменов было втрое больше, чем на первом. Сколько экзаменов было на первом курсе?

«Табличная» логика

190. Встретились три подруги – Ира Белова, Надя Краснова и Оля Чернова. На одной из них было надето чёрное платье, на другой – красное, на третьей – белое. Девочка в белом платье говорит Черновой: «Нам надо поменяться платьями, а то цвета наших платьев не соответствуют фамилиям». Кто в какое платье одет?



191. В одной школе учатся три друга: Сергей, Коля и Максим. Их фамилии Петров, Семёнов и Иванов. Сергей учится в пятом классе, мама Коли инженер. Иванов учится в шестом классе, его мама бухгалтер. Сергей и Семёнов болеют за разные футбольные клубы. Как зовут Петрова, Семёнова и Иванова?



192. На одном заводе работают три друга: слесарь, токарь и сварщик. Их фамилии Борисов, Иванов и Семёнов. У слесаря нет ни братьев, ни сестёр, он самый младший из друзей. Семёнов старше токаря и женат на сестре Борисова. Назови фамилии слесаря, токаря и сварщика.

193. За первое место в турнире по теннису боролись Женя, Костя и Андрей. Они приехали из Сочи, Москвы и Балашихи. Первую партию играли Андрей и спортсмен из Сочи. Вторую партию играл Женя с теннисистом из Балашихи, а Андрей наблюдал за встречей. Из какого города был каждый теннисист?



194. В семье четверо детей, им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребёнку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на три?

195. На королевских соревнованиях во Франции первые четыре места заняли Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян. Сумма мест, занятых Атосом, Портосом и д'Артаньяном, равна 6. Сумма мест, занятых Портосом и Арамисом, тоже равна 6. Портос занял место более высокое, чем Атос. Кто из мушкетёров какое место занял?

196. В доме живут Воронов, Павлов, Журавлёв и Синицын. Один из них – математик, другой – художник, третий – писатель, четвёртый – баянист. Ни Воронов, ни Журавлёв не умеют играть на баяне. Воронов не знаком с художником. Писатель и художник в воскресенье уезжают на дачу к Павлову. Писатель собирается написать очерк о Синицыне и Воронове. Кто есть кто по профессии?

197. В школе работают три учителя: Воронов, Соколов и Коршунов. Каждый из них преподаёт два предмета, поэтому в расписании есть математика, физика, химия, история, литература и английский язык. Коршунов – самый молодой из преподавателей. Учитель химии старше учителя истории. Все трое – учитель химии, физики и Соколов – занимаются спортом. Когда между учителем литературы и английского языка возникает спор, Коршунов тоже принимает участие в споре. Соколов не преподаёт ни английский язык, ни математику. Кто из них какой предмет преподаёт?



198. Мастер спорта Седов, кандидат в мастера спорта Чернов и перворазрядник Рыжов встретились в клубе перед тренировкой.

– Обратите внимание, заметил черноволосый, – один из нас седой, другой – рыжий, третий – черноволосый. Но ни у одного из нас цвет волос не совпадает с фамилией. Забавно, не правда ли?

– Ты прав, – подтвердил мастер спорта.

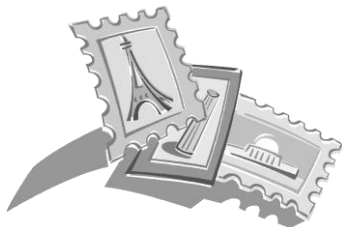
Какого цвета волосы у кандидата в мастера спорта?



199. На даче поселились пятеро мальчиков: Андрюша, Боря, Володя, Гена и Дима. Все были разного возраста: одному был 1 год, другому 2 года, остальным 3, 4 и 5 лет. Володя был самым маленьким, Диме было столько лет, сколько Андрюше и Гене вместе, причём Андрюша старше Гены. Сколько лет каждому мальчику?

200. Четыре юных филателиста: Митя, Толя и Петя с Сашей – купили почтовые марки. Каждый из них покупал марки только одной страны, причём двое из них купили финские марки, один – болгарские и один – чешские.

Известно, что Митя и Толя купили марки двух разных стран.



Марки разных стран купили Митя с Сашей, Петя с Сашей, Петя с Митей и Толя с Сашей. Кроме этого известно, что Митя купил не болгарские марки. Определи, марки каких стран купил каждый из них.

Эффект «плюс-минус один»

201. Бревно распилили на 8 частей. Сколько сделали распилов?

202. Расстояние между столбами изгороди равно 5 м. Сколько столбов необходимо для того, чтобы огородить треугольный участок со сторонами 20 м, 20 м и 30 м?





203. Улитка лезет на 10-метровый столб. За день она поднимается на 6 м, а за ночь сползает на 5 м. На какой день она доберётся до вершины столба?

204. Сколько всего двузначных чисел? А трёхзначных?

205. В ряд записаны числа: 15, 16, 17, ..., 39, 40. Сколько их всего?

206. Каникулы у студента начались 2 июля, а закончились 29 августа. Сколько длились каникулы?

207. На каждой перемене Робин-Бобин съедает по мороженому. За неделю (с понедельника по субботу) было 30 уроков. Сколько всего мороженых съел Робин?



208. Какие 500 идущих подряд чисел надо выписать, чтобы всего было записано 2014 цифр?



209. Сколько раз минутная стрелка обгонит часовую в промежуток времени от одной секунды после полуночи до одной секунды до полудня?

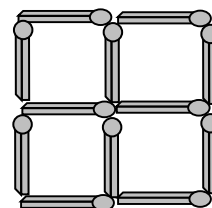
210*. На доске написано k чисел: $n, n - 1, n - 2, \dots$ Какое число последнее?

211*. Сколько есть натуральных чисел, больших m , но меньших n ?

212. Коля и Толя пилили брёвна на дрова. После того как они сделали 42 распила, получилось 57 чурок. Сколько было брёвен первоначально?

213. Дана последовательность: 1-2-1-2-1-2-...-1-2-1-2-1. Всего между цифрами расставлено 100 минусов. Сколько написано единичек и сколько двоечек?

214. Клетчатый квадрат 2×2 со стороной клетки в одну спичку складывается из 12 спичек (см. рисунок). А сколько спичек уйдёт на клетчатый квадрат 20×20 ?





215. Мама испекла три вкусных торта. Каждый торт состоял из нескольких коржей, между которыми был слой клубничного или вишневого крема. Алёша заметил, что всего на приготовление ушло 20 коржей и 10 кремовых слоёв были клубничными. Сколько мама сделала вишнёвых слоёв крема?

Запутанные истории

216. Три клоуна – Бим, Бом и Бам – вышли на арену цирка в красной, зелёной и синей рубашках. Их туфли также были этих трёх цветов. У Бима цвета рубашки и туфель совпадали. У Бома ни туфли, ни рубашка не были красными. Бам был в зелёных туфлях и рубашке другого цвета. Как были одеты клоуны?



217. Четыре заядлых рыбака – Фадеев, Авдеев, Матвеев и Гордеев – поймали по 10 рыб. Каждый выловил разное (от 1 до 4) и отличное от других рыбаков число разных рыб: щук, сазанов, судаков и окуней.

1) Число щук, пойманных Матвеевым, равно числу окуней, пойманных Гордеевым.

2) Число щук, пойманных Гордеевым, отличается от числа окуней, пойманных Авдеевым.

3) Число окуней, пойманных Авдеевым, равно числу судаков, пойманных Матвеевым.

4) Гордеев поймал четырёх щук.

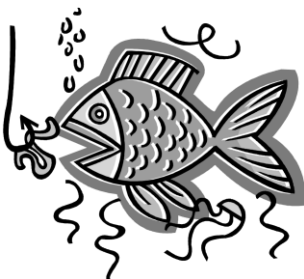
5) Число судаков, пойманных Матвеевым, не равно числу сазанов, пойманных Фадеевым.

6) Авдеев поймал двух сазанов.

7) Число сазанов, пойманных Фадеевым, равно числу судаков, пойманных Авдеевым.

8) Фадеев поймал одного окуня.

Определи, сколько рыб каждого из четырёх видов было поймано рыбаками в отдельности.



218. В четырёх школах были организованы живые уголки – по 10 зверей в каждом. Питомцами ребят были белки, кролики, ежи и черепахи. В каждом живом уголке было разное число разных зверей – от одного до четырёх, а в разных уголках – разное число одних и тех же зверей.



В школе № 1 белок, в школе № 2 кроликов и в школе № 3 ежей было не по два.

В школе № 1, в школе № 3 и в школе № 4 кроликов было не по одному.

В школах № 2, № 3 и № 4 белок было не три.

В школах № 1 и № 3 черепах было не две и не четыре.

В школе № 1 кроликов было меньше четырёх.

В школе № 4 черепаха была не одна.

Сколько и каких зверей было в каждой школе?

219. Отец дал каждой из своих пяти дочерей по 800 рублей на покупки.

– Я хочу, чтобы к 8 Марта каждая из вас купила подарки для тёти Нади, тёти Дины, тёти Розы и тёти Сони. Каждый подарок должен стоить либо 100 рублей, либо ровно в несколько раз больше. Каждая из вас должна по-разному распределить 800 рублей на четыре подарка. Подарки для каждой из тётушек должны в сумме стоить одинаково.



Люся истратила на подарок для тёти Нади больше денег, чем на подарки для всех остальных трёх женщин вместе взятых. Клара израсходовала на подарки для тёти Сони и тёти Розы столько же денег, сколько Люся истратила на покупки для тёти Нади и тёти Дины. Самый дорогой подарок Марины предназначался для тёти Дины, а Лена самый дорогой из своих подарков преподнесла тёте Розе. Пятую дочь звали Светлана.

Как израсходовала каждая девочка свои деньги?

220. Три подруги – Надя, Валя и Маша – вышли гулять в белом, красном и чёрном платьях. Их туфли были тех же трёх цветов, но

только у Нади цвета туфель и платья совпадают. При этом у Вали ни платье, ни туфли не были чёрными, а Маша была в красных туфлях. Определите цвета платьев и туфель каждой из них.



221. Андрей, Саша и Дима поймали каждый по 6 рыб. В улове были щуки, окуни и караси. Каждый поймал разное число рыб разных видов. У Саши щук, у Андрея окуней, у Димы карасей было не два. У Димы окунь был не один. У Саши и Димы щук было не три. Сколько рыб каждого вида поймал каждый из ребят?

222. На Новый год ребятам подарили игрушки: четыре мяча и три обруча. Витя и Коля получили разные предметы. Юра и Петя – разные. Петя и Ваня – одинаковые. Ваня и Лёша – разные. Коля и Юра – одинаковые. Юра и Федя – разные. Определите, кому какие игрушки достались.

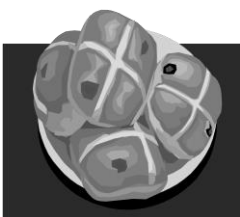
Анализ задачи с конца

223. Я задумал число, умножил его на два, прибавил три и получил 17. Какое число я задумал?

224. Учёные вывели новую разновидность бактерий. Каждую секунду любая бактерия делится на две. В ходе эксперимента было выяснено, что если в пробирку поместить одну бактерию, то через 64 секунды пробирка заполнится. Через какое время заполнится пробирка, если в неё поместить шестнадцать бактерий?



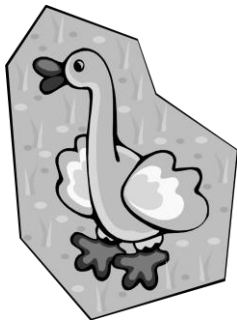
225. С числами можно выполнять следующие операции: умножать на два или произвольным образом переставлять цифры (нельзя только ставить ноль на первое место). Можно ли из 1 получить 74?



226. В буфете выстроилась очередь за булочками. Повара задерживались, и в каждый промежуток между стоящими успело влезть по человеку. Булочки всё ещё не начали выдавать, и во

все промежутки опять влезло по человеку. Тут наконец принесли 85 булочек, и всем стоящим досталось по одной. Сколько человек стояло в очереди первоначально?

227. Путешественник в первый день прошёл пятую часть всего пути и ещё 2 км. Во второй день он прошёл половину остатка и ещё 1 км. В третий день – четверть оставшегося расстояния и ещё 3 км. Остальные 18 км пришлось на четвёртый день. Найдите длину пути.



228. Над озёрами летели гуси. На каждом садилась половина гусей и ещё полгуся, остальные летели дальше. Все сели на 7 озёрах. Сколько было гусей?

229. Два пирата играли на золотые монеты. Сначала первый проиграл половину своих денег второму, потом второй проиграл половину своих денег первому, потом снова первый проиграл половину своих денег второму. В результате у первого оказалось 15 монет, у второго – 33. Сколько монет было у первого пирата до игры?



230. 8 богатырей вели бой со Змеем Горынычем. В каждой схватке погибала половина живых богатырей, но каждый богатырь в каждой схватке (даже если он погибал) срубал по голове у Змея. Во время передышек между схватками на месте двух живых голов появлялась третья. Так продолжалось до тех пор, пока в живых не остался один Илья Муромец, он-то и одолел проклятого. Сколько же было схваток и сколько голов у Змея вначале?



231. Мама положила на стол сливы и сказала детям, чтобы они, вернувшись из школы, разделили их поровну. Первой пришла Аня, взяла треть слив и ушла. Потом пришёл Саша, взял треть оставшихся слив и тоже ушёл. Потом пришёл Дима и

взял 4 сливы – треть от тех слив, которые он увидел. Сколько слив оставила мама?

232. В 15-литровые ведра налито соответственно 1, 2, 3, 4 и 5 литров воды. Разрешается перелить из любого ведра в любое другое вдвое больше воды, чем в нём уже есть. Можно ли собрать всю воду в одном ведре?

Переливания

233. Имеются два пустых бидона – трёхлитровый и пятилитровый. Как, пользуясь этими бидонами, набрать из реки ровно 1 л воды?

234. Есть два ведра: одно ёмкостью 9 л, другое – 4 л. Как с их помощью набрать из речки ровно
а) 5 л; б) 1 л; в) 6 л воды?



235. Есть два ведра: одно ёмкостью 15 л, другое – 16 л. Как с их помощью набрать из речки ровно 8 л воды?

236. Есть две штуки песочных часов: на 7 и на 11 минут. Каша должна вариться 15 минут. Как это сделать?

237. Из полного 8-литрового ведра с молоком отлить 4 л в 5-литровый сосуд. Есть ещё пустой 3-литровый кувшин. *На землю молоко выливать нельзя!*



238. Таня стоит на берегу речки. У неё есть два глиняных кувшина: один – на 5 л, а про второй Таня помнит лишь то, что он вмещает то ли 3, то ли 4 л. Помогите Тане определить ёмкость второго кувшина.

239. Как из бочки с квасом налить ровно 3 л, пользуясь пустыми ведром 9 л и бидоном 5 л?

240. Имеются три бочонка вместимостью 6 вёдер, 3 ведра и 7 вёдер. В первом и третьем содержится соответственно 4 и 6 вёдер кваса. Как,



пользуясь только этими тремя бочонками, разделить квас поровну на две части?

241. Какое наименьшее число переливаний необходимо для того, чтобы с помощью 7- и 11-литровых сосудов и крана с водой отмерить 2 л?

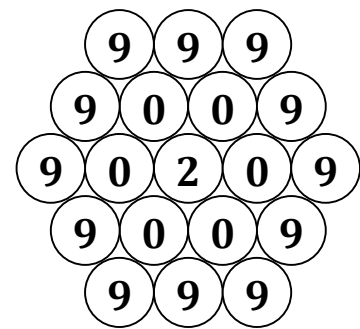


242. Можно ли с помощью песочных часов на 7 и 11 минут отмерить 2 минуты?

243. Можно ли, пользуясь двумя пустыми вёдрами объёмом 9 л и 12 л, набрать из речки ровно 4 л воды?

Правила комбинаторики

244. Начиная от цифры 2 в центре, можно сформировать число 2009, двигаясь от кружка к кружку, если они касаются друг друга. Сколькими различными путями можно проследовать, чтобы получить 2009?



245. В магазине «Канцтовары» продаются 5 разных видов фломастеров, 3 разных вида авторучек и 4 разных вида карандашей.



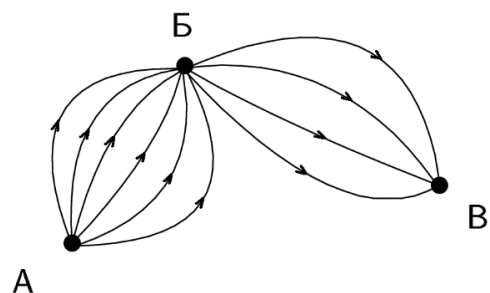
а) Сколькими способами можно купить там один пишущий инструмент?

б) Сколькими способами можно купить набор «фломастер + авторучка»?

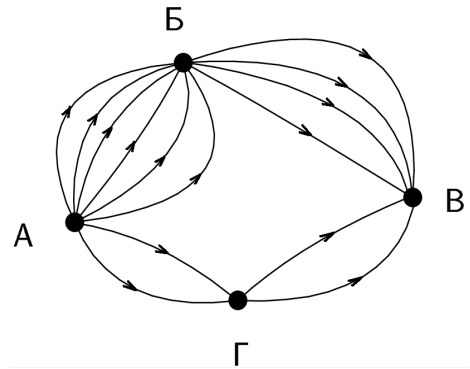
в) Сколькими способами можно купить набор «фломастер + авторучка + карандаш»?

г) Сколькими способами можно купить набор из двух различных пишущих предметов?

246. В Стране чудес есть три города: А, Б и В. Из города А в город Б ведет 6 дорог, а из города Б в город В – 4 дороги. Сколькими способами можно проехать от А до В?



247. В Стране чудес построили еще один город – Г – и несколько новых дорог. Сколькими способами можно теперь добраться из города А в город В?



248. В магазине «Канцтовары» по-прежнему продаются 5 видов фломастеров, 3 вида авторучек и 4 вида карандашей. Известно, что один из фломастеров, одна из авторучек и один из карандашей изготовлены фирмой «Паркер». Сколькими способами можно купить набор «фломастер + авторучка + карандаш», в котором:

- а) нет предметов, изготовленных фирмой «Паркер»;
- б) 1 предмет, изготовленный фирмой «Паркер»;
- в) 2 предмета, изготовленных фирмой «Паркер»;
- г) 3 предмета, изготовленных фирмой «Паркер»?



249. а) Забор состоит из 10 досок. У маляра Васи есть краска четырёх различных цветов. Сколькими способами он может покрасить лишь одну доску забора?

б) В бригаде маляров кроме Васи есть ещё маляры Люся и Нюся. Сколькими способами кто-то из маляров может покрасить одну доску забора?

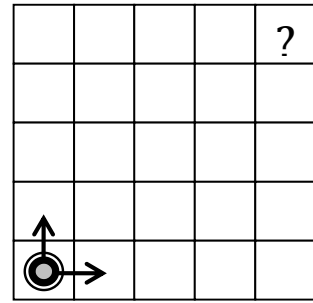
в) Вася, Люся и Нюся работают с понедельника по пятницу. Сколькими способами кто-то из них может покрасить одну доску забора в рабочий день недели?



250. Рассмотрим шестизначные числа.

- а) Сколько их всего?
- б) Сколько чисел, все цифры которых нечётны?
- в) Сколько чисел, все цифры которых имеют одинаковую чётность?
- г) Сколько чисел, все цифры которых разные?
- д) Сколько чисел, в которых любые две соседние цифры различны?

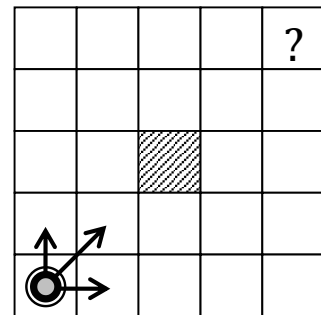
251. В левом нижнем углу шахматной доски 5×5 стоит фишка. За один ход фишку разрешается передвинуть на одну клетку вправо или вверх. В каждой клетке записывается число способов передвижения фишки из начального положения в данную клетку. Какое число записано в правом верхнем углу?



252. Заяц прыгает в одном направлении по разделённой на клетки полосе. За один прыжок он может сместиться либо на одну, либо на две клетки. Сколькими способами может заяц добраться с 1-й клетки на 12-ю?

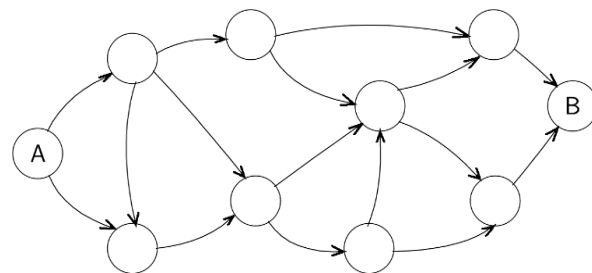


253. а) Фишка стоит в левой нижней клетке доски 5×5 и может передвигаться в трёх направлениях. Сколькими способами она может пройти в верхнюю правую клетку?



б) А сколько существует путей, которыми фишка не проходит через заштрихованную клетку?

254. 10 городов соединены дорогами с односторонним движением. Сколькими способами можно проехать из города А в город В?

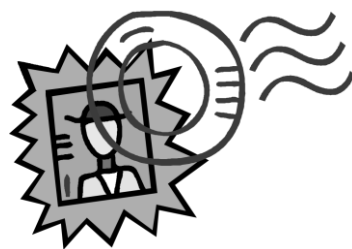


255. Попугай Иннокентий знает следующие слова: филин, кот, таракан, поёт, бежит, стучит, спит, говорливый, мудрый, уса-тый. Он может произносить такие фразы:

прилагательное + существительное + глагол.

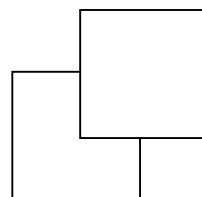
Например, «Мудрый таракан поёт». Сколько разных фраз может сказать Кеша?

256. У двух начинающих коллекционеров по 20 марок и по 10 значков. Честным обменом называется обмен одной марки на одну марку или одного значка на один значок. Сколькими способами коллекционеры могут осуществить честный обмен?



Круги Эйлера

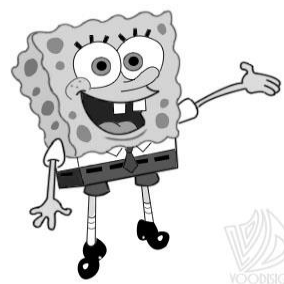
257. На стол бросили две салфетки 10×10 см так, как показано на рисунке. Они покрыли площадь стола, равную 172 см^2 . Какова площадь их перекрытия?



258. Некоторые ребята из класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

259. В классе 35 учеников. 20 из них занимаются в математическом кружке, 11 – в биологическом, а 10 ничем не занимаются. Сколько ребят занимаются и математикой, и биологией?

260. Среди школьников пятого класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались три мультфильма: «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны», «Волк и телёнок». Всего в классе 38 человек. «Белоснежку и семь гномов» выбрал 21 ученик, среди которых трое назвали ещё «Волк и телёнок», шестеро – «Губка Боб Квадратные Штаны», а один написал все три мультфильма. Мультфильм «Волк и телёнок» назвали 13 ребят, среди которых пятеро выбрали сразу два мультфильма. Сколько человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны»?





261. В лагере отдыхают 100 детей. Известно, что 6 из них занимаются в драмкружке, 20 – спортсмены и 25 поют в хоре. При этом 3 спортсмена занимаются в драмкружке, 6 человек занимаются спортом и поют в хоре, 2 артиста из драмкружка поют в хоре, а 1 человек успевает заниматься всем – и театром, и спортом, и пением. Сколько человек не занимается ничем из перечисленного?

262. Каждый из 37 членов строительной бригады владеет хотя бы одной из трёх специальностей: плотника, каменщика, монтажника. Известно, что в бригаде 15 плотников, 13 каменщиков и 16 монтажников, причём 2 члена бригады владеют специальностями плотника и каменщика, 3 – плотника и монтажника и 4 – каменщика и монтажника.



Сколько рабочих владеет всеми тремя специальностями? Только одной специальностью? Сколько монтажников не является плотниками?



263. *Задача Льюиса Кэрролла.* В жестокой схватке участвовало 100 пиратов. После драки выяснилось, что 70 из них потеряло ногу, 75 – глаз, 80 – руку и 85 – ухо. Сколько пиратов наверняка потеряло и ногу, и глаз, и руку, и ухо?

264. В магазин «Мир музыки» пришло 35 покупателей. Из них 20 человек купили новый диск певицы Максим, 11 – диск Земфиры, 10 человек не купили ни одного диска. Сколько человек купило диски и Максим, и Земфиры?

265. Каждый из 25 учащихся класса изучает хотя бы один из двух языков – английский и немецкий. Известно, что 17 человек изучает английский язык, а 12 человек – немецкий. Сколько учеников изучает оба этих языка?

266. На полке стояло 26 волшебных книг по заклинаниям, все они были прочитаны. Из них 4 прочитал и Гарри Поттер, и Рон.



Гермиона прочитала 7 книг, которых не читали ни Гарри Поттер, ни Рон, и две книги, которые читал Гарри Поттер. Всего Гарри Поттер прочитал 11 книг. Сколько книг прочитал только Рон?

267. В классе 36 учеников. Известно, что среди них спортсменов – 21, занимающихся в кружках – 20, учащихся без троек – 22, причём каждый ученик входит в какую-нибудь из перечисленных категорий. Спортсменов и занимающихся в кружках – 11, спортсменов и учащихся без троек – 12, занимающихся в кружках и учащихся без троек – 13. Сколько учеников, одновременно занимающихся в кружках и спортом, учится без троек?

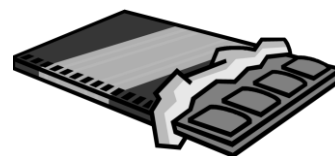
268. Из 100 ребят, отправляющихся в детский оздоровительный лагерь, кататься на сноуборде умеют 30 человек, на скейтборде – 28, на роликах – 42. На скейтборде и на сноуборде умеют кататься 8 ребят, на скейтборде и на роликах – 10, на сноуборде и на роликах – 5, а на всех трёх – 3. Сколько ребят не умеет кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах?



Игровые ситуации

Начнём с игр-шуток, в которых результат не зависит от действий игроков.

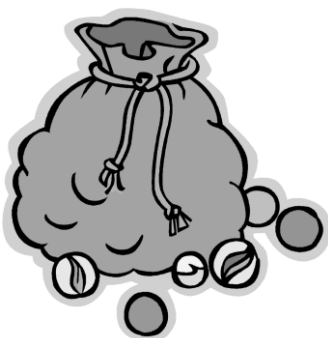
269. Двое по очереди ломают шоколадку 6×8 . За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет в этой игре: тот, кто ломает первым, или тот, кто будет ломать вторым?



270. Имеются три кучки камней: в первой – 10, во второй – 15, в третьей – 20. За ход разрешается разбить любую кучку на две меньшие; проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.

В следующих игровых ситуациях необходимо придумать стратегию, позволяющую одному из игроков гарантированно выиграть вне зависимости от действий другого игрока.

271. Два игрока по очереди кладут по одной шашке на круглый стол. Класть шашки друг на друга нельзя. Шашки одинакового размера, и их достаточно, чтобы закрыть ими весь стол. Выигравшим считается тот, кто положит шашку на последнее свободное место на столе. Докажи, что начинающий при правильной игре выигрывает.



272. а) На столе лежат две кучки шаров, по 30 шаров в каждой кучке. Два игрока по очереди берут со стола любое число шаров, но при одном ходе из какой-либо одной кучки. Выигравшим считается тот, кто берёт со стола последние шары. Кто и как выигрывает при правильной игре?

б) А если на столе три кучки по 30 шаров?

в) А если на столе две кучки: в одной 30 шаров, в другой – 40?

273. На окружности отмечены 20 точек. Два игрока по очереди соединяют их отрезками, соблюдая следующие правила: 1) нельзя соединять две точки, если хотя бы одна из них уже соединена с какой-нибудь другой; 2) нельзя пересекать уже проведённые отрезки.



Выигравшим считается тот, кто проведёт последний отрезок. Кто и как выиграет при правильной игре?



274. Имеются равенства:

$$\begin{aligned} * &= *, \\ * + * &= *, \\ * + * + * &= *. \end{aligned}$$

Два игрока по очереди вписывают вместо звёздочек числа. Каждый из них может написать любое число вместо любой свободной звёздочки. Докажи, что начинающий всегда может добиться того, чтобы все равенства выполнялись.

275. В ряд выписаны числа от 1 до 100. Два игрока по очереди расставляют любой из знаков «+», «-», «×» между этими числами. Первый игрок желает, чтобы значение окончательного выражения было чётным, второй – нечётным. Кто выигрывает при правильной игре?

276. На столе лежат 60 монет. Два игрока по очереди берут со стола 1, 2, 3 или 4 монеты. Выигравшим считается тот, кто возьмёт со стола последние монеты. Кто выигрывает при правильной игре?



277. У ромашки **а)** 12 лепестков; **б)** 11 лепестков. За один ход разрешается оторвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

278. На доске написано число 0. Аня и Ваня по очереди прибавляют к нему число от 1 до 9. Выигравшим считается тот, после хода которого получилось число 100. **а)** Кто и как выигрывает при правильной игре? **б)** Кто выиграет, если разрешено прибавлять число от 1 до 8?

279. На доске написаны числа 25 и 36. За ход разрешается дописать ещё одно натуральное число — разность любых двух имеющихся на доске чисел, если она ещё не встречалась. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Метод «от противного»

280. Пять мальчиков нашли девять грибов. Докажи, что хотя бы двое из них нашли грибов поровну.

281. Дано 11 целых чисел. Докажи, что из них можно выбрать два, разность которых делится на 10.



282. Прямоугольник 5×9 разрезали на 10 прямоугольников с целочисленными сторонами. Докажи, что среди них обязательно найдутся два одинаковых.



283. В классе 25 учеников. Докажи, что хотя бы трое из них родились в один месяц года.

284. Докажи, что в любой компании из 10 человек найдутся двое, имеющие одинаковое количество знакомых.

285. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел $+1$, -1 , 0 так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Узнает ли Буратино эту тайну?

286. В классе 30 учеников. Во время контрольной работы Петя сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажи, что найдутся три ученика, сделавшие одинаковое число ошибок.



287. Можно ли в клетках таблицы 8×8 расставить числа от 1 до 64 так, чтобы разность (из большего вычитаем меньшее) между числами в соседних по стороне клетках была не более 4?

288. Сможет ли Петя разложить 44 монеты по 10 карманам так, чтобы количество монет в каждом кармане было бы различным?

289. В городе Белонебыль живёт 5 многоглазок. Вместе у них всего 21 глаз. Докажи, что хотя бы у одной многоглазки не менее 5 глаз.



290. На плоскости провели 10 прямых, проходящих через одну точку. Докажи, что найдутся две прямые, угол между которыми не превосходит 18° .



Разумный перебор

291. В январе некоторого года было четыре понедельника и четыре пятницы. Каким днём недели было 20-е число этого месяца?

• • • • • 292. Отметь 10 точек, чтобы никакие три из них не лежали на одной прямой.

• • • • • 293. Замени во фразе «И ВСЕ ЖЕ ОН НЕ ПРАВ» каждую из десяти букв И, В, С, Е, Ж, О, Н, П, Р, А одной из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (разные буквы заменяются на разные цифры) так, чтобы все слова превратились в десятичные записи точных квадратов.

294. Философы Тун и Бол начали спор, выдвинув по одному тезису каждый. Далее по очереди каждый может либо повторить, без пропуска, абсолютно все свои ранее произнесённые фразы (даже если придётся повториться), или же повторить только что прослушанную речь другого, добавив к ней одну свою фразу. Проигрывает тот, кто впервые в своём выступлении произнесёт более 10 фраз подряд. Кто переспорит?

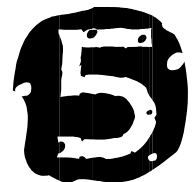


295. Первая слева цифра десятизначного числа равна числу единиц в записи этого числа, вторая – числу двоек, третья – числу троек, четвертая – числу четверок, ... , девятая – числу девяток, десятая – числу нулей. Найди это число.

296. Расшифруй ребусы (одинаковые буквы соответствуют одинаковым цифрам, разные – разным).

| | | | | | |
|---------------|-----------|-----------|---------|---------|---------|
| | | А И С Т | + | Е И Н S | |
| | | А И С Т | | Е И Н S | |
| | К Н И Г А | + | А И С Т | + | Е И Н S |
| С И Н И Ц А | + | К Н И Г А | | А И С Т | Е И Н S |
| + С И Н И Ц А | | К Н И Г А | | А И С Т | Е И Н S |
| ----- | | ----- | | ----- | ----- |
| П Т И Ч К И | | Н А У К А | | С Т А Я | F U N F |

297. Записаны подряд двадцать пятерок: 5 5 5 ... 5 5. Поставь между некоторыми цифрами знак сложения так, чтобы сумма равнялась 1000.



298. Расставь числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в таблицу 3×3 так, чтобы суммы чисел в любом ряду из трёх клеток (по вертикали, горизонтали или диагонали) были одинаковы.



299. В каком году тринадцатое число никогда не приходится на пятницу?

300. Поставь вместо многоточий числа, чтобы получилось истинное высказывание: «В этом предложении цифра 0 встречается ... раз, цифра 1 – ... раз, 2 – ... раз, 3 – ... раз, 4 – ... раз, 5 – ... раз, 6 – ... раз, 7 – ... раз, 8 – ... раз, 9 – ... раз».



Остров рыцарей и лжецов



Мы попали на остров рыцарей и лжецов. Рыцари всегда говорят только правду, лжецы всё время лгут. Путешествуя по такому острову, можно столкнуться с такими ситуациями.

301. Если человек произносит фразу «Я лжец», то может ли он быть уроженцем острова рыцарей и лжецов?

302. Абориген Тим в присутствии другого аборигена Тома заявил: «По крайней мере, один из нас – лжец». Кто же они?

303. Каждый из собравшихся на площади жителей заявил остальным: «Все вы – лжецы». Сколько рыцарей среди них?

304. а) За круглым столом сидят рыцари и лжецы, всего 20 человек. Каждый из них заявил своему соседу слева: «Ты лжец», на что получил ответ: «Сам ты лжец». Сколько рыцарей и сколько лжецов сидит за столом?

б) Могла ли быть такая ситуация, если за столом 25 человек?

305. Ты попал на развилку двух дорог. Какой вопрос нужно задать аборигену, чтобы узнать, куда ведёт каждая из дорог – в город лжецов или в город рыцарей?



306. На местном языке слова «да» и «нет» звучат как «тип» и «топ», но неизвестно, какое из них чему соответствует.

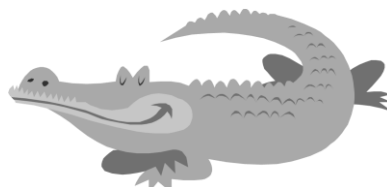
а) Как, задав аборигену один вопрос, выяснить, лжец он или рыцарь? **б)** Какой вопрос нужно задать аборигену, чтобы он обязательно ответил «тип»?



307. Встретились трое – лжец, рыцарь и турист, который может и говорить правду, и лгать. Каждый из них сказал следующее. Первый: «Я – турист». Второй: «Первый и третий иногда говорят правду». Третий: «Второй – турист». Определи, кто есть кто.

308. Каждый из 7 сидящих за круглым столом сказал: «Мои соседи – лжец и рыцарь». Кто за столом?

309. Какой вопрос ты задал бы жителю острова, чтобы узнать, живёт ли у него дома ручной крокодил?



310. Есть две шкатулки: в одной лежит белый шар, в другой – чёрный. Если заключённый, не заглядывая внутрь, выбирает шкатулку с белым шаром, то его отпускают. Охранник знает, в какой шкатулке белый шар, но говорит правду через день, а через день – лжёт. Охранника можно подкупить, и он ответит на один-единственный вопрос. Какой вопрос должен задать заключённый, чтобы узнать, в какой шкатулке лежит белый шар?

Чётность



311. Вдоль забора растёт 8 кустов малины. Число ягод на соседних кустах отличается на 1. Может ли на всех кустах вместе быть 225 ягод? $* + * = *$

312. Расставь вместо звёздочек цифры от 1 до 9 так, чтобы никакая цифра не повторялась и все равенства были верными.

$$* + * = *$$

$$* + * = *$$

313. а) Можно ли разменять 25 тугриков при помощи десяти купюр достоинством 1, 3 и 5 тугриков? **б)** Можно ли разменять 500 рублей при помощи 15 купюр достоинством 10 и 50 рублей?

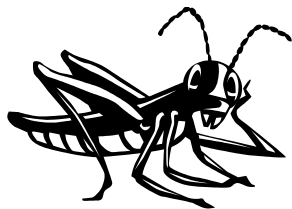
314. В ряд выписаны числа: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10. Можно ли расставить между ними знаки «+» и «-» так, чтобы значение полученного выражения было равно нулю?



315. Петя купил общую тетрадь объемом 96 листов и пронумеровал все её страницы по порядку числами от 1 до 192. Вася вырвал из этой тетради 25 листов и сложил все 50 чисел, которые на них написаны. Могло ли у него получиться 1990?

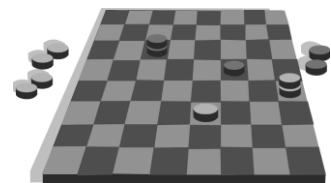
316. Разность двух целых чисел умножили на их произведение. Могло ли получиться число 43045?

317. Николай с сыном и Пётр с сыном были на рыбалке. Николай поймал столько же рыб, сколько его сын, а Пётр – втрое больше, чем его сын. Всего поймали 25 рыб. Сколько рыб поймал Николай?



318. Кузнечик прыгает по прямой, причём в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз – на 2 см и так далее. Докажи, что после 125 прыжков он не может оказаться там, где начинал.

319. На главной диагонали доски 10×10 стоит 10 шашек (все в разных клетках). За один ход разрешается выбрать любую пару шашек и передвинуть каждую из них на одну клетку вниз. Можно ли за несколько таких ходов поставить все шашки на нижнюю горизонталь доски?



320. В королевстве 1001 город. Король приказал проложить между городами дороги так, чтобы из каждого города выходило ровно 7 дорог. Смогут ли подданные справиться с приказом короля?

321. В наборе 20 кругов и 45 треугольников. Два одинаковых предмета можно заменять кругом, а два разных – треугольником. Может ли после серии таких замен остаться один круг?

322. Три кузнечика играют на прямой в чехарду. Каждый раз один из них прыгает через другого (но не через двух сразу!). Могут ли они после 1991 прыжка оказаться на прежних местах?



Подсчёт двумя способами

323. Можно ли расставить числа в квадратной таблице 5×5 так, чтобы сумма чисел в каждой строке была положительной, а в каждом столбце – отрицательной?

324. а) Можно ли расставить числа в таблице 6×9 так, чтобы в каждом столбце была сумма по 10, а в каждой строке – по 20?



б) В прямоугольной таблице 8 столбцов, сумма в каждом столбце – по 10, а в каждой строке – по 20. Сколько в таблице строк?

325. В конференции участвовали 19 ученых. После конференции каждый из них отправил 2 или 4 письма участникам этой конференции. Могло ли получиться так, что каждый участник получил по 3 письма? (*Письма на почте не теряют!*)

326. Взяли несколько одинаковых правильных треугольников и вершины каждого из них поместили цифрами 1, 2 и 3. Затем их сложили в стопку. Могло ли оказаться, что сумма чисел, находящихся в каждом углу, равна 55?

327. Две команды разыграли первенство отряда по десятиборью, причём за победу в каждом из видов команда получала 4 очка, за ничью – 2 очка и за проигрыш – 1 очко. Вместе обе команды набрали 46 очков. Сколько было ничьих?



328. У марсиан бывает не только 2, 1 или 0 рук, как у людей, а любое число. Все марсиане взяли за руки так, что свободных рук не осталось. Докажи, что число нечётноруких марсиан чётно.

329. Средний возраст 11 игроков футбольной команды – 22 года. Во время матча один игрок получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся – 21 год. Сколько лет пострадавшему?

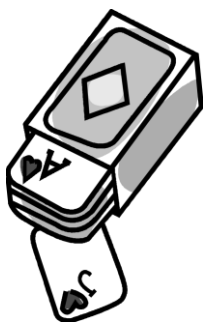


330. В стране Карабасии живут карабасы и барабасы. Каждый карабас дружит с шестью карабасами и девятью барабасами. Каждый барабас дружит с десятью карабасами и семью барабасами. Кого в этой стране больше – карабасов или барабасов?



331. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит с пятью белыми, а каждый белый – с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?

332. У царя Гороха I было три сына. Каждый из его потомков либо умер во младенчестве, либо правил государством и также имел трёх сыновей. Известно, что последним правителем был Горох XVII. Сколько потомков царя Гороха умерло во младенчестве?



333. На столе лежали две колоды по 36 карт в каждой. Первую колоду перетасовали и положили на вторую. Затем для каждой карты первой колоды посчитали количество карт между ней и такой же картой второй колоды (т. е. сколько карт между семерками червей, между дамами пик и т. д.). Чему равна сумма 36 полученных чисел?

334. Первый разбойник взял 100 рублей и 20-ю часть оставшейся добычи, второй взял 200 рублей и 20-ю часть остатка,

третий – 300 рублей и 20-ю часть остатка, и так далее. Оказалось, что добычу поделили поровну. Сколько разбойников и какова добыча?



335. Можно ли в таблицу 5×5 записать числа 1, 2, 3, ..., 25 так, чтобы в каждой строке сумма нескольких записанных чисел была равна сумме остальных чисел этой строки?

336. Взяли десять одинаковых квадратов и вершины каждого из них поместили цифрами 1, 2, 3 и 4. Затем их сложили в стопку. Могло ли оказаться, что сумма чисел, находящихся в каждом углу, равна 24?

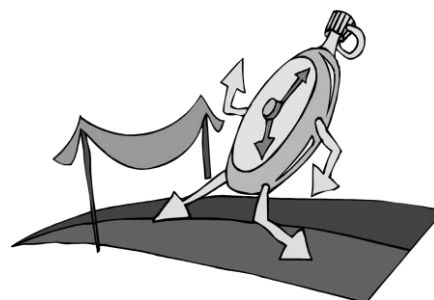


337. Четыре девочки – Катя, Лена, Маша и Нина – участвовали в концерте. Они пели песни. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела 8 песен – больше, чем каждая из остальных, а Лена – 5 песен – меньше, чем каждая из остальных девочек. Сколько песен было спето?

338. В классе, где я учился, каждый мальчик дружил с тремя девочками, а каждая девочка – с двумя мальчиками. При этом в классе был 31 ученик и стояло 19 парт. Сколько учеников было в моём классе?

Принцип крайнего

Часто ключом к решению задачи является правило – «рассмотрите крайнее». Для чисел это может быть наибольшее или наименьшее из них, для геометрических объектов – крайние точки, отрезки наибольшей или наименьшей длины, фигуры наибольшей или наименьшей площади.

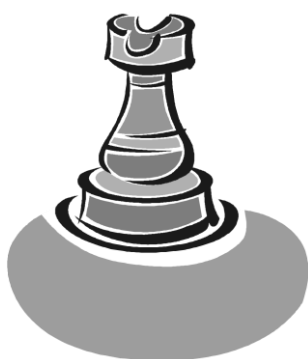


Идея 1. Нужным свойством часто обладает крайний (наибольший, наименьший) объект.

Идея 2. Узкое место. Крайними свойствами может обладать и объект, с виду расположенный в середине.

Идея 3. Цепочку рассуждений выгодно начать с края, с узкого места.

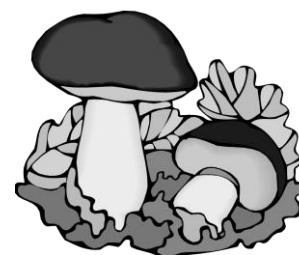
339. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажи, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.



340. На шахматной доске стоит несколько ладей. Докажи, что найдётся ладья, бьющая не более двух других.

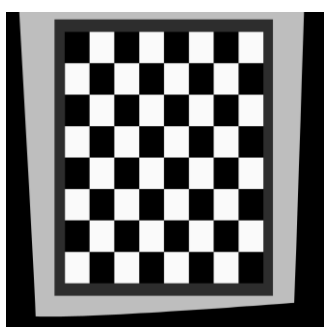
341. 8 грибников собрали 37 грибов, причём никакие двое не собрали поровну. Докажи, что какие-то двое из них собрали больше, чем какие-то пятеро.

342. Семь грибников собрали вместе 59 грибов, причём каждый собрал разное количество. Докажи, что какие-то три грибника собрали вместе не менее 33 грибов.



343. а) Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строчку так, чтобы разность любых двух соседних чисел (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?

б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 100.



344. Шахматная доска разбита на домино. Докажите, что какая-то пара домино образует квадратик 2×2 .

345. По кругу написано 20 чисел, так что каждое равно полусумме своих соседей. Докажи, что все написанные числа равны.

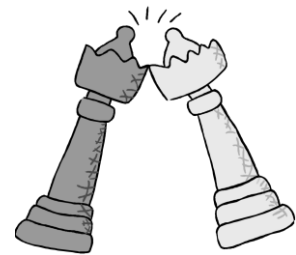
346. 25 астрономов на двадцати пяти разных планетах наблюдают друг за другом, причём каждый наблюдает за ближайшим к нему (среди расстояний между планетами нет одинаковых). Докажи, что **а)** есть две планеты, астрономы которых

наблюдают друг за другом; **б)** хотя бы за одним астрономом никто не наблюдает.



347. Кубик Рубика $3 \times 3 \times 3$ надо распилить на единичные кубики. После распила части можно перекладывать и прикладывать так, чтобы можно было пилить несколько частей одновременно. Докажи, что понадобится не менее 6 прямых распилов.

348. На шахматной доске стоит несколько ферзей. Обязательно ли найдётся ферзь, бьющий не более трех других?



349. а) Можно ли натуральные числа от 1 до 11 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была равна либо 2, либо 3? **б)** То же самое, но числа надо выписать по кругу.

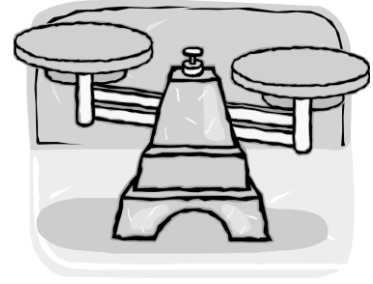
350. Во всех клетках бесконечной клетчатой плоскости расставлены крестики и нолики с выполнением следующего условия: у каждого крестика среди соседей больше крестиков, чем ноликов (соседними считаются все клетки, имеющие с рассматриваемой хотя бы одну общую точку). Докажите, что крестиков бесконечно много.



351. Домик ручной черной крысы составлен из 216 одинаковых кубиков $1 \times 1 \times 1$, сложенных в куб $6 \times 6 \times 6$. Одной гранью куб приставлен к стене. Каждый день крыса живёт в одном кубике и в полночь меняет место жительства на соседний кубик. Сначала она меняет этаж, в следующую ночь – приближается или удаляется от стены, потом – перемещается на этаже вдоль стены. Потом направления повторяются в том же порядке. Может ли крыса в течение 216 дней пожить во всех 216 кубиках?

Чашечные весы

У чашечных весов есть две чашки. Если грузы на чашках одинаковы, весы покажут равенство, иначе покажут, какая чашка тяжелее.



352. У Кирилла были гири 1, 2, 4, 8, 16 и 32 г.

а) На левую чашку весов он положил конфету весом 25 г. Какие гири ему надо положить на правую чашку, чтобы уравновесить конфету?

б) На левую чашку весов он положил конфету весом 25 г и ещё часть гирь, на правую – все остальные гири. Определи, где какая гиря лежит.



353. а) Есть три одинаковые с виду монеты. Известно, что ровно одна из них фальшивая (но неизвестно какая). Известно, что настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая чуть-чуть легче. Как за одно взвешивание определить фальшивую монету?

б) Есть 9 одинаковых с виду монет. Известно, что ровно одна из них фальшивая (но неизвестно какая). Известно, что настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая чуть-чуть легче. Как за два взвешивания определить фальшивую монету?

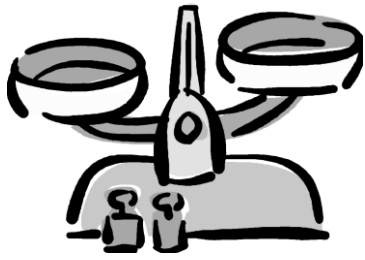
354. а) Есть 4 пакета разного веса. Сколько взвешиваний (без гирь) надо, чтобы определить самый лёгкий пакет?

б) Есть 4 пакета разного веса. Сколько взвешиваний (без гирь) надо, чтобы определить и самый лёгкий, и самый тяжёлый пакеты?

в) Как за 5 взвешиваний можно было бы разложить эти пакеты по весу?



355. Есть 5 камней разного веса. Сколько взвешиваний (без гирь) надо, чтобы определить самый лёгкий и самый тяжёлый камни?



356. Какие 4 гири надо заказать, чтобы с их помощью можно было взвесить предметы весом 1, 2, 3, ..., 15 г? (Гири при взвешивании разрешается класть только на одну чашку.)

357. Какие 3 гири надо заказать, чтобы с их помощью можно было взвесить предметы весом 1, 2, 3, ..., 13 г? (Гири при взвешивании разрешается класть на обе чашки.)

358. Известно, что из четырёх деталей три весят одинаково, а четвёртая по весу отличается (но неизвестно, легче она или тяжелее). Как найти её за два взвешивания?



359. Известно, что 14 из 15 одинаковых с виду монет весят одинаково, а одна отличается от них по весу. Как за два взвешивания определить, легче она или тяжелее (находить её не надо)?

360. Есть большой пакет с сахаром, чашечные весы и гирька в 1 г. Как можно быстрее отвесь 100 г сахара.



361. Девять гирек разложены в ряд по весу (слева – самая лёгкая, справа – самая тяжёлая). Коля утверждает, что среди этих гирь можно выбрать три так, чтобы одна из них была тяжелее, чем две другие вместе. Как Аня за одно взвешивание может проверить, прав Коля или нет?

362. Среди 35 монет одна фальшивая. Как с помощью чашечных весов определить, легче она или тяжелее настоящей? Сколько потребуется взвешиваний?

363. На складе лежат в большом количестве ширлы, мырлы и дырлы. Ширла состоит из пяти шашек, мырла – из трёх машек, дырла – из двух дашек. Все шашки одинаковы, машки – тоже, одинаковы и все дашки. У Васи есть чашечные весы без гирь, и он хочет за одно взвешивание узнать,



что тяжелее: две шашки или машка с дашкой. К сожалению, все изделия, имеющиеся на складе, неразборные. Помогите Васе!

364. Имеется 6 одинаковых с виду гирек массой 1, 2, 3, 4, 5 и 6 г соответственно. На гирьках сделали надписи: 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, 5 г и 6 г. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без других гирек проверить правильность всех шести надписей?

Оценка плюс пример

365. Какое наименьшее число ладей могут побить все пустые поля шахматной доски?

366. Каким наименьшим количеством монет в 3 и 5 копеек можно набрать сумму в 37 копеек?

367. Какое наибольшее число прямоугольников 1×5 можно вырезать из квадрата 8×8 ?

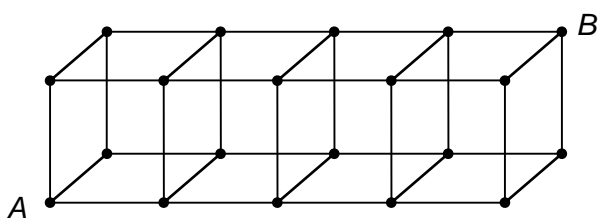


368. Сумма нескольких различных натуральных слагаемых равна 50. Каково наибольшее число слагаемых?

369. За какое наименьшее количество ходов можно перевести шахматного коня из левой нижней в правую верхнюю клетку доски размером **а)** 10×10 ; **б)** 8×8 ?

370. Квадрат 10×10 хотят покрыть квадратами 3×3 со сторонами, параллельными сторонам большого квадрата. Каким наименьшим числом квадратов 3×3 можно обойтись?

371. Какое наибольшее число клеточек на доске 8×8 можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы в любом уголке из трёх клеточек была хотя бы одна незакрашенная клетка?



372. Дан решетчатый параллелепипед, где длина каждого отрезка равна 1 см. В точке *A* сидит муха. Какое наибольшее расстояние она



может пройти по пути в точку B , не проходя ни через какую точку дважды?

373. Какое наибольшее число слонов можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

374. Товарищу Бендеру требуется доставить в Нью-Васюки несколько бочек с апельсинами общей массой 10 т. Каждая бочка весит не более 1 т. Какого наименьшего количества трёхтонок для этого заведомо хватит? (*Трёхтонка – машина грузоподъемностью 3 тонны.*)



375. Есть 10 одинаковых с виду монет. Известно, что одна из них фальшивая (легче других), а все остальные весят одинаково. За какое наименьшее число взвешиваний можно наверняка определить фальшивую монету?



376. На какое наибольшее число частей можно разрезать тремя прямыми разрезами **а)** батон; **б)** блин? (*Переключивать куски нельзя.*)

377. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×4 можно вырезать из квадрата 18×18 ?

378. Расстановка королей на шахматной доске называется «правильной», если ни один из них не бьёт другого и каждое поле доски либо находится под боем, либо занято одним из королей. Какое максимальное и какое минимальное количество королей может быть в «правильной» расстановке?



379. Стороны сетки 6×6 являются бикфордовыми шнурами. Четыре запала нужно разместить так, чтобы после их одновременного возгорания вся сетка сгорела за наименьшее время. Чему равно это время, если сторона маленького квадратика сгорает за одну секунду?

Принцип Дирихле

380. Докажи, что: **а)** среди любых 11 целых чисел найдутся два, оканчивающихся одной и той же цифрой; **б)** среди любых 10 натуральных чисел найдутся два, начинающихся одной и той же цифрой; **в)** среди любых 8 целых чисел найдутся два, разность которых делится на 7.

381. Саша был на этой неделе 4 раза в школе и умудрился получить 17 двоек. Докажи, что в один из дней он получил не менее 5 двоек.



382. У мальчика Феди есть шесть кубиков, на всех гранях которых написаны буквы русского алфавита. Докажи, что какая-то буква встречается дважды.

383. К празднику зал украсили 50 воздушными шариками. Докажи, что среди них найдутся либо 8 одноцветных, либо 8 шариков разных цветов.



384. В магазин привезли 25 ящиков яблок трёх сортов. В каждом ящике лежат яблоки одного сорта. Продавец утверждает, что у него нет девяти ящиков с яблоками одного сорта. Не ошибся ли он?

385. В поход пошли 20 туристов. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему **а)** 16 лет; **б)** 17 лет. Верно ли, что среди туристов есть одногодки?

386. Несколько футбольных команд проводит турнир в один круг. Докажи, что в любой момент турнира найдутся команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое количество матчей.

387. На далекой планете, имеющей форму шара, суша занимает более половины поверхности планеты. Докажи, что можно вырыть прямой туннель, проходящий через центр планеты и соединяющий сушу с сушей.

388. В школе учатся 400 учеников. Докажи, что хотя бы двое из них отмечают день рождения в один и тот же день.

389. 65 школьников написали 3 контрольные работы. За каждую контрольную работу ставилась одна из оценок: «2», «3», «4» или «5». Докажите, что найдутся школьники, написавшие все контрольные работы одинаково.

390. На доске написано 20 чисел. Докажите, что из них можно выбрать несколько, сумма которых делится на 19.

391. Докажи, что в любой компании из 5 человек есть двое, имеющие одинаковое число знакомых в этой компании.



Инвариант

392. На столе стоят 50 стаканов, из них 25 – вверх дном. Можно ли, переворачивая по два стакана, поставить все стаканы правильно?



393. На чудо-яблоне растут бананы и ананасы. За один раз разрешается сорвать с неё два плода. Если сорвать два банана или два ананаса, то вырастет ещё один ананас, а если сорвать один банан и один ананас, то вырастет один банан. В итоге остался один плод. Какой это плод, если известно, сколько бананов и ананасов росло вначале?

394. В одной клетке квадратной таблицы 4×4 стоит знак минус, а в остальных – плюсы. Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке или в одном столбце. Докажи, что, сколько бы мы ни проводили таких перемен знака, нам не удастся получить таблицу из одних плюсов.

395. Чёрный ящик работает так: любые три числа a , b и c , попадающие в него, он перерабатывает в числа $a + b - c$, $b + c - a$, $c + a - b$. Можно ли с помощью этого ящика из чисел 1, 3, 8 получить числа -1 , 3, 9?

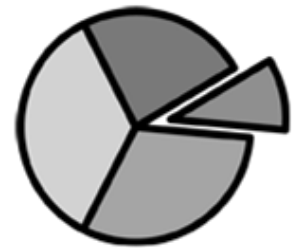




396. На 44 деревьях, расположенных по кругу, сидело по одному весёлому чижу. Время от времени какие-то два чижа перелетают: один по часовой стрелке, а другой – против, каждый – на соседнее дерево. Могут ли все чижи собраться на одном дереве?

397. Кузнечик прыгает: **а)** по прямой на 1 метр вправо или влево; **б)** по плоскости, каждым прыжком перемещаясь на 1 м на север, юг, запад или восток; **в)** по узлам клетчатой плоскости, каждым прыжком перемещаясь по диагонали одной из клеток. Может ли он вернуться в исходную точку через 25 прыжков?

398. Круг разделён на 6 секторов, и в каждом написано число. Разрешается одновременно увеличивать на 1 числа в любых двух соседних секторах. Можно ли сделать все 6 чисел равными, если вначале они такие: **а)** 1, 0, 0, 0, 0, 0; **б)** 1, 0, 1, 0, 0, 0 (именно в таком порядке)?



399. По окружности были расставлены 200 единиц. Каждую минуту в течение часа Федя выбирал какие-нибудь 12 подряд идущих чисел, менял знак у каждого из них и записывал их на те же места в обратном порядке. Докажи, что если после этого поменять знак у 100 чисел, идущих через одно, то на окружности будет ровно 100 единиц.



400. Есть куча из 1001 камня. Ход состоит в том, что из какой-нибудь кучи, где лежит более одного камня, выкидывают один камень на помойку, а затем любую кучу делят на две произвольные части. Можно ли через несколько ходов получить лишь кучи, состоящие из трёх камней?

401. Даны три числа: 2000, 2001, 2002. За ход разрешается заменить числа a , b , c на ab/c , ac/b , bc/a . Можно ли через несколько ходов получить числа 1000, 2001, 2002?



402. В капище храма бога Инварианта по кругу подвешено 12 бутылок, 11 из которых висят горлышком вверх, а оставшаяся – горлышком вниз. Жрец утверждает, что если вместо неё перевернутой окажется соседняя бутылка, то стоит ожидать крупных неприятностей: **а)** если добиться этого, переворачивая по 6 соседних бутылок, то будет гром и молния; **б)** если это сделать, переворачивая по 5 соседних бутылок, то будет землетрясение; **в)** по 4 – наводнение; **г)** по 3 – конец света. Какие стихийные бедствия жрец может вызвать?

403. На доске написаны числа от 1 до 100. Разрешается стереть любые два числа и написать вместо них их разность. Может ли после 99 таких операций остаться число 1?

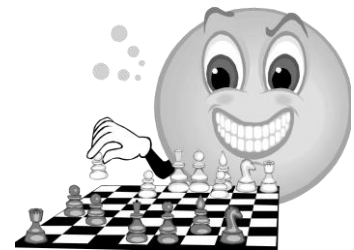
404. На острове Серобуромалин живут хамелеоны: 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых. Если два хамелеона разных цветов встречаются, то они оба меняют свой цвет на третий. Может ли случиться, что в некоторый момент все хамелеоны на острове станут одного цвета?



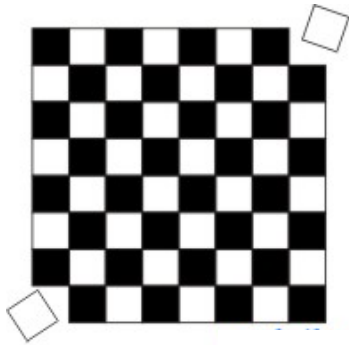
405. На доске написаны числа 4, 5 и 6. Разрешается стереть любые два числа a и b и записать вместо них числа $(3a - b)/2$ и $(3b - a)/2$. Можно ли через несколько операций получить числа 7, 8 и 9?

Раскраски

406. Можно ли обойти хромой ладьёй (*хромая ладья может ходить только на одну клетку*) все клетки доски 8×8 , начав в левом нижнем углу и закончив в правом верхнем углу?



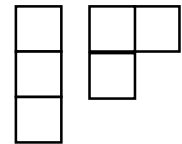
407. Можно ли разрезать шахматную доску без левой нижней и правой верхней угловых клеток на доминошки 1×2 ?



408. Можно ли шахматную доску разрезать на 15 вертикальных и 17 горизонтальных доминошек?

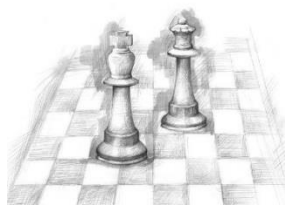
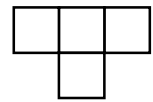
409. На каждой клетке доски 7×7 сидит жук. **а)** В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по стороне клетки. Докажи, что при этом окажется хотя бы одна пустая клетка. **б)** В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по диагонали клетки. Докажи, что при этом найдётся хотя бы 7 свободных клеток.

410. Пете подарили набор «Юный паркетчик», состоящий из 120 триминошек. Хулиган Вася заменил одну из них на уголок из трёх клеток. Сможет ли Петя сложить прямоугольник 20×18 ?



411. Можно ли доску 5×7 покрыть уголками из трёх клеток в несколько слоёв так, чтобы каждая была покрыта одним и тем же количеством уголков?

412. Можно ли разрезать на фигурки указанного справа вида: **а)** квадрат 8×8 , **б)** квадрат 10×10 ?



413. На шахматной доске стоит несколько королей. Докажи, что их можно раскрасить в четыре цвета так, чтобы короли одного цвета не били друг друга.

414. Можно ли прямоугольниками 4×1 покрыть доску 11×11 так, что только центральное поле останется непокрытым?

415. Из доски 5×5 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 3×1 . Где могла находиться вырезанная клетка?

416. На доске 10×10 для «морского боя» стоит трёхпалубный корабль. Какое наименьшее число выстрелов необходимо произвести, чтобы наверняка ранить его?

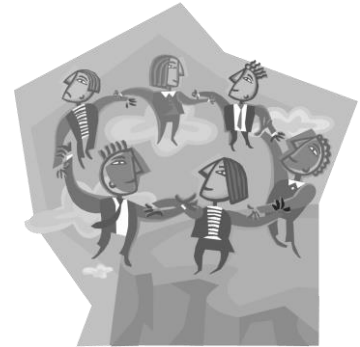


417. Можно ли расставить в клетках квадрата 8×8 числа от 1 до 64 так, чтобы число в каждой клетке было или больше всех чисел, стоящих в соседних по стороне клетках, или меньше всех этих чисел?



418. Конь вышел с некоторого поля шахматной доски и через некоторое число ходов вернулся на это же поле. Докажи, что он сделал чётное число ходов.

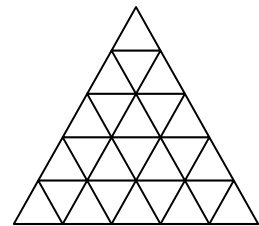
419. В фирме 1111 сотрудников. Каждый из них обязан отработать в году 7 дней подряд на уборке территории. Докажи, что найдется 7 дней в году (не обязательно идущих подряд), что на уборке в этот день работало нечётное число сотрудников.



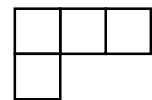
420. Дан куб $6 \times 6 \times 6$. Докажи, что его нельзя разбить на параллелепипеды $4 \times 1 \times 1$.

421. Докажи, что числа от 40 до 99 нельзя разбить на группы по 4 числа так, чтобы числа каждой группы в одном разряде совпадали, а цифры другого разряда шли бы подряд, например (54, 55, 56, 57); (44, 54, 64, 74).

422. На каждой клетке треугольной доски 5×5 сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по стороне клетки этой доски. Докажи, что после этого найдутся по крайней мере 5 пустых клеток.



423. Можно ли разрезать квадрат 10×10 на фигурки указанного вида?

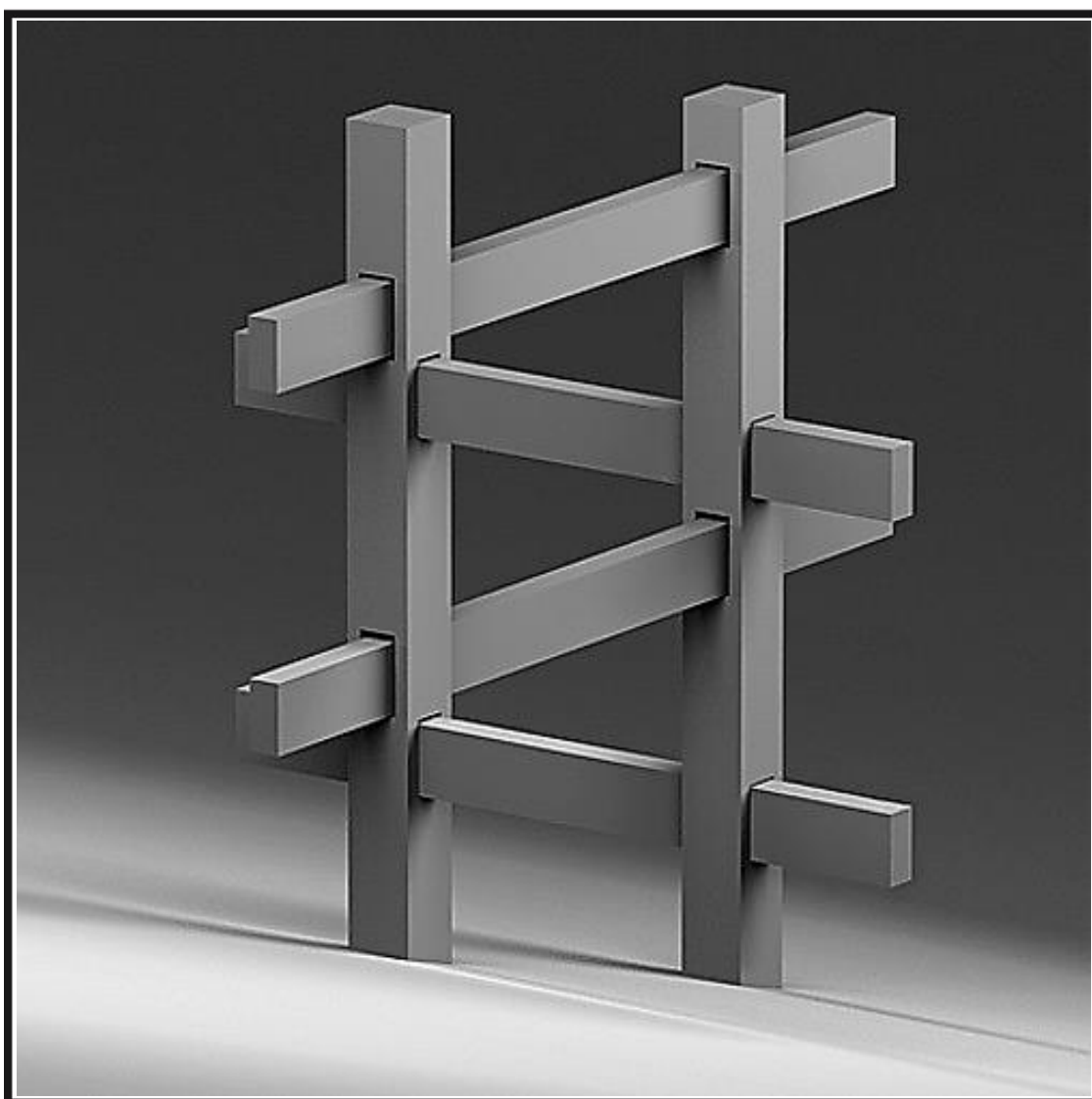


424. Можно ли три грани кубика $4 \times 4 \times 4$, имеющие общую вершину, оклеить шестнадцатью полосками 3×1 ?

425. Фигура «заяц» ходит либо на одну клетку вниз, либо на одну клетку по диагонали вверх-вправо или вверх-влево. За какое минимальное число ходов она обойдёт доску 7×7 и вернётся на исходное поле?

Часть третья

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ, СМЕКАЛКУ И СООБРАЗИТЕЛЬНОСТЬ



Нет ничего дороже
для человека того,
чтобы хорошо мыслить.

*Лев Николаевич Толстой,
русский писатель*

426. Двухколёсный велосипед проехал 10 км. Сколько километров проехало каждое колесо?

427. Оля делит круглый торт между девятью друзьями. Себе Оля тоже хочет оставить кусочек торта. Она сделала пять прямых разрезов от края и до края торта, причём все они прошли через середину круга. Достанется ли Оле кусочек торта?



428. Сможет ли Оля разделить круглый торт на 8 кусков тремя прямыми разрезами?



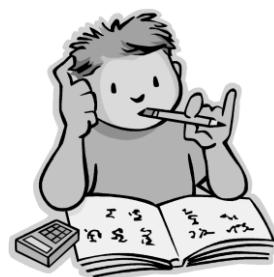
429. Скорый фирменный поезд «Вятка» отправляется из Москвы в Киров в 19 ч 45 мин. А в 20 ч 35 мин навстречу ему отправляется такой же поезд из Кирова в Москву. Какой из поездов будет находиться ближе к столице нашей Родины городу-герою Москве в момент встречи в Нижнем Новгороде в 2 ч ночного времени?

430. Почему парикмахер охотнее подстрижёт двух футболистов, чем одного волейболиста?

431. Лёва похвастался, что может угадать счёт перед началом баскетбольного матча между командами двух школ. Лёва оказался прав. Почему?

432. В товарищеском матче по баскетболу встречались две команды. Матч окончился со счётом 82 : 78, но при этом ни один баскетболист не забросил в корзину ни одного мяча. Как такое может быть?

433. Бизнесмен Фома писал о себе: «Пальцев у меня двадцать пять на одной руке да на другой столько же, да на ногах десять». С каким школьным предметом был не в ладах очень взрослый бизнесмен Фома в пору своего детства?



Трудно не догадаться!

434. Датчане любят говорить: «У нас всё лучше, чем в Швеции: климат, природа, народ, история... и только одно у шведов лучше». Что это?

435. Сегодня не воскресенье, а завтра не среда. Вчера была не пятница, а позавчера был не понедельник. Завтра не воскресенье, и вчера было не воскресенье. Послезавтра не суббота и не воскресенье. Вчера был не понедельник и не среда. Позавчера была не среда, а завтра не вторник. Да и сегодня не среда. Какой же сегодня день недели, если учесть, что одно утверждение в списке ложно?



436. В некоторых штатах США наказуемо одно преступление. Людей, которые пытаются его совершить, сажают в тюрьму, но людей, которые успешно совершили его, никогда не наказывают. Что это за преступление?



437. Дворник работает по вторникам, пятницам и нечётным числам. Какое наибольшее количество дней подряд он может работать?

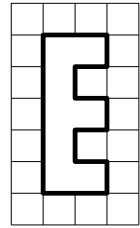
438. Преподаватель логики повесил на дверь своего класса следующую записку: «Сегодняшний урок отменяется. Следующий урок состоится в час дня по прошествии трех дней со дня, который наступит на два дня раньше дня, который будет на день раньше завтра». Когда же будет следующий урок?

439. Некий мистер Смит ехал в машине вместе со своим сыном Артуром. Их машина попала в катастрофу. Отец погиб на месте, а сын в тяжёлом состоянии доставлен в ближайшую больницу. Взглянув на пострадавшего, дежурный хирург побледнел и сказал: «Я не могу оперировать его. Ведь это же мой сын Артур!» Как ты это объяснишь?



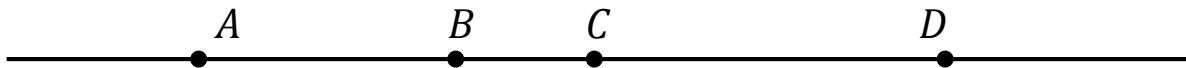
Задачи на сообразительность

440. В квадрате со стороной 6 клеток размести без наложений четыре одинаковые фигуры в виде буквы «Е» (букву справа можно поворачивать и симметрично отражать).

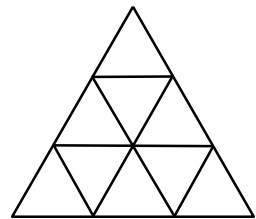


441. Серёжа любит подсчитывать сумму цифр на табло электронных часов. Например, если часы показывают 21:17, Серёжа получает число 11. Какую наибольшую сумму он может получить?

442. На рисунке $AC = 10$ см, $BD = 15$ см и $AD = 22$ см. Чему равна длина отрезка BC ?



443. Из 18 спичек составлена фигура, изображённая на рисунке справа. Убери 4 спички так, чтобы всего осталось 5 треугольников.



444. В следующих математических словах перепутались буквы. Восстанови эти слова.

- 1) ЯПАРЯМ. 2) СЫТЧАЯ. 3) СОЛИЧ. 4) ЕЛЕДЛИТЬ. 5) ЕРПИМТЕР. 6) МАМУС. 7) ЗАРСТОНЬ. 8) КРААДВТ. 9) СДЕТЬЯ. 10) СИМУН.

445. Восстанови пример на умножение справа.

$$\begin{array}{r}
 \times \quad * \quad 2 \quad * \quad 3 \\
 \hline
 \\
 * \quad * \quad * \quad 8 \quad 7 \\
 * \quad * \quad * \quad * \quad * \\
 \hline
 2 \quad * \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad *
 \end{array}$$

446. Между четырьмя семёрками вставь знаки действий и скобки так, чтобы получить последовательно числа от 1 до 10. В некоторых случаях знаки можно не вставлять, можно оставить число 77 или 777 и т. д.

447. Как-то в 2006 году у Маши спросили: «Когда ты родилась?» «Позавчера мне было ещё только 9 лет, а в будущем году мне уже исполнится 12», – ответила Маша. Узнай дату рождения Маши и дату, когда ей был задан вопрос.



448. У Петра Ивановича 7 дочерей, и у каждой из них есть брат. Сколько детей у Петра Ивановича?

449. Умный, но ленивый математик наблюдал, как его жена собирает яблоки: количество яблок в корзине удваивалось каждую минуту, и корзинка наполнилась ровно в полдень. Сколько было времени, когда корзинка была наполовину пустой?



450. У двух человек было два квадратных торта. Каждый сделал на своём торте по два прямолинейных разреза от края до края. При этом у одного получилось три куска, а у другого – четыре. Как это могло быть?



451. В двух кошельках лежат две монеты, причём в одном кошельке монет вдвое больше, чем в другом. Как так может быть?

452. Сколько земли будет в яме шириной 2 м, длиной 2 м и глубиной 2 м?

453. Каждый вечер четыре волшебника задают друг другу вопрос: «Что вы снимаете в последнюю очередь, собираясь ложиться спать?» А ты знаешь ответ?

454. Гриша никак не мог вспомнить, какая гора была самой высокой в мире до тех пор, пока не была точно определена высота Эвереста. А ты знаешь?



455. У этого животного голова, как у кошки, хвост, как у кошки, оно любит ту же еду, что и кошка. Но это не кошка. Что это за зверь?

456. Тебе дали это, это и сейчас принадлежит тебе. Ты его никогда никому не передавал, но им пользуются все твои знакомые. Что это такое?

Найди закономерность

457. Продолжи ряд: **а)** 77, 49, 36, 18; **б)** 1, 10, 3, 9, 5, 8, 7, 7, 9, 6; **в)** 101, 112, 131, 415.

458. Какое число должно стоять вместо звёздочки: 11, 23, *, 95, 191? Как ты его нашёл?

459. Отгадай закономерность: 1, 11, 21, 1211, 111221, ...

460. Какое число лишнее? Оно не обладает свойством, которым обладают остальные числа: 9678, 4572, 5261, 5133, 3527, 6895, 7768.



461. Вновь назначенный директор завода решил запомнить номера телефонов начальников цехов. Рассматривая список их телефонных номеров и фамилий, он заметил, что фамилии руководителей цехов и номера их телефонов находятся в определенной взаимосвязи. И директор без труда справился со своей задачей. Вот некоторые фамилии и номера телефонов: Авербах – 7122, Бурый – 5210, Ерохин – 6614, Галич – 5424, Дорончук – 8511. Какой номер телефона имеет сотрудник по фамилии Огнёв?

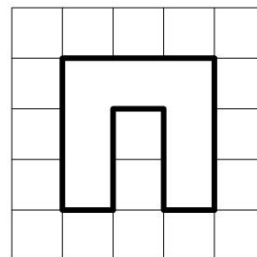
462. Начнём считать пальцы на правой руке: первый – мизинец, второй – безымянный, третий – средний, четвёртый – указательный, пятый – большой, шестой – снова указательный, седьмой – снова средний, восьмой – безымянный, девятый – мизинец, десятый – безымянный и т. д. Какой палец будет по счёту 2013-м?



463. Было взято 10 листов бумаги. Некоторые листы разрезали на 10 частей, затем некоторые из получившихся кусков вновь разрезали на 10 частей и т. д. На каком-то этапе подсчитали общее количество получившихся листов бумаги. Оказалось, их всего 1 386. Правильно ли подсчитали количество листов?

Разные задачи на сообразительность

464. В квадрате со стороной 8 клеток размести без наложений восемь одинаковых фигур в виде буквы «П».

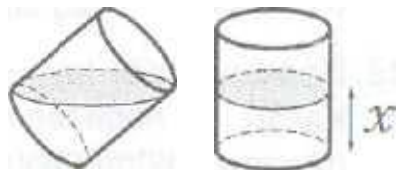


465. Какое словосочетание из двух слов зашифровано числами 191316815166 915115106, если каждая буква заменена её номером в алфавите?

466. Восстанови пример справа.

$$\begin{array}{r}
 * * * 5 * \\
 * * * \\
 \hline
 * * * * \\
 * 9 * * \\
 \hline
 * 5 * \\
 - * 5 * \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 2 5 \\
 | \\
 1 * *
 \end{array}$$

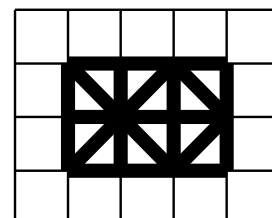
467. На рисунке ниже изображены два одинаковых стакана, в которые налито одинаковое количество воды. Чему равна высота уровня воды x , если высота стакана равна 10 см?



468. Вычисли:

$$\frac{2014 + 2014 + 2014 + 2014 + 2014}{2014 + 2014} = ?$$

469. Сколько треугольников на рисунке имеет такую же площадь, как и целая клетка?



470. Угадай закономерность форм фигурок ниже. Какую фигурку следует поставить следующей? А после неё?



471. Если двенадцать человек, работая по восемь часов в день, должны выкопать яму глубиной в десять с половиной миль, сколько времени пройдёт – считая и воскресные дни! – прежде чем они положат свои лопаты?

472. Остап Бендер решил дать сеанс одновременной игры Карпову и Каспарову. Один из них должен играть белыми, а другой – чёрными. Остап уверен, что он или сведёт вничью обе партии, или одну выиграет, а другую проиграет. Как он собирается играть?

Задачи-шутки

473. В корзине лежат 5 яблок. Разделите их между пятью лицами так, чтобы каждый получил по яблоку и одно яблоко осталось в корзине.



474. В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки по три кошки. На хвосте каждой кошки по одной кошке. Сколько же всего кошек в комнате?

475. Экипаж, запряжённый тройкой лошадей, проехал за час 15 км. С какой скоростью бежала каждая лошадь?



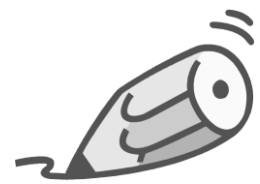
476. У родителей 5 сыновей. У каждого из них есть сестра. Сколько всего детей в семье?

477. Два отца и два сына съели за завтраком три яйца, причём каждому досталось целое яйцо. Как это могло случиться?

478. Сколько в доме животных, если все они, кроме двух, собаки, все, кроме двух, кошки и все, кроме двух, попугаи?

479. Когда скворцы сели по одному на дерево, одному скворцу не хватило дерева, а когда на каждое дерево сели по 2 скворца, одно дерево осталось свободно. Сколько было скворцов?

480. Сколько граней у неочинённого шестигранного карандаша?



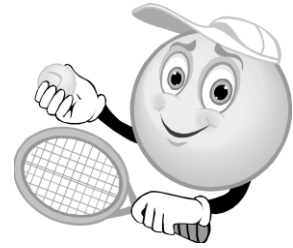
481. Сын отца профессора разговаривает с отцом сына профессора, а профессор в разговоре не участвует. Может ли так быть?

482. Шел паломник в Иерусалим и встретил трёх странников. Каждый из них нёс 3 мешка, в каждом мешке – 3 кота. Сколько живых существ двигалось в Иерусалим?

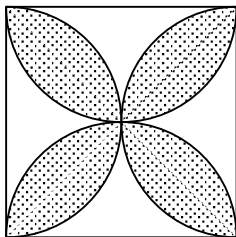
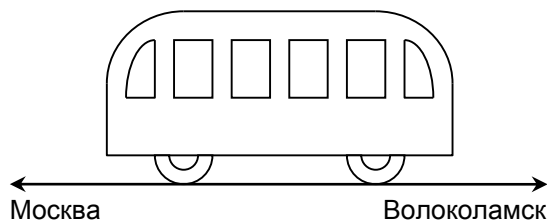
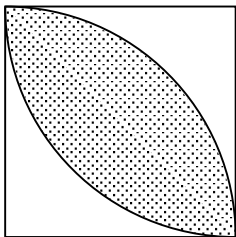


483. Двое пошли – два рубля нашли. Четверо пойдут – много ли рублей найдут?

484. Бумеранг можно бросить так, что он вернётся обратно, не коснувшись никакой твёрдой поверхности. А можно ли так бросить теннисный мяч?

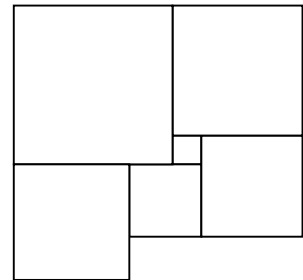


485. Школьники из московской гимназии отправились на экскурсию в Волоколамск. Один из них, рассказывая дома об этой поездке, нарисовал картинку. Можно ли по ней определить, куда едет автобус – в Москву или в Волоколамск?

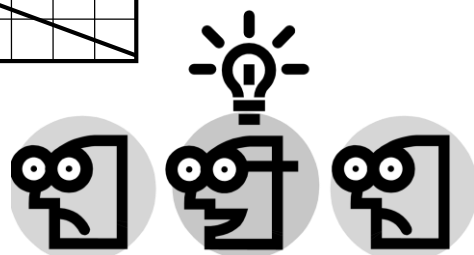
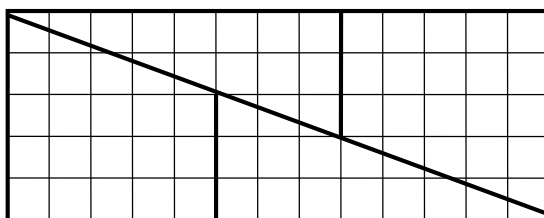
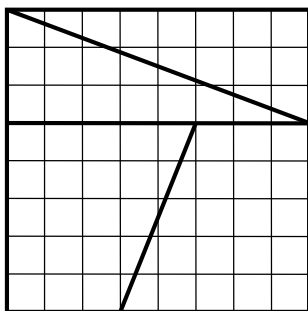


486. Найдите площади заштрихованных фигур, изображённых слева. Сторона квадрата равна 1. На левом рисунке дуги проведены из двух противоположных вершин квадрата. На правом рисунке полуокружности построены на сторонах квадрата.

487. Фигура на рисунке справа состоит из одних квадратов. Найдите сторону левого нижнего, если сторона самого маленького равна 1.



488. Доску размером 8×8 разрезали на четыре части и сложили из них прямоугольник размером 5×13 . Откуда появилась лишняя клетка?



Простые вопросы

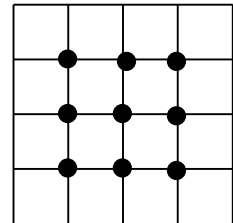
489. Есть 6 монет, из которых две фальшивые, весящие меньше настоящих. За три взвешивания определи обе фальшивые монеты.

490. Можно ли числа от 1 до 10 разбить на две группы по 5 чисел так, чтобы суммы чисел в обеих группах были одинаковые?



491. Сколько разломов надо сделать, чтобы разломить шоколадку 3×8 на отдельные квадратики?

492. Девять точек в узлах клеток образуют квадрат. Какое наименьшее число точек можно к ним прибавить, чтобы получился новый квадрат, содержащий имеющиеся точки?



493. Как полностью заполнить плоскость одинаковыми пятиугольниками?

494. Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алеше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотые и 3 серебряные. Каждому досталось по 2 монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие – Алеше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумай

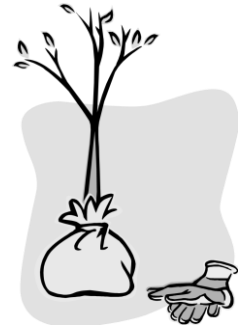
вопрос, на который Илья Муромец ответит «да», «нет» или «не знаю» и по ответу на который ты сможешь понять, какие монеты ему достались.

495. Раскрась плоскость в три цвета так, чтобы на любой прямой были точки не более чем двух цветов, а каждый цвет был бы использован.



И снова разные задачи

496. Можно ли в прямоугольной таблице расставить натуральные числа так, чтобы в каждом столбце сумма чисел была больше 100, а в каждой строке – меньше 5?



497. Как посадить 9 деревьев так, чтобы получилось 10 прямых рядов по три дерева в каждом?

498. Два человека бегут вниз по ступеням эскалатора метро, идущего вниз. Один бежит в два раза быстрее другого. Кто из них насчитает больше ступенек?



499. У Кощея есть куб, в каждой вершине которого по алмазу. Известен вес каждого алмаза: от 1 до 8 карат. Кощей предлагает Ивану-царевичу следующую игру: он называет сумму весов алмазов на каждом ребре. Если после этого Иван сможет правильно определить, в какой вершине какой алмаз, то он получает драгоценный куб, а если нет, то распрощается с жизнью.

Стоит ли Ивану соглашаться на такую игру?

500. Ученики двух шестых классов купили 427 учебников. Каждый купил одинаковое количество книг. Сколько было шестиклассников и сколько учебников купил каждый из них?

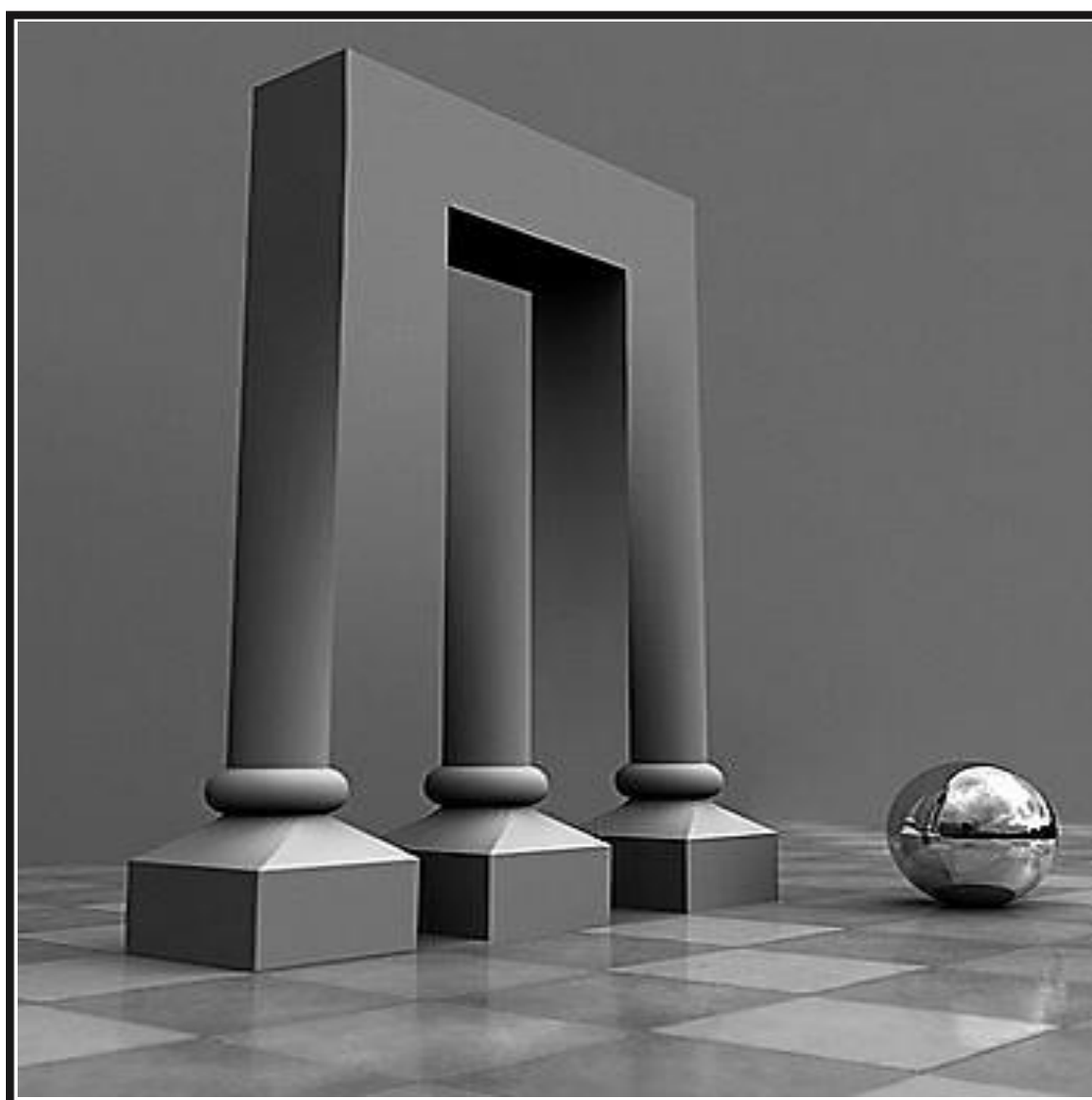
501. В гостях у кролика Винни-Пух съел несколько банок варенья, причём их число было меньше 20. После каждой третьей банки Винни-Пух вытирал пот со лба. После каждой пятой – говорил: «Не пора ли нам домой?» После последней банки он одновременно вытер пот со лба и сказал: «Не пора ли нам домой?» На сколько банок варенья стало меньше в кладовке у кролика после того, как он проводил гостя?



502. В классе проводилась олимпиада по математике. После олимпиады одна девочка сказала: «Первое место занял Миша, а Олег был вторым». Другая девочка сказала: «Миша был вторым, а Лена была первой». На это учитель заметил, что каждая девочка один раз сказала правду, а второй – нет. Как распределились места?

Часть четвёртая

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ



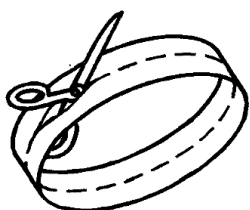
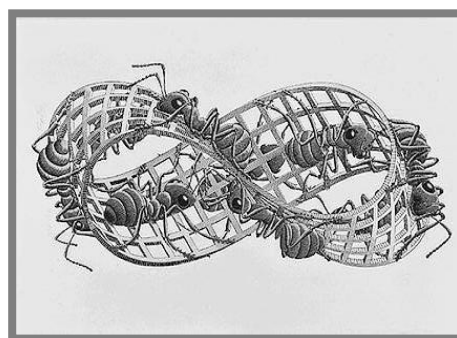
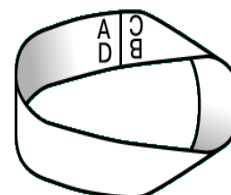
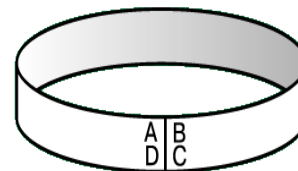
Ни одно человеческое
исследование не может
назваться истинной наукой,
если оно не прошло через
математические доказательства.

*Леонардо да Винчи,
итальянский художник, учёный,
изобретатель и писатель*

Эксперименты с полоской бумаги

Задание 1. Возьми две полоски бумаги примерно 30 см в длину и 3 см в ширину. Склей из них два кольца: одно простое и одно перекрученное (которое называется лентой Мёбиуса, в честь немецкого геометра и астронома) так, как показано на рисунке справа.

Представь муравья, ползущего по внешней поверхности простого кольца. Удастся ли ему попасть на внутреннюю поверхность, не переползая через край? Конечно, нет! А если он будет ползти по перекрученному кольцу? Попробуй провести непрерывную линию по одной из сторон перекрученного кольца (как будто это путь муравья). Что получилось?



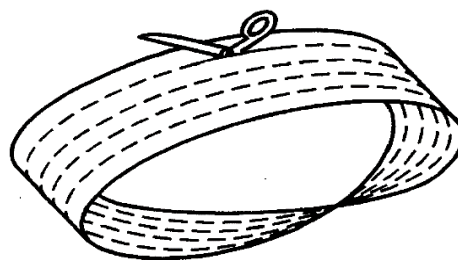
Задание 2. Разрежь простое кольцо ножницами вдоль (см. рисунок). Что получилось?

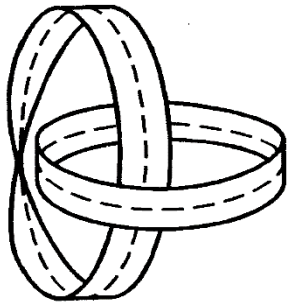
А теперь разрежь вдоль перекрученное на пол-оборота кольцо (ленту Мёбиуса). Что теперь получилось?

Продолжай перекручивание полоски бумаги, увеличивая перед склеиванием число полуоборотов на один, и разрежь вдоль. Свои наблюдения запиши по схеме.

1. Сколько полуоборотов сделано?
2. Сколько колец получилось?
3. Какие они по величине в сравнении с первоначальным?
4. Как сцеплены кольца между собой?

Задание 3. Склей ленту Мёбиуса шириной 5 см. Что получится, если разрезать её вдоль, отступив от края сначала на 1 см, затем на 2 см, на 3 см, на 4 см?





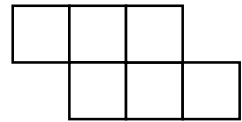
Задание 4. Приготовь два кольца: одно простое и одно перекрученное. Склей их, как показано на рисунке слева, а затем оба разрежь вдоль. Каков результат разрезания?

Задание 5 (творческое). Какие ещё опыты с кольцами ты можешь предложить?

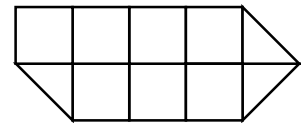
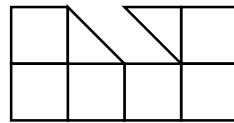
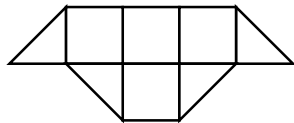
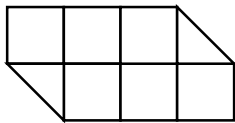
Площади клетчатых фигур

Для выполнения заданий тебе понадобятся обычный лист клетчатой бумаги, линейка и карандаш (или ручка).

Площадью фигуры будем называть количество клеток, в ней уместяющихся. Например, у изображённой на рисунке справа фигуры площадь равна 6 клеткам. Площадь не обязательно должна быть целым числом.



Задание 1. Найди площади изображённых фигур.



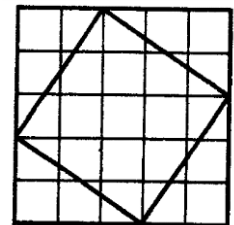
Задание 2. 1) Начерти на клетчатой бумаге квадраты, площади которых равны 1, 4, 9, 16, 25 клеткам.

2) Начерти прямоугольники (не являющиеся квадратами!), площади которых равны 4, 6, 16 клеткам.

3) Проведи в каждой из построенных фигур **диагональ**. Очевидно, она разделит фигуру пополам – на два равных треугольника, а значит, и её площадь тоже. Какими будут площади получившихся треугольников?

Задание 3. Докажи, что площадь квадрата на рисунке справа равна 13 клеткам.

Подсказка: раздели предварительно внешний квадрат на прямоугольники меньшего размера так, чтобы стороны указанного квадрата были их диагоналями.

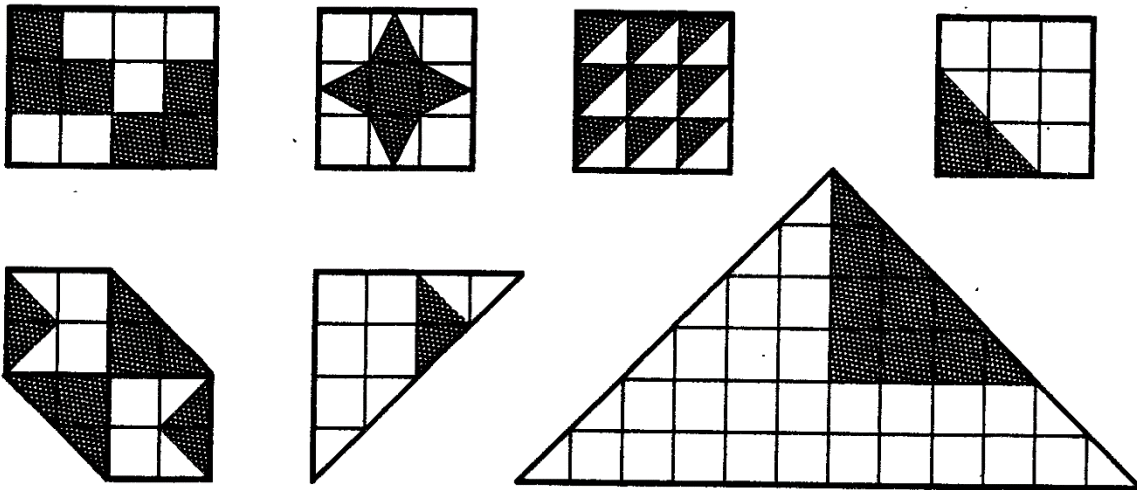


Задание 4. Начерти на листе клетчатой бумаги квадраты, площади которых равны 2, 5, 8, 10, 17 клеткам.

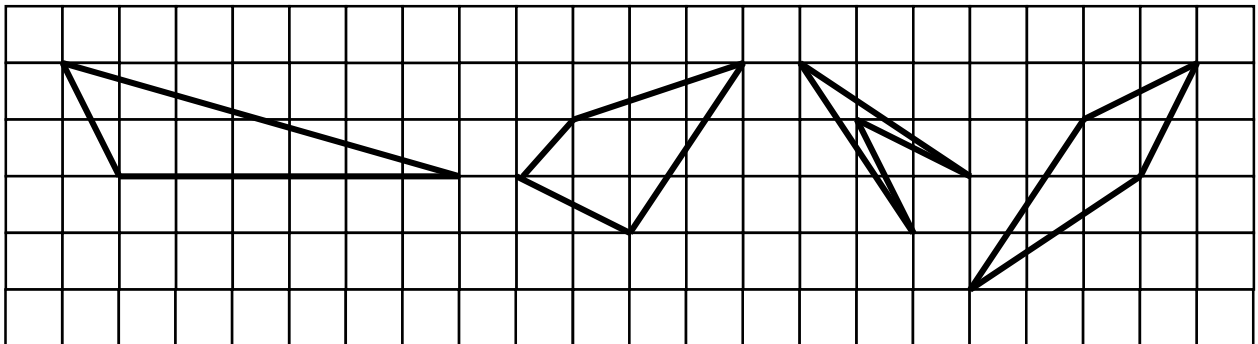
Подсказка: используй результат предыдущего задания в тех случаях, когда площадь выражается нечётным числом.



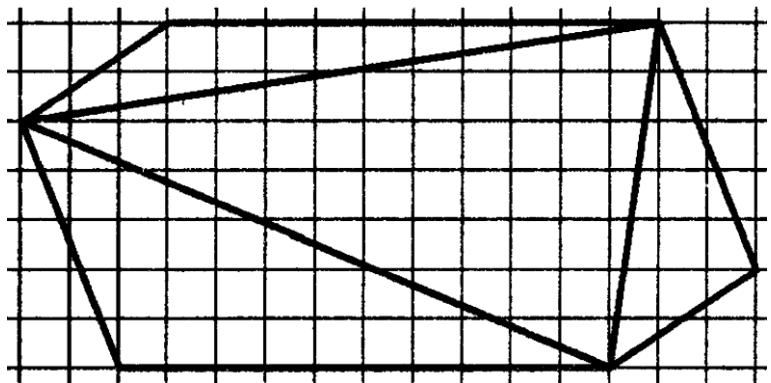
Задание 5. Какая часть площади фигур, изображённых на рисунке, закрашена?



Задание 6. Найди площади фигур, изображённых на клетчатой бумаге.



Задание 7. Противоположные стороны шестиугольника, изображённого на рисунке, равны. Взяв три вершины шестиугольника через одну, получим треугольник. Докажи, что площадь этого треугольника равна половине площади шестиугольника.

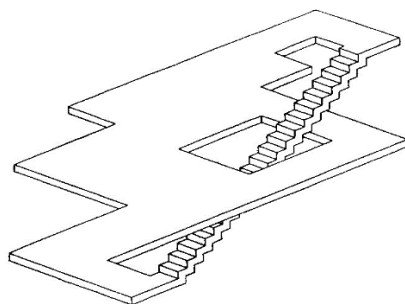
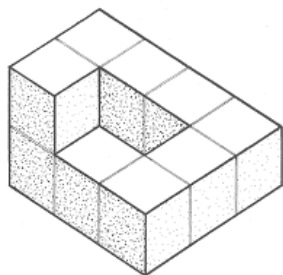
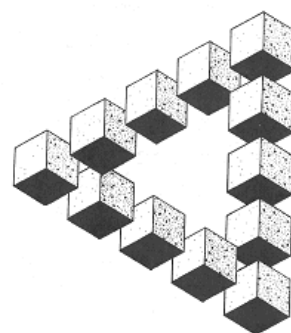
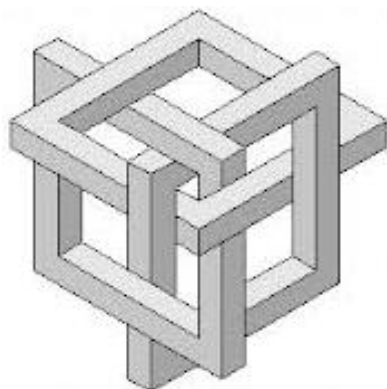
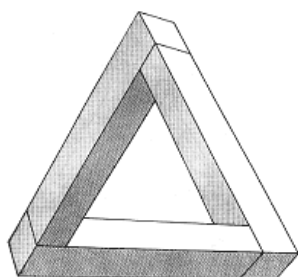
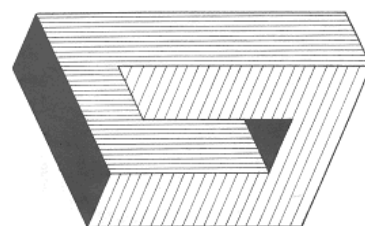
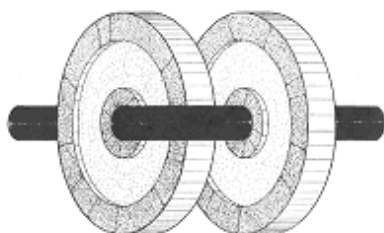
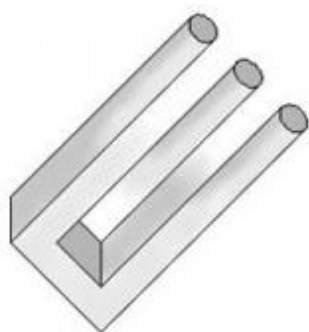


Невозможные объекты

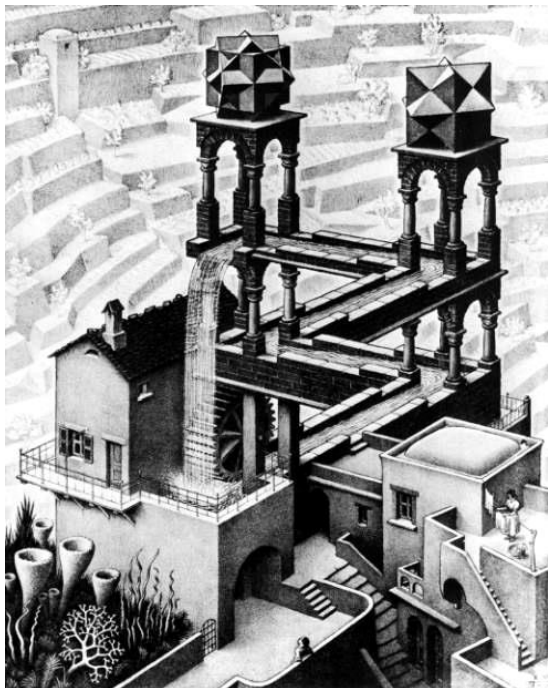
Мы привыкли верить фотографиям, чертежам и рисункам, полагая, что они всегда соответствуют какой-то действительности: реальной (например, куб) или вымышленной (например, эльф; отсутствие эльфов в мире не означает, что они не могут в принципе существовать). А вот нарисовать то, чего вообще не может быть, не так-то просто!

Существует огромный класс так называемых «невозможных фигур», ошибочно или умышленно нарисованных с ошибками передачи перспективы, в результате чего возникают забавные визуальные эффекты.

Задание 1. Изучи рисунки. Объясни, что с ними не так: почему изображённые объекты не могут существовать?



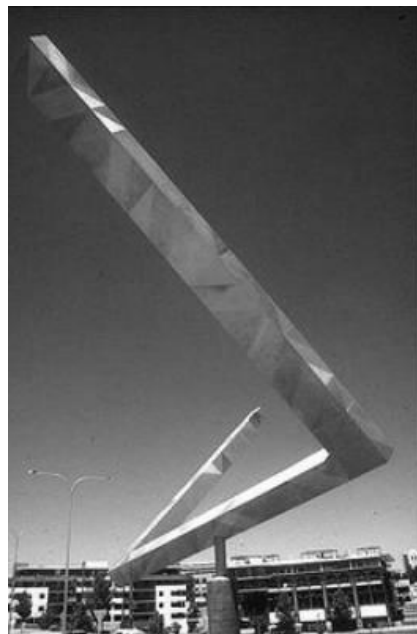
Задание 2. На следующих двух картинах Мориса Эшера также изображены невозможные объекты. В чём же их невозможность?



Задание 3. В чём заключается невозможность фотографий объектов, изображённых на титульных листах к частям этой книги?

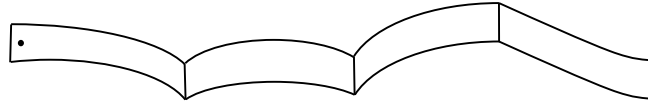
Задание 4. Изучи фотографии, «разоблачающие» возможность невозможных фигур. Подумай, как были получены фотографии на титульных листах к частям этой книги?

Один из невозможных объектов увековечен в виде статуи в Перте (Австралия). Он воздвигнут в парке Клайзебрук в 1999 году, и теперь все проезжающие мимо могут видеть следующую невозможную фигуру.



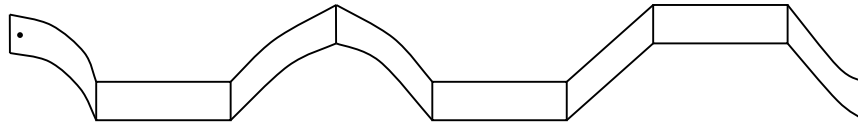
Кривые дракона

Возьми длинную полосу бумаги, её левый конец пометь точкой. Сверни её пополам, чтобы точка оказалась закрытой, потом ещё пополам (правый конец накладываем на левый). Разверни её теперь так, чтобы линии сгибов были отчётливо видны, и положи на стол. Точка должна быть слева. Получилась полоса:



Изгибы идут в следующем порядке: вниз – вниз – вверх. Обозначим это так: **Н Н В**.

Сложим полосу три раза пополам. Получится полоса:



Изгибы идут так: **Н Н В Н Н В В**.

Задание 1. Теперь сложи полосу четыре и пять раз и запиши, как будут чередоваться изгибы. Должны получиться цепочки:

Н Н В Н Н В В Н Н В В Н В В

Н Н В Н Н В В Н Н Н В В Н В В Н Н В Н Н В В В Н Н В В Н В В.

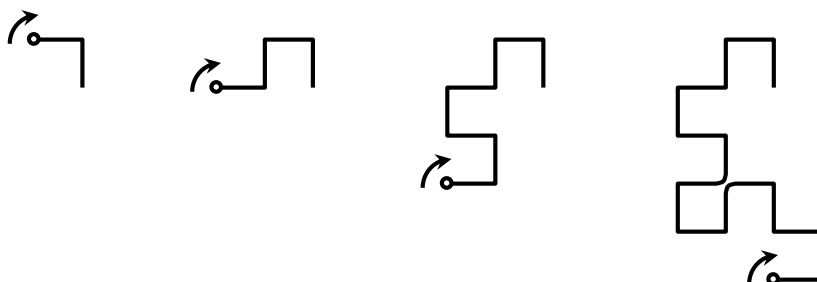
Задание 2. Изучи и проверь закономерности.

- 1) Число изгибов нечётное, причём если на каком-то шаге их было k , то на следующем будет $2k + 1$.
- 2) В середине всегда **Н**, а сгибы до этого среднего **Н** такие же, как и на предыдущем шаге.
- 3) И, самое главное: буквы, равноудаленные от среднего **Н**, всегда различны.

Учитывая эти закономерности, можно последовательно выписывать коды для полосок, сложенных любое число раз. Общее правило для перехода от одного кода к другому: берём имеющийся код, приписываем к нему букву **Н** (под ней можно поставить точку) и выписываем в обратном порядке буквы, предшествующие этому **Н**, заменяя **Н** на **В** и наоборот.

Заменяем теперь в коде *H* на *L* (левый поворот), а *B* на *P* (правый поворот), возьмём лист клетчатой бумаги и проведём вертикальную черточку по стороне одной клетки. Теперь продолжим чертить согласно командам кода и поворачивать последовательно налево и направо на 90 градусов.

Задание 3. Нарисуй кривые, соответствующие одному, двум, трём и четырём складываниям. Проверь результат.

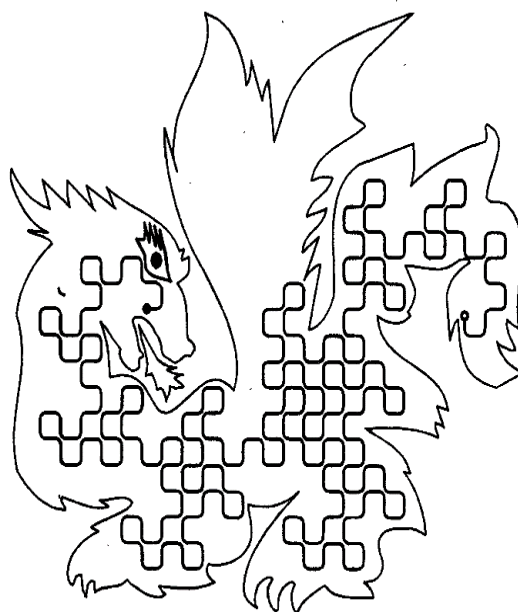


Задание 4. Попробуй нарисовать кривую для пяти складываний, используя уже имеющуюся для четырёх.

Каждую последующую (по количеству сгибов) кривую можно получить с помощью кальки, поворачивая всю уже имеющуюся кривую на 90 градусов по часовой стрелке вокруг конца этой линии. Этим способом можно строить любые кривые дракона.

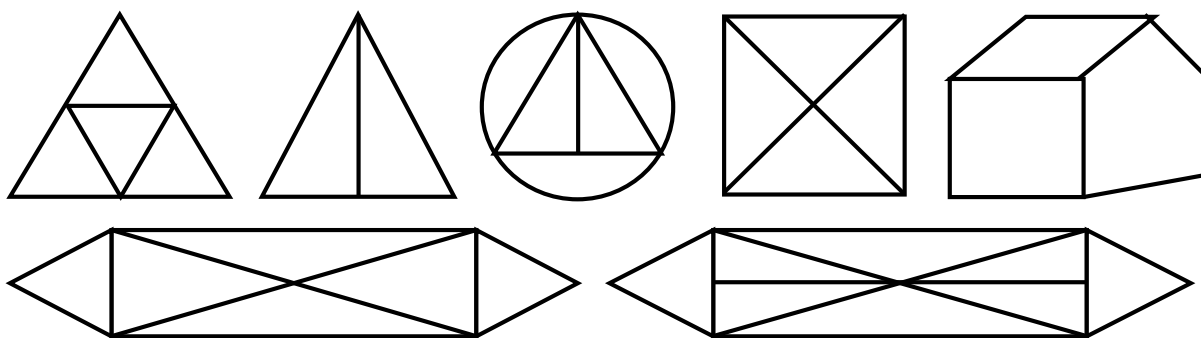
Задание 5. Построй кривую, соответствующую шести сгибам полоски, из кривой в пять сгибов и обрисуй её контуром дракона.

Задание 6. Нарисуй разноцветными карандашами четырёх драконов, «вырастающих» из одной точки (первая черточка для одного идёт вверх, у второго – влево, у третьего – вниз, а у четвёртого – вправо). Эти драконы получаются из исходного при помощи трёх последовательных поворотов на 90 градусов. Драконы не пересекаются и последовательно заполняют весь лист бумаги.



Не отрывая карандаша

Задание 1. Попробайся нарисовать одним росчерком каждую из следующих семи фигур. Помни требования: начертить все линии заданной фигуры, не отрывая карандаша от бумаги, не делая никаких лишних штрихов и не проводя дважды ни одной линии.



Попытки вычерчивания непрерывной линией этих фигур приводят к неодинаковым результатам. Некоторые фигуры удаётся вычерчивать, с какой бы точки ни начать вести первую линию. Другие вычерчиваются одним росчерком лишь в тех случаях, когда начинают с определённых узлов. Третьи вообще не поддаются вычерчиванию одной непрерывной линией.

В чём же причина? Существуют ли признаки, позволяющие установить заранее, поддаётся ли данная фигура вычерчиванию одним росчерком, и если да, то с какой точки следует начинать?

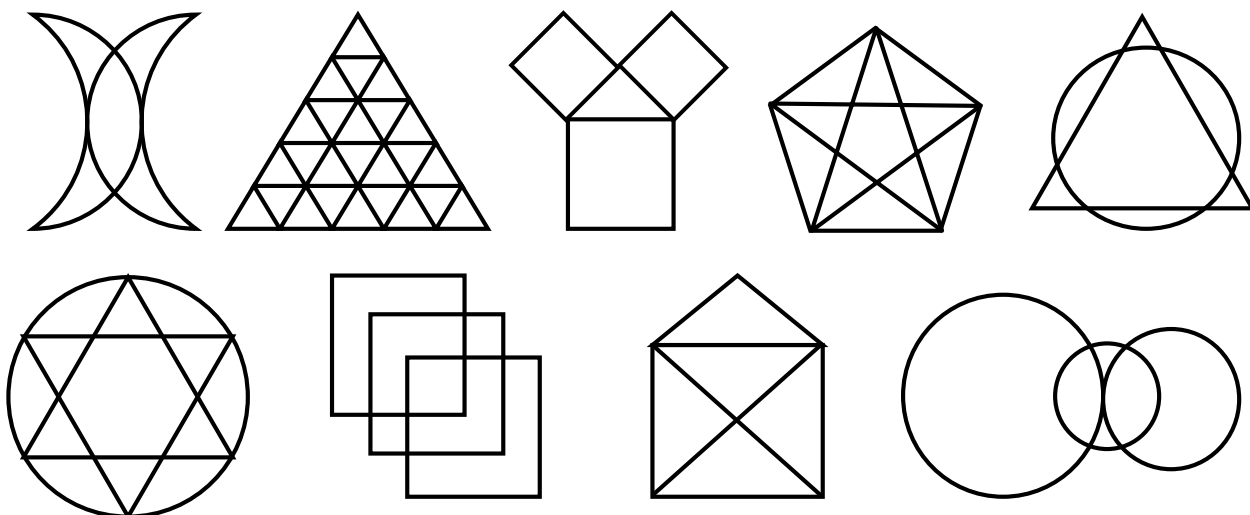
Будем называть узлы фигуры **чётными**, если в них сходится чётное число линий, и **нечётными** в противном случае.



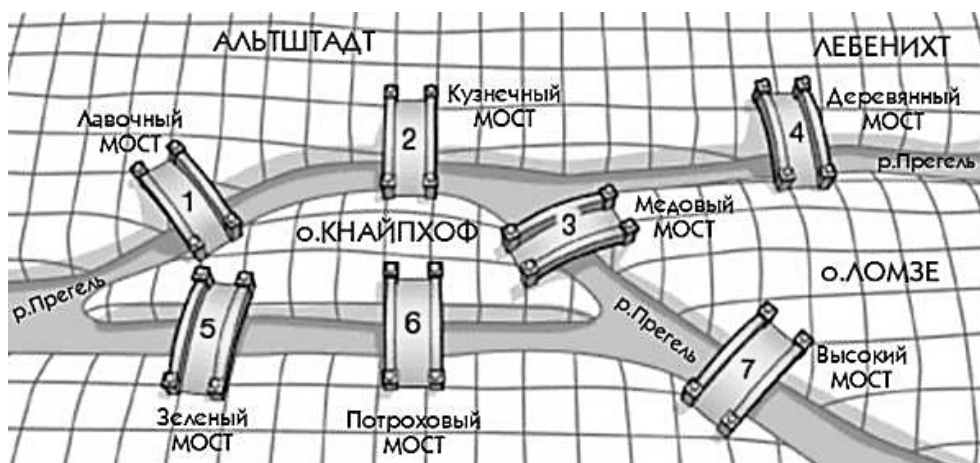
Задание 2. Попробуй объяснить следующие факты.

- 1) Если **все узлы фигуры чётные**, то её можно вычертить одним росчерком, начиная с любой точки фигуры.
- 2) Если в фигуре **ровно два нечётных узла**, то её можно вычертить, начиная с любого из них и заканчивая в другом.
- 3) Если в фигуре **больше двух нечётных узлов**, то одним росчерком фигуру нарисовать нельзя.

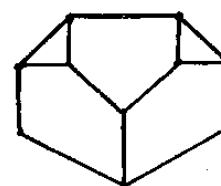
Задание 3. Пользуясь этими фактами, изобрази, если это возможно, следующие фигуры, не отрывая карандаша от бумаги.



Задание 4. Издавна среди жителей Кёнигсберга была распространена такая загадка: как пройти по всем мостам через реку Преголя, не проходя ни по одному из них дважды? Многие кёнигсбержцы пытались решить эту задачу как теоретически, так и практически, во время прогулок. Впрочем, доказать или опровергнуть возможность существования такого маршрута никто не мог. А ты сможешь?



Задание 5. Можно ли прогуляться по парку и его окрестностям (на рисунке справа линии обозначают заборы) так, чтобы при этом перелезть через каждый забор ровно один раз?



Голодная коза

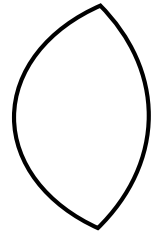
Занятие посвящено козам. Они прожорливы и съедают всё, до чего могут дотянуться. Поэтому коз держат на привязи.

Задание 1. Нарисуй участок луга, который выест коза, если: **а)** она привязана верёвкой к одиноко стоящему на лугу колышку; **б)** верёвка, прицепленная к ошейнику козы, вторым концом с петлёй свободно перемещается по верёвке, натянутой между двумя колышками.

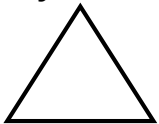


Задание 2. Дима прогуливался по лугу, держа козу на поводке длиной 1 м. Его путь проходил по сторонам прямоугольника 3×5 м. Нарисуй участок, на котором могла побывать при этом коза, находившаяся на привязи.

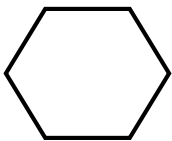
Задание 3. Удержи козу на участке, имеющем форму, приведённую на рисунке справа (*привяжи козу с помощью верёвок и колышков так, чтобы она могла съесть траву лишь внутри этого участка; огораживать участок колышками нельзя!*).



Задание 4. Удержи козу: **а)** в полукруге; **б)** квадрате; **в)** прямоугольнике; **г)** параллелограмме.

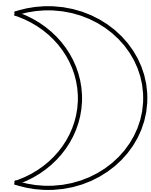


Задание 5. Удержи козу: **а)** в треугольнике; **б)** правильном шестиугольнике.



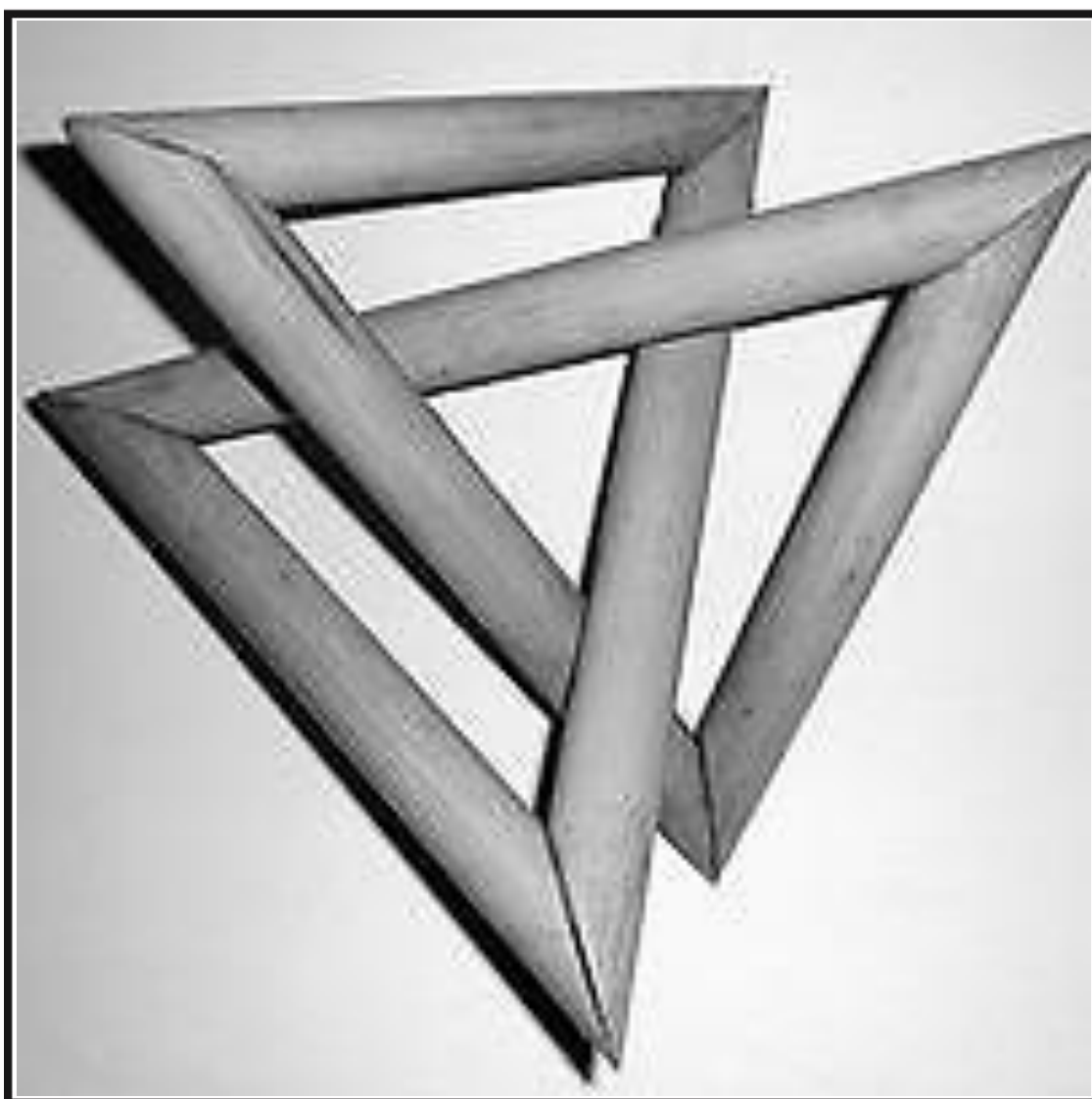
Введём в действие собак: будем привязывать их к колышкам, а они будут мешать козе есть траву.

Задание 6. **а)** Как с помощью одной собаки удержать козу в кольце? **б)** А как – в полукруге? **в)** Удержи двумя собаками козу в полукольце. **г)** Можно ли удержать козу в полукольце одной собакой? **д)** Как с помощью одной собаки удержать козу в полумесяце? **е)** Удержи неприязанную козу с помощью собак в треугольнике.



Часть пятая

ДЕСЯТЬ ЗАДАЧ В РИСУНКАХ



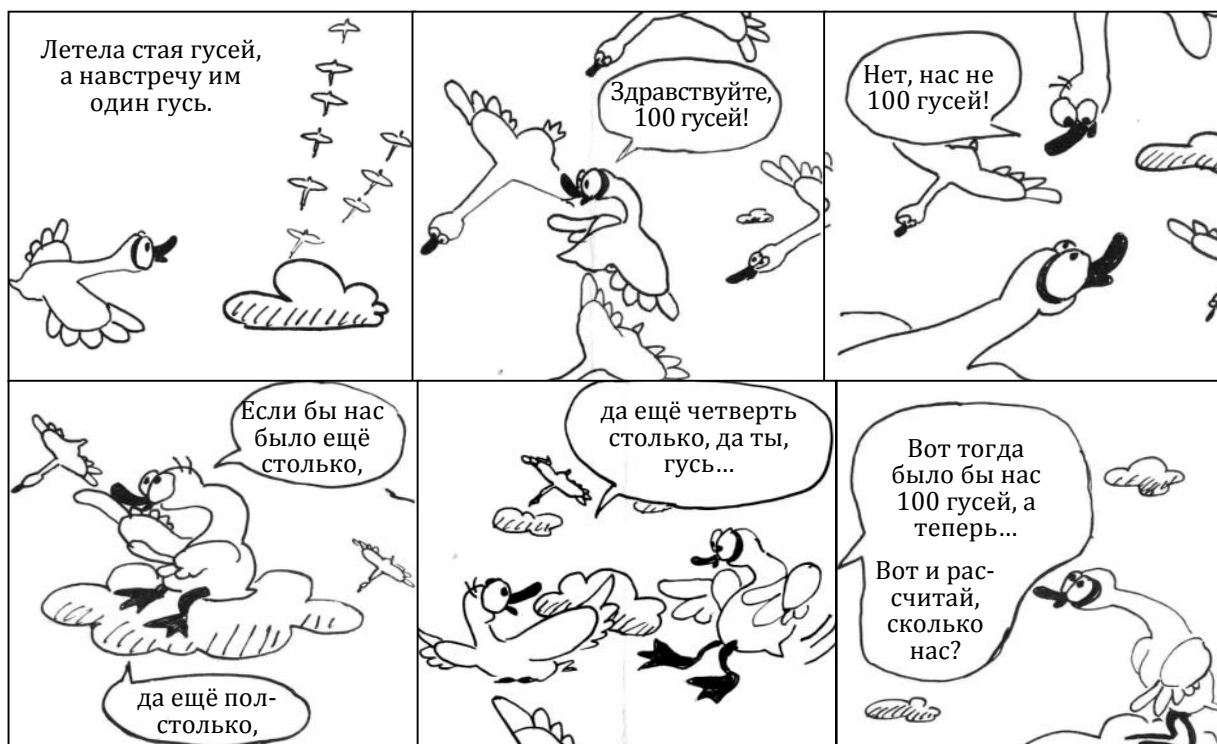
Особенно нравилась
математика верностью
и очевидностью
своих рассуждений.

*Рене Декарт,
французский философ,
математик, механик и физик*

Завтрак Винни-Пуха²

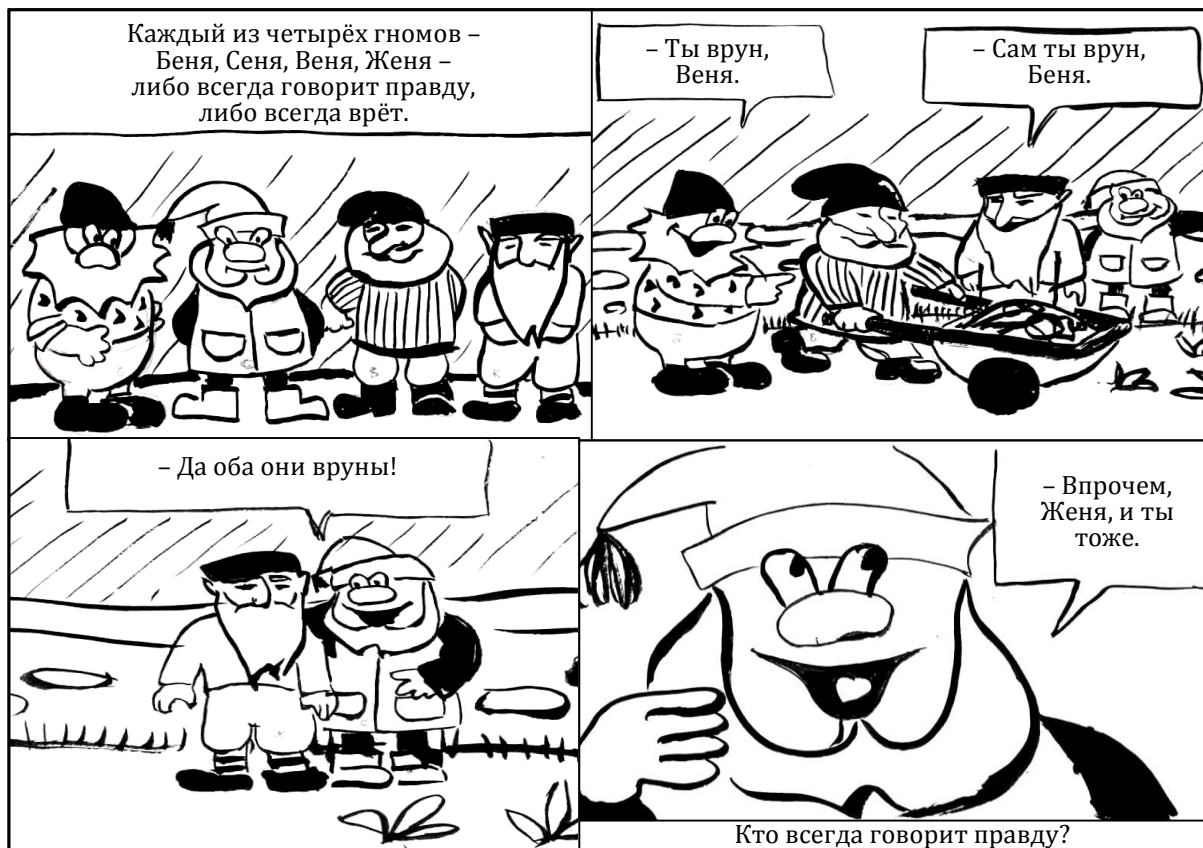


Гуси-лебеди

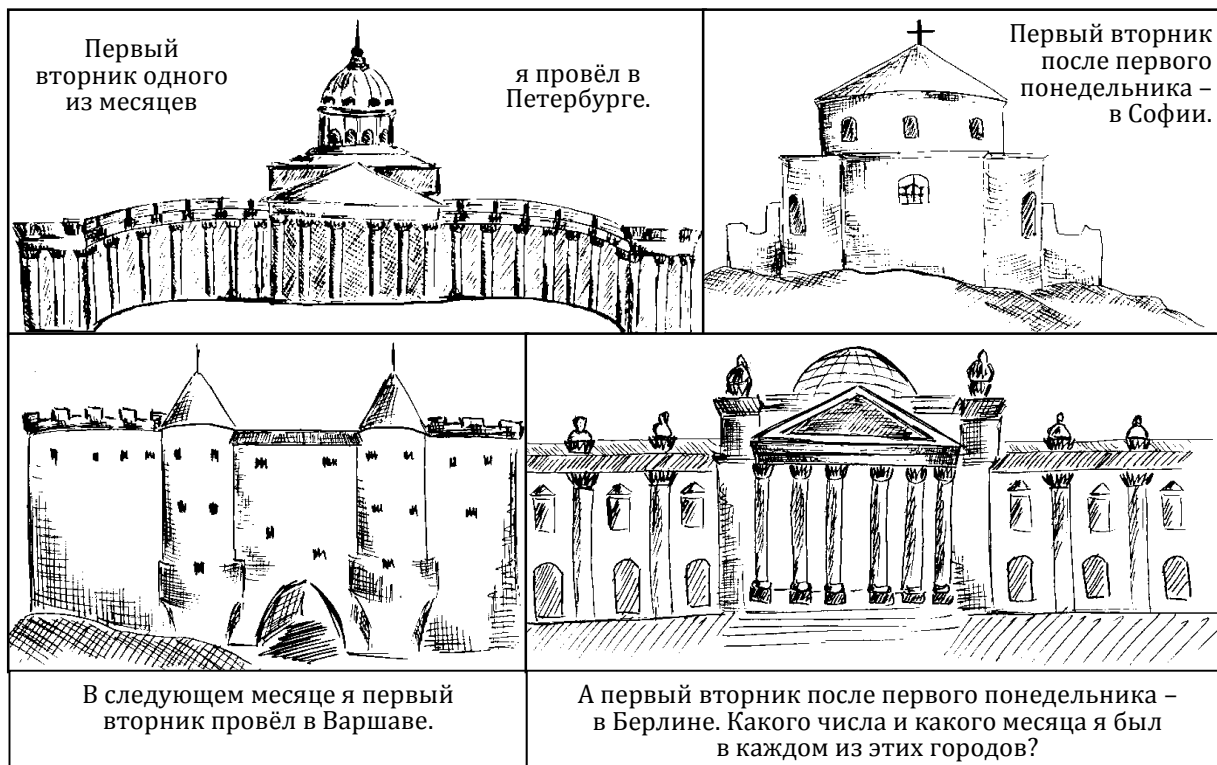


² Рисунки к задачам М. Колдыбаевой и Е. Трапицыной.

Кто же всегда говорит правду?



Задача туриста









Иван-царевич и Змей Горыныч

| | | | |
|---|--|---|---|
| <p>Собрался Иван-царевич на бой со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым.</p>  | <p>Вот тебе меч-кладенец.</p>  | <p>Одним ударом можешь ты срубить либо одну голову, либо две головы, либо один хвост, либо два хвоста.</p>  | |
|  <p>Запомни: срубишь голову – новая вырастет.</p> |  <p>... срубишь хвост – два новых вырастут...</p> |  <p>...срубишь два хвоста – голова вырастет...</p> |  <p>срубишь две головы – ничего не вырастет.</p> |

За сколько ударов Иван-царевич отрубит у Змея все головы и хвосты?

Емелина работа

| | | |
|--|---|---|
|  <p>Проснувшись утром, Емеля решил, что пора бы и поработать.</p> |  <p>В течение своего рабочего дня Емеля половину времени чистил печь,</p> |  <p>четвёртую часть времени ловил щук,</p> |
|  <p>шестую часть времени рубил дрова,</p> |  <p>третью часть времени слушал гусли.</p> |  <p>Какую часть времени он не работал?</p> |

Крестьянин и чёрт



Дед Мороз и Снегурочка



Насреддин и арбузы

Насреддин и его друг Али, отдав последние деньги за землю и воду, поехали на базар продавать урожай арбузов. У Али было 104 арбуза, у Насреддина - 17.



У городских ворот их остановили стражники и потребовали налог за ввоз арбузов в Бухару.



Узнав величину налога и цену на арбузы на базаре, Али отдал стражникам 19 арбузов, при этом переплатил 1 таньга.



Получите с меня три арбуза.



С тебя ещё 1 таньга.

Я освобождаю тебя от долга моему другу Али и беру его на себя.



Так сколько же стоит арбуз? Кувшин моих мыслей показывает дно.



Русские богатыри

Однажды князь Владимир призвал к себе трёх богатырей... - Кто из вас поймал Соловья-разбойника?



- Негоже хвастать. Поэтому мы решили, что каждый из нас будет трижды речь держать. Два раза скажет правду, а единожды слукавит. После этого сам решай, кто поймал Соловья-разбойника.



Добрыня: «Много на Руси храбрых воинов».



Алёша: «Я давно хотел совершить подвиг. Это не я сделал. Илья в это время был в другом месте».

Илья: «Это сделал не я. Это сделал Алёша Попович. Я был в это время в другом месте».

Добрыня: «Это сделал Алёша Попович. Я знаю, где жил Соловей-разбойник».

Часть шестая

УВЛЕКАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАЗВИТИЯ СИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ

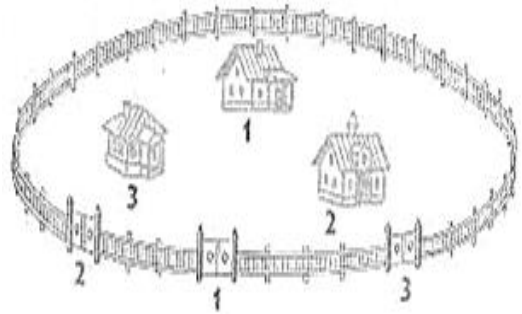


Сравнение математических
фигур и величин служит
материалом для игр
и обучения мудрости.

*Иоганн Генрих Песталоцци,
швейцарский педагог*

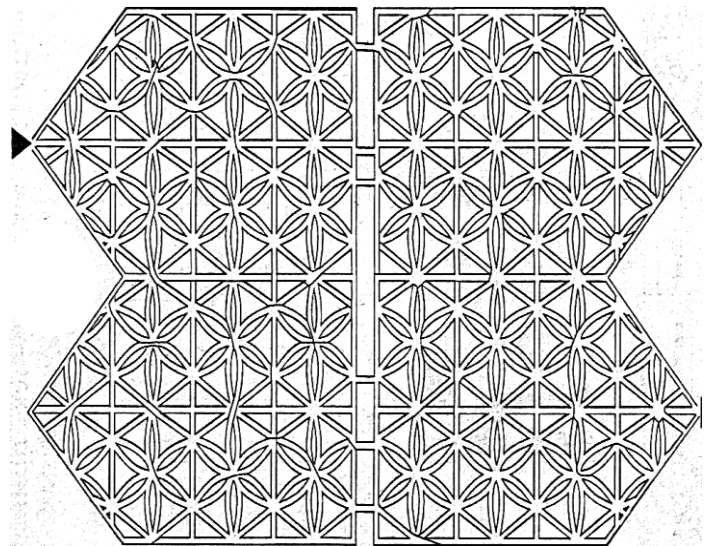
Дома и калитки

503. На одном участке расположены три домика, а в ограде сделаны три калитки. Проложи от каждой калитки дорожку к домику с тем же номером так, чтобы дорожки не пересекались.



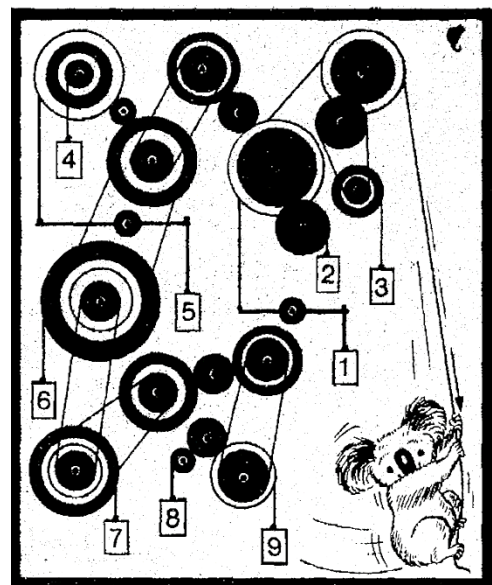
Где пройдут провода?

504. Архитекторы, работавшие над проектом нового общественного здания, предложили крышу необычной формы, которая была бы прочной, светлой и нарядной. В ней даже была предусмотрена одна непрерывная линия для электрической проводки. Найди её.



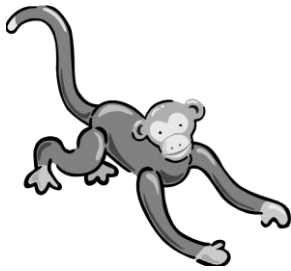
Раскачивающийся медвежонок коала

505. Проследи за движением шкивов, приводных ремней и рычагов, когда медвежонок коала тянет за веревку, и попытайся определить, куда движется груз в каждом из пронумерованных прямоугольников – вверх или вниз. Тот, кто знаком с техникой, должен предположить, что вес медвежонка коала достаточен, чтобы преодолеть трение во всех шестерёнках, а также вес всех пронумерованных грузов.



Японская поговорка

506. Здесь зашифрована символами, имитирующими японские иероглифы, японская поговорка, идентичная русской «И на старуху бывает проруха». При расшифровке следует учитывать, что чтение идёт справа налево (в направлении стрелки), что каждый столбик – слово, а каждый символ – буква. Что это за поговорка?



Кошки и собаки

507. Три умные собаки и три хитрые кошки после обоюдных контактов оказались на противоположных площадках сквера и занялись решением очень важной для обеих сторон задачи: как им поменяться друг с другом местами, но чтобы при этом не возникло новых потасовок и чтобы не только не встречаться друг с другом, но даже не оказываться на соседних площадках?

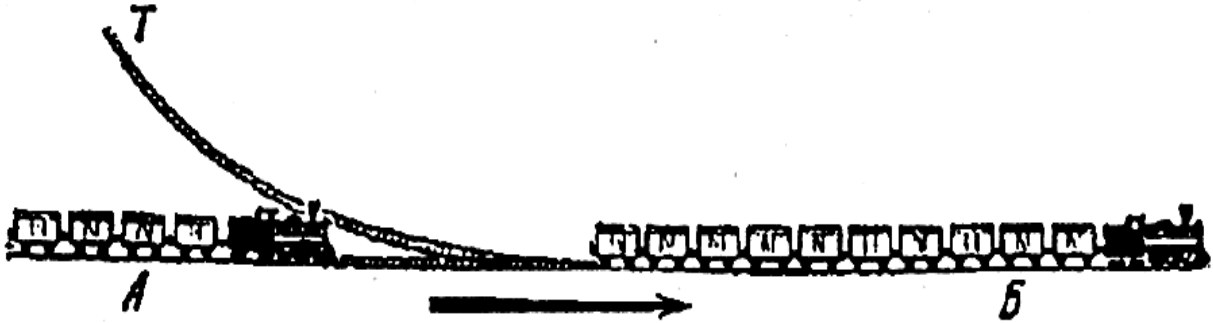


В результате была избрана следующая стратегия: собаки и кошки сидят на площадках, но время от времени либо кошка, либо собака бежит по аллее на соседнюю площадку.

Кошки считают, что совместными усилиями за 32 перебежки (их и собачьих вместе) они смогут поменяться с собаками местами. Собаки с ними не согласны. Кто прав?

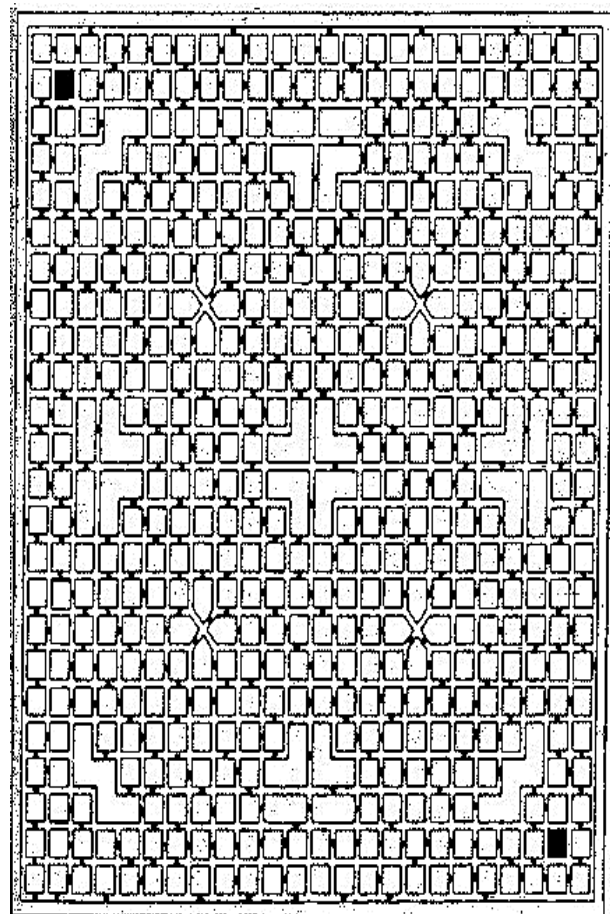
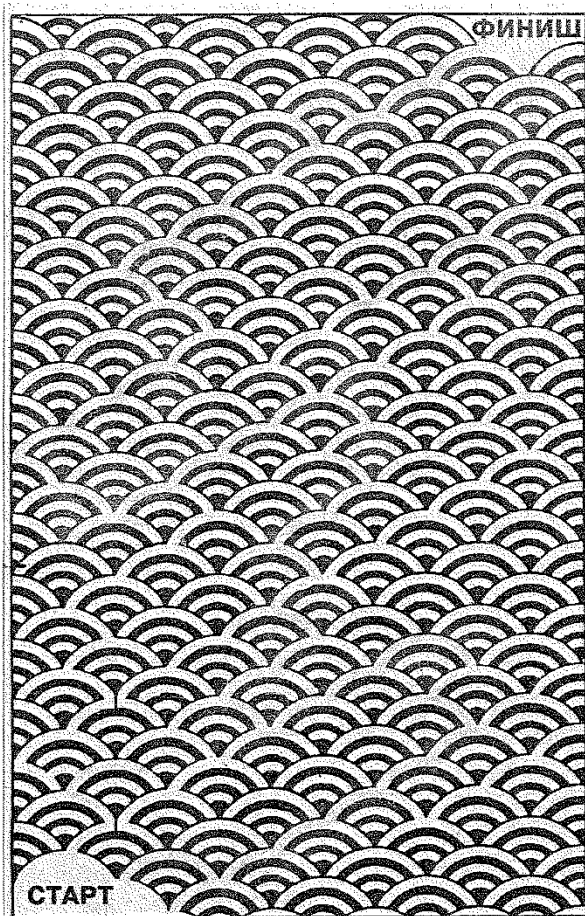
Разъезд паровозов

508. На рисунке показан железнодорожный разъезд, на котором находятся два поезда – А и Б. Как пропустить поезд А вперед, если в поезде Б 10 вагонов, а в тупике Т помещается только 5 вагонов и один паровоз?



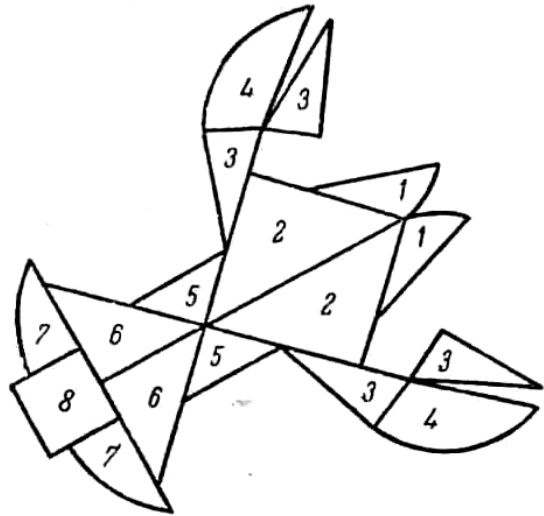
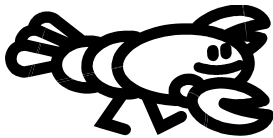
Пара лабиринтов

509. В первом лабиринте нарисуй путь, соединяющий старт и финиш. Во втором – соедини два чёрных квадрата.



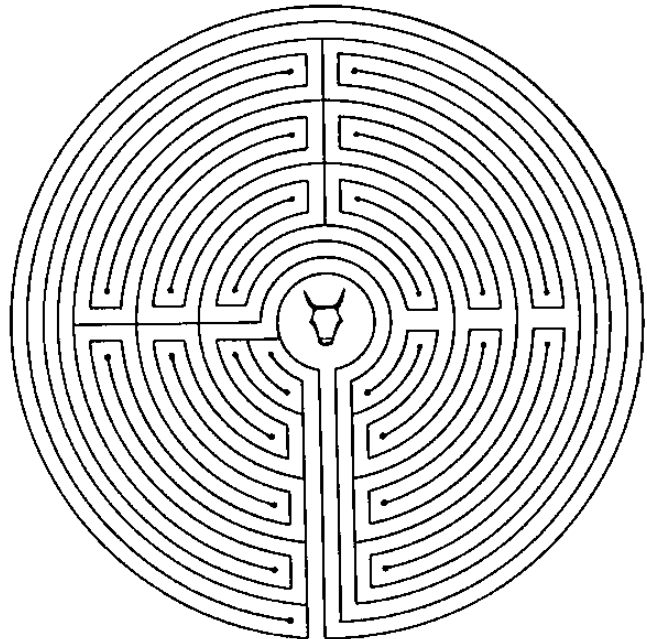
Фигурный рак

510. Перед тобой рак, составленный из различных геометрических фигур. Перерисуй его на плотную бумагу, разрежь по линиям на части и попытайся составить из всех частей сразу две фигуры – круг и рядом квадрат.



Лабиринт Дедала

511. По преданию, Дедал создал этот лабиринт, чтобы заключить Минотавра. Если бы проходы лабиринта были в метр шириной, а стены – по 30 см толщиной, единственный ведущий из него путь имел бы длину более километра. Вероятней всего, что любой человек скорее умер бы от голода или жажды, прежде чем отыскал бы выход.



Продолжи цепочку

512. Определи закономерность расположения чисел и запиши в соответствии с ней ещё 2 числа.

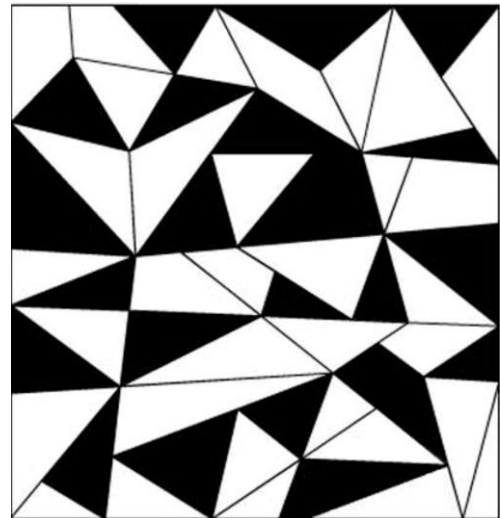
- 5 10 15 20 25 30
- 6 9 12 15 18 21
- 3 7 11 15 19 23
- 9 1 7 1 5 1
- 12 14 13 15 14 16
- 16 12 15 11 14 10
- 25 24 22 21 19 18
- 3 4 6 9 13 18

- 4 5 8 9 12 13
- 25 25 21 21 17 17
- 1 2 4 8 16 32
- 21 18 16 13 11 8

- 1 4 9 16 25 36
- 15 16 14 17 13 18
- 21 18 16 15 12 10
- 4 8 10 20 22 44

Пропавшая звезда

513. Несколько треугольников и четырехугольников образовали сложный узор, в котором скрывается равноконечная звезда. Сможешь ли ты найти, где эта звезда спряталась?



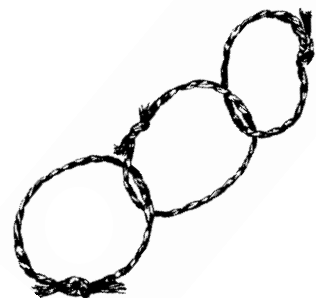
Шнуровка тапочек

514. Спортивные тапочки шнуруются так, как показано на рисунке. Нарисуй, как может выглядеть шнуровка изнутри. Постарайся указать три различных варианта.



Три кольца

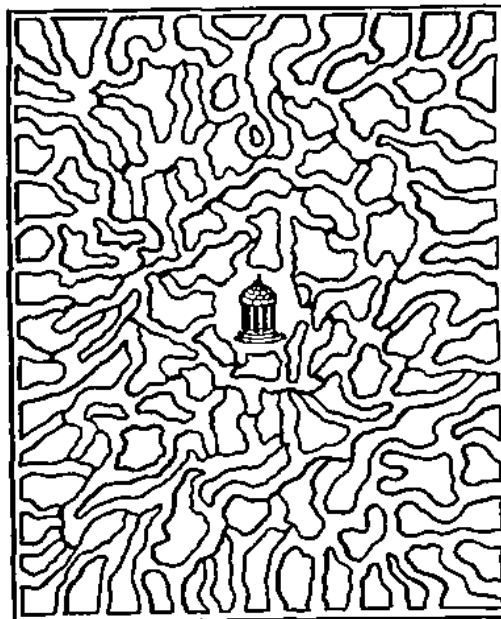
515. Ты можешь разъединить эти три верёвочных кольца, только перерезав среднее. Если ты перережешь одно из крайних колец, то два оставшихся будут по-прежнему связаны. А попробуй связать три кольца так, чтобы, перерезав любое из них, два остальных тоже высвободились.



Беседка Розамунды

516. Беседка Розамунды – знаменитый архитектурный лабиринт в Англии.

Итак, найди путь к беседке, расположенной в парке, изображённом на рисунке. Быть может, для сокращения времени тебе небесполезен будет совет начать поиски от беседки и найти лучше выход из этого коварного парка, чем начинать со входа. Впрочем, при наличии свободного времени это безразлично.



Взломай код

517. Каждая буква алфавита представлена каким-то числом:

| | | | | | | | | | |
|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|
| А | | Ж | | Н | | Ф | | Ы | |
| Б | | З | | О | | Х | | Ь | |
| В | | И | | П | | Ц | | Э | |
| Г | | Й | | Р | | Ч | | Ю | |
| Д | | К | | С | | Ш | | Я | |
| Е | | Л | | Т | | Щ | | | |
| Ё | | М | | У | | Ъ | | | |

- 1) Определи эти числа (найди код), если слово ГИД записывается как 6 12 7, а слово СОН как 21 18 17.
- 2) Прочти фразу: 16 18 15 18 7 8 26 17 3 27 12 17 3 13 7 20 23 6 23 34 11 3 7 3 27 23.
- 3) Вспомни какую-нибудь пословицу, в которой используются числа, и запиши её с помощью кода.

518. Проанализируй ситуацию и попробуй догадаться, почему инспектор Варнике решил, что Мюллер лжёт.

– Наконец-то Вы пришли, инспектор, – с радостью в голосе проговорил Мюллер. – Скорее освободите меня. Мои силы уже на исходе. Какой-то негодяй ворвался сегодня ночью в мою квартиру, связал меня и похитил драгоценности жены. Хотя мы застрахованы, но хорошо бы, если бы Вы нашли преступника раньше, чем об этой истории узнает моя жена. Она сейчас как раз в отъезде.



– Расскажите мне обо всем, что случилось дальше, – попросил инспектор Варнике, освобождая между тем Мюллера от верёвок.

– Это было ужасно, – простонал Мюллер. – Час за часом проходил в томительном ожидании доброго духа, который мог бы меня освободить. Рано утром я услышал, как почтальон просунул газету в дверную щель для писем. Я начал кричать, умоляя позвонить в полицию. Видимо, он и сообщил Вам о случившемся. И вот Вы здесь.

Инспектор Варнике на мгновение задумался, а затем сказал:

– Известно ли Вам, Мюллер, что полагается за попытку обмануть страховую компанию? Наказание понесете не только Вы, но и Ваша жена. Ведь это она, очевидно, так заботливо привязала Вас к стулу. Ей, как соучастнице, тоже не удастся выйти сухой из воды.

³ Задачи с запутанными детективными историями про инспектора Варнике можно найти в большом количестве в книге: Болховитинов В. Н., Колтовой Б. И., Лаговский И. К. Твоё свободное время. Занимательные задачи, опыты, игры. М.: Дет. лит., 1975. 464 с.

Непослушный глобус

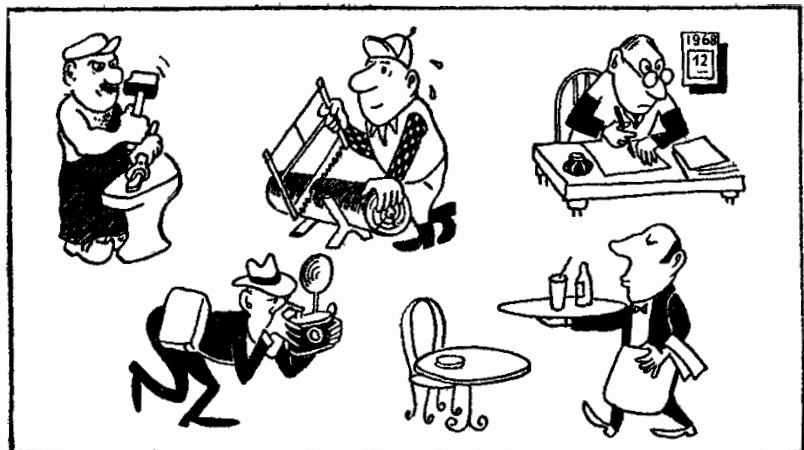
519. Заполни пустые клетки сквэрворда: в каждой вертикали, горизонтали и двух больших диагоналях все буквы слова ГЛОБУС должны присутствовать ровно по одному разу.



| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Г | Л | О | Б | У | С |
| | | | | | |
| | | Л | У | Г | |
| | | | | | |
| | | | Г | О | Л |
| | | | | | |

Кто из них левша?

520. Кто из изображённых людей левша? Почему ты так считаешь?



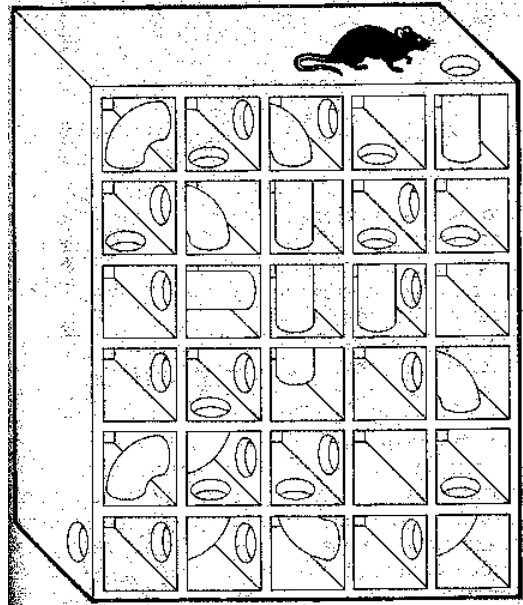
Четыре стакана

521. Три пустых стакана находятся на расстоянии 13 см друг от друга. Если взять три линейки длиной 12 см каждая, то сможешь ли ты так положить их на пустые стаканы, чтобы получился достаточно крепкий мостик, который смог бы выдержать на себе четвёртый стакан, наполненный водой? Воду из этого стакана выливать нельзя!



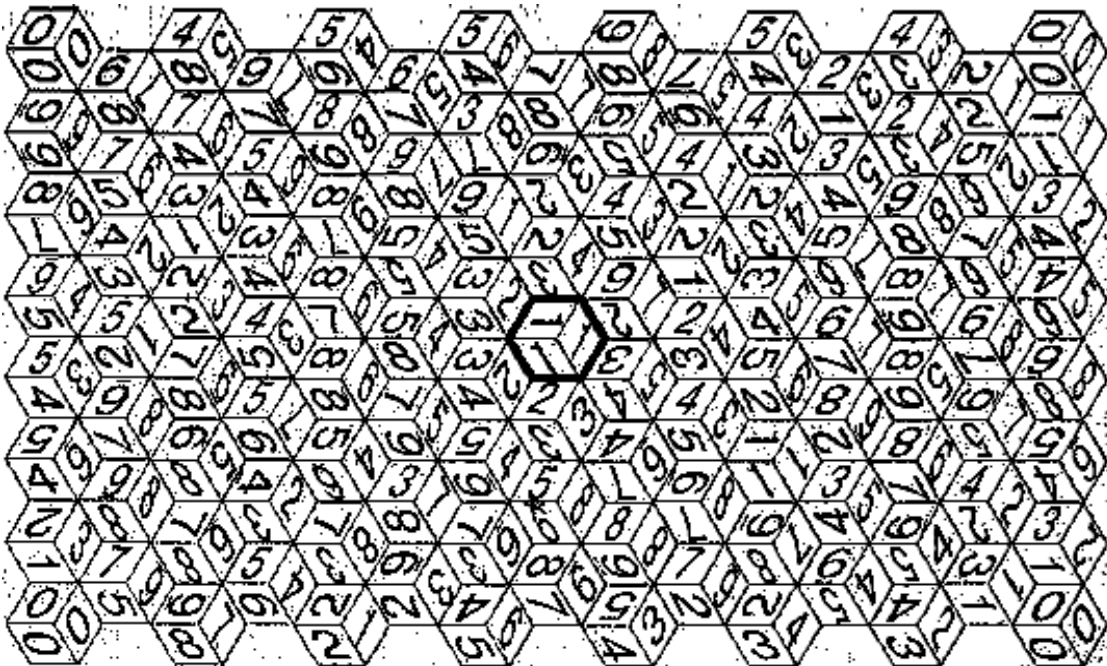
Подопытная крыса

522. Эту крысу протестировали на сообразительность. Как ты думаешь, нашла ли она нужные дыры, чтобы пролезть внутрь, и нужные трубы, чтобы выбраться из ящика в нижнем левом углу?



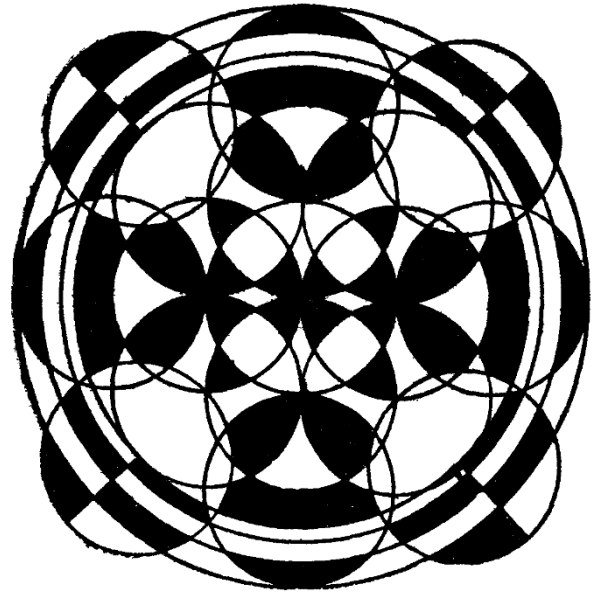
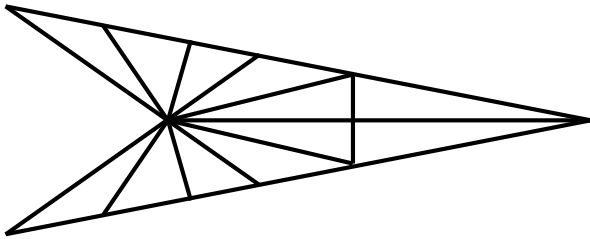
Лабиринт из кубиков

523. Начни двигаться с цифры 1 в середине картинки и далее – по кубикам с номерами от 2 до 9 (по нарастающей). Далее иди по кубикам с номерами от 9 до 1 (по убывающей). Затем опять по кубикам от 1 до 9 и так далее. В результате ты должен выйти из лабиринта в нулевом кубике.



524. Сколько кругов ты можешь насчитать на картинке справа?

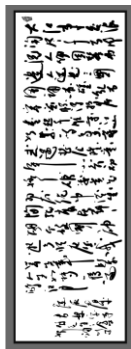
525. А сколько треугольников на картинке внизу?



Урок каллиграфии

526. Каллиграфия требует большого внимания. Японский студент за безукоризненную копию получает 25 баллов. За каждую допущенную ошибку отметка снижается на 1 балл. Сколько баллов получит студент, сделавший эту копию?

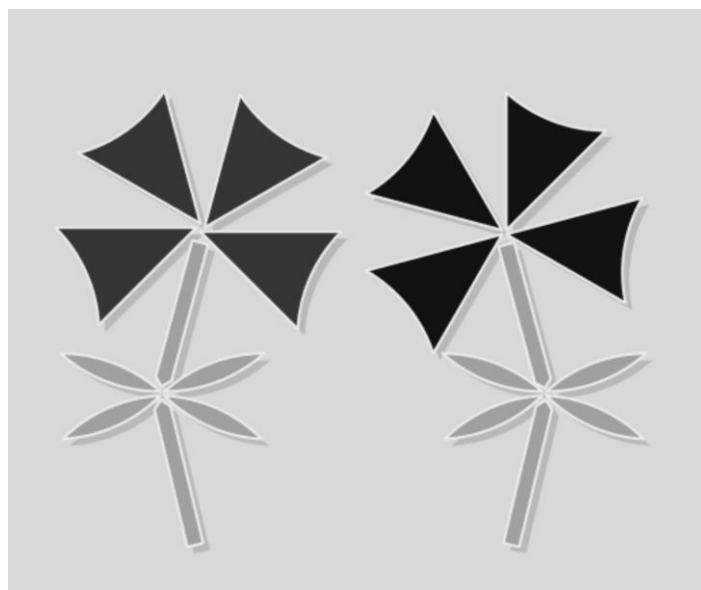
東志各笑露鎗
份爭起術創造
歲亞家池的擔
梅鮮好人礦隄
恬冶被終城痹



東志各笑露鎗
份爭起術創造
歲亞家池的擔
梅鮮好人礦隄
恬冶被終城痹

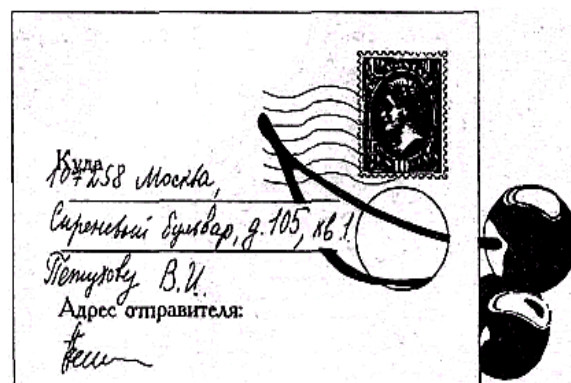
Два цветка

527. Перед тобой два цветка, каждый из которых состоит из 4 лепестков. Из всех этих кусочков нужно собрать круг. Да, именно круг, причём полноценный. Нужно использовать все лепестки и части стебля, но так, чтобы они не накладывались друг на друга при создании круга.



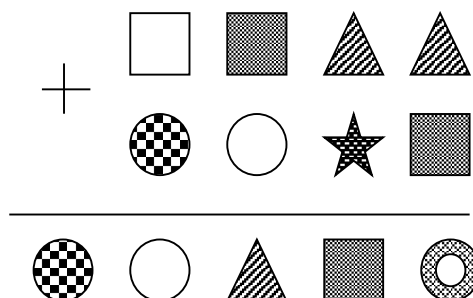
Как освободить вишни?

528. В почтовой открытке сделаны две прорези, а между ними вырезан кружочек. Этот кружочек меньше, чем изображённые на рисунке вишни. Отделите вишни от открытки, не порвав её и не повредив вишни. При этом есть вишни нельзя!



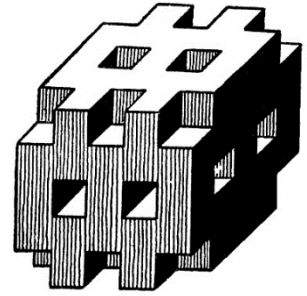
Пример с фигурами

529. Замените фигуры цифрами (одинаковые фигуры – одинаковыми цифрами, разные – разными) так, чтобы пример был верным.



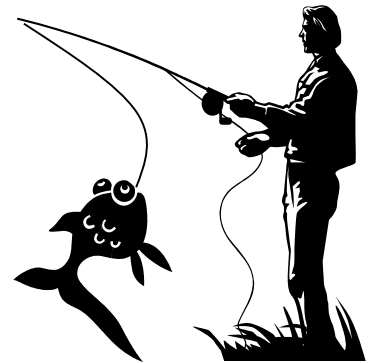
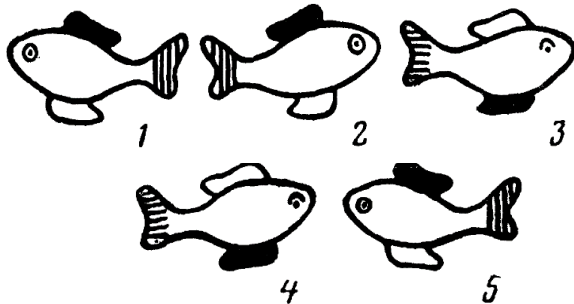
Сколько весит деталь?

530. Из заготовки, имевшей форму правильного куба, была сделана деталь, показанная на рисунке. Удастся ли тебе вычислить, сколько весит деталь, если заготовка весила 250 г? Шесть отверстий на поверхностях детали – сквозные.



Лишняя рыбка

531. Из этих пяти рыбок одна лишняя. Какая?



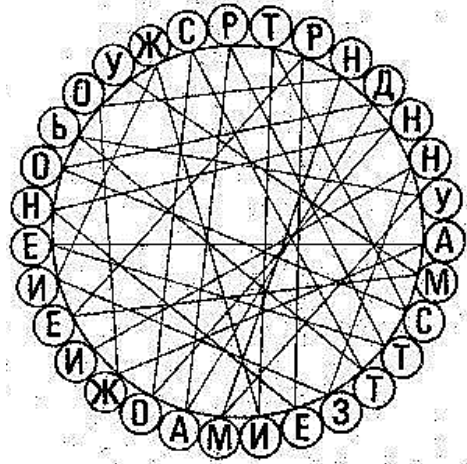
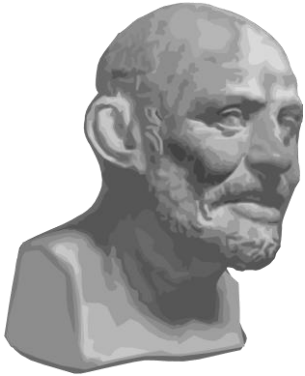
Сообразительные сыщики

532. Три сыщика гнались за преступниками. Следы привели их к подвалу. Укрепив на выступе стены канат, сыщики спустились в подвал. Не успели они осмотреться, как раздался злорадный смех, и верёвка, свисавшая из окна, исчезла. Как же выбраться наверх? Прикинув высоту подвала, сыщики решили построить пирамиду, став друг на друга. Но как ни старался самый лёгкий из них достать до окна, ему это не удавалось. И не хватало всего каких-нибудь 5 см. Оставалось только смириться со своим положением и ждать помощи. Но вдруг один воскликнул: «Я нашёл выход!» Что придумал этот сыщик?



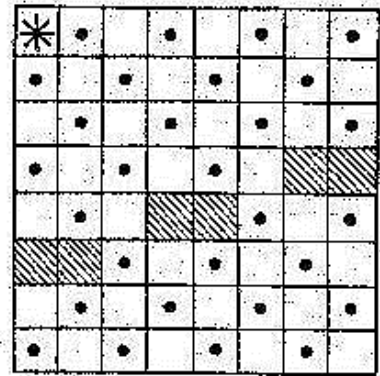
Так говорил Демокрит

533. Прочитай зашифрованный афоризм Демокрита.



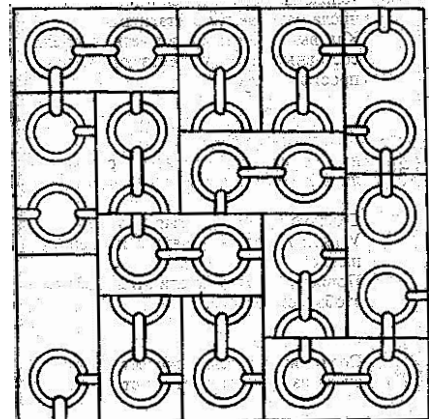
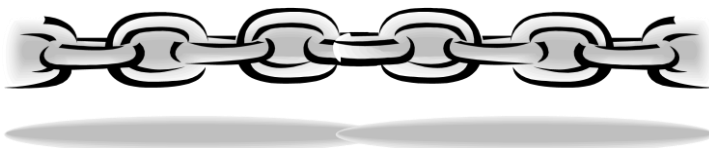
В зоопарке

534. На плане зоопарка точками отмечены клетки с животными. Смотритель обошёл все клетки, чтобы почистить их. Начал он с клетки, отмеченной звёздочкой, и обошёл одну за другой все клетки, как занятые, так и свободные. По диагоналям он не ходил и на заштрихованных клетках не был, так как там помещались разные строения. Закончив обход, смотритель оказался в той же клетке, с которой начал путь. Каков был путь?

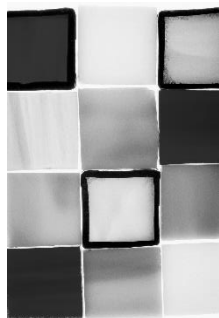


Неразрывная цепочка

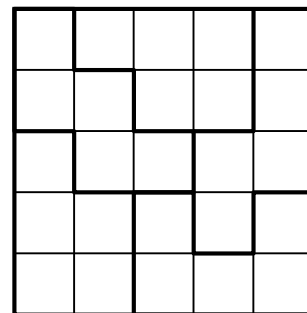
535. Перерисуй фрагменты на плотную бумагу, разрежь их и сложи так, чтобы цепь не была разорванной.



Разноцветный квадрат



536. Закрась клетки доски 5×5 в пять цветов так, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и в каждом выделенном блоке все цвета встречались по одному разу.



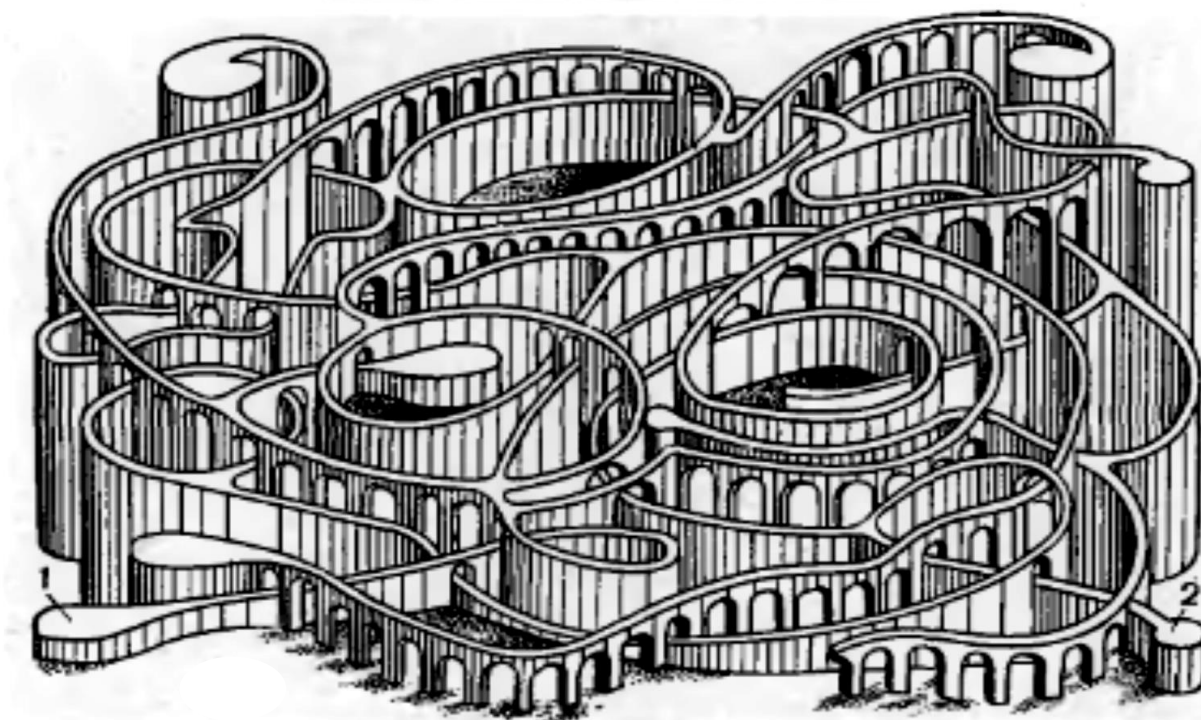
Сколько узлов?

537. Сколько узлов завяжется, если потянуть за концы верёвки?



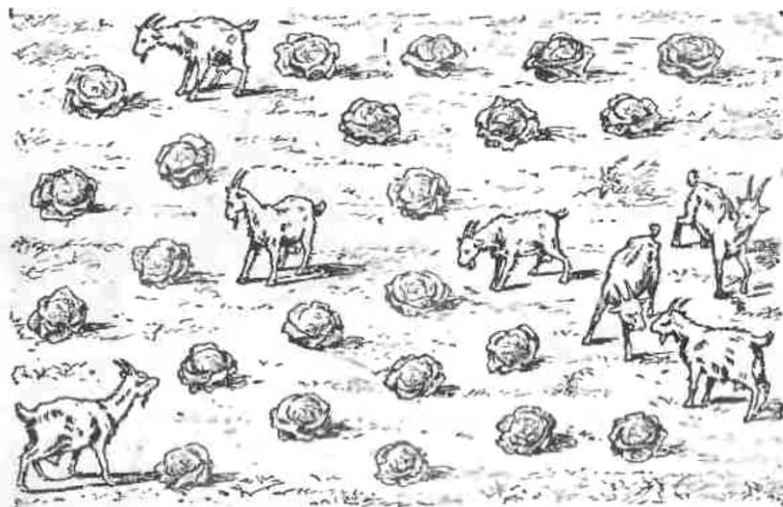
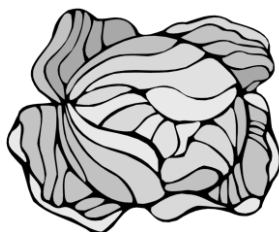
Прогулка по городу

538. Прогуляйтесь по эстакадам геометрического города от площади 1 к площади 2.



Отдели коз от капусты

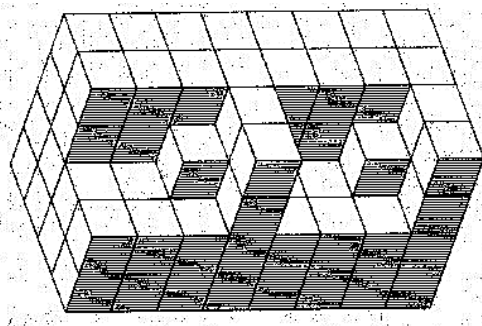
539. Проведи три прямые линии так, чтобы отделить коз от капусты.



Сколько кубиков

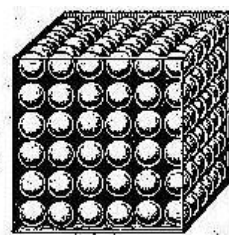
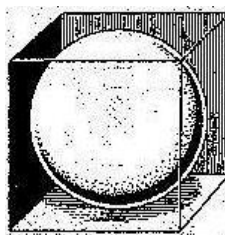


540. Сколько кубиков нужно, чтобы сложить фигуру, изображённую справа?



Какой ящик тяжелее?

541. Вот два одинаковых ящика в форме куба. В левый положен большой железный шар, диаметр которого равен высоте ящика. Правый ящик заполнен маленькими железными шариками, уложенными так, как показано на рисунке. Какой ящик тяжелее?



Оригинальный календарь

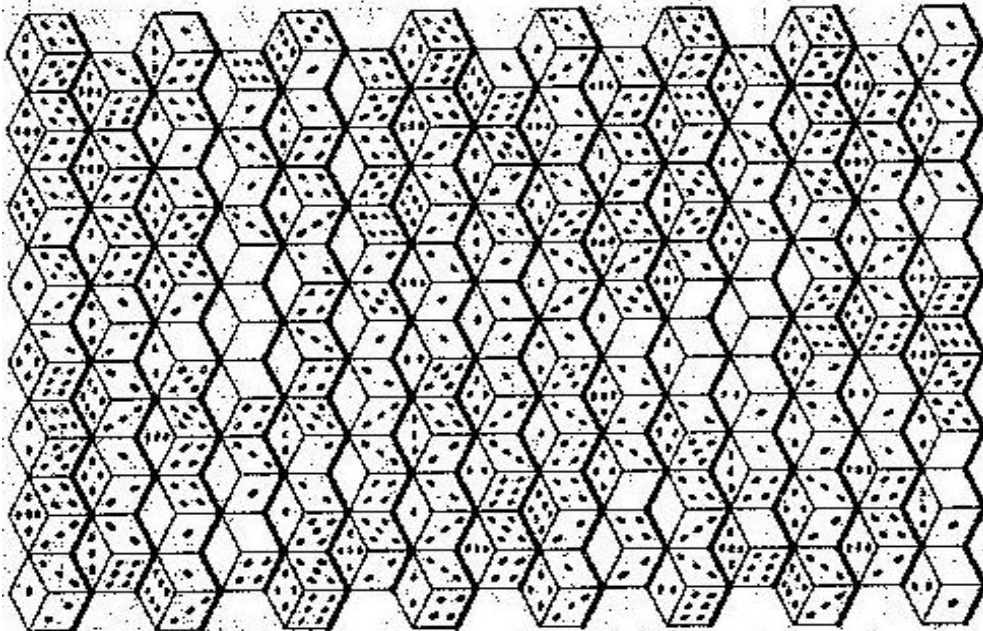
542. В окне одного магазина я увидел оригинальный настольный календарь. Дату указывали цифры на передних гранях двух кубиков. На каждой грани кубика стоит по одной цифре от

0 до 9. Переставляя кубики, можно изобразить на календаре любую дату – от 01, 02, 03, ... до 31. Какие цифры скрыты на невидимых гранях кубиков? Ответ на этот вопрос несколько труднее, чем может показаться на первый взгляд.



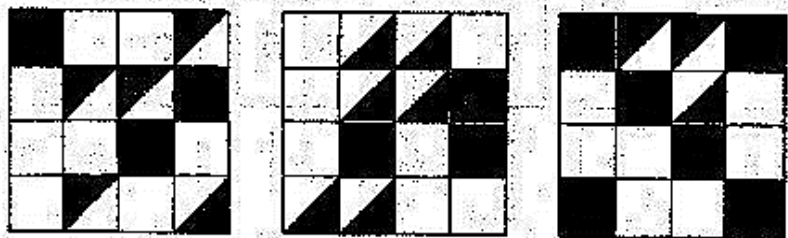
Ещё один лабиринт из кубиков

543. В этом лабиринте можно передвигаться с одного кубика на другой только в том случае, если количество точек на гранях совпадает. Но можно переходить на любую из его видимых граней. Найди путь от центрального кубика до кубика с тремя пустыми гранями.



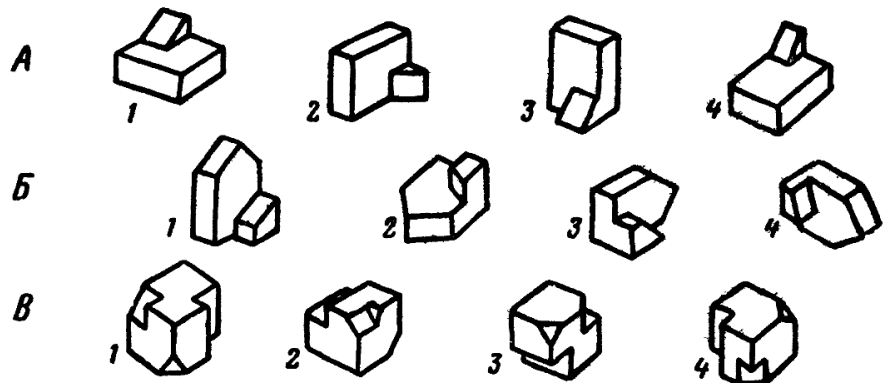
Сколько белых клеток?

544. Если наложить друг на друга три квадрата, сколько станет белых клеток?



Найди одинаковые фигуры

545. В каждом из трёх рядов две фигуры одинаковые. Найди их.



Лабиринт с числами

546. Как попасть в центр лабиринта, начиная с любой его стороны? При этом нельзя передвигаться по диагонали и можно про-

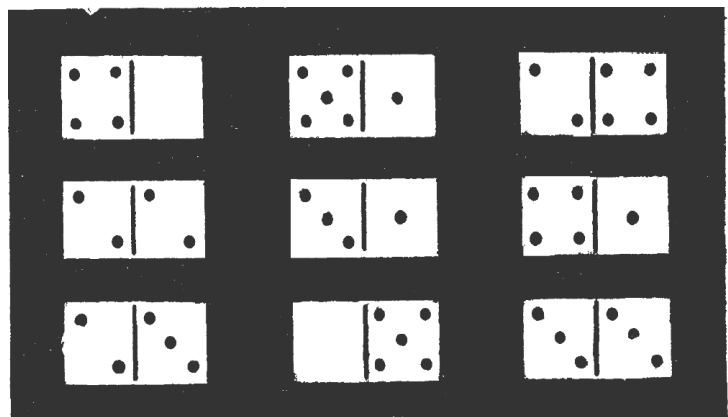


ходить только через комнаты с чётными номерами, которые делятся на 3.

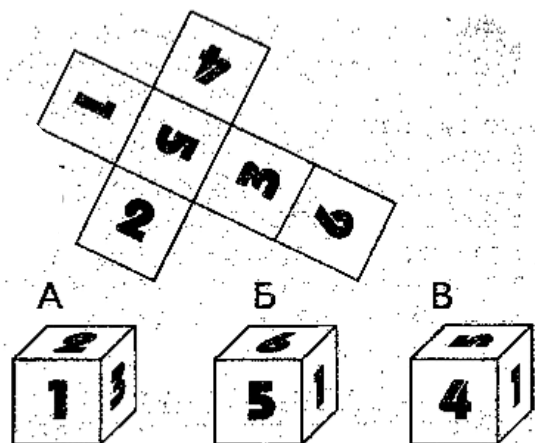
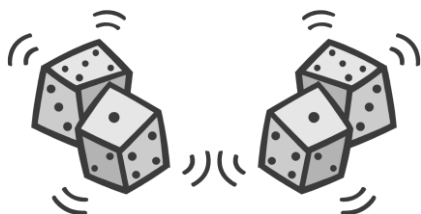
| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 23 | 6 | 14 | 19 | 2 | 24 | 10 | 7 |
| 9 | 8 | 7 | 12 | 24 | 6 | 18 | 5 | 16 |
| 3 | 4 | 24 | 8 | 7 | 1 | 6 | 24 | 12 |
| 6 | 5 | 12 | 6 | 8 | 10 | 15 | 12 | 6 |
| 12 | 2 | 7 | 21 | 6 | 15 | 30 | 7 | |
| 11 | 6 | 5 | 6 | 10 | 12 | 9 | 6 | 11 |
| 12 | 8 | 11 | 30 | 15 | 18 | 6 | 24 | 9 |
| 2 | 13 | 24 | 6 | 12 | 8 | 6 | 7 | 18 |
| 9 | 8 | 12 | 10 | 9 | 7 | 15 | 3 | 8 |

Костяшки домино

547. Поменяй местами две пары костяшек так, чтобы сумма очков в каждом из трёх горизонтальных и каждом из трёх вертикальных рядов стала равной 15.



548. Какой из этих трёх кубиков можно сложить из развертки кубика, изображённой вверху?



Задача про заключенных

549. В одной далёкой стране в тюремном заключении находились 100 человек. Однажды начальник тюрьмы собрал их всех вместе и сказал:



– У вас появилась прекрасная возможность выйти на свободу! Но для этого каждого из вас мы посадим в одиночную камеру, из которой нет никакой связи с другими заключёнными, и сыграем с вами в игру. Если вы выиграете, то все выйдете на свободу, если проиграете – вас скормят крокодилам. Условия игры простые. В одну из пустых комнат мы поставили лампу, сейчас она выключена. В эту комнату надзиратели будут вводить вас по одному. Вы можете включать или выключать лампу, можете к ней не прикасаться. Любые попытки произвести какие-либо другие действия будут сразу же пресекаться. При этом будьте уверены, что каждого из вас обязательно когда-нибудь приведут в комнату с лампой, и, более того, после каждого привода вы можете быть уверены, что он не последний.

Игра закончится, как только один из вас скажет: «В этой комнате побывал каждый из 100 заключённых хотя бы по одному разу». Мы проверим, прав ли он, и либо выпустим всех



вас, либо скормим крокодилам. У вас есть десять минут, чтобы договориться о своих действиях, после чего мы начнём игру.

О чём должны договориться заключенные, чтобы наверняка выйти на свободу?

Президентская головоломка

560. Чем занята эта маленькая девочка? Возможно, она пытается ускорить время и пораньше получить рождественские подарки. А может быть, она пытается решить знаменитую «президентскую головоломку».

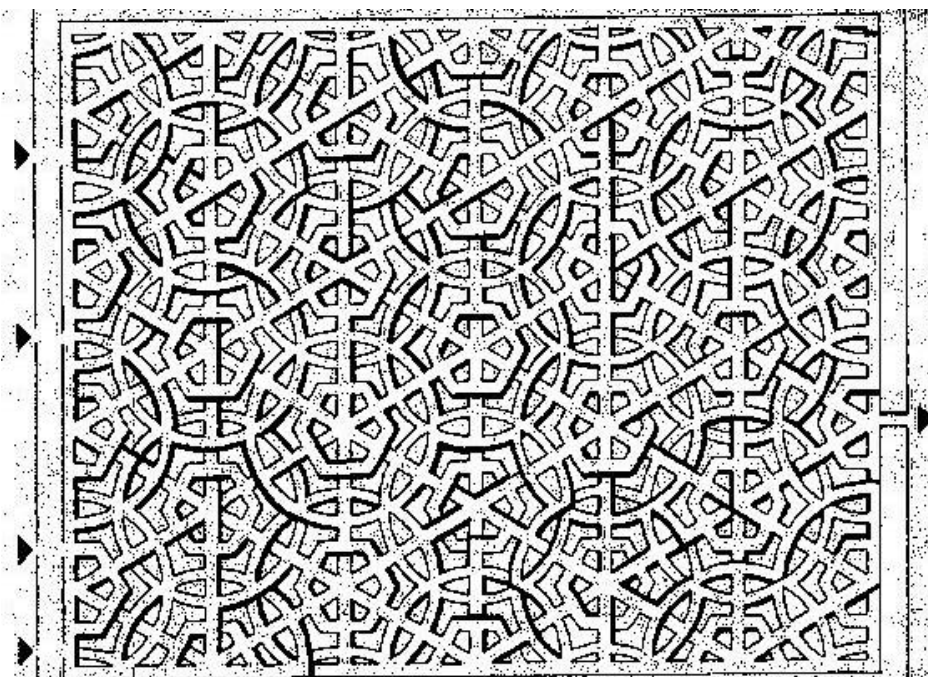
Состоит эта головоломка в следующем. Американский президент Улисс Грант вступил в должность в 1869 году, Джералд Форд покинул президентский пост в 1977 году.

А теперь отыщи две даты (имеются в виду годы), расположенные между этими двумя событиями. Каждая из этих дат должна читаться одинаково даже при условии, что ты перевернёшь её «вверх ногами».



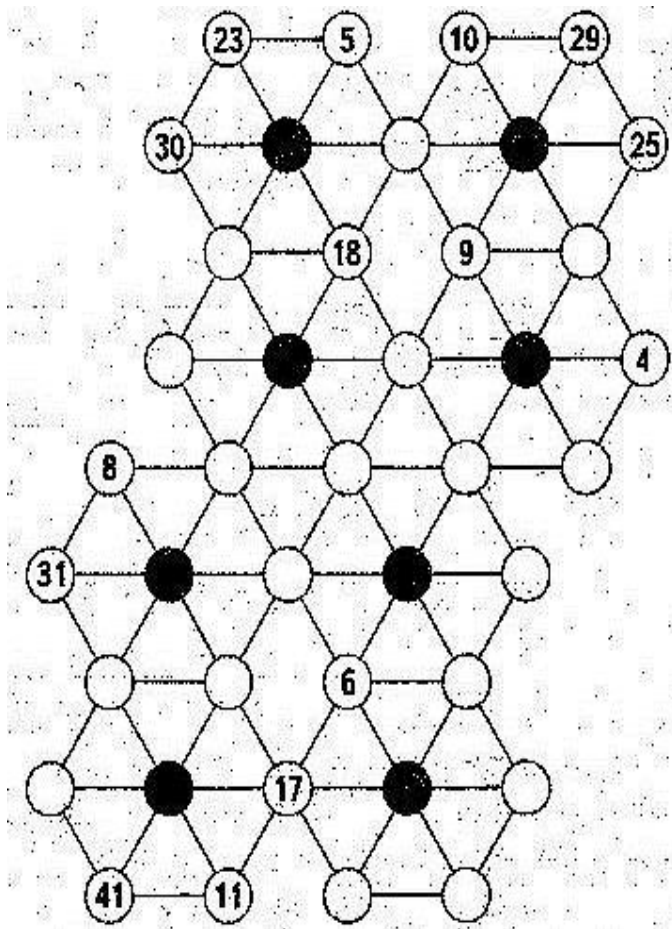
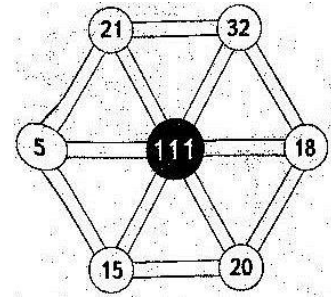
И снова лабиринт

561. Найди дорогу в лабиринте окружностей и шестиугольников узора.



Охлаждение теплового двигателя

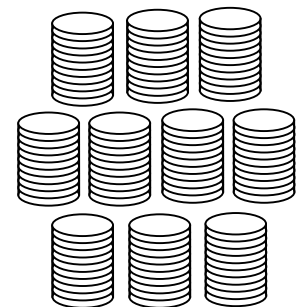
562. Разработчики нового теплового двигателя поставили эксперимент, чтобы выявить эффективность различных смазочно-охлаждающих жидкостей. Горячая вода (в чёрных трубах) несёт тепло в систему со скоростью 111 условных единиц в час.



Различные пробные смазочно-охлаждающие жидкости текут по соседним трубам, образующим кольцо вокруг каждой чёрной трубы, и отводят тепло со скоростью, которая зависит от их собственных технических характеристик. При условии, что подача тепла в каждой чёрной трубе должна быть уравновешена отводом тепла с помощью окружающего её кольца охлаждающих труб, заполни недостающие числовые значения на схеме всей экспериментальной установки.

Фальшивые монеты

563. Имеется 10 кучек монет по 10 монет в каждой. Одна из кучек целиком состоит из фальшивых монет, но какая именно – неизвестно. Известен лишь вес настоящей монеты, и, кроме того, установлено, что каждая фальшивая монета на один грамм тяжелее, чем нужно. Монеты можно

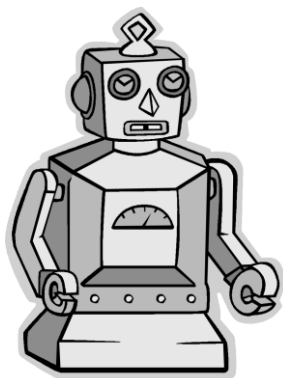


взвешивать на пружинных весах. Какое минимальное число взвешиваний необходимо произвести, чтобы отыскать кучку, целиком состоящую из фальшивых монет?

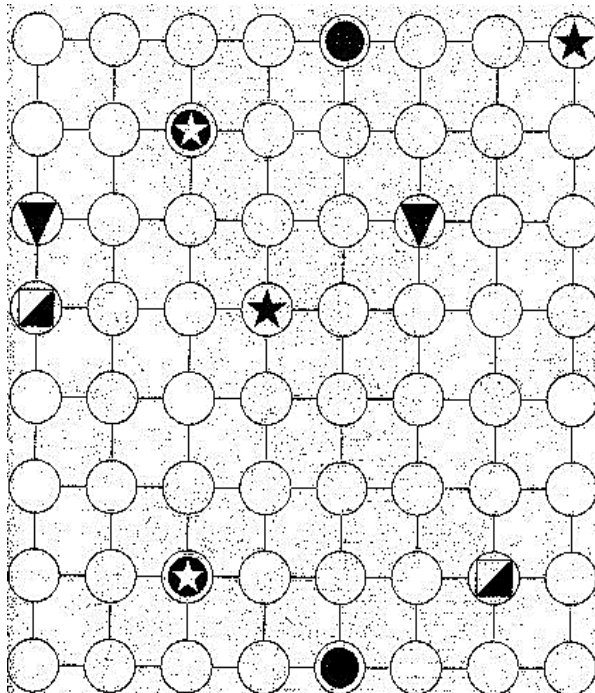


Задание для робота

564. Робот получил задание соединить проводами на этой схеме каждые два кружочка с одинаковыми условными обозначениями. Линии нигде не должны пересекаться, а



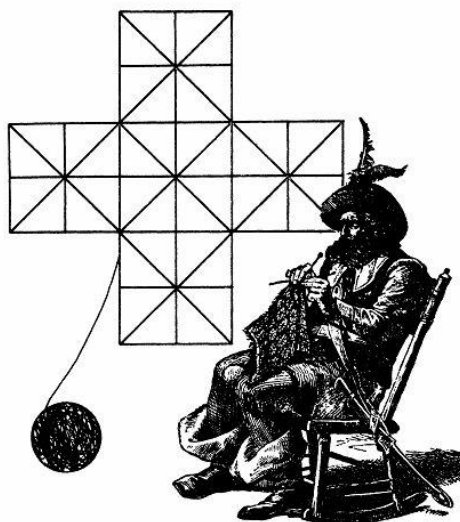
кружочки внутри схемы не должны быть использованы дважды. Сможешь ли ты найти решение?



Мечта пирата

565. О чем может мечтать старый морской волк, давно отошедший от дел? Да все о том же: морских далях и экзотических островах. А что ещё ему остаётся?

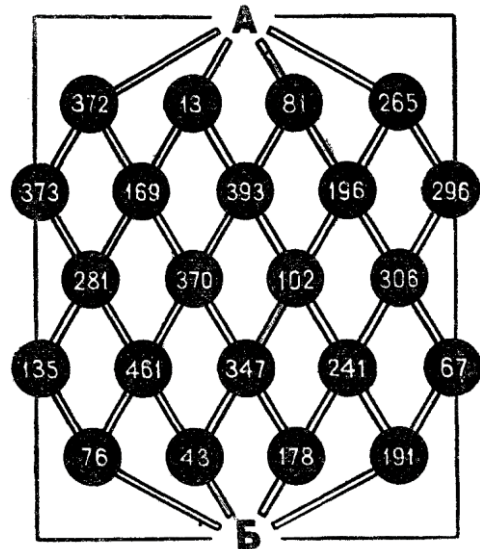
И вот сидит наш мечтательный пират в своём кресле и старательно вяжет – петелька к петельке – воздушного змея. Такого змея, который сможет унести его на просторы милых сердцу южных морей. А мы тем



временем можем присмотреться к этой конструкции и попытаться сосчитать, из скольких квадратов и треугольников состоит воздушный змей пирата?

В сумме – тысяча

566. От *A* к *Б* ведёт много различных дорог. И среди них лишь одна, которая проходит через кружки с числами, дающими в сумме 1 000. Найди этот путь.



Квадратные суммы

567. Последовательно складывая нечётные числа, мы каждый раз получаем квадрат натурального числа:

$$1 = 1$$

$$1 + 3 = 4$$

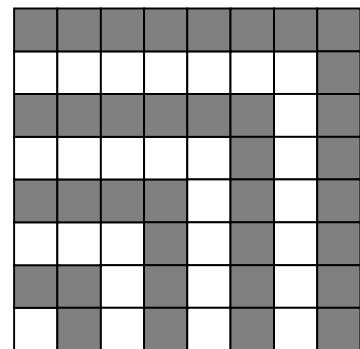
$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

...



Обоснуй эту закономерность, глядя на изображённый на рисунке квадрат, составленный из уголков.

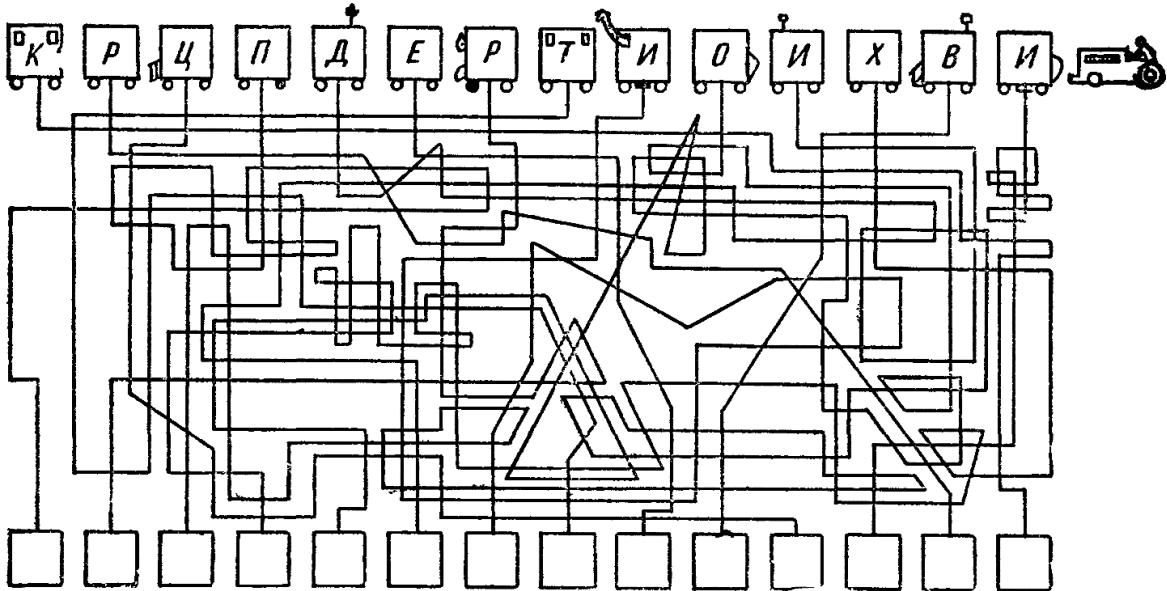
Чему равна сумма чисел $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2005 + 2013$?

Разные фигуры

568. Разрежь квадрат со стороной 12 см на четыре различные фигуры, периметр каждой из которых равен 40 см.

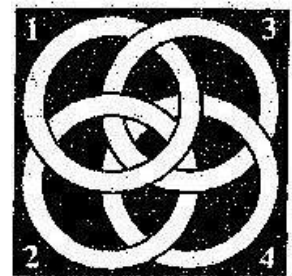
Что здесь написано?

569. Попробуй мысленно «передвинуть» фургончики по соответствующим линиям на свои места (в квадратики внизу). Получится фраза. Какая?



Сцепленные кольца

570. Какое кольцо нужно разъединить, чтобы освободить остальные?



Сумасшедшие мухи

571. Две мухи Машка и Наташка сели в полдень на стрелки часов (Машка – на часовую, Наташка – на минутную) и поехали таким образом: если какая-то стрелка обгоняет другую, то Машка и Наташка, сидящие на этих стрелках, меняются местами. Сколько кругов проедет каждая из них до полуночи и на какой стрелке каждая из мух приедет на финиш?



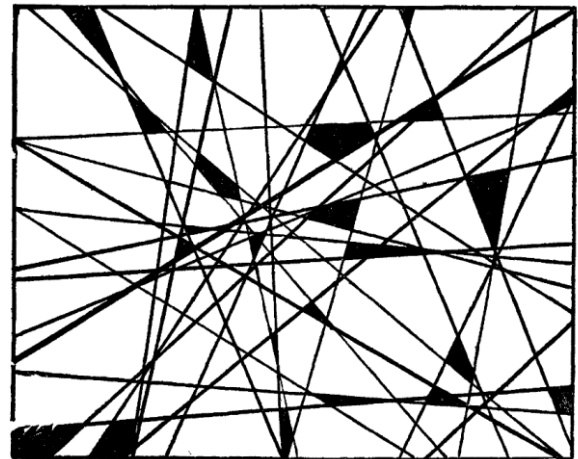
По какому плану?

572. По какому из четырёх планов построен этот дом?



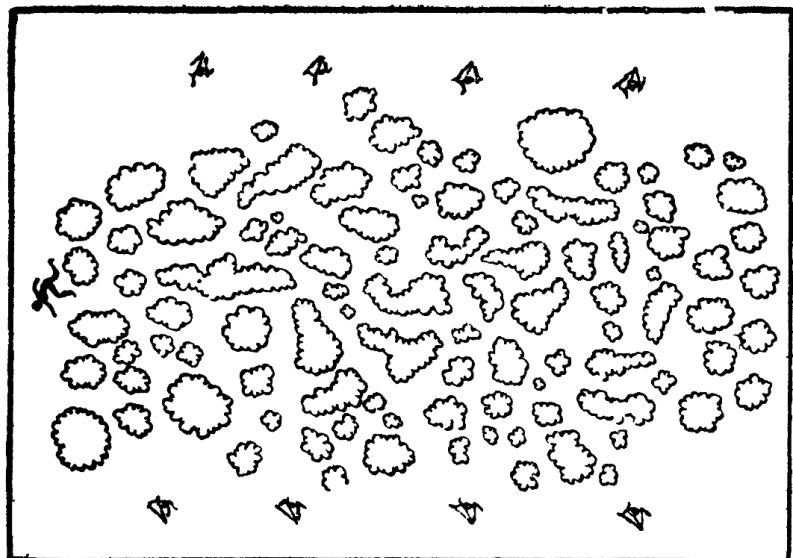
Попробуй отыскать

573. Сколько правильных пятиконечных звёзд ты сможешь найти в линиях этого замысловатого узора?



Как пройти?

574. Разведчику нужно так пройти через лес, чтобы его не заметил ни один из наблюдателей. Укажи ему правильный путь.



Загадочный алфавит

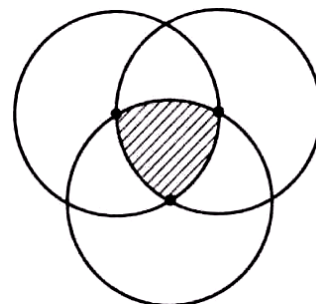
575. Найди путь из левого верхнего угла в правый нижний (от «А» до «Я»), который проходит по одному разу по каждой букве алфавита. Ходить разрешается только на соседнюю букву по вертикали или горизонтали.



| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| А | О | Д | Т | Ч | З | У | А |
| Р | И | Щ | Ш | Й | П | К | Ю |
| Ю | Й | Н | Ы | Ж | Е | Щ | Т |
| П | Г | Л | Ц | Ь | Ъ | Э | Б |
| Ч | И | Б | Ш | Г | Ъ | Ф | Л |
| Д | М | Ь | Ж | Н | Э | С | Е |
| Х | Ё | Ц | О | Ы | Ф | Р | С |
| В | К | З | В | Ё | М | Х | Я |

Отпечатки стакана

576. Посетитель бара оставил на стойке три отпечатка доньшка своего стакана, сделав их так аккуратно, что каждая окружность проходит через центры двух других. Бармен полагает, что общая часть всех трёх кругов (на рисунке она заштрихована) составляет четверть площади круга, а посетитель считает, что площадь общей части больше. Кто из них прав?



Загадочный талисман

577. Знаешь ли ты о знаменитом фокуснике Бруно Мухлевайте? Нет? О, это был известнейший фокусник своего времени, но после одного инцидента слава его стала утихать. Давай разберёмся в этой истории и поможем Бруно снова радовать нас своими головокружительными фокусами!



В одном из карточных фокусов Мухлевайте уронил свой загадочный талисман, и тот разлетелся вдребезги. Что же делать?

Выходит – восстанавливать. С помощью реконструктора Джона Обломаясь они восстановили талисман. Но, к сожалению, бывшая волшебная сила к талисману не вернулась. Совсем

опечалился фокусник Мухлевайте. Тогда он пошёл к гадалке Обдиралиной в надежде, что та подскажет ему, как починить талисман. И его надежды оправдались!

Гадалка Обдиралина долго рассматривала его руку и после долгого молчания сказала: «Тебе, фокусник, чтобы восстановить свой талисман, нужно внимательно посмотреть на ту работу, что сделал Обломайся. В ней ты должен расставить цифры от 1 до 9 так, чтобы их сумма на каждой стороне треугольника составляла 17. Только учти, что цифры на краях этого головоломного треугольника тоже идут в расчёт».

Итак, помоги фокуснику вернуть былую силу.

Набор карточек

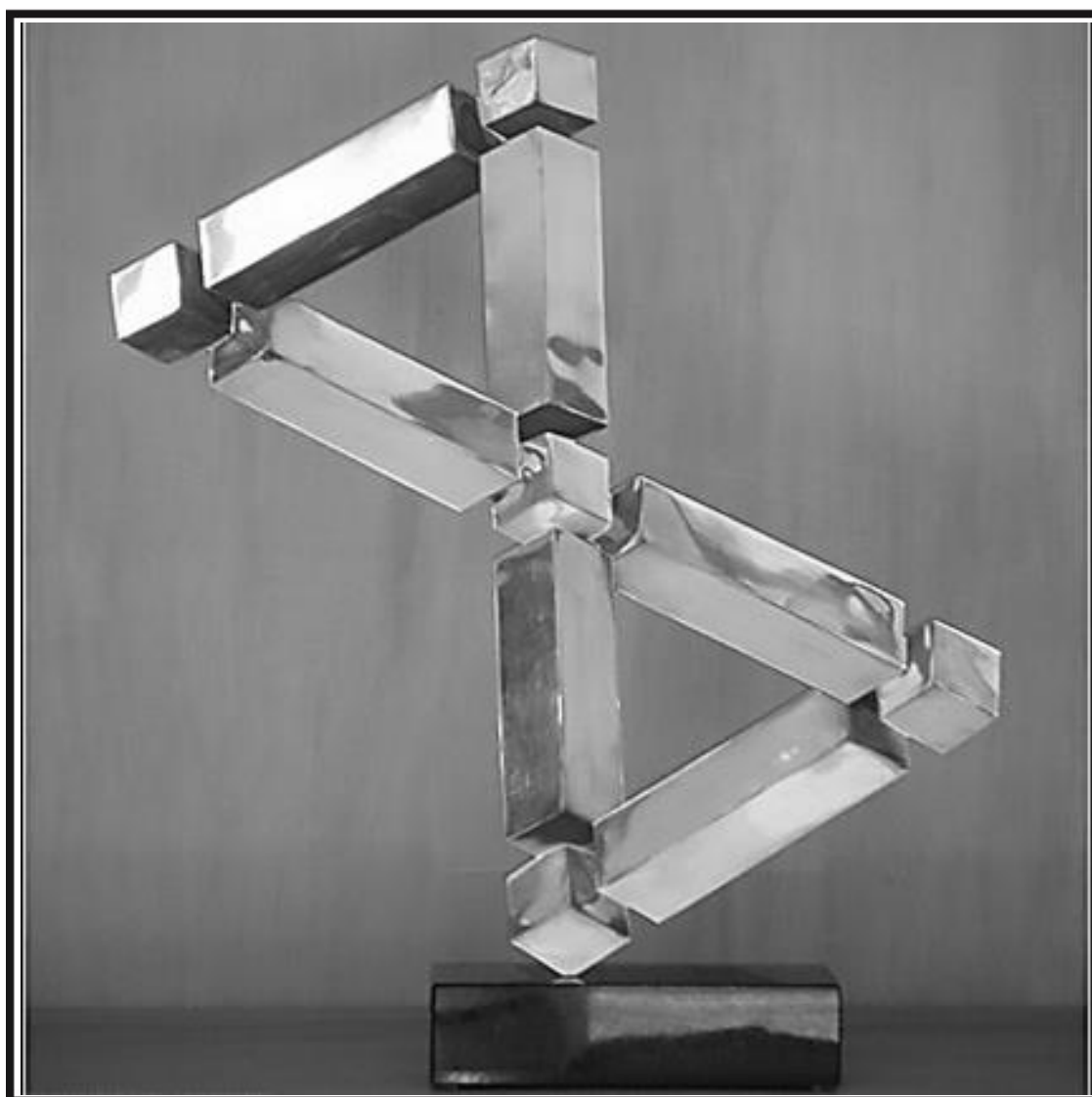


578. На столе лежат карточки. Можно ли убрать двенадцать карточек так, чтобы сумма чисел на оставшихся была равна 50?

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 11 | 23 | 13 | 5 | 23 |
| 21 | 15 | 7 | 35 | 29 |
| 15 | 27 | 3 | 1 | 17 |

Часть седьмая

ГОЛОВЛОМКИ СВОИМИ РУКАМИ

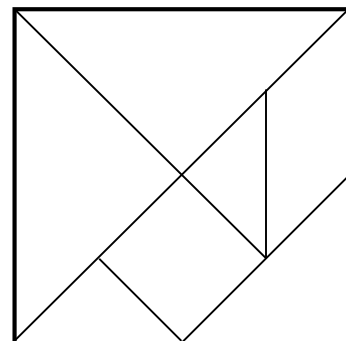


Высшее назначение
математики состоит в том,
чтобы находить скрытый
порядок в хаосе,
который нас окружает.

*Норберт Винер,
американский учёный,
математик и философ*

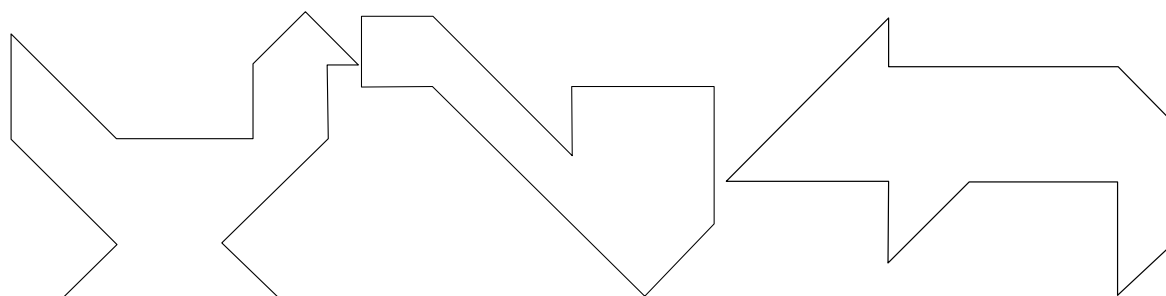
Танграм

Перед тобой игра-головоломка «Танграм». Она появилась несколько тысяч лет назад в Китае. Вероятно, первоначально части квадрата служили для демонстрации геометрических фигур: *прямоугольника, параллелограмма, трапеции* (узнай, какие это фигуры, и составь их!).



С течением времени было замечено, что из частей квадрата можно составить очень много фигур-силуэтов самой причудливой формы, употребляя для составления каждой фигуры **все семь частей квадрата**.

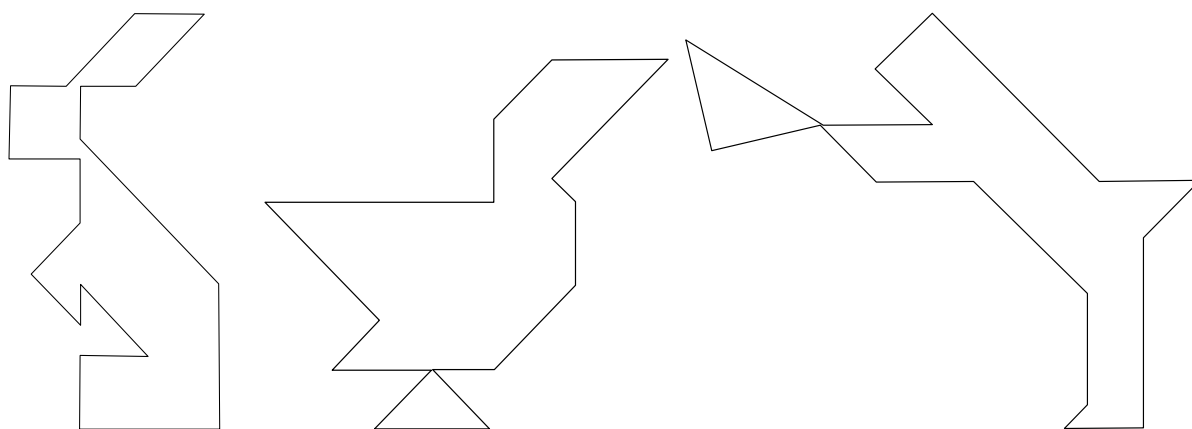
Вырежи из плотного картона квадрат и разрежь его на части, как показано на рисунке вверху. Составь из всех частей квадрата фигуры, изображённые ниже.



КУРИЦА

ТРУБКА

ПОРΟΣЁНОК



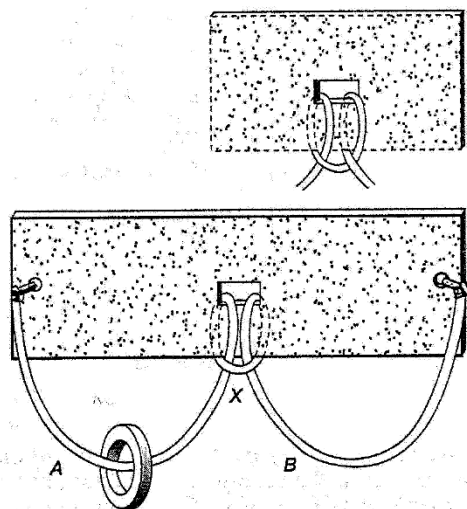
ЗАЯЦ

ГУСЬ

КЛАНЯЮЩИЙСЯ ЧЕЛОВЕК

Топологическая головоломка

Эту головоломку несложно сделать из куска картона, верёвки и колечка таких размеров, чтобы оно не проходило через центральное отверстие. Чем больше кусок картона и тяжелее верёвка, тем легче производить соответствующие манипуляции. Задача заключается в том, чтобы переместить кольцо из петли *A* в петлю *B*, не разрезая верёвки и не отвязывая её концов.

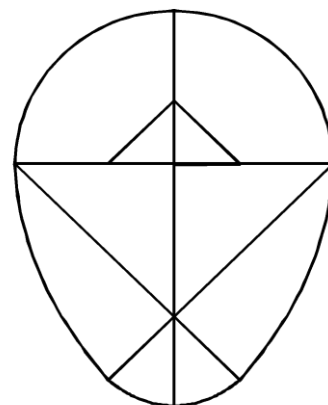


Следует обратить внимание на то, что если один конец верёвки проходит под петлёй *X*, а другой – над ней (см. верхний рисунок), то задача не имеет решения.

Попробуй и ты решить эту несложную задачку!

Колумбово яйцо

Колумбово яйцо – это фигура, контур которой похож на яйцо и которая разрезана на 10 частей – это обычные треугольники, трапеции с одной округлой стороной, что позволяет составлять силуэты птиц, человека, животных, развивая наблюдательность и геометрическое воображение.



Для изготовления головоломки можно использовать цветной картон, разрезанный так, как показано на схеме.

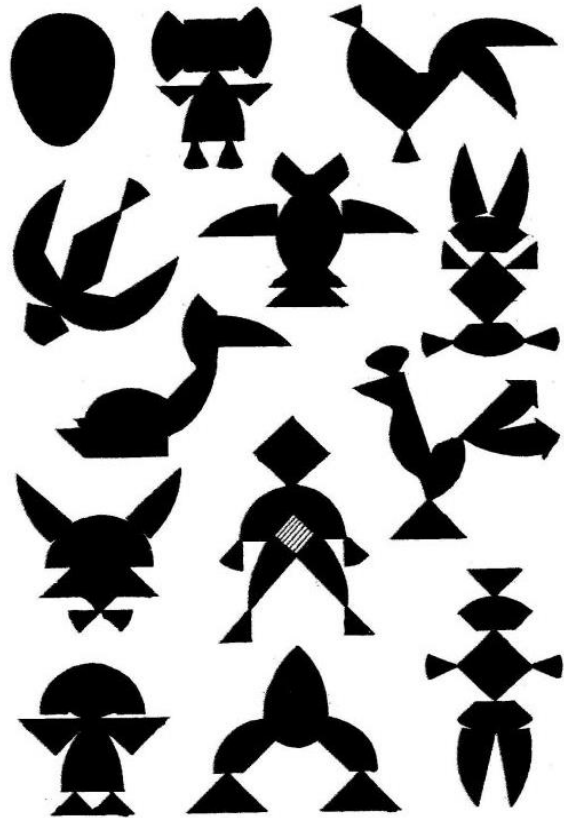
При создании силуэтов, показанных ниже, нужно использовать все части головоломки, присоединяя одну к другой без наложений.

«Колумбово яйцо» – это выражение вошло во многие европейские языки из сочинения «История Нового Света», написанного итальянским путешественником Джироламо Бенцони.

В нём говорится, что, когда Христофор Колумб рассказывал, будучи на обеде у кардинала Мендосы, о своём открытии Америки, один из гостей кардинала воскликнул: «Да ведь это так просто!» Тогда Колумб предложил ему решить вроде бы тоже простую задачу – поставить яйцо вертикально.

Тот, как ни старался, не смог этого сделать; тогда Колумб, стукнув тупым концом яйца о стол, приплюснул скорлупу у основания и поставил яйцо на стол. И сказал: «Да, это действительно очень просто».

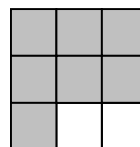
Сейчас выражение часто используется иносказательно: неожиданный, смелый выход из затруднительного положения или неординарное, остроумное решение сложной задачи.



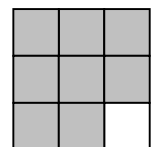
Квадрат

Одна сторона квадрата 4×4 окрашена в серый цвет, другая – в белый. Сверни этот квадрат так, чтобы получился квадрат 3×3 с таким расположением тёмных и светлых клеточек, как показано на рисунках справа.

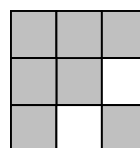
1.



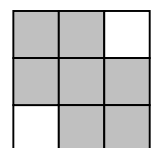
2.



3.

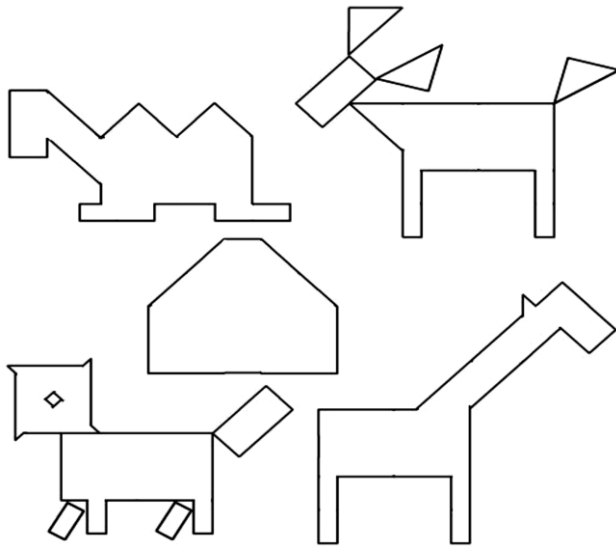


4.



Монгольская игра

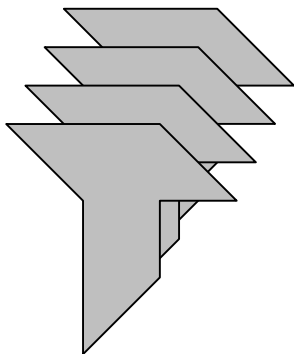
Монгольская игра – одна из самых древних классических головоломок. Она представляет собой квадрат, разрезанный на 11 частей: 2 квадрата, один большой прямоугольник, 4 маленьких прямоугольника, 4 треугольника.



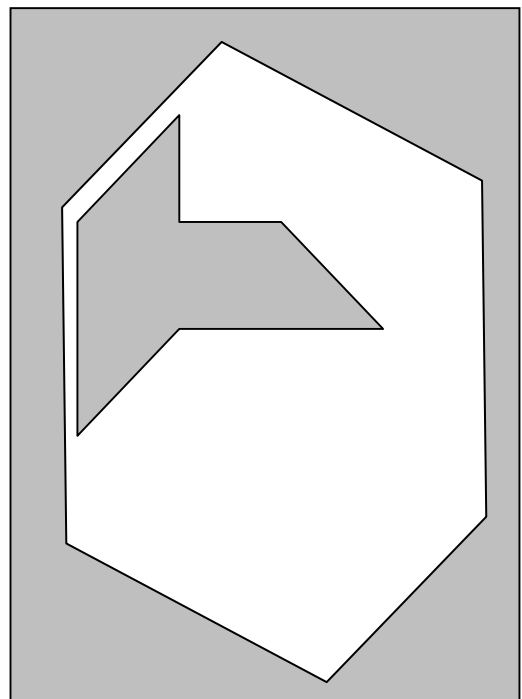
Суть игры – собирать всевозможные фигурки из данных элементов по принципу мозаики по образцу-контуре. В состав каждой фигурки должны входить все одиннадцать частей, при этом они не должны перекрываться.

Колючки

Головоломка, придуманная известным изобретателем В. И. Красноуховым, состоит из пластины с отверстием в форме шестиугольника и четырёх одинаковых деталей, похожих на колючки. Требуется расположить колючки внутри шестиугольника.



Колючки не должны перекрывать друг друга или выходить за границы шестиугольника.



Пентамино – одна из самых популярных мировых головоломок; пик её популярности пришёлся на конец 60-х годов прошлого века. В эту головоломку могут играть и дети, и взрослые.

Запатентовал головоломку “Pentomino” Соломон Вольф Голомб, житель Балтимора, математик и инженер, профессор университета Южной Калифорнии.

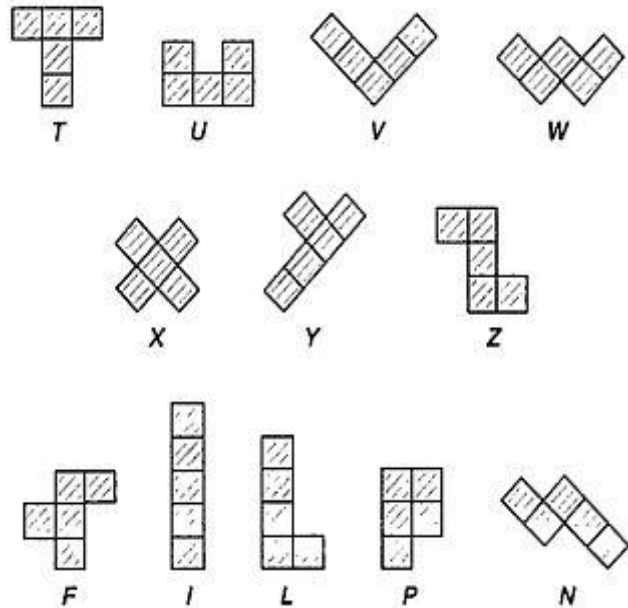
Игра содержит плоские фигуры, каждая из которых состоит из пяти одинаковых квадратов, соединённых между собой сторонами, отсюда и название. Существует ещё версия головоломок тетрамино, состоящих из четырёх квадратов, от этой игры и произошел известный «Тетрис».

Игровой набор «Пентамино» состоит из 12 фигурок. Каждая фигура обозначается латинской буквой, форму которой она напоминает. При решении задач и головоломок фигурки можно вертеть и переворачивать, поэтому при изготовлении игры своими руками элементы необходимо делать двухсторонними.

Для изготовления элементов пентамино необходимо:

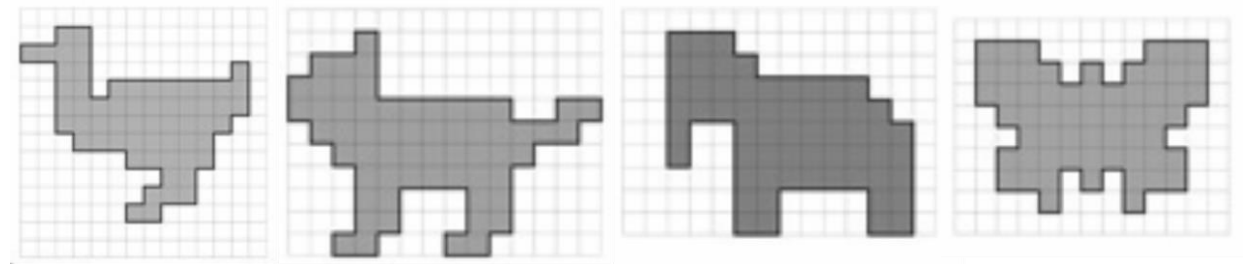
- нарисовать каждый элемент на твёрдом картоне или пластике; рисовать лучше каждый элемент по отдельности, не складывая в прямоугольник, – так вырезать будет легче;
- вырезать первую фигуру “U” и проверить размеры; далее вырезать все остальные элементы, проверяя, чтобы они спокойно входили в элемент “U” своими выпуклыми частями;
- оклеить фигурки с двух сторон цветной бумагой.

Задание 1. Самая распространённая задача – сложить из всех фигурок прямоугольник. Поскольку каждая из 12 фигур



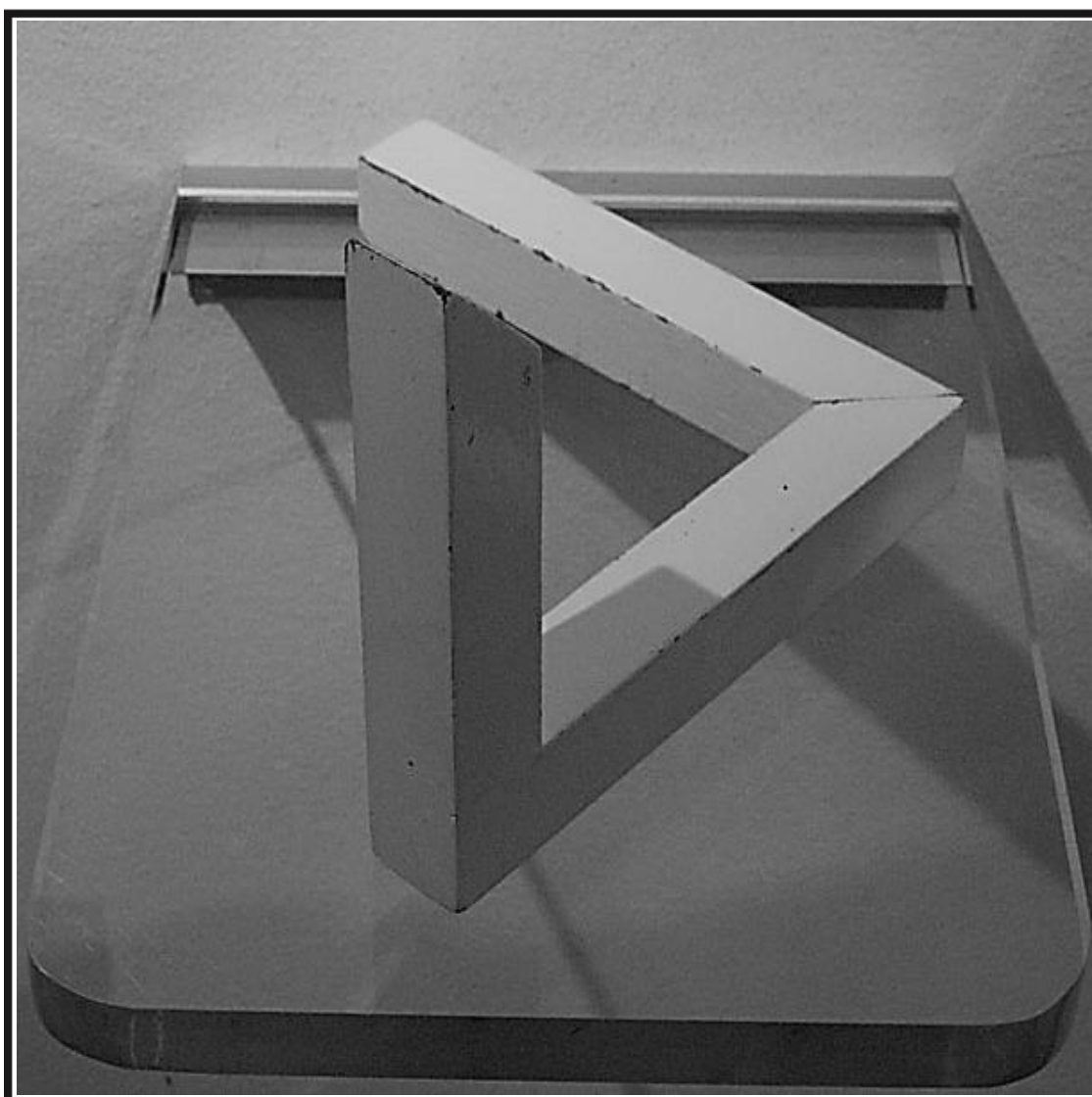
включает в себя 5 квадратов, то прямоугольник должен быть площадью 60 единичных квадратов.

Задание 2. Из элементов можно складывать различные фигуры, симметричные узоры, буквы алфавита, цифры. Предлагаем тебе сложить следующие четыре фигуры: утку, кошку, слона и бабочку – и придумать свои забавные картинки из пентамино.



Часть восьмая

**ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ
МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЫ**



Предмет математики
настолько серьёзен,
что полезно не упускать
случаев делать его
немного занимательным.

*Блез Паскаль,
французский философ,
писатель, математик и физик*

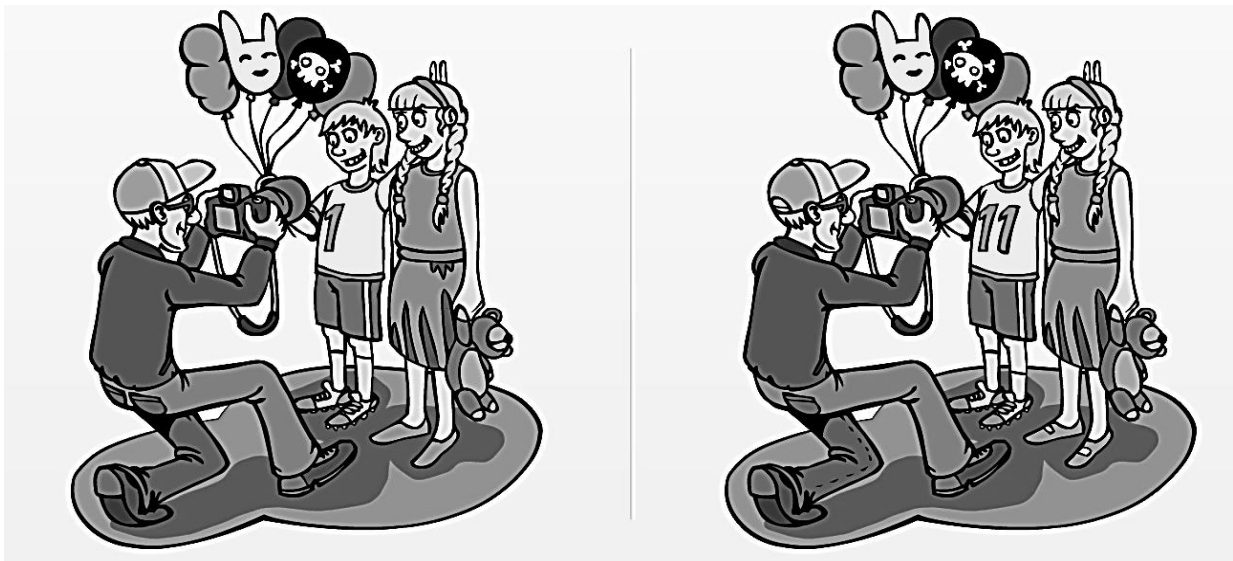
Математико (итальянская игра)

Для игры нарежь из картона или плотной бумаги 52 небольшие карточки и на каждой из них напиши по одному числу: на четырёх карточках по 1, на следующих четырёх по 2, затем на четырёх по 3 и т. д. Последним написанным числом, очевидно, будет 13.

Количество играющих не ограничено. Каждый играющий берёт себе листок бумаги с 25 клетками в форме квадрата 5×5 и карандаш. Один из играющих (ведущий) берёт колоду приготовленных карточек с числами, растасовывает её, затем открывает первую карточку и объявляет написанное на ней число. Каждый из играющих записывает это число в одну из клеток на своём листке бумаги. После того как число вписано, перемещать его в другую клетку запрещается. Затем ведущий объявляет число, написанное на следующей карточке, играющие опять вписывают его в любую из свободных клеток своего листа и т. д.

Игра прекращается, когда будут заполнены все 25 клеток. Тогда результат каждого из участников оценивается некоторым числом очков, зависящим от способа размещения чисел в клетках квадрата. Победителем будет считаться тот, у кого окажется больше очков. Подсчет очков производится по следующей таблице.

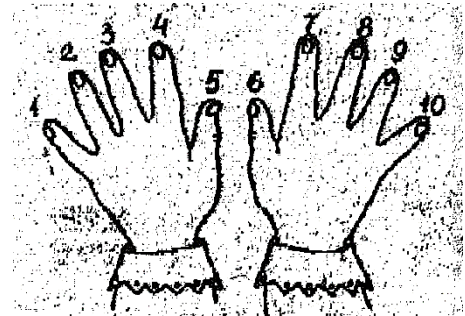
| <i>Комбинация чисел</i> | <i>Ряд или столбец</i> | <i>По диагонали</i> |
|---|------------------------|---------------------|
| За 2 одинаковых числа | 10 | 20 |
| За 2 пары одинаковых чисел | 20 | 30 |
| За 3 одинаковых числа | 40 | 50 |
| За 3 одинаковых числа и 2 других одинаковых числа | 80 | 90 |
| За 4 одинаковых числа | 160 | 170 |
| За 5 последовательных чисел, но не обязательно по порядку расположенных | 50 | 60 |
| За три раза по 1 и два раза по 13 | 100 | 110 |
| За числа 1, 13, 12, 11 и 10, но не обязательно по порядку расположенных | 150 | 160 |
| За 4 единицы | 200 | 210 |



«Таблица умножения» на пальцах

Умножение на 9

Положи обе руки на стол ладонями вниз. Тогда мизинец левой руки пусть будет первым пальцем, безымянный – вторым, средний – третьим и т. д., большой палец правой руки – шестым и т. д., мизинец правой руки – десятым пальцем обеих рук. Эти пальцы являются безошибочным счётчиком.



Примеры:

- $9 \times 5 = 45$. Чтобы решить это на пальцах, ты только должен посмотреть, сколько пальцев от 5-го пальца налево и сколько направо: 4 пальца слева – это 4 десятка, 5 справа – это 5 единиц, значит, ответ будет 45.

- $9 \times 7 = 63$. От 7-го пальца налево 6, а направо 3 пальца, значит, 63.

- $9 \times 9 = 81$. От 9-го пальца налево 8, а направо 1 палец, значит, 81.

⁴ Здесь и далее в подобных заданиях необходимо найти ровно десять различий на двух внешне похожих картинках. Задания заимствованы с ресурса <http://rebzi.ru/10-differences>.

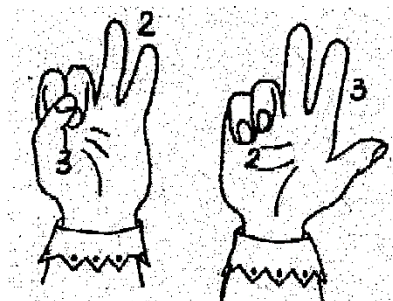
• $9 \times 1 = 9$. От первого пальца налево нет ни одного пальца, значит, десятков в ответе не будет, направо 9 пальцев – 9 единиц.

Поупражняйся в таком умножении и научи тех, кто плохо усваивает таблицу умножения на 9.

Умножение чисел 6, 7, 8, 9

Для этого способа умножения надо уметь сгибать необходимое число пальцев, протянутые пальцы означают десятки, количество их складывают, согнутые пальцы – единицы, их перемножают. Например, 7×8 .

Решение. На одной руке протягиваем столько пальцев, на сколько единиц первое число больше 5 ($7 - 5 = 2$ – два пальца),



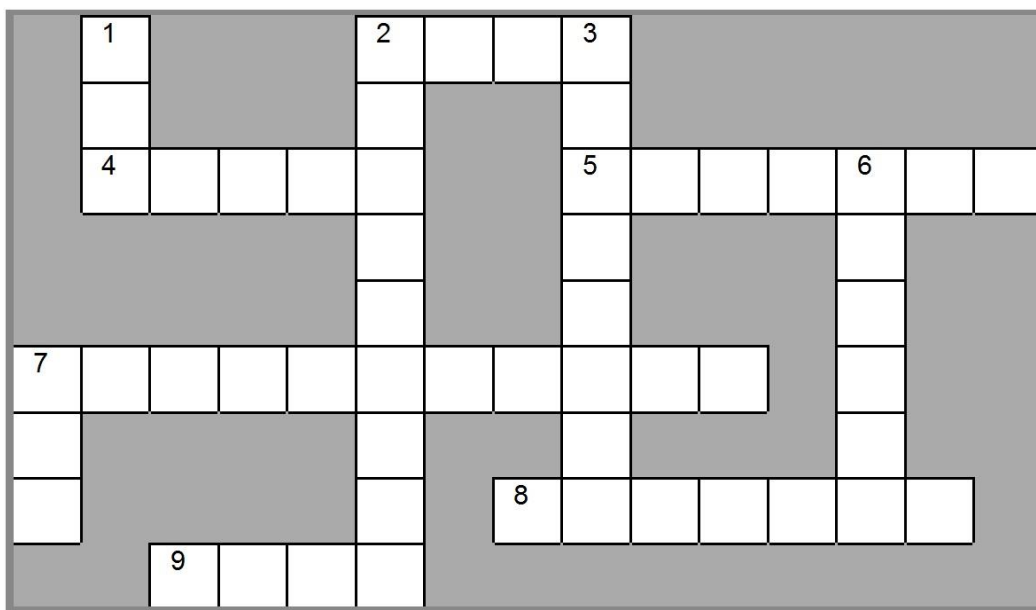
на другой руке протягиваем $8 - 5 = 3$. Находим число десятков: 2 десятка + 3 десятка = 5 десятков. Чтобы получить единицы, перемножаем 3×2 (3 пальца согнуты на одной руке и два пальца – на другой), получаем 6 единиц. Значит, $7 \times 8 = 56$.

Проверь, как действует такой приём для других примеров на умножение.

Очередь к зубному



Математический кроссворд



По горизонтали: 2. Знак математического действия. 4. Запись одной или нескольких цифр. 5. Часть прямой, соединяющая две точки. 7. Многоугольник. 8. Математическое действие. 9. Старинная мера длины.

По вертикали: 1. Часть прямой. 2. Геометрическая фигура. 3. Математическое действие. 6. Упражнения, выполняемые с помощью рассуждений и вычислений. 7. Число разрядов в классе.

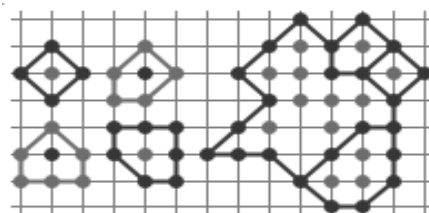
В лунопарке





Точки

«Точки» («Города») – игра на клетчатой бумаге для двух человек. Соперники по очереди ставят по одной точке на пересечении линий листа (пункте) в клетку, каждый своим цветом.



Первый ход каждого игрока происходит в центральной части поля. Последующие ходы могут быть в любой пункт, если только он не в окружённой области. Возможности пропускать ход нет.

При создании непрерывной (по вертикали, горизонтали, диагонали) замкнутой линии образуется область. Если внутри неё есть точки противника (при этом могут быть пункты, не занятые чьими-либо точками), то это считается областью окружения, в которую далее запрещено ставить точку любому из игроков. Если точек соперника нет, то область свободная и в неё можно ставить точки. При появлении в свободной области точки соперника свободная область будет считаться областью окружения при условии, что точка соперника не была завершающей в его окружении. Точки, попавшие в область окружения, далее не участвуют в образовании линий для окружения. Точки, поставленные на краю поля, не окружаются.

Партия заканчивается, когда не осталось свободных мест, по взаимному согласию игроков, либо когда один из игроков отказывается делать ход, останавливая игру.



Если игрок А останавливает игру, то его оппоненту даётся фиксированное время, в течение которого он будет ставить точки один, доокружая свободные точки игрока А. По истечении этого времени игра заканчивается автоматически.

Победа определяется при подсчёте окружённых точек (побеждает игрок, который окружил большее число точек соперника) или по взаимному согласию игроков.

Археологи

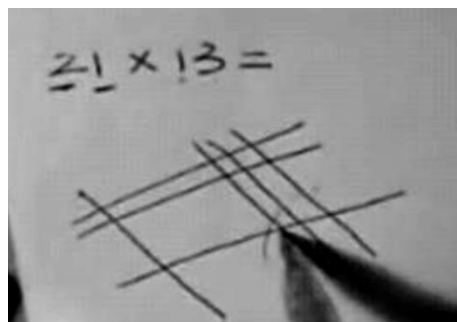


Восточный способ умножения

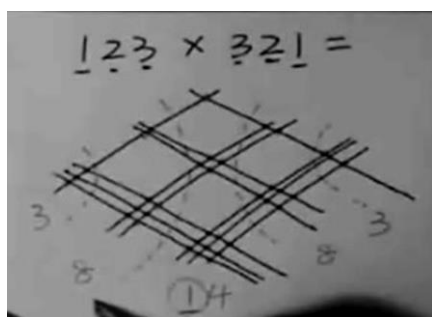
В школах России обычно учат умножению чисел в столбик. Это требует знания таблицы умножения. Однако в восточных школах учат более оригинальному и лёгкому способу умножения. Его можно назвать умножением «для ленивых».

Допустим, нам нужно умножить 21 на 13. Для этого нам нужно изобразить линиями эти числа.

Чтобы «нарисовать» первое двузначное число, нужно начертить параллельные линии: сначала две, затем через некоторое расстояние одну. Изобразим второе число 13 линиями, перпендикулярными уже нарисованным: сначала 1, затем 3.

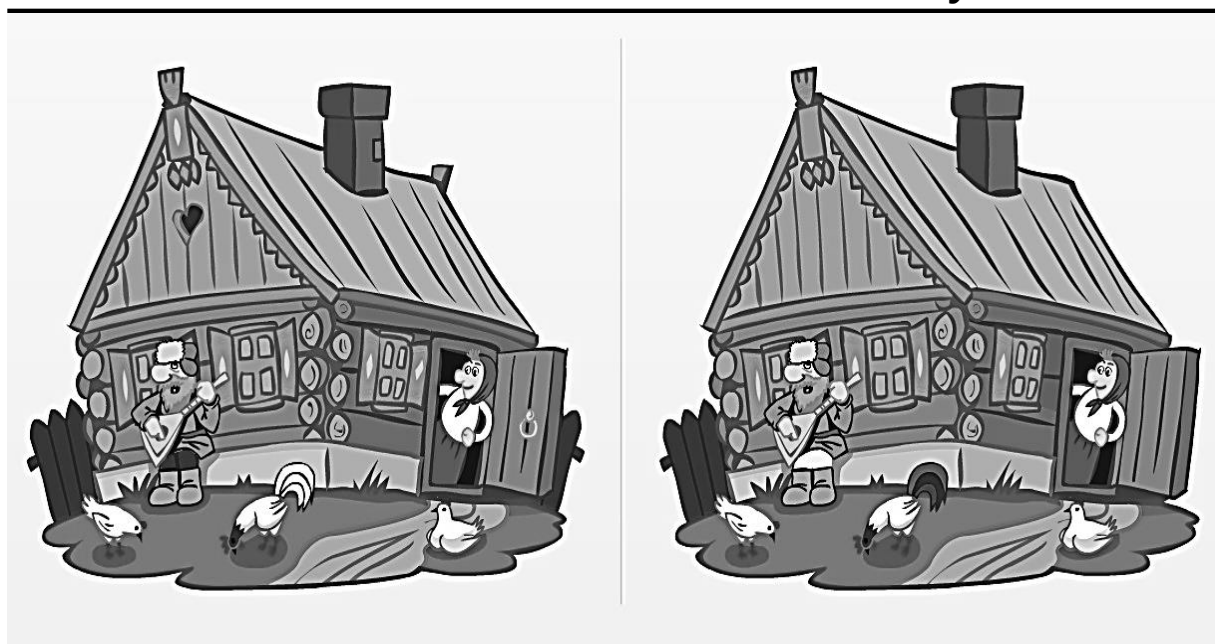


Теперь у нас образовались три группы пересечений (точек) этих всех линий (если представить себе ромб, то первая группа – левая вершина, вторая группа – верхняя и нижняя, а третья – правая вершина): в первой 2 точки, во второй – 7, а в третьей – 3. Получаем результат – 273. Проверь!



Аналогично умножаются трёхзначные числа, но здесь есть 2 нюанса: групп пересечений получится 5 и количество пересечений может получиться больше девяти. С первым нюансом всё понятно, а вот как быть со вторым? Здесь тоже всё просто: цифру десятков в числе количества пересечений прибавляем к цифре количества пересечений, которое мы записали слева. Рассмотрим этот случай на примере умножения 321 на 123 (изучи фотографию, проверь результат).

Русская изба

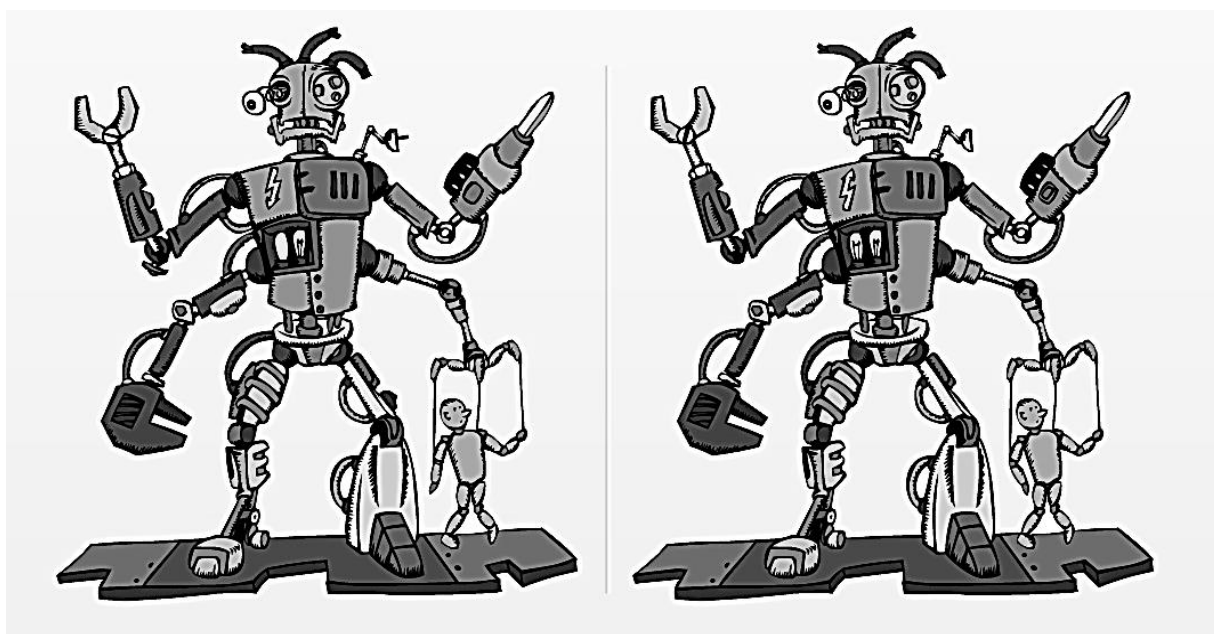


Математические слова

Разгадай зашифрованные математические слова.



Робот



Быки и коровы

«Быки и коровы» – логическая игра, для которой достаточно иметь бумагу, ручку; уметь считать и сопоставлять результаты.

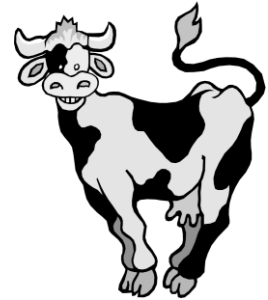
Играют двое. Каждый задумывает и записывает тайное четырёхзначное число с неповторяющимися цифрами.

Игрок, который начинает игру по жребию, делает попытку отгадать число. Попытка – это четырёхзначное число с неповторяющимися цифрами, сообщаемое противнику. Противник сообщает в ответ, сколько цифр угадано без совпадения с их позициями в тайном числе и сколько угадано вплоть до позиции в тайном числе.

Например, задумано тайное число «3219».

Попытка: «2310». Результат: две «коровы» (две цифры: «2» и «3» – угаданы на неверных позициях) и один «бык» (одна цифра «1» угадана вплоть до позиции).

Игроки делают попытки угадать по очереди. Побеждает тот, кто угадает число первым.



Алхимик



Три приёма быстрого счёта

1. Быстрое возведение в квадрат

Существует очень простой приём быстрого возведения в квадрат двузначных чисел, оканчивающихся на 5. Для этого нужно цифру десятков умножить на ближайшее большее целое число и к произведению приписать 25. Например, $35^2 = 1225$, т. е. 25 приписано к произведению 3 на 4; $85^2 = 7225$, т. е. 25 приписано к произведению 8 на 9.

2. Ещё одно правило, связанное с возведением в квадрат

Очень легко запомнить квадраты таких чисел, как 11, 111, 1111 и т. д.: $11^2 = 121$; $111^2 = 12321$; $1111^2 = 1234321$ и т. д.

3. Другие степени числа 11

Если тебе понадобится вычислить другие (кроме квадрата) степени числа 11, то для этого может быть использован треугольник Паскаля.

Треугольником Паскаля называют схему расположения чисел в виде треугольника, в котором все числа на правой и левой сторонах равны 1, а все остальные – сумме двух чисел, находящихся в строке выше над тем или иным числом правее и левее.

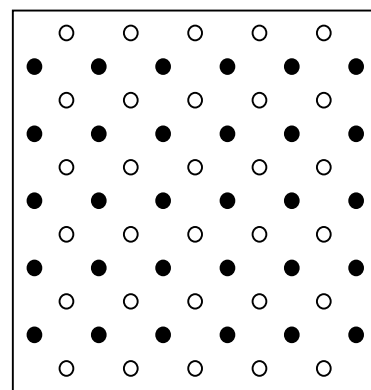
| | | | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|--|--|---|
| | | | | 1 | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | |
| | | | 1 | 2 | 1 | | | |
| | | 1 | 3 | 3 | 1 | | | |
| | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | |
| 1 | | | ... | | | | | 1 |

Цифры, расположенные в третьей, четвёртой и пятой строках, образуют число, представляющее собой вторую, третью и четвертую степени числа 11. Следовательно, для нахождения искомой степени следует нарисовать треугольник Паскаля с соответствующим количеством строк, что сделать совсем не сложно.

Топологическая игра

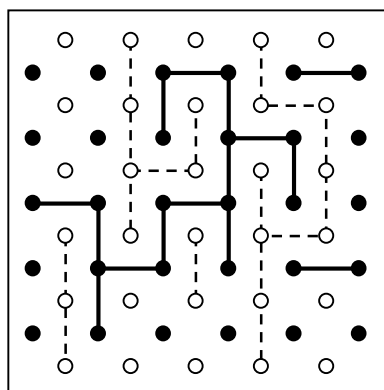
Эту замечательную игру, в которой приходится соединять точки линиями, придумал профессор Д. Гейл. Она также известна под именем «Построй мостик» (англ. Bridge-It).

Правила игры. На прямоугольном поле изображены узлы двух квадратных решёток, вдвинутых друг в друга: узлы одной решётки чёрные, а узлы второй – белые. За один ход разрешается соединять отрезком прямой две соседние точки своего цвета по вертикали или горизонтали.



Первый игрок наносит ломаную чёрным карандашом, соединяя чёрные точки.

Второй игрок наносит свою ломаную цветным карандашом, соединяя белые точки.



Цель первого игрока – соединить непрерывной ломаной левый и правый края поля. Цель второго игрока – соединить верхний и нижний края поля.

Победителем считается тот, кто первым соединит непрерывной линией свои края поля. На рисунке слева показан случай, когда победителем стал игрок с цветным карандашом (показан пунктиром).

Весёлый автобус

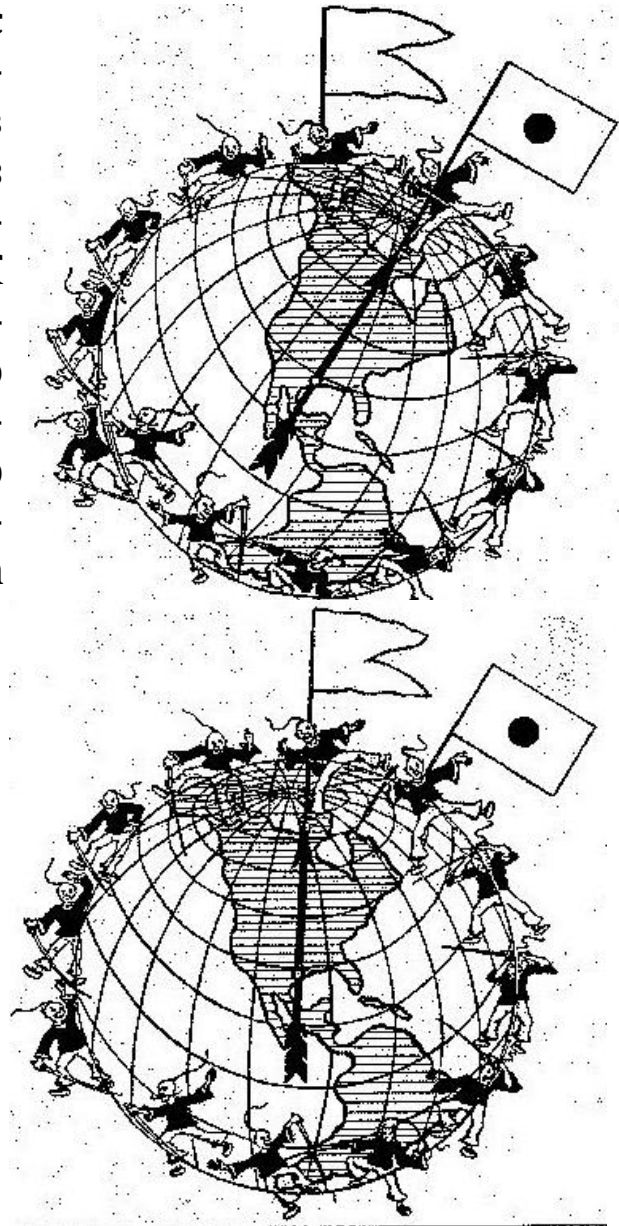


Куда девался воин?⁵

Головоломка «Убирайся с земного шара» Сэма Лойда, которую он запатентовал в 1896 году, является одной из самых знаменитых, основанных на оптическом обмане. К карточке с изображением земного шара, которая свободно вращается вокруг центра, прикреплены фрагменты 13 фигур китайских воинов. Недостающие фрагменты их фигур – на другой карточке, которая неподвижно зафиксирована под первой. Медленно вращай



верхнюю карточку, и один из китайцев полностью исчезнет из поля зрения. Который из них исчез и куда он делся?



Фокус «Кто что взял?»

Этот старинный фокус можно показать на 24 спичках, которые складываются кучкой рядом с тремя небольшими предметами, скажем, монетой, кольцом и ключиком. В фокусе просят принять участие трёх зрителей (будем называть их

⁵ Задачи с исчезающими фигурами и фокусами можно найти в книге: Гарднер М. Математические чудеса и тайны: Математические фокусы и головоломки. М.: Наука, 1978. 128 с.



условно 1, 2, 3). Первый зритель получает одну спичку, второй – две, третий – три. Ты поворачиваешься к ним спиной и просишь каждого взять по вещице из лежащих на столе (обозначим их А, Б и В).

Предложи теперь зрителю, держащему предмет А, взять ровно столько спичек из числа оставшихся в кучке, сколько у него на руках. Зритель, взявший В, пусть возьмёт дважды столько спичек, сколько у него на руках. Последнему зрителю, взявшему предмет В, предложи взять четырежды столько спичек, сколько у него на руках. После этого пусть все три зрителя положат свои предметы и спички в карманы.



Обернувшись к зрителям и взглянув на оставшиеся спички, ты сразу же говоришь каждому зрителю, какой предмет он взял.

Объяснение. Если остаётся одна спичка, то зрители 1, 2 и 3 взяли соответственно предметы А, Б и В (именно в таком порядке). Если осталось 2 спички, то порядок предметов будет Б, А, В. Если осталось 3 спички, то А, В, Б. Если 4 спички, то кто-то ошибся, так как подобный остаток невозможен. Если 5, то порядок предметов будет Б, В, А. Если 6, то В, А, Б. Если 7, то В, Б, А.

Удобным мнемоническим средством будет список слов, согласные буквы которых (в порядке их написания) соответствуют начальным буквам названий трёх выбранных предметов. Так, например, если показывать фокус с ложкой, вилкой и ножом, то можно предложить следующий список слов: 1. Ли-ВеНь. 2. ВоЛаН. 3. ЛеНиВец. 5. ВаНиЛЬ. 6. НаЛиВка. 7. НеВоЛЯ.



Здесь буква «Л» должна обозначать ложку, «В» – вилку, «Н» – нож. Буквы расположены в словах в порядке, соответствующем порядку предметов. Числа, стоящие перед словами, обозначают число оставшихся спичек.

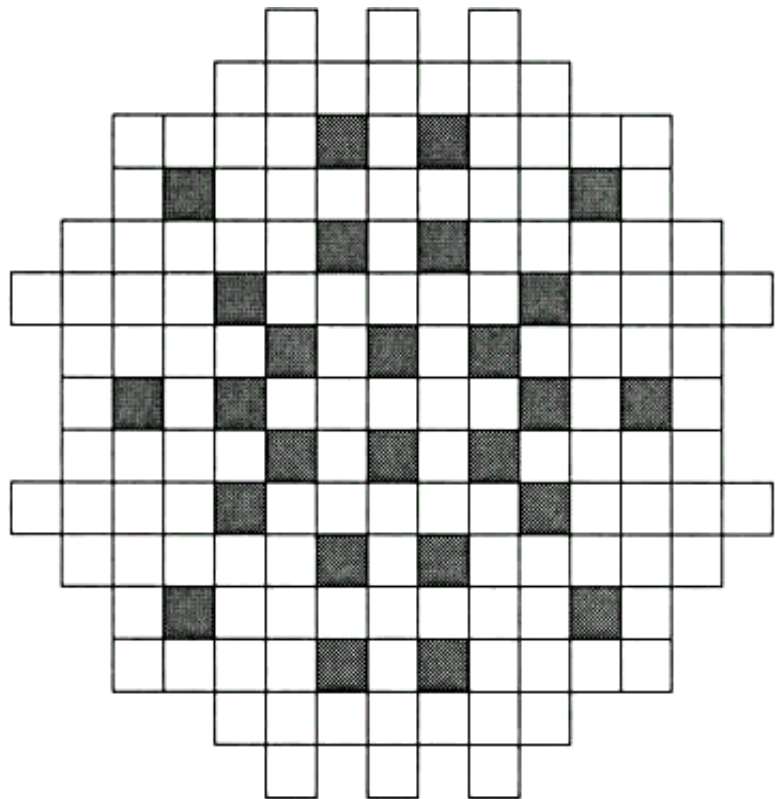
Счастливый человек

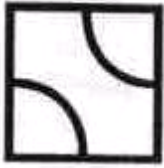


Числбус

Заполни клетки
числбуса числами:

1437; 1862; 2786; 2962;
3805; 3864; 4181; 4236;
5294; 5347; 5695; 5710;
7521; 8686; 9168; 9873;
12633; 18961; 24174;
32729; 39047; 42532;
58613; 65490; 66230;
66484; 72562; 80653;
94893; 124136; 315941;
673070; 725472;
871527; 904251;
1481356; 2864091;
5292871; 5423759;
6789314; 8323156;
8592546; 9174806.





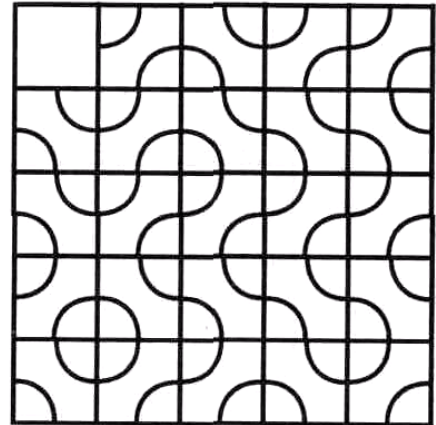
Дети, увлекающиеся этой игрой, потом хорошо разбираются в геометрии. Вот почему мы настоятельно советуем родителям изготовить из картона её детали – плитки (они показаны на рисунке слева).

Их должно быть 24 штуки. Кроме того, нужно нарисовать ещё игровое поле в виде доски 5×5.

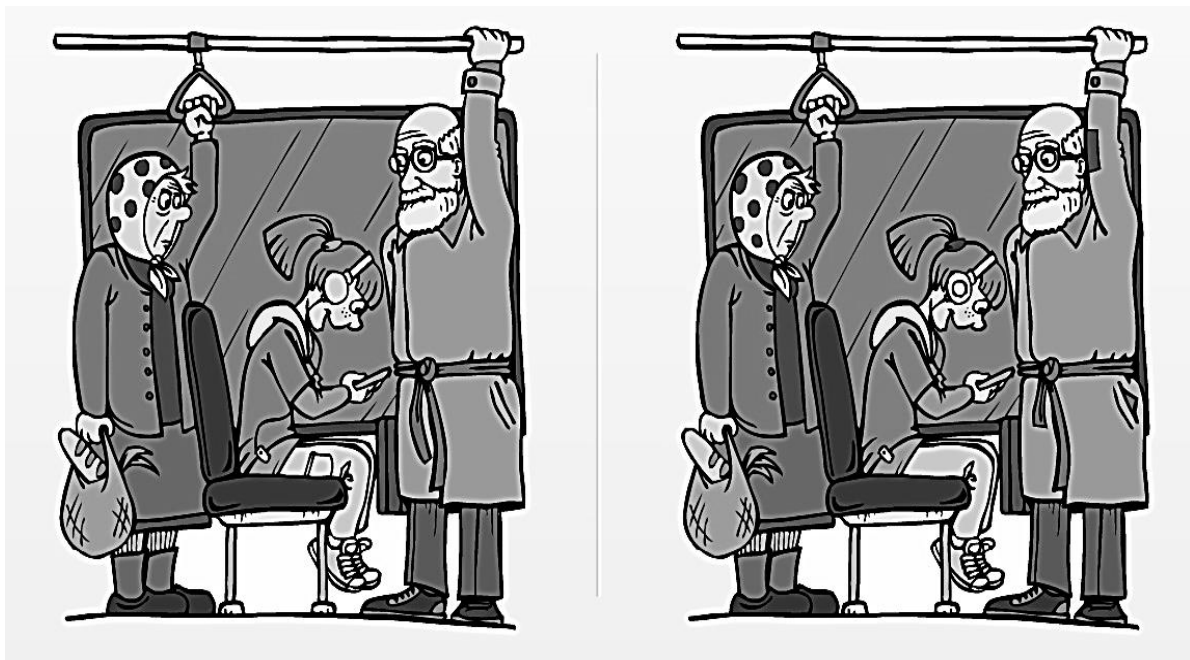
Плитки раскладывают на доске, оставляя одну клетку незанятой. Ходы делаются по очереди. Первый ход делается по жребию.

Игрок, которому принадлежит ход, передвигает плитку или полоску из двух, трёх или четырёх плиток, расположенных по вертикали или горизонтали (во время хода плитки не поворачиваются ни на какой угол).

Выигрывает тот, кто первым сложит узор, в котором по крайней мере три плитки образуют непрерывную линию (или путь), соединяющую два края доски: либо противоположные, либо сходящиеся в одном углу.



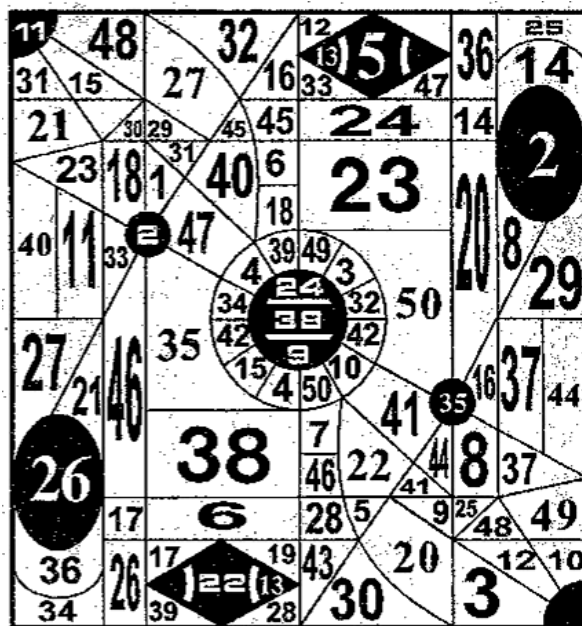
В троллейбусе



На картинке справа – числовая путаница: каждое из чисел от 1 до 50 на ней изображено дважды. Попробуй отыскать пары одинаковых чисел, следуя от 1 до 50, за как можно меньшее время.



Попытайся отыскать пары одинаковых чисел, следуя от 1 до 50, за как можно меньшее время.

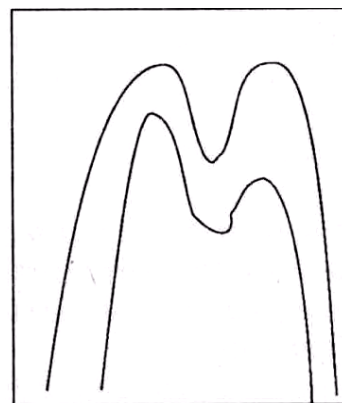


Гонки



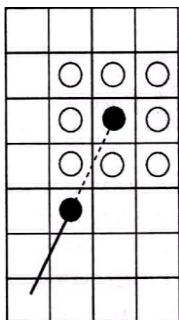
Игра очень увлекательна. Она развивает умение мыслить геометрическими и кинематическими образами.

Для игры нужны только лист клетчатой бумаги и две ручки или два карандаша разного цвета. Перед началом игры чертят «трек», например такой, как на рисунке. Обычно чертят каждый раз заново (не подкладывая копирки), потому что случайный характер рисунка придаёт игре каждый раз новизну.



Все играющие (их может быть два, три и даже четыре человека) ставят точки в начале трека (на старте). Определяют, кто делает первый ход. Дальше ходы делаются по очереди.

Тот из играющих, кто ходит, определяет прежде всего очередное следующее положение своей машины. Пусть в прошлый раз он сдвинул машину на три клетки вперёд и на одну вправо. Тогда он откладывает этот же ход от текущего положения своей



машины и ставит там (мысленно) точку. Конечное положение машины – в ней или в любой соседней к ней клетке из восьми (по вертикали, по горизонтали и по диагоналям). Теперь предыдущее и новое положение машины он соединяет ручкой (или карандашом) своего цвета.

Для первого хода принято считать, что предыдущий был «нулевым», то есть машина играющего сдвигается максимум на одну клетку. Если все 9 клеток, куда может переместиться машина, лежат за пределами трека, то считается, что «машина врезалась в трек и разбилась». Игрок выбывает из игры.

Машины должны пройти весь трек, побеждает тот, чья машина первой пересечёт линию финиша.

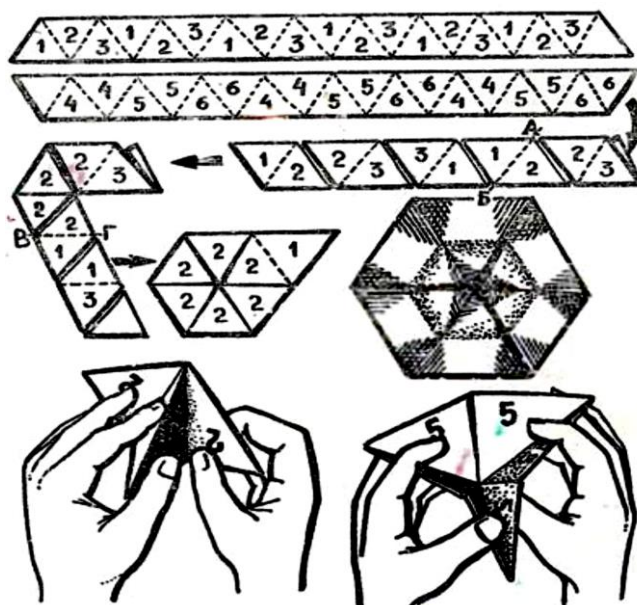
Рыбак



Флексагон

Флексагоны – это многоугольники, сложенные из полосок бумаги, которые обладают удивительным свойством: при перегибании флексагонов их наружные поверхности прячутся внутрь, а ранее скрытые неожиданно выходят наружу.

На рисунке показано, как сделать флексагон средней сложности. Возьми полоску бумаги длиной 50 см и шириной 3–4 см и раздели её на 19 равносторонних треугольников. С лицевой стороны полоски впиши в треугольники цифры 1, 2, 3, с изнаночной – 4, 5, 6, как на рисунке. По одному треугольнику с каждой стороны остается незаполненным.



Сложи полоску «змейкой» так, чтобы треугольники на её изнаночной стороне, обозначенные одинаковыми цифрами, наложились друг на друга. Полученную заготовку сложи по линии *АВ*, подогнув левую часть вниз. Эту фигуру сложи по линии *ВГ*, отогнув её нижнюю часть от себя и подсунув треугольник с цифрой 3 вниз. Последний треугольник с цифрой 1 приклей к оборотной стороне первого треугольника. Получится плоский правильный шестиугольник.

Если каждую поверхность флексагона разрисовать разными красками, тогда, раскрывая флексагон, ты каждый раз будешь получать новые геометрические узоры. Сколько их? Шесть? Нет, гораздо больше! Найди все возможные узоры.

Интересно играть с флексагоном, угадывая, какая цифра сейчас появится. Посоревнуйся с друзьями, кто найдёт загаданную цифру за наименьшее число ходов. Есть правило, зная которое ты всегда будешь выигрывать. Попробуй найти его!

Цифровые стихи

Современный цифровой век принес нам новый вид поэзии – цифровые стихи – стихи в числах и без единого слова. Когда точно возник этот вид поэзии, сказать трудно. Одни утверждают, что

цифровые стихи появились благодаря творчеству программистов, которые стремятся все оцифровать. Другие утверждают, что мода на стихи в числах пришла к нам с Запада в 90-е годы XX века. Третьи говорят, что баловались написанием веселых цифровых стихов еще в школе задолго до всеобщей компьютеризации.

В цифровой поэзии используют только числительные. А для экономии места так числами и записывают. Однако по форме это настоящие стихи.

В цифровых стихотворениях есть и рифма, и ритм, и размер. Единственное, что в них может отсутствовать, – это смысл. Но в цифровой поэзии смысл далеко не главная составляющая, поэтому без него можно вполне обойтись. Как выглядят цифровые стихи? Например, вот так, как показано справа.

| |
|---------|
| 145 4 8 |
| 16 9 33 |
| 15 98 |
| 4 243 |

Читать цифровые стихи надо вслух и с выражением. Попробуй, это очень просто. Достаточно произносить написанные числа и уловить ритм. Не стоит думать, что цифровые стихи примитивнее традиционных стихотворений. Стихи в числах разделяют на жанры, определяют размер и пр. Бывают весёлые цифровые стихи, грустные цифровые стихи, стихи классиков в числах и т. д.

Вот, к примеру, стихи Пушкина: Сравни весёлые стихи в цифрах:

17 30 48

2 15 42

140 10 01

42 15

126 138

37 08 5

140 3 501

20 20 20!

Или стихи Маяковского:

7 14 100 0

2 46 38 1

2 0 0 13

116 14 20!

37 08 5

15 14 21

20 20 20!

14 0 17

И грустные цифровые стихи:

511 16

*Чувствуешь характерный для
каждого поэта тон?*

5 20 337

А вот, например, хайку в цифрах:

712 19

127 148 230.

2000047

14 12 20?

0...





Две лисы и двадцать кур

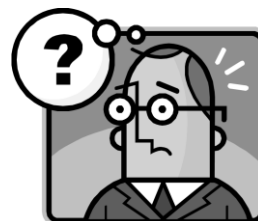
На поле указанной формы находятся две лисы и 20 кур. Куры могут перемещаться на один шаг вверх, влево или вправо, но не назад и не по диагонали. Лисы также могут перемещаться только на один шаг, но также и вверх – как вниз, влево и вправо. Лиса может съесть курицу – как в игре в шашки: если в горизонтальном или вертикальном направлении за курицей на один шаг следует свободное поле, то лиса перепрыгивает через курицу и берёт её. Лисы всегда обязаны есть, и, когда у них есть выбор, они обязаны осуществлять наиболее длинное поедание. Если два приёма пищи имеют одинаковую длину, осуществляется один из них – по выбору лисы. Игрок перемещает кур. Партнёры играют по очереди, причём куры начинают. Они выигрывают партию, если девяти из них удаётся занять 9 полей, образующих верхний квадрат игры. Начальное положение кур и лис изображено

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | л | | л | | |
| к | к | к | к | к | к | к |
| к | к | к | к | к | к | к |
| | | к | к | к | | |
| | | к | к | к | | |

на рисунке. Лисы выигрывают, если им удаётся съесть 12 кур, так как тогда оставшихся кур недостаточно, чтобы занять 9 верхних полей.

Слабое звено

Сыграем в игру «Слабое звено»? Правила совсем простые: отвечать надо быстро, не раздумывая и не тратя понапрасну время. А главное – не мошенничать!



1. Ты участвуешь в соревнованиях и обогнал бегуна, занимающего вторую позицию. Какую позицию ты теперь занимаешь?



Ответ. Если ты ответил, что ты теперь первый – ты абсолютно не прав. Ты обогнал второго бегуна и занял его место, так что ты теперь на второй позиции. Попробуй не ошибиться во втором вопросе.

2. Ты обогнал последнего бегуна. На какой позиции ты теперь находишься?

Ответ. Если ты ответил – на предпоследнем, ты опять абсолютно не прав. Подумай. Как можно обогнать бегуна, идущего последним? Если ты бежишь за ним, значит, он не последний. Ответ – это невозможно.

3. Возьми 1000. Прибавь 40. Прибавь ещё раз тысячу. Прибавь 30. Ещё 1000. Плюс 20. Плюс 1000. И плюс 10. Что получилось?

Ответ. Опять неверно. Правильный ответ 4100. Попробуй пересчитать на калькуляторе. Сегодня точно не твой день. Но, может быть, получится с последним вопросом?

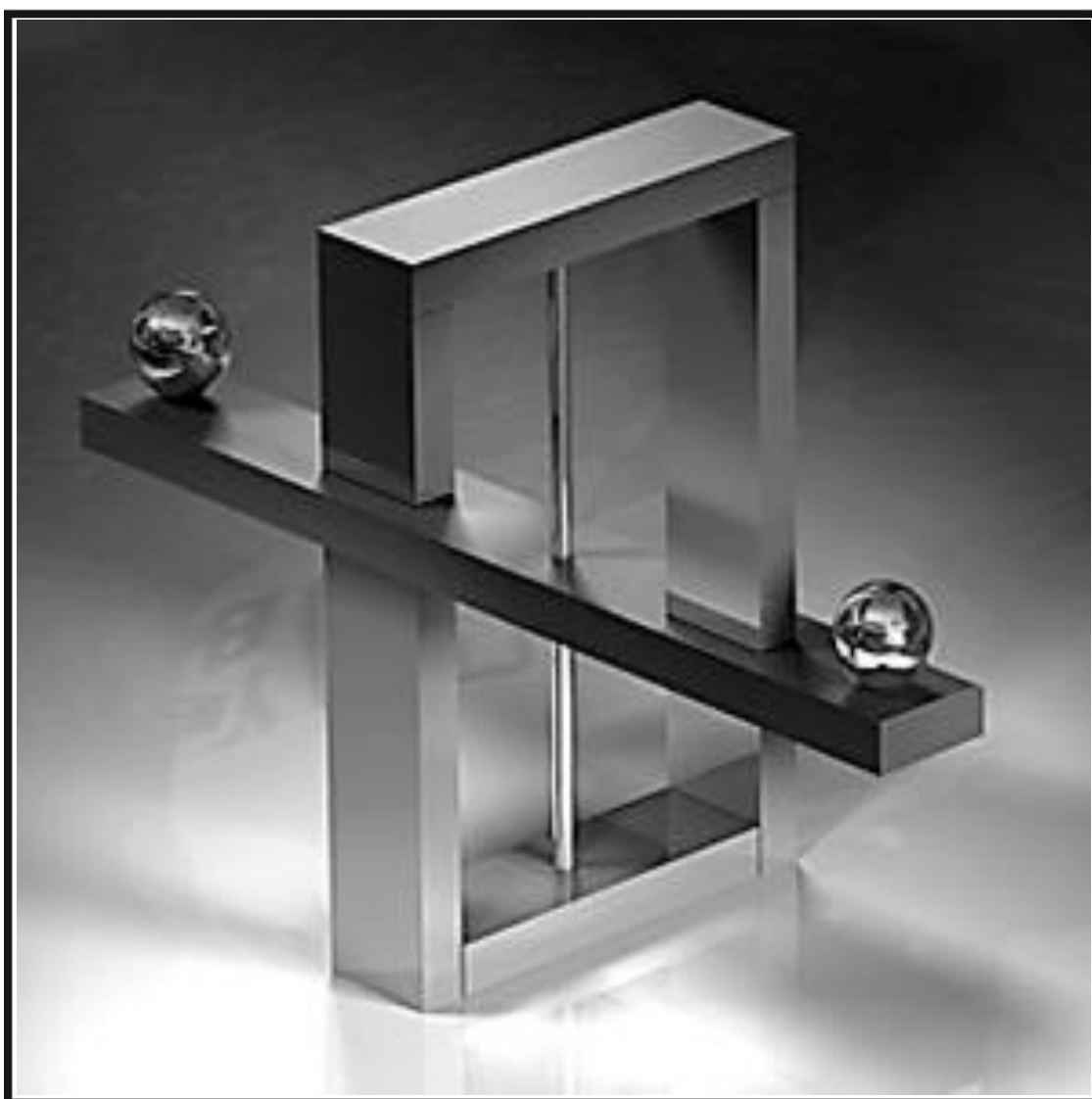
4. У отца Мэри есть пять дочерей: Чача, Чече, Чичи, Чочо. Как зовут пятую дочь? Отвечай быстро.

Ответ. Чучу? Нет! Конечно, её зовут Мэри. Прочти ещё раз вопрос!



Часть девятая

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ЛИНГВИСТИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА



Если ученик в школе не
научился сам ничего творить,
то и в жизни он всегда будет
только подражать, копировать.

*Лев Николаевич Толстой,
русский писатель*

Упражнения с карточками

579. Используя все пять карточек с рисунка, составь примеры так, чтобы получилось 20; чтобы получилось 14. Какие ещё примеры можно составить, используя эти карточки?



Больше, чем кажется!

580. Покажи, как надо расположить отрезок с рисунка так, чтобы можно было насчитать больше 10 отрезков. Новые деления ставить нельзя.



Числа спрятались

581. В слове *столица* спряталось число 100. Запиши слова, в которых спрятались числа 3, 5 или 7.

Всего три цифры

582. Мы используем для записи любого числа десять знаков – цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. У древних римлян для обозначения чисел до пяти тысяч использовались семь знаков: I, V, X, L, C, D, M.



Как с помощью всего трёх знаков записать любое число? Придумай три необычные цифры и покажи, как с их помощью записать любое число.

Новый взгляд на цифры

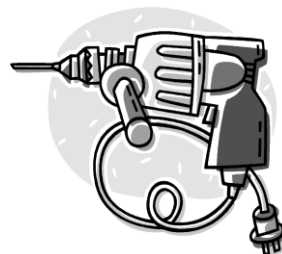
583. Посмотри на изображения цифр, которыми мы пользуемся. В изображении цифры 1 – один угол, цифры 2 – два угла, цифры 3 –



три угла. Подумай, как по такому закону изобразить цифры 4, 8 и 0. Придумай свой способ записи цифр, объясняющий их.

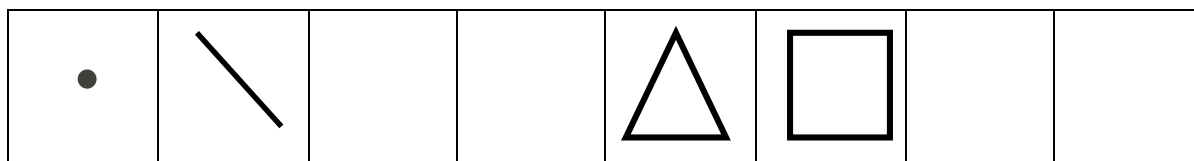
Квадратные дырки

584. С помощью обычной дрели можно сверлить круглые отверстия. А можно ли с её помощью просверлить квадратное отверстие? Как это сделать? Предложи несколько вариантов.



Эй, фигуры, стройся в ряд!

585. Нарисуй пропущенные фигуры. Запиши принцип, которым ты пользовался.



Составь свой ряд фигур и напиши, по какому принципу он построен.

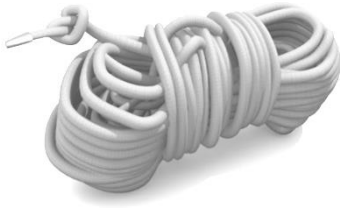
Числа не для счёта



586. Порой в жизни мы не выполняем арифметические операции с числами: вряд ли кто-то скажет, что знания отличника равны сумме знаний двоечника и троечника ($5 = 2 + 3$), или что бы вы сказали о человеке, который занимается сложением цифр в телефонных номерах? Приведи 3–4 примера, где числа используются в жизни не для вычислений.

Время и шнуры

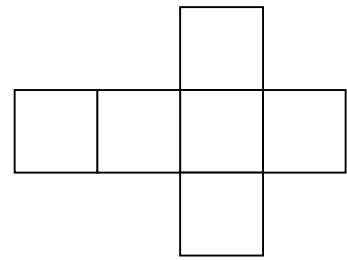
587. Представь, что у тебя есть два разных по длине куса быстрогорящего шнура. Каждый из них горит в течение ровно одного часа, но неравномерно: есть фрагменты, которые горят



быстро, а есть такие, которые горят медленно. Каким образом можно узнать, что прошло ровно 45 минут, используя только эти два куска шнура и зажигалку? Предложи по возможности несколько вариантов.

Развёртка куба

588. Привычная развёртка куба требует полоски бумаги шириной не менее трёх квадратов-граней. Можно ли сделать развёртку куба из полоски бумаги шириной в два квадрата? А меньше? Нарисуй и объясни.



Злой волшебник Местамименяйка

589. Злой волшебник Местамименяйка сказал людям: «В математике в любом равенстве правую и левую части можно поменять местами: $2 + 3 = 5$ то же самое, что и $5 = 2 + 3$. Поэтому теперь в любом предложении, сказанном вами, слова сами будут меняться местами». Света сказала Борису: «Вчера мы ходили в кино», а Борис услышал: «Мы вчера ходили в кино».



Как ты думаешь, всегда ли теперь люди смогут понять то, что им говорят? Приведи 2–3 примера, доказывающих твоё мнение.

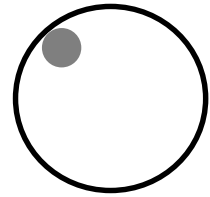
Счёт без чисел



590. Древние люди не умели считать. Но пастухи всегда знали, все ли овцы вернулись вечером в загон. Напиши, как, не умея считать, проверить, все ли овцы на месте. Приведи несколько примеров.

Катящийся карандаш

591. Прикрепим карандаш к колесу так, как показано на рисунке. Будем катить колесо вдоль стены. Какой след оставит карандаш на стене? Нарисуй.



Как или вдоль чего нужно катить колесо, чтобы след карандаша был линией с разрывами?

О пицце



592. Возьмём квадратную пиццу и свернём её в трубочку. Как, сделав один прямолинейный разрез, получить две части? Три части? Ещё больше частей? Сколько частей пиццы можно получить, если делить её двумя прямолинейными разрезами? Объясни, как это сделать.

Крепкая дружба

593. Если куб дружит с числом, то квадрат может дружить с 51, а отрезок – с 1. С чем тогда могут дружить остальные цифры? Предложи несколько вариантов.

Неизвестный язык

594. На планете X есть всего две цифры: \diamond и Δ . Нам пришло числовое сообщение от них:

$\Delta \diamond\Delta \diamond\diamond\Delta \Delta\diamond$.

Учёным удалось расшифровать, что \diamond – это 0, Δ – это 1, $\diamond\diamond$ – это 2, $\diamond\Delta$ – это 3, $\Delta\diamond$ – это 4, $\Delta\Delta$ – это 5. Получается, что они нам передали: 1 3 7 4.

Как мы должны передать в ответ число 34, чтобы они поняли, что это не две цифры 3 и 4, а именно число? Запиши свои рассуждения.



Жидкость в километрах


595. Мы привыкли измерять длину метрами, вес – килограммами, объём – литрами. А может быть, удобнее измерять объём метрами, а длину – килограммами? Предложи варианты, как можно измерять объём жидкости в метрах. Предложи варианты, как можно измерять длину в килограммах.



Шифрулька

596. Изучи интересную таблицу.

| | | А | Б | В |
|----------|----------|----------|-----------|-------------|
| 1 | Цифра | 3 | 2 | 5 |
| 2 | Форма | Круг | Квадрат | Треугольник |
| 3 | Операция | Сложение | Вычитание | Вокруг |

Её забыл волшебник Шифрулька, который всё вокруг шифрует. Скажешь ему: «Число 5», он ответит: «1А3А1Б». Нарисуешь , а он в ответ: «2А3В2Б». Подумай, как Шифрулька зашифрует словосочетание «число 7».

А что волшебник ответит на рисунок ?

Какие ещё словосочетания, рисунки и как мог зашифровать волшебник с помощью этой таблицы?

История арифметики

597. Из истории арифметики мы знаем, что сначала людям было известно только сложение чисел, а уже затем появилось умножение. Сложение было нужно для подсчета овец после объединения стада, подсчёта собранного урожая за несколько дней. Как ты думаешь, с чем связано появление умножения?



Ровный, как шар



598. Шар – удивительное геометрическое тело. Про него говорят, что он постоянной ширины, и, как бы мы на него ни смотрели, всегда будем видеть одно и то же. Нарисуй ещё хотя бы одно такое удивительное тело или опиши его.

Вытянутая точка

599. Ваня нашёл старую сломанную подзорную трубу, которая каждую точку превращает в прямую, а каждую прямую – в точку.

Что увидит Ваня в трубе, если на рисунке изображена точка на прямой; две точки на прямой? На что он смотрит, если видит три точки на прямой? Предложи свои варианты использования этой необычной подзорной трубы.



Египетская пирамида



600. На уроке истории рассказали удивительный факт: оказывается, каждая египетская пирамида построена идеально ровно, а верхушка пирамиды – прямо по её центру.

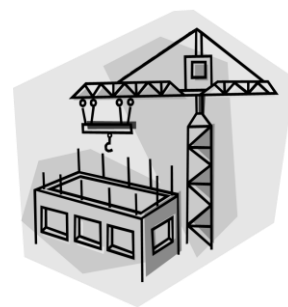
Как древние строители, не имея современных измерительных инструментов, так точно вычислили расположение центра пирамиды? Помни: линейки, уровня и других инструментов у них не было.

Короткий кран

601. Петя после школы зашёл к своему папе на работу. Он строит многоэтажные дома. Дом почти построен, осталось сделать только крышу. Но вот проблема: строительный кран не может поднять на такую высоту нужные материалы – не

хватает длины стрелы. И сами строители не в силах их поднять – слишком тяжёлые.

Вечером папа вернулся с работы и рассказал Пете, что крышу достроили. Подумай, как строителям удалось поднять материалы наверх.



Весы из котелка



602. Вася с друзьями пошли в поход. Они остановились около озера, насобирали много вкусных ягод. Как узнать, сколько весят ягоды? Вася задумался: с собой у них есть только котелок и кусок мыла в заводской упаковке.

Предложи способ найти вес собранных ягод с помощью имеющихся подручных средств.

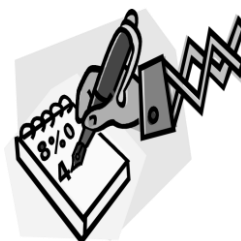
Проблемная операция

603. Любая математическая операция связана с решением какой-нибудь проблемы.

Например, раньше людям было известно лишь сложение, а уже затем появилось умножение. Для операции сложения возникла проблема: нужно было многократно складывать одинаковые слагаемые (например, при подсчёте клеточек в прямоугольнике).

Как ты думаешь, с чем было связано появление операции вычитания? Объясни свои догадки.

Вспомни ещё какую-нибудь математическую операцию и догадайся, как она появилась.



Язык камушков

604. С инопланетянами мы можем общаться, скорее всего, только на языке чисел. Представь, что ты встретил инопланетян, а в руках у тебя – горстка камушков. Как с их помощью показать наличие интеллекта и обменяться информацией?

Как сообщить, из скольких человек состоит твоя семья?

Как сообщить, что на Земле живёт много людей?

Как сообщить, что в кабинете стульев столько же, сколько учеников?

А что бы ты ещё мог сообщить с помощью камушков внеземному существу?

Цифробуквопутаница

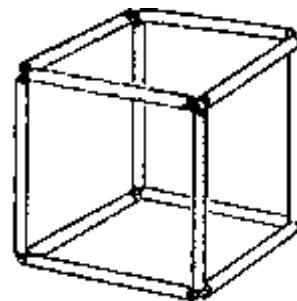
605. Однажды буквы перепутались с цифрами и числами: вместо цифры «1» стала писаться буква «А», вместо цифры «2» – буква «Б», вместо цифры «3» – буква «В» и т. д. Хватит ли теперь букв в русском алфавите, чтобы составить любое число?



Какое число может обозначать теперь слово «АБА»? Предложи не менее двух вариантов и поясни их.

Куб из соломинок

606. Интересную головоломку придумал Говард Флейшер: он соединил 12 соломинок (трубочек) одинаковой длины ниткой и получил куб (см. рисунок). Эта конструкция легко деформируется. Нарисуй 3–4 варианта геометрических фигур, которые могут получиться при её деформации.



Проделки волшебника



607. Волшебник Перевертыш пытается изменить геометрические фигуры: все точки растягивает в отрезки, а отрезки, наоборот, сжимает в точки.

Как ни старался волшебник заколдовать треугольник, он остался таким, каким был, выдержал колдовство. Приведи примеры фигур, которые тоже выдержат колдовство.

Приведи примеры фигур, которые не выдержат колдовства и превратятся в другие фигуры.

Круги на воде

608. Наверняка ты не раз видел круги, которые образуются от брошенного в спокойную воду камня. И это понятно: от камня волна идёт с одинаковой скоростью по воде во все стороны, вот и получаются круги. А как обстоит дело в воде текучей, когда камень брошен в воду быстрой реки? Какую форму будут иметь волны? Объясни свою точку зрения.

Гласные сбежали

609. Перед тобой буквы **К, Л, Ч, К**. Вставь гласные буквы, чтобы получились слова. Запиши их. Используй в словах все перечисленные согласные буквы в данной последовательности. Например: **КУЛЁЧЕК**.

Буквенная арифметика

610. Если дано **МАМА** и **КИТЫ**, тогда $1 + 1 = \text{МАКИ}$,
если дано **ПИЛЫ** и **КИТЫ**, тогда $1 + 1 = \text{ПИКИ}$,
если дано **ШУРУП** и **РЫБА**, тогда $1 + 2 = \text{ШУБА}$.
На что нужно заменить знаки вопроса, чтобы сохранился тот же принцип получения новых слов:
если дано ? и ?, то получилось $2 + 1 = \text{ПАПА}$,
если дано ? и ? и ?, то получилось $1 + 2 + 2 = \text{ГИТАРА}$,
если дано ? и ? и ?, то получилось $2 + 1 + 2 = \text{ТОРПЕДА}$.
Предложи 2–3 своих варианта таких загадок.

Слова в клеточках

611. Каждое из слов **уточка** и **опять** можно записать в двух клеточках, как показано на рисунке.

| | | | |
|---|---|---|---|
| у | . | о | 5 |
|---|---|---|---|

Запиши в клеточки слова **семья** и **исток**.

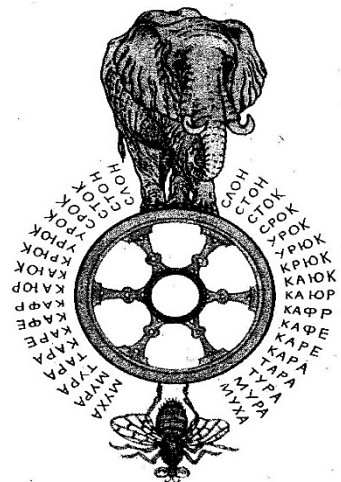
Придумай и запиши в клеточки свои слова.

Из мухи сделали слона...

612. Вовочка решил поиграть со словами. Он утверждает, что, каждый раз меняя в слове только одну букву, можно составлять целые цепочки осмысленных слов.

Например, из «*мухи*» можно сделать «*слона*» как это показано на рисунке.

Напиши, как из «*папы*» получить «*лису*». Придумай свои цепочки слов.



Арифметическая грамматика

613. Оказывается, можно складывать, вычитать и умножать не только числа, но и слова и их части!

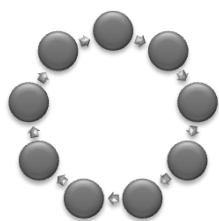
Например: $КАР + ТО + ФЕЛЬДШЕР - ДШЕР = КАРТОФЕЛЬ$.

Запиши результат вычисления:

$ГРУША - ША + 2 \times (ПАР - АР) + АВРАЛ - ВРАЛ = \dots$

Придумай свои арифметические выражения со словами.

Кругозвучие



614. Существуют слова, которые при быстром их повторении превращаются в другие слова.

Попробуй быстро произнести несколько раз подряд слово «марка»: маркамаркамаркамарка... Можно услышать слово «комар»!

Такие слова называются кругозвучиями.

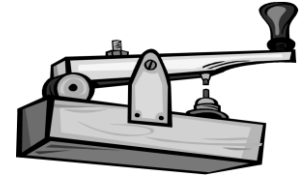
Попробуй проделать то же самое со словами «мышка» или «омлет». Какие ещё кругозвучия ты можешь предложить?

Огромное дерево

615. Нарисуй очень-очень большое дерево. Но помни: места на листочке мало! Поэтому используй свою смекалку.

Китайская азбука Морзе

616. Азбука Морзе – это система двух знаков для замещения букв алфавита по особым правилам для передачи сообщений.



Известно, однако, что китайские иероглифы – это не буквы, а знаки понятий. Один знак – «дом», другой – «дерево», третий – «смотреть» и т. д. Как, на твой взгляд, китайским радистам удаётся передавать сообщения?

Проблема паучка



617. Две опоры стоят далеко друг от друга. Подскажи паучку, как натянуть между ними первую нить. Придумай три способа.

Самый-самый

618. Нарисуй на одном листе самого быстрого человека, а на другом – самого медленного.

Примеры изменений

619. Когда горит свеча, меняются: размер, форма и масса свечи; размер и форма пламени; температура воздуха в комнате; подставка под свечой (покрывается воском)... А что изменяется при кипении воды?



Герда спасает Кая

620. Чтобы спасти Кая, Герда пришла в замок Снежной Королевы. Слуги тщательно осматривали всех входящих: нет ли чего горячего или горящего, что может навредить Королеве? А для Герды это единственный способ уничтожить Снежную Королеву. Как же Герде пронести что-нибудь горячее или горящее, чтобы слуги этого не заметили?

Огромная киска в маленькой миске

621. Нарисуй сюжет стихотворения.

*Жила-была огромная киска
В маленькой миске.
За одну минуту съедала
Половину вокзала.
Вот какая огромная киска
В маленькой миске.*



И быстро, и медленно

622. Возьми три листа. На первом нарисуй нечто очень быстрое, на втором – очень медленное, а на третьем – и очень быстрое, и очень медленное одновременно.

Эффект бумеранга



623. Представь, что ты кидаешь шарик, а он возвращается к тебе, как бумеранг. Опиши, при каких условиях это может произойти.

Необычные часы

624. Нарисуй такие часы, которыми удобно было бы пользоваться даже человеку, который не знает цифр и не умеет считать.



Кубические овощи и фрукты



625. Во многих странах ведутся исследования по выведению овощей и фруктов в форме кубов или параллелепипедов. Такая форма удобна для транспортировки. Предложи и нарисуй хотя бы два способа, которые позволили бы вырастить овощи или фрукты такой формы.

Потеря измерения

626. Нарисуй мир, в котором пропали все измерительные приборы (линейка, весы и т. д.).

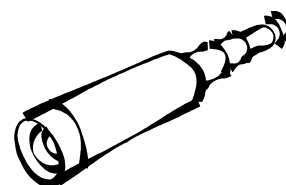
Числа без цифр



627. Злой волшебник отправил Славу в прошлое – в то время, когда люди не умели считать и не знали цифр. Помоги Славе объяснить местным жителям, что он прибыл из 2014 года.

Искажения без разрыва

628. Попробуй разгадать принцип работы удивительной подзорной трубы, глядя в которую на чашку можно увидеть кольцо; глядя на гантели – два бруска. А что можно увидеть в трубе, глядя, например, на карнавальную маску? Предложи свои варианты использования трубы.



Скорость роста баобаба



629. Дома у Василисы в горшке посажен баобаб. Василиса очень любопытная и хочет знать, насколько быстро он растёт. Помоги ей определить скорость роста растения.

Не расцепляя рук

630. Представь, что всё вокруг состоит из маленьких человечков, которые крепко держатся за руки. Например, колесо можно представить так, как нарисовано справа.



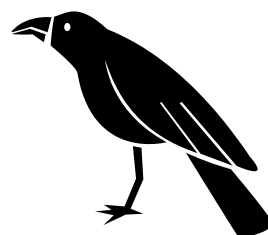
Если человечки будут менять своё положение, не расцепляя рук, то, например, из чашки может получиться гиря.



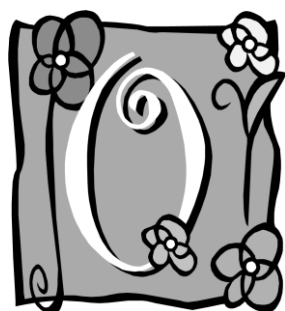
Представь, что следующие объекты тоже состоят из маленьких человечков, которые не расцепляют рук. Какие превращения могут произойти с цепью? С картонной коробкой? Приведи свои примеры.

Считаем ворон

631. В городе часто можно наблюдать большие стаи птиц, пролетающих с высокой скоростью. Подсчитать непосредственно число птиц в стае не удастся – их много, да и скорость велика. Предложи способ, позволяющий как можно точнее определить число птиц в стае.



Нулевой посёлок



632. Как-то в Нулевой посёлок, в котором жили только Нули, зашли Математические знаки, чтобы заселить новых жителей.

Сначала взялся за работу знак Минус: $0 - 0 = 0$, даже $0 - 0 - 0 = 0$. Потом попытался знак Плюс: $0 + 0 = 0$, даже $0 + 0 + 0 = 0$. Затем попробовал и знак Умножить: $0 \cdot 0 = 0$, даже $0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$.

«Что же это за дела? – Удивился один из Нулей. – Отнимали – и ничего не вычли. Складывали – и ничего не добавили. Умножали – и не преумножили. Как теперь поступить?»

Предложи свои варианты действия с нулями, после которых можно получить не ноль.

Полёт мухи

633. Нарисуй муху так, чтобы всем было понятно, что она передвигается и с очень большой, и с очень маленькой скоростью.



Ручеёк из светлячков

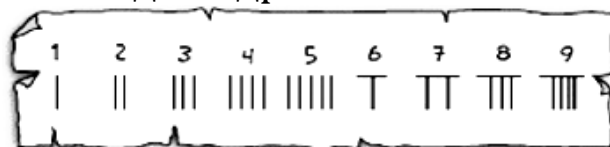
634. Представь, что солнечный лучик – это тоненький ручеёк, но не воды, а малюсеньких светлячков. Опиши закономерности движения такого ручейка (например, как они могут менять движение при отражении от предметов).



Древние цифры

635. Уже в древности людям приходилось сталкиваться с большими числами, запомнить которые трудно или даже невозможно. Поэтому нужно было придумать, как их записывать. В разных странах это делалось по-разному. Очень разнообразна и замысловата запись чисел у разных народов!

Например, в Древнем Китае использовалась цифровая запись чисел. Так выглядели древние китайские цифры:



Подумай, как могла выглядеть китайская цифра «ноль».

Придумай принцип записи больших чисел китайскими цифрами. Запиши число 2014.

Почти пи



636. В математике много интересных чисел, которые удобны для использования. Например, если измерить длину арены любого цирка (арена – это *окружность*) и разделить на расстояние от её края до центра арены (*радиус*), то всегда будет получаться одно и то же число – число пи. Предложи новое интересное для математики число, описав, как его можно найти и что в нём интересного.

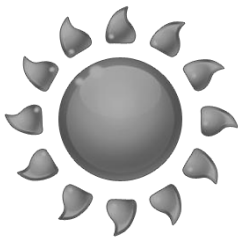
Видимый звук

637. Считается, что звук – это ощущение. Звуковые волны улавливаются слуховым органом и вызывают в нём раздражение. Иногда, не слыша звук, мы можем представлять его, наблюдая за тем или иным объектом.



Изобрази картинку для каждого звука, чтобы можно было понять, что нарисован именно этот звук. Приведи свои примеры.

Давненько не было дождя!



638. Представь, что ты вернулся в далекое прошлое, когда ещё не знали, что такое цифры, и не умели считать. Как узнать, было ли два дня назад солнце? А неделю назад шёл дождь? (*Помни: неделя – это семь дней, поэтому они тоже не могли её так называть.*) Что ещё ты бы спросил?

Солнечная проекция

639. Посмотри на фотографию. Можно заметить, что прямоугольник (железный забор) отбрасывает тень, по форме похожую на треугольник.



Предложи свои варианты возможных теней этого забора (например, тень от забора превратилась в отрезок или тень от забора стала квадратной).

Измерим информацию

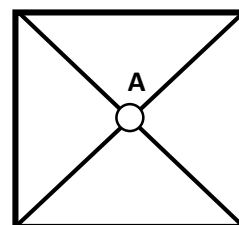
640. Каждый день мы что-то видим, слышим, ощущаем, то есть получаем информацию. Иногда мы получаем очень много информации, а иногда её недостаточно. Как измерить, сколько информации мы получили? Мы умеем измерять время, массу,

объём и даже научились измерять количество энергии. А вот информацию измерить сложнее.

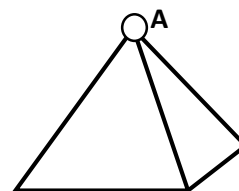
Предложи свой оригинальный способ сравнения информации по весу.

Хватаем точки

641. В математике много геометрических фигур: квадраты, треугольники... Представь, что перед тобой квадрат с диагоналями. Если взять за точку *A* и потащить вверх, то можно заметить, что перед тобой появится тело, называющееся пирамидой.

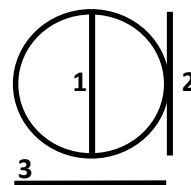


Придумай разные варианты движения точки или точек, чтобы из геометрических фигур получались интересные объёмные тела (например, из круга – цилиндр, из восьмиугольника – куб).



Вращающийся круг

642. Представь, что у тебя есть круг, вырезанный из картона. Если его быстро вращать вокруг отрезка **1**, то можно увидеть шар.



Опиши (или нарисуй), какую фигуру можно будет увидеть, если круг вращать вокруг пронумерованных отрезков. Предложи свои варианты вращения круга.

Плавкие колёса



643. Летом бывают очень жаркие дни. За городом на обочинах останавливаются большегрузные машины, чтобы остудить шины, нагретые до очень высокой температуры. Шины в такую погоду быстро нагреваются от трения об асфальт, и сцепление с дорогой становится хуже.

Предложи несколько реалистичных вариантов, что нужно сделать водителям, чтобы меньше останавливаться для охлаждения шин.

Площадь страны



644. Ты наверняка уже научился пользоваться географической картой. Как можно узнать по ней площадь какой-нибудь страны как можно точнее?

Сложное сложение

645. Витя отправился в прошлое – в то время, когда люди не умели складывать и даже не знали цифр. Помоги Вите объяснить местным жителям, что сумма чисел 2 и 3 равна 5.

Бумажная трубочка

646. Если скрутить лист бумаги, то получится многослойная трубочка, в которую можно легко засунуть палец и вынуть его обратно. Если покрутить за конец трубочки в направлении свёртывания бумаги, то её слои сожмутся и достать палец будет сложно. Где в жизни можно применить этот эффект?



Грибные весы



647. Семён и его друзья пошли в поход. Насобирав грибов, они дошли до реки и решили отдохнуть. Тут Семён вскрикнул: «Я знаю, как определить, сколько весят собранные нами грибы, хотя у нас с собой только пачки печенья да вёдра». Что мог предложить Семён?

Число волос

648. Коля прочитал, что каждый волос человека живёт примерно 1 000 дней, а потом выпадает. В среднем в день выпадает 100 волос и столько же появляется новых. Как Коле, используя эти данные, посчитать число волос у человека?



Цифровая последовательность

649. Компьютер – уникальное устройство, которое позволяет общаться с друзьями, играть, смотреть фильмы и работать с документами. Чтобы хранить обычную картинку или музыкальное произведение в памяти компьютера, их необходимо представить в цифровом виде.



Предложи несколько способов, как можно картинку или музыкальный файл однозначно представить в виде последовательности цифр.

Несуществующий размер

650. Как ты знаешь, в сказках бывает всё. Даже то, чего нет в обычной жизни, например, несуществующий размер. Как это могло бы выглядеть? Нарисуй. По рисунку должно быть понятно, что такого размера не существует.

Несколько слов о кружках по математике

Подходы к математическому образованию школьников в современной педагогической науке предполагают создание условий для всестороннего формирования активной творческой личности, заинтересованной в успехе своего труда, умеющей ставить и решать проблемные задачи как в учебной, так и в повседневной деятельности. Большая часть этих требований может быть достигнута наиболее эффективно, если в образовательном процессе будет создан целостный методический комплекс, включающий наравне с качественным основным математическим образованием систему дополнительного образования школьников.

Система дополнительного математического образования может содержать различные компоненты⁶, среди которых наиболее значимыми являются занятия математического кружка в одном из предусмотренных форматов, система математических соревнований, школьная математическая печать, работа пришкольного математического лагеря. Все эти формы являются взаимопроникающими и работают на единую систему задач: привитие учащимся интереса к предмету, развитие их математического кругозора, творческих способностей, формирование навыков самостоятельной работы, что определяет в целом повышение качества математической подготовки школьников.

Основным содержательным компонентом обозначенной системы, бесспорно, являются занятия математического кружка. Традиционно сложилось, что к участию в кружке привлекаются наиболее заинтересованные и способные учащиеся. Это определяет и формат его проведения. Так, М. Б. Балк⁷ дает развернутую методику проведения занятий кружка по математике, сводящуюся в целом к обсуждению той или иной тематики с докладами участников кружка. И. С. Петраков⁸ предлагает следующую структуру занятия кружка:

- доклад одного из участников кружка на 5–10 минут по истории математики, сообщение руководителя или участника кружка по теме занятия;
- решение задач повышенной сложности;
- решение задач занимательного характера и задач на смекалку;
- ознакомление участников кружка с задачами, предлагавшимися при поступлении в вузы;
- ответы на вопросы учащихся.

⁶ Например: *Горев П. М.* Приобщение к математическому творчеству: Дополнительное математическое образование. Saarbrücken: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2012. 156 с.

⁷ *Балк М. Б.* Организация и содержание внеклассных занятий по математике. М.: ГУПИ МП РСФСР, 1956. 248 с.

⁸ *Петраков И. С.* Математические кружки в 8–10 классах. М.: Просвещение, 1987. 224 с.

Примерно тех же взглядов придерживается и А. В. Фарков⁹. Однако такие формы проведения занятий кружка подходят скорее для учащихся старших классов с высоким уровнем мотивации к занятиям.

Мы же, следуя рекомендациям авторов книги «Ленинградские математические кружки»¹⁰, начинаем внеклассную работу по математике с учащимися младшего возраста – учениками 5-х классов, а в некоторых случаях и более младших ступеней обучения (3–4-е классы).

Еще одним аргументом, способствовавшим в значительной мере пересмотру наших взглядов на структуру кружка, явилась возможность проведения занятий с целым классом без какого-либо отбора учащихся. Такие занятия проводятся один раз в неделю и являются связующим звеном между основным и дополнительным (в традиционном понимании) образованием школьников, расширяя и углубляя их знания по предмету. Очевидно, что в таком случае форма работы кружка полностью к ней (естественно, с другим содержанием) абсолютно нецелесообразно – перед нами стоят другие задачи.

Вернемся еще раз к рекомендациям авторов книги «Ленинградские математические кружки», выделив из них те, которыми мы руководствовались при разработке структуры кружковых занятий:

- неправильно заниматься со школьниками младших классов одной темой в течение продолжительного промежутка времени; даже в рамках одного занятия полезно иногда сменить направление деятельности;
- необходимо постоянно возвращаться к пройденному; это можно делать, предлагая задачи на олимпиадах и других соревнованиях;
- необходимо постоянно обращаться к нестандартным и «спортивным» формам проведения занятий.

Учитывая эти рекомендации и собственные соображения, мы разработали систему дополнительных занятий по математике под общим названием «Час развивающей математики», имеющую циклическую структуру и состоящую из пяти этапов: решение задач по специально разработанному пособию; решение задач в форме соревнования; урок экспериментальной математики; семинар по внеклассному чтению; урок актуализации научного творчества.

Остановимся на каждом из них подробнее.

Занятия по решению задач могут быть построены по-разному.

Один из вариантов – решение задач, не имеющих общей тематики. Такое занятие организуется как самостоятельная работа детей над одной

⁹ Фарков А. В. Внеклассная работа по математике. 5–11 классы. М.: Айрис-пресс, 2008. 288 с.

¹⁰ Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Киров: АСА, 1994. 272 с.

из серий задач первой части настоящего пособия с последующим фронтальным обсуждением различных вариантов решения этих задач. Каждая серия состоит из шести задач, среди которых есть задача, решаемая арифметическим способом, задачи логического и комбинаторного характера, задача, связанная с геометрическими фигурами, и задача на смекалку. Важным при такой работе является акцент на вопросе «Почему именно так решили задачу?». Оставшееся на занятии время можно посвятить математической игре из восьмой части пособия или задачам-головоломкам, которые размещены в шестой части этой книги.

Другой вариант организации занятия по решению задач – тематическое занятие по заданиям «олимпиадной» математики. В пособии этому посвящена вторая часть. В ней содержатся отдельные идеи и методы математики, представленные в виде подборок задач на определенную тему и разделенные на две части: задачи для совместного с учителем обсуждения в классе (до черты) и для самостоятельного домашнего обдумывания (после черты) с проверкой на следующем занятии по решению задач.

Возможны и другие многочисленные варианты организации занятий по решению математических задач, однако здесь мы не останавливаемся на них, отдавая право выбора форм учителю-практику.

Решение задач в форме соревнования расширяет и дополняет разобранную на первом этапе задачу тематику. Целью таких занятий является создание духа соревновательности, так необходимого при культивировании интереса школьников к предмету. Здесь нужно выбирать такие формы соревнований, чтобы они были не продолжительны по времени, поскольку учащиеся 5–6-х классов быстро утомляются даже при проведении занятий в игровой форме. Нами практикуются, например, «Математическая карусель», «Математический брейн-ринг», «Математический хоккей», «Перестрелка», «Рыбалка» и др.¹¹ Такие соревнования могут быть проведены как в рамках занятия, так и после уроков.

Уроки экспериментальной математики направлены на реализацию деятельностного подхода в обучении математике, а именно на обучение через эксперимент. Например, здесь может быть использован как арифметический, так и геометрический материал, требующий от школьников постановки гипотезы, следующей из неполной индукции перебора частных случаев. Такие уроки могут быть организованы с использованием четвертой части настоящего пособия. Также на таких

¹¹ О них пойдет речь в готовящемся пособии «Математические соревнования в летнем пришкольном лагере. 5–6 классы: Сборник дидактических материалов» серии «Из опыта работы Лицея № 21 г. Кирова. Математика».

уроках школьникам может быть предложено самостоятельное изготовление головоломок комбинаторного (таких как, например, «Танграм») или топологического (например, веревочных головоломок) характера. Описания некоторых головоломок с инструкциями по изготовлению содержатся в седьмой части книги.

Семинар по внеклассному чтению предполагает в большей степени активизацию самостоятельной работы учащихся. Частично материал подбирается учителем, но должен быть расширен и дополнен учеником самостоятельно при использовании рекомендованного педагогом списка литературы или материалами глобальной сети Интернет. Доклады школьников заслушиваются, дополняются другими учениками и резюмируются учителем. Основная цель таких занятий – знакомство учащихся с историей математики и ее выдающимися деятелями.

Уроки актуализации научного творчества, пожалуй, являются самым неожиданным этапом в проведении дополнительных занятий по математике. Они строятся не только на математическом материале и направлены на знакомство учащихся с основными идеями и методами научного творчества, в частности с элементами теории решения изобретательских задач (ТРИЗ)¹². Так, школьники знакомятся с методом проб и ошибок, морфологическим анализом, методом «наоборот», идеей идеального конечного результата, приемами разрешения противоречий и генерирования идей, методами системного мышления и многим другим. Методика и адаптированные для младших школьников задания содержатся в разработанных нами курсах научного творчества, указанных в библиографическом списке.

Таким образом, циклическая пятиэтапная модель дополнительных занятий по математике в совокупности с качественным основным образовательным процессом наиболее целостно, на наш взгляд, реализует задачи математического образования младших школьников. Результатом такой работы становятся регулярные победы учащихся на соревнованиях городского, областного уровней, значительные успехи в овладении предметом.

Перспективное направление совершенствования предложенной модели мы видим в дополнении ее аспектами, связанными с широким внедрением технологий удаленного обучения, а именно: дистанционного сопровождения деятельности учащихся в течение образовательного периода и расширения модели на несколько учебных заведений с реализацией сетевого взаимодействия педагогов и разработчиков программ.

¹² Горев П. М., Утёмов В. В. Научное творчество: Практическое руководство по развитию креативного мышления. Методы и приемы ТРИЗ. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014. 112 с.

Библиографический список

Книги с задачами, головоломками, играми, фокусами и другими полезными материалами для внеклассного чтения по математике

500 задач на сообразительность: Книга для детей и родителей. – М.: АСТ-ПРЕСС, 1998. – 320 с.

Агаханов Н. Х., Богданов И. И., Кожевников П. А. и др. Математика. Всероссийские олимпиады. Вып. 1. – М.: Просвещение, 2008. – 192 с.

Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математика. Всероссийские олимпиады. Вып. 2. – М.: Просвещение, 2009. – 159 с.

Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математика. Районные олимпиады. 6–11 классы. – М.: Просвещение, 2010. – 192 с.

Агаханов Н. Х., Подлипский О. К., Рубанов И. С. Математика. Всероссийские олимпиады. Вып. 3. – М.: Просвещение, 2011. – 207 с.

Акимова С. Занимательная математика. – СПб.: Тригон, 1997. – 608 с.

Аленков Ю. А. 650 головоломок и задач на сообразительность. – М.: АСТ, 2005. – 285 с.

Аменицкий Н. Н., Сахаров И. П. Забавная арифметика. – М.: Просвещение, 2008. – 144 с.

Арнольд В. И. Задачи для детей от 5 до 15 лет. – М.: МЦНМО, 2004. – 16 с.

Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975. – 112 с.

Баврин И. И., Фрибус Е. А. Старинные задачи. – М.: Просвещение, 1994. – 128 с.

Байиф Ж.-К. Логические задачи. – М.: Мир, 1983. – 172 с.

Балаян Э. Н. 1001 олимпиадная и занимательная задача по математике. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2007. – 364 с.

Балаян Э. Н. 700 лучших олимпиадных и занимательных задач по математике. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. – 201 с.

Барр С. Россыпи головоломок. – М.: Мир, 1987. – 415 с.

Бахтина Т. П. Раз задачка, два задачка... – Минск: Аверсэв, 2008. – 219 с.

Блум Р. Математические задачки. – М.: Астрель, 2006. – 92 с.

Болховитинов В. Н., Колтовой Б. И., Лаговский И. К. Твоё свободное время. Занимательные задачи, опыты, игры. – М.: Дет. лит., 1975. – 464 с.

Большая книга головоломок / Д. А. Гусев, М. Гарднер, Л. Кинг и др. – М.: Астрель, 2008. – 478 с.

Брэгдон А., Феллоуз Л. Игры для ума. – М.: Эксмо, 2002. – 128 с.

Быльцов С. Логические головоломки и задачи. Занимательная математика для всей семьи. – СПб.: Питер, 2010. – 160 с.

- Быльцов С.* Математические игры, пасьянсы и фокусы. Занимательная математика для всей семьи. – СПб.: Питер, 2010. – 160 с.
- Быльцов С. Ф.* Занимательная математика. – СПб.: Питер, 2005. – 352 с.
- Галкин Е. В.* Нестандартные задачи по математике: Задачи логического характера. – М.: Просвещение, 1996. – 160 с.
- Гамов Г., Стерн М.* Занимательная математика. – Ижевск: Науч.-изд. центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 88 с.
- Гарднер М.* Есть идея! – М.: Мир, 1982. – 305 с.
- Гарднер М.* Крестики-нолики. – М.: Мир, 1988. – 352 с.
- Гарднер М.* Математические головоломки и развлечения. – М.: Мир, 1999. – 447 с.
- Гарднер М.* Математические досуги. – М.: Мир, 2000. – 443 с.
- Гарднер М.* Математические новеллы. – М.: Мир, 2000. – 415 с.
- Гарднер М.* Математические чудеса и тайны: Математические фокусы и головоломки. – М.: Наука, 1978. – 128 с.
- Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В.* Ленинградские математические кружки. – Киров: Изд-во «АСА», 1994. – 272 с.
- Гик Е. Я.* Занимательные математические игры. – М.: Знание, 1987. – 160 с.
- Головоломки своими руками / Сост. Н. Н. Докучаева. – СПб.: Кристалл, 1997. – 224 с.
- Горбачев Н. В.* Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с.
- Депман И. Я., Виленкин Н. Я.* За страницами учебника математики. – М.: Просвещение, 1999. – 287 с.
- Доморяд А. П.* Математические игры и развлечения. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961. – 268 с.
- Дышинский Е. А.* Игротека математического кружка. – М.: Просвещение, 1970. – 141 с.
- Дьюдени Г.* Кентерберийские головоломки. – М.: Мир, 1979. – 353 с.
- Дьюдени Г. Э.* 200 знаменитых головоломок мира. – М.: АСТ, 1999. – 352 с.
- Дьюдени Г. Э.* 520 головоломок. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
- Екимова М. А., Кукин Г. П.* Задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2002. – 120 с.
- Еленьский Щ.* По следам Пифагора. – М.: Детгиз, 1961. – 488 с.
- Зайкин М. И.* Математический тренинг: Развиваем комбинационные способности. – М.: ВЛАДОС, 1996. – 176 с.
- Занимательные дидактические материалы по математике: Сборник заданий / Авт.-сост. В. В. Трошин. – М.: Глобус, 2008. – 298 с.
- Занимательные дидактические материалы по математике: Сборник заданий. Выпуск 2 / Авт.-сост. В. В. Трошин. – М.: Глобус, 2008. – 282 с.
- Звёздные головоломки. – М.: АСТ-ПРЕСС, 1998. – 112 с.
- Игнатъев Е. И.* В царстве смекалки. – М.: Наука, 1982. – 208 с.
- Иоффе Э.* Математика для всех. – М.: УНИВЕР-ПРЕСС, 2005. – 464 с.

Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2004. – 96 с.

Картер Ф., Рассел К. Логические головоломки. – М.: Астрель, 2007. – 223 с.

Коваль С. От развлечения к знаниям: Математическая смесь. – Варшава, 1972. – 538 с.

Козлова Е. Г. Сказки и подсказки (задачи для математического кружка). – М.: МЦНМО, 2006. – 165 с.

Коликов А. Ф., Коликов А. В. Изобретательность в вычислениях. – М.: Дрофа, 2003. – 80 с.

Конфорович А. Г. Математика лабиринта. – Киев: Рад. шк., 1987. – 136 с.

Кордемский Б. А. Математическая смекалка. – М.: Изд. дом «ОНИКС», 2000. – 576 с.

Кордемский Б. А. Математические завлекалки. – М.: Изд. дом «ОНИКС», 2000. – 512 с.

Кордемский Б. А., Ахатов А. А. Удивительный мир чисел: Математические головоломки и задачи для любознательных. – М.: Просвещение, 1996. – 159 с.

Кордемский Б. А., Русалев Н. В. Удивительный квадрат. – М.: Столетие, 1994. – 160 с.

Костромина С. Загадки, ребусы, лабиринты и головоломки. 100 волшебных игр для развития ребенка. – М.: АСТ, 2009. – 160 с.

Латотин Л. А., Ситкевич И. И., Чеботаревский Б. Д. Решаем нестандартные задачи: 5-й кл. – Минск: Нар. асвета, 2005. – 143 с.

Летчиков А. В. Принцип Дирихле. Задачи с указаниями и решениями. – Ижевск: Изд-во Удм. ун-та, 1992. – 108 с.

Лихтарников Л. М. Занимательные логические задачи. – СПб.: Лань, 1996. – 125 с.

Лихтарников Л. М. Числовые ребусы и способы их решения. – СПб.: Лань, 1996. – 125 с.

Лойд С. Математическая мозаика. – М.: Рипол, 1995. – 352 с.

Лоповок Л. М. Математика на досуге. – М.: Просвещение, 1981. – 158 с.
Магия чисел и фигур. Занимательные материалы по математике / Авт.-сост. В. В. Трошин. – М.: Глобус, 2007. – 382 с.

Мадер В. В. Математический детектив. – М.: Мнемозина, 2008. – 111 с.

Минский Е. М. От игры к знаниям: Развивающие и познавательные игры младших школьников. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.

Мочалов Л. П. Головоломки и занимательные задачи. – М.: Физ.-мат. лит., 2006. – 192 с.

Мочалов Л. П. Головоломки. – М.: Просвещение, 1996. – 190 с.

Нагибин Ф. Ф., Канин Е. С. Математическая шкатулка. – М.: Дрофа, 2006. – 270 с.

Нестеренко Ю. В., Олехник С. Н., Потапов М. К. Задачи на смекалку. – М.: Дрофа, 2003. – 240 с.

Новые олимпиады по математике / Авт.-сост. И. С. Маркова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2005. – 315 с.

Олехник С. Н., Нестеренко Ю. В., Потапов М. К. Старинные занимательные задачи. – М.: Дрофа, 2006. – 173 с.

Ончукова Л. В. Введение в логику. Логические операции. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. – 124 с.

Ончукова Л. В. Введение в логику. Некоторые методы решения логических задач. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. – 68 с.

Ончукова Л. В. Элементы логики. Логические методы на уроках математики. – Киров: Изд-во ВГПУ, 2001. – 64 с.

Ончукова Л. В. Элементы логики. Логические операции. – Киров: Изд-во ВГПУ, 2002. – 88 с.

Перельман Я. И. Весёлые задачи. – М.: Астрель, 2003. – 287 с.

Перельман Я. И. Живая математика: Математические рассказы и головоломки. – М.: Наука, 1967. – 160 с.

Перельман Я. И. Занимательная арифметика. – М.: ТРИАДА-ЛИТЕРА, 1994. – 168 с.

Пять минут на размышление. – М.: Госкультпросветиздат, 1950. – 330 с.

Ржевский С. В. Математические развлечения. – Киев: ЕУФИМБ, 1999. – 124 с.

Рутерсвард О. Невозможные фигуры. – М.: Стройиздат, 1990. – 128 с.

Савин А. П. Математические миниатюры: Занимательная математика для детей. – М.: Дет. лит., 1998. – 175 с.

Самые весёлые головоломки. – М.: АСТ-ПРЕСС, 1998. – 112 с.

Самые трудные головоломки из старинных журналов. – М.: АСТ-ПРЕСС, 1998. – 96 с.

Спивак А. В. Математический праздник. – М.: Бюро Квантум, 2004. – 288 с.

Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике. – М.: Просвещение, 2002. – 207 с.

Сухин И. Г. 800 новых логических и математических головоломок. – М.: Астрель, 2003. – 270 с.

Фарков А. В. Математические кружки в школе. 5–8 классы. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 144 с.

Фарков А. В. Математические олимпиады в школе. 5–11 классы. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 176 с.

Фарков А. В. Учимся решать олимпиадные задачи. Геометрия. 5–11 классы. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 128 с.

Харди Дж. Головоломки, нелепицы, обманки. – М.: АСТ-ПРЕСС, 1998. – 96 с.

Шарыгин И. Ф. Математический винегрет. – М.: Мир, 2002. – 221 с.

Шарыгин И. Ф. Уроки дедушки Гаврилы, или Развивающие каникулы. – М.: Дрофа, 2003. – 224 с.

Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Л. Н. Наглядная геометрия. 5–6 классы. – М.: Дрофа, 2001. – 192 с.

Шарыгин И. Ф., Шевкин А. В. Задачи на смекалку. – М.: Просвещение, 2003. – 95 с.

Шевкин А. В. Школьная математическая олимпиада. Задачи и решения. Вып. 1. – М.: ИЛЕКСА, 2008. – 30 с.

Шрайнер А. А. Задачи районных математических олимпиад Новосибирской области. – Новосибирск, 2000. – 169 с.

Энциклопедия головоломок: Книга для детей и родителей. – М.: АСТ-ПРЕСС, 1998. – 320 с.

Яценко И. В. Приглашение на Математический праздник. – М.: МЦНМО, 2009. – 140 с.

Книги с творческими задачами

Гин А. А. Задачи-сказки от кота Потряскина. – М.: Вита-Пресс, 2002. – 80 с.

Гин А. А. Сказки-изобреталки от кота Потряскина. – М.: Вита-Пресс, 2010. – 80 с.

Гин А. А., Андржеевская И. Ю. 150 творческих задач о том, что нас окружает. – М.: Вита-Пресс, 2010. – 216 с.

Гин А. А., Андржеевская И. Ю. Как не стать добычей // Серия «Библиотека Мир 2.0» Кн. 3. – М.: Вита-Пресс, 2012. – 160 с.

Гин А. А., Андржеевская И. Ю. Хищники нападают // Серия «Библиотека Мир 2.0» Кн. 2. – М.: Вита-Пресс, 2012. – 176 с.

Гин А. А., Кавтрев А. Ф. Объяснить необъяснимое // Серия «Библиотека Мир 2.0» Кн. 1. – М.: Вита-Пресс, 2012. – 176 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Волшебные сны Совёнка. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2012. – 138 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Летнее расследование Совёнка. – Киров: Изд-во «О-Краткое», 2014. – 136 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Полёт к горизонтам творчества. – Киров: Изд-во «О-Краткое», 2012. – 112 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Путешествие в Страну творчества. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2013. – 116 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Творческие прогулки под звёздами. – Киров: Изд-во МЦИТО, 2014. – 123 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Формула творчества: Решаем открытые задачи. Материалы эвристической олимпиады «Совёнок». – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2011. – 288 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Школа Совёнка: На пути к творческому мышлению. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2011. – 114 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Экспедиция в мир творчества. – Киров: Изд-во «О-Краткое», 2013. – 128 с.

Горев П. М., Утёмов В. В. Учимся вместе с Совёнком: Эвристические методы мышления и активизации творчества. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2012. – 112 с.

Горев П. М., Утёмов В. В., Зиновкина М. М. Летнее путешествие с Совёнком. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2013. – 174 с.

Гурин Ю. В. Загадки от Шерлока Холмса. – М.: Олма Медиа Групп, 2010. – 176 с.

Иванов Г. И. Формулы творчества, или Как научиться изобретать. – М.: Просвещение, 1994. – 208 с.

Иванов Г. И. Денис-изобретатель: Рассказы и задачи для развития творческого мышления. – М.: Речь, 2010. – 112 с.

Саламатов Ю. П. Как стать изобретателем. – М.: Просвещение, 2006. – 272 с.

Фаер С. А., Тимохов В. И. Полцарства за идею! // Серия «Библиотека Мир 2.0» Кн. 4. – М.: Вита-Пресс, 2013. – 96 с.

Шустерман М. Н., Шустерман З. Г. Колобок и все-все-все, или Как раскрыть в ребенке творца. – М.: Речь, 2006. – 144 с.

Шустерман М. Н., Шустерман З. Г. Новые приключения Колобка, или Развитие талантливого мышления ребенка. – М.: Речь, 2006. – 208 с.

Некоторые полезные интернет-ресурсы

Сайт «Задачи по математике» – <http://www.problems.ru>.

Сайт архива номеров научно-популярного физико-математического журнала для школьников «Квант» – <http://kvant.mcsme.ru>.

Сайт Кировского центра дополнительного образования одаренных школьников – <http://cdoosh.ru>.

Сайт клуба «Математический гуру» – <http://www.mathguru.ru>.

Сайт математических конкурсов и олимпиад Республики Татарстан – <http://www.kazan-math.info>.

Сайт Международного математического конкурса «Кенгуру» – <http://mathkang.ru>.

Сайт Межрегионального центра инновационных технологий в образовании – <http://www.covenok.ru>.

Сайт Московского центра непрерывного математического образования – <http://www.mcsme.ru>.

Сайт с материалами по математике – <http://www.math.ru>.

Оглавление

| | |
|---|----------|
| Предисловие для учеников, желающих знать больше о математике | 3 |
|---|----------|

Часть первая.

| | |
|---|----------|
| Тридцать серий развивающих задач | 5 |
| Первая серия задач | 7 |
| Вторая серия задач | 8 |
| Третья серия задач | 9 |
| Четвёртая серия задач | 10 |
| Пятая серия задач | 11 |
| Шестая серия задач | 12 |
| Седьмая серия задач | 13 |
| Восьмая серия задач | 14 |
| Девятая серия задач | 15 |
| Десятая серия задач | 16 |
| Одиннадцатая серия задач | 17 |
| Двенадцатая серия задач | 18 |
| Тринадцатая серия задач | 19 |
| Четырнадцатая серия задач | 20 |
| Пятнадцатая серия задач | 21 |
| Шестнадцатая серия задач | 22 |
| Семнадцатая серия задач | 23 |
| Восемнадцатая серия задач | 24 |
| Девятнадцатая серия задач | 25 |
| Двадцатая серия задач | 26 |
| Двадцать первая серия задач | 27 |
| Двадцать вторая серия задач | 28 |
| Двадцать третья серия задач | 29 |
| Двадцать четвёртая серия задач | 30 |
| Двадцать пятая серия задач | 31 |
| Двадцать шестая серия задач | 32 |
| Двадцать седьмая серия задач | 33 |
| Двадцать восьмая серия задач | 34 |
| Двадцать девятая серия задач | 35 |
| Тридцатая серия задач | 36 |

Часть вторая.

| | |
|---|-----------|
| Идеи и методы математики в задачах | 37 |
| Разберём все варианты | 39 |
| «Табличная» логика | 40 |
| Эффект «плюс-минус один» | 42 |

| | |
|--|------------|
| Запутанные истории..... | 44 |
| Анализ задачи с конца | 46 |
| Переливания | 48 |
| Правила комбинаторики..... | 49 |
| Круги Эйлера..... | 52 |
| Игровые ситуации..... | 54 |
| Метод «от противного»..... | 56 |
| Разумный перебор | 57 |
| Остров рыцарей и лжецов | 59 |
| Чётность..... | 60 |
| Подсчёт двумя способами..... | 62 |
| Принцип крайнего | 64 |
| Чашечные весы | 67 |
| Оценка плюс пример..... | 69 |
| Принцип Дирихле..... | 71 |
| Инвариант..... | 72 |
| Раскраски | 74 |
| Часть третья. | |
| Задачи на логику, смекалку и сообразительность..... | 77 |
| Железная логика! | 79 |
| Трудно не догадаться! | 80 |
| Задачи на сообразительность | 81 |
| А ну-ка, смекни! | 82 |
| Найди закономерность..... | 83 |
| Разные задачи на сообразительность | 84 |
| Задачи-шутки | 85 |
| Мастерская озарения..... | 86 |
| Простые вопросы..... | 87 |
| И снова разные задачи..... | 88 |
| Часть четвёртая. | |
| Математические эксперименты..... | 89 |
| Эксперименты с полоской бумаги | 91 |
| Площади клетчатых фигур | 92 |
| Невозможные объекты | 94 |
| Кривые дракона | 96 |
| Не отрывая карандаша..... | 98 |
| Голодная коза | 100 |
| Часть пятая. | |
| Десять задач в рисунках..... | 101 |
| Завтрак Винни-Пуха..... | 103 |
| Гуси-лебеди..... | 103 |
| Кто же всегда говорит правду?..... | 104 |

| | |
|-----------------------------------|-----|
| Задача туриста | 104 |
| Иван-царевич и Змей Горыныч | 105 |
| Емелина работа..... | 105 |
| Крестьянин и чёрт | 106 |
| Дед Мороз и Снегурочка | 106 |
| Насреддин и арбузы..... | 107 |
| Русские богатыри | 107 |

Часть шестая.

Увлекательные задания для развития сильного мышления 109

| | |
|---------------------------------------|-----|
| Дома и калитки | 111 |
| Где пройдут провода? | 111 |
| Раскачивающийся медвежонок коала..... | 111 |
| Японская поговорка | 112 |
| Кошки и собаки..... | 112 |
| Разъезд паровозов | 113 |
| Пара лабиринтов..... | 113 |
| Фигурный рак..... | 114 |
| Лабиринт Дедала | 114 |
| Продолжи цепочку..... | 114 |
| Пропавшая звезда | 115 |
| Шнуровка тапочек | 115 |
| Три кольца..... | 115 |
| Беседка Розамунды..... | 116 |
| Взломай код..... | 116 |
| Детективная история | 117 |
| Непослушный глобус..... | 118 |
| Кто из них левша? | 118 |
| Четыре стакана | 118 |
| Подопытная крыса..... | 119 |
| Лабиринт из кубиков | 119 |
| Сколько?..... | 120 |
| Урок каллиграфии | 120 |
| Два цветка..... | 121 |
| Как освободить вишни? | 121 |
| Пример с фигурами | 121 |
| Сколько весит деталь? | 122 |
| Лишняя рыбка..... | 122 |
| Сообразительные сыщики | 122 |
| Так говорил Демокрит..... | 123 |
| В зоопарке..... | 123 |
| Неразрывная цепочка | 123 |
| Разноцветный квадрат..... | 124 |
| Сколько узлов? | 124 |

| | |
|--|------------|
| Прогулка по городу | 124 |
| Отдели коз от капусты | 125 |
| Сколько кубиков | 125 |
| Какой ящик тяжелее? | 125 |
| Оригинальный календарь | 125 |
| Ещё один лабиринт из кубиков..... | 126 |
| Сколько белых клеток? | 126 |
| Найди одинаковые фигуры | 127 |
| Лабиринт с числами..... | 127 |
| Костяшки домино..... | 127 |
| Волшебные кубики..... | 128 |
| Задача про заключённых | 128 |
| Президентская головоломка..... | 129 |
| И снова лабиринт | 129 |
| Охлаждение теплового двигателя | 130 |
| Фальшивые монеты | 130 |
| Задание для робота | 131 |
| Мечта пирата..... | 131 |
| В сумме – тысяча | 132 |
| Квадратные суммы | 132 |
| Разные фигуры..... | 132 |
| Что здесь написано? | 133 |
| Сцепленные кольца..... | 133 |
| Сумасшедшие мухи | 133 |
| По какому плану?..... | 134 |
| Попробуй отыскать | 134 |
| Как пройти? | 134 |
| Загадочный алфавит | 135 |
| Отпечатки стакана..... | 135 |
| Загадочный талисман | 135 |
| Набор карточек..... | 136 |
| Часть седьмая. | |
| Головоломки своими руками..... | 137 |
| Танграм | 139 |
| Топологическая головоломка | 140 |
| Колумбово яйцо..... | 140 |
| Квадрат..... | 141 |
| Монгольская игра..... | 142 |
| Колючки..... | 142 |
| Пентамино | 143 |
| Часть восьмая. | |
| Занимательные материалы для внеклассной работы..... | 145 |
| Математико (итальянская игра)..... | 147 |

| | |
|-----------------------------------|-----|
| Фотограф..... | 148 |
| Таблица умножения на пальцах..... | 148 |
| Очередь к зубному | 149 |
| Математический кроссворд..... | 150 |
| В лунопарке | 150 |
| Арифметический лабиринт | 151 |
| Досчитай до 82 | 151 |
| Индеец..... | 152 |
| Точки | 152 |
| Археологи..... | 153 |
| Восточный способ умножения | 153 |
| Русская изба | 154 |
| Математические слова | 155 |
| Робот | 155 |
| Быки и коровы | 156 |
| Алхимик | 156 |
| Три приёма быстрого счёта..... | 157 |
| Топологическая игра..... | 157 |
| Весёлый автобус | 158 |
| Куда девался воин?..... | 159 |
| Фокус «Кто что взял?» | 159 |
| Счастливый человек | 161 |
| Числобус | 161 |
| Меандр..... | 162 |
| В троллейбусе..... | 162 |
| Считай, не сбейся!..... | 163 |
| Гонки | 163 |
| Рыбак..... | 164 |
| Флексагон | 164 |
| Цифровые стихи..... | 165 |
| Дедушка Джамбей | 167 |
| Две лисы и двадцать кур | 167 |
| Слабое звено..... | 168 |

Часть девятая.

Творческие задания математического

и лингвистического характера..... 169

| | |
|----------------------------------|-----|
| Упражнения с карточками | 171 |
| Больше, чем кажется! | 171 |
| Числа спрятались | 171 |
| Всего три цифры | 171 |
| Новый взгляд на цифры | 171 |
| Квадратные дырки | 172 |
| Эй, фигуры, стройся в ряд! | 172 |

| | |
|--|-----|
| Числа не для счёта | 172 |
| Время и шнурки..... | 172 |
| Развёртка куба | 173 |
| Злой волшебник Местамименяйка..... | 173 |
| Счёт без чисел | 173 |
| Катящийся карандаш | 174 |
| О пицце | 174 |
| Крепкая дружба..... | 174 |
| Неизвестный язык | 174 |
| Жидкость в километрах..... | 175 |
| Шифрулька..... | 175 |
| История арифметики | 175 |
| Ровный, как шар..... | 176 |
| Вытянутая точка..... | 176 |
| Египетская пирамида..... | 176 |
| Короткий кран | 176 |
| Весы из котелка..... | 177 |
| Проблемная операция | 177 |
| Язык камушков | 177 |
| Цифробуквопутаница | 178 |
| Куб из соломинок | 178 |
| Проделки волшебника..... | 178 |
| Круги на воде | 179 |
| Гласные сбежали..... | 179 |
| Буквенная арифметика | 179 |
| Слова в клеточках..... | 179 |
| Из мухи сделали слона..... | 180 |
| Арифметическая грамматика..... | 180 |
| Кругозвучие..... | 180 |
| Огромное дерево..... | 180 |
| Китайская азбука Морзе..... | 181 |
| Проблема паучка..... | 181 |
| Самый-самый | 181 |
| Примеры изменений | 181 |
| Герда спасает Кая | 181 |
| Огромная киска в маленькой миске | 182 |
| И быстро, и медленно..... | 182 |
| Эффект бумеранга..... | 182 |
| Необычные часы | 182 |
| Кубические овощи и фрукты | 182 |
| Потеря измерения..... | 183 |
| Числа без цифр..... | 183 |
| Искажения без разрыва | 183 |
| Скорость роста баобаба..... | 183 |

| | |
|---|------------|
| Не расцепляя рук | 183 |
| Считаем ворон | 184 |
| Нулевой посёлок | 184 |
| Полёт мухи..... | 184 |
| Ручеёк из светлячков | 185 |
| Древние цифры..... | 185 |
| Почти пи | 185 |
| Видимый звук..... | 186 |
| Давненько не было дождя!..... | 186 |
| Солнечная проекция | 186 |
| Измерим информацию | 186 |
| Хватаем точки..... | 187 |
| Вращающийся круг..... | 187 |
| Плавкие колёса | 187 |
| Площадь страны..... | 188 |
| Сложное сложение | 188 |
| Бумажная трубочка | 188 |
| Грибные весы..... | 188 |
| Число волос..... | 188 |
| Цифровая последовательность | 189 |
| Несуществующий размер..... | 189 |
| Несколько слов о кружках по математике | 190 |
| Библиографический список..... | 194 |

Учебное издание

**Горев Павел Михайлович
Утёмов Вячеслав Викторович**

**Уроки развивающей математики
5–6 классы
Задачи математического кружка**

Редактор *Ю. Болдырева*
Макет и обложка *П. Горев*

Подписано в печать 20.05.2014. Формат 60x84/16.
Гарнитура «Cambria». Бумага офсетная.
Усл. п. л. 13,0. Тираж 500 экз. Заказ № .



Издательство АНО ДПО «Межрегиональный центр
инновационных технологий в образовании»
610035, г. Киров, ул. Калинина, 38, оф. 318
Тел.: 8(8332) 22-05-74

