Работа посвящена проблеме развития творческой математической деятельности учащихся в дополнительном математическом образовании (ДМО). Вниманию читателей представлены концепция учебной творческой математической деятельности; построенная на ее основе методическая система «Учебная деятельность школьников в ДМО»; классификация видов учебной деятельности школьников и определение среди них места учебной творческой математической деятельности. Содержательная часть работы демонстрирует формирование учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО посредством последовательного осуществления репродуктивной, продуктивной, параллельно исследовательской и проектной, проектно-исследовательской учебной деятельности через описание целесообразных и эффективных подходов к отбору содержания и разнообразных форм организации деятельности учащихся в приобщении их к опыту творческой математической деятельности в ДМО на примере изучения темы "Графы".

Павел Михайлович Горев

кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и методики обучения математике ВятГГУ, заведующий кафедрой креативной педагогики ЦИТО, главный редактор научно-методического журнала «Концепт», автор свыше 40 научных и научно-методических работ, среди которых 10 учебно-методических пособий для школьников и студентов вузов.

978-3-659-15027-2

Приобщение к математическому творчеству

Павел Михайлович Горев

Павел Михайлович Горев

Приобщение к математическому творчеству

дополнительное математическое образование

LAP LAMBERT Academic Publishing

Павел Михайлович Горев

Приобщение к математическому творчеству

Павел Михайлович Горев

Приобщение к математическому творчеству

дополнительное математическое образование

LAP LAMBERT Academic Publishing

Impressum/Imprint (nur für Deutschland/only for Germany)
Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.
Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Coverbild: www.ingimage.com

Verlag: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG
Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland
Telefon +49 681 3720-310, Telefax +49 681 3720-3109
Email: info@lap-publishing.com

ДА: Киров, Вятский государственный гуманитарный университет, 2006

Herstellung in Deutschland:
Schaltungsdienst Lange o.H.G., Berlin
Books on Demand GmbH, Norderstedt
Reha GmbH, Saarbrücken
Amazon Distribution GmbH, Leipzig
ISBN: 978-3-659-15027-2

Только для России и стран СНГ
Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу http://dnb.d-nb.de.
Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Издатель: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG
Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Germany
Телефон +49 681 3720-310, Факс +49 681 3720-3109
Email: info@lap-publishing.com

Напечатано в России
ISBN: 978-3-659-15027-2

Оглавление

Введение

Современное общество ставит перед системой образования задачу формирования личности, способной быстро ориентироваться в изменяющейся ситуации, находить качественно новые пути решения разнообразных проблем, ориентироваться во всевозрастающем потоке информации и выделять из него те знания, которые необходимы для продуктивной работы, мыслить и действовать нестандартно, творчески. Эти аспекты делают необходимым включение в разряд целей общего образования «формирование разносторонне развитой, творческой личности, способной реализовать творческий потенциал в динамичных социально-экономических условиях» [84].

Реализация этой цели как в общем, так и отдельно в математическом образовании призвана обеспечить готовность школьника к поиску и решению новых проблем, к преобразованию действительности через осуществление творческой деятельности. Однако, при возрастающем объеме математических знаний, входящих в школьную программу, и при ограниченном сроке их усвоения невозможно всесторонне реализовать поставленную цель. Необходимым становится поиск дополнительных путей для ее достижения. Одним из них является использование возможностей дополнительного математического образования (ДМО).

Проблема творчества и творческой деятельности занимает одно из центральных мест в философии, психологии и педагогике. Исследованием творческой деятельности занимались философы И. Кант, Платон, Ж. П. Сартр, М. Хайдеггер, Ф. Шеллинг, А. Т. Шумилин, психологи Ж. Адамар, Д. Б. Богоявленская, Л. С. Выготский, Дж. Гилфорд, В. Н. Дружинин, В. А. Крутецкий, Ю. Н. Кулюткин, А. М. Матюшкин, Я. А. Пономарев, В. Н. Пушкин, педагоги Р. Капентер, И. Я. Лернер, Г. И. Патяко, П. И. Пидкасистый, Г. И. Щукина и другие. Они рассматривали построение теоретической модели творческой деятельности, взаимосвязи творческой деятельности, сознания и личности, механизмы влияния этой деятельности на развитие творческих возможностей человека, психологическую структуру творческой деятельности, организацию и условия успешного протекания творческой деятельности учащихся.

Значимость творческой деятельности в математике и при обучении математике подчеркивали выдающиеся ученые-математики В. И. Арнольд, М. Вагеншайн, Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогоров, Р. Курант, А. Пуанкаре, В. М. Тихомиров, А. Я. Хинчин и другие. Необходимость формирования творческой деятельности при обучении математике в средней школе и школьном дополнительном математическом образовании отмечали математики-методисты А. К. Артемов, Г. Д. Балк, Х. Ж. Ганеев, В. А. Гусев, О. Б. Епишева, Т. А. Иванова, Ю. М. Колягин, В. И. Крупич, Е. И. Лященко, Д. Пойа, Г. И. Саранцев, И. М. Смирнова, А. А. Столяр, В. А. Тестов, С. И. Шварцбурд, П. М. Эрдниев и другие.

В диссертационных исследованиях, посвященных вопросам формирования творческой математической деятельности учащихся, внимание авторов было уделено таким направлениям, как использование метода аналогии при обучении учащихся элементам сферической геометрии (Н. В. Горбачева), обучение в системе укрупнения дидактических единиц (Н. А. Горяев), а в обучении младших школьников – использование занимательных задач (Е. В. Кузнецова), задач на поиск закономерностей (С. В. Маслова), формирование анализа через синтез как приема творческой деятельности (Н. С. Тюина) и другим.

Анализ философской, психолого-педагогической и математико-методической литературы, опыта работы учителей математики показывает, что формирование творческой деятельности учащихся при обучении математике в ДМО имеет огромное значение. Развитие творческой деятельности как одного из видов учебной математической деятельности школьников в ДМО способствует формированию мышления учащихся, умений находить новые пути решения разнообразных задач, способности быстро ориентироваться в меняющейся учебной ситуации, мыслить и действовать продуктивно и нестандартно, проявлять активность, сознательность и инициативу в учебном труде.

Однако в исследованиях по теории и методике обучения математике до сих пор не рассматривались целостные методические концепции, реализующие подходы к формированию творческой деятельности учащихся в ДМО, тем более дающие методику или технологию приобщения школьников к опыту творческой математической деятельности в дополнительном образовании. Среди причин этого явления можно указать значительную разобщенность теоретических подходов и объективную сложность формирования творческой деятельности учащихся.

Таким образом, проблема формирования творческой математической деятельности учащихся недостаточно изучена в условиях дополнительного математического образования. Имеется противоречие между значительным потенциалом учебной творческой деятельности и недостаточной разработанностью теории и методики ее формирования при обучении школьников математике в ДМО. Необходимость разрешения этого противоречия определяет ***актуальность*** диссертационного исследования.

Проблему исследования составляет поиск путей наиболее эффективного формирования учебной творческой математической деятельности школьников в дополнительном математическом образовании.

Объектом исследования является процесс обучения математике в дополнительном математическом образовании.

Предмет исследования – методика формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО.

Цель работы заключается в исследовании теоретических основ формирования учебной творческой математической деятельности учащихся, построении методики ее формирования в ДМО.

В основу исследования положена ***гипотеза***: если разработать концепцию формирования учебной творческой математической деятельности учащихся, на ее основе создать методическую систему формирования учебной математической деятельности и применить ее в дополнительном математическом образовании, то это будет способствовать улучшению параметров творческой деятельности школьников.

Для достижения поставленной цели и проверки сформулированной гипотезы потребовалось решить следующие ***задачи исследования*****:**

1) проанализировать философскую, психолого-педагогическую, математико-методическую литературу с целью определения базовых понятий и методологической основы исследования;
2) классифицировать виды учебной деятельности школьников и выявить наиболее эффективные пути формирования учебной творческой математической деятельности учащихся в ДМО;
3) выработать концепцию формирования учебной творческой математической деятельности;
4) разработать методическую систему формирования учебной математической деятельности школьников в ДМО;
5) разработать в соответствии с концепцией систему творчески ориентированных задач для учащихся по одной из тем школьного дополнительного математического образования.
6) экспериментально проверить целесообразность и эффективность предложенной методики в практике обучения.

Для решения поставленных задач и проверки гипотезы применялись следующие ***методы исследования***:

– изучение и анализ философской, психолого-педагогической, и математико-методической литературы по теме исследования;
– анализ и обобщение опыта работы учителей и собственного опыта ведения внеклассных занятий по математике в школе;
– беседы с учителями, анкетирование учителей и учащихся, анализ ученических работ, наблюдение за процессом ведения внеклассных занятий по математике в средней школе;
– разработка и применение учебно-методических материалов в ДМО;
– проведение опытной работы и экспериментальная проверка основных положений диссертационного исследования;
– статистическая обработка результатов педагогического эксперимента.

Методологической основой исследования послужили теория психического процесса; основы теории учебной деятельности и теории общего развития в обучении; методология методики обучения математике, теории проблемного и личностно-ориентированного обучения; системный подход в обучении математике; работы ученых-математиков и методистов, раскрывающие основные положения математического образования для творческого развития личности и формирования творческой математической деятельности в ДМО.

Исследование проводилось с 2001 по 2005 г. и включало четыре этапа.

На **первом этапе** выявлялось состояние исследуемой проблемы в теории и практике обучения школьников в ДМО. Для этого осуществлялись изучение и анализ философской, психолого-педагогической и математико-методической литературы по проблеме исследования, наблюдение и анализ опыта работы учителей математики с целью исследования роли, места, путей эффективного формирования учебной творческой математической деятельности в ДМО.

На **втором этапе** разрабатывались теоретические основы и концепция формирования учебной творческой деятельности школьников в ДМО: выделялись содержание и организация учебной деятельности школьников, определялись и классифицировались ее виды, конструировалась методическая система «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО», определялось роль и место в ней творческой математической деятельности.

В ходе **третьего этапа** определялись пути наиболее эффективного формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО. С этой целью автором проводились внеклассные занятия по математике с учащимися 5-11 классов школ №№ 21, 27, 41 г. Кирова и Открытого лицея ВятГГУ, был организован и функционировал в течение пяти лет школьный летний математический лагерь для учащихся 7-8 классов школы № 21 с углубленным изучением отдельных предметов г. Кирова.

На **четвертом этапе** был проведен обучающий эксперимент с целью проверки эффективности разработанной методики. Полученные результаты проанализированы и обработаны средствами математической статистики. Анализ полученных теоретических и экспериментальных результатов позволил сформулировать окончательные выводы диссертационного исследования.

Научная новизна исследования заключается в разработке концепции учебной творческой математической деятельности, в построении на ее основе методической системы «Учебная деятельность школьников в ДМО», классификации видов учебной деятельности школьников и определении среди них места учебной творческой математической деятельности.

Теоретическая значимость исследования обусловлена его вкладом в разработку научных представлений об особенностях и путях формирования творческой деятельности учащихся в ДМО и заключается в обосновании нового направления в теории обучения математике: теории формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО посредством последовательного осуществления репродуктивной, продуктивной, параллельно исследовательской и проектной, проектно-исследовательской учебной деятельности, в описании целесообразных и эффективных подходов к отбору содержания и разнообразных форм организации деятельности учащихся в приобщении их к опыту творческой математической деятельности в ДМО.

Практическая значимость работы определяется тем, что теоретические выводы и разработанная методика формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО могут быть использованы учителями математики и педагогами дополнительного образования в их педагогической деятельности, как при изучении темы «Графы», так и при проведении занятий и при разработке учебных и методических пособий по изучению других тем школьного курса математики и его дополнительных глав.

На защиту выносятся:

1. Классификация видов учебной математической деятельности школьников.
2. Концепция формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО, предполагающая организацию обучения с последова-

тельным применением репродуктивной, продуктивной, параллельно исследовательской и проектной, проектно-исследовательской учебной деятельности.

3. Методическая система «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО», разработанная на основе предложенной концепции и представленная целями, содержанием, методами, формами и средствами обучения.
4. Система творчески ориентированных задач для учащихся по теме «Графы».

Достоверность результатов исследования обеспечивается опорой на философские, психолого-педагогические и математико-методические основы формирования учебной творческой деятельности школьников в ДМО, непротиворечивостью полученных выводов с психологическими закономерностями усвоения знаний и формирования приемов и действий, адекватных им, полнотой изученного фактического материала, а также положительными результатами экспериментального исследования.

Апробация и внедрение результатов исследования осуществлялись и продолжают осуществляться путем проведения опытно-экспериментального обучения, в виде докладов и выступлений на научных конференциях и семинарах, публикаций в сборниках научных статей и научно-методических периодических изданиях.

Основные положения и выводы по результатам исследования были доложены и обсуждены на IV межрегиональной научно-практической конференции «Российские регионы: проблемы, суждения, поиск путей развития» (Киров, 2001 г.); на международной научно-практической конференции «Проблемы социального самоопределения учащейся молодежи в условиях современного общества» (Киров, 2003 г.); на региональной научно-практической конференции «Преподавание математики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики» (Глазов, 2003 г.); на международной научной конференции «Проблемы теории и практики обучения математики (57-е Герценовские чтения)» (Санкт-Петербург, 2004 г.); на III Всероссийской научной конференции «Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России»

(Киров, 2004 г.); на XXIII Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и педвузов (Челябинск, 2004 г.); на XXIV Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и педвузов (Саратов, 2005 г.); на XXV Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и педвузов (Киров, 2006 г.); на научно-методических семинарах кафедры математического анализа и методики преподавания математики ВятГГУ.

По теме исследования имеется 10 публикаций.

Диссертация (152 с.) состоит из введения (8 с.), двух глав (первая глава – 67 с., вторая глава – 59 с.), заключения (2 с.), библиографического списка (156 наименований) и 4 приложений. В основном тексте диссертации содержится 18 рисунков, 7 таблиц и 5 диаграмм.

Глава 1
Теоретические основы формирования творческой деятельности учащихся в дополнительном математическом образовании

1.1. Теоретические аспекты формирования творческой деятельности в философских, психологических и педагогических исследованиях

Анализ психолого-педагогической, методической и научной литературы по проблеме исследования показал, что нет единого, признанного всеми учеными, определения понятия «творческая деятельность». Это понятие ученые определяют по-разному.

Многообразие подходов и суждений, с одной стороны, является положительным условием поиска оптимального решения вопроса; с другой стороны, позволяет исследователям в области развития качеств личности школьника не всегда корректно употреблять понятие «творческая деятельность», что отрицательно сказывается и на развитии теоретических положений, и на решении методических задач.

Исходя из задач исследования, уточним понятие творческой деятельности учащихся. Для этого проанализируем определения творчества (творческой деятельности), выделенные в философских, психологических и педагогических работах.

1.1.1. Творческая деятельность в философских исследованиях

Обращаясь к проблеме творчества в философских исследованиях, проследим изменение взглядов на его определение в историческом контексте.

Античные философы, начиная с Платона, определяли творчество как стремление «одержимого» человека к достижению высшего («умного») созерцания мира. В средневековой философии творчество – это волевой акт, вызывающий бытие из небытия, а творцом мира является Бог. Поэтому творчество людей означает их стремление к Богу, уподобление ему через акт творения нового. Ученые Эпохи Возрождения, понимая творчество прежде всего в художественном аспекте, усматривают его сущность в созерцании; в этот период возникает интерес к самому акту творчества.

И. Кант анализирует творческую деятельность в учении о продуктивной способности воображения, являющейся единством сознательной и бессознательной деятельностей: акт творчества происходит в состоянии наития, бессознательно, однако этот объективный процесс протекает в субъективности человека и опосредован его свободой. Ф. Шеллинг определяет творчество как высшую форму человеческой деятельности, где он соприкасается с абсолютом [145].

В экзистенциализме (М. Хайдеггер, Ж. П. Сартр, А. Камю) носителем творческого начала считается личность, понятая как некоторое иррациональное начало свободы, экстатический прорыв природной необходимости и разумной целесообразности, выход за пределы природного и социального, вообще «посюстороннего» мира [145].

В философских направлениях XX в. прагматизме, инструментализме, неопозитивизме творчество рассматривается как изобретательство, цель которого – решать задачу, поставленную определенной ситуацией.

Философско-социологические направления рассматривают творчество как свободную, основанную на познанной необходимости отдельных параметров подлежащего преобразованию фрагмента действительности, деятельность человека, результатом которой является создание новых материальных и духовных ценностей, оптимальных при данных условиях. Такой подход исследует больше не сам субъект, а его взаимоотношения с объектом творчества, субъекта и результата, объекта и цели, субъекта и объекта творчества с одной стороны и условий – с другой.

Творческая деятельность в марксистской философии – «это деятельность человека, преобразующая природу и социальный мир в соответствии с целями и потребностями человека и человечества на основе объективных законов действительности. Творчество, как созидательная деятельность, характеризуется неповторимостью (по характеру осуществления и результату), оригинальностью и общественно-исторической уникальностью» [145, с. 670].

Таким образом, в философских взглядах на творчество (творческую деятельность) с позиций проблемы взаимоотношения субъекта и объекта можно выделить два основных подхода:

- *онтологический подход,* считающий творческую деятельность преобразованием бытия для решения задач, поставленных определенной ситуацией;
- *гносеологический подход,* трактующий творчество как познание нового, ранее неизвестного.

1.1.2. Творческая деятельность в психологических исследованиях

Разнообразные трактовки понятия «творческая деятельность» даются и в психологических исследованиях.

Л. С. Выготский под творческой деятельностью понимает «…такую деятельность человека, которая создает нечто новое, все равно будет ли это вещью внешнего мира или известным построением ума и чувства, живущими и обнаруживающимися только в самом человеке» [26, с. 3]. Д. Б. Богоявленская, А. М. Матюшкин и другие понимают творчество как выход за пределы уже имеющихся знаний [18, 99]. Ю. Н. Кулюткин называет творчество таким процессом, в котором личность сама реализует и утверждает свои потенциальные силы и способности, в котором она сама развивается [102]. В самом широком смысле рассматривает творчество Я. А. Пономарев – как взаимодействие, ведущее к развитию, возникновению новых структур, нового знания, новых способов деятельности [116].

Исследования творчества в психологии строятся на понимании его как психического процесса, проявления внешней активности субъекта во взаимодействии с объектом. При этом в большинстве случаев понятие внешней активности считают более общей категорией и наличие ее постулируют. Выделяют две формы внешней активности: *адаптивное поведение*, включающее в себя два подтипа: реактивное поведение, осуществляемое по типу реакции на изменение внешней среды и деятельность (целенаправленное поведение), и *преобразование*, которое также разделяют на два типа: творческую деятельность, создающую новую среду (конструктивная активность) и разрушение, уничтожающее прежнюю среду (рис. 1) [63].

Рис. 1

Целенаправленную и творческую деятельности с этих позиций принципиально различают. Я. А. Пономарев считает основным признаком деятельности как формы активности потенциальное соответствие цели деятельности ее результату; творческому акту характерно противоположное: рассогласование цели и результата. Творческая деятельность может возникать в процессе осуществления целенаправленной деятельности и связана с порождением «побочного продукта», который и является в итоге творческим результатом. Суть творчества как психологического свойства сводится к интеллектуальной активности и сензитивности к побочным продуктам своей деятельности [115].

Особую систему представлений о творчестве выдвинул В. М. Вильчек: природа творчества основана на природе человека как вида, который утратил в результате мутации инстинктивную видовую программу деятельности. Отсюда неизбежно возникли дефекты, нарушения основных взаимосвязей: дефект деятельности («человек – природная среда») и дефект отношений («человек – человек»). Заменой инстинктивной видовой программы у человека стала способность к подражанию «образцу». Поиск образца породил творчество как специфическую активность. Труд же является лишь способом удовлетворения потребности, никакой потребности в труде как таковом (и в его обобщении – целесообразной деятельности) не существует. По природе своей мотивация творчества иррациональна и неудовлетворяема, поскольку родилась вместе с человеком и вместе с ним умрет [23].

По мнению В. Н. Дружинина, творчество, в отличие от различных форм адаптивного поведения, происходит не по принципам «потому что» или «для того чтобы», а по принципу «несмотря ни на что», и творческий процесс является реальностью, спонтанно возникающей и завершающейся. Однако чтобы творить, нужно усвоить образец активности человека творящего, путем подражания выйти на новый уровень овладения культурой и устремиться самостоятельно дальше [63].

Исследователи также подтверждают, что творческий акт сопряжен с особым состоянием сознания и является спонтанным и независимым от внешних ситуативных причин. В. Н. Пушкин предложил трактовку взаимодействия сознания и бессознательного в процессах целенаправленной и творческой деятельности. Процесс творческой деятельности характеризуется пассивностью сознания, которое лишь воспринимает творческий продукт; бессознательное активно порождает творческий продукт и представляет его сознанию. При осуществлении рационально и сознательно управляемой деятельности, которая всегда целесообразна, реализуется другое отношение: сознание активно, бессознательное рецептивно, оно «обслуживает» сознание, предоставляя ему информацию, операции и т.д.

Таким образом, главная особенность творчества с точки зрения этих исследований связана со спецификой протекания процесса в целостной психике как системе, порождающей активность индивида.

В отечественной психологии наиболее полную концепцию творчества как психического процесса предложил Я. А. Пономарев, разработавший структурно-уровневую модель центрального звена психологического механизма творчества: «результаты опытов... дают право схематически изобразить центральное звено психологического интеллекта в виде двух проникающих одна в другую сфер. Внешние границы этих сфер можно представить как абстрактные пределы мышления. Снизу таким пределом окажется интуитивное мышление, за ним простирается сфера строго интуитивного мышления животных. Сверху – логическое, за ним простирается сфера строго логического мышления – современных электронных вычислительных машин» (рис. 2) [115].

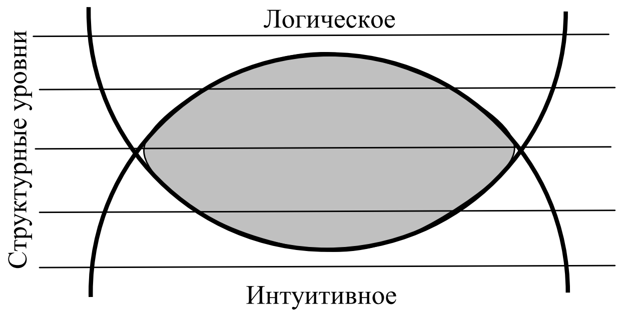


Рис. 2

Такой подход дает возможность определить критерий творческого акта. Им является уровневый переход: потребность в новом знании складывается на высшем структурном уровне организации творческой деятельности, а средства удовлетворения этой потребности на низших уровнях. Они включаются в процесс, происходящий на высшем уровне, что приводит к возникновению нового способа взаимодействия субъекта с объектом и возникновению нового знания. Тем самым творческий продукт предполагает включение интуиции и не может быть получен на основе логического вывода.

Основой успеха решения творческих задач, с точки зрения Я. А. Пономарева, является «способность действовать в уме», определяемая высоким уровнем развития внутреннего плана действия. С творческой деятельностью сопряжены также два личностных качества, а именно: интенсивность поисковой мотивации и чувствительность к побочным образованиям, которые возникают при мыслительном процессе.

Я. А. Пономарев рассматривает творческий акт по следующей схеме: на начальном этапе, этапе постановки проблемы, активное сознание, затем, на этапе решения – бессознательное, а на третьем этапе, когда происходит отбор и проверка правильности решения – вновь активизируется сознание. Если мышление изначально логично, то есть целесообразно, то творческий продукт может появиться лишь в качестве побочного. В качестве «ментальной единицы» измерения творчества Я. А. Пономарев предлагает рассматривать разность уровней, доминирующих при постановке и решении задачи: задача всегда решается на более высоком уровне структуры психологического механизма, чем тот, на котором приобретаются средства к ее решению.

Заслуживает внимания также исследование взаимосвязи сознательного и бессознательного в творческой деятельности, проведенное Ж. Адамаром. По его твердому убеждению «практически не существует чисто логических открытий. Вмешательство бессознательного необходимо по крайней мере для того, чтобы стать отправным пунктом логической работы» [2]. Такой вывод Ж. Адамар делает на основе изучения работ А. Пуанкаре, самоанализа творческой деятельности и анализа специально разработанных им анкет ученых-математиков.

Описанный подход к раскрытию понятия «творческая деятельность» в психологических исследованиях дает возможность указать на различия, существующие между творчеством и целенаправленной деятельностью (табл. 1).

Однако этот подход в психологии не является единственным. Исследователи рассматривают творчество и с позиций совокупности свойств личности, обеспечивающих ее участие в процессе создания нового.

Дж. Гилфорд на основе созданной им трехмерной модели структуры интеллекта разработал тесты способности к творческой деятельности (креативности) [37]. Он указал на принципиальное различие между двумя типами мыслительных операций: конвергенцией и дивергенцией. Если конвергентное мышление актуализируется в том случае, когда решающему задачу на основе множества условий необходимо найти ограниченное количество верных решений, то дивергентное мышление требует от человека не концентрации на каком-то одном способе мышления, а ведет поиск одновременно по нескольким направлениям, приводит к неожиданным выводам и результатам.

Таблица 1

Различия между творчеством и целенаправленной деятельностью

Целенаправленная деятельность	*Творчество*
возникает вследствие внешних или внутренних рациональных причин;	спонтанно, непланируемо;
целесообразна, произвольна, рациональна и сознательно регулируема	нецелесообразно, непроизвольно, иррационально и в момент творческого акта не поддается регуляции со стороны сознания
побуждается определенной мотивацией, функционирует по типу «отрицательной обратной связи»: достижение результата завершает этап деятельности	в основе лежит иррациональная мотивация отчуждения человека от мира, направляется тенденцией к преодолению и функционирует по типу «положительной обратной связи»: творческий продукт только подстегивает процесс, превращая его в погоню за горизонтом
взаимодействие активного доминирующего сознания с пассивным бессознательным	взаимодействие активного доминирующего бессознательного с пассивным сознанием

Именно дивергентное мышление Дж. Гилфорд считал ядром способности к творчеству. При этом он выделяет шесть параметров креативности:

- способность к обнаружению и постановке проблем;
- способность к генерированию большого числа идей (беглость);
- способность продуцировать разнообразные идеи (гибкость);
- способность отвечать на раздражители нестандартно (оригинальность);
- способность усовершенствовать объект, добавляя детали;
- способность к анализу и синтезу.

Важный вклад в изучение проблем творчества как совокупности свойств личности внесла Д. Б. Богоявленская [19]. Она выделила единицу измерения креативности – интеллектуальную активность. Способность к творчеству, по мнению Д. Б. Богоявленской, является результатирующей двух факторов: уровня умственных способностей и мотивации. Существует три качественных уровня интеллектуальной активности:

- *стимулъно-продуктивный*, когда человек остается в рамках заданного или первоначально найденного способа действия, при этом задачи анализируются субъектом во всем многообразии их индивидуальных особенностей, но как частные, без соотнесения с другими задачами (познание единичного);
- *эвристический*, когда человек, имея достаточно надежный способ решения, продолжает анализировать состав и структуру своей деятельности, сопоставляет между собой отдельные задачи, что приводит его к открытию новых закономерностей, общих для системы задач (познание особенного);
- *креативный*, когда обнаруженная человеком эмпирическая закономерность становится для него не просто приемом мышления, а самостоятельной проблемой, ради изучения которой он готов прекратить предложенную извне деятельность, начав другую, мотивированную уже изнутри (познание всеобщего).

У наиболее творческих людей интеллектуальная активность принимает форму интеллектуальной инициативы, когда мыслительная деятельность продолжается за пределами, необходимыми для решения первоначально поставленной задачи.

Таким образом, в психологических работах исследователи рассматривают творчество (творческую деятельность) в двух основных направлениях:

- как *психологический процесс* создания нового (Я. А. Пономарев, В. Н. Пушкин, В. Н. Дружинин и др.);
- как *совокупность свойств личности*, которые обеспечивают ее участие в этом процессе (Дж. Гилфорд, Д. Б. Богоявленская и др.).

1.1.3. Творческая деятельность в педагогических исследованиях

Одним из параметров творческой деятельности является оценка ее продукта как творческого. Здесь в силу вступают социальные критерии: новизна, осмысленность, оригинальность и т. д. Изучением творчества с этих позиций в основном занимается педагогическая наука. При этом важным является рассмотрение этой проблемы с двух сторон:

- *объективной*, определяемой новизной его конечного продукта;
- *субъективной*, определяемой самим процессом творчества, даже если конечный продукт и не обладает социальной значимостью и новизной.

Вообще в дидактике под творческой деятельностью учащихся понимают деятельность, в процессе которой ученик создает принципиально новый способ решения проблемы или конструирует его из известных ему приемов, или в ходе решения получает новое для себя знание. Творчество ученика может проявляться в двух аспектах: в создании субъективно нового продукта, как некоторого знания; в создании оригинального способа деятельности при решении какой-либо учебной задачи. Творческая деятельность ученика получает направленность на разрешение познавательных гипотез (Г. А. Коровкина) [85]; внесение элементов новизны в способы выполнения заданий, на применение новых приемов в решении задач (Г. И. Патяко) [109].

Поскольку в процессе творческой деятельности школьники не создают новых социально значимых продуктов, акцент в характере творчества учащихся смещается, по мнению П. И. Пидкасистого, в направлении раскрытия процессуальной стороны деятельности. Это мнение согласуется с взглядами В. Г. Разумовского и А. Т. Шумилина, которые рассматривают результаты творчества с точки зрения их новизны и отмечают, что результат может быть новым лишь для его создателя, но давно известен обществу – «субъективно» новым [122, 154].

В связи с этим в последнее время все большее признание получает рассмотрение творческой деятельности учащихся как проявление особого рода процедур – критериев творческой деятельности. Такие характеристики выделял, как было сказано выше, в своих работах Дж. Гилфорд. В отечественной литературе наибольшее распространение получили критерии, которые приводит в своих трудах И. Я. Лернер [92]. Это:

- самостоятельный перенос знаний и умений в новую ситуацию;
- видение новой проблемы в знакомой ситуации;
- видение новой функции объекта;
- самостоятельное комбинирование известных способов деятельности в новый способ;
- видение структуры объекта;
- альтернативное мышление;
- построение принципиально нового способа решения в отличие от других известных или являющегося комбинацией известных способов.

Раскроем подробнее сущность этих признаков творческой деятельности школьников.

Творческий процесс в большинстве случаев предполагает *самостоятельный перенос знаний и умений в новую ситуацию*. Чем отдаленнее связь между ситуацией и хранимым в памяти знанием, тем более творческий характер носит применение этого знания, если оно осуществляется самостоятельно, не является повторением ранее известного субъекту случая. В учебном процессе приходится очень часто сталкиваться с выполнением заданий, требующих ассоциации со знаниями, усвоенными ранее: если само задание не наталкивает на возможную ассоциацию, перенос осуществляется с трудом. Этому можно и надо учить.

Другой чертой творческой деятельности является *видение новых проблем в знакомых, стандартных условиях, ситуациях*. Суть этой черты состоит в том, что человек, привыкая к тем или иным условиям, сохраняет способность не только замечать их малейшие изменения, но и в обычном их состоянии видеть новые стороны и задавать себе и другим новые вопросы о сущности этих условий, ситуаций, объектов.

Следующая черта – *видение новой функции знакомого объекта*. В зависимости от ситуации человек способен в одном и том же объекте увидеть новое, подчас неожиданное назначение, переосмыслить его в плане новых понятий.

Важная черта творческой деятельности состоит в *видении структуры объекта, подлежащего изучению*. Суть видения структуры объекта заключается в быстром, подчас мгновенном охвате частей, элементов объекта в их соотнесении друг с другом. Особенную актуальность для учащихся эта процедура приобретает при изучении предметов, связанных с решением задач. Любая задача требует видения условия, характера соотношения данных с требованием, зависимостей между элементами рассматриваемых в задаче объектов.

Не менее существенной процессуальной чертой творчества является *умение видеть альтернативу решения*, альтернативу подхода к его поиску. Суть этой черты – в установке на допущение разных решений, разных путей поиска решения, возможности рассмотрения объекта с разных, подчас противоречивых сторон. Данная процедура имеет цель научить ученика спорить с самим собой, подвергать сомнению первоначально принятое им решение, допускать его разные варианты, выбирая лучший или оставляя несколько возможных.

Следующей чертой творческой деятельности является *умение самостоятельно комбинировать ранее известные способы деятельности в новый способ*. Суть этой процессуальной черты состоит в том, что ученик сам из ранее усвоенных действий создает новое действие, пригодное для решения данной задачи.

И, наконец, еще одна черта, которая обычно обозначается как *умение создавать оригинальный способ решения при известности других*. Творчество по своей природе требует оригинальности, умения отказываться от стереотипов деятельности, знаний, хотя без таких стереотипов как базы оно невозможно. Поэтому обучение должно, с одной стороны, прививать стереотипные навыки, умения, знания и, с другой – одновременно создавать установку на возможность отказаться от них в поисках других знаний и способов деятельности, более продуктивных для данного случая [91].

Перечисленные характеристики представляют примерную основу творческой деятельности школьников, базу для дальнейшего саморазвития. Признакам творческой деятельности свойственна одна общая особенность – они не усваиваются в результате получения словесной информации или показа способа действия. Обозначенные характеристики творческой деятельности нельзя передать иначе как включением человека в посильную деятельность, требующую проявления тех или иных творческих черт и тем самым эти черты формирующую.

Исходя из перечисленных выше критериев, можно заметить, что деятельность школьника, который самостоятельно ставит проблемы, находит пути, методы, оригинальные способы их решения и т.п. является творческой деятельностью. Такой ученик открывает давно и хорошо известное и продукт его творчества объективной ценности не представляет, но для самого учащегося полученное таким путем знание несомненно является открытием, изобретением, самостоятельным достижением нового. Такую деятельность определенно можно считать творческой.

Открытие заново того, что было известно, тоже творчество и субъективно эта продукция может быть нова и оригинальна, подчеркивают А. Ньюэлл, Д. Шоу и Т. Саймон [106]. Эту мысль высказывает и Р. Карпентер: «Продукт может быть и не творческим, но процесс творческим». С этих позиций выделяют признаки творческой мыслительной деятельности:

- продукт мыслительной деятельности обладает новизной и ценностью, как в объективном, так и в субъективном смысле;
- мыслительный процесс также отличается новизной в том смысле, что требует преобразования ранее принятых идей или отказа от них;
- мыслительный процесс характеризуется наличием сильной мотивации и устойчивости, протекая либо в течение значительного периода времени, либо с большой интенсивностью.

Поэтому процесс обучения должен строиться с учетом выделенных признаков творческой деятельности, лишь тогда он будет способствовать формированию творческой деятельности учащихся.

На основе анализа философской и психолого-педагогической литературы выделим ряд характеристик, которые будут способствовать описанию понятия «творческая деятельность».

1. Под творческой деятельностью понимают тип преобразующей внешней активности индивида, направленной на получение объективно или субъективно нового продукта, новых знаний или новых способов действий, характеризующихся оригинальностью или неповторимостью по характеру осуществления или результату.
2. Творческая деятельность, будучи психологическим процессом, является следствием целенаправленной деятельности, требующей высокого уровня мотивации, однако по своей природе иррациональна, возникает спонтанно и в момент творческого акта неуправляема.
3. Взаимодополняющее проникновение сознания и бессознательного в творческой деятельности происходит по схеме: на этапе постановки проблемы преобладает активное сознание, на этапе решения – бессознательное, на этапе отбора и проверки правильности решения – вновь активизируется сознание.
4. Творческая деятельность требует специальной организации процесса обучения, включения в него образца активности человека творящего и путем подражания выведения субъекта на новый уровень овладения культурой.
5. Творческая деятельность определяется способностью субъекта к дивергентному мышлению и имеет ряд параметров креативности, основными среди которых являются быстрота, гибкость, оригинальность мышления.
6. Являясь синтезом уровня умственных способностей и мотивации, творческая деятельность происходит на трех качественных уровнях интеллектуальной активности: стимульно-продуктивном, эвристическом и креативном.

Таким образом, *творческая деятельность* – это психологический процесс активности индивида, направленный на получение объективно или субъективно нового продукта, новых знаний или новых способов действий и протекающий с учетом названных выше характеристик.

1.2. Творческая математическая деятельность школьников в трудах математиков и методических исследованиях

1.2.1. Творческая деятельность учащихся как цель школьного математического образования

На первой Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», проходившей в 2000 году в г. Дубне, была подчеркнута особая роль математического образования в современном мире. В обращении конференции говорится: «Мы обращаемся ко всем школьникам и студентам России, изучающим математику, независимо от их успехов и отношения к ней. Поверьте нам, мы заботимся о вашем будущем, о вашем интеллектуальном и даже психическом здоровье. Плохое математическое образование, низкая математическая культура в XXI веке могут стать серьезным препятствием не только на пути развития страны, но и в достижении успеха в жизни, значительно ограничивая свободу личности. И наоборот, хорошее математическое образование, математическая культура могут защитить вас от многочисленных опасностей, таящихся на пути вашего развития, повысить ваши шансы на самореализацию в выбранной профессии» [98, с. 2].

Таким образом, будучи частью общего образования, математическое образование включено в процесс пересмотра ценностных и целевых установок. Рассмотрим общепринятые ценности математического образования.

Академик В. М. Тихомиров выделяет три уровня человеческой деятельности и рассуждает о значении математики на каждом из них:

- на *общечеловеческом* уровне математику можно рассматривать как часть общей культуры, азбуку языка природы, основу инженерии, тренажер для человеческого мозга; выживание человечества невозможно без создания общей продуманной программы, которую нельзя составить без сложнейших расчетов, колоссальных интеллектуальных усилий, без математиков высшей квалификации;

- на *государственном* уровне математическое образование рассматривается как источник высоко образованных, творчески мыслящих интеллектуалов, способных решить любые задачи в различных областях науки; причиной тому являются два аспекта: универсальность математического образования и высокий уровень творчества при занятиях математикой;
- на *личностном* уровне ценности математического образования можно представить следующим образом: 1) использование математики в повседневной жизни порождает необходимость определенных математических навыков каждому человеку; 2) математика служит источником умственного развития обучаемых; 3) воспитание способности понимать смысл поставленной задачи, правильно, логично рассуждать – задача математического образования; 4) математика как часть человеческой культуры участвует в формировании духовного мира человека, поэтому каждому полезно знать фрагменты ее истории, ход научной эволюции, имена творцов и их вклад в науку; 5) без математики невозможно философское постижение мира, обучение математике формирует научное мировоззрение; 6) математика является языком естествознания и техники, языком Природы; одна из задач математики – объяснение Законов Мироздания; 7) математическое образование должно включать в себя обучение компьютерным технологиям и современным информационным возможностям [98].

На всех уровнях математическое образование рассматривается В. М. Тихомировым как средство приобщения к общечеловеческой культуре, творчеству в самом широком смысле, как мощное средство развития интеллекта человека, необходимое для становления творческой личности.

Академик В. И. Арнольд считает, что основная роль математического образования заключается в воспитании умения математически исследовать явления реального мира. Особую ценность математического образования В. И. Арнольд видит в его высоких потенциальных возможностях для формирования способности учащихся мыслить, думать, выдвигать гипотезы, понимать окружающее так, как это присуще математикам [98].

По мнению Г. И. Саранцева, значительное место в современном математическом образовании должны занять учебные исследования, самостоятельное открытие математических фактов, мотивация познания учащихся и, в частности, мотивация содержанием обучения, эвристическая составляющая математической деятельности. Это в полной мере позволит учащимся осознать путь познания в математике, приобщиться к творческой математической деятельности [130].

Г. И. Саранцев выделяет три группы целей математического образования и соотносит их с общеобразовательными, воспитательными и практическими функциями процесса обучения:

- *общеобразовательные цели* включают в себя овладение системой математических знаний, умений и навыков, дающей представление о предмете математики, ее языке и символике, математическом моделировании, специальных математических приемах, об алгоритме и периодах развития математики; овладение основными общенаучными методами познания и специальными эвристиками, используемыми в математике;
- *воспитательные цели* составляют формирование мировоззрения учащихся, логической и эвристической составляющих мышления, алгоритмического мышления, приобщение к творческой деятельности, воспитание нравственности, культуры общения, самостоятельности, активности; эстетическое воспитание школьников; воспитание трудолюбия, ответственности за принятие решений, стремление к самореализации;
- к *практическим целям* относятся: формирование умения строить математические модели простейших реальных явлений, исследовать явления по заданным моделям, конструировать приложения моделей, ознакомление с ролью математики в научно-техническом прогрессе и современном производстве [130].

Осознание творческой деятельности учащихся как ценности математического образования влечет за собой постановку сообразных целей обучения, которые отражали бы направленность процесса обучения математике на формирование у учащихся опыта творческой деятельности.

В программе по математике выделяется необходимость построения процесса обучения таким образом, чтобы он в полной мере отражал специфику математики как науки и особенности математической деятельности [117]. Это несомненно является выражением необходимости развития творческой деятельности ученика.

Как замечает Г. В. Дорофеев, одной из основных целей математики как учебного предмета является формирование и развитие таких качеств творческого мышления как гибкость, критичность, конструктивность и др., которые «сами по себе не связаны с каким-либо математическим содержанием и вообще с математикой, но обучение математике вносит в их формирование важную и специфическую компоненту, которая в настоящее время не может быть эффективно реализована даже всей совокупностью остальных школьных предметов» [62].

В. А. Гусев определяет цели обучения математике на основе идей целостного формирования личности и идеи дифференцированного подхода в обучении. Его система целей предполагает приобщение учащихся к творческой деятельности через формирование определенных качеств личности (творческие способности, умение применять выводы и др.) [58].

Среди развивающих целей обучения математике О. Б. Епишева называет развитие элементов творческой деятельности как качеств мышления, которые являются составляющими математических способностей [70].

В системе целей развивающего обучения математике, предложенной Х. Ж. Ганеевым, необходимость включения учащихся в творческую деятельность соотносится с изучением ее методологии [29].

С позиций гуманитаризации математического образования формулирует цели общего образования Т. А. Иванова. Она выделяет критерии математической образованности выпускника средней школы: приобщение к опыту творческой математической деятельности и умение применять его в других видах деятельности, осознание процесса познания в математике, знание основных общенаучных методов познания (эвристических и логических) и умение применять их как в математической деятельности, так и в других видах деятельности [75].

Таким образом, анализ различных точек зрения на определение целей современного математического образования показывает, что приобщение учащихся к творческой деятельности и формирование умения реализовывать себя в этой деятельности является приоритетной целью обучения математике, что подчеркивает актуальность поиска путей и методов формирования творческой деятельности школьников.

1.2.2. Специфика творческой деятельности в обучении математике

Творческая деятельность, будучи категорией многогранной, проникает во все сферы деятельности человека. Однако в процессе обучения математике творчество имеет свою специфику. Выявить ее помогает анализ математической деятельности при изучении математики в школе.

Известный математик А. Я. Хинчин, исходя из характеристики математики как науки, анализа собственного опыта математической деятельности и опыта подготовки учеников пишет о своеобразных свойствах – чертах стиля математического мышления, которыми должен обладать человек, чтобы успешно и творчески работать в области математики. К таким чертам он относит: доминирование логической схемы рассуждения; лаконизм (стремление всегда находить кратчайший путь, ведущий к цели); четкую расчлененность хода рассуждения, «если, например, при доказательстве какого-либо предложения рассматривается несколько случаев, а последние распадаются еще на подслучаи, то в каждый момент рассуждения математик должен отчетливо помнить, в каком случае и подслучае его мысль сейчас обретается и какие случаи ему еще остается рассмотреть» [149, с. 28]. Важным свойством математического мышления

А. Я. Хинчин считает также полноценность аргументации, не допускающей, в частности, ни незаконных обобщений, ни необоснованных аналогий.

В определении специфики математического знания Г. И. Саранцев утверждает, что знание имеет деятельностную природу и не может быть деятельности вне знания [129]. Поскольку в знании воплощается и деятельность, и ее результат, формирование знаний напрямую связано с овладением познавательными действиями, которые становятся элементом содержания обучения и средством его усвоения. Содержание не ограничивается предметным учебным материалом, оно включает мотивационную сферу изучения материала, действия, адекватные понятиям, теоремам, эвристики, приложения изучаемого материала. Понимание знания как деятельности снимает противоречие между знанием и развитием в их традиционной трактовке и устанавливает их диалектическое соотношение [128].

Х. Ж. Ганеев опровергает положение о том, что процесс познания есть движение от знания эмпирического к знанию теоретическому, он доказывает, что в познавательном процессе обязательно присутствует и движение в обратном направлении как обязательное условие проверки надежности и уточнения теории. В качестве теоретической основы проектирования творческой исследовательской деятельности учащихся при обучении математике он использует следующий тезис: «Для познания вообще и математического в частности характерно диалектическое единство эмпирического и теоретического» [29, с. 76]. Задача учителя в управлении мыслительной деятельностью учащихся, исходя из этого, состоит в создании условий динамического оперирования двумя этими уровнями познания, обеспечении взаимных переходов с одного уровня на другой и обратно.

В качестве продуктивной модели обучения Х. Ж. Ганеев рассматривает информационно-развивающее обучение, при котором учащийся сам овладевает новыми понятиями, связями и отношениями между ними и ранее известными и подходом к решению проблем в процессе познания, в большей или меньшей степени направляемом учителем [29]. В более развернутом виде информационно-развивающее обучение предполагает следующее:

- учащийся проводит глубокий всесторонний анализ информации по определенной теме;
- выдвигает и ставит проблему, которую необходимо разрешить;
- выдвигает гипотезу;
- предполагает возможные решения, проверяет эти возможные решения, исходя из данных;
- делает выводы в соответствии с результатами проверки;
- устанавливает границы применимости полученных выводов;
- делает обобщения.

Модель, разработанная Х. Ж. Ганеевым, более полно раскрывает этапы предварительной и последующей работы над проблемой. Существенным же недостатком описанной модели является рассмотрение математики лишь как информационного поля для возникновения и разрешения проблем, недостаточное использование специфики собственно математической деятельности с ее особыми приемами и методами познания.

Анализ различных подходов к выявлению особенностей математического знания, определению структуры (схемы) математической деятельности и построению ее модели проводит О. Б. Епишева. На основе этого анализа исследователь приходит к выводу о том, что особенности содержания математики и математической деятельности определяют ряд особенностей их усвоения:

1. Понимание изучаемого материала, ступени которого соотносятся с уровнями математической деятельности, уровнями развития математических абстракций, с процессами усвоения знаний в полном цикле учебно-познавательной деятельности, с уровнями учебной деятельности в целом.

2. Специфика соотношения старых и новых знаний: изучение новых разделов математики не только всегда опирается на предыдущие, новые знания не

просто добавляются к старым, но часто создают противоречия с ними (как процессы обобщения и развития знания).

3. Необходимость овладения специфическим математическим языком.

4. Особенностями решения математических задач, предполагающих владение не только общими приемами эвристической деятельности, но и специальными эвристическими приемами, связанными с их математическим содержанием [69].

Выделенные особенности, утверждает О. Б. Епишева, полностью учтены в предлагаемой ею методической системе обучения математике, системообразующим фактором которой выступает формирование приемов учебной деятельности учащихся. Эти приемы являются предметом специального изучения и использования их для управления процессом усвоения знаний и способов деятельности. Приемы учебной деятельности составляют систему, адекватную системе изучаемого материала и системе учебных задач по его усвоению, а также развитию и воспитанию учащихся средствами математики. Автор проводит классификацию приемов по двум основаниям: по характеру учебной деятельности при усвоении изучаемого материала и по этапам полного цикла учебно-познавательной деятельности, – и строит технологические цепочки их формирования в процессе обучения математике.

Такой подход к проблеме реализации деятельностной концепции в математическом образовании имеет своим несомненным преимуществом направленность на создание операционной основы учебно-математической деятельности, но в то же время, по мнению Н. Н. Егоровой, недостаточно отражает ее творческий характер [68].

Проблема создания модели учебного процесса, отражающего специфику творческой математической деятельности, в значительной степени решена в исследовании Т. А. Ивановой. Для разработки такой модели автором были проанализированы труды видных математиков, психологов, философов, методистов с целью выделения схемы познавательной деятельности и определения особенностей протекания творческого процесса математика.

Результатом такого анализа явилось создание модели математической деятельности, отражающей гносеологический путь познания в математике и методы научного познания, характерные каждому его этапу [75].

Модель математической деятельности описывается этапами:

1) накопление фактов;
2) выдвижение гипотез;
3) проверка истинности доказательством;
4) построение теории;
5) выход в практику.

При этом применяются общенаучные эмпирические методы: наблюдение; сравнение и анализ; частные методы: вычисление; построение; измерение; моделирование; гипотетико-дедуктивные методы: анализ; синтез; аналогия; неполная индукция; обобщение; абстрагирование; индукция; конкретизация; дедукция; специальные методы: аксиоматический, метод математического моделирования.

Выделенная последовательность этапов и соответствующих им методов познания также свидетельствует о том, что математическое знание в своем развитии не исчерпывается дедуктивно-аксиоматической компонентой. В нем присутствует эвристическая деятельность, а способом организации результатов, полученных эмпирическим путем, выступает доказательство. Здесь проявляется единство интуитивного, эвристического и логического мышления как специфическая черта творческого мышления в области математики.

На основе модели творческой математической деятельности Т. А. Иванова строит концепцию учебно-познавательной деятельности, главными аргументами в создании которой являются следующие положения [75].

1. Включение ученика в творческую математическую деятельность создает условия для усвоения им математического содержания в его целостности.
2. Знания, полученные учеником в процессе субъектной творческой математической деятельности, приобретают качественно новый характер – они осознаны учеником, оперирование ими происходит осмысленно.

3. Творческая математическая деятельность позволяет овладевать не только знаниями, но и различными методами научного познания; причем школьники овладевают ими осмысленно.
4. В творческой познавательной деятельности ученик выступает полноправным субъектом деятельности, поэтому полученное в ее результате знание является личностно значимым для ученика.
5. Математическая учебно-познавательная деятельность приучает ученика добросовестно, настойчиво, систематически работать, развивает критичность и самокритичность мышления, воспитывает точность и обстоятельность аргументации – в этом состоит воспитательное значение такой деятельности.
6. Включение ребенка в творческую математическую деятельность оказывает неограниченное влияние на его духовное, эстетическое воспитание как в плане познания им законов гармонии, так и получения эстетического удовлетворения от успешности собственной интеллектуальной деятельности.
7. Включение ученика как субъекта в поисковую математическую деятельность способствует формированию его мировоззрения.

Принципиальную основу концепции, разработанной Т. А. Ивановой, составляет организация учебно-исследовательской, поисковой деятельности учащихся. В процессе такой деятельности происходит не только усвоение знаний в их традиционном понимании, но и способов деятельности, методов и приемов познания, характерных для математической деятельности, методологических знаний. Именно включение ученика в творческую деятельность, адекватную исследовательской математической деятельности, создает условия для усвоения им математического содержания и развития личности. Таким образом, построение учебно-познавательного процесса в соответствии со спецификой творческой математической деятельности способствует формированию у школьника признаков творческой деятельности.

Особое значение имеет также замечание Т. А. Ивановой о том, что включение ученика в творческую деятельность не требует от него особых математических способностей и возможно в массовой школе: «Наш личный опыт работы с учащимися… показывает, что каждого ученика с определенного уровня его обученности можно включать в творческий (субъективно творческий) процесс получения математического Знания».

Таким образом, исследование механизма математического творчества, самоанализ творческой математической деятельности известными учеными-математиками, работы по истории и методологии и методике математики показывают, что в самых общих чертах гносеологический путь в области математики можно описать следующим образом. Процесс познания начинается с установления отдельных фактов, выявления закономерностей на основе наблюдения, сравнения, вычислений, измерения и т. д. как в развитии математических теорий в целом, так и в творчестве отдельных математиков. В результате накопления фактов и выявления некоторых закономерностей эмпирическим путем на их основе, а также и интуитивно выдвигаются гипотезы. В математике они должны быть или доказаны, или опровергнуты логически. Наконец, полученные в результате длительного развития отдельные факты систематизируются, и строится дедуктивная, аксиоматическая теория. То есть математическое знание в своем развитии не исчерпывается дедуктивно-аксиоматической компонентой. В нем присутствует эвристическое начало, эвристическая деятельность. Единство эвристического и логического в процессе математического творчества и составляет специфику творческой математической деятельности [75].

1.2.3. Некоторые подходы к формированию творческой деятельности школьников при обучении математике

Специфика творческой деятельности при изучении математики определяет пути поиска подходов к приобщению школьников к опыту творческой математической деятельности. В математико-методической литературе существует несколько различных подходов к формированию творческой деятельности школьников при обучении математике [72].

Первый подход предполагает включение в процесс обучения *специально подобранных задач, имитирующих научное исследование* (Ж. Адамар, М. Вагеншайн, А. Г. Ковалев, В. Н. Мясищев, Д. Пойа и др.). Он основан на идеях исследователей, сопоставляющих математическое творчество учащихся с трудом ученого-математика. Так, Ж. Адамар утверждает, что между трудом учащегося, пытающегося решать задачи по алгебре и геометрии, и трудом открывателя в математике имеется только различие степени, уровня, – оба труда по природе подобны. А. Г. Ковалев и В. Н. Мясищев отмечают, что «при благоприятных условиях формирования способности математика-ученика становятся способностями ученого» [82]. Показательно и то, что известный математик академик А. Н. Колмогоров рассматривает математические способности школьников и ученых-математиков вместе как одно явление.

На наш взгляд, труд ученого и школьника необходимо в значительной мере различать, но, как пишет Д. Пойа, преподавание должно включать все основные аспекты мышления математика в доступной для средней школы мере.

Немецкий математик М. Вагеншайн ставит в противовес энциклопедическому и поверхностному математическому воспитанию обучение, основанное на глубоком и многостороннем изучении учащимися хорошо подобранных задач. В ходе этого изучения учащиеся проходят через различные этапы настоящего научного исследования, осознают интеллектуальный путь, приведший их к решению. Значение имеет сама творческая деятельность, а не то, что она сотворила [65].

А. А. Столяр, исследуя специфику математической деятельности, выделяет три основных аспекта:

- математизация эмпирического материала или математическое описание конкретных ситуаций;
- логическая организация математического материала, полученного в результате первого аспекта деятельности;
- применение математической теории, полученной в результате второго аспекта деятельности.

Выделенные аспекты математической деятельности представляют собой, по мнению А. А. Столяра, специфические для математики приемы мышления, которые используют в определенных сочетаниях общелогические приемы: индукцию, дедукцию, анализ, синтез, сравнение, сопоставление, классификацию, обобщение, абстрагирование, конкретизацию.

В качестве дидактической модели математической деятельности выступает проблемное обучение, в частности исследовательский метод. Учащиеся под руководством учителя строят маленькую локальную теорию. Математический материал, полученный в качестве описания конкретной ситуации (эмпирического материала), обычно представляет собой конечное множество предложений $M = \{p_1, p_2, ..., p_n\}$. Под логической организацией математического материала (ЛОММ) понимают выявление из M возможно минимального подмножества A посылок («локальных аксиом»), из которых следуют все остальные предложения M. Следовательно, «локальная» ЛОММ по существу означает построение маленькой теории. Описание исследований проводится в виде решения нескольких серий задач на доказательство, связанных общей идеей ЛОММ. Такая работа способствует получению эквивалентных определений изучаемого понятия, систематизации знаний. А. А. Столяр замечает, что если преподавание главным образом нацелено на организацию рассуждений учащихся, направленных на формирование у них умений открывать для себя факты, составляющие содержание предложенной системы, и логически упорядочивать их, то это приводит к более быстрому развитию мышления учащихся и к пониманию изучаемого материала [137].

Работа учащихся по созданию «собственной» маленькой теории, описанная А. А. Столяром, способствует приобщению учащихся к исследовательской математической деятельности, в этом состоит основное достоинство. Однако организация такого рода работы предполагает владение школьниками довольно высоким уровнем логических умений, требующим большой предварительной подготовки, и не в полной мере использует эвристические методы познания, такие как индукция, интуиция, аналогия, воображение и т. п. Потому модель обучения, предложенная А. А. Столяром, нуждается в некоторой адаптации с учетом специфики творческой математической деятельности.

Второй подход к формированию творческой деятельности учащихся заключается в применении при обучении математике *проблемно-поисковых задач* (Б. В. Гнеденко, Н. А. Демченкова, И. И. Дырченко, Ю. М. Колягин, В. И. Крупич и др.).

Как пишет Б. В. Гнеденко в статье «О математическом творчестве», «для развития таланта и проявления творческих сил необходима проблема, которая способна увлечь человека и заставить его думать о ней постоянно, испытывать различные подходы к ее решению» [39]. В качестве таких проблем он предлагает использовать олимпиадные задачи, которые содействуют развитию интереса к математике, формированию элементов творческой деятельности. По мнению И. И. Дырченко, проблема развития творческих способностей учащихся выводит на первый план вопрос о методике обучения решению так называемых задач-проблем, то есть задач, требующих для своего решения не механического применения заученных приемов, а исследовательского подхода и творческих исканий [65]. На необходимость постановки и решения нестандартных задач, задач-проблем, познавательных задач поискового характера с целью развития творческой деятельности учащихся указывают в своих работах и публикациях Ю. М. Колягин, З. О. Шварцман, А. Ю. Эвнин [101, 152, 156].

Третий подход основан на обращении в процессе обучения математике к *эвристическим методам* обучения (А. К. Артемов, Г. Д. Балк, Н. А. Извольский, Лезан, Д. Пойа, Е. Е. Семенов, С. И. Шохор-Троцкий, и др.).

Еще классики точного естествознания Эйлер, Лаплас, Клейн, рассуждая о развитии науки, о научном творчестве, придавали большое значение одной из эвристик – неполной индукции, которая позволяет открывать новые математические закономерности, однако найденные таким путем факты нуждаются в дальнейшем изучении, в доказательстве. Кеплер и Лаплас высоко ценили другой эвристический метод науки – аналогию и выводы по аналогии, но и такие заключения нуждаются в проверке и доказательстве, подчеркивали ученые.

Большое внимание математическому творчеству уделял в своих обширных методологических работах французский математик А. Пуанкаре. Положив в основу своих исследований собственный опыт, А. Пуанкаре пришел к выводу, что большую роль в процессе математического творчества играют интуиция и догадка, наблюдение и эксперимент, умение строить аналогии и выдвигать гипотезы. И в этом «механизм математического творчества…не отличается существенно от механизма какого бы то ни было творчества» [119]. Далее А. Пуанкаре замечает, что ни одно математическое открытие не обходится без логического обоснования, дедуктивного доказательства установленных при помощи эвристических правил фактов и закономерностей. Этот последний этап и отличает чисто математическое творчество от других видов творчества. Таким образом, в творческой математической деятельности эвристическая и логическая составляющие играют каждая свою роль. «Логика, которая одна может дать достоверность, есть орудие доказательства, интуиция есть орудие изобретательства» [119].

Этой точки зрения придерживается и Р. Курант: «Математика содержит в себе черты волевой деятельности, умозрительного рассуждения и стремления к эстетическому совершенству. Основные черты и взаимно противоположные элементы – логика и интуиция, анализ и конструкция, общность и конкретность. Как бы ни были различны точки зрения, питаемые теми или иными традициями, только совместные действия этих полярных начал и борьба за их синтез обеспечивает жизненность, полезность и высокую ценность математической науки» [88].

На рубеже XIX и XX столетий появляются работы педагогов-математиков, которые успешное обучение математике связывали с творческим применением знаний. Так, французский педагог Лезан излагает систему советов учителю, которые основаны на том, чтобы не сковывать ум ребенка, а поддерживать имитацию самостоятельного открытия. При этом на многочисленных примерах он демонстрирует возможности эвристики в обучении математике. Аналогичную концепцию излагает С. И. Шохор-Троцкий. Н. А. Извольский главную задачу обучения видит в развитии творческого мышления на основе применения эвристических методов обучения [135].

Творческое математическое мышление, по мнению Д. Пойа, не является чисто «формальным»; его содержанием служат не только лишь аксиомы, определения и строгие доказательства, но и многие другие вещи: обобщение закономерностей, подмеченных в частных случаях; индуктивные доказательства; доказательства по аналогии [113]. Он выделяет два типа рассуждений – доказательные и правдоподобные, которые не только не противоречат друг другу, но друг друга дополняют. «Мы закрепляем свои математические знания доказательными рассуждениями, но подкрепляем свои предположения правдоподобными рассуждениями» [114]. По мнению Пойа, доказательные рассуждения надежны, неоспоримы и окончательны, но сами по себе не способны давать существенно новые знания об окружающем нас мире. Правдоподобные же рассуждения рискованны, спорны и условны, но именно с такими рассуждениями Д. Пойа связывает продуктивную математическую деятельность. «Серьезный человек, изучающий математику, намеревающийся сделать математику делом своей жизни, должен учиться доказательным рассуждениям; это его профессия и отличительный признак его науки. Однако для настоящего успеха он должен учиться и правдоподобным рассуждениям; это тот тип рассуждений, от которого будет зависеть его творческая работа» [114].

Г. Д. Балк отмечает, что эвристические приемы: аналогия, обобщение, индукция, анализ и т. д. играют важную роль в творческой работе исследователей любой специальности [9], а Е. Е. Семенов называет эвристики основой творческой мысли [132].

Значительная роль эвристической деятельности в научном познании подчеркивается в работах по истории и методологии математики (Г. И. Рузавин, К. А. Рыбников, Л. Я. Стройк, А. П. Юшкевич и др.). Авторы этих работ условно разделяют методы научного познания на две большие группы: эвристические и дедуктивные. К числу эвристических методов математики они относят наблюдение, сравнение, эксперимент (вычисления, построения, измерения, моделирование), анализ и синтез, неполная индукция и аналогия, обобщение, специализация, суперпозиция и интуиция. Все эти методы приводят к выдвижению гипотез, которые требуют установления их истинности или ложности. Эти же методы лежат в основе высокоавтоматизированных умственных навыков, протекающих на бессознательном уровне. В реальном творческом процессе каждый из этих методов действует не изолированно, а во взаимосвязи с другими, в том числе и с дедуктивными методами. На этапе же доказательства теоремы, обоснования найденного решения на первое место выступает логика: законы, сущность доказательства, общие дедуктивные методы доказательств, специальные методы, характерные для той или иной темы, дисциплины.

Исследуя творческую математическую деятельность, известный методист В. В. Репьев приходит к выводу о том, что «наблюдение и сравнение, а нередко и догадка являются вспомогательными методами при обобщениях. Они имеют большое значение в творческой деятельности ученых. В основе догадок нередко лежит интуиция-познание без развернутого рассуждения. Интуитивное познание – результат ранее приобретенных знаний, навыков. Оно тем продуктивнее и эффективнее, чем богаче опыт человека. Однако познанное интуитивно подлежит доказательству» [121].

А. К. Артемов считает, что «владение эвристическими приемами является необходимым компонентом математического развития учащихся». Автор показывает, что применение эвристик формирует определенные черты творческой деятельности, например, видение новой проблемы в знакомой ситуации, видение новой функции объекта и др. [4].

Четвертый подход к формированию творческой деятельности учащихся основан на выделение *самостоятельной работы учащихся в приоритетную учебную деятельность* (Е. И. Лященко, Т. В. Певчева, Т. И. Уткина, С. И. Шварцбурд, П. М. Эрдниев и др.). Так, С. И. Шварцбурд считает, что «немыслимо воспитать творчество учащихся без их самостоятельной деятельности, без самостоятельного рассмотрения вопроса» [151], а Е. И. Лященко отмечает, что для успешного приобщения учащихся к творческой деятельности необходимо формировать у них умение учиться самостоятельно [89].

В своем диссертационном исследовании Т. В. Певчева показывает, что самостоятельная постановка проблем и составление задач самими школьниками формируют у них определенные черты творческой деятельности [110]. К средствам развития творческих способностей учащихся Т. И. Уткина относит обучение учащихся самостоятельному составлению задач по геометрии [144].

Пятый подход заключается в использовании *потенциала внеклассных занятий по математике* (Е. М. Вечтомов, И. М. Смирнова, С. И. Шварцбурд, З. О. Шварцман и др.). Так, С. И. Шварцбурд утверждает, что в развитии творчества учащихся неоценимую помощь оказывает внеклассная работа по математике, а особую роль играет ее связь с работой на уроке [151].

Е. М. Вечтомов утверждает, что «интерес к математике у учащегося скорее проявляется, если он участвует в математических состязаниях: кружках, олимпиадах, конкурсах, турнирах, матбоях, и/или самостоятельно, дополнительно к учебной программе занимается математикой, решая трудные или необычные задачи, читая различные научные, популярные или занимательные книги по математике» [22, с. 304].

Данный подход изложен и в исследованиях Н. Н. Ивановой, которая предлагает уделять значительное внимание формированию и развитию творческих способностей на факультативных занятиях по математике. По сравнению с уроком, факультативы открывают более широкие возможности для творческой деятельности благодаря своей специфике: свободное распределение времени, меньшее количество учащихся, возможность корректировки программы в процессе ее реализации [74].

З. О. Шварцман отмечает, что эвристическая деятельность, необходимая учащимся для развития творческой инициативы, требует от учеников немалых затрат времени на самостоятельные размышления. На уроке такая возможность бывает не всегда, тогда как внеклассная работа такими возможностями обладает [152].

К отдельным средствам приобщения школьников к творческой деятельности в процессе изучения математики ряд исследователей относят также использование метода аналогии при обучении учащихся элементам сферической геометрии (Н. В. Горбачева) [42], обучение в системе укрупнения дидактических единиц (Н. А. Горяев) [54], а в обучении младших школьников – использование занимательных задач (Е. В. Кузнецова) [87], задач на поиск закономерностей (С. В. Маслова) [97], формирование анализа через синтез как приема творческой деятельности (Н. С. Тюина) [142] и др.

Таким образом, творческая деятельность является одной из приоритетных целей математического образования. Специфика обучения математике определяет различные подходы к приобщению школьников к опыту творческой деятельности. Однако описанные подходы и модели не дают целостного представления о природе творческой деятельности в обучении школьников математике, в частности, в ДМО. Разработке концепции формирования учебной творческой деятельности и созданию на ее основе методической системы «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО» и выявлению в ней места учебной творческой математической деятельности посвящен следующий параграф проводимого исследования.

1.3. Реализация концепции творческой математической деятельности в методической системе «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО»

1.3.1. Учебная деятельность школьника при изучении математики

Еще в 50-х годах XIX века А. Дистервег подчеркивал, что развитие и образование ни одному человеку не могут быть даны или сообщены. Всякий, кто пожелает к ним приобщиться, должен достигнуть этого собственной деятельностью, собственными силами, собственным напряжением [61].

Развитие теории деятельности в обучении базируется на исследованиях Л. С. Выготского, включившего инструментальную деятельность в систему отношений субъекта с другими людьми. Его идеи нашли продолжение в принципе, выдвинутом С. Л. Рубинштейном, о рассмотрении внешних воздействий на субъект через внутренние обстоятельства, через его деятельность [125]. В работах П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной [28, 138] введены понятия типов ориентировочной основы и форм действия. В исследованиях А. Н. Леонтьева [90] теория деятельности приобретает вид системы. В работах В. В. Давыдова и Д. Б. Эльконина введено важнейшее понятие теории деятельности – учебной задачи. Тем самым теория получает свое дальнейшее развитие и богатое практическое применение.

В психолого-педагогической и математико-методической литературе существуют различные определения понятия деятельности (целенаправленной деятельности). Основываясь на исследованиях О. Б. Епишевой [70], будем понимать деятельность как процесс активности человека, характеризуемый компонентами ее структуры: предметом, потребностью и мотивом, целями и условиями их достижения, действиями и операциями.

Предмет деятельности – то, на что направлен процесс (создание продукта деятельности, приобретение знаний, саморазвитие).

Потребность в деятельности – это основной источник активности человека, его нужда в предмете деятельности. Одной из форм проявления потребности является мотив. Мотив – это то, что побуждает человека к деятельности, связано с удовлетворением определенной потребности.

Цель деятельности – ее направленность на определенный результат, в которой реализуются потребности и мотивы. Цели деятельности определяют выбор действий. Условия достижения цели определяют выбор операций (способов выполнения действий).

В каждом выполняемом человеком действии различают результат этого действия и общий способ, с помощью которого выполняется данное действие. Если усилия человека направлены на овладение общими способами действий, то его деятельность становится целенаправленной.

Под учебной деятельностью понимают деятельность учащихся, направленную на приобретение знаний о предмете изучения и общих приемов решения связанных с ним задач и, как следствие, на развитие школьников и формирование их личности.

В современных исследованиях в основном выделяют три вида учебной деятельности школьников при изучении математики: материально-практическую, социальную и духовную [59, 155].

В процессе обучения математике формируются общие трудовые навыки, что составляет *материально-практическую деятельность*.

Примером такой деятельности может служить опытно-экспериментальная и поисковая работа в процессе решения математических задач (метод проб и ошибок, выполнение дополнительных построений и т.д.). Составной частью материально-практической деятельности является универсально-преобразующая, навыки которой тоже могут формироваться при изучении математики, так как именно при изучении математики преобразуются исходные данные для получения нужного результата, ведется поиск новых связей между объектами, строятся новые комбинации объектов, реализуются различные интерпретации построенных математических моделей.

Изменения, происходящие в обществе и системе образования, заставляют несколько переосмыслить параметры *социальной деятельности*.

Одной из основных задач образования при этом становится содействие *социализации личности* школьника. Основным направлением социализации как естественного процесса становления личности в обществе, охватывающего абсолютно все уровни развития человека, является самоутверждение индивида в социуме, через освоение собственного «Я» среди других людей, в системе общественных связей, осуществляемое посредством саморазвития, социальной активности и развертывания механизмов быстрой и психологически безопасной адаптации к изменяющейся действительности.

Решение поставленной задачи может решаться, например, в организации дополнительного математического образования в таких его направлениях как математические соревнования и математическая печать [47].

Разнообразие математических соревнований как по форме, так и по содержанию позволяет привлекать к участию максимальное число учащихся. При этом акцент в большинстве случаев целесообразно делать не на соревнование со сверстниками, а на соревнование с самим собой, побуждая тем самым учащихся к саморазвитию, реализации собственного «Я». Правильно подобранная система задач (включаются как очень простые, так и очень сложные) дает участникам соревнования ощущение получения результатов даже при незначительных возможностях, способствует становлению веры в собственные силы, что позволяет формировать социально сильную личность. Психологическая безопасность при этом достигается также посредством осознания игрового момента соревнования.

Работа учащихся над созданием прессы, в том числе и математической, способствует повышению социальной активности школьников, становлению их социальных связей. Немаловажной с точки зрения самоутверждения здесь является возможность на страницах газеты высказать собственное отношение учащегося к предмету своей учебной деятельности. Особое значение здесь приобретает формирование навыков коммуникативной деятельности.

Третий вид учебной деятельности – *духовную* – составляют познавательная деятельность (самостоятельное познание окружающего и самопознание, учебно-познавательная деятельность), ценностно-ориентировочная деятельность (мотивационно-оценочная деятельность, мотивационно-ориентирующая деятельность) и эмоционально-чувственная деятельность (воспитание и выражение чувств). Обучение математике имеет первостепенное значение в формировании познавательной деятельности, особенно в формировании многих качеств умственной деятельности, интеллектуального труда и общей логической организации человека. Творческий подход к обучению математике может существенно сказаться и на правильной направленности воспитания эмоционально-чувственной деятельности, таких качеств личности, как сопереживание, честность, ощущение эстетического наслаждения (удовлетворение) и т. д.

Следует заметить, что понятие «учебная деятельность» более широкое, чем понятие учебно-познавательная деятельность, так как в ходе учения применяются действия не только познавательного, но и тренировочного характера. Понятие познавательная деятельность более широкое, чем два предыдущих, так как познание осуществляется не только в целях учения, но и для открытия нового в науке. Для школьников познавательная деятельность протекает, как правило, в учебно-познавательной форме.

Организация учебной деятельности основывается на потребности самих учащихся осуществлять преобразование учебного материала с целью овладения новыми знаниями. Стимулирование этой потребности во многом зависит от постановки учебной задачи.

По мнению О. Б. Епишевой учебная задача является основным структурным компонентом учебной деятельности [70]. Ее цель – развитие ученика, подведение его к овладению обобщенными отношениями в рассматриваемой области, к усвоению и овладению новыми способами действий.

Учебная задача – это переформулированная обобщенная цель учебной деятельности, поставленная перед учащимися в виде обобщенного учебного задания. Решая ее, учащиеся овладевают соответствующими знаниями и умениями, развивают свои личностные качества, направленные на «умение учиться», то есть достигают поставленной цели. Учебные задания выполняются при решении конкретных предметных (математических) задач и, таким образом, представляют собой синтез предметной задачи и учебной цели. Одна и та же предметная задача может служить достижению нескольких конкретных учебных целей и, следовательно, быть компонентом нескольких учебных задач. В то же время та или иная конкретная учебная цель может быть достигнута несколькими предметными задачами. Учебные задания помогают учащимся осознавать цели учебной деятельности, что в свою очередь влияет на формирование ее положительных мотивов.

Решение учебных задач складывается из системы учебных действий, направленных на достижение цели. Учебные действия включают в себя конкретные способы преобразования учебного материала в процессе выполнения учебных заданий: восприятие сообщений, наблюдение, актуализация опорных знаний, предметно-практических действий, изучение содержания предметной задачи и преобразование ее условия, выдвижение и проверка гипотез, составление плана решения, проведение эксперимента, выполнение упражнений, самоконтроль и самооценка действий и т.д. Содержание и глубина такого преобразования материала может быть различной, она определяется тем составом способов учебных действий, которыми обладает ученик, и степенью их сформированности. Богатство освоенных способов и гибкость их применения определяют степень сложности учебной деятельности для ученика [71].

Наиболее рациональную совокупность действий и операций, выполняемых в определенном порядке и служащих для решения задач деятельности, называют приемом деятельности. Схема действий или операций может быть представлена в виде правила, инструкции, предписания. Правильный прием допускает обобщение, специализацию и конкретизацию, обладает свойством переносимости на другую задачу, его можно перестроить и создать на этой основе другой прием.

В состав приема может входить не только определенная система действий, но и словесно сформулированное суждение о том, какие действия и как варьируются в зависимости от условия и требования задачи. Этим определяется выбор операций. Приемы деятельности допускают самостоятельный выбор конкретных действий по решению учебных задач, и это отличает их от алгоритмов.

Под алгоритмом понимается общепонятное и однозначное предписание, определяющее процесс последовательного преобразования исходных данных и искомый результат. Алгоритм, таким образом, предполагает жесткое выполнение шагов, а прием дает общее направление деятельности по решению задач, не регламентируя каждый ее шаг.

Приемы деятельности могут быть разной степени сложности и обобщенности. Более сложный прием состоит из большего числа действий, включает в себя в качестве составляющих действий другие приемы, он необходим для решения более сложных задач. Прием деятельности называется обобщенным, если он получен на основе анализа менее общих (частных) приемов путем выделения общего (инвариантного) содержания деятельности по решению конкретных (частных) учебных задач. Например, обобщенный прием решения математической задачи получен в результате анализа решения различных типов математических задач (текстовых, геометрических, алгебраических упражнений и т.д.).

После обобщения частный прием выступает как вариант общего, частные приемы определенной группы могут быть получены из общего путем варьирования его составляющих. Один обобщенный прием заменяет несколько частных, создает ориентировочную основу деятельности для решения целого класса учебных задач, служит основой переноса на другие задачи.

Сознательное владение каким-либо приемом деятельности называется умением; умение, доведенное до реально возможного автоматизма, характеризуется как навык. При наличии умения человек вынужден осуществлять оперативный контроль за выполнением действий; на уровне навыка он специально не обдумывает каждый элемент деятельности.

Так, например, на этапе закрепления формулы для нахождения корней квадратного уравнения ученик фиксирует коэффициенты, записывает формулу дискриминанта и вычисляет его, затем подставляет данные в формулу корней, вычисляет. В дальнейшем все действия выполняются свернуто, то есть ученик сразу подставляет данные в формулу корней.

Одним из результатов анализа понятий учебной и творческой деятельности на основе исследования философской, психолого-педагогической и математико-методической литературы является соотнесение творческой, математической и учебной деятельности.

Очевидно, математическая деятельность широко распространяется за рамки учебной деятельности школьников; однако и учебная деятельность полностью не выражается в рамках математической деятельности, поскольку она направлена на овладение знаниями и приемами деятельности из других областей науки и техники. Отношение между математической и творческой деятельностью также не является отношением включения, поскольку как творческая деятельность может быть нематематической, так и математическая деятельность может быть четко регламентирована, алгоритмизирована, то есть не иметь творческого начала. Учебная деятельность во многом носит черты целенаправленной деятельности по образцу, что не позволяет считать ее полностью творческой. С другой стороны творчество широко распространяется за рамки учебного процесса, например, в научной, культурной деятельности человека.

Следовательно, соотнесение между выделенными видами деятельности можно представить с помощью кругов Эйлера в форме, показанной на рис. 3.

Рис. 3

Пересечение всех трех кругов, а, следовательно, и наследование характеристик всех трех видов деятельности, описывают учебную творческую математическую деятельность школьников. Определению ее места среди других видов учебной математической деятельности школьников в ДМО посвящен следующий пункт настоящего исследования.

Таким образом, учебная деятельность является специфической деятельностью индивидуума по целенаправленному приобретению знаний о предмете изучения и общих приемов решения связанных с ним задач. В структуре деятельности можно выделить несколько компонентов: цель, предмет, потребность и мотивы, действия и операции. Цель учебной деятельности трансформируется в учебную задачу. Решение учебных задач складывается из системы учебных действий и операций, которые составляют приемы и алгоритмы учебной деятельности.

Учебная деятельность является сложнейшим образованием и выступает основой всего образовательного процесса, в частности, методической системы «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО», представленной в п. 1.3.3 настоящего исследования.

Перед тем как перейти к описанию этой системы, выделим и классифицируем виды учебной деятельности, которые определят концепцию формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО.

1.3.2. Классификация видов учебной деятельности школьников в ДМО

Разнообразие подходов к определению видов учебной деятельности школьников и места среди них творческой математической деятельности не позволяет четко разграничить исполнительскую и творческую учебную деятельность. И та и другая предполагают получение учеником новых для него знаний, умений и навыков, поскольку любая учебная деятельность направлена на это. Однако, получение новых знаний, умений и навыков не всегда является со стороны учащегося творческим процессом. Так, например, обучение школьников сложению обыкновенных дробей с разными знаменателями происходит по заданному алгоритму и не предполагает включения в деятельность учащихся элементов, реализующих их собственное видение предмета изучения.

Решение проблемы определения места творчества в учебной деятельности школьников требует четкого разграничения ее на такие виды, которые укажут существенные различия в новизне получаемых учащимся знаний, умений и навыков. Для решения этой задачи выделим два параметра учебной деятельности – содержание и организацию [43, 51].

Под *содержанием* учебной деятельности будем понимать конкретные знания, умения, алгоритмы и приемы, которыми оперирует учащийся в ходе осуществляемой деятельности, а под *организацией* – порядок оперирования этими компонентами деятельности. Организация деятельности представляет из себя некий более широкий еще не сформированный алгоритм или прием деятельности, составленный из более «мелких», уже сформированных компонентов деятельности.

В таком понимании содержание и организация могут иметь со стороны педагога четкую регламентацию, что, как правило, и осуществляется в традиционной методике обучения математике: порядок изучения материала, его содержание, основные приемы и алгоритмы предусмотрены для изучения образовательным стандартом, учебными пособиями и сообщаются практически в готовом виде учащимся.

Однако такой подход к определению содержания и организации дает возможность учесть роль школьника в их выборе, что уже позволяет говорить о собственных потребностях и мотивах школьников, их активной позиции в учении. Расширение возможностей выбора учащимися организации и содержания за рамки учебной темы определяет творческий подход в изучении математики. Как уже неоднократно отмечалось, такие возможности в полной мере предоставляет дополнительное математическое образование.

Таким образом, комбинируя по степени свободы выбора учащимися содержания и организации, получим пять видов учебной деятельности школьника (табл. 2).

Таблица 2

организация учебной деятельности / содержание учебной деятельности	определенная извне	собственный выбор учащегося
определенное извне	репродуктивная и продуктивная учебная деятельность	проектная учебная деятельность
собственный выбор учащегося	исследовательская учебная деятельность	проектно-исследовательская учебная деятельность

Репродуктивная учебная деятельность и продуктивная учебная деятельность характеризуются отсутствием свободы выбора школьником как содержания, так и организации деятельности. Оба параметра четко задаются учебной программой и определяются в процессе обучения педагогом. В дополнительном математическом образовании, как и в основной школе, репродуктивная и продуктивная деятельность играют роль базы математических знаний, умений и навыков, на которой строится весь образовательный процесс.

В *репродуктивной учебной деятельности* учащемуся предлагается непосредственное применение знаний (понятий и фактов) и умений (основных приемов и алгоритмов). На этом этапе школьники должны воспроизводить определения основных понятий, узнавать определяемые объекты и выделять их среди родственных им объектов, осознанно воспроизводить формулировки теорем, знать и уметь применять основные алгоритмы и приемы деятельности.

Задания *продуктивной* учебной деятельности направлены на применение уже сформированных на этапе репродуктивной деятельности знаний и умений в несколько измененной учебной ситуации. Этот уровень предполагает решение задач, условие которых в явной форме не содержит известных школьникам алгоритмов действий, однако легко сводится к ним, например, в процессе построения математической модели.

Репродуктивная и продуктивная учебная деятельность в ДМО формируется на занятиях математического кружка в двух основных формах: беседе со школьниками и индивидуальной работе учащихся под руководством учителя по отработке полученных знаний и закреплению умений и навыков.

Как уже было отмечено, значимость этих видов деятельности заключается в том, что они являются базой для других видов учения: сформированные здесь умения сворачиваются в сложные алгоритмические структуры и выступают в дальнейшем как отдельные структурные единицы. Примеры и методику работы в репродуктивной и продуктивной учебной деятельности мы рассмотрим в следующем параграфе.

Овладение школьниками основными знаниями и умениями по изучаемой тематике на этапах репродуктивной и продуктивной учебной деятельности, дает возможность включить в организацию процесса обучения приемы, способствующие свободному выбору школьником организации или содержания учебной деятельности. Процесс формирования знаний и умений индивидуален, таким же является и процесс перехода школьника от одного вида учебной деятельности к другому, поэтому не стоит ускорять его искусственно. Несвоевременный переход к новым видам учебной деятельности тормозит процесс обучения, так как основные знания и умения остаются неокончательно сформированными. Вовлечение ученика, слабо овладевшего базовыми знаниями и умениями, может привести к тому, что он не воспользуется предоставленной свободой в силу слабого знания фактического материала или отсутствием видения алгоритма в измененных условиях. Напротив, ученик, который хорошо овладел базовыми знаниями и умениями, но по какой-то причине вовремя не получил возможности перейти на другой вид деятельности, может потерять интерес к изучению данного вопроса.

Предоставление свободы выбора содержания учебной деятельности определяет переход школьника к новому виду учебной деятельности – *исследовательской*. Ученик выступает в роли исследователя – применяет полученные на предыдущих этапах знания и умения в новых условиях: других темах курса математики (таким образом осуществляются внутрипредметные связи), дисциплинах, изучаемых в школе (межпредметные связи). Результатом такой деятельности служит наполнение школьником готовой структуры новым содержанием, что выражается в составлении и решении новых задач, где известный алгоритм представляется в неузнаваемой учебной ситуации. Этот процесс уже носит черты творчества, поскольку создается новый для ученика продукт.

На первых порах необходимо ненавязчиво «подсказывать» учащимся возможные области применения того или иного алгоритма или некоторой идеи. При этом нужно оставлять им свободный выбор той или иной предметной области и предоставлять возможность самостоятельно подобрать задачи.

Так, например, можно предложить учащимся использовать идею метода от противного в варианте, сформулированном как принцип Дирихле, при решении задач из различных разделов математики. В качестве примера выделим три таких задачи [34].

1. Дано 12 целых чисел. Доказать, что из них можно выбрать два, разность которых делится на 11 (теория целых чисел).
2. Какое наибольшее число королей можно поставить на шахматной доске так, чтобы никакие два из них не били друг друга? («игровая» задача).
3. Внутри квадрата со стороной один метр отметили произвольным образом 51 точку. Доказать, что среди них найдутся три такие точки, которые можно накрыть квадратом со стороной 20 см (геометрия).

Если учащемуся предоставить свободу выбора организации учебной деятельности (то есть порядка применения известных алгоритмов и их компонентов), он перейдет к *проектной учебной деятельности*. Школьник начинает работу, заключающуюся в исследовании известного содержания с позиции применения к нему новых алгоритмов или их комбинаций. Результатом такой деятельности является поиск новых алгоритмов в знакомой учебной ситуации или решение поставленных в изучаемой теме задач другими способами. Этот процесс также носит черты творчества.

О решении задач разными способами в методической и научной литературе говорилось неоднократно. Отметим здесь в качестве примера книгу Э. Г. Готмана и З. А. Скопеца [55], позволяющую показать школьникам разнообразие методов при решении геометрических задач.

Осуществлению школьниками проектной деятельности необходимо обучать. В первое время школьники нуждаются в организации их деятельности в нужном направлении, проведении специальных занятий по поиску других способов решения задач.

И исследовательская, и проектная учебная деятельность предоставляют свободу выбора учащимся одного из указанных параметров. Необходимо, чтобы учащиеся прочувствовали предоставленную возможность выбора и восприняли свою сопричастность к процессу их обучения. Однако нужно точно предугадать момент готовности перехода учащегося на новый для него этап деятельности. В первое время учащиеся будут испытывать трудности в реализации своей деятельности описанных двух видов, поэтому помощь со стороны учителя должна быть значительной. Приобретая опыт, со временем учащиеся все более и более проникаются предоставляемой свободой и, как показывает опыт, сами начинают отказываться от помощи педагога, получая все более интересные результаты своей деятельности.

Если учащийся смог получить результаты в проектной и исследовательской учебной деятельности на уровне личных достижений, то следует констатировать, что он подведен к этапу реализации *проектно-исследовательской учебной деятельности*. Этот вид учебной деятельности предполагает, что и содержание, и организацию каждый ученик выбирает самостоятельно. Содержание проектно-исследовательской деятельности возникает вследствие сформулированного учеником самостоятельно или при помощи учителя творческого задания, организация определяется учащимся из различных форм проделанной им работы на проектном уровне.

Проектно-исследовательская учебная деятельность предполагает наличие следующих черт: 1) самостоятельный перенос знаний и умений в новую ситуацию; 2) видение новых проблем в знакомых, стандартных условиях, ситуациях; 3) видение новой функции знакомого объекта; 4) видении структуры объекта, подлежащего изучению; 5) умение видеть альтернативу решения; 6) умение самостоятельно комбинировать ранее известные способы деятельности в новый способ. Каждая из этих черт в той или иной мере реализуется в проектном и исследовательском видах учебной деятельности школьников; однако стыкуются они вместе лишь при слиянии этих видов, что и составляет проектно-исследовательскую учебную деятельность.

Ее результатом служит учебный продукт, отличающийся как новизной (как правило, субъективной) содержания или его части, так и структуры, полученных в результате свободного выбора самого учащегося.

При формировании учебной деятельности школьников в ДМО целесообразно придерживаться следующей схемы организации различных видов учебной деятельности школьников (рис. 4) [50, с. 197].

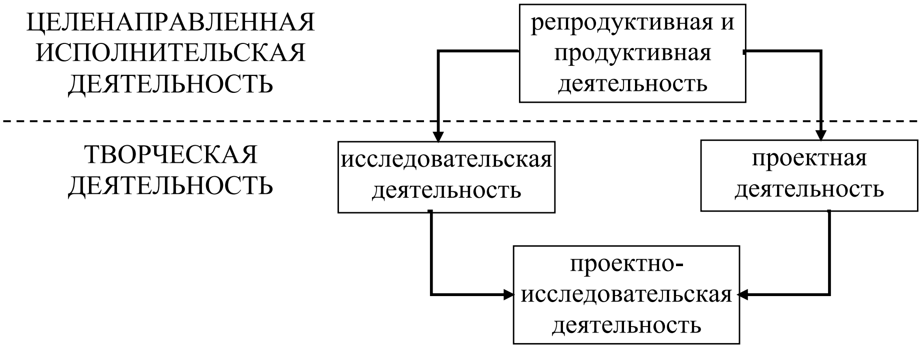


Рис. 4

Сначала основные знания и умения формируются под жестким контролем педагога в ходе реализации репродуктивной и продуктивной деятельности. Лишь правильно сформированные знания, умения и навыки определяют дальнейший успех в их применении в других видах деятельности. Хорошее овладение ими позволяет организовать школьников к деятельности в двух направлениях: исследовательской – в рамках изменения содержания деятельности – и проектной – при изменении организации. Именно параллельное формирование этих двух видов деятельности позволяет поддерживать у школьников видение собственных возможностей в осуществлении деятельности. При организации этого процесса занятия по решению задач из других разделов знаний и занятия по решению задач разными способами могут чередоваться, но более эффективным с нашей точки зрения являются пары занятий, не оторванные друг от друга по времени.

Умение осуществлять школьниками учебную деятельность проектного и исследовательского видов в рамках темы позволяет учителю организовать их к реализации проектно-исследовательской деятельности, в ходе которой учащиеся создают учебный проект, представляемый им в одной из предусмотренных форм, например, пленарной.

Поскольку и проектный, и исследовательский, и, тем более, проектно-исследовательский виды учебной деятельности носят черты творческой деятельности, будем их считать видами учебной творческой деятельности.

Следует отметить, что овладеть всеми пятью видами учебной деятельности способны не все школьники по ряду объективных причин. Наиболее эффективно работу с учащимися в этом направлении удается организовать в дополнительном математическом образовании в силу отсутствия жестких рамок как в выборе содержания и форм работы, так и во времени протекания процессов, подводящих к творчеству.

Таким образом, организация обучения с последовательным осуществлением репродуктивной, продуктивной, параллельно исследовательской и проектной, проектно-исследовательской учебной деятельности определяет концепцию формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО.

В соответствии с этой концепцией сконструируем методическую систему формирования учебной математической деятельности школьников в ДМО.

1.3.3. Методическая система «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО»

Методологической основой построения методической системы «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО» является системный подход, который начал внедряться в научные исследования в 40-х годах XX века.

Под системой понимают «объективное единство закономерно связанных друг с другом предметов, явлений, а также знаний о природе и обществе» [134].

В работах по системному анализу выделяют признаки системы: 1) система – прежде всего совокупность элементов, которые при определенных условиях могут рассматриваться как системы; 2) существуют связи между элементами и их свойствами, превосходящими по силе связи этих элементов с элементами, не входящими в данную систему; 3) наличествует определенная организация, что проявляется в снижении степени неопределенности системы по сравнению со степенью неопределенности системоформирующих факторов, определяющих возможность создания системы; 4) существуют интегративные свойства, присущие системе в целом, но не свойственных ни одному из элементов в отдельности, которые хотя и зависят от свойств элементов, но не определяются ими полностью, то есть система не сводится к простой совокупности элементов, расчленяя систему на отдельные части нельзя познать все свойства системы в целом [136].

Таким образом, система определяется как совокупность элементов, находящихся в определенных связях и отношениях друг с другом и образующих определенную целостность, которая предполагает несводимость системы к сумме образующих ее частей и невыводимость из какой-либо ее части свойств системы в целом. Системный подход к анализу явлений и процессов также предполагает выделение принципов функционирования системы, которые определяются в основном внешней средой.

Анализ педагогических процессов с позиций системного подхода позволяет выделить компоненты системы, которые его характеризуют: цели и задачи, содержание, методы, формы организации, достигаемые результаты.

Исследуя проблему обучения математике учащихся начальной школы, А. М. Пышкало ввел понятие методической системы обучения математике. Эта система была составлена целями обучения, содержанием образования, методами, средствами и формами обучения. А.М. Пышкало ввел глобальную систему обучения математике. По мнению Г. И. Саранцева более эффективно рассматривать методические системы, адекватные различным исследуемым феноменам, составляемые целями, содержанием, методами, средствами и формами обучения. Системный подход позволил по-новому осмыслить важные категории методики: задачи (Ю. М. Колягин), системы упражнений (Г. И. Саранцев), процесс обучения математике (В. И. Крупич), индивидуализацию в обучении математике (В. А. Гусев), формирование мировоззрения в обучении математике (Н. А. Терешин), систему внутри-предметных связей (В. А. Далингер) и т.д. [59].

Рассмотрим подробнее методическую систему «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО». Функционирование системы определяется условиями внешней среды. Внешнюю среду данной методической системы составляют: цели математического образования; функции обучения математике; гуманизация и гуманитаризация математического образования; предмет математики, ее место в науке, жизни, производстве; структура процессов формирования понятий, изучения теорем, решения задач. К внешней среде относятся также результаты исследовательской деятельности учащихся в математике и ДМО, новые исследования в области истории математики, в логике, психологии, педагогике, физиологии и других науках.

Внешняя среда определяет принципы построения и функционирования системы. Основные дидактические принципы отбора содержания и построения методических систем при обучении математике базируются на классических принципах дидактики. К ним относят такие принципы как принцип развивающего и воспитывающего обучения, принцип научности и доступности, принцип систематичности и последовательности, принцип прочности знаний в обучении, принцип сознательности, активности и самостоятельности, принцип наглядности, принцип связи обучения с жизнью [100, 101, 137].

Однако, как замечает В. А. Тестов [140], многие авторы (В. А. Далингер, А. Н. Колмогоров, А. Г. Мордкович, Р. С. Черкасов и др.) отмечают необходимость рассмотрения дидактических принципов, не входящих в этот список. К таким дополнительным принципам относят генерализацию знаний или выделение стержней курса; внутрипредметные связи; построение программы «по спирали». Последний принцип разбивается на две взаимосвязанные части: преемственности и многоступенчатости обучения. Принцип связи обучения с жизнью или принцип практической направленности обучения необходимо расширить. Обучать надо, опираясь не только на опыт материальной деятельности общества, но и его духовной деятельности.

Рассмотрим подробнее основные принципы дидактики, обеспечивающие построение и функционирование методической системы.

Принцип генерализации знаний означает, что начинать построение курса надо с выделения основных понятий и структур и организовывать материал обучения в порядке их логического развертывания по мере конкретизации. Используя этот принцип, можно сформировать не только отдельные знания, отдельные качества мышления, но и всю его структуру, раскрыть внутренние связи и отношения фундаментальных понятий, показать их проявления на конкретных фактах и явлениях действительности.

Принцип генерализации знаний можно сформулировать как «выделение главного» (И. Д. Пехлецкий). В таком контексте «главное» – это любая математическая идея (конструкция, формула, формулировка и т.п.), которая должна быть рассмотрена на данном этапе обучения ради достижения важной цели. «Главное» определяет выбор тех форм или методов обучения, которые позволяют заложить наиболее прочные знания об основах изучаемого.

На необходимость генерализации знаний указывала и Е. И. Лященко: «Для того, чтобы заложить прочные основы формирования теоретического мышления, необходима генерализация знаний, т.е. объединение разрозненных понятий на основе общей математической идеи. Следуя этому принципу, содержание предмета должно представлять собой единое целое по научным идеям и методам его изложения. Рассмотрение каждого отдельного факта только тогда будет эффективно, когда этот факт явится частностью какой-то общей системы, но частностью, вытекающей из общего» [95].

Выделение основных понятий способствует не только теоретическому обогащению, но и упорядоченности всей понятийной структуры курса. Ведущие понятия дают возможность более строго, более научно, во многих случаях с единой точки зрения, изложить многие вопросы как школьного курса математики, так и дополнительного математического образования.

Принцип взаимосвязанности знаний предполагает рассмотрение совокупности устойчивых связей, обеспечивающих целостность изучаемого объекта. Как отмечает Г. Фройденталь, «здоровым принципом является изучать не изолированные крохи, а согласованные разделы. То, что взаимосвязано, легче изучается и легче удерживается» [148]. Таким образом, этот принцип лежит в основе внутри- и межпредметных связей.

Принцип научности и доступности обучения. Принцип научности обучения требует, чтобы содержание его являлось строго научным, объективно отражающим современное состояние соответствующей отрасли научного знания и учитывающим тенденции и перспективы его развития. В соответствии с этим принципом в ходе обучения важно обеспечить усвоение не только научных фактов, законов, теории, но и основных тенденций развития науки. Для реализации этого принципа в преподавании математики необходима научная строгость и логическая последовательность курса математики, системность и обобщенность математических знаний и опыта.

В процессе преподавания такой науки, как математика, возникают существенные трудности при попытках реализации принципа научности. Это вызвано специфической сложностью предмета математики. Сложность математики состоит в том, что она абсолютизирует свои абстракции и предметом математики являются идеализированные объекты. Принцип научности, целесообразно рассматривать в единстве с требованием доступности, но при этом доступность следует понимать не как легкость для усвоения, а как меру посильной трудности.

Для обеспечения доступности курса математики необходимо добиваться выполнения ряда положений [140]. Это постоянная практическая направленность теоретического материала, обязательная постепенность перехода от отдельных математических фактов к их обобщениям, равномерность распределения теоретических сведений по всему курсу, обязательность перехода от простого к сложному, постепенное нарастание роли дедукции и постоянная опора на наглядно-интуитивные представления, посильность и целесообразность математического языка.

Принцип доступности обучения требует обязательного наличия обратной связи с учащимися, всестороннего изучения как наличия у них знаний, так и их потенциальных возможностей, сформированности у них знаний, умений и навыков. Такая обратная связь позволяет выбрать оптимальную меру трудности и такие средства обучения, которые в максимальной степени отвечали бы данному уровню их умственного, социального и физического развития.

Принцип систематичности и последовательности в обучении требует, чтобы знания, умения и навыки формировались в определенном порядке, системе: каждый элемент учебного материала логически связывался с другими, последующее опирается на предыдущее и готовит к усвоению нового. Данный принцип допускает определенные варианты систем и последовательности обучения, но неизменным остается сохранение логически стройного подхода к обучению, а не стихийного, не вытекающего из учета особенностей и внутренней логики предмета.

К изложенным принципам, являющимися основными при построении методических систем в обучении математике, добавим те принципы дополнительного образования, которым должно отвечать функционирование предлагаемой системы в ДМО.

Учитывая, что дополнительное образование – целенаправленный процесс воспитания и обучения посредством реализации дополнительных образовательных программ, оказания дополнительных образовательных услуг и информационно-образовательной деятельности за пределами основных образовательных программ в интересах человека, государства [66], выделим его основные приоритетные идеи.

1. *Свободный выбор ребенком видов и сфер деятельности* обеспечивает возможность выбора направления деятельности, темпов продвижения ученика по конкретной программе, форм представления результатов своего труда, степени участия в коллективных делах.

2. *Ориентация на личностные интересы, потребности, способности ребенка* позволяет определить для каждого учащегося собственный образователь-

ный путь, обеспечивает ему условия реализации интересов, развитие его индивидуальных способностей. Достижения школьника должны расцениваться по шкале его собственных возможностей, а не в сравнении с другими. Основное образование не может обеспечить такое отношение к каждому ребенку. Дополнительное же образование как раз дает возможность ребенку самому строить собственные границы, но для этого он должен иметь возможность исследовать себя как «безграничное пространство», таким образом, происходит расширение его социализации до уникальности.

3. *Свободное самоопределение и самореализация* предполагают интеграцию двух процессов: обеспечение «свободы от» (защита ребенка от подавления, угнетения, в том числе и защиту от собственных комплексов) и воспитание «свобода для» (создание максимально благоприятных условий, творческой самореализации). Ощущение возможности удовлетворить свои потребности дает ребенку чувство свободы. Со временем свобода начинает осознаваться как возможность творческого самовоплощения человека в деятельности, в проявлении своей индивидуальности. Человек никогда не может остановиться в своем развитии только на функции исполнителя чужих замыслов и воли. Он рано или поздно захочет решать задачи по-своему, в соответствии со своими индивидуальными способностями и своим выбором. Однако следует помнить, что свобода самоопределения и самореализации обязательно связаны с воспитанием ответственности и умением соотносить свою свободу со свободой других людей.

4. *Практико-деятельностная основа образовательного процесса* выражается не только в том, что ребенок принимает участие в создании конкретного творческого продукта, но пытается самостоятельно решать важные для него проблемы. Они могут быть связаны с организацией досуга, профессиональной ориентацией, поиском путей повышения своего статуса в группе. Поэтому в дополнительном образовании большое внимание уделяется личному опыту ребенка, который обязательно учитывается при определении содержания занятий и форм практической работы.

Перечисленные позиции составляют концептуальную основу дополнительного образования, которая соответствует главным принципам гуманистической педагогики: признание уникальности и самоценности человека, его права на самореализацию, личностно-равноправная позиция педагога и ребенка, ориентированность на интересы ребенка, способность видеть в нем личность, достойную уважения.

Ценности, составляющие суть дополнительного образования, могут войти в реальную педагогическую практику при соблюдении ряда условий психолого-педагогического характера. Среди таких условий Е. Б. Евладова, Л. Г. Логинова и Н. Н. Михайлова выделяют следующие [66].

Доминирование воспитательных и развивающих возможностей образовательного материала над его информационной насыщенностью. Содержание образовательного материала должно быть в первую очередь ориентировано не на увеличение объема информации, а на дальнейшее совершенствование способностей ученика приобретать знания. Если человек способен приобретать знания, то он способен находить свое место в динамичном информационном потоке. Знания, накапливаемые «впрок» и без цели, способны становиться тормозом в творческом развитии.

Доминирование собственной исследовательской практики ребенка над репродуктивным усвоением знаний. В реальной практике традиция подражания ученика учителю, следование за ним, за задаваемыми им алгоритмами и образцами не всегда воспринимается учащимся, а потому не становится проблемным с точки зрения развития творческого потенциала школьника.

Ориентация на интеллектуальную инициативу ребенка предполагает проявление ребенком самостоятельности при решении разнообразных учебных и исследовательских задач, стремление найти оригинальный, возможно альтернативный путь решения, рассмотреть проблему на более глубоком уровне, либо с другой стороны.

Паритет заданий открытого и закрытого типа. Задачи «открытого типа» – это задачи, допускающие возможность существования множества правильных ответов. Задачи «закрытого типа» предполагают действия по заранее заданной логике (алгоритму), а потому имеющие только один, как правило, выводимый из самих условий, ответ. Очевидно, что открытые задачи наиболее эффективны при развитии альтернативного, отступающего от жесткой формальной логики, мышления.

Гибкость в переструктурировании содержания деятельности в соответствии с динамикой познавательных потребностей детей. В условиях, когда ребенок проявляет высокую избирательность и активность по отношению к какому-либо определенному предмету деятельности, педагог должен быть готов к работе в режиме диалога, что помогает ему, не разрушая логики образовательного процесса, делать его адекватным индивидуальным потребностям конкретного ребенка.

Ориентация на самостоятельность в поисковой деятельности. Снятие стереотипа о непременно должном, обязательном следовании норме, требованию, стандарту за счет повышения способности ребенка критически относиться к внешней заданности, выстраивать собственную аргументацию как основу собственной позиции.

Формирование способности ребенка к самореабилитации в процессе оценки собственных идей. С развитием рефлексии и у ребенка возникает повышенная критичность к оценке собственных идей и продуктов собственной деятельности. Он может быть недоволен собой, угнетен и т. д. Это существенно снижает его способность к продуцированию идей, и значительная их часть исключается из круга рассмотрения, поскольку они могут восприниматься ребенком как «несовершенные», не «ведущие к успеху». Ребенка нужно научить поддерживать самого себя, верить в свои успехи, относиться к творчеству не как быстрому успеху, а как к процессу.

Социальная предъявленность. У каждого ребенка имеется естественная потребность в предъявлении продуктов собственного творчества другим как потребность в самореализации. Педагог должен тонко инструментировать процесс этой «презентации». Опыт «побед» и «поражений», приобретаемых в формах, предполагающих соревновательность, чрезвычайно важен для дальнейшей жизни «творца», не боящегося жизненных трудностей. Однако нужно понимать, что «излишество» побед может привести к навязчивому поиску ребенком «собственной исключительности», а «излишество» поражений может развить «комплекс неполноценности».

Децентрация служит альтернативой известному принципу «концентрации» как следствие того, что ребенок, сконцентрированный на одном предмете, развивается односторонне, что является своего рода «ущербностью». Необходимо через включение в образовательный процесс различных видов деятельности и различных форм социального взаимодействия периодически «децентрировать» ребенка, то есть переводить его сконцентрированные усилия на другие сферы.

Принципы построения и функционирования системы определяют структуру ее построения. Графически такая структура методической системы «Учебная деятельность школьников в ДМО» представлена на рис. 5.

Поясним предложенную схему. Принципы построения и функционирования системы, среди прочего, определяют цели учебной деятельности школьников, согласующиеся с общими целями математического образования.

Среди основных *целей реализации учебной деятельности* школьников в дополнительном математическом образовании укажем следующие [83]:

– интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе;
– овладение конкретными математическими знаниями, умениями и навыками, необходимыми в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;
– воспитание личности в процессе освоения математики и математической деятельности; формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности.

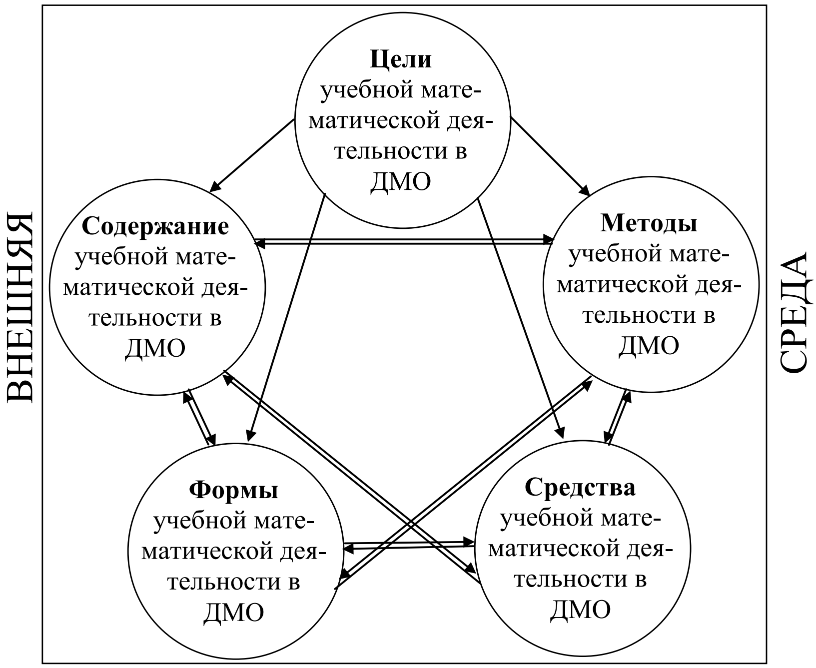


Рис. 5

Цели учебной математической деятельности в ДМО определяют взаимосвязанные между собой ее содержание, формы, методы и средства.

Содержание учебной деятельности школьников в ДМО определяется теми знаниями, умениями и навыками, а также алгоритмами и приемами деятельности, предусмотренными к формированию соответствующими программами дополнительного образования. К содержанию учебной деятельности школьников относят не только конкретные знания, умения и навыки, а также содержательные линии, идеи и конструкции школьного курса дополнительного математического образования. Примером, отражающим содержательную сторону учебной математической деятельности школьников в ДМО, может служить система задач, сконструированная в первом параграфе второй главы настоящего исследования. Содержание напрямую зависит от поставленных целей и опосредовано методами, формами и средствами формирования учебной деятельности, которые в свою очередь имеют непосредственную зависимость от конкретного содержания учебной деятельности.

Основным *средством осуществления школьниками учебной деятельности* в ДМО являются математические задачи.

Задача – проблема, сформулированная педагогом или учащимся и требующая разрешения в рамках определенной, заранее оговоренной системы. Творчество заключается в этом случае в поиске новых резервов в данной системе для решения более сложных задач или известных новыми способами (например, векторный метод, метод площадей, метод координат позволили решать гораздо проще решать задачи классической геометрии).

Среди всего разнообразия задач следует отметить наряду с широко применяемыми учебными задачами (см., например, [80]), также нестандартные математические задачи.

Нестандартные задачи – это такие, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения [147]. Нестандартная задача характеризуется не лежащим на поверхности, необычным, зачастую неожиданным решением, это могут быть задачи с необычной формулировкой.

Здесь под нестандартной задачей мы понимаем не только нестандартные математические задачи, но и более широкий класс проблем, для решения которых недостаточно стандартных алгоритмов, приемов деятельности и имеющихся у школьников знаний и умений.

Среди *основных форм реализации учебной математической деятельности* школьников укажем математический кружок, математические соревнования, школьную математическую печать, специальный методический кабинет. Формы реализуются в трех направлениях деятельности дополнительного математического образования «Математика», «Творчество», «Интеллект», о которых речь идет во втором параграфе второй главы настоящего исследования. Формы опосредованы содержанием и средствами учебной деятельности и сами являются основой для их осуществления.

Более подробно остановимся на *методах формирования* учебной деятельности школьников в ДМО. Следуя за М. Е. Бершадским и В. В. Гузеевым, классифицируем их по степени самостоятельности ученика в изучении материала и степени участия педагога в образовательном процессе [60].

Модель образовательного процесса в этом случае сконструируем по следующей схеме. У каждого учащегося существуют *начальные условия* для формирования тех или иных знаний, умений и навыков. Преобразуясь в *промежуточные задачи* через *способы их решения*, начальные условия трансформируются в *планируемые результаты обучения*. Графически это может быть представлено схемой, изображенной на рис. 6.

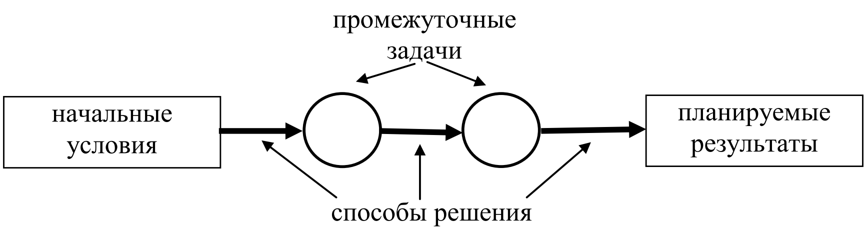
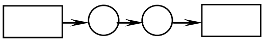
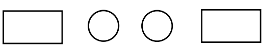
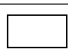


Рис. 6

Очевидно, учитель владеет всеми элементами этой схемы. Открытым остается вопрос: какие из элементов этой схемы ученик получит в готовом виде, а какие станут результатом его самостоятельных усилий? Ответ на этот вопрос и будет характеристикой того или иного метода обучения. Рассмотрим различные схемы (табл. 3).

Такая классификация методов согласуется с концепцией формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО, способствующей созданию условий для формирования у школьников приемов творческой математической деятельности, развития способностей к самостоятельному поиску.

Таблица 3

Схема и название метода	Краткая характеристика метода
 объяснительно-иллюстративный (репродуктивный)	Ученик знает от учителя, из какого знания надо исходить, через какие промежуточные задачи надо пройти в изучении темы, каким образом их решить, его функции в обучении сводятся к тому, чтобы запомнить все это и в должный момент воспроизвести.
 программированный	До ученика не доводятся промежуточные задачи, но открыто все остальное. Получив результаты по первой части программы действий, надо перейти к выполнению второй части программы, и так далее до получения планируемых результатов. Главное понятие такого обучения – обучающая программа – совокупность материала и предписаний работы с ним. Процесс в этом случае полностью детерминирован.
 эвристический	Здесь открыты промежуточные задачи, но способ их решения ученику не сообщается. Приходится пробовать разные пути, пользуясь множеством эвристик, и так повторяется после получения каждого объявленного промежуточного результата.
 проблемный	Здесь скрыты как промежуточные задачи, так и пути их решения. Тогда ученик имеет противоречие между имеющимися знаниями и необходимыми, то есть попадает в проблемную ситуацию. Его поиск приобретает более сложный характер.
 модельный	Исходные условия отбираются самим учеником в зависимости от его понимания задачи. Из этих условий он получает результаты, сравнивает их с планируемыми. При получении расхождений с целью, выходящих за пределы допустимой погрешности, ученик возвращается к началу, вносит изменения в свои начальные условия и вновь проходит весь путь. Если требуемая точность не достигнута и теперь, то процесс вновь повторяется. И так будет до тех пор, пока ученик получит один из возможных исходов: требуемая точность достигнута или доказано, что это невозможно.

Таким образом, методическая система «Учебная деятельность школьников в ДМО» представлена целями, содержанием, формами, средствами и методами учебной деятельности школьников. Более подробно содержание описано во второй главе настоящего исследования на примере одной из тем школьного дополнительного образования. Наиболее целесообразные формы раскрывает модель организации учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО, которая также подробно описана во второй главе диссертации.

Следует заметить, что в рамках методической системы «Учебная деятельность школьников в ДМО» происходит овладение школьниками всеми пятью видами деятельности.

При фиксированном наборе общих целей и основных средств осуществления деятельности, ее содержание определяется изучаемой темой. Применение разнообразных форм и методов зависит в первую очередь от вида осуществляемой школьниками деятельности. Наиболее целесообразные методы, описанные ранее, и формы, о которых подробнее речь идет во второй главе настоящего исследования, предусмотренные для того или иного вида учебной математической деятельности школьников в ДМО, приведены в табл. 4 и схеме 1.

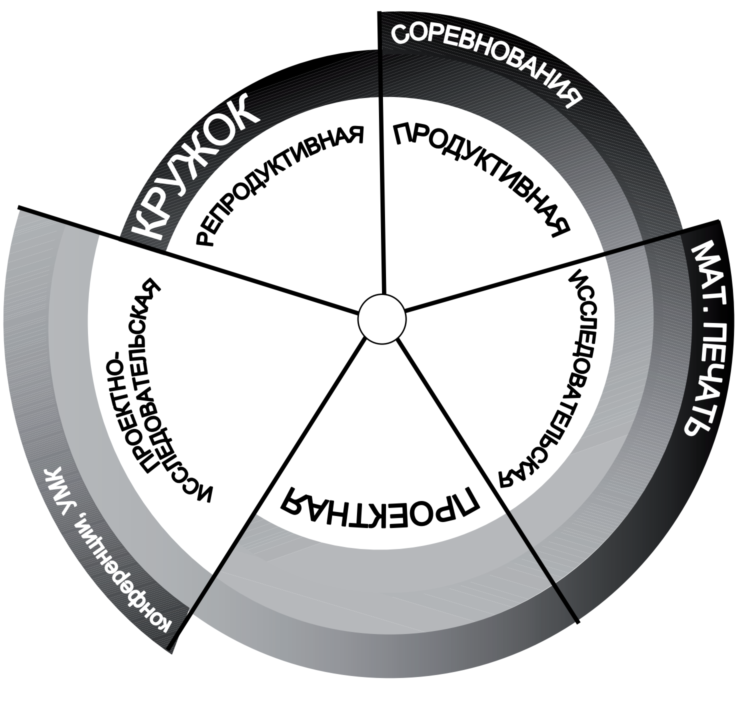
Таким образом, раскрытие концепции, заключающейся в последовательном формировании репродуктивной, продуктивной, параллельно проектной и исследовательской, проектно-исследовательской учебной деятельности, происходит в рамках методической системы «Учебная деятельность школьников в ДМО». Это позволяет обеспечить приобщение школьников к опыту творческой деятельности при изучении как отдельно взятой темы, так и всего курса в целом.

Таблица 4

Виды учебной деятельности	*Основные методы*	*Основные формы*
репродуктивная	объяснительно-иллюстративный	занятия кружка
продуктивная	объяснительно-иллюстративный, программированный	занятия кружка, соревнования
исследовательская	программированный, проблемный	занятия кружка, соревнования, математическая печать
проектная	эвристический, проблемный	занятия кружка, соревнования, математическая печать
проектно-исследовательская	проблемный, модельный	математическая печать, конференции, работа в учебно-методическом кабинете

Схема 1

Модель соответствия форм видам учебной деятельности



Выводы по главе 1

Анализ философской, психолого-педагогической, математико-методической научной литературы, изучение опыта работы учителей по теме диссертационного исследования позволили сформулировать теоретические основы формирования учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО.

1. В философской, психолого-педагогической и математико-методической литературе отмечена важная роль творческой математической деятельности и ее значение в образовании, воспитании и развитии учащихся. Приобщение учащихся к творческой деятельности и формирование умения реализовывать себя в этой деятельности является приоритетной целью обучения математике.

Творческая деятельность способствует формированию мышления учащихся, умений находить новые пути решения разнообразных задач, быстро ориентироваться в меняющейся учебной ситуации, мыслить и действовать продуктивно и нестандартно, проявлять активность, сознательность и инициативу в учебном труде и т. д.

2. В философской, психолого-педагогической и математико-методической литературе нет единого подхода к определению понятия учебной творческой математической деятельности школьников.

В настоящем исследовании на основе анализа понятий творческой и учебной математической деятельности школьников дана характеристика учебной творческой математической деятельности.

3. На основе рассмотрения организации и содержания учебной деятельности школьников в диссертации выделены ее виды: репродуктивная, продуктивная, исследовательская, проектная и проектно-исследовательская. Анализ литературы, изучение опыта работы педагогов позволил сделать вывод о наличии у последних трех видов учебной деятельности признаков учебной творческой математической деятельности.

4. В исследованиях по теории и методике обучения математике представлены различные подходы к приобщению школьников к опыту творческой деятельно-

сти. Однако не рассмотрены целостные методические концепции, реализующие подходы к формированию творческой деятельности учащихся в ДМО, дающие методику приобщения школьников к опыту творческой математической деятельности в дополнительном образовании.

В диссертации разработана концепция формирования учебной творческой математической деятельности, заключающаяся в организации обучения с последовательной реализацией репродуктивной, продуктивной, параллельно исследовательской и проектной, проектно-исследовательской учебной деятельности школьников в ДМО.

5. На основе концепции формирования учебной творческой математической деятельности нами построена методическая система «Учебная деятельность школьников в ДМО», составленная целями, содержанием, формами, средствами и методами учебной математической деятельности в ДМО.

6. Наиболее значимыми параметрами творческой деятельности учащихся являются беглость, гибкость и оригинальность мышления. Следовательно, эти параметры творческой деятельности могут быть показателями эффективности предлагаемой методики.

Глава 2
Методика формирования творческой деятельности школьников в дополнительном математическом образовании

2.1. Приобщение школьников к опыту учебной творческой деятельности в ДМО на примере изучения темы «Графы»

2.1.1. Общая характеристика темы «Графы» как учебного раздела

Реализацию методики приобщения школьников к опыту творческой математической деятельности проиллюстрируем на примере изучения темы «Графы» на внеклассных занятиях по математике в 8-9 классах общеобразовательной школы. Прокомментируем целесообразность выбора темы.

На современном этапе развития науки и техники, особенно в таких областях как химия, электротехника, экономика, сетевое планирование и управление, социология, медицина, кибернетика, широко применяют методы дискретной математики и полученные в ней результаты. Особое место, по мнению Е. П. Липатова, в дискретной математике занимают «задачи, связанные с упорядочиванием тех или иных объектов и построением сложных конструкций путем «правильного» соединения отдельных элементов, а также задачи, в которых изучаются отношения между различного рода объектами» [93, с. 3]. К таким задачам, например, относят проблемы нанесения печатных плат, пропускной способности системы автодорог, транспортную задачу и т.д. Задачи именно такого рода удобно формулировать и решать в рамках теории графов.

Несмотря на значительную важность для прикладной науки, «учение о графах очень подходит для изложения начинающим, поскольку соединяет большую геометрическую наглядность с математической содержательностью и с возможностью обходиться без громоздкого аппарата» – пишет И. М. Яглом в предисловии к книге О. Оре «Графы и их применение» [108, с. 7].

Само зарождение теории графов в XVIII веке было связано с математическим головоломками, и довольно долго на нее смотрели как на «несерьезную» тему, прикладное значение которой целиком связано с играми и развлечениями. Однако именно занимательный характер первоначальных сведений о графах, их наглядность и простота в обращении дают огромный потенциал для внеклассных занятий по математике в школе.

В сущности, очень многие олимпиадные задачи являются фактами из теории графов. В сложных задачах на графы часто используется идеи спуска, редукции, цикличности – важнейшие из идей так называемой «олимпиадной» математики (см., например, [79]). Таким образом, теория графов позволяет дать школьникам представление о нестандартных методах и идеях, применяемых как при решении математических, так и прикладных задач.

Одним из основных принципов обучения математике в ДМО является обучение через задачи. Минимальность теоретических сведений, разнообразие и широкий спектр задач по теории графов делают ее неотъемлемой частью дополнительного математического образования.

В ходе изучения теории графов, как указывает Л. Ю. Березина в своем пособии, ученики знакомятся «с закономерностями необычной «геометрии», в которой нет углов, нет расстояния между точками в привычном понимании этого слова, равноправны расположения точек на рисунке, безразлично, соединены ли две точки отрезком прямой или отрезком кривой и т. д.» [16, с. 4]. Это, в частности, позволяет дать школьникам наглядные представления о предмете современной математики – разнообразных математических структурах.

Таким образом, теория графов представляет собой доступный, вполне занимательный, не требующий специальных знаний предмет, связанный со многими прикладными аспектами науки и техники, находящий широкое практическое применение и дающий современный взгляд на предмет математики. Усвоению курса также способствуют внутрипредметные и межпредметные связи математики с естественнонаучными и гуманитарными дисциплинами. Это дает возможность получения новых знаний, углубления и расширения представлений о связях математики с наукой и жизнью.

Следует также заметить, что знакомство школьников с теорией графов расширяет кругозор учащихся и способствует их естественному стремлению к познанию нового. Особый подход к решению задач по теории графов, выражающийся в визуализации данных и связей между ними, способствует развитию логического мышления, умения строить математические модели реальных процессов, дает толчок к развитию способностей творческого рассмотрения возникающих проблем как в ходе обучения, так и жизни. Таким образом, реализуется основная цель школьного математического образования – приобщение учащихся к творческой деятельности и формирование умения реализовать себя в этой деятельности.

2.1.2. Репродуктивная и продуктивная учебная математическая деятельность школьников при изучении темы «Графы»

Как уже отмечалось, основой приобщения учащихся к опыту творческой деятельности являются репродуктивная и продуктивная учебная математическая деятельность. Репродуктивная деятельность характеризуется, в основном, подражанием и непосредственным применением знаний (понятий и фактов) и умений (основных приемов и алгоритмов). Продуктивная деятельность реализует переход от реального объекта к его математической модели, которой в данном случае является граф.

Репродуктивная и продуктивная учебная деятельность в ДМО формируется при помощи объяснительно-иллюстрированного и программированного методов обучения на занятиях математического кружка, при проведении математических соревнований.

Осуществление репродуктивной деятельности школьниками подразумевает выполнение ими следующих действий:

1) воспроизведение определений основных понятий,

2) узнавание определяемых объектов;

3) выделение определяемых объектов среди родственных им объектов;

4) осознанное воспроизведение формулировок теорем,

5) знание и умение применять основные алгоритмы и приемы деятельности.

В частности, при изучении темы «Графы», учащиеся 7-9 классов общеобразовательной школы должны осознанно воспроизводить и применять:

– определения понятий *графа*, его *вершины* и *ребра*, *степени вершины, ориентированного ребра, полного, связного, плоского, ориентированного графов*, *равенства (изоморфизма) графов*, *дерева*, *цикла*, *пути*;
– формулировки теоремы о сумме степеней вершин, правила Эйлера обхода графов, теоремы и формулы Эйлера;
– алгоритмы определения степени вершины, полноты, связности, планарности графа, равенства графов, нахождения циклов и путей в графах.

Знания и умения, сформированные в осуществлении репродуктивной деятельности, широко применяются и закрепляются в продуктивной учебной деятельности. Здесь они приобретают новую «оболочку»; задания требуют в своем решении сначала «увидеть» знакомую ситуацию, и только после этого перейти к непосредственному решению.

Раскроем основы методической работы при изучении дидактических единиц – понятия, математического предложения (теоремы) и алгоритма – в репродуктивной и продуктивной учебной деятельности школьников в ДМО на примере изучения темы «Графы».

1. Приведем примеры осуществления школьниками репродуктивной и продуктивной учебной деятельности с *понятиями* «граф», «вершина графа», «ребро графа».

Определение. *Графом* называют множество точек (*вершин*), некоторые из которых попарно соединены между собой линиями (*ребрами*).

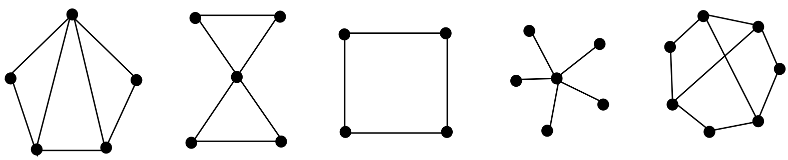
При осуществлении репродуктивной деятельности у учащихся формируется способность к узнаванию определенных объектов. Это происходит в результате дополнительных соглашений по их графическому изображению: вершины на рисунке выделяют обычно кружками или квадратиками (так как не всегда точки пересечения ребер принимаются за вершины графа), а ребра – отрезками или дугами кривых.

Репродуктивная деятельность здесь будет характеризоваться приведением достаточно большого числа конструкций из точек и соединяющих их линий как являющихся графами, так и не являющихся ими. Например, квадрат, у которого не отмечена обусловленным образом ни одна точка, графом являться не будет. Напротив, одна-единственная точка, обозначенная кружочком, является графом и т.д. Такие рисунки сначала учащимся показывает педагог, а затем они сами придумывают и зарисовывают свои конструкции. Полезным будет при организации такой деятельности разобрать со школьниками задачи, подобные следующим[1].

Задача 1. В некотором обществе есть люди, знающие друг друга, и есть незнакомые между собой; «односторонние знакомства» в этом обществе не существуют. Будем изображать членов этого общества вершинами графа, а знакомство между ними – ребром. Какой из следующих графов (рис. 7) соответствует условию:

1) любые два человека имеют общего знакомого;

2) любые два человека не имеют общих знакомых;



а) *б)* *в)* *г)* *д)*

Рис. 7

[1] Здесь и далее задачи взяты из соответствующих разделов учебных пособий [16, 34, 41, 57, 76, 78, 79, 108, 111]. В тексте также использованы материалы подготовительного отделения заочной математической школы Кировского центра дополнительного образования одаренных школьников, составленные к. ф.-м. н. И. С. Рубановым.

3) любые два незнакомых человека имеют ровно двух общих знакомых?

Задача 2. Изобразите графы, соответствующие условиям:

1) каждый человек имеет ровно одного знакомого;

2) каждый человек имеет ровно двух знакомых;

3) любые два знакомых имеют ровно одного общего знакомого.

При осуществлении продуктивной учебной деятельности у учащихся формируется способность «узнавать» изучаемые объекты под «оболочкой» задачи. Это происходит в процессе работы с текстовыми задачами, дающими возможность перехода от их условия к математическим моделям – графам.

Продуктивная деятельность может быть представлена, например, следующими двумя задачами. В них уровень сложности перехода от задачи к ее математической модели – графу, возрастает.

Задача 3. Между девятью планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий, Плутон – Венера, Земля – Плутон, Плутон – Меркурий, Меркурий – Венера, Уран – Нептун, Нептун – Сатурн, Сатурн – Юпитер, Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

Решение. Нарисуем граф: планетам будут соответствовать точки, а соединяющим их маршрутам – непересекающиеся между собой линии (рис. 8). Теперь видно, что долететь от Земли до Марса нельзя.

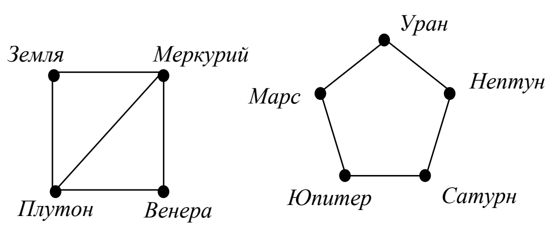


Рис. 8

Задача 4. В шахматном турнире участвовали 6 человек. Каждый сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий они сыграли?

Для решения этой задачи достаточно изобразить граф с шестью вершинами, каждая из которых соединена с любой другой и подсчитать количество ребер.

Переход в этих задачах от условий к характеризующим их графам практически очевиден. Следует в очередной раз отметить, что при формировании понятий в репродуктивной и продуктивной деятельности закладываются основы творческой деятельности учащихся. Поэтому работа над усвоением школьниками понятий должна проводиться тщательно и серьезно контролироваться со стороны педагога.

2. Другой пример работы с понятием связности графа будет основан на привитии школьникам *алгоритмической культуры*.

Определение. Граф называют *связным*, если от любой его вершины до любой другой можно добраться по ребрам графа. В противном случае граф называют *несвязным.*

Репродуктивная учебная деятельность с понятием будет характеризоваться формированием умения определять связность графа. Для выработки этого умения целесообразно провести работу с *алгоритмом определения связности*.

Из определения очевидным образом вытекает следующий алгоритм: 1) отметить любую неотмеченную вершину; 2) проверить, можно ли от отмеченной вершины добраться до любой другой; 3) если это можно сделать, переходим к п. 4, в противном случае граф *несвязный;* 4) если есть еще неотмеченные вершины, переходим к п. 1, в противном случае граф *связный.*

Однако совместный со школьниками анализ этого алгоритма приводит к необходимости сокращения перебора. Тогда возникает (может быть предложен учащимися, но, как показывает практика, обычно формулируется педагогом) улучшенный алгоритм:

1) выбрать любую вершину графа;

2) проверить, можно ли от выбранной вершины добраться до любой другой;

3) если это можно сделать, граф *связный*, в противном случае граф *несвязный.*

Работа этого алгоритма основана на мощной идее транзитивности отношений в графе: если от вершины 1 можно добраться до вершин 2 и 3, то от вершины 2 можно добраться до вершины 3 (например, через 1).

Таким образом, работа по усвоению школьниками понятия связного графа и алгоритма определения связности выявляет закономерности построения графов и свойства отношений вершин графа, соединенных ребром. Это дает возможность говорить об осознанном усвоении школьником как понятия, так и алгоритма, формирует у них культуру мышления, создает благоприятную почву для приобщения школьников к опыту творческой математической деятельности.

Продуктивная учебная деятельность может быть представлена задачами следующего типа.

Задача 5. В стране Семерка 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого.

Решение. Пусть города – вершины графа, а дороги, их связывающие, – ребра. Если граф «распадается» хотя бы на две не связанных друг с другом компоненты, то из 15 вершин в одну из них попадет не более 7. Но тогда в этой компоненте не может ни из какой вершины выходить более шести ребер, а по условию задачи из каждой вершины ребер должно выходить не менее 7. Полученное противоречие говорит о связности графа.

Задача 6. В стране Радонежии некоторые города связаны между собой авиалиниями с двусторонним движением. Из столицы выходит 101 авиалиния, из города Дальний – 1 авиалиния, а из всех прочих городов – по 20 авиалиний. Докажите, что от столицы можно добраться до города Дальнего (возможно, с пересадками).

Таким образом, при осуществлении репродуктивной и продуктивной учебной деятельности школьников создаются условия для формирования умений работать с алгоритмом. Алгоритмическая культура является неотъемлемой частью общей математической культуры и основой для реализации школьниками творческой математической деятельности в ДМО.

3. Приведем пример осуществления репродуктивной и продуктивной учебной деятельности школьников при работе *с математическим предложением* – теоремой о сумме степеней вершин в графе.

Для этого необходимо дать несколько определений.

Определение. *Степенью* вершины называется количество ребер, выходящих из данной вершины.

Определение. Вершина графа, имеющая нечетную степень, называется *нечетной*, а вершина, имеющая четную степень – *четной*.

Сформулируем теорему о сумме степеней вершин графа и достаточно очевидное следствие из нее.

Теорема. Сумма степеней всех вершин графа четна.

Доказательство. Предположим, что это не так, то есть сумма степеней всех вершин графа нечетна. При этом каждому ребру графа соответствует ровно две вершины, а значит, добавление одного ребра увеличивает обозначенную сумму на 2. Так как сумма нечетна, то ребер должно быть нецелое число, что невозможно. Следовательно, наше предположение неверно и сумма степеней всех вершин графа четна.

Следствие. Число нечетных вершин любого графа – четно.

Доказательство. Предположим, что в графе нечетное число вершин нечетной степени. Тогда сумма степеней всех вершин нечетна, что противоречит доказанной теореме.

При работе над усвоением школьниками формулировки и доказательства теоремы целесообразно использовать систему упражнений, подводящих к доказательству. Например, такая система может быть смоделирована в виде игровых ситуаций опытов с гвоздями (вершинами графа) и проводами (ребрами).

Задача 7. В доску вбиты семь гвоздей. Надо соединить их проводами так, чтобы от первого гвоздя отходили 2 провода, от второго – 4, от третьего – 3, от четвёртого – 3, от пятого – 4, от шестого – 5 и от седьмого – 3 (при этом два гвоздя можно соединять и несколькими проводами). Придумайте и нарисуйте четыре различных способа соединения. Для каждого способа подсчитайте количество использованных проводов и сравните результаты. Что Вы заметили?

Решая эту задачу, учащиеся должны сделать вывод, что при фиксированных степенях вершин в любой изображенной на рисунке ситуации *число проводов не меняется*. Следующие задачи позволяют школьникам выяснить, что *проводов в два раза меньше*, чем сумма всех степеней вершин.

Задача 8. А) Петя вбил в доску 100 гвоздей и натянул между ними провода так, что от 50 гвоздей отходит по 25 проводов, от 20 гвоздей – по 30 проводов и от 30 гвоздей – по 18 проводов. А хулиган Вася взял и разрезал все провода пополам. Сколько после этого получилось половинок? А сколько Петя натянул проводов?

Б) Как видите, мы смогли узнать, сколько проводов использовал Петя, зная только, сколько проводов отходит от гвоздей, но не рисуя схемы их соединения. Объясните, исходя из тех же соображений, явление, которое Вы обнаружили в задаче 6.

Задача 9. В доску вбили несколько гвоздей и соединили их проводами – каждый с каждым. Сколько для этого понадобилось проводов, если гвоздей было вбито: а) 10, б) 100, в) 2006? (Пригласите хулигана Васю из задачи 7).

Решение этих задач позволяет «теоретизировать» доказательство – отойти от наглядных представлений к гипотезе соотношении числа ребер с суммой степеней всех вершин. Следующая задача практически вплотную подводит школьников к идее доказательства теоремы и ее следствия.

Задача 10. Барон Мюнхгаузен утверждает, что однажды вбил в доску 11 гвоздей и соединил их проводами так, что от каждого гвоздя отходило по 5 проводов. Докажите, что барон говорит неправду.

Указание. Попросим Васю разрезать все бароновы провода пополам. Сколько получится половинок? А сколько было проводов?

Фронтальное обсуждение предложенных задач позволяет подвести школьников к постановке теоремы и ее самостоятельному доказательству.

Далее при описании репродуктивной и продуктивной деятельности эти два факта разделять не будем. Упоминание об одном из них подразумевает выполнение другого и наоборот.

Формирование репродуктивной учебной деятельности школьников направлено на осознание ими как самого факта, так и идеи его доказательства. Этому может способствовать решение задач следующего типа.

Задача 11. В графе 15 вершин. Можно ли их соединить ребрами так, чтобы каждая вершина была соединена ровно с пятью другими?

Задача 12. В графе 100 вершин, и из каждой выходит по 4 ребра. Сколько всего ребер в графе?

Для усвоения изучаемой теоремы целесообразно рассмотреть задачи на обход графа. Для этого необходимо дать несколько новых определений (о методике работы с понятиями было рассказано выше).

Определение. *Путем* в графе называют последовательность ребер, каждое следующее из которых имеет своим началом вершину, являющуюся концом предыдущего.

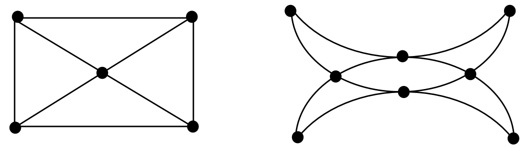
Определение. Замкнутый путь (начало первого ребра совпадает с концом последнего) называется *циклом*.

На основе этих понятий дается *правило Эйлера* для связных графов о возможности найти такой путь в графе, в котором встречаются все ребра графа и при этом ровно один раз. Оно формулируется следующим образом:

1) в графе, не имеющем вершин нечетных степеней, существует обход всех рёбер с началом в любой вершине графа;
2) в графе, имеющем ровно две вершины с нечетными степенями, существует обход с началом в одной вершине с нечетной степенью и концом в другой;
3) в графе, имеющем более двух вершин с нечетной степенью, такого обхода не существует.

Репродуктивная деятельность может быть организована в процессе решения следующих задач.

Задача 13. Можно ли, не отрывая карандаш от бумаги и проводя каждое ребро ровно один раз, нарисовать каждый из графов, изображенных на рис. 9?



а) *б)*

Рис. 9

Задача 14. Нарисуйте какую-нибудь фигуру, которую можно изобразить одним росчерком.

Продуктивная деятельность вновь направлена на переход к модели – графу. При работе с теоремой о сумме степеней всех вершин графа необходимо постоянно требовать от школьников проводить ее доказательство в частном, относящемся именно к данной задаче, случае.

Задача 15. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?

Решение. Пусть учащиеся – вершины, а факт дружбы между ними – ребро графа. Если бы описанная ситуация была возможна, то можно было бы нарисовать граф с 30 вершинами, 9 из которых имели бы степень 3, 11 – степень 4, 10 – степень 5. Однако у такого графа 19 нечетных вершин, что противоречит следствию из теоремы.

При работе с правилом Эйлера удачным оказывается подход, основанный на истории возникновения вопроса. Он представлен в следующей задаче.

Задача 16 (Задача Л. Эйлера). Город Кенигсберг расположен на берегах и двух островах реки Прегель. Различные части города были соединены семью мостами, как показано на рис 10. В воскресные дни горожане совершают прогулки по городу. Можно ли выбрать такой маршрут, чтобы пройти один и только один раз по каждому мосту и вернуться в начальную точку пути?

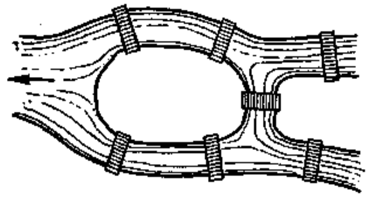


Рис. 10

Задача 17. Муха забралась в банку из-под сахара. Банка имеет форму куба. Сможет ли муха последовательно обойти все 12 ребер куба, не проходя дважды по одному ребру? Подпрыгивать и перелетать с места на место не разрешается.

Таким образом, репродуктивная и продуктивная учебная деятельность школьников в ДМО формируется в процессе изучения основных дидактических единиц – понятий, алгоритмов и математических предложений. Обучение осуществляется преимущественно через задачи.

Если учителю удалось сформировать у школьников репродуктивную и продуктивную учебную деятельность, то следует переходить к формированию видов учебной творческой деятельности: исследовательской, проектной и проектно-исследовательской.

Создание условий для формирования творческой учебной математической деятельности школьников осуществляется при помощи системы творчески ориентированных задач.

2.1.3. Конструирование системы творчески ориентированных задач при изучении темы «Графы»

Исследовательская учебная деятельность характеризуется умением школьника наполнить знакомую организацию новым содержанием. Напомним, что под организацией учебной деятельности мы понимаем порядок оперирования полученными знаниями и умениями. Таким образом, организация характеризуется алгоритмами и общими приемами деятельности школьников.

Исследовательская учебная деятельность формируется с помощью программированного и проблемного методов на занятиях математического кружка, при проведении математических соревнований, при создании школьной математической печати.

Рассмотрим два подхода к конструированию системы творчески ориентированных задач для формирования исследовательской деятельности.

При первом подходе новое содержание, которым наполняется знакомая организация, как правило, выбирается школьниками из рекомендованных учителем разделов математики или смежных дисциплин. Таким образом, помимо всего прочего, реализуются внутрипредметные и межпредметные связи в обучении математике в дополнительном образовании.

В качестве примера такой организации исследовательской деятельности школьников опишем применение *алгоритма реализации полного перебора на графах* при решении задач из различных областей знаний.

Алгоритм реализации полного перебора на графе отрабатывается школьником в «чистом» виде при осуществлении репродуктивной и продуктивной деятельности. Однако способность применять этот алгоритм в задачах с разнообразным содержанием, требующем от школьников получения дополнительных знаний и умений, формируется в исследовательской учебной деятельности. Приведем пару примеров.

1) Алгоритм реализации полного перебора на графе широко используется при решении задач *комбинаторики и теории вероятностей* [5, 16, 141]. Новизна содержания при этом характеризуется получением новых знаний из этих разделов математики и умением интерпретировать задачи, возникающие в них, на языке графов.

Задача 18. Составьте множество двузначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3. Сколько таких чисел?

Задача 19. Сколько представлений в виде суммы m $(m \le n)$ натуральных слагаемых с учетом порядка их следования может содержать данное натуральное число n?

При решении задачи 18 и подобных ей нужно сначала определить, что вершинами графа являются цифры числа, а ребрами – отношение между цифрами, определяющее их последовательность в числе. Здесь необходимо построить *дерево перебора* всех возможных вариантов и посчитать количество вершин висячих ветвей этого дерева. Задача 19 требует в дополнение к этому выбора только тех вершин из общего числа, которые удовлетворяют заданному условию.

В задачах классической теории вероятностей помимо выбора вершин, удовлетворяющих данному условию, необходимо посчитать их отношение к общему числу вершин ветвей дерева перебора. Для примера приведем следующую задачу.

Задача 20. В ящике лежат 1 белый и 3 черных шара. Наугад вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что вынуты 1) 2 черных шара; 2) белый и черный шар?

Решение. Определим в качестве вершины графа возможный исход события, в качестве ребра – порядок выполнения исходов. Изобразим граф всех возможных исходов испытаний (рис. 11). Для большей наглядности вершины графа будем нумеровать в соответствии с номером шарика и обозначать соответствующим цветом.

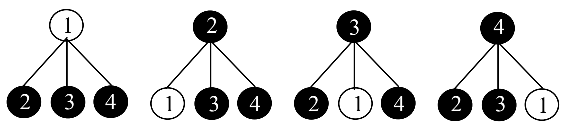


Рис. 11

Теперь сосчитаем висячие вершины ветвей полученного дерева – их 12. Для случая 1) благоприятными оказываются 6 исходов, а, значит, вероятность вынуть два черных шара равна $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. Для случая 2) благоприятны также 6 исходов и вероятность тоже $\frac{1}{2}$.

2) Алгоритм реализации полного перебора на графах находит также свое применение при решении задач *на нахождение стратегий* [11, 16, 27, 36, 76, 126, 127]. К ним относят классические детерминированные игры, а также задачи на переливания, переправы, дележи и т.п.

Обычно такие задачи решаются «в уме» и требуют немалого остроумия и смекалки. Найти хотя бы одно решение такой задачи каким-либо способом бывает не сложно. Гораздо сложнее указать самый короткий способ или все возможные способы решения.

Задача 21. Два человека имеют полный кувшин молока в 8 литров и два пустых кувшина в 5 и 3 литра. Как они могут разделить молоко поровну?

Новизна содержания при решении этой задачи заключается в идее приписывания каждой вершине графа своеобразного кода заполненности кувшинов – упорядоченной тройки чисел: на первом месте 8-милитровый, на втором – 5-тилитровый и на третьем – 3-хлитровый (рис. 12). При этом в графе не допускается вершин с одинаковым кодом (кроме последней, которая расписана на две для большей наглядности в выборе длины перебора).

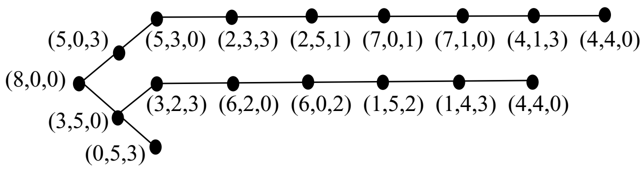


Рис. 12

Построением дерева перебора и выбором оптимальной стратегии можно решить и известную задачу на отыскание выигрышной стратегии в детерминированной игре «Крестики-нолики» (см., например, [16,127]).

Таким образом, различные содержательные линии позволяют исследовать возможности применения одного или нескольких алгоритмов и общих приемов действий к новым задачам.

Подобные варианты применения изначально подбирает учитель и предлагает школьникам увидеть в незнакомой ситуации знакомый алгоритм, подобрать и самостоятельно изучить новые понятия и факты.

При втором подходе новое содержание, которым наполняется знакомая организация, может быть интерпретировано как применение известного алгоритма действий в малоузнаваемой ситуации. Приведем несколько примеров.

Задача 22. Можно ли прогуляться по парку и его окрестностям (рис. 13), так, чтобы при этом перелезть через каждый забор ровно один раз?

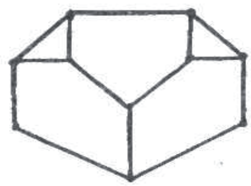


Рис. 13

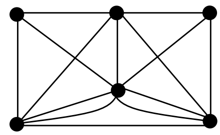


Рис. 14

Здесь сложность возникает при определении школьниками вершин и ребер графа, необходимых для решения задачи. Вершинами целесообразно считать области, на которые заборы разбивают плоскость, а ребрами – факт пересечения забора. Как показывает практика, такой подход к определению вершин и ребер очень сложен для учащихся и лишь немногие могут сделать его самостоятельно. Однако, увидев построенный граф (рис. 14), учащиеся легко решают задачу, поскольку могут применить известный им факт – правило Эйлера поиска цикла и пути в графе. Очевидно, такого пути нет. Значит, и требуемое условием задачи невозможно.

Задача 23. Можно ли нарисовать на плоскости девять отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?

Вновь сложность в определении вершин и ребер графа. Здесь разумно отрезки считать вершинами, а факт касания – ребром. Выяснение этих моментов со школьниками необходимо проводить совместно в рамках эвристической беседы или системы наводящих вопросов.

Задача 24. Имеется один большой ящик. В нем лежат еще два меньших ящиках. В некоторых из них лежат еще по два ящика и т.д. Известно, что всего имеется 13 пустых ящиков. Найдите число заполненных.

При решении этой задачи учащимся важно осознать, что ящики – вершины графа, а факт содержания одного ящика в другом – его ребра. Тогда по условию задачи можно построить дерево с «двойным» ветвлением в некоторых вершинах так, чтобы висячих вершин было ровно 13. Школьники легко справляются с этой задачей. Каждый изображает свой граф и убеждается, что «занятых» вершин в графе 12.

Остается лишь доказать, что это всегда так. Для этого следует заметить, что в начале построения была одна «свободная» вершина, а при добавлении двух новых вершин количество и «занятых», и «свободных» увеличивается на 1. Тогда для получения 13 «свободных» надо добавить 12 пар вершин, что и составит число «занятых», так как в начале их было ноль.

Задачи такого рода очень полезны при формировании опыта творческой деятельности, поскольку развивают нестандартность мышления, способность видеть знакомый алгоритм в незнакомой ситуации.

Таким образом, исследовательская учебная деятельность оказывается направленной на решение разнообразных задач, в которых организация деятельности не имеет существенной новизны, а содержание либо подбирается под алгоритм, либо скрывает его в значительной степени, что требует осознания этого алгоритма в новой учебной ситуации.

Параллельно с формированием исследовательской учебной деятельности идет формирование и проектной учебной деятельности ученика.

Проектная учебная деятельность характеризуется умением школьника подобрать к знакомому содержанию новую организацию. Она формируется с помощью эвристического и проблемного методов на занятиях математического кружка, при проведении математических соревнований, при создании школьной математической печати.

Рассмотрим два подхода к конструированию системы творчески ориентированных задач для формирования проектной деятельности.

При первом подходе реализуется поиск других вариантов решения к задачам, разобранным в данной теме. Очевидно, что школьников нужно обучить производить такой поиск. Для этого необходимо проводить занятия «Задача одна – решения разные», демонстрируя тем самым разнообразные связи между разделами и отдельными темами математики.

На первых порах школьникам необходима «подсказка» учителя, направляющая их поиск в нужном направлении. Как показывает опыт работы с учащимися, при правильной организации процесса обучения со временем школьники сами начинают задавать вопрос: «А нельзя ли решить эту задачу по-другому?» и пытаются отыскать какой-нибудь уже известный им алгоритм из другой темы. Учитель же может указать на алгоритмы новых для школьников тем и рекомендовать их для самостоятельного изучения.

Приведем несколько примеров.

Как уже отмечалось, графы существенно помогают сократить перебор вариантов при решении задач. Поэтому многие задачи теории графов могут быть рассмотрены школьниками и с позиций организации перебора (вручную или с помощью компьютера).

Задача 25. Есть n городов, расстояния между которыми заданы. Коммивояжеру необходимо выйти из какого-то города, посетить остальные города ровно по одному разу и вернуться в исходный город. При этом маршрут коммивояжера должен быть минимальной длины (стоимости).

Это известная уже более 200 лет задача коммивояжера [12] может быть решена и без использования алгоритма реализации полного перебора на графе. Существуют алгоритмы написания компьютерных программ, использующих динамические структуры и значительно сокращающие поиск [107, с. 50].

Другой пример решения задачи, реализующего алгоритмы теории графов, возьмем среди задач логического характера.

Задача 26. Три подруги были в белом, красном и голубом платьях. Их туфли были тех же трех цветов. Только у Тамары цвета платья и туфель совпадали. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвет платья и туфель каждой из подруг.

С помощью графов эта задача решается следующим образом [27].

Решение 1. Изобразим три множества: множество подруг, множество их платьев и множество их туфель. Проведем на рисунке сплошные (если есть соответствие) и пунктирные (если его нет) ребра графа, отвечающие условиям задачи (рис. 15а). Ответ должен получиться в виде трех сплошных треугольников, не имеющих общих вершин.

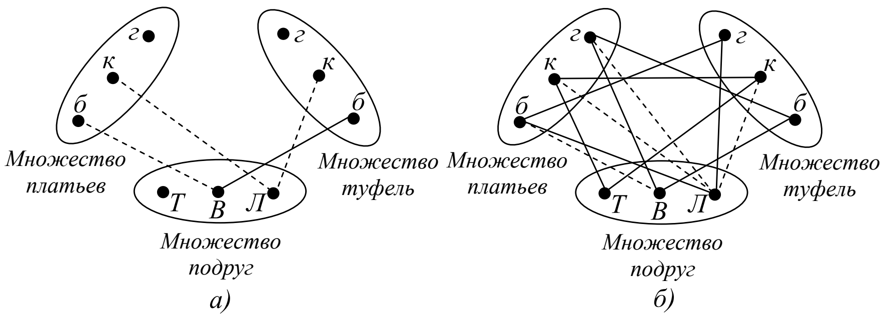


Рис. 15

Ясно, что Лида должна быть в голубых туфлях (вершина *б* занята, с вершиной *к* – пунктирная линия) и не в голубом платье. Тогда Тамара в красных туфлях, а, значит и в красном платье. Следовательно, Лида в белом платье, а Валя – в голубом (рис. 15б).

При решении этой задачи можно применить метод исчерпывающих проб и составление таблиц. Часто эти таблицы имеют форму квадратов, поэтому их и называют «логическими квадратами». В том случае, когда в задаче рассматриваются значения только двух переменных, достаточно одного логического квадрата (таблицы с двумя входами). Иногда для решения одной задачи приходится составлять более одного квадрата. Так, в рассматриваемой задаче решению помогает составление двух логических квадратов. При этом истинное высказывание обозначают цифрой 1, ложное – цифрой 0 [80].

Решение 2. Логические квадраты для этой задачи будут иметь следующий вид.

Платья				Туфли		
белое	красное	голубое		белые	красные	голубые
0	1	0	Тамара	0	1	0
0	0	1	Валя	1	0	0
1	0	0	Лида	0	0	1

Заполним квадраты. По условию Валя была в белых туфлях (1), и, значит, не в белом платье (0). Ни туфли, ни платье Лиды не были красными (0). Так как у каждой подруги только одни туфли и одно платье, в каждом квадрате в каждой строке и каждом столбце должны стоять ровно по одной 1. Значит, можно заполнить полностью первый столбец и вторую строку второго квадрата. Тогда ясно, что Тамара в красных туфлях, а Лида в голубых. Значит, у Тамары красное платье, а у Лиды – не голубое. Вновь, заполнив нулями строки и столбцы квадрата, в которых уже стоят единицы, выясняем, что платье Вали – голубое, а Лиды – белое.

Выше было также показано, как с помощью графов решаются задачи комбинаторики и теории вероятностей, которые также могут быть решены и классическими для этих разделов математики методами.

При втором подходе конструирование системы задач основывается на подборе задач со знакомым школьникам содержанием, но требующим применения новых содержательных идей. Приведем пример.

Задача 27. В некотором обществе любые два знакомых не имеют общих знакомых, а любые два незнакомых имеют ровно двух общих знакомых. Докажите, что в этом обществе все имеют одинаковое число знакомых.

Решение. Как обычно, члены общества будут вершинами графа, а знакомства между ними – ребрами. Условие (1) «любые два знакомых не имеют общих знакомых» означает, что граф не содержит «треугольников», т.е. трех вершин попарно соединенных ребрами. Условие (2) «любые два незнакомых имеют ровно двух общих знакомых» означает, что любые вершины, не соединенные ребром, соединены ровно двумя путями из двух ребер.

Сначала докажем, что два знакомых человека *A* и *B* имеют одинаковое число знакомых (рис. 16а). По условию (1) все знакомые *A* не знакомы с *B*, и знакомые с *B* не знакомы с *A*. Значит, по условию (2) каждая пара (A_i, B) должна иметь ровно двух общих знакомых. Один из них – это *A*, а второй должен быть из

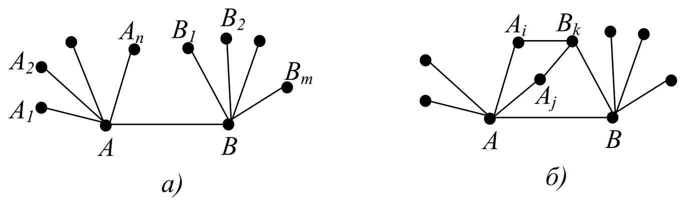


Рис. 16

$B_1, B_2, \ldots, B_m$. Это означает, что каждый A_i знаком ровно с одним из $B_1, B_2, \ldots, B_m$. При этом не может быть, что A_i и A_j знакомы с одним B_k (рис. 16б) потому, что тогда незнакомые между собой *A* и B_k будут иметь трех общих знакомых A_i, A_j и *B*. Значит, каждый знакомый *A* знаком ровно с одним знакомым *B*, и наоборот. Поэтому их одинаковое число.

Возьмем теперь двух незнакомых *A* и *C* и найдем их общего знакомого *B*. У *A* и *B*, у *B* и *C* одинаковое число знакомых, значит, у *A* и *C* – тоже.

Решение этой трудной задачи требует от школьников больших творческих усилий. Здесь не используются какие-то известные факты из теории графов. Ученик должен сам, рассмотрев ситуацию, выделить обстоятельства, приводящие к решению, и найти нужные аргументы. Графы используются здесь только для придания наглядности рассуждениям. Но, как это часто бывает, именно наглядность делает решение доступным.

Таким образом, проектирование возможности решения задач другими способами и применения новых содержательных идей позволяет формировать у школьников способности применять знания и умения, полученные ранее в новых ситуациях, способствует формированию умений видеть знакомую ситуацию в незнакомой задаче, что без сомнений, является признаком творческой работы учащихся.

Проектно-исследовательская учебная деятельность школьников характеризуется как новой организацией, так и новым содержанием. Часто проектно-исследовательская деятельность школьников позволяет расширить кругозор учащихся, познакомить с новыми внепрограммными аспектами математики, что бесспорно не только положительно сказывается на заинтересованности школьников в изучении предмета, но и формирует у них сознательное отношение к изучаемому материалу.

Проектно-исследовательская учебная деятельность формируется с помощью проблемного и модельного методов при создании школьной математической печати, при организации и проведении математических конференций, в ходе работы в учебно-методическом кабинете.

Как правило, проектно-исследовательская деятельность организуется в рамках работы школьников над учебными проектами.

Напомним, что под *учебным проектом понимается* совокупность различных видов деятельности, направленных на получение знаний и умений по дисциплине, их организация и создание нового продукта с рекомендациями по его использованию в одной из предусмотренных форм: портфолио (пакет документации), презентация, база данных, видеофильм, предметная модель и т.п.

Приведем один из возможных вариантов работы над учебными проектами (подробнее см. в параграфе 2.2) применительно к теме «Графы». Она осуществляется в несколько этапов. Охарактеризуем кратко каждый из них [48].

1. На этапе *создания информационно-эмоционального поля* происходит мотивация работы над проектом, поясняются основные моменты в работе над ним. Заметим, что в положительной мотивации важную роль играет правильная организация работы учащихся на исследовательском и проектном уровнях творческой деятельности. Такая работа должна показывать широкий спектр применения темы «Графы» в науке и жизни. Необходимость узнать новое, интерес к решению «серьезных» задач науки и техники заставляют школьников положительно отнестись к работе над проектом.

2. Этап *выработки проблемы* характеризуется совместной работой учащихся и педагога. На первых этапах учитель помогает сформулировать проблему исследования, подталкивает учеников к целенаправленному поиску. Более слабым школьникам проблема исследования может быть сформулирована педагогом. Наиболее «продвинутые» учащиеся предпочитают самостоятельный поиск проблемного материала и сами определяют проблему и цели своего проекта.

При формулировании проблемы необходимо учитывать актуальность создания данного продукта, практическую значимость результатов, уровень технической, методической и психолого-педагогической подготовки ученика, возможности технической базы, наличие ресурсов: финансового, временного, информационного, человеческого.

Примерами проектно-исследовательской деятельности, которую осуществляют школьники при изучении темы «Графы», могут служить разработки ими проектов на темы: теорема Эйлера на практике [14, 16, 20, 40, 81, 108]; топология графов [16, 21, 108]; матрицы и графы [16, 77, 118]; графы и лабиринты [16, 40,76,108]; красочная теория графов [15, 16, 17, 30, 40, 108]; применение графов для решения экстремальных задач [1, 93, 108]; графы на шахматной доске [16, 34, 36, 108]; применение теории графов к задачам теории чисел [16, 34, 35, 111]; графы и программирование [8, 67, 107, 153]; графы и электрические цепи [94, 103]; «свадебная» теория графов [13, 27]; графы и стратегические игры [31, 32, 33, 38]; применение теории графов в биологии [16, 108]; как графы помогают химии [146]; графы и спортивные парадоксы [40, 108]; графы в экономике и управлении [13, 16, 40, 77, 118, 123]; теория графов и составление расписаний [16,108,146] и т.д.

3. *Консультирование и контроль* происходит непосредственно под руководством педагога. На этом этапе школьники самостоятельно находят и обрабатывают необходимую информацию и представляют ее учителю на консультации. Значимым со стороны педагога становится консультирование и по собираемым мате-

риалам, и по способам их обработки и организации, что в то же время является и контролем над деятельностью учащихся.

На этом этапе важно поддержать ученика, дать возможность поверить ему в собственные силы, «спровоцировать» на плодотворную работу. Консультации должны проводиться в доброжелательной атмосфере. При возникающих у школьников затруднениях учитель должен помочь им, не подавляя значимости исследований самих школьников.

4. На этапе *реализации проекта* учащиеся, используя полученную информацию и помощь педагога, реализуют свой проект в одной из предложенных форм. Необходимо учитывать соответствие выбранной формы целям проекта и достижению большей эффективности его использования.

Приведем пример реализации проекта «Графы в экономике и управлении». Проект строится в виде описания алгоритмов и методов решения разнообразных задач, возникающих в экономике и управлении. Теоретические обоснования применимости этих методов от школьников, как правило, не требуются. Мы ограничимся ниже лишь перечислением возможных задач, алгоритмы их решения и теоретический материал достаточно широко представлен в указанных учебных пособиях.

Реализуемый проект может содержать в себе разделы по решению задач со следующими проблемами экономики и управления.

1). Применение *дерева решения* к организации процесса принятия решений, в котором отражены альтернативные решения, состояния среды, соответствующие вероятности и выигрыши для любых комбинаций альтернатив и состояний среды. Эту проблему характеризует следующая задача.

Задача 28. Главному инженеру надо решить, монтировать или нет линию, использующую новейшую технологию. Если новая линия будет работать безотказно, компания получит прибыль 200 млн. руб. Если же она откажет, компания может потерять 150 млн. руб. По оценкам главного инженера, существует 60 % шансов, что новая линия откажет. Можно создать экспериментальную установку, а затем уже решать, монтировать или нет линию. Эксперимент обойдется в 10 млн. руб. Главный инженер считает, что существует 50 % шансов, что экспериментальная установка будет работать. Если экспериментальная установка будет работать, то 90 % шансов за то, что смонтированная линия также будет работать. Если же экспериментальная установка не будет работать, то только 20 % шансов за то, что линия заработает. Следует ли строить экспериментальную установку? Следует ли монтировать производственную линию? Какова ожидаемая стоимостная ценность наилучшего решения?

2). *Задача определения кратчайшего пути* может быть сформулирована следующим образом.

Задача 29. Узел 7 – склад, остальные узлы – строительные площадки компании. Показатели на дугах – расстояния в километрах (рис. 17). Надо найти кратчайшие расстояния от склада до каждой строительной площадки.

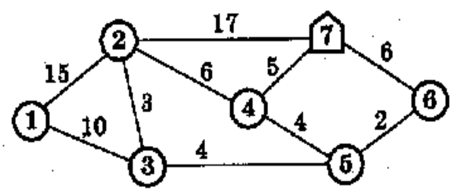


Рис. 17

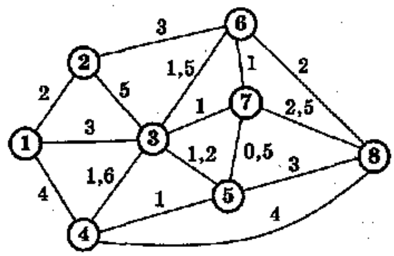


Рис. 18

3). Алгоритм *построения коммуникационной сети минимальной длины* реализуется в задачах, подобных следующей.

Задача 30. Университет устанавливает компьютерную систему электронной почты, которая позволит передавать сообщение между деканами восьми факультетов. Сеть возможных электронных связей между деканатами показана ниже. Протяженность коммуникаций в километрах отмечена на дугах (рис. 18). Предложите проект системы связи, которая позволит всем восьми деканам обеспечить доступ к системе электронной почты. Решение должно обеспечить минимальную возможную общую длину коммуникаций.

4). Алгоритм *определения максимального потока через сеть* может быть представлен решением задачи, условием которой определена система автодорог с известной пропускной способностью в обоих направлениях на каждом участке. Требуется определить пропускную способность всей системы за единицу времени. Решение подобных задач позволяет правильно регулировать потоки на дорогах, управлять объездом транспорта при возникновении «пробок».

5). Особое место занимают задачи сетевого планирования и управления, решаемые *методом критического пути*. Существуют различные их модификации: с фиксированным временем выполнения работ, с неопределенным временем выполнения работ, со стоимостными оценками выполнения работ, с оценкой распределения ресурсов. Приведем здесь пример задачи с фиксированным временем выполнения работ.

Задача 31. Проект прокладки компьютерной системы состоит из восьми работ (табл.). Найдите критический путь. Сколько времени потребуется для завершения проекта? Можно ли отложить выполнение работы *C* без отсрочки выполнения проекта в целом? На сколько недель можно отложить выполнение работы *F* без отсрочки проекта в целом?

Работа	Непосредственный предшественник	Продолжительность работы, нед.
A	–	3
B	–	6
C	*A*	2
D	*B, C*	5
E	*D*	4
F	*E*	3
G	*B, C*	9
H	*F, G*	3

Решение задач, предложенных в этом проекте, позволяет наглядно показать применение теории графов к решению задач практики, в частности, задач экономики и управления. Специфика выполнения школьниками этого проекта заключается в необходимости самостоятельно (или при консультациях с учителем) разобраться в экономической терминологии (обеспечивается новое содержание деятельности) и изучить новые методы решения задач на графы (обеспечивается новая структура деятельности). Таким образом, реализация этого проекта позволит школьникам организовать свою деятельность на проектно-исследовательском уровне творческой учебной деятельности в ДМО.

5. Представление проекта широкому кругу слушателей происходит на этапе *защиты проекта*. На защиту выносятся как сами проекты, так и сопровождающие их рекомендации к использованию. Представление проектов осуществляется либо в пленарной, либо в стендовой формах.

Пленарная форма предполагает публичное выступление участников проекта с представлением проекта в виде презентации или реферата. Она представляет из себя выступление с констатацией основных фактов и задач исследования, а также представления способов применения полученных в результате исследования знаний и умений. Стендовая форма предполагает оформление результатов исследования в одной из предусмотренных форм статической или динамической школьной математической печати (подробнее в параграфе 2.2).

6. *Рефлексия* происходит в рамках обсуждения с каждым учеником группы вопросов: сложности в работе над проектом, другие пути решения поставленной проблемы, возможности дальнейшей работы над проектом и т.п.

Итак, в проектно-исследовательской деятельности наиболее широко предоставлены школьникам возможности выбора как новой организации деятельности, так и нового ее содержания, что, несомненно, говорит о приобщении их к опыту творческой учебной деятельности в ДМО.

Таким образом, приобщение школьников к опыту учебной творческой деятельности в ДМО на примере изучении темы «Графы» осуществляется в соответствии с предложенной методической концепцией формирования учебной творческой математической деятельности. Выделение трех видов учебной деятельности школьников, носящих характер творческой, определяет подходы к конструированию системы творчески ориентированных задач.

Задачи, являясь основным средством приобщения школьников к опыту творческой деятельности, определяют целесообразный отбор содержания. Наиболее эффективно содержание раскрывается в ДМО с помощью разнообразных форм обучения, составляющих модель организации учебной творческой деятельности школьников в ДМО. Рассмотрению форм посвящен следующий параграф настоящего исследования.

2.2. Модель организации учебной творческой деятельности школьников в ДМО

Дополнительное математическое образование дает возможность для более широкого раскрытия творческого потенциала личности школьника, более полного и всестороннего ее развития. Среди факторов, позволяющих достичь результата при формировании личности школьника в ДМО, можно отметить нерегламентированность обучения во времени, формах (а иногда и содержании), более неформальное общение педагога с учащимися и школьников между собой, широкий спектр материала, позволяющий заинтересовать учеников и т.д.

Математическое содержание в ДМО не может быть оторвано от процесса воспитания и целостного интеллектуального развития личности школьника. На наш взгляд, формирование учебной деятельности школьника в ДМО должно проходить параллельно в трех взаимосвязанных направлениях «Математика», «Творчество», «Интеллект» [52].

1. Реализация *направления «Математика»* способствует достижению основных целей ДМО – получению знаний, умений и навыков по предмету через формирование всех видов учебной деятельности школьника. Именно при осуществлении этого направления изучаются основные содержательные линии ДМО, создается базовое математическое образование и формируется творческая учебная деятельность школьников.

2. Неоднократно в разных источниках упоминалось, что творчество не формируется на пустом месте (см., например, [24]). Подражательная деятельность школьников даже творческой работе педагога или ученого не может быть однозначно определена как творческая. Элементам творческой деятельности необходимо учить. Такое обучение реализуется в рамках *направления «Творчество»*.

3. Наконец, *направление «Интеллект»* обеспечивает целостное формирование интеллектуальной личности. В рамках этого направления силами школьного психолога и педагогов проводятся занятия с учащимися по развитию основных познавательных процессов: внимания, памяти, воображения. На тренингах реализуется и обучение принципам организации интеллектуального труда школьников.

Опишем более подробно модель организации учебной творческой деятельности школьников в ДМО, составленную разнообразными формами учебной деятельности школьников.

Наиболее полно, на наш взгляд, должно быть представлено направление «Математика», реализация которого происходит при организации нескольких взаимосвязанных форм работы ДМО [10]. Опытная работа и собственная практика обучения школьников математике в ДМО показала, что эффективными оказываются следующие из них [49, 53].

1. Основной формой организации работы в ДМО являются *занятия математического кружка*. Они несут основную содержательную нагрузку ДМО учащихся в школе. Следует отметить, что занятия кружка обладают большим потенциалом в развивающей и воспитательной работе с учениками. «Вызывая интерес учащихся к предмету, кружки способствуют развитию математического кругозора, творческих способностей учащихся, привитию навыков самостоятельной работы и тем самым повышению качества математической подготовки учащихся» – пишет в своей книге И. С. Петраков [112, с. 3].

По нашему мнению, кружковые занятия должны проходить в разнообразных формах, учитывающих индивидуальные особенности учащихся и организационные факторы, связанные со временем, местом проведения и содержанием кружка. Система кружковых занятий должна быть максимально гибкой: учитывать интересы и способности каждого школьника, давать возможность вновь прибывающим учащимся начинать заниматься в кружке с любого момента. В то же время содержание должно отвечать принципу концентрической последовательности: один и тот же материал изучается несколько раз на разных этапах с различным уровнем сложности.

Одним из основных видов кружка является тематическое занятие по решению задач [10, 112]. Как правило, на таких занятиях члены кружка решают подобранные учителем или специально подготовленным школьником задачи на определенную тему. Организация таких занятий может быть разнообразной, однако их основная смысловая нагрузка заключается в реализации алгоритмов и общих приемов деятельности при решении задач заданной тематики. Такие занятия оказываются очень удобными при формировании у учащихся репродуктивной и продуктивной учебной деятельности, а также могут быть использованы при организации исследовательской и проектной деятельности школьников.

Другим видом кружка, наиболее часто применявшимся в нашей практической работе в связи с его эффективностью при организации деятельности школьников, является презентация исследований учащихся в пленарном или стендовом виде. Как правило, она представляет собой выступление членов кружка по теме своего исследования, реализуемого в рамках проектно-исследовательской деятельности.

Презентация исследований школьников является результатом их проектно-исследовательской учебной творческой деятельности, осуществляемой при использовании в обучении *метода проектов* [86, 105, 133].

На наш взгляд, метод проектов представляет собой гибкую модель организации учебного процесса, ориентированную на творческую самореализацию личности учащегося путем развития его интеллектуальных и физических возможностей, волевых качеств и творческих способностей в процессе создания (под контролем учителя) образовательного продукта, обладающего субъективной или объективной новизной и имеющего практическую значимость.

Метод проектов ориентирован на реализацию следующих идей:

– формирование самостоятельной и инициативной позиции учащихся в учении;

– развитие общеучебных умений и навыков: исследовательских, рефлексивных, самооценочных;
– формирование не просто умений, а компетенций, т.е. умений, непосредственно сопряженных с опытом их применения в практической деятельности;
– приоритет на развитие познавательного интереса учащихся;
– реализация принцип связи обучения с жизнью.

В основу метода проектов положена идея о направленности учебно-познавательной деятельности школьников на результат, который получается при решении той или иной практически или теоретически значимой проблемы.

Внешний результат можно увидеть, осмыслить, применить в реальной практической деятельности. *Внутренний результат* – опыт деятельности – становится бесценным достоянием учащегося, соединяя в себе знания и умения, компетенции и ценности.

Метод проектов позволяет создать условия, при которых школьники, с одной стороны, могут самостоятельно осваивать новые знания и способы действия, а с другой – применять на практике ранее приобретенные знания и умения. При этом основной упор делается на творческое развитие личности.

Отметим основные требования, предъявляемые к учебным проектам.

1) Необходимо наличие социально значимой проблемы – исследовательской, информационной, практической. Дальнейшая работа над проектом – это разрешение данной проблемы.

2) Выполнение проекта начинается с планирования действий по разрешению проблемы, иными словами – с проектирования самого проекта, в частности – с определения вида продукта и формы презентации. Наиболее важной частью плана является пооперационная разработка проекта, в которой указан перечень конкретных действий с указанием выходов, сроков и ответственных. Но некоторые проекты не могут быть сразу четко спланированы от начала до самого конца.

3) Каждый проект обязательно требует исследовательской работы учащихся. Таким образом, отличительная черта проектной деятельности – поиск информа-

ции, которая затем будет обработана, осмыслена и представлена участниками проектной группы.

4) Результатом работы над проектом, иначе говоря, выходом проекта, является продукт. В общем виде это средство, которое разработали участники проектной группы для разрешения поставленной проблемы.

5) Подготовленный продукт должен быть представлен заказчику или представителям общественности, и представлен достаточно убедительно, как наиболее приемлемое средство решения проблемы.

Часто учебный проект в нашей работе предполагал коллективную форму деятельности. Одна из ее основных задач – осуществление межпредметных связей и создание некоторого образовательного продукта в процессе взаимодействия учащихся друг с другом и с учителем. Составление перечня вопросов, определение задач работы, выбор методов изучения обозначенной проблемы и способа презентации проекта, распределение ролей и обязанностей между его участниками – все это осуществляется в процессе коллективного обсуждения. При этом учитель выступает в обсуждении и принятии решений в качестве старшего товарища.

Реализация проекта, как правило, представляется в презентации полученного продукта в одной из предусмотренных форм: сайт, газета, портфолио, игра, анализ данных, видеоролик, пакет рекомендаций, стенд, статья, учебное пособие, справочник, сценарий, прогноз, публикация, экскурсия и т.д.

Среди других форм организации кружка, нашедших применение в нашей практической работе, укажем следующие:

– *занятие по решению разнородных задач* проводится с целью ознакомления учащихся с основными идеями, методами и конструкциями в математике, а также при подготовке к математическим соревнованиям;
– *занятие по разбору задач, решаемых учащимися дома,* проводится в рамках реализации самообразования учащихся во внеклассной работе по предмету;
– *беседы на математические или историко-математические темы* способст-

вуют формированию у учащихся общего восприятия математики как науки, влияют на развитие интереса школьников к занятиям кружка;

– *изготовление наглядных пособий по математике* дает возможность понять учащимся некоторые аспекты математики через непосредственную деятельность, что, несомненно, вызывает живой интерес к занятиям;
– *математические экскурсии и геодезические работы на местности* осуществляют межпредметные связи математики с другими отраслями науки и техники, приводят в действие механизм осознания практической значимости математического содержания;
– *круглые столы по различным проблемам математики* вскрывают суть математических проблем, способствуют организации школьников к чтению математической и периодической литературы, а также собственным исследованиям учащихся.

Следует отметить различия в выборе форм организации кружка, на которые мы обратили внимание в ходе анализа возрастных особенностей учащихся.

Кружок для младших школьников должен отличаться большим разнообразием материала, представленного на одном занятии. Игровая форма разминки в начале занятия, самостоятельное решение «хитрых» задач, знакомство с историческим материалом, решение объектных головоломок (то есть таких, которые можно подержать в руках) превращают занятие в чтение «живого журнала», каждая непрочитанная страница которого должна быть желанной для каждого школьника.

При проведении кружка в среднем звене необходимо больше уделять внимания самостоятельному активному участию школьников. С этой целью организуется кружковое самоуправление: учащиеся под косвенным руководством педагога организуют занятия, подбирают материал и задачи к нему.

Для учащихся старших классов кружок организуется в форме занятий математического клуба. По большому счету, школьники должны считать клуб неформальным объединением, в котором общение с педагогом дополнительного образования осуществляется на равных (конечно, это не должно выливаться в панибратство педагогов с учащимися). Основные формы занятий клуба – дискуссии, обсуждения подготовленных школьниками докладов, встречи с преподавателями вузов, математиками-практиками.

Таким образом, являясь основной формой организации работы в ДМО, математический кружок во всем разнообразии форм его проведения является составной частью модели организации учебной творческой деятельности школьников в ДМО и концентрирует в себе основные содержательные линии и определяет общую образовательную политику ДМО.

2. Полученные в рамках работы математического кружка знания и умения находят свое применение при участии школьников в разнообразных *математических соревнованиях*, являющихся еще одной составляющей описываемой модели организации учебной творческой деятельности.

Среди наиболее ярких форм математических соревнований отметим: математические бои [34, 73]; математические олимпиады [10, 34, 45, 73]; математическую драку [34]; математический хоккей [34]; математический аукцион [34]; математические викторины, в том числе «Брейн-ринг» [3, 73]; математические турниры, в том числе математический КВН [3, 73]; остериада [6]; математическую карусель.

В качестве примера приведем правила и разработанное нами содержание математической карусели для учащихся пятых классов (Приложения 3 и 4).

Отметим также, что к списку математических соревнований следует добавить общеинтеллектуальные мероприятия, которые дают возможность разнообразить работу в ДМО, внести в его структуру тенденцию к получению знаний вообще, а не только математических, развить в учащихся общую мыслительную культуру.

Практика проведения математических соревнований показала, что в них не должно быть проигравших «в сухую». Каждый школьник должен выигрывать, в первую очередь в приобретении новых знаний, во вторую – несколько баллов в свою копилку. Поэтому задачный материал математических соревнований всегда должен быть таким, чтобы часть задач была доступна каждому участнику.

Многие из указанных соревнований являются командными. Это позволяет сформировать у учащихся умение работать в команде, воспитывает у них взаимопомощь и толерантность в общении со сверстниками.

Опыт показывает, что систематическое проведение математических мероприятий поддерживает спортивный интерес как к самим соревнованиям, так и к занятиям кружка и всего ДМО в целом. Постоянное проведение соревнований вносит азарт и живость в ДМО, обеспечивает здоровую конкуренцию среди участников кружка. Отсутствие балловой оценки результатов работы в кружке, специфика его задачного материала делает математическое соревнование одновременно и промежуточной самооценкой школьника, и стимулом к дальнейшим занятиям в кружке.

3. Важным этапом в осуществлении ДМО является создание условий для функционирования такой составляющей модели организации учебной творческой математической деятельности как *школьная математическая печать (ШМП)*.

На наш взгляд, ШМП является неотъемлемой составляющей в пропаганде математических знаний и формировании познавательного интереса учащихся. Ко всему прочему, выпуск ШМП имеет большое воспитательное значение в работе со школьниками.

Все разнообразные формы ШМП мы разделяем на две категории: статическая печать и динамическая печать. Под *динамической печатью* мы понимаем те виды ШМП, содержание которых меняется во время их создания и использования, а под *статической* – те ее виды, содержание которых не меняется во время создания и использования.

К основным видам ШМП отнесем многотиражную математическую газету, стенгазету (статическая ШМП), математический стенд, журнал математического кружка (динамическая ШМП).

Многотиражная математическая газета для школьников представляет собой не только блок интересной и полезной информации, но и является средством самовыражения некоторых школьников, связующим звеном для общения более широких масс, нежели собирает кружок или клуб. Общая газета для школьников разных возрастов дает возможность младшим школьникам интересоваться вопросами, изложенными для более старших школьников, а, значит, повышать уровень своей математической культуры.

Среди разнообразных форм школьной математической печати особо выделим журнал математического кружка, который наиболее эффективно используется в нашей практической деятельности [44]. Членами кружка периодически выпускается несколько тематических страниц, посвященных материалу, разобранному на занятиях. Выпущенные в течение года страницы подшиваются в одну папку, которую мы далее будем называть журналом математического кружка. Каждая страница журнала посвящается лишь одной теме (или ее логически завершенной части) и создается совместно педагогом и школьниками на трех этапах.

1) На этапе выбора содержания, как правило, во многом повторяющего материал занятий, учащиеся оказывают помощь учителю в поиске интересных фактов и задач, исторических сведений и т.п.. Совместно педагогом и учащимися отбираются лучшие решения разобранных на кружке задач, что реализует творческий подход в выборе содержания и способствует формированию творческой учебной деятельности на проектном и исследовательском уровнях.

2) На втором этапе каждый участник кружка выполняет творческое задание, которое может быть предложено в виде «Придумать…», «Сформулировать…» и т.д. Выполнение каждого такого задания подразумевает не только освоение материала, но и видение его на более высоком творческом уровне, что развивает математические и креативные способности школьников и способствует формированию творческой деятельности на проектно-исследовательском уровне.

3) На этапе оформления страницы журнала совместно обсуждается стиль изложения, художественное оформление, что способствует формированию у школьников эстетической культуры и направлено на реализацию творческого подхода в создании нового информационного продукта.

На каждом из трех этапов в различной мере происходит содействие педагога формированию творческой деятельности школьников, что делает журнал математического кружка одним из приемлемых средств воспитания творческой личности.

Описанные идеи легли в основу созданного в рамках проведенной опытной работы проекта журнала «Пилот» математического кружка пятых классов средней школы № 21 г. Кирова.

Можно выделить и другие виды математической печати: уголок математики, математическая фотогазета, монтажи фотографий и рисунков, математический альбом. Эти виды математической печати не получили широкого распространения, однако представляют собой определенный интерес для учителей математики и методистов.

Таким образом, ШМП является неотъемлемой частью нашей модели организации учебной творческой математической деятельности в ДМО и способствует формированию у школьников исследовательских и проектных умений, приобщает школьников к опыту учебной творческой математической деятельности.

4. Особое место в организации ДМО играет *система кураторства младших школьников старшими*.

Систему кураторства младших школьников старшими в своей работе успешно применяет Р. Г. Хазанкин [149]. Основные цели такой системы заключаются в повышении интереса школьников к математике, помощи в овладении предметом, неформальный обмен опытом.

Кураторство организуется на нескольких уровнях: *уровень общения* заключается в помощи педагогу в проведении внеклассных мероприятий; *уровень сотрудничества* – в помощи учащимся в подготовке к кружковым занятиям, тренинг команд для соревнований, выпуск математических газет.

5. Важным в реализации модели организации учебной творческой математической деятельности в ДМО является открытие в школе специального *учебно-методического кабинета* для самостоятельной работы учащихся.

Наличие в школе специального учебно-методического кабинета, доступного школьникам в их свободное время – большой плюс к повышению интереса к математике и развитию учащихся. Он оборудуется необходимым числом рабочих мест. Школьникам в таком кабинете должна быть доступна интересующая их литература по математике, задачники. Со временем, силами педагогов и учащихся образуется банк задач, наглядных пособий, методических разработок мероприятий, объектных головоломок. В кабинете проводятся занятия кружка, проходят заседания клуба.

Выявленные нами функциональные возможности учебно-методического кабинета раскрываются в основных направлениях его деятельности [46].

1) *Архивное направление* осуществляется в сборе, хранении и каталогизации математической информации. Результатом осуществления этого направления является возможность предоставить школьникам доступ к разнообразным источникам информации, основными из которых являются ресурсы на бумажных и электронных носителях: книги, сборники, газеты и журналы, электронные базы данных.

2) *Библиотечное направление* реализуется в квалифицированной помощи школьникам со стороны педагога в консультациях по математике, подборе необходимой учебной литературы.

3) *Методико-практическое направление* раскрывается в разработке и создании новых средств обучения и источников информации. На занятиях кружка учащиеся реализуют свои проекты по созданию учебно-наглядных пособий: таблиц, объектных моделей и электронного сопровождения к своим исследованиям. В рамках направления создаются базы данных математической информации.

4) *Научно-методическое направление* реализуется в организации проектной деятельности учащихся, привлечении к занятиям в ДМО преподавателей вузов, ученых, специалистов различных областей знаний.

Таким образом, учебно-методический кабинет становится школьным центром математического образования, в том числе и дополнительного. Правильная организация его работы создает условия для постоянного функционирования как отдельных составляющих дополнительного образования, так и всей системы занятий и мероприятий в целом.

Полагаем, что изложенные идеи по внедрению модели организации учебной творческой математической деятельности в ДМО в рамках направления «Математика» в школьную практику преподавания математики, не только содействуют достижению поставленных целей, но и в целом, воспитывая математическую культуру школьников, оживляют учебную жизнь в школе.

Не менее актуальным и значимым с позиций развития и воспитания интеллектуальной и творческой личности является организация в ДМО направлений «Творчество» и «Интеллект». Кратко охарактеризуем их.

Реализация направления «Творчество» происходит в организации специальных занятий, на которых школьников обучают элементам творческой деятельности.

Многие идеи, представленные нами школьникам на таких занятиях, заимствованы из бурно развивающейся в настоящее время ТРИЗ-педагогики.

Выделим основные и более значимые из них [25, 139].

1) *Метод проб и ошибок* (подбор вариантов) позволяет выявить особенности психики человека, способствует формированию упорства и терпения, стремления добиваться успеха. Однако со временем необходимо учить школьников осознанному перебору вариантов, что без сомнений достаточно продуктивно можно делать на математическом материале.

2) *Морфологический анализ* позволяет развивать управляемые воображение и фантазию, формирует у учащихся способности к анализу и синтезу различных систем. Сущность метода заключается в следующем:

- точно и четко формулируется проблема;
- в исследуемой системе выделяют важные и характерные для нее признаки, это могут быть части, свойства, режимы, т.е. те параметры системы, от которых зависит решение проблемы;

– по каждому признаку составляют списки различных вариантов исполнения этих признаков, для большей наглядности признаки и варианты их исполнения располагают в форме таблицы (называемой морфологическим ящиком);
– в определенном порядке, исключающем пропуски, перебирают все возможные сочетания вариантов исполнения признаков, одновременно производится оценка всех вариантов исполнения и выбор наилучшего решения.

3) *Метод контрольных вопросов* способствует формированию у школьников умения самим задавать вопросы, находить нестандартные ответы на них, что дает возможность для реализации самостоятельного поиска материала и осуществления творческой деятельности на проектно-исследовательском уровне.

Обучение правилам правильной постановки вопросов имеет большое значение как в целом в педагогической науке, так и в обучении математике. Так, например, известный математик и методист Дж. Пойа в своей книге «Как решать задачу» [113, с. 210-212] рекомендует учащимся систему вопросов для общей организации процесса решения математических задач.

4) Метод контрольных вопросов является частным видом более общего *метода применения эвристик,* широко используемого в обучении математике. Нет необходимости подробно говорить о важности и эффективности его применения. Эвристики – мощный аппарат любой учебной дисциплины и, в частности, математики.

5) *Метод решения задач по аналогии* направлен на обучение поискам похожих ситуаций в жизни, сходственных объектов в технике, науке и, в частности, в математике. Обучают аналогиям по свойствам, по функциональным особенностям, по отношениям, по образам и т.д. Важным фактором является обучение аналогиям методов решения и рассуждениям по аналогии. Вообще сама идея обучения аналогиям в математике широко разработана в ее методике (см., например, [131]).

6) *Метод эмпатии* позволяет формировать у учащихся понимание других людей, осуществлять решение задач от имени другого человека, что заставляет

ученика задуматься о специфике мышления, свойствах личности, определить качественный состав задачи в связи с решением вопроса о ее разрешимости от лица другого человека. У эмпатии много общего с воображением, она близка и личной аналогии, поэтому развивать эти качества нужно совместно.

7) Среди коллективных методов творческого решения проблем следует отметить м*етод мозгового штурма.* Достоинства метода в его простоте, доступности и эффективности при необходимости генерирования большого числа разнообразных идей по разрешению поставленной проблемы. Метод развивает не только воображение, но и позволяет формировать критическое мышление школьников.

Метод мозгового штурма в ДМО может применяться не только для решения конкретных математических задач, но и для выработки проблемных вопросов при постановке тем и целей проектно-исследовательской деятельности школьников. Совместная постановка вопросов исследования стимулирует школьников к его реализации, дает понимание значимости для участников ДМО проводимых работ, обеспечивает более высокое качество их выполнения.

8) Однако, мозговой штурм не пригоден для решения более сложных проблем, требующих предварительного глубокого изучения. В этом случае помогает проведение *дискуссий, бесед, диспутов, деловых игр, ораторских боев*. Их правильному ведению, структуре и содержанию школьников нужно обучать отдельно. Подбор хорошего содержания не всегда определяет эффективность проведения этих видов «коллективного творчества». Не менее важна их хорошая организация, подготовленность участников, умение ими критически относится к собственному мнению и мнению противника, при этом осознанно проявлять толерантность в своей деятельности.

Следует особо заметить, что на занятиях направления «Творчество» необходимо применять специальные методики и системы упражнений для развития у учащихся *диалектического, системного, функционального, логического, образного мышления и творческого воображения* [139].

Их развитие напрямую связано с реализацией третьего направления в ДМО

«Интеллект», которое обеспечивает целостное формирование интеллектуальной личности.

К реализации этого направления нами привлекался профессиональный школьный психолог. Совместно с ним разрабатывались системы занятий по развитию основных познавательных процессов: внимания, памяти, мышления, воображения. На тренингах реализовывался подход обучения школьников основным принципам организации своего интеллектуального труда.

Формирование основных познавательных процессов и обучение школьников их развитию играет важнейшую роль не только в ДМО, но и во всем образовательном процессе в целом. Это показывают в своих исследованиях многие педагоги и психологи [96, 104, 124]. Однако в последнее время современной школой все меньше стало уделяться внимания этим аспектам. Следует отметить, что осознанное формирование основных познавательных процессов обеспечивает серьезную работу школьников над собой, позволяет им на занятиях в ДМО более осознанно осуществлять учебную деятельность, в том числе и творческую.

Так, например, на занятия по развитию внимания мы придерживались следующей схемы. На первом занятии проводится беседа со школьниками о внимании и принципах его развития. Материалы для этого качественно подобраны в книге [124]. На занятии происходит мотивация необходимости изучать и развивать внимание, показывается важность внимания при решении математических задач.

Следующие два занятия посвящаются изучению внимания школьников с помощью специальных методик («Корректурная проба», «Черно-красная таблица» и т.д. [104, 124]). Важным на этом этапе является обучение школьников анализу результатов исследования, организация мониторинга саморазвития и формирование необходимости постоянного контроля над собой.

Следующие несколько занятий посвящаются методикам и упражнениям по развитию внимания [96, 124]. Вновь важным является не только развитие внимания, но и обучение школьников самостоятельной работе над собой.

Описанная система занятий не должна носить разовый характер. Занятия по развитию отдельных познавательных процессов должны систематически повторяться. Это будет поддерживать интерес учащихся к саморазвитию, поиск новых методик для саморазвития и в целом обеспечивать связь в развитии основных познавательных процессов.

Особое место в системе занятий направления «Интеллект» имеет обучение школьников основам учебного труда. Педагогической наукой созданы многочисленные образовательные методики в этом направлении. Среди наиболее известных отметим книги [7, 56, 120, 150].

Необходимость правильной организации труда школьников вызвана не только требованиями педагогической науки. Умение правильно и продуктивно работать и учиться наиболее плодотворно влияет на активное формирование учебной деятельности всех ее видов от репродуктивного до проектно-исследовательского. Осознание школьниками учения как основного вида их деятельности и умение правильно его организовать, бесспорно, является основой не только обучения в ДМО, но и всего образовательного процесса в целом.

Таким образом, формирование учебной творческой деятельности в ДМО следует проводить в трех взаимосвязанных направлениях. При этом целесообразно строить модель организации учебной творческой деятельности, составленную разнообразными формами учебной деятельности школьников.

Описанный подход в построении модели организации учебной творческой деятельности в ДМО реализован в опытно-экспериментальной работе, проводимой в рамках диссертационного исследования.

2.3. Организация и анализ результатов опытно-экспериментальной работы

2.3.1. Организация опытно-экспериментальной работы

Экспериментальная проверка гипотезы диссертационного исследования осуществлялась в период 2001 – 2005 гг. (в средних общеобразовательных школах с углубленным изучением отдельных предметов №№ 21, 27, 41 г. Кирова, Открытом лицее ВятГГУ с учащимися средних общеобразовательных школ с углубленным изучением отдельных предметов №№ 18, 22, 36 г. Кирова). В ходе обоснования гипотезы были проведены поисковый и констатирующий этапы эксперимента, в процессе ее проверки – обучающий.

Цель *констатирующего эксперимента* состояла в том, чтобы выяснить, как организуется процесс формирования творческой математической деятельности в практике школьного ДМО. Для достижения поставленной цели была проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература, проведен опрос учителей математики, студентов математического факультета ВятГГУ, учащихся школ, изучен опыт работы педагогов ДМО. Существенную пользу для исследования принес также собственный опыт преподавательской деятельности в обозначенных выше общеобразовательных учебных заведениях.

В ходе констатирующего эксперимента были получены данные о состоянии проблемы исследования в школьном ДМО. Результатом проведенной экспериментальной работы явились следующие выводы:

- формирование творческой деятельности учащихся является одной из приоритетных целей школьного математического образования, в том числе и дополнительного;
- в практике обучения математике возможности формирования творческой математической деятельности используются недостаточно, на внеклассных занятиях по математике формирование творческой деятельности присутствует эпизодически;
- часто творческая математическая деятельность школьников на занятиях возникает стихийно, при ее формировании педагоги руководствуются, главным

образом, личным опытом и собственной интуицией, так как подробные методические разработки, специальные методические пособия по данной проблеме на сегодняшний день практически отсутствуют.

Таким образом, было установлено, что проблема формирования творческой математической деятельности школьников в ДМО является особенно актуальной и требует решения, в связи с чем была определена цель и сформулирована рабочая гипотеза исследования.

Цель *поискового эксперимента* заключалась в создании теоретической и методической базы формирования творческой математической деятельности школьников в ДМО.

Для реализации цели были поставлены следующие задачи:

- определить роль творческой деятельности школьников в ДМО;
- выявить место творческой деятельности в учебной деятельности школьников в ДМО;
- осуществить поиск путей эффективного формирования творческой учебной математической деятельности учащихся в ДМО;
- разработать методику приобщения школьников к опыту творческой учебной математической деятельности в ДМО.

Проведенное теоретическое исследование позволило решить вопрос о месте творческой деятельности в учебной математической деятельности школьников в ДМО, что послужило основой создания теоретической базы исследования.

Поисковый этап эксперимента, проходивший на внеклассных занятиях по математике в 2001 – 2003 гг. с 285 учащимися 5-11 классов школ №№ 21, 27, 41 г. Кирова и Открытого лицея ВятГГУ, позволил определить основные методические особенности формирования творческой деятельности школьников в ДМО. На основании результатов экспериментального исследования на этом этапе была окончательно сформулирована гипотеза, определены пути решения задач диссертации, разработаны основные положения теоретической и методической базы исследования.

Результаты констатирующего и поискового эксперимента, теоретического исследования проблемы позволили выделить методические основы обучения, использованные на следующем этапе экспериментальной работы.

Обучающий эксперимент проводился в течение 2003-2004 учебного года в рамках реализации плана внеклассной и воспитательной работы средней общеобразовательной школы № 21 с углубленным изучением отдельных предметов г. Кирова. Для этого были выбраны два класса учащихся – седьмой (29 человек) и восьмой (26 человек).

Цель проведения экспериментальной работы заключалась в проверке эффективности методики в рамках разработанной концепции приобщения школьников к опыту учебной творческой математической деятельности в ДМО.

Для этого в течение учебного года для всех желающих учащихся этих классов еженедельно проводились занятия математического кружка. Каждая изученная тема начиналась с реализации школьниками репродуктивной и продуктивной учебной деятельности, после чего переходили к осуществлению исследовательской, проектной и проектно-исследовательской. Как правило, блок занятий заканчивался конференцией или оформлением информации для стенда.

Систематически организовывались математические соревнования внутри классов, между ними, с привлечением учащихся других классов школы, а также учащихся других школ города (№№ 36, 46). Результаты соревнований оформлялись в виде рейтинговой шкалы: каждому школьнику в зависимости от участия и итогов начислялось определенное число баллов. Помощь в проведении соревнований оказывали учащиеся 10-11 классов и студенты математического факультета ВятГГУ. В свою очередь ученики 7-8 классов принимали участие в проведении математических мероприятий для учащихся 5-6 классов школы № 21 г. Кирова.

На протяжении всего года функционировал стенд «Хрустальный шар», на котором размещалась информация о проводимых мероприятиях, правила, результаты и рейтинги соревнований, итоги работы кружка, интересные задачи и математические статьи (в том числе и из журнала «Квант»), календарь математических событий. Наличие такого стенда позволило систематизировать работу и поддерживать интерес к занятиям и соревнованиям.

В конце учебного года (2-11 июня 2004 г.) для желающих учащихся этих классов был организован пришкольный летний математический лагерь. В течение лагерной смены реализовывалась методика приобщения школьников к опыту творческой деятельности в ДМО (Приложение 1).

В проведении опытно-экспериментальной работы особую роль сыграла специфика работы в ДМО. Объективная сложность определения неварьируемых условий при проведении эксперимента, трудность в управлении процессом формирования творческой деятельности и выборе критериев определения уровня ее сформированности обусловили диагностику приобщения школьников к опыту творческой деятельности.

Все учащиеся 7-8-х классов были разделены на две группы – контрольную (22 человека) и экспериментальную (33 человека). В экспериментальную группу были включены все учащиеся, посещавшие в течение учебного года математический кружок, участвовавшие в соревнованиях и проходившие обучение в летнем лагере. В качестве контрольной группы выступали школьники, не участвовавшие в работе ДМО или участвовавшие в ней эпизодически.

Для определения эффективности предложенной методики приобщения школьников к опыту творческой математической деятельности в ДМО для всех школьников была проведена диагностика трех наиболее важных параметров креативности учащихся, которые, по мнению Дж. Гилфорда, являются ведущими в определении творческой деятельности испытуемых [37]. К ним относятся: *беглость* – способность к генерированию большого числа идей; *гибкость* – способность продуцировать разнообразные идеи; *оригинальность* – способность отвечать на раздражители нестандартно.

Для диагностики были выбраны два равнозначных варианта (один – в начале эксперимента, другой – в конце) известного теста Гилфорда на определение уровня сформированности креативности испытуемых [63] (Приложение 2).

Тест состоит из пяти заданий, каждое из которых исследует все три параметра креативности. Время проведения процедуры 27 минут.

2.3.2. Анализ результатов опытно-экспериментальной работы

Обработку и анализ результатов опытно-экспериментальной работы проведем по следующей схеме.

1. Сравним средние результаты изучаемых параметров (беглость, гибкость, оригинальность) по каждому из пяти заданий в начале и конце эксперимента отдельно у контрольной (КГ) и экспериментальной (ЭГ) группы. Для этого наглядно представим результаты опытно-экспериментальной работы, выделив отдельно каждый параметр: беглость (диаграмма 1), гибкость (диаграмма 2) и оригинальность (диаграмма 3).

Диаграмма 1

**Результаты оценки параметра «беглость»
в заданиях тестов в начале (тест 1) и конце эксперимента (тест 2)
у контрольной (КГ) и экспериментальной (ЭГ) группы**

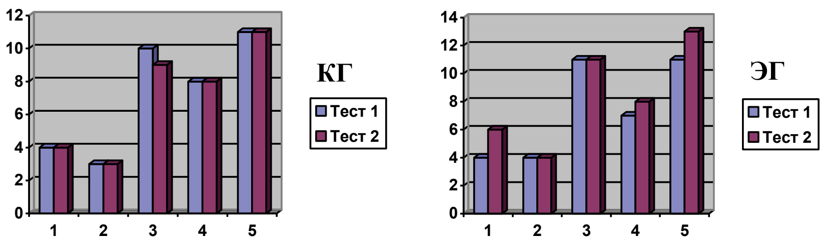


Диаграмма 2

**Результаты оценки параметра «гибкость»
в заданиях тестов в начале (тест 1) и конце эксперимента (тест 2)
у контрольной (КГ) и экспериментальной (ЭГ) группы**

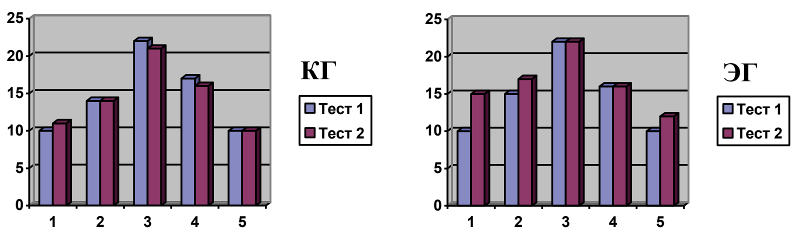
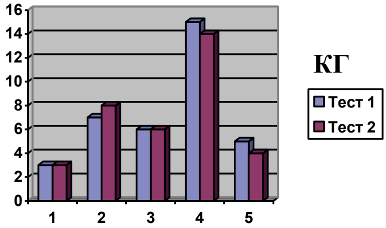
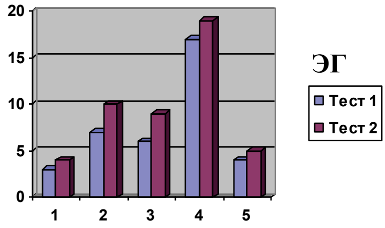


Диаграмма 3

Результаты оценки параметра «оригинальность» в заданиях тестов в начале (тест 1) и конце эксперимента (тест 2) у контрольной (КГ) и экспериментальной (ЭГ) группы





Диаграммы дают наглядную иллюстрацию того, что изначально группы показали примерно одинаковые результаты. Однако в экспериментальной группе по всем трем параметрам практически в каждом из пяти заданий наблюдается рост показателей. В контрольной группе, напротив, параметры практически не изменились, а в некоторых случаях наблюдается снижение показателей.

2. Используя многомерные методы статистического анализа (статистику Хотеллинга), определим влияние применяемой методики на формирование общей креативности школьников экспериментальной группы [64].

Будем считать, что выборки X (тест 1 в начале эксперимента) и Y (тест 2 в конце эксперимента) взяты из трехмерных (по параметрам «беглость», «гибкость», «оригинальность») с 33-мя элементами нормально распределенных генеральных совокупностей $x=(x_1, x_2, x_3)^T$ и $y=(y_1, y_2, y_3)^T$ с неизвестными параметрами μ_x, μ_y (соответствующие генеральные средние) и Σ_x, Σ_y (соответствующие ковариационные матрицы).

Сначала проверим на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ гипотезу $H_0: \Sigma_x = \Sigma_y$ против $H_1: \Sigma_x \neq \Sigma_y$ на основе выборок из совокупностей объемов $n_x = 33$ и $n_y = 33$.

Вычислим оценки основных параметров генеральных совокупностей:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36{,}9697 \\ 62{,}8788 \\ 37{,}0303 \end{pmatrix}, \ \bar{y} = \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41{,}1515 \\ 82{,}1212 \\ 47{,}5758 \end{pmatrix}$$ – векторы средних выборок;

$\hat{S}_x = \begin{pmatrix} 130{,}9678 & 71{,}3087 & 57{,}3134 \\ 71{,}3087 & 85{,}5473 & 81{,}1288 \\ 57{,}3134 & 81{,}1288 & 167{,}3428 \end{pmatrix}$ – несмещенная оценка ковариационной матрицы с элементами $\hat{s}_{xml} = \frac{1}{n_x - 1}\sum_{i=1}^{n_x}(x_{im} - \bar{x}_m)(x_{il} - \bar{x}_l);\ m, l = 1 \div k$;

$\hat{S}_y = \begin{pmatrix} 109{,}6951 & 44{,}6686 & 73{,}7225 \\ 44{,}6686 & 82{,}9848 & 81{,}0530 \\ 73{,}7225 & 81{,}0530 & 276{,}7519 \end{pmatrix}$ – несмещенная оценка ковариационной матрицы с элементами $\hat{s}_{yml} = \frac{1}{n_y - 1}\sum_{i=1}^{n_y}(y_{im} - \bar{y}_m)(y_{il} - \bar{y}_l);\ m, l = 1 \div k$;

$\hat{S}_{xy} = \frac{1}{n_x + n_y - 2}\left((n_x - 1)\hat{S}_x + (n_y - 1)\hat{S}_y\right) = \begin{pmatrix} 120{,}3314 & 57{,}9886 & 65{,}5180 \\ 57{,}9886 & 84{,}2661 & 81{,}0909 \\ 65{,}5180 & 81{,}0909 & 222{,}0473 \end{pmatrix}$ – несмещенная оценка одной и той же ковариационной матрицы $\Sigma_x = \Sigma_y$.

Для вычисления статистики критерия получим значения определителей матриц оценок ковариаций: $\left|\hat{S}_x\right| = 5{,}441 \cdot 10^5$, $\left|\hat{S}_y\right| = 1{,}329 \cdot 10^6$, $\left|\hat{S}_{xy}\right| = 9{,}680 \cdot 10^5$.

Тогда

$$a = (n_x + n_y - 2)\ln\left|\hat{S}_{xy}\right| - \left((n_x - 1)\ln\left|\hat{S}_x\right| + (n_y - 1)\ln\left|\hat{S}_y\right|\right) = 8{,}291;$$

$$b = 1 - \left(\frac{1}{n_x - 1} + \frac{1}{n_y - 1} - \frac{1}{n_x + n_y - 2}\right) \cdot \frac{2k^2 + 3k - 1}{6(k+1)} = 0{,}974,$$

где k – число исследуемых параметров;

$W_{набл} = ba = 8{,}075$.

По таблицам хи-квадрат-распределения найдем на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ с числом степеней свободы $\nu = \frac{1}{2}k(k+1) = 6$ критическое значение статистики $W_{табл} = \chi^2(0{,}05;\,6) = 12{,}592$. Так как $W_{набл}$ не попало в критическую область ($W_{набл} < W_{табл}$), то гипотеза H_0 не отвергается. Следовательно, будем считать ковариационные матрицы генеральных совокупностей одинаковыми.

Равенство ковариационных матриц определяет возможность рассмотрения гипотезы о равенстве генеральных средних на определенном уровне значимости.

Проверим гипотезу о равенстве генеральных средних H_0: $\mu_x = \mu_y$ на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ против альтернативы H_1: $\mu_x < \mu_y$.

Найдем обратную матрицу для $\hat{S}_{xy}$:

$$\hat{S}_{xy}^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}013 & -7{,}813 \cdot 10^{-3} & -8{,}456 \cdot 10^{-4} \\ -7{,}813 \cdot 10^{-3} & 0{,}023 & -6{,}155 \cdot 10^{-3} \\ -8{,}456 \cdot 10^{-4} & -6{,}155 \cdot 10^{-3} & 7{,}001 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}.$$

Тогда наблюдаемое значение статистики Хотеллинга имеет значение

$$T^2_{набл} = \frac{n_x n_y}{n_x + n_y} \left(\bar{x} - \bar{y}\right)^T \cdot \hat{S}_{xy}^{-1} \cdot \left(\bar{x} - \bar{y}\right) = 94{,}806.$$

Если гипотеза H_0: $\mu_x = \mu_y$ справедлива, то статистики T^2 и F связаны формулой

$$T^2_{табл} = \frac{k\left(n_x + n_y - 2\right)}{n_x + n_y - k - 1} \cdot F_{\alpha;k;n_x+n_y-k-1} = \frac{96}{31} F_{0,05;3;62} = 2{,}76,$$

где $F_{0,05;3;62}$ находится по таблицам F-распределения Фишера-Снедекора.

Так как $T^2_{набл} > T^2_{табл}$, гипотеза о равенстве векторов генеральных средних отвергается с вероятностью ошибки 0,05. Следовательно, можно считать доказанным, что генеральные совокупности не однородны.

Таким образом, есть основания на указание существенного различия общей креативности школьников экспериментальной группы до и после эксперимента.

3. Определим характер изменения показателей экспериментальной группы, применив критерий знаков [130, 143] и проанализировав суммарный балл по пяти заданиям каждого из параметров (табл. 5).

Сформулируем нулевую гипотезу H_0: «предлагаемая методика приобщения школьников к опыту творческой деятельности не способствует улучшению параметров креативности (соответственно беглости, гибкости и оригинальности)». Тогда конкурирующая гипотеза H_1 будет определяться

Таблица 5

Результаты оценки параметров «беглость», «гибкость», «оригинальность» в заданиях тестов в начале (тест 1) и конце эксперимента (тест 2)

№ п/п	Беглость			Гибкость			Оригинальность		
	Тест 1	Тест 2	Знак	Тест 1	Тест 2	Знак	Тест 1	Тест 2	Знак
1	50	52	+	82	94	+	67	74	+
2	33	36	+	50	73	+	40	34	–
3	47	39	–	62	63	+	33	41	+
4	47	44	–	66	80	+	48	58	+
5	46	49	+	71	86	+	30	48	+
6	47	41	–	75	92	+	40	45	+
7	39	48	+	68	83	+	28	54	+
8	40	47	+	71	89	+	46	62	+
9	66	59	–	65	82	+	41	71	+
10	26	17	–	59	64	+	37	33	–
11	34	39	+	61	79	+	24	36	+
12	30	37	+	50	70	+	16	25	+
13	39	41	+	73	84	+	40	35	–
14	38	37	–	71	88	+	53	64	+
15	51	58	+	81	99	+	62	85	+
16	22	31	+	62	82	+	38	51	+
17	42	54	+	54	95	+	17	25	+
18	29	28	–	63	85	+	29	55	+
19	46	53	+	69	93	+	30	42	+
20	36	36	0	68	70	+	53	41	–
21	45	46	+	60	74	+	26	20	–
22	20	28	+	49	81	+	46	48	+
23	38	49	+	67	88	+	36	55	+
24	19	27	+	61	86	+	42	46	+
25	28	43	+	57	71	+	27	46	+
26	21	20	–	52	82	+	28	23	–
27	22	39	+	51	78	+	19	46	+
28	40	31	–	61	93	+	29	59	+
29	59	59	0	78	93	+	63	77	+
30	25	47	+	55	83	+	34	27	–
31	27	39	+	52	70	+	26	25	–
32	34	41	+	52	79	+	27	55	+
33	34	43	+	59	81	+	47	64	+
Всего			**31**			**33**			**33**
+			**22**			**33**			**25**
–			**9**			**0**			**8**

следующим образом: «предлагаемая методика приобщения школьников к опыту творческой деятельности способствует улучшению параметров креативности (соответственно беглости, гибкости и оригинальности)».

По данным таблицы 5 для параметра «беглость» получаем общее количество ненулевых разностей $n = 31$, значение экспериментальной статистики $T_{наб} = 22$ (число знаков «+»). При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ критическое значение статистики $T_{табл} = 22$. Таким образом, $T_{наб} \geq T_{табл}$ и нулевая гипотеза отклоняется и принимается конкурирующая гипотеза H_1: «предлагаемая методика приобщения школьников к опыту творческой деятельности способствует улучшению беглости мышления».

Аналогично для параметра «гибкость» получаем общее количество ненулевых разностей $n = 33$, значение экспериментальной статистики $T_{наб} = 33$ (число знаков «+»). При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ критическое значение статистики $T_{табл} = 23$.

Таким образом, $T_{наб} \geq T_{табл}$ и нулевая гипотеза отклоняется и принимается конкурирующая гипотеза H_1: «предлагаемая методика приобщения школьников к опыту творческой деятельности способствует улучшению гибкости мышления».

Для параметра «оригинальность» получаем общее количество ненулевых разностей $n = 33$, значение экспериментальной статистики $T_{наб} = 25$ (число знаков «+»). При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ критическое значение статистики $T_{табл} = 23$. Таким образом, $T_{наб} \geq T_{табл}$ и нулевая гипотеза отклоняется и принимается конкурирующая гипотеза H_1: «предлагаемая методика приобщения школьников к опыту творческой деятельности способствует улучшению оригинальности мышления».

Таким образом, анализ результатов исследования с помощью критерия знаков, определяет обоснованные многомерными статистическими методами различия в сторону повышения результатов общей креативности учащихся экспериментальной группы после эксперимента.

4. Проверим влияние предложенной методики на успеваемость учащихся по математике. Отдельно рассмотрим результаты по 7 и 8 классам. Таким образом, имеем 4 группы – две группы учащихся седьмых классов (КГ-7 и ЭГ-7) и две группы учащихся восьмых классов (КГ-8 и ЭГ-8).

Вычислим средний балл успеваемости в этих группах за 2002-2003 учебный год и за первую четверть 2004-2005 учебного года до проведения работы в лагере и после нее. Данные представлены в таблицах 6 и 7 и на диаграммах 4 и 5.

Таблица 6

Средняя успеваемость учащихся седьмого класса до и после проведения опытно-экспериментальной работы

2002-2003 учебный год		первая четверть 2004-2005 учеб. года	
КГ-7	ЭГ-7	КГ-7	ЭГ-7
4,2	4,3	3,8	4,6

Диаграмма 4

Средняя успеваемость учащихся седьмого класса до и после проведения опытно-экспериментальной работы

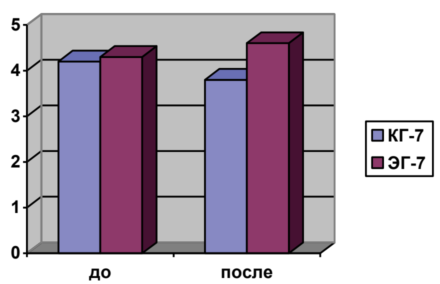


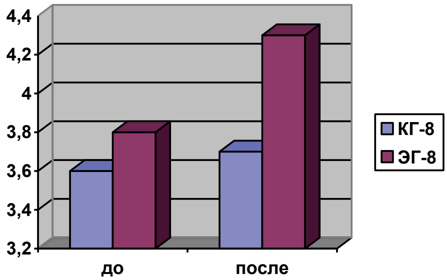
Таблица 7

Средняя успеваемость учащихся восьмого класса до и после проведения опытно-экспериментальной работы

2002-2003 учебный год		первая четверть 2004-2005 учеб. года	
КГ-8	ЭГ-8	КГ-8	ЭГ-8
3,6	3,8	3,7	4,3

Диаграмма 5

Средняя успеваемость учащихся седьмого класса до и после проведения опытно-экспериментальной работы



Представленные данные дают основание сделать следующие выводы.

Успеваемость в контрольной группе седьмого класса уменьшилась. На наш взгляд, это связано с началом изучения школьниками новых предметов – алгебры и геометрии. В восьмом контрольном классе успеваемость незначительно увеличилась.

Вместе с тем в экспериментальных группах наблюдается заметный рост успеваемости: в группе седьмого класса на 0,3 балла, в группе восьмого класса – на 0,5 баллов. Это позволяет сделать вывод о положительном изменении успеваемости в экспериментальных группах.

Таким образом, приобщение школьников к опыту творческой деятельности в ДМО с применением предложенной методики влияет на успеваемость учащихся по математике и значительно повышает ее.

Учитывая данные всех проведенных исследований и анализа результатов, можно сказать, что предложенная методика формирования творческой математической деятельности в ДМО существенно влияет на изменение параметров творческой деятельности школьников и, в частности, улучшает их.

Выводы по главе 2

1. В диссертационном исследовании разработана система задач для учащихся по теме «Графы» в соответствии с концепцией последовательного формирования репродуктивной, продуктивной, параллельно исследовательской и проектной, проектно-исследовательской учебной деятельности в рамках методической системы «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО».

2. Репродуктивная и продуктивная учебная деятельность школьников в ДМО осуществляется в процессе решения задач, направленных на формирование основных дидактических единиц – понятий, алгоритмов и математических предложений.

3. Исследовательская, проектная и проектно-исследовательская учебная деятельность школьников в ДМО формируется посредством решения системы творчески ориентированных задач.

При решении задач, формирующих исследовательскую учебную деятельность, организация деятельности не имеет существенной новизны, а содержание либо подбирается под алгоритм, либо скрывает его в значительной степени, что требует осознания этого алгоритма в новой учебной ситуации.

При решении задач, формирующих проектную учебную деятельность, содержание деятельности не имеет существенной новизны, а организация подразумевает возможность решения задач различными способами и применение новых содержательных идей, способствует формированию умений видеть знакомую ситуацию в незнакомой задаче.

При решении задач, формирующих проектно-исследовательскую деятельность школьникам предоставлены возможности выбора как новой организации деятельности, так и нового ее содержания.

4. В диссертационном исследовании описаны целесообразные и эффективные подходы к конструированию системы творчески ориентированных задач.

5. В рамках сконструированной модели организации учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО описаны разнообразные формы организации учебной творческой математической деятельности: занятия математического кружка, математические соревнования, школьная математическая печать, работа в школьном учебно-методическом кабинете, применение которой наиболее целесообразно для осуществления выделенных видов учебной деятельности школьников.

6. Результаты опытно-экспериментальной работы подтвердили эффективность предложенной методики формирования учебной творческой деятельности школьников в ДМО.

Заключение

Анализ философской, психолого-педагогической и математико-методической литературы по теме исследования показал, что проблема формирования творческой деятельности школьников в ДМО исследована недостаточно. Разрешение противоречия между значительным потенциалом творческой деятельности и недостаточной разработанностью теории и методики ее формирования при обучении школьников математике в ДМО потребовало исследования вопроса в различных его аспектах.

В процессе теоретического и экспериментального исследования поставленной научной проблемы в соответствии с задачами и целью исследования получены следующие основные выводы и результаты.

1. В результате анализа различных точек зрения по проблеме формирования творческой и учебной математической деятельности учащихся классифицированы виды учебной математической деятельности школьников в ДМО: репродуктивная, продуктивная, исследовательская, проектная, проектно-исследовательская. Среди них определено место учебной творческой математической деятельности.

2. Разработана концепция формирования учебной творческой математической деятельности в ДМО, в основание которой легла теория формирования учебной творческой математической деятельности школьников посредством последовательного осуществления репродуктивной, продуктивной, параллельно исследовательской и проектной, проектно-исследовательской учебной деятельности.

3. На основе предложенной концепции разработана методическая система «Учебная математическая деятельность школьников в ДМО», представленная целями, содержанием, методами, формами и средствами обучения.

4. В соответствии с концепцией разработаны подходы к конструированию системы творчески ориентированных задач.

5. На основе подходов построена система творчески ориентированных задач для учащихся по теме «Графы».

6. В рамках сконструированной модели организации учебной творческой математической деятельности школьников в ДМО описаны разнообразные формы организации учебной творческой математической деятельности: занятия математического кружка, математические соревнования, школьная математическая печать, работа в школьном учебно-методическом кабинете. Обоснована необходимость их применения в разных видах деятельности.

7. В ходе опытно-экспериментальной работы показано положительное влияние предложенной методики на параметры творческой деятельности учащихся. Основанием для вывода об эффективности разработанной методики явились количественные и качественные показатели использованных в ходе исследования тестов.

8. Теоретические положения и практические рекомендации, разработанные в диссертации, могут быть использованы учителями математики и педагогами дополнительного образования в их педагогической деятельности, как при изучении темы «Графы», так и при проведении занятий и при разработке учебных и методических пособий по изучению других тем школьного курса математики и его дополнительных глав.

Изложенное выше позволяет считать, что реализация методической системы формирования учебной математической деятельности в ДМО существенно улучшает параметры творческой деятельности школьников. Таким образом, подтверждена верность выдвинутой гипотезы и решены задачи исследования.

Библиографический список

1. Абакумов, Е. Кратчайшие сети [Текст] / Е. Абакумов, О. Ижболдин [и др.] // Квант. – 1990. – № 3. – С. 17-24.
2. Адамар, Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики [Текст] / Ж. Адамар. – М.: Советское радио, 1970. – 152 с.
3. Альхова, З. Н. Внеклассная работа по математике [Текст] / З. Н. Альхова, А. В. Макеева. – Саратов: Лицей, 2001. – 288 с.
4. Артемов, А. К. Об эвристических приемах при обучении геометрии в школе [Текст] / А. К. Артемов // Математика в школе. – 1973. – № 6. – С. 25-29.
5. Афанасьев, В. Введение в теорию вероятностей с помощью графов [Текст] / В. Афанасьев // Математика: прил. к газете «Первое сентября». – 1999. – № 35. – С. 8-12.
6. Афанасьев, С. П. Сто отрядных дел [Текст] / С. П. Афанасьев, С. В. Коморин. – Кострома: МЦ Вариант, 2000. – 112 с.
7. Бабанский, Ю. К. Рациональная организация учебной деятельности [Текст] / Ю. К. Бабанский. – М.: Знание, 1981. – 96 с.
8. Бабушкина, И. А. Конспекты занятий по информатике. Практикум по Турбо Паскалю [Текст]: учебное пособие / И. А. Бабушкина, Н. А. Бушмелева [и др.]. – Киров: Изд-во ВГПУ, 1997. – 280 с.
9. Балк, Г. Д. О применении эвристических приемов в школьном преподавании математики [Текст] / Г. Д. Балк // Математика в школе. – 1969. – № 5. – С. 21-28.
10. Балк, М. Б. Организация и содержание внеклассных занятий по математике [Текст] / М. Б. Балк. – М.: ГУПИ МП РСФСР, 1956. – 248 с.
11. Барболин, М. П. Головоломки и графы [Текст] / М. П. Барболин // Квант. – 1975. – № 2. – С. 59-61.
12. Бартенев, Ф. А. Метод перебора [Текст] / Ф. А. Бартенев, А. П. Савин // Квант. – 1982. – № 2. – С. 36-38.

13. Башмаков, М. И. Паросочетания и транспортные сети [Текст] / М. И. Башмаков // Квант. – 1970. – № 4. – С. 14-24.
14. Бекламов, Б. В. Применение теоремы Эйлера к некоторым задачам [Текст] / Б. В. Бекламов // Квант. – 1974. – № 10. – С. 17-19.
15. Белага, Э. Г. Арифметика на географической карте [Текст] / Э. Г. Белага // Квант. – 1974. – № 4. – С. 23-29.
16. Березина, Л. Ю. Графы и их применение [Текст]: пособие для учителей / Л. Ю. Березина. – М.: Просвещение, 1979. – 143 с.
17. Березина, Л. Ю. О графах с цветными ребрами [Текст] / Л. Ю. Березина // Квант. – 1973. – № 8. – С. 49-53.
18. Богоявленская, Д. Б. Пути к творчеству [Текст] / Д. Б. Богоявленская. – М.: Знание, 1981. – 96 с.
19. Богоявленская, Д. Б. Психология творческих способностей [Текст]: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Д. Б. Богоявленская. – М.: Академия, 2002. – 320 с.
20. Болтянский, В. Г. Плоские графы [Текст] / В. Г. Болтянский // Квант. – 1981. – № 7. – С. 11-16.
21. Болтянский, В. Г. Топология графов [Текст] / В. Г. Болтянский // Квант. – 1981. – № 6. – С. 5-10.
22. Вечтомов, Е. М. Метафизика математики [Текст]: монография / Е. М. Вечтомов. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2006. – 508 с.
23. Вильчек, В. М. Алгоритмы истории [Текст] / В. М. Вильчек. – М.: Аспект Пресс, 2004. – 219 с.
24. Волков, И. П. Учим творчеству [Текст]: опыт работы учителя / И. П. Волков. – М.: Педагогика, 1988. – 96 с.
25. Вульфсон, С. И. Уроки профессионального творчества [Текст]: учеб. пособие для студ. сред. спец. учеб. заведений / С. И. Вульфсон. – М.: Академия, 1999. – 160 с.
26. Выготский, Л. С. Воображение и творчество в детском возрасте [Текст] / Л.

С. Выготский. – СПб.: Союз, 1997. – 96 с.

27. Галкин, Е. В. Нестандартные задачи по математике: задачи логич. характера [Текст]: кн. для учащихся 5-11 кл. / Е. В. Галкин. – М.: Просвещение, 1996. – 160 с.
28. Гальперин, П. Я. Формирование начальных геометрических понятий на основе организации действий учащихся [Текст] / П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина // Вопросы психологии. – 1957. – № 1.
29. Ганеев, Х. Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике в средней школе [Текст]: дисс. …д-ра пед. наук / Х. Ж. Ганеев. – Екатеринбург, 1997. – 256 с.
30. Гарднер, М. Рамсеевская теория графов [Текст] / М. Гарднер // Квант. – 1988. – № 4. – С. 15-20.
31. Гарднер, М. Математические головоломки и развлечения [Текст] / М. Гарднер. – М.: Мир, 1999. – 447 с.
32. Гарднер, М. Математические досуги [Текст] / М. Гарднер. – М.: Оникс, 1995. – 496 с.
33. Гарднер, М. Математические новеллы [Текст] / М. Гарднер. – М.: Мир, 2000. – 415 с.
34. Генкин, С. А. Ленинградские математические кружки [Текст] / С. А. Генкин, И. В. Итенберг, Д. В. Фомин. – Киров: АСА, 1994. – 272 с.
35. Гервер, М. Л. Трехзначные числа и орграфы [Текст] / М. Л. Гервер // Квант. – 1987. – № 2. – С. 32-36.
36. Гик, Е. Я. Шахматно-математические заметки [Текст] / Е. Я. Гик // Квант. – 1971. – № 9. С. 52-55.
37. Гилфорд, Дж. Три стороны интеллекта [Текст] / Дж. Гилфорд // Психология мышления: сб. переводов / под ред. А.М. Матюшкина. – М.: Прогресс, 1965. – С. 433-456.
38. Глушанков, Е. Переключательная игра Шеннона [Текст] / Е. Глушанков, П. Певзнер // Квант. – 1980. – № 9. – С.14-21.

39. Гнеденко, Б. В. О математическом творчестве [Текст] / Б. В. Гнеденко // Математика в школе. – 1979. – № 6. – С. 16.

40. Головина, Л. И. Графы и их приложения [Текст] / Л. И. Головина // Математика в школе. – 1965. – № 3. – С. 4-15.

41. Горбачев, Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике [Текст] / Н. В. Горбачев. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с.

42. Горбачева, Н. В. Метод аналогии как средство развития творческого мышления учащихся при обучении их элементам сферической геометрии [Текст]: дисс. …канд. пед. наук / Н. В. Горбачева. – Омск, 2001. – 213 с.

43. Горев, П. М. Виды учебной деятельности школьников [Текст] / П. М. Горев // Проблемы подготовки учителя математики к преподаванию в профильных классах: тезисы докладов XXV Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педвузов. – Киров, Москва, 2006. – С.209-211.

44. Горев, П. М. Журнал математического кружка как средство развития творческих способностей школьников [Текст] / П. М. Горев // Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России: тезисы докладов III Всероссийской научной конференции. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. – С. 68.

45. Горев, П. М. Материалы к проведению школьной олимпиады по математике в 5-9 классах [Текст] / П. М. Горев. – Киров, 2000. – 8 с.

46. Горев, П. М. О направлениях работы методического кабинета в условиях современного вуза [Текст] / П. М. Горев // Современные проблемы школьного и вузовского математического образования: тезисы докладов XXIV Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педвузов / Под ред. А. Г. Мордковича, И. К. Кондауровой. – М.: Изд-во МГПУ, Саратов: Изд-во СГУ, 2005. – С. 36-37.

47. Горев, П. М. О роли дополнительного математического образования в социализации личности школьника [Текст] / П. М. Горев // Проблемы соци-

ального самоопределения учащейся молодежи в условиях современного общества: материалы международной научно-практической конференции. – Киров, Изд-во ВятГГУ, 2003. – С. 490-492.

48. Горев, П. М. Об использовании учебных проектов в подготовке будущих учителей математики [Текст] / П. М. Горев // Актуальные проблемы преподавания математики в педагогических вузах и средней школе: тезисы докладов XXIII Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педвузов. – Челябинск, Москва, 2004. – С. 38-39.
49. Горев, П. М. Об организации системы дополнительного математического образования в средней школе [Текст] / П. М. Горев // Вопросы технологии в обучении математике: материалы региональной научно-практической конференции «Преподавание математики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики». – Глазов: Изд-во Глазов. гос. пед. ин-та, 2003. – С. 36-39.
50. Горев, П. М. Организация учебной деятельности школьников в системе дополнительного математического образования [Текст] / П. М. Горев // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона: периодический межвузовский сборник научно-методических работ. Выпуск 7. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2005. – С. 192-199.
51. Горев, П. М. Приобщение школьников к творческой учебной деятельности на внеклассных занятиях по математике [Текст] / П. М. Горев // Вестник Поморского университета. Серия «Физиологические и психолого-педагогические науки». – 2006. – № 5. – С. 160-163.
52. Горев, П. М. Развитие личности школьника в кружке по решению нестандартных математических задач [Текст] / П. М. Горев // Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на международную научную конференцию «57 Герценовские чтения». – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2004. – С. 151-152.

53. Горев, П. М. Система внеклассной работы по математике в средней школе № 21 города Кирова [Текст] / П. М. Горев // Российские регионы: проблемы, суждения, поиск путей развития: тезисы IV межрегиональной научно-практической конференции. – Киров: ВСЭИ, 2001. – С. 174.
54. Горяев, Н. А. Развитие творческой деятельности учащихся при обучении математике в средней школе в системе укрупненных дидактических единиц [Текст]: дисс. …канд. пед. наук / Н. А. Горяев. – М., 1997. – 167 с.
55. Готман, Э. Г. Задача одна – решения разные: геометрические задачи [Текст]: кн. для учащихся / Э. Г. Готман, З. А. Скопец.- М.: Просвещение, 2000. – 224 с.
56. Гузик, Н. П. Учить учиться [Текст]: из опыта работы / Н. П. Гузик. – М.: Педагогика, 1981. – 88 с.
57. Гусев, В. А. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах [Текст]: кн. для учителя / В. А. Гусев, А. И. Орлов, А. Л. Розенталь. – М.: Просвещение, 1984. – 286 с.
58. Гусев, В. А. Как помочь ученику полюбить математику? / В. А. Гусев. – М.: Авангард, 1994. – 168 с.
59. Гусев, В. А. Психолого-педагогические основы обучения математике [Текст] / В. А. Гусев. – М.: Вербум-М, Академия, 2003. – 432 с.
60. Дидактические и психологические основания образовательной технологии [Текст] / М. Е. Бершадский, В. В. Гузеев. – М.: Центр «Педагогический поиск», 2003. – 256 с.
61. Дистерверг, А. Избранные педагогические сочинения [Текст] / А. Дистерверг. – М., 1956. – 380 с.
62. Дорофеев, Г. В. Гуманитарно-ориентированный курс – основа учебного предмета «Математика» в общеобразовательной школе [Текст] / Г. В. Дорофеев // Математика в школе. – 1997. – № 4. – С. 59-66.
63. Дружинин, В. Н. Психология общих способностей [Текст] / В. Н. Дружинин. – СПб.: Питер, 1999. – 368 с.

64. Дубров, А. М. Многомерные статистические методы [Текст]: учебник / А. М. Дубров, В. С. Мхитарян, Л. И. Трошин. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 352 с.
65. Дырченко, И. И. О воспитании у учащихся творческого подхода к решению задач [Текст] / И. И. Дырченко // Математика в школе. – 1961. – № 2. – С. 40-44.
66. Евладова, Е. Б. Дополнительное образование детей [Текст]: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Е. Б. Евладова, Л. Г. Логинова, Н. Н. Михайлова. – М.: ВЛАДОС, 2002. – 352 с.
67. Евстигнеев, В. Графы и программы [Текст] / В. Евстигнеев // Квант. – 1981. – № 3. – С. 18-22.
68. Егорова, Н. Н. Формирование культуры мышления учащихся 5-6 классов при обучении математике в контексте деятельностного подхода [Текст]: дисс. … канд. пед. наук / Н. Н. Егорова. – Н. Новгород, 2003. – 207 с.
69. Епишева, О. Б. Деятельностный подход как основа проектирования методической системы [Текст]: автореф. дисс. … докт. пед. наук / О. Б. Епишева. – М., 1999. – 54 с.
70. Епишева, О. Б. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности [Текст]: книга для учителя / О. Б. Епишева, В. И. Крупич. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.
71. Зверева, А. Т. Технологии обучения математике [Текст]: учебное пособие / А. Т. Зверева. – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2004. – 158 с.
72. Зеленина, Н. А. Заключительный этап решения геометрических задач в основной школе [Текст]: дис. ... канд. пед. наук / Н. А. Зеленина. – Киров, 2004. – 158 с.
73. Зильберберг, Н. И. Приобщение к математическому творчеству [Текст] / Н. И. Зильберберг. – Уфа: Башкирское книжное изд-во, 1988. – 96 с.
74. Иванова, Н. Н. Развитие творческих способностей учащихся на факультативных занятиях по математике [Текст] / Н. Н. Иванова // Воспитание уча-

щихся при обучении математике: книга для учителя: из опыта работы / Сост. Л. Ф. Пичурин. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.

75. Иванова, Т. А. Гуманитаризация общего математического образования [Текст]: монография / Т. А. Иванова. – Нижний Новгород: Изд-во НГПУ, 1998. – 206 с.
76. Игнатьев, Е. И. В царстве смекалки [Текст] / Е. И. Игнатьев. – М.: Наука, 1982. – 208 с.
77. Исследование операций в экономике [Текст]: учеб. пособие для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко [и др.]; под ред. Н. Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2004. – 407 с.
78. Канель-Белов, А. Я. Как решают нестандартные задачи [Текст] / А. Я. Канель-Белов, А. К. Ковальджи; под ред. В. О. Бугаенко. – М.: МЦНМО, 2004. – 96 с.
79. Канель-Белов, А. Я. Подготовительные задачи к LVII Московской математической олимпиаде 1994 года для 8-11 классов [Текст] / А. Я. Канель-Белов, А. К. Ковальджи, Н. Б. Васильев. – М.: Treade publishers, 1994. – 80 с.
80. Канин, Е. С. Учебные математические задачи [Текст]: учебное пособие / Е. С. Канин. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. – 154 с.
81. Кац, М. Г. О плоских правильных графах [Текст] / М. Г. Кац // Квант. – 1975. – № 11. – С. 12-15.
82. Ковалев, А. Г. Психологические особенности человека [Текст]: в 2 т. Т. 2: Способности / А. Г. Ковалев, В. Н. Мясищев. – Изд-во ЛГУ, 1960.
83. Концепция математического образования (в 12-летней школе) [Текст] // Математика в школе. – 2000. – № 2. – С. 13-18.
84. Концепция структуры и содержания общего среднего образования (в 12-летней школе) [Текст] // Математика в школе. – 2000. – № 2. – С. 6-13.
85. Коровкина, Г. А. Развитие творческой активности подростков в процессе учебно-воспитательной деятельности центра народного творчества [Текст]: дис. ... канд. пед. наук / Г. А. Коровкина. – М., 1996. – 170 с.

86. Крымова, Л. Н. Метод проектов в обучении математике [Текст] / Л. Н. Крымова // Математика в школе. – 2006. – № 4. – С. 62-68.
87. Кузнецова, Е. В. Элементы творческой деятельности учащихся 5-6 классов при решении занимательных задач [Текст] / Е. В. Кузнецова // Математика в школе. – 1997. – № 5. – С. 66-72.
88. Курант, Р. Что такое математика? [Текст] / Р. Курант, Г. Роббинс. – М.: Просвещение, 1967. – 560 с.
89. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики [Текст]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Е. И. Лященко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко [и др.]; под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.
90. Леонтьев, А. Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст] / А. Н. Леонтьев. – М.: Политиздат, 1977. – 358 с.
91. Лернер, И. Я. Проблемное обучение [Текст] / И. Я. Лернер. – М.: Знание, 1974. – 64 с.
92. Лернер, И. Я. Развивающее обучение с дидактических позиций [Текст] / И. Я. Лернер // Педагогика. – 1996. – № 2. – С. 7-11.
93. Липатов, Е. П. Теория графов и ее применения [Текст] / Е. П. Липатов. – М.: Знание, 1986. – 32 с. – (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Математика, кибернетика»; № 2).
94. Ляшко, О. В. Почему не уменьшится сопротивление [Текст] / О. В. Ляшко // Квант. – 1985. – № 1. – С. 10-15.
95. Лященко, Е. И. К вопросу о системно-структурном подходе в определении содержания предмета математики 4-5 классов [Текст] / Е. И. Лященко // Системно-структурный подход к определению содержания предмета математики: сб. научн. трудов. – Минск: НИИ педагогики БССР, 1975. – С. 5-53.
96. Макарова, Л. Н. Технологии профессионально-творческого саморазвития учащихся [Текст] / Л. Н. Макарова, И. А. Шаршов. – М.: ТЦ Сфера, 2005. – 96 с.
97. Маслова, С. В. Задачи на поиск закономерностей как средство формирова-

ния творческой деятельности младших школьников при обучении математике [Текст]: дисс. …канд. пед. наук / С. В. Маслова. – Саранск, 1996. – 162 с.

98. Математика в образовании и воспитании / Сост. В. Б. Филиппов. – М.: ФАЗИС, 2000. – 256 с.
99. Матюшкин, А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении [Текст] / А. М. Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 208 с.
100. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика [Текст]: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / А. Я. Блох, Е. С. Канин, Н. Г. Килина [и др.]; сост. Р. С. Черкасов, А. А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.
101. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика [Текст]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, В. Я. Саннинский.- М.: Просвещение, 1980. – 368 с.
102. Мышление учителя [Текст] / Под ред. Ю. Н. Кулюткина, Г. С. Сухобской. – М.: Педагогика, 1990. – 104 с.
103. Недемейер, Ф. Сопротивление ребер многомерного куба [Текст] / Ф. Недермейер, Я. А. Смородинский // Квант. – 1986. – № 6. – С. 21-24.
104. Немов, Р. С. Практическая психология: познание себя, влияние на людей [Текст] / Р. С. Немов. – М.: ВЛАДОС, 2001. – 320 с.
105. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст]: учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров; под ред. Е. С. Полат. – М.: Академия, 2003. – 272 с.
106. Ньюэлл, А. Процессы творческого мышления [Текст] / А. Ньюэлл, Дж. Шоу, Г. Саймон // Психология мышления: сб. переводов / под ред. А. М. Матюшкина. – М.: Прогресс, 1965. – С. 500-529.
107. Окулов, С. М. Информатика в задачах [Текст] / С. М. Окулов, А. А. Пестов,

О. А. Пестов. – Киров: Изд-во ВГПУ, 1998. – 343 с.

108. Оре, О. Графы и их применение [Текст] / О. Оре. – М.: УРСС, 2002. – 168 с.

109. Патяко, Г. И. Педагогические условия развития творческой активности школьников в процессе групповых форм обучения [Текст]: дис. ... канд. пед. наук / Г. И. Патяко. – М., 1996. – 219 с.

110. Певчева, Т. В. Обучение самостоятельной постановке проблемных вопросов и составлению задач как условие развития творческих возможностей учащихся [Текст]: дисс. …канд. пед. наук / Т. В. Певчева. – М. 1994. – 233 с.

111. Перминов, Е. А. Дискретная математика [Текст]: учеб. пособие для 8-9 классов средней общеобразоват. школы / Е. А. Перминов. – Екатеринбург: ИРРО, 2004. – 206 с.

112. Петраков, И. С. Математические кружки в 8-10 классах [Текст]: кн. для учителя / И. С. Петраков. – М.: Просвещение, 1987. – 224 с.

113. Пойа, Д. Как решать задачу [Текст] / Д. Пойа. – Львов: Квантор, 1991. – 216 с.

114. Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения [Текст] / Д. Пойа. – М.: Наука, 1975. – 464 с.

115. Пономарев, Я. А. Психология творчества [Текст] / Я. А. Пономарев // Тенденции развития психологической науки. – М.: Наука, 1988. – С. 21-25.

116. Пономарев, Я. А. Психология творчества и педагогика [Текст] / Я. А. Пономарев. – М.: Педагогика, 1976. – 280 с.

117. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев: Математика. 5 – 11 кл. [Текст] / Сост. Г. М. Кузнецова, Н. Г. Миндюк. – М.: Дрофа, 2002. – 320 с.

118. Просветов, Г. И. Математические методы в экономике [Текст]: учебно-методическое пособие / Г. И. Просветов. – М.: РДЛ, 2005. – 160 с.

119. Пуанкаре, А. О науке [Текст] / А. Пуанкаре. – М.: Наука, 1983. – 736 с.

120. Пунский, В. О. Азбука учебного труда [Текст]: кн. для учителя: обобщение передового пед. опыта / В. О. Пунский. – М.: Просвещение, 1988. – 144 с.

121. Развитие учащихся в процессе обучения математике: Межвузовский сборник

научных трудов. – Н. Новгород: НГПИ им. М. Горького, 1992. – 139 с.

122. Разумовский, В. Г. Развитие творческих способностей учащихся в процессе обучения физике [Текст]: пособие для учителей / В. Г. Разумовский. – М.: Просвещение, 1975. – 272 с.
123. Рейтман, М. И. Транспортная задача [Текст] / М. И. Рейтман // Квант. – 1974. – № 7. – С. 13-20.
124. Рогов, Е. И. Психология познания [Текст] / Е. И. Рогов. – М.: ВЛАДОС, 1998. – 176 с.
125. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии [Текст] / С. Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2002. – 720 с.
126. Савин, А. П. Графы [Текст] / А. П. Савин // Квант. – 1994. – № 6. – С. 32-33.
127. Савин, А. П. Рисунок помогает рассуждать [Текст] / А. П. Савин // Квант. – 1986. – № 4. – С. 28-30.
128. Саранцев, Г. И. Гуманитаризация математического образования: состояние, проблемы [Текст] / Г. И. Саранцев // Гуманитаризация среднего и высшего математического образования: методология, теория и практика: материалы Всероссийской научной конференции. Саранск, 18-20 сентября 2002 г. Часть 1 / Мордов. гос. пед. ин-т. – Саранск, 2002.
129. Саранцев, Г. И. Диалектический подход к осмыслению понятия «знание» [Текст] / Г. И. Саранцев // Математический вестник педвузов Волго-Вятского региона: периодический сборник научно-методических работ. Вып. 3. – Киров: Изд-во ВГПУ, 2001. – С. 121-129.
130. Саранцев, Г. И. Методология методики обучения математике [Текст] / Г. И. Саранцев. – Саранск: Красный Октябрь, 2001. – 144 с.
131. Саранцев, Г. И. Обучение методу аналогии [Текст] / Г. И. Саранцев, Л. С. Лунина // Математика в школе. – 1989. – № 4. – С. 42-46.
132. Семенов, Е. Е. Размышления об эвристиках [Текст] / Е. Е. Семенов // Математика в школе. – 1995. – № 5. – С. 39-43.
133. Сергеев, И. С. Как организовать проектную деятельность учащихся

[Текст]: практическое пособие для работников общеобразоват. учреждений / И. С. Сергеев. – М.: АРКТИ, 2005. – 80 с.

134. Система [Текст] // Большая советская энциклопедия. Т. 23. – М.: Советская энциклопедия, 1976. – С. 463-464.
135. Соколов, В. Н. Педагогическая эвристика: введение в теорию и методику эвристической деятельности [Текст]: учебное пособие для студентов высш. учеб. заведений / В. Н. Соколов. – М.: Аспект Пресс. 1995. – 255 с.
136. Спицнадель, В. Н. Основы системного анализа [Текст]: учеб. пособие / В. Н. Спицнадель. – СПб.: Бизнесс-пресса, 2000. – 326 с.
137. Столяр, А. А. Педагогика математики [Текст] / А. А. Столяр. – Минск: Выш. шк., 1986. – 414 с.
138. Талызина, Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний [Текст] / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 168 с.
139. Тамберг, Ю. Г. Как научить ребенка думать [Текст]: учебное пособие / Ю. Г. Тамберг. – СПб.: Изд-во «Михаил Сизов», 2002. – 320 с.
140. Тестов, В. А. Стратегия обучения математике [Текст] / В. А. Тестов. – М.: Технологическая Школа Бизнеса, 1999. – 304 с.
141. Ткачева, М. В. Элементы статистики и вероятность [Текст]: учеб. пособие для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова. – М.: Просвещение, 2005. – 112 с.
142. Тюина, Н. С. Формирование анализа через синтез как приема творческой деятельности младших школьников в обучении математике [Текст]: дисс. …канд. пед. наук / Н. С. Тюина. – Саранск, 2003. – 144 с.
143. Тюрин, Ю. Н. Анализ данных на компьютере [Текст] / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров; под ред. В. Э. Фигурнова. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 544 с.
144. Уткина, Т. И. Обучение учащихся составлению геометрических задач как средство развития их творческих способностей [Текст] / Т. И. Уткина // Развитие учащихся в процессе обучения математике: межвузовский сборник научных трудов. – Н. Новгород: НГПИ им. М. Горького, 1992. – С. 46-52.

145. Философский энциклопедический словарь [Текст]. – М.: Советская энциклопедия, 1989. – 815 с.

146. Фосс, В. Элементы теории графов [Текст] / В. Фосс // Квант. – 1973. – № 8. – С. 55-59.

147. Фридман, Л. М. Как научиться решать задачи [Текст] / Л. М. Фридман. – М.: МПСИ, Воронеж: МОДЭК, 1999. – 240 с.

148. Фройденталь, Г. Математика как педагогическая задача [Текст]: в 2 ч. Ч. 1 / Г. Фройденталь. – М.: Просвещение, 1982. – 208 с.

149. Хинчин, А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики [Текст] / А. Я. Хинчин // Повышение эффективности обучения математике в школе / Сост. Г. Д. Глейзер. – М.: Просвещение, 1989. – С. 18-37.

150. Шамова, Т. И. Активизация учения школьников [Текст] / Т. И. Шамова. – М.: Педагогика, 1982. – 96 с.

151. Шварцбурд, С. И. О развитии интересов, склонностей и способностей учащихся к математике [Текст] / С. И. Шварцбурд // Математика в школе. – 1964. – № 6. – С. 32-37.

152. Шварцман, З. О. Развитие творческих способностей учащихся на внеурочных занятиях по математике [Текст] / З. О. Шварцман. – М.: Просвещение, 1987. – 126 с.

153. Шень, А. Программирование: теоремы и задачи [Текст] / А. Шень. – М.: МЦНМО, 1995. – 264 с.

154. Шумилин, А. Т. Проблемы теории творчества [Текст] / А. Т. Шумилин. – М.: Высшая школа, 1989. – 143 с.

155. Щукина, Г. И. Роль деятельности в учебном процессе [Текст] / Г. И. Щукина. – М.: Просвещение, 1986. – 142 с.

156. Эвнин, А. Ю. Исследование математической задачи как средство развития творческих способностей учащихся [Текст]: дисс. …канд. пед. наук / А. Ю. Эвнин. – Киров, 2000. – 132 с.

Приложение 1

Программа
работы летнего математического лагеря
при школе № 21 г. Кирова

Время	*Отряд 7-1*	*Отряд 7-2*	*Отряд 8-1*	*Отряд 8-2*
2 июня, среда				
08-30 – 09-00	Торжественное открытие смены			
09-00 – 10-00	Игра-конкурс «Интеллектуальный марафон» (I) (индивидуальный зачет)			
10-10 – 10-50	Наши проекты (лекционно-семинарское занятие) – организационное занятие			
11-00 – 11-40	Психолого-педагогическое тестирование	Наши проекты (совместно с 8-2)	Психолого-педагогическое тестирование	Наши проекты (совместно с 7-2)
11-50 – 12-30	Наши проекты (совместно с 8-1)	Психолого-педагогическое тестирование	Наши проекты (совместно с 7-1)	Психолого-педагогическое тестирование
12-40 – 13-20	Игра-конкурс «Завалинка» (командный зачет)			
13-20 – 13-30	Общий сбор: итоги дня			
3 июня, четверг				
08-30 – 08-40	Общий сбор: план на день			
08-50 – 09-30	Математика (лекционное занятие)		Математика (лекционное занятие)	
09-40 – 10-20	Уроки интеллектуального творчества	Математика	Психологический тренинг	Математика
10-30 – 11-10	Математика	Уроки интеллектуального творчества	Математика	Психологический тренинг
11-20 – 12-00	Наши проекты (совместно с 8-1)	Наши проекты (совместно с 8-2)	Наши проекты (совместно с 7-1)	Наши проекты (совместно с 7-2)
12-10 – 13-20	Игра-конкурс «Математическая карусель» (командный зачет)			
13-20 – 13-30	Общий сбор: итоги дня			
4 июня, пятница				
08-30 – 08-40	Общий сбор: план на день			
08-50 – 09-30	Математика (лекционное занятие)		Математика (лекционное занятие)	
09-40 – 10-20	Математика	Психологический тренинг	Математика	Уроки интеллектуального творчества
10-30 – 11-10	Психологический тренинг	Математика	Уроки интеллектуального творчества	Математика
11-20 – 12-00	Наши проекты (совместно с 8-1)	Наши проекты (совместно с 8-2)	Наши проекты (совместно с 7-1)	Наши проекты (совместно с 7-2)
12-10 – 13-20	Игра-конкурс «Супервикторина» (командный зачет)			
13-20 – 13-30	Общий сбор: итоги дня			
5 июня, суббота				
08-30 – 08-40	Общий сбор: план на день			
08-50 – 09-30	Уроки интеллектуального творчества	Математика	Психологический тренинг	Математика
09-40 – 10-20	Математика	Уроки интеллектуального творчества	Математика	Психологический тренинг
10-30 – 11-10	Игра-конкурс «Математический Брейн-ринг» (командный зачет)			
11-20 – 11-30	Общий сбор: итоги дня			

7 июня, понедельник				
08-30 – 08-40	Общий сбор: план на день			
08-50 – 09-30	Математика (лекционное занятие)		Математика (лекционное занятие)	
09-40 – 10-20	Математика	Психологический тренинг	Математика	Уроки интеллектуального творчества
10-30 – 11-10	Психологический тренинг	Математика	Уроки интеллектуального творчества	Математика
11-20 – 12-00	Наши проекты (совместно с 8-1)	Наши проекты (совместно с 8-2)	Наши проекты (совместно с 7-1)	Наши проекты (совместно с 7-2)
12-10 – 13-20	Игра-конкурс «Математическая перестрелка» (личный зачет)			
13-20 – 13-30	Общий сбор: итоги дня			
8 июня, вторник				
09-00 – 10-30	Общий сбор, выезд в пос. Порошино			
10-30 – 11-30	Игра-конкурс с препятствиями «Логический лабиринт» (командный зачет)			
11-30 – 12-30	Костер Дружбы			
12-30 – 14-00	Общий сбор: итоги дня, награждение победителей, возвращение в Киров			
9 июня, среда				
08-30 – 08-40	Общий сбор: план на день			
08-50 – 09-30	Математика (лекционное занятие)		Математика (лекционное занятие)	
09-40 – 10-20	Уроки интеллектуального творчества	Математика	Психологический тренинг	Математика
10-30 – 11-10	Математика	Уроки интеллектуального творчества	Математика	Психологический тренинг
11-20 – 12-00	Наши проекты (совместно с 8-1)	Наши проекты (совместно с 8-2)	Наши проекты (совместно с 7-1)	Наши проекты (совместно с 7-2)
12-10 – 13-20	Игра-конкурс «Математическое ориентирование» (командный зачет)			
13-20 – 13-30	Общий сбор: итоги дня			
10 июня, четверг				
08-30 – 08-40	Общий сбор: план на день			
08-50 – 09-30	Наши проекты (совместно с 8-1)	Психологический тренинг	Наши проекты (совместно с 7-1)	Уроки интеллектуального творчества
09-40 – 10-20	Психологический тренинг	Наши проекты (совместно с 8-2)	Уроки интеллектуального творчества	Наши проекты (совместно с 7-2)
10-30 – 12-00	Решение задач к математическому бою	Решение задач к математическому бою	Решение задач к математическому бою	Решение задач к математическому бою
12-10 – 13-20	Математические бои: 7.1 – 7.2, 8.1 – 8.2			
13-20 – 13-30	Общий сбор: итоги дня			
11 июня, пятница				
08-30 – 08-40	Общий сбор: план на день			
08-50 – 09-30	Психолого-педагогическое тестирование	Психолого-педагогическое тестирование	Психолого-педагогическое тестирование	Психолого-педагогическое тестирование
09-40 – 11-20	Конференция по защите подготовленных проектов			
11-20 – 11-30	Торжественное закрытие смены			

Приложение 2

Тест креативности: описание и критерии оценки

Задание 1. Использование предметов

Задача. Перечислить как можно больше необычных способов использования предмета. Время выполнения задания – 3 мин.

Оценивание. *Беглость* – суммарное число уместных ответов (по 1 баллу). *Гибкость* – число классов ответов (по 3 балла). *Оригинальность* – число ответов, встречающихся 1 раз на выборке в 30–40 человек (по 5 баллов).

Задание 2. Выражения

Задача. Придумать предложения, состоящие из четырех слов, каждое из которых начинается с указанной буквы. Время выполнения задания – 5 мин.

Оценивание. *Беглость* – число придуманных предложений (по 1 баллу). *Гибкость* – число слов, используемых испытуемым (по 1 балу). *Оригинальность* – число смысловых предложений встречающихся 1 раз на выборке в 30–40 человек (по 5 баллов).

Задание 3. Словесная ассоциация

Задача. Привести как можно больше определений для общеупотребительного слова. Время выполнения задания – 3 мин.

Оценивание. *Беглость* – суммарное число приведенных определений (по 1 баллу). *Гибкость* – число классов ответов (по 3 балла). *Оригинальность* – число ответов, встречающихся 1 раз на выборке в 30–40 человек (по 5 баллов).

Задание 4. Составление изображений

Задача. Нарисовать три заданных объекта и один на свободную тему, пользуясь определенным набором из 4 фигур. Время выполнения – 8 мин.

Оценивание. *Беглость* – число деталей (по 0,1 баллу). *Гибкость* – число категорий фигур в каждом рисунке отдельно (по 1 балу). *Оригинальность* – число смысловых элементов рисунка встречающихся 1 раз на выборке в 30–40 человек (по 3 балла) и оригинальность рисунка № 4 (5 баллов).

Задание 5. Эскизы

Задача. Превратить в различные изображения одинаковые фигуры, приводимые в 18 квадратах и подписать рисунки. Время выполнения – 8 мин.

Оценивание. *Беглость* – суммарное число приведенных определений (по 1 баллу). *Гибкость* – число классов ответов (по 3 балла). *Оригинальность* – число ответов, встречающихся 1 раз на выборке в 30–40 человек (по 5 баллов).

Приложение 3

Правила «Математической карусели»

«Математическая карусель» – это командное соревнование по решению задач. Побеждает в нем команда, набравшая наибольшее число очков. Задачи решаются на двух рубежах – исходном и зачетном, но очки начисляются только за задачи, решенные на зачетном рубеже. В начале игры все члены команды располагаются на исходном рубеже, причем им присвоены номера от 1 до 6. По сигналу ведущего команды получают задачу и начинают ее решать. Если команда считает, что задача решена, ее представитель, имеющий номер 1, предъявляет решение судье. Если оно верное, игрок №1 переходит на зачетный рубеж и получает задачу там, а члены команды, оставшиеся на исходном рубеже, тоже получают новую задачу. В дальнейшем члены команды, находящиеся на исходном и зачетном рубежах, решают разные задачи независимо друг от друга.

Чтобы понять следующую часть правил, надо представить себе, что на каждом рубеже находящиеся на нем члены команды выстроены в очередь. Перед началом игры на исходном рубеже они идут в ней в порядке номеров. Если члены команды, находящиеся на каком-либо из двух рубежей, считают, что они решили очередную задачу, решение предъявляет судье игрок, стоящий в очереди первым. Если решение правильное, то с исходного рубежа этот игрок переходит на зачетный, а на зачетном возвращается на свое место в очереди. Если решение неправильное, то на исходном рубеже игрок возвращается на свое место в очереди, а с зачетного переходит на исходный. Игрок, перешедший с одного рубежа на другой, становится в конец очереди. И на исходном, и на зачетном рубежах команда может в любой момент отказаться от решения задачи. При этом задача считается нерешенной.

После того, как часть команды, находящаяся на каком-либо из двух рубежей, рассказала решение очередной задачи или отказалась решать ее дальше, она получает новую задачу. Если на рубеже в этот момент нет ни одного участника, задача начинает решаться тогда, когда этот участник там появляется.

За первую верно решенную на зачетном рубеже задачу команда получает 3 балла. Если команда на зачетном рубеже верно решает несколько задач подряд, то за каждую следующую задачу она получает на 1 балл больше, чем за предыдущую. Если же очередная задача решена неверно, то цена следующей задачи зависит от ее цены следующим образом. Если цена неверно решенной задачи была больше 6 баллов, то следующая задача стоит 5 баллов. Если цена неверно решенной задачи была 4, 5 или 6 баллов, то следующая задача стоит на балл меньше. Если же неверно решенная задача стоила 3 балла, то следующая задача тоже стоит 3 балла.

Игра для команды оканчивается, если а) кончилось время, б) кончились задачи на зачетном рубеже, в) кончились задачи на исходном рубеже, а на зачетном рубеже нет ни одного игрока. Время игры, количество исходных и зачетных задач заранее оговаривается. Игра оканчивается, если она закончилась для всех команд.

Приложение 4

Вариант «Математической карусели» для учащихся пятых классов

Задачи исходного рубежа

1. У продавца было два куска ткани по 36 м. Он продал ткань кусками по 3 м. Сколько раз ему пришлось резать ткань?
2. Три курицы за три дня снесли три яйца. Сколько яиц снесут 12 куриц за 12 дней?
3. Квадрат со стороной 1 м разрезали на квадраты со стороной 4 см и выложили в ряд. Найти длину ряда.
4. Из числа 12345123451234512345 вычеркните 10 цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число.
5. Если я захочу купить 4 карандаша, то мне не хватит 3 рубля, а если я куплю 3 карандаша, то у меня останется 6 рублей. Сколько у меня денег?
6. Разрежьте прямоугольник 2×1 на 3 части, из которых можно составить квадрат.
7. Найти двузначное число, которое в 3 раза больше суммы своих цифр.
8. Электронные часы показывают цифры часов и минут (например, 13:10). Какая наибольшая сумма цифр может быть на таких часах?
9. Сторона квадратной изгороди 10 м, через каждые 2 м, начиная с угла, стоит столбик. Сколько всего столбиков в изгороди?
10. По какой цене за кг нужно продавать смесь конфет «Солнышко» и «Луна», если цена «Солнышка» 50 рублей за кг, цена «Луны», – 70 рублей, и в смеси «Луны» втрое больше, чем «Солнышка»?
11. Винни-Пуху подарили бочонок с медом, весом 7 кг. Когда он съел половину меда, бочонок стал весить 4 кг. Сколько весил пустой бочонок?
12. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2?

Задачи зачетного рубежа

1. 20 банок варенья расставили трех полках в погребе так, что на каждой полке стояло одинаковое количество литров варенья. На первую полку поставили одну большую и четыре средних банки, на вторую – две большие и шесть литровых банок, а на третью одну большую, три средних и три литровых банки. Сколько литров варенья сварили?
2. Из двух одинаковых железных проволок кузнец сковал по одной цепи. Первая содержит 80 одинаковых звеньев, а вторая – 100. Каждое звено первой цепи на 5 грамм тяжелее каждого звена второй цепи. Какова была масса каждой проволоки?
3. Когда отцу было 27 лет, сыну было 3 года, а сейчас сыну в три раза меньше лет, чем отцу. Сколько лет сейчас каждому их них?
4. В кабинете директора, в котором проходят совещания, стоят стулья на 4 ножках и табуретки на 3 ножках. Когда все уселись, то свободных мест не осталось, а сумма количества ног у сидящих и ножек у сидений оказалось равной 39. Сколько в кабинете директора стульев и сколько табуреток?

5. Какую последнюю цифру имеет произведение всех нечётных чисел от 1 до 99?
6. Из книги выпал кусок, начинающийся со страницы 387 и заканчивающийся страницей, номер которой состоит из тех же цифр, но в другом порядке. Сколько страниц выпало?
7. По контракту работник должен был получать 48 рублей в день. За прогул из заработка вычитали 12 рублей. Через 30 дней выяснилось, что работник ничего не заработал. Сколько дней он работал?
8. Принесли пять чемоданов и пять ключей от них. Укажите наименьшее число проб, достаточных для того, чтобы подобрать ключ к каждому из них?
9. Вася пошел с папой в тир. Папа разрешил ему сделать 5 выстрелов, а за каждое попадание – еще 2 выстрела. Всего Вася сделал 25 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?
10. Часы со стрелками отстают на 6 минут в сутки. Через сколько суток часы покажут правильное время?
11. За один ход разрешается умножить число на 2 или прибавить к нему 1. За какое наименьшее число ходов можно из 1 получить 99?
12. 15 одинаковых шариков можно сложить в виде треугольника, но нельзя сложить в виде квадрата – одного шарика не хватает. Из какого количества шариков, не превосходящего 50, можно сложить как треугольник, так и квадрат?
13. На какое наибольшее число частей можно разрезать круглый торт пятью прямолинейными разрезами?
14. Сколько существует различных квадратов со сторонами, идущими по линиям сетки квадрата 8×8?
15. Что больше: 88…8×33…3 или 44..4×66…67 (в каждом сомножителе 2003 цифры)? На сколько?
16. Найдите семь таких идущих подряд целых чисел, что сумма четырех первых равна сумме трех последних.
17. Все животные старухи Шапокляк, кроме двух – кошки, все животные, кроме двух – собаки, все животные, кроме двух – попугаи, остальные – тараканы. Один таракан умер. Сколько животных осталось?
18. Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды – 22 года. Во время матча один из игроков был удален за грубость. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет удаленному футболисту?
19. В трех ящиках лежат орехи. В первом на 99 орехов меньше, чем в двух других вместе, во втором – на 19 меньше, чем в первом и третьем вместе. Сколько орехов лежит в третьем ящике?
20. Нарисуйте ломаную, которая пересекает каждое свое звено ровно 2 раза. (Пересечения считаются только во внутренних точках звеньев ломаной, а не в вершинах).