Российская академия наук
Институт психологии

НОВИКОВ Николай Борисович

Решение 18-й проблемы С.Смейла

Москва – 2013

Оглавление

Предисловие

Человеческий интеллект находится в поле зрения многих ученых. Нейрофизиологи пытаются выяснить, как функционируют отдельные структуры нашего мозга, как в результате их синхронизированной во времени активности рождаются те или иные эмоции и чувства, какие процессы, происходящие на уровне нервных клеток и их ансамблей, определяют феномены восприятия, памяти, продуктивного мышления. Представители когнитивной психологии, изучая поведение людей в различных ситуациях, стремятся получить ответы на те же вопросы: как люди приобретают информацию о мире, как эта информация представляется (репрезентируется) человеком, как она хранится в памяти и преобразуется в знания и как эти знания влияют на нашу мыслительную деятельность и поведение в целом. В настоящее время наметилась тенденция к тесному сотрудничеству тех и других, поскольку возникло понимание, что без интеграции и координации усилий не удастся охватить весь диапазон психологических процессов – от распознавания образов и внимания до обучения, формирования понятий, воображения, освоения языка, всех возможных сфер поведения.

Участниками этой интеграции являются также специалисты в области компьютерных наук, которые ставят своей целью разработку компьютерных систем, способных довольно близко имитировать элементы человеческого познания и обработки информации. Ведь для того, чтобы искусственным способом сделать точную копию человеческого восприятия, памяти, языка и мышления, нужно знать, как эти процессы происходят у человека. С другой стороны, развитие искусственного интеллекта открывает новые возможности для понимания человеческого познания. В частности, попытки теоретиков искусственного интеллекта моделировать понимание речи позволили выявить, что для правильного анализа предложений языка нужно знать гораздо больше, чем только синтаксические и семантические правила.

Наиболее сложное проявление человеческого разума – его способность к творчеству, к генерации новых идей, решению сложнейших задач, построению концептуальных моделей мира. На одном из этапов исследования проблемы творческого мышления автор этих строк осознал, что арсенала фактов и экспериментальных подходов нейрофизиологии, когнитивной психологии и теории искусственного интеллекта явно недостаточно для выяснения важных аспектов творческой деятельности. Это стало своеобразным стимулом для того, чтобы приступить к изучению истории научных открытий, обстоятельств возникновения конкретных научных идей. Можно без преувеличения сказать, что на сегодняшний день история научных открытий – «ничейная земля». Она не является разделом или каким-либо ответвлением ни когнитивной психологии, ни компьютерных наук, ни нейрофизиологии. Однако работа на «ничейной земле», как и на любой малообследованной территории, обычно вознаграждается неожиданными находками, которые могут лежать прямо у поверхности. На такой территории достаточно копнуть только один раз, чтобы достичь успеха. Факты, оказавшиеся в нашем распоряжении благодаря изучению истории научных открытий, позволили нам найти ответ на вопрос, который был поставлен в 1997 году выдающимся американским математиком С.Смейлом в связи с анализом возможных пределов интеллекта – как естественного, так и искусственного.

Глава 1
Формулировка 18-й проблемы С.Смейла

В 1997 году выдающийся американский математик Стивен Смейл сформулировал восемнадцать нерешенных математических проблем. Излишне говорить, что данные проблемы отличаются высокой степенью сложности. Достаточно вспомнить теорему А.Пуанкаре (вторую проблему С.Смейла) об эквивалентности топологических свойств односвязного трехмерного пространства и трехмерной сферы, не поддававшуюся решению на протяжении 100 лет и доказанную Г.Перельманом в 2002 году.

В списке проблем С.Смейла под номером 18 фигурирует задача, касающаяся пределов искусственного и человеческого интеллектов. В лекции «Математические проблемы следующего столетия», прочитанной в июне 1997 года по случаю 60-летия В.И.Арнольда в Филдсовском институте (США, Торонто), С.Смейл ставит перед математиками вопрос: «Каковы пределы интеллекта, как искусственного, так и человека?» Далее С.Смейл поясняет свой вопрос: «Пенроуз в [42] пытается привести некоторые ограничения для искусственного интеллекта. Фигурирующий в его доказательстве интересный вопрос – это разрешимость множества Мандельброта (рассмотренная в [7]) и выводы из теоремы Геделя о неполноте. Однако необходимо более широкое изучение, которое включало бы более глубокие модели разума, а также компьютера, и проясняющее, что общего между искусственным и человеческим интеллектом, и чем они отличаются. Я бы начал исследования в том направлении, где вместе с теорией действительных чисел, приближениями, теорией вероятностей и геометрией значительную роль играют обучение, решение задач и теория игр» (Смейл, 2002, с.297). Приведенный фрагмент лекции С.Смейла взят из сборника «Современные проблемы хаоса и нелинейности» (Ижевск, «Институт компьютерных исследований», 2002). Ссылаясь на работу Р.Пенроуза [42], С.Смейл имеет в виду его монографию «Новый ум короля» (1991).

Р.Пенроуз – один из наиболее компетентных и плодотворно работающих физиков-теоретиков во всем мире. Самое известное его открытие – теоретическое обоснование точки сингулярности, которой достигает черная дыра в процессе своей эволюции. Примечательно, что именно эта идея Р.Пенроуза (идея о сингулярности черных дыр) по аналогии навела Стивена Хокинга на мысль о точке сингулярности, через которую однажды проходит Вселенная в целом. Другое важное достижение Р.Пенроуза – создание знаменитой теории «твисторов» - абстрактных геометрических объектов, действующих в многомерном комплексном пространстве. Эта теория нашла неожиданное применение при описании квазикристаллов (кристаллов с симметрией пятого порядка), открытых Д.Шехтманом, который в 2011 году удостоен Нобелевской премии по химии.

Книга Р.Пенроуза «Новый ум короля», переведенная на русский язык в 2003 году, - свидетельствует об удивительно широком диапазоне интересов ее автора. Выходя за пределы привычных областей, в которых он плодотворно работал (теория относительности, квантовая механика, космология), Р.Пенроуз переходит к анализу проблем искусственного интеллекта и творческой деятельности человека.

Английский ученый полагает, что человеческий интеллект не может надлежащим образом моделироваться (описываться) алгоритмическими средствами, то есть путем использования программ, аналогичных современным компьютерным программам, поскольку в работе нашего сознания присутствует существенно неалгоритмическая составляющая. Именно поэтому Р.Пенроуз не разделяет представление сторонников сильного ИИ (сильной версии искусственного интеллекта) о том, что все аспекты умственной деятельности – результат алгоритмических вычислений, происходящих в мозге. С точки зрения автора работы «Новый ум короля», электронные компьютеры не приобретут сознательное восприятие даже при наличии соответствующих программ и высокой мощности переработки информации. Однако Р.Пенроуз не утверждает о принципиальной невозможности понять основные проявления сознательной деятельности мозга – просто современная наука еще не достигла уровня, необходимого для решения такой задачи.

Вопрос о том, подчиняется ли деятельность мозга строгим алгоритмическим вычислениям, можно свести к вопросу о том, существует ли механическая процедура (система правил) для решения всех задач, независимо от степени их сложности? Чтобы избежать чрезмерной абстрактности, целесообразно немного сузить (ограничить, локализовать) этот вопрос, переформулировав его следующим образом: существует ли механическая процедура для решения всех математических задач, принадлежащих к некоторому широкому, но вполне определенному классу? Такой вопрос поставил перед научной общественностью великий математик Давид Гильберт во время своего выступления на II Международном конгрессе математиков в Париже в 1900 году. Это была вторая проблема Гильберта (из списка 23-ти его проблем), суть которой сводилась к тому, чтобы доказать непротиворечивость аксиом арифметики, исходя из самих аксиом арифметики. Д.Гильберт верил в возможность такого доказательства, которое позволило бы математике встать на прочную и неколебимую основу.

Однако надежды Д.Гильберта и его последователей были перечеркнуты, когда в 1931 году австрийский логик математики Курт Гедель выдвинул теорему о неполноте - «поразительную теорему» (термин Р.Пенроуза), которая до основания разрушала программу Гильберта. Гедель показал, что любая подобная точная («формальная») система аксиом и правил вывода, если только она достаточно широка, чтобы содержать в себе описания простых арифметических теорем, и если она свободна от противоречий, - такая система должна включать утверждения, которые не являются ни доказуемыми, ни опровержимыми в рамках формализма данной системы. Истинность таких «неразрешимых» утверждений, следовательно, не может быть выяснена с помощью методов, допускаемых самой системой. Более того, Гедель смог показать, что даже утверждение о непротиворечивости системы аксиом, будучи переведенным в форму соответствующей теоремы, само по себе является неразрешимым.

Если теорема Геделя о неполноте продемонстрировала нереальность механической процедуры (системы правил) для решения всех задач, независимо от степени их сложности, значит, деятельность мозга не подчиняется строгим алгоритмическим вычислениям, то есть включает в себя неалгоритмические (невычислимые) составляющие. А поскольку теоретики сильного ИИ надеются создать думающую машину, подобную человеку, на основе строгих алгоритмов, то их цель совершенно недостижима. Таким образом, теорема Геделя запрещает эффективную умственную деятельность, основанную на строгих (жестких, однозначных) программах, лишенных элементов неопределенности и вероятности.

Но такое понимание теоремы Геделя, имеющей отношение к фундаментальным вопросам человеческого мышления и искусственного интеллекта, еще не получило широкого распространения среди ученых. Констатируя этот факт, Р.Пенроуз в упомянутой книге ставит цель изменить ситуацию. «Мои рассуждения в том виде, в котором они представлены в книге, - пишет он, - направлены на достижение двух целей. Первая из них – это стремление показать, опираясь главным образом на результаты, полученные Геделем (и Тьюрингом), что математическое мышление, - а, следовательно, и умственная деятельность в целом – не может быть полностью описано при помощи чисто компьютерной модели разума» (Пенроуз, 2003, с.11). Касаясь сложности традиционных изложений геделевского результата, Р.Пенроуз замечает: «Одна из причин, мешающих людям признать прямое отношение, которое имеет теорема Геделя к нашему математическому мышлению, заключается в том, что в рамках обычной ее формулировки утверждение G(P) не представляет интереса с математической точки зрения. Мало того: оно еще и чрезвычайно сложно для понимания в качестве математического выражения. Соответственно, даже математики предпочитают не «связываться» с подобными выражениями. Однако существует ряд примеров утверждений геделевского типа, которые легко доступны пониманию даже для тех, чье знакомство с математической терминологией и системой записи ограничивается рамками обычной арифметики» (там же, с.12).

В связи с тем, что понятие математической истины не может быть заключено ни в одну из формальных систем, а также тем, что творческое мышление не является воплощением алгоритмических (компьютерных) программ, Р.Пенроуз приводит аргументы в пользу существенной роли интуиции (интуитивной догадки) в научном исследовании. «Математическая истина, - отмечает он, - выходит за рамки любого формализма. Возможно, это ясно даже без теоремы Геделя. Иначе как бы мы решали, какие аксиомы и правила вывода брать в расчет при построении формальной системы? Нашим руководством в принятии такого решения должно всегда служить интуитивное понимание о том, что является «самоочевидно верным» с учетом «смысловых значений» символов системы» (Пенроуз, 2003, с.101). Р.Пенроуз полагает, что даже для определения пригодности или непригодности того или иного компьютерного алгоритма нам совершенно необходимо своего рода вдохновение, интуитивное прозрение, приходящее извне. Именно эта способность видения (интуитивного постижения) глубокого различия между истиной и ложью (равно как и между красотой и уродством), говорит английский ученый, является признаком наличия сознания.

Согласно Р.Пенроузу, существенную роль в формировании суждений играют также эстетические критерии. Известно, что эти критерии имеют первостепенное значение в искусстве – области, заметно отличающейся от науки. Несмотря на это различие, Р.Пенроуз подчеркивает, что и в научной деятельности эстетические критерии часто дают о себе знать. «У меня создается впечатление, - пишет автор монографии «Новый ум короля», - что твердая уверенность в правильности идей, приходящих в момент прозрения, очень тесно (пусть не полностью коррелируя, но и заведомо не случайно) связана с эстетическими качествами. Красивая идея имеет гораздо больше шансов быть правильной, чем идея нескладная. По крайней мере, об этом свидетельствует мой собственный опыт, а также аналогичные замечания, сделанные другими (см. Чандрасекар [1987])» (Пенроуз, 2003, с.340). По мнению Р.Пенроуза, эстетические критерии важны не только при формировании спонтанных суждений, являющихся результатом озарения, но и гораздо чаще – в каждом суждении, которое появляется в ходе математической (и вообще научной) работы, то есть в каждом из «прозаических» решений, которые постоянно приходится находить, продвигаясь к желанной цели.

Приверженность Р.Пенроуза идеям интуиции и эстетических критериев отчасти связана с его верой в платоновский мир вечных и абсолютных идей, с которым человеческий разум, по мысли создателя «твисторной» теории, контактирует, когда открывает математическую истину, постигая ее с помощью математических рассуждений и интуитивных догадок. «Лично мне представляется, - аргументирует Р.Пенроуз, - что всякий раз, когда ум постигает математическую идею, он вступает в контакт с миром математических понятий Платона. (Вспомним, что, по Платону, математические идеи имеют собственное бытие и населяют некий идеальный мир, доступ в который осуществляется только благодаря работе интеллекта (см. с.88, 134)). Когда человек «видит» математическую истину, его сознание пробивается в этот мир идей и устанавливает с ним кратковременный прямой контакт (т.е. осуществляет «доступ посредством интеллекта»). (…) Общение математиков становится возможным постольку, поскольку у каждого из них в этот момент есть прямой путь к истине, а сознание каждого способно при этом постигать математические истины непосредственно, путем «видения» (Р.Пенроуз, 2003, с.с.346). «Я не скрываю, - подчеркивает Р.Пенроуз, - что практически целиком отдаю предпочтение платонистской точке зрения, согласно которой математическая истина абсолютна и вечна, является внешней по отношению к любой теории и не базируется ни на каком «рукотворном» критерии; а математические объекты обладают свойством собственного вечного существования, не зависящего ни от человеческого общества, ни от конкретного физического объекта» (там же, с.104).

Можно предположить, что С.Смейл, ознакомившись с книгой Р.Пенроуза «Новый ум короля», в которой рассматриваются различные аспекты работы человеческого мозга и искусственного интеллекта, пришел к выводу о необходимости найти решение проблемы, которую он сформулировал в уже упоминавшейся лекции «Математические проблемы следующего столетия» (1997): «Каковы пределы интеллекта, как искусственного, так и человека?». Считая одним из таких пределов (если подобный термин здесь уместен) теорему Геделя о неполноте, запрещающую существование механической процедуры решения всех задач, С.Смейл указал, что «необходимо более широкое изучение, которое включало бы более глубокие модели разума, а также компьютера, и проясняющее, что общего между искусственным и человеческим интеллектом, и чем они отличаются» (Смейл, 2002, с.297).

Переходя к более широкому изучению закономерностей работы мозга, а также тех стратегий, приемов и правил, которые он использует, решая сложнейшие задачи, генерируя новые идеи, совершая открытия в области науки, техники и искусства (то есть демонстрируя творческие способности в различных сферах человеческой деятельности), рассмотрим эвристические методы решения проблемных ситуаций.

Глава 2
Эвристические стратегии

Эвристики – обширное «семейство» разноплановых приемов мышления от простейшей возможности прервать в какой-то момент ход решения до сложнейших форм интеллектуальной рефлексии – предназначены для эффективного самонаведения человека на решение задачи или проблемы (Л.Н.Ланда, 1969). Наиболее известная функция эвристик состоит в том, что они позволяют избежать полного перебора вариантов, направленного на поиск решения. Эвристические приемы нередко определяются как способы (средства) активизации мышления для достижения той или иной цели. Сам термин «эвристика» в современном словоупотреблении ввел в научный обиход К.Дункер (1926), пытаясь с его помощью ответить на вопрос о движущих силах продуктивного умственного процесса (о реальных механизмах перехода от какой-либо стадии решения задачи к последующей). Обычно эвристики резко противопоставляются алгоритму, то есть строго определенной последовательности операций, точное выполнение которых гарантированно приводит к достижению правильного результата.

Метод диалога Сократа

К числу одной из древних эвристик исследователи относят метод сократовской беседы, который использовал известный философ Сократ для активизации личностного и интеллектуального развития человека. В основе сократовского метода лежала максима – «познай самого себя», которая в ходе бесед становилась предметом размышлений не только самого философа, но и его собеседников. Этот ход мысли положил начало особой разновидности эвристических приемов – рефлексии – одному из краеугольных камней современного «европейского» мышления. Метод диалога Сократа (майевтика – искусство помощи рождению истины) – является инструментом обнаружения истины, ее выявления. Диалог Сократа имеет следующие признаки:

- свободный обмен мнениями между равноправными собеседниками;
- определение понятий (выявление смыслов), связанных с объектом обсуждения и взятых из практики;
- обсуждение объективных и субъективных характеристик объектов для обнаружения между ними параллелей;
- выявление роли участников диалога и определение композиции ролей;
- возбуждение процессов самопознания посредством целеустремленных вопросов;
- использование иронии как критической оценки и шутки как способа активизации мышления;
- устранение псевдознания доведением его до абсурда;
- выявление противоречий;

- устранение противоречий путем выявления зависимости единичного от общего, путем понимания сущности явления, творческого поиска нового.

Бритва В.Оккама

В трудах средневековых философов-схоластов теоретическая эвристика получила свое дальнейшее развитие. Доведя до совершенства логические приемы, они столкнулись с их недостаточностью в некоторых ситуациях. Тогда был сформулирован целый ряд эвристических принципов. Самый известный из них по имени своего создателя был назван «бритвой Оккама». Он гласит, что без необходимости не следует множить сущности (то есть строить объяснение надо, исходя из ограниченного набора понятий, в противном случае оно становится бесконечным). Принцип «бритвы» позволяет оставлять только логически необходимое.

Комбинаторика Р.Луллия

Раймонд Луллий (1235-1315) – основатель совершенно нового направления в науке и технике: он предложил техническое устройство для получения нового знания. Свою логическую машину Р.Луллий назвал Ars Magna – великое искусство. Машина представляла собой плоскую систему концентрических кругов, каждый из которых был разбит на секторы. В каждом секторе были записаны известные Луллию позиции (наименования) аристотелевой логики. Вращая поочередно круги, можно было получать на любом из радиальных направлений разнообразные комбинаторики, т.е., вообще говоря, логические системы. Их исследование, как полагал изобретатель, должно было открыть новые истины, помочь найти пути получения и обоснования нового знания. У Р.Луллия нашлось немало последователей, среди которых не кто иной, как великий Готфрид Лейбниц. Именно комбинаторика Р.Луллия навела Лейбница на мысль об «универсальной характеристике» - методе познания, столь же надежном, как система аксиом и правил вывода в геометрии Евклида. Лейбниц был уверен, что если бы удалось открыть этот реально существующий метод, все споры между философами решались бы логико-математическим путем, то есть фразой «Давайте сядем и посчитаем». Если быть предельно справедливыми, то следует отметить, что морфологический ящик Ф.Цвикки, о котором речь впереди, берет свое начало от комбинаторики (логической машины) Луллия. Да и программное обеспечение современных ЭВМ в той или иной степени реализует предложенный Луллием перебор и комбинирование вариантов с целью найти и выбрать самый лучший.

Правила рационального рассуждения Р.Декарта

Выдающийся мыслитель Нового времени Р.Декарт в своем знаменитом «Рассуждении о методе, чтобы верно направлять свой разум и отыскивать истину в науках» сформулировал основные положения рационального рассуждения (важные эвристические принципы):

1.Никогда не принимать за истинное ничего, что я бы не признал таковым с очевидностью.

2.Делить каждую проблему на столько частей, сколько потребуется, чтобы лучше ее разрешить.

3.Располагать свои мысли в порядке, начиная с предметов простейших и постепенно переходя к познанию сложных.

4.Делать (составлять) как можно более полные перечни предметов и явлений, чтобы быть уверенным, что ничего не упущено.

Искусство изобретательства Б.Больцано

Чешский исследователь Б.Больцано (1781-1848) является автором книги «Наукоповедение», четвертая часть которой называется «Искусство изобретательства». В этой части Б.Больцано формулирует правила мыслительной деятельности. Вот некоторые из них:

- определение цели и отсечение непродуктивных направлений поисков;

- выяснение основного вопроса задачи, анализ известного круга данных, определение выводов из этих данных;
- выдвижение гипотез, попытки решить задачу разными методами;
- критическая проверка собственных и чужих суждений, отбор наиболее ценных суждений;
- нахождение дополнительных задач, поиск аналогов, логические приемы мышления.

Мозговой штурм А.Осборна

Качественно новый виток развития эвристики как дисциплины произошел на рубеже XIX-XX веков, когда наука и техника как особые области человеческой деятельности стали приобретать характер массового занятия. Американский инженер Алекс Осборн (1888-1966) разработал метод решения задач, получивший название мозгового штурма. Это одна из самых популярных на сегодня эвристик, нашедшая самое широкое применение в практике творчества. А.Осборн долгое время наблюдал за творческой деятельностью в фирмах и размышлял о положительных и отрицательных сторонах ее развития. Он пришел к выводу, что творческие способности ярче всего проявляются в ситуациях увлеченности, возможности свободно высказаться, желания помочь друг другу. Наблюдая энтузиазм, с которым работали во время второй мировой войны изобретатели, страстно желавшие приблизить победу над фашизмом, А.Осборн окончательно сформулировал основные требования к поэтапному процессу выдвижения идей, их совершенствования и отбора для последующего использования. Что нужно для организации мозгового штурма? Прежде всего, нужно найти и подготовить руководителя (ведущего). Он должен быть психологически и технически грамотным, уметь организовать совместную работу участников, вовремя и точно реагировать на все изменения настроения и другие характеристики процесса. Сущность мозгового штурма заключается в следующем:
- руководитель получает (выбирает, находит) техническую проблему, изучает ее и готовится к действию;
- пользуясь всеми доступными (и разрешенными) способами, руководитель выбирает участников штурма – «генераторов» идей и экспертов. В самом простом (не терпящем отлагательства) случае участники штурма просто назначаются – без права самоотвода;
- собрав в изолированном помещении генераторов идей, руководитель обсуждает с ними проблему, после чего предоставляет им возможность в течение 10-20 минут высказать все, что они находят нужным, и в любой форме. Высказывания фиксируются (например, в виде протокола). Любая критика запрещена;
- затем, отпустив генераторов, руководитель собирает экспертов. Они могут работать столько, сколько нужно, чтобы выработать на основе анализа результатов работы первой группы участников – лучшие идеи. Режим работы – дискуссия. Результаты оформляются протоколом. Протокол передается руководству для оценки и принятия решений. Обратный штурм начинается с анализа недостатков конкретного объекта (предложения), который надо усовершенствовать.

Морфологический ящик Ф.Цвикки

Известный американский астроном швейцарского происхождения Фриц Цвики (1898-1974) предложил метод «морфологического ящика» (морфологического анализа и синтеза). Метод был первоначально создан как инструмент астрономических исследований, но судьба забросила автора в фирму, разрабатывавшую ракетное оружие (дело было в 1942 г.). Там и родился вариант метода, который лег в основу современной эвристики. В ходе реализации метода «морфологического ящика» выполняют следующие действия:
- выбирают конкретный технический объект, свойства которого необходимо улучшить;
- описывают этот объект в целом (функционально, конструктивно), а затем поэлементно (функции, связи, конструктивы), причем описания должны быть компактными, терминологически точными, без элементов «литературщины»;

- из полученного набора (конгломерата) описаний общих и частных свойств объекта составляют перечень его главных характеристик (признаков, свойств), определяющих саму возможность функционирования;
- для каждой характеристики (свойства, признака) объекта составляют перечень всех возможных (известных, предполагаемых) вариантов ее реализации;
- составляют двумерные таблицы (матрицы), крайними строками и столбцами которых являются перечни вариантов реализации отдельных характеристик объекта;
- осуществляют экспертную оценку комбинаторик (пар) вариантов реализации, образуемых каждым пересечением соответствующих столбцов и строк;
- оценивают, выбирают и дополнительно исследуют пары, представляющиеся перспективными при гипотетической реализации в исследуемом и подобных ему объекта.

Использование персональных ЭВМ позволяет составлять и исследовать многомерные таблицы, в которых каждая комбинаторика может быть «тройкой», «четверкой» и т.д. Метод Ф.Цвикки чрезвычайно плодотворен: фактически, идея морфологического (поэлементного) исследования объектов различной природы, в том числе семиотических (знаковых) объектов, лежит в основе многих эвристик.

Синектика В.Гордона.

Более специализированным и технически более сложным методом, чем мозговой штурм, является синектика, разработанная американским исследователем Вильямом Гордоном. Этот метод хорошо зарекомендовал себя при решении как четко сформулированных задач, так и слабо структурированных проблем, однако при работе с задачами он более эффективен. Началом исследований В.Гордона в области синектики (греч. «совмещение разнородного») принято считать 1944 год, когда автор совместно с единомышленниками стал систематически фиксировать этапы деятельности изобретателя, занятого конструированием нового высотометра для самолета. Изобретатель словесно описывал все свои размышления, связанные с решением данной задачи. Дальнейшие эксперименты, проведенные В.Гордоном, в том числе интервью с известными учеными и людьми искусства, позволили ему сформулировать важную роль аналогии в творчестве, выделив четыре ее разновидности: личную, прямую, символическую и фантастическую. В 1961 году В.Гордон опубликовал книгу «Синектика: развитие творческой способности».

Метод фокусного (фокального) объекта Ч.Вайтинга

Американский специалист Ч.Вайтинг (1958) предложил метод фокусного объекта в результате усовершенствования метода каталога, созданного профессором Берлинского университета Э.Кунце (1923, 1926). Аналог этого метода был разработан еще М.В.Ломоносовым, поэтому указанная эвристика носит еще название логографического метода М.В.Ломоносова. Фокус – это точка, в которой сходятся (пересекаются) лучи света. Нечто подобное имеет место и в случае, когда изобретатель, оперируя со случайными объектами, наблюдая их порознь и в произвольных сочетаниях (комбинациях), должен мысленно собрать их в одной точке (фокусе). Ниже приводится инструкция по использованию этого метода в редакции Ч.Вайтинга:
- выбирают (определяют) объект, нуждающийся в усовершенствовании;
- произвольно выбирают несколько объектов любой природы и назначения (растение, животное, природное явление, технический объект и т.д.);
- для каждого из произвольно выбранных объектов составляют перечень феноменологических (явных, заметных) признаков;
- переносят признаки произвольно выбранных объектов на усовершенствованный объект;
- анализируют полученные комбинаторики, отбирают из них все, сколько-нибудь перспективные с точки зрения возможности усовершенствования избранного объекта; пытаются синтезировать технические идеи.

Существует ряд рекомендаций, повышающих эффективность применения данной эвристики. Перечислим некоторые из них:

- операции с произвольно выбранными объектами можно выполнять до выбора основного (модернизируемого) объекта;
- все пояснения по сущности эвристики можно давать перед последним этапом;
- произвольно выбранные объекты можно предлагать, выбирая их из словаря, справочника, энциклопедии и т.д.;
- работа с эвристикой прекращается после синтеза (возможно, с критическим разбором и научно-техническим обоснованием) одной или нескольких технических идей – их доработка до уровня технических решений требует большой дополнительной работы с использованием иных эвристик;
- последний этап эвристики целесообразно организовать в виде дискуссии (возможно, с переходом к «мозговому штурму»).

Метод анализа через синтез С.Л.Рубинштейна

Отечественный психолог С.Л.Рубинштейн предложил стратегию (часто называемую психологическим механизмом решения задач), суть которой заключается в следующем. Вычленяемые посредством анализа явления, составляющие задачу, помещаются с помощью синтеза в новые системы отношений, что приводит к открытию их новых свойств. В ходе решения задача разделяется на данное и искомое, связанные друг с другом определенным образом. Опираясь на это отношение – основное отношение задачи, - решатель постепенно находит именно те новые свойства и их связи, которые и составляют искомое данной задачи. Последователи С.Л.Рубинштейна пытались объяснить описанным механизмом (стратегией) феномен инсайта при решении задач. Детализируя эту эвристику, они указывали, что осуществление анализа через синтез означает, что субъект производит анализ объекта всегда с некоторой предзаданной позиции, имея заранее определенную точку зрения на объект. В результате проведенного анализа знание субъекта об объекте меняется, объект предстает своими новыми сторонами, т.е. теоретические представления субъекта относительно объекта всякий раз наполняются новым (более полным) содержанием. Это изменение представлений (изменение позиции) приводит к изменению анализа субъекта, что в свою очередь приводит к другому синтезу и т.д., обеспечивая бесконечное развитие познания. Объект как бы поворачивается к субъекту все новыми сторонами. В контексте такого подхода инсайт выступает как раз тем самым поворотом субъекта, новым его синтезом, целостным видением, которое оказывается результатом проведенного анализа и при этом резко меняет направление этого анализа. С помощью эвристики С.Л.Рубинштейна объясняют, в частности, то, что происходит при размышлении шахматиста над ходом: выявление новых отношений (связей) фигур на шахматной доске происходит в результате переосмысления позиции и постановки новых целей (синтез).

Перечень советов и вопросов Д.Пойа

Венгерский математик и методолог науки Д.Пойа, являющийся автором таких известных книг, как «Математика и правдоподобные рассуждения» (1975), «Как решать задачу» (1959), «Математическое открытие» (1976), сформулировал в своих работах ряд советов и вопросов, которые могут быть полезными при решении математических задач. Вот некоторые из них:

- попытайтесь достичь понимания задачи (проблемы). Ясно представьте постановку задачи. Что неизвестно, что дано, в чем состоит условие, возможно ли его выполнить? Не чрезмерно ли оно, не содержит ли противоречий? Сделайте чертеж, введите подходящие обозначения, разделите условие на части и запишите их;
- составьте план решения. Найдите связи между исходными данными и неизвестным. Если эти связи обнаружить не удалось, полезно сформулировать и решить вспомогательные задачи. Конечная цель – план решения. Не встречалась ли эта же задача раньше в несколько иной форме? Нет ли родственной задачи? Известна ли полезная теорема? Рассмотрите

неизвестное и постарайтесь вспомнить знакомую задачу с тем же или подобным неизвестным. Если есть задача, родственная данной и уже решенная, нельзя ли ею воспользоваться? Полезно ли ввести некий вспомогательный элемент, чтобы стало возможным использовать родственную задачу? Нельзя ли ее иначе сформулировать?

- попробуйте решить сходную задачу. Можно ли придумать вполне доступную сходную задачу, более общую, частную или аналогичную? Постарайтесь решить хотя бы часть задачи, для чего сохраните только часть условия, отбросив все остальное. Насколько определенным тогда окажется неизвестное, как оно будет меняться? Нельзя ли извлечь что-либо полезное из данных или придумать другие данные, из которых возможно определить неизвестное и новые данные оказались бы ближе друг к другу? Все ли данные и все ли условия уже использованы? Приняты ли во внимание все существенные понятия, содержащиеся в задаче?
- осуществляя выработанный план решения, контролируйте каждый свой шаг. Ясно ли, что предпринятый шаг верен? Сумеете ли доказать это утверждение?
- оглядываясь назад, проверьте результат и ход решения.

Стратегии Г.Я.Буша

Изучая процесс возникновения и развития разделов, отраслей и направлений техники и технологии, отечественный исследователь А.Ф.Эсаулов обнаружил, что в этом процессе явно заметны проявления, прежде всего, основных законов диалектики: единства и борьбы противоположностей, перехода количества в качество, отрицания отрицания. Можно согласиться с предложением А.Ф.Эсаулова использовать закон отрицания отрицания в качестве призмы, сепарирующей общую, сплошную картину технического прогресса на отдельные пути, ведущие, вполне возможно, к более глубокому, чем сейчас, овладению методическими средствами творчества. Основываясь на результатах А.Ф.Эсаулова, назвавшего свой подход инверсологией, Г.Я.Буш сформулировал эвристические стратегии, которые мы приводим ниже:

- стратегия отрицания отрицания (творчество – спираль, состоящая из разомкнутых трехфазных циклов: исходное состояние, его отрицание и отрицание отрицания);
- стратегия эвристической загадки (целеустремленная постановка вопросов и поиск релевантных им ответов);
- стратегия эвристической охоты (творческая деятельность – активный процесс исследования, освоения и управления новым на основе смекалки, способности ориентироваться в изменчивых условиях, мужества рисковать, умения оперативно оценивать ситуацию и принимать правильные решения);
- стратегия трикстера («карнавальный» диалог с неожиданными, предполагающими использование фантастических, мифических, мистических и других экзотических вариантов оценок и решений, основанный на юмористическом взгляде на все происходящее).

Метод гирлянд ассоциаций

Этот метод предложил тот же Г.Я.Буш. Метод позволяет за ограниченное время получить большое количество разнообразных решений поставленной задачи, часть из них практически всегда (за счет использования отдаленных ассоциаций) оказывается необычной и оригинальной. Определенную роль в данной эвристике играет случайность. Вот основные этапы метода:

- определить несколько синонимов или функциональных эквивалентов ключевого объекта;
- выбрать несколько случайных слов (например, из словаря);
- составить возможные комбинации ключевого объекта со случайным набором слов;
- если интересных вариантов не получилось, то необходимо составить перечень признаков случайных слов. Для всех выделенных случайных слов выписать их возможные признаки;
- генерировать возможные идеи путем присоединения выделенных признаков к синонимам ключевого объекта;

- если вариантов недостаточно или они не слишком оригинальны, то целесообразно генерировать гирлянды ассоциаций путем ассоциирования на выделенные признаки случайных слов;
- присоединить к синонимам ключевого объекта элементы гирлянды ассоциаций. Если целиком провести всю описанную работу, то количество возможных вариантов, полученных на этом этапе, будет исчисляться многими тысячами;
- либо продолжать генерирование, либо начать оценку и отбор полученных вариантов;
- выбор оптимального варианта.

Анализ средств и целей

Этот метод, являющийся одной из самых известных эвристик, разработан А.Ньюэллом, Дж.Шоу и Г.Саймоном (в 1978 году Г.Саймон удостоен Нобелевской премии по экономике) при создании компьютерной программы под названием «Универсальный решатель задач» (УРЗ). В основе метода лежит принцип уменьшения различия между текущим состоянием проблемы и ее целевым (конечным) состоянием. Таким образом, метод анализа средств и целей постулирует, что задача есть различие между двумя состояниями, скажем, А и В. Состояние А определяется как то, что уже существует, а состояние В – как желаемая цель. Решить задачу – это значит проделать определенные преобразования над А так, чтобы оно стало идентичным В. При решении задач используется процедура анализа признаков состояний А и В, причем различия между ними определяются путем сопоставления. Признаки А, которые не соответствуют В, подвергаются ряду преобразований. Затем эти преобразованные признаки сверяются с признаками В, и так до тех пор, пока не будет найдено соответствие. При этом говорят, что решение задачи возникает тогда, когда признаки существующего и конечного состояния идентичны. Типичная задача А.Ньюэлла и Г.Саймона (1972) выглядит так:

«Я хочу устроить моего сына в детскую школу. Какова разница между тем, что я имею, и тем, что я хочу? Разница в расстоянии. Что изменяет расстояние? Мой автомобиль. Мой автомобиль не работает. Что нужно, чтобы заставить его работать? Новый аккумулятор. Где есть новый аккумулятор? В ремонтной мастерской. Я хочу, чтобы в мастерской мне поставили новый аккумулятор, но они не знают, что он мне нужен. В чем затруднение? В связи для передачи информации. Что обеспечивает связь? Телефон. И так далее».

А.Ньюэлл и Г.Саймон так анализируют этот процесс:

- если имеется объект, который не соответствует желаемому, можно обнаружить различия между имеющимся объектом и желаемым;
- операторы влияют на некоторые свойства объектов (состояний), а другие оставляют без изменений. Следовательно, операторы могут характеризоваться продуцируемыми ими изменениями и их можно попытаться использовать для устранения различий между теми объектами, к которым они применяются, и желаемыми объектами;
- на одни различия сложнее воздействовать, чем на другие. Следовательно, выгодно попытаться устранить «трудные» различия, даже за счет введения новых, менее трудных различий. Этот процесс может повторяться, пока есть продвижение в направлении устранения более трудных различий.

Используя описанный здесь метод, исследовательская группа А.Ньюэлла и Г.Саймона предприняла решение широкого класса различных задач со значительным успехом. Чтобы убедиться, что решение, полученное программой «Универсальный решатель задач» благодаря анализу средств и целей, похоже на то, к которому приходят люди, А.Ньюэлл и Г.Саймон сопоставили его с протоколом, содержащим описание мыслей испытуемого, проходящих в его голове при решении ряда задач.

Стратегия решения задачи с конца

Д.Халперн в книге «Психология критического мышления» (2000) пишет о том, что иногда полезнее оказывается стратегия планирования операций решения с конца. Это обеспечивает движение от конечной цели назад – к текущему или исходному положению. Простейшим примером такой стратегии может служить игра в обожаемые детьми лабиринты, нарисованные на бумаге, которые нужно проходить с помощью карандаша. Многие из этих лабиринтов содержат несколько возможных путей, отходящих от начальной точки, и среди них только один верный путь, который приведет в конец лабиринта к заветной цели. Даже маленькие дети понимают, что они смогут ускорить решение такой задачки-лабиринта, если пойдут в обратном направлении, начав движение с конечной точки и прорисовывая путь к началу лабиринта. Стратегия решения с конца очень удобна, если от конечной цели ведет меньше путей, чем из исходного положения. Рита Аткинсон, Ричард Аткинсон, Эдвард Смит и другие авторы в книге «Введение в психологию» (2003), называя метод решения задачи с конца стратегией обратного движения от цели, отмечают продуктивность данной стратегии при решении математических задач. В качестве примера они приводят следующую задачу. Зная, что ABCD – прямоугольник, доказать, что диагонали AD и BC равны. Мысленно двигаясь назад, можно рассуждать так: «Как доказать, что AD и BC равны? Я мог бы это сделать, если бы доказал, что треугольники ACD и BDC равны. Я могу доказать, что треугольники ACD и BDC равны, если докажу, что две стороны и заключенный между ними угол равны». Мы рассуждаем, идя от цели к подцели (доказывая равенство треугольников), от этой подцели – к другой подцели (доказывая, что стороны и угол равны) и так далее, пока мы не подойдем к подцели, для реализации которой у нас есть готовое средство.

Еще один пример решения задачи с конца – процесс поиска рифмы в поэтическом творчестве. Часто не удается создать совершенное четверостишие, если, написав первую и вторую строку, мы подбираем к ним рифмы, которые должны присутствовать в третьей и четвертой строке. В этом случае поэт прибегает к противоположной тактике: сначала он создает третью и четвертую строку, а уже потом, отыскивая рифмы к ним, формирует верхние строки.

Эвристики, открытые Д.Канеманом и А.Тверски

Помимо широко известных «плюс-эвристик», повышающих успешность процессов решения, экспериментально обнаружены и изучены так называемые «минус-эвристики», использование которых приводит к закономерным ошибкам. Американские психологи Д.Канеман и А.Тверски (Д.Канеман удостоен в 2002 году Нобелевской премии по экономике) экспериментально обнаружили, что в процессе принятия решений люди часто используют эвристику наглядности и эвристику репрезентативности. Первая эвристика заключается в том, что человеку свойственно использовать ту информацию, которая оказывается наиболее наглядной. Эффект наглядности можно объяснить более прочным хранением в памяти яркой, живой информации по сравнению с информацией, лишенной черт наглядности. Например, многие жители больших городов ошибочно полагают, что убийства являются более распространенной причиной смерти, чем диабет. Причину этого нетрудно понять. Возьмите любую газету, посмотрите новости по телевизору, и вы наверняка получите сообщения хотя бы об одном убийстве в день. Несмотря на то, что вы можете быть знакомы с несколькими людьми, страдающими диабетом и в то же время не знать лично ни одну жертву убийства, вы постоянно слышите и читаете о жертвах, и потому вам начинает казаться, что их действительно много. Наглядность информации тщательно исследовалась психологами, поскольку она играет важную роль в принятии решений, зависящих от самых разных факторов. Что касается эвристики репрезентативности, то она сводится к следующему факту, установленному Д.Канеманом и А.Тверски: субъективная вероятность, которую люди приписывают определенным событиям, в значительной мере отличается от объективной вероятности этих явлений, предсказываемой теорией вероятности. Использование такой эвристики влечет за собой много важных последствий, в том числе – типичных ошибок. Так, при оценке вероятностей люди не принимают во внимание объем выборки (не учитывают, что малый объем выборки не может отражать основных характеристик генеральной совокупности).

Метод пошагового исключения

Отталкиваясь от работ Г.Саймона, показавшего, что в условиях ограниченного времени субъект, принимающий решение, не может сравнивать все возможные альтернативы с целью максимизации выигрышей и минимизации проигрышей, Амос Тверски (1973) предложил стратегию пошагового исключения. По мысли А.Тверски, с помощью данной стратегии можно справиться с принятием решения в достаточно сложных ситуациях. В этом случае человек выбирает один показатель требуемого решения и формулирует набор критериев для него. Затем отбрасываются все альтернативы, не удовлетворяющие этим условиям. Далее выбирается второй показатель и соответствующие критерии и на их основе также отбрасываются все негодные варианты решения и т.д. Это приводит к резкому сужению круга рассматриваемых альтернатив, а в итоге – к выявлению единственной, удовлетворяющей всем требованиям. Д.Халперн в книге «Психология критического мышления» (2000), рассматривая указанную эвристику, сформулированную А.Тверски, подчеркивает: «Процесс исключения должен циклически повторяться до тех пор, пока человек, которому предстоит принять решение, не останется с несколькими вариантами, из которых ему предстоит сделать окончательный выбор» (Халперн, 2000, с.373). Легко заметить, что метод исключения А.Тверски является хорошо известным методом проб и ошибок (методом последовательного перебора).

Методы нестандартного мышления Эдварда де Боно

Эдвард де Боно предложил ряд методов решения задач в различных областях человеческой деятельности, которые вошли в состав его концепции нестандартного мышления. Разработанная им обучающая программа CoRT (программа непосредственного обучения мышлению) используется крупными мировыми корпорациями, в том числе «Эриксон» (Швеция), «Тотал» (Франция), «Хейнекен» (Голландия), «Петронас» (Малайзия) и т.д. Де Боно убежден, что творчество – это не мистический дар, которым обладают лишь избранные. Предлагаемые им приемы нестандартного мышления – вид творчества, которым, с его точки зрения, может овладеть каждый. Де Боно полагает, что его эвристика нестандартного мышления не может превратить обычного человека в гения, но она способна обогатить мышление полезными навыками генерации новых идей. Одной из стратегий, сформулированных де Боно, является метод шести мыслительных шляп. Он включает шесть принципов:

- фокусирование внимания непосредственно на доступной информации, определение того, какой информацией мы располагаем, какие сведения отсутствуют, какую информацию мы хотели бы получить, как мы собираемся это сделать;
- свободное продуцирование интеллектуальных догадок, на которые не накладываются какие-либо ограничения;
- критическая оценка результатов, предназначенная для того, чтобы предохранить нас от серьезных ошибок, нарушения законов логики;
- оптимизм творческой деятельности, позитивный взгляд на вещи, способный не лишить нас уверенности и мотивации в условиях значительных творческих усилий;
- поиск дополнительных альтернатив, выдвижение провокационных, необычных идей и гипотез, формулирование вопросов: есть ли дополнительные варианты? Нельзя ли сделать это иначе? Нет ли другого объяснения?
- управление мыслительным процессом, выработка программы поиска решения, определение приоритетов, обобщение информации, генерация выводов.

Рассматривая способы выдвижения провокационных (нестереотипных) идей, Эдвард де Боно перечисляет следующие принципы:

- принцип отстранения. Данный принцип полезен в тех случаях, когда мы имеем дело с давно установившимися способами, процедурами или системами, на первый взгляд, отшлифованными временем до совершенства. В таких случаях внести изменение бывает достаточно сложно, потому что неизвестно, с чего начать. Действие отстранения внезапно разрушает установившуюся схему, позволяя по-новому взглянуть на привычные вещи;

- принцип полной противоположности (прием «сделать наоборот»). Сначала следует рассмотреть «нормальный» способ действий и «нормальное» состояние, а затем перейти к прямо противоположному;
- принцип преувеличения. Этот формальный способ создания провокации непосредственно связан с величинами и размерами: числами, частотой, мощностью, температурой, продолжительностью и т.д. В любой ситуации можно найти нормальный диапазон величин. Преувеличение означает, что мы поднимаемся или опускаемся по шкале величин далеко за пределы нормы;
- принцип искажения. Данный принцип предполагает изменение привычных отношений между отдельными элементами системы или изменение нормальной последовательности действий. Со слов де Боно, метод искажения, возможно, самый трудный, но он способен дать очень сильную идею, потому что провокационные идеи, полученные с его помощью, отличаются высокой степенью «нешаблонности» (парадоксальности);
- принцип создания воздушных замков. Для генерации провокационных идей требуется фантазия, которая заключается в совмещении несовместимого, в перекомбинации вещей и предметов, не повторяющей известные варианты;
- принцип случайного входа (случайного выбора). Этот метод основан на том, что если начать движение из произвольной точки, мысль может пойти в необычном направлении, отличном от того стереотипа, на который мы попадаем, отталкиваясь от уже известного. Де Боно рекомендует использовать в качестве случайной точки входа случайное слово. Такое слово может быть выбрано наугад из списка. Затем случайное слово используется для того, чтобы найти новые идеи, относящиеся к области выбранного фокусирования.

ТРИЗ Г.С.Альтшуллера

Отечественный ученый Г.С.Альтшуллер, анализируя патенты, аккумулирующие реальные решения и способы решения различных технических проблем, аккумулирующие опыт сотен тысяч изобретателей, разработал теорию решения изобретательских задач. В конце 1940-х годов Г.С.Альтшуллер взглянул на процесс совершенствования объектов техники как на их закономерный переход из одного состояния в другое. Такой взгляд позволил ему прийти к выводу, что технические системы развиваются по объективно существующим законам, эти законы познаваемы, их можно выявить и использовать для сознательного совершенствования старых и создания новых технических систем. Автор ТРИЗ установил, что: 1) развитие технических систем (ТС) происходит в направлении повышения их идеальности (с точки зрения выполняемой ТС функции), 2) развитие ТС происходит через выявление и разрешение противоречий. Классическая версия ТРИЗ включает 40 основных приемов устранения технических противоречий, сформулированных Г.С.Альтшуллером. Вот некоторые из них:

- принцип дробления,
- принцип вынесения,
- принцип местного качества,
- принцип асимметрии,
- принцип объединения,
- принцип универсальности,
- принцип «матрешки»,
- принцип антивеса,
- принцип предварительного антидействия,
- принцип предварительного действия,
- принцип «заранее подложенной подушки»,
- принцип эквипотенциальности,
- принцип «наоборот»,

- принцип сфероидальности,
- принцип динамичности,
- принцип «обратить вред в пользу»,
- принцип обратной связи,
- принцип копирования и т.д.

Создатель ТРИЗ обратил внимание на то, что основой выдающихся изобретений было первое использование ранее неизвестного эффекта, обычно называемого открытием, или неожиданное, новое использование известного эффекта (комбинации нескольких эффектов). Поэтому, наряду с приемами устранения противоречий (правилами трансформации объекта) Г.С.Альтшуллер предложил каталоги физических и химических эффектов, знание которых может помочь в творческой деятельности.

Главное открытие ТРИЗ состоит в том, что миллионы уже зарегистрированных изобретений сделаны на основе относительно небольшого числа правил трансформации исходной постановки задачи. При этом в ТРИЗ четко указаны ключевые компоненты организации любой проблемы и синтеза решения: противоречие, ресурсы, идеальный результат, приемы изобретения, или, лучше сказать, модели трансформации. В ТРИЗ разработаны не только несколько систем приемов, но и метод решения проблем с помощью пошагового уточнения и трансформации исходной постановки проблемы. По образному определению самого Г.С.Альтшуллера, вся ТРИЗ стоит «на трех китах»:

1) по четкой программе, шаг за шагом, ведется обработка задачи, выявляются и исследуются физико-технические противоречия, делающие задачу проблемой;
2) для преодоления противоречий используется сконцентрированная информация, вобравшая опыт нескольких поколений изобретателей (таблицы типовых моделей решения задач – приемы и стандарты, таблицы применения физических эффектов и т.д.);
3) на протяжении всего хода решения идет управление психологическими факторами: ТРИЗ направляет мысль изобретателя, гасит психологическую инерцию, настраивает на восприятие необычных, смелых идей.

Конечно, ТРИЗ не является универсальным методом открытия и не устраняет необходимость случайного поиска и метода проб и ошибок (отметим, что многие открытия сделаны не без влияния фактора случая). ТРИЗ, как и все другие эвристики, не может гарантировать решение всех проблем, что связано с наличием принципиально неалгоритмизируемых актов мышления. Тем не менее, инструменты классической ТРИЗ позволяют успешно решать не менее 70-75 % «стандартных» изобретательских задач для совершенствования изделий и технологий. При достаточном опыте на основе комбинирования этих инструментов возможно решать около 90 % задач. Это уже осознали крупнейшие зарубежные корпорации, нуждающиеся в новых технических идеях для успешного функционирования на мировом рынке. Так, в 1995 году известная фирма Motorola заключила контракт на 3 миллиона долларов США с компанией, основанной последователем Г.С.Альтшуллера Валерием Цуриковым, который, работая в области систем искусственного интеллекта, создал пионерский ТРИЗ-софтвер «Изобретающая машина» (Invention Machine). Аналогично, в 1996 году фирма Mitsubishi приобрела версию Invention Machine на 18 миллионов долларов США.

Исключительно важные возможности открывает ТРИЗ для развития детского творчества, для воспитания творческих личностей. Имеются многочисленные примеры успешного применения ТРИЗ-моделей для организации воспитательного процесса и для непосредственного игрового усвоения ключевых компонентов ТРИЗ с самого раннего возраста. Совершенно необходимо применение ТРИЗ-концептов и инструментов во всех инженерных дисциплинах и во всех высших учебных заведениях. Преподавание основ ТРИЗ необходимо в каждой школе.

Методологические принципы научного исследования

Определенную эвристическую функцию в процессе построения научного знания (решения научных задач) выполняют так называемые методологические принципы. Их можно рассматривать в качестве регулятивов (правил, постулатов, навигаторов) мыслительной деятельности, отличающихся высокой степенью универсальности. Методологические принципы непосредственно формулируют цели теоретического знания и указывают пути (маршруты) достижения этих целей. Н.Ф.Овчинников в книге «Методологические принципы в истории научной мысли» (1997) отмечает: «…Методологические принципы оказываются эвристическим средством формирования новых научно-исследовательских программ» (Овчинников, 1997, с.19-20). Начало систематического исследования этих принципов было положено книгой И.В.Кузнецова «Принцип соответствия в современной физике и его философское значение» (1948). В этой книге принцип соответствия предстает как требование преемственной связи научных теорий. Направление исследований, начатое И.В.Кузнецовым, было продолжено в ряде публикаций – статей и книг – не только у нас, но и в других странах. Польский философ Владислав Краевский в монографии «Принцип соответствия и развитие науки» (1975) оценил упомянутую работу И.В.Кузнецова как первую книгу в мировой литературе, специально посвященную принципу соответствия, возродившую интерес западных философов к принципам теоретизации и систематизации знания. Карл Поппер (1956) охарактеризовал принцип соответствия как «необычайно плодотворный принцип, противопоставляя его концепции инструментализма». К настоящему времени глубоко проанализированы следующие методологические принципы:

- принцип элементности (микроредукции),
- принцип объяснения,
- принцип наблюдаемости (эмпирического подтверждения),
- принцип простоты,
- принцип идеализации,
- принцип математизации,
- принцип сохранения (инвариантности),
- принцип соответствия (преемственности),
- принцип дополнительности,
- принцип единства картины мира,
- принцип фальсификации (опровержения),
- принцип симметрии.

Принцип элементности (микроредукции) предполагает сведение свойств макротел и макропроцессов к свойствам составляющих элементов. Пример использования данного принципа – создание атомистической концепции Демокритом.

Принцип объяснения отражает стремление ученых к поиску причин. Другими словами, идеалом научного объяснения явлений природы является причинное объяснение. Явление считается понятным и объясненным, если найдена его причина. В этом заключается цель науки (древние формулировали принцип причинности как утверждение: «ничто не возникает из ничего»).

Принцип наблюдаемости (эмпирического подтверждения) предполагает соответствие теории результатам наблюдений и экспериментов. Слабая версия принципа наблюдаемости гласит, что теория может включать в себя как наблюдаемые, так и ненаблюдаемые величины (параметры), тогда как сильная версия того же принципа разрешает вводить в структуру теории только наблюдаемые величины.

Согласно принципу простоты, реализующему уже упоминавшуюся «бритву Оккама», при сравнении разных идей и теорий необходимо отдавать предпочтение более простым в логическом или математическом отношении теориям. Другая формулировка: для объяснения явлений природы не следует выдвигать других принципов, кроме тех, которые достаточны для такого объяснения.

Что касается принципа идеализации, то одним из первых, кто выделил и проанализировал этот принцип, был Э.Мах. В книге «Познание и заблуждение» (2003) он указал, что научное исследование невозможно без сознательного пренебрежения определенными фрагментами реальности, игнорирования этих фрагментов, которые мешают получить строгое описание объекта. Идеализация похожа на абстракцию, при использовании которой мы выделяем в объектах ключевые, типичные признаки, отвлекаясь от второстепенных. Пример идеализации – творчество Г.Кирхгофа, который благодаря понятию абсолютно черного тела (идеализированного объекта) получил экспериментальную кривую, характеризующую распределение энергии теплового излучения по длинам волн в зависимости от температуры.

Благодаря принципу математизации наука достигает точного и строгого описания изучаемых явлений и процессов. Уже пифагорейцы стремились выразить на языке математики природные явления. В эпоху построения классической науки математика начинает осознаваться как наиболее адекватный язык, на котором написана «книга Природы». В статье «Непостижимая эффективность математики в естественных науках», содержащейся в книге «Этюды о симметрии» (1971) Е.Вигнер отмечает, что математическая формулировка полученных физиком зачастую не слишком точных экспериментальных данных приводит в огромном числе случаев к удивительно точному описанию широкого класса явлений.

В принципе сохранения (инвариантности) содержится запрет нарушать сохраняющуюся величину. Примеры таких запретов – принцип инерции Галилея, закон сохранения массы вещества Ломоносова-Лавуазье, закон сохранения энергии Майера-Джоуля-Гельмгольца.

Несмотря на то, что новые физические теории часто идут вразрез с положениями прежних концепций, принцип соответствия (преемственности) утверждает, что можно найти точки пересечения старых и новых знаний. Например, квантовая механика, созданная усилиями Н.Бора, В.Гейзенберга, Э.Шредингера, при всей своей новизне использует понятия классических теорий – механики и электродинамики. Принцип соответствия, сформулированный Н.Бором, говорит о возможности преодолеть разрывы между классическими и современными представлениями путем наведения мостов, ведущих к целостности и единству физических воззрений. Даже математический аппарат новых теорий при надлежащем подборе параметров может перейти в аппарат старой теории.

Принцип дополнительности утверждает, что один и тот же феномен может быть описан порой посредством очень различных, возможно, даже противоречивых картин, дополнительных в том смысле, что обе картины необходимы. Проявления данного принципа можно найти в исследованиях выдающегося физика Нильса Бора, который обнаружил совместимость и дополнительность квантового (дискретного) и волнового (непрерывного) описаний атомных и субатомных процессов.

Принцип единства картины мира заставляет искать в различных фрагментах реальности и теориях, описывающих эту реальность, признаки общности (сходства, единства). Именно поэтому в истории науки многочисленны ситуации, когда исследователь осуществляет синтез идей и концепций, которые на первый взгляд никак не связаны друг с другом. Так, например, Дж.Максвелл построил электромагнитную теорию, сумев найти математический аппарат, пригодный для адекватного описания электрических и магнитных явлений, которые ранее представлялись разнородными. Н.Бор объединил (связал) квантовую гипотезу Планка с планетарной моделью атома Резерфорда. С.Вайнберг и А.Салам нашли способ для того, чтобы «скрестить» (синтезировать) квантовую электродинамику с теорией слабых ядерных взаимодействий.

Принцип фальсификации означает, что ученый должен стремиться к поиску фактов и идей, опровергающих теорию. Данный принцип сформулировал К.Поппер, который был удивлен тем, что картина мира, созданная Ньютоном, в том числе его теория гравитации, казавшиеся незыблемыми, были заменены теорией относительности А.Эйнштейна.

Реализуя принцип симметрии, ученые часто стремятся найти образы, которые сохраняются при преобразованиях определенной группы. В этом воплощается поиск упорядоченности, соразмерности, устойчивости, законосообразности, которые противоположны дисгармонии и хаосу.

Методологические принципы, как и рассмотренные выше эвристические стратегии, не являются алгоритмическими процедурами, гарантирующими правильное решение. Тем не менее, они играют важную роль эпистемологических ориентиров, определяющих направление теоретической мысли.

Итак, руководствуясь положением С.Смейла о том, что для решения проблемы определения границ естественного и искусственного интеллектов необходимо более широкое изучение процессов мышления и решения задач, мы рассмотрели различные типы эвристических стратегий. Основными чертами этих стратегий являются: 1) сокращение числа перебираемых вариантов, 2) гарантии получения не достоверного, но правдоподобного результата, 3) невозможность строгого доказательства оправданности применения того или иного принципа, 4) возможность использования для разрешения проблемной ситуации при отсутствии полной и необходимой информации. Эти черты (качества) эвристик определяются тем, что гарантированное правильное решение не обеспечивает ни одно интеллектуальное средство за исключением алгоритмов, но с их помощью не удается решать творческие задачи.

Эвристики можно трактовать как социокультурный опыт творческой мысли, присвоение которого в ходе онтогенеза приводит к становлению развитых форм процессов решения проблемных ситуаций. Экспериментально доказано, что обучение применению различных эвристик повышает продуктивность мышления, успешность решения задач. Эвристические средства оптимизируют процесс преодоления проблемных ситуаций даже в случае наименее эффективных способов ознакомления с ними. При систематических тренировках в использовании эвристик возрастает скорость решения, показатель осознанности средств решения, степень организованности интеллектуального процесса по таким параметрам, как операциональность, предметность и рефлексивность.

Если говорить об общем количестве эвристик, известных в настоящее время, то их насчитывается несколько тысяч. А.П.Ляликов в книге «Трактат об искусстве изобретать» (2002) пишет: «Следует иметь в виду, что массив элементарных эвристик составляет сейчас поле не менее чем в 3000 единиц хранения, а полный стенографический отчет только об одном 40-часовом курсе основ технического творчества едва ли вместится в два солидных тома (этот курс считается одним из самых коротких). Что уж тут поделаешь?» (Ляликов, 2002, с.237). Несмотря на огромное множество эвристических приемов, разработанных специалистами, А.П.Ляликов, как и многие другие исследователи, отмечает, что они не могут быть универсальным методом открытия, поскольку сам процесс открытия включает в себя компоненты риска и неопределенности. «Заметьте себе еще и еще раз, - пишет А.П.Ляликов, - творчество есть деятельность с колоссальным риском неполучения желанного результата. Если же риска нет, либо его совсем-совсем мало, перед нами деятельность тривиальная – что бы иное о ней ни говорили» (там же, с.280).

Источник происхождения эвристик

Каков источник происхождения эвристик? Откуда они берутся? Проведенный нами анализ показывает, что эвристики открываются индуктивно, то есть благодаря логической операции индукции, с помощью которой обобщаются отдельные случаи эффективной работы того или иного эвристического средства. Приведем несколько примеров индуктивного возникновения эвристических стратегий.

А.Осборн пришел к мысли о разработке коллективного метода генерации новых идей, названного методом «мозгового штурма», индуктивно исходя из случаев коллективного решения задач, которые имели место на военном корабле, на котором служил А.Осборн во время Второй мировой войны. Одной из первых задач, которую пытались решить моряки подобным способом, была защита корабля от японских торпед, управляемых смертниками. М.А.Степанчикова в книге «Учимся изобретать» (1997) пишет: «На корабле, где в то время служил Алекс Осборн, провели общий совет команды. Для этого выстроились все моряки на палубе. Каждый должен был предложить свою версию защиты. Первыми высказывались юнги, затем матросы и лишь потом офицеры. Последним был капитан. Такая очередность была выбрана неспроста: авторитет вышестоящих чинов не должен был влиять на подчиненных. Можно было высказывать любые идеи, даже нелепые и фантастические. Один из матросов предложил выстроить всю команду вдоль борта и одновременно дуть на торпеду. Идея вызвала бурный смех, но ее запомнили вместе с другими. При обсуждении всех предложений именно ей отдали предпочтение. Правда, поток воздуха заменили сильной струей воды. Из брандспойта вода била в лоб торпеды, которая замедляла ход и отклонялась. Вспомнив этот факт, А.Осборн воспользовался им при разработке изобретательского метода, впоследствии названного «мозговой штурм» (Степанчикова, 1997, с.17).

Г.С.Альтшуллер (1950-е годы) выдвинул предположение о том, что основой изобретений является устранение системных противоречий, индуктивно основываясь на изучении этапов эволюции винтовки, которые описаны в работе Ф.Энгельса «История винтовки» (1860). Михаил Орлов в книге «Основы классической ТРИЗ» (2005) указывает: «Так, в работе «История винтовки» (Ф.Энгельс, 1860) Энгельс приводит многочисленные примеры технических противоречий, определяющих всю эволюцию винтовки и возникающих как из-за изменения требований к применению, так и из-за выявления внутренних недостатков. В частности, длительное время главное противоречие состояло в том, что для удобства заряжения и увеличения скорострельности требовалось укорачивать ствол (заряжение производилось насыпанием пороха и закладыванием пули через ствол), а для увеличения точности стрельбы и достижения противника с большей дистанции в штыковом бою требовалось удлинять ствол. Эти противоречивые требования были соединены (!) в винтовке, заряжающейся со стороны казенной части. Но эти примеры остались неоцененными методологами и практиками творчества, и рассматривались лишь как иллюстрации к диалектическому материализму. В 1956 году Г.Альшуллер публикует свою первую статью, в которой ставит проблему создания теории изобретательского творчества и предлагает основные идеи для ее развития: 1. Ключ к решению проблем – выявление и устранение системного противоречия. 2. Тактика и методы решения проблем (приемы) могут быть выявлены на основе анализа сильных изобретений. 3. Стратегия решения проблем должна опираться на закономерности развития технических систем» (Орлов, 2005, с.55). Аналогично, один из 40 принципов ТРИЗ Г.С.Альтшуллера, а именно изобретательский прием «обратить вред в пользу», был индуктивно подсказан Г.С.Альтшуллеру историей исследований Б.Р.Лазаренко и И.Н.Лазаренко. Г.С.Альтшуллер в статье «Если вы хотите изобрести…» (журнал «Знание-сила», 1961, № 8) повествует: «Двое исследователей – Б.Р.Лазаренко и И.Н.Лазаренко – работали над проблемой борьбы с электрокоррозией металлов. Электрический ток разъедал металл в месте соприкосновения двух деталей, и с этим ничего не удавалось сделать. Были испробованы твердые и сверхтвердые сплавы – и безрезультатно. Исследователи пытались помещать контакты в различные жидкости, но нарушение шло еще интенсивнее. Ничто не могло предотвратить измельчение металла в порошок! Однажды изобретатели поняли, что этот отрицательный эффект можно где-то применить с пользой. Так возникла идея изобретения: получать с помощью электрокоррозии тончайшие металлические порошки. Вредное явление стало полезным, и вся работа пошла теперь в другом направлении. 3 апреля 1943 года изобретатели получили авторское свидетельство на электроискровой способ обработки металла» (Г.С.Альтшуллер, 1961). Об этом же Г.С.Альтшуллер пишет в книге «Как научиться изобретать» (Тамбов, 1961).

А.Ньюэлл, Дж.Шоу и Г.Саймон разработали метод анализа средств и целей, являющийся одной из самых известных эвристик, индуктивно обобщив результаты изучения процессов решения задач студентами. При этом авторы данной эвристики использовали способ записи словесных рассуждений лиц, решающих задачу (классическую методику рассуждений вслух Карла Дункера). В.Ф.Спиридонов в книге «Психология мышления: решение задач и проблем» (2006) отмечает, что А.Ньюэлл и Г.Саймон (1965) предъявляли испытуемым (студентам колледжа) определенное математическое выражение. Затем их просили получить из этого выражения другое путем применения набора правил преобразования, список которых предоставлялся им. Математические выражения брались из символической логики, но испытуемые этого не знали. Испытуемого просили называть вслух каждое правило, которое он хочет применить, и выражение, которое явится результатом такого преобразования. Экспериментатор фиксировал все вновь полученные выражения на доске. Испытуемого также просили рассуждать вслух, говорить, о чем он думает. Опыты проводились индивидуально, весь их ход записывался на магнитофон. Анализ протоколов решения задач и индуктивное обобщение полученных результатов позволяли сформулировать эвристические средства.

Лауреат Нобелевской премии по экономике за 2002 год, первооткрыватель уже описанных эвристик наглядности и репрезентативности, Д.Канеман (1972) высказал идею о том, что при оценке вероятности неопределенных событий люди не следуют принципам математической теории вероятности, индуктивно основываясь на экспериментах по изучению поведения людей при решении вероятностных задач. Канеман заметил, что, оказываясь в неопределенных ситуациях, требующих принятия вероятностных решений, испытуемые не используют теорему Байеса – наиболее распространенное правило вычисления вероятности события. Примечательно, что еще в 1960 году психологи В.Эдвардс и Л.Филлипс сравнили идеальное поведение, определяемое теоремой Байеса, с фактическим поведением людей и обнаружили существенные различия между ними. Результаты своих исследований они опубликовали лишь в 1966 году. О различии между фактическим поведением людей и требованиями теории вероятности можно было догадаться на основании исследований Б.Рассела. Этот ученый еще в 1948 году в книге «Человеческое познание: его сфера и границы» писал, что человек пользуется логическим приемом индукции, не вычисляя ее вероятность, то есть степень истинности, поскольку сама математика не знает, как ее вычислять.

Н.Бор (1925) сформулировал методологический принцип дополнительности, согласно которому классическое описание физических явлений является дополнительным по отношению к квантовому описанию, индуктивно исходя из того, что классическая трактовка световых лучей как электромагнитных волн является дополнением квантовой трактовки света как потока частиц. Другой исходной посылкой принципа дополнительности была двойственная (корпускулярно-волновая) интерпретация электронов, предложенная Луи де Бройлем. Д.Данин в книге «Нильс Бор» (1978) пишет о том, что укрепляло Н.Бора в мысли о дополнительности двух видов описания физических явлений: «С самого начала – с июля 25-го года – Бора укрепляла в этой мысли недавняя диссертация молодого парижанина Луи де Бройля. В ней впервые появились «волны материи»: у электронов – заведомых частиц – обнаружились волновые свойства. Правда, догадка де Бройля в то время еще не была подтверждена экспериментально. И хотя она превращала реальность волн-частиц во всеобщую напасть в микромире, Бор увидел в ней добрую «перспективу», как выразился он в своем июльском «Послесловии». Новая грамматика, допускавшая сочетание несочетаемого, становилась уделом любого описания микродействительности» (Д.Данин, 1978).

Наконец, известный методолог науки К.Поппер сформулировал методологический принцип фальсификации (опровержения), согласно которому задачей науки является поиск информации, ставящей под сомнение старую теорию, индуктивно основываясь на истории возникновения теории относительности А.Эйнштейна. К.Поппер был удивлен тем, что механика Ньютона и электродинамика Максвелла, считавшиеся несомненно истинными теориями, были заменены релятивистской теорией Эйнштейна. Этот факт подтолкнул К.Поппера к разработке эпистемологии, подчеркивающей важное значение принципа фальсификации (опровержения) теорий. Н.Ф.Овчинников в книге «Методологические принципы в истории научной мысли» (1997) констатирует: «Как писал сам Поппер, решающим импульсом в принятии именно такой эпистемологии была лекция Эйнштейна о теории относительности, которую впервые в 1919 г., еще будучи студентом, прослушал философ и методолог науки XX в. «Все, что я услышал, - писал Поппер, - было за пределами моего понимания. Я был воспитан в атмосфере, в которой механика Ньютона и электродинамика Максвелла воспринимались как несомненно истинные теории. Даже Мах в своем исследовании по истории механики, где он критиковал концепцию абсолютного пространства и абсолютного времени Ньютона – включая закон инерции, для которого он предложил новую и замечательную интерпретацию. И хотя Мах действительно рассматривал возможность не-ньютоновой теории, он полагал, что прежде чем мы сможем начать реализовывать эту возможность, мы должны подождать новых экспериментов…» (цит. по: Овчинников, 1997, с.14). Таким образом, К.Поппер, на протяжении всей своей жизни отрицавший индукцию как метод исследования и открытия, сам спокойно пользовался ей, индуктивно выводя из историко-научных фактов различные эпистемологические принципы.

Наше утверждение об индуктивном происхождении эвристик согласуется с точкой зрения Х.Д.Айнхорна, который в статье «Получение знаний из опыта и условно-оптимальных правил при принятии решения», содержащейся в книге Д.Канемана, П.Словика и А.Тверски «Принятие решений в неопределенности» (2005), пишет: «…Получение знаний из опыта в основном индуктивно по характеру, то есть человек попадает в некоторые ситуации или случаи, и разрабатывает эвристику, чтобы обеспечить некоторый общий способ справиться с ними» (Айнхорн, 2005, с.310). Согласно Х.Д.Айнхорну, индуктивный характер получения знаний из опыта имеет несколько значений относительно эвристики: 1) специфика правил, 2) общность правил, 3) сила эвристики. Обсуждая специфику правил, Х.Д.Айнхорн пишет: «Если получение знаний происходит индуктивно с помощью определенных случаев, то эвристические правила должны сильно зависеть от контекста. Большое количество сведений говорит о том, что это действительно так (Grether и Plott, 1979, Lichtenstein и Slovic, 1971, Simon и Hayes, 1976, Tversky и Kahneman, 1980)» (там же, с.310). Относительно общности эвристик Х.Д.Айнхорн замечает: «Если эвристики – это правила, изученные с помощью индукции, необходимо сгруппировать задачи по подобию, иначе было бы столько правил, сколько и ситуаций» (там же, с.311). Переходя к вопросу о силе эвристики, Х.Д.Айнхорн подчеркивает: «Если эвристика усваивается индуктивно, то усвоение происходит в течение многих испытаний с многократным закреплением. Мы увидим, благодаря способу, которым осуществляется обратная связь, и благодаря методам, которые мы используем для проверки правила опытом, положительное закрепление может происходить даже для неправильных правил (Wason, 1960)» (там же, с.312).

Установив роль индукции в формировании эвристических стратегий, перейдем к рассмотрению человеческой логики (правилам логических рассуждений).

Глава 3

Человеческая логика

Основные правила человеческой (или, лучше сказать, формальной) логики впервые исследовал Аристотель. Он показал, что в нашем мышлении имеются такие основоположения (процедуры), которые имеют общечеловеческое значение и должны соблюдаться в любых ситуациях, в которых ставится цель установить истину. Аристотель выделил такие законы правильного мышления (законы логики), как закон тождества, закон противоречия и закон исключенного третьего. Закон тождества требует: а) сохранения мысленного содержания предмета рассуждения, б) достигать определенности мысли в термине (слове, выражении), в) обязывает различать формальное и содержательное тождество. Другими словами, закон тождества – это директива (предписание), согласно которой в процессе рассуждения каждое осмысленное выражение должно употребляться в одном и том же смысле. Закон противоречия содержит в себе запрет мыслить и рассуждать противоречиво, квалифицирует противоречие как серьезную логическую ошибку, несовместимую с логическим мышлением. Закон противоречия гласит, что два несовместимых (противоречащих) суждения не могут быть одновременно истинными. Согласно закону исключенного третьего, из двух высказываний «А» или «не-А» - одно обязательно является истинным, то есть два суждения, одно из которых является отрицанием другого, не могут быть одновременно ложными.

Наряду с тремя перечисленными законами, открытыми Аристотелем, существует еще закон достаточного основания, в соответствии с которым всякое верное положение должно быть обоснованным. Этот закон выделил Г.Лейбниц, справедливо полагавший, что в процессе рассуждения нельзя использовать в качестве посылок ложные допущения. Закон достаточного основания содержит в себе следующие предписания: а) все посылки рассуждения должны быть обоснованы, б) если какое-либо суждение является обоснованным, то его допустимо использовать в доказательстве, не воспроизводя его оснований, а лишь подразумевая их, в) обоснованием считается любая истинностная характеристика суждения.

Дедуктивные рассуждения

Аристотель глубоко проанализировал дедуктивные схемы рассуждений, объединив их в рамках единой системы, названной силлогистикой. Самой элементарной и распространенной схемой дедукции является простой категорический силлогизм. Это опосредованное умозаключение, посылки и вывод которого представляют собой категорические, или атрибутивные, суждения. Такой силлогизм состоит из двух посылок и заключения, например:

Все планеты имеют форму шара.
Земля – планета.
Следовательно, Земля имеет форму шара.

Корректность (правильность) рассуждения в приведенном силлогизме (дедуктивном выводе) определяется так называемой аксиомой силлогизма. Эта аксиома формулируется следующим образом: если известно, что свойство Р принадлежит каждому из предметов, образующих данное множество, то это свойство будет принадлежать и любому индивидуальному предмету, относимому к этому множеству. В дедуктивных схемах рассуждений мысль движется от общего к частному.

Важной особенностью дедукции является тот факт, что если общее положение верно, то должны быть верными и частные утверждения, определяемые этим общим положением. Другими словами, общие положения (исходные посылки) дедуктивных силлогизмов практически однозначно (определенно) инициируют конечный вывод. Поэтому принято говорить, что в дедукции истинность исходных посылок гарантирует истинность финального умозаключения (связь между звеньями силлогизма является жесткой). Эта особенность силлогистических умозаключений дает возможность формализовать дедукцию, разработать эффективный алгоритм, превращающий определенную форму человеческих рассуждений в вычислительный процесс. Если же известен алгоритм (последовательность действий, устойчиво приводящих к решению), то на его основе всегда можно создать компьютерную программу.

Задаваясь вопросом о том, как Аристотелю удалось построить теорию силлогизмов, мы получим тот же ответ, что и при рассмотрении проблемы происхождения эвристик: он открыл ее эмпирически (индуктивно). Д.Пойа в книге «Математика и правдоподобные рассуждения» (1975) констатирует: «Примеры, которыми Аристотель находит необходимым подкреплять свои силлогизмы, по-видимому, свидетельствуют о том, что он открыл эти силлогизмы с помощью какого-то рода индукции – а как он мог бы открыть их иначе? Как бы то ни было, идея, что силлогизмы могли быть открыты индуктивно, сближает их с нашими схемами правдоподобных рассуждений» (Пойа, 1975, с.341). Этому не приходится удивляться, поскольку, с точки зрения многих специалистов, даже моральные принципы (нравственные императивы), которыми мы руководствуемся в своей жизни, были установлены на индуктивной основе. Х.Патнем в статье «Философы и человеческое понимание» (сборник «Современная философия науки», 1996) отмечает: «В этике мы начинаем с суждений о том, прав или не прав индивид, и постепенно на основании таких суждений приходим к максимам, обобщениям, не допускающим исключений. Часто при этом мы прибегаем к иллюстративным примерам, скажем: «Не обижайте странников, ибо вы знаете, каково быть странником в Египте». Эти максимы в свою очередь воздействуют на наши суждения об индивидуальных случаях и изменяют их, так что могут появиться новые максимы, дополняющие и модифицирующие старые. Минуют тысячелетия этой диалектики максим и суждений об индивидуальных случаях, и философ, обозревая прошедшее, предлагает моральную концепцию, которая может изменить как максимы, так и суждения о единичном» (Патнем, 1996, с.241).

Индукция и аналогия

В противоположность дедукции в индуктивных умозаключениях мысль движется от частного к общему, от единичных фактов и идей к общим утверждениям. Единичные факты в этом случае образуют исходные посылки, а общие утверждения являются конечным (финальным) выводом. Пример индуктивного умозаключения: такие металлы, как железо, медь, цинк, олово, алюминий, платина, - электропроводны (способны проводить электрический ток). Следовательно, все металлы проводят электрический ток.

Выделяют полную и неполную индукцию. Неполная индукция – это такая индукция, где делается заключение о том, что всем представителям изучаемого множества принадлежит свойство Р на том основании, что некоторым представителям этого множества принадлежит свойство Р. Заключение здесь не следует с необходимостью из посылок и может приводить к ошибкам. В том случае, если перечислены все представители данного множества предметов и если каждому из них принадлежит определенное свойство Р, можно провести полную индукцию, то есть с необходимостью заключить, что и всем представителям данного множества принадлежит свойство Р. Полная индукция отличается строгостью и предельной корректностью вывода, поэтому часто называется индуктивным силлогизмом (приобретает строгость и определенность дедуктивного умозаключения).

Однако не всегда существуют условия, позволяющие реализовать полную индукцию. Элементы (составные части) многих множеств столь многочисленны, что ученому часто не хватает времени жизни на перебор и анализ этих элементов. Если же множество бесконечно (то есть составляющие его элементы неперечислимы), анализ этих элементов, необходимый для реализации полной индукции, становится недостижимой целью. Кроме того, предметы (объекты) того или иного множества оказываются недоступными, а материальные ресурсы, способные обеспечить их доступность для исследования, ограниченными. Ввиду ограниченности ресурсов мы вновь не можем использовать полную индукцию, поэтому удовлетворяемся неполной. Наконец, объекты могут быть недоступными для исследования, так как наука еще не достигла требуемого уровня развития, то есть уровня совершенства экспериментального оборудования, с помощью которого можно исследовать эти объекты. Многие идеи и теоретические построения науки являются результатом неполной индукции.

К индуктивным умозаключениям относится также аналогия. Аналогией называется такое умозаключение, где от сходства двух предметов в нескольких признаках делается заключение о сходстве этих предметов в других признаках. Если предмет А имеет признаки abcd, а предмет В имеет признаки abc, то делается предположительное заключение, что предмет В имеет признак d. Схематически структуру данного умозаключения можно представить в следующем виде:

А имеет признаки abcd.
В имеет признаки abc.
Следовательно, В имеет признак d.

Само собой понятно, что заключение в выводах по аналогии не следует с необходимостью из посылок, поскольку сравниваемые предметы, как бы они сходны ни были, всегда имеют признаки, по которым они различаются (иначе эти предметы не были бы двумя различными предметами).

Перечислим условия, которые повышают достоверность выводов по аналогии:

- нужно стремиться, чтобы было установлено как можно больше общих признаков сравниваемых предметов;

- необходимо, чтобы общие признаки сравниваемых предметов были наиболее типичными для этих предметов. Другими словами, общие признаки сравниваемых предметов должны быть тесно связаны с другими свойствами рассматриваемых предметов;
- необходимо, чтобы установленные общие признаки сравниваемых предметов были как можно более однотипными с признаком, переносимым с одного предмета на другой.

Индукцию и аналогию часто называют правдоподобными рассуждениями. Это связано с тем, что индукция и аналогия дают не истину, а ее вероятность. Если в дедукции истинность исходных посылок гарантирует истинность конечных (финальных) заключений, то в индукции и аналогии (за исключением полной индукции) такой гарантии нет: при наличии истинных посылок вывод может оказаться ложным. Ведь в индуктивных способах обработки информации достоверность вывода определяется не только достоверностью рассмотренных единичных фактов, но и их количеством. А рассмотреть (проанализировать) все единичные факты часто не удается по причине ограниченности материальных ресурсов, делающих эти факты доступными для исследования, а также в силу недостаточного уровня развития науки, о чем мы уже говорили.

Поскольку индуктивные стратегии мышления гарантируют не истинность, а ее вероятность, предпринимались попытки применить к индукции математическую теорию вероятности (статистики). Однако эти попытки не имели успеха, так как перед началом исследования того или иного множества его структура (количество его типичных элементов) не известна, а в момент завершения исследования (когда структура множества становится изученной) ретроспективная оценка степени правдоподобности индуктивных выводов теряет свою ценность. Касаясь этого вопроса, Б.Рассел в книге «Человеческое познание: его сфера и границы» (2000) пишет: «Со времени Лапласа делались различные попытки показать, что вероятная истинность индуктивного вывода вытекает из математической теории вероятности. Теперь всеми признается, что все эти попытки были безуспешными…» (Рассел, 2000, с.352). «Во-первых, - аргументирует Б.Рассел, - в математической теории вероятности нет ничего, что оправдывало бы наше понимание как общей, так и частной индукции как вероятной, как бы при этом ни было велико установленное число благоприятных случаев» (там же, с.361). Об этом же говорит Д.Пойа в книге «Математика и правдоподобные рассуждения» (1975): «Никто еще не предложил ясного и убедительного метода вычисления правдоподобностей в нетривиальных случаях, и если мы ясно себе представим конкретные ситуации, в которых важна правильная оценка правдоподобностей (что мы уже сделали), то мы легко сможем понять, что любое приписывание правдоподобностям определенных числовых значений подвергается большой опасности показаться глупым» (Пойа, 1975, с.368).

Безуспешность попыток описать индуктивный вывод языком теории вероятности напоминает трудности в интегрировании динамических систем, с которыми столкнулись физики и математики в конце 19 века. Как указывает И.Пригожин в книге «От существующего к возникающему» (2002), ученые, работавшие в 19 веке над проблемами классической динамики, занимались поиском интегрируемых систем. Многие из них были уверены, что большая часть динамических систем являются интегрируемыми, то есть для них решается задача нахождения уравнений движения. Каково же было их удивление, когда Генрих Брунс (1887) и Анри Пуанкаре (1889) доказали теорему о том, что большинство наиболее интересных проблем классической динамики, начиная с проблемы трех тел, не сводится к интегрируемым системам! Пуанкаре показал, что динамические системы, чье движение можно строго описать (проинтегрировать), составляют незначительную часть всех исследуемых систем.

Возможность ошибиться (прийти к неправильным заключениям) при использовании индукции и аналогии лишает нас перспективы формализовать эти виды рассуждений так, как это может быть сделано в отношении дедукции. Для индуктивных умозаключений нельзя разработать эффективный алгоритм, некий вычислительный процесс, устойчиво предоставляющий в наше распоряжение достоверные результаты. Соответственно, компьютерная программа, реализующая индукцию, в одних случаях будет выдавать релевантную (соответствующую реальности) информацию, а в других случаях – умозаключения, не отражающие эту реальность.

Впрочем, наука располагает средствами, позволяющими устранять наши ошибки. Для того, чтобы убедиться в истинности или ложности того или иного индуктивного заключения, необходимо провести дополнительное исследование (например, непосредственно обратиться к опыту, практике, к сопоставлению полученного заключения с другими, уже доказанными положениями в науке). Если опыт (наблюдение, эксперимент), призванный проверить индуктивную догадку, подтверждает ее, то она сохраняется в арсенале научного знания, а если опровергает, то идея отбрасывается, открывая простор для других идей (гипотез). В ряде случаев ученый, выдвинувший ошибочную гипотезу, впоследствии сам же ставит опыт (эксперимент), доказывающий или разрушающий ее содержание. Или, по крайней мере, заимствует схему постановки эксперимента у своих коллег. Если же условия постановки эксперимента выходят за рамки имеющихся у него материальных ресурсов или уровня развития науки его времени, то возникшую однажды идею проверяют следующие поколения исследователей.

Примером ошибочной идеи, опровергнутой самими авторами этой идеи, является история открытия структуры молекулы ДНК. Известно, что лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1962 год Джеймс Уотсон и Френсис Крик первоначально предполагали, что молекула ДНК состоит из трех цепей подобно тому, как это наблюдается в некоторых молекулах белков. Однако экспериментальные данные, полученные Розалиндой Франклин, а также некоторые факты из области химии, заставили их отказаться от этой гипотезы. Спустя время они пришли к выводу, что молекула ДНК представляет собой спираль, состоящую из двух цепей. Н.С.Андреева в статье «Еще раз об открытии структуры ДНК» (журнал «Природа», 2006, № 8) пишет: «На самом деле Розалинда подчеркивала, что если учесть молекулы воды в элементарной ячейке кристаллической формы, то масса вещества в ячейке соответствует скорее двум цепям ДНК. Ничтоже сумняещееся, Уотсон и Крик принялись строить модель спиральной структуры ДНК из трех цепей с переплетающимися фосфатно-сахарными остовами вблизи оси цилиндрической молекулы и торчащими наружу основаниями, по примеру того, что наблюдается в α-спиральных белках, где нерегулярно чередующиеся боковые группы торчат наружу. (…) Построив в течение одной недели модель, Уотсон и Крик пригласили Франклин. Она сразу спросила их, куда они девали воду, а потом разнесла модель в пух и прах как не отвечающую экспериментальным данным. Услышав об этом, Брэгг категорически запретил Уотсону и Крику заниматься играми в ДНК в его лаборатории, и они прервали свою работу на довольно продолжительное время» (Н.С.Андреева, 2006).

Другой аналогичный пример. Создатель первых космических аппаратов С.П.Королев первоначально был уверен, что ракеты на твердом топливе имеют больше шансов выйти на проектируемую околоземную орбиту. Поэтому все опыты по созданию ракет проводились с использованием твердого топлива. Однако знакомство с баллистическими ракетами Вернера фон Брауна, работающими на жидком топливе, привело С.П.Королева к отказу от своей первой идеи и началу работ над проектами ракет с жидкостным двигателем. Б.Е.Черток в 1-ом томе книги «Ракеты и люди» (1999) отмечает: «Технический опыт немцев, конечно, сэкономил много лет творческой работы. Ведь о баллистических ракетах думал только Королев в своем казанском заточении. И то он предлагал делать баллистические ракеты твердотопливными, потому что не верил, что жидкостные двигатели могут дать необходимую громадную мощность. А у немцев мы увидели реальные жидкостные двигатели с тягой в 30 т и проекты до 100 т. Это научило нас не бояться масштабов. Наши военные руководители перестали смотреть на ракету как на снаряд, для которого надо придумать по-лучше «порох» - и все будет в порядке. А ведь именно это лежало в основе нашей предвоенной доктрины при создании знаменитых пороховых реактивных снарядов Петропавловского, Лангемака, Тихомирова, Клейменова, Спонимера, Победоносцева» (Б.Е.Черток, 1999).

Иллюстрацией случая, когда ученому не удалось дождаться экспериментального доказательства идеи, является творчество Людвига Больцмана. Л.Больцман, внесший вклад в статистическую механику, молекулярно-кинетическую теорию, теорию излучения абсолютно черного тела, открывший статистическую природу второго начала термодинамики, получил ряд важных результатов в этих областях, исходя из концепции об атомном строении материи. Э.Мах и В.Оствальд отрицали справедливость этой концепции, вынуждая Л.Больцмана вступать в напряженные дискуссии, которые негативно сказывались на его здоровье. В 1906 году Л.Больцман трагически скончался, а через два года французский физик Жан Перрен в опытах по изучению броуновского движения с помощью ультрамикроскопа доказал реальное существование молекул и атомов. Попутно отметим, что установленная Л.Больцманом формула энтропии, связывающая энтропию с логарифмом априорной вероятности распределения молекул по фазовым ячейкам, может иметь отношение к описанию вероятности индуктивной логики. Определенной подсказкой здесь служит тот факт, что Клод Шеннон построил теорию информации по аналогии с теорией энтропией, вычислив информацию так же, как термодинамики вычисляют энтропию.

Необходимость в проведении дополнительных исследований (опытов, экспериментов) для выяснения истинности или ложности индуктивных заключений означает, что искусственный интеллект, наделенный индуктивной логикой, одновременно должен обладать способностью к проведению подобных дополнительных исследований. Любой ученый-экспериментатор, отвечая на вопрос о том, как ставятся эксперименты, доказывающие или фальсифицирующие ту или иную концепцию, ответит, что придумать новый эксперимент – это творческая работа. История науки показывает, что условия постановки важных экспериментов обнаруживаются так же, как все новое и значимое: а) методом проб и ошибок (методом последовательного перебора), б) в результате обобщения фактов эффективности определенных экспериментальных схем, найденных другими исследователями, в) благодаря применению аналогии, дополненной приемом синтеза разрозненных технических идей, почерпнутых из разных областей.

Пример схемы эксперимента, найденной методом проб и ошибок – творчество Майкла Фарадея. Английский физик М.Фарадей, удивленный опытом Христиана Эрстеда, обнаружившего в 1820 году факт влияния электрического тока на магнитную стрелку (факт возникновения магнетизма при действии электрического поля), решил поставить обратный эксперимент. Он хотел найти экспериментальные (технические) условия, при которых само магнитное поле создает электрический ток. М.Фарадей нашел эти условия (открыл электромагнитную индукцию) методом проб и ошибок, потратив на поиски 10 лет своей жизни. В.Карцев в книге «Приключения великих уравнений» (1986) констатирует: «Сейчас даже из соображений симметрии ясно, что если электрический ток (то есть движущийся электрический заряд) создает магнитное поле, то электрическое поле должно создаваться при движении магнита или магнитного поля. Для того чтобы прийти к этому выводу, Фарадею потребовалось 11 лет. За многие годы Фарадей перебрал множество комбинаций проводников, спиралей, сердечников и магнитов. Говорят, он в течение всего этого времени таскал в кармане магнит и кусок проволоки, чтобы в любое время исследовать, что произойдет при новом их взаимном расположении» (Карцев, 1986, с.140). Об этом же пишет М.А.Степанчикова в книге «Учимся изобретать» (1997): «Майкл Фарадей (1791-1867) провел 16041 физический эксперимент, затратив 10 лет, чтобы опытным путем обнаружить влияние магнетизма на электричество» (Степанчикова, 1997, с.12).

Пример схемы эксперимента, появившейся в науке в результате индуктивного обобщения и систематизации опытов, поставленных другими исследователями, - творчество Густава Кирхгофа и Роберта Бунзена. Известные физики Г.Кирхгоф и Р.Бунзен (1859) пришли к выводу о возможности исследования состава веществ с помощью спектрального анализа, индуктивно основываясь на экспериментах В.Волластона, И.Фраунгофера, В.Свана, Ф.Талбота, Д.Брюстера, Д.Гершеля, а также на своих собственных экспериментах. Перечисленные ученые (предшественники Г.Кирхгофа и Р.Бунзена) обнаружили, что если погрузить фитиль в раствор исследуемого соединения, высушить его, а затем зажечь и пропустить свет пламени через щель и стеклянную призму, то можно изучать изображение спектра на экране. Рассматривая этот спектр, В.Волластон обнаружил при этом несколько резких темных линий, которые без видимого порядка пересекали спектр Солнца в разных местах. И.Фраунгофер обнаружил в том же спектре яркую желтую линию, известную теперь как желтая линия натрия. Направив телескоп в сторону Солнца и применив свои еще несовершенные спектральные методы, Фраунгофер увидел ту же желтую светящуюся линию в солнечном спектре. В.Сван установил, что двойная желтая линия в спектре пламени спиртовки возникает в присутствии металла натрия. Проведя аналогичные опыты и обнаружив у многих химических элементов индивидуальный линейчатый спектр (строго определенный набор линий), Кирхгоф и Бунзен индуктивно пришли к мысли о наличии натрия на Солнце и об использовании спектрального анализа для исследования состава различных веществ не только на Земле, но и за ее пределами (Б.И.Спасский, «История физики», 1977).

Иллюстрацией схемы эксперимента, придуманной благодаря аналогии, является деятельность французского физика Леона Фуко. Леон Фуко (1850) разработал эксперимент, основанный на методе вращающегося зеркала и предназначенный для определения скорости света, по аналогии с экспериментом Ч.Уитстона (1834), основанным на том же методе вращающегося зеркала и предназначенным для измерения скорости распространения электрических возмущений (А.Голин, С.Филонович, «Классики физической науки», 1989). Э.Мах в книге «Познание и заблуждение» (2003) пишет: «Сильный толчок развитию этого метода дал Уитстон, применив вращающееся зеркало для определения скорости распространения и продолжительности электрического разряда. Усовершенствование этого метода В.Феддерсоном привело к точному изучению электрических колебаний. Другой тип этого метода мы находим в методе Фуко для определения скорости света» (Э.Мах, 2003). Примечательно, что Ф.Араго (1838) раньше Л.Фуко, реализуя аналогию, догадался о возможности применить метод вращающегося зеркала Ч.Уитстона для измерения скорости света. М.Льоцци в книге «История физики» отмечает: «В 1834 г. для измерения длительности электрической искры Уитстон ввел вращающееся зеркало и сразу же стал думать о возможности его применения для измерения скорости света. Однако здесь ему не удалось добиться успеха. Его проект был подхвачен Араго, предложившим очень сложный опыт, о котором мы упоминали в начале параграфа. Физо и Леон Фуко (1810-1868) взялись упростить его и практически осуществить» (Льоцци, 1970, с.209).

Изложенное свидетельствует о том, что искусственный интеллект, проверяя достоверность своих индуктивных идей, должен проводить дополнительные эмпирические исследования, предполагающие постановку новых экспериментов, изобретение таких опытов, которые позволят подтвердить или поставить под сомнение те или иные теоретические построения. Поскольку не существует алгоритма изобретения экспериментальных (технических) средств проверки новых идей, вычислительная машина должна создавать эти средства методом проб и ошибок (методом последовательного перебора), индуктивно обобщая факты эффективности уже разработанных экспериментальных схем, осуществляя перенос технических идей из одной области в другую на основе аналогии. Если время жизни вычислительной машины будет ограничено, как в случае человека, задачу постановки новых экспериментов придется решать другим поколениям вычислительных машин, в распоряжении которых окажутся более значительные материальные ресурсы и более высокий уровень научного знания.

Несмотря на то, что правила формальной логики требуют избегать поспешных индуктивных выводов, не основанных на анализе максимально возможного числа элементов того или иного множества, науке известны удачные индуктивные идеи, которые стимулировались минимумом фактов. Иногда достаточно было рассмотреть один-два признака объекта, чтобы экстраполировать полученную информацию на все объекты определенного класса. Такие выводы получили название индукции с однократным наблюдением (индукции одного примера). Подобные ситуации возможны в том случае, если ученый (сознательно или непреднамеренно) наталкивается на признаки (свойства) объектов, являющиеся типичными, или, лучше сказать, базовыми для определенного класса объектов. Можно сформулировать общее правило: при исследовании базовых (существенных) признаков объектов реализация полной индукции не является критически необходимой. В этом случае получить достоверное заключение можно без затрат времени и материальных ресурсов на изучение всех элементов множества. Другими словами, анализ фундаментальных (ключевых) признаков объектов делает возможным проведение неполной индукции, которая дает правильный результат. Соответственно, вычислительная машина, использующая такую форму неполной индукции, будет получать достоверные заключения. Стюарт Рассел и Питер Норвиг в книге «Искусственный интеллект: современный подход» (2006), говоря о ситуациях, в которых люди сразу же приходят к общим заключениям после одного лишь наблюдения, приводят следующий случай: «В качестве еще одного примера рассмотрим случай, в котором путешественник, прибывший в Бразилию, встречает первого в своей жизни бразильца. Услышав от него речь на португальском языке, путешественник сразу же приходит к выводу, что бразильцы говорят на португальском…» (Рассел, Норвиг, 2006, с.914-915). Мы рассмотрим другие примеры.

Французский врач Поль Брока (1861) склонился к заключению о том, что центр экспрессии речи находится в левом полушарии мозга, индуктивно основываясь на результатах посмертных вскрытий и исследования мозга двух людей, страдавших афазией (утративших дар речи). Проведенные вскрытия показали, что у этих людей, имевших симптомы афазии, поражена левая лобная доля мозга. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «Причины потери речи были тогда еще совершенно непонятны, и лечить их даже не пытались. Оба больных умерли вскоре после поступления, здесь же, в клинике, и на вскрытии выяснилось, что у пациентов были поражены одинаковые районы левого полушария. Брока оказался прозорливым ученым. На основе всего двух случаев он сумел понять, что человеческой речью руководит левое полушарие» (Шойфет, 2006, с.295).

Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2001 год Пол Нерс (1987) сделал вывод об эволюционной консервативности (неизменности) генов, определяющих цикл деления клеток, индуктивно основываясь на совпадении генетических последовательностей участков ДНК, контролирующих процесс деления клеток у дрожжей и человека. Полу Нерсу и его коллегам не пришлось анализировать геном десятков других биологических видов, они ограничились минимумом примеров, и пришли к правильному результату. И.Э.Лалаянц в статье «Консервативный каскад» (газета «Биология», 2002, № 48) описывает реакцию Пола Нерса на обнаружение сходства генов, определяющих цикл деления клеток у дрожжей и человека: «Вот как сам лауреат рассказывает о своем открытии. «Поначалу мы не могли поверить своим глазам, но когда вывели генетические последовательности на дисплей компьютера, то увидели, что они совпадают! Это был пример эволюционной консервативности, свидетельствующий о том, что у дрожжей и у человека клеточный цикл регулируется одинаково. Это был момент, когда можно было воскликнуть «Эврика!» (И.Э.Лалаянц, 2002).

Многие открытия в физиологии, медицине и генетике сделаны на таких излюбленных объектах экспериментов, как собака, мышь и плодовая мушка дрозофила. Результаты, полученные для этих представителей животного мира, часто почти автоматически переносились на других животных, в том числе человека. Такая экстраполяция не вызывала сомнений в корректности, поскольку ученые знали, что исследуют базовые (существенные) свойства живых организмов. То же самое можно сказать об открытиях в области физики. Если ученому известен ряд важных свойств электрона (дифракция, интерференция, поляризация), открытых на нашей планете, то было бы ошибкой искать электроны, лишенные этих свойств, за пределами Земли. Как справедливо заметил И.Пригожин в книге «От существующего к возникающему» (2002), «ведь как бы то ни было, мы живем в едином мире, и сколь бы он ни был многообразен, между различными его аспектами должна существовать какая-то взаимосвязь» (Пригожин, 2002, с.138). В крайнем случае, при обнаружении фактов, противоречащих неполной индукции, ученые не отбрасывают гипотезу (концепцию), а устанавливают пределы (границы) ее применимости и используют ее в этих пределах.

Индукция, не требующая анализа большого количества объектов (элементов множества), часто используется в экспериментах, в которых созданы искусственные условия, исключающие воздействие посторонних факторов на исследуемое явление. Эти искусственные условия, называемые идеализированной ситуацией, позволяют изучать явление в «чистом виде», отвлекаясь от второстепенных, поверхностных признаков объектов. На это обратил внимание В.А.Лекторский, который в книге «Эпистемология классическая и неклассическая» (2006) отмечает: «Индуктивное обобщение предполагает множество случаев. Чем больше этих случаев и чем более они разнообразны, тем лучше. Между тем, формулирование всеобщей причинной зависимости, обнаруженной в эксперименте, вовсе не связано с большим количеством повторений. Если эксперимент проводится правильно (что это означает, мы узнаем немного позже), то иногда достаточно всего лишь нескольких таких экспериментов для того, чтобы можно было уверенно формулировать некоторую общую закономерность» (Лекторский, 2006, с.215). Заметим, что под правильной постановкой эксперимента В.А.Лекторский подразумевает создание искусственных условий («идеализированных ситуаций»), позволяющих исключить влияние посторонних факторов на исследуемое явление, о чем мы уже сказали выше.

В арсенале науки имеются открытия, называемые эмпирическими, которые на первый взгляд представляются находками, не содержащими следов индукции, то есть находками, в возникновении которых индукция не играла никакой роли. К числу эмпирических находок можно отнести открытие Вильямом Гершелем (1781) планеты Уран, обнаружение Джузеппе Пьяцци (1801) малой планеты Церера, открытие Генри Ресселом (1910) белых карликов, обнаружение Клайдом Томбо (1930) планеты Плутон, открытие Энтони Хьюишом (1967) радиопульсаров (нейтронных звезд). В этих успехах наблюдательной астрономии отсутствовала привычная для нас индукция, предполагающая обобщение полученных данных. Например, открыв планету Уран, В.Гершель не нуждался в том, чтобы каким-то образом обобщать факт существования за Сатурном новой планеты, найденной им. Однако обнаружить новый звездный объект еще не значит правильно идентифицировать его (определить его природу). Для выяснения природы и статуса небесного тела необходимо провести анализ его основных характеристик (величины, орбитального движения, массы и т.д.), после чего сравнить эти характеристики с параметрами уже известных космических объектов. А такое сравнение, то есть выявление признаков сходства и различия между разными объектами, есть не что иное, как проведение аналогии (той самой аналогии, которая является составным компонентом индуктивной логики). Таким образом, даже в эмпирических открытиях можно найти следы индуктивных умозаключений, присутствующие в них в «замаскированном» (скрытом) виде. Кстати сказать, В.Гершель, открывший планету Уран, не смог идентифицировать ее как планету, полагая, что он открыл комету, которая движется внутри Солнечной системы. А лауреат Нобелевской премии по физике за 1974 год Э.Хьюиш, открывший радиопульсары, не смог идентифицировать эти объекты как нейтронные звезды (не смог провести аналогию между обнаруженными объектами и нейтронными звездами, теоретическими предсказанными Л.Ландау еще в 1932 году). Такую аналогию провели другие ученые, внимательно проанализировавшие то, что открыл Э.Хьюиш.

Аналогия в искусстве (музыке и живописи)

Прием аналогии (переноса идеи в новый контекст) можно обнаружить даже в областях, весьма далеких от науки. В частности, аналогия широко представлена в искусстве, в том числе в музыке и живописи. Проведенное нами специальное исследование показало, что многие музыкальные произведения созданы путем переноса (транспонирования) в новый контекст музыкальных мотивов, заимствованных из других произведений либо из фольклора. Точно так же, многие шедевры изобразительного творчества возникли благодаря переносу в новый контекст идей (находок), почерпнутых из полотен известных и не очень известных мастеров.

Например, Иоганн Себастьян Бах заимствовал многие мелодии своих произведений из песен, которые он встречал в многочисленных песенных сборниках. Альберт Швейцер в книге «Иоганн Себастьян Бах» (1965) указывает: «Бах черпал из сокровищницы прошлого, которая была богато представлена в песенниках. Эта сокровищница со временем все более пополнялась. Так, Эрфуртский сборник 1524 года содержал двадцать шесть песен; первое издание Бабста – сто одну песню; крюгеровское собрание, которым почти столетие пользовались в Берлине, имело в первом издании (1640) двести пятьдесят песен, в сорок четвертом (1736) – тысячу триста; Люнебургское (1686) – две тысячи; лейпцигское 1697 года – свыше пяти тысяч. Из сохранившейся инвентарной описи мы знаем, что Бах имел это восьмитомное лейпцигское издание…» (Швейцер, 1965, с.12).

Детализируя характер заимствований, сделанных И.С.Бахом по принципу аналогии, укажем, что И.С.Бах при работе над погребальным хоралом «О, глава, истекающая кровью», а также создавая свою знаменитую ораторию «Страсти по Матфею» (1729), по аналогии перенес в данные произведения мелодию любовной песни «Я смущен душой, и дева нежная тому виной». Эту песню И.С.Бах почерпнул из сборника светских песен, изданного немецким композитором Хансом Лео Хаслером в 1601 году. Р.Х.Зарипов в книге «Машинный поиск вариантов при моделировании творческого процесса» (1983) указывает: «Заимствованные из народной светской музыки формы, песенные и танцевальные мелодии широко использовал в своих произведениях (кантатах, ораториях, хоралах) Иоганн Себастьян Бах. Так, например, немецкий композитор Ханс Лео Хаслер издал в 1601 г. сборник светских песен (мадригалы, канцонетты). Среди них была любовная песня «Я смущен душой, и дева нежная тому виной». Мелодия этой песни стала основой погребального хорала «О, глава, истекающая кровью» и неоднократно использовалась Бахом в его оратории «Страсти по Матфею» (1729). Подобное происхождение имеют и другие его хоралы. Любовная песенка «Пошел я было гулять» превращается в хорал «Не оставляй господа», а песня «Смутилось сердце» - в похоронный хорал (В.С.Галацкая, 1957)» (Зарипов, 1983, с.96). Об этом же пишет А.Швейцер в уже упоминавшейся книге «Иоганн Себастьян Бах» (1965), что позволяет понять эволюцию оратории «Страсти по Матфею»: «В 1601 году Ганс Лео Гасслер (1564-1612) из Нюрнберга издает «Lust-garten…» для 4, 5 и 8 голосов. Мелодия любовной песни из этого сборника… двенадцать лет спустя появляется в виде заупокойного хорала… Позднее к ней присоединяются слова Пауля Герхардта… она приобретает значение главенствующей мелодии баховских «Страстей по Матфею» (Швейцер, 1965, с.17). Я.Хаммершлаг в книге «Если бы Бах вел дневник» (1963) сообщает, что Бах часто по аналогии переносил мелодии из своих религиозных произведений в светские, а мелодии светских произведений – в религиозные (церковные). «Свои музыкальные идеи, - отмечает Я.Хаммершлаг, - Бах использовал в самых различных произведениях, часто повторяя одни и те же мысли, на первый взгляд с совершенно незначительными изменениями. Более того, часто случалось, что темы религиозного характера он разрабатывал в светском стиле, и наоборот» (Хаммершлаг, 1963, с.46). Вообще, Бах широко использовал народную (фольклорную) музыку. В.Галацкая в книге «Музыкальная литература зарубежных стран» (1978) пишет: «Заимствованные из народной музыки формы, песенные и танцевальные мелодии можно встретить в любых произведениях Баха. Не говоря уже о светской музыке, он широко и многообразно ими пользуется в своих духовных сочинениях: в кантатах, ораториях, пассионах, си-минорной мессе» (Галацкая, 1978, с.93).

Обращаясь к роли аналогии (заимствования и переноса) в области живописи, можно вкратце рассмотреть творчество выдающегося французского художника, стоявшего у истоков импрессионизма, Эдуарда Мане (1832-1883). Перечислим ряд произведений этого художника, созданных на основе аналогии. Э.Мане написал картину «Остров Сент-Уэн» в результате того, что по аналогии заимствовал отдельные элементы из двух картин П.Рубенса - «Пейзаж с радугой» и «Парк замка Стен». Создавая картину «Сцена в испанской мастерской», Э.Мане опирался на искусство испанского живописца Диего Веласкеса, а, рисуя холст «Мальчик с собакой», перенял некоторые идеи у Бартоломео Мурильо (1618-1682). Картина Э.Мане «Испуганная нимфа» создавалась по образцу с произведением П.Рубенса «Купающаяся Сусанна». В произведении Э.Мане «Эпизод боя быков» специалисты усматривают влияние композиционных идей того же Д.Веласкеса, а именно его полотна «Мертвый воин». Работая над картиной «Казнь императора Максимилиана» (1867), Э.Мане ориентировался на произведение Ф.Гойи «Расстрел повстанцев 3 мая 1808 года» (1814). Картина Э.Мане «Кружка пива» (1873), которая так понравилась французской публике, была создана по аналогии с полотном нидерландского художника Франса Хальса «Веселый пьяница» (1628).

Анализ иконографических источников известной картины Э.Мане «Завтрак на траве» (1863) показал, что она создавалась по аналогии с несколькими работами других мастеров, откуда французский художник черпал отдельные детали, объединяя их в рамках новой композиции. В частности, Э.Мане использовал изобразительные мотивы картины Джорджоне «Сельский концерт», дописанной его учеником Тицианом, а также мотивы гравюры Марка-Антонио Раймонди, сделанной с рисунка великого Рафаэля Санти «Суд Париса». В примечаниях к книге А.Перрюшо «Эдуард Мане» (1976) приводятся слова Эрнеста Шено, который в работе, опубликованной в 1884 году, одним из первых укажет на связь «Завтрака на траве» и картины Рафаэля «Суд Париса»: «Может показаться маловероятным, что господин Мане позаимствовал одну из своих композиций у Рафаэля. Увы! Тем не менее, это так. Пусть попробуют сравнить композицию «Завтрака на траве» с группой из «Суда Париса» (цит. по: А.Перрюшо, 1976). Аналогично, картина «Олимпия» была написана Э.Мане по образцу с произведением Тициана «Венера Урбинская», а сам Тициан создал указанную картину по аналогии со «Спящей Венерой» Джорджоне. Кроме того, картина Э.Мане, изображающая вид Парижа с временными постройками Всемирной выставки, несет на себе явные следы влияния прекрасной картины Берты Моризо «Вид Парижа, написанный с холма Трокадеро» (1872).

Информацию об иконографических источниках перечисленных произведений Эдуарда Мане можно найти в следующих монографиях:

1. Перрюшо А. Эдуард Мане, 1976.
2. Креспель Ж.П. Повседневная жизнь импрессионистов, 2012.
3. Дятлева Г.В., Хворостухина С.А., Семенова О.В. Популярная история западноевропейской живописи, 2001.
4. Кларк К. Нагота в искусстве, 2004.
5. Янсон Х.В., Янсон Э.Ф. Основы истории искусств, 1992.
6. Всеобщая история искусств, том 5, редакторы - Ю.Д.Колпинский, Яворская Н.В., 1964.
7. Фуко М. Живопись Мане, 2011.
8. Самин Д.К. 100 великих художников, 2004.
9. Ревалд Дж. История импрессионизма, 2010.

Биологические аспекты индукции и аналогии

Человеческий мозг состоит из миллиарда нервных клеток (нейронов). Особенностью нервных клеток является способность генерировать нервные импульсы и через особое образование – синапс – передавать информацию от одного нейрона к другому. Благодаря большому числу синапсов, которых может насчитываться на теле центрального нейрона до нескольких тысяч, каждый нейрон связан со множеством других и может обмениваться с ними информацией (посылать импульсы), образуя так называемые нейронные сети. По своей организации и функциональному назначению все нервные клетки морфологически, химически и функционально специализированы. Однако эта специализация не препятствует пластичности нервной системы.

Пластичность – важнейшее свойство нервной системы, обеспечивающее ее способность к структурной и функциональной модификации под влиянием внешних воздействий. Благодаря пластичности нервная система способна фиксировать элементы нового опыта, т.е.

«обучаться». И.В.Равич-Щербо, Т.М.Марютина и Е.Л.Григоренко в книге «Психогенетика» (2006) приводят несколько примеров изменения нейронов (нейронных сетей) под воздействием опыта, то есть под влиянием информационных сигналов, поступающих из внешнего мира:

- работа быстрых генов немедленного действия;
- селективная стабилизация синапсов в онтогенезе;
- эффекты специфического опыта у взрослых индивидов.

Первый пример. В экспериментах на животных показано, что существуют гены (быстрые гены немедленного действия), которые обладают способностью быстро реагировать (т.е. изменять уровень своей экспрессии) в ответ на изменения внешней среды. При помещении животных в новую среду, при обучении их новым навыкам или при отсутствии привычных и ожидаемых событий происходит очень быстрое и значительное усиление экспрессии быстрых генов немедленного действия в нервной системе. Регуляторные белки, которые кодируются ранними генами, участвуют в цепи процессов, которые происходят в нейроне при обучении и консолидации следов памяти.

Второй пример. Селективная стабилизация синапсов в онтогенезе означает, что образование синапсов зависит от качества приобретаемого опыта. Способность нейронов реагировать на внешний опыт связана с особым явлением – сверхпродукцией синапсов. Количество синапсов, которые формируются в нервной системе в раннем онтогенезе, заведомо превышает число реально требующихся для проведения и обработки информации в мозге. Между синаптическими образованиями происходит «конкуренция» за право включиться в реализацию процессов памяти и мышления, сохраняются и стабилизируются именно те синапсы, которые «несут нагрузку». Именно средовые воздействия модифицируют свойства нейронных сетей, обеспечивая их адаптивную настройку.

Третий пример. Эффект специфического (приобретенного) опыта заключается в том, что длительная работа нейронов и нейронных сетей в устойчиво повторяющихся условиях деятельности может вызывать морфофункциональные изменения нейронов. Оказалось, что у взрослого человека влияние специфического опыта можно обнаружить на уровне отдельных нейронов. Функциональные возможности нейрона зависят от степени ветвления их отростков (дендритов). Формирование дендритов усиливается при обучении. Так, например, была установлена положительная связь между сложностью ветвления дендритов в мозговом центре речи (зона Вернике) и уровнем образования. У корковых нейронов людей, получивших высшее образование, ветвление дендритов более сложное, чем у людей, закончивших школу, а у последних – сложнее, чем у тех, кто не закончил школу (И.В.Равич-Щербо и др., 2006).

Биологическая эволюция, длившаяся сотни миллионов лет, шла в направлении увеличения массы и размеров мозга и, прежде всего, величины так называемой новой коры (неокортекса), ответственной за осуществление сложных психических функций (сенсорного восприятия, выполнения моторных команд, памяти, мышления). У низших млекопитающих области неокортекса только намечены, а у человека составляют основную часть коры. Специалистами установлено, что нейронные структуры неокортекса характеризуются автоассоциативным и прогностическим принципами работы. Автоассоциативность означает, что в каждый момент времени каждая функциональная зона новой коры зорко бдит, не появились ли на входе знакомые элементы или их фрагменты. Появление знакомого элемента заставляет мозг включиться в процесс вспоминания других сигналов, ассоциируемых с ним. Прогностический принцип состоит в том, что мозг стремится прогнозировать события (природу мира), сочетая инвариантные структуры, хранящиеся в памяти, с особенностями непосредственно воспринимаемой ситуации. Как замечает Джефф Хокинс в книге «Об интеллекте» (2007), сочетание инвариантных структур и непосредственных сигналов – это «вездесущий процесс, происходящий во всех без исключения зонах неокортекса» (Хокинс, 2007, с.85-86).

В свете сказанного индукция и аналогия (и даже дедукция) – это формы прогнозирования устройства мира, основанные на сопоставлении (сочетании) инвариантных структур, хранящихся в памяти, с параметрами текущей ситуации. Когда мы индуктивно обобщаем свойства отдельных объектов на все множество, в состав которого они входят, мы прогнозируем (экстраполируем) эти свойства за пределы известного, пытаясь предвосхитить то, что еще не проверено нами эмпирически. Когда мы реализуем аналогию, осуществляя перенос (трансляцию) знания от частного к частному, мы также прогнозируем, предвосхищаем свойства еще не исследованного нами объекта, используя его сходство с уже известным объектом. Наш взгляд согласуется с представлениями Джеффа Хокинса (автора книги «Об интеллекте»), который отмечает: «Творчество можно определить как способность прогнозирования на основе аналогий. Иногда данный процесс происходит во всех областях коры головного мозга, он непрерывен на протяжении всего времени, пока вы бодрствуете» (Хокинс, 2007, с.179). «По сути, прогнозирование, - подчеркивает Дж.Хокинс, - это применение инвариантных последовательностей к новым ситуациям. Таким образом, все прогнозы, создаваемые неокортексом, основаны на аналогиях. Мы прогнозируем будущее по аналогии с прошлым» (там же, с.179).

Способность к операциям обобщения и переноса обнаружена у наших ближайших эволюционных предшественников – обезьян. Весьма убедительное экспериментальное подтверждение наличия этой способности у приматов получил американский зоопсихолог Дэвид Примак (Примэк), который обучил шимпанзе по имени Сара использованию пластиковых жетонов. Эти жетоны в жизни Сары играли роль таких же элементов языка, как жесты для людей, лишенных слуха и речи. Сара без всякого принуждения освоила 120 символов, нанесенных на пластиковые жетоны, и с их помощью свободно изъяснялась. Д.Примак (1983) рассматривал способность к построению аналогий как базовую характеристику индуктивного мышления и считал необходимым выяснить, есть ли зачатки этой когнитивной функции у животных. Опыты Д.Примака подтвердили, что шимпанзе способна обобщать отдельные наблюдения и выявлять аналогии между разными предметами. Результаты исследований Д.Примака, особенно эксперименты, наглядно продемонстрировавшие наличие у шимпанзе развитой способности к проведению аналогий, описываются во многих работах. Эти эксперименты признаны классическими. А.А.Смирнова и З.А.Зорина в книге «О чем рассказали «говорящие обезьяны» (2006) пишут об этих опытах Д.Примака (Примэка): «Эксперимент, где впервые была продемонстрирована способность шимпанзе к выявлению аналогий, давно стал классическим. Его проводили с шимпанзе Сарой, которая была второй после Уошо обезьяной, овладевшей небольшим запасом знаков. В частности, в ее лексикон входили «слова» одинаковый, тождественный и разный. В одном из опытов (рис.11) ей показывали замок и ключ, рядом (симметрично замку) ставили банку с гуашью, а между ними помещали знак тождества, оставив свободное место рядом с ключом. Для выбора ей предлагали консервный нож и кисть – предметы, назначение которых она хорошо знала. В этом случае Сара уверенно выбирала нож, который выполнял ту же функцию, что и ключ, - тоже открывал банку. В следующем опыте ей продемонстрировали лист бумаги и карандаш и предложили выбрать из тех же двух предметов то, что составляет аналогичную пару с банкой гуаши; она уверенно выбрала кисть, которая по своим функциям в данном сочетании была аналогична карандашу. Сара успешно выполнила целый ряд таких тестов на «функциональную аналогию»…(А.А.Смирнова, З.А.Зорина, 2006).

Глава 4

Метод проб и ошибок

Метод проб и ошибок (метод последовательного перебора или, другими словами, стратегия пошагового исключения) играет колоссальную роль в научном исследовании. Когда нет информации, то есть исходных посылок для индуктивного обобщения, а также когда отсутствуют идеи (теоретические конструкции), позволяющие реализовать аналогию, перенести эти идеи и способы решения из одной области в другую, остается использовать метод последовательного перебора. В зависимости от информационной обеспеченности данный прием исследования можно подразделить на две категории: 1) абсолютно слепой перебор, предполагающий широкомасштабную проверку всех возможных вариантов без опоры на какую-либо предварительную информацию, 2) последовательный перебор, учитывающий прошлые знания, то есть сочетающийся с различными догадками и эвристиками, применяемыми для сокращения перебираемых вариантов (альтернатив). Абсолютно слепой перебор означает отсутствие видимых указателей. В этом случае любое возможное направление поиска выглядит столь же многообещающим или, наоборот, ничего не сулящим, как и все другие. В слепом методе проб и ошибок сплошной просмотр вариантов осуществляется без каких-либо намеков (сведений) о том, окажется ли один из вариантов достойным отбора и какой именно. В противоположность этому перебор, учитывающий прошлые знания, не избавляет от ошибок, но дает возможность корректировать их в свете тех целей, которых нужно достичь. Запоминание неудачных проб предоставляет в наше распоряжение информацию об областях поиска, в которых уже не следует пытаться найти решение, что приводит к экономии материальных ресурсов и времени. Сопоставление информации, полученной на каком-то этапе перебора, с уже имеющимися фактами и идеями, повышает эффективность поиска за счет многочисленных петель обратной связи (обратную связь можно описать схемой: проба → сопоставление с идеями - → проба → сопоставление с идеями). В реальном научном исследовании метод последовательного перебора, опирающийся хотя бы на минимум предварительной информации, встречается гораздо чаще, нежели абсолютно слепой перебор. В свое время на это обратил внимание английский философ и методолог науки Карл Поппер, который в одной из статей, содержащихся в книге «Эволюционная эпистемология и логика социальных наук» (2000) пишет: «…Движения ищущего не будут полностью случайными. Тому есть разные причины, как позитивные, так и негативные. Позитивные в основном сводятся к тому, что у ищущего есть проблема, которую он должен решить, а это означает, что у него есть какое-то знание – пусть сколь угодно туманное, - приобретенное ранее тем же по существу методом проб и ошибок; это знание служит ему руководством, что исключает полную случайность» (Поппер, 2000, с.149).

Метод проб и ошибок применяется не только в эмпирической (экспериментальной) области науки, но и на уровне генерации и развития сложных теорий и концепций, представляющих собой обобщение и синтез различных экспериментальных фактов и идей. Говоря словами Дональда Кэмпбелла, глубоко проанализировавшего роль метода проб и ошибок в процессе человеческого познания в очерке «Эволюционная эпистемология» (1974), на одном конце шкалы – экспериментатор, использующий эвристику сплошного перебора в рамках возможностей данного лабораторного оборудования, пробующий варьировать каждый параметр и перебирающий все мыслимые сочетания (комбинации) без оглядки на теорию. На противоположном конце шкалы мы видим «естественный» отбор научных теорий, которые в режиме проб и ошибок соревнуются друг с другом в адекватности решения различных проблем, то есть в адекватности (соответствии) этих теорий общей совокупности накопленных фактических данных.

Ученые, изучавшие возможности логики (индукции и дедукции) в обобщении исходных посылок, часто подчеркивали то обстоятельство, что для открытия самих посылок не предусмотрено никакого метода (процедуры). Такой точки зрения, в частности, придерживался М.Бунге, который в книге «Интуиция и наука» (1967) отмечал, что логические приемы обработки информации оставляют открытым вопрос о том, имеется ли какая- либо отработанная и стандартизированная стратегия поиска фактов, которые в дальнейшем подвергаются обобщению. Как ни странно, такой стратегией является метод проб и ошибок (метод последовательного перебора). Широкомасштабная проверка всех альтернатив, лежащая в основе этого метода, часто оказывается тяжелой, требующей значительных затрат материальных ресурсов и времени, но именно она обеспечивает ученых исходным знанием, необходимым для решения проблем, знанием, запускающим ментальные процессы индукции и аналогии.

История науки изобилует примерами открытий и изобретений, сделанных благодаря стратегии последовательного перебора (скрининга), в котором ошибки совершались не менее часто, чем правильные шаги. Рассмотрим некоторые примеры, взятые из разных областей науки и техники.

Открытие закона движения планет. Великий астроном и математик Иоганн Кеплер открыл закон эллиптического движения планет вокруг Солнца благодаря тому, что перебрал значительное число замкнутых геометрических фигур, которые могли бы описывать орбитальное движение планет. Этот перебор сопровождался колоссальной вычислительной работой, демонстрирующей терпение и настойчивость И.Кеплера. А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин в книге «История астрономии» (1989) пишут: «Начав с неудачных испытаний окружности – эксцентрика (с нецентральным положением Солнца), Кеплер обратился, было, к эллипсу, но отбросил его, так как Солнце, помещенное им поначалу в центре эллипса, сбило все расчеты. После этого Кеплер погрузился в бесконечные «пробы» всевозможных овалов – яйцевидных, несимметричных, «щекастых» линий и т.п. Утомительные и безуспешные вычисления доводили его, порой, по его собственным словам, почти до потери рассудка… Наконец, он снова возвращается к эллипсу, озаренный счастливой догадкой, что Солнце располагается в одном из фокусов эллиптической орбиты! Так был открыт «первый закон Кеплера» (Еремеева, Цицин, 1989, с.164). Об этом же пишет А.В.Славин в книге «Проблема возникновения нового знания» (1976): «История науки свидетельствует, что принцип «перебора вариантов» лежит в основе многих выдающихся научных открытий. Так, например, Кеплер пришел к идее эллиптических орбит планет Солнечной системы, перебрав, как он сам об этом вспоминал позднее, около двадцати вариантов кривых разного рода» (Славин, 1976, с.24). Что касается тяжелой вычислительной работы, проведенной И.Кеплером на пути открытия закона движения планет, то Ф.Араго в книге «Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров» (2000) пишет об этом: «Мы заметили уже, что Кеплер производил вычисления чрезвычайно продолжительные и чрезвычайно обременительные, потому что в его время не знали еще логарифмов. Об этом предмете в «Истории астрономии» Бальи находим следующую статистическую оценку Кеплерова труда: «Усилия Кеплера невероятны. Каждое его вычисление занимает 10 страниц в листе; каждое вычисление он повторял по 70 раз; 70 повторений дают 700 страниц. Вычисляющие знают, сколько можно сделать ошибок, и сколько раз надо было проделывать вычисления, занимающие 700 страниц: сколько же надо было употребить времени? Кеплер был человеком удивительным; он не испугался такого труда, и труд не утомил умственных и физических его сил» (Араго, 2000, с.51).

Изобретение нити накаливания для электрической лампы. Выдающийся американский изобретатель Томас Эдисон (1880) пришел к выводу о том, что обожженные волокна бамбука являются подходящим материалом для изготовления нити электролампы, исходя из результатов перебора большого количества материалов, свойства которых он исследовал опытным путем. Д.Перкинс в книге «Как стать гением» (2003) показывает, как Т.Эдисон искал материал для нити накаливания: «Начав эксперименты с платиной, он вскоре приступил к опробованию ряда других металлов. Палладий в условиях высокотемпературного нагрева быстро разрушался и вздувался. Нити из золота не выдерживали нужного накала. Такие же обескураживающие результаты дали опыты с рутением, иридием и радием. Эдисон получил обнадеживающие результаты с никелем, но вскоре убедился, что никель слишком быстро окисляется, а посему непригоден. В конце концов, Эдисон вернулся к платине. Экономические реалии заставили его отказаться от идеи использовать драгоценный металл. Он понимал, что для массового производства электроламп платина слишком редкий и дорогостоящий материал. Это вернуло ученого назад к углероду, значительно более доступному и подходящему по цене. Углерод имел перспективы и с той точки зрения, что многие углеродсодержащие материалы было легко карбонизировать.

Эдисон и его сотрудники принялись испытывать широкий спектр материалов, включая рыбные отходы, картон и бумагу – путем их обугливания для опробования в качестве источников свечения в электролампах. Лучше всего показали себя хлопковые нити, но они были слишком хрупкими. Это подтолкнуло Эдисона к другим материалам – древесной стружке, льну, даже скорлупе и волокнам кокосовых орехов. Через какое-то время изобретатель остановился на бумаге, опыты с которой проводил раньше, и от которой было отказался. (…) И летом 1880 г. после испытания различных растительных волокон выбрал среди прочего обожженные волокна бамбука» (Перкинс, 2003, с.22-23).

Синтез сальварсана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1908 год Пауль Эрлих синтезировал препарат для лечения сифилиса (сальварсан) в результате последовательного перебора большого количества химических соединений, одно из которых оказалось пригодным для лечения тяжелой болезни. А.Н.Лук в статье «Нужна умеренная небрежность. О случайности в научном творчестве» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 4) пишет: «Когда основоположник современной химиотерапии П.Эрлих один за другим испытывал синтезированные его помощником препараты мышьяка, это был, казалось бы, случайный поиск методом проб и ошибок (ожидание случайности второго типа: ищи и на что-нибудь наткнешься). Однако Эрлиха поджидала случайность самого высокого порядка – четвертого. Он твердо верил в возможность «химически прицеливаться в микроба – возбудителя болезни», и это заставило его продолжать работу после того, как триста, четыреста, шестьсот препаратов были забракованы, ибо не обладали нужным фармакологическим действием. Казалось, что вероятность успеха близка к нулю. Нужно было быть именно Эрлихом, чтобы не прекратить бесплодные попытки. Шестьсот шестой препарат (знаменитый сальварсан) принес исследователю триумф» (Лук, 1980, с.18). «В общем, - резюмирует А.Н.Лук, - отрицать роль случайности в науке – значит отрицать очевидное и утверждать невероятное» (там же, с.19). Т.Зимина и В.Батраков в статье «Комбинаторная химия: новые задачи органического синтеза» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 9) пишут о методе последовательного перебора, который использовал П.Эрлих в своем исследовании: «В начале нынешнего века П.Эрлих синтезировал сальварсан – средство для лечения сифилиса. Это было первое вещество искусственного происхождения с заданными биологическими свойствами. Рабочее название этого препарата «606» указывало на то, что, прежде чем добиться успеха, Эрлих 605 раз терпел неудачу, работая практически вслепую, методом проб и ошибок» (Зимина, Батраков, 1999, с.21).

Промышленный синтез аммиака. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1918 год Фриц Габер (1908) пришел к заключению о возможности промышленного синтеза аммиака в условиях повышенного давления и температуры, основываясь на последовательном переборе огромного количества веществ, призванных катализировать реакцию синтеза аммиака в указанных термодинамических условиях. Этот перебор позволил ему обнаружить каталитические свойства осмия. И.А.Леенсон в статье «Конец химии откладывается» (журнал «Химия и жизнь», 2007, № 11) отмечает: «С 1903-го по 1919 год в поисках катализатора синтеза аммиака Габер испытал около 4000 различных веществ! Но эти исследования были беспрецедентны не только по научной значимости и затраченным усилиям; они имели важнейшие практические последствия и оказали исключительное влияние на мировую историю» (И.А.Леенсон, 2007).

Открытие антибиотика актиномицина. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1952 год Зельман Ваксман (1940) сделал заключение о существовании в почве лучистого грибка, вырабатывающего антибиотик, который был назван актиномицином, основываясь на результатах огромного количества опытов, которые ставились по принципу сплошного перебора. В этих опытах было изучено больше 10000 разных микроорганизмов (микроорганизмы исследовались на предмет губительного воздействия на туберкулезные палочки). Г.Глязер в книге «Новейшие победы медицины» (1966) говорит о задаче поиска микробов, убивающих туберкулез, которая была поставлена перед лабораторией З.Ваксмана: «В 1939 году, когда на Ваксмана возложили эту задачу, он и его сотрудники отложили всю остальную работу, желая ответить на вопрос, важность которого была вне всяких сомнений. Они исследовали больше 10 тысяч разных микроорганизмов почвы, и можно себе представить, что только тесное содружество и большая преданность делу помогли им справиться с такой задачей. И они делали свою работу, твердо убежденные, что рано или поздно обнаружат именно микроорганизм, который находился в том комке земли. Через год они уже могли говорить о первом успехе, небольшом и, разумеется, не решающем, но все-таки успехе, и это обстоятельство укрепило их уверенность» (Глязер, 1966, с.23).

Открытие химического мутагенеза. Российский биолог И.А.Рапопорт, который в 1962 году номинировался на Нобелевскую премию за открытие химического мутагенеза, обнаружил мутагенное действие формальдегида и диметилсульфата путем перебора колоссального числа веществ, способных вызывать мутации генов в живых организмах. О.Г.Строева в статье «Открытие химических мутагенов» (книга «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», 2001) пишет: «В поражающих своим размахом экспериментах И.А.Рапопорт проверяет действие соединений серебра, ртути, таллия и других тяжелых металлов, мышьяка, сурьмы, рутения, бора, фтора, галоидозамещенных кислот, роданистых и других соединений селеноцианидов, этилендицианида, спиртов, аминосоединений, гидразина и семикарбазида, ненасыщенных кислот, гексоз, производных гуанина, альдегидов и кетонов жирного и ароматических рядов, в том числе формальдегида, аминофенола и множества других соединений, используя в качестве объекта дрозофилу. Для приобретения необходимых ему реагентов он входил в контакт со многими химиками, и они охотно ему помогали» (О.Г.Строева, 2001).

Открытие фактора роста нервов (ФРН). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1986 год Рита Леви-Монтальчини (1960) открыла в клеточной культуре белок, стимулирующий развитие и активность нервных клеток, названный фактором роста нервов (ФРН), в результате последовательного перебора веществ и условий, которые могли бы способствовать росту нервной ткани. Другими словами, ее находке предшествовал длительный скрининг (поиск), а вероятность удачного результата была неизвестной. Игорь Лалаянц в статье «Ровесница геномного миллениума» («Независимая газета», 10.06.2009 г.) повествует об опытах Р.Леви-Монтальчини: «Вместе со своим американским помощником С.Коэном она пыталась наладить выращивание культуры нервных клеток, получаемых из нервных ганглиев цыпленка. Расти нейроны не хотели. Ученые бились над загадкой преодоления естественного барьера, стоящего на пути выращивания клеток нервной ткани. С этой целью они перепробовали чуть ли не всю таблицу Менделеева, а также все известные к тому времени питательные среды. Удача пришла с неожиданной стороны, когда рядом с ганглием куриного зародыша поместили кусочек… клеточной культуры мышиной саркомы! Удивлению исследователей не было предела, когда на следующее утро вокруг ганглия появился самый настоящий «гало» - нимб разросшихся нервных отростков (аксонов)» (И.Лалаянц, 2009).

Создание баллистических ракет. Основоположник отечественной космонавтики С.П.Королев (1951, 1955) сконструировал баллистическую одноступенчатую ракету Р-2, имевшую один несущий бак и предельную дальность полета 600 км, а также баллистическую одноступенчатую ракету Р-5, имевшую два несущих бака и дальность полета 1200 км, широко используя метод проб и ошибок. Созданию этих ракет предшествовали многочисленные опытные запуски ракет, многие из которых заканчивались неудачно. Я.Голованов в книге «Королев: факты и мифы» (1994) повествует: «В картине жизни Королева на передний план естественно выступает работа, под которой, в первую очередь, мы подразумеваем всевозможное изобретательство в самом широком смысле слова… и преодоление всевозможных технических препятствий: поломок, отказов, прогаров, замыканий, бесчисленных вариантов всего того, что должно сюда влезать, но не влезает, что должно герметически стягиваться, но не стягивается, что должно отходить и заклиниваться, но не отходит, а если отходит, не заклинивается, и так до бесконечности. Это все истинная правда, так оно и было, но это только полправды и даже, возможно, не самая трудная ее доля» (Голованов, 1994, с.420). «Королев, - аргументирует Я.Голованов, - не мог предвидеть всех неожиданных трудностей, не знал, где и когда они могут появиться. Тем более, он не мог знать всех способов их преодоления. Поэтому Королев был вынужден довольно часто применять верный, но долгий и дорогой метод проб и ошибок, который, в свою очередь, заставлял его работать поэтапно. Курчатов смело требовал деньги для работы, положительный результат которой был известен. Королев должен был при этом убеждать в возможности положительного результата. Королеву должно было быть труднее потому, что его работа была новаторской, пионерской, а значит, по самой своей природе содержала большую вероятность задержек, ошибок, тупиков» (там же, с.442).

Доказательство теоремы о четырех красках. В свое время немецкий математик Август Мебиус предложил проблему доказательства того, что для раскраски стран на карте достаточно четырех красок. При этом страны должны быть раскрашены так, чтобы одинаковые цвета не граничили (не соприкасались) друг с другом. Полное решение этой проблемы дали Кеннет Аппель и Вольфганг Хакен (1976). Их доказательство базировалось на переборе (систематическом анализе) тысяч конфигураций карт, стран и цветов. Этот перебор осуществил компьютер, в программу которого были введены соответствующие исходные данные. Саймон Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет: «В июне 1976 года, затратив 1200 часов машинного времени, Хакен и Аппель заявили во всеуслышание, что им удалось проанализировать все 1482 карты и для раскрашивания ни одной из них не требуется более четырех красок. Проблема четырех красок Гатри была, наконец, решена» (С.Сингх, 2000). Об этом же пишет В.А.Успенский в статье «Семь размышлений на темы философии математики» (сборник «Закономерности развития современной математики», 1987). В данной статье он приводит слова К.Аппеля и В.Хакена по поводу своего доказательства: «При доказательстве было осуществлено беспрецедентное применение компьютеров. Дело в том, что используемые в доказательстве вычисления делают его более длинным, чем традиционно считается допустимым. На самом деле, правильность предложенного доказательства вообще не может быть проверена без помощи компьютера. Более того, некоторые из решающих идей доказательства материализовались посредством компьютерных экспериментов» (В.А.Успенский, 1987). Отвечая на вопросы критиков, не нашедших в доказательстве указанных математиков следов изящной дедукции, Кеннет Аппель сказал: «То, что компьютер может за несколько часов «просмотреть» столько деталей, сколько человек не сможет просмотреть за всю свою жизнь, не меняет в принципе представление о математическом доказательстве. Меняется не теория, а практика математического доказательства». Это соображение Аппеля можно найти в книге С.Сингха «Великая теорема Ферма» (2000).

Доказательство великой теоремы Ферма. Американский математик Эндрю Уайлс (1993) построил доказательство великой теоремы Ферма, согласно которой уравнение $x^3 + y^3 = z^3$ не имеет никаких решений в целых числах, на основе перебора различных математических теорий, которые могли бы приблизить к искомому доказательству. С.Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет о поисках Эндрю Уайлса, давая понять, что метод проб и ошибок сыграл существенную роль в разработке доказательства указанной теоремы Ферма: «Уайлс сравнивает математическое исследование с блужданием впотьмах в незнакомом доме. «Вы входите в первую комнату. Темно. Кромешная тьма. Вы то и дело натыкаетесь на мебель, но постепенно узнаете, где что стоит. Наконец, месяцев через шесть или около того вы нащупываете выключатель, и внезапно становится светло. Вы отчетливо видите, где вы. Затем вы переходите в следующую комнату и проводите там шесть месяцев впотьмах. Так же обстоит дело и с прорывами в решении проблемы. Иногда озарения происходят мгновенно, иногда в течение одного-двух дней. Но в любом случае они являются кульминацией предшествующих им многомесячных блужданий впотьмах. Без таких блужданий никаких озарений просто не было бы» (С.Сингх, 2000). «В 1990 году Уайлс, - продолжает С.Сингх, - оказался в самой темной из комнат. На ее обследование у него ушло почти два года. Перепробовав все известные к тому времени методы и подходы, о которых говорилось в опубликованных работах, Уайлс обнаружил, что все они не годятся для решения его проблемы. «Я был убежден, что стою на правильном пути, хотя это отнюдь не означало, что мне непременно удастся достичь поставленной цели. Методы, необходимые для решения интересовавшей меня проблемы, могли оказаться лежащими за пределами современной математики. Могло случиться и так, что методы, необходимые мне для завершения доказательства, будут созданы лет через сто. Одним словом, даже если я был на правильном пути, вполне могло оказаться, что я живу не в том столетии». Уайлс не пал духом и упорно продолжал работать над проблемой и весь следующий год» (С.Сингх, 2000).

Метод проб и ошибок объясняет сущность эвристики анализа через синтез С.Л.Рубинштейна, рассмотренной нами выше. Последовательная смена идей, генерируемых ученым в результате анализа фактов и включения проблемы в новую систему связей (отношений), переосмысление прежней точки зрения при появлении новых фактов и новой информации, отказ от представлений, оказавшихся ошибочными по причине игнорирования (или незнания) определенных экспериментальных данных, - все это укладывается в схему перебора вариантов (альтернатив). Когда И.Кеплер анализировал различные замкнутые геометрические фигуры, чтобы найти форму планетных орбит, сопоставлял эти фигуры с астрономическими данными (включал объект в новую систему связей), а затем отбрасывал их как не соответствующие этим данным и начинал новый поиск, - он мыслил в рамках анализа через синтез. Изменение глубины и формата анализа под влиянием новых идей (нового синтеза), то есть изменение взгляда на проблему при ее включении в новую систему доступной информации, эквивалентно трансформации идей в процессе использования метода проб и ошибок.

Метод последовательного перебора (последовательного приближения к цели), который используют ученые, выходя за границы уже известного, аналогичен поведению животных в проблемных ситуациях. Американский психолог Эдвард Торндайк (1898) придумал «ящик с секретом», чтобы исследовать способность кошек находить (открывать) способы бегства. Кошку закрывали в ящике и, если она дергала за висящий шнурок, ящик открывался. Торндайк обнаружил, что кошки учатся выбираться из ящика методом проб и ошибок: исследуя ящик, они совершают хаотические движения, пока случайно не потянут за шнурок, получая возможность убежать. Повторно оказавшись в ящике, кошка потянет за шнурок раньше, то есть количество хаотических движений (проб) значительно уменьшится. Время, затрачиваемое животным на поиски, последовательно минимизируется. Когда в памяти животного формируется схема разрешения проблемной ситуации (паттерн причинно-следственной связи между определенным действием и его результатом), оно приобретает навык освобождаться практически сразу же после того, как его запирают в ящике.

Метод проб и ошибок – это стратегия, имеющая вероятностную основу. М.Г.Ярошевский, обсуждая опыты Э.Торндайка в книге «История психологии от античности до середины XX века» (1997), замечает: «Поскольку возможные способы реагирования на непрестанно меняющиеся условия внешней среды не могут быть заранее предусмотрены в структуре и способах поведения организма, согласование этого поведения со средой реализуется только на вероятностной основе» (там же, с.212). Применительно к искусственному интеллекту это означает, что для изучения внешнего мира, постижения его законов, изобретения предметов и вещей, не противоречащих этим законам, искусственный интеллект должен использовать метод проб и ошибок. Использовать прием решения проблем, лишенный алгоритмических свойств, не гарантирующий легкость достижения цели. При отсутствии предварительных знаний в новой области (за границами уже известного) вычислительной машине не удастся избежать абсолютно слепого перебора, то есть широкомасштабной проверки всех возможных вариантов без опоры на какую-либо значимую информацию. Если же последовательный перебор будет сочетаться с различными догадками и эвристиками, применяемыми для сокращения перебираемых вариантов, то и тогда вычислительная машина не сумеет полностью избавиться от ошибок. Запоминание неудачных проб позволит искусственному интеллекту иметь информацию о неперспективных областях поиска, экономить материальные ресурсы. Но в любой своей форме (даже в случае оснащенности эвристиками) метод проб и ошибок является дорогостоящим процессом исследования. Наука, созданная человеком, преодолевает некоторые негативные аспекты метода проб и ошибок за счет параллельности поисков. Параллельность поисков означает, что ежедневно (и даже ежеминутно) над одной и той же проблемой работают сотни и тысячи людей, разделенных друг от друга языками, странами, континентами, исследовательскими лабораториями, разбросанными по всей планете. Значительное количество ученых, решающих одни и те же задачи, часто приводит к одновременным и независимым открытиям (история знает немало примеров таких повторных открытий). Чтобы исключить высокую степень «повторности», организаторы науки проводят многочисленные научные конференции, преследующие цель своевременно информировать представителей разных научных коллективов о полученных результатах, согласовать и скоординировать дальнейшие действия. Излишне говорить, что если бы перед искусственным интеллектом была поставлена задача сравниться с человеком в получении важных научных и технических результатов, для этого потребовалось бы создать не тысячу вычислительных машин, наделенных индуктивной логикой и способностью извлекать новое знание из экспериментов и наблюдений, а гораздо больше. В противном случае параллельность поисков не привела бы к заметным успехам.

Возвращаясь к вопросу о методе проб и ошибок, укажем, что одним из первых, кто осознал необходимость наделить искусственный интеллект этим методом, весьма далеким от совершенства алгоритмических программ, был уже упоминавшийся нами американский психолог, социолог и философ Дональд Кэмпбелл. В очерке «Эволюционная эпистемология», представленном в книге «Эволюционная эпистемология и логика социальных наук» (2000) Д.Кэмпбелл подчеркивает: «…Компьютер, который генерировал бы свою собственную эвристику, должен был бы делать это путем слепых проб и ошибок при нащупывании эвристических принципов, а отобранные принципы представляли бы накопленное общее знание» (Кэмпбелл, 2000, с.113). Нам остается сожалеть, что Д.Кэмпбелл впервые высказал эту мысль в 1974 году, когда еще не была поставлена 18-я проблема С.Смейла, к решению которой эта мысль имеет прямое отношение.

Глава 5
Фактор случая в творческой деятельности

Восхищаясь достижениями механики Ньютона и его последователей, которые показали, как можно вычислять траекторию небесных тел в тот или иной момент времени, Лаплас пришел к выводу о возможности достичь еще большего. Он заявил, что мы можем представить себе существо, обладающее способностью вычислять будущее любой динамической системы, в том числе Вселенной в целом. Если бы такое существо знало исходные положение и скорость каждой частицы во Вселенной, то есть начальные условия всех динамических систем окружающего мира, то оно могло бы определять (предсказывать) эволюцию этого мира как в будущем, так и в прошлом. В сочинении «Опыт философии вероятностей» (1814) Лаплас писал: «Мы можем рассматривать настоящее состояние Вселенной как следствие ее прошлого и причину его будущего. Разум, которому в каждый определенный момент были бы известны все силы, приводящие природу в движение, и положение всех тел, из которых она состоит, будь он также достаточно обширен, чтобы подвергнуть эти данные анализу, смог бы объять единым законом движение величайших тел Вселенной и мельчайшего атома; для такого разума ничего не было бы неясного, и будущее предстало бы перед его взором так же, как и прошлое». Гипотетическое существо, придуманное Лапласом, получило название демона Лапласа. Оно олицетворяло строгий детерминизм физической науки его времени, а также идеал научного описания реальности. В таком описании нет места неопределенности, неожиданности, случайности (того, что называется сейчас элементами вероятности и стохастичности).

Дальнейшее развитие науки можно представить как последовательное опровержение (разрушение) веры Лапласа в жесткий детерминизм природных процессов и доказательство важной роли случайности (вероятности) в этих процессах.

Если вкратце рассмотреть возникшие за последние два столетия идеи и теории, содержание которых явно противоречило мечте Лапласа, то, пожалуй, следует начать с открытия Дж.Максвелла. Дж.Максвелл (1859) открыл статистический закон распределения молекул газа по скоростям, показав, что движение сотен тысяч частиц в той или иной молекулярной системе должно описываться с помощью математической теории вероятности (английский физик перенес в молекулярно-кинетическую теорию закон распределения ошибок Гаусса из области математической статистики).

После того, как Р.Клаузиус сформулировал второе начало термодинамики, согласно которому энтропия любой системы стремится к максимуму (в любой системе энергия, способная совершать работу, с течением времени уменьшается), ученые предприняли множество попыток вывести этот закон из принципов классической динамики (механики). Подобные попытки делал и Л.Больцман, который однажды осознал их безуспешность и бесперспективность. Обнаружив невозможность вывести закон роста энтропии из принципов механики, то есть невозможность механического (строго детерминистического) обоснования этого закона, Л.Больцман установил его вероятностную природу. Теперь, благодаря исследованиям этого ученого, мы знаем, что энтропия пропорциональна вероятности той или иной системы (точнее, логарифму этой вероятности).

Как мы уже отмечали, А.Пуанкаре (1889), развивая результаты Г.Брунса (1887), сформулировал теорему о существовании неинтегрируемых систем, которые нельзя описать какими-либо аналитическими соотношениями, имеющими конкретные решения. Уже в задаче движения трех небесных тел, взаимодействующих друг с другом с помощью гравитационного поля, возникают трудности определения их траекторий, ввиду чего нельзя предсказать поведение такой системы (системы трех тел) с достаточной степенью точности. Если для свободного движения тела, не испытывающего воздействия со стороны других объектов, можно без труда получить аналитические соотношения, фиксирующие координаты и скорости, то в случае взаимодействия тел следует отказаться от описания в терминах траекторий и перейти к вероятностному описанию. Теорема Пуанкаре о том, что значительная часть динамических систем являются неинтегрируемыми, явно не согласуется с идеалом предсказательной силы науки Лапласа. Пуанкаре показал, что траектории динамических систем экспоненциально разбегаются при наличии едва уловимых различий в исходном состоянии этих систем. Такой феномен получил название чувствительности к начальным условиям. С другой стороны, если бы в каком-то гипотетическом случае Пуанкаре удалось доказать интегрируемость всех динамических систем, то мы получили бы «интегрируемый» мир, в котором не нашлось бы места для самоорганизации структур, а значит, и для жизни, которая является продуктом этой самоорганизации.

В 1924 году французский ученый Луи де Бройль высказал предположение о том, что волновые свойства присущи не только свету, но и вообще любым телам. С энтузиазмом восприняв данную гипотезу де Бройля, Э.Шредингер (1926) вывел волновое уравнение для описания частиц в рамках квантовой механики. Когда возникла необходимость правильно истолковать (интерпретировать) волновую функцию уравнения Шредингера, известный физик Макс Борн (1926) пришел к заключению, что такая интерпретация может быть только статистической. Он обнаружил, что квадрат волновой функции той или иной микрочастицы определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства. В 1954 году М.Борн был удостоен Нобелевской премии за открытие статистической природы волновой функции уравнения Шредингера. Другими словами, столь высокой научной награды было удостоена идея, приумножившая наши сомнения в реализуемости мечты Лапласа.

Создавая общую теорию относительности (релятивистскую теорию гравитации), А.Эйнштейн заявил, что нельзя говорить об абсолютном времени, так как это время нельзя наблюдать. В.Гейзенберг (1927) обратил внимание на то, что аналогичным образом нельзя наблюдать орбиты электронов в атоме. Мы можем лишь описывать частоты колебаний и амплитуд, определяющих интенсивность спектральных линий, индивидуальных для каждого атома. После того, как Н.Бор сформулировал принцип дополнительности, утверждающий, что чем больше мы приближаемся к условиям фиксации волновых свойств материи, тем менее мы способны зафиксировать ее корпускулярные свойства, В.Гейзенберг получил в свое распоряжение последний аргумент, которого ему недоставало. Зная, что одновременное точное описание координат и импульса электрона в атоме невозможно, В.Гейзенберг предложил свое общее соотношение неопределенностей, в соответствии с которым для любой субатомной частицы нельзя одновременно точно измерить координату и импульс частицы. Это соотношение неопределенностей вводило в атомную (квантовую) физику принцип вероятностного описания, означавший нарушение детерминизма на микроскопическом уровне. Результат В.Гейзенберга, усиленный идеей М.Борна о вероятностной природе волновой функции уравнения Шредингера, наводил на мысль, что квантовая теория позволяет делать только статистические предсказания. Эти революционные идеи В.Гейзенберга и М.Борна настолько противоречили укоренившимся представлениям о роли случайности (вероятности) и предсказуемости (детерминизма) в окружающем мире, что даже А.Эйнштейн отнесся к ним с недоверием, решив, что рано или поздно наука покажет их ошибочность. Идея о том, что статистические принципы отражают объективные особенности природы, оставалась неприемлемой для Эйнштейна до конца его жизни. В известном письме к Максу Борну он писал: «Вы верите в бога, играющего в кости, я – в полный закон и порядок в мире, который существует объективно и который я чисто умозрительным путем пытаюсь охватить».

Во второй половине XX века ученые обнаружили признаки вероятности и хаоса (который чаще называется детерминированным хаосом), численно решая уравнения, имитирующие настоящие погодные условия Земли. Как пишет А.Пайс в книге «Гении науки» (2002), однажды, зимой 1961 года, исследователь-метеоролог Эдвард Лоренц работал в своем кабинете Массачусетского технологического института. Он, как обычно, заносил данные о погоде в свой компьютер, который, конечно, не идет ни в какое сравнение с современными компьютерами. Он делал распечатку таких параметров, как направление воздушных потоков, давление воздуха, температурные данные и т.п. Он использовал простые, упрощенные, чисто детерминистические уравнения (сейчас известные как уравнения Лоренца), которые имитируют реальные погодные условия на нашей планете. В этот день он хотел проверить один результат, полученный раньше, поэтому еще раз внес первоначальные данные, а затем вышел, чтобы выпить чашечку кофе. Когда он вернулся, то увидел совершенно неожиданный результат. Компьютер, который к тому времени смоделировал два месяца «погоды», предоставил данные, абсолютно не согласующиеся с прежними. Сначала Э.Лоренц решил, что произошел сбой компьютерной программы, но позже понял, что различие моделей обусловлено наличием едва заметных различий в начальных условиях. Эти различия (отклонения от прежних условий) удваивались каждые четыре смоделированных дня, так что после вывода двухмесячной модели «погоды» решения упомянутых уравнений оказались совершенно разными. Э.Лоренц обнаружил возникновение элементов хаоса в атмосфере Земли в условиях зависимости от начальных условий (малых отклонений). Это дало ему основания утверждать, что точного долговременного предсказания погоды не существует. Со слов А.Пайса, «работа Лоренца отмечает начало новой эры в науке, количественное изучение хаоса, которое отрицается немногими, но многими принимается как евангелие» (Пайс, 2002, с.123-124).

Перечисляя открытия, продемонстрировавшие несбыточность мечты Лапласа, нельзя оставить без внимания исследования известного бельгийского ученого, лауреата Нобелевской премии по химии И.Пригожина. Обобщив значительное количество фактов возникновения порядка в условиях, далеких от термодинамического равновесия, И.Пригожин построил теорию диссипативных структур (самоорганизующихся систем), в которой вероятности отводится важное место. Открытые нелинейные системы, рассмотренные И.Пригожиным, разительно отличаются от закрытых систем, которые долгие годы были объектами исследований классической физики. Открытые системы постоянно обмениваются с окружающей средой энергией, веществом и информацией. Флуктуации, происходящие в нелинейных системах, выводят их из прежнего стабильного состояния, меняют их структуру и фазовый портрет. В критически пороговых точках, называемых точками бифуркации, поведение такой системы становится неустойчивым и может эволюционировать к нескольким альтернативам, соответствующим различным устойчивым модам (состояниям). Как флуктуации, так и альтернативы (направления) развития нелинейных систем могут быть случайными, неожиданными, исключающими полную предсказуемость. Микроскопические изменения параметров элементов, которые составляют систему, вызывают кооперативный, синергетический эффект, служат спусковым крючком самоорганизации, возникновения порядка (сложности) из флуктуаций. Диссипативным системам, исследованным И.Пригожиным, присущи такие черты, как зависимость от начальных условий, нарушение симметрии, необратимость, нарушение закона больших чисел (отклонение от распределения вероятностей Пуассона), автокаталитический механизм функционирования, когерентность (взаимодействие с другими системами), появление аттракторов, недоступность интегрированию, существование горизонта прогноза, обусловленного существенной ролью случайности. Внимательно проанализировав химическую реакцию Белоусова-Жаботинского, в которой цвет реагирующих веществ периодически меняется при постоянном подводе энергии, И.Пригожин пришел к выводу, что жизнь сопряжена с далекими от равновесия условиями за порогом устойчивости термодинамической ветви. Другими словами, происхождение жизни, которая является разновидностью самоорганизующихся структур, может быть связано с серией последовательных неустойчивостей, аналогичных серии последовательных бифуркаций, которая привела к состоянию вещества с повышенной когерентностью.

Теория И.Пригожина изменила отношение исследователей к явлениям хаоса, показав, что он может быть причиной самоорганизации. Г.Николис и И.Пригожин в книге «Познание сложного» (2003) отмечают: «…Хаос открывает нам целый мир новых форм и картин. Выясняется, что разупорядоченность в определенном диапазоне отлично совмещается с упорядоченностью в другом диапазоне, как это следует из самого факта существования аттрактора. Изучение хаоса показывает также, что случайность не является следствием несовершенства эксперимента или сложности внешней среды, которой мы не можем управлять, - она лежит в самой основе динамики идеально детерминистических систем с несколькими переменными» (Николис, Пригожин, 2003, с.156). Мы не станем объяснять значение термина «аттрактор», так как об этом можно узнать в любом справочнике по физике неравновесных процессов. Резюмируя свои исследования в области диссипативных структур, И.Пригожин в книге «Время, хаос, квант» (2005), написанной совместно с И.Стенгерс, подчеркивает: «Детерминизм, долгое время казавшийся символом научного познания, в настоящее время сведен до положения свойства, справедливого только в ограниченном круге ситуаций. Кроме того, вероятности, которые Больцман считал воплощением нашего незнания, обретают объективный смысл» (Пригожин, Стенгерс, 2005, с.83).

Мы вкратце рассмотрели лишь небольшую часть физических идей и теорий, не укладывающихся в рамки лапласовского детерминизма. Но и этого достаточно, чтобы понять, что развитие науки убедительно продемонстрировало огромную эффективность использования в науке вероятностных представлений. В настоящее время практически во всех областях знания строятся вероятностные модели изучаемых явлений. Подавляющее большинство современных научных теорий являются вероятностно-статистическими. Их значимость настолько велика, что сегодня говорят о вероятностной картине мира.

Отмечая случайность многих природных процессов, мы ссылались на невозможность точного предсказания поведения динамических систем. Степень стохастичности исследуемых процессов определяет так называемый горизонт прогноза (пределы предсказуемости) для таких систем. Нечто аналогичное имеет место в творческой деятельности. Например, нельзя с высокой степенью точности предсказать будущее той или иной научной дисциплины, то есть предвосхитить открытия, которые будут сделаны в этой дисциплине, даже если мы обладаем обширной информацией о том, каковы ее успехи в настоящее время. Неожиданные, незапланированные события, которые могут произойти в науке, не позволяют предвидеть все детали развития конкретной отрасли знания. Один из изобретателей лазеров, лауреат Нобелевской премии по физике, Чарльз Таунс в статье «Квантовая электроника и технический прогресс» (журнал «Успехи физических наук», 1969, том 98, выпуск 1) пишет: «Элемент неожиданности – постоянная составная часть технического прогресса, и это как раз то, что невероятно трудно совместить с любым из обычных принципов планирования» (Таунс, 1969, с.160). «Можно ли, - спрашивает Ч.Таунс, - запланировать новую идею и новое, пока еще не известное техническое изобретение? Конечно, нет. Мы не можем доказать, что данное научное направление приведет к новым техническим достижениям, если мы пока не знаем даже сути этих достижений» (там же, с.160). Об этом же пишет израильский физик, разделяющий с М.Гелл-Манном честь разработки классификации элементарных частиц, Ювал Нееман в статье «Счастливый случай, наука и общество. Эволюционный подход» (международный журнал «Путь», 1993, № 4). Обсуждая вопрос о невозможности точного предсказания и планирования достижений науки, израильский физик обращается к теме распределения грантов: «Обычно фонд, предоставляющий грант, требует подачи заявки, включающей план предполагаемых исследований и их цели. Очевидно, что открытие, совершаемое благодаря везению, не может быть предсказано. Таким образом, наиболее важные результаты никогда не будут фигурировать в заявках. Следовательно, тот, кто предоставляет гранты, не должен относиться к заявкам слишком серьезно» (Нееман, 1993, с.86-87).

Почему невозможно запланировать то или иное открытие с высокой степенью точности? Другими словами, что является причиной определенной непредсказуемости новых научных достижений? Ответ на эти вопросы подсказывает история науки: многие открытия являются случайными или, по крайней мере, обусловленными определенной долей случайности. Уже обсуждавшийся нами метод проб и ошибок (метод последовательного перебора), предполагающий методический просмотр вариантов с целью решения конкретной задачи, часто дает возможность обнаружить нечто, не входившее в планы и намерения исследователя. Эта ситуация хорошо иллюстрируется судьбой Христофора Колумба, который искал морской путь в Индию, а в действительности открыл Америку. Если называть подобные незапланированные (непреднамеренные) открытия побочными результатами основной линии исследований, то следует отметить, что эти побочные результаты обычно подсказывают решение совсем других задач, не связанных непосредственно с теми проблемами, которые стимулировали начальные поиски. Примечательно, что случайные открытия невозможно исключить никаким количеством информации, которой вы владеете, принимаясь осваивать новую область. Ведь эта информация представляет собой уже оформленное и зафиксированное знание, а творчество предполагает выход за границы известного, за те границы, где нет ориентиров и указателей.

Мы уже говорили о том, что метод проб и ошибок является поставщиком исходных посылок (единичных фактов) для логической операции индукции, посредством которой обрабатываются эти посылки. Поскольку последовательный перебор вариантов, реализуемый с определенной целью, часто порождает на свет побочные находки (случайные открытия), дающие ключ к решению проблем, которые изначально не находились в поле нашего зрения, необходимо подчеркнуть, что фактор случая также является поставщиком (источником) исходных посылок для индукции. Другими словами, можно выделить индукцию, основанную на методе проб и ошибок, и индукцию, базирующуюся на факторе случая. Таким образом, элемент вероятности, свойственный неполной индукции, дополняется элементом вероятности, определяемым случайными находками, которые обеспечивают индукцию (вне зависимости от степени ее полноты) фактами, подлежащими обобщению. Перед нами двойная вероятность индуктивной логики. Однако не следует проникаться чрезмерным пессимизмом, ведь наука успешно развивается, несмотря на эти неалгоритмические аспекты индуктивного мышления. Такие ученые, как Дж.Максвелл, Л.Больцман, А.Пуанкаре, В.Гейзенберг, М.Борн, Э.Лоренц и И.Пригожин, научили нас спокойно воспринимать вероятностный (стохастический) характер закономерностей окружающего мира. Элементы вероятности, присущие методу проб и ошибок и индукции, наделяющие эти творческие стратегии качеством неалгоритмичности, также можно воспринимать, не теряя спокойствия и благоразумия.

Приведем несколько примеров научных открытий, в возникновении которых фактор случая играл не последнюю роль.

Открытие связи между электричеством и магнетизмом. Датский физик Христиан Эрстед (1820) сформулировал заключение о существовании причинно-следственной связи между электричеством и магнетизмом, о том, что электричество обладает магнитной силой, индуктивно исходя из следующего случайного открытия. Во время одной из лекций Х.Эрстед демонстрировал студентам явление нагрева металлической проволоки под влиянием электрического тока. Случайно рядом с проволокой оказался компас, и один из студентов заметил отклонение стрелки компаса при включении электрического тока. В.Карцев в книге «Приключения великих уравнений» (1986) пишет: «…Эрстед хотел продемонстрировать на лекции, всего лишь интересное свойство электричества нагревать проволоку, а компас оказался на столе совершенно случайно. Именно случайностью объяснили они (студенты, присутствовавшие на лекции Х.Эрстеда – Н.Н.Б.) то, что компас лежал рядом с этой проволокой, и совсем случайно, по их мнению, один из зорких студентов обратил внимание на поворачивающуюся стрелку, а удивление профессора, по их словам, было неподдельным» (Карцев, 1986, с.112). Об этом же сообщает В.Азерников в книге «Великие открытия» (2000): «…Влияние электричества на магнит профессор увидел совершенно случайно на лекции, когда демонстрировал своим слушателям вольтов столб, а рядом лежала магнитная стрелка, а уж только после этого случая его посетила та самая новаторская мысль» (Азерников, 2000, с.84).

Изобретение фотографии. Французский исследователь Луи Дагер (1835) сделал вывод о том, что средством проявления скрытого изображения в фотографии является использование паров ртути, индуктивно отталкиваясь от случайной находки: однажды поместив пластинки, на которых фиксировалось изображение, в шкаф с ртутью, он заметил, что пары ртути неожиданно проявили изображение на этой пластинке. К.В.Вендровский в статье «Изобретение господина Дагера» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 2, 9) указывает: «Летом 1835 года Дагер после очередной неудачной съемки, когда на пластинках не получилось никакого изображения, убрал их в шкафчик с химикалиями. Открыв его через несколько дней, он с удивлением и восторгом увидел на полированном серебре яркое позитивное изображение. Догадавшись, что тут дело в парах каких-то веществ, хранившихся в шкафчике, он избрал тривиальнейший метод перебора и последовательного исключения причин: стал ежедневно класть в шкафчик новую экспонированную пластинку, один за другим убирая химикалии. И, не прибегая к каким-то теориям, установил, что удивительное превращение чувствительного слоя вызвано несколькими капельками ртути из разбитого термометра. (…) Иодистое серебро в результате фотолиза разлагалось на иод и металлическое серебро. Пары ртути, конденсируясь на частицах серебра, усиливали скрытое изображение, образуя белую амальгаму, которая ярко выделялась на полированном серебре. Разумеется, этот несложный механизм был для Дагера тайной» (К.В.Вендровский, 1984).

Изобретение телефона. Американский изобретатель Александр Белл (1875) догадался о том, что условием передачи сигналов различных частот по проводу является использование электромагнитов с легким якорем, которые могут служить не только приемниками, но и передатчиками звуковых волн, индуктивно исходя из случайного наблюдения, сделанного в ходе экспериментов по созданию музыкального телеграфа. Это случайное наблюдение привело А.Белла к изобретению телефона – прибора, изменившего нашу жизнь. К.В.Рыжов в книге «100 великих изобретений» (2006) повествует: «Летом 1875 года Белл и его помощник Томас Ватсон сделали установку, состоявшую из магнитов с подвижными язычками, которые приводились в действие колебаниями тока. В цепь с магнитами включались различные устройства. Ватсон и Белл находились в соседних комнатах. Ватсон передавал, а Белл принимал. Однажды, когда Ватсон нажал кнопку в конце провода, чтобы привести в действие звонок, испортился контакт, и электромагнит притянул к себе молоточек звонка. Ватсон попытался оттянуть его, вследствие чего вокруг магнита возникли колебания. Движение пружины, произведенной Ватсоном, изменило интенсивность тока и вызвало колебательные движения в пружине противоположной станции в комнате Белла, и провод передал слабый звук первого телефона. Так, совершенно случайно, Белл обнаружил, что магнит с легким якорем может быть и передатчиком и приемником сигнала. После этого осуществить передачу и воспроизведение звука с помощью электрического тока уже не представляло большого труда» (Рыжов, 2006, с.196-197).

Открытие электромагнитных волн. Немецкий исследователь Генрих Герц (1886) сделал вывод о существовании электромагнитных волн, теоретически предсказанных Максвеллом, когда случайно заметил проскакивание маленьких искр в резонаторе после появления электрических колебаний в генераторе, удаленном от резонатора на определенное расстояние. 5 декабря 1886 года Г.Герц написал в письме Гельмгольцу: «Мне удалось совершенно определенно установить индукционное действие одной незамкнутой прямолинейной цепи на другую незамкнутую прямолинейную цепь». Описывая ход экспериментальных исследований Г.Герца, В.Азерников в книге «Великие открытия» (2000) отмечает: «И вот здесь Герцу и пришел на помощь случай. У него на столе стоял виток проволоки, имевший маленький искровой промежуток. Разряжая лейденскую банку, Герц вызывал в нем проскок искры и тем самым получал желанные электрические колебания. Как-то раз рядом с этим контуром случайно был оставлен второй виток, никак с ним не связанный. И вот, разряжая лейденскую банку, Герц вдруг с изумлением увидел, что искры проскакивают и на втором контуре» (Азерников, 2000, с.174).

Открытие радиоактивности. Французский ученый, лауреат Нобелевской премии по физике за 1903 год, Анри Беккерель (1896) высказал предположение о существовании нового вида излучения, испускаемого солями урана и способного действовать на фотографическую пластинку, индуктивно исходя из случайной находки, сделанной во время работы с солями урана. Первоначальной целью опытов А.Беккереля было выяснить, может ли люминесцентный материал, активированный светом, испускать рентгеновские лучи. Побочным результатом его поисков явилось открытие радиоактивности, что, в конечном счете, привело к созданию атомной физики. Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) констатирует: «Все началось в 1896 году с того, что в Париже А.Беккерель нечаянно оставил в ящике стола на фотографической пластинке пакетик с солями урана. Когда он позднее достал пластинку, то с удивлением обнаружил, что соли выжгли в ней следы, как если бы она засветилась. Соли испускали какое-то излучение» (Брайсон, 2007, с.107). А.И.Абрамов в книге «История ядерной физики» (2006) подчеркивает: «Стоит обратить внимание на то, что радиоактивность была открыта случайно. Случайно Беккерель выбрал для своих опытов из большого числа флуоресцирующих веществ соль именно урана. Случайно из-за плохой погоды одна из приготовленных для опытов пластинок осталась необлученной. Случайно эту пластинку проявили, хотя и не должны были это делать. Так в результате случайно совпавших событий было сделано величайшее открытие современности, последствия которого существенно изменили условия жизни всего человечества» (Абрамов, 2006, с.49).

Решая проблему С.Смейла о том, каковы пределы естественного и искусственного интеллектов, мы вынуждены постоянно сравнивать когнитивную деятельность человека и вычислительных машин. К каким результатам можно прийти, проводя такое сравнение, если нам известно, что фактор случая играет существенную роль в научном (творческом) поиске? Предлагаемый нами ответ может показаться парадоксальным, но он логически вытекает из реального положения вещей: искусственный интеллект должен уметь делать случайные открытия. Ему необходимо приобрести способность получать незапланированные (непреднамеренные) научные результаты, являющиеся побочным продуктом тех или иных исследований. Решая определенную задачу и сталкиваясь с ситуацией, когда случайно обнаруживаются факты (сведения), содержащие решение совсем другой задачи, он должен радикально менять направление поисков, отказываться от прежних гипотез, если они не согласуются с тем, что удалось узнать благодаря случайному, никем не ожидаемому открытию. Масштабный перебор вариантов, демонстрируемый вычислительными машинами в сфере поиска и доказательства математических теорем (здесь уместно вспомнить, как была доказана теорема о четырех красках), - это деятельность, которая не требовала от компьютера ничего, кроме высокой скорости обработки данных. В других областях науки (таких, например, как физика или биология) этого окажется явно недостаточно. Экспериментальная деятельность в указанных сферах знания связана с расходованием значительных материальных (вещественных) ресурсов, использованием сложных приборов, выполнением тонких двигательных актов, активной работой органов чувств (зрения, слуха, осязания, обоняния и даже вкуса). Но и перечисленные аспекты являются лишь предварительными условиями научного исследования, в ходе которого можно совершить случайное открытие. Фактор случая, присутствующий в научном поиске и нередко определяющий его успешность (эффективность) – кульминация неалгоритмической (невычислимой) природы творческого процесса, которую внимательно проанализировал Р.Пенроуз в монографии «Новый ум короля».

Глава 6
Аналогия между биологической эволюцией и развитием науки

В теории биологической эволюции, построенной Ч.Дарвином (1859) и усовершенствованной неодарвинистами, имеется много черт, совпадающих с особенностями человеческого познания. Одним из первых на эту аналогию обратил внимание отечественный биолог К.А.Тимирязев (1843-1920), который был горячим защитником и популяризатором идей дарвинизма. Впоследствии существенный вклад в разработку этой проблематики внесли западные исследователи: К.Поппер, Д.Кэмпбелл, С.Тулмин, К.Лоренц и другие. Эти ученые не ограничились анализом сходства между эволюцией биологических видов и прогрессом научного и технического знания, а интерпретировали само развитие человеческой культуры (понимаемой достаточно широко) как продолжение биологической эволюции.

Основой биологической эволюции является наследственность. Как мы все знаем, наследуемые признаки записаны в молекуле дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК), представляющей собой длинную полимерную цепь остатков сахара рибозы и фосфорной кислоты. Молекула ДНК, образующая так называемый геном (генетический код) живого организма, является хранилищем огромного количества информации. Поскольку конкретные гены, обеспечивающие адаптацию организмов к внешней среде, появлялись последовательно, на протяжении миллиардов лет, геном любого биологического вида – это своеобразная летопись данного вида. Аналогом генома в человеческой культуре являются тексты. Знания, зафиксированные в текстах (на бумаге, на диске, в памяти компьютеров) – это основа всей современной цивилизации. Если представить гипотетическую ситуацию, при которой были бы уничтожены все накопленные человечеством тексты, в том числе научные книги и журналы, это означало бы гибель цивилизации. Люди оказались бы отброшены к начальной стадии развития человечества. Им пришлось бы заново создавать культуру, изобретать письменность, то есть снова повторять весь долгий путь исторического развития.

Изменчивость, дополняющая наследственность в числе факторов биологической эволюции, - это новые признаки организмов, появляющиеся в результате наследственных изменений (генетических мутаций). Один из важных механизмов возникновения мутаций – ошибки в копировании молекулы ДНК. Мутации носят случайный характер, соответственно, новые биологические популяции и виды, появляющиеся в результате этих мутаций, являются результатом этой случайности. Аналог этого элемента вероятности (непредсказуемости) развития живой природы – фактор случая в научных открытиях, рассмотренный нами выше.

Эволюция видов, загадку которой раскрыл Ч.Дарвин, движется методом проб и ошибок. Ежеминутно на протяжении миллионов лет природа создает огромное количество организмов (особей), в том числе, носителей едва заметных отклонений от нормы, перед которыми стоит задача приспособления к постоянно изменяющимся требованиям (условиям) окружающей среды. Каждая особь – это очередная проба эволюции, и если особь адаптируется к внешним условиям, она выживает, оставляя потомство, а если не адаптируется – гибнет (элиминируется из эволюционного процесса). Внешняя среда (совокупность различных экологических ниш) выполняет функцию естественного отбора различных вариантов, изобретаемых живой природой. Образно говоря, внешняя среда ставит перед организмами различные задачи, которые им предстоит решать. Превосходство одних особей над другими в скорости и качестве решений, которые они предлагают, определяется в ходе конкуренции, которая может быть межвидовой и внутривидовой. Наука, созданная людьми, включает в себя аналогичные механизмы развития. Ученые порождают множество гипотез и теорий, претендующих объяснить ту или иную область реальности. Если гипотеза не соответствует фактическим данным, она отбрасывается (элиминируется), а если соответствует – становится «классикой». Многочисленные теории, а также люди – их создатели, конкурируют друг с другом, стремясь получить признание и способствовать общему прогрессу науки и техники. Ввиду того, что критерием достоверности теоретических конструкций являются наблюдение и эксперимент, можно сказать, что экспериментальные данные играют роль отбора правильных идей. То есть экспериментальные данные создают «экологические ниши», к которым должны приспосабливаться (адаптироваться) теории.

Существует считанное количество вариантов биологических признаков – как внешних, так и внутренних, которые приводят к росту жизнеспособности организмов (степени их адаптации), тогда как число вредных или нейтральных признаков огромно. В этом случае говорят, что пространство поиска (перебора) чрезвычайно велико. При всем том, что биологическая эволюция совершает свои пробы вслепую, наугад, ей удается найти жизнеспособные варианты за счет таких механизмов, компенсирующих ее «слепоту», как фактор времени и параллельность поисков. Фактор времени предполагает, что природа осуществляет процесс перемешивания генов и «вытягивания из колоды» первой попавшейся комбинации на протяжении миллионов и миллиардов лет, что увеличивает вероятность нахождения (выбора) удачного варианта. Параллельность поисков означает, что эволюция, начав свое движение в одной или нескольких точках пространства, в дальнейшем начинает «экспериментировать» с одним и тем же биологическим материалом, распространяющимся в пространстве биосферы, в разных местах. Она ведет постоянные и параллельные поиски во всех направлениях, что обеспечивает ежедневные – пусть и не сразу заметные – достижения, дающие оптимальные формы выживания. Наука, созданная человеческим разумом, также использует параллельность поисков. Как мы уже говорили, ежедневно над одной и той же проблемой работают сотни и тысячи людей, разделенных друг от друга языками, странами и континентами, что часто приводит к одновременным (повторным) открытиям, но, тем не менее, дает возможность добиваться гораздо больших успехов, чем если бы исследованием окружающего мира занималась небольшая горстка людей. Что касается фактора времени, то его важная роль в научном исследовании прослеживается даже в деятельности отдельного ученого. Чем больше времени исследователь затрачивает на решение проблемы, тем больше шансов, что он ее решит. Американский психолог Джон Хейз (1985), а также упоминавшийся нами лауреат Нобелевской премии по экономике Герберт Саймон (1998) установили, что ни один из гениев науки и искусства не достиг вершин в своей области, не имея, по крайней мере, 10 лет практики. Здесь можно вспомнить слова Т.Эдисона о том, что гений на 90% состоит из труда и лишь на 10% - из вдохновения.

Рассматривая логические операции индукции и аналогии, мы отмечали, что даже в эмпирических открытиях можно найти следы индуктивных умозаключений, присутствующие в них в «замаскированном» (скрытом) виде. Кроме того, обсуждая нейрофизиологические аспекты этих ментальных процедур, мы констатировали, что новая кора человеческого мозга (неокортекс) характеризуется автоассоциативным и прогностическим принципами работы. Мы ссылались на Джеффа Хокинса, который в книге «Об интеллекте» (2007) видел в аналогии основу творчества: «Творчество можно определить как способность прогнозирования на основе аналогий. Иногда данный процесс происходит во всех областях коры головного мозга, он непрерывен на протяжении всего времени, пока вы бодрствуете» (Хокинс, 2007, с.179). Мы также отмечали, что способность к операции переноса (аналогии) обнаружена у наших ближайших эволюционных предшественников – обезьян. В свете проанализированных нами случайных открытий можно сказать, что в творческом процессе случайность сотрудничает с необходимостью, закономерностью (аналогия является одним из элементов закономерности).

Как ни странно, «слепая» биологическая эволюция тоже способна к реализации аналогии. Следовательно, мутационный процесс, порождающий разнообразие форм жизни, не является абсолютно случайным, он «канализирован» определенными закономерностями. Что мы здесь имеем в виду? Мы имеем в виду закон гомологических рядов наследственной изменчивости, открытый отечественным биологом Н.И.Вавиловым (1920). Укажем, что термин «гомология» - синоним термина «аналогия». Согласно закону гомологических рядов, обнаруженному Н.И.Вавиловым, генетически близкие виды и роды характеризуются сходными рядами наследственной изменчивости с такой правильностью, что, зная ряд форм в пределах одного вида, можно предвидеть нахождение параллельных (аналогичных) форм у других видов и родов. Суть явления состоит в том, что при изучении наследственной изменчивости у близких групп растений были обнаружены сходные аллельные формы (варианты генов), которые повторялись у разных видов. Наличие такой повторяемости давало возможность предсказывать наличие еще не обнаруженных аллелей, важных с точки зрения искусственной селекции. Н.И.Вавилов рассматривал сформулированный им закон как вклад в представления о наличии определенных закономерностей в эволюционном процессе. Российский исследователь Б.М.Медников, всесторонне изучивший открытие Н.И.Вавилова, подтвердил, что без него нельзя объяснить возникновение сходных (часто до мелочей) признаков в родственных таксонах.

Описанные нами черты сходства между биологической эволюцией и развитием человеческой культуры (понимаемой в широком смысле), а именно такие механизмы, как хранение информации, случайность новаций, метод проб и ошибок, отбор удачных вариантов, параллельность поисков, элементы аналогии (гомологии) в новациях, проясняют различные стороны творческой деятельности. В конечном счете, они проливают свет на то, что является возможным и невозможным применительно к человеческому и искусственному интеллекту, а, значит, приближают нас к решению 18-й проблемы С.Смейла.

Глава 7

Теорема Геделя о неполноте – аналог принципа Берталанфи-Пригожина об открытости самоорганизующихся систем

В процессе построения теории диссипативных самоорганизующихся систем И.Пригожин выделил принцип открытости этих систем, ранее проанализированный Людвигом Берталанфи. Согласно данному принципу, условием нормального функционирования самоорганизующихся систем является то обстоятельство, что они открыты для притока энергии, вещества и информации. И.Пригожин аргументировал этот принцип условием существования города: до тех пор, пока город взаимодействует с внешним миром, он живет и успешно развивается, однако в случае блокады (изоляции) мегаполиса возникают условия для истощения материальных, энергетических и информационных ресурсов, питающих его. Другими словами, самоорганизующаяся система не может существовать, если она является закрытой.

Как известно, великий математик Давид Гильберт (1900), выступая на II Международном конгрессе математиков в Париже, сформулировал проблему, стоящую перед математиками: доказать непротиворечивость аксиом арифметики, исходя из самих аксиом арифметики. Д.Гильберт рассчитывал на положительное решение данного вопроса, то есть допускал возможность обосновать истинность предложений арифметического языка методологическими средствами самого этого языка, без обращения к практике (наблюдению, эксперименту). В 1931 году К.Гедель доказал свою знаменитую теорему о неполноте, давшую отрицательное решение указанной проблемы Д.Гильберта.

Если взглянуть на то, что произошло в математике благодаря открытию К.Геделя, с точки зрения теории И.Пригожина, основанной на принципе открытости самоорганизующихся структур, то можно получить неожиданные выводы. Во-первых, Д.Гильберт, формулируя проблему доказательства такой формализованной системы, как арифметика, средствами самой этой системы, нарушал этот принцип открытости. Ведь самоорганизующаяся система не может эффективно функционировать, используя лишь те средства, которые содержатся в ней самой. Во-вторых, К.Гедель, изложив свою теорему о неполноте, давшей отрицательное решение проблемы Д.Гильберта, привлек наше внимание к тому, что и любые алгоритмы (алгоритмические системы), направленные на исследование внешнего мира, не могут быть эффективными, если они являются закрытыми. Таким образом, существует очевидная аналогия между теоремой Геделя о неполноте и принципом Берталанфи-Пригожина об открытости самоорганизующихся систем. Для понимания этой аналогии достаточно интерпретировать результат Геделя как принцип, запрещающий эффективное функционирование закрытых алгоритмических систем. А такая интерпретация неизбежно возникает в свете анализа содержания упомянутой проблемы Д.Гильберта, а также анализа причин, по которым она оказалась неразрешимой.

Когда Ф.Бэкон (1620) публиковал свой «Новый органон», в котором предлагал использовать индуктивную логику для изучения внешнего мира, он рассматривал эту логику как открытую познавательную систему, опирающуюся на наблюдение и эксперимент. Индукция, лишенная информации, полученной путем эксперимента и наблюдения, беспочвенна и непродуктивна. Как можно исследовать реальность, применяя алгоритм, изолированный от этой реальности? Ни один алгоритм не может содержать в самом себе критериев достоверности тех заключений, которые генерируются с помощью данного алгоритма. Человеческое мышление может постигать законы природы лишь в том случае, если оно обобщает экспериментальные данные, отражающие определенные фрагменты этой реальности (в том числе причинно-следственные связи мира, в котором мы живем). Таким образом, индуктивная логика представляет собой открытую систему, которая в силу своей природы не нарушает теорему Геделя о неполноте. Более того, если бы Д.Гильберт поставил перед математиками проблему доказать истинность предложений арифметики не средствами самой арифметики, а индуктивным (эмпирическим) путем, эта проблема имела бы положительное решение.

Когда в адрес индукции раздается критика, состоящая в том, что она не способна объяснить происхождение всех научных и технических достижений человека, эту критику легко парировать. С помощью индукции (обобщения эмпирических данных) открыты сотни разнообразных эвристик, как специфических, так и универсальных. Эти эвристики дополняют индукцию в числе факторов, определяющих генезис новых идей. Даже в искусстве имеется огромное множество эвристик, позволяющих создавать нечто новое, которые обнаружены индуктивно (эмпирически).

Если Р.Пенроуз, автор известной книги «Новый ум короля», видит в теореме Геделя о неполноте одно из фундаментальных ограничений деятельности естественного и искусственного интеллекта, то это ограничение следует понимать следующим образом. В силу теоремы Геделя человеческий мозг не может постигать реальность, отгородившись от этой реальности замкнутыми (закрытыми) алгоритмами. Поскольку критерием истины является практика (наблюдение, эксперимент), любой алгоритм должен опираться на эту практику. Индуктивная логика, постоянно преследующая цель обобщить результаты наблюдения и эксперимента, удовлетворяет теореме Геделя о неполноте. Другими словами, структура этой логики не противоречит тем ограничениям, которые вытекают из открытия Геделя.

Глава 8

Искусственный интеллект сегодня и завтра

Сенсорное восприятие

Человек познает мир при помощи органов чувств. Чувственное восприятие явлений окружающего мира является начальным звеном в цепи событий, связанных со сбором и обработкой информации (входных сигналов). Чувственное восприятие основано на работе сенсорной системы индивида, которая включает пять видов чувствительности: зрение, слух, обоняние, осязание и вкус. Соответственно, восприятие инициируется внешними сигналами (стимулами), состоящими из света, звука, молекулярных соединений и давления. Эти стимулы, обнаруживаемые органами чувств, преобразуются (конвертируются) в сообщения, понимаемые мозгом. Количество информации, доступной органам чувств, огромно. Одна только зрительная система может передавать в мозг $4{,}3\times10^6$ бит информации в секунду. Восприятие явлений происходит одновременно с их интерпретацией (репрезентацией), осуществляемой мозгом. Эта интерпретация основана на прошлых знаниях, которые, в свою очередь, корректируются и дополняются новыми сенсорными сигналами. Здесь многочисленны петли обратной связи, а сами процессы восприятия и первичной обработки ощущений настолько взаимосвязаны, что их вообще нельзя отделить друг от друга. Благодаря прошлым знаниям (памяти) одни сигналы становятся значимыми, а другие игнорируются. Мозг «видит» существенные (важные) признаки окружения, не придавая значения второстепенным. Другими словами, в ситуации восприятия несметного количества признаков окружения мы тщательно отбираем количество и вид информации, которую стоит принимать в расчет. Мы замечаем признаки сходства и различия между объектами, на основании чего реализуем категоризацию, относя объекты с различными признаками к отдельным группам (классам, множествам).

Современный искусственный интеллект не обладает полноценным чувственным восприятием. Если показать ребенку фотографию и попросить его нажать на кнопку в случае обнаружения на снимке кошки среди множества других предметов, то ребенок даст правильный ответ в течение полсекунды знакомства со снимком. Для современного компьютера такая задача является очень сложной или вообще невыполнимой. Вычислительная машина не в состоянии распознать изображение, если оно было подвергнуто перемещению, ротации, изменению масштаба или любому другому возможному превращению. Однако человеческий мозг с легкостью справляется с такой проблемой. Причина в том, что мозг, воспринимая входные сигналы, которые постоянно меняются, формирует инвариантные (абстрактные) структуры, то есть инвариантные представления. Когда мы видим, чувствуем или слышим, кора головного мозга получает впечатления, которые сохраняет в инвариантной форме. Запоминание, припоминание (извлечение) и распознавание (идентификация) сигналов – все это происходит на уровне инвариантных форм. Компьютеры на такое не способны. Даже если однажды мы наделим их пятью основными органами чувств (анализаторами) и памятью, сохраняющей полученные сведения о мире, этого окажется недостаточно. Необходимо будет, чтобы все сенсорные зоны компьютера и его память действовали как единое целое. В этой единой всеобъемлющей сенсорной системе, объединяющей восприятие изображения, звуков, прикосновений и многое другое, информационные потоки должны циркулировать вверх и вниз по сложной разветвленной иерархии. Принцип обратной связи, обеспечивающий взаимодействие различных сенсорных структур с центрами хранения и обработки информации, должен стать основным принципом работы искусственного интеллекта. Следует отметить, что человеческий мозг насквозь пронизан обратными связями. Например, обмен между новой корой мозга (неокортексом) и всеми остальными частями мозга, включая таламус (главный подкорковый центр), построен таким образом, что количество обратных связей превышает количество исходящих почти в десять раз! По словам Дж.Хокинса, «это значит, что на каждое волокно, подающее информацию в неокортекс, приходится десять волокон, отправляющих обратную информацию к органам чувств» (Хокинс, 2007, с.33).

Память

Объем памяти современных компьютеров постоянно увеличивается, но структура их памяти коренным образом отличается от способов хранения и извлечения информации человеческим мозгом. Можно перечислить основные особенности нашей памяти, описанные Дж.Хокинсом (2007):

- неокортекс запоминает последовательности элементов, а не отдельные элементы окружающего мира;
- неокортекс вспоминает последовательности автоассоциативно;
- неокортекс запоминает последовательности в инвариантной форме;
- неокортекс сохраняет последовательности иерархически.

Примером запоминания последовательности элементов является изучение алфавита. Все мы знаем алфавит, но если попробовать произнести его в обратном порядке, то легко убедиться, что это не такая уж простая задача. В нашей памяти алфавит представлен как последовательность сигналов. Именно поэтому он не поддается моментальному извлечению или извлечению в произвольном порядке. Запоминание песни – еще один пример временной последовательности. Зная песню, нельзя припомнить ее слова в обратном порядке или охватить своим вниманием песню целиком. Мы вспоминаем ее только в том порядке, в каком заучили. Точно так же обстоит дело с множеством другой информации. В противоположность нашему мозгу память компьютера не хранит последовательности сигналов. Как указывает Дж.Хокинс, с помощью разных программных доработок можно этого достичь, но память компьютера не способна на автоматическое выполнение такого задания.

Наша память имеет автоассоциативную природу. Нейроны, специализирующиеся на запечатлении входных сигналов, постоянно ассоциируют их друг с другом. Сравнение (сопоставление) различных элементов и фрагментов информации определяет нашу способность замечать сходство между ними, что, в конечном счете, позволяет проводить аналогию между фактами и идеями. В процессе решения сложных задач мозг по ассоциации извлекает из памяти знания, применявшиеся ранее при решении аналогичных задач, и использует их в новой ситуации. Даже слова хранятся в неокортексе в связанном (ассоциированном) состоянии. Это обстоятельство хорошо известно психолингвистам, которые ввели понятие логогена – элемента модели распознавания слов (блока памяти, который подобно «узлу» связывает все аспекты слова). Т.Н.Ушакова в книге «Психолингвистика» (2006) отмечает: «Совокупность множества межсловесных связей образует так называемую вербальную сеть (паутину). Вербальная сеть – психофизиологическое образование, вырабатываемое в детстве (при усвоении новых языков – в любом возрасте) и затем стабильно существующее в мозге в течение его жизни. Все известные человеку слова включаются в форме логогенов в ее структуру. Объединяясь множественными «межлогогенными», межсловесными связями, логогены становятся образующими элементами, узлами вербальной сети» (Ушакова, 2006, с.207). Выделение логогена имени (слова) вызывает активацию соответствующего поля в вербальной сети. В активное состояние приходят связанные с найденным именем слова и вербальные клише. На основе диффузной активации выделяются адекватные случаю конкретные словесные логогены. Поиск всего набора слов, подходящих для выражения актуальной, словесно еще не оформленной интенции, происходит как движение (блуждание) по путям вербальной сети (сети нейронов, хранящих весь известный нам лексикон). Благодаря автоассоциативной природе нашей памяти мы способны по одному признаку определить (вспомнить) объект, а по объекту – всю совокупность признаков. Другими словами, наш мозг способен дополнять образы, воспроизводить полную картину на основе неполной или искаженной входной информации.

Современные компьютеры на это не способны. Ученые уже несколько десятков лет пытаются реализовать автоассоциативные воспоминания в искусственных нейронных сетях, но полученные результаты пока не очень впечатляют. Вычислительные машины осуществляют поиск знаний в памяти последовательно, а не ассоциативно, на что тратят колоссальное время. Как отмечает Дж.Люгер в книге «Искусственный интеллект» (2003), «люди быстрее справляются с задачами, когда получают больше информации, в то время как компьютеры, наоборот, замедляют работу. Это замедление происходит за счет увеличения времени последовательного поиска в базе знаний» (Люгер, 2003, с.52). Одним из способов повышения эффективности памяти компьютеров может оказаться применение так называемых хаотических алгоритмов. Ряд исследователей связывают с такими алгоритмами большие надежды, в частности, рассчитывают наделить искусственный интеллект ассоциативным поиском информации. А.Дмитриев в статье «Хаос, фракталы и информация» (журнал «Наука и жизнь», 2001, № 5) пишет: «Голубая мечта пользователей – возможность поиска мелодии, видеосюжета или нужных фотографий не по их атрибутам (названию директории и файла, дате создания и т.д.), а по содержанию или ассоциации, чтобы, например, по фрагменту мелодии можно было найти и воспроизвести музыкальное произведение. Оказывается, такой ассоциативный поиск можно осуществить с помощью технологий на основе детерминированного хаоса» (А.Дмитриев, 2001).

Мы уже говорили о таком принципе работы человеческой памяти, как формирование инвариантных репрезентаций, но приведем еще один пример действия этого принципа, заимствованный из монографии Дж.Хокинса «Об интеллекте» (2007). Представим, что мы держим в руках книгу. Если мы повернем книгу, изменим освещение или положение своего тела на стуле, зафиксируем взгляд на разных частях книги, то световые сигналы, попадающие на сетчатку нашего глаза, полностью изменятся. Зрительные сигналы, которые мы получаем, различны в каждое отдельное мгновение. Однако мы ни на миг не усомнимся, что держим в руках все ту же книгу. Внутренняя модель «этой книги», которой располагает наш мозг, не изменяется даже в условиях информационной переменчивости. Это объясняется тем, что при всей вариабельности входящих сигналов мозг создает инвариантную репрезентацию. На сегодняшний день вычислительные машины не в состоянии делать то же самое. Искусственный интеллект способен сохранять множество снимков лиц, состоящих из черно-белых точек. Но если каждую точку картинки передвинуть на пять пикселей вправо, то машина не сумеет распознать лицо. Для искусственного интеллекта это уже совершенно новая модель, потому что расположение пикселей в ней не совпадает с исходной моделью.

Четвертый принцип работы нашей памяти, отличающий мозг от вычислительных машин,

- иерархический способ сохранения информации. Любая иерархическая система характеризуется тем, что одни элементы расположены выше, а другие – ниже. Все функциональные зоны головного мозга «обитают» в одной и той же ткани коры. Но одна зона оказывается «выше» или «ниже» другой в зависимости от того, как они связаны и взаимодействуют друг с другом. Первичные сенсорные зоны мозга, в которые непосредственно поступает информация об окружающем мире, являются низшими функциональными зонами. Эти области занимаются обработкой первичной информации на самом простом, базовом уровне. Например, зрительная информация поступает в кору головного мозга через первичную зрительную зону (зону V1). Зона V1 отвечает за восприятие мелких контурных сегментов, простых составляющих движения, основных цветов, сигналов о контрастности. Зона V1 посылает информацию в другие зоны, называемые вторичными зонами (зоны V2), которые из отдельных деталей формируют целостные образы. В свою очередь, вторичные зоны, обработав сигналы, передают их в ассоциативные зоны, где происходит сравнение (ассоциирование) разных целостных образов. Аналогичная иерархическая структура существует не только в зрительной коре, но и в других отделах мозга (слуховой, тактильной, двигательной и т.д.). Информационные сигналы в коре головного мозга передаются в двух направлениях: от зон низшего порядка к высшим и обратно, в нисходящем направлении, причем обратные информационные потоки, идущие сверху вниз, имеют большую информационную насыщенность. Так реализуется принцип обратной связи, играющий важную роль в функционировании нервной системы. Следует отметить, что современные компьютеры лишены иерархической организации памяти, что может быть одной из причин их неспособности к самообучению, ведь самообучение предполагает последовательное восхождение от конкретного (детализированного, фрагментарного) знания к абстрактным (обобщенным, целостным) репрезентациям.

Понимание речи

В начале 1950-х годов многие думали, что компьютеры сильно помогут при переводе с языка на язык. Считалось достаточным просто загрузить в компьютер словарные эквиваленты, ввести один язык и получить на выходе другой. Однако даже если делается перевод один к одному в контексте синтаксической информации, результаты получаются довольно странные. Р.Солсо в книге «Когнитивная психология» (2002) замечает: «Например, когда пассаж из Библии «Стремится дух, да плоть слаба» перевели на русский, а затем обратно на английский, то получилось – «Вино было приятным, но мясо протухло» (Солсо, 2002, с.480). Современные программы по распознаванию речи работают успешно лишь в очень ограниченных ситуациях, когда количество слов, которые человек может произнести в каждое отдельное мгновение, строго ограничено. А вот людям распознавание речи дается без труда, потому что неокортекс не только воспринимает отдельные слова, но и предугадывает содержание целых предложений, а также рамки общего контекста. В процессе распознания устной речи мы прогнозируем идеи, фразы, отдельные слова. Мало того, кора головного мозга выполняет всю эту работу автоматически. Необходимость прогнозирования связана с тем, что словесные сообщения, которыми обмениваются люди, зависят от контекста и ряда других вещей, не допускающих однозначной интерпретации речи. Многие современные психолингвисты подчеркивают вариабельность речевого сигнала, его принципиальное несовершенство, в результате чего слушающий не столько извлекает информацию из акустического речевого сигнала, сколько реконструирует сообщение, основываясь на части акустических признаков и используя эвристические процедуры, базирующиеся на максимально широких основаниях – от знания собеседника до общей картины мира. Некоторые ситуации восприятия и понимания речи включают этап вероятностной идентификации слов в рамках столь же вероятностно определенных синтаксических структур. В речи людей то, что не говорится, столь же важно для эффективного сообщения, как и то, что говорится. Чтобы понять скрытое содержание текста, необходимо использовать различные виды умозаключений.

Неспособность компьютера правильно интерпретировать речь объясняется тем, что он действует на основе заложенной в него программы, а не учится на собственном опыте. Ребенок осваивает лексикон, в котором каждое слово обозначает предмет, действие или характеристику предмета, путем обучения. В свою очередь, взрослые оказывают постоянное воздействие на этот процесс обучения, поощряя правильные речевые действия ребенка и корректируя ошибки. При восприятии некоторой ситуации (предмета, действия) и одновременно звучащего слова, произносимого взрослыми, мозг ребенка связывает (ассоциирует) ситуацию со словом. Многократное повторение этих взаимосвязанных событий приводит к формированию стереотипов, то есть к пониманию значения тех или иных слов, которые сохраняются в памяти. Здесь возможны обобщения, описываемые по схеме: это слово часто звучало одновременно при предъявлении конкретного предмета или при выполнении действия, следовательно, данное слово имеет отношение к тому или иному предмету или действию. Подобные обобщения – важный элемент речевого онтогенеза. В конечном счете, они способствуют выработке обобщенной ассоциации (абстрактного стереотипа): каждая вещь или действие имеют имя. Со слов Т.Н.Ушаковой, «ассоциативные процессы, связывающие впечатления от воспринимаемых объектов с восприятием звучания называющих их слов, играют важную роль и в речевом онтогенезе. Наблюдения показывают, что они вступают в действие в очень раннем возрасте: свидетельством этого служат широко практикующиеся воспитателями разного рода словесные клише, приспособленные для выработки и поощрения межсловесных ассоциаций у детей (гуси, гуси – га-га-га; обезьяна – чи-чи-чи и др.). На основе объединения локально существующих словесных структур (часто это структуры, соответствующие отдельным именам) образуется «вербальная сеть». Тогда имена теряют изолированность и превращаются тем самым в слова языка, его лексическую составляющую. Образуется стабильно сохраняющаяся область индивидуального знания, вербальная память» (Ушакова, 2006, с.203). Освоение слов (существительных, прилагательных и глаголов), а также первых правил грамматики, перенимаемых путем имитации, позволяет строить сначала простые фразы, а затем и сложные предложения.

В серии лонгитюдных (продолжительных) исследований ученые обнаружили способность к освоению языка (знаков) у обезьян. Началом этих исследований послужили работы супругов Аллен и Беатрис Гарднеров, которые стали обучать шимпанзе языку жестов. Их первый подопечный Уошо быстро усвоил словарь из 70 слов, а позднее знал их уже 160. В дальнейшем антропологи, изучая коммуникативные возможности приматов, кроме жестов, стали использовать другие средства. Так, А.Премак применил условные символы в виде пластиковых фигур, Д.Рамбо – панель так называемых лексиграмм. Роджер и Дебби Фоутс использовали упрощенный американский язык для глухонемых (АЯГ). Этим же средством пользовалась Франсина Паттерсон, работая с гориллой, и Л.Майлс – с орангутангом. В опытах Р.Фоутс шимпанзе Лана, будучи научена значению лексиграмм, могла сигнализировать окружающим о своих желаниях; основываясь на названиях, относить предметы к определенной категории; просить вещи, не находящиеся в поле их зрения; реагировать на просьбы, переданные с помощью клавиатуры; предлагать новые игры. Она творчески использовала приобретенные ею языковые знания, к месту использовала заученные фразы в новых контекстах, составляла длинные оригинальные высказывания, включающие до 10 лексиграмм. Такого рода умения приобретались животными не только в результате специального обучения, но и в результате наблюдения за обучением других шимпанзе, то есть благодаря имитации (подражанию). Исследователи провели сравнение лексикона обезьян и человеческих детей, опираясь на критерий количества используемых семантических категорий. Оказалось, что словарный запас горилл, с которыми работала Ф.Паттерсон с сотрудниками, был близок к лексикону неслышащих детей, обучающихся языку глухонемых. Было обнаружено также некоторое совпадение словаря горилл и детей. Это совпадение было особенно заметным на первых 50-ти осваиваемых словах (знаках). Как у горилл, так и у детей раньше всего появлялись слова, указывающие предметы (существительные), затем шли слова-действия (глаголы), на третьем месте – знаки, обозначающие качества предметов (прилагательные).

Чтобы понимать речь, то есть смысл предложений, передающих сущность тех или иных ситуаций, компьютер должен, прежде всего, иметь опыт столкновения с этими ситуациями. Поэтому Дж.Хокинс отмечает: «Чтобы полностью понимать человеческую речь, машина должна многое «пережить» и «научиться» тому же, что и люди. Возможно, нам понадобятся долгие годы, чтобы создать разумную машину, которая понимает язык так же хорошо, как вы и я» (Хокинс, 2007, с.213). Об этом же говорят С.Рассел и П.Норвиг в книге «Искусственный интеллект» (2006): «Задача перевода является сложной, поскольку, вообще говоря, для ее решения требуется глубокое понимание текста, а для этого, в свою очередь, необходимо глубокое понимание ситуации, о которой идет речь. Это утверждение является справедливым применительно даже к очень простым текстам, в частности, даже к «текстам», состоящим из одного слова» (Рассел, Норвиг, 2006, с.1025). Резюмируя, укажем, что искусственному интеллекту, способному понимать естественный язык, нужны как минимум: семантические и синтаксические правила; база знаний о мире и о социальном контексте; какие-нибудь методы обработки неоднозначностей, имеющихся в обычно употребляемом языке (Р.Солсо, 2002).

Выполнение сложных двигательных актов

Человек не смог бы приобретать знания, если бы не обладал телом. Чтобы получать информацию о структуре объектов, окружающих его, нужно физически воздействовать на них, причем формы воздействия столь многочисленны, что их невозможно перечислить. Одним из факторов, обусловивших рост знаний человека, послужило изготовление орудий. Для выполнения десятков разнообразных двигательных операций, связанных с изготовлением орудий, требовалась рука, освобожденная от функции ходьбы. Переход от каменных орудий к орудиям, выполненным из железа и бронзы, обеспечил прогресс инструментальной деятельности. Овладение огнем, изобретение колеса и паруса, появление земледелия, ткачества, хлебопечения и других новаций были важными достижениями на пути к цивилизации. Утилитарные технологии, способствующие выживанию вида Homo Sapiens, развивались вместе с неутилитарными, породившими искусство. Такие прорывы, как изобретение пороха, компаса и книгопечатания, коренным образом изменили жизнь людей. Успехи инструментальной деятельности заставили многих скептиков поверить в то, что научный эксперимент, основанный на изготовлении различных приборов и технических средств, позволяющих проникать в тайны природы, является не «низким», недостойным ремеслом, а благородным, весьма полезным занятием. Экспериментальная деятельность, предполагающая тонкую работу рук, получила заслуженную оценку.

Работа рук, о которой мы говорим, должна стать принадлежностью искусственного интеллекта, если он хочет приблизиться к совершенству человеческого разума (разум без руки – беспомощное дитя). В настоящее время тонкость и изящность движений руки недоступны машинам (роботам). Когда специалисты пытаются запрограммировать движение руки робота так, чтобы он мог поймать летящий мяч, им приходится решать сложные математические уравнения. Сначала они пытаются вычислить траекторию полета мяча и определить его пространственное расположение в момент контакта с рукой. Затем они занимаются вычислением, определяя все сгибы руки робота, то есть положения его руки в различные моменты времени. Но человеческий мозг решает задачу перехвата мяча иначе. Он просто обращается к памяти, в которой хранятся моторные команды для поимки мяча. Эти моторные команды появляются в памяти после того, как вы методом проб и ошибок уже обучились ловить летящий мяч. Мозг не решает никаких сложных уравнений, он просто автоматически активизирует воспоминания о последовательности движений, необходимых для перехвата того или иного предмета. Дж.Хокинс в книге «Об интеллекте» (2007) описывает эту ситуацию следующим образом: «Воспоминание о том, как нужно ловить мяч, не было запрограммировано в вашем мозге. Вы обучились этому в процессе жизни, соответственно информация не вычисляется, а сохраняется в нейронах коры вашего головного мозга» (Хокинс, 2007, с.72). Память о моторных командах, присущая человеческому мозгу, подчиняется тем же принципам, что и память о зрительных, слуховых и тактильных сигналах: 1) запоминание последовательности элементов, 2) автоассоциативное извлечение последовательностей элементов, 3) запоминание последовательностей элементов в инвариантной форме, 4) иерархическая организация памяти. Так же, как и в случае формирования следов памяти на визуальные и слуховые сигналы, обратная связь играет существенную роль в формировании информации о моторных командах в нашем мозге. И вновь мы вынуждены констатировать тот факт, что для совершенного владения рукой и другими конечностями искусственный интеллект нуждается не в программировании, а в самообучении. С легкой руки теоретиков искусственного интеллекта это самообучение на примерах получило название «индуктивного обучения». А.А.Жданов, анализируя ходьбу современных роботов в книге «Автономный искусственный интеллект» (2008), пишет: «…Даже в самых современных роботах не удается смоделировать ходьбу человека ни в отношении ее скорости, ни в отношении ее свойств. И более того, известные эффектно выглядящие антропоморфные шагающие роботы шагают совсем не по тем принципам, по которым шагает человек, и потому их прогресс в умении ходить отнюдь нельзя сравнивать с развитием процесса ходьбы от обезьяны к человеку. Современные роботы ходят только благодаря точной математической модели процесса ходьбы, а не в результате самообучения» (Жданов, 2008, с.251).

Выводы

Итак, возможности современных вычислительных машин ограничены тем, что они не обладают полноценным чувственным восприятием (зрением, слухом, осязанием, обонянием, вкусом), обширной памятью, способной хранить информацию о мире в иерархической и инвариантной форме и извлекать ее на основе ассоциативного поиска. Вычислительные машины нашего времени не способны понимать речь так, как это свойственно человеку, им недоступны сложные двигательные акты, паттерны которых хранятся в памяти в виде последовательности моторных команд. Процессы самообучения, благодаря которым мы приобретаем знания о мире, являются на сегодня лишь перспективой (проектом) дальнейшего развития искусственного интеллекта. Реализация этой перспективы потребует отказа от традиционного программирования сложных функций машин.

О том, что самообучение – это главное, что отличает человека от компьютерных систем обработки информации, пишут многие исследователи. Дж.Хокинс в уже упоминавшейся книге «Об интеллекте» (2007) подчеркивает: «Фундаментальные принципы работы компьютера и функционирования человеческого разума вкорне различны. Основой первой является программирование, а второго – процесс самообучения» (Хокинс, 2007, с.20). Дж.Люгер в монографии «Искусственный интеллект» (2003) констатирует: «Обучение остается «крепким орешком» искусственного интеллекта. Важность обучения, тем не менее, несомненна, поскольку эта способность является одной из главных составляющих разумного поведения. Экспертная система может выполнять долгие и трудоемкие вычисления для решения проблем. Но, в отличие от человеческих существ, если дать ей такую же или подобную проблему второй раз, она не «вспомнит» решение. Она каждый раз вновь будет выполнять те же вычисления – едва ли это похоже на разумное поведение. (…) Очевидное решение этих проблем – заставить программы учиться самим на опыте, аналогиях или примерах» (Люгер, 2003, с.50). С.Рассел и П.Норвиг в монографии «Искусственный интеллект: современный подход» (2006) пишут: «Наше определение требует, чтобы рациональный агент не только собирал информацию, но также обучался в максимально возможной степени на тех данных, которые он воспринимает. Начальная конфигурация агента может отражать некоторые предварительные знания о среде, но по мере приобретения агентом опыта эти знания могут модифицироваться и пополняться» (Рассел, Норвиг, 2006, с.81). По мнению Б.М.Величковского, автора книги «Когнитивная наука» (2006), «мобильные роботы будущего должны быть оснащены если и не полным знанием о мире, то хотя бы первыми элементами знаний о наиболее существенных его категориях» (Величковский, 2006, с.44).

Мы уже заметили, что чувственное восприятие, понимание речи, выполнение сложных двигательных актов, реализация других функций невозможны без иерархической системы памяти. Память является системой хранения и извлечения знаний, полученных благодаря таким сенсорным модальностям, как зрение, слух, осязание и т.д. Она же содержит в себе огромный словарь слов, а также информацию о способах построения осмысленных фраз из этих слов. В памяти концентрируются сотни и тысячи моторных команд, позволяющих нам выполнять сложнейшие движения. Соответственно, главной задачей при создании разумной машины является создание иерархической системы памяти, которая работала бы подобно памяти головного мозга человека. В свою очередь, основной трудностью при создании указанной системы памяти будет решение проблемы связности, подобной связности миллиарда нервных клеток (нейронов) живого мозга. Дело в том, что в человеческом мозге под тонким покрытием коры имеется белое вещество, состоящее из миллиона аксонов. Оно связывает области иерархии коры головного мозга между собой. Отдельная клетка (нейрон) коры головного мозга может быть связана с 5 или 10 тысячами других клеток. «Такой тип масштабного параллельного соединения, - пишет Дж.Хокинс, - невозможно внедрить на основе традиционных техник производства кремниевых чипов. Последний создается путем нанесения нескольких слоев металла, каждый из которых отделяется от последующего изоляционным веществом. (Этот процесс наслоения не имеет ничего общего со слоями коры головного мозга). Слои металла вмещают «провода» чипа. В пределах одного слоя «провода» не пересекаются. Поэтому суммарное количество проводных связей в чипе ограниченно. На основе такой связности совершенно невозможно создать мозгоподобную систему памяти, для которой реально необходимы миллионы подобных связей. Кремниевые чипы и белое вещество не очень-то совместимы друг с другом» (Хокинс, 2007, с.205). Таким образом, полноценные процессы самообучения станут доступны компьютеру, когда он приобретет мощную автоассоциативную систему памяти, а для создания такой памяти нужно решить техническую проблему связности. Говоря об этой проблеме, Дж.Хокинс утверждает: «Как только технические решения будут найдены, других значимых препятствий для создания по-настоящему разумных машин не останется» (там же, с.206).

Глава 9
Решение 18-й проблемы С.Смейла

Что ожидает искусственный интеллект, когда он приблизится к совершенству человеческого мозга по таким параметрам, как сенсорное восприятие, память, владение языком, выполнение сложных двигательных актов? Как ни странно, он столкнется с теми пределами, которые характерны для человеческого познания. Как мы уже убедились, этими пределами являются четыре фактора: теорема Геделя о неполноте, вероятностная природа индуктивного вывода, метод проб и ошибок и фактор случая в научном открытии.

Теорема Геделя о неполноте свидетельствует о том, что алгоритмы (процедуры, методы, приемы) исследования реальности не могут содержать в самих себе критериев истинности. Эти критерии истинности содержатся в практике (наблюдении, эксперименте). Результат Геделя запрещает эффективное функционирование закрытых (замкнутых) алгоритмических стратегий. Именно поэтому Гедель обнаружил, что поставленная Д.Гильбертом проблема обоснования непротиворечивости арифметики средствами самой арифметики неразрешима.

Вероятностная природа индуктивного вывода означает, что логическая операция индукция в одних случаях дает истину, а в других способна приводить к ошибкам. В свое время на этот аспект индукции обратил внимание Г.Лейбниц, который отказался от индукции и стал искать универсальный метод открытия («универсальную характеристику»), способный гарантировать правильный результат. Но такого метода (правила применения всех правил) не существует, о чем догадывался еще И.Кант, скептически отозвавшийся в адрес мечты Г.Лейбница об «универсальной характеристике». Собственно говоря, неудача попыток

Аристотеля формализовать индукцию объясняется ее вероятностной природой. После Аристотеля предпринимались многочисленные исследования, преследующие цель формализовать индуктивные умозаключения, но и они не имели успеха. Индукция уступает дедуктивному мышлению в строгости, надежности и неоспоримости, но, тем не менее, обеспечивает нас новыми знаниями. Это обстоятельство дало основание Д.Пойа отнести дедукцию к классу доказательных рассуждений, а индукцию к категории правдоподобных, и подчеркнуть продуктивность правдоподобных форм мысли. Попутно отметим, что индукция может быть доказательной, если используется полная индукция (такая схема индукции находит широкое применение в математике). В книге «Математика и правдоподобные рассуждения» (1975) Д.Пойа пишет: «Доказательное рассуждение надежно, неоспоримо и окончательно. Правдоподобное рассуждение рискованно, спорно и условно. Доказательные рассуждения пронизывают науки как раз в той же мере, что и математика, но сами по себе (как и сама по себе математика) не способны давать существенно новые знания об окружающем нас мире. Все новое, что мы узнаем о мире, связано с правдоподобными рассуждениями, являющимися единственным типом рассуждений, которым мы интересуемся в повседневных делах» (Пойа, 1975, с.14). Следует также учитывать, что благодаря индуктивному обобщению опыта творческой деятельности открыты десятки сотен различных эвристик, расширяющих наши возможности в решении научных и технических задач.

Метод проб и ошибок (метод последовательного перебора), как мы уже отмечали, играет колоссальную роль в научном исследовании. Когда нет информации, то есть исходных посылок для индуктивного обобщения, а также когда отсутствуют идеи (теоретические конструкции), позволяющие реализовать аналогию, остается использовать метод последовательного перебора. Метод проб и ошибок применяется не только в эмпирической (экспериментальной) области науки, но и на уровне генерации и развития сложных теорий и концепций, представляющих собой обобщение и синтез различных экспериментальных фактов и идей. Как заметил Дональд Кэмпбелл в своем прекрасном очерке «Эволюционная эпистемология» (1974), на одном конце шкалы – экспериментатор, использующий эвристику сплошного перебора в рамках возможностей данного лабораторного оборудования, пробующий варьировать каждый параметр и перебирающий все мыслимые сочетания (комбинации) без оглядки на теорию. На противоположном конце шкалы мы видим «естественный» отбор научных теорий, которые в режиме проб и ошибок соревнуются друг с другом в адекватности решения различных проблем, то есть в адекватности (соответствии) этих теорий общей совокупности накопленных фактических данных. Этот процесс аналогичен механизму развития живой природы (биологической эволюции).

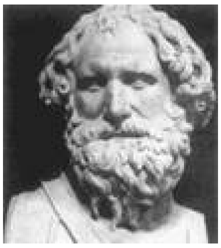
Наконец, фактор случая в научном открытии – еще одна неустранимая особенность человеческого познания. Случайные или «полуслучайные» открытия невозможно исключить никаким количеством информации, которой вы владеете, принимаясь осваивать новую область. Ведь эта информация представляет собой уже оформленное и зафиксированное знание, а творчество предполагает выход за границы известного, за те границы, где нет ориентиров и указателей. Фактор случая (элемент непредсказуемости отдельных аспектов научного поиска), наряду с методом проб и ошибок, является поставщиком исходных посылок для индукции. Таким образом, элемент вероятности, свойственный неполной индукции, дополняется элементом вероятности, определяемым случайными находками, которые обеспечивают индукцию материалом, подлежащими обобщению. К фактору случая, определяющему генезис некоторых научных идей, нужно относиться столь же спокойно, как мы относимся к соотношению неопределенностей В.Гейзенберга, согласно которому нельзя одновременно точно описать координаты и импульс электрона в атоме. А.Эйнштейн не принял это открытие В.Гейзенберга, заявив, что бог не играет в кости, тем не менее, до сих пор никому не удалось опровергнуть указанный принцип В.Гейзенберга.

Непредсказуемость научных открытий, обусловленная фактором случая, имеет свои эстетические аспекты. В мире, в котором все события фатально предопределены (предначертаны) и заранее известно, что произойдет через десяток или сотню лет, невозможно творчество и рождение нового. Как заметил лауреат Нобелевской премии по химии Дерек Бартон, «я думаю, что красота науки в том и состоит, что вы не можете предсказать, что в ней скоро станет важным. Это, может быть, противоречит вашей точке зрения, но, тем не менее, я убежден, что вы никогда не сможете спланировать то, что предстоит открыть науке через несколько лет» (журнал «Химия и жизнь», 1970, № 12). Напомним, что негативные последствия зависимости научного исследования от элемента случая преодолеваются фактором времени и параллельностью поисков, о которых мы уже говорили. Чем больше времени затрачивается на решение той или иной проблемы, тем выше вероятность получения результата. Наука, созданная людьми, достигла впечатляющих успехов благодаря тому, что всегда находились энтузиасты (которых мы называем талантами и гениями), не боявшиеся трудностей, встающих на пути проникновения в тайны природы. История их открытий и находок излагается в следующих главах нашей книги.

Глава 10

Индуктивные открытия в области физики

Индукция Пифагора. Пифагор (570-500 гг. до н.э.) высказал идею о том, что вибрирующие струны музыкального инструмента дают гармоничное звучание, если их длины находятся в простых численных соотношениях, индуктивно исходя из следующего наблюдения. Т.Д.Пономарева в книге «Великие ученые» (2002) указывает: «Однажды, проходя мимо мастерской медника, Пифагор заметил различие в тонах между звуками, которые получались при ударах разных молоточков о наковальню. Ученый вернулся домой и смастерил инструмент – балку со струнами, отягощенными гирьками разного веса. Заметив, что три колеблющиеся струны дают приятное для слуха звучание, он определил, что это происходит, когда длины струн соотносятся как 3:4:6. Таким образом, из пропорционального деления длины струн Пифагор вывел с учениками гармоничные музыкальные интервалы. И были получены простейшие созвучия: октава, квинта, кварта. Это позволило ему затем разработать теорию гармонических интервалов. Музыка для Пифагора была тесно связана с математикой, поскольку соотносилась с математическими пропорциями» (Пономарева, 2002, с.33). В.Гейзенберг в книге «У истоков квантовой теории» (2004) пишет о школе Пифагора: «Именно здесь, в этой школе, Пифагор, как полагают, сделал свое знаменитое открытие: вибрирующие струны, натянутые одинаково сильно, звучат в тон друг другу, если их длины находятся в простых численных соотношениях. Эта математическая структура, а именно числовое соотношение как первопричина гармонии, явилась одним из потрясающих открытий в истории человечества. Согласие тонов двух струн дает прекрасное звучание» (Гейзенберг, 2004, с.270). Впоследствии Пифагор и его ученики по аналогии перенесли свойства музыкальной гармонии на всю Вселенную. Аристотель в своей «Метафизике» отмечает: «…Они усмотрели, что разновидности и отношения музыкальных тонов выразимы в цифрах, и поскольку, более того, все прочие вещи представлялись им моделируемыми цифрами, а сами цифры – первичными для всей природы, то они считали элементы-числа элементами всей природы, а небеса – набором музыкальных тонов, а также чисел» (Гейзенберг, 2004, с.270). Об этом же говорят А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин в книге «История астрономии» (1989): «Все есть число» - афоризм, приписываемый Пифагору. Возникло такое представление под влиянием еще одного поразительного открытия Пифагора – простых соотношений (1:2, 2:3, 3:4) между интервалами музыкальной гаммы. Так возникло пифагорейское учение о числовой гармонии мира» (Еремеева, Цицин, 1989, с.63).



«И хотя у него было много прекрасных открытий, он, говорят, просил своих родственников и друзей начертать на его могиле только цилиндр и заключенный в нем шар, указав при чертеже соотношение между объемами этих тел».

Плутарх об Архимеде

Индукция Архимеда. Архимед (287-212 гг. до н.э.) открыл основной закон гидростатики, согласно которому на тело, погруженное в жидкость, действует сила, равная весу вытесненной им жидкости, индуктивно основываясь на опытах по погружению в жидкость предметов с различным весом и объемом. Погружая тела в жидкость, Архимед всякий раз отмечал, насколько поднимается уровень воды. Взвесив часть воды, которая выталкивается погружаемым телом, Архимед обнаружил, что каждое тело выталкивает различное количество воды. Затем ученый по аналогии перенес полученный результат в задачу, поставленную перед ним правителем Сиракуз Гиероном. «Требовалось проверить, - пишет историк науки Т.Д.Пономарева, - соответствует ли вес короны количеству отпущенного на нее золота? Чтобы разрешить эту задачу, ученый изготовил два слитка. Вес каждого из них равнялся весу короны. Но один был из золота, другой – из серебра. Затем он наполнил сосуд водой и, опуская в него поочередно то золотой слиток, то серебряный, то саму корону, каждый раз отмечал, насколько поднимается уровень воды. Обман ювелира был раскрыт. Несмотря на то, что вес короны был равен весу отпущенного на ее изготовление золота, уровень воды над ней оказался значительно выше, чем над золотым слитком. Стало ясно, что корона изготовлена не из чистого золота, а из сплава, в который входит более легкий металл» (Т.Д.Пономарева, «Великие ученые», 2002). Аналогично историю данного открытия описывает В.И.Яковлев в книге «Предыстория аналитической механики» (Ижевск, НИЦ РХД, 2001): «Мысль о том, что экспериментальный метод вошел в науку только после работ Р.Бэкона и Г.Галилея, не подтверждается историческими фактами. Интуитивно или сознательно ученые всех эпох стремились к практическому, экспериментальному подтверждению теоретических гипотез. Это было характерно еще для творчества Аристотеля, но особенно показательны опыты Архимеда по гидростатике, описанные позднее (в I в. до н.э.) Витрувием. Эти опыты позволили Архимеду открыть знаменитый закон (всякое тело, погруженное в жидкость, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость), прославивший его имя, и ответить сиракузскому царю Гиерону на вопрос о наличии золота в его короне. Царские сомнения Архимед разрешил экспериментально. Он попросил сделать два слитка (золотой и серебряный) весом, равным весу короны, и опустил в наполненный до краев водой сосуд золотой слиток. Далее он замерил мерным сосудом вылившийся объем воды, вынул золотой слиток и вновь наполнил сосуд до краев. Повторив этот опыт для серебряного слитка и короны, Архимед увидел, что объем вылившейся воды каждый раз был разным. А это означало, что корона не из чистого золота» (Яковлев, 2001, с.23-24).

Индукция Анаксагора. Анаксагор высказал идею о телесности воздуха, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Я.Г.Дорфман в 1-ом томе книги «Всемирная история физики» (2007) пишет: «Анаксагор повторял наблюдения Эмпедокла и, кроме того, ставил эксперименты для проверки сделанных выводов о «телесности» воздуха. Сжимая воздух в винных мехах, он доказывал, что воздух сопротивляется сжатию. Анаксагор заключил из всей совокупности этих фактов, что, поскольку воздух, порой приравниваемый «пустоте», обладает физическими свойствами, пустоты как таковой не существует вовсе. (…) Платон отчетливо понимал, что воздух обладает упругостью и производит давление, стремясь заполнить возникший свободный объем» (Дорфман, 2007, с.65).

Индукция Жана Буридана. Жан Буридан (1300-1358) высказал идею о том, что любое тело движется благодаря импетусу (напору), получаемому от того или иного источника движения (движителя), индуктивно основываясь на особенностях движения корабля, перемещающегося против течения реки. Я.Г.Дорфман в 1-ом томе книги «Всемирная история физики» (2007) описывает факт, от которого отталкивался Буридан, формулируя гипотезу импетуса: «…Корабль, быстро движущийся даже против течения реки, не может сразу остановиться и продолжает двигаться, хотя матрос на корабле не ощущает ни малейшего течения воздуха, который, согласно Аристотелю, подталкивал бы корабль» (Дорфман, 2007, с.103). «Поэтому, как мне представляется, - аргументирует Буридан, - необходимо сказать, что движитель, приводя в движение перемещающееся тело, внедряет в него определенный напор (импетус) или некую присущую перемещающему телу двигательную силу, действующую в том же направлении, в каком движитель двигал перемещенное тело… И чем быстрее движитель движет перемещаемое тело, тем сильнее внедряемый в него напор. И благодаря этому напору камень движется после того, как бросающий перестает его двигать» (Дорфман, 2007, с.103).

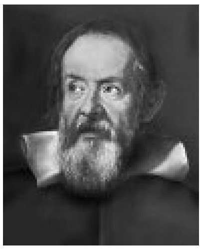
Индукция Леонардо да Винчи. Леонардо да Винчи высказал идею о существовании звукового резонанса, индуктивно исходя из того, что «удар в колокол, - писал сам Леонардо, - получает отклик и приводит в слабое движение другой подобный колокол, и тронутая струна лютни находит ответ и приводит в слабое движение другую подобную струну той же высоты на другой лютне». Интересно, что явление звукового резонанса было известно еще пифагорейцам. Я.Г.Дорфман в 1-ом томе своей «Всемирной истории физики» (2007) указывает: «Что резонанс был известен пифагорейцам, можно заключить из следующих слов Теона: «Струны находятся в резонансе друг с другом: если на струнном инструменте одну из них задеть, то другая звучит с нею в аккорд благодаря некоторому родству и симпатии» (Дорфман, 2007, с.75).

Индукция Леонардо да Винчи. Леонардо да Винчи (1493) сформулировал принцип невозможности создания вечного двигателя, индуктивно базируясь на том, что оказались безуспешными его собственные попытки и попытки других механиков его времени создать машину, характеризующуюся вечным движением. М.Могилевский в статье «Леонардо да Винчи и принцип невозможности вечного двигателя» (журнал «Квант», 1999, № 5) пишет: «Итак, Леонардо да Винчи в течение нескольких лет пытался создать непрерывно работающий двигатель, проводя существенные улучшения известных конструкций и изобретая принципиально новые схемы. Затем он детально разобрался во внутренних причинах, запрещающих работу наиболее типичного двигателя в форме колеса с откидывающимися грузами (возможно также и с некоторыми другими схемами с использованием воды). И вот теперь он, не считая более необходимым детально разбираться в причинах, мешающих работе других двигателей, формулирует в жесткой форме заключение о невозможности реализации непрерывного движения в схеме любого типа, т.е. впервые формулирует принцип невозможности создания вечного двигателя: «Я пришел к выводу о невозможности нахождения непрерывного движения, а также вечного колеса. Поиск конструкции вечного колеса – источника вечного движения – можно назвать одним из наиболее бессмысленных заблуждений человека. В течение веков все, кто имел дело с гидравликой, военными машинами и прочим, тратили много времени и денег на поиски вечного двигателя. Но со всеми ними случалось то же, что с искателями золота алхимиками: всегда находилась какая-либо мелочь, которая мешала успеху» (Могилевский, 1999, с.16).

Индукция Никколы Тартальи. Н.Тарталья (1540) сделал вывод о том, что максимальная дальность полета снаряда достигается при стрельбе под углом 45°, индуктивно исходя из определения расстояния, на которое выбрасывается снаряд при различных углах стрельбы из пушек его времени. В.Лей в книге «Ракеты и полеты в космос» (1961) констатирует: «Начнем хотя бы с того, что было известно в виде закона Тартальи на протяжении столетий. В 1540 году итальянский математик и специалист в области фортификации Никколо Тарталья, которому приписывают честь изобретения артиллерийского угломера – квадранта, открыл закон, устанавливавший определенное соотношение между дальностью стрельбы и высотой траектории орудия. Он утверждал, что максимальная дальность полета снаряда достигается при стрельбе под углом 45° и что если высота траектории составит при этом 1000 м, то снаряд пролетит 2000 м» (В.Лей, 1961). «Никколо Тарталья, - продолжает В.Лей, - установил это соотношение опытным путем; он не мог объяснить, почему, в частности, угол возвышения в 45° обусловливает максимальную дальность стрельбы» (В.Лей, 1961).

Индукция Ганса Липперсгея (Липперсхея). Г.Липперсгей (1590, 1608) пришел к выводу о возможности изобретения подзорной трубы, индуктивно базируясь на случайном обнаружении того факта, что комбинация двояковогнутой и двояковыпуклой линз дает увеличенное изображение предметов. Сергей Иванов в статье «Микро и макро» (журнал «Итоги», март 2008 г.) пишет: «Как-то раз (дело было в 1608 году) Ханс Липперсхей, также мастер по изготовлению очков, случайно взглянул в окно сквозь две изготовленные им линзы. О чудо! Флюгер на далекой колокольне оказался будто перед самым его носом. Так благодаря стечению обстоятельств был изобретен телескоп» (С.Иванов, 2008). Г.Галилей признает, что в его время изобрести подзорную трубу случайно было легче, чем в результате целенаправленного размышления. С.И.Вавилов в статье «Галилей в истории оптики» (УФН, 1964, август) пишет: «Галилей не отрицает стимулирующего влияния на его изобретение сведений о существовании изготовленной трубы без каких-либо подробностей об ее устройстве; вместе с тем он прав, что в его время изобрести трубу случайно было, пожалуй, легче и вероятнее, чем построить намеренно» (Вавилов, УФН, 1964, с.601). В.А.Гуриков в статье «История создания телескопа», содержащейся в книге «Историко-астрономические исследования» (1980), воспроизводит фрагмент книги Г.Галилея «Пробирщик» (1623): «Теперь мы достоверно знаем, что голландец, первый изобретатель телескопа, был простым мастером обыкновенных очков. Случайно, перебирая стекла разных сортов, он взглянул сразу через два стекла, одно выпуклое, другое вогнутое, причем они находились на разных расстояниях от глаза. Таким образом, он увидел и наблюдал действие, которое при этом получается, и так открыл инструмент» (В.А.Гуриков, 1980). Индукция Г.Липперсгея, одного из изобретателей подзорной трубы, представляет собой индукцию с фактором случая.

Индукция Захария Янсена. Захарий Янсен (1590) независимо от Г.Липперсгея склонился к заключению о возможности создания микроскопа, также индуктивно базируясь на обнаружении способности комбинации двух линз увеличивать размеры предметов. В.Богданов в статье «Окно в другой мир» (журнал «Костер», 2002, №11-12) констатирует: «Историки выдвигают на роль изобретателя в первую очередь Захария Янсена из Миддельбурга в Голландии. Он родился в семье «очковых» дел мастера и с детства знал о выпуклых и вогнутых линзах от отца. Как-то раз Янсен взял трубу диаметром в дюйм и установил на ее концах выпуклые линзы. В поле зрения попал какой-то близлежащий предмет и предстал в сильно увеличенном виде. Это навело Янсена на мысль создать новый прибор. Он стал работать в этом направлении и, наконец, около 1590 года появился микроскоп. Подобные мысли приходили в голову не одному Янсену: пионерами в области создания новых приборов были и голландец Ян Липперсгей (тоже «очковых» дел мастер и тоже из Миддельбурга), и Яков Метиус» (В.Богданов, 2002). Имеются основания полагать, что факт увеличения предметов с помощью комбинации двух линз был открыт не З.Янсеном, а его детьми. М.Свешников в книге «Тайны стекла» (1955) отмечает: «Ребята навели трубку на стеклянную пыль, оставшуюся после шлифовки стекол. И увидели не пыль, а кучку стеклянных зернышек. Трубка оказалась прямо волшебной: она сильно увеличивала все предметы. О своем открытии ребята рассказали отцу. Тот даже не стал бранить их: так был он удивлен необычайным свойством трубки. Он попробовал сделать другую трубку с такими же стеклами, длинную и раздвижную. Новая трубка увеличивала еще лучше. Это и был первый микроскоп. Его случайно изобрел в 1590 году очковый мастер Захария Янсен, - вернее сказать, - его дети» (М.Свешников, 1955). В дальнейшем случайные открытия будут часто попадать в поле нашего зрения, и этому не стоит удивляться. Классическим примером случайной находки может быть открытие производства стекла, сделанное еще до нашей эры. Г.Г.Диогенов в книге «История открытия химических элементов» (1960) повествует: «Плиний Старший, описывая предание об открытии производства стекла, указывает, что оно было сделано совершенно случайно. Финикийский корабль, застигнутый в пути бурей, вынужден был причалить к устью реки Бела. Не найдя подходящих камней для очага, экипаж воспользовался кусками природной соды, развел костер и поставил на соду котлы для приготовления пищи. Спустя некоторое время путники заметили, что там, где был костер, образовалась прочная стеклянная масса. Воспользовавшись этим случайным наблюдением, люди стали производить стекло в широких размерах, причем песок долгое время брали с берегов реки Бела» (Диогенов, 1960, с.110).

	«Легендарной фразы «А все-таки она вертится!» Галилей, по-видимому, не говорил, но, несмотря на его несомненную религиозность, его отречение не могло быть искренним. Его не могло не радовать, что «Диалог» не удалось изъять полностью, и что в 1635 г. в Европе появился перевод на латинский язык. Его венецианский знакомый Миканцио пишет ему: «Примечательная вещь – после выхода в свет вашего «Диалога» люди, знающие математику, тут же перешли на сторону Коперниковой системы. Вот к чему привели запреты». С.Г.Гиндикин о Галилее

Индукция Галилео Галилея. Галилей высказал идею о независимости скорости падения тел от их веса, индуктивно обобщив свои опыты по сбрасыванию различных тел с Пизанской башни. Эти опыты показали, что тела различного веса падают вниз с одинаковой скоростью. Об этом эксперименте пишут десятки историков науки, в том числе П.С.Кудрявцев в книге «Курс истории физики» (1982). «Еще будучи в Пизе, - пишет Кудрявцев, - Галилей путем эксперимента опроверг учение перипатетической физики о пропорциональности скорости падения тела силе тяжести. Сброшенные со знаменитой наклонной башни шары, чугунный и деревянный, одинакового размера упали почти одновременно, и Галилей с полным основанием приписал различие в скорости сопротивлению воздуха. Опыт Галилея имел огромное методологическое значение» (Кудрявцев, 1982, с.62-63). До Галилея о независимости скорости падения тел от их веса говорили Кардано, Теснер, Стевин, Бенедетти. М.Льоцци в книге «История физики» (1970), говоря о доказательствах этой независимости со стороны Бенедетти, указывает: «Через 32 года в своем главном труде Бенедетти вновь возвращается к этому доказательству и упрощает его, рассматривая одно тело, которое он мысленно делит на две равные части, каждая из которых должна двигаться с той же скоростью, что и все тело в целом. Значит, тела падают с одинаковой скоростью. Это рассуждение было принято Кардано, переписано Теснером, повторено Стевином, воспринято Галилеем…» (Льоцци, 1970, с.55). Помимо указанного эксперимента, Г.Галилей провел и другие опыты, которые доказывали независимость падения (или колебания) тел от их веса. А.Н.Крылов в статье «Очерк истории установления основных начал механики» (УФН, 1921, № 2) указывает: «Чтобы показать, что все тела падают с одинаковым ускорением, если пренебречь сопротивлением воздуха, Галилей прибег к опытам с маятниками, подвешивая к тонким нитям одинаковой длины шарики из разных материалов; все маятники качались одинаково, т.е. делая в равные промежутки времени одно и то же число размахов, хотя величина размахов для легких тел убывала быстрее, нежели для тяжелых» (А.Н.Крылов, УФН, 1921).

Индукция Галилео Галилея. Знаменитый закон Галилея об ускорении свободного падения, в соответствии с которым время падения тел прямо пропорционально квадратному корню из пройденного пути (то есть пройденные пути относятся друг к другу как квадраты времени), был открыт индуктивным путем. Данный закон был обнаружен в экспериментах, основанных на измерении времени движения тел по наклонной плоскости. Галилей прорезал в куске твердой древесины строго прямолинейный желоб с хорошо полированными стенками и, установив его под углом к горизонту, скатывал вниз по желобу первоначально покоившийся бронзовый шар. Он измерял время прохождения шаром отрезков пути различной длины. Поскольку точные часы в то время еще не были изобретены, Галилей взвешивал воду, вытекавшую из большого резервуара через тонкую трубку за время перемещения шара от одной точки желоба до другой. Галилей обнаружил, что это время пропорционально квадратному корню из пройденного расстояния. Во 2-ом томе «Избранных трудов» (1964) Галилей пишет: «Вдоль узкой стороны линейки или, лучше сказать, деревянной доски, длиною около двенадцати локтей, шириной пол-локтя и толщиною около трех дюймов, был прорезан канал шириною не больше одного дюйма. Канал этот был прорезан совершенно прямым и, чтобы сделать его достаточно гладким, оклеен внутри возможно ровным и полированным пергаментом; по этому каналу мы заставляли падать гладкий шарик из твердейшей бронзы совершенно правильной формы. Установив изготовленную таким образом доску, мы поднимали конец ее над горизонтальной плоскостью, когда на один, когда на два локтя, и заставляли скользить шарик по каналу, отмечая время, необходимое для пробега им всего пути; повторяя много раз один и тот же опыт, чтобы точно определить время, мы не находили никакой разницы даже на одну десятую времени биения пульса. Точно установив это обстоятельство, мы заставляли шарик проходить лишь четвертую часть длины того же канала; измерив время его падения, мы всегда находили самым точным образом, что оно равняется половине того, которое наблюдалось в первом случае» (Галилей, 1964, Т.2, с.255). Далее Галилей объясняет, как он измерял время: «Что касается измерения времени, то мы пользовались большим ведром, наполненным водою и подвешенным наверху; в дне ведра был проделан узкий канал; через этот последний вода изливалась тонкой струйкой и собиралась в маленьком бокале в течение всего того времени, как шарик спускался по всему каналу или части его; собранные таким образом части воды каждый раз взвешивались на точнейших весах; разность и отношение веса воды для разных случаев давали нам разность и отношения времен падения, и притом с такой точностью, что… повторяя один опыт много и много раз, мы не могли заметить сколько-нибудь значительных отклонений» (Галилей, 1964, Т.2, с.253-254).

Индукция Галилео Галилея. Галилей (1590) выдвинул предположение об изохронности колебаний механического маятника любой длины, индуктивно исходя из факта изохронности колебаний раскачивающейся люстры, которую Галилей наблюдал в Пизанском соборе, будучи молодым ученым. Изохронность колебаний – это независимость периода (частоты) колебаний от амплитуды. Наблюдая за раскачиванием люстры в Пизанском соборе, Галилей заметил независимость периода колебаний люстры от ее амплитуды. С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (2006) приводит слова ученик Галилея Винченцо Вивиани: «В 1583 г., имея около двадцати лет от роду, Галилей находился в Пизе, где, следуя совету отца, изучал философию и медицину. Однажды, находясь в соборе этого города, он, со свойственной ему любознательностью и смекалкой, решил наблюдать за движением люстры, подвешенной к самому верху, - не окажется ли продолжительность ее размахов, как вдоль больших дуг, так и вдоль средних и малых, одинаковой; ибо ему казалось, что продолжительность прохождения большой дуги может сократиться за счет большей скорости, с которой, как он видел, движется люстра на более высоких и наклонных участках. И пока люстра размеренно двигалась, он сделал грубую прикидку – его обычное выражение – того, как происходит движение взад и вперед, с помощью биения собственного пульса, а также темпа музыки, в которой он тогда уже был искушен с немалою от того для себя пользой. И ему на основании таких подсчетов показалось, что он не заблуждается, подсчитав, что времена одинаковы, но не удовлетворенный этим, вернувшись домой, он, чтобы надежнее в этом удостовериться, решил сделать следующее. Он привязал два свинцовых шара на нитях совершенно одинаковой длины так, чтобы они могли свободно раскачиваться и, отклоняя их от вертикали на разное число градусов, например один шар на 30, другой на 10, он отпускал их в одно и то же мгновение. С помощью товарища он наблюдал, что, пока один маятник делал какое-то число колебаний по большим дугам, другой делал в точности столько же по малым» (цит. по: Гиндикин, 2006, с.46-47).

Индукция Галилео Галилея. Галилей (1638) высказал догадку о том, что природа не боится пустоты, как думал Аристотель (это был важный шаг на пути к открытию атмосферного давления), индуктивно исходя из факта, известного мастерам-водопроводчикам того времени. Этот факт заключался в том, что вода с помощью обычного насоса не может быть поднята на высоту, большую 18-ти флорентийских локтей (10,5 метров). Независимо от Галилея ограниченность эффективности насосов отмечалась рядом авторов – голландцем Бекманом и итальянцем Болиани. Более того, тот же Болиани в письме к Галилею в 1630 году высказал гипотезу о существовании атмосферного давления (А.Голин, С.Филонович, «Классики физической науки», 1989). Как подчеркивает С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (2006), «классический пример «боязни пустоты» демонстрирует вода, поднимающаяся вслед за поршнем, не давая образоваться пустому пространству. И вдруг с этим примером произошел казус. При сооружении фонтанов во Флоренции обнаружилось, что вода «не желает» подниматься выше 34 футов (10,3 метра). Недоумевающие строители обратились за помощью к престарелому Галилею, который сострил, что, вероятно, природа перестает бояться пустоты на высоте, превышающей 34 фута…» (Гиндикин, 2006, с.175). Об этом же говорит А.Т.Григорьян в книге «Механика от античности до наших дней» (1974): «…Первый повод к пересмотру старых представлений о боязни пустоты дало Галилею сообщение флорентийских мастеров о предельной высоте подъема воды при выкачивании ее насосами…» (Григорьян, 1974, с.128).

Индукция Галилео Галилея. Идея о вращении Солнца вокруг своей оси возникла у Галилея, когда он индуктивно осмыслил обнаруженный им в телескоп феномен смещения солнечных пятен к краю звезды. «Наблюдая, как солнечные пятна перемещаются по солнечной поверхности, - пишет историк науки Д.К.Самин в книге «100 великих ученых» о Галилее, - он установил, что Солнце тоже вращается вокруг своей оси. На основании наблюдений Галилей сделал вывод, что вращение вокруг оси свойственно всем небесным телам» (Самин, 2002, с.46). Данная идея подсказывалась также аналогией с явлением вращения Земли вокруг своей оси.

Индукция Галилео Галилея. Галилей сформулировал принцип инерции, индуктивно исходя из факта орбитального движения Земли вокруг Солнца. То обстоятельство, что Земля на протяжении многих тысяч лет движется вокруг Солнца, не теряя основных характеристик своего движения, индуктивно привело Галилея к выводу о способности тела двигаться равномерно (прямолинейно или по окружности) неограниченно долго до тех пор, пока не испытает воздействие со стороны других тел. Принцип инерции, постулирующий способность тела двигаться неограниченно долго по одной и той же траектории, понадобился Галилею, чтобы ответить на возражения ученых, не веривших в движение Земли вокруг Солнца. Согласно точке зрения скептиков, движение Земли невозможно, поскольку любое тело в процессе движения испытывает сопротивление среды и, в конце концов, останавливается. М.Льоцци в книге «История физики» (1970) пишет: «…Галилей, чтобы ответить на возражения, которые, начиная с Птолемея, выдвигались против движения Земли, закладывает два краеугольных камня современной динамики: принцип инерции и классический принцип относительности» (Льоцци, 1970, с.75).

Индукция Галилео Галилея. Галилей открыл принцип относительности в механике, индуктивно основываясь на том, что движение корабля не оказывает никакого влияния на движение насекомых, летающих на корабле, рыб, плавающих в сосуде с водой на этом же корабле, падение капель воды из ведра в сосуд с узким горлышком. Формулируя принцип относительности, Галилей отвечал на возражения, которые, начиная с Птолемея, выдвигались против движения Земли. Этот принцип объяснял, почему, несмотря на движение Земли, летящие птицы не отстают от находящейся под ними Земли, дальность стрельбы орудий на запад не больше, чем на восток, тяжелые тела падают по вертикали, а не наклонно и т.д. М.Льоцци в книге «История физики» (1970) цитирует слова Галилея: «Уединитесь с кем-либо из друзей в просторное помещение под палубой какого-нибудь корабля, запаситесь мухами, бабочками, и другими подобными мелкими летающими насекомыми; пуст будет у вас там также большой сосуд с водой и плавающими в нем маленькими рыбками; подвесьте, далее, наверху ведерко, из которого вода будет капать капля за каплей в другой сосуд с узким горлышком, подставленный внизу. Пока корабль стоит неподвижно, наблюдайте прилежно, как мелкие летающие животные с одной и той же скоростью движутся во все стороны помещения; рыбы, как вы увидите, будут плавать безразлично во всех направлениях; все падающие капли попадут в подставленный сосуд… (…) Заставьте теперь корабль двигаться с любой скоростью и тогда (если только движение будет равномерным и без качки в ту и другую сторону) во всех названных явлениях вы не обнаружите ни малейшего изменения и ни по одному из них не сможете установить, движется ли корабль или стоит неподвижно…» (Льоцци, 1970, с.75).

Индукция Вильяма Гильберта. В.Гильберт (1600) пришел к заключению о существовании объективных различий между электрической и магнитной силой, индуктивно отправляясь от следующих фактов. Э.Уиттекер в книге «История теории эфира и электричества» (2001) отмечает: «Гильберт заметил множество отличий между магнитной и электрической силами. Магнитный камень не нужно тереть, как стекло или серу, чтобы привести в действие его магнитные свойства. Магнитный камень притягивает только вещества, которые он способен притянуть, тогда как наэлектризованные предметы притягивают все. На магнитное притяжение никак не повлияет лист бумаги или кусок холста, помещенный между телами. Не повлияет на него и погружение этих тел в воду, тогда как электрическое притяжение легко нарушить с помощью экранов. Наконец, магнитная сила стремится сориентировать тела в определенном направлении, а электрическая сила просто стремится объединить их в бесформенные группы» (Уиттекер, 2001, с.55).

Индукция Рене Декарта. Р.Декарт сформулировал закон сохранения количества движения, индуктивно основываясь на свойстве инерции (способности тел сохранять движение) и законе отражения тел при ударе. В.Л.Кирпичев в книге «Беседы о механике» (1950) аргументирует: «…Законы механики сначала подмечали на самых простых случаях, а потом обобщали их. Так, начало возможных перемещений было найдено на рычаге, блоках и других простых машинах. Декарт высказал общий закон сохранения количеств движения, основываясь на свойстве инерции и законе отражения при ударе» (Кирпичев, 1950, с.171).

«Нам сегодня трудно представить, какой интеллектуальной смелостью, а вернее – дерзостью, должен был обладать Кеплер, чтобы посягнуть на вековую традицию и порвать с ней только потому, что результаты выполненных на ее основе вычислений расходились с данными наблюдений. Схоластическая наука, основным доказательным аргументом которой была ссылка на авторитет, уступала место науке нового времени, опиравшейся на наблюдение, эксперимент и математический расчет».

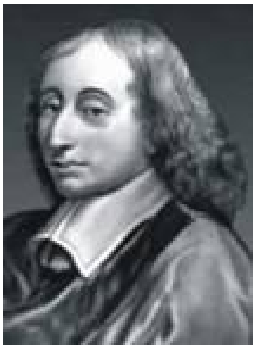
Ю.Данилов об Иоганне Кеплере

Индукция Иоганна Кеплера. Иоганн Кеплер (1609) сформулировал гипотезу об эллиптичности планетных орбит, индуктивно отталкиваясь от факта эллиптичности орбиты Марса. В свою очередь, Кеплер определил форму орбиты Марса в значительной степени благодаря дедуктивным рассуждениям, опиравшимся на установленный им закон равенства площадей и метод проб и ошибок. Первоначально Кеплеру никак не удавалось применить данный закон к движению Марса. Возникла дилемма: либо неверен этот закон, либо несправедливо предположение о круговой форме планетных орбит. С чисто теоретической точки зрения задача определения формы марсианской орбиты решалась просто. Форма орбиты Земли и ее орбитальное движение были известны. Поэтому, используя закон площадей, можно в принципе определить расстояние от Земли до Марса в ряде соседних точек его орбиты по наблюдаемому положению планеты относительно звезд. Методом проб и ошибок Кеплер пришел к выводу, что добиться согласия с результатами наблюдения можно, придав марсианской орбите форму эллипса.

Индукция Иоганна Кеплера. И.Кеплер (1617-1621) открыл третий закон движения планет, согласно которому квадраты периодов (времени) обращения планет вокруг Солнца относятся друг к другу как кубы их средних расстояний от Солнца, на основе индукции. Анализируя имевшиеся у него таблицы, в которых содержались сведения о периоде (времени) обращения планет вокруг Солнца и среднем расстоянии планет от Солнца, Кеплер сначала решил, что отношение периодов (времени) обращения планет равно квадрату отношения их средних расстояний от Солнца. Однако двадцать лет спустя, имея таблицу с более точными параметрами движения планет, Кеплер индуктивно обнаружил, что квадраты периодов обращения любых двух планет относятся между собой как кубы их средних расстояний от Солнца. Можно привести таблицу, которая индуктивно привела Кеплера к третьему закону движения планет.

Планета	**Период Т, дни**	**Среднее R**	**Т во 2-й степени**	**R в 3-й степени**
Сатурн	10759	9510	860,08	867,69
Юпитер	4333	5200	140,61	140,73
Марс	687	1524	3540	3538
Земля	365	1000	1,000	1,000
Венера	225	724	0,3795	0,3795
Меркурий	88	388	0,0584	0,0580

Индукция Генри Геллибранда (Геллибрандта). Г.Геллибранд (1635) высказал идею о вековом изменении магнитного поля, индуктивно основываясь на обнаружении факта изменения в отклонении магнитной стрелки при сопоставлении величины ее отклонения в Лондоне за разные периоды времени. Ф.Розенберг в книге «История физики» (1934) констатирует: «…Изучение земного магнетизма значительно продвинулось вперед благодаря открытию изменчивости магнитного отклонения в одном и том же месте. В 1625 г. Генри Геллибранд (1597-1637 гг., бывший сначала пастором в Кенте, а позднее профессором астрономии в Лондоне) провел в одном из лондонских садов полуденную линию, и при помощи длинной магнитной стрелки наблюдал изменения в отклонении, или вариацию, по удержавшейся до сих пор у моряков терминологии. Сличая свои наблюдения с прежними, он нашел, что магнитное отклонение в Лондоне идет на убыль, и заключил отсюда об его изменчивости вообще. Свое открытие Геллибранд напечатал в работе: «Математическое рассуждение о вариации магнитной стрелки» (Лондон, 1635). Французы еще раньше наблюдали подобное явление, но не обратили на него внимания; в мореходной же Англии открытие произвело огромную сенсацию, а затем вызвало целый ряд точных наблюдений» (Ф.Розенберг, 1934). Об этом же пишет В.М.Дуков в книге «Электродинамика» (1975): «В 1635 г. астроном Геллибранд, анализируя результаты 54-летних наблюдений магнитного склонения в Лондоне, открыл вековой ход земного магнетизма. Появился интерес к систематическим магнитным наблюдениям» (Дуков, 1975, с.9). Открытие Г.Геллибранда рассматривается также в книге В.М.Гордина «Очерки по истории геомагнитных измерений» (2004), в которой отмечается: «Этапным событием XVII века стали исследования английского астронома Генри Геллибранда. Сопоставляя три измерения склонения в Лондоне – Норманна и Борроу 16 октября 1580 г. (D = +11,3°), Э.Гюнтера 13 июня 1622 г. (D = +6,0°) и собственное измерение 16 июня 1634 г. (D = +4,1°) – он пришел к выводу о существовании вековой вариации склонения. Датой открытия последней принято считать 1635 г., когда увидела свет работа Геллибранда «A discourse mathematical on the variation of the magnetic needle» (Гордин, 2004, с.11).



«Я особенно почитаю тех, кто находится на высших ступенях либо могущества, либо знания. Последние, если я не ошибаюсь, могут, как и первые, считаться государями… И власть королей над своими подданными, является, на мой взгляд, лишь образом могущества ума над более слабыми умами, дающего ему право убеждать, равносильное в политическом управлении праву повелевать. Эта вторая империя представляется мне более высокой, подобно тому, как разум выше тела, и более справедливой, ибо достается и сохраняется лишь в силу заслуг, а не по рождению или прихоти судьбы, как первая».

Блез Паскаль

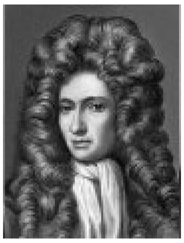
Индукция Блеза Паскаля. Блез Паскаль (1653) открыл закон распределения давления в жидкостях, согласно которому давление жидкости распространяется во все стороны равномерно, индуктивно основываясь на своих гидростатических опытах. Паскаль прикрепил к стене несколько сосудов разной формы (обычный, наклонный, узкий, широкий и т.д.) с одинаковыми отверстиями на их дне и наполнил эти сосуды водой до одной высоты. При этом он заметил, что давление воды на дно является во всех сосудах одинаковым, и для удержания пробок, вставленных в отверстия, необходима равная сила, несмотря на разное количество и вес воды в сосудах (Б.Н.Тарасов, «Паскаль», 1982). М.Льоцци в книге «История физики» (1970) отмечает: «Паскаль устанавливает, что «вес» жидкости зависит от ее высоты, и доказывает это с помощью опыта, столь замечательного, что он по существу повторяется и в наши дни во всех учебниках физики: берется несколько сосудов самой разнообразной формы, но с одинаковой площадью основания и одинаковой высотой заполнения жидкостью; тогда давление на основания во всех сосудах будет одинаковым. Паскаль тут же применил свой результат к гидравлическому прессу, идея которого высказывалась еще Бенедетти и Стевином» (Льоцци, 1970, с.101).

Индукция Блеза Паскаля. Блез Паскаль открыл барометрическую формулу, согласно которой плотность газов, составляющих атмосферу, убывает вместе с увеличением высоты в геометрической прогрессии, индуктивно основываясь на измерении плотности атмосферного воздуха по мере изменения высоты при помощи барометра. М.П.Бронштейн в книге «Атомы и электроны» (1980) пишет: «Блез Паскаль, знаменитый французский ученый, живший в XVII столетии и впервые применивший к изучению атмосферы барометр, изобретенный итальянцем Торричелли, обнаружил закон, по которому спадает с увеличением высоты плотность атмосферного воздуха. Этот закон, получивший название барометрической формулы, гласит то же самое: плотность каждого из газов, составляющих атмосферу, убывает вместе с увеличением высоты в геометрической прогрессии. Так, например, при подъеме на 5 км количество кислорода, находящегося в кубическом сантиметре, уменьшается вдвое; при подъеме на следующие 5 км оно уменьшается еще вдвое и т.д. и т.д.» (М.П.Бронштейн, 1980). К сожалению, современник Паскаля Рене Декарт, разработавший руководство о том, как надо правильно мыслить, недолюбливал индукцию, считая, что многие научные проблемы можно решить на основе дедукции и интуиции. Когда Паскаль захотел ознакомить Декарта со своими индуктивными открытиями, тот воспринял критически и сами открытия, и способ, которым они были получены. В.И.Арнольд в статье «Нужна ли в школе математика?» (Тезисы выступления на Всероссийском совещании «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», Дубна, 2000) замечает: «Когда Паскаль сообщил Декарту о своих работах по гидростатике и о барометрических измерениях, основанных на экспериментах с торричеллиевой пустотой, Декарт презрительно выгнал молодого экспериментатора за незнание аксиомы Аристотеля («Природа не терпит пустоты») и за нарушение двух своих первых (антиэкспериментальных) принципов» (В.И.Арнольд, 2000).

Индукция Бенедетто Кастелли. Известный ученый, современник Галилея Бенедетто Кастелли определил форму магнитного поля, индуктивно основываясь на эксперименте, в котором он поместил под листом бумаги магнит, а сверху насыпал магнитные опилки и увидел форму расположения этих опилок, соответствующую форме магнитного поля данного магнита. М.Льоцци в книге «История физики» (1970) пишет о новом мышлении, проникшем в физическую науку после исследований Д.Гильберта и Г.Галилея: «Это новое мышление проявил Бенедетто Кастелли, когда он в заметке о магнетизме пытался дать теорию строения магнитов, их намагничивания и магнитного притяжения. К сожалению, эта заметка «Рассуждение» оставалась неизданной вплоть до 1883 г. В ней Кастелли приводит ряд более или менее известных опытов, из коих особенно интересен опыт по определению формы магнитного поля, проведенный почти так же, как это делается в наши дни: под листом бумаги помещается магнит, а сверху насыпаются магнитные опилки (сейчас применяются простые железные опилки)» (Льоцци, 1970, с.125).

Индукция Френсиса Бэкона. Френсис Бэкон (1620) выдвинул гипотезу о том, что тепло есть движение частиц вещества, индуктивно исходя из следующих фактов. Я.Г.Дорфман в 1-ом томе «Всемирной истории физики» (2007) приводит слова Ф.Бэкона из его «Нового органона»: «Это более всего обнаруживается – в пламени, которое всегда движется, и в кипящих жидкостях, которые также всегда движутся. Это также обнаруживается в возбуждении или возрастании тепла посредством движения, как в случае раздувания мехов…» (Дорфман, 2007, с.189). «Наковальня, - указывает Бэкон, - сильно нагревается под молотом, так что мы считаем, что если бы наковальня была сделана из более тонкой плиты, то сильными и продолжительными ударами молота ее можно было бы расколоть докрасна, как раскаленное железо. Но относительно этого надо сделать опыт» (там же, с.189).

Индукция Нильса Стено. Датский исследователь Нильс Стено (Стенон) (1669) сформулировал представление о постоянстве гранных углов в кристаллах, индуктивно основываясь на обнаружении этого постоянства в горном хрустале. И.С.Дмитриев в книге «Симметрия в мире молекул» (Ленинград, изд-во «Химия», 1976) говорит о событиях, последовавших после того, как И.Кеплер опубликовал свой трактат «Новогодний подарок, или о шестиугольном снеге» (1611): «Позже, в 1669 г., датский ученый Нильс Стенсен (его часто называют на латинский манер Стено или Стеноном) установил закон постоянства гранных углов в кристаллах. Правда, справедливость своего открытия Стенсен продемонстрировал на одном-единственном примере горного хрусталя, да и сама формулировка закона дана не в основном тексте работы, а в приложениях, причем в виде подписей к рисункам. Все это привело к тому, что на закон Стенсена современники не обратили должного внимания и позднее другие исследователи не раз открывали его заново» (Дмитриев, 1976, с.110).

	«Роберт Бойль относился к тем богатым от природы натурам, которые в состоянии охватить мыслью одновременно несколько проблем в различных областях знания. Сдержанный и даже несколько суровый во время работы, он приходил в восторг, видя, как при изменении давления закипает чуть теплая вода или испаряется лед». Т.Д.Пономарева в книге «Великие ученые» (2002)

Индукция Роберта Бойля. Роберт Бойль (1675) развил представление о теплоте как движении частиц вещества, индуктивно опираясь на следующий пример. Я.Г.Дорфман в 1-ом томе книги «Всемирная история физики» (2007) пишет о Бойле: «Он обращает также внимание на то, что если вколачивать гвоздь в доску, то он почти не нагревается, пока удары молотка заставляют его входить в доску; но как только гвоздь загнан в доску до упора и уже дальше продвигаться не может, то каждый удар по головке вызывает нагревание гвоздя. «Итак, - заключает Бойль, - теперь, когда движение гвоздя приостановлено, импульс, создаваемый ударом, не будучи в состоянии ни продвинуть гвоздь далее, ни нарушить его целостность, должен быть затрачен на создание бурного внутреннего сотрясения его частей относительно друг друга, и именно в этом, как мы видим, и заключается природа теплоты» (Дорфман, 2007, с.191). Далее Дорфман дает оценку этим наблюдениям Бойля: «Эти замечательные строки, опубликованные в 1675 г., показывают, что Бойль до конца понимал и экспериментально продемонстрировал превращение упорядоченного механического движения в беспорядочное тепловое движение» (там же, с.191).

Индукция Роберта Бойля. Р.Бойль сформулировал положение о нереальности эфира как субстанции, заполняющей пустое пространство, индуктивно исходя из того, что ему не удалось обнаружить какие-либо признаки этой субстанции при выкачивании воздуха из сосуда с помощью насоса, аналогичного воздушному насосу Отто Герике. Д.К.Самин в книге «100 великих ученых» (2000) указывает: «Узнав из научных публикаций о работах немецкого физика Отто Герике, Бойль решил повторить его эксперименты и для этой цели изобрел оригинальную конструкцию воздушного насоса. Первый образец этой машины был построен с помощью Гука. Насосом исследователям удалось почти полностью удалить воздух. Однако все попытки доказать присутствие эфира в пустом сосуде оставались тщетными. «Никакого эфира не существует», - сделал вывод Бойль. Пустое пространство он решил назвать вакуумом, что по-латыни означает «пустой» (Д.К.Самин, 2000). Об этом же говорит В.П.Борисов в статье «Изобретение вакуумного насоса и крушение догмы «боязни пустоты» (журнал «Вопросы истории естествознания и техники», 2002, № 4): «Получив возможность проводить опыты с использованием вакуумного насоса, Бойль делает попытку обнаружить признаки существования «тонкой материи» экспериментальным путем. Установка, с помощью которой Бойль надеялся осуществить свой план, показана на рис.3. В герметичный сосуд были помещены небольшие мехи, имевшие в верхней части трубку для выхода воздуха. Над трубкой было установлено легкое ведро. Сосуд тщательно откачивался с помощью вакуумного насоса. Затем, при повороте наружной рукоятки, происходило сжатие мехов под действием груза. Факт, что перо при этом не отклонялось, Бойль считал доводом против декартовской теории эфира» (В.П.Борисов, 2002).

Индукция Эванджелисты Торричелли. Эванджелиста Торричелли высказал догадку о способности света распространяться через пустоту, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Г.Липсон в книге «Великие эксперименты в физике» (1972) пишет: «Вероятно, первым «экспериментом» было наблюдение, сделанное Торричелли; он заметил, что поскольку можно видеть сквозь пустоту в верхней части его барометра, то свет может распространяться через вакуум и, следовательно, для передачи света не нужно никакой материальной среды. Это было очень загадочно, так как было известно, что звук, казавшийся подобным свету, передается через воздух» (Г.Липсон, 1972).

	«Несомненно, Гюйгенс был крупнейшим ученым своего времени. Но, кроме того, он был человеком конкретного образа мышления. Его первый биограф Гравезанд писал, что Гюйгенс, всю жизнь занимаясь математическими науками, не столько был занят отвлеченными рассуждениями, сколько выявлением всего, что служит непосредственно на пользу людям». Ю.Соловьев о Христиане Гюйгенсе

Индукция Христиана Гюйгенса. Голландский ученый Х.Гюйгенс индуктивно обобщил метод исследования Галилея, который выявил сходство движения маятника с движением тела по наклонной плоскости. Ф.Даннеман в книге «История естествознания» (Одесса, 1913) пишет: «Галилей доказал аналогию движения маятника с движением тела по наклонной плоскости. Гюйгенс обобщил этот метод и свел падение тела по любой кривой к сумме движений по наклонной плоскости» (Даннеман, 1913, с.232).

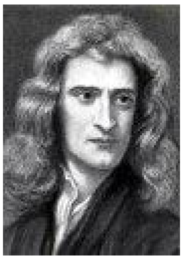
Индукция Христиана Гюйгенса. Х.Гюйгенс пришел к выводу о способности колеблющихся тел к самосинхронизации, индуктивно основываясь на обнаружении явления самосинхронизации двух маятниковых часов, подвешенных к легкой балке. После Х.Гюйгенса аналогичное наблюдение делал Дж.Рэлей. Юрий Иванов в книге «Ритмодинамика» (2007) пишет: «По-видимому, первое наблюдение и описание явления синхронизации колеблющихся объектов принадлежит Х.Гюйгенсу, который еще в начале второй половины XVII в. обнаружил, что пара маятниковых часов, ходивших по-разному, самосинхронизировалась, когда их прикрепляли к легкой балке вместо стены. В конце 19-го столетия Дж.Рэлей заметил, что две органные трубы с расположенными рядом отверстиями при близкой настройке начинают звучать в унисон, т.е. происходит взаимная синхронизация колебаний. Иногда при этом трубы могут заставить друг друга почти полностью «замолчать». Аналогичное поведение было обнаружено Рэлеем и у двух электрических или механически связанных камертонов. В конце XIX – начале XX в. были открыты явления синхронизации в электрических цепях и в некоторых электромеханических системах» (Ю.Иванов, 2007). Об этом же пишет М.Шредер в книге «Фракталы, хаос, степенные законы» (2001): «Первым описал подобный феномен синхронизации голландский физик, математик и астроном Христиан Гюйгенс (1629-1695) – тот самый Гюйгенс, который сформулировал носящий ныне его имя принцип распространения волн. В письме из Парижа к отцу он описал, как двое маятниковых часов, висевших по разные стороны одной стены, разделявшей две комнаты, синхронизируют свой ход и начинают вскоре тикать совершенно согласованно… Как показывает этот пример, даже самая малая связующая сила может «подчинить» один осциллятор другому, при условии что отношение их собственных частот близко к рациональной дроби с небольшими целыми числителем и знаменателем (такой, например, как

1/1)» (Шредер, 2001, 233). А вот описание того же открытия, содержащееся в книге И.И.Блехмана «Синхронизация в природе и технике» (1981): «По-видимому, первое наблюдение и описание частного случая синхронизации – взаимной синхронизации маятниковых часов – принадлежит Христиану Гюйгенсу, который еще в начале второй половины семнадцатого столетия обнаружил, что пара часов, ходивших по-разному, самосинхронизировалась, когда их прикрепляли к легкой балке вместо стены. В одном из своих мемуаров [110] Гюйгенс следующим образом описывает сделанное им во время одного из плаваний наблюдение. «Маятник этих часов имел длину 9 дюймов и груз полфунта. Механизм приводился в движение гирями, заключенными в ящик вместе с механизмом. Длина ящика была 4 фута. Внизу он был отягчен, по крайней мере, 100 фунтами свинца, чтобы весь механизм возможно лучше сохранял на судне вертикальное положение. С этими часами было сделано следующее чрезвычайно интересное наблюдение. Двое таких часов висели на одной и той же балке, покоящейся на двух опорах. Оба маятника двигались всегда в противоположные стороны, и колебания так точно совпадали, что никогда ни насколько не расходились. Тикание обоих часов было слышно в одно и то же мгновение. Если искусственно нарушалось это совпадение, то оно само восстанавливалось в короткое время. Сначала я был поражен этим странным явлением, но, наконец, после внимательного исследования нашел, что причина лежит в незаметном движении самой балки» (Блехман, 1981, с.15).

Индукция Роберта Гука. Роберт Гук (1660) открыл важный закон физики твердого тела, согласно которому сила любой пружины пропорциональна ее растяжению, индуктивно основываясь на экспериментальном изучении растяжения пружин и спиралей различного вида. Я.Г.Дорфман в первом томе книги «Всемирная история физики» (2007) пишет: «Крупный вклад в физику твердого тела был внесен Р.Гуком в связи с его работами над устройством спирального регулятора в часах. Работы эти отчасти перекрывались исследованиями Гюйгенса. В процессе экспериментального изучения растяжения пружин и спиралей различного вида Гук, как он утверждал еще около 1660 г., открыл свой знаменитый закон: «Каково растяжение, такова сила» и «каков вес, таково растяжение». Этот закон теперь, как известно, формулируют так: «Напряжение пропорционально деформации», - что соответствует подлинным словам Гука: «Сила любой пружины пропорциональна ее растяжению». Эти формулировки были даны Гуком лишь в 1678 г. в лекции «О восстановительной способности»…» (Дорфман, 2007, с.216). Об этом же пишет С.П.Тимошенко в книге «История науки о сопротивлении материалов» (1957): «В 1678 г. вышла из печати его работа «О восстановительной способности или об упругости». В ней содержатся результаты проведенных Гуком опытов с упругими телами. Это был первый печатный труд, в котором рассматривались упругие свойства материалов. Относительно выполнения самих экспериментов он дает следующие указания: «Возьмите проволочную струну 20, 30 или 40 футов длиной, укрепите ее в верхней части гвоздем, а к нижнему концу подвесьте чашку весов для нагрузки (разновесов). Затем измерьте циркулем расстояние от дна чашки до земли или пола и запишите это расстояние; далее положите в названную чашку гири, измерьте несколько раз удлинения названной струны и запишите их. Затем сравните несколько таких удлинений той же струны, и вы найдете, что они всегда будут относиться друг к другу так же, как вызвавшие их нагрузки» (Тимошенко, 1957, с.29). Реконструкция Я.Г.Дорфмана и С.П.Тимошенко подтверждается И.С.Загузовым, В.Н.Головинским и А.Ф.Федечевым, которые в книге «Введение в специальность (механика). Часть II» (Самара, 2002) говорят о Гуке: «Его исследования были настолько разносторонни и многогранны, что неизбежно вторгались в сферы деятельности других ученых, работавших на передовых рубежах науки. Поэтому часты были случаи споров Гука за свой приоритет, например с И.Ньютоном. И только один закон по праву носит его имя и принадлежит ему без всякой конкуренции. Это закон упругости материальных тел, известный под названием закона Гука. Суть его можно выразить в трех словах: «Деформация пропорциональна нагрузке» или, как записал Гук в своей криптограмме: «Каково удлинение, такова и сила». Этот закон был выведен Гуком в 1676 году после проведения ряда экспериментов, а именно: а) удлинения железной проволоки; б) растяжения винтовой пружины; в) сокращения спиральной часовой пружины; г) изгиба балки, закрепленной одним концом и нагруженной на другом конце. Убедившись во всех опытах в действии своего закона, Гук признал его всеобщим» (Загузов, Головинский, Федечев, 2002, с.11).

Индукция Эдма Мариотта. Французский физик Эдм Мариотт сделал заключение о том, что теория упругости Галилея не вполне правильно оценивает величину разрушающей нагрузки, индуктивно исходя из следующих наблюдений. С.П.Тимошенко в книге «История науки о сопротивлении материалов» (1957) указывает: «Мариотту пришлось проектировать трубопровод для водоснабжения Версальского дворца, и в связи с этим он заинтересовался сопротивлением балок изгибу. Экспериментируя с деревянными и стеклянными стержнями, он приходит к выводу, что теория Галилея дает преувеличенные значения для разрушающей нагрузки, и поэтому строит свою теорию изгиба, в которой принимаются во внимание упругие свойства материала» (Тимошенко, 1957, с.32). Заметим, что, как установил Мариотт, предельная нагрузка составляет всего лишь 2/3 от значения, вычисленного Галилеем.

Индукция Эразма Бартолина. Датский ученый Эразм Бартолин (1669, 1670) пришел к выводу о способности световых лучей расщепляться на две части, индуктивно исходя из обнаружения того, что световой луч, проходя через кристалл исландского шпата ($CaCO_3$), расщепляется на два луча. Э.Уиттекер в книге «История теории эфира и электричества» (2001) повествует: «Один моряк привез из Исландии в Копенгаген несколько красивых кристаллов, которые он собрал в заливе Роерфорд. Они попали к Бартолину, который заметил, что если смотреть через один из этих кристаллов на небольшой предмет, то кажется, что этот предмет удваивается. Бартолин счел прямой причиной этого явления то, что луч света, попадая в кристалл, в общем случае разделяется на два преломленных луча. Один из этих лучей подчиняется обыкновенному закону преломления, а второй, названный необыкновенным лучом, подчиняется совершенно иному закону, который Бартолин так и не смог определить» (Уиттекер, 2001, с.45). Об этом же пишет И.Радунская в книге «Крушение парадоксов» (1971): «…Еще в 1670 году копенгагенский профессор Эразм Бартолин обнаружил расщепление лучей света – двойное лучепреломление. Тогда это было воспринято чуть ли не как фокус. Позже его наблюдали во многих кристаллах. А затем оказалось, что его можно вызывать искусственно и в тех кристаллах, где оно в обычных условиях не наблюдается, и даже в стекле. Для этого достаточно нажать на них или подвергнуть их неравномерному нагреву» (И.Радунская, 1971).

	«Не знаю, чем я могу казаться миру, но сам себе я кажусь мальчиком, играющим на морском берегу и развлекающимся тем, что время от времени он находит более блестящий камешек или более красивую ракушку, чем обыкновенно, между тем весь великий океан истины лежит передо мной неисследованным». Исаак Ньютон о себе

Индукция Исаака Ньютона. Ньютон (1666) пришел к выводу о том, что цвет того или иного светового луча определяется коэффициентом его преломления при прохождении сквозь какое-либо тело, исходя из того, что индивидуальный коэффициент преломления наблюдался у различных лучей при прохождении белого света сквозь стеклянную призму. Заметив, что в экспериментах со стеклянной призмой каждый луч имеет индивидуальную степень преломления, Ньютон предположил, что эта степень постоянна для каждого луча, что она не зависит от материала, из которого состоит тело, и что эта степень и является причиной различия цветов. Д.К.Самин в книге «100 великих научных открытий» (2006) приводит слова Ньютона, описывающего эксперимент, который привел его к выводу о связи между цветом и степенью преломления луча: «В начале 1666 года, то есть тогда, когда я был занят шлифовкой оптических стекол несферической формы, я достал треугольную стеклянную призму и решил испытать с ее помощью прославленное явление цветов. С этой целью я затемнил свою комнату и проделал в ставнях небольшое отверстие с тем, чтобы через него мог проходить тонкий луч солнечного света. Я поместил призму у места входа света так, чтобы он мог преломляться к противоположной стене» (цит. по: Д.К.Самин, 2006, с.25). Далее Ньютон указывает, что в этом эксперименте он установил, что световые лучи разного цвета имеют разную степень преломления. Конечно, Ньютон был не первым, кто пропустил световой луч сквозь стеклянную призму. П.С.Кудрявцев в книге «Курс истории физики» (1982) костатирует: «В 1648 г. чешский ученый Иоханнес Маркус Марци (1595-1667) описал явление призматических цветов. Он поставил призму перед отверстием камеры-обскуры и получил на задней стороне камеры спектр, который правильно объяснил тем, что каждому цвету соответствует своя преломляющая способность. Он же показал, что отдельный монохроматический участок в дальнейшем призмой не разлагается. Таким образом, Марци был непосредственным предшественником оптических открытий Ньютона» (Кудрявцев, 1982, с.87). Прохождение света сквозь стеклянную призму является лишь одним из возможных экспериментов, проясняющих механизм образования цвета, тогда как вывод, сделанный Ньютоном, относится к свету вообще, а не только к тем лучам, которые падают на эту призму. Таким образом, вывод Ньютона о зависимости между цветом луча и коэффициентом его преломления возник на основе индуктивного рассуждения.

Индукция Исаака Ньютона. И.Ньютон (1673) пришел к мысли о том, что причиной морских приливов и отливов является гравитационное действие Луны на Землю, индуктивно основываясь на исследованиях астронома Флемстида и его покровителя Иона Мура. В 1673 году Флемстид и Мур провели анализ таблицы времен прохождения Луны через данный меридиан на текущий год и заметили совпадение времен прохождения Луны с часами морских приливов в области данного меридиана.

Индукция Исаака Ньютона. Предположение Ньютона о неизбежности грядущего распада Солнечной системы стимулировалось фактом векового ускорения движения Луны вокруг Земли, который был обнаружен астрономом Галлеем (1693), а также фактом векового изменения эксцентриситета орбиты Юпитера, Сатурна и других планет, что было установлено также Э.Галлеем (1676) и другими астрономами. Вековое ускорение Луны состоит в том, что от столетия к столетию движение Луны вокруг Земли ускоряется, а вековое изменение наклона орбиты Юпитера и Сатурна заключается в том, что от столетия к столетию изменяется ряд параметров орбитального движения этих планет. Ньютон считал, что однажды движение этих и других планет станет настолько разбалансированным, что окажется несовместимым с существованием Солнечной системы. Для того чтобы делать вывод о неизбежном распаде Солнечной системы, необходимо знать все изменяющиеся параметры движения планет, причем изменяющиеся в течение промежутков времени, превосходящих столетия и даже тысячелетия. Ньютон этого не знал, поэтому его вывод был рассуждением от частного к общему (индуктивным). С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (2006) пишет: «Тщательный анализ наблюдений показывал, что законы Кеплера выполняются лишь приближенно, а небольшие отклонения могут с течением времени накопиться и резко нарушить устойчивость Солнечной системы. Ньютон не видит возможности разобраться в этих «вековых» возмущениях: «Едва заметные неравенства, могущие происходить от взаимодействия планет и комет (…), вероятно, будут увеличиваться в течение весьма долгого времени, до тех пор, пока, наконец, система не будет нуждаться в приведении ее в порядок руками творца» (Гиндикин, 2006, с.315).

Индукция Исаака Ньютона. И.Ньютон высказал идею о существовании абсолютного движения, индуктивно основываясь на том, что таким движением является вращение воды в ведре. Для того чтобы обнаружить вращение воды в ведре, нет необходимости соотносить это движение с какими-либо другими точками отсчета, как это происходит в случае других видов движений. О вращении воды обычно свидетельствует поднятие ее уровня по стенке ведра. А.Кокс и П.Полак в статье «Христиан Гюйгенс – один из крупнейших ученых Голландии» (журнал «Природа», 1979, № 12) пишут: «Ньютон уверял, что вращения абсолютны, и в доказательство этого указывал на то, что при вращательных движениях всегда действуют центробежные силы. Если наполненное водой ведро подвесить на веревке и привести его во вращение, вода в ведре поднимется по его стенке. Наблюдатель, который вращается вместе с ведром и для которого, следовательно, ведро остается неподвижным, будет также наблюдать этот динамический эффект. По мнению Ньютона, это доказывает абсолютный характер вращения. По его мнению, вращение происходит по отношению к системе координат, которая является абсолютно неподвижной – «абсолютному пространству» (А.Кокс, П.Полак, 1979).

Индукция Отто Герике. Отто Герике (1602-1686) высказал предположение о способности звука распространяться в воде, индуктивно исходя из следующего весьма интересного опыта. Г.Липсон в книге «Великие эксперименты в физике» (1972) пишет о Герике: «Он заставлял колокол звучать каждый раз, когда рыбе в озере бросали хлеб. Затем он звонил в колокол, когда хлеб не бросали, и заметил, что рыба при этом все равно появлялась» (Г.Липсон, 1972). Кстати, в этом опыте Герике наблюдал условные рефлексы у рыбы, но не понял этого.

Индукция Отто Герике. Отто Герике сформулировал идею о том, что атмосферное давление обладает колоссальной силой, индуктивно отталкиваясь от опытов с полушариями, из которых был откачан воздух и которые, будучи соединенными, не могли разъединить восемь запряженных лошадей. А.Азимов в книге «Энергия жизни: от искры до фотосинтеза» (2007) пишет: «Вот что сделал фон Герике: он совместил воедино два металлических полушария, но не скреплял их при этом ни болтами, ни какими-либо иными застежками. В одном из полушарий при этом имелся клапан, через который насосом откачали воздух, так что внутри полушарий (впоследствии о них будут рассказывать, как о «Магдебургских полушариях») образовался тот самый вакуум. После того, как воздух откачали, полушария удерживало воедино только атмосферное давление – более килограмма на каждый квадратный сантиметр. Фон Герике хотел показать, как могуча сила атмосферного давления; с этой целью к каждому полушарию он прикрепил по упряже, в которую запрягли по четверке лошадей (то есть всего восемь!) и дали им команду тянуть в разные стороны. Но разъединить полушария животным не удалось. Когда же внутрь состоящего из двух частей шара вновь пустили воздух, полушария развалились под собственным весом» (А.Азимов, 2007).

Индукция Отто Герике. О.Герике сделал вывод о способности потираемого руками серного шара притягивать легкие тела и передавать эту способность притяжения другим телам, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. Л.Н.Крыжановский в статье «К 250-летию открытия электропроводности» (УФН, 1988, май) указывает: «Опыт, основанный на электропроводности (по современной терминологии), был поставлен еще в XVII в. Его автор – Отто фон Герике (1602-1686), известный прежде всего своими опытами с магдебургскими полушариями. Герике обнаружил, что потираемый руками серный шар передает свою способность притягивать легкие тела льняной нитке длиной в локоть, конец которой, зацепленный на палку, находится у самого шара; притяжение наблюдалось в пределах более дюйма от нижнего конца нити. Описывая подобные опыты, Герике не пользовался уже существовавшими терминами «электрический» и «электричество» (Крыжановский, УФН, 1988, с.129).

Индукция Стивена Грэя (Грея). С.Грэй (1729) выдвинул гипотезу о том, что стеклянная трубка способна сообщать электрическую силу другим телам на определенном расстоянии, индуктивно основываясь на опытах, во время которых он повторил эксперимент О.Герике в крупном масштабе. Эта индукция, собственно, была открытием явления электропроводности. Л.Н.Крыжановский в статье «К 250-летию открытия электропроводности» (УФН, 1988, май) констатирует: «Пользуясь стеклянной трубкой (или палочкой), Стивен Грэй (1666-1736), главный герой нашего повествования, повторил опыт Герике в крупном масштабе. В 1729 г. Грэй обнаружил ряд тел, которым трубка может сообщать «электрическую силу». Это – деревянные стержни и проволока (железная и латунная), которые Грэй вставлял в трубку (через пробку), пеньковая бечевка, которую он привязывал к трубке или заталкивал в нее, и др. В опытах по передаче электричества Грэй надевал на конец деревянных стержней или подвешивал к концу бечевки или проволоки шар из слоновой кости, пробки или свинца со сквозным отверстием. Максимальная длина комнатной «электропередачи» по бечевке или проволоке, свисавших с трубки, не превышала 1м, а максимальная длина горизонтальной комнатной «электропередачи» по состыкованным деревянным проводникам (в обоих случаях с шаром на конце) составляла не более 5,5 м, включая длину трубки» (Крыжановский, УФН, 1988, с.129-130). Открытие Грэя произошло в известной степени случайно (по забывчивости), поэтому его гипотеза представляла собой индукцию с фактором случая. Михаил Шифрин в статье «Электрические мальчики и венская пара» (журнал «Вокруг света», 04.06.2007 г.) пишет об открытии Стивена Грэя: «Великое изобретение, без которого немыслима жизнь ни одного из нас, было сделано на досуге пенсионером, которого приютили в частной богадельне. Это случилось в 1729 году в лондонском доме престарелых под названием Чартерхаус (его здание сохранилось, сейчас тут медицинский институт знаменитого госпиталя св. Варфоломея)» (М.Шифрин, 2007). «Грей был одержим идеей, - продолжает М.Шифрин, - что притяжение между Землей и Солнцем на самом деле электрическое. Пытаясь это доказать, он вносил бурное оживление в жизнь своей богадельни. Один за другим ставились опыты, для которых заказывались разные приборы, и в том числе стеклянные трубки. Для получения электричества эти стеклянные трубки натирали мехом или тряпкой, пока на них не скапливался ощутимый статический заряд. Для легкости и экономии стекла трубки делались полые. Чтобы внутрь не забивалась грязь, Грей затыкал их пробками. Однажды он забыл вынуть пробку, натер трубку и увидел, что перышко притягивается к пробке даже сильнее, чем к трубке. Из этого ученый красильщик сделал вывод, что электричество перетекло в пробку. А как далеко передается электричество? Грей просверлил пробку, вставил в нее палочку 15 сантиметров длиной и насадил на конец палочки бильярдный шар из слоновой кости. Оказалось, притягательная сила передалась по палочке, и шарик притягивает перышки даже сильнее, чем пробка. Следующим материалом, связывающим шарик и трубку, была уже металлическая проволока» (М.Шифрин, 2007).

Индукция Питера Мушенбрека (Мушенбрука). Питер Мушенбрек (1745) пришел к выводу о возможности создания устройства, способного накапливать электрические заряды и получившего название лейденской банки, индуктивно исходя из опытов своего студента Кюнеуса. В.Карцев в книге «Приключения великих уравнений» (1986) констатирует: «Один из ярких случаев произошел в 1745 году в Лейдене. Богач Кюнеус, ученик Питера Ван Мушенбрека, использовал машину Герике для того, чтобы «зарядить электричеством» воду в стеклянной колбе, которую держал в ладонях. Зарядка осуществлялась при помощи цепочки, подсоединенной к машине. Цепочка спускалась через горлышко колбы в воду. Когда, по мнению Кюнеуса, зарядка была окончена, он решил убрать цепочку – вынуть ее рукой из сосуда. И тут он получил такой страшный электрический удар, что чуть не скончался. Лейденский профессор Мушенбрек (Мушенброк), который оспаривает честь открытия

Лейденской банки у своего студента, пишет об аналогичном ощущении…» (Карцев, 1986, с.56).

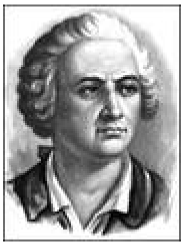
Индукция Жоржа Бюффона. Французский ученый Ж.Бюффон (1747) пришел к выводу о способности зеркал зажигать предметы, удаленные на значительное расстояние, индуктивно исходя из опытов, преследовавших цель проверить исторические сведения о том, что Архимед использовал зеркала для поджигания вражеских кораблей. В результате этих опытов Бюффон переоткрыл то, что было известно Архимеду. С.Житомирский в книге «Архимед» (1981) пишет: «И Бюффон смело нарушает границы геометрической оптики; он делает шаг вперед в понимании физики явления, предполагая, что рассеяние тепла заметно зависит от размера нагреваемой поверхности. Отбросив сомнения, он сооружает составное зеркало с площадью в 13 раз меньше расчетной. Предположения Бюффона оказались правильными – его зеркало смогло зажигать дерево на расстоянии 50 м» (С.Житомирский, 1981). «К середине XVIII века, - поясняет С.Житомирский, - зеркала Архимеда в научной среде стали считаться несомненной легендой, причем их легендарность обосновывалась невозможностью их осуществления. И вот, ровно через 110 лет после выхода «Диоптрики» Декарта, в 1747 г. Бюффон опубликовал свой шестой мемуар – «Изобретение зеркал для воспламенения предметов на больших расстояниях». Это произведение Бюффона малоизвестно. Оно написано непосредственно перед началом его работы над знаменитой «Естественной историей», прославившей Бюффона как одного из первых эволюционистов в космогонии, геологии и биологии» (С.Житомирский, 1981).

Индукция Андерса Цельсия. Шведский астроном и физик, основатель температурной шкалы Цельсия, Андерс Цельсий совместно со своим ассистентом Гиортером (1740) высказал предположение о том, что северные сияния и магнитные бури (вариации магнитного поля Земли) вызываются одной причиной, индуктивно основываясь на результатах многочисленных наблюдений. В ходе этих наблюдений А.Цельсий заметил совпадение времени и места появления северных сияний и магнитных бурь. Кроме того, он обратил внимание на то, что интенсивные полярные сияния охватывают большие пространства земной поверхности. Это дало ему индуктивные основания утверждать, что полярные сияния носят глобальный характер. С.И.Исаев в книге «Полярные сияния» (1980) отмечает: «Географическое распределение магнитных бурь в среднем оказывается аналогичным распространению полярных сияний, что, несомненно, указывает на связь между этими явлениями. Э.Галлей (в Лондоне) и П.Гассенди (во Франции) первыми в 1716 г. предположили существование связи полярных сияний с постоянным магнитным полем Земли» (С.И.Исаев, 1980). «Дальнейшие наблюдения за полярными сияниями и магнитными бурями, - продолжает С.И.Исаев, - показали, что они вызываются какой-то одной причиной, поскольку часто появляются одновременно. Цельсий по наблюдениям в г.Упсала (близ Стокгольма) и его ассистент Гиортер впервые в 1740 г. обнаружили, что полярные сияния взаимосвязаны с вариациями геомагнитного поля, вариации наблюдаются одновременно и в Англии, и в Швеции. Они пришли к выводу, что интенсивные полярные сияния охватывают большие пространства земной поверхности, носят глобальный характер. Этот результат оказался поразительным. Такое совпадение между полярными сияниями и магнитными возмущениями обнаруживали поморы. Наблюдая за поведением магнитной стрелки во время плавания на кочах к Новой Земле и Шпицбергену, они заметили, что «на пазорях матка дурит» («матка» - поморское название компаса)» (С.И.Исаев, 1980).

Индукция Жан-Жака де Мерана. Французский физик и математик Жан-Жак де Меран (1733, 1746) сформулировал идею о космическом происхождении полярных сияний, о том, что северные сияния вызываются действием солнечной атмосферы, индуктивно исходя из обнаруженного им факта: число крупных северных сияний в среднем соответствовало числу солнечных пятен. Лилия Алексеева в статье «Сполохи над Холмогорами» (книга «Полярный круг», 1986) указывает: «Французский ученый Ж.-Ж. де Меран объяснял сияние действием солнечной атмосферы на земную. И объяснение это было не на пустом месте. Де Меран обнаружил замечательный факт: среднее число мощных сияний, скажем, за год меняется так же, как среднее число солнечных пятен. Космос отчетливо заявлял о себе!» (Л.Алексеева, 1986). Об этом же пишет Е.Н.Лебедев в книге «Ломоносов» (1990): «Французский ученый Ж. де Меран в 1733 году познакомил научные круги со своими экспериментальными исследованиями, в результате которых обнаружилась любопытная связь: число крупных северных сияний в среднем соответствовало числу солнечных пятен. И вот спустя двадцать-тридцать лет Ломоносов вспоминает о работе Ж. де Мерана» (Лебедев, 1990, с.324). Реконструкция Л.Алексеевой и Е.Лебедева согласуется с описанием А.Чижевского, который в книге «Физические факторы исторического процесса» (Калуга, 1924) отмечает: «Периодичность солнцедеятельности открыта Ф.-Швабе (1851). В среднем арифметическом период этот, как было найдено позже, равен 11 годам и, следовательно, повторяется в столетие девять раз. Были сделаны также предположения, что, кроме одиннадцатилетнего периода солнцедеятельности, существует еще и другие – большие и меньшие 11 лет. Еще Де-Меран (1746) высказал мысль о больших периодах в деятельности Солнца и в развитии полярных сияний» (А.Чижевский, 1924).

Индукция Иоганна Зульцера. Немецкий физик И.Зульцер (1752) пришел к выводу о способности комбинации двух разных металлов вызывать вкусовые ощущения, которые не возникают при воздействии одного из них, индуктивно исходя из анализа воздействия на язык свинцовой и серебряной пластинки одновременно. Э.Уиттекер в книге «История теории эфира и электричества» (2001) повествует: «В работе под названием «Исследование происхождения приятных и неприятных ощущений», опубликованной в 1752 г., Иоганн Георг Зульцер упомянул, что если две металлические пластинки, свинцовую и серебряную, соединить так, чтобы соприкасались их грани, и затем положить на язык, то ощущение будет «напоминать вкус железного купороса», хотя ни один из этих металлов по отдельности таким вкусом не обладает. (…) Это наблюдение никак не сопоставили с электрическими явлениями, и оно никоим образом не способствовало следующему открытию, которое воистину было сделано совершенно случайно» (Уиттекер, 2001, с.91). Далее Э.Уиттекер описывает открытие «животного электричества», сделанное Луиджи Гальвани. Следует заметить, что наблюдение Зульцера все-таки не осталось невостребованным. А.Вольта, увидев в эффекте, описанном Зульцером, возникновение электричества при контакте двух разнородных металлов и руководствуясь аналогией с этим эффектом, изобрел первую электрическую батарею.

Индукция Томаса Франсуа Далибара. Т.Ф.Далибар (1752) выдвинул идею об электрической природе молнии, индуктивно исходя из опыта, в котором из шеста, воздвигнутого вертикально, удалось извлечь электрическую искру во время прохождения грозовых облаков. Этот опыт был поставлен во Франции в 1752 году по предложению Б.Франклина, изложенному в его письме к Питеру Коллинсону. М.Льоцци в книге «История физики» (1970) пишет: «Поощряемые королем, Бюффон, Далибар и Делор поставили опыт, предложенный Франклином. В одном из садов в Марли, в шести лье от Парижа, 10 мая 1752 г. из шеста, воздвигнутого вертикально, приставленный к его охране солдат извлек искру во время прохождения грозовых облаков. Весть об опыте в Марли быстро распространилась по Европе и сделала знаменитым имя Франклина, который до того не был известен по эту сторону океана» (Льоцци, 1970, с.175). Далее М.Льоцци пишет: «Обрадованный полученными из Европы известиями, Франклин повторил опыт, запустив змей с железным острием, связанный с землей бечевкой» (там же, с.175). Это высказывание М.Льоцци, скорее всего, не соответствует действительности, так как в науке появились данные, свидетельствующие о том, что Б.Франклин не ставил опыта со змеем, а всего лишь разработал проект этого опыта. Как пишет Алексей Левин в одной из своих статей, опубликованных в журнале «Совершенно секретно» (2006 г., № 4), совсем недавно американский историк техники Том Такер свежим взглядом прочел оригинальные сообщения о проведении Франклином опыта с запуском змея и весьма убедительно аргументировал, что Франклин не ставил этого опыта. Американский ученый придумал схему этого опыта и совершенно правильно предсказал его результат, однако от выполнения эксперимента все же воздержался.



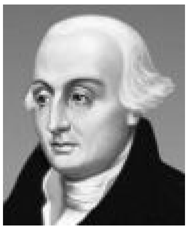
«Ломоносов был великий человек. Между Петром I и Екатериною II он один является самобытным сподвижником Просвещения. Он создал первый университет; он, лучше сказать, сам был первым университетом».

А.С.Пушкин о Ломоносове

Индукция Михаила Ломоносова. М.В.Ломоносов (1755) открыл закон сохранения массы вещества, индуктивно исходя из опытов, в которых накаливание свинца и олова в запаянных стеклянных трубках не приводило к увеличению веса металлов. Одновременно эти опыты приводили к мысли об ошибочности теории флогистона Шталя. О.И.Павлов в статье «Непонятый гений» (журнал «Природа и люди», 1912, № 2) пишет: «Некоторыми из своих классических опытов Ломоносов надолго опередил европейских ученых, - между прочим, и знаменитого Лавуазье. Так, накаливая свинец и олово в запаянных стеклянных трубках, Ломоносов убедился, что вес металлов при этом не меняется; отсюда он заключил, что обычное приращение в весе зависело вовсе не от мифического «флогистона», а от соприкосновения накаленных металлов с воздухом, который проникал в реторты вследствие недостаточной закупорки. Но, увы! Эти опыты Ломоносова прошли незамеченными. И когда, восемнадцать лет спустя, их повторил Лавуазье, он пожал лавры, по справедливости принадлежавшие Ломоносову» (О.И.Павлов, 1912). П.Л.Капица в книге «Эксперимент, теория, практика» (1981) указывает: «Самым крупным по своему значению достижением Ломоносова было экспериментальное доказательство закона сохранения материи. Открытие Ломоносовым закона сохранения материи теперь хорошо изучено, и несомненность того, что Ломоносов первым его открыл, полностью установлена. В 1756 г. он сделал классический опыт, в котором показал, что в запаянном сосуде при нагревании происходит окисление свинцовых пластинок, но при этом общий вес сосуда не меняется. Опыт ломоносова аналогичен знаменитому опыту Лавуазье, но опыт Лавуазье был сделан на 17 лет позже» (Капица, 1981, с.334). Об этом же пишет А.Е.Арбузов в книге «Краткий очерк развития органической химии в России» (1948): «Особого внимания заслуживают его замечательные опыты над окислением металлов при нагревании в запаянных сосудах. Взвешивая прибор до и после опыта на точных химических весах, Ломоносов приходит к выводу, что вес прибора после происшедшей химической реакции окисления металла не изменяется. Этими опытами Ломоносов опроверг объяснение аналогичных опытов знаменитого английского ученого Роберта Бойля. Роковая ошибка Р.Бойля заключалась в том, что он по окончании опыта вскрывал запаянный сосуд, в результате чего в реторту врывался воздух, вес прибора увеличивался, что и привело Р.Бойля к неправильному выводу о существовании особой весомой «материи огня» (Арбузов, 1948, с.13).

Индукция Джамбаттиста Беккариа. Известный ученый, учитель Лагранжа и Вольты Джамбаттиста Беккариа (1716-1781) сформулировал идею о наличии связи между электричеством и магнетизмом, индуктивно исходя из поставленного Франклином (1751) опыта, в котором электрический разряд батареи, проходя через железную проволоку, вызывал ее намагничивание. Если же указанный разряд проходил через магнит, то это приводило к изменению полярности магнита. М.Льоцци в книге «История физики» (1970) отмечает: «Но самый важный вклад Беккариа в исследование электрических явлений содержится в его «Письмах к Беккари», изданных в Болонье в 1758 г. и рассматривавшихся современниками как научный шедевр. Повторив опыты Франклина 1751 г., в которых с помощью разряда батареи через проводник осуществляется намагничивание железной проволоки или изменение полярности магнита, Беккариа выдвинул гипотезу о существовании тесной связи между «циркуляцией» электрического флюида и магнетизмом…» (Льоцци, 1970, с.179).

Индукция Джона Доллонда. Английский оптик Джон Доллонд (1758) склонился к заключению об ошибочности представления Ньютона, постулировавшего неустранимость хроматической аберрации стекол, индуктивно основываясь на следующем опыте. Он сложил две призмы: водяную с переменным углом и обыкновенную стеклянную и обнаружил, что луч, проходящий через эти призмы, не меняет своего цвета. Ф.Араго в книге «Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров» (2000) пишет о том, как Доллонд осознал ошибочность опытов Ньютона, которые якобы доказывали неустранимость хроматической аберрации: «…В 1758 г. Доллонд убедился, что упомянутые опыты неверны. Сложив две призмы, водяную с переменным углом и обыкновенную стеклянную, он доказал, что проходящий через них белый луч, несмотря на свое преломление, не переменяет своего цвета. После этого не оставалось уже сомнения в возможности устройства ахроматических предметных стекол; вещества, которые бы действовали так же, как обыкновенное стекло и вода. Доллонд, открыв такие свойства в стеклах, известных под именем флинт-гласса и кроун-гласса, тотчас сделал ахроматическую трубу» (Араго, 2000, с.120).



«Математик и совершенен лишь постольку, поскольку он является совершенным человеком, поскольку он ощущает в себе прекрасное, присущее истине; только тогда его творчество становится основательным, чистым, ясным, одухотворенным, действительно изящным. Все это требуется, чтобы уподобиться Лагранжу».

Вольфганг Гете о Лагранже

Индукция Луи Лагранжа. Луи Лагранж (1788) сформулировал принцип виртуальных скоростей (принцип возможных перемещений) в динамике, индуктивно исходя из частных случаев этого принципа, известных его предшественникам, а также индуктивно основываясь на данных опыта. В теории равновесия механизмов (статике) принцип виртуальных скоростей берет свое начало с принципа равновесия рычага Архимеда. Согласно принципу рычага, усилие, затрачиваемое на преодоление сопротивления груза при помощи рычага, во столько раз меньше веса этого груза, во сколько раз длина «плеча» рычага, на которое он действует, больше длины плеча, на котором висит груз. И.Б.Погребысский в книге «От Лагранжа к Эйнштейну» (1966) указывает: «Лагранж начинает с указания, что общий закон равновесия машин состоит в том, что отношение сил обратно отношению скоростей точек, к которым они приложены, причем скорости должны измеряться по направлению сил. Это положение, взятое в общем виде, и составляет принцип виртуальных скоростей, который можно рассматривать как аксиому механики» (И.Б.Погребысский, 1966). Частные случаи принципа возможных перемещений были известны Леонардо да Винчи, Бенедетти, Стевину, Галилею, Гвидо Убальдо дель Монте, Паскалю, братьям Бернулли, Даламберу. Сам Лагранж признает, что Убальдо открыл закон виртуальных скоростей на полиспасте. А.Т.Григорьян в книге «Механика от античности до наших дней» (1974) говорит о принципе возможных перемещений: «Вводя этот принцип, Лагранж ссылался на данные опыта. Он указывал на общий закон равновесия машин: отношение сил друг к другу обратно отношению скоростей точек, к которым они приложены, причем скорости должны измеряться в направлении сил. Это положение, взятое в общем виде, и составляет принцип виртуальных скоростей, который «можно рассматривать как своего рода аксиому механики» (Григорьян, 1974, с.244). С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (2006) пишет о том, как Лагранж дополнил известные принципы статики принципом возможных перемещений: «К ним еще присоединяется принцип виртуальных (возможных) скоростей (его теперь чаще называют принципом виртуальных перемещений или виртуальных работ), который восходит к Галилею и разрабатывался Стевином, братьями Бернулли, Даламбером. Принцип состоит в том, что в условиях равновесия равна нулю работа всех сил на любых бесконечно малых перемещениях, совместимых со связями, наложенными на элементы механической системы. Лагранж лишь записывает это условие в виде аналитического уравнения и стремится доказать не только работоспособность принципа, что уже было сделано другими, но прежде всего его универсальность, достаточность для обоснования всей статики» (Гиндикин, 2006, с.283).

Индукция Луи Лагранжа. Луи Лагранж (1788) обобщил принцип Торричелли (1644), согласно которому положение системы тел, находящихся под действием сил тяжести, будет устойчивым, если центр тяжести этой системы тел занимает наинизшее из возможных положений. В результате Л.Лагранж получил теорему об условиях равновесия механической системы. Позже известный английский математик и физик Эдвард Джон Раус перенес указанную теорему Лагранжа на более общую ситуацию, получив критерий устойчивости для некоторых циклических движений. Н.Г.Четаев в книге «Устойчивость движения» (1990) пишет: «Лагранж обобщил принцип Торричелли, доказав теорему об устойчивости изолированного равновесия механической системы, когда силовая функция действующих на систему сил имеет максимум в этом положении равновесия. Раус, развивая метод игнорирования циклических координат, путем простого переноса указанной теоремы Лагранжа нашел критерий устойчивости для некоторых циклических движений» (Четаев, 1990, с.8). Чуть ниже Н.Г.Четаев вновь возвращается к обсуждению обобщения Лагранжа: «Торричелли в формулировках своей эпохи установил теорему об устойчивости положений равновесия тяжелых тел, которую Лагранж обобщил для произвольных потенциальных сил. Для наиболее элементарных случаев Ляпунов дал обращение теоремы Лагранжа» (там же, с.33). Об этом же сообщает И.Г.Царев в статье «Принципы движения экономической системы» (журнал «Аудит и финансовый анализ», 2007, № 1): «В отношении механической системы еще Торричелли (1644 г.) было известно, что положение системы тел, находящихся под действием сил тяжести, будет устойчивым, если центр тяжести этой системы тел занимает наинизшее из возможных положений. Лагранж обобщил этот принцип Торричелли в виде теоремы» (И.Г.Царев, 2007).

Индукция Иоганна Бернулли. Необходимо отметить, что до Л.Лагранжа принцип возможных перемещений (принцип виртуальных скоростей) формулировал Иоганн Бернулли. Он открыл этот принцип (начало) в результате анализа частных случаев, то есть индуктивно. В.Л.Кирпичев в книге «Беседы о механике» (1950) пишет: «Условия равновесия для всевозможных систем выражаются одной общей теоремой или общим законом, который называется началом возможных перемещений. Такая простота и единство закона были замечены не сразу: начало возможных перемещений было сначала найдено в применении к некоторым простым системам – рычагу, блокам, полиспастам и тому подобным машинам. Это было сделано еще предшественниками Галилея. Затем область систем, для которых справедливо начало возможных перемещений, постепенно расширялась, и, наконец, Иван Бернулли установил эту теорему как совершенно общий закон равновесия» (Кирпичев, 1950, с.18).

Индукция Д.Блэка и Ж.Вильке. Д.Блэк и Ж.Вильке (1760) выдвинули гипотезу о том, что различные тела обладают различными объемными теплоемкостями, индуктивно отталкиваясь от исследований Д.Мартина (1740) и Г.Рихмана (1750). Исследователь тепловых явлений Д.Мартин нашел, что у равных объемов ртути и воды температура ртути при охлаждении понижается быстрее в два раза по сравнению с температурой воды. Рихман обнаружил, что время, необходимое для нагревания или охлаждения тел одинакового объема при одних и тех же условиях, оказывается почти пропорциональным «емкости тел к поглощению теплоты». Аналогичные результаты получи Фаренгейт и Бургаве. По свидетельству историка физики Я.М.Гельфера, «Рихман довольно близко подошел к понятию объемной теплоемкости. Более того, путем сравнения скоростей охлаждения различных тел он производит классификацию наиболее распространенных жидких и твердых тел по их объемной теплоемкости. Ранняя трагическая смерть Рихмана помешала ему сделать еще один шаг вперед и сформулировать понятие теплоемкости» (Я.М.Гельфер, «История и методология термодинамики и статистической физики», 1969). Обнаруженный Мартином, Рихманом, Фаренгейтом и Бургаве факт различия времени нагревания или охлаждения для различных тел одинакового объема, и натолкнул Блэка и Вильке на идею существования объемной теплоемкости. Другими словами, индуктивной посылкой идеи Блэка и Вильке было то, что одно и то же количество теплоты повышает температуру ртути и воды в разной степени, то есть на разное число градусов. Оценивая путь, приведший ученых к понятию теплоемкости, ученик Блэка Робайсон писал: «Кажется странным, что многие ученые, занимавшиеся вопросами теплоты, не увидели, что тела, нагретые до одной и той же температуры, содержат различные количества теплоты» (Я.М.Гельфер, «История и методология термодинамики и статистической физики», 1969).

Индукция Джозефа Блэка. Джозеф Блэк сформулировал предположение о существовании скрытой теплоты плавления, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Б.И.Спасский в 1-ом томе книги «История физики» (1977) подчеркивает: «Важным было открытие теплоты плавления. Оно было сделано английским ученым Джозефом Блэком (1728-1799). Еще в 50-х годах он установил, что если взять определенную массу льда при температуре его плавления и такую же массу воды при температуре примерно 80 градусов Цельсия, то в результате смешивания весь лед растает, а температура воды станет равной первоначальной температуре льда (т.е. 0 градусов Цельсия). Отсюда он сделал вывод, что на процесс таяния льда затрачивается определенное количество теплоты, хотя температура его при этом не изменяется. Теплота поглощается водой, образовавшейся изо льда. Эта теплота была названа Блэком «скрытой теплотой». Блэк также открыл существование «скрытой теплоты парообразования» (Спасский, 1977, с.162).

Индукция Георга Вильгельма Рихмана. Выдающийся русский физик, друг и коллега М.Ломоносова Георг Рихман выдвинул предположение о том, что наэлектризованные тела окружены электрическими полями, что вокруг наэлектризованного тела появляется возбужденная электрическая материя, индуктивно основываясь на том, что в теле, помещенном на расстоянии нескольких сантиметров от наэлектризованного тела, получающего заряды от электростатической машины, возникает заряд. В.Н.Белюстов в статье «Георг Вильгельм Рихман» (газета «Физика», 2003, № 32) отмечает: «Г.Рихман обнаружил еще одно совершенно неизвестное до него очень важное явление, которое впоследствии получило название электростатической индукции. Рядом с наэлектризованным телом, непрерывно получающим заряды от электростатической машины, на расстоянии нескольких сантиметров ученый помещал изолированное остроконечное ненаэлектризованное тело, обращенное острием к наэлектризованному. Соединив острие этого тела с электрометром, он заметил, что нить понемногу поднимается, т.е. заряд возрастает. Когда он удалял электрический заряд с наэлектризованного тела, то замечал, что «в остроконечной массе электричество постепенно ослабевает». Это впервые им открытое явление Рихман объяснял наличием вокруг наэлектризованного тела «возбужденной электрической материи», благодаря которой осуществляется взаимодействие наэлектризованных и ненаэлектризованных тел. Кстати, это же явление независимо от Рихмана в 1753 г. открыл английский физик Д.Кантон» (В.Н.Белюстов, 2003).

Индукция Георга Вильгельма Рихмана. Георг Рихман высказал идею о связи между электрическими и магнитными явлениями, индуктивно основываясь на исследованиях П.Мушенбрека и Г.Крафта, которые заметили, что во время молнии изменяется направление магнитной стрелки. В.Н.Белюстов в статье «Георг Вильгельм Рихман» (газета «Физика», 2003, № 32) пишет: «В ходе размышлений Г.В.Рихман одним из первых в науке пришел к мысли о неразрывной связи электрических и магнитных явлений. Толчком к этому послужили экспериментальные исследования его современников П.Мушенбрека и Г.Крафта, которые первыми обратили внимание на изменение направления магнитной стрелки компаса во время молнии. Однако объяснить связь между этими явлениями они не могли. Сопоставив это наблюдение со своими опытами, Рихман пришел к твердому убеждению, что от молнии в воздухе возникает электрическое поле. В 1758 г. эта его догадка получила подтверждение в работе Ф.Эпинуса «О сходстве электрической силы с магнитною» (В.Н.Белюстов, 2003).

Индукция Эрнста Хладни. Э.Хладни (1787) пришел к заключению о возможности наблюдать распределение звуковых стоячих волн с помощью стеклянной пластинки, покрытой сухим песком, индуктивно исходя из следующих опытов. Э.Дайан-Дальмедико в статье «Софи Жермен» (журнал «В мире науки», № 2, 1992) пишет: «В своих экспериментах Хладни насыпал мелкий песок на стеклянную пластинку. Затем он проводил смычком по ребру пластинки, вызывая колебания. Песок отскакивал от вибрирующих областей и собирался в «узлах», точках, остававшихся неподвижными. Через несколько секунд пластинка покрывалась рядом песчаных кривых. Конфигурация рисунка была симметричной и весьма эффектной – она состояла из звезд и других геометрических фигур (см. рисунок ниже). Общий рисунок зависел от формы пластины, положения опор и частоты вибрации. Во время своего визита в Париже в 1808 году Хладни продемонстрировал свои опыты перед аудиторией из 60 математиков и физиков Первого класса Французского института, отделения Французской академии наук. Опыты Хладни привели ученых в такое изумление, что они попросили его повторить свои опыты перед Наполеоном» (Э.Дайан-Дальмедико, 1992).

Индукция Эрнста Хладни. Э.Хладни пришел к выводу о том, что скорость звука в металлическом стержне не является бесконечной, как считали многие ученые его времени, индуктивно основываясь на следующих опытах. А.И.Еремеева в статье «Беспокойный гений Эрнста Хладни» (журнал «Природа», 2006, № 12) пишет: «Влияние плотности на звук он изучал с помощью маленькой оловянной флейты, в которую вдувались различные газы. В опытах по сравнению скорости звука в воздушном столбе трубы органа и в металлическом стержне он впервые доказал, что в последнем случае скорость не бесконечна (как считалось!), а лишь в 16-17 раз выше, чем в воздухе. Аналогичный результат независимо от Хладни получил и французский физик Ж.Б.Био» (А.И.Еремеева, 2006).

Индукция Рене Гаюи. Рене Жюст Гаюи (1774) сформулировал закон симметрии кристаллов, то есть идею о способности кристаллов сохранять правильную форму в любых ситуациях, индуктивно исходя из следующего наблюдения. С.А.Блинкин в книге «Очерки о естествознании» (1979) пишет: «Один из основателей кристаллографии Рене Жюст Гаюи как-то уронил кусок полевого шпата. Внимательно рассматривая расколовшиеся куски, Гаюи заметил на гранях их излома кристаллические формы. Разбивая теперь уже сознательно другие минералы и изучая их строение, Гаюи открывает закон симметрии в кристаллах» (Блинкин, 1979, с.48). К.Е.Левитин в книге «Геометрическая рапсодия» (1976) подчеркивает фактор случая в открытии Гаюи, которого он именует как Аюи: «Французский минералог Рене Жюст Аюи однажды случайно уронил кристалл известкового шпата. Подобрав кусочки, он увидел, что они в точности повторяют форму разбившегося кристалла. Заинтригованный, он стал один за другим разбивать кристаллы из своей огромной коллекции, и, как писал впоследствии его биограф, «продолжая трудиться на этом поприще, сделался основателем кристаллографии». Вместе с тем, Аюи получил и насмешливое прозвище «кристаллокласт» - «разрушитель кристаллов», которое присвоили ему коллеги, предпочитавшие умозрительный подход к проблеме кристаллов слишком уж, на их взгляд, грубому натурному эксперименту» (Левитин, 1976, с.100). Данная идея Гаюи является не чем иным, как индукцией с фактором случая. И.Харгиттаи и М.Харгиттаи в книге «Симметрия глазами химика» (1989) пишут: «Французский кристаллограф Гаюи заметил, что ромбы спайности любого кристалла кальцита всегда имели одни и те же межгранные узлы. Поэтому он предположил, что все кристаллы кальцита могут быть построены из этих основных ромбов спайности» (И.Харгиттаи и М.Харгиттаи, 1989, с.407). «В самом деле, - продолжают указанные авторы, - простая теория спайности Гаюи вскрыла много важного в строении кристаллов. Однако в общем случае она неприменима, так как раскалывание не всегда приводит к формам спайности, которые обязательно смогут заполнить все пространство при повторении» (там же, с.407). Данное высказывание И.Харгиттаи и М.Харгиттаи свидетельствует лишь о том, что любая теория, даже самая фундаментальная, имеет границы своей применимости.

Индукция Генри Кавендиша. Г.Кавендиш склонился к заключению о том, что удар, производимый морским скатом, представляет собой электрический разряд, индуктивно основываясь на следующем экспериментальном исследовании. В.С.Маркин, В.Ф.Пастушенко, Ю.А.Чизмаджев в статье «Физика нервного импульса» (УФН, 1977, октябрь) пишут: «Способность некоторых рыб производить «удар» была известна очень давно. Еще римский врач Скрибоний Ларг рекомендовал применять разряды ската Torpedo в качестве средства против подагры, головной боли и эпилепсии. В 1776 г. Кавендиш измерил распределение напряженности электрического поля вокруг ската Torpedo, находящегося в сосуде с водой. Эти эксперименты послужили доказательством того, что «удар», производимый скатом, представляет собой электрический разряд, который сравнивали с разрядом лейденской банки» (В.С.Маркин, В.Ф.Пастушенко, Ю.А.Чизмаджев, УФН, 1977, с.290). Интересно отметить, что независимо от Кавендиша вывод об электрической природе удара ската сделал Питер Мушенбрек. Называя Мушенбрека Мюссенбруком, Л.Н.Крыжановский в статье «Питер Ван Мюссенбрук» (УФН, 1991, март) пишет: «Электрическое потрясение» от лейденской банки Мюссенбрук сравнил с ударом ската, обитающего в Средиземном море, и высказал предположение об электрическом действии этой рыбы. С тех пор и вошел в употребление термин «электрическая рыба». У Мюссенбрука мы находим важное замечание: если касаться ската сургучовой палочкой, никакого эффекта не будет; если же коснуться ската металлическим прутом, ощущается удар; удар чувствуется как в воде, так и на воздухе (если вынуть рыбу из воды на непродолжительное время)» (Крыжановский, УФН, 1991, с.158).

Индукция Джона Уолша. Английский исследователь Джон Уолш (1772), как и Кавендиш, постулировал электрическую природу разрядов ската, индуктивно исходя из сходства (аналогии) ударов ската и разрядов лейденской банки. До Д.Уолша на это сходство обратил внимание М.Адансон. М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988) отмечают: «…После открытия лейденской банки, разряд которой вызывал тот же эффект, что и прикосновение к электрическому скату, французский ботаник М.Адансон выдвинул предположение, что разряд электрических рыб и разряд лейденской банки имеют одну и ту же природу. Проверяя эту гипотезу, английский ученый Дж.Уолш показал, что разряд электрического ската передается через проводники, но не передается через изоляторы и осуществляет разряд рыбы через цепь из нескольких лиц (вспомните опыт аббата Нолле!), т.е. получил доводы в пользу электрической природы этого разряда. Наконец, Уолш наблюдал разряд ската через наклеенную на стекло полоску фольги с тонким разрезом; при каждом разряде в месте разреза проскакивала искра» (Беркинблит, Глаголева, 1988, с.20). В.Ольшанский в статье «Электрический глаз величиной во все тело» (журнал «Наука и жизнь», № 11, 2005) указывает: «В июне 1772 года член Королевского общества и английского парламента сэр Джон Уолш приехал во Францию с лейденской банкой и дал местным рыбакам возможность ощутить прелесть ее физиологического воздействия, спрашивая при этом, схоже ли оно с воздействием нарковых скатов. Ответы были единодушно утвердительными. Воздействие ската передавалось через замкнутую цепь людей и прекращалось при малейших разрывах цепи или при включении в нее изоляторов» (В.Ольшанский, 2005).

«20 марта 1800 года Вольта сообщил о своих исследованиях Лондонскому королевскому обществу. Можно считать, что с того дня источники постоянного электрического тока – вольтов столб и батарея – стали известны многим физикам и нашли широкое применение. Распространению известности и расширению опытов с электричеством способствовало приглашение Вольта в Париж для чтения лекций перед видными физиками Франции».

В.Карцев об Алессандро Вольта

Индукция Алессандро Вольта. А.Вольта (1786) склонился к заключению о том, что причиной сокращений лапок лягушки, обнаруженных Л.Гальвани, является не животное электричество, а контакт разнородных металлов, индуктивно исходя из того, что эти сокращения лапок не возникали, если к ним прикасались проводами из одинаковых металлов. Б.Могилевский в книге «Гемфри Дэви» (1937) повествует: «Через большое венецианское окно физической лаборатории Павийского университета часто можно было видеть высокого человека с античным, правильным лицом: Вольта систематически изучал открытые Гальвани факты. В процессе своих работ он выявил небольшую деталь. Гальвани всегда пользовался проводами из двух разных металлов. Когда же Вольта попробовал прикоснуться к ножке лягушки проводами из одинаковых металлов, ничего не получилось – ножка осталась неподвижной. Ухватившись за этот, казалось бы, пустячный факт, Вольта стремительно двинулся дальше» (Б.Могилевский, 1937). Напомним, что этот пустячный факт привел Вольта к изобретению первого в мире источника постоянного тока, включавшего перемежающиеся пластины из разных металлов, смоченных соленой водой. Впоследствии Г.Дэви догадался смачивать их кислотой, что увеличило силу создаваемого электрического тока. В.Ольшанский в статье «Алессандро Вольта и Луиджи Гальвани: неоконченный спор» (журнал «Наука и жизнь», 2004, № 12) подчеркивает: «Два разнородных металла могут быть источником электричества – для Вольты и других физиков это переворот в физических представлениях, переворот шокирующий, ибо достаточно прикосновения разнородных металлов, и начинает течь ток – «бесконечная циркуляция электрических истечений, вечное движение» (В.Ольшанский, 2004).

Индукция Вильяма Никольсона и Энтони Карлейла. В.Никольсон и Э.Карлейл (1800) сформулировали мысль о возможности разложения воды на составные части с помощью вольтова столба (батареи постоянного тока), индуктивно базируясь на следующем опыте. Б.Могилевский в книге «Гемфри Дэви» (1937) указывает: «События развертывались с поразительной быстротой. Бенкс рассказал о полученном от Вольта письме своим коллегам Никольсону и Карлейлу. Те, недолго думая, построили Вольтов столб – гениальный прибор мог бы сделать и ребенок. Однажды, погрузив концы проволок от Вольтова столба в каплю воды, они заметили, как из воды выделились пузырьки газа. Никольсон и Карлейл разложили воду на ее составные части – кислород и водород. Это было первое великое дело, которое произвел Вольтов столб. Свою работу англичане опубликовали еще до того, как Вольта известил мир о своем изобретении. Так родилась новая наука – электрохимия, дитя, достойное своего великого отца - Вольта» (Б.Могилевский, 1937). В.Азерников считает, что в данном открытии присутствовал фактор случая. В статье «Случайная капля воды» (журнал

«Химия и жизнь», 1971, № 11) он отмечает: «И пока все шло гладко, и столб нормально работал, они не подозревали, что их выступление, кроме того, будет содержать еще и собственное открытие. И когда столб стал барахлить, они тоже еще ничего не знали; они просто решили улучшить контакт между проволокой и цинком и для этого накапали на верхнюю пластинку немного воды. И тут заметили странную вещь. Впрочем, будем точными, заметил ее Карлейл. Никольсон сам признает это, описывая опыт в своем журнале, в июньском номере за 1800 год: «В одном из опытов Карлейл заметил, что вокруг прикасавшейся к воде проволоки стал выделяться газ; как ни мало его было, мне показалось, что у газа запах, подобный запаху водорода…» (В.Азерников, 1971).

Индукция Бенджамина Томпсона. Бенджамин Томпсон (1798), получивший позже титул графа Румфорда, пришел к выводу о теплоте как молекулярном движении, индуктивно основываясь на опыте, в котором он рассверливал тупым сверлом орудийный ствол, после чего данный ствол, опущенный в воду, вызывал ее кипение. М.Льоцци в книге «История физики» (1970) констатирует: «Румфорд (1753-1814) рассверливал тупым сверлом орудийный ствол и с помощью термометра, вставленного в отверстие в стволе, измерял температуру металла, равную вначале 16,7 градусов Цельсия. После 360 оборотов сверла образовалось 837 гран стружек и температура повысилась до 54,4 градусов Цельсия. Опустив ствол в воду с температурой 15,6 градусов Цельсия, Румфорд добился того, что через два с половиной часа работы сверла вода закипела» (Льоцци, 1970, с.229). «…Опыты Румфорда, - поясняет Льоцци, - произвели большое впечатление, причем не столько сам факт получения теплоты трением, сколько огромное количество тепла, которое можно таким образом получить» (там же, с.229). Об этом же пишет А.Азимов в книге «Энергия жизни: от искры до фотосинтеза» (2007): «В 1798 году граф Румфорд наблюдал за высверливанием пушечного жерла в одной из оружейных мастерских курфюрста. В процессе погружения сверла в металлический цилиндр выделялось очень много тепла. Чтобы избежать перегрева, отверстие, в котором работало сверло, заливали водой, и постоянно подливали ее по мере выкипания» (А.Азимов, 2007).

Индукция Гемфри (Хэмфри) Дэви. Гемфри Дэви (1799) вслед за графом Румфордом предположил, что теплота порождается движением частиц вещества, индуктивно базируясь на опыте, в котором ему удалось добиться таяния двух кусков льда в процессе их трения друг о друга. А.Азимов в книге «Энергия жизни: от искры до фотосинтеза» (2007) указывает: «Через год, в 1799 году, близкий по сути эксперимент провел английский химик Хэмфри Дэви. Он взял два куска льда и стал тереть их друг об друга с помощью механического устройства при температуре чуть ниже точки замерзания воды. Согласно господствовавшей на тот момент теории теплорода, при такой температуре лед просто не мог содержать в себе достаточно теплорода, чтобы растаять. Однако в процессе трения лед все же начинал таять. Дэви, как и граф Румфорд, сделал вывод, что энергия движения переводится в тепло, а, значит, тепло – это одна из форм движения» (А.Азимов, 2007).

Индукция Вильяма Гершеля. Вильям Гершель (1800) выдвинул гипотезу о существовании темных тепловых лучей (получивших название инфракрасных), индуктивно отталкиваясь от следующих наблюдений. Я.Г.Дорфман в 1-ом томе «Всемирной истории физики» (2007) пишет: «В самом конце 18 в. представление о «лучистой теплоте» получило новое освещение, прежде всего, благодаря работам астронома Ф.В.Гершеля. Он поместил чувствительные термометры в каждой из семи ньютоновских цветных полос солнечного спектра и наблюдал, насколько повысится температура в каждой из них по сравнению с температурой окружающего воздуха. Гершель обнаружил, что наибольшее повышение по сравнению с другими цветными полосами наблюдается в красной полосе. Однако максимальный эффект наблюдался за пределами красной полосы, вне видимой области спектра. Из этих опытов Гершель заключил, что существуют темные тепловые лучи. Своими экспериментами он показал, что эти лучи отражаются и преломляются подобно видимым» (Дорфман, 2007, с.341). Лауреат Нобелевской премии по физике Шелдон Глэшоу считает, что открытие В.Гершеля было случайным. В статье «Развивается ли наука по воле случая или по разумному плану» (журнал «Путь в науку», 2008, № 1) он пишет о Гершеле: «Разложив солнечный свет в спектр с помощью призмы, он поместил затем термометры в разных местах видимой цветовой дорожки. Вокруг были расположены контрольные термометры. Это было актом озарения! Случайно один из контрольных термометров оказался в области сразу за красным участком спектра, и именно этот термометр показал наибольшее изменение температуры! Благодаря счастливой случайности Гершель открыл новый тип светового излучения в области вне видимого спектра. Он открыл инфракрасное излучение» (Ш.Глэшоу, 2008). Таким образом, гипотеза Гершеля о существовании невидимых тепловых лучей представляла слобой индукцию с фактором случая.

Индукция Роберта Фултона. Изобретатель первого парохода Роберт Фултон (начало 19 века) сделал вывод о том, что подводный взрыв обладает гораздо большей силой по сравнению с воздушным взрывом, индуктивно исходя из случайного открытия французского физика Дезагюльера. Этот исследователь обнаружил способность заряда фейерверка весом всего 28,3 грамма, находящегося под водой, пробивать дно лодки. В.Лей в книге «Ракеты и полеты в космос» (1961) повествует: «В самом начале века Роберт Фултон построил небольшую подводную лодку и доказал, что подводный взрыв из-за крайне малой сжимаемости воды обладает гораздо большей силой по сравнению с воздушным. Эту идею Фултон заимствовал из книги по физике француза-беженца доктора Дезагюльера, изданной в Лондоне в 1734 году. В ней имелось описание интересного научного открытия автора, которое он сделал случайно во время увесилительной поездки по Темзе. Группа, с которой ехал Дезагюльер, развлекалась фейерверками различных видов, и в том числе «водными ракетами». Такая ракета представляла собой водонепроницаемый картонный пакет, утяжеленный с одного конца, что заставляло ракету плавать в вертикальном положении. Заряд ее состоял из чередующихся слоев сильной и слабой пороховых смесей. Слои со слабой смесью создавали при горении только снопы искр, а ракета при этом плавала на поверхности воды. Слои с сильной смесью толкали ракету вниз, и в момент воспламенения следующего слоя слабой смеси она появлялась уже в другом месте. Это зрелище заканчивалось взрывом небольшого порохового заряда у поверхности воды, когда последним слоем оказывался слабый, или под водой, когда последним слоем была сильная пороховая смесь. Одна из этих «водных ракет» в момент взрыва последнего заряда случайно попала под дно увесилительной лодки. Как отмечал Дезагюльер, заряд сильной смеси весил гораздо меньше унции (28,3 г). Однако его оказалось достаточно, чтобы пробить дно лодки. Доктор Дезагюльер сразу же нашел правильное объяснение этому явлению: из-за быстрого расширения пороховых газов вода действует подобно очень твердому телу, гораздо более твердому, чем дно лодки» (В.Лей, 1961).

Индукция Этьена Малюса. Французский физик Э.Малюс (1808) сделал вывод, что свет меняет свои свойства, то есть «поляризуется» не только при прохождении сквозь кристалл исландского шпата, но и при любом отражении от поверхности тела, индуктивно отталкиваясь от следующего наблюдения. Рассматривая сквозь кристалл световые лучи, отраженные стеклами Люксембургского дворца, ученый заметил в кристалле такое же расщепление света на два луча, какое обнаружил Э.Бартолин (1669) при изучении преломления света в кристалле исландского шпата. Рене Валлери-Радо в книге «Жизнь Пастера» (1950) констатирует: «Малюс детально изучал двойное лучепреломление; однажды, когда у него в руках находился кристалл шпата, ему пришло в голову посмотреть сквозь этот кристалл на окна Люксембургского дворца, освещенные заходящим солнцем. Оказалось достаточным медленно вращать кристалл вокруг видимого луча (как вокруг оси), чтобы отметить периодические изменения интенсивности света, отражаемого его гранями. Этот измененный таким образом свет Малюс назвал поляризованным» (Р.Валлери-Радо, 1950).

А.Андреев в статье «Этьен Малюс и его открытие» (журнал «Квант», 1995 г., № 4) более детально и понятно описывает историю открытия Малюса: «И вот однажды в своем доме на улице Анфер в Париже Малюс посмотрел сквозь кристалл с двойным преломлением на солнечные лучи, отражаемые стеклами Люксембургского дворца, находившегося напротив его квартиры. Вращая свой кристалл, он вдруг заметил то же изменение в преломлении прошедшего луча, как если бы тот уже один раз миновал кристалл исландского шпата. Вместо двух ожидаемых равносильных изображений, Малюс смог увидеть только одно – но необыкновенное. Это странное явление сильно поразило нашего ученого: он пытался объяснить его переменами света в атмосфере. Но с наступлением ночи свет восковой свечи подтвердил дневные опыты, только на этот раз Малюс наблюдал отражение от поверхности воды. Таким образом, ученый понял, что свет меняет свойства, или «поляризуется», не только проходя сквозь кристалл исландского шпата, но и при любом отражении от поверхности тела. Поэтому поляризация является одним из фундаментальных свойств света» (А.Андреев, 1995).

Индукция Ж.Био и Ф.Савара. Французские физики Жан Батист Био и Феликс Савар (1820) открыли закон действия прямолинейного проводника с током на магнитную стрелку, индуктивно основываясь на следующем эксперименте. Б.И.Спасский в 1-ом томе книги «История физики» (1977) пишет об исследованиях Био и Савара: «Поместив магнитную стрелку около прямолинейного проводника с током и наблюдая изменение периода колебаний этой стрелки в зависимости от расстояния до проводника, они установили, что сила, действующая на магнитный полюс со стороны прямолинейного проводника с током, направлена перпендикулярно проводнику и прямой, соединяющей проводник с полюсом, а ее величина обратно пропорциональна этому расстоянию. Этот результат был проанализирован, и после введения понятия элемента тока был установлен закон, известный под названием закона Био-Савара» (Спасский, 1977, с.275). Математическая формулировка закона Био-Савара следующая: магнитное поле пропорционально произведению силы тока и длине элемента тока и обратно пропорционально квадрату расстояния. Конечно, кроме индукции Био и Савар при открытии данного закона использовали также принцип идеализации и аналогию. Аналогия заключалась в том, что Био и Савар воспользовались подсказкой Лапласа разбить проводник с током на крошечные отрезки (элементы тока), чтобы при определении величины магнитного поля можно было использовать аппарат дифференциального и интегрального исчисления. Принцип идеализации состоял в том, что на каждом из указанных крошечных отрезков ученые сознательно пренебрегали кривизной проводника. На сайте «Элементы большой науки» отмечается: «В отличие от Ампера, изучавшего магнитные поля опосредованно, путем измерения силы взаимодействия между парами проводников с током, Био и Савар предприняли прямые измерения магнитных полей, используя для этого множество легких магнитных стрелок компасов. Смысл их закона проще всего понять, если представить себе, что проводник с током разбит на крошечные отрезки – так называемые элементы тока (такой подход предложил ученым их старший коллега Пьер Симон Лаплас (1749-1827), стоявший у истоков дифференциального и интегрального исчисления, который затем и обобщил полученные результаты). На каждом из этих крошечных отрезков кривизной проводника можно пренебречь – их можно рассматривать как отрезки прямой». Здесь перед нами не что иное, как индукция с принципом идеализации.

«Его увлекла идея всеобщей связи явлений, он увидел в ней оправдание и смысл своей кажущейся разбросанности – все изучавшееся им оказывалось, по этой философии, взаимосвязанным и взаимообусловленным. Он стал одержим идеей всеобщей связи. Связи всего со всем».

В.Карцев о Христиане Эрстеде

Индукция Христиана Эрстеда. Христиан Эрстед (1820) сформулировал заключение о существовании причинно-следственной связи между электричеством и магнетизмом, о том, что электричество обладает магнитной силой, индуктивно исходя из опыта, в котором ему удалось наблюдать влияние электрического тока на магнитную стрелку компаса. Это наблюдение было случайным, о чем впервые рассказали студенты Эрстеда. В.Карцев в книге «Приключения великих уравнений» (1986) пишет: «…Нам нужно вернуться на несколько месяцев назад, с тем чтобы присутствовать на некой знаменитой лекции, где профессор Эрстед случайно (в том смысле случайно, в каком только и можно говорить о научных открытиях, «созревших» для того, чтобы их сделать) обнаружил родство двух сил, которые раньше столь настойчиво отделялись друг от друга после Гильберта, указавшего и совершенно справедливо, на принципиальные различия между магнитными и электрическими явлениями» (Карцев, 1986, с.106). Со слов В.Карцева, «историки науки, возможно, еще долго будут оставаться в неведении и недоумении относительно обстоятельств странного открытия Эрстеда, которое стало сейчас чуть ли не классическим примером счастливой случайности» (там же, с.112). «…Эрстед хотел продемонстрировать на лекции, - воспроизводит В.Карцев показания студентов Эрстеда, - всего лишь интересное свойство электричества нагревать проволоку, а компас оказался на столе совершенно случайно. Именно случайностью объяснили они то, что компас лежал рядом с этой проволокой, и совсем случайно, по их мнению, один из зорких студентов обратил внимание на поворачивающуюся стрелку, а удивление профессора, по их словам, было неподдельным» (там же, с.112). О факторе случая в открытии Эрстеда говорит также В.Азерников в книге «Великие открытия» (2000): «…Существуют воспоминания его ассистента, где утверждается вовсе иное: что влияние электричества на магнит профессор увидел совершенно случайно на лекции, когда демонстрировал своим слушателям вольтов столб, а рядом лежала магнитная стрелка, а уж только после этого случая его посетила та самая новаторская мысль» (Азерников, 2000, с.84). Безусловно, Х.Эрстед догадывался о связи электричества и магнетизма еще до этого случайного опыта, поскольку он был приверженцем философии Фридриха Шеллинга, утверждавшего о всеобщей связи явлений, но эта догадка еще должна была найти экспериментальное подтверждение. Мы видим, что заключение Эрстеда о связи электрических и магнитных сил представляло собой индукцию с фактором случая.

Индукция Франсуа Араго. Выдающийся французский ученый Франсуа Араго пришел к мысли о существовании причинно-следственной связи между молнией и магнетизмом, о наличии магнитных свойств у молнии, индуктивно исходя из случаев перемагничивания магнитных компасов разрядами молнии. Эти случаи впервые стали известны морякам. Во 2-ом томе книги «Элементарный учебник физики» (2004), написанной под редакцией Г.С.Ландсберга, указывается: «Наиболее бросающимися в глаза были факты намагничивания железных предметов и перемагничивания магнитных стрелок под влиянием молний. В своей работе «Гром и молния» французский физик Доминик Франсуа Араго (1786-1853) описывает, например, такой случай. «В июле 1681 г. корабль «Королева», находившийся в сотне миль от берега, в открытом море, был поражен молнией, которая причинила значительные повреждения в мачтах, парусах и пр. Когда же наступила ночь, то по положению звезд выяснилось, что из трех компасов, имевшихся на корабле, два, вместо того, чтобы указывать на север, стали указывать на юг, а третий стал указывать на запад». Араго описывает также случай, когда молния, ударившая в дом, сильно намагнитила в нем стальные ножи, вилки и другие предметы. В начале XVIII века было уже установлено, что молния, по сути дела, представляет собой сильный электрический ток, идущий через воздух; поэтому факты вроде описанных выше могли подсказать мысль, что всякий электрический ток обладает какими-то магнитными свойствами» («Элементарный учебник физики», 2004).

	«Время юности Ампера – время великих открытий в области электричества. Эксперименты Франклина были проведены, когда Амперу было 16, первая статья Вольта о гальваническом электричестве появилась, когда Амперу 25. В это же время по приказу Наполеона Французская академия наук объявляет конкурс с большими премиями за работы в области вольтаического электричества. Естественно, что все эти события не могли оставить увлекающегося Ампера невозмутимым, и уже со времен франклиновых опытов Ампер то и дело возвращается к электричеству». В.Карцев о Франсуа Мари Ампере

Индукция Франсуа Мари Ампера. Ф.М.Ампер (1820) выдвинул гипотезу о том, что электрический ток является источником магнитного притяжения и что это притяжение можно экспериментально получить без всякого магнита, индуктивно основываясь на опытах Араго (1820). Араго, повторяя опыты Эрстеда, заметил одно интересное явление: электрический ток намагничивает железные опилки, которые густой щетиной тянутся к проводнику с током, даже если он медный или платиновый. Другими словами, Ампер обнаружил, что немагнитный серебряный проводник, когда по нему проходит электрический ток, становится магнитом – к нему прилипают железные опилки. Ампер сам признается, что опыт Араго послужил стимулом для его исследований: «…Первый опыт, на который меня подтолкнули блестящие эксперименты нашего общего друга академика Араго, я проделал с двумя прямыми проволоками, по которым протекает электричество от вольтова столба». Суть исследований и размышлений Араго, на которые опирался Ампер, хорошо описывает физик Э.Мах: «Если электрические токи действуют на магниты, как магниты, то следует ожидать, что они таким же образом будут действовать и на железо и сталь. Но Араго привело к открытию электромагнетизма не только это соображение, но и одно случайное наблюдение. Проволока, по которой проходил ток и которая была погружена в железные опилки, покрывалась этими последними до значительной толщины, а с прекращением тока эти опилки от нее отпадали» (Э.Мах, «Познание и заблуждение», 2003). Здесь мы наблюдаем индукцию с фактором случая.

Индукция Томаса Иоганна Зеебека. Немецкий исследователь Т.И.Зеебек (1821) высказал предположение о том, что цепь, состоящая из последовательно соединенных разнородных металлов, контакты между которыми находятся при разных температурах, становится источником возникновения электрического напряжения, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. А.Томилин в книге «Заклятие Фавна» (1986) пишет: «В 1821 году немецкий врач Томас Иоганн Зеебек, состоятельный человек, не утруждающий себя медицинской практикой, а отдающий время физическим опытам, случайно открыл удивительное явление. Он воспроизводил опыты Эрстеда и, размышляя о результатах, подумал: «Не мог ли магнетизм, возбуждаемый током, родиться из прямого соприкосновения двух разнородных металлов без помощи слоя жидкости между ними?» Эта мысль пришла в голову герру Зеебеку не без помощи описаний опытов Вольты. Он замкнул медную катушку мультипликатора висмутовым диском и заметил, что каждый раз, когда нажимает рукой на один из контактов, стрелка мультипликатора слегка отклоняется. Опыт за опытом, серия за серией… Зеебек нажимал на контакты через мокрую бумагу, через стекло, нажимал короткое время, нажимал долго… В конце концов, он убедился, что эффект обусловлен нагреванием одного из контактов» (Томилин, 1986, с.113). Здесь мы вновь встречаем индукцию с фактором случая, так как в процессе опытов Зеебек искал подтверждение своей идеи о том, что магнетизм рождается в результате контакта разнородных металлов, а нашел эффект возникновения ЭДС вследствие различия температур контактов между металлами. С другой стороны, Зеебек предположил, что магнетизм рождается в результате контакта разнородных металлов, по аналогии с утверждением Вольты о возникновении электрического тока благодаря контакту разнородных металлов. Несмотря на ошибочность этой аналогии, она привела Зеебека к открытию нового явления.

Индукция Пьера Дюлонга и Алексиса Пти. П.Дюлонг и А.Пти (1819) высказали идею о том, что атомы разных элементов обладают одинаковой теплоемкостью, индуктивно исходя из того обнаруженного ими факта, что произведение удельной теплоемкости (числа калорий, необходимых для нагрева грамма вещества на градус Цельсия) на атомный вес элемента для многих элементов есть величина постоянная. Это произведение приблизительно равнялось одному и тому же числу – 6,25. К.В.Глаголев и А.Н.Морозов в книге «Физическая термодинамика» (2007) пишут: «В 1819 г. Пьер Луи Дюлонг (1785-1838) и Алексис Терез Пти (1791-1820) установили, что произведение удельной (на единицу массы вещества) теплоемкости на атомную массу элемента, из которого состоит твердое тело, есть величина почти постоянная. Закон Дюлонга и Пти был установлен ими эмпирически, путем проведения большого количества опытов. В этих опытах измерялась скорость охлаждения различных веществ, находящихся при одинаковых внешних условиях, при которых передача теплоты определялась только разностью температуры вещества и окружающей среды» (К.В.Глаголев и А.Н.Морозов, 2007).

Индукция У.Рэдфилда. Американский любитель-натуралист У.Рэдфилд (1821, 1831) выдвинул предположение о том, что сильный ветер имеет вихревой характер, а шторм представляет собой вращательную систему ветров, индуктивно основываясь на следующих наблюдениях. Л.Алексеева в статье «Вихри, которые «делают погоду» (журнал «Квант», 1977, № 8) пишет: «Вихревой характер сильного ветра был замечен в 1821 г. У.Рэдфилдом, содержателем небольшого магазина в штате Коннектикут (США), который, объезжая после шторма районы штата, обратил внимание на поваленные ветром деревья. В одном месте деревья лежали макушками к северо-западу, тогда как на некотором расстоянии макушки указывали прямо противоположное направление. Отсюда У.Рэдфилд сделал вывод, что шторм представлял собой вращательную систему ветров. Беседуя с моряками и анализируя судовые журналы, он установил направление вращения крупных вихрей и нашел траектории их центров. В 1831 г. вышел труд У.Рэдфилда, излагающий результаты его исследований» (Л.Алексеева, 1977).

Индукция Вильяма Хьюстона. В.Хьюстон пришел к выводу о существовании волн, использование которых увеличивает скорость движения водного транспорта (это было открытие спутной волны), индуктивно отталкиваясь от следующего случайного наблюдения. Б.Б.Кадомцев и В.И.Рыдник в книге «Волны вокруг нас» (1981) пишут: «Образование спутной волны называют иногда «эффектом лошади Хьюстона». Вот как описывает его У.Томсон: «Это открытие было сделано случайно на небольшом канале между Глазго и Ардроссаном. «Умная» лошадь тянула баржу эсквайра Вильяма Хьюстона. Вдруг хозяин лошади с изумлением заметил, что баржа движется необычно быстро. Лошадь тянула ее с гораздо меньшими усилиями, чем обычно, так как бежала со скоростью распространения волн. При этом кильватерная волна, обычно выплескивавшаяся на берега, исчезла. М-р Хьюстон понял, какую выгоду сулит это «лошадиное открытие» компании, владеющей транспортом на канале. С тех пор буксировка барж по каналу ведется с большей скоростью, и доход компании увеличился намного. Баржа начинает двигаться с небольшой скоростью за волной, и лошади по сигналу рывком вытаскивают ее на вершину волны, где благодаря меньшему сопротивлению баржа движется со скоростью 7, 8 или 9 миль в час» (Кадомцев, Рыдник, 1981, с.103).

Индукция Скотта Рассела. С.Рассел (1834) высказал предположение о существовании уединенных волн на воде, способных сохранять свою форму при определенных условиях и названных впоследствии солитонами, индуктивно основываясь на обнаружении таких волн при буксировании баржи вдоль узкого канала. К.Ребби в статье «Солитоны» (журнал «Успехи физических наук», 1980, февраль) пишет: «Первое документированное наблюдение солитона было сделано почти 150 лет назад корабельным инженером Расселом. Он доложил Британской Ассоциации Развития науки: «Я наблюдал движение баржи, которую быстро двигала вдоль узкого канала пара лошадей. Вдруг баржа остановилась – баржа, но не масса воды в канале, увлеченная ее движением. Она собралась у носа судна в состоянии сильного волнения, затем внезапно оторвалась от него, покатившись вперед с большой скоростью и принимая форму одиночного, ярко выраженного возвышения, плавного и округлого, которое продолжало двигаться вдоль канала, как казалось, не изменяя своей формы и не уменьшая скорости. Я последовал за ним на лошади и, догнав, обнаружил его движущимся со скоростью восемь или девять миль в час и сохранившим свою первоначальную форму…» (Ребби, УФН, 1980, с.332). «Скотт Рассел предположил, - отмечает К.Ребби, - что стабильность наблюдавшейся им волны есть результат ее собственных свойств, присущих волновому движению, а не условий образования волны. Эта точка зрения не была немедленно признана. Однако в 1895 г. Д.Д.Кортевег и Генрих де Фриз дали полное аналитическое описание решений нелинейного уравнения гидродинамики и показали, что локализованные, нерассеивающиеся волны могут существовать. С тех пор солитоны стали хорошо распознаваемыми объектами в различных инженерных науках и в прикладной математике» (там же, с.332). Предположение С.Рассела было индукцией с фактором случая, поскольку С.Рассел случайно обнаружил уединенную волну (солитон). А.Т.Филиппов в книге «Многоликий солитон» (1990) отмечает: «Первая официально зарегистрированная встреча человека с солитоном произошла 150 лет назад, в августе 1934 г., вблизи Эдинбурга. Встреча эта была, на первый взгляд, случайной. Человек не готовился к ней специально, и от него требовались особые качества, чтобы он смог увидеть необычное в явлении, с которым сталкивались и другие, но не замечали в нем ничего удивительного. Джон Скотт Рассел (1808-1882) был сполна наделен именно такими качествами» (Филиппов, 1990, с.16).

Индукция Фрэнсиса Пти Смита. Английский изобретатель Фрэнсис Смит (1834) пришел к выводу о замене гребного колеса речных и морских судов гребным винтом с одним витком, индуктивно основываясь на случайном наблюдении того, как построенное им судно, оснащенное винтом с двумя витками, резко увеличило свою скорость после того, как винт случайно лишился одного витка. М.Тринг и Э.Лейтуэйт в книге «Как изобретать» (1980) пишут: «В 1834 году Ф.П.Смит, 26-летний фермер-скотовод из Ромни Марш, построил модель кораблика, которая приводилась в движение пружинным двигателем с гребным винтом. Испытав свою модель, Смит убедился, что винт имеет неоспоримые преимущества перед гребным колесом. Два года спустя он получил патент на способ передвижения кораблей с помощью вращающегося винта, погруженного в воду, и сумел добиться ссуды на постройку судна водоизмещением 10 тонн с двигателем мощностью 6 лошадиных сил. Винт на этом судне имел два полных витка – вероятно, Смит рассматривал воду как мягкое, но плотное вещество вроде глины, в котором винт как бы нарезает резьбу и движется вперед. Однако при испытаниях винт ударился обо что-то под водой, половина его отломилась – и судно рванулось вперед с удвоенной скоростью. Тогда изобретатель поставил гребной винт с одним витком, но, бесспорно, он был далек от правильных теоретических представлений о работе винта, отбрасывающего при вращении реактивную струю воды назад» (М.Тринг, Э.Лейтуэйт, 1980, с.41-42).

Индукция Роберта Броуна. Р.Броун (1827) сделал предположение о том, что микроскопическим частицам любой природы, помещенным в жидкость, свойственно хаотичное движение, которое продолжается неограниченно долгое время, индуктивно основываясь на изучении поведения цветочной пыльцы в воде под микроскопом. В электронной энциклопедии «Элементы большой науки» констатируется: «Еще летом 1827 года Броун, занимаясь изучением поведения цветочной пыльцы под микроскопом (он изучал водную взвесь пыльцы растения Кларкиа Пулчелла), вдруг обнаружил, что отдельные споры совершают абсолютно хаотичные импульсивные движения. Он доподлинно определил, что эти движения никак не связаны ни с завихрениями и токами воды, ни с ее испарением, после чего, описав характер движения частиц, честно расписался в собственном бессилии объяснить происхождение этого хаотичного движения. Однако, будучи дотошным экспериментатором, Броун установил, что подобное хаотичное движение свойственно любым микроскопическим частицам, - будь то пыльца растений, взвеси минералов или вообще любая измельченная субстанция» («Элементы большой науки»). Об этом же пишет Б.Болотовский в статье «Эйнштейн и современная картина мира» (журнал «Наука и жизнь», 2006 г., № 2): «В 1827 году английский исследователь Роберт Броун поместил в каплю воды частички цветочной пыльцы и стал их рассматривать в микроскоп. Он увидел, что частички пыльцы не находятся в покое, а совершают беспорядочное движение. По-видимому, такое движение мельчайших частиц в жидкости наблюдалось и до Броуна, но наблюдатели считали, что движутся живые существа. Чтобы проверить такую возможность, Броун поместил пыльцу на несколько месяцев в спирт, а затем перенес эти мельчайшие частички в каплю воды и стал следить за их поведением в микроскоп. Однако они, как и свежая пыльца, совершали такие же беспорядочные движения. Причина этих движений оставалась непонятной в течение без малого восьмидесяти лет, пока в 1905 году не получила объяснения в работах Эйнштейна…» (Б.Болотовский, 2006).

«Никто не сомневается в том, что среди философов-экспериментаторов Фарадей занимает выдающееся место. Научные труды, содержащие его открытия, никогда не перестанут читать с восхищением и удовольствием; а будущие поколения с той же стойкой привязанностью будут хранить его личные записки и семейные архивы, которые воскрешают воспоминания о его скромном и бескорыстном духе».

Э.Уиттекер о Фарадее

Индукция Майкла Фарадея. М.Фарадей (1823) пришел к выводу о возможности получения жидкого хлора, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. В.Рыдник в книге «Электроны шагают в ногу, или история сверхпроводимости» (1986) пишет: «В 1823 году Фарадей по поручению английского химика Хамфри Дэви, у которого он тогда работал лаборантом, изучал тепловое разложение химического соединения хлора. Вещество нагревалось в Г-образной герметически запаянной стеклянной трубке. Колено трубки, куда было помещено вещество, нагревалось пламенем спиртовки, второе колено находилось при комнатной температуре. Фарадей обнаружил, что на стенках холодного конца трубки появился какой-то маслянистый желтый налет. После опыта Фарадей долго думал, что это такое и понял, что это мелкие капельки сжиженного хлора» (В.Рыдник, 1986). Н.А.Корецкая в статье «Характер, случай и открытие» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7) повествует: «М.Фарадей открыл сжижение газов тоже благодаря случайности. Как-то знакомый Фарадея, зайдя к нему в лабораторию, увидел в одной из трубок маслянистое вещество и сказал, что он работает с нечистыми трубками. Фарадей немедленно отпилил конец трубки, и маслянистое вещество исчезло. Он решил повторить опыт и на следующий день написал лаконичное письмо: «Дорогой друг! Масло, которое вы вчера видели, оказалось жидким хлором». Может быть, кто-нибудь другой и прошел бы мимо такого факта, не уделив ему надлежащего внимания» (Н.А.Корецкая, 2006). Из книги В.Рыдника «Электроны шагают в ногу» следует, что Фарадей изучал тепловое разложение хлора, и именно это было целью его эксперимента. Однако в качестве побочного продукта этого эксперимента он нашел условия сжижения хлора. Таким образом, вывод Фарадея о возможности получения жидкого хлора был индукцией с фактором случая.

Индукция Майкла Фарадея. М.Фарадей (1831) пришел к выводу о существовании электромагнитной индукции, то есть о влиянии магнитного поля на электрический ток, индуктивно исходя из опыта, который ученый искал на протяжении 11 лет. В одном из своих опытов Фарадей обнаружил, что гальванометр, оставаясь совершенно спокойным во время прохождения тока, приходит в колебание при самом замыкании и размыкании электрической цепи. Оказалось, что в тот момент, когда в первую проволоку пропускается ток, а также когда это пропускание прекращается, во второй проволоке также возбуждается ток, имеющий в первом случае противоположное направление с первым током и одинаковое с ним во втором случае и продолжающийся всего одно мгновение. Эти вторичные мгновенные токи, вызываемые влиянием первичных, названы были Фарадеем индуктивными, и это название сохранилось за ними доселе. Затем Фарадей обнаружил, что электрические заряды возникают в проводнике при движении магнита вблизи этого проводника. Таким образом, первоначальное заключение Фарадея о влиянии магнитной силы на электрический ток индуктивно базировалось на факте колебания стрелки гальванометра при замыкании и размыкании электрической цепи. Это свидетельствовало о том, что изменение магнитного поля приводит к изменению электрического поля. В.Карцев в книге «Приключения великих уравнений» (1986) констатирует: «Сейчас даже из соображений симметрии ясно, что если электрический ток (то есть движущийся электрический заряд) создает магнитное поле, то электрическое поле должно создаваться при движении магнита или магнитного поля. Для того чтобы прийти к этому выводу, Фарадею потребовалось 11 лет. За многие годы Фарадей перебрал множество комбинаций проводников, спиралей, сердечников и магнитов. Говорят, он в течение всего этого времени таскал в кармане магнит и кусок проволоки, чтобы в любое время исследовать, что произойдет при новом их взаимном расположении» (Карцев, 1986, с.140). Об этом же пишет М.А.Степанчикова в книге «Учимся изобретать» (1997): «Майкл Фарадей (1791-1867) провел 16041 физический эксперимент, затратив 10 лет, чтобы опытным путем обнаружить влияние магнетизма на электричество» (Степанчикова, 1997, с.12). Здесь перед нами логическая индукция, основанная на методе последовательного перебора, то есть на методе проб и ошибок, которая практически ничем не отличается от индукции с фактором случая. И в том, и в другом случае исследователь заранее не предвидит те условия, при реализации которых можно обнаружить новое явление. Фактор случая все-таки сыграл определенную роль в исследованиях Фарадея (в его открытии электромагнитной индукции). Джеймс Трефил в книге «200 законов мироздания» (2007) пишет: «Первые результаты пришли не сразу. Сначала, сколько Фарадей ни наблюдал за своей установкой, при протекании электрического тока по первичной обмотке тока во вторичной обмотке не возбуждалось. Могло показаться, что предположения Фарадея относительно «преобразования» электричества в магнетизм и обратно ошибочны. И тут на помощь пришел случай: обнаружилось, к полному удивлению Фарадея, что стрелка гальванометра в цепи вторичной обмотки скачкообразно отклоняется от нулевого положения лишь при подключении или отключении батареи. И тогда Фарадея посетило великое прозрение: электрическое поле возбуждается лишь при изменении магнитного поля» (Трефил, 2007, с.161). Об этом же факторе случая говорит Лев Гумилевский в книге «Русские инженеры»

(1953): «Кончиками пальцев», ощупью, чисто эмпирическим путем создавал свой универсальный двигатель Уатт. Этим же эмпирическим путем пришел к своим весьма совершенным турбинам Парсонс. Тем же путем шел Стефенсон и даже Фарадей, носивший девять лет в своем кармане обыкновенный магнит, чтобы после нескольких тысяч опытов с ним случайно найти способ превращать магнетизм в электричество» (Гумилевский, 1953, с.71).

Индукция Майкла Фарадея. М.Фарадей (1846, 1851) высказал гипотезу о существовании электромагнитного поля, индуктивно основываясь на явлении поляризации железных опилок, расположенных рядом с магнитом. Это явление было известно еще Джованне Батисте Порте (1538-1615), который обнаружил его в одном из опытов. М.Льоцци в книге «История физики» (1970) подчеркивает: «Порте мы обязаны также опытом с железными опилками, образующими «бороду» у магнитных полюсов, что следует рассматривать как первое наблюдение магнитного поля» (Льоцци, 1970, с.65). Э.Уиттекер в книге «История теории эфира и электричества» (2001) отмечает: «Философы уже давно привыкли иллюстрировать магнитную силу, разбрасывая железные опилки по листу бумаги и наблюдая кривые, которые они образуют, если под этот лист положить магнит. Эти кривые навели Фарадея на мысль о магнитных силовых линиях, или о кривых, направление которых в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности магнитного поля в этой точке; кривые, создаваемые железными опилками на бумаге, напоминают эти кривые настолько, насколько это возможно, при условии, что они ограничены плоскостью бумаги» (Уиттекер, 2001, с.208). Другой исходной посылкой указанной гипотезы Фарадея была аналогия с так называемыми фигурами Хладни. В.М.Дуков в книге «Электродинамика» (1975) пишет об опытах, которые оказали влияние на мышление Фарадея: «Возможно, что решающими были опыты с фигурами Хладни. Две пластинки, на которых насыпан мелкий песок, находятся рядом. Одна из них возбуждается смычком, на другой появляются фигуры Хладни. Фигуры изменяют свой абрис при всяком изменении возмущения. От акустической индукции – к электромагнитной. Путь аналогии – самый распространенный в творческом мышлении» (Дуков, 1975, с.63).

Индукция Джозефа Генри. Американский физик Д.Генри (1842) за много лет до Г.Герца сформулировал предположение о способности электрических возмущений влиять на процесс намагничивания железных стержней, индуктивно отталкиваясь от обнаружения того факта, что железные стержни намагничиваются в результате действия электрической искры, возникающей от источника, который удален от этих стержней на определенное расстояние. В электронной энциклопедии «Кругосвет» говорится о Генри: «Своей последней работой в области электричества Генри опередил Герца: в 1842 году он обнаружил, что железные стержни, находящиеся в подвале здания, намагничиваются от электрической искры, полученной на втором этаже» (Энциклопедия «Кругосвет»).

Индукция Джозефа Плато. Бельгийский физик Джозеф Плато (1833) сформулировал идею о возможности создания зрительной иллюзии движения путем использования инерционности зрения, которая впоследствии легла в основу кинематографа, индуктивно основываясь на серии экспериментов с вращающимися дисками, на периферию которых были наклеены различные рисунки. Эрнст Нехамкин в статье «История ТВ: творцы и жертвы» (журнал «Вестник», № 20 (227) от 28 сентября 1999 г.) пишет: «Еще в 1833 году бельгийский физик Жозеф Плато наклеил на периферию диска рисунки, запечатлевшие последовательные позы танцующей балерины, и стал вращать диск перед окошком, в котором помещалось лишь одно изображение. Когда диск вращался с какой-то определенной скоростью, зритель видел в окошке балерину, плавно исполнявшую свой танец. Так была открыта важная особенность человеческого зрения – его инерционность, то есть свойство «видеть» какое-то короткое время изображение, когда его уже на самом деле не существовало: предыдущее изображение балерины «сцеплялось» с последующим без зазора, глаз не успевал заметить промежутка между ними» (Э.Нехамкин, 1999).

Индукция Карла Августа Штейнгеля. Немецкий исследователь К.А.Штейнгель (1838) пришел к мысли об использовании земли в качестве проводника сигналов, передаваемых по телеграфной линии, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Георгий Члиянц в статье «К вопросу о возникновении телеграфа» (сайт «Виртуальный компьютерный музей») отмечает: «Немецкий ученый К.А.Штейнгель провел удачный опыт по использованию в качестве второго провода телеграфной линии железнодорожной колеи. Однажды, обнаружив, что во время ее ремонта (то есть «разрыва» электрической цепи), телеграф продолжал работать – сделал вывод, что роль «второго провода» взяла на себя земля. Это позволило ему в 1838 г. стать изобретателем так называемого «заземления».

Индукция Фокса Талбота. Ф.Талбот (1834) высказал предположение об индивидуальности оптического спектра химических веществ и о возможности идентифицировать эти вещества по их оптическому спектру, индуктивно исходя из опытов, в которых была обнаружена индивидуальность оптического спектра поваренной соли и соли стронция. М.А.Ельяшевич, Н.Г.Кемеровская, Л.М.Томильчик в статье «Ридберг и развитие атомной спектроскопии» (УФН, 1990, декабрь) пишут: «В той или иной форме идея о наличии связи между оптическими спектрами вещества и его внутренним строением неоднократно высказывалась в 19 веке рядом исследователей. Еще в 1834 г. английский физик Ф.Талбот, обнаружив желтую линию в спектре пламени фитиля, смоченного поваренной солью, и красную линию при наличии соли стронция, сделал в весьма осторожной форме следующее утверждение: «Можно ожидать, что оптические исследования бросят однажды новый свет на химию», заметив при этом, что «оптический анализ дает возможность различать малейшие количества вещества с такой же точностью, как любой из известных способов» (Ельяшевич и другие, УФН, 1990, с.144).

Индукция Уильяма Роберта Гроува (Грове). Английский ученый Уильям Гроув (1839) пришел к мысли о создании топливных элементов (ТЭ), индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Л.Намер в статье «На смену Дюраселлу» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 4) указывает: «В 1839 году английский исследователь У.Р.Гроув проводил как-то электролиз воды, и, отключив ток, не пошел в коридор курить, а задержался у установки. Он был вознагражден нетривиальным зрелищем – процесс пошел вспять: на отключенной электролизной ячейке возникло напряжение. Гроув и предложил сделать ТЭ с окислением водорода кислородом, а Н.Яблочков в 1876 году получил патент на «электродвижущий элемент горения», являющийся одним из вариантов водородно-кислородных элементов» (Л.Намер, 2002). Н.В.Коровин в книге «Электрохимическая энергетика» (1991) отмечает: «Впервые генерацию тока за счет водорода и кислорода, выделяющихся на платиновых электродах при электролизе раствора кислоты, после отключения внешней нагрузки наблюдал У.Гроув в 1839 г. Позднее он демонстрировал небольшую батарею элементов. Однако из-за очень низких характеристик элементы Гроува не имели практического значения» (Н.В.Коровин, 1991).

Индукция Кристиана (Христиана) Доплера. Австрийский физик Кристиан Доплер (1842) пришел к идее об изменении частоты звука при движении источника звука относительно наблюдателя, индуктивно исходя из обнаружения подобного эффекта при движении паровоза, издававшего свист. Изменение тона этого свиста и навело Доплера на его идею, по аналогии с которой чуть позже Арман Физо (1848) предсказал изменение частоты света при перемещении источника света относительно наблюдателя. Б.И.Силкин в книге «В мире множества лун» (1982) пишет: «…Рассказывают, что лет 140 назад австрийский физик Христиан Доплер (1803-1853) прогуливался со своим сыном где-то в окрестностях Праги.

Внезапно мимо них по рельсам промчался выскочивший из-за поворота шумный паровичок. И мальчик спросил, отчего это, когда паровоз приближался к ним, тональность его свистка становилась все выше и выше, а стоило ему пройти мимо, как тон свиста стал понижаться. Трудно теперь сказать, легенда ли это, или вправду любознательность сына пробудила интерес ученого, но только эффект, открытый в 1842 г. Доплером и получивший его имя, стал подлинным кладезем информации для специалистов в самых разных областях знания» (Силкин, 1982, с.133). Достаточно сказать, что знаменитый американский астрофизик Эдвин Хаббл (1929) открыл расширение Вселенной (взаимное удаление галактик) путем вычисления скоростей их удаления, а эти скорости он определял, основываясь на оптическом эффекте Доплера. Вот к чему привел вопрос любознательного мальчика, мимо которого двигался паровоз!

Индукция Вильяма Гамильтона. В.Гамильтон открыл множество новых теорем в геометрической оптике, индуктивно исходя из частных случаев этих теорем, на анализ которых ученый потратил достаточно много сил и времени. И.Б.Погребысский в книге «От Лагранжа к Эйнштейну» (1966) отмечает: «Опубликованные теперь рукописи Гамильтона показывают, что он пришел к своим общим результатам в геометрической оптике на основе кропотливого анализа частных случаев, и положил много труда на окончательную отделку изложения своих работ – отделку, полностью скрывающую путь, которым фактически шел автор» (И.Б.Погребысский, 1966). Далее И.Б.Погребысский цитирует рецензентов математических рукописей Гамильтона А.П.Конвэя и Дж.Л.Синга: «…Просмотр рукописей радикально меняет наше представление о том, как работал Гамильтон. Вместо ослепительных вспышек гения, каждая из которых создает законченный и прекрасный общий метод, хотя, по видимости, непригодный для приложений, мы видим самоотверженный труд, затраченный на развитие этих методов, причем частные случаи предшествуют общему» (И.Б.Погребысский, 1966).

Индукция Карла Гаусса и Джеймса Максвелла. К.Гаусс и Д.Максвелл заложили основы учения об оптике параксиальных лучей, индуктивно обобщив свойства одной преломляющей (или отражающей) поверхности на целую оптическую систему. Это обобщение мог сделать еще Леонард Эйлер, но, видимо, его ум был занят таким количеством новых идей, что он просто упустил одну из них. Г.Г.Слюсарев в статье «Диоптрика» Эйлера» (сборник статей «Леонард Эйлер», Москва, издательство Академии наук СССР, 1958) указывает: «Можно удивляться тому, что Эйлер с его многосторонним, глубоким гением сам не пришел к мысли об обобщении свойств одной преломляющей (или отражающей) поверхности на целую оптическую систему, так как это обобщение совершенно элементарно и опирается единственно на закон преломления, хорошо известный Эйлеру. Естественно предположить, что надобность в таком обобщении должна была появиться лишь много позже, когда оптические инструменты стали достоянием многих исследователей и работа с ними без знания законов отображения, ограничения пучков и т.д. оказалась невозможной. Лишь полстолетия спустя Гаусс, Максвелл и другие построили учение об оптике параксиальных лучей» (Слюсарев, 1958, с.417).

Индукция Джеймса Максвелла. Идея Максвелла о постоянстве атомного заряда основывалась на том, что при изучении процессов электролиза ученые установили: атом хлора, отделяясь в виде иона от атома цинка, уносит такой же заряд, какой он уносит при отделении от меди. Зная о неизменности заряда атома хлора, Максвелл на основе индуктивного рассуждения достаточно рискованно предположил, что атомы всех других элементов также имеют неизменный заряд (А.Н.Вяльцев, «Открытие элементарных частиц», 1981).

Индукция Джона Рауса. Английский математик и физик Джон Раус обобщил теорему Лагранжа об условиях равновесия (устойчивости) механических систем. Академик В.И.Смирнов в работе «Очерк научных трудов А.М.Ляпунова» (А.М.Ляпунов, «Избранные труды», 1948) пишет: «Наличие устойчивости изолированного положения равновесия в случае минимума потенциальной энергии (т.е. максимума функции сил) было известно еще Лагранжу. Строгое и простое доказательство этой теоремы было дано Дирихле. Результат этот связан с наличием интеграла полной энергии. Применением этой теоремы для систем с циклическими координатами Раус установил критерии устойчивости для некоторых циклических систем. Кроме того, он дал простое обобщение теоремы Лагранжа, позволяющее судить об устойчивости по экстремумам известных интегралов» (Смирнов, 1948, с.344).

Индукция Рудольфа Клаузиуса. Р.Клаузиус (1850) сформулировал второе начало термодинамики, согласно которому энтропия любых процессов, в которых используется энергия, стремится к максимуму, индуктивно основываясь на наблюдении Сади Карно, который установил, что тепло всегда переходит от более горячего тела к более холодному. А.Азимов в книге «Энергия жизни: от искры до фотосинтеза» (2007) пишет о том, как Клаузиус объяснил процесс движения тепловой энергии: «В 1850 году немецкий физик Рудольф Юлиус Клаузиус родил однозначную формулировку этого процесса, сказав, что при любом спонтанном процессе (то есть таком, который происходит сам по себе, без внешнего вмешательства), тепло всегда переходит от более горячего тела к более холодному, и никогда – от более холодного к более горячему» (А.Азимов, 2007). «Клаузиус, - поясняет А.Азимов, - не только сформулировал это утверждение по поводу тепловых потоков (суть которого известна нам по бытовому опыту и без каких-либо научных формулировок), но и увидел в нем повод для масштабного обобщения, которое можно распространить на все процессы, в которых используется энергия, при любых условиях и в любом месте вселенной. По этой причине именно ему приписывают честь «открытия» второго закона термодинамики» (А.Азимов, 2007).

Индукция Леона Фуко. Французский физик Леон Фуко (1851) сформулировал заключение о возможности доказательства вращения Земли при помощи простого опыта, поставленного в земных условиях, индуктивно основываясь на следующем эксперименте. Фуко взял длинный подвес (его длина составляла 98 метров), присоединил к нему массивный шар и стал его раскачивать. На полу помещения, в котором проводился опыт, были начерчены прямые линии. Раскачивавшийся массивный шар в силу вращения Земли в течение 2-3-х минут начинал накапливать отклонения от этих прямых линий. Глеб Анфилов в книге «Бегство от удивлений» (1974) пишет: «Дорого бы дал Галилей за идею опыта, поставленного в 1851 году французским физиком Леоном Фуко. На протяжении нескольких минут этот опыт просто и наглядно доказывал то, что великий итальянец стремился доказать всю жизнь – вращение Земного шара. Теперь знаменитый эксперимент Фуко постоянно демонстрируется в Исаакиевском соборе. На длинном (98 метров) подвесе раскачивается массивный шар. В каждом качании он летит из края в край обширного помещения над полом, расчерченным четкими прямыми линиями. Маятник Фуко – вроде копья, которое мы с вами швыряли в космосе. Разгоняется он, правда, земным тяготением, но благодаря инерции сохраняет плоскость своих колебаний. Земля же, медленно поворачиваясь, сдвигает из-под нее пол собора. Летящий шар чуть-чуть сворачивает от прямых линий, начерченных на полу. Через две-три минуты накапливается весьма заметное отклонение. Простейший вывод: Земля вертится» (Анфилов, 1974, с.38).

Индукция Густава Кирхгофа и Роберта Бунзена. Густав Кирхгоф и Роберт Бунзен (1859) пришли к выводу о возможности исследования состава веществ с помощью спектрального анализа, индуктивно основываясь на экспериментах В.Волластона, И.Фраунгофера, В.Свана, Ф.Талбота, Д.Брюстера, Д.Гершеля, а также на своих собственных экспериментах. Указанные ученые обнаружили, что если погрузить фитиль в раствор исследуемого соединения, высушить его, а затем зажечь и пропустить свет пламени через щель и стеклянную призму, то можно изучать изображение спектра на экране. Рассматривая этот спектр, Волластон обнаружил при этом несколько резких темных линий, которые без видимого порядка пересекали спектр Солнца в разных местах. Фраунгофер обнаружил в том же спектре яркую желтую линию, известную теперь как желтая линия натрия. Направив телескоп в сторону Солнца и применив свои еще несовершенные спектральные методы, Фраунгофер увидел ту же желтую светящуюся линию в солнечном спектре. В.Сван установил, что двойная желтая линия в спектре пламени спиртовки возникает в присутствии металла натрия. Проведя аналогичные опыты и обнаружив у многих химических элементов индивидуальный линейчатый спектр (строго определенный набор линий), Кирхгоф и Бунзен индуктивно пришли к мысли о наличии натрия на Солнце и об использовании спектрального анализа для исследования состава различных веществ не только на Земле, но и за ее пределами (Б.И.Спасский, «История физики», 1977).

Индукция Густава Кирхгофа. Г.Кирхгоф открыл закон равенства лучей поглощения и лучей отражения, согласно которому тело поглощает те лучи, которые само излучает, индуктивно основываясь на исследованиях Бальфура Стюарта (1858). Стюарт экспериментально обнаружил соответствие между лучами поглощения и лучами отражения для инфракрасных (тепловых) лучей. Кирхгоф распространил это соответствие на все виды лучей. Независимо от Кирхгофа данный закон был открыт Ангстремом, который писал: «Тело в раскаленном состоянии должно излучать все лучи, поглощаемые им при обыкновенной температуре. Это следует из того, что молекулы тел, согласно закону резонанса, должны поглощать преимущественно такие колебания эфира, в которых они сами принимают участие под действием молекулярных сил» (Я.М.Гельфер, «История и методология термодинамики и статистической физики», 1969).

Индукция Джона Тиндаля. Английский физик Джон Тиндаль пришел к выводу о способности сфокусированных инфракрасных (тепловых) лучей зажигать предметы, индуктивно исходя из следующего опыта. Р.Х.Рахимов в книге «Керамические материалы и их применение» (2002) пишет: «Однажды на заседании Королевского научного общества Тиндаль сфокусировал с помощью большого вогнутого зеркала инфракрасное излучение от нескольких темных нагревателей и зажег в воздухе (без спичек и огня) тонкую деревянную палочку. Палочка загорелась через несколько секунд после того, как Тиндаль поместил ее в фокус зеркала. Наглядный пример того, как много энергии несут с собой невидимые лучи, особенно если они собраны вместе» (Р.Х.Рахимов, 2002).

Индукция Джона Тиндаля. Джон Тиндаль (1867) высказал мысль о чувствительности ламинарных струйных течений к воздействию звука, индуктивно основываясь на соответствующих опытах. До Тиндаля врач Леконт (1858) заметил, что пламя свечи колеблется в такт со звуком виолончели. А.С.Гиневский, Е.В.Власов и Р.К.Каравосов в книге «Акустическое управление турбулентными струями» (2001) указывает: «Необходимо отметить, что чувствительность ламинарных струйных течений к воздействию звука известно уже 140 лет. Это явление впервые было обнаружено на вечерах камерной музыки, когда присутствовавший на них врач (Леконт, 1858 г.) заметил, что пламя свечи колеблется в такт со звуком виолончели, так что «глухой мог видеть гармонию». Вскоре, однако, было показано (Тиндаль, 1867 г.), что и при отсутствии горения ламинарная струя становится чувствительной к звуку» (Гиневский и др., 2001, с.6).

Индукция Гастона Планте. Французский изобретатель Гастон Планте (1868) сделал заключение о возможности получить шаровую молнию в лабораторных условиях, индуктивно основываясь на обнаружении в одном из экспериментов с использованием мощной батареи напряжением несколько тысяч вольт возникновения небольших светящихся шариков, похожих на шаровую молнию. Даниил Ильченко в статье «Адские колобки» (журнал «Популярная механика», 2007, февраль) отмечает: «Экспериментальные исследования шаровой молнии начались еще в конце XIX века. Первопроходцем был французский физик Гастон Планте. Его идея заключалась в том, что шаровая молния является одной из структурных единиц линейной молнии. Схема эксперимента была простой. С клеммами мощной батареи напряжением несколько тысяч вольт соединялись два платиновых электрода. «Минус» погружался в раствор поваренной соли, и в момент соприкосновения «плюса» с поверхностью раствора на конце его возникал светящийся шарик. При увеличении тока шарик начинал расти и достигал радиуса нескольких сантиметров. По внешним признакам он был очень похож на шаровую молнию, однако об автономном существовании не могло быть и речи: при выключении тока шарик просто «таял» в воздухе. (Интересно, что попутно со своим экспериментом Планте создал то, без чего не обходится ни один сегодняшний автомобиль: свинцово-кислотный аккумулятор). Сейчас о Планте мало кто помнит, хотя до сих пор именно идея его эксперимента в основном используется для получения лабораторной шаровой молнии» (Д.Ильченко, 2007). Эксперимент, натолкнувший Планте на мысль о лабораторном создании шаровой молнии, описывается также в книге О.Д.Хвольсона «Курс физики» (1923): «Г.Планте получил явление, несколько напоминающее шаровую молнию, погружая отрицательный электрод сильной батареи в воду или раствор соли и касаясь поверхности воды. Когда этот полюс был несколько приподнят, то от него отделялся светящийся шарик, который скользил по поверхности воды» (О.Д.Хвольсон, 1923).

Индукция Гастона Планте. Г.Планте (1859) пришел к выводу о том, что одним из условий накопления (аккумуляции) энергии является использование в качестве электродов гальванического элемента свинцовых пластин, индуктивно основываясь на следующем эксперименте. Н.В.Гулиа в книге «Удивительная механика» (2006) пишет: «В 1859 году французский ученый и инженер Гастон Планте провел любопытный опыт, внешне очень похожий на опыт Вольты. Как и Вольта, Планте построил гальванический элемент, однако в качестве электродов он взял две свинцовые пластины, в обычных условиях покрытые пленкой окиси свинца. Электролит был все тот же – разбавленная серная кислота. Планте подключил к электродам источник постоянного тока и некоторое время пропускал ток через свой элемент, совсем как при подзарядке сухих элементов. Потом он отключил ток и подключил к электродам гальванометр. Прибор показал, что гальванический элемент сам стал вырабатывать электроток и при этом выделять почти всю энергию, затраченную на его зарядку. Зарядку можно было повторять много раз: элемент неизменно работал исправно и не разрушался, подобно сухим батареям. Этот гальванический элемент назвали элементом второго рода, или аккумулятором» (Н.В.Гулиа, 2006). Отметим, что Г.Планте применил в своей батарее электроды именно из свинца по совету Бориса Якоби – изобретателя гальванопластики.

Индукция Джона Керра. Джон Керр (1875) сделал заключение о влиянии сильного электрического поля на процесс распространения света, индуктивно базируясь на опыте, в котором наблюдалось изменение характера преломления света в стекле, если это стекло помещалось в электрическое поле высокой напряженности. И.Л.Радунская в книге «Крушение парадоксов» (1971) пишет: «Около ста лет назад шотландский ученый Джон Керр открыл явление, обнаружить которое хотел еще великий Ломоносов. В одной из своих программ Ломоносов писал: «Надо сделать опыт, будет ли луч света иначе преломляться в наэлектризованном стекле и воде». Этого же безуспешно пытался достичь гений эксперимента Фарадей. Керр установил, что преломление света в стекле радикально изменяется, если поместить его между обкладками конденсатора, заряженного до высокого напряжения. Можно представить себе радость ученого, обнаружившего то, к чему безуспешно стремились его великие предшественники. Узкий луч света, идущий через стекло, при включении электрического напряжения внезапно расщеплялся на два, расходящихся под углом друг к другу. При выключении напряжения эффект исчезал. Да, в электрическом поле стекло вело себя иначе, чем обычно. Электрическое поле превращало стекло в подобие исландского шпата, кристалла, в котором еще в 1670 году Эразм Бартолин обнаружил расщепление лучей света – двойное лучепреломление» (И.Л.Радунская, 1971).

Индукция Йозефа Стефана. Учитель Л.Больцмана Йозеф Стефан (1879) открыл закон излучения тела, согласно которому энергия излучения пропорциональна четвертой степени температуры, индуктивно основываясь на экспериментах Джона Тиндаля. Последний обнаружил, что полное испускание энергии нагретой платиновой проволокой при 1200 градусах Цельсия (1473 Кельвинов) было в 11,7 раз больше, чем при 525 градусах Цельсия (798 Кельвинов). Стефан заметил, что 11,7 приблизительно пропорционально (1473/798) в четвертой степени. Можно сказать, что Стефану повезло в его открытии, поскольку результаты Тиндаля были не вполне верными. Как пишет историк науки М.Джеммер, «сегодня мы знаем, что заключение Стефана, основанное, вообще говоря, на относительно скудных экспериментальных данных, оказалось справедливым в значительной степени случайно. Современное повторение эксперимента Тиндаля привело бы к значению 18,6, а не 11.7...» (М.Джеммер, «Эволюция понятий квантовой механики», 1985). Об этой же индукции Стефана сообщают А.Л.Шаляпин и В.И.Стукалов в книге «Введение в классическую электродинамику и атомную физику» (2006): «Примечательно, что Й.Стефан в своих обобщениях опирался на весьма скудные и … ошибочные данные экспериментов Джона Тиндаля, согласно которым полное испускание нагретой платиновой проволоки при 1200°С (1473 К) было в 11, 7 раза больше, чем при 525°С (798 К), что приводит к результату (1473/798) в 4-й степени ≈ 11, 7» (Шаляпин, Стукалов, 2006, с.178). Здесь мы сталкиваемся с продуктивной индукцией, опирающейся на ложные основания.

Индукция Людвига Больцмана. Л.Больцман сформулировал закон распределения скоростей молекул для газов, состоящих из многоатомных молекул и находящихся в силовом поле, в результате индуктивного обобщения закона распределения скоростей молекул, выведенного Максвеллом для одноатомного газа. Я.М.Гельфер в книге «История и методология термодинамики и статистической физики» (1981) указывает: «В первой из указанных трех фундаментальных работ Больцман отмечает роль Максвелла в выявлении роли теории вероятностей в молекулярно-кинетической теории газов, и говорит, что Максвелл ограничился исследованием закона распределения только для случая одноатомного газа. Поэтому следующий шаг должен заключаться в распространении найденного им закона на газы, находящиеся в силовом поле и состоящие из многоатомных молекул. Он показывает, что многоатомный газ, молекулы которого можно рассматривать как систему связанных между собой материальных точек, в равновесном состоянии будет также подчиняться закону распределения Максвелла» (Гельфер, 1981, с.296). А.Фламм в статье «Памяти Людвига Больцмана» (УФН, 1957, том LXI, вып.1) отмечает: «Для одноатомных идеальных газов был известен максвелловский закон распределения скоростей, который определял распределение молекул газов по скоростям в состоянии термодинамического равновесия. Больцман обобщил формулу Максвелла для многоатомных молекул, приняв во внимание не только энергию поступательного движения молекул, но также и энергию их вращения, колебательную энергию атомов в молекуле, а также внешние силы, действующие на молекулы» (Фламм, 1957, с.3-4).

Индукция Эдвина Холла. Американский физик Эдвин Холл (1879) сделал вывод о возникновении разности потенциалов в проводнике с током, помещенном в магнитное поле, индуктивно основываясь на следующем опыте. А.Шилейко в статье «Неделимое разделили. Открытие и его перспективы» (журнал «Наука и жизнь», 1999, № 1) повествует: «В 1879 году Эдвин Геберт Холл, будучи молодым студентом, открыл неожиданный эффект. Он обнаружил, что если поместить тонкую золотую пластинку в магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости этой пластинки, и пропустить через нее электрический ток, то в направлении, перпендикулярном направлению и магнитного поля, и тока возникает разность потенциалов. Это явление получило название эффекта Холла» (А.Шилейко, 1999). Учитывая, что уже в наше время исследование эффекта Холла в сильных магнитных и электрических полях и при очень низкой температуре позволило совершить целый ряд крупных открытий, увенчанных Нобелевской премией, В.Барашенков в статье «У шестого знака после запятой…» (журнал «Знание-сила», 2000, № 5-6) подчеркивает неожиданную значимость эффекта, обнаруженного Эдвином Холлом: «В конце прошлого века молодой американский студент-физик Эдвин Холл сделал открытие, вписавшее его имя в учебники физики. Он проводил простой, «студенческий» опыт – изучал распространение тока в тонкой металлической пластинке, помещенной между полюсами сильного электромагнита. Студенты всех университетов проходят лабораторную практику, где на простых примерах их обучают мастерству эксперимента. Так было и в этот раз. Скромный студент и предполагать не мог, что его простенький опыт породит целую лавину исследований, часть которых будет отмечена самой почетной научной наградой – Нобелевской премией» (В.Барашенков, 2000). Отметим, что Клаус фон Клитцинг в 1985 году получил Нобелевскую премию за открытие квантового эффекта Холла. Он обнаружил, что при температуре жидкого гелия и в больших полях сопротивление Холла изменяется с ростом магнитной индукции не непрерывно, а скачками. Херст Штермер и Дэниел Цуи в 1998 году были удостоены Нобелевской премии по физике за открытие дробного квантового эффекта Холла. Они изучали эффект Холла при еще более низких температурах и в еще более мощных полях и установили, что количество и величина скачков значений сопротивления Холла еще более увеличивается.

Индукция Осборна Рейнольдса. Английский физик и инженер О.Рейнольдс (1883) пришел к мысли о существовании скоростей движения жидкости, при которых ламинарное течение превращается в турбулентное, индуктивно исходя из следующих опытов. Ю.И.Хлопков, В.А.Жаров и С.Л.Горелов в работе «Лекции по теоретическим методам исследования турбулентности» (2005) повествуют: «Научное исследование турбулентности берет начало с работ Осборна Рейнольдса (1883). Задача, которую решал Рейнольдс, принадлежит к классическим работам, посвященным исследованию течений в прямых трубах с постоянным круговым сечением. Используя свой «метод цветных полосок», он первым показал для заданной жидкости и параметров трубы, что течение будет ламинарным для скорости жидкости, не превышающей некоторой критической величины. При скорости, равной критической, течение внезапно становится турбулентным на некотором расстоянии от начала трубы. При скорости больше критической турбулентное состояние оказалось вполне типичным, хотя и можно поддерживать ламинарное состояние, устраняя возмущения на входе в трубу» (Ю.И.Хлопков, В.А.Жаров и С.Л.Горелов, 2005). Об этом же пишет С.К.Бетяев в книге «Пролегомены к метагидродинамике» (2006): «Общий критерий возникновения турбулентности установлен О.Рейнольдсом в 1883 году. Он подкрашивал ламинарную струйку тока во входной части стеклянной трубки и следил, когда течение станет турбулентным, фиксируя при этом критическое значение безразмерного определяющего параметра, названного впоследствии в его честь числом Рейнольдса. В Манчестерском университете, где Рейнольдс проводил свои опыты, сохранилась его экспериментальная установка. Спустя почти столетие знаменитые опыты повторили, однако из-за интенсивного уличного движения критическое значение числа Рейнольдса оказалось ниже значения 13000, которое получил сам Рейнольдс» (Бетяев, 2006, с.21).

Индукция Альберта Майкельсона. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1907 год Альберт Майкельсон (1887) выдвинул гипотезу о нереальности неподвижного эфира, в котором движется Земля, индуктивно основываясь на экспериментах, преследовавших цель обнаружить эфирный ветер по смещению интерференционных полос. В 1887 году

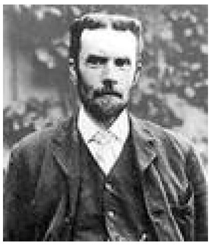
Майкельсон приступил к измерениям, используя усовершенствованный интерферометр, который давал более точные результаты по сравнению с прибором, смонтированным им в лаборатории Берлинского университета в 1881 году. Наблюдая в зрительную трубу интерференционную картину, он убедился в отсутствии эфирного ветра, который должен был возникать при движении Земли, если бы гипотеза эфира была верна. Конечно, можно было и эти наблюдения (наблюдения, проведенные в 1887 году) считать неточными, однако они привели Майкельсона к выводу об ошибочности гипотезы неподвижного эфира. Примечательно, что еще в 1881 году, используя менее чувствительный интерферометр, Майкельсон делал аналогичный вывод. Как говорит Ф.Энгельс в книге «Диалектика природы» (1988), «если бы мы захотели ждать, пока материал будет готов в чистом виде для закона, то это значило бы приостановить до тех пор мыслящее исследование, и уже по одному этому мы никогда не получили бы закона» (Ф.Энгельс, 1988). В самом переходе от интерференционного эксперимента к заключению о нереальности эфира присутствовала и дедукция, поскольку в этом переходе мы встречаем следующий силлогизм: признаком существования эфира является эфирный ветер, который можно зафиксировать с помощью интерферометра. В эксперименте с использованием интерферометра не удалось зафиксировать этот эфирный ветер, следовательно, эфира как особой среды, в которой движутся небесные тела, нет.

Индукция Николая Жуковского. Н.Е.Жуковский разработал теорию гидравлического удара в трубах, индуктивно отправляясь от многочисленных опытов, в которых исследовалась скорость распространения давления вдоль трубы при резком прекращении течения воды в ней. В.В.Голубев в книге «Жуковский» (2002) описывает эти опыты: «Был построен длинный трубопровод, в котором изучалась скорость распространения давления вдоль трубы при прекращении течения воды вследствие быстрого закрытия задвижки в трубах. Н.Е. использовал обширные материалы, полученные из этих опытов, для создания подробной теории гидравлического удара в трубах; попутно оказалось возможным по наблюдению изменения гидравлического удара определить места разрывов труб: для этого теперь не нужно ждать, когда на месте разрыва вода размоет мостовую, место разрыва можно определить, не выходя с водопроводной станции. Классическая работа Н.Е. на эту тему «О гидравлическом ударе в водопроводных трубах» была переведена на английский и французский языки и выдвинула Н.Е. на первое место среди теоретиков-механиков, работавших в области гидродинамики и гидравлики» (Голубев, 2002, с.41). Отметим, что помимо индукции, Николай Егорович использовал в данном исследовании также аналогию. В частности, Н.Е.Жуковский нашел математическое решение задачи об определении места порчи в водопроводных трубах по аналогии с математическим решением, предложенным В.Томсоном (лордом Кельвином) для определения места порчи подводного телеграфного кабеля. Академик А.Н.Крылов в статье «Некоторые воспоминания о Н.Е.Жуковском» (А.Н.Крылов, «Воспоминания и очерки», 1956) пишет: «В конце 1880-х и начале 1890-х годов Н.Е.Жуковский иногда наезжал и делал в техническом обществе свои доклады или выступал на чужих докладах. Мне особенно запомнился его доклад «Об определении места порчи в водопроводных трубах»; конечно, не тогда, когда вода бьет фонтаном до пятого этажа, нет, а когда снаружи ничего не видно. Метода Жуковского, основанная на рассмотрении записи давления после внезапного открытия клинкета, установлена блестящим математическим анализом. Эта метода тогда же была проверена опытами на московском водопроводе и вошла в практику. Любопытно сопоставить эту методу Жуковского с методом лорда Кельвина (В.Томсона) определения места порчи подводного телеграфного кабеля; математическая аналогия довольно замечательна» (А.Н.Крылов, 1956).

Индукция Николая Жуковского. Одной из индуктивных посылок вихревой теории гребного винта, построенной Н.Е.Жуковским (1912-1919), было тщательное изучение фотографий немецкого исследователя О.Фламма. Фламм построил бассейн со стенками и дном из зеркального стекла длиной 10 м, шириной 0,8 м и глубиной 0,6 м. В этом бассейне изучались явления, происходящие в воде около гребного винта. Было получено множество фотографий, проведено большое число измерений. Когда книга Фламма по судовым гребным винтам попала к Жуковскому, он тщательно проанализировал его опыты и сделал следующие весьма важные заключения. 1. «Около винта, как спереди, так и сзади, давление пониженное; наибольшее понижение происходит у самого винта. На фотографиях это доказывается понижением уровня свободной поверхности воды около винта и образованием в ней корытообразного углубления, в котором отражаются воздушные пузырьки. 2. Вода отбрасывается винтом, независимо от его формы, правильной цилиндрической струей, и только довольно далеко от винта эта правильность теряется. На фотографиях виден почти цилиндрический столб воздушных пузырьков и винтовые линии, навитые на цилиндр, чего не могло быть при иной форме отбрасываемой струи. 3. За винтом образуются, по нашему мнению, две системы вихрей: один большой вихрь с осью, составляющей продолжение оси винта, и вихри, расположенные по винтовым линиям, отходящим от края каждой лопасти. Ось этих винтовых линий также совпадает с осью вращения винта, а шаг их равен пути, пройденному водой в движении относительно винта за один оборот последнего». Жуковский далее отмечает: «На фотографиях Фламма мы вместо центрального вихря наблюдаем воздушную трубку в виде жгута, иногда в несколько метров длиной, а вместо вихрей за лопостями – воздушные винтовые линии». Из опытов, которые Жуковский ставил ранее в Московском университете, он знал, что находящийся в воде воздушный пузырек двигается в сторону, в которой давление понижается, и не выходит из области, где давление наименьшее. Опыт показывает также, что на осях вихревых шнуров давление минимальное, а поэтому пузырьки воздуха и должны скапливаться на осях вихревых шнуров. П.Д.Голубь в книге «Физики от А до Я. Биографический справочник» (Барнаул, 2002) повествует: «Известный математик и механик Владимир Васильевич Голубев (1884-1954), бывший студент Жуковского, вспоминал: «Однажды наш почтенный лектор, Николай Егорович Жуковский, пришел на лекцию взволнованный, с только что изданной книгой Фламма о гребных винтах. Жуковский открыл одну из четких фотографий книги, в которой не было теоретического материала, но было много результатов испытаний винтов, и воскликнул: «Теперь я понял, как работает винт!». Он пустил книгу по рукам и стал объяснять. … На глазах аудитории Жуковский обратился к доске и, пользуясь аппаратом теории функций комплексного переменного, стал набрасывать важнейшие тезисы или элементы его будущей вихревой теории гребного винта и пропеллера. Эта теория прочно вошла в аэродинамику XX века» (Голубь, 2002, с.33). В.В.Голубев в книге «Жуковский» (Москва, ИКИ, 2002) подчеркивает роль опытов и фотографий О.Фламма в возникновении вихревой теории гребного винта Н.Е.Жуковского. В.В.Голубев сначала показывает, как можно дедуктивно вывести указанную теорию винта из теории крыла конечного размаха, но затем говорит, что путь Жуковского к вихревой теории винта был не дедуктивным, а опытным (индуктивным): «Он, конечно, шел не тем путем, который приведен выше, так как в то время, когда Н.Е. создавал основы своей теории гребных винтов, теория конечного крыла была совершенно не разработана. К этой вихревой схеме Н.Е. пришел опытными данными. Рассматривая фотографии, полученные одним из исследователей, работавших над корабельными винтами, Фламмом, Н.Е. обратил внимание на имевшиеся на фотографиях, снятых с работавших в воде винтов, светлые полоски, прямые за втулкою винта и имевшие вид винтовых линий, сбегавших с концов лопастей» (Голубев, 2002, с.84). Об этом же говорит Лев Гумилевский в книге «Русские инженеры» (1953): «Фотографии одного исследователя, работавшего над корабельными гребными винтами, побудили Николая Егоровича заняться головоломной задачей о движении винта. Жуковский заметил, что на фотографиях работающих винтов видны светлые полоски, имеющие вид винтовых линий, сбегающих с концов лопастей. По мнению Жуковского, эти полоски указывали направление осей тех вихрей, которые сбегали с лопастей винта» (Гумилевский, 1953, с.271). Здесь уместно привести высказывание выдающегося французского математика и механика Ш.Ж.де ла Валле-Пуссена, который в книге «Лекции по теоретической механике» (Москва, ИЛ, 1948) подчеркивает: «Задача механики заключается в том, чтобы описывать движения тел в пространстве и выражать законы этих движений. Физическая механика является наукой экспериментальной, и потому ее результаты имеют лишь эмпирическую ценность. Ее законы представляют собой индуктивные положения, основанные на большом числе согласующихся между собой фактов…» (Валле-Пуссен, 1948, с.115).

Индукция Григория Харлампиевича Сабинина. Русский аэродинамик Г.Х.Сабинин построил теорию винта, в которой постулировал сжимание струй за вращающимся винтом, индуктивно исходя из своих экспериментов, простота и остроумие которых вызывают вполне законное восхищение. Лев Гумилевский в книге «Чаплыгин» (1969) рассказывает: «Когда возник воздухоплавательный кружок, Сабинин немедленно вошел в него деятельным членом и быстро сошелся с товарищами. Юрьев, собственно говоря, просил Сабинина только рассчитать винт для геликоптера. Но, не видя возможности сделать это, опираясь на существовавшие теории, Сабинин стал думать, какая из них ближе к действительному положению вещей. Без опыта, без непосредственных наблюдений решить вопрос Сабинин не мог. Он построил маленький электромотор с винтом, взял у отца пачку папирос, хотя сам никогда не курил, и начал производить опыты. Он пускал струю дыма на работающий винт и внимательно следил, что происходит в подкрашенном дымом воздухе перед винтом и сзади него. И вот молодому исследователю таким образом удалось обнаружить очень интересный факт – сжимание струй за винтом, несмотря на действие центробежных сил, стремящихся расширить струю. Между тем в то время считалось общепризнанным, что струя за винтом расширяется. Установив этот факт, Сабинин разработал свою теорию, которую Жуковский назвал теорией Сабинина-Юрьева и включил отдельной главой в свой курс лекций» (Гумилевский, 1969, с.124). «Теория Сабинина, - замечает Л.Гумилевский, - далеко опередила европейскую науку. Лишь в 1921 году аналогичная теория была разработана англичанином Гляуертом» (там же, с.125).

Индукция Габриэля Липпмана. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1908 год Г.Липпман (1881) сформулировал теорему о том, что если мы знаем о существовании некоторого физического явления, мы можем предсказать существование и величину обратного эффекта, индуктивно исходя из обнаружения эффекта образования электричества под действием механической деформации ртутной поверхности. Этот эффект представлял собой явление, обратное явлению возникновения деформации ртутной поверхности под воздействием электрической силы. В книге «Лауреаты Нобелевской премии» (1992) констатируется: «Липпман провел исследование эффекта образования электричества под действием механической деформации ртутной поверхности. Он представлял собой явление, обратное тому, на котором основано действие капиллярного электрометра. Эта работа помогла Липпману сформулировать общую теорему, которую он опубликовал в 1881 г. Эта теорема утверждает, что, зная о существовании некоторого физического явления, мы можем предсказать существование и величину обратного эффекта. Липпман применил свою теорему к явлению пьезоэлектричества – возникновение электрических зарядов при сжатии или растяжении некоторых кристаллов, например кварца. Так как механические силы, порождая заряды, изменяют размеры кристалла (изменение размеров приводит к возникновению напряжения), Липпман предсказал, что если к кристаллу приложить напряжение, то это вызовет изменение его размеров. Пьер Кюри и его брат Жак подтвердили предположение Липпмана экспериментально» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992).



«Сообщение о смерти Хевисайда было немедленно передано Би-би-си. На другой же день предприимчивый вор – взломщик проник в пустой дом. Ценностей он там, конечно, не нашел, но украл много книг и рукописей. И вполне возможно, что современные физики бьются над какой-либо проблемой, решение которой было украдено февральской ночью 1925 года».

Артур Кларк об Оливере Хевисайде

Индукция Оливера Хевисайда. О.Хевисайд выдвинул гипотезу о том, что в быстро меняющемся электромагнитном поле индуцированные токи должны сосредоточиваться в тонком слое на поверхности проводника любой геометрической формы, индуктивно основываясь на опытах Лэмба (1883), который обнаружил нахождение индуцированных токов на поверхности проводника сферической формы. Таким образом, так называемый скин-эффект, открытый Лэмбом у сферических проводников, О.Хевисайд индуктивно обобщил на все проводники. В.М.Дуков в книге «Электродинамика» (1975) пишет: «В 1883 г. Лэмб исследовал вопрос о движении электричества в сферическом проводнике; пришел к открытию скин-эффекта; нашел, что для сферического проводника, расположенного в быстро меняющемся электромагнитном поле, индуцированные токи сосредоточиваются в тонком слое на поверхности проводника. Хевисайд сразу же сделал обобщение. Он показал, что эффект должен иметь место в случае проводников любой геометрической формы: быстропеременный ток не должен проникать внутрь проводника» (Дуков, 1975, с.168). Об этом же пишет Э.Уиттекер в книге «История теории эфира и электричества» (2001): «Результат, который получил Горас Лэмб при исследовании электрических движений в сферическом проводнике, привел к интересным следствиям. Лэмб обнаружил, что если сферический проводник поместить в быстро изменяющееся поле, то индукционные токи полностью ограничиваются поверхностным слоем; вскоре после этого его результат обобщил Оливер Хевисайд, который показал, что какой бы ни была форма проводника, быстро изменяющиеся токи не проникают вглубь его вещества. Причину этого понять несложно: это, в сущности, приложение принципа о том, что магнитные силовые линии не могут проникнуть в идеальный проводник» (Уиттекер, 2001, с.368).

Индукция Генриха Герца. Генрих Герц (1886) сделал вывод о существовании электромагнитных волн, теоретически предсказанных Максвеллом, индуктивно основываясь на своих опытах, в которых он обнаружил, что если в генераторе будут происходить высокочастотные колебания, то в разрядном промежутке резонатора, удаленном от генератора даже на 3 метра, тоже будут проскакивать маленькие искры. 5 декабря 1886 года Г.Герц написал в письме Гельмгольцу: «Мне удалось совершенно определенно установить индукционное действие одной незамкнутой прямолинейной цепи на другую незамкнутую прямолинейную цепь». Факт проскакивания маленьких искр в резонаторе при возникновении высокочастотных колебаний в генераторе индуктивно натолкнул Г.Герца на мысль о реальности электромагнитных волн. В.Карцев в книге «Приключения великих уравнений» (1986) пишет об экспериментах Герца: «Недалеко от искры Герц разместил почти замкнутый контур из проволоки. Единственным промежутком в этой цепи был искровой промежуток между небольшими шариками. Герцу удалось заметить, что даже при полутораметровом расстоянии между искрой и контуром во втором искровом промежутке проскакивали маленькие искорки. Это происходило всякий раз, когда искра возникала в первой цепи. (Как легко пишется! Как трудно делалось! Эти «искорки» были так слабы – нужно было напрягать глаза, наблюдая их в темной комнате, а продолжительность каждой – всего миллионные доли секунды. А сколько нужно было пробовать, настраивать! Да и неизвестно было: получится ли что-нибудь? Мы увидим впоследствии, какой дорогой ценой заплатил Герц за свою самоотверженную работу). Получалось, что искра во второй цепи возникала без всякого электрического контакта с первой цепью» (В.Карцев, 1986). Вывод Герца о существовании электромагнитных волн представлял собой индукцию с фактором случая, поскольку Герц случайно заметил проскакивание маленьких искр в резонаторе после появления электрических колебаний в генераторе. В.Азерников в книге «Великие открытия» (2000) отмечает: «И вот здесь Герцу и пришел на помощь случай. У него на столе стоял виток проволоки, имевший маленький искровой промежуток. Разряжая лейденскую банку, Герц вызывал в нем проскок искры и тем самым получал желанные электрические колебания. Как-то раз рядом с этим контуром случайно был оставлен второй виток, никак с ним не связанный. И вот, разряжая лейденскую банку, Герц вдруг с изумлением увидел, что искры проскакивают и на втором контуре» (Азерников, 2000, с.174). Об этой же случайности В.Азерников говорит в книге «Неслучайные случайности» (1972). Интересно, что до Герца электромагнитные волны наблюдал английский физик и изобретатель Дэвид Юз, однако он не опубликовал своих результатов. А.Богданов в книге «Тектология: всеобщая организационная наука» (2003) отмечает: «Когда физик Юз открыл случайно электрические волны при помощи своего микрофона, который передал ему на улице, через воздух и стену, колебания электрических разрядов, происходивших в его лаборатории, то друзьям удалось убедить его не опубликовывать этого факта и своего вывода: они говорили, что он «научно скомпрометировал бы себя». И это открытие, сливавшее области явлений света и электричества, пришлось вновь делать Герцу четверть века спустя» (А.Богданов, 2003).

Индукция Генриха Герца. Г.Герц сделал заключение о том, что всякое вещество, пропускающее электрический ток, не пропускает электромагнитные волны и наоборот, индуктивно основываясь на серии опытов, проведенных в режиме метода проб и ошибок (метода перебора). М.П.Бронштейн в книге «Солнечное вещество» (1990) повествует о Г.Герце: «Он уже знал, какое расстояние способны пройти электрические лучи, испускаемые его вибратором. Но этого было ему мало. Ему хотелось знать, какие препятствия смогут они преодолеть на своем пути, через какие вещества они пройдут свободно, а какие окажутся для них непроницаемой преградой. На пути электрических лучей, выходящих из цинкового прожектора, Герц ставил то одно вещество, то другое, то третье. Он испытывал и металлы, и дерево, и уголь, и кирпичи, и воду. Из его опытов выяснилась важная закономерность: всякое вещество, пропускающее электрический ток, не пропускает лучей электрической силы; и наоборот, всякое вещество, не пропускающее электрического тока, прозрачно для электрических лучей» (Бронштейн, 1990, с.133).

Индукция Джагадиша (Джагадиса) Бозе. Индийский ученый Д.Бозе (1895) независимо от Г.Маркони высказал предположение о возможности беспроводной передачи электрических сигналов, индуктивно отталкиваясь от следующего удачного опыта. П.Томпкинс и К.Берд, называя ученого Бозе как Боше, в книге «Тайная жизнь растений» (2006) отмечают: «В 1895 г., еще за год до того, как Маркони получил официальный патент, на собрании в муниципалитете Калькутты во главе с губернатором Бенгалии сэром Александром Макензи, Боше демонстрировал всем беспроводную передачу электрических сигналов. Он транслировал электросигналы из лекционного зала сквозь три стены и дородное тело Макензи в комнату на расстоянии 25 метров, где они замкнули электрическую цепь, которая подкинула тяжелый железный шарик, выстрелила в пистолет и запустила небольшой фейерверк» (Томпкинс, Берд, 2006, с.55). «Боше, - поясняют П.Томпкинс и К.Берд, - так и не захотел запатентовать прибор, который бы сделал его официальным изобретателем беспроводного телеграфа вместо итальянца Маркони» (там же, с.65).

Индукция Иоганна Якоба Бальмера. Иоганн Якоб Бальмер (1885) пришел к выводу, что четыре спектральные линии в видимой части спектра водорода расположены не беспорядочно, а образуют серию, которую можно описать единой формулой, индуктивно основываясь на том, что длина волны спектральной линии была равна отношению целых чисел, взятых в квадрате и умноженных на некую постоянную. Бальмер также опирался на аналогию с законом Пифагора, согласно которому колеблющиеся струны дают гармоническое звучание, если длины струн относятся как простые целые числа. Как пишет историк науки Л.И.Пономарев о Бальмере, «сам он с юношеских лет находился под влиянием пифагорейцев с их учением о гармонии и мистической роли целых чисел в природе. Как и древние, Бальмер был убежден, что тайну единства всех наблюдаемых явлений следует искать в различных комбинациях целых чисел. Поэтому, когда его внимание привлек набор четко ограниченных спектральных линий, он подошел к этому явлению природы с уже готовой меркой. Его ожидания оправдались: оказалось, что длины волн спектральных линий связаны между собой простыми рациональными соотношениями» (Л.И.Пономарев, «Под знаком кванта», 1989). В дальнейшем исследования Бальмера оказали влияние на формирование квантовой модели атома Н.Бора.

Индукция Чарльза Мунро. Американский химик Чарльз Мунро (1888) пришел к идее о существовании явления кумуляции – сосредоточения энергии взрыва в заданном направлении, приводящего к значительному локальному увеличению разрушительного действия, индуктивно базируясь на следующем случайном наблюдении. В.Лей в книге «Ракеты и полеты в космос» (1961) пишет о том, как Ч.Мунро открыл кумулятивный эффект и изобрел кумулятивный заряд: «Этот заряд был изобретен американским специалистом по взрывчатым веществам профессором Чарльзом Мунро. В 1887 году, экспериментируя со взрывчатыми веществами, Мунро заметил совершенно новое и поразительное явление. Один из образцов взрывчатого вещества, которое он испытывал, представлял собой диск пироксилина с вырезанными на нем буквами и цифрами – «USN 1884», обозначавшими место и время его изготовления. Мунро подорвал этот диск пироксилина рядом с тяжелой бронированной плитой. Как он и ожидал, ущерб, нанесенный бронированной плите, был незначительным, но буквы и цифры «USN 1884» оказались вырезанными в металле! Ничего подобного никогда не наблюдалось. Это странное явление могло быть объяснено только тем, что взрывчатый заряд не прилегал плотно к металлу в местах, где были вырезаны буквы и цифры. Мунро заключил, что сочетание небольшого воздушного пространства и плотно прилегающего к металлу взрывчатого вещества вокруг данного воздушного пространства, вероятно, и было причиной этого явления» (В.Лей, 1961). Необходимо заметить, что кроме Ч.Мунро кумулятивный эффект открывали Михаил Боресков (1864), Дмитрий Андриевский (1865), Макс фон Форстер (1883). А.Прищепенко и Д.Мамонтов в статье «Смертельный плевок» (журнал «Популярная механика», 2008, сентябрь) указывают: «На приоритет в открытии кумулятивного эффекта претендуют несколько человек, которые обнаружили его независимо друг от друга. В России – военный инженер, генерал-лейтенант Михаил Боресков, применивший в 1864 году заряд с выемкой для саперных работ, и капитан Дмитрий Андриевский, который в 1865 году разработал для детонации динамита заряд-детонатор из наполненной порохом картонной гильзы с углублением, заполненным опилками. В США – химик Чарльз Мунро, который в 1888 году, как гласит легенда, взорвал заряд пироксилина с выдавленными на нем буквами рядом со стальной пластиной, а затем обратил внимание на те же буквы, зеркально «отраженные» на пластине; в Европе – Макс фон Форстер (1883)» (А.Прищепенко и Д.Мамонтов, 2008).

Индукция Фридриха Рейницера и Отто Лемана. Ф.Рейницер (1888) пришел к выводу о необычных свойствах бензойнокислого холестерина, а О.Леман (1889) выдвинул гипотезу о существовании жидких кристаллов, жидкокристаллического агрегатного состояния вещества, индуктивно исходя из того, что кристаллы бензойнокислого холестерина в промежутке между 145°C и 179°C демонстрировали то свойства жидкости, то свойства кристаллов. И.Г.Чистяков в статье «Жидкие кристаллы» (УФН, 1966, август) пишет: «Впервые с жидкокристаллическим состоянием вещества столкнулся австрийский ботаник Ф.Рейницер, который обнаружил у синтезированного им бензойнокислого холестерина весьма необычные свойства. Кристаллы этого вещества при 145°С плавились в мутную на вид жидкость. В ходе дальнейшего нагревания наступало как будто вторичное плавление – мутная жидкость при температуре 179°С переходила в обычный прозрачный расплав. Если затем расплав охлаждался, то при 179°С появлялась синеватая окраска, которая быстро исчезала, и жидкая масса становилась мутной. При приближении к 145°С окраска появлялась вновь, и тотчас же вещество закристаллизовывалось. Пораженный необычностью явления, Ф.Рейницер послал свой препарат для исследования немецкому физику О.Леману. Изучив вещество при помощи поляризационного микроскопа, О.Леман установил, что мутная фаза оптически анизотропна. Помутнение препарата обусловливалось тем, что он являлся совокупностью множества микроскопических областей спонтанной оптической анизотропии, которые ориентированы беспорядочно друг по отношению к другу» (Чистяков, УФН, 1966, с.563). «Впоследствии, - поясняет И.Г.Чистяков, - О.Леман обнаружил аналогичные свойства и у ряда других соединений, таких как параазоксианизол, параазоксифентол, этиловый эфир параазоксибензойной кислоты, олеат аммония и т.д. Характерной особенностью всех этих веществ являлось то, что в определенном интервале температур им одновременно присущи и свойства жидкостей (большая текучесть, способность находиться в каплевидном состоянии, слияние капель друг с другом при соприкосновении и т.д.) и свойства большинства твердых кристаллических тел (оптическая анизотропия). О.Леман предположил, что они образуют новый тип агрегатного состояния вещества. Это состояние он, не поколебавшись, назвал «жидкокристаллическим». Сообщения О.Лемана вызвали недоверие у многих ученых и сомнения в возможности такого состояния» (Чистяков, УФН, 1966, с.563).

Индукция Т.Л.Уилсона. Американский исследователь Т.Л.Уилсон (1892) сформулировал представление о возможности получения ацетилена из карбида кальция, индуктивно исходя из того, что воздействие воды на карбид кальция сопровождается выделением газа, который после серии проведенных анализов оказался ацетиленом. В результате Т.Л.Уилсон изобрел промышленный способ производства ацетилена, который независимо от него был разработан также А.Муассаном. Ю.П.Ямпольский в статье «Альтернатива - ацетилен» (журнал «Химия и жизнь», 1985, № 6) пишет: «Известно, что мальчишки тех лет, как и более поздних поколений, развлекались тем, что лили воду на куски старой футеровки (известняка, используемого для защиты печей от воздействия высоких температур – Н.Н.Б.), наблюдая выделяющийся при этом газ. Но впервые поджог этот газ взрослый – Т.Л.Уилсон в 1892 году. Газ горел, сильно коптя. Из этого Уилсон заключил, что газ имеет углеводородную природу. Последовали анализы темной массы, образующейся при взаимодействии углерода и извести. Она, как нетрудно догадаться, оказалась карбидом кальция, а газ – ацетиленом. Случайное открытие дало импульс промышленному производству ацетилена из карбида кальция. К началу 20 века этот карбид производили уже в 12 странах» (Ю.П.Ямпольский, 1985).

Индукция лорда Рэлея (Вильяма Стретта). Лауреат Нобелевской премии по физике за 1904 год лорд Рэлей пришел к выводу о способности звуковых волн распространяться вдоль поверхности предметов, как бы прилипая к ним, индуктивно исходя из исследования явления, известного под названием «эффекта шепчущих галерей». А.Л.Попов и Г.Н.Чернышев в статье «Эффекты локализации упругих волн в теории и на практике» (журнал «Природа», 1999, № 7) пишут: «Одним из поразительных явлений, связанных с распространением звука, назвал Дж.Релей эффект геометрической локализации акустических волн в форме «шепчущей галереи». Находясь в круговой галерее цоколя купола собора Святого Павла, он убедился в необычной четкости, с которой был слышен шепот человека как в диаметрально противоположном месте, так и в любом другом вблизи стены галереи. Звуковые волны как бы «прилипали» к стене, не рассеиваясь внутрь купола» (А.Л.Попов, Г.Н.Чернышев, 1999).

Индукция лорда Рэлея (Вильяма Стретта). Лорд Рэлей (Вильям Стретт) при математическом описании различных колебательных систем индуктивно распространил на многомерный случай одну из теорем линейной алгебры, согласно которой поверхности второго порядка могут быть приведены к «каноническому» виду при помощи соответствующего преобразования системы координат. Ранее эта теорема использовалась без обращения к случаю большого числа измерений пространства. Рихард Курант в статье «Математика в современном мире» (сборник статей «Математики о математике», Москва, «Знание», 1982) пишет: «Один из важнейших результатов «линейной алгебры» состоит в том, что поверхности второго порядка могут быть приведены к «каноническому» виду $\lambda_1 x^2_1 + \lambda_2 x^2_2 + \ldots + \lambda_n x^2_n = 1$ при помощи соответствующего преобразования системы координат (или, что то же самое, при движении рассматриваемой поверхности и фигуры); в результате центр фигуры оказывается в начале координат, а ее главные оси направлены по осям координат. Эта теорема является ключевой во многих приложениях, например, в теории механических или электрических систем, в которых n материальных точек или n электрических величин могут колебаться относительно положения равновесия. Некоторые физики, не думая о строгом математическом обосновании, например, лорд Рэлей, смело применяли этот вывод и для значительно более общих случаев, когда число измерений становится сколь угодно большим. Такой шаг на пути к дальнейшему обобщению и абстракции элементарной математики оказался весьма полезным при изучении колебательных систем, в которых точечные массы или элементы электрической цепи не заданы конечным числом, а равномерно распределены, скажем, по струне, мембране или линии электрической передачи» (Р.Курант, 1982).

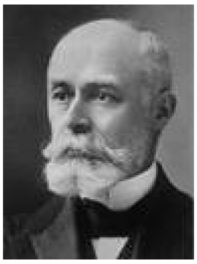
Индукция Питера Зеемана. Питер Зееман (1895) выдвинул гипотезу о расщеплении спектральных линий вещества под воздействием магнитного поля, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. Я.Г.Дорфман во втором томе «Всемирной истории физики» (2007) отмечает: «В 1895 г. П.Зееман (1865-1943) провел экспериментальное исследование с целью проверить воздействие магнитного поля на характер излучения источника света. Такой опыт был поставлен Фарадеем еще в 1862 г. в связи с открытым (1845) вращением плоскости поляризации света веществом, помещенным в магнитное поле. Однако опыт Фарадея оказался неудачным. Зееман решил проверить отрицательный результат Фарадея. Источником в эксперименте Зеемана служило пламя бунзеновской горелки с введенными в него солями натрия. Пламя было помещено между полюсами электромагнита. Спектр источника изучался с помощью вогнутой дифракционной решетки Роулэнда. В первых опытах Зееман наблюдал только расширение и поляризацию краев линии. (…) В том же году Зееману удалось наблюдать расщепление тонкой голубой линии кадмия» (Дорфман, 2007, с.172).

Индукция Джозефа Томпсона. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1906 год Дж.Дж.Томпсон выдвинул идею о том, что электроны в атоме расположены в виде концентрических колец, когда индуктивно распространил на атомы ряд свойств плавающих магнитов, которые экспериментально изучал американский физик А.Майер (1879). Другими словами, Дж.Дж.Томпсон провел аналогию между поведением электронов в атоме и поведением плавающих магнитов в экспериментах А.Майера. Мы говорим здесь об индукции, так как аналогия есть часть индуктивных рассуждений, в связи с чем наша интерпретация не содержит ошибки. А.Майер брал диски, выполненные из того же материала, что и обычные пробки, втыкал в них одинаково намагниченные иголки. Пробки плавали в воде, над поверхностью которой помещался магнит, обращенный противоположным полюсом к полюсам иголок. Пуская поочередно пробки с иглами в воду, А.Н.Майер наблюдал, что 3 иглы образуют равносторонний треугольник, 4 иглы образуют квадрат, 5 – пятиугольник, 7 игл – кольцо из шести игл с седьмой иглой в центре. Т.Б.Романовская в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «История теоретической интерпретации периодической системы» (Москва, 1984) пишет: «Чтобы представить себе, как могут быть расположены отрицательные корпускулы в нейтральном атоме, Томпсон использует результат американца А.Майера, который ставил опыты с магнитами, описание которых он опубликовал в нескольких периодических изданиях…» (Т.Б.Романовская, 1984). «По мере увеличения числа плавающих магнитов, - поясняет Т.Б.Романовская суть экспериментов А.Майера, - они начинали образовывать концентрические окружности, причем число как самих окружностей, так и число магнитов на внутренних и внешних кольцах менялось. В таком естественном расположении магнитов по окружностям Дж.Дж.Томпсон увидел аналогию с повторяющимися свойствами атомов в периодической системе. (…) Фактически именно с этой, казалось бы, произвольной аналогии с кольцами отрицательных магнитов и берет свое начало традиция поисков объяснения периодичности через расположение электронов атома. Фигура руководителя Кавендишской лаборатории в Кембридже была, в некотором смысле, наиболее подходящей как для проведения таких смелых аналогий, так и для «разрушения преград», существовавших между химией и физикой, и, прежде всего, благодаря необычайно широкому образованию, позволившему Томпсону свободно ориентироваться в обеих этих науках» (Т.Б.Романовская, 1984).

«Ему и в голову не пришло взять патент на свое открытие. Или воспользоваться должностью члена академии наук, чтобы получать высокий доход. Рентген невероятно удивил всех, отказавшись от дворянского звания. Стремясь к внутренней независимости и мало заботясь о высоких покровителях, он настроил против себя кайзера Германии Вильгельма II. Он просто хотел работать, радовался удачным результатам экспериментов, ходил мрачнее тучи, если что-то не получалось».

Т.Д.Пономарева о Вильгельме Рентгене

Индукция Вильгельма Рентгена. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1901 год В.Рентген (1895) пришел к выводу о существовании неизвестных ранее лучей, излучаемых катодной трубкой Крукса и обладающих большой проникающей способностью, индуктивно исходя из следующего наблюдения. Суть этого наблюдения заключалась в том, что в затемненной комнате катодная трубка Крукса, обернутая в плотную непрозрачную черную бумагу, вызывала свечение экрана, покрытого платиносинеродистым барием. Е.В.Кузина, О.В.Ларина и другие авторы в книге «Энциклопедия открытий и изобретений человечества» (2006) пишут: «Вечером 8 ноября 1895 г. Рентген, работая в своей лаборатории, занимался изучением катодных лучей. Когда он собрался уходить и погасил свет, ученый заметил в темноте свечение экрана из синеродистого бария. Рентген забыл выключить катодную трубку, которая находилась в чехле. Лучи, названные рентгеном икс-лучами, проникали через чехол. Физик нашел, что все тела проницаемы для этих лучей, но в различной степени. Лучи действуют на фотографическую пластинку, причем можно производить снимки в освещенной комнате, пользуясь пластинкой, заключенной в кассету или бумажную оболочку» (Кузина, Ларина, 2006, с.614). Примечательно, что рентгеновские лучи могли открыть и другие ученые, так как многие из них знали, что фотопластинки вблизи катодно-лучевой трубки засвечиваются. В.Азерников в книге «Неслучайные случайности» (1972) подчеркивает: «…Вот явление, которое знали уже все физики: нельзя оставлять фотографические пластинки вблизи работающей катодно-лучевой трубки – они засвечиваются. И никто из них не задал себе вопрос: почему, почему они должны засвечиваться, если сами катодные лучи не способны оторваться от трубки больше, чем на один сантиметр?» (В.Азерников, 1972). Заключение Рентгена о способности катодной трубки Крукса испускать неизвестные ранее лучи, имеющие высокую проникающую способность, являлось индукцией с фактором случая, так как ученый случайно заметил свечение экрана, возникавшее при включении трубки Крукса. В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) отмечает: «Желая улучшить условия наблюдения свечения в катодной трубке, он затемнил лабораторию. Тогда-то Рентген и заметил случайно, что картонный экран, покрытый флуоресцирующим минералом, во время работы катодной трубки начинает светиться. Известна мысль, высказанная Пастером, что случайность помогает только подготовленному уму» (Чолаков, 1986, с.57). Об этом же пишет Сергей Степанов в статье «Дар трех принцев» (газета «Школьный психолог», 2006, № 6): «Немецкий физик В.Рентген экспериментировал с электрическими разрядами в высоком вакууме, используя платиноцианид бария, чтобы обнаружить невидимые лучи. Ему и в голову не приходило, что эти лучи способны проникать сквозь непрозрачные материалы. Случайно он заметил, что платиноцианид бария, оставленный вблизи вакуумной трубки, начинает флуорисцировать, даже если его отделить от трубки черной бумагой. Позднее он скромно объяснил: «По воле случая я обнаружил, что лучи проникают сквозь черную бумагу» (С.Степанов, 2006).



«1 марта 1896 года Беккерель, так и не дождавшись появления солнца на небе, вынул из ящика ту самую фотопластинку, на которой несколько дней пролежали крестик и соль, и на всякий случай проявил ее. Каково же было его удивление, когда он увидел на проявленной фотопластинке изображение и крестика, и лепешки с солью! Значит, солнце и флуоресценция здесь ни при чем?»

Д.К.Самин об открытии Анри Беккереля

Индукция Анри Беккереля. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1903 год А.Беккерель (1895, 1896) высказал предположение о существовании нового вида излучения, испускаемого солями урана и способного действовать на фотографическую пластинку, индуктивно исходя из следующих опытов. Беккерель решил выяснить, может ли люминесцентный материал, активированный светом, испускать рентгеновские лучи. Он поместил на фотографические пластинки, завернутые в плотную черную бумагу, люминесцентный материал, имевшийся у него под рукой – сульфатуранил-калия (одна из солей урана), - и в течение нескольких часов подвергал этот пакет воздействию солнечного света. После этого он обнаружил, что излучение прошло сквозь бумагу и воздействовало на фотопластинку. Однако, к удивлению Беккереля, то же самое происходило и тогда, когда такой пакет помещали в темное место, без облучения солнечным светом. В течение нескольких последующих месяцев Беккерель повторял свой опыт с другими известными люминесцентными веществами и обнаружил, что лишь соединения урана испускают открытое им самопроизвольное излучение. В мае 1896 года Беккерель провел опыты с чистым ураном и установил, что фотопластинки показывали такую степень облучения, которая в 3-4 раза превышало излучение первоначально использовавшейся соли урана. Факт появления на фотопластинках силуэтов урановых образцов, помещенных в темное место, индуктивно навел ученого на мысль о реальности никем еще не описанных лучей. Примечательно, что эта мысль была индукцией с фактором случая. Об этом факторе случая пишет В.Азерников в книге «Великие открытия» (2000): «…Беккерель взял пластинки, отправился в темную комнату и проявил их. И обомлел. На фотопластинках четко выделялись силуэты урановых образцов. Не веря своим глазам, Анри подошел к окну. Да нет, не померещилось – тут действительно ясные следы излучения. Но, помилуй бог, какого? Откуда могли взяться в ящике стола рентгеновские лучи, если для их появления необходим солнечный свет? Ничего пока не понимая, Беккерель решает повторить случайный опыт» (Азерников, 2000, с.148). Об этом же факторе случая пишет Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007): «Все началось в 1896 году с того, что в Париже А.Беккерель нечаянно оставил в ящике стола на фотографической пластинке пакетик с солями урана. Когда он позднее достал пластинку, то с удивлением обнаружил, что соли выжгли в ней следы, как если бы она засветилась. Соли испускали какое-то излучение» (Брайсон, 2007, с.107). А.И.Абрамов в книге «История ядерной физики» (Москва, Едиториал УРСС, 2006) констатирует: «Стоит обратить внимание на то, что радиоактивность была открыта случайно. Случайно Беккерель выбрал для своих опытов из большого числа флуоресцирующих веществ соль именно урана. Случайно из-за плохой погоды одна из приготовленных для опытов пластинок осталась необлученной. Случайно эту пластинку проявили, хотя и не должны были это делать. Так в результате случайно совпавших событий было сделано величайшее открытие современности, последствия которого существенно изменили условия жизни всего человечества» (Абрамов, 2006, с.49).

Индукция Петра Лебедева. П.Н.Лебедев (1899) пришел к выводу о возможности получения более высокого вакуума, чем получали его предшественники, индуктивно исходя из экспериментов по измерению светового давления, в которых был продемонстрирован весьма необычный способ откачки воздуха из сосуда. Т.П.Кравец в статье «П.Н.Лебедев и световое давление» (УФН, 1952, март) пишет об указанном эксперименте: «На дне того сосуда, из которого выкачивали воздух и в котором был подвешен диск для измерения сил светового давления, лежала капля ртути. Когда насос (трубка к насосу находилась в верхней части сосуда) переставал действовать, достигнув предела доступного для него разрежения, П.Н.Лебедев слегка – градусов на пять – нагревал ртуть. Она испарялась, но малая разность температур еще не могла произвести конденсации ртути в капельки на стенках сосуда. Она откачивалась насосом и увлекала за собой из сосуда и воздух. Здесь мы видим в весьма несовершенной форме идею того самого диффузионного насоса, который в настоящее время представляет собой последнее слово вакуумной техники. Таким образом П.Н.Лебедеву удалось значительно понизить давление газа в сосуде и соответственно уменьшить величину столь вредных для опыта радиометрических сил» (Кравец, УФН, 1952, с.310). С точки зрения Т.П.Кравеца, именно новый способ откачки воздуха из сосуда, использованный П.Н.Лебедевым, позволил ему открыть давление света. «И нам трудно представить себе ясно время, - подчеркивает Т.П.Кравец, - когда для того, чтобы добиться той же или даже гораздо меньшей степени разрежения, мы должны были работать тогдашним насосом в течение многих суток. Ведь Крукс открыл свои катодные лучи потому, что умел лучше откачивать, чем его предшественники. П.Н.Лебедев должен был сделать в этом вопросе новый шаг вперед: одного терпения здесь было недостаточно. Я считаю, что шаг, который он сделал, равносилен почти гениальному провидению грядущих путей вакуумной техники» (Кравец, УФН, 1952, с.310).

Индукция Анри Бенара. Французский ученый А.Бенар (1900) сделал заключение о возникновении в жидкости странным образом упорядоченных структур при подогреве тонкого слоя этой жидкости, индуктивно исходя из обнаружения поразительного упорядоченного паттерна шестиугольных ячеек («медовых сот») в подогреваемой жидкости. Это открытие А.Бенара использовал И.Пригожин при создании своей теории самоорганизации. Фритьоф Капра в книге «Паутина жизни» (2003) пишет: «Решая загадку устойчивости вдали от равновесия, Пригожин не стал изучать живые системы, а обратился к гораздо более простому феномену тепловой конвекции, который теперь известен как неустойчивость Бенара и считается классическим случаем самоорганизации. В начале века французский физик Анри Бенар обнаружил, что подогрев тонкого слоя жидкости может привести к образованию странным образом упорядоченных структур. Когда жидкость равномерно подогревается снизу, устанавливается непрерывный тепловой поток, направленный снизу вверх. Сама жидкость остается неподвижной, действует только теплопроводность. Тем не менее, когда разность температур между нижней и верхней поверхностью достигает определенного критического значения, тепловой поток сменяется тепловой конвекцией, при которой тепло передается через последовательное движение огромного количества молекул. В этот момент возникает поразительный упорядоченный паттерн шестиугольных ячеек («медовых сот»), в которых горячая жидкость поднимается вверх по центру ячеек, в то время как более холодная опускается вниз вдоль стенок ячеек» (Ф.Капра, 2003). Об этом же повествуют Б.Б.Кадомцев и В.И.Рыдник в книге «Волны вокруг нас» (1981): «В 1900 году французский физик Г.Бенар поставил следующий простой опыт. Он налил жидкость в мелкий сосуд с плоским горизонтальным дном и начал равномерно подогревать ее снизу. Как и следовало ожидать, внизу образовывался слой жидкости с меньшей плотностью, который должен был всплывать наверх, а на его место должны были опускаться более холодные слои, то есть должна была возникнуть конвекция, благодаря которой вообще удается подогреть воду в чайнике или обеспечить ровную температуру в комнате. Однако постепенно увеличивая скорость нагрева, то есть перепад температур между нижним и наружным слоями жидкости, Бенар обнаружил, что жидкость неожиданно распалась на отдельные ячейки, причем большинство ячеек имело форму шестигранников» (Кадомцев, Рыдник, 1981, с.144).

Индукция Артура Венельта. Физик А.Венельт (1903) пришел к мысли о возможности создания оксидного катода (покрытого окисью бария), который по способности испускать электроны при нагреве не имеет себе равных, индуктивно основываясь на весьма интересном опыте. В этом опыте наблюдалась интенсивная эмиссия электронов с поверхности проволоки в результате того, что на нее случайно попала окись бария. Виктор Пестриков в статье «Электровакуумный триод, или Разные пути решения одной проблемы» (журнал «IT news», № 20 (69) от 24 октября 2006 г.) пишет: «Другим важным результатом исследований А.Венельта стало изобретение в 1903 году оксидного катода. Подвергнув проверке закон испускания электронов нагретыми телами, открытый незадолго до этого английским физиком Оуэном У.Ричардсоном (1879-1959), ученый выбрал для экспериментов образцы платиновой проволочки. Первый же опыт полностью подтвердил закон, но Венельт спустя некоторое время решил повторить эксперимент еще с одним образцом. Каково же было его удивление, когда платина начала испускать поток электронов, во много раз более сильный, чем накануне (прибор, измерявший электронную эмиссию, едва не вышел из строя). Поскольку свойства металла не могли так резко измениться, оставалось предположить, что виновником электронного «шквала» явилось случайно попавшее на поверхность проволочки вещество с более высокой способностью к эмиссии электронов, чем платина. Но что же это за вещество? Ученый поочередно наносил на платину различные материалы, «подозреваемые» в изменении электронного потока, но все они без труда доказывали свою явную непричастность к этому делу. И когда Венельт уже совсем было отчаялся докопаться до истины, он вдруг вспомнил, что в смазке насосной установки, принимавшей участие в эксперименте, содержалась окись бария… Ученый вновь включил приборы – и уже через несколько мгновений его радость не знала границ. Так было открыто вещество, которое по способности испускать электроны при нагреве не имеет себе равных» (В.Пестриков, 2006). Мы видим, что мысль А.Венельта об оксидном катоде была индукцией с фактором случая, так как окись бария случайно попала на платиновую проволоку, использовавшуюся в качестве катода.

Индукция Ли де Фореста. Ли де Форест (1903) сформулировал идею о возможности создания электровакуумной усилительной радиолампы, содержащей три электрода: анод, сетку и катод, индуктивно отталкиваясь от следующих экспериментальных наблюдений. В.Пестриков в статье «Электровакуумный триод, или Разные пути решения одной проблемы» (периодическое издание «IT news», № 20 (69) от 24 октября 2006 г.) пишет о Ли де Форесте: «Придя к выводу о том, что детектор должен содержать нагревательный элемент, он еще более утвердился в этой мысли, когда провел эксперименты с бунзеновской горелкой. Своим названием горелка обязана немецкому химику Роберту Бунзену (1811-1899), который изобрел ее в 1850 году. Особенность горелки заключалась в том, что газ в ней смешивался с воздухом перед сжиганием, а не в точке сжигания. Горелка не коптила и позволяла регулировать величину пламени. В 1903 году де Форест обнаружил, что детектором могут служить нагретые электроды, расположенные на некотором расстоянии друг от друга. В этом его убедил эксперимент, в котором в пламя бунзеновской горелки поместили два электрода. К одному электроду была подключена антенна, а к другому – земля, и параллельно электродам батарея с наушниками. При приеме антенной радиоволн в телефонах появлялся четко выраженный сигнал. В такой необычной схеме нагретые электроды и батарея выполняли функции детектора и усилителя. Удивительно, но этот прибор позволил принять радиосигналы с корабля, находившегося в бухте возле Нью-Йорка» (В.Пестриков, 2006).

Индукция Роланда Этвеша. Известный венгерский физик Роланд Этвеш (1890, 1909) сделал вывод о точном равенстве силы тяготения массе тела, индуктивно исходя из следующего опыта. В.Барашенков в статье «Антигравитация – миф или реальность?» (журнал «Знание-сила», 1987, № 3) пишет: «Пожалуй, наиболее точные опыты по проверке зависимости силы гравитационного притяжения от материала взаимодействующих тел выполнил семьдесят лет назад венгерский физик Роланд Этвеш. Он изучал притяжение подвешенных на тонких нитях грузов. Они крепились на нитях асимметрично их центрам, и даже очень-очень слабое притяжение закручивало нити, а это можно увидеть, например, по перемещению светового зайчика, отброшенного на экран прикрепленным к ним крохотным зеркалом. Прибор Этвеша настолько прост, что во многих университетах его до сих пор используют для обучения будущих физиков тонкостям экспериментальной методики. Когда я учился в Московском университете, каждый студент-физик был обязан повторить опыт Этвеша. В течение многих лет этот опыт считался одним из главных обоснований постулата о равенстве гравитационного заряда и массы тел. Результаты своих опытов с подробными таблицами измеренных величин Этвеш опубликовал в физическом журнале» (В.Барашенков, 1987).

Индукция Хендрика Лоренца и Пауля Друде. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1902 год Хендрик Лоренц, а также Пауль Друде построили предварительный вариант теории металлов, когда индуктивно перенесли на совокупность свободных электронов в металлах кинетическую теорию газов. В частности, на электроны в металле был распространен закон Максвелла о распределении молекул газа по скоростям. Здесь индукция весьма похожа на аналогию, но еще раз подчеркнем, что аналогия есть часть индуктивных рассуждений. Н.Ф.Стась в книге «Химия» (Томск, изд-во Томского политехнического университета, 2009) пишет: «В начале 20 в. на совокупность свободных электронов в металлах была распространена кинетическая теория газов (П.Друде, Х.Лоренц). По аналогии с молекулами газов, совершающими хаотическое движение, делокализованные подвижные электроны стали рассматривать как электронный газ в металлах. Теория электронного газа хорошо объясняет закон Ома и связь между электропроводностью и теплопроводностью металлов» (Стась, 2009, с.93).

Индукция Альберта Эйнштейна. А.Эйнштейн (1905) сформулировал релятивистскую идею о зависимости массы от скорости, о возрастании массы тела с увеличением его скорости, индуктивно исходя из открытия Кауфмана (1901), установившего, что отношение заряда к массе для электрона не является постоянной величиной, а зависит от скорости. Это открытие Кауфмана было сделано при изучении поведения потока электронов, движущихся с большими скоростями. До Кауфмана Д.Д.Томсон (1881) отмечал увеличение массы движущегося заряженного шара (Б.И.Спасский, «История физики», 1977). Французский физик Поль Ланжевен (1905) независимо от Эйнштейна пришел к той же мысли об электромагнитном происхождении массы (инерции) электронов, также индуктивно осмыслив опыты Кауфмана. В книге Т.Е.Гнединой «Поль Ланжевен» (1991) цитируются слова Ланжевена: «Инерция отрицательных электронов, катодных корпускул, как представляется на основании экспериментов Кауфмана, имеет полностью электромагнитное происхождение и обусловлена необходимостью создавать или уничтожать для изменения частицы магнитное поле, сопровождающее, как известно, это движение. Становится заманчивым, чтобы не искать двух различных объяснений одного и того же явления, распространить этот результат на всю материю, рассматривая инерцию последней как полную электромагнитную инерцию образующих вещество положительных и отрицательных электронов» (Гнедина, 1991, с.98). Со слов Т.Е.Гнединой, «опыты Кауфмана по отклонению катодных лучей в магнитном поле (1903 г.) могли обосновать гипотезу, что вся инерция (масса) электронов электромагнитного происхождения» (там же, с.98). В книге Т.Е.Гнединой также цитируются слова П.Л.Капицы: «Поль Ланжевен первый заявил о законе пропорциональности энергии к массе. История несправедливо замалчивала роль Ланжевена в связи с первоистоками теории относительности», - сказал академик П.Л.Капица 22 октября 1962 г. в беседе с О.А.Старосельской-Никитиной» (Гнедина, 1991, с.116).

Индукция Альберта Эйнштейна. А.Эйнштейн сформулировал свою квантовую теорию теплоемкости в результате индуктивного обобщения тщательных экспериментальных результатов Вебера. К сожалению, этот факт становится нам известным одновременно с тем обстоятельством, что А.Эйнштейн не вполне корректно отзывался о Вебере, чьи результаты он использовал. А.Л.Шаляпин и В.И.Стукалов в книге «Введение в классическую электродинамику и атомную физику» (2006) отмечают: «После смерти Г.Ф.Вебера, который был преподавателем Эйнштейна, в 1912 г. интеллигентный и незлопамятный Эйнштейн написал: «Смерть Вебера пойдет политехникуму на пользу». Поразительно при этом, что, предлагая свою квантовую теорию теплоемкости, Эйнштейн берет за основу тщательнейшие экспериментальные результаты Вебера. Причем дело овеяно каким-то ореолом таинственности, так что биограф А.Пайс вынужден прибегнуть к реабилитации: «Сохранились конспекты лекций Вебера, записанные Эйнштейном. В них нет свидетельств того, что в студенческие годы Эйнштейн знал о полученных Вебером результатах» (Шаляпин, Стукалов, 2006, с.154).

Индукция Альберта Эйнштейна. А.Эйнштейн (1913) открыл принцип эквивалентности инертной и гравитационной масс, который лег в основу общей теории относительности, индуктивно исходя из факта равенства гравитационной массы и массы, создаваемой энергией ускорения, установленного экспериментально с высокой точностью Этвешом в 1890 году, то есть за 25 лет до создания ОТО. Кроме того, принцип эквивалентности подсказывался Эйнштейну аналогией свойств тяготения и инерции (ускорения). Эта аналогия заключается в том, что и силы тяготения, и силы инерции пропорциональны массе того тела, на которое они действуют, и не зависят более ни от каких других свойств тел. Отсюда Эйнштейн предположил, что силы тяготения и силы инерции – это одно и то же (С.Вайнберг, «Мечты об окончательной теории», 2004).

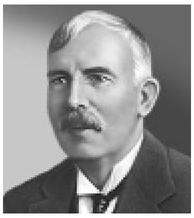
Индукция Теодора Калуцы. Немецкий физик Теодор Калуца пришел к идее объединить электромагнетизм и гравитацию за счет введения пятого измерения, то есть выдвинул гипотезу о пятимерности Вселенной, руководствуясь аналогией между уравнениями гравитационного поля и уравнениями электромагнетизма. Мы называем данную аналогию Т.Калуцы индукцией, так как аналогия является составной частью индуктивных рассуждений, то есть компонентом индуктивной логики. Другими словами, аналогия – это индукция, понимаемая в широком смысле слова. В.П.Визгин в книге «Единые теории поля в квантово-релятивистской революции» (2007), реконструируя ход рассуждений Т.Калуцы, показывает его основные этапы: «Впрочем, начинает свое построение Калуца не с этого тензора (универсального тензора, из которого выводятся гравитационное и электромагнитное поля – Н.Н.Б.), именно тензора кривизны, или соответствующего метрического тензора пятимерного пространства, а с коэффициентов аффинной связности, или символов Кристоффеля. Важным наводящим соображением для него была отмечавшаяся многими исследователями аналогия между уравнениями гравитационного и электромагнитного полей. Эту аналогию, рассматривая, правда, гравитацию в рамках тензорной (но не общековариантной) теории тяготения, отмечал еще в 1913 г. Эйнштейн. Он показал, что при учете в тензоре энергии-импульса скоростей масс только в первой степени уравнения гравитационного поля и уравнение движения материальной точки в этом поле приобретают форму, вполне аналогичную соответствующим уравнениям электродинамики. Гравитационный потенциал при этом является четырехвектором. Упомянув о том, что эта аналогия была для него существенна, Калуца сослался на статью Г.Тирринга, детально проанализировавшего ее в рамках ОТО [181]. Цепочка рассуждений, приведшая Калуцу к пятимерию, была такова. Аналогия между уравнениями гравитационного и электромагнитного полей, в частности, некоторое структурное подобие тензора напряженностей электромагнитного поля Fμν и символов Кристоффеля, отождествляемых с напряженностями гравитационного поля, наводит на мысль о том, что первые являются некоторой вырожденной формой вторых, но поскольку в четырехмерном пространстве все коэффициенты аффинной связности отождествлены с гравитационными напряженностями и являются комбинациями из производных гравитационного потенциала, то выход может заключаться в использовании пятимерного риманова пространства» (Визгин, 2007, с.142).

Индукция Чарльза Баркла. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1917 год Чарльз Баркла (1904) сделал вывод о существовании у каждого химического элемента характеристического излучения строго определенной длины волны, индуктивно основываясь на опытах по облучению разных элементов катодными или рентгеновскими лучами. Ю.И.Соловьев в книге «Эволюция основных теоретических проблем химии» (1971) подчеркивает: «В качестве двух важнейших моментов развития «спектральной» линии мы обязательно должны обратить внимание на следующее. Во-первых, на работы Ч.Баркла, который в 1904 г. показал, что каждый элемент при облучении катодными и рентгеновскими лучами испускает так называемые характеристические первичные или вторичные рентгеновы лучи строго определенной длины волны. Баркла обнаружил уменьшение длины волны характеристического излучения по мере роста атомных весов элементов и сделал вывод, что характеристическое рентгеновское излучение – фундаментальное свойство атома. Ученый установил наличие двух видов характеристических лучей, обозначенных им как К- и L-излучения (эти обозначения впоследствии были приняты для обозначения первых двух электронных оболочек атомов). Исследование именно характеристических рентгеновых лучей позднее привело Г.Мозли к экспериментальному подтверждению вывода о равенстве порядковых номеров элементов зарядам ядер их атомов» (Соловьев, 1971, с.244).

Индукция Генри Мозли. Ученик Э.Резерфорда Г.Мозли (1913) высказал гипотезу о возможности определить порядковый номер любого химического элемента на основе его рентгеновского спектра, индуктивно основываясь на том, что каждому элементу соответствует характеристическое рентгеновское излучение, частота которого прямо пропорциональна квадрату порядкового номера соответствующего элемента. При этом частота рентгеновского излучения возрастает при переходе от одного элемента к другому. Клаус Гофман в книге «Можно ли сделать золото» (1987) указывает: «Опыты Мозли заслуживают более подробного описания. Они могут дать некоторое представление о той классической простоте, с которой физики-экспериментаторы делали в то время фундаментальные открытия. Чтобы получить желаемое рентгеновское излучение, нужно было катодные лучи, возникающие в эвакуированной газоразрядной трубке, направить на антикатод, изготовленный из соответствующего элемента или его соединений» (К.Гофман, 1987). «При расшифровке рентгеновских спектров различных материалов, - пишет К.Гофман о Мозли, - молодой исследователь получил весьма неожиданный результат: каждому элементу можно было приписать характеристическое рентгеновское излучение, частота которого прямо пропорциональна квадрату порядкового номера соответствующего химического элемента. Когда Мозли сопоставил частоты рентгеновского излучения элементов с порядковым номером, оказалось, что они возрастают от элемента к элементу на постоянную величину. В декабре 1913 года в своей первой работе «О высокочастотных спектрах элементов», опубликованной в «Философикл мэгэзин», физик писал: «Мы получили доказательство, что атом обладает какой-то основной характеристикой, которая равномерно возрастает при переходе от одного элемента к другому. Эта величина может быть только зарядом положительного ядра». Во второй статье в апреле 1914 года Мозли указал уже на всеобщую применимость новой закономерности: для всех элементов можно однозначно определить порядковый номер на основе их рентгеновского спектра. Даже трудноразделимые редкоземельные элементы, столь схожие друг с другом, что зачастую ученые не знали, какой порядковый номер им принадлежит в периодической системе, Мозли надеялся теперь классифицировать. Он с воодушевлением сообщал Резерфорду: «Я не сомневаюсь, что мне удастся каждый редкоземельный элемент засунуть в свою дырку» (К.Гофман, 1987).

Индукция Фридриха Нернста. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1920 год Фридрих Нернст (1905) открыл третье начало термодинамики, согласно которому при низких температурах энтропия всех тел стремится к нулю, индуктивно основываясь на своих опытах по измерению удельных теплоемкостей твердых тел при низких температурах. Эти опыты показали, что удельная теплоемкость тел, охлажденных до очень низкой температуры, становится минимальной. Как пишет историк науки Я.М.Гельфер, «проведя многочисленные измерения, Нернст и его сотрудники пришли к заключению, что теплоемкость всех твердых тел при температурах, близких к абсолютному нулю, становится исчезающее малой» (Я.М.Гельфер, «История и методология термодинамики и статистической физики», 1969). Отметим, что Ф.Нернст избегал пользоваться понятием энтропии, поэтому никогда не формулировал третье начало термодинамики как стремление энтропии к нулю вблизи абсолютного температурного нуля. Он говорил лишь о ничтожной теплоемкости твердых тел вблизи абсолютного нуля. О том, что при низких температурах энтропия систем стремится к минимуму, впервые заявил Макс Планк. Примечательно, что еще в 1872 году Вебер измерил удельную теплоемкость алмаза при температуре - 50 градусов Цельсия и нашел, что его молярная теплоемкость составляет при этом весьма малую величину.

Индукция Роберта Милликена. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1923 год Р.Милликен пришел к идее о возможности точного измерения заряда электрона, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении, сделанном в ходе экспериментов с масляными каплями. С.Р.Филонович в книге «Судьба классического закона» (1990) воспроизводит рассказ Р.Милликена об этом случайном наблюдении: «В связи с этими опытами мне удалось наблюдать явление, которое тогда меня очень заинтересовало, так как оно открывало совершенно новые возможности. Работая над этими взвешанными каплями, я несколько раз забывал заслонять их от лучей радия. Тогда мне случалось замечать, что время от времени одна из капель внезапно изменяла свой заряд и начинала двигаться вдоль поля или против него, очевидно, захватив в первом случае положительный, а во втором случае отрицательный ион. Это открывало возможность измерять с достоверностью не только заряды отдельных капель, как это я делал до тех пор, но и заряд отдельного атмосферного иона. В самом деле, измеряя скорость одной и той же капли два раза, один раз до, а второй раз после захвата иона, я, очевидно, мог совершенно исключить свойства капли и свойства среды и оперировать с величиной, пропорциональной только заряду захваченного иона» (Филонович, 1990, с.162). Здесь мы имеем возможность наблюдать индукцию с фактором случая.



«Его неустанный энтузиазм и безошибочное рвение вело его от открытия к открытию, и среди этих открытий самые величайшие вехи его труда, которые всегда будут носить его имя, предстают перед нами как естественные звенья в цепи. Те из нас, кому посчастливилось общаться с ним, всегда будут ценить память об этом благородном и великодушном человеке».

Нильс Бор об Эрнесте Резерфорде

Индукция Эрнеста Резерфорда. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1908 год Э.Резерфорд (1908) склонился к заключению о том, что весь заряд атома сосредоточен в центре, индуктивно основываясь на опытах Э.Марсдена, которые тот проводил совместно с Х.Гейгером. В этих опытах по совету Резерфорда Марсден бомбардировал различные металлические пластинки (в том числе выполненные из золота) альфа-частицами и заметил, что в редких случаях эти частицы отскакивают назад. Когда Марсден сообщил об этом Резерфорду, тот понял, что подобная ситуация невозможна, если признать справедливость модели атома Дж.Дж.Томсона. В этой модели признавалось, что заряд атома распределен равномерно по всей его сфере и любые частицы, пролетающие сквозь эту сферу, могут только ионизовать атом, оторвав от него часть электронов. О.Е.Акимов в книге «Конструктивная математика» (2005) пишет: «Марсден под руководством Гейгера стал делать свои наблюдения и скоро заметил, что большинство альфа-частиц проходит через материю, но все же существует заметное рассеяние, а некоторые частицы как бы отскакивают назад. Когда это узнал Резерфорд, он сказал: «Это невозможно. Это так же невозможно, как для пули невозможно отскочить от бумаги…» (О.Е.Акимов, 2005).

Индукция Эрнеста Резерфорда, Марка Олифанта и Пауля Хартека. Э.Резерфорд со своими соратниками М.Олифантом и П.Хартеком (1934) пришел к выводу о возможности синтеза гелия из атомов водорода, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. А.Азимов в книге «Миры внутри миров» (2004) указывает: «В 1934 году Резерфорд, работавший вместе с австралийским физиком Марком Олифантом (1901-2000) и австрийским химиком Паулем Хартеком, заставили ядра водорода-2 столкнуться с мишенями также из водорода-2, в результате чего был получен водород-3 (названный тритием, от греческого слова «третий») с ядрами, состоявшими из 1 протона и 2 нейтронов. Водород-3 был слегка радиоактивным. Выяснилось, что превращение водорода-2 в гелий происходило гораздо легче и не требовало таких высоких температур, как реакция с водородом-1. Водород-3 требовал еще более низких температур, но и они должны были составлять миллионы градусов» (Азимов, 2004, с.154). Нильс Бор в статье «Э.Резерфорд – основоположник науки о ядре», представленной в сборнике «Резерфорд – ученый и учитель» (1973) отмечает: «Классические эксперименты Резерфорда и Олифанта, в которых они бомбардировали выделенные изотопы лития протонами и дейтронами, привели их к открытию H^3, или трития, а также He^3; этим самым было положено подлинное начало интенсивным поискам приложения термоядерных реакций к реализации многообещающих источников атомной энергии» (Н.Бор, 1973).

Индукция Альфреда Вильма. А.Вильм (1909) сделал заключение о возможности повысить прочность металлических сплавов за счет их старения, индуктивно основываясь на случайном обнаружении того, что один из металлических сплавов, включавший алюминий и медь, после нагрева до 500°С с последующей закалкой повысил свою прочность с течением времени. Явление, случайно открытое А.Вильмом, было названо старением металлов. М.Б.Саукке в книге «Неизвестный Туполев» (1993) пишет: «В 1909 г. немецкий инженер А.Вильм сделал сенсационное открытие. Работая в научно-исследовательском институте в Нейбабельберге близ Берлина, он занимался изучением сплавов, где основными компонентами были алюминий и медь. Задача состояла в том, чтобы получить материал, пригодный для замены латуни в ружейных гильзах. Из полученных слитков после термообработки (они подвергались нагреву до 500°С с последующей закалкой) делались образцы для испытаний на прочность. Велико было изумление ученого, когда он однажды случайно обнаружил, что образцы, изготовленные из одного и того же слитка, повышают свою прочность с течением времени. Оказалось, что за 4-5 суток, находясь при комнатной температуре, образцы самопроизвольно повысили свою прочность без потери пластичности. Открытие Вильма назвали явлением старения. Оно позволило изменить технологию производства сплавов, получая их с нужными физическими свойствами. В 1909 г. Вильм патентует свое изобретение…» (М.В.Саукке, 1993). Об этом же пишет С.Т.Кишкин в статье «Путь к уникальному сплаву» (журнал «Химия и жизнь», 1979, № 1): «Эффект старения был открыт Вильмом случайно, знаю это совершенно определенно. Об этом рассказывал мне бывший технический директор исследовательского авиационного центра в Берлине профессор фон Бок, с сестрой которого был помолвлен Вильм. Дело было так. В одну из суббот Вильм, поручив техникам испытать закаленные образцы, уехал на дачу к фон Бокам. Техники знали, что в этот день он уже не вернется, и отложили испытания на понедельник, решив провести их до прихода Вильма на работу. Но за субботу и воскресенье произошло естественное старение, прочность образцов повысилась, и это, конечно, стало известно Вильму» (С.Т.Кишкин, 1979). Здесь мы имеем возможность наблюдать индукцию с фактором случая.

Индукция Хейке Камерлинг-Оннеса. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1913 год Х.Камерлинг-Оннес высказал идею о том, что металлы, охлажденные до очень низких температур, проводят электрический ток без всякого сопротивления, индуктивно исходя из того, что прохождение тока через замороженную ртуть, помещенную в сосуд с жидким гелием, не встречало никакого сопротивления. Таким образом, вывод Камерлинг-Оннеса о существовании сверхпроводимости металлов индуктивно базировался на обнаружении исчезновения сопротивления у ртути, охлажденной до температуры, близкой к абсолютному нулю. В.Карцев в книге «Магнит за три тысячелетия» (1988) отмечает: «Весной 1911 г. Камерлинг-Оннес заморозил ртуть в сосуде Дьюара, содержащем жидкий гелий. Затем он пропустил через ртуть ток и наблюдал за стрелками измерительных приборов, показывающих сопротивление, которое, как и следовало ожидать, постепенно снижалось по мере падения температуры. Такое соотношение между сопротивлением и температурой сохранялось до тех пор, пока температура не снизилась до 4,12 К. Внезапно электрическое сопротивление ртути исчезло; не осталось даже сопротивления, обусловленного столкновениями электронов с дефектами и примесями решетки. Камерлинг-Оннес повторил эксперимент. Он взял очень загрязненную ртуть, у которой остаточное сопротивление, вызываемое примесями, должно быть очень явно выражено. Однако вблизи той же температуры (4,12 К) сопротивление ртути почти также внезапно исчезло» (В.Карцев, 1988). Интересно, что идея Камерлинг-Оннеса о способности всех металлов к сверхпроводимости имеет ограниченную степень справедивости: не все металлы демонстрируют это свойство. С.Транковский в статье «Нобелевские премии 2003 года: сверхпроводимость и сверхтекучесть» (журнал «Наука и жизнь», 2004 г., № 2) пишет: «Для подтверждения гипотезы требовалось исследовать образцы чистых металлов, но в то время получить, скажем, чистую платину было непросто. Поэтому Камерлинг-Оннес остановился на ртути, которую нетрудно выделить в чистом виде дистилляцией и фильтрованием. Этот выбор можно назвать особенно удачным потому, что температура сверхпроводящего перехода ртути (4,15 К) ненамного ниже температуры превращения гелия в жидкость – 4,20 К. Если бы исследователь продолжал эксперименты с платиной, золотом и серебром, то сверхпроводимости он, скорее всего, не обнаружил. Но ему повезло, и сразу стало ясно: открыто принципиально новое явление – сверхпроводимость» (С.Транковский, 2004).

Индукция Чарльза Вильсона. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1927 год Чарльз Вильсон (1911) сформулировал идею о возможности наблюдать траектории атомных частиц с помощью камеры расширения, первоначально предназначенной для имитации тумана и дождя, индуктивно исходя из того, что ему удалось наблюдать конденсацию водяного пара в этой камере при пролете в ней альфа- и бета-частиц. Конечно, помимо индукции, Вильсон использовал и аналогию. В 1895 году Вильсон наблюдал образование центров конденсации в своей камере при введении в нее рентгеновских лучей. Когда же он узнал о существовании альфа-частиц (ионов гелия) и бета-частиц (электронов), у него с неизбежностью по аналогии возникла мысль о возможности наблюдать образование тех же центров конденсации при введении в камеру этих частиц. Тем не менее, присутствие индукции в исследованиях Вильсона очевидно. Владимир Кожевин в статье «Заряженный туман» Чарльза Вильсона» (газета «Энергетика и промышленность России», № 2 (42), февраль 2004 г.) пишет: «Чарльз Вильсон вернулся к работе по конденсации в 1910 г., намереваясь использовать камеру для регистрации пролетающих внутри атомных частиц. Своим зарядом альфа-частицы (ядра атома гелия) и бета-частицы (электроны) на отрезке пути ионизируют молекулы газа. Он решил, что водяной пар, конденсирующийся вокруг ионизированных молекул, должен образовывать следы, которые можно фиксировать на фотоэмульсии. Приспособив камеру для этой цели, он сообщил в 1911 г., что видел впервые «восхитительные облачные следы», сконденсировавшиеся вдоль треков альфа- и бета-частиц. Фотографии треков, сделанные им, произвели глубокое впечатление в научном мире. Они служили зримым свидетельством частиц, чье существование до той поры устанавливалось лишь косвенно, причем частицы можно было отличать друг от друга с невероятной четкостью» (В.Кожевин, 2004). А.Потупа в книге «Бег за бесконечностью» (1977) констатирует: «Итак, в 1897 году двадцативосьмилетний физик Ч.Вильсон, исследовавший проблему конденсации облаков из водяного пара, открыл интересный эффект. Известно, что в воздухе, перенасыщенном водяными парами, мельчайшие частички пыли становятся центрами конденсации влаги. Из огромного количества таких центров формируются симпатичные белые облачка и устрашающие «свинцовые» тучи. Ч.Вильсон обнаружил, что после достаточно полной очистки воздуха роль пылинок начинают играть заряженные частицы, например, ионы, вокруг которых охотно образуются капельки воды. Отсюда немедленно следовала идея прибора-регистратора невидимок» (А.Потупа, 1977).

Индукция Виктора Гесса. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1936 год Виктор Гесс (1912) выдвинул гипотезу о том, что в атмосферу Земли сверху входит излучение большой проникающей способности, индуктивно отталкиваясь от своих экспериментов по измерению скорости ионизации специальной ионизационной камеры на разных высотах. В.Гесс обнаружил, что на больших высотах ионизация указанной камеры происходит быстрее, чем на малых, причем ученый знал, что ионизация обычно происходит под воздействием излучения. Так были открыты космические лучи. Следует указать, что экспериментальный результат, полученный В.Гессом, был в определенной мере случайным, то есть не предвиденным, неожиданным, не входившим в намерения исследователя. Следовательно, перед нами индукция, основанная на факторе случая. Г.Е.Кочаров в статье «Космические лучи ультравысокой энергии и реликтовое излучение во Вселенной» («Соросовский образовательный журнал», 2001, том 7, № 7) пишет: «Открытие космических лучей, подобно многим открытиям, было сделано случайно в процессе изучения другого явления. В 1911 году молодой австрийский физик Виктор Гесс поднял ионизационную камеру на воздушном шаре с целью измерения коэффициента поглощения гамма-излучения, испускаемого земной корой. Вопреки ожиданиям скорость ионизации с удалением от земной поверхности не только не уменьшилась, как ожидал Гесс, а даже увеличивалась. В 1912 году Гесс совершил еще семь полетов на воздушных шарах» (Кочаров, 2001, с.83). Г.Е.Кочаров говорит об опытах Гесса: «При подъеме до 1000 м было небольшое уменьшение скорости ионизации, обусловленной поглощением гамма-излучения радиоактивных веществ, находящихся в земной коре. После этого ионизация окружающего воздуха стала увеличиваться с высотой. Таким образом, шар приближался к источнику ионизации, а не удалялся от него. Гесс установил, что на высоте 5 км скорость ионизации была уже в четыре раза больше, чем на уровне моря. В результате тщательного анализа полученных данных Гесс пришел к выводу, что излучение большой проникающей способности входит в атмосферу сверху. Открытое излучение Гесс назвал ультра-гамма-излучением. В 1925 году американский физик Роберт Милликен предложил переименовать это излучение в космические лучи» (там же, с.83).

Индукция Антониуса Ван-ден-Брука. Антониус Ван-ден-Брук (1913) высказал идею о том, что заряд ядра атома равен половине его атомного веса и порядковому номеру элемента в периодической системе Д.И.Менделеева, индуктивно основываясь на исследованиях Э.Резерфорда и Ч.Баркла. В 1911 году Резерфорд опубликовал статью «Рассеяние альфа- и бата-частиц веществом и структура атома», в которой помимо описания своей планетарной модели атома, приблизительно оценил величину заряда атома золота – 100 е. Как догадался Ч.Баркла, из этой оценки следовало, что заряд элемента приблизительно равен половине его атомного веса. Отсюда Ван-ден-Брук пришел к мысли, что согласно теории рассеяния Резерфорда и данным Ч.Баркла, количество электронов в атоме равно половине атомного веса. Это напрямую выводило Ван-ден-Брука на гипотезу о соответствии между зарядом и порядковым номером элемента. В 1911 году Н.Бор рассчитал, что водород содержит 1, гелий – 2, кислород – 8, алюминий – 14, олово – 38 электронов, но не сопоставил заряд ядра с порядковым номером элемента.

Индукция Мариана Смолуховского. Мариан Смолуховский (1915) выдвинул предположение о том, что термодинамический закон возрастания энтропии не является чистым законом природы, а представляет собой впечатление обычного наблюдателя, не способного воспринимать поведение молекул, индуктивно исходя из отсутствия необратимого роста энтропии на уровне молекул. В.Б.Губин в книге «О физике, математике и методологии» (2003) пишет: «Сама механика не может породить вероятности и термодинамики, что давно известно и о чем постоянно напоминал наш лектор А.А.Власов… Эта находка совершенно в духе интерпретации Смолуховским в начале 20 века термодинамической необратимости не как чистого закона природы, а как впечатления обычного наблюдателя, не обладающего сверхъестественными способностями, способного увидеть только большие отклонения от равновесия…» (Губин, 2003, с.3). «…Уже столетие назад, - поясняет В.Б.Губин, - М.Смолуховский (а до него в более предположительной форме об этом говорил А.Пуанкаре) в решение проблемы необратимости ввел новый для физики элемент – субъекта, и ввел с большим успехом. Подчеркиваю: именно субъекта, а не стандартного для физики наблюдателя» (там же, с.83). М.Смолуховский склонился к заключению о возможности процессов, обратных процессу возрастания энтропии, индуктивно исходя из обнаружения таких процессов в экспериментах Сведберга, в которых наблюдалась непрерывная флуктуация числа крупинок золота в определенном объеме. В статье «Границы справедливости второго начала термодинамики» (УФН, 1967, декабрь) Смолуховский отмечает: «В явлениях флуктуаций, экспериментально наблюдаемых в последние годы, стороннику классической термодинамики кажется чрезвычайно странным то обстоятельство, что он видит собственными глазами обратный ход процессов, которые вообще-то расцениваются как необратимые. (…) В самом деле, опыты Сведберга показывают непрерывную флуктуацию числа крупинок золота, содержащихся в рассматриваемом объеме, следовательно, наблюдаются также и процессы, обратные по отношению к диффузии. Точно так же и в броуновском движении обнаруживается процесс, обратный внутреннему трению в жидкостях, потому что частицы эмульсии сначала задерживаются в своем движении благодаря трению жидкости, а затем снова сами собой приходят в движение; частицы, которые вследствие своей тяжести приблизились ко дну сосуда, иногда снова сами собой поднимаются в верхние слои» (Смолуховский, УФН, 1967, с.735). «Вообще, можно сказать, -

поясняет Смолуховский, - что необратимость является только субъективным понятием наблюдателя; применимо ли это понятие, зависит не от вида процесса природы, а от положения начальной точки и от продолжительности наблюдения. Нам будут казаться необратимыми такие процессы, исходная точка которых лежит далеко за пределами средней флуктуации…» (там же, с.742).

Индукция Питера Дебая. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1936 год П.Дебай сделал заключение о существовании кристаллов, состоящих не из молекул, а из расположенных в определенном порядке ионов, индуктивно основываясь на исследованиях братьев Бреггов, которые установили наличие ионов в кристалле поваренной соли. В книге «Лауреаты Нобелевской премии» (1992) констатируется: «Проводя дифракционные исследования кристаллов хлористого натрия (поваренной соли), Брегги обнаружили, что это вещество состоит не из молекул, а из расположенных определенным образом ионов натрия и ионов хлора (ион – это заряженный атом). Ранее предполагалось, что все соединения имеют молекулярную природу, что, например, поваренная соль образована отдельными молекулами, состоящими из атомов натрия и атомов хлора. Открытие Брэггов, что некоторые соединения носят ионный характер и не существует, например, такого объекта, как молекула хлористого натрия, имело фундаментальное значение для химиков. Голландский химик Питер Дебай использовал эти результаты в своих основополагающих исследованиях поведения ионов в растворах» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992).

Индукция Питера Дебая. П.Дебай высказал идею о достижении низких температур путем адиабатического размагничивания вещества, индуктивно исходя из опытов ученых, показавших, что адиабатическое размагничивание газа или твердого тела (металла) приводит к их охлаждению. В.Л.Гуревич и И.Е.Дзялошинский в статье «П.Дебай. Биография и очерк научной деятельности» (П.Дебай, «Избранные труды», Ленинград, «Наука», 1987) сообщают: «По-видимому, один из самых значительных результатов, полученных Дебаем во время пребывания в Цюрихе, содержался в короткой заметке под названием «Несколько замечаний относительно намагниченности при низких температурах». В ней Дебай исследовал явление адиабатического размагничивания и предложил использовать его как средство достижения низких температур. Еще в 1904 г. Ланжевен указывал, что адиабатическое размагничивание газообразного кислорода должно обязательно привести к охлаждению газа. На опыте такого рода эффект наблюдали Вейс и Пикар на ферромагнитном никеле. Однако прежде никто не рассматривал это явление как средство достижения очень низких температур. Дебай же дал и количественную теорию этого явления» (Гуревич, Дзялошинский, 1987, с.538).

Индукция Ирвинга Ленгмюра. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1932 год И.Ленгмюр (1912) пришел к выводу о том, что наличие вакуума в электрической лампочке не является необходимым условием ее яркой и продолжительной светимости, индуктивно основываясь на том, что лампа, заполненная азотом, светит сильнее и ярче, чем вакуумированная. Кирилл Зеленин в статье «Ленгмюр Ирвинг» (электронная энциклопедия «Кругосвет») пишет об ученом: «Летом 1909 г. перешел в научно-исследовательскую лабораторию «Дженерал электрик» в Шенектади (штат Нью-Йорк). Руководство «Дженерал электрик» решило, что компания должна внести свой вклад в развитие научных знаний. Свобода и широкие возможности, которые предоставлялись лаборатории для проведения научных исследований, открыли Ленгмюру весь спектр тех проблем, которые он потом решал на протяжении последующей деятельности. Через три года он оспорил общепринятое представление, что совершенная лампочка получается благодаря безукоризненному вакууму. Он доказал, что заполненная азотом лампа светит сильнее и ярче, чем вакуумированная. Простота и эффективность новой электрической лампы обеспечивала экономию огромного количества энергии и принесла большую прибыль компании».

Индукция Ирвинга Ленгмюра. И.Ленгмюр высказал предположение, что наибольшая способность к испусканию (эмиссии) электронов характерна для катодов, покрытых определенным оксидным веществом толщиной всего в одну молекулу, индуктивно отталкиваясь от следующего наблюдения. В.Пестриков в статье «Электровакуумный триод, или Разные пути решения одной проблемы» (журнал «IT news», № 20 (69) от 24 октября 2006 г.) повествует: «Приблизительно в это же время, занимаясь исследованием способности испускания электронов узкой пластинкой вольфрама, покрытой оксидом тория, Ленгмюр обнаружил новый эффект. Он состоял в том, что вольфрамовая нить «ведет себя лучше всего», если она покрыта слоем оксида тория толщиной всего в одну молекулу. Применительно к радиолампам такое покрытие понижает температуру катода и способствует его нормальной работе. Это открытие заставило ученого обратиться к изучению поверхностных явлений – молекулярной активности, которая наблюдается в тонких покрытиях или на поверхностях. И в 1932 году он удостоился Нобелевской премии «за открытия и исследования в области химии поверхностных явлений» (В.Пестриков, 2006).

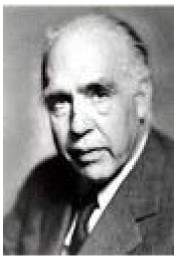
Индукция А.А.Гриффитса. Английский ученый А.А.Гриффитс (1920) открыл ряд закономерностей в теории прочности материалов, индуктивно исходя из результатов экспериментального исследования прочности и других физических свойств стекла. И.С.Загузов, В.Н.Головинский и А.Ф.Федечев в книге «Введение в специальность (механика). Часть II. Механика деформируемого твердого тела» (Самара, 2002) пишут: «Гриффитс начал опыты со стеклом. Он сам плавил его, вытягивая из расплава тонкие нити и испытывая их на прочность при растяжении. Результаты поразили ученого. Прочность свежевытянутых волокон намного превосходила прочность лучших сталей того времени. Самые высокие показатели удавалось получить только на тонких, буквально волосяных волокнах. Чутье подсказывало Гриффитсу, что он стоит на пороге раскрытия интереснейшей тайны материала. Он заметил, как резко падает прочность стекла, если в процессе его изготовления в нем возникают царапины. Вероятно, в период этих экспериментов у Гриффитса зародился план исследования влияния трещин на величину разрушающей силы. Поскольку стекло упруго деформировалось вплоть до разрушения, это позволило применить к нему без особых погрешностей аппарат теории упругости, а результаты исследований распространить на любой упругий материал. Трудно предположить сейчас, насколько бы задержалось развитие механики разрушения, выбери Гриффитс для своих опытов иной материал» (Загузов, Головинский, Федечев, 2002, с.29). «По результатам своих тонких, оригинальных экспериментов Гриффитс построил график зависимости прочности от длины трещины, из которого следовало, что чем меньше размер трещины, тем больше прочность. Кривая обрывалась на минимальных, полученных экспериментально размерах трещин» (там же, с.30).

Индукция Олега Лосева. Выдающийся русский радиофизик и изобретатель О.В.Лосев (1922) сформулировал идею о том, что полупроводниковые кристаллы могут усиливать и генерировать высокочастотные радиосигналы, индуктивно исходя из опытов, в которых ему удалось обнаружить усиление и генерацию электрических колебаний в детекторе из цинкита (минеральной окиси цинка) при подаче на него дополнительного постоянного напряжения. В конце 1921 - начале 1922 годов, во время короткого отпуска в Твери, Лосев проводил опыты в своей домашней лаборатории. Он взял цинкит и угольный волосок от старой лампы и начал испытывать детектор. Неожиданно он услышал в наушниках, как какая-то далекая станция чисто и громко ведет передачу азбуки Морзе. С такой ситуацией О.В.Лосев ранее никогда не сталкивался. Это был первый гетеродинный прием радиосигналов на основе полупроводникового прибора. Л.Н.Никольский в статье «Физик Лосев» (альманах «Записки тверских краеведов», 2003, выпуск 4) пишет: «Так вот под руководством В.К.Лебединского и привелось О.В.Лосеву заняться исследованием самых ненадежных и самых капризных элементов тогдашних безламповых приемников – кристаллических детекторов. И уже 13 января 1922 г. (кстати, будучи в Твери в отпуске) Лосев в детекторе из цинкита обнаружил активные свойства, то есть способность кристаллов в определенных условиях усиливать и генерировать электрические колебания, а построенный Лосевым в 1922 г. радиоприемник с генерирующим диодом – «кристадин» - принес молодому ученому и изобретателю всемирную известность» (Л.Н.Никольский, 2003). Интересно отметить, что Лосев приступил к изучению свойств кристалла цинкита, руководствуясь убеждением, что для возбуждения незатухающих колебаний достаточно одной лишь нелинейности вольтамперной характеристики, что является ошибкой. Ю.Р.Носов в статье «Свет из карбида кремния» (журнал «Наука и жизнь», 2004, № 2) отмечает: «Недостаток знаний не всегда недостаток – нередко благодаря ему появляются открытия, была бы удача. Лосев исходил из принципиально ошибочной посылки: «Некоторые контакты между металлом и кристаллом не подчиняются закону Ома, вполне вероятно, что в колебательном контуре, подключенном к такому контакту, могут возникнуть незатухающие колебания». В то время уже было известно, что для самовозбуждения недостаточно одной лишь нелинейности вольтамперной характеристики, обязателен падающий участок (как в туннельном диоде), однако Лосев этого не знал. Удивительно, но у некоторых кристаллов он обнаружил искомые активные точки, обеспечивающие генерацию высокочастотных сигналов. Особенно эффективной оказалась пара «цинкит – угольное острие» (цинкит – это окись цинка). Статья о детекторе-генераторе и и детекторе-усилителе появилась в журнале «Телеграфия и телефония без проводов» в июне 1922 года» (Ю.Р.Носов, 2004). Здесь мы наблюдаем продуктивную индукцию, основанную на ложных посылках.

Индукция Олега Лосева. О.В.Лосев (1923) пришел к мысли о способности полупроводниковых кристаллов генерировать электромагнитные волны в световом (оптическом) диапазоне, индуктивно базируясь на опытах, в которых подача внешнего электрического поля на контакт карборунда (кристалла карбоната кремния) приводила к возникновению в данном контакте свечения. Это свечение впоследствии было названо свечением Лосева. Эффект, обнаруженный Лосевым, привел его также к мысли о создании электронных генераторов света, которые сегодня именуются светодиодами (источниками холодного света). В статье «Свечение Лосева» (электронный сайт «Оптолекс») указывается: «В 1923 году, экспериментируя с детектирующим контактом на основе пары «карборунд – стальная проволока», Олег Лосев обнаружил на стыке двух разнородных материалов слабое свечение. Раньше такого явления он не наблюдал, но прежде и использовались другие материалы. Карборунд (карбид кремния) был испробован впервые. Лосев повторил опыт – и снова полупрозрачный кристалл под тонким стальным острием засветился. Так, немного более 60 лет назад было сделано одно из перспективнейших открытий электроники – электролюминесценция полупроводникового перехода» (сайт «Оптолекс»). Л.Н.Никольский в статье «Физик Лосев» (альманах «Записки тверских краеведов», 2003, выпуск 4) указывает: «Продолжая исследования, Лосев в 1923 г. на карборундовом детекторе обнаружил еще одну разновидность активности кристаллов: холодное безинерционное свечение, т.е. способность полупроводников генерировать электромагнитные излучения в световом диапазоне волн. В мировой физике это явление получило название «электролюминесценция» или просто – «свечение Лосева» (Л.Н.Никольский, 2003). Об этом же пишет Ольга Гуреева в статье «Транзисторная история» (журнал «Компоненты и технологии», 2006, № 9): «Рассказывая о выдающемся вкладе Олега Владимировича Лосева в развитие современной электроники, просто невозможно не упомянуть о его открытии светоизлучающего диода. Масштаб этого открытия нам еще только предстоит понять. Пройдет не так много времени, и в каждом доме вместо привычной лампы накаливания будут гореть «электронные генераторы света», как назвал светодиоды Лосев. Еще в 1923 году, экспериментируя с кристадинами, Лосев обратил внимание на свечение кристаллов при пропускании через них электрического тока. Особенно ярко светились карборундовые детекторы. В 1920-е годы на Западе явление электролюминесценции одно время даже называли «свет Лосева» (О.Гуреева, 2006).

Индукция Мототаро Егучи. Японский исследователь М.Егучи (1922) пришел к выводу о реальном существовании электретов, предсказанных О.Хевисайдом (1896), индуктивно исходя из опыта, в котором пропускание тока высокого напряжения через смесь расплавленной смолы карнаубской пальмы, канифоли и пчелиного воска превращало этот композит в источник электрического поля. И.И.Никифоров в статье «Замороженное электричество» (журнал «Химия и жизнь», 1974, № 12) указывает: «Первый электрет получил в 1922 году японец Мототаро Егучи. Он взял ровные части карнаубского воска (смола южноамериканской пальмы карнауба – хороший диэлектрик с низкой температурой плавления) и канифоли, добавил пчелиный воск и расплавил смесь. Нагретую до температуры 130°С жидкость Егучи вылил в круглую металлическую ванночку, которая служила электродом. Другой электрод был помещен сверху. Затем экспериментатор подключил электроды к источнику высокого напряжения. Когда смесь остыла и затвердела, Егучи отключил источник питания и вынул диск из ванночки. Подключив диск к электрометру, он обнаружил, что пластинка обладает электрическим зарядом, который со временем почти не изменяется» (И.И.Никифоров, 1974).

Индукция Патрика Блэккета. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1948 год Патрик Блэккет (1924) сформулировал мысль о возможности искусственного ядерного превращения одного элемента в другой путем бомбардировки атомов альфа-частицами (ионами гелия), индуктивно исходя из обнаружения превращения ядра атома азота в ядро атома кислорода путем поглощения альфа-частицы. Результаты обстрела атома азота альфа-частицами фиксировались на фотопленку, и П.Блэккету пришлось просмотреть 20 тысяч фотографий, прежде чем он нашел 8 снимков со следами реальных ядерных превращений. Поскольку это превращение происходит с испусканием протона – элементарной частицы, существование которой предсказывал еще Э.Резерфорд, П.Блэккет одновременно наблюдал (а значит, и открыл) эту частицу. А.Потупа в книге «Бег за бесконечностью» (1977) пишет: «Сам Э.Резерфорд предпринял, начиная с 1919 года, ряд попыток расщепить ядро; но полученные им данные не были достаточно убедительны. Тогда эстафету учителя принял представитель старой резерфордовской гвардии П.Блэккет. Изучая рассеяние альфа-частиц на азоте, П.Блэккет блестяще справился с предложенной проблемой. Но новая элементарная частица не очень-то стремилась к саморекламе. В процессе ее поиска ему пришлось пересмотреть более 20 тысяч фотографий, где было зарегистрировано около полумиллиона траекторий одних только альфа-частиц. И лишь среди них он сумел отыскать восемь редких событий: ядра азота захватывали альфа-частицу и превращались в ядра кислорода, испуская протон!» (А.Потупа, 1977).



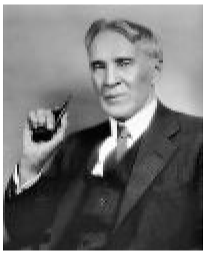
«Нильс Бор был гармоничной личностью. Ему удалось выразить себя во всех человеческих проявлениях, и он сделал больше, чем может сделать человек. Он вправе был сказать о себе словами Гельдерлина: «…Чего еще желать мне, если, как боги, я жил однажды!».

А.Б.Мигдал

Индукция Нильса Бора. Н.Бор (1925) сформулировал принцип дополнительности, согласно которому классическое описание физических явлений является дополнительным по отношению к квантовому описанию, индуктивно исходя из того, что классическая трактовка световых лучей как электромагнитных волн является дополнением квантовой трактовки света как потока частиц. Другой исходной посылкой принципа дополнительности была двойственная (корпускулярно-волновая) интерпретация электронов, предложенная Луи де Бройлем. Д.Данин в книге «Нильс Бор» (1978) пишет о том, что укрепляло Н.Бора в мысли о дополнительности двух видов описания физических явлений: «С самого начала – с июля 25-го года – Бора укрепляла в этой мысли недавняя диссертация молодого парижанина Луи де Бройля. В ней впервые появились «волны материи»: у электронов – заведомых частиц – обнаружились волновые свойства. Правда, догадка де Бройля в то время еще не была подтверждена экспериментально. И хотя она превращала реальность волн-частиц во всеобщую напасть в микромире, Бор увидел в ней добрую «перспективу», как выразился он в своем июльском «Послесловии». Новая грамматика, допускавшая сочетание несочетаемого, становилась уделом любого описания микродействительности» (Д.Данин, 1978).

Индукция Эрвина Шредингера. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1933 год Э.Шредингер индуктивно обобщил волновое уравнение Луи де Бройля, распространив его на случай движения в потенциальном поле. А.Мигдал в статье «Нильс Бор – физик и философ» (журнал «Наука и жизнь», 1985, № 12) отмечает: «В 1926 году Шредингер обобщил волновое уравнение де Бройля на случай движения не в пустом пространстве, а в потенциальном поле. Он, прежде всего, применил полученное им уравнение к движению электрона в кулоновском поле ядра, т.е. к атому водорода. Произошло удивительное: уровни энергии водорода, найденные Бором почти интуитивно, получились у Шредингера автоматически как условие разрешимости его уравнения» (Мигдал, 1985, с.20).

Индукция Клинтона Дэвиссона и Лестера Джермера. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1937 год Клинтон Дэвиссон совместно с Лестером Джермером (1928) пришел к выводу о возможности наблюдать дифракцию электронов путем рассеяния их на никеле, индуктивно основываясь на случайном обнаружении того, как после прокаливания никелевого образца в вакууме произошло укрупнение кристаллов никеля и стала заметной искомая дифракционная картина. А.Потупа в книге «Бег за бесконечностью» (1977) пишет: «Физики заранее представляли себе, что длины волн в случае электронов очень малы, и только атомно-молекулярные кристаллические решетки помогут подтвердить или опровергнуть замечательную гипотезу (гипотезу Луи де Бройля о существовании дифракции электронов – Н.Н.Б.). В этом плане поиск ответа был достаточно целенаправленным, однако «господин Счастливый Случай» и на этот раз сказал свое веское слово… В 1928 году американские физики Ч.Дэвиссон и Л.Джермер изучали рассеяние электронов на никеле. В распределении рассеянных частиц исследователи наблюдали какие-то слабо выраженные максимумы – своеобразное усиление «засветки»; но, поскольку эффект был очень незначительным, никто не обращал на него внимания. Во время одного из экспериментов произошла неприятность – в прибор проник воздух, и никелевый образец окислился. Чтобы не терять времени на поиск нового образца чистого никеля, физики решили устранить окисную пленку, прокаливая никель в вакуумной камере. Повторив опыт с обыкновенным образцом, они увидели, что максимумы стали гораздо заметней. Конечно, сначала этот факт вызвал немалое удивление, но получившееся распределение рассеянных электронов до того напоминало известные дифракционные картинки для света и рентгеновских лучей, что не оставалось и тени сомнения – открыта дифракция дебройлевских электронных волн! Прокаливание никелевого образца в вакууме оказало неоценимую услугу, так как наряду с устранением окисной пленки произошло укрупнение кристаллов никеля. Благодаря этому слабо выраженная дифракционная картина стала отчетливой, и рядовая работа привела к открытию мирового значения» (А.Потупа, 1977). Вывод Клинтона Дэвиссона о возможности наблюдать дифракцию электронов на никеле представлял собой индукцию с фактором случая.



«Он всегда занимался только тем, к чему лежала его душа. У него была замечательная жена, хорошие дети, преданные друзья, талантливые ученики. Он никогда не жаловался на здоровье, не испытывал финансовых затруднений. Но всю жизнь мучила его одна неодолимая страсть – любопытство. Мучила и награждала самой большой наградой, существующей для таких людей, - открытием неизведанного».

Я.Голованов о Роберте Вуде

Индукция Роберта Вуда. Американский физик и изобретатель Роберт Вуд (1927) выдвинул предположение о влиянии магнитного поля Земли на оптические явления, наблюдаемые в лабораторном эксперименте, индуктивно отталкиваясь от опыта, в котором ему удалось зафиксировать влияние геомагнитного поля на флуоресценцию паров ртути и резонансный спектр натрия. Этот спектр возникал и исчезал в зависимости от расположения стола, на котором размещались приборы. Предположение Р.Вуда представляло собой индукцию с фактором случая, поскольку Р.Вуд случайно обнаружил зависимость указанных оптических явлений от магнитного поля Земли. В.М.Гордин в книге «Очерки по истории геомагнитных измерений» (Москва, ИФЗ РАН, 2004) пишет: «Поразительным примером влияния фактора случайности в магнитологии может служить история экспериментов Роберта Вуда – обнаружение действия геомагнитного поля на флуоресценцию паров ртути и резонансный спектр натрия. «Осенью 1927 г., - рассказывал Вуд, - я сделал удивительное открытие. Весной этого года я заметил, что флуоресценция ртутных паров, возбуждаемая светом ртутной дуги, сильно поляризована, в чем можно было убедиться по появлению темных полос, пересекающих светящееся пятно, если рассматривать его через призму Николя и кварцевый клин. Вернувшись осенью в свою лабораторию, я начал работу заново, но не мог получить тех же результатов. Не было видно никаких следов поляризации. Установка и приборы – лампа, ртутная трубка, оптика – ничего не изменилось. Я пытался вспомнить какое-нибудь маленькое изменение, которое я забыл, но ничего не мог вспомнить кроме того, что передвинул весь стол с места на место. Как это могло сказаться на опыте? Очевидно – никак; но не влияло ли магнитное поле Земли? Фантастическая идея! Но я все же повернул стол со всеми приборами в прежнее положение и зажег ртутную лампу. Я посмотрел сквозь Николь и увидел темные полосы на зеленом пятне флуоресценции паров ртути. Взяв трехгранный напильник, лежащий на столе, я поднес его к трубке и полосы пропали. Напильник был намагничен прикосновением к сильному магниту, как и другие инструменты моей лаборатории. Никогда до тех пор никто не обнаруживал, чтобы такое слабое магнитное поле, как поле Земли, влияло на какое-либо оптическое явление, и я сразу же начал работу вместе с Александром Элеттом, одним из лучших моих сотрудников…» (Гордин, 2004, с.97). Рассматривая роль фактора случая в открытии Р.Вуда и других ученых, В.М.Гордин оценивает теорию известного науковеда Томаса Куна о механизмах смены парадигм как схематичную и не вполне соответствующую действительности. Он имеет в виду, что фактор случая может в любой момент вмешаться в процесс научного исследования и стимулировать нас к пересмотру прежних взглядов независимо от того, насколько они парадигмальны. «Изложенные соображения и примеры, как мне кажется, - замечает В.М.Гордин, - приводят к выводу, что основанная на идее смены парадигм куновская периодизация науки в известной мере схематизирует действительность. При более или менее детальном рассмотрении фактической стороны дела становится ясным, что реальную историю науки пронизывает множество не укладывающихся в схему прямых и обратных связей деятельность людей, которая, как писал Р.Коллингвуд [1980; с.42] «…носит пробный, экспериментальный характер, направляется не знанием того, к чему она приведет, а желанием узнать, что из этого получится» (Гордин, 2004, с.99).

Индукция Роберта Вуда. Роберт Вуд (1929) сделал вывод о том, что инфразвук негативно воздействует на психику человека, индуктивно основываясь на опыте, в котором включение генератора инфразвуковых колебаний во время театрального представления, в присутствии большого количества людей, приводило к тому, что людей охватывало необъяснимое беспокойство и нервозность. И.И.Клюкин в книге «Удивительный мир звука» (1978) повествует: «…Вуд, один из оригинальнейших физиков мира, рекордсмен и фантазер в науке, принес в театр инфразвуковой генератор (в данном случае это был действительно генератор неслышимых звуков), включил его во время представления и из своей ложи наблюдал, как зрителей охватило невероятное и необъяснимое для них беспокойство и нервозность. В дальнейшем обширные исследования по генерированию инфразвука и воздействию его на человека развернулись во всех странах мира. Сошлемся лишь на материалы Международного коллоквиума по инфразвуку, состоявшегося в конце 1973 года в Париже. Эти материалы составляют солидный сборник объемом около 500 страниц» (И.И.Клюкин, 1978). Об этом же пишет В.И.Шостак в книге «Природа наших ощущений» (1983): «Американский физик Роберт Уильямс Вуд (1868-1955 годы), известный своими «научными» проказами не менее, чем научными достижениями, принес однажды в театр генератор инфразвука и включил его в разгар спектакля. Это вызвало совершенно неожиданный и непонятный для очень многих эффект. Зрители не слышали артистов, актеры не могли играть свои роли, и спектакль был сорван. С некоторыми из присутствовавших сделалась истерика, другие в безотчетной тревоге покинули зал» (В.И.Шостак, 1983). Этот же эпизод описывает В.Арабаджи в статье «В мире инфразвуков» (журнал «Наука и жизнь», 1980, № 12): «Известный американский физик Роберт Вуд по просьбе одного из театров, где во время спектакля требовалось создать гнетущую обстановку, подверг зрителей воздействию инфразвуковых колебаний на частоте 13 Гц. Абсолютное большинство зрителей ощущало при этом чувство тревоги и безотчетного страха, многие бросились к выходу» (Арабаджи, 1980, с.73).

Индукция Василия Владимировича Шулейкина. Российский физик В.В.Шулейкин (1930-е годы) сформулировал идею о возможности возникновения инфразвуковых колебаний в потоках воздуха, обтекающих взволнованную поверхность моря при шторме, индуктивно исходя из следующего наблюдения. Л.С.Саркисян в статье «Моревед. К 100-летию со дня рождения академика В.В.Шулейкина» («Вестник РАН», 1995, том 65, № 1) повествует: «Не занимаясь специально акустикой моря, Шулейкин, тем не менее, решил интересную акустическую задачу. Начало исследований положил эпизод в арктической экспедиции на судне «Таймыр» в 1932 г. Аэрологи заметили странный эффект: в ухе, когда к нему подносился обычный водородный шар-зонд, возникало ощущение тупой боли. Позже, на ЛГС Василий Владимирович записал колебания оболочки шара, частота которых оказалась равной 8-10 Гц. Он пришел к выводу, что с подобной частотой должны возникать инфразвуковые волны в потоках воздуха, обтекающих взволнованную поверхность моря при шторме. На берегу или на корабле инфразвуки усиливались водородным шаром с акустически инородным газом, действующим как резонатор на «голос моря». С открытием этого явления началось развитие работ по акустике моря в ЧГС и других организациях» (Саркисян, 1995, с.86). Здесь ЧГС – черноморская гидрофизическая станция.

Индукция О.Штерна. Немецкий физик О.Штерн (1930) склонился к заключению о том, что молекулы, как и частицы света или электроны, обладают волновыми свойствами, индуктивно исходя из следующих экспериментов. Э.И.Дубовой в книге «По следам невидимок» (1985) отмечает: «В 1930 году немецкий физик О.Штерн и его сотрудники в опыте по рассеянию пучков молекул гелия, водорода на кристаллах фторида лития наблюдали явление дифракции. Отсюда следовало, что не только электроны, но и молекулы обладают волновыми свойствами. С тех пор гипотеза де Бройля подтвердилась…» (Дубовой, 1985, с.22).

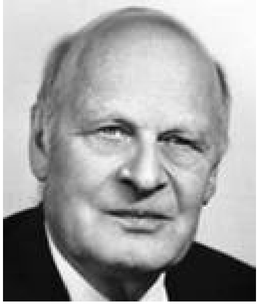
Индукция Эрнста Руски. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1986 год Э.Руска (1929) пришел к идее о возможности создании электронного микроскопа, индуктивно основываясь на следующих опытах. Э.Руска и ряд других ученых обнаружили, что короткая катушка постоянного тока, являющаяся источником магнитного поля, воздействует на пучок электронов таким образом, что дает увеличенное изображение предметов. Э.Руска в своей Нобелевской лекции «Развитие электронного микроскопа и электронной микроскопии» (УФН, 1988, февраль) повествует: «После того, как в 1929 г. я показал в своей курсовой работе, что с помощью короткой катушки можно получить четкие увеличенные изображения освещенных электронами отверстий, мне хотелось выяснить, можно ли, как в световой оптике, получить дальнейшее увеличение при помощи второго отображающего каскада, расположенного позади первого каскада. Такую установку с двумя короткими катушками удалось легко собрать, и в апреле 1931 г. я получил убедительное доказательство того, что дальнейшее увеличение возможно. Эта установка сегодня считается первым электронным микроскопом, хотя ее общее увеличение 4 * 4 = 16 раз было весьма скромным. Таким образом, впервые было доказано, что наряду со светом и стеклянными линзами можно использовать электронные лучи и магнитные поля для получения изображений освещенных объектов и при этом возможно применение нескольких каскадов увеличения» (Э.Руска, УФН, 1988). При этом Э.Руска отмечает, что определенную роль в его творчестве сыграл фактор случая, поскольку он отказался от использования электронных линз в пользу магнитных линз в электронном микроскопе благодаря теоретической ошибке. В Нобелевской лекции он подчеркивает: «Вследствие моей теоретической ошибки и экспериментальной неудачи я решил продолжать работу с магнитной линзой. Я рассказываю это с такими подробностями только для того, чтобы показать, что время от времени нахождение более правильного, а возможно, и единственно верного пути может быть скорее игрой случая, чем результатом исключительного научного предвидения. Возможность создания электронного микроскопа с электронными линзами из электростатических полых электродов была реализована позже другими выдающимися экспериментаторами и привела вначале к существенному успеху» (Э.Руска, УФН, 1988).

Индукция Всеволода Фредерикса. В.К.Фредерикс (1927, 1929) сформулировал идею о том, что в магнитном поле молекулы нематических жидких кристаллов выстраиваются вдоль направления поля, индуктивно основываясь на экспериментах по исследованию поведения жидких кристаллов в магнитных и электрических полях. А.С.Сонин и В.Я.Френкель в статье «Зачем вы подались в науку, Фредерикс?» (журнал «Природа», 1994, № 10) пишут: «К тому времени, когда Фредерикса заинтересовали жидкие кристаллы, основной проблемой в этой области считалась природа сил, действующих между анизотропными молекулами жидкости и обеспечивающих их ориентационное упорядочение. Фредерикс решил изучать их, помещая жидкие кристаллы в магнитные и электрические поля. На этом пути им были сделаны важные открытия. Прежде всего, было достоверно установлено, что жидкие кристаллы, обладающие только ориентационным упорядочением (их называют нематиками), действительно ориентируются магнитным полем. При этом их молекулы выстраиваются своими длинными осями вдоль направления поля. Этот эффект в 70-е годы, по предложению Нобелевского лауреата, французского физика П.де Жена, получил название «переход Фредерикса» (А.С.Сонин и В.Я.Френкель, 1994).

Индукция Льва Шубникова и Вандера де Гааза. Л.Шубников и В.де Гааз (1930) сделали заключение о периодическом изменении сопротивления висмута в зависимости от магнитного поля, индуктивно исходя из обнаружения этой особенности у монокристаллов висмута, выращенных в лабораторных условиях, помещенных в магнитное поле при низких температурах. О.И.Балабекян в статье «Лев Васильевич Шубников» (УФН, 1966, июнь) отмечает: «Существенно изменив и усовершенствовав применявшийся ранее метод П.Л.Капицы для выращивания монокристаллов висмута из расплава, Л.В.Шубников и де-Гааз получили в Лейдене уникальные по тому времени по чистоте и совершенству кристаллы висмута. Их метод позволял вырастить кристаллы заранее заданной геометрической формы и заранее заданного положения кристаллографических осей. Получив своим оригинальным методом совершенные монокристаллы висмута, Л.В.Шубников с де-Гаазом тут же приступили к исследованиям его электрических свойств в магнитном поле при низких температурах. Эти исследования привели к открытию нового, ранее неизвестного явления – периодического изменения сопротивления висмута в зависимости от магнитного поля, получившего название эффекта Шубникова-де-Гааза» (Балабекян, УФН, 1966, с.322).

Индукция Фрэнсиса Биттера. Идея о доменной структуре ферромагнетиков возникла у Ф.Биттера (1931) в результате индуктивного обобщения экспериментальных данных, полученных на основе метода порошковых фигур. Данный метод способствовал наглядному выявлению доменных областей ферромагнетиков, их формы и границ. В этом методе на отполированную поверхность ферромагнетика наносилась взвесь из тончайшего железного порошка. Частички этого порошка собирались на местах стыков соседних доменов - там, где имеются локальные магнитные поля. К.Киттель в статье «Физическая теория доменной структуры ферромагнетиков» (УФН, 1950, август) отмечает: «Мы уже видели, что предположение о существовании доменов может быть сделано из рассмотрения самой кривой намагничивания. Но несравненно более ясно и убедительно существование доменной структуры доказывается микрофотографиями границ доменов, полученными методом магнитных порошковых фигур. Этот метод, примененный впервые Биттером (1931), дал в руки Вильямса и его сотрудников (1947-1949) многочисленные и убедительные доказательства существования доменов, причем их форма и размер соответствуют теоретическим ожиданиям. Метод порошковых фигур состоит в следующем: капля коллоидной суспензии тщательно размельченного ферромагнитного вещества типа магнетита помещается на полированную поверхность исследуемого ферромагнитного кристалла. При наблюдении через микроскоп обнаруживается, что коллоидные частички взвеси концентрируются около определенных, ясно обозначенных линий, которые представляют собой границы между доменами, намагниченными в разных направлениях» (К.Киттель, УФН, 1950).

Индукция Николая Сергеевича Акулова. Советский ученый Н.С.Акулов независимо от Ф.Биттера пришел к выводу о реальном существовании доменных областей у магнитного вещества, индуктивно исходя из аналогичных экспериментов, в которых использовался так называемый метод порошковых фигур (метод Акулова-Биттера). Н.С.Перов в книге «Николай Сергеевич Акулов» (Москва, Физический факультет МГУ, 2003) отмечает: «Особо следует отметить совместную работу Н.С.Акулова с М.В.Дехтярем [22], в которой независимо от Ф.Биттера были приведены непосредственные доказательства существования областей спонтанной намагниченности (доменов) в ферромагнетике. Структура доменов была проявлена следующим образом: полированный кристалл ферромагнетика покрывался коллоидной взвесью ферромагнитного порошка и помещался под микроскоп, дающий увеличение в несколько сотен раз. Рассмотрение поверхности кристалла в микроскоп показало, что коллоидные частицы ферромагнитного порошка оседают вдоль определенных линий, формируя правильный узор. Образование этого узора объясняется тем, что на поверхности ферромагнитного тела всегда имеются магнитные поля рассеяния, возникающие на границах областей спонтанной намагниченности. Эти градиентные магнитные поля притягивают ферромагнитные частицы коллоида и проявляют доменные границы. Такой метод визуализации структуры доменных границ получил название «метод Акулова-Биттера» (Перов, 2003, с.18). Эксперименты Н.С.Акулова были также индуктивной посылкой теоретических исследований Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшица, посвященных доменным структурам ферромагнетиков. «Метод порошковых фигур, конечно же, - поясняет Н.С.Перов, - имел ограниченные возможности как в силу достаточно больших размеров частичек порошка, так и в силу стационарности картины, не позволяющей изучать процессы перемагничивания и движения доменных границ. Тем не менее, полученные экспериментальные факты дали толчок к теоретическому изучению доменных структур и появлению в середине 30-х годов широко известной работы Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшица о структуре доменных границ ферромагнетиков» (там же, с.18).



«Когда в 1933 г. Онзагер обратился в университет г.Тронхейма (Норвегия) с просьбой о рассмотрении работ по соотношениям взаимности в качестве диссертации на ученую степень доктора философии, ему было отказано. Лишь после Второй мировой войны эти работы были оценены по достоинству…».

Ф.М.Куни, А.К.Щекин и Т.Ю.Новожилова о Ларсе Онсагере

Индукция Ларса Онсагера (Онзагера). Лауреат Нобелевской премии по химии за 1968 год Ларс Онсагер (1931) открыл в термодинамике принцип микроскопической обратимости, индуктивно основываясь на исследованиях своих предшественников, которые установили обратимость молекулярных процессов. В 1906-1907 годах изобретатель ультрацентрифуги, лауреат Нобелевской премии по химии за 1926 год Теодор Сведберг обнаружил молекулярную обратимость в каллоидных растворах золота и ртути. В 1915 году Мариан Смолуховский обнаружил обратимость молекулярных явлений при изучении броуновского движения и коллоидных растворов. При этом он писал: «Представляется, однако, более последовательным ясно заявить, что в силу молекулярной кинетики все процессы принципиально обратимы, и исследовать, почему, тем не менее, в известных случаях появляется кажущаяся необратимость». «…Мы смогли изучить, - подчеркивал Смолуховский, - целый ряд явлений, так называемых молекулярных флуктуаций, в которых «антиэнтропийное» поведение может непосредственно наблюдаться…». Согласно Смолуховскому, «…Мы как раз случайно находимся в очень аномальной фазе очередного флуктуационного отклонения, благодаря чему у нас создается впечатление полной необратимости. Но это свойственно только людям и то только потому, что они сами случайно имеют размеры, много больше, чем размеры молекул. Если бы люди имели размеры порядка микромира и при этом еще обладали разумом, то они не смогли бы открыть второе начало» (Я.М.Гельфер, «История и методология термодинамики и статистической физики», 1969).

Индукция Ларса Онсагера (Онзагера). Л.Онсагер (1933) пришел к выводу о существовании соотношений взаимности в неравновесной термодинамике, индуктивно обобщив ряд соотношений взаимности, ранее открытых учеными в механике и равновесной термодинамике. В 1854 году В.Томсон (лорд Кельвин) сформулировал соотношения взаимности для частных случаев термоэлектрических явлений в проводниках. В 1876 году Г.Гельмгольц нашел соотношения взаимности для взаимодействия между электрическим током и диффузией в растворах электролитов. В 1926 году Е.Д.Истман получил соотношения взаимности для связи между потоком тепла и диффузией. Важной индуктивной посылкой открытия Онсагера послужили результаты проведенного им исследования по теории проводимости электролитов в рамках обобщения модели Дебая-Хюккеля, а также результаты анализа кинетики циклических химических реакций в задаче о взаимопревращениях сахаров. Ф.М.Куни, А.К.Щекин и Т.Ю.Новожилова в статье «Соотношения взаимности Онзагера в неравновесной термодинамике» («Вестник Санкт-Петербургского университета», 2005, серия 4, вып.3) указывают: «На поиск универсальных соотношений симметрии кинетических коэффициентов Онзагера первоначально подтолкнули проведенные им в 20-е годы XX столетия исследования по теории проводимости электролитов в рамках обобщения модели Дебая-Хюккеля, из которых следовало, что перекрестные коэффициенты в соотношениях между потоками и силами остаются симметричными вне зависимости от используемых математических приближений. Для частных случаев термоэлектрических явлений в проводниках соотношения взаимности ранее постулировались В.Томсоном (Кельвином) в 1854 г.; для взаимодействия между электрическим током и диффузией в растворах электролитов между обратимыми электродами – Г.Л.Ф.Гельмгольцем в 1876 г.; для связи между потоком тепла и диффузией – Е.Д.Истманом в 1926 г. Важным шагом к созданию общей теории для Онзагера стал проведенный им анализ кинетики циклических химических реакций в задаче о взаимопревращениях сахаров, из которого вытекало, что соотношения взаимности эквивалентны соотношениям детального баланса на каждом звене превращений» (Куни и др., 2005, с.125). Конечно, здесь не последнюю роль играла и аналогия, так как впервые мысль о существовании соотношений взаимности в неравновесной термодинамике возникла у Онсагера по аналогии с существованием соотношений взаимности в механике и равновесной термодинамике. Ф.М.Куни, А.К.Щекин и Т.Ю.Новожилова в той же статье пишут: «Аналогично соотношениям взаимности, связывающим силы и смещения при равновесии в механике и термодинамике, можно ожидать существования соотношений взаимности в неравновесной термодинамике. Открытие и обоснование таких соотношений как фундаментального закона симметрии для кинетических коэффициентов в уравнениях неравновесной термодинамики связано с именем Ларса Онзагера» (Куни и др., 2005, с.125). С.Р.де Гроот в книге «Термодинамика необратимых процессов» (1956) подтверждает индуктивное происхождение теории Онсагера: «Интересно отметить, что Онзагер разработал свою теорию путем рассмотрения двух специальных случаев: теплопроводности анизотропного кристалла (§ 18) и тройной молекулярной химической реакции (§ 63)» (де Гроот, 1956, с.26). Об этом же де Гроот пишет в другом месте своей книги: «Эмпирические законы теплопроводности анизотропных кристаллов были одним из источников, из которых Онзагер вывел свою теорию. Значительно раньше, чем была создана теория микроскопической обратимости, было хорошо известно, что в анизотропном кристалле существует симметрия в матрице коэффициента теплопроводности» (там же, с.57). Суть соотношений взаимности Онсагера качественно сводится к следующему утверждению: если сила «один» (например, градиент температуры) для слабо неравновесных ситуаций воздействует на поток «два» (например, на диффузию), то сила «два» (градиент концентрации) воздействует на поток «один» (поток тепла).

Индукция Ларса Онсагера, Ласло Тиссы и других ученых. Л.Онсагер сформулировал в термодинамике принцип наименьшего рассеяния энергии, индуктивно исходя из результатов изучения явления теплопроводности в анизотропной среде. Позже Л.Онсагер (1953) и Л.Тисса (1957), а также их коллеги обобщили данный принцип на случай адиабатически изолированных не непрерывных систем. И.Дьярмати в книге «Неравновесная термодинамика» (1974) отмечает: «…Основные уравнения термодинамики можно вывести из одного-единственного вариационного принципа. Этот принцип был впервые сформулирован Онсагером и назван принципом наименьшего рассеяния энергии [27]. Первая его формулировка относилась к частному случаю теплопроводности в анизотропной среде; обобщения удалось достичь только после того, как в 1953 г. Онсагер и Махлуп [51], затем в 1957 г. Тисса и Маннинг [52] распространили принцип на случай адиабатически изолированных не непрерывных систем» (Дьярмати, 1974, с.144). Следует отметить, что аналоги принципа наименьшего рассеяния энергии существовали в науке и раньше, их формулировали лорд Рэлей и Г.Гельмгольц. Ф.М.Куни, А.К.Щекин и Т.Ю.Новожилова в статье «Соотношения взаимности Онзагера в неравновесной термодинамике» («Вестник Санкт-Петербургского университета», 2005, серия 4, вып.3) пишут: «Онзагер также показал, что его соотношения взаимности в линейной неравновесной термодинамике эквивалентны вариационному принципу «наименьшей диссипации энергии». Этот принцип обобщил сформулированные ранее аналогичные принципы Рэлея и Гельмгольца на произвольные линейные необратимые процессы и стал первым успехом на пути вариационной формулировки феноменологической неравновесной термодинамики, продолженной в дальнейшем в исследованиях Т.де Донде, Х.Казимира, С.Р.де Гроота и Р.Мазура, И.Пригожина» (Куни и др., 2005, с.128).

Индукция Хендрика Казимира. Известный ученый Х.Казимир индуктивно обобщил соотношения взаимности Л.Онсагера на более широкий класс физических условий. А.И.Осипов в статье «Термодинамика. Вчера. Сегодня. Завтра. Часть 2. Неравновесная термодинамика» («Соросовский образовательный журнал», 1999, № 5) пишет: «Соотношения взаимности (2) были выведены Л.Онсагером в 1931 году. В дальнейшем они были обобщены Х.Казимиром на случай термодинамических сил, которые меняют свой знак при обращении знака времени, и на векторные явления» (А.И.Осипов, 1999). Одновременно в указанной статье А.И.Осипов разъясняет смысл различных законов взаимности в физике, послуживших индуктивными источниками теории Онсагера: «Фурье связывает поток тепла q с grad T. Аналогичную форму имеет закон Фика, устанавливающий линейную связь между потоком массы за счет диффузии и градиентом концентрации. Наряду с этими основными (прямыми) процессами существуют и побочные (их называют перекрестными процессами), которые неразрывно связаны с первыми. Например, перенос заряда под действием электрического поля, осуществляемый при движении ионов в электролите или электронов в металле, означает одновременно и перенос их кинетической энергии (тепла) и массы (диффузия). Наоборот, перенос массы под действием градиента плотности или перенос тепла под действием градиента температуры означает, если речь идет о системе заряженных частиц, одновременно и перенос заряда. Все сказанное позволило Л.Онсагеру предположить, что при небольших отклонениях от равновесия существует линейная связь между потоками Ji, i=1, 2, 3, … m, и термодинамическими силами Xj, j=1, 2, 3, … m…» (А.И.Осипов, 2009).

Индукция Жозефа Ранке (Ранка). Французский инженер Жозеф Ранке (1931) выдвинул идею о возможности разделения газа на теплую и холодную часть с помощью вихревого вращения, индуктивно основываясь на опытах с использованием сепараторов, в которых он наблюдал, что в центре вихревой струи газ имел более низкую температуру, чем исходный газ. Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов в книге «Энергия вращения» (2001) пишут: «Исследуя циклические сепараторы для очистки газа от пыли, французский инженер-металлург Ж.Ранке в конце 20-х годов XX века обнаружил необычное явление: в центре струи газ, выходящий из циклона, имел более низкую температуру, чем исходный. Уже в конце 1931 г. Ранке получает первый патент на устройство, названное им «вихревой трубой» (ВТ), в котором осуществляется разделение потока сжатого воздуха на два потока – холодный и горячий. Вскоре патентует это изобретение и в других странах. В 1933 г. Ранке делает доклад во Французском физическом обществе об открытом им явлении разделения сжатого газа в ВТ. Но научной общественностью его сообщение было встречено с недоверием, так как никто не мог объяснить физику этого процесса» (Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов, 2001). Об этом же пишет кандидат технических наук Е.Бибиков в статье «Техника деда мороза», которая имеет также название «Вихри, несущие прохладу» (журнал «Юный техник», 1983, № 1): «В 1931 году французский инженер Ж.Ранк испытывал циклонные сепараторы для очистки газа от пыли. Принцип действия таких сепараторов: с помощью вентилятора слои газа в трубе закручиваются своеобразной спиралью. При этом частицы пыли, более тяжелые, чем молекулы газа, отбрасываются центробежными силами к стенкам трубы, где и улавливаются. Газ таким образом очищается. Ж.Ранк обратил внимание на такое, казалось бы, постороннее обстоятельство: центральные слои газа в циклонном сепараторе имели более низкую температуру, чем исходный газ. Ничего не зная о работе Ж.Ранка, такое же открытие делает советский гидродинамик К.Стахович» (Е.Бибиков, 1983). Некоторые ученые видят в вихревой трубе Ранке аналог «демона Максвелла», который отделял в газовой системе быстрые (теплые) молекулы от медленных (холодных) молекул вопреки второму началу термодинамики.

Индукция Джеймса Чедвика. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1935 год Д.Чедвик (1932) сформулировал представление о существовании элементарной частицы, обладающей высокой проникающей способностью и входящей в состав атомов наряду с протоном, индуктивно исходя из результатов исследования излучения, возникающего при бомбардировке атомов бериллия альфа-частицами. После того, как в 1930 году Вальтер Боте и Ханс Беккер обнаружили, что при бомбардировке бериллия альфа-частицами возникает высокопроникающее излучение, анализом этого излучения занялись супруги Жолио-Кюри. В 1932 году они обнаружили, что если на пути указанного излучения расположить парафин, то из последнего под действием этого излучения выбиваются протоны. Супруги Жолио-Кюри предположили, что они имеют дело с квантами необычайно мощного гамма-излучения. Д.Чедвик повторил опыты Фредерика и Ирен Жолио-Кюри, а также провел новые опыты с целью уточнения свойств излучения, обладающего высокой проникающей способностью. Убедившись, что гамма-кванты, о которых говорили супруги Жолио-Кюри, не способны выбивать из парафина и других веществ протоны, Д.Чэдвик склонился к мнению о том, что рассматриваемое им излучение состоит из новых элементарных частиц нейтронов, имеющих такую же массу, что и протон, но лишенных электрического заряда. Следует отметить, что мысль о существовании электронейтральных частиц возникла у него по аналогии с догадкой о возможном существовании нейтрона, которую высказывал Э.Резерфорд и в лаборатории которого работал Д.Чедвик. Здесь индукция функционировала в сотрудничестве с аналогией.

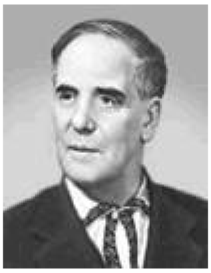
Индукция В.Мейснера и Р.Оксенфельда. В.Мейснер и Р.Оксенфельд (1933) высказали идею о том, что сверхпроводник выталкивает магнитное поле, индуктивно основываясь на эксперименте, в котором магнитное поле вытеснялось из оловянного или свинцового цилиндрического образца при переходе этого образца из нормального состояния в сверхпроводящее при охлаждении. О.И.Балабекян в статье «Лев Васильевич Шубников» (УФН, 1966, июнь) констатирует: «Немецкие физики произвели измерение распределения внешнего магнитного поля вокруг сверхпроводящего оловянного или свинцового цилиндрического образца, ось которого была расположена перпендикулярно полю, и получили неожиданный результат: при переходе образца из нормального состояния в сверхпроводящее при охлаждении его в постоянном магнитном поле магнитный поток полностью вытеснялся из него, т.е. магнитная индукция оказалась равной нулю. Это явление получило название «эффекта Мейснера» (Балабекян, УФН, 1966, с.323).

Индукция Б.В.Курчатова и В.П.Жузе. Б.В.Курчатов и В.П.Жузе сделали вывод о том, что проводимость полупроводников пропорциональна количеству содержащихся в них примесей, индуктивно исходя из обнаружения подобной закономерности в закиси меди, в которой в качестве примеси выступал кислород. В.Я.Френкель в статье «Абрам Федорович Иоффе» (УФН, 1980, сентябрь) подчеркивает: «Один из первых фундаментальных результатов, полученных в ФТИ в процессе исследований полупроводников, принадлежал В.П.Жузе и Б.В.Курчатову. В их работе впервые в мире было показано, что проводимость полупроводников пропорциональна количеству содержащихся в них примесей (эксперименты проводились на закиси меди; исследованной примесью был избыточный кислород, менявший величину электропроводности на семь порядков). Одновременно с этим было разграничено влияние примесной и собственной проводимости. Роль этой работы представляется еще большей, если вспомнить, что в те годы не было совершенных эффективных методов очистки кристаллов…» (Френкель, УФН, 1980, с.34).

Индукция Г.Френцеля и Г.Шультеса. Немецкие физики Г.Френцель и Г.Шультес (1934) выдвинули гипотезу о возможности возбуждать свечение в воде с помощью ультразвука, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых они обнаружили, что чистая вода при облучении ее ультразвуком слегка светится в темноте. Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов в книге «Энергия вращения» (2001) пишут: «Люди давно подметили, что бурун от винта за кормой моторной лодки слегка светится в темноте. Долгое время это объясняли люминесценцией микроорганизмов, живущих в воде и побеспокоенных винтом. Но еще в 1934 г. физики Г.Френцель и Г.Шультес из Кельна обнаружили, что чистая вода, не содержащая микроорганизмов, при облучении ее ультразвуком тоже слегка светится в темноте. Это явление назвали сонолюминесценцией (звукосвечением). В те годы это весьма слабое и не всегда воспроизводимое свечение, в отличие от открытого в те же 30-е годы голубого свечения в воде излучения Черенкова-Вавилова, вроде бы не обещало никаких перспектив ни в научном, ни тем более в практическом плане. Поэтому сонолюминесценция даже во второй половине XX века оставалась на задворках большой науки. Физики ею не интересовались, а химиков, еще в 1929 г. открыших эффекты стимулирования ультразвуком химических реакций, больше интересовали химические реакции, а не сопровождающие их иногда эффекты сонолюминесценции» (Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов, 2001).

Индукция супругов Жолио-Кюри. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 1935 год Фредерик Жолио-Кюри и Ирен Жолио-Кюри сформулировали гипотезу о существовании позитронной радиоактивности, индуктивно основываясь на опытах по облучению различных мишеней (алюминия, бора, магния и других элементов) альфа-частицами. Ф.Кедров в книге «Цепная реакция идей» (1975) отмечает: «Итак, Ирен и Фредерик Жолио-Кюри облучали альфа-частицами различные мишени: алюминий, бор, магний (в которых наблюдался новый эффект), водород, литий, углерод, бериллий, азот, кислород, фосфор, калий, натрий, никель и серебро (в них новый эффект не наблюдался). Этим новым эффектом оказалась позитронная радиоактивность. Когда источник альфа-частиц – диск с нанесенным на него полонием – удалялся, исследователи наблюдали, что облученный алюминий продолжал испускать позитроны. Оказалось, что бор и магний также продолжают испускать позитроны после удаления радиоактивного источника, хотя время испускания позитронов для разных элементов различно. Элементы «второго списка», от водорода до серебра, при облучении не испускали позитронов. Наблюдаемая же позитронная радиоактивность первых трех элементов свидетельствовала о происходящих под действием бомбардировки ядерных реакциях. То, что это именно позитроны, а не другие частицы, подобные тем, что испускаются природными радиоактивными элементами, Ирен и Фредерик Жолио-Кюри показывали с помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле напряженностью 400 эрстед» (Ф.Кедров, 1975).

Индукция Отто Гана и Фрица Штрасмана. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1944 год Отто Ган (1938) совместно с Фрицем Штрасманом выдвинул гипотезу о возможности расщепления атома, индуктивно исходя из открытого ими явления деления ядер урана под действием медленных нейтронов. Лауреат Нобелевской премии по химии Н.Н.Семенов в 4-ом томе книги «Избранные труды» (2006) пишет: «В 1938 г. Ган и Штрасман открыли явление деления ядер урана под действием медленных нейтронов. Первоначально они ставили задачу получения трансурановых элементов, но вместо этого открыли принципиально новое явление радиоактивного деления ядра урана (как оказалось впоследствии, ядра изотопа урана-235) на два осколка, являющихся ядрами средних элементов. В соответствии с кривой дефекта массы такое деление связано с выделением очень большой энергии. Через несколько месяцев после этого открытия Френкель, а затем Бор дали теорию явления, исходя из аналогии между делением ядра и делением капли жидкости, заряженной по всему объему одноименным электричеством» (Семенов, 2006, с.393). Учитывая, что Ган и Штрасман открыли расщепление атома урана в качестве побочного продукта своего стремления получить трансурановые элементы, их открытие было случайным. Следовательно, рассматривая их гипотезу о делении атома, можно говорить об индукции с фактором случая. Интересно, что это же случайное открытие сделал Энрико Ферми, но он не понял, что открыл, поэтому упустил возможность стать автором столь весомого научного достижения. Ю.Нееман в статье «Наука эволюционирует по Дарвину?» (журнал «Химия и жизнь», 1994, № 8) пишет: «Бомбардируя нейтронами ядра урана, Ферми хотел получить элементы 93 и 94. Вместо этого, согласно Лизе Мейтнер и Отто Фришу, он расщепил ядра урана надвое и наблюдал известные элементы, расположенные в середине периодической таблицы. В этих революционных случаях – ярко выраженная стохастическая компонента, то есть очевидный эффект случайности. Однако иногда поразительные результаты, полученные «случайно», делают такой стохастической компонентой самого ученого» (Ю.Нееман, 1994).

	«Вспомним случаи непослушания из биографии Павлова, Пирогова, Суворова, Менделеева, и трудно не прийти к выводу – непослушание есть одна из неизбежных черт, проявляющихся в человеке, ищущем и создающем всегда новое в науке, искусстве, литературе, философии. Таким образом, казалось бы, одно из условий развития таланта человека – это свобода непослушания». Петр Капица

Индукция Петра Капицы. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1978 год П.Л.Капица (1937, 1938) выдвинул предположение о сверхтекучести жидкого гелия, охлажденного до очень низкой температуры, индуктивно исходя из того, что измерение вязкости жидкого гелия с помощью оригинального прибора визкозиметра показало, что эта вязкость исчезающее мала. А.С.Боровик-Романов в статье «Нобелевская премия П.Л.Капице» (журнал «Успехи физических наук», 1979, февраль) пишет: «Фундаментальным открытием П.Л.Капицы в области физики низких температур является открытие сверхтекучести жидкого гелия. К этому открытию привел большой цикл работ, проведенных Петром Леонидовичем во второй половине 30-х годов. Работы были начаты с целью выяснения природы обнаруженной ранее голландскими физиками Кеезомом и его дочерью «сверхтеплопроводности» жидкого гелия 2 при передаче тепла через тонкие капилляры. П.Л.Капица выдвинул идею, что наблюдавшаяся «сверхтеплопроводность» не является истинной молкулярной теплопроводностью, а есть результат какого-то конвективного переноса тепла. Для того, чтобы такое предположение было верным, необходимо было, чтобы вязкость гелия была очень мала. Измерения очень малых величин вязкости – это очень трудная экспериментальная задача, так как все ошибки измерений приводят к получению завышенных результатов. Петр Леонидович построил оригинальный вискозиметр, в котором гелий протекал через тонкую (порядка полмикрона) кольцевую щель. Эксперименты с этим вискозиметром привели к обнаружению того удивительного факта, что вязкость гелия, во всяком случае, во много раз меньше, чем вязкость самых маловязких веществ. Это дало основание Петру Леонидовичу высказать предположение, что вязкость жидкого гелия просто равна нулю. Он назвал это состояние гелия сверхтекучим» (Боровик-Романов, 1979, с.338).

Индукция Петра Капицы. П.Л.Капица выдвинул гипотезу о возможности получить горячую плазму путем воздействия на тело высокочастотного излучения, индуктивно исходя из эксперимента, в котором пропускание такого излучения через кварцевый шар, наполненный гелием, приводило к образованию горячей плазмы. Необходимо отметить, что указанная гипотеза Капицы представляла собой индукцию с фактором случая, так как ученый случайно обнаружил условия возникновения плазмы в домашних условиях. В своей

Нобелевской лекции «Плазма и управляемая термоядерная реакция» (УФН, 1979, декабрь) П.Л.Капица указывает: «…Мы случайно нашли явление, при котором получалась горячая плазма. Нами разрабатывался мощный высокочастотный генератор непрерывного действия. В результате был осуществлен прибор, генерирующий высокую частоту при длине волны 20 см с высоким КПД и мощностью в несколько киловатт. Принцип, на котором он работает, теперь описан, и также полностью описана его конструкция и дана его рабочая характеристика. Этот генератор был нами назван «Ниготрон». В процессе разработки этого генератора, начиная с 1950 г., при испытании одной из его моделей мы пропускали его излучение через кварцевый шар, наполненный гелием при давлении 10 см ртутного столба. При этом в нем вспыхнуло свечение, которое имело четкие границы. Все явление наблюдалось несколько секунд, так как в одном месте шар проплавился. Эти наблюдения привели к мысли, что шаровая молния – тоже явление, создаваемое высокочастотными колебаниями, возникающими в грозовых облаках после обычной молнии» (Капица, УФН, 1979, с.575).

Индукция Евгения Завойского. Е.К.Завойский (1944) сделал заключение о существовании электронного парамагнитного резонанса, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. Исследуя в начале 40-х годов 20 века парамагнитную релаксацию в конденсированных средах с использованием метода резонансного поглощения веществом радиоволн с частотой 100 мГц и метода модуляции постоянного магнитного поля, Е.К.Завойский обнаружил пики поглощения СВЧ-поля в безводном хлориде хрома, в сульфатах марганца и меди, в других парамагнитных солях. В этих работах, в частности, была показана линейная зависимость напряженности постоянного магнитного поля от частоты осциллирующего СВЧ-поля, а также обратная зависимость парамагнитной восприимчивости (величины эффекта) от температуры. Конечно, Е.К.Завойский еще до этих опытов догадывался о реальности электронного парамагнитного резонанса, отталкиваясь от аналогии с явлением ферромагнитного резонанса, обнаруженного В.К.Аркадьевым в 1913 году. В.П.Карцев в книге «Магнит за три тысячелетия» (1988) пишет: «Еще в 1913 г. ученик П.Н.Лебедева В.К.Аркадьев заметил первый магниторезонансный эффект – поглощение ферромагнетиками высокочастотных электромагнитных колебаний» (В.П.Карцев, 1988). При этом Аркадьев, как бы предчувствуя использование эффекта еще не открытого в его время электронного парамагнитного резонанса, отмечал: «Исследования полного спектра вещества открывают перед нами возможность проникнуть в геометрическое распределение зарядов отдельных атомов и молекул, изучить строение их и подойти к решению самых разнообразных физико-химических вопросов» (цит. по: В.П.Карцев, 1988).

Индукция Михаила Лаврентьева. М.А.Лаврентьев (1944) высказал предположение о возможности сварки взрывом, индуктивно основываясь на опытах по проверке степени прочности двухслойной брони при попадании в нее снарядов. При этом выяснилось, что два плотно прижатых друг к другу стальных листа, образующих указанную двухслойную броню, в месте попадания снарядов сваривались между собой. Л.Мельникова в статье «Сварка взрывом: трудности теории и успехи практики» (журнал «Химия и жизнь», 1971, № 7) указывает: «Сварку взрывом впервые наблюдал академик М.А.Лаврентьев в 1944 году. Шли испытания новой брони – двухслойной. Вместо монолитной плиты решили использовать два плотно прижатых друг к другу стальных листа. По замыслу конструкторов, при той же толщине и том же весе защиты прочность ее должна была резко увеличиться. Броня и в самом деле оказалась очень крепкой, но при осмотре мест прямого попадания снарядов был обнаружен странный, невиданный ранее эффект: листы сваривались между собой, образуя характерный волнообразный шов» (Л.Мельникова, 1971).

Индукция Уиллиса Лэмба. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1955 год Уиллис Лэмб (1947) высказал гипотезу о том, что электроны вращаются вокруг атомного ядра водорода на разных уровнях энергии таким образом, что эти уровни не совпадают с теми значениями энергии, которые предсказаны теорией Дирака, индуктивно исходя из экспериментов. Позже У.Лэмб дал расчет этого сдвига энергии, получившего название лэмбовского сдвига, на основе методов квантовой электродинамики. Очень близко к открытию и правильному объяснению этого сдвига подходил В.Вайскопф, который в своей книге «Физика в двадцатом столетии» (1977) пишет: «После войны я стал профессором физики Массачусетского технологического института. Позвольте мне рассказать о работе, которой я занимался в то время. С 1936 г. имелись неясные сведения, что положение наблюдаемых уровней водорода не совпадает в точности с предсказаниями, следующими из уравнениями Дирака – так называемый эффект Пастернака. Существовали некоторые соображения о том, как можно рассчитать этот эффект с помощью квантовой электродинамики при наличии расходимостей. После войны я решил заняться этой проблемой вместе с очень способным аспирантом Б.Френчем, который сейчас хорошо известен как специалист по структуре ядра. Мы думали рассчитать этот эффект, более известный под названием лэмбовского сдвига, попытавшись изолировать бесконечную собственную энергию электрона. Это были трудные вычисления, так как техника перенормировки еще не была развита» (Вайскопф, 1977, с.29). «Но затем, - поясняет В.Вайскопф, - У.Лэмб и Р.Резерфорд поставили хороший эксперимент и, наконец, мы получили результат, который прекрасно совпадал с их данными. Я сообщил об этом Юлиану Швингеру и Дику Фейнману. Ю.Швингер находился в Гарварде, а Д.Фейнман в то время был в Корнеле; они повторили наши вычисления, но их результаты не совпали с нашими…» (там же, с.29). «Мы отложили публикацию, - вспоминает В.Вайскопф, - чтобы найти ошибку и искали ее полгода. Тем временем У.Лэмб и Кролл опубликовали результат расчета того же эффекта, который более или менее совпадал с нашим. Затем мне позвонил Д.Фейнман из Итаки: «Вы правы, я ошибался!» Таким образом, если бы у нас хватило мужества опубликовать наши результаты, наша статья была бы первой, объясняющей эксперимент Лэмба и Резерфорда. Каков же вывод из этой истории? Надо верить в то, что делаешь» (там же, с.29).

Индукция Г.Поллака и Д.Блюитта. Американские физики Г.Поллак и Д.Блюитт (1947) пришли к заключению о реальном существовании синхротронного излучения, теоретически предсказанного Д.Д.Иваненко и И.Я.Померанчуком, индуктивно основываясь на случайном наблюдении, которое сделал аспирант Г.Поллака Флойд Хабер. Напомним, что синхротронное излучение – это электромагнитные волны, испускаемые релятивистскими электронами, движущимися в магнитном поле. Ф.Хабер проводил профилактические работы на ускорителе синхротроне мощностью 80 мегаэлектронвольт (Мэв), в месте, где было снято металлизированное непрозрачное покрытие стеклянной камеры ускорителя. При этом Ф.Хабер случайно увидел яркий голубоватый свет, идущий от орбиты электронов. Он сообщил об этом своему научному руководителю Г.Поллаку. В.В.Михайлин в статье «Синхротронное излучение в исследовании свойств вещества» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 9) пишет: «Поиск излучения «светящегося электрона» начали экспериментаторы. Американский физик Д.Блюитт попытался обнаружить СИ на синхротроне на 80 Мэв фирмы «Дженерал Электрик», однако неправильно оценил спектральное распределение и искал излучение в СВЧ-области. На том же синхротроне несколько позже (в 1947 году) аспирант Х.Поллака Ф.Хабер при проведении профилактических работ на камере ускорителя (в одном месте было снято металлизированное непрозрачное покрытие стеклянной камеры ускорителя) увидел яркий голубоватый свет с орбиты электронов. Поскольку экспериментально излучение впервые было обнаружено на синхротроне, его и назвали синхротронным. Сейчас кажется странным, почему излучение пытались обнаружить в СВЧ-области, так как даже учет хотя бы эффекта

Доплера дает смещение максимума излучения в область высоких частот…» (В.В.Михайлин, 1996). Об этом же В.В.Михайлин говорит в телевизионной программе Александра Гордона, посвященной синхротронному излучению (сентябрь 2003 г.): «И вот инженер Флойд Хабер проводил профилактику. Камера стеклянная, внутри она покрыта аквадагом, чтобы заряд стекал. В одном месте этот аквадаг счистили (это сделал Флойд Хабер, молодой инженер, к сожалению, дальше я не нашел его следов в литературе) и он видит это яркое излучение в оптическом диапазоне. Машина маленькая, мы ее потом покажем. Причем, это было яркое голубоватое свечение» (В.В.Михайлин, 2003). Таким образом, несмотря на то, что синхротронное излучение было теоретически предсказано, вывод о его реальном существовании базировался на случайном наблюдении, следовательно, можно говорить об индукции с фактором случая. Отметим, что И.Я.Померанчук (1943) выдвинул гипотезу о торможении электронов в магнитном поле ускорителя с испусканием электромагнитных волн по аналогии с эффектом торможения электронов в магнитном поле Земли с испусканием тех же волн.

Индукция Исаака Померанчука. Выдающийся русский физик, один из лучших учеников Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук высказал идею о существовании гипер-ядер, индуктивно основываясь на наблюдениях польского физика Даныша, который обнаружил атомные ядра, включающие в свой состав протоны, нейтроны и одну странную частицу (лямбда-частицу). В книге «Воспоминания о И.Я.Померанчуке» (1988) Б.М.Понтекорво вспоминает: «Еще один пример просветительской деятельности Исаака Яковлевича Померанчука в Дубне. В начале 50-х годов появилась очень интересная работа польского физика Даныша о наблюдении гипер-ядер. Что такое гипер-ядро? Как вы знаете, атомное ядро состоит из нуклонов – нейтронов и протонов. (…) Гипер-ядро – это квазиядро и состоит из нуклонов и одной странной частицы – лямбда-частицы. Например, Li с атомной массой 6 состоит из трех протонов, двух нейтронов и одной лямбда-частицы. Во время поездки в Дубну Исаак Яковлевич узнал о наблюдении Даныша и сразу рассказал об этом на семинаре. Учтите, что в работе Даныша была дана правильная интерпретация наблюдения, т.е. была сформулирована гипотеза о существовании гипер-ядра как системы из нуклонов и одной лямбда-частицы, но практически не обсуждались проблемы физики гипер-ядра. Померанчук тут же указал на особенность гипер-ядер. Принцип Паули, который так важен для систем, содержащих ряд одинаковых нуклонов, не играет роли для лямбда-частиц в гипер-ядре, так как таких частиц только одна» («Воспоминания о И.Я.Померанчуке», 1988, с.113).

Индукция Исаака Померанчука. И.Я.Померанчук (1951) сделал вывод о том, что процессы рождения странных частиц отличаются по своей природе от процессов их распада, индуктивно исходя из удивительных свойств элементарных частиц гиперонов и каонов. Эти частицы рождаются при высоких энергиях с очень большой вероятностью, а распадаются самопроизвольно с малой вероятностью, что впервые обнаружил Б.М.Понтекорво (1951) независимо от М.Гелл-Манна и Пайса. Б.М.Понтекорво в книге «Воспоминания о И.Я.Померанчуке» (1988) отмечает: «Главные действующие лица в рассказе – это гипероны и каоны – частицы, которые сегодня называются странными частицами. Необходимо учесть, что слово «странность» - это сегодня технический термин, но когда-то давным-давно эти частицы назывались странными потому, что они имеют удивительные свойства. Чем они были удивительны? Они удивительны тем, что рождаются в столкновениях при высоких энергиях с очень большой вероятностью, а распадаются самопроизвольно с очень большим временем жизни (т.е. с малой вероятностью). Этот кажущийся парадокс – большая вероятность рождения и большое время жизни – был замечен мною независимо от американских физиков Гелл-Манна и Пайса в 1951 г., и я очень кратко рассказал о моих суждениях Исааку Яковлевичу, когда он приехал в Дубну на семинар. Он сразу же выступил на семинаре и сказал, что ему понравились мои замечания, и он хотел бы рассказать о них. Он говорил не менее часа, и при этом в его речи не было воды. Его выступление оказалось очень полезным для меня. Парадокс снимается, если допустить вопреки мнению, царившему в то время, что процессы рождения странных частиц отличаются по своей природе от процессов их распада. Как мы хорошо знаем сегодня, странные частицы рождаются в сильных взаимодействиях, а распадаются благодаря слабым взаимодействиям» («Воспоминания о И.Я.Померанчуке», 1988, с.111).

Индукция Клиффорда Шалла. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1994 год К.Шалл (1951) сформулировал идею о возможности исследования кристаллографической структуры веществ путем облучения данных веществ медленными нейтронами, индуктивно исходя из экспериментов, в которых удалось наблюдать дифракцию (рассеяние) медленных нейтронов на кристаллической решетке ряда веществ. Эта дифракция была аналогична рассеянию рентгеновских лучей на той же кристаллической решетке веществ. Бертрам Брокхауз в своей Нобелевской лекции «Спектроскопия медленных нейтронов и Великий Атлас физического мира» (УФН, 1995, декабрь) говорит об исследованиях Клиффорда Шалла: «К 1951 г. было проведено несколько экспериментов по изучению упругого рассеяния монохроматических медленных нейтронов на образцах, имеющих структуру порошковых кристаллов (нейтронный аналог дифракционных картин Дебая-Шеррера для рентгеновского рассеяния). Они прояснили понимание кристаллографической структуры этих веществ. Было даже несколько работ по исследованию углового распределения при рассеянии медленных нейтронов на ряде жидких и газообразных образцов. И, что особенно важно, был продемонстрирован факт рассеяния нейтронов на кристаллических веществах, содержащих атомы с ненулевым магнитным моментом, и определены некоторые магнитные характеристики» (Брокхауз, УФН, 1995, с.1381). Одной из исходных посылок идеи Клиффорда Шалла о возможности исследовать структуру кристаллов с помощью дифракции нейтронов были эксперименты Э.Воллана и Р.Б.Сойера (1946) по обнаружению этой дифракции. К.Шалл в своей Нобелевской лекции «Раннее развитие физики нейтронного рассеяния» (УФН, 1995, декабрь), говоря о двухосном спектрометре для наблюдения полных дифракционных картин, даваемых нейтроном, указывает: «Управление спектрометром никак не было автоматизировано, и для Воллана и его давнего коллеги Р.Б.Соейера наступил мучительный период кропотливого сбора данных, ставших в начале 1946 г. первым свидетельством нейтронных дифракционных картин в поликристаллах NaCl, а также в легкой и тяжелой воде. Мне показали эти картины во время моей поездки в Окридж весной того же года перед тем, как я сам туда переехал и присоединился к исследованиям Воллана в июне» (Шалл, УФН, 1995, с.1400).

«Создатель ядерной науки Резерфорд сказал, что ученики не позволяют ему стареть. Это утверждение верно для большинства учителей, достойных этого звания. Что же касается Ферми, то до конца своей жизни он был моложе духом любого своего ученика или сотрудника. И до конца своих дней Ферми оставался студентом, всегда полным страстного желания получить новые знания».

Бруно Понтекорво об Энрико Ферми

Индукция Энрико Ферми. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1938 год Э.Ферми (1934) сформулировал идею о том, что бомбардировка атомов нейтронами порождает искусственную радиоактивность даже у легких элементов, индуктивно исходя из опытов, в которых воздействие нейтронов на фтор и алюминий приводило к тому, что эти элементы становились радиоактивными (начинали испускать электроны). Примечательно, что во время этих экспериментов Э.Ферми и его коллегам приходилось быстро бегать по коридору, так как источник нейтронов и прибор, измеряющий радиоактивность элементов, находились в разных местах института. Сергей Снегов в книге «Прометей раскованный» (1972) пишет об экспериментах Ферми: «Но когда физики, отступив от непокоренных азота и кислорода, занялись следующим элементом – фтором, овладевшее было ими разочарование сменилось восторгом. Даже кратковременная нейтронная бомбежка делала фтор радиоактивным. Правда, активность фтора за десять секунд уменьшалась наполовину, так что приходилось устраивать спринтерские кроссы по коридору, но импульсы регистрировались отчетливо, облученный фтор интенсивно ионизировал воздух. Алюминий показал еще более высокую активность – 30-40 импульсов в минуту сразу после облучения. И период полураспада равнялся уже не секундам, а 12 минутам, с алюминием можно было и не побивать рекордов в беге. И алюминий к тому же после нейтронной бомбардировки испускал не экзотические позитроны, обнаруженные парижанами, - нет, в Риме он выбрасывал тривиальные электроны. Это был хорошо известный науке радиоактивный бета-распад, но только созданный искусственно. В восторге от удачи, Ферми отправляет в печать сообщение о том, что нейтронная бомбардировка элементов порождает искусственную радиоактивность. Правда, искусственно активированных элементов пока два – фтор и алюминий, но разве дело в количестве их? Важен принцип: нейтроны порождают радиоактивность даже у легких элементов» (С.Снегов, 1972). Вскоре, а именно 10 апреля 1934 года Э.Ферми с коллегами обнаружил искусственную радиоактивность, вызванную нейтронами, еще у двадцати двух элементов. Среди них железо, кремний, фосфор, хлор, ванадий, медь, мышьяк, серебро, теллур, йод, хром, барий, лантан и т.д. Об этом же пишет Роберт Юнг в книге «Ярче тысячи солнц» (Москва, «Атомиздат», 1960): «Но Ферми решил применить не альфа-частицы, как это делал француз (Жолио-Кюри – Н.Н.Б.), а новый, более мощный снаряд – нейтрон. Вместе с учениками он начал в 1934 г. систематическую бомбардировку нейтронами одного элемента за другим. Результаты с первыми восемью элементами оказались отрицательными. Но когда взялись за девятый элемент, фтор, то гейгеровский счетчик начал щелкать, т.е. обнаружил искусственную радиоактивность. Работа оказалась настолько захватывающей, что молодой ученый физико-химик д'Агостино, приехавший из Парижа на несколько недель, так надолго отложил свой отъезд, что кончился срок действия железнодорожного обратного билета, и тогда он решил остаться навсегда» (Р.Юнг, 1960). Здесь индукция Э.Ферми основывалась на методе перебора, о котором пишет его супруга Лаура Ферми в книге «Атомы у нас дома» (Москва, изд-во иностранной литературы, 1959): «Теперь Энрико мог уже приступить к первым опытам. Он был человек методический и не стал бомбардировать первые попавшиеся под руку вещества, а двинулся по порядку, следуя периодической таблице элементов, начиная с самого легкого – водорода. С водородом не получилось никаких результатов; когда Энрико бомбардировал воду нейтронами, ничего не произошло. Затем он попробовал литий, но тоже безуспешно. Потом он перешел к бериллию, а также к бору, углероду, азоту. Ни один из них не активировался. Энрико начал колебаться, обескураженный своей неудачей, и готов был уже прекратить опыты, и только его упорство не позволяло ему так быстро сдаться. Он решил попробовать еще один элемент. Он знал, что кислород не поддается активации, потому что первый опыт он провел с водою. Он решил облучить фтор. Ура! Упорство его было вознаграждено. Фтор активировался очень сильно, а также и другие, следующие за ним элементы периодической таблицы» (Ферми, 1959, с.115).

Индукция Энрико Ферми. Э.Ферми (1935) пришел к выводу, что парафин может служить замедлителем нейтронов, индуктивно основываясь на том, что парафин замедлял нейтроны, с помощью которых облучали образец железа. Замедленные нейтроны вызывали в облучаемом веществе больше ядерных превращений, чем нейтроны, не испытавшие эффекта замедления. Открытие эффекта замедления нейтронов, в конечном счете, позволило Э.Ферми создать первый в мире ядерный реактор. Примечательно, что Э.Ферми с коллегами случайно обнаружили способность парафина замедлять нейтроны. В.Н.Маслов в книге «Алгоритм изобретений» (Москва, изд-во «ИРИС-ГРУПП», 2011) отмечает: «История науки подтверждает, что счастливый случай может перевернуть всю творческую жизнь ученого, направив его напряженную мысль в сторону неожиданной плодотворной идеи. По рассказу Энрико Ферми, открытие медленных нейтронов (на использовании свойств которых основана работа ядерных реакторов) произошло благодаря счастливой случайности. Между образцом железа, подвергавшимся облучению потоком нейтронов, и родон-бериллиевым источником нейтронов оказался маленький кусочек парафина. Обнаруженное при этом заметное увеличение радиоактивности облучаемого железа оказалось результатом замедления нейтронов при их прохождении через парафин. Благодаря этому открытию именно Энрико Ферми создал первый в мире ядерный реактор» (Маслов, 2011, с.8). Об этой же случайности пишет Дэвид Ирвинг в книге «Ядерное оружие Третьего рейха» (Москва, «Центрполиграф», 2005): «Фактически случайно Ферми обнаружил, что если источник нейтронов окружить слоем некоего вещества с высоким содержанием водорода, например твердым парафином, возможности нейтронов по воздействию на ядра некоторых тяжелых химических элементов значительно возрастают. Он доказал, что обладающие высокой скоростью нейтроны при столкновении с содержащимися в парафине легкими атомами водорода «замедляются» (Д.Ирвинг, 2005). В данной ситуации мы вновь наблюдаем индукцию с фактором случая.

Индукция Энрико Ферми. Э.Ферми (1952) выдвинул предположение о резонансном характере взаимодействия элементарных частиц пионов с нуклонами, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых этот резонансный характер наблюдался в ускорителе элементарных частиц - чикагском синхроциклотроне. А.Альварес в своей Нобелевской лекции «Современное состояние физики элементарных частиц» (УФН, январь 1970 г.) пишет: «В 1952 г. Андерсон и Ферми совместно с сотрудниками приступили к своим классическим экспериментам по взаимодействию пионов с нуклонами при энергиях, которые теперь называются низкими. Они работали с выведенным пучком п-мезонов, которые получались на чикагском синхроциклотроне, и обнаружили то, что в течение длительного времени называлось пион-нуклонным резонансом» (Альварес, УФН, 1970, с.94).

Индукция Э.Ферми, Д.Паста и З.Улама. Э.Ферми, Д.Паст и З.Улам (1950-е годы) пришли к заключению о том, что в сложных механических системах квазипериодические процессы могут доминировать над процессами термодинамического равновесия, индуктивно исходя из следующего вычислительного эксперимента, проведенного с использованием компьютера. С.П.Кузнецов в книге «Динамический хаос» (2001) пишет: «Новые возможности для проработки вопроса о релаксации сложных механических систем к термодинамическому равновесию стали открываться с развитием компьютеров, и одним из первых это осознал Э.Ферми. В начале 50-х годов Ферми, Паста и Улам предприняли попытку пронаблюдать в вычислительном эксперименте процесс установления термодинамического равновесия в цепочке связанных нелинейных осцилляторов. Результат оказался неожиданным: вместо релаксации к равновесию наблюдался явно квазипериодический процесс. Эта работа показала, что проблема сложнее, чем она виделась раньше» (С.П.Кузнецов, 2001). Об этом же пишет П.П.Гаряев в книге «Волновой генетический код» (1997). Говоря о явлении возврата нелинейной системы в состояние неравновесного периодического движения, П.П.Гаряев отмечает: «Это явление было обнаружено в 1949 г. как результат компьютерного исследования динамики колебаний в цепочках нелинейно связанных осцилляторов. Оказалось, что против всякого ожидания энергия первоначального возмущения крайних осцилляторов в таких цепочках не термолизовалась, а, распределившись по высшим гармоникам, затем вновь собиралась в спектр первоначального возмущения. При увеличении числа осцилляторов в цепочке картина возврата энергии неизменно сохранялась. Эта проблема получила название возврат Ферми-Паста-Улама по именам Э.Ферми, Д.Паста и З.Улама, которые первыми исследовали эту задачу. В дальнейшем возврат ФПУ был экспериментально обнаружен в длинных электрических линиях с нелинейными элементами в плазме, а также в динамике волн на глубокой воде» (П.П.Гаряев, 1997). Стивен Строгац в статье «Маленькое открытие» Ферми и будущее теории хаоса и сложности» («Живой журнал», 18 октября 2008 г.) добавляет ряд интересных деталей в историю открытия Ферми. Говоря о результатах компьютерного эксперимента Ферми с механическими осцилляторами, он пишет: «Результаты оказались шокирующими. Ученые полагали, что при возмущении системы нелинейные движения приведут к тому, что все частицы начнут двигаться случайным образом одинаково во всех направлениях. Такое равномерное распределение энергии предсказывается термодинамикой. Но компьютер показал совсем другое. По прошествии очень длительного времени частицы вернулись почти точно в исходное состояние. Стало очевидно, что нелинейные системы могут приводить к порядку. Нелинейность рождает хаос, но затем сама его и устраняет. Ферми пришел в восторг от неожиданного феномена, «маленького открытия», как он с нежностью говорил. К сожалению, великий физик не успел опубликовать полученные результаты. Паста и Улам, чтобы не присваивать себе честь «маленького открытия», потихоньку включили данные в отчет и лишь спустя десять лет поместили их в сборник работ Ферми» (С.Строгац, 2008).

Индукция Дональда Глазера (Глезера). Лауреат Нобелевской премии по физике за 1960 год Д.Глазер (1952) высказал идею о том, что пусковым механизмом кипения перегретой жидкости под давлением могут служить частицы высоких энергий, индуктивно исходя из того, что ему удалось наблюдать кипение диэтилового эфира (спирта) под действием радиации - космических лучей. Идея Д.Глазера представляла собой индукцию, основанную на методе проб и ошибок, так как он пришел к использованию вскипающего диэтилового эфира как наиболее эффективного индикатора попадающих в него элементарных частиц, перепробовав массу других жидкостей: подогретого пива, газированных прохладительных напитков и т.д. Именно эти исследования Д.Глазера позволили ему создать пузырьковую камеру - детектор элементарных частиц, за который он был удостоен Нобелевской премии. В книге «Лауреаты Нобелевской премии» (1992) отмечается: «Глазер пытался установить, могут ли частицы высоких энергий быть «пусковыми механизмами» кипения перегретой жидкости под давлением. Он стал экспериментировать с бутылками подогретого пива и газированных прохладительных напитков, чтобы определить, влияет ли реактивный источник на пенообразование. В конце концов, после более тонких экспериментов и расчетов он обнаружил, что при соответствующих условиях радиация могла бы «запускать» кипение жидкости. Например, если диэтиловый эфир нагреть до 140 градусов Цельсия (т.е. до температуры, которая намного выше его нормальной точки кипения), то под действием радиации – космических лучей или от любого другого источника – он мгновенно закипает. Используя набор небольших стеклянных камер различной формы с рабочим объемом в несколько кубических сантиметров и с перегретым эфиром в качестве рабочего вещества, Глазер попытался точно определить треки частиц ионизирующего излучения» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992). Примечательно, что на проведение опытов с диэтиловым эфиром Глазера натолкнула статья 30-летней давности о странных свойствах этой жидкости. В.Карцев в книге «Магнит за три тысячелетия» (1988) повествует: «Дональд Глезер в течение долгого времени мучительно искал материал, твердый или жидкий, находящийся в таком неустойчивом равновесии, которое могла бы нарушить даже одна-единственная атомная частица. В этом случае частица, непредставимо эфемерная, могла бы оставить за собой видимый глазом след, который состоял бы, например, из пузырьков испарившейся жидкости. Временами Глезер терял надежду – слишком ничтожной казалась вероятность испарить энергией единственной частицы заметное количество жидкости. Однажды Глезеру попалась на глаза тридцатилетней давности статья Кенрика, Гильберта и Визмера о «странной жидкости» - диэтиловом эфире, нагретом до 140^{o}С. «Странность» жидкости заключалась в том, что при этой температуре она обязательно бурно вскипала, однако всегда через различные промежутки времени. Проведя тридцать экспериментов, авторы убедились в том, что промежутки времени перед вскипанием этой «капризной» жидкости образовывали ряд, соответствующий закону случайных событий. Глезер засел за расчеты, которые показали, что частота вскипания жидкости в точности соответствует возможности попадания в колбу космических лучей, т.е. отдельных атомных частиц с высокой энергией. Так была открыта первая жидкость, пригодная для использования в пузырьковой камере, за создание которой Глезер получил в 1960 г. Нобелевскую премию» (В.Карцев, 1988).

«Ему сопутствовал успех в науке. Состояние творчества было его постоянным состоянием. Творчество же он считал наивысшей радостью человека. И эта радость постоянно его сопровождала. Вот почему за несколько лет творческой дружбы с ним я видел его только в хорошем настроении, только веселым».

Э.Л.Андроникашвили о Льве Ландау

Индукция Льва Ландау. Одной из исходных посылок теории фазовых переходов второго рода, построенной Л.Д.Ландау и И.М.Халатниковым, было индуктивное обобщение релаксационной теории поглощения звука, разработанной Л.И.Мандельштамом и М.А.Леонтовичем. И.Я.Яковлев в книге «Воспоминания об академике М.А.Леонтовиче» (1990) пишет о Леонтовиче: «Через несколько минут он отложил перо и объяснил, что занимается релаксационной теорией поглощения звука, строя ее так, чтобы устранить противоречие между квадратичной зависимостью от частоты поглощения звука в жидкостях и возможностью наблюдения тонкой структуры спектральных линий рассеянного света. Он посоветовал прочитать мне статью Кнезера о поглощении звука в многоатомных газах, что я и сделал осенью. Мы, конечно, не могли тогда предвидеть, что теория Леонтовича-Мандельштама будет через 25 лет обобщена Л.Д.Ландау и И.М.Халатниковым на случай фазовых переходов второго рода и мне придется экспериментально искать температурную зависимость времени релаксации в λ-точке кристалла…» («Воспоминания об академике М.А.Леонтовиче», 1990, с.96).

Индукция Льва Ландау. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1962 год Л.Ландау (1955) сформулировал предположение о существовании вихревых структур в жидком гелии, индуктивно исходя из опытов Э.Л.Андроникашвили, в которых вихревые структуры возникали во вращающемся стакане, содержащем гелий, охлажденный до окрестностей лямбда-точки, в которой гелий-1 переходит в гелий-2. Ландау не сразу поверил в результаты Андроникашвили, сначала он воспринимал их с достаточной степенью скепсиса и осторожностью. Лишь когда в Кембридже некий Осборн поставил аналогичный опыт с вращением, Ландау заключил, что вихри в жидком гелии вполне реальны. В книге Б.Горобец «Круг Ландау» (2006) Андроникашвили вспоминает, как он впервые показал вихревые структуры в жидком гелии Ландау, который первоначально не поверил своим глазам: «Гелий-2 вращается как самая обыкновенная жидкость, глубина мениска не отличается от глубины мениска воды, масла, ртути. Разве только образуется маленький конус у оси вращения под поверхностью параболического мениска.

- Ты наблюдаешь что-то не то, - заключил Ландау. – Это, наверное, какие-то нестационарности режима вращения.

- Да что вы, Дау, помилуйте! Вы же видите, что прибор вращается идеально, - взмолился я.

- Ну, хоть чем-то должен мениск гелия-2 отличаться от мениска обыкновенной жидкости?

- Он и отличается: при больших скоростях у него на верхушке параболоида образуется небольшое коническое углубление.
- Эге! – обрадовался Ландау. – Этим ты меня только убеждаешь в том, что наблюдаешь какие-то нестационарности. Ну, посудите сами: откуда бы на параболоиде образоваться еще и конусу? Уверяю вас, закончил Ландау свою речь, обращаясь ко всем, - этот опыт никуда не годится и, что главное, он ровно ни о чем не говорит» (Горобец, 2006, с.210). Далее Андроникашвили указывает: «Через четыре года тот же Дау встретит меня в коридоре института и бросит фразу: «А твой опыт с вращением повторил в Кембридже некто Осборн и, представь себе, получил такие же результаты, хотя я продолжаю не верить им». А еще через три года он и Лифшиц напишут статью, в которой они постараются построить теорию вращения гелия-2 на основе поруганных ими экспериментов. Но будет поздно. (…) Теория будет построена другим! Ее построит Фейнман!» (Горобец, 2006, с.210-211).

Индукция Льва Ландау и Виталия Гинзбурга. Лев Ландау и Виталий Гинзбург (удостоенный Нобелевской премии по физике в 2003 году) получили математическое уравнение для сверхпроводящих электронов (уравнение Ландау-Гинзбурга) в результате того, что индуктивно перенесли в теорию сверхпроводимости знаменитое уравнение Шредингера из квантовой механики. Разумеется, Ландау и Гинзбург адаптировали (модифицировали) уравнение Шредингера именно для теории сверхпроводимости, с учетом поведения электронов в сверхпроводнике. Здесь индукция может рассматриваться и как аналогия, существенной разницы не будет, поскольку аналогия – составная часть индуктивной аргументации. В.М.Локтев в статье «О теории сверхпроводимости Гинзбурга-Ландау» (украинский журнал «Страна знаний», 2010, № 1) повествует: «…Гинзбург и Ландау не только использовали введенное Лондонами представление о наличии в сверхпроводящем металлическом состоянии коллектива особых – сверхпроводящих – частиц, но и впервые получили для них уравнение, которое по своей природе было аналогичным знаменитому шредингеровскому уравнению в квантовой механике» (Локтев, 2010, с.4).

Индукция М.Гелл-Манна и К.Нишиджимы. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1969 год М.Гелл-Манн совместно с К.Нишиджимой выдвинули гипотезу о существовании нового квантового числа – «странности», которую следует приписать гиперонам и каонам, индуктивно отталкиваясь от тех же фактов, что и И.Я.Померанчук, а именно от обнаружения уже отмеченных странных свойств гиперонов и каонов. Э.И.Дубовой в книге «По следам невидимок» (1985) констатирует: «В 1947 году в опытах по исследованию космических лучей с применением камеры Вилсона был открыт класс реакций, сопровождающихся рождением новых частиц К-мезонов (кратко называемых каонами) и гиперонов. Масса каонов составляет половину протонной массы, а гиперонов – более гигаэлектронвольта. Время жизни новых частиц оказалась порядка миллиардных долей секунды. Особое свойство этих частиц – обязательно парное их рождение в реакциях. Либо рождаются два каона разных знаков заряда, либо гиперон и каон. Для объяснения этого свойства вновь открытых частиц американский физик М.Гелл-Манн и независимо от него японский физик К.Нишиджима приписали им новое квантовое число - странность» (Дубовой, 1985, с.30).

Индукция М.Гелл-Манна, А.Розенфельда и Дж.Чу. М.Гелл-Манн, А.Розенфельд и Дж.Чу (1964) объяснили поведение нестабильных (короткоживущих) частиц благодаря тому, что индуктивно перенесли на эти частицы ряд свойств акустических и электромагнитных резонаторов. Другими словами, ученые провели аналогию между нестабильными частицами и резонансными модами акустических и электромагнитных резонаторов. Мы называем эту аналогию индукцией, так как аналогия как ментальная процедура есть часть индуктивных рассуждений, понимаемых достаточно широко. М.Гелл-Манн, А.Розенфельд и Дж.Чу в статье «Сильно взаимодействующие частицы» (журнал «Успехи физических наук», 1964, том LXXXIII, вып.4) аргументируют: «Чтобы объяснить, каким образом нестабильная частица может находиться в коммуникации с несколькими открытыми каналами, полезно провести аналогию между поведением нестабильной частицы и свойствами резонансных полостей, таких, скажем, как органные трубы и электромагнитные резонаторы. Электромагнитные резонаторы (например, магнитные лампы, используемые в радарных устройствах) применяются в электронике с целью получения интенсивных электромагнитных волн необходимой частоты; эта частота как раз и является резонансной частотой резонатора» (Гелл-Манн и др., 1964, с.707). «Таким образом, - продолжают авторы, - резонансной энергии в физике частиц может быть сопоставлена резонансная частота акустического или электромагнитного резонатора. Но что является «резонатором» в физике частиц? Это уже примышляемая структура: один резонатор, обладающий специфическими свойствами для каждого набора квантовых чисел, сохраняющихся при сильных взаимодействиях. Аналогия между нестабильными частицами и резонансными модами электромагнитных резонаторов может быть продолжена. С электромагнитным резонатором можно соединить длинную трубу, называемую волноводом; волновод обладает тем свойством, что весьма эффективно передает электромагнитные волны высокой частоты, но почти не передает низкочастотных волн. Когда длина электромагнитных волн чуть превышает размеры волновода, то волновод «отказывается» передавать такие волны. В этом смысле волновод ведет себя как канал частицы, открывающийся только для энергий, превышающих пороговую. Если резонатор соединен с несколькими волноводами разных размеров, высокочастотное излучение может втекать в резонатор через какой-то один волновод, а вытекать либо через тот же самый волновод, либо через другие волноводы. По аналогии с этим энергия может поступать в ядерные взаимодействия через один канал и выходить наружу через один или несколько каналов» (там же, с.707). Далее М.Гелл-Манн, А.Розенфельд и Дж.Чу подчеркивают: «Можно использовать волноводную аналогию не только для описания нестабильных частиц, а применить ее также и к стабильным частицам. Стабильная частица – это просто такая частица, масса которой настолько мала, что все каналы, находящиеся в коммуникации с ней, являются для нее закрытыми. Поэтому она представляет собой скорее «связанное» состояние, чем резонанс рассеяния» (там же, с.708). Резюмируя свои рассуждения, исследователи указывают: «Но, привлекая внимание к сходному характеру явлений в двух на первый взгляд совершенно различных областях физики, нам хотелось показать единство физики как науки и тем самым избавиться от налета таинственности, возникающей при рассмотрении поведения частиц. Более существенное значение этой аналогии состоит, однако, в том, что она позволяет физикам-теоретикам осознать весьма глубокие обстоятельства, связанные с резонансами частиц, о которых мы не имеем возможности рассказать здесь» (там же, с.709).

Индукция Николая Боголюбова и Петра Капицы. Н.Н.Боголюбов (1942) и П.Л.Капица (1951) пришли к выводу о том, что верхнее положение равновесия маятника может при определенных условиях стать устойчивым, индуктивно исходя из опыта, в котором частота вибрации точки подвеса была столь велика, что маятник действительно находился в верхнем устойчивом положении. Здесь под точкой подвеса подразумевается стол, на котором был закреплен маятник. В эксперименте маятник устанавливался в верхнем положении, после чего стол приводился в такое состояние вибрирующих колебаний, что маятник не мог принять нижнее положение и постоянно находился наверху. Конечно, Н.Н.Боголюбов раньше П.Л.Капицы догадался о возможности такого устойчивого положения маятника, поэтому имеет приоритет в данном вопросе. А.И.Перов и И.Д.Коструб в книге «Колебания маятника с вибрирующей точкой подвеса» (Воронеж, 2002) пишут: «В книге Ю.А.Митропольского [24, с.76] говорится о том, что неустойчивое верхнее положение равновесия маятника может сделаться устойчивым при соответствующем выборе закона вибрации точки подвеса. В сноске к этой фразе написано: «Этот пример рассмотрен Н.Н.Боголюбовым еще в 1942 г. задолго до опубликования П.Л.Капицей статьи, посвященной близкому вопросу под названием «Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса» (ЖЭТФ, т.21, вып.5, 1951)» (Перов, Коструб, 2002, с.6). Этот эксперимент с маятником и сама идея о возможности придать ему верхнее устойчивое положение имели, по меньшей мере, два важных приложения. Первое из них заключается в том, что знаменитый конструктор космических кораблей Владимир Челомей по аналогии с указанной идеей Н.Н.Боголюбова пришел к мысли о возможности бороться с опасными раскачиваниями ракеты во время полета с помощью тех же вибраций, которые удерживают маятник в верхнем положении. А.М.Самойленко в статье «Н.Н.Боголюбов и нелинейная механика» (журнал «Успехи математических наук», 1994, том 49, выпуск 5 (299)) пишет об идее Боголюбова придать маятнику устойчивое верхнее положение с помощью вибраций: «Молва утверждает, что еще в 1942 году в споре с М.А.Лаврентьевым по этому поводу Н.Н.Боголюбов выиграл пари, показав математическое доказательство этого факта. Косвенным подтверждением этому является приведенная выше фраза из монографии 1945 года о работе Н.М.Крылова и Н.Н.Боголюбова «Теория возмущений в нелинейной механике» (Самойленко, 1994, с.113). «Пример стимулировал, - продолжает А.М.Самойленко, - исследования по повышению устойчивости упругих систем при помощи вибрации. В первую очередь речь идет о работах В.Н.Челомея, в которых выясняется природа динамических сил, позволяющих статически неустойчивую систему делать динамически устойчивой. Исследования этого направления оказались чрезвычайно важными при конструировании различных сложных систем для запросов космоса» (там же, с.113). Что касается второго приложения идеи Н.Н.Боголюбова, то оно состоит в том, что известный физик А.А.Тяпкин (1952) по аналогии с математическим описанием колебаний маятника, находящегося в устойчивом верхнем положении, разработал математическое описание жесткой магнитной фокусировки пучка частиц в кольцевых ускорителях элементарных частиц. Правда, при этом А.А.Тяпкин отталкивался не от идеи Н.Н.Боголюбова (он не был с ней знаком), а от математической трактовки колеблющегося маятника, изложенной в статье П.Л.Капицы «Маятник с вибрирующим подвесом» (журнал «Успехи физических наук», 1951, том 54, вып.1).

Индукция Николая Боголюбова. Выдающийся советский физик Н.Н.Боголюбов (1945) индуктивно распространил метод усреднения (асимптотический алгоритм), разработанный А.Пуанкаре в небесной механике, на различные электрические и механические нелинейные колебательные процессы, в том числе в область радиотехники. В.И.Арнольд в статье «От усреднения до статфизики» («Труды МИАН», 2000, том 228) указывает: «Н.Н.Боголюбов гордился тем, что он перенес на общие (не обязательно гамильтоновы) системы методы, развитые А.Пуанкаре [2] в «Новых методах небесной механики» для исследования возмущений гамильтоновых систем. Эта работа оказалась весьма благодарной, и ссылок на метод Боголюбова – огромное число. Поучительно вспомнить, что сам Пуанкаре не считал себя первооткрывателем метода усреднения, ссылаясь на работы астронома Линдштедта, развившего этот метод для негамильтоновых систем общего вида [3]» (Арнольд, 2000, с.196).

Индукция Николая Боголюбова. Н.Н.Боголюбов (1955) сделал заключение о высокой ценности ренормгруппового подхода при математическом описании задач, возникающих в квантовой теории поля и теории элементарных частиц, индуктивно исходя из случая эффективного применения метода ренормализационной группы в одной из работ М.Гелл-Манна и Ф.Лоу. Н.Н.Боголюбов быстро осознал, что метод ренормализационной группы применим не только в том частном случае, который был изложен в статье М.Гелл-Манна и Ф.Лоу «Квантовая электродинамика на малых расстояниях» (1954), но и во многих других ситуациях. Это мотивировало его к тому, чтобы развить данный метод исследования. Д.В.Ширков в статье «Ренормгруппа Боголюбова» (журнал «Успехи математических наук», 1994, том 49, выпуск 5 (299)) пишет об указанной индуктивной догадке Боголюбова (1955) относительно универсальности метода ренормгруппы: «В ту пору я временами встречался с Алешей Абрикосовым, с которым мы были хорошо знакомы со студенческих лет. Вскоре после фиановской конференции Алеша поведал мне о только что появившейся статье Гелл-Манна и Лоу. В ней рассматривалась та же самая физическая проблема, но как он сказал, она была сложна для понимания и не поддавалась комбинированию с результатами, полученными их группой. Я просмотрел статью и представил моему учителю краткую справку по ее методу и результатам, которые включали некоторые общие утверждения о скейлинговых свойствах распределения заряда на малых расстояниях и довольно сложные функциональные уравнения. Последующая за моим сообщением сцена была весьма впечатляюща. Н.Н. тут же заявил, что подход Гелл-Манна и Лоу правилен и очень важен: он представляет собой реализацию группы нормировок, открытой пару лет назад Штюкельбергом и Петерманом при обсуждении структуры конечного произвола в матричных элементах, возникающего после устранения расходимостей. Эта группа является примером непрерывных групп преобразований, изученных Софусом Ли. Отсюда следовало, что групповые функциональные уравнения, подобные полученным в работе ГМ-Л, должны иметь место в общем случае, а не только в УФ-пределе» (Ширков, 1994, с.149). Д.В.Ширков поясняет эволюцию ренормализационного подхода в физике: «Ренормгрупповой подход в теоретической физике известен с середины 50-х гг. Ренормализационная группа была открыта Штюкельбергом и Петерманом [11] в 1953 году как группа инфинитезимальных преобразований, апеллирующих к конечному произволу, возникающему в элементах S-матрицы рассеяния после устранения ультрафиолетовых расходимостей» (там же, с.151).

Индукция Игоря Евгеньевича Тамма. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1958 год И.Е.Тамм (1945) разработал новый метод рассмотрения взаимодействия частиц, получивший название «метода Тамма-Данкова», в результате того, что индуктивно распространил в область квантовой мезодинамики, для решения проблем ядерных сил метод, предложенный советским физиком В.А.Фоком для решения вопросов квантовой электродинамики. Здесь индукция, как и в ряде похожих случаев, может быть отождествлена с аналогией, но вновь подчеркнем, что аналогия есть часть индуктивной логики. В.П.Силин и В.Я.Файнберг в статье «Метод Тамма-Данкова» (УФН, 1955, том LVI, вып.4) пишут: «Метод Тамма-Данкова был сформулирован первоначально (1945 г.) в нековариантном виде И.Е.Таммом, а затем в 1950 г. Данковым в применении к проблемам квантовой мезодинамики. Необходимо отметить, что аналогичный метод в 1934 году был применен Фоком к некоторым вопросам квантовой электродинамики. Сущность метода Т.Д. состоит в обрыве, по числу частиц, системы строгих уравнений квантовой мезодинамики и в последующем точном решении такой приближенной системы уравнений» (Силин, Файнберг, 1955, с.569). В общем случае необходимо заметить, что поиск математического аппарата для описания мезонных полей велся методом проб и ошибок. Р.Утияма в книге «К чему пришла физика» (Москва, «Знание», 1986) подчеркивает: «Физики вынуждены полагаться только на метод проб и ошибок, то есть идти по пути постепенного сужения круга конкурирующих друг с другом теоретических выражений» (Утияма, 1986, с.149). «Ведь при выборе, - продолжает Р.Утияма, - математических выражений для мезонных полей и определении формы связи новых мезонов с вновь открываемыми и известными ранее барионами, так же как и в случае частицы Юкавы, кроме метода проб и ошибок, не было другого руководящего принципа» (там же, с.150).

Индукция Пьера Жиля де Жена. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1991 год Пьер Жиль де Жен получил ряд важных результатов при исследовании структуры вихрей в сверхпроводниках II рода и других вопросов сверхпроводимости благодаря тому, что индуктивно (по аналогии) перенес в теорию сверхпроводящего состояния металлов обобщенную схему спаривания, разработанную Н.Н.Боголюбовым. Дж.Бардин в статье «Успехи в изучении сверхпроводимости» (УФН, 1970, том 102, вып.2) отмечает: «Боголюбов получил обобщенную схему спаривания, которая может быть использована и при решении задач с переменной в пространстве функцией $\Delta(r)$. Его метод был использован

П.де Женом и другими при рассмотрении структуры вихрей в сверхпроводниках II рода, поверхностной сверхпроводимости, эффекта близости и ряда других проблем» (Бардин, 1970, с.254).

Индукция Ильи Израилевича Блехмана. Российский физик И.И.Блехман (1953) высказал идею об универсальности явлений синхронизации динамических систем, индуктивно основываясь на анализе таких явлений самосинхронизации, как механическая самосинхронизация маятников (Х.Гюйгенс), акустическая самосинхронизация органных труб (Д.Рэлей), синхронизация электрических генераторов, самосинхронизация механических вибровозбудителей (И.И.Блехман и др.). Последняя форма синхронизации была наиболее важной индуктивной посылкой идеи И.И.Блехмана об универсальности явлений синхронизации. Примечательно, что самосинхронизация механических вибровозбудителей была открыта случайно в 1948 году в СССР, в Ленинградском институте «Механобр». Следовательно, указанная идея И.И.Блехмана представляла собой индукцию с фактором случая. О случайном открытии самосинхронизации механических вибровозбудителей И.И.Блехман пишет во многих своих работах. Так, в книге «Синхронизация в природе и технике» (1981) он указывает: «С синхронизацией электрических генераторов и генераторов электромагнитных колебаний до недавнего времени были связаны главные технические приложения синхронизации. Положение изменилось после того, как в 1947 - 48 гг. в СССР, в Ленинградском институте «Механобр», в результате случайного обстоятельства было обнаружено явление самосинхронизации механических вибровозбудителей, установленных на одном вибрирующем органе [232]; через несколько лет – в 1950-56 гг. – появились первые публикации (в виде патентных описаний) и за рубежом [327, 328]» (Блехман, 1981, с.18). «Во многих случаях, - продолжает И.И.Блехман, - тенденция вибровозбудителей к синхронному вращению столь сильна, что это вращение не нарушается даже после выключения из сети одного или нескольких двигателей. Именно такое обстоятельство, возникшее вследствие случайного обрыва провода, и послужило поводом к обнаружению эффекта самосинхронизации вибровозбудителей (см. § 3 гл.3). Речь идет о явлении вибрационного поддержания вращения неуравновешенного ротора, представляющего собой предельный частный случай явления синхронизации вибровозбудителей. Примечательно, что понадобилось около трехсот лет для того, чтобы эффект самосинхронизации, открытый Гюйгенсом для колебаний маятников, был обнаружен (и притом случайно) для вращений неуравновешенных роторов. Объяснить этот факт можно лишь тем, что еще не существовало представления об универсальности явлений синхронизации – такое представление выработалось в последующие годы в значительной степени как раз под влиянием обнаружения эффекта самосинхронизации вибровозбудителей и некоторых других объектов. Первое теоретическое объяснение и исследование явления самосинхронизации вибровозбудителей [31] относится к 1953 г.» (Блехман, 1981, с.18). Здесь [31] – статья И.И.Блехмана «Самосинхронизация вибраторов некоторых вибрационных машин» («Инженерный сборник», 1953, том 16). Об этом же факторе случая И.И.Блехман сообщает в статье «Вибрация изменяет законы механики» (журнал «Природа», 2003, № 11): «Толчком к обнаружению явления самосинхронизации неуравновешенных роторов как раз и послужило случайное наблюдение описанного эффекта в ленинградском институте «Механобр» в 1948 г. При длительных испытаниях вибрационной машины с двумя механическими вибровозбудителями (неуравновешенными роторами, которые приводились во вращение от асинхронных электродвигателей) оборвался провод, подающий напряжение к одному из двигателей. Наличие обрыва, однако, выяснилось лишь спустя несколько часов, ибо установка продолжала нормально работать» (И.И.Блехман, 2003).

Индукция Луиса Альвареса. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1968 год Луис Альварес (1956) пришел к заключению о способности мюонов вовлекать в ядерную реакцию определенное число дейтронов (изотопов водорода), индуктивно основываясь на случайном обнаружении ядерной реакции, которую в 1947 году теоретически анализировал физик Ф.Франк. Первоначально Л.Альварес не понимал значение обнаруженного явления, пока будущий создатель водородной бомбы Эдвард Теллер не подсказал ему, что открыта реакция Ф.Франка. В свое время А.Д.Сахаров назвал эту реакцию мюонным катализом. Г.С.Воронов в статье «Мезонный катализ и термоядерная проблема» (журнал «Химия и жизнь», 1979, № 10) пишет: «В опытах Альвареса пучок мю-мезонов из ускорителя направлялся в пузырьковую камеру с жидким водородом с примесью дейтерия. Несмотря на то, что температура в камере была очень низкая (-250°С), было зарегистрировано слияние ядер водорода и дейтерия и образование ядер гелия. Выделяющаяся энергия передавалась мю-мезону, и можно было видеть следы таких энергичных мю-мезонов в пузырьковой камере. Так что никаких сомнений не осталось: мю-мезоны действительно могут стимулировать реакции ядерного синтеза даже при очень низкой температуре. Правда, в эксперименте такие реакции были редки, их можно было буквально пересчитать по пальцам» (Г.С.Ворнов, 1979). А.Д.Сахаров в 1-ом томе своей книги «Воспоминания» (1996) повествует: «В 1956 году замечательный американский экспериментатор Альварес, используя пучок мю-мезонов от ускорителя, обнаружил на опыте предсказанную Франком реакцию. Альварес наблюдал эту реакцию в смесях, содержащих разные, довольно малые количества дейтерия. Оказалось, однако, что образующийся сначала протонный мезоатом с неожиданно большой вероятностью реагирует с дейтерием, дейтон «переманивает» к себе мю-мезон, образуется мезоатом из дейтона и мю-мезона. Реакция «переманивания» идет с выделением энергии, так как энергия связи мю-мезона с тяжелым дейтоном несколько больше энергии связи с протоном» (А.Д.Сахаров, 1996). Открытие Альвареса представляло собой индукцию с фактором случая, поскольку было сделано непреднамеренно. О случайном открытии явления мюонного катализа пишет С.С.Герштейн в статье «История идеи» (международный ежегодник «Холодный синтез», или третий путь получения ядерной энергии», 1988): «А в конце 1956 г. американский физик Л.Альварес такое явление открыл. Произошло это случайно, он работал с водородной пузырьковой камерой, облучаемой пучком К-мезонов. Но туда влетали и мюоны, которые ему только мешали. Альварес заметил, что примерно 1/150 часть остающихся в камере мюонов дает следующую картину треков: из точки остановки мюона, или из точки на некотором расстоянии от нее, начинается новый след мюона, длина которого (1,7 см) свидетельствует об энергии мюона 5,4 МэВ. Получалось, как будто мюон тормозился в камере, останавливался и затем вновь откуда-то раздобывал энергию 5,4 МэВ. Рассказывают, что правильное объяснение почти сразу же нашел Э.Теллер, - он предложил тот же механизм, на который когда-то указал Франк» (С.С.Герштейн, 1988).

Индукция Рею Утиямы. Японский физик Р.Утияма индуктивно (по аналогии) распространил в теорию калибровочных (некоммутативных) полей идеи варианта единой теории поля Г.Вейля. Р.Утияма в книге «К чему пришла физика» (Москва, «Знание», 1986) вспоминает: «Рассказ о том, как мне удалось построить общую теорию этих полей (теорию калибровочных полей – Н.Н.Б.) и найти ответы на поставленные выше трудные вопросы, лучше всего начать с изложения калибровочной теории Вейля. Хотя теория Вейля как вариант единой теории поля и не достигла успеха, но с точки зрения моих целей она была прекрасным образцом, неиссякаемым источником вдохновения, содержащим множество ценных замечаний и наводящих соображений» (Утияма, 1986, с.151). «…Предложенный Вейлем вариант теории единого поля, - продолжает Р.Утияма, - потерпел провал. Но калибровочная теория Вейля открыла перед физикой новые возможности. Современная общая теория калибровочных полей представляет собой развитие и обобщение идей Вейля [47]» (там же, с.177).

Индукция Ч.Янга и Р.Миллса. Ч.Янг и Р.Миллс (1954) индуктивно обобщили на локальные калибровочные преобразования понятие изотопической инвариантности, введенное В.Гейзенбергом в 1932 году. Это обобщение позволило им разработать модель сильных взаимодействий нуклонов. А.Н.Паршин в комментариях и примечаниях к «Избранным трудам» Г.Вейля (1984) указывает: «Если вернуться к чисто физической линии развития, то наиболее существенный шаг в развитии идей Вейля был сделан Янгом и Миллсом в 1954 г. Они предложили модель сильных взаимодействий нуклонов, в которой введенная Гейзенбергом в 1932 г. изотопическая инвариантность обобщается на локальные калибровочные преобразования…» (Паршин, 1984, с.470). «Работа Янга и Миллса, - поясняет А.Н.Паршин, - долгое время не принималась во внимание, поскольку из калибровочной инвариантности вытекает равенство нулю масс частиц, переносящих взаимодействие (неабелевых фотонов), что противоречит конечности радиуса сильных взаимодействий. Положение изменилось после 1964 г., когда был открыт механизм спонтанного нарушения симметрии, позволивший ввести в теорию непротиворечивым образом конечную массу частиц-переносчиков» (там же, с.470). Основным источником идеи локальной инвариантности, то есть основным мотивом разработки калибровочной теории сильного взаимодействия для Ч.Янга и Р.Миллса была аналогия с калибровочной теорией электромагнитного взаимодействия, предложенной Г.Вейлем. В.П.Визгин в книге «Единые теории поля в квантово-релятивистской революции» (2007) пишет: «Вернемся к работе Янга и Миллса. Как же у них возникла идея локальной инвариантности и мысль о том, что локализация некоторой глобальной симметрии с необходимостью ведет к некоторому векторному полю? На этот вопрос нетрудно ответить: перед их глазами стоял пример электромагнитного поля. Вот как они сами писали тогда об этом: «Весьма сходная ситуация имеет место в отношении обычной калибровочной инвариантности заряженного поля, которое описывается обычной волновой функцией ψ» (Визгин, 2007, с.255).

Индукция Т.Ли и Ч.Янга. Американские физики-теоретики, лауреаты Нобелевской премии за 1957 год Т.Ли и Ч.Янг (1956) выдвинули смелую гипотезу о несохранении четности (симметрии) в слабом взаимодействии, индуктивно основываясь на серии экспериментов по исследованию частиц, являющихся переносчиками слабого взаимодействия. В частности, с начала 50-х годов 20 века в течение нескольких лет все физические эксперименты неизменно показывали, что носитель слабого взаимодействия тау-мезон распадается на два, а другой носитель того же взаимодействия тета-мезон – на три пиона, что означает, что четность обеих частиц различна. Кроме того, гипотеза Ли и Янга подсказывалась опытом по исследованию радиоактивного распада ядра кобальта с массой 60. Атомы кобальта помещались в сильное магнитное поле и охлаждались до максимально низкой температуры. В результате радиоактивного излучения наблюдалось, что электроны вылетают из кобальта преимущественно в одном направлении. В направлении магнитного поля вылетает меньше электронов, чем в противоположном направлении. Ли и Янг интерпретировали этот факт как нарушение закона сохранения четности в слабых взаимодействиях (Н.Ф.Овчинников, «Методологические принципы в истории научной мысли», 1997).

Индукция Иосифа Шапиро. Известный русский физик И.С.Шапиро (1956) пришел к выводу о несохранении четности в слабом взаимодействии, индуктивно исходя из тех же посылок, что и Ли с Янгом. В частности, Шапиро отталкивался от уже упомянутых результатов физических экспериментов, которые показывали, что носитель слабого взаимодействия тау-мезон распадается на два, а другой носитель того же взаимодействия тета-мезон – на три пиона, что означает, что четность обеих частиц различна. Однако Шапиро не был до конца уверен в несохранении симметрии, поэтому, когда его учитель Л.Д.Ландау скептически отнесся к этой идее, Шапиро не стал публиковать ее в научном журнале. В связи с этим среди ряда специалистов существует предположение, что Л.Д.Ландау своим авторитетом косвенно помешал Шапиро сделать открытие Нобелевского уровня. Г.Горелик в статье «История «скособоченного мира» Иосифа Шапиро» (журнал «Заметки по еврейской истории» (2006, № 5), приводит высказывания И.С.Шапиро, Ф.Яноуха и Л.П.Питаевского о генезисе идеи о нарушении симметрии в слабом взаимодействии. Л.П.Питаевский в этой статье отмечает: «Почему Шапиро не попытался опубликовать статью, не знаю. То, что такой мир был бы Ландау противен, мне не кажется достаточным основанием. Думаю, что Шапиро просто сам не вполне верил, что четность не сохраняется на самом деле. А Ли и Янг верили» (Г.Горелик, 2006). Ф.Яноух, считая, что отрицательное отношение Ландау к той или иной работе означало гораздо больше, чем просто мнение лидера теоретической группы по физике, высказывает другое мнение: «Негативное отношение Ландау к работе Шапиро делало, поэтому, для него фактически невозможным опубликование своей полностью подготовленной для печати статьи. Единственное, что он мог сделать, - и сделал – было рассказать о его идеях и вычислениях на семинаре в Институте Теоретической и Экспериментальной физики, к архивам которого должны будут обратиться будущие историки современной физики» (Г.Горелик, 2006). Сам И.С.Шапиро так объясняет причину отказа от публикации статьи: «Ландау здесь абсолютно ни при чем. Конечно, если бы ему идея понравилась, я бы, вероятно, опубликовал статью, несмотря на все свои сомнения, которые можно было бы специально оговорить. Но работа не была напечатана не потому, что кто-то помешал, а потому, что я сам не был до конца убежден в ее физической правомерности» (Г.Горелик, 2006). Перед нами классический пример индукции с незавершенной селекцией, индуктивного заключения без финального выбора. Индукция с незавершенной селекцией, при которой ученый делает правильный вывод из фактов, но не публикует его, так как ему не хватает смелости для риска в условиях неполноты информации, столь же реальна, как и индукция с фактором случая.

«Но Фейнман был настоящим физиком в традициях Эйнштейна и ненавидел помпу и интриги. Он отказался от членства в Национальной Академии наук, так как обнаружил, что большую часть времени академики проводят, решая, кого из ученых принять в Академию».

Стивен Хокинг

Индукция Ричарда Фейнмана. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1965 год Р.Фейнман совместно с М.Блоком склонился к догадке о нарушении симметрии в слабом взаимодействии, также индуктивно отталкиваясь от факта несимметричного распада тау-мезона и тета-мезона как носителей слабого взаимодействия в ряде экспериментов. Однако Р.Фейнман тут же отверг эту догадку, так как не был уверен в ее справедливости. Это еще один пример индукции с незавершенной селекцией. Р.Фейнман в автобиографической книге «Вы, конечно, шутите, мистер Фейнман» (2001) вспоминает: «Как бы то ни было, тогда я жил в одной комнате с Мартином Блоком, который проводил эксперименты. И однажды вечером он мне сказал: «Почему Вы так настаиваете на этом правиле четности? Быть может, тау и тета – это одна и та же частица. Что произошло бы, если бы правило четности оказалось ложным?» Я немного подумал и сказал: «Это значило бы, что законы природы различны для правой руки и для левой, что существует способ определить правую руку с помощью физических явлений. Не знаю, так ли это ужасно, хотя какие-то плохие последствия должны быть, но мне они не известны. Почему бы тебе завтра не спросить об этом экспертов?» Он сказал: «Нет, меня они не послушают. Спроси ты». Таким образом, когда на следующий день, на заседании, мы начали обсуждать загадку тау-тета, Оппенгеймер сказал: «Нам нужно услышать какие-то новые, нелепые идеи насчет этой проблемы». Тогда я встал и сказал: «Я задаю этот вопрос от имени Мартина Блока: что произошло бы, если бы правило четности оказалось ложным?» Мюррей Гелл-Манн частенько дразнил меня на этот счет, говоря, что у меня не хватило смелости задать этот вопрос от своего имени. Но дело не в этом. Я полагал, что эта мысль может иметь значение. Ли, тот самый Ли, который работал с Янгом, ответил что-то очень сложное, и я, как обычно, не совсем понял, о чем он говорит. В конце заседания Блок спросил меня, что он сказал, и я ответил, что не знаю, но, насколько я понимаю, вопрос все еще остается открытым – такая возможность существует. Я не считал это вероятным, но полагал, что это вполне возможно» (Р.Фейнман, 2001).

Индукция Евгения Гросса. Е.Ф.Гросс (1951) пришел к выводу о существовании экситона – кванта колебаний узлов решетки кристалла, индуктивно основываясь на эксперименте, в котором удалось наблюдать водородоподобную серию узких линий на краю поглощения кристаллом закиси меди оптических волн. Именно о такой серии узких линий говорил Я.И.Френкель, предсказывая существование экситона. Е.Ф.Гросс в статье «Экситон и его движение в кристаллической решетке» (УФН, 1962, март) пишет: «Однако вопрос о том, существует ли такая квазичастица в кристаллах в действительности, оставался открытым. Подтверждение действительного существования такой частицы в кристаллах было получено в дальнейшем с другой стороны – со стороны оптических явлений, когда была обнаружена в спектрах ряда веществ около края основного поглощения сложная структура, состоящая из узких, резких линий поглощения, в согласии с предсказаниями Я.И.Френкеля. Исходя из результатов работ Жузе и Рывкина по фотопроводимости автором этих строк в 1950 г. в Физико-техническом институте АН СССР были поставлены исследования оптического поглощения при низких температурах в кристаллах закиси меди (Cu2O). Эти исследования привели в 1951 г. к обнаружению водородоподобной серии узких линий на краю поглощения этого кристалла. Эта серия линий, закономерно сходящихся к пределу, как у атомных спектров, указывала на образование в кристалле частицы с уровнями энергии, определяемыми взаимодействием по закону Кулона. Это было веским свидетельством в пользу того, что эта частица является экситоном, а серия линий – оптическим спектром возбуждения экситона в Cu2O» (Е.Ф.Гросс, УФН, 1962).

Индукция Алексея Абрикосова. Лауреат Нобелевской премии по физике за 2003 год А.А.Абрикосов (1952) пришел к идее о существовании сверхпроводников 2 рода, индуктивно исходя из исследований Л.Шубникова (1936), который обнаружил, что сверхпроводники, состоящие из металлических сплавов, сопротивляются приложенному к ним магнитному полю сильнее, чем сверхпроводники, состоящие из чистых металлов. Б.Горобец в книге «Круг Ландау» (2006) отмечает: «К сверхпроводникам 2 рода относятся некоторые сплавы металлов, вещества с примесями, керамические вещества. Магнитное поле не вытесняется из их неоднородного макрообъема. В таком сверхпроводнике энергетически выгодным и устойчивым оказывается возникновение очень тонких областей нормально проводящей фазы, которые ориентированы вдоль магнитного поля. Экспериментально такая фаза была впервые обнаружена все тем же Шубниковым в 1935-1936 гг. в УФТИ. В его память некоторые физики, в том числе Е.М.Лифшиц, называют эту фазу «шубниковской фазой», однако, к сожалению, в международном сообществе этот термин игнорируется. В 1952 г. А.А.Абрикосов теоретически впервые обосновал идею о существовании сверхпроводников 2 рода, а впоследствии разработал глубокую теорию их промежуточного состояния и магнитных свойств, введя представление о двух критических полях, нитях и вихрях в этих состояниях» (Горобец, 2006, с.384). Об этом же пишут И.Имамутдинов и Д.Медовников в статье «Главное – придумать эффектик» (издание «Эксперт», октябрь 2003 г.): «К середине 30-х годов в Харьковском физико-техническом институте сложилась сильная группа физиков. Одну из лабораторий института возглавлял Лев Шубников, который, как рассказал «Эксперту» Виталий Гинзбург, продолжая опыты немецких ученых, обнаружил, что некоторые сплавы ведут себя не как чистые металлы (остаются сверхпроводниками даже при сильном магнитном воздействии). Этот эффект получил название «шубниковской фазы».

Успешные работы были прекращены через несколько лет: Шубников был арестован и расстрелян. Позднее выяснилось, что подавляющее большинство сверхпроводящих материалов относится не к чистым металлам, а к сплавам, полупроводникам и керамическим соединениям, которые получили наименование «сверхпроводники второго рода», - они и являются сегодня лучшими кандидатами в высокотемпературные сверхпроводники» (И.Имамутдинов и Д.Медовников, 2003). Далее указанные авторы пишут об Абрикосове: «В 1957 году он, опираясь на исследования Льва Шубникова, теоретически показал возможность существования нового класса «грязных сверхпроводников», способных проводить достаточно большие токи без утраты сверхпроводящих свойств» (И.Имамутдинов и Д.Медовников, 2003).

Индукция Ивана Степановича Филимоненко. Русский изобретатель И.С.Филимоненко (1950-е годы) сформулировал идею о возможности холодного ядерного синтеза с использованием тяжелой воды, индуктивно основываясь на опытах по электролизу тяжелой воды в реакторе, состоящем из сплава, который содержал небольшое количество палладия. Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов в книге «Энергия вращения» (2001) пишут о работах по холодному ядерному синтезу: «…В Подмосковье в этом направлении еще с 50-х годов работал И.С.Филимоненко в рамках Государственной Программы научно-технического прогресса в СССР. В 1962 г. он подал заявку на изобретение СССР № 717239/38 «Процесс и установка термоэмиссии». В ней описана гидролизная энергетическая установка, предназначенная для получения тепла от реакций ядерного синтеза, идущих при температуре всего 1150°С. «Топливом» служила тяжелая вода. Реактор – металлическая труба диаметром 41 мм и длиной 700 мм из сплава, содердащего несколько граммов палладия. Конечно, был получен отказ Государственной патентной экспертизы в признании данного технического решения изобретением: ведь всем было известно, что термоядерные реакции не могут идти при столь низкой температуре. А если эксперты в чем-то уверены, то никто их не переубедит. А ведь Филимоненко экспериментально выявил, что после разложения тяжелой воды электролизом на кислород и дейтерий, который растворяется в палладии катода, в катоде происходят реакции ядерного синтеза. При этом вроде бы нет нейтронного излучения, и отсутствуют радиоактивные отходы. Идею он предложил еще в 1957 г., работая в оборонной промышленности после окончания аспирантуры. После получения первых положительных экспериментальных результатов работу высоко оценили академики И.В.Курчатов и С.П.Королев, а также маршал Г.К.Жуков» (Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов, 2001). Об этом же пишет Н.А.Жук в книге «О культе личности Эйнштейна и его негативном влиянии на физику» (2003): «Еще в начале 50-х годов И.С.Филимоненко обнаружил, что при впрыскивании в реактивный двигатель добавок воды тяга возрастает на 15%. Он догадался, что это происходит за счет сгорания водорода, выделяющегося при пиролизе воды. Результатом исследований оказалось работающее устройство, которое сейчас называют реактором холодного ядерного синтеза, а в то время было названо гидролизной установкой термоэмиссии. Достоинством новой установки было отсутствие потока нейтронов, которые представляют радиационную опасность для живых существ, а они всегда излучаются обычными ядерными реакторами. Работу автора в 50-х годах поддержали академики И.В.Курчатов и С.П.Королев, а также маршал Г.Г.Жуков. Поэтому новая установка стала предметом заявки на изобретение СССР № 717239/38. Но экспертная комиссия, в которой «запевалой» был некий Шпильраэн, сделала заключение, что работа установки противоречит законам физики» (Н.А.Жук, 2003).

Индукция Рудольфа Мессбауэра. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1961 год Р.Мессбауэр (1958) пришел к выводу о способности атомных ядер к резонансному поглощению гамма-квантов, названному поглощением гамма-квантов без отдачи, индуктивно базируясь на эксперименте, в котором удалось наблюдать поглощение гамма-квантов без отдачи в атомах иридия. Р.Мессбауэр в статье «Резонансное ядерное поглощение гамма-квантов в твердых телах без отдачи» (УФН, 1960, декабрь) указывает: «В 1958 г. в Гейдельберге мы впервые доказали существование процессов испускания и поглощения без отдачи на примере перехода с энергией 129 кэв в ядре иридия. Далее мы показали, что теория резонансного захвата медленных нейтронов в кристаллах, развитая Лэмбом, может быть применена к рассматриваемому здесь случаю резонансного поглощения гамма-лучей. Согласно теории, как в спектре испускания, так и в спектре поглощения в положении, соответствующем энергии перехода Et, появляется линия с естественной шириной, отвечающая процессам испускания и поглощения без отдачи. Появление линии без отдачи с естественной шириной мы непосредственно показали в следующем эксперименте. На рис.2 показана схема опыта. Измерялось поглощение в иридиевом поглотителе П гамма-излучения иридия с энергией 129 кэв, испускаемого источником II, при различных относительных скоростях источника и поглотителя» (Р.Мессбауэр, УФН, 1960). В.И.Гольданский в статье «Исследования в области гамма-резонансной (мессбауэровской) спектроскопии» (УФН, 1966, июль) констатирует: «Ядерный гамма-резонанс без отдачи (сокращенно ЯГР) был открыт Мессбауэром в условиях, когда ядра-излучатели и поглотители (изотоп иридия с массой 101 в его первом опыте) находились в кристаллической решетке, будучи скованы с миллиардами себе подобных цепями химических связей. Отдачи при излучении или поглощении гамма-кванта не хватает на то, чтобы порвать эти связи, и потому энергия отдачи может использоваться лишь на возбуждение квантов колебаний атомов в решетке - фононов» (Гольданский, УФН, 1966, с.335). С.И.Венецкий в книге «О редких и рассеянных. Рассказы о металлах» (1987) пишет: «Чтобы устранить некоторые побочные процессы, способные исказить результаты опытов, Мессбауэр решил охладить иридий до температуры жидкого азота. При этом он полагал, что из-за уменьшения скорости движения ядер резонансное поглощение уменьшится, а число прошедших через иридий гамма-квантов соответственно возрастет (того же мнения придерживались и другие физики). К удивлению экспериментатора все оказалось наоборот. В чем же причина? Ученый делает вывод: в твердых телах при достаточно низкой температуре отдачу воспринимает не отдельное ядро, а все вещество в целом, и поэтому потери энергии на отдачу исчезающе малы, то есть энергия гамма-кванта точно равна разности энергии ядра в возбужденном и основном состояниях. Это открытие было признано одним из наиболее важных научных событий нашего времени (в 1961 году Мессбауэр удостоен Нобелевской премии)» (С.И.Венецкий, 1987).

Индукция Джеймса Ван Аллена. Американский ученый Ван Аллен (1958) пришел к мысли о существовании на определенном расстоянии от Земли области повышенного содержания заряженных частиц высоких энергий, которая впоследствии была названа радиационным поясом Земли, индуктивно основываясь на показаниях газоразрядного детектора, установленного на первом американском искусственном спутнике Земли. Независимо от Аллена этот пояс был открыт советским физиком С.Верновым. М.И.Панасюк в книге «Странники Вселенной или эхо Большого взрыва» (2005) пишет: «Вслед за С.Верновым американский ученый Дж.Ван-Аллен для изучения космических лучей установил на первом американском искусственном спутнике Земли «Эксплорер-1» такой же газоразрядный детектор, как и на 2-м советском спутнике. Каково же было удивление американских ученых, которые, взглянув на первую полученную информацию, обнаружили, что их счетчик «захлебывался» от большого потока частиц. Один из сотрудников Дж.Ван-Аллена, Э.Рэй даже воскликнул: «Боже мой, ведь космос радиоактивен!» Американские специалисты поняли, что они обнаружили что-то необычное. Интерпретация последовала довольно быстро: это авроральные частицы, которые приходят от Солнца и внедряются в высокоширотные области, вызывая полярные сияния. Это была настоящая драма первооткрывателей космоса. И.С.Вернов и Дж.Ван-Аллен столкнулись, на самом деле, с совершенно новым природным явлением – захваченными в магнитном поле Земли потоками заряженных частиц с большими энергиями. Позднее это явление было названо радиационными поясами. Однако в первых экспериментах они этого не осознали» (М.И.Панасюк, 2005).

Индукция Н.Ф.Пилипецкого и А.Р.Рустамова. Советские физики Н.Ф.Пилипецкий и А.Р.Рустамов (1963) пришли к мысли о реальном существовании явления самофокусировки света, теоретически рассмотренного Г.А.Аскарьяном, индуктивно исходя из экспериментов, в которых были фотографически зарегистрированы тонкие светящиеся нити в жидкостях, через которые проходил предварительно сфокусированный луч рубинового лазера. Г.А.Аскарьян в статье «Эффект самофокусировки» (УФН, 1973, октябрь) пишет: «Первая экспериментальная работа по обнаружению концентрированного направленного распространения радиации из точки фокуса луча в жидкости была выполнена Пилипецким с сотрудниками. Были наблюдены нити, которые интерпретировались как волноводы. Позже эти эксперименты были проведены более подробно, и было показано, что расходимость в нитях на порядок меньше дифракционной, а близость фокуса линзы к поверхности жидкости намного облегчает образование нитей и увеличивает их длину. Диаметр нитей составлял 100 мкм при длине более 10 см» (Аскарьян, УФН, 1973, с.255). Об этом же пишет Ирина Радунская в книге «Крушение парадоксов» (1971): «В 1963 году в тоненькой книжечке журнала «Письма ЖЭТФ» Н.Ф.Пилипецкий и А.Р.Рустамов сообщили о первом экспериментальном наблюдении нового явления – самофокусировки световых лучей. В их опытах были фотографически зарегистрированы тонкие светящиеся нити в жидкостях, через которые проходил предварительно сфокусированный луч рубинового лазера. В наши дни эффект самофокусировки проявляется в большинстве опытов, связанных с прохождением гигантских импульсов света лазеров через жидкости. Эффект можно наблюдать и в газах, и в твердых телах» (И.Радунская, 1971).

Индукция Виталия Гинзбурга. Лауреат Нобелевской премии по физике за 2003 год В.Л.Гинзбург (1967) выдвинул идею о возможности высокотемпературной сверхпроводимости, индуктивно (по аналогии) экстраполировав в будущее динамику медленного повышения температуры перехода веществ в сверхпроводящее состояние, которая бросалась в глаза при анализе соответствующих исследований за период с 1911 года по 1967 год. Толчком для оформления идеи высокотемпературной сверхпроводимости послужило открытие способности сплава ниобия и германия переходить в сверхпроводник при температуре 20 градусов по Кельвину.

Индукция Д.Кронина и Вал Фитча. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 1980 год Джеймс Кронин и Вал Фитч (1964) сформулировали представление о нарушении CP-симметрии, то есть симметрии вещество-антивещество, индуктивно отталкиваясь от опытов, в которых изучались способы распада двух незаряженных К-мезонов. В.Вайскопф в книге «Физика в двадцатом столетии» (1977) пишет: «В 1964 г. Кристиансен, Кронин и Турлей обнаружили, что существуют процессы, в которых нарушается даже симметрия вещество-антивещество. Они обнаружили то, что сейчас называют нарушением CP-четности. CP-симметрия представляет собой инвариантность законов природы относительно зарядового сопряжения при одновременном изменении четности. Первое из них означает переход от вещества к антивеществу, а второе – переход от правовинтовой к левовинтовой системе. Именно о CP-симметрии шла речь в последнем разделе этой статьи. Это и есть предложенный Л.Д.Ландау закон сохранения комбинированной четности. Нарушение этой симметрии обнаружено довольно сложным способом при наблюдении способов распада двух незаряженных К-мезонов, один из которых при отсутствии нарушения CP-симметрии должен распадаться только на два пиона, а другой – на три. Исследователи обнаружили незначительное количество двухпионных распадов в том случае, когда должен идти в основном распад на три пиона» (Вайскопф, 1977, с.215). Об этом же говорит Э.И.Дубовой в книге «По следам невидимок» (1985): «В опытах 1964 года Д.Кронин и В.Фитч из

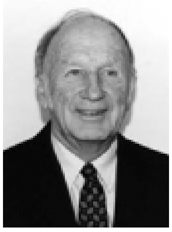
Принстонского университета (США) получили К-мезоны бомбардировкой бериллиевой мишени ускоренными до 30 гигаэлектронвольт протонами на ускорителе в Брукхэйвене. Изучался распад нейтральных каонов. Пучок К-мезонов состоит в равном количестве из из К$_1$ и К$_2$-мезонов. К$_1$-мезоны распадались на расстоянии всего в несколько десятков сантиметров, а дальше уже летел чистый пучок К$_2$-мезонов. И совершенно неожиданно оказалось, что на расстоянии 19 метров от мишени были в заметном количестве обнаружены распады К$_2$-мезоны на два пиона. Это означало, что долгоживущий К$_2$-мезон может распадаться не на три, а на два пиона с несохранением комбинированной симметрии. Доля таких распадов составляет всего десятую часть процента. Но и этого оказалось достаточно для того, чтобы навсегда рухнула вера в строгое безусловное выполнение очередного закона сохранения!» (Дубовой, 1985, с.87). Эксперименты, проведенные Д.Кронином и В.Фитчом, показали ограниченную справедливость идеи Л.Ландау о сохранении комбинированной симметрии. Ольга Максименко в статье «Зеркальная материя – начало пути» (журнал «Наука и жизнь», 2007, № 12) пишет: «Забавно, что, исследуя пучки каонов, Кронин и его коллеги своим экспериментом надеялись не опровергнуть, а как раз подтвердить правильность теории СР-симметрии, предложенной Ландау, которая подобные распады запрещала, - но зарегистрировали их. Больше того, обнаружив распады, запрещенные в рамках теории комбинированной четности, они были настолько поражены, что полгода анализировали и проверяли свои результаты, прежде чем решились их обнародовать» (О.Максименко, 2007).

Индукция Сэмуела Тинга. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1976 год Сэмуэл Тинг выдвинул идею о существовании новой элементарной частицы резонансного (возбужденного) типа с большим временем жизни, которая была названа джи-дробь-псичастицей, индуктивно исходя из следующих опытов. Э.И.Дубовой в книге «По следам невидимок» (1984) указывает: «Осенью 1974 года в Брукхэйвене американским физиком С.Тингом (китайцем по происхождению) был поставлен эксперимент на протонном пучке с энергией 28 гигаэлектронвольт. Момбардировались ядра бериллия. Рождающиеся в реакции… электрон и позитрон регистрировались двухплечевым магнитным спектрометром. В двухплечевом магнитном спектрометре электрон и позитрон отклоняются в противоположные стороны и на выходе спектрометра регистрируются детекторами. (…) При обработке результатов опыта Тинга было получено распределение числа событий в зависимости от М. Оказалось, что это распределение имеет вид резонансной кривой с максимумом при 3,1 гигаэлектронвольта и шириной всего в несколько мегаэлектронвольт. Энергетическое разрешение приборов не позволяло более точно измерить ширину резонансной кривой. Авторы открытия назвали резонанс джи-частицей (обозначается буквой j)» (Дубовой, 1985, с.118). Интересно, что С.Тинг мог догадаться о существовании новой резонансной частицы по аналогии с идеей К.Бракнера о наличии такой резонансной частицы, как возбужденный нуклон.

Индукция Бертона Рихтера. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1976 год Бертон Рихтер независимо от С.Тинга сделал вывод о существовании резонансной частицы с большим временем жизни, индуктивно основываясь на опытах по столкновению электронов и позитронов. Э.И.Дубовой в книге «По следам невидимок» (1985) отмечает: «…Американские физики во главе с Б.Рихтером поставили в Стэнфорде эксперимент на пересекающихся электрон-позитронных пучках. Электроны и позитроны предварительно ускорялись до энергии 2,6 гигаэлектронвольта и направлялись в накопительное кольцо. Рождавшиеся в результате соударения частицы регистрировались спектрометром, отбиравшим частицы противопожного знака. Опыт показал, что в распределении числа событий по массе М электрона и позитрона или других пар частиц наблюдается резонанс с массой 3,1 гигаэлектронвольта и шириной 50 килоэлектронвольт. Такой ширине резонанса соответствует время жизни, в тысячу раз большее, чем для других известных резонансов больших масс. Новую частицу авторы и назвали пси-частицей (обозначается буквой Ψ). Сообщение об этом открытии было опубликовано в том же выпуске журнала, что и статья с описанием опытов

Тинга. Оказалось, что открыли одну и ту же частицу одновременно две экспериментальные группы Тинга и Рихтера. Теперь эту частицу называют джи-дробь-псичастицей и обозначают так: j/Ψ-частица» (Дубовой, 1985, с.119).

Индукция Я.Б.Зельдовича и Ю.П.Райзера. Я.Б.Зельдович и Ю.П.Райзер (1963) построили лавинную теорию лазерного пробоя, индуктивно исходя из открытия явления пробоя газа под действием лазерного излучения. В предисловии к книге Я.Б.Зельдовича «Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика» (1984) Ю.Б.Харитон пишет: «В 1963 г. было на опыте обнаружено замечательное явление пробоя газа под действием лазерного излучения, которое положило начало обширному направлению в физике плазмы и взаимодействия лазерного излучения с веществом. Вскоре Я.Б.Зельдовичем и Ю.П.Райзером была развита лавинная теория лазерного пробоя» (Зельдович, 1984, с.18).

	«Более всего у меня вызывает уважение понимание Лоренцом того факта, что увиденное им не было сбоем в работе компьютера, а чем-то абсолютно новым. Есть и еще новшества в его работе; например, там дается первое описание бесконечно запутанной абстракции, сейчас называемой странным аттрактором. Работа Лоренца отмечает начало новой эры в науке, количественное изучение хаоса, которое отрицается немногими, но многими принимается как евангелие». А.Пайс об Эдварде Лоренце

Индукция Эдварда Лоренца. Э.Лоренц (1961) выдвинул идею о том, что даже самое малое изменение начальных условий способно приводить к резкому изменению состояния системы, индуктивно исходя из обнаружения такой закономерности для погоды. Э.Лоренц использовал компьютер, который должен был решить математические уравнения, описывающие движение воздушных потоков в атмосфере. В память компьютера были введены исходные данные, соответствующие простой модели тепловой конвекции. Однако при решении уравнений компьютер каждый раз давал разные ответы. Е.Г.Пугачева и К.Н.Соловьенко в книге «Самоорганизация социально-экономических систем» (Иркутск, 2003) пишут о событиях 1963 года: «В этом же году метеоролог Э.Лоренц предложил модель конвекции воздуха, описанную системой дифференциальных уравнений. Просчитав ее на компьютере, Лоренц столкнулся с неожиданным результатом. История такова: Лоренц захотел перепроверить результат, полученный на компьютере ранее. Задав начальные данные до тысячных (программа же рассчитывала значения до шести значащих цифр), он получил результат, значительно отличающийся от предыдущего. Как и в рассказе Брэдбери, трудно было предположить, что такая незначительная неточность могла привести к такому большому расхождению результатов. Заслуга Лоренца в том, что он увидел в данном расхождении не ошибку, а серьезный научный факт. Позже он был сформулирован как явление динамического хаоса. Важнейшим результатом исследования динамического хаоса явилось установление конечного горизонта прогноза» (Пугачева, Соловьенко, 2003, с.12). А.Маркворт, А.А.Вертегел и Ю.Д.Третьяков в статье «Предсказуемый хаос» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 7) отмечают: «…Нет ничего удивительного в том, что первая статья о детерминистском хаосе посвящена именно метеорологии: в 1963 году Эдвард Лоренц разработал сравнительно простую модель тепловой конвекции, описывающую движение воздушных потоков в атмосфере. И обнаружил, что в такой модели должны происходить апериодические колебания температуры, причем, даже самое малое изменение начальных условий способно приводить к резкому изменению состояния системы» (А.Маркворт, А.А.Вертегел и Ю.Д.Третьяков, 1999). Ф.Капра в книге «Паутина жизни» (2003) говорит: «Эффект бабочки был открыт в начале 1960-х годов метеорологом Эдвардом Лоренцом, разработавшим очень простую модель погодных условий, состоящую из трех связанных нелинейных уравнений. Он обнаружил, что решения его уравнений чрезвычайно чувствительны к начальным состояниям. Начинаясь практически в одной точке, две траектории будут развиваться совершенно по-разному, исключая возможность каких бы то ни было заблаговременных предсказаний. Это открытие привело в замешательство все мировое научное сообщество, поскольку ученые давно привыкли полагаться на детерминированные уравнения для предсказания с большой точностью таких феноменов, как солнечные затмения или появление комет. Казалось непостижимым, что четко детерминированные уравнения движения могут привести к непредсказуемым результатам. И все же именно это обнаружил Лоренц» (Ф.Капра, 2003). Учитывая, что зависимость состояния системы от малого изменения начальных условий является фундаментальным свойством хаотических систем, Э.Лоренца считают родоначальником теории хаоса.

«И.Пригожин выступает как носитель общемировой и прежде всего европейской культуры, уникальным образом сочетая в своем творчестве верность научным традициям и подлинное новаторство».

Ю.А.Данилов и В.И.Аршинов об Илье Пригожине

Индукция Ильи Пригожина. И.Пригожин выдвинул идею о возникновении порядка в неравновесных системах, о том, что неравновесность может быть источником порядка и самоорганизации, индуктивно основываясь на том, что даже в классической физике встречается немало явлений, в которых неравновесное состояние может порождать порядок. В частности, если создать температурный градиент в смеси двух различных газов, то можно наблюдать увеличение концентрации одного газа у горячей стенки, а другого – у холодной стенки. В стационарном состоянии энтропия смеси обычно имеет меньшее значение, чем в однородном составе. Это явление, наблюдавшееся еще в 19 веке, получило название термодиффузии. Как пишет Пригожин в книге «От существующего к возникающему», «следовательно, неравновесность может быть источником порядка. Это замечание послужило отправным пунктом для развития концепции брюссельской школы…» (И.Пригожин, «От существующего к возникающему», 2002).

Индукция Ильи Пригожина. Вывод И.Пригожина о том, что относительная устойчивость и эволюция самоорганизующихся структур зависят от появления вторичных и третичных бифуркаций (перестроек, резких отклонений от равновесия), индуктивно основывался на исследованиях Стюарта Кауфмана (1978), который рассмотрел некоторые аспекты морфогенеза на ранних стадиях развития эмбриона в рамках схемы повторных бифуркаций. С.Кауфман обратил внимание на то, что в процессе морфогенеза «имагинальные диски» (особые эмбриональные структуры) на ранних стадиях личиночного развития плодовой мухи Дрозофилы растут и подразделяются на отсеки, разделенные четко выраженными границами.

Индукция Ильи Пригожина. И.Пригожин пришел к мысли о возникновении диссипативных структур, отличающихся упорядоченным поведением, даже при тепловой конвекции, индуктивно основываясь на рассмотрении эффекта Бенара. Суть этого эффекта состоит в том, что если нагревать снизу слой жидкости, находящейся между двумя горизонтальными параллельными плоскостями, то внезапно, при некотором значении температуры, объем жидкости приходит в движение, жидкость структурируется в виде небольших ячеек, называемых ячейками Бенара. Вследствие теплового расширения жидкость расслаивается, возникает градиент плотности между нижними и верхними слоями жидкости, ячейки выстраиваются вдоль горизонтальной линии (оси), причем жидкость в ячейках последовательно приходит во вращение то по ходу часовой стрелки, то против. Отсюда Пригожин индуктивно пришел к заключению о том, что тепловая конвекция является прототипом явлений самоорганизации в физике.

Индукция Ильи Пригожина. Отправным пунктом (исходной посылкой) предположения И.Пригожина о том, что жизнь сопряжена с термодинамическими условиями, далекими от равновесия, и что происхождение жизни может быть связано с серией последовательных неустойчивостей (последовательных бифуркаций), было открытие Б.Белоусовым знаменитой колебательной химической реации. В 1959 году Б.Белоусов опубликовал статью об открытой им периодически действующей реакции окисления лимонной кислоты броматом калия в присутствии катализатора – ионов церия. Ученый обнаружил, что при окислении лимонной кислоты броматом калия в кислотной среде в присутствии указанного катализатора течение реакции меняется со временем, и раствор периодически меняет цвет от бесцветного к желтому и обратно. В этой реакции происходят незатухающие концентрационные колебания, сопровождающиеся периодическим изменением цвета реагирующих веществ. Работа Белоусова по изучению данного явления была продолжена и расширена Жаботинским, поэтому реакция получила название Белоусова – Жаботинского (БЖ). Пригожин сравнил реакцию БЖ с таким видом биологических колебаний, как колебания в активности энзимов в метаболизме с периодом порядка минуты, в которых происходит распад одной молекулы глюкозы и производство двух молекул АТФ в присутствии энзимов как катализаторов. Сходство этих реакций по аналогии привело Пригожина к весьма важным выводам. «По-видимому, - подчеркивает Пригожин в книге «От существующего к возникающему», - большинство биологических механизмов действия свидетельствуют о том, что жизнь сопряжена с далекими от равновесия условиями за порогом устойчивости термодинамической ветви. В этой связи невольно напрашивается мысль, что происхождение жизни может быть связано с серией последовательных неустойчивостей, аналогичных серии последовательных бифуркаций, которая привела к состоянию вещества с повышенной когерентностью» (Пригожин, 2002, с.119). Тот факт, что реакция Белоусова-Жаботинского индуктивно навела И.Пригожина на мысль о возникновении порядка из хаоса, о возникновении простейших форм жизни из вещества, находящегося в неравновесных термодинамических условиях, подтверждается самим И.Пригожиным. Ю.А.Данилов в статье «Поэт неравновесной термодинамики» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 2) пишет о Пригожине: «Широкому признанию его идей способствовало открытие в 50-60-х годах в нашей стране колебательных химических процессов (реакция Белоусова-Жаботинского). «Если бы, - говорил Пригожин, - это открытие, ставшее экспериментальным фундаментом для моих теоретических построений, запаздало, мои воззрения отвергли бы из-за отсутствия подтверждающих опытных данных. Если бы оно стало известно много раньше, то их восприняли бы как нечто тривиальное. То есть помощь из России пришла вовремя, не позже и не раньше» (Ю.А.Данилов, 2004).

Индукция Гордона Мура. Гордон Мур (1965) сформулировал идею о том, что скорость компьютерных процессоров удваивается каждые восемнадцать месяцев, индуктивно базируясь на том, что подобная скорость удвоения была обнаружена им для плотности записи информации на микрочипе. Плотность же записи информации на микрочипе, которую рассматривал Г.Мур, - это количество транзисторов, помещающихся на единице площади. Указанная идея Мура впоследствии получила название «закона Мура». Джеймс Трефил в книге «200 законов мироздания» (2007) пишет: «В 1960-е годы, в самом начале информационной революции, Гордон Мур, впоследствии один из основателей корпорации Intel, обратил внимание на интересную закономерность в развитии компьютеров. Он заметил, что объем компьютерной памяти удваивается примерно каждые два года. Эта закономерность стала своего рода эмпирическим правилом в компьютерной промышленности, и вскоре оказалось, что не только память, но и каждый показатель производительности компьютера – размер микросхем, скорость процессора и т.д. – подчиняется этому правилу. Последующее развитие компьютеров шло в соответствии с законом Мура» (Трефил, 2007, с.123). Однако на самом деле быстродействие компьютеров не всегда удваивается за 18 месяцев. «Правда, - замечает Дж.Трефил, - закон Мура, похоже, стал действовать быстрее – за последние несколько лет период удвоения производительности сократился с двух лет до полутора» (там же, с.123).

Индукция С.Мак-Колла и Э.Хана. С.Мак-Колл и Э.Хан (1967) пришли к выводу о существовании явления самоиндуцированной прозрачности, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. А.И.Маймистов в статье «Оптические солитоны» («Соросовский образовательный журнал», 1999, № 11) пишет: «Изучая распространение ультракоротких импульсов длительностью tp в условиях резонансного поглощения в рубиновом стержне при температуре меньше 40 К, С.Мак-Колл и Э.Хан в 1967 году обнаружили удивительное явление: когда мощность импульса превышала некоторое критическое значение, его распространение происходило с аномально малыми потерями энергии, несмотря на условие резонансного поглощения. Импульсы, имеющие мощность много меньше, чем критическая, ослаблялись в 105 раз. Это явление получило название самоиндуцированной прозрачности (СИП)» (А.И.Маймистов, 1999).

Индукция Джерома Фридмана, Генри Кендалла и Ричарда Тейлора. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 1990 год Д.Фридман, Г.Кендалл и Р.Тейлор (1967) пришли к заключению о существовании внутри протона точечных частиц, названных партонами, индуктивно основываясь на экспериментах по бомбардировке протонов электронами высокой энергии с использованием мощного линейного ускорителя стоимостью 114 миллионов долларов. Впоследствии эти точечные частицы получили другое название – кварки. Проводя указанные эксперименты по обстрелу протонов электронами, чья скорость приближалась к скорости света, Д.Фридман, Г.Кендалл и Р.Тейлор ожидали, что электроны либо пройдут сквозь них, либо перепрыгнут. Действительность опровергла эти ожидания. При увеличении скорости электронов до величины, близкой к скорости света, ученые увидели, что большинство из этих электронов отскакивают от протонов под разными углами самым удивительным образом, что подтверждало наличие в них каких-то более мелких частиц, условно названных партонами. После тщательной обработки результатов эксперимента и классификации найденных частиц ученые описали набор возможных субпротонных частиц, от которых отскакивали электроны. Ш.Глэшоу в книге «Очарование физики» (2002) пишет: «Кендалл, Фридман и Тейлор, трудясь в Стэнфордском центре линейного ускорения частиц – маленькой лаборатории всего около двух миль длиной, где дробят атомы, - терпеливо повторяли опыты Эрнеста Резерфорда, поставленные 56 лет назад, но при несколько более высокой энергии. Подобно тому, как их предшественник обнаружил ядро атома, они нашли свидетельство существования точечных частиц внутри самого протона, точечных частиц, которые они назвали партонами. Конечно же, они ошиблись. Их точечные частицы были ничем иным, как кварками, которые несколько лет назад предсказал, но забросил Гелл-Манн» (Глэшоу, 2002, с.24). Необходимо отметить, что индукция Фридмана, Кендалла и Тейлора была более похожа на аналогию, так как эти ученые объяснили отскакивание электронов от протона под разными углами наличием субпротонных частиц по аналогии с тем, как Э.Резерфорд объяснил отскакивание альфа-частиц от атомов золотой фольги наличием внутреннего ядра атома. Без этой мощной аналогии не было смысла говорить о существовании каких-то субпротонных частиц. Таким образом, вывод Фридмана, Кендалла и Тейлора о существовании субпротонных частиц базировался на простой посылке – отскакивании электронов высокой энергии от протона под разными углами. Поскольку для обнаружения этого факта потребовалось сначала создать ускоритель элементарных частиц стоимостью 114 миллионов долларов, мы можем говорить, что исходная посылка, наводившая на очень важное заключение, стоила 114 миллионов долларов. Это говорит о том, что исходные посылки стоят всегда дороже, чем сами индуктивные заключения.

Индукция Еитиро Намбу. Лауреат Нобелевской премии по физике за 2008 год Е.Намбу (1976) пришел к заключению о том, что кварки не могут существовать в свободном (несвязанном) состоянии, индуктивно основываясь на безуспешности попыток «расколоть» протон и другие элементарные частицы на составляющие их кварки путем бомбардировки другими частицами, обладающими колоссальной энергией. В статье «Почему нет свободных кварков» (УФН, 1978, январь) Е.Намбу аргументирует: «Мы знаем, что ядро, в свою очередь, состоит из протонов и нейтронов потому, что ядро всегда можно расщепить и зарегистрировать составляющие его частицы. Легко представить себе аналогичный эксперимент, в котором частицы, о которых мы думаем, что они состоят из кварков, например, протоны, разрушаются в результате очень сильного воздействия. Однако когда мы пытаемся это проделать, получаемые осколки опять состоят из протонов и других известных частиц. Никаких объектов со свойствами, ожидаемыми у кварков, при этом не наблюдается. Физики искали повсюду, но свободные кварки найдены не были» (Намбу, УФН, 1978, с.147). «Успех теории, - замечает Е.Намбу, - представляет убедительное доказательство того, что кварки существуют внутри таких частиц, как протон; с другой стороны, неизменная неудача экспериментальных поисков свободных кварков говорит о том, что кварки не существуют независимо» (там же, с.148). А.А.Комар и И.В.Тютин в статье «Лауреаты Нобелевской премии 2004 года по физике – Д.Гросс, Д.Политцер, Ф.Вильчек» (журнал «Природа», 2005, № 1) пишут: «Кое-что подсказывал эксперимент. Например, эксперименты по поиску кварков в свободном состоянии дали отрицательный результат. Это могло указывать на то, что на больших расстояниях (превышающих размер адрона ~ 10^{-13} см) взаимодействие между кварками становится очень сильным, не позволяя кваркам расходиться на большие расстояния и находиться в свободном состоянии (данное явление называется конфайнментом)» (Комар, Тютин, 2005, с.72).

Индукция Габриэле Венециано и Махико Судзуки. Г.Венециано и М.Судзуки (1968) индуктивно распространили в теорию сильного взаимодействия (теорию адронов) знаменитую бета-функцию Л.Эйлера, которую он (1730) использовал в совершенно других целях. Г.Венециано и М.Судзуки натолкнулись на эту бета-функцию совершенно случайно, поэтому можно говорить, что их открытие представляло собой индукцию с фактором случая. Находка названных ученых положила начало развитию теории струн. М.Каку в книге «Введение в теорию суперструн» (Москва, «Мир», 1999) пишет о возникновении теории струн: «У нее причудливая история, начавшаяся с чисто случайного открытия в области квантовой теории, сделанного в 1968 г. Дж.Венециано и М.Судзуки. Перелистывая старые труды по математике, они случайно натолкнулись на бета-функцию, выписанную в прошлом веке Леонардом Эйлером. К своему изумлению, они обнаружили, что бета-функция удовлетворяет почти всем жестким требованиям, предъявляемым к матрице рассеяния, описывающей взаимодействия частиц. Никогда еще в истории физики важное научное открытие не было сделано таким случайным образом. Из-за этой исторической случайности физики с тех пор стараются продвинуться в обратном направлении, чтобы выявить физические принципы и симметрии, лежащие в основе этой теории» (Каку, 1999, с.7). В другом месте своей книги М.Каку вновь возвращается к вопросу о случайности, сыгравшей определенную роль в формировании струнной теории: «Началась она (струнная модель адронов – Н.Н.Б.) с того, что два молодых физика Венециано и Судзуки [21, 22] независимо открыли квантовую теорию этой модели. Перелистывая математический справочник, они случайно заметили, что бета-функция Эйлера удовлетворяет всем аксиомам S-матрицы для взаимодействия адронов, кроме унитарности. Неве, Шварц и Рамон [23-25] быстро обобщили теорию, чтобы включить в нее частицы со спином» (там же, с.25). Об этом же факторе случая пишет Эдвард Виттен (лауреат премии Филдса за 1990 год) в статье «Физика и геометрия» (сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», редактор – В.М.Тихомиров, 1991): «На теорию струн первоначально «натолкнулись» случайно или, во всяком случае, на весьма окольном пути при изучении так называемой «модели Венециано» (Виттен, 1991, с.396).

Индукция Гарри Суинни и Джерри Голлаба. Известные ученые Г.Суинни и Д.Голлаб (1975) выдвинули представление о несправедливости теории возникновения турбулентности, сформулированной Л.Д.Ландау, индуктивно основываясь на тщательно поставленных экспериментах, в которых для изучения гидродинамических вихрей использовался лазер. Как известно, Л.Д.Ландау рассматривал процесс развития турбулентности как переход жидкости от одних частот периодического вихревого движения к другим частотам, но указанные ученые не смогли в своем эксперименте обнаружить эту последовательную смену частот движения вихрей. Удавалось фиксировать лишь первую частоту, после которой возникал турбулентный беспорядок. Примечательно, что перед постановкой своих опытов Г.Суинни и Д.Голлаб верили в теорию Ландау и хотели лишь убедиться в ее корректности. Д.Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (2001) пишет о Суинне и Голлабе: «Оба исследователя помнили о своей научной задаче, решение которой вскоре будет вознаграждено традиционными аплодисментами и быстро предано забвению. Суинни и Голлаб намеревались подтвердить идею Ландау о пороге турбулентности, и эксперименты не давали ни малейшего повода в ней сомневаться. К тому же было известно, что физики, занимавшиеся гидродинамикой, с доверием относятся к соображениям Ландау. Сами физики Суинни и Голлаб тоже симпатизировали этой теории, потому что она соответствовала общей картине фазовых переходов» (Глейк, 2001, с.172). «Для того чтобы справиться с бурным движением жидкости, - поясняет Д.Глейк суть экспериментов упомянутых физиков, - Суинни и Голлаб заготовили целый арсенал искусных методов, отточенных за годы изучения фазовых переходов при весьма непростых обстоятельствах. У них имелись такая методика исследований и такие измерительные приборы, о которых рядовой физик не мог даже и мечтать. Для изучения кружащихся потоков они применяли лазер. Луч, светящий сквозь воду, преломлялся или рассеивался, что поддавалось измерению методом лазерной допплеровской интерферометрии. Полученную информацию хранили и обрабатывали с помощью компьютера, который тогда, в 1975 г., был большой редкостью на столах экспериментаторов. Ландау отмечал, что по мере возрастания потока возникают новые частоты, каждая в отдельный промежуток времени. «Мы знали об этом, - вспоминал позже Суинни, - и решили, что будем наблюдать за переходами, чтобы заметить, где именно появятся такие частоты. И мы наблюдали – в полной уверенности, что переход определен вполне ясно. Мы инициировали фазовый переход в обе стороны, то увеличивая, то уменьшая скорость вращения цилиндров, и все так и вышло» (там же, с.172). Далее Д.Глейк описывает ключевой момент экспериментов: «Некоторые из экспертов просто не зачли их результаты, а другие посчитали, что в результатах отсутствует какая-либо новизна. Но работа ни на минуту не прекращалась. «Налицо был качественно определенный переход, - говорил Суинни, - и мы сочли это необыкновенной удачей. А затем вновь двинулись вперед, искать следующий». И вдруг последовательность, о которой писал Ландау, разрушилась. Эксперимент не подтвердил теорию. При следующем переходе поток «перепрыгнул» к состоянию беспорядочности, не обнаружив сколько-нибудь заметных циклов: ни новых частот, ни постепенного увеличения беспорядочных фрагментов. Ничего. «Все, что мы обнаружили, так это то, что он внезапно стал хаотичным» (там же, с.173-174). В настоящее время многие ученые осознают уязвимость модели формирования турбулентности Ландау. М.И.Рабинович в статье «Стохастические автоколебания и турбулентность» (УФН, 1978, том 125, вып.1) пишет об этой модели: «Естественная с точки зрения привычных представлений модель турбулентности в виде «газа» автоколебательных мод с несоизмеримыми частотами оказывается, тем не менее, верной лишь частично» (Рабинович, 1978, с.125). Нужно отметить, что эксперименты Г.Суинни и Д.Голлаба сыграли важную роль в творчестве Давида Рюэля, они стимулировали его к отказу от модели Ландау и формулировке концепции, в которой турбулентность связывается с образованием странных аттракторов.

«Две статьи Фейгенбаума были возвращены редакциями журналов, первая – после полугодовой задержки. Митчелл до сих пор хранит письмо с отказом принять статьи в ящике своего стола. «Каждая моя новая статья, без исключения, была отвергнута после рецензирования. Читатель может легко собрать информацию о том, что весь этот процесс я считаю фальшивым попечительством и расточительным мошенничеством».

А.Пайс о Митчелле Фейгенбауме

Индукция Митчелла Фейгенбаума. Американский ученый М.Фейгенбаум (1976) пришел к выводу о том, что характерной чертой перехода системы от простого периодического движения к сложному непериодическому движению является сценарий удвоения периода, индуктивно исходя из того, что данный сценарий прекрасно описывает динамику развития биологических популяций. Явление удвоения периода первоначально было открыто советским ученым А.П.Шапиро (1974) и американским исследователем Робертом Мэем (1976) при исследовании динамики изменения численности популяций. В.И.Арнольд в книге «Теория катастроф» (1990) указывает: «Известно, что улов горбуши колеблется с периодом в два года. Исследование экологических моделей, призванных объяснить эти колебания, привело А.П.Шапиро (1974) и затем Р.Мея к экспериментальному открытию каскадов удвоений периода: последовательные бифуркации удвоения быстро следуют одна за другой, так что на конечный отрезок изменения параметра приходится бесконечное число удвоений» (В.И.Арнольд, 1990). В.В.Исаева и В.Л.Касьянов в статье «А.В.Жирмунский в нелинейном научном контексте» («Вестник ДВО РАН», 2005, № 3) пишут: «История открытия сценария Фейгенбаума, изложенная нашим соотечественником В.И.Арнольдом, одним из лучших математиков мира, начинается с моделирования колебаний уловов горбуши. А.П.Шапиро работал во Владивостоке и первым в мире установил существование удвоений периода колебаний уловов. Чуть позже работу по моделированию численности популяций с выявлением стабильных точек, циклов и перехода к хаосу опубликовал Р.Мэй. Моделируемая численность популяции зависит от параметра скорости роста. С увеличением значения параметра скорости роста численность популяции растет, после достижения определенного порога вместо единственного значения численности появляются два, и численность популяции начинает колебаться между двумя значениями, после перехода следующего порога появляются колебания между четырьмя значениями и т.д. Каскад последовательных бифуркаций ведет к переходу от циклического режима к хаотическому. Анализируя этот материал, М.Фейгенбаум обнаружил универсальность каскада удвоений и выявил закономерность, определяющую поведение разнообразных нелинейных систем с последовательными бифуркациями удвоения. (…) М.Фейгенбаум нашел константу, характеризующую такой сценарий: последовательность значений параметра, соответствующих последовательным удвоениям, асимптотически ведет себя как геометрическая прогрессия со значением знаменателя дроби 1/4,669… Таким образом, была найдена постоянная – коэффициент, характеризующий ускорение удвоения периодов, появления последовательных бифуркаций каскада» (В.В.Исаева, В.Л.Касьянов, 2005). Еще более удивительно, что задолго до А.П.Шапиро и Р.Мея (Мэя) феномен удвоения периодов описывал финский математик Мирберг. Д.Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (2001) указывает: «Бенуа Мандельброт, настроенный явно не самым лучшим образом, сделал доклад, о котором позже вспоминали как о «лекции против Фейгенбаума». Откопав где-то работу об удвоении периодов, написанную двадцать один год назад финским математиком

Мирбергом, он перекрестил последовательности Фейгенбаума в «ряды Мирберга» (Глейк, 2001, с.242).

Индукция Митчелла Фейгенбаума. М.Фейгенбаум (1976) склонился к заключению о существовании постоянного коэффициента, характеризующего величину ускорения процесса удвоения периодов, индуктивно исходя из следующего факта. Занимаясь определением скорости удвоения периодов размножения живых организмов, то есть определяя количественные параметры изменения цикла размножения биологической популяции, ученый натолкнулся на параметр, остававшийся неизменным (констатным). Процесс удвоения периодов ускорялся с постоянным коэффициентом. Учитывая, что Фейгенбаум сделал свое открытие благодаря такому случайному фактору, как низкое быстродействие калькулятора, с которым он работал, мы можем сказать, что в данном открытии фактор случая сыграл не последнюю роль. Д.Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (2001) повествует: «В поисках аналогий Фейгенбаум мог обратиться к той таинственной границе, что отделяет плавное течение жидкости от турбулентного. Именно к данному участку Роберт Мэй пытался привлечь внимание биологов, которые не замечали, что популяции животных переживают не одни лишь упорядоченные циклы. На пути к хаосу в указанной зоне возникает целый каскад раздвоения периодов: расщепление двух на четыре, четырех – на восемь и т.д., представляющее собой весьма удивительную картину. Именно в точках бифуркации некоторое увеличение плодовитости особей могло привести к смене четырехгодичного цикла популяции непарного шелкопряда восьмигодичным. Фейгенбаум решил начать с подсчета точных значений параметра, порождавших расщепления. В конце концов, к открытию ученого привело, как ни странно, низкое быстродействие калькулятора. Казалось, расчеты точного значения параметра для каждого удвоения периодов растягиваются на века, хотя на самом деле вычисления занимали считанные минуты. Однако чем выше поднимался Фейгенбаум по цепочке циклов, тем больше времени требовали операции с числами. Имей ученый мощный компьютер и печатающее устройство, он, пожалуй, не заметил бы никакой закономерности, но ему приходилось записывать результаты вручную и, пока калькулятор работал, размышлять над ними. Чтобы сэкономить время, он просто-напросто пытался угадать, каким будет следующее значение. И вдруг Фейгенбаум увидел, что гадать уже незачем. В системе пряталась неожиданная упорядоченность, числа приближались друг к другу, словно столбы высоковольтной линии, сходящиеся на горизонте в точку, - удвоения периодов не просто ускорялись, а ускорялись с постоянным коэффициентом» (Глейк, 2001, с.226). О чисто индуктивном характере открытия Фейгенбаума можно догадаться и по следующей цитате из книги С.П.Кузнецова «Динамический хаос» (2001): «…Занимаясь исследованием удвоений периода с помощью карманного калькулятора, американский физик Митчелл Фейгенбаум, работавший в Лос-Аламосской национальной лаборатории, обнаружил, что точки бифуркаций удвоения периода накапливались к определенному пределу – порогу возникновения хаоса по закону геометрической прогрессии с показателем 4,669… Этот показатель оказался универсальным, т.е. возникал и в других отображениях, и, как затем выяснилось, в нелинейных диссипативных системах самого разного вида. Используя аппарат, аналогичный развитому ранее в теории фазовых переходов, - метод ренормализационной группы, Фейгенбаум построил замечательную теорию, объясняющую универсальность удвоений периода (Feigenbaum, 1978, 1979)» (Кузнецов, 2001, с.16).

Индукция Арта Ашкина. А.Ашкин (1972, 1978) высказал догадку о возможности отклонения атомов лазерным светом, индуктивно исходя из исследований своих предшественников, которые еще в 1930-х годах обнаружили способность света отклонять пучок атомов натрия. При этом в роли источника света выступало резонансное излучение лампы. У.Филлипс в Нобелевской лекции «Лазерное охлаждение и пленение нейтральных атомов» (УФН, 1999, март) указывает: «В 1933 г. Фриш впервые наблюдал давление света на атомы, отклоняя пучок атомов натрия резонансным излучением лампы. После того, как были изобретены лазеры, Ашкин понял, что их интенсивное узкополосное излучение можно использовать для управления атомами, а в 1972 г. были проведены первые «современные» эксперименты, в которых было продемонстрировано отклонение атомных пучков лазерным светом» (Филлипс, УФН, 1999, с.305).

Индукция Клауса фон Клитцинга. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1985 год К.фон Клитцинг (1980) высказал идею о том, что в эффекте Холла при очень низкой температуре и в сильном магнитном поле сопротивление Холла меняется скачками, индуктивно исходя из исследования эффекта Холла с использованием чистых полупроводников. Это было открытие квантового эффекта Холла. А.Шилейко в статье «Неделимое разделили. Открытие и его перспективы» (журнал «Наука и жизнь», 1999, № 1) пишет об Эдвине Холле, который еще в 1879 году открыл эффект Холла (возникновение разности потенциалов в проводнике с током, помещенном в магнитное поле): «Холл выполнял свои эксперименты при комнатной температуре при средних значениях магнитной индукции. В конце 1970 года ряд исследователей повторили эксперимент Холла при чрезвычайно низких температурах (около - 272ºС) и в гораздо более сильных полях. В качестве материала они брали пленки из исключительно чистых полупроводников, содержащие электроны, которые обладали очень высокой подвижностью вдоль поверхности. В таких условиях электроны движутся практически в двумерном пространстве. Это и послужило причиной возникновения многих неожиданных эффектов. Один из них состоял в том, что существенно изменился характер эффекта Холла. В 1980 году немецкий физик Клаус фон Клитцинг обнаружил в аналогичном эксперименте, что сопротивление Холла с усилением магнитного поля индукции меняется скачками. При этом величина сопротивления каждый раз была равна некоторой постоянной, поделенной на целое число. Можно сказать, что сопротивление подвергалось квантованию» (А.Шилейко, 1999).

Индукция Херста (Хорста) Штермера и Дэниела (Даниэля) Цуи. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 1998 год Х.Штермер и Д.Цуи (1982) сформулировали представление о том, что в квантовом эффекте Холла сопротивление Холла имеет гораздо большее количество скачков, чем описал фон Клитцинг, индуктивно отправляясь от исследования эффекта Холла при совершенно экстремальных условиях. В этих условиях температура была еще более низкой, а магнитное поле индукции еще более мощным, чем в экспериментах фон Клитцинга. А.Шилейко в статье «Неделимое разделили. Открытие и его перспективы» (журнал «Наука и жизнь», 1999, № 1) повествует: «Хорст Штормер, Дэниел Цуи и их сотрудники повторили исследования квантового эффекта Холла, используя пленку из арсенида галлия, нанесенную на подложку распылением в вакууме. Так удавалось получать сверхчистое вещество, а чем чище кристалл, тем свободнее в нем движутся электроны. Кроме того, они использовали еще более низкие, чем Клитцинг, температуры и гораздо более сильные магнитные поля. К великому удивлению, они обнаружили новые скачки величины сопротивления Холла, в три раза большие, чем в экспериментах Клитцинга. По ходу экспериментов их наблюдалось все больше. Величины всех новых скачков снова оказалось возможным выражать через ту же постоянную, однако теперь ее приходилось делить на дробные числа. По этой причине новое открытие назвали дробным квантовым эффектом Холла» (А.Шилейко, 1999).

Индукция Стивена Чу. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1997 год Стивен Чу (1982) сделал заключение о распространении пикосекундных лазерных импульсов с групповой скоростью, способной превосходить скорость света в данной среде, индуктивно исходя из случайного наблюдения, сделанного при экспериментальном исследовании фазовых переходов в неупорядоченной среде с помощью пикосекундной лазерной техники. Стивен Чу в своей Нобелевской лекции «Управление нейтральными частицами» (УФН, 1999, март) указывает: «В мои первые годы в Bell Labs я писал реферат по рентгеновской микроскопии и занимался совместно с Хайяттом Гиббсом и Сэмом Макколлом экспериментальными исследованиями переноса энергии в рубине с целью изучения локализации Андерсона. Эта работа привела нас к исследованиям с помощью пикосекундной лазерной техники возможности моттовских или андерсоновских переходов в других экситонных системах, таких как GaP:N. Во время этой работы я случайно обнаружил, что пикосекундные импульсы распространяются с групповой скоростью, даже если она превосходит скорость света или становится отрицательной» (Чу, УФН, 1999, с.274). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая. Отметим, что локализация Андерсона – это явление, возникающее в неупорядоченных средах, при котором в результате многократного рассеяния на неоднородностях и интерференции рассеянных волн становится невозможным распространение бегущих волн. Колебания приобретают характер стоячей волны, сконцентрированной в ограниченной области пространства. Представление о локализации частиц в неупорядоченных системах впервые выдвинул Ф.Андерсон (1958).

Индукция Стивена Чу. С.Чу (1986) пришел к выводу о возможности пленения (удержания) атомов с помощью сфокусированного лазерного пучка, индуктивно отправляясь от эксперимента, в котором можно было визуально наблюдать, как все больше атомов оказывается в ловушке в результате воздействия на них сфокусированным лазерным пучком. В своей Нобелевской лекции «Управление нейтральными частицами» (УФН, 1999, март) С.Чу указывает, что сначала он отвергал возможность пленения атомов на основе сфокусированного лазерного пучка, но затем изменил свой взгляд. С.Чу отмечает: «Через пару дней после того, как я убедил группу, что ловушка на сфокусированном лазерном пучке не будет работать, - говорит С.Чу, - я понял, что ловушка должна захватывать значительно больше атомов, чем дает моя первая оценка. Атом, оказавшийся вблизи ловушки, вероятно, не будет пленен немедленно, но возможность попасть в ловушку будет повторяться много раз при его случайном блуждании в патоке. Ловушка работала. Фактически мы могли видеть хаотическую загрузку своими собственными глазами. Крошечная точка света становилась все более яркой, по мере того, как все больше атомов оказывалось в ловушке. В первый день успешного пленения я бегал взад-вперед по холлу, затаскивая людей в лабораторию, чтобы они могли разделить нашу радость» (Чу, УФН, 1999, с.278).

Индукция Георга Беднорца и Алекса Мюллера. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 1987 год Г.Беднорц и А.Мюллер (1986) пришли к выводу о способности ряда керамических соединений переходить в сверхпроводящее состояние при температуре 30 К, индуктивно исходя из следующего эксперимента. Исследуя сверхпроводящие свойства различных соединений, ученые натолкнулись на керамический оксид, включающий лантан, медь и барий, который продемонстрировал сверхпроводимость при температуре 30 К. Необходимо отметить, что Беднорц и Мюллер обнаружили необычные сверхпроводящие свойства именно этого соединения методом проб и ошибок. В.В.Титов в статье «Системно-морфологический подход в технике, науке, социальной сфере» (сайт «Методолог») указывает: «Поставив целью изучение окисных соединений, Беднорц и Мюллер «прошли» никельсодержащие оксиды (безрезультатно), затем медьсодержащие соединения типа LaCuO3 (тоже безрезультатно), и только после того, как в керамику был введен третий металл – барий, швейцарские физики обнаружили сверхпроводящие свойства и, варьируя содержание бария, достигли Тс = 35 К. Не имея никакой теоретической поддержки (теория БКШ в одночасье лишилась статуса общей теории сверхпроводимости, так как не смогла сказать ничего для этого сверхпроводника), ученые начали почти вслепую разбираться, в чем же дело» (В.В.Титов, сайт «Методолог»). В 1987 году Г.Беднорц и А.Мюллер были удостоены Нобелевской премии. Роль фактора случая в успехе Беднорца и Мюллера очевидна, поэтому В.Л.Гинзбург и Д.А.Киржниц в статье «Высокотемпературная сверхпроводимость» (УФН, 1987, август) подчеркивают: «Существенно, что это открытие не оказалось итогом последовательного и планомерного накопления знаний, а произошло как бы случайно. Случайной следует считать и дату открытия – конец 1986 г. Оно вполне могло быть сделано, по крайней мере, восемью-десятью годами раньше» (Гинзбург, Киржниц, УФН, 1987, с.581). Присутствовал ли в исследованиях Г.Беднорца и А.Мюллера метод сплошного перебора? Да, присутствовал. А.Буздин и А.Варламов в статье «Страсти по сверхпроводимости в конце тысячелетия» (журнал «Квант», 2000, № 1) указывают: «Мюллер и Беднорц, начиная с 1983 года, подобно средневековым алхимикам, возились с сотнями различных окислов, варьируя их состав, количество, режимы синтеза. По рассказам самого Мюллера, они руководствовались некоторыми физическими соображениями, которые, похоже, сегодня находят свое подтверждение в результате сложнейших экспериментальных исследований новых веществ. На этом непростом пути в конце 1985 года они и подобрались, наконец, к соединению бария, лантана, меди и кислорода, которое при измерениях проявило признаки сверхпроводимости при 35 кельвинах» (Буздин, Варламов, 2000, с.6-7).

Индукция Масатоши Кошиба. Лауреат Нобелевской премии по физике за 2002 год М.Кошиба (1987) пришел к выводу о возможности наблюдать нейтрино – элементарную частицу, предсказанную В.Паули, при взрыве сверхновых звезд, индуктивно исходя из того, что ему удалось зафиксировать нейтринный сигнал от сверхновой звезды, вспыхнувшей в районе Большого Магелланова Облака. М.Кошиба в своей Нобелевской лекции «Рождение нейтринной астрофизики» (УФН, 2004, апрель) рассказывает: «Теперь я перехожу к наблюдениям нейтрино от сверхновой. Благодаря сотрудничеству с группой, возглавляемой профессором А.К.Манном из Пенсильванского университета, мы смогли сильно улучшить чувствительность нашего детектора путем уменьшения фона, очисткой воды и т.д. В самом начале 1987 г. наш детектор был достаточно подготовлен для начала регистрации потока солнечных нейтрино. Через два месяца нам стало известно о близкой сверхновой, вспыхнувшей на южном небе. Мы немедленно проанализировали наши данные и легко обнаружили нейтринный сигнал от сверхновой, так как наш детектор уже мог регистрировать солнечные нейтрино, которые гораздо труднее обнаружить» (Кошиба, УФН, 2004, с.422).

Индукция Д.Р.Кезикова. Украинский изобретатель Д.Р.Кезиков (1980-е годы) выдвинул гипотезу о возможности получения электрического тока из водяного пара, индуктивно исходя из экспериментов, в которых нагревание сосуда с водой, к которому был присоединен резиновый шланг с металлическим проводом, контактирующим с миллиамперметром, приводило к тому, что амперметр показывал наличие электрического тока. Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов в книге «Энергия вращения» (2001) пишут о Д.Р.Кезикове: «Он, будучи на пенсии, осуществил с помощью сына простой опыт, который любой читатель может воспроизвести в домашних условиях. Они поставили на печку металлический чайник с водой, корпус которого заземлили, а на носик чайника надели конец полутораметрового резиного шланга. В шланг почти до самого чайника ввели оголенный провод, конец которого присоединили к клемме миллиамперметра с заземленной второй клеммой. Когда вода в чайнике начала испаряться, конденсируясь затем в шланге, охлаждаемом снаружи льдом, миллиамперметр показывал наличие электрического тока. Если же измерительный прибор на минутку отключали от заземляющего провода, то при последующем подключении его обратно к этому проводу он зашкаливал – столь велик оказывался накопившийся отрицательный заряд. Знаменательно, что этот эксперимент, который вполне можно назвать одним из последних красивейших и важнейших экспериментов уходящего XX века, впервые был выполнен не в современной научной лаборатории, а в условиях, в каких ставили свои знаменитые эксперименты М.Фарадей и А.Ампер на заре электрической эры» (Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов, 2001). Об этом же авторы книги «Энергии вращения» говорят и в другом месте книги, обсуждая различные попытки объяснить эффект сонолюминесценции: «Ясность помогли нам внесли эксперименты самодеятельного украинского 85-летнего физика-неформала Д.Р.Кезикова из г.Конотопа. Он с помощью сына и вопреки негодующим возгласам женской половины семьи еще в конце 80-х годов осуществил на кухне простой опыт с чайником. На носик чайника с водой они насадили полутораметровый кусок резинового шланга. В шланг почти до самого чайника ввели проволоку, конец которой присоединили к миллиамперметру» (Ю.С.Потапов, Л.П.Фоминский и С.Ю.Потапов, 2001).

Индукция Дэни Шехтмана. Израильский физик, лауреат Нобелевской премии по химии за 2011 год Д.Шехтман (1984) пришел к заключению о существовании квазикристаллов, то есть кристаллов с симметрией пятого порядка, которая невозможна для обычного кристалла, индуктивно основываясь на опытах по исследованию образца быстро охлажденного сплава алюминия и марганца. Роман Попов в статье «Квазикристаллы: причуды симметрии» (журнал «Что нового в науке и технике», 2009, № 4) повествует: «В декабре 1984 года израильский физик Дэни Шехтман, работавший вместе с коллегами в Национальном бюро стандартов США в Вашингтоне, исследовал образец быстро охлажденного сплава алюминия с марганцем. Пучок электронов, рассеянный образцом, давал четкую картину максимумов и минимумов, что говорило о наличии в нем дальнего порядка – повторяемости микроструктуры вещества в пределах всего образца. Попросту говоря, перед исследователями была некая кристаллическая решетка. Но картина на фотопластинке обладала симметрией пятого порядка, невозможной для «правильного» кристалла! Налицо было новое состояние вещества, требовавшее собственного обозначения. Его назвали квазикристаллом, а исследованный Шехтманом сплав $A_{186}Mn_{14}$ вошел в историю как шехтманит» (Р.Попов, 2009). Об этом же повествует Ю.Х.Векилов и М.А.Черников в статье «Квазикристаллы» (журнал «Успехи физических наук», 2010, том 180, № 6): «Апериодический дальний атомный порядок с икосаэдрической симметрией впервые обнаружили Шехтман, Блех, Гратиа и Кан, которые в 1984 г. сообщили о наблюдении необычных картин дифракции электронов в быстро охлажденном сплаве $Al_{86}Mn_{14}$ [2]. Во-первых, было видно наличие дальнего порядка некристаллического типа – острые брэгговские пики при наличии оси симметрии десятого порядка, несовместимой с периодическим упорядочением. Во-вторых, интенсивность дифракционных пятен не уменьшалась с расстоянием от центра дифракционной картины, как в случае периодически упорядоченных кристаллов» (Векилов, Черников, 2010, с.562). «Квазипериодические структуры, - продолжают те же авторы, - изучались в математике, физике и материаловедении и до открытия квазикристаллов. В математике еще в начале XX века было известно о существовании апериодических функций, фурье-преобразование которых содержит резкие пики, например, функция $f(x) = \cos qx+\cos Qx$, где отношение Q/q – иррациональное число. Апериодические мозаики были известны еще в древности и впоследствии интенсивно изучались в геометрии [4]» (там же, с.563).

Индукция Петера Грюнберга. Лауреат Нобелевской премии по физике за 2007 год Петер Грюнберг (1986) пришел к выводу о способности ряда комбинаций материалов чередовать ориентацию намагниченности, которая не характерна для ферромагнетиков, индуктивно базируясь на обнаружении такой ориентации намагниченности в слойке железо-хром. Чуть позже (1988), продолжая экспериментировать с данными слойками, П.Грюнберг обнаружил в них гигантское магнитное сопротивление, то есть существенное уменьшение электросопротивления в материале в присутствии внешнего магнитного поля. Игорь Иванов в статье «Нобелевская премия по физике - 2007» (сайт «Элементы большой науки», 18.10.2007 г.) пишет: «Как только ученые научились изготавливать разные слойки, они принялись экспериментировать с разными комбинациями материалов, в том числе и с чередующимися слоями ферромагнетика и немагнитного металла. В ходе этих исследований выяснилась одна интересная вещь. Если правильно подобрать материал для немагнитных слоев и его толщину, то магнитные слои приобретут «противоестественную» для ферромагнетика тенденцию чередовать ориентацию намагниченности. В слойке железо-хром обнаружил это Петер Грюнберг (второй Нобелевский лауреат - 2007) вместе со своими сотрудниками в 1986 году. Интересно, что их статья с этими результатами цитируется даже больше, чем работа 1988 года об обнаружении гигантского магнетосопротивления. Кстати, не стоит думать, что все такие открытия делаются автоматически. У Грюнберга был шанс «проглядеть» это замечательное свойство слоек железа-хрома. Его группа изучала также и слойки железо-золото, и вот в них ничего подобного найдено не было. Если бы исследование только ими и ограничилось, открытие эффекта, возможно, задержалось бы на некоторое время» (И.Иванов, 2007).

Индукция Исаму Акасаки и Хироши Амано. Японские исследователи Исаму Акасаки и Хироши Амано (1989) пришли к идее о возможности добиться яркой люминесценции в нитриде галлия GaN путем воздействия на него сканирующим электронным пучком, индуктивно исходя из следующего эксперимента, в котором определенную роль играл фактор случая. Юрий Давиденко в статье «Высокоэффективные современные светодиоды» (журнал «Современная электроника», № 1, октябрь 2004 г.) пишет об И.Акасаки: «Из многих его достижений выделим два основных, сделанных в 80-е годы XX века. Он предложил включить между сапфиром и активным слоем буферный слой A1N, что отчасти снимало проблему несоответствия решеток, и уже в 1986 году получил пленки GaN высокого качества. А в 1989 году счастливый случай помог ему вместе с его аспирантом Амано впервые изготовить образец p-типа. Изучая под электронным микроскопом легированную Mg пленку GaN, Акасаки и Амано обнаружили свечение образца после бомбардировки электронами. Завершив электронно-микроскопические исследования, они установили, что образец приобрел проводимость p-типа, и связали это с воздействием электронного пучка на пленку, способствовавшим замещению атомов Ga атомами Mg. Авторы заявили патент на эффективное легирование GaN p-типа» (Ю.Давиденко, 2004).

Индукция Судзи (Шуджи) Накамура. Официально признанный изобретатель синего светодиода, лауреат премии «Миллениум» за 2006 год С.Накамура (1991) склонился к заключению о возможности создания синих светодиодов, способных надежно работать длительное время, индуктивно исходя из следующих экспериментов. Юрий Давиденко в статье «Высокоэффективные современные светодиоды» (журнал «Современная электроника», № 1, октябрь 2004 г.) повествует: «Узнав о важном достижении Акасаки по получению материала p-типа, Накамура быстро воспроизвел этот результат, но при этом заметил, что облучение образца электронным потоком приводило к небольшому его нагреву, и предположил, что наблюдавшийся эффект мог быть просто результатом влияния температуры. Подвергнув образец отжигу в атмосфере азота, он обнаружил, что его сопротивление понизилось, и таким образом выяснил, что эффект был не следствием обработки пучком электронов, а результатом прогрева. Свой первый синий светодиод Накамура изготовил 28 марта 1991 года. Он оставил диод включенным, когда уходил домой, а после бессонной ночи, придя рано утром в лабораторию, увидел, что диод еще светит. И хотя излучение было не очень ярким, это была победа» (Ю.Давиденко, 2004).

Индукция Дональда Эйглера и Эрхарда Швейцера. Д.Эйглер и Э.Швейцер (1990) сделали заключение о возможности манипулирования отдельными атомами, индуктивно основываясь на успешном опыте, в котором им удалось сложить из отдельных атомов инертного газа ксенона, охлажденных до температуры, близкой к абсолютному нулю, название своей фирмы. Этот эксперимент считается важной вехой в развитии нанотехнологии. С.М.Комаров в статье «Искусственные объекты наномира» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 5) отмечает: «Прорывом на пути развития нанотехнологии стала работа Д.М.Эйглера и Е.К.Швейцера из компании IBM, которые сложили из отдельных атомов ксенона название своей фирмы, о чем и сообщили в журнале «Nature» от 5 апреля 1990 года. Операцию проводили в вакууме и при температуре жидкого гелия. Несмотря на то, что через несколько часов ксеноновое слово испарилось, было доказано, что человек способен манипулировать отдельными атомами, и, стало быть, фантазии Дрекслера и его коллег действительно можно воплотить в жизнь» (С.М.Комаров, 2000). Владимир Решетов в статье «Нанотехнологии, или атомы вместо гвоздей» (журнал «Вокруг света», № 4 (2799), апрель 2007) указывает, что Эйглер и Швейцер использовали в своей работе в качестве наноманипулятора сканирующий туннельный микроскоп, созданный лауреатами Нобелевской премии по физике за 1986 год Г.Биннингом и Г.Рорером: «Только в 1989 году сканирующий туннельный микроскоп удалось использовать как наноманипулятор, сложив с его помощью регулярную структуру из атомов. Аккуратные сотрудники IBM Дональд Эйглер и Эрхард Швейцер выложили название своей компании 35 атомами ксенона на поверхности кристалла никеля. Эта операция заняла 22 часа и проходила при температуре вблизи абсолютного нуля (-273°С). После нагрева кристалла до – 230°С буквы IBM испарились» (В.Решетов, 2007).

Индукция Пера Бака. Одной из индуктивных посылок теории самоорганизованной критичности, построенной датским математиком Пером Баком (1987, 1990), был анализ результатов экспериментального изучения кучи песка. А.П.Карманов и Д.В.Матвеев в статье «Концепция самоорганизованной критичности в приложении к исследованию динамики биосинтеза лигнина» (журнал «Химия растительного сырья», 2001, № 2) пишут о концепции самоорганизованной критичности: «Основные положения этой концепции были установлены при экспериментальном изучении кучи песка. Авторами был поставлен следующий эксперимент. На чашку весов случайным образом бросают песчинки. Возникает куча песка. После достижения некоторого размера добавление каждой последующей песчинки будет вызывать падение с края чашечки весов одной или нескольких песчинок, т.е. сход лавины из N песчинок. Предметом исследования являлись статистические свойства сходящих лавин, связанные с их размерами и промежутками времени между последовательными сходами лавин при добавлении все новых и новых песчинок. Эти свойства затем сравнивались со свойствами фликкер-шума» (А.П.Карманов, Д.В.Матвеев, 2001). Об этом же пишут В.В.Попков и Д.Б.Берг в статье «Эконофизика и эволюционная экономика – перспективное направление исследований» («Материалы конференции по проблемам эконофизики», 2004): «Парадигмой для самоорганизованной критичности служит на первый взгляд система – куча песка, которая исследовалась как на компьютерных моделях, так и экспериментально (1990). Несмотря на то, что песок добавляется к куче с постоянной скоростью, количество песка, ссыпающегося с кучи, значительно меняется со временем. Данный сигнал имеет хаотический вид со следами всех длительностей. Такие сигналы известны как «шум мерцания», или «фликкер-шум» (1/f) – в нем частоты отдельных сигналов распределены по степенному (негауссовому) закону. Как известно, шум мерцания указывает на то, что на динамику системы влияют прошлые события» (В.В.Попков и Д.Б.Берг, 2004). Наконец, эти же факты находят отражение в статье Л.М.Зеленого и А.В.Милованова «Фрактальная топология и странная кинетика: от теории перколяции к проблемам космической электродинамики» (журнал «Успехи физических наук», август 2004 г.). «Классические модели СОК, - пишут Л.М.Зеленый и А.В.Милованов, кратко называя так концепцию самоорганизованной критичности, - основаны на представлении о песчаной горке, конус которой (при насыпании песка) формируется в результате сброса избыточной массы в лавины. В силу вращательной симметрии процесс выглядит одинаково в любом вертикальном сечении горки, проходящем через ее вершины» (Зеленый, Милованов, 2004, с.826). Фликкер-шум – это достаточно универсальное явление, обнаруженное учеными при исследовании свечения квазаров, интенсивности солнечных пятен, течения тока через сопротивление и т.д. Общими свойствами этих систем являются отсутствие характерного временного и пространственно-временного масштаба, выполнимость принципа скейлинга (инвариантности), дробная размерность фазовых траекторий, возможность возникновения огромных, катастрофических флуктуаций.

Индукция Ричарда Фосса (Восса). Американский исследователь Ричард Фосс (1978) выдвинул гипотезу о том, что в основе гармоничной музыки лежат звуковые колебания с элементами фликкер-шума (с элементами частот, распределенных по степенному негауссовому закону), индуктивно основываясь на экспериментах по компьютерному синтезу мелодий, в которых наибольшей привлекательностью для слушателей обладали композиции с элементами фликкер-шума. Александр Майсюк в статье «Фракталы – странности реального мира» (журнал «Техника-молодежи», 1979, № 2) пишет: «Шум, лежащий в диапазоне между белым и броуновским, в специальной терминологии называется 1/f шумом. В электронике он известен хорошо, но изучен мало. Иногда его называют мерцательным. Мандельброт подметил, сколь широко распространен мерцательный шум в природе, а Ричард Фосс принялся его исследовать. Начали с записи годовых изменений уровня больших рек. Выяснилось, что записи представляют собой кривую с характеристикой 1/f. И тогда у Фосса мелькнула мысль: а что, если вся музыка характеризуется этой частотой? Не связано ли удовольствие от музыки со скалярным шумом, спектральная плотность которого составляет 1/f? Или, может быть, музыка имитирует характеристику мерцательного шума? Как это проверить? 1/f хотя и широко распространен в природе, трудно имитируется с помощью ЭВМ или датчиков случайных чисел. Фосс разработал специальную машинную программу и получил три мелодии: белую, мерцательную и броуновскую. Мелодии проигрывались в течение двух лет во многих университетах и исследовательских лабораториях США. Большинство слушателей нашли белую музыку слишком случайной, броуновскую – жесткой, а мерцательную – «в самый раз». Интересно, что лучшую свою композицию Фосс получил из обработки записей годичных колебаний уровня Нила. Когда он применял мерцательный шум к гамме из пяти тонов и варьировал ритм тоже мерцательно, музыка напоминала восточные мелодии. Можно было бы усовершенствовать программу, введя алгоритмы баховских переходов и отбрасывая неудачные куски мелодии, но Фосс посчитал это лишним. Выяснено главное: мерцательная музыка действует на слушателя так же, как и творение человеческого разума. И, кроме того, она представляет собой фрактальную систему, буквально копирующую природу» (А.Майсюк, 1979). Об этом же пишет М.Букингем в книге «Шумы в электронных приборах и системах» (1986): «Другой областью, где имеется 1/f-шум, является музыка. Восс и Кларк [68] обнаружили, что соотношение между интенсивностью и высотой звука в классической музыке (Моцарт, Бах, Бетховен, Дебюсси), в западной, джазовой музыке, в музыке ансамбля «Битлз», а также в музыке различных эпох соответствует зависимости 1/f. Возможно, еще более удивительным является то, что индивидуальное восприятие музыки существенно определяется видом ее спектра: так, три музыкальных отрывка, «скопонованные» на основе случайных чисел и имевшие зависимости спектральных плотностей от частоты в виде $1/[f]^2$, $1/[f]$ и $1/[f]^0$ (белый шум), характеризовались слушателями как скучный ($1/[f]^2$), раздражающий (белый шум) и доставляющий удовольствие $1/[f]$. Выходит, что «хорошая» музыка имеет спектр $1/[f]$…» (Букингем, 1986, с.149).

Индукция Массару Эмото. Японский исследователь Массару Эмото (1990-е годы) выдвинул предположение о том, что вода способна «запоминать» факторы, воздействию которых она подвергалась, индуктивно основываясь на обнаружении изменений структуры воды, обусловленных воздействием музыки и других физических явлений. В книге «Послания воды» (2006) М.Эмото пишет: «Сначала мы не имели ни малейшего представления о том, какую музыку мы будем использовать и при каких условиях будем проводить наш эксперимент. Но после множества проб и ошибок мы пришли к заключению, что лучший способ, он же и самый простой, - поставить бутылку с водой на стол между двух динамиков и включить музыку такой громкости, какую обычно слушает человек. Кроме того, мы должны были использовать ту же воду, что и в предыдущих экспериментах. Сперва мы попробовали дистиллированную воду, купленную в аптеке. Результаты поразили нас. Пасторальная симфония Бетховена, с ее яркими и чистыми интонациями, привела к созданию прекрасных и хорошо оформленных кристаллов. Сороковая симфония Моцарта, грациозная молитва красоте, создавала кристаллы, которые были изысканными и изящными. А кристаллы, образованные после прослушивания одного из этюдов Шопена… поразили нас своими восхитительными деталями. Любая классическая музыка, воздействию которой мы подвергали воду, приводила к образованию правильно сформированных кристаллов с отчетливо выраженными характерными чертами. В противоположность этому вода, на которую действовали неистовой музыкой тяжелого рока, способна была в лучшем случае образовать обломанные и неправильно сформированные кристаллы» (Эмото, 2006, с.6).

Индукция Ганса Дженни. Шведский исследователь Ганс Дженни (1960-е годы) раньше М.Эмото и независимо от него выдвинул предположение о том, что звуковые и вибрационные структуры могли каким-то образом участвовать в создании упорядоченных структур творений природы, индуктивно исходя из обнаружения следующего сходства (аналогии). Воздействуя звуковыми волнами разной частоты на капли воды, Г.Дженни получал капли воды такой структуры, которая была очень похожа на формы живых организмов, встречающихся в природе. Ричард Гербер в книге «Вибрационная медицина» (2001) пишет: «К числу самых ранних исследований связи звука с живыми системами относятся эксперименты швейцарского ученого Ганса Дженни. Дженни помещал капельки воды или маленькие крупинки порошков органического и неорганического происхождения на особые пластинки. Под воздействием звуковых волн от специальных генераторов пластинки начинали вибрировать. Эти генераторы могли создавать звуковые волны с очень сложной структурой и в очень широком диапазоне. Дженни обнаружил, что некоторые звуковые частоты заставляли вибрирующие капельки жидкости, например, обычной воды, комбинироваться в красивые симметричные формы и узоры, походившие на живые клетки и даже сложные организмы. Под воздействием одной частоты капля воды приняла форму кленового листа. Другая частота превратила капельку в «песчаный доллар» [«Песчаный доллар» - обитающее в песке мелководных водоемов на северо-востоке США беспозвоночное животное, имеющее плоскую, круглую раковину диаметром приблизительно 8 см; раковина покрыта множеством маленьких отверстий, расположенных в форме симметричного узора с лепестками]. Каждая капелька воды сохраняла свой сложный узор только до тех пор, пока подвергалась вибрационному воздействию звука. Как только звук выключали, капля возвращалась к своему первоначальному состоянию. Сходство форм, которые принимали под воздействием вибрации звуковых волн капли воды, с формами встречающихся в природе живых организмов позволило Дженни предположить, что звуковые и вибрационные структуры могли каким-то образом участвовать в создании упорядоченных структур творений природы» (Р.Гербер, 2001). Об этом же пишет Питер Кэлдер в книге «Око возрождения. Древний секрет источника молодости» (2005): «То, что звук формирует и структурирует предметы материального мира, было доказано в 60-х годах XX века шведским ученым Гансом Дженни. С помощью генератора звуковых колебаний и высокоточной фотоаппаратуры он показал, что в основе материи лежат звуковые волны. Новую отрасль науки он назвал «киматикой». Он снял на пленку мгновенную реакцию на звуки и музыку помещенных на металлическую пластинку различных физических субстанций (песка, металлических опилок, порошка лицеподиума, ртути). Дженни тщательно описал те симметричные, геометрически правильные структуры и утонченные звуковые мандалы, полученные в результате воздействия на металлическую пластину сотен частотных и ритмических комбинаций, начиная от одиночных звуков и заканчивая целыми музыкальными композициями» (П.Кэлдер, 2005).

Индукция Сумио Идзимы (Иджимы). Японский исследователь Сумио Идзима (1991) пришел к выводу о способности атомов углерода формировать нанотрубки – протяженные полые объекты диаметром в несколько десятков ангстрем, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. В.З.Мордкович в статье «Соломинки для микробов, или об углеродных нанотрубках» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 7) повествует: «Углеродные нанотрубки открыл в 1991 году научный сотрудник лаборатории NEC в Японии Сумио Идзима, который занимался вполне рутинной работой – исследовал продукты, образующиеся при разряде вольтовой дуги в атмосфере гелия. Угольные электроды в инертной атмосфере во время дугового разряда выделяют огромное количество сажи. Ради этой сажи, содержащей молекулы C_{60}, C_{70} и других фуллеренов, и проводят такие эксперименты. Идзима, однако, заинтересовался бесполезным отходом реакции – неприглядного вида серым наростом, образующимся на катоде. Нарост этот, как оказалось, содержит угольно-черную сердцевину, в материале которой с помощью электронного микроскопа удалось разглядеть протяженные полые объекты диаметром в несколько десятков ангстрем. Это и были первые нанотрубки, обнаруженные исследователя» (В.З.Мордкович, 1999). Об этом же сообщают И.В.Золотухин и Ю.Е.Калинин в статье «Замечательные качества углеродных нанотрубок» (журнал «Природа», 2004, № 5): «В 1991 г. японский исследователь С.Иджима, рассматривая в электронном микроскопе сажу, полученную в результате распыления графита в плазме электрической дуги, обнаружил тонкие протяженные нити – цилиндрические структуры диаметром от одного до нескольких нанометров и длиной до нескольких микрометров. Они состояли из одного или нескольких свернутых в трубку гексагональных графитовых слоев, торцы которых закрывались полусферической головкой. Получив название «углеродные нанотрубки», эти объекты с тех пор находятся в фокусе внимания мировой научной и инженерной общественности благодаря целому ряду необычных физических свойств» (И.В.Золотухин, Ю.Е.Калинин, 2004).

Индукция Евгения Подклетнова. Российский физик Евгений Подклетнов (1992) высказал идею о существовании эффекта экранирования гравитации, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. Киви Берд в работе «Книга о странном» (2003) повествует: «По стечению обстоятельств в том же 1992 году российский ученый Евгений Подклетнов, работавший в то время в Технологическом институте Тампере, Финляндия, случайно открыл необычный эффект экранирования гравитации (получивший впоследствии его имя). Подклетнов экспериментировал со сверхпроводящим диском, вращающимся в магнитном поле при низкой температуре, и когда один из сотрудников, куривший в лаборатории, в очередной раз выпустил дым, было замечено, что над вращающимся диском дым почему-то принял форму вертикального столба. Исследуя природу феномена, Подклетнов установил, что тестовые грузики, располагаемые над прибором, теряют в весе примерно 2%, причем в пределах «столба» эта же картина сохраняется и в том случае, если подняться с весами несколькими этажами выше. Эффект экранирования гравитации был тщательно изучен и проверен физиками в Тампере, соответствующая статья была принята к публикации в солидный английский журнал, однако еще до публикации работа вызвала крайне негативную реакцию в научном сообществе из-за сомнительной сенсационности» (К.Берд, 2003, с.37). Таким образом, идея Подклетнова базировалась на обнаружении того, что грузики, расположенные над сверхпроводящим диском, вращающимся в магнитном поле при низкой температуре, теряют в весе примерно 2%. Учитывая, что ученый обнаружил этот феномен случайно, перед нами индукция с фактором случая.

Индукция Э.Корнелла, В.Кеттерле и К.Вьемана. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 2001 год Эрик Корнелл, Вольфанг Кеттерле и Карл Вьеман (1995) пришли к выводу о реальном существовании конденсата Бозе-Эйнштейна, индуктивно исходя из следующих экспериментов. В этих экспериментах понижение температуры атомов натрия или рубидия, находящихся в магнитной ловушке, до критически низкой величины, приближающейся к абсолютному нулю, делало возможным переход большого числа этих атомов в состояние с нулевым импульсом. В этом случае длина волны де Бройля теплового движения частиц и среднее расстояние между этими частицами сводятся к одному порядку. Дмитрий Паращук в статье «Когерентные волны материи» (журнал «Химия и жизнь», 2007, № 3) пишет: «Экспериментально наблюдать бозе-эйнштейновский конденсат (БЭК) удалось только спустя 70 лет: сообщение об этом в 1995 году опубликовали две группы американских ученых. В их экспериментах в конденсат выпадали атомы из облачка паров натрия или рубидия, запертого в магнитную ловушку. Эти пионерские работы были удостоены Нобелевской премии по физике 2001 года, присужденной Эрику Корнеллу, Вольфангу Кеттерле и Карлу Вьеману. Яркое образное представление поведения сверххолодных атомов, выпадающих в БЭК, было показано на обложке декабрьского журнала Science за 1995 год: в центре марширует группа одинаковых синих киборгов – это атомы БЭК с нулевой температурой, а вокруг них хаотично двигаются киборги более теплых цветов – надконденсатные чуть-чуть разогретые атомы» (Д.Паращук, 2007).

Индукция Лин Хау. Лин Хау, женщина-физик из Дании (1999) высказала предположение о возможности замедления скорости света, индуктивно исходя из экспериментов по исследованию поведения света в натриевом газе, охлажденном до сверхнизкой температуры. С.Шихина в статье «Замирающий фотон» (журнал «Изобретатель и рационализатор», 2001, № 7) пишет: «Первым практическим доказательством эффективности теоретических моделей стали эксперименты датчанки Лин Хау и ее сотрудников (Гарвард), проведенные в начале 1999 года. Ей удалось замедлить скорость световой волны (около трехсот тысяч километров в секунду для вакуума) в натриевом газе более чем на шесть порядков. До 17 м в секунду! Для этого предварительно пришлось натрий поместить в электромагнитное поле и охладить его до сверхнизкой температуры (практически до абсолютного нуля). При таких условиях вещество превращается в так называемый конденсат Бозе-Эйнштейна. В этом конденсате импульсы «замороженных» атомов стремятся к нулю, их точное местоположение «размазывается». Образуется «суператом» с одной общей для всех частиц волновой функцией. Такие «суператомы» могут быть прозрачными для световых лучей определенной длины волны. Обработав конденсат двумя последовательными лазерными пучками, группа Лин Хау получила на выходе световой луч, обладающий столь невысокой скоростью» (С.Шихина, 2001).

Индукция Михаила Лукина. Российский физик Михаил Лукин также сформулировал гипотезу о возможности изменения скорости света вопреки постулатам теории относительности, индуктивно отталкиваясь от опытов с парами рубидия. Андрей Ваганов в статье «Не линяет только лазерный зайчик» («Независимая газета», 01.14.2004 г.) указывает: «Исследователи Гарвардского университета (США) разработали уникальную методику «остановки» света. Что должно немного греть национальное самолюбие – автором идеи и руководителем проекта стал наш соотечественник, выпускник Московского физико-технического института Михаил Лукин. Вот как он сам объяснил идею эксперимента. «Представьте себе обычный луч, направленный на какой-нибудь предмет, - рассказывает Лукин. – Импульс света вступает во взаимодействие с атомами, они возбуждаются, излучают энергию. Потом она теряется – в виде тепла, свечения. Так вот, мы приготовили специальную среду из сверхохлажденных паров рубидия. Затем с помощью контрольного лазера сделали ее проницаемой для электромагнитных волн. На нее и был направлен импульс света. Когда он достиг среды, мы отключили контрольный лазер. Импульс замедлился до нуля, фотонов не стало» (А.Ваганов, 2004). Отметим, что в настоящее время появляются работы, в которых результаты Л.Хау и М.Лукина ставятся под сомнение. Так, Е.Б.Александров и В.С.Запасский в статье «Медленный свет: за фасадом сенсации» (журнал «Химия и жизнь», 2008, № 2) пишут о результатах попытки воспроизвести эксперимент Л.Хау, описанный ей в одной из статей: «Каково же было наше разочарование и удивление, когда мы выяснили, что приведенные в ней экспериментальные данные не содержат ничего нового. Не было получено никаких свидетельств замедления света, так что вопрос о практическом использовании терял смысл. Но еще удивительнее, что эта работа стала чрезвычайно популярной и широко цитируемой и была канонизирована как одна из основополагающих работ по новому направлению квантовой оптики – «медленному свету» (Е.Б.Александров, В.С.Запасский, 2008). Если эффект замедления света не подтвердится, необходимо будет отметить, что вывод Л.Хау и М.Лукина представлял собой индукцию, опирающуюся на ложные основания. Единственное, в чем указанные авторы признают новизну исследований Л.Хау и М.Лукина, -

это открытие способа создания среды с гигантской дисперсией показателя преломления. Е.Б.Александров и В.С.Запасский отмечают: «Оценивая историю «медленного света» в целом, надо, прежде всего, отделить истинные достижения от мнимых. Снижение групповой скорости (скорости света – Н.Н.Б.) на много порядков величины базируется на открытии способа создания среды с гигантской дисперсией показателя преломления и действительно впечатляет. Но принесет ли что-либо практически полезное этот прорыв – сказать трудно» (Е.Б.Александров, В.С.Запасский, 2008).

Индукция Шелдона Шульца и Дэвида Смита. Ш.Шульц и Д.Смит (2000) высказали мысль о реальном существовании материалов с отрицательным показателем электрической и магнитной проницаемости, теоретически предсказанных российским физиком В.Г.Веселаго (1964), индуктивно исходя из экспериментов, в ходе которых им удалось создать из медных проволочек, помещенных в стекловолокно, материал с необычными свойствами в микроволновом диапазоне. Тигран Оганесян в статье «Объект исчез» (журнал «Эксперт», № 27 (521) от 17 июля 2006 г.) пишет: «Отношение ученых к экзотической идее Веселаго резко поменялось в 2000 году. Именно тогда в Калифорнийском университете Сан-Диего Шелдоном Шульцем и Дэвидом Смитом (одним из авторов майской публикации 2006 года в Science) был впервые создан искусственный композитный материал (метаматериал), обладающий отрицательными электрической и магнитной проницаемостями в микроволновом диапазоне. Этот метаматериал представлял собой массив микроскопических медных проволочек и колечек, помещенных в основу из стекловолокна. Колечки имели отрицательную магнитную проницаемость, а проволочки – отрицательную электрическую проницаемость, и благодаря этой хитрой комбинации электрических и магнитных резонаторов экспериментаторам удалось добиться столь желанного эффекта – отрицательного показателя преломления n» (Т.Оганесян, 2006).

Индукция Валерия Васильевича Козлова. Российский математик, лауреат премии С.А.Чаплыгина (1988), Государственной премии РФ (1994), обладатель золотой медали А.Пуанкаре (2004), В.В.Козлов, исследуя необратимое поведение идеального газа, индуктивно обобщил подход А.Пуанкаре в этой области. Ю.П.Ивкина и Ю.Н.Орлов в статье «О кинетике бесстолкновительной сплошной среды» (препринт, опубликованный на сайте ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, 2006) пишут: «Фундаментальные результаты о необратимом поведении идеального газа содержатся в книге В.В.Козлова [4], который обобщил подход А.Пуанкаре [5], основанный на представлении идеального газа как бесстолкновительной сплошной среды. Такое представление основано на аналогии между уравнением Лиувилля для функции распределения идеального газа по координатам и скоростям и уравнением неразрывности в механике жидкости» (Ю.П.Ивкина, Ю.Н.Орлов, 2006). Здесь [4] – книга В.В.Козлова «Тепловое равновесие по Гиббсу и Пуанкаре» (Москва-Ижевск, ИКИ, 2002), [5] – работа А.Пуанкаре «Замечания о кинетической теории газов» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, Москва, «Наука», 1974).

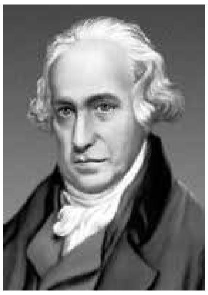
Глава 11

Индуктивные открытия в области техники и технологии

Индукция Бенджамина Хантсмена. Английский часовщик Б.Хантсмен (1740) пришел к заключению о возможности выплавки качественной и прочной стали путем избавления от присутствия воздуха в сосуде, в котором осуществляется эта выплавка, индуктивно исходя из случайной находки, о которой пишет Е.В.Жаринов в книге «Нация и сталь» (Москва, 2001). «В 1740 году, - повествует Е.В.Жаринов, - часовой мастер из города Шеффилда по имени Бенджамин Хантсмен смог избавиться от присутствия воздуха, выплавляя металл в маленьком герметичном глиняном куполе. Этот купол он и назвал плавильным тиглем, в честь чего сталь, полученную таким образом, стали называть тигельной сталью. Хантсмен не знал никакого таинственного секрета, потому что его просто не было. Он пришел к своему открытию эмпирическим путем и случайно наткнулся на технологию, которая была уже известна человечеству еще в глубокой древности. Именно так выплавляли сталь в Индии для знаменитых дамасских мечей. Этот процесс был описан еще Аристотелем в 384 г. до н.э. В дальнейшем секреты производства были утеряны и лишь в 1740 году на них случайно наткнулись в Англии. Хантсмен и его потомки хранили секреты технологии весьма тщательно, и европейцы, нуждавшиеся в крепких часовых пружинах и в других деталях, должны были экспортировать дорогостоящий материал из Шеффилда» (Е.В.Жаринов, 2001).

Индукция Михаила Ломоносова. М.В.Ломоносов открыл способ получения цветных стекол для мозаики, индуктивно основываясь на результатах нескольких тысяч опытов с различными материалами. Это свидетельствует о том, что открытие М.В.Ломоносова основывалось на методе проб и ошибок (методе сплошного перебора). Лев Гумилевский в книге «Русские инженеры» (Москва, «Молодая гвардия», 1953) пишет: «В прямой связи с научной работой Ломоносова находится и основанная им новая отрасль русской промышленности – производство цветных стекол и мозаик. Это дело особенно интересовало Ломоносова. Пораженный искусной и изящной работой итальянских художников, он задумал воспроизвести мозаики, образцы которых видел в аристократических особняках русских вельмож. Но в качестве материала он решил употреблять не обычно принятые природные минералы, а искусственно изготовленные непрозрачные стекла. Чтобы получить такие стекла, Ломоносов произвел около трех тысяч опытов и, в конце концов, добился полного успеха. Сделанные им первые мозаичные картины вызвали такой восторг, что правительство Елизаветы согласилось оказать изобретателю помощь в устройстве фабрики изделий из цветного стекла» (Гумилевский, 1953, с.58). Об этом же пишет Б.Г.Кузнецов в книге «Великий русский ученый Ломоносов» (Москва, «Воениздат», 1949): «Еще теснее связана с научной работой Ломоносова основанная им отрасль русской промышленности – производство цветных стекол и мозаик. В течение трех лет Ломоносов произвел около 3000 опытов, чтобы получить непрозрачные окрашенные стекла для мозаики. В конце концов опыты увенчались успехом. Мозаичные картины Ломоносова складывались из шлифованных с одного конца разноцветных стеклянных палочек» (Б.Г.Кузнецов, 1949). Изложенное подтверждает Э.П.Карпеев, который в книге «Михаил Васильевич Ломоносов» (Москва, «Просвещение», 1987) отмечает: «Поиск стойких, не разлагающихся при варке стекла красителей был кропотливым и сложным делом. Набор известных в то время красителей был невелик, многие рецепты содержались мастерами в секрете, поэтому Ломоносову пришлось произвести множество опытов, в которых проверялись не только рецептура, но и весь технологический процесс варки цветного стекла. Отыскивались необходимые материалы для тиглей и огнеупоров стекловаренных печей, определялся оптимальный режим варки» (Карпеев, 1987, с.47). «Особенно сложным оказалось, - продолжает Э.П.Карпеев, - раскрытие тщательно охраняемого мастерами секрета варки рубиновых стекол. В результате большой серии опытных варок Ломоносов сумел найти нужную концентрацию золота и способы его введения во фритту (полуготовую стекольную массу) и в 1751 г. сумел создать такое стекло. Работа по окрашиванию стекол получила высокую оценку Леонарда Эйлера» (там же, с.47).

Индукция братьев Монгольфье. Жозеф и Этьен Монгольфье (1783) пришли к выводу о возможности полета в воздухе на воздушном шаре, заполненном горячим воздухом, индуктивно исходя из успешного запуска в небо воздушного шара, который состоял из материи, проклеенной для плотности бумагой. Этот шар вместе с деревянной рамой весил свыше 200 кг. В.В.Гончаренко в книге «Как люди научились летать» (1986) пишет об этом успешном запуске: «Такого еще не видел никто. Люди радовались, удивлялись, поздравляли братьев с успехом. День был тихий, и шар поднимался над городком, становясь все меньше и меньше. Он взлетел почти под самые облака, на целую версту. Когда теплый воздух в нем остыл, шар потерял подъемную силу и начал медленно, как парашют, опускаться. Первыми в погоню за ним бросились, конечно, мальчишки. А вслед за ними – и взрослые. Шар спустился недалеко, за километр от места запуска, и радости людей не было предела. Ликовали и братья Монгольфье. Наконец-то их мечта сбылась!» (В.В.Гончаренко, 1986). Известно, что перед запуском первого воздушного шара братья Монгольфье пытались поднять в небо шар, заполненный водородом. Однако эти попытки пришлось оставить, так как водород просачивался сквозь бумажную ткань шара и улетучивался. Что же подсказало братьям Монгольфье, что шар, заполненный горячим воздухом, должен подняться вверх? Как ни удивительно, в роли подсказки выступило случайное наблюдение над тем, как горячий воздух приподнял юбку жены одного из братьев, когда она стояла у камина. А.Радзиевич в статье «Покорение неба началось с задранной юбки» (газета «Жизнь», 5 июня 2003 г.) пишет: «Судьба усмехнулась и… задрала госпоже Монгольфье полотняную юбку порывом горячего воздуха из очага. Ее супруга, в раздумьях болтавшегося рядом, осенила гениальная догадка» (А.Радзиевич, 2003). Таким образом, вывод братьев Монгольфье о возможности полета на шаре с использованием горячего воздуха был индукцией с фактором случая.



«Нарождавшаяся промышленность топталась на месте, лишенная простого, дешевого, а главное – мощного двигателя, остро и срочно ей необходимого. Изобретение Уатта было не просто великим изобретением, оно было, быть может, самым желанным изобретением в истории человечества».

Я.Голованов о Джеймсе Уатте

Индукция Джеймса Уатта. Создатель первых паровых машин Джеймс Уатт (1765) высказал мысль о том, что для нагрева большого количества воды в паровой машине достаточно совсем немного пара, индуктивно основываясь на экспериментах, которые он провел на экспериментальной установке, тщательно измеряя количество испарившейся воды и сконденсировавшегося пара в каждом цикле парового двигателя. Эти опыты, позволившие сократить количество топлива, потребляемое паровым двигателем, Д.Уатт проводил в университете в Глазго, где он работал ассистентом известного физика Джозефа Блэка, обогатившего физику понятием скрытой теплоты плавления. Известно, что поводом для начала экспериментов послужило предложение отремонтировать паровой двигатель Томаса Ньюкомена. Марина Чадеева в статье «Пароворот» (журнал «Популярная механика», 2005, май) описывает эти опыты Д.Уатта: «Получив предложение отремонтировать его, Уатт всерьез занялся исследованиями паровых машин. Для начала он подробно изучил труды своих предшественников, а когда попытался разобраться в работе двигателя, обнаружил, что тот потребляет непомерно большое количество топлива. Почему? Ответа не было, и Уатт решил сделать свою экспериментальную установку. Он построил новый котел – бойлер, чтобы измерять количество испарившейся воды и сконденсировавшегося пара в каждом цикле двигателя. Первый экспериментальный вывод был таков: для нагрева большого количества воды достаточно совсем немного пара. Обсудив результаты опытов с Блэком, Уатт получил от профессора подробные разъяснения по поводу этого явления – оказалось, что опыты Уатта подтвердили догадки самого Блэка о существовании «скрытой теплоты» (М.Чадеева, 2005).

Индукция Алоиза Зенефельдера. А.Зенефельдер (1796) пришел к идее литографии – получения оттиска с гладкой или зернистой поверхности камня, индуктивно отталкиваясь от случайного наблюдения за тем, как известковый камень, служивший для точения бритв, впитал в себя краску с какого-то документа и сам стал источником оттисков для других документов. Л.Гумилевский в статье «Как ученый приходит к открытию» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1) пишет об открытии Зенефельдера (Сенефельдера): «В 1795 году Алоизий Сенефельдер, уроженец Праги, возвращался из театра домой после первого представления его пьесы, имевшей успех у публики. Шел сильный дождь. Счастливый автор, державший в руке записку дирекции, в которой было написано распоряжение о выдаче автору денег, не обращал на дождь никакого внимания. Молодой автор состоял в то время переписчиком ролей при театре. Возвратившись домой, он должен был сесть за работу. Положив драгоценный документ на стол, он принялся за дело. Вдруг внезапный порыв ветра распахнул окно. Записка едва не вылетела на улицу. Сенефельдер подхватил ее уже на подоконнике, мокрую от дождя. Закрыв окно, он расправил бумажку, положил на нее оселок для бритвы (тонкий каменный брусок, на котором точат бритвы – Н.Н.Б.) и, кончив переписывать роль, лег спать. На следующее утро Сенефельдер, прежде всего, обратился к драгоценному документу, прикрытому камнем. К своему удивлению, он увидел на записке отпечаток своего штемпеля. Как он мог появиться тут? Только оглядев все вокруг, Сенефельдер понял, в чем дело. На нижней поверхности оселка, прикрывавшего записку, был тот же оттиск штемпеля. Он появился, очевидно, от того, что камень впитал в себя краску с какого-то ранее проштемпелеванного документа. Это явление крайне заинтересовало Сенефельдера; он, должно быть, не раз думал о том, как размножать пьесы, не прибегая к слишком дорогим услугам типографии. Изучая свойства камня, служившего для точения бритв, он увидел, что это известняк особой породы, жадно впитывавший жиры, а после очистки кислотами – и воду. Однако пропитанный водой камень переставал принимать на себя жир. Сенефельдер попытался наносить на камень текст чернилами, приготовленными из воска, мыла и сажи; затем он смачивал камень; но покрытые чернилами места теперь не впитывали типографской краски, которую он накатывал на камень. К тексту, наоборот, краска отлично приставала. Прикладывая затем к камню лист бумаги, изобретатель получал на нем оттиск рисунка или текста» (Л.Гумилевский, 1968). Перед нами индукция с фактором случая.

Индукция Жозефа Нисефора Ньепса. Жозеф Ньепс (1822) пришел к выводу о технической возможности фиксации изображений на предмете на длительное время, индуктивно исходя из удачной записи изображения с помощью лака из сирийского асфальта, растворенного в лавандовом масле. К этой удачной записи Ж.Ньепс пришел в результате многочисленных безуспешных поисков, поэтому реализованную им индукцию можно с полной уверенностью назвать индукцией, основанной на методе проб и ошибок. Максим Томилин в статье «Жозеф Нисефор Ньепс и открытие фотографии» (журнал «Фотомагазин», 1998, № 9) пишет: «Труд и терпение – вот что характеризует его работу. Ньепс обратился к опытам с пероксидом марганца при одновременном действии соляной кислоты, но и тут не достиг успеха. Тогда он попытался активизировать действие света введением в камеру-обскуру различных газов – и снова неудача. Работая с соединениями фосфора, Ньепс обжег руку и оставил эти бесполезные опыты. Напряженные поиски Ньепса отражены в его письмах к брату. Часть этих писем была обнаружена в архивах АН СССР и затем опубликована в трудах по истории изобретения фотографии, в 1949 году под редакцией Т.П.Кравца. Из этих писем следует, что работа исследователя пошла успешнее, когда он обратился к асфальту. К 1822 году, испробовав массу материалов, Ньепс остановился на лаке из сирийского асфальта, растворенного в лавандовом масле. Этот лак наносился тонким слоем на поверхность литографского камня или металлической пластинки и после высушивания экспонировался» (М.Томилин, 1998).

Индукция Луи Дагера. Луи Дагер (1835) сделал заключение о том, что средством проявления скрытого изображения в фотографии является использование паров ртути, индуктивно отталкиваясь от случайной находки: однажды поместив пластинки, на которых фиксировалось изображение, в шкаф с ртутью, он заметил, что пары ртути неожиданно проявили изображение на этой пластинке. К.В.Вендровский в статье «Изобретение господина Дагера» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 2, 9) указывает: «Летом 1835 года Дагер после очередной неудачной съемки, когда на пластинках не получилось никакого изображения, убрал их в шкафчик с химикалиями. Открыв его через несколько дней, он с удивлением и восторгом увидел на полированном серебре яркое позитивное изображение. Догадавшись, что тут дело в парах каких-то веществ, хранившихся в шкафчике, он избрал тривиальнейший метод перебора и последовательного исключения причин: стал ежедневно класть в шкафчик новую экспонированную пластинку, один за другим убирая химикалии. И, не прибегая к каким-то теориям, установил, что удивительное превращение чувствительного слоя вызвано несколькими капельками ртути из разбитого термометра. (…) Иодистое серебро в результате фотолиза разлагалось на иод и металлическое серебро. Пары ртути, конденсируясь на частицах серебра, усиливали скрытое изображение, образуя белую амальгаму, которая ярко выделялась на полированном серебре. Разумеется, этот несложный механизм был для Дагера тайной» (К.В.Вендровский, 1984). Аналогичную реконструкцию истории обнаружения ртути как средства проявления изображения мы встречаем в сборнике «Дагерр, Ньепс, Тальбот – к столетию открытия фотографии» (составитель сборника С.Е.Евгенов, 1938): «Продолжая свои изыскания, Дагерр открыл в 1837 г. способ проявления при помощи ртути. Широко известен рассказ о том, как Дагерр оставил однажды в шкафу несколько освещенных иодосеребряных пластинок. Некоторое время спустя он обнаружил на одной из пластинок изображение. Дагерр догадался, что изображение появилось под влиянием паров какого-то химического вещества, хранившегося в шкафу. Он начал вынимать из шкафа одно вещество за другим и класть вновь экспонированные пластинки. Всякий раз на каждой пластинке спустя несколько часов появлялось довольно отчетливое изображение. Он убрал из шкафа химические вещества, но изображение на пластинках продолжало появляться. При более тщательном осмотре шкафа Дагерр обнаружил в нем блюдечко с ртутью и опытным путем установил, что это именно ртуть, испаряясь при обычной температуре, производит проявляющее воздействие на иодосеребряную пластинку. Он тут же поделился своим открытием с Исидором Ньепсом…» (сборник «Дагерр, Ньепс, Тальбот…», 1938). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая, однако надо учитывать, что этому фактору случая предшествовали продолжительные поиски Дагера. Как подчеркивает К.В.Вендровский в указанной статье, «за годы работы он перепробовал все способы обработки, о которых слышал от Ньепса и из других источников: купание пластин в растворах, натирание порошками, действие электрического заряда, выдерживание в атмосфере газов и паров различных веществ» (К.В.Вендровский, 1984). Количество опытов с отрицательным результатом было настолько велико, что когда Дагер обнаружил удивительное действие паров ртути, он не почувствовал большой радости. К.В.Вендровский в своей статье приводит слова Дагера: «Я был настолько подавлен многими предшествующими разочарованиями, что даже не почувствовал радости. Не забывайте, что это открытие пришло только после одиннадцати лет обескураживающих экспериментов, угнетавших мой дух» (К.В.Вендровский, 1984).

Индукция Фокса Талбота (Тальбота). Ф.Талбот (1839) пришел к мысли о применении в фотографии галловой кислоты, индуктивно основываясь на опытах Джозефа Рида (1839) и своих собственных экспериментах, в которых было установлено, что галловая кислота не просто увеличивает светочувствительность бумаги во время съемки, а проявляет скрытое изображение. Что же обнаружил Д.Рид в своих опытах? К.В.Вендровский в статье «Джентльмен с независимым состоянием» (журнал «Химия и жизнь», 1985, № 3) пишет: «Вслед за своими предшественниками Рид обнаружил, что хлористое серебро на бумаге обнаруживает меньшую светочувствительность, чем на белых лайковых перчатках. Такой материал для опытов был недешев, и миссис Рид категорически отказалась снабжать им своего ученого супруга. Пришлось задуматься, что отличает бумагу от кожи. Видимо, дело в дублении, заключил экспериментатор и решил обработать бумагу вытяжкой из чернильных орешков, то есть натуральной галловой кислотой, применявшейся тогда в кожевенном производстве. Первые же опыты в марте 1839 г. привели к ошеломляющему результату. «Вы можете представить себе мои ощущения, когда я увидел, как упрямая бумага за несколько секунд стала черной, как моя шляпа. На миг мелькнуло изображение – и через мгновение все стало темным», - писал Рид» (К.В.Вендровский, 1985). «Свои снимки, - пишет К.В.Вендровский о Д.Риде, - он выставил в Королевском обществе одновременно с Тальботом. Они не могли не встретиться, и, надо полагать, Рид рассказал Тальботу и о галловой кислоте, и о гипосульфите, которым он уже пользовался» (К.В.Вендровский, 1985). Однако Д.Рид, считая, что галловая кислота увеличивает светочувствительность бумаги, не догадался, что она проявляет скрытое изображение. В результате он упустил возможность заложить основы фотографического процесса. Зато об этом догадался Ф.Тальбот, причем, индуктивно основываясь на следующих опытах. К.В.Вендровский отмечает: «…Тальбот возобновил опыты. Успех пришел в сентябре 1840 г. Несколько листов фотогенетической бумаги, на которых не получилось изображения из-за малой экспозиции, Тальбот решил повторно обработать раствором галловой кислоты. На бумаге появилось скрытое дотоле изображение. Это было уже подлинным открытием. Тальбот понял то, о чем не догадался Рид: галловая кислота не просто увеличивает светочувствительность бумаги во время съемки, а проявляет скрытое изображение. «Я не оценил главного, что проявление скрытого изображения есть основа фотографического процесса. Заслуга этого открытия принадлежит Тальботу и только ему. Я глубоко преклоняюсь перед его мастерством и тонкой проницательностью», - писал Рид» (К.В.Вендровский, 1985).

Индукция Павла Петровича Аносова. Русский исследователь П.П.Аносов (1833) открыл способ изготовления булатной стали, индуктивно основываясь на результатах огромного количества опытов, в ходе которых он испытывал сплавы железа с алюминием, марганцем, хромом, вольфрамом, серебром, золотом и даже с платиной. Таким образом, открытие А.П.Аносова представляло собой индукцию, базирующуюся на методе проб и ошибок (методе последовательного перебора). Следует отметить, что до П.П.Аносова секрет производства булатной стали пытался раскрыть Майкл Фарадей, но безуспешно. Лев Гумилевский в книге «Русские инженеры» (1953) повествует: «Пионер высококачественной металлургии, родоначальник учения о стали, применивший первым в мире микроскоп для изучения кристаллического строения стали, Павел Петрович поставил своей задачей раскрыть секрет приготовления булатной стали и добился того, о чем мечтали все металлурги и чего не достиг ни один: русский инженер отыскал способ получения настоящих булатов. Невозможно перечислить все опыты, которые произвел этот неутомимый человек. Он испытывал сплавы железа с алюминием, марганцем, хромом, вольфрамом, серебром, золотом и даже с платиной. Булата не получалось. Он получил его, наконец, сплавляя тагильское железо с высокосортным графитом и ведя плавку в тигле в продолжение пяти с половиной часов» (Гумилевский, 1953, с.221). Об этом же сообщает А.Герчиков в статье «О булате» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 5): «Вначале Аносов повторил опыты Фарадея и подтвердил его результаты: примеси алюминия, платины и некоторых других металлов дают узорчатую сталь, но не булат. Установив, что свойства стали зависят от содержания и способа введения углерода, Аносов перепробовал десятки добавок, содержащих углерод, включая редкие сорта дерева и слоновую кость. И, наконец, был получен настоящий булат – хоросан с сетчатым узором на темно-коричневом, с красноватым отливом, грунте. А получился он при сплавлении мягкого железа с графитом в закрытом тигле после длительной выдержки» (Герчиков, 1980, с.61).

Индукция Чарьза Гудьира (Гудийра). Американский изобретатель Чарльз Гудьир (1837) пришел к выводу о возможности получения качественной, избавленной от липкости, резины в результате смешивания каучука с азотной кислотой, индуктивно основываясь на случайном наблюдении за тем, как капля азотной кислоты, попав на каучуковые галоши, устранила липкость материала. М.Уилсон в книге «Американские ученые и изобретатели» (1975) пишет: «Гудийру нравилось расписывать цветными узорами изделия из полученных им материалов; однажды он попробовал применить бронзовую краску. Но бронзовый цвет ему не понравился и он снял краску царской водкой. Капля кислоты, попавшая на резину, так обесцветила материал, что Гудийр сразу выбросил образец. Вид выгоревшего пятна не выходил из головы, и спустя несколько дней он отыскал заброшенную галошу. На том месте, куда попала капля кислоты, исчезла так мучившая Гудийра липкость. Царская водка, которую применял Гудийр, была не чем иным, как азотной кислотой с некоторой примесью серной кислоты» (М.Уилсон, 1975). Об этом же пишет В.Азерников в книге «200 лет спустя. Занимательная история каучука» (1967): «В один прекрасный день он решает попробовать расписать галошу бронзовой краской. Но ему не нравится цвет, и он хочет стереть краску. Он берет склянку с царской водкой, однако царская водка оказывается слишком сильной кислотой и вместе с краской обесцвечивает и самую резину. В конце концов, Гудьир выбрасывает эту галошу, ибо она явно никуда не годится. Но что-то его беспокоит, что-то кажется ему странным во внешнем виде выброшенной галоши. Он пока еще не понимает, что именно, но какая-то неосознанная мысль тревожит его, не дает ему покоя. Через несколько дней, не выдержав, Гудьир идет на помойку. Он долго роется в старом хламе, пока, наконец, не находит выброшенную галошу. Он внимательно рассматривает ее и, наконец, понимает, что же именно не давало ему покоя. В том месте, куда попала кислота, резина перестала быть липкой!» (В.Азерников, 1967). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Чарльза Гудьира (Гудийра). Чарльз Гудьир (1839) сделал заключение о том, что процесс вулканизации резины должен включать в себя смешивание каучука с серой и нагрев до определенной температуры, индуктивно отталкиваясь от обнаружения существенного улучшения качества резины при случайном попадании смеси каучука с серой на раскаленную печь. М.Уилсон в книге «Американские ученые и изобретатели» (1975) говорит о зиме 1839 года: «Именно в ту зиму Гудийр открыл способ, известный теперь под названием «вулканизация». «Я был поражен, заметив, что образец резины, случайно оставленный у нагретой печки, обуглился, словно кожа. Я попробовал обратить внимание присутствующих на это замечательное явление… так как обычно эластичная смола таяла при высокой температуре, но никто, кроме меня, не видел ничего примечательного в том, что обуглился кусочек резины... Однако я сделал вывод, что если бы удалось в нужный момент приостановить процесс обугливания, это избавило бы смесь от липкости. После дальнейших опытов, проведенных при высокой температуре, я убедился, что мой вывод верен…» (М.Уилсон, 1975). В.Азерников в книге «200 лет спустя. Занимательная история каучука» (1967) повествует: «Переехав к шурину, Чарлз и там продолжает свои опыты. Он делает пластины из смеси каучука с серой и свинцовыми белилами и определяет, как влияет на них тепло. Гудьиру не дает покоя воспоминание о том, как тепло уничтожило 150 почтовых сумок. Как-то после опыта он забывает на печке один из образцов. Когда Чарлз спохватывается, образец уже обуглился, словно кожа. Сначала Гудьир собирается выбросить его, но потом, очевидно, вспомнив историю с бронзовой галошой, внимательно его осматривает. Изобретателя поражает то, что каучук не превратился в липкое месиво, как обычно это бывало, а обуглился, потеряв всякую липкость» (В.Азерников, 1967). Отметим, что о случайности открытия вулканизации резины пишут многие авторы, среди которых есть как ученые, так и журналисты, интересующиеся историей изобретений. Например, Д.Забаштанский в статье «История возникновения обычной автопокрышки» (газета «Самара», № 2847 от 23 декабря 2007 г.) констатирует: «Помог, как часто бывает, случай. Зимой 1839 года образец резины, смешанной с серой, был случайно оставлен возле раскаленной печки. Резина нагрелась и стала прочной и эластичной как кожа. Это и было то великое открытие, которое Чарльз Гудьир отказывался, впрочем, признать случайным – любой другой мог пройти мимо того образца на печке» (Д.Забаштанский, 2007). Здесь мы снова наблюдаем индукцию с фактором случая.

«Имя академика Якоби, выдающегося физика, гениального электротехника и изобретателя по праву должно быть поставлено наряду с другими славными именами академиков-физиков – Ломоносова, Эйлера, Эпинуса, Петрова; оно навек останется в истории в связи с изобретенной им гальванопластикой, получившей широчайшее применение в технике».

С.И.Вавилов о Борисе Якоби

Индукция Бориса Якоби. Б.С.Якоби (1837) пришел к идее о разработке метода гальванопластики, гальванического снятия копий с медного электрода электрической батареи, индуктивно исходя из случайного обнаружения того, как на электроде работающей батареи в процессе электролиза произошло осаждение частиц меди, и образовался точный слепок рельефа данного электрода. Л.Гумилевский в статье «Как ученый приходит к открытию» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1) пишет: «Русский естествоиспытатель Борис Семенович Якоби открыл гальванопластику, занимаясь совсем другим делом. Получив в гальваническом элементе точный слепок медного электрода, он не только не понял сразу, что произошло, но даже обрушился на помогавшего ему рабочего с упреками, полагая, что тот по лености и небрежности сделал медную пластинку из двух листов, а не из целого куска меди. Только возражения рабочего заставили Якоби задуматься над неожиданным явлением… Так он понял, что под влиянием электрического тока медный купорос выделил на одном из электродов (медном) медь в чистом виде; таким способом, пришел к выводу Якоби, можно делать медные копии с любых вещей» (Л.Гумилевский, 1968). Об этом же пишет Ольга Воробьева в статье «Так появилась гальванопластика» (журнал «Водяной знак», № 3 (47), март 2007 г.): «Был даже случай, когда он, будучи профессором Дерптского университета, упрекал рабочего, с которым работал, за то, что тот, не имея достаточно толстых листов, умышленно сдвоил их. Однако энергичные возражения со стороны рабочего заставили тогда ученого сравнить соприкасающиеся поверхности. И он увидел микроскопические оттиски мельчайших шероховатостей и царапин, причем с выпуклостями на одной стороне и углублениями – на другой. На следующем этапе исследований Якоби вместо электрода подвесил медную монету. Получился медный отпечаток монеты, но негатив. Негатив он использовал снова в качестве электрода и с нетерпением ждал результата. Вынув нагретую током монету, он разделил ее на две части – в одной руке остался отпечаток монеты, в другой новенькая монета, копия той, с которой он работал» (О.Воробьева, 2007). Наконец, Марк Луцкий в статье «Евреи - изобретатели» (журнал «Заметки по еврейской истории», 2009, № 3 (106)) не оставляет сомнений в том, что перед нами индукция с фактором случая: «Борис Семенович много изобрел в области электротехники, но среди его достижений есть одно, стоящее особняком. Это, безусловно, пионерское изобретение, т.е. изобретение, не имеющее аналогов и прототипов. Речь идет об изобретении гальванопластики. Это открытие, лежащее на границе между химией, физикой и электротехникой, было сделано автором случайно. Об этом сам ученый написал много лет спустя в письме к французскому ученому Антуану Сезару Беккерелю…» (М.Луцкий, 2009).

Индукция Генри Бессемера. Известный изобретатель Генри Бессемер (1855) пришел к идее о создании конвертерного способа выплавки стали, индуктивно основываясь на случайном обнаружении того, как струя атмосферного воздуха, направленная в печь, лишила чугун углерода и превратила его в ковкое железо. В статье «Из биографии Бессемера», содержащейся в книге «Очерки по истории техники», написанной под редакцией А.И.Сидорова (1928), отмечается: «Бессемер, как мы уже сказали, не пошел по пути дальнейшего усовершенствования пламенной печи, а взял совершенно новое направление. Но на него он напал совершенно случайно! При плавке чугуна он раз заметил, что с краю лежит несколько кусочков, которые еще не расплавились. Он усилил приток воздуха, чтобы их расплавить – но тщетно. Тогда он попробовал сунуть их в расплавленную уже массу, но тут, к величайшему его изумлению, оказалось, что эти кусочки были пустотелыми. Это было откровением для Бессемера. Поверхностный слой этих пустотелых кусочков, благодаря обезуглероживающему действию тока воздуха, обратился в ковкое железо, принял вследствие этого более высокую температуру плавления и остался прочным; внутренние части, которые не были подвержены току воздуха, остались чугуном, расплавились и вытекли вон. Стало быть, было возможно действием только одного тока воздуха превращать чугун в ковкое железо. Открывшуюся перед ним дорогу Бессемер неуклонно преследовал далее» («Очерки по истории техники», 1928). Об этом же пишет С.И.Венецкий в книге «Загадки и тайны мира металлов» (1999): «Поначалу Бессемер проводил опыты в небольшом плавильном горне, а затем перенес их в пламенную печь собственной конструкции. В безрезультатных поисках проходил месяц за месяцом. Но вот однажды во время очередного эксперимента произошел, как вспоминал позднее сам изобретатель, замечательный случай. «Несколько кусков чугуна с одной стороны ванны привлекли мое внимание тем, что, несмотря на большой жар в печи, они все время оставались нерасплавленными. Я пустил несколько сильнее струю воздуха через пламенный порог, чтобы усилить сгорание. Но, открыв через полчаса заслонку, я увидел, что они все еще не расплавились. Я взял железный лом, чтобы столкнуть их в ванну, и тут я только заметил, что это не сплошные куски чугуна, а лишь оставшиеся от них тонкие пленки обезуглероженного железа. Это показывало, что атмосферный воздух может совершенно обезуглероживать чугун, превращать его в ковкое железо, без пудлингования или каких-либо других манипуляций. После некоторого размышления я пришел к убеждению, что если можно было бы привести воздух в соприкосновение с достаточно большой поверхностью расплавленного чугуна, то это быстро превратило бы его в ковкое железо» (С.И.Венецкий, 1999). Таким образом, идея Бессемера о создании конвертерного способа выплавки стали была индукцией с фактором случая.

Индукция Константина Павловича Поленова. Российский металлург К.П.Поленов (1876) разработал новый конверторный способ выплавки стали, получивший название русского процесса бессемерования, индуктивно базируясь на следующем случайном наблюдении. А.Ренкель в статье «Бессмертный Бессемер» (журнал «Изобретатель и рационализатор», 2002, № 9 (633)) пишет: «Русские металлурги, внимательно следившие за новинками металлургической техники, вскоре после опубликования патента Бессемера повторили его опыты. Уже в 1856-1857 гг. на ряде уральских заводов – Кушвинском, Нижнее-Исетском, Сысертском и др. – появились бессемеровские реторты. Однако внедрение прямого способа бессемерования затянулось на несколько лет и не давало положительных результатов. Выход из создавшегося затруднения был найден в 1876 г. управителем Нижнее-Салдинского завода К.П.Поленовым. Он обратил внимание на одну успешно прошедшую операцию бессемерования, чугун для которой случайно оказался сильно перегретым в отражательной печи. Результат операции натолкнул Поленова на мысль, что многолетние трудности были вызваны не тем, что использовались малокремнистые чугуны, а пренебрежением первоначальной температурой чугуна. Так возник русский процесс бессемерования, в котором, в отличие от прямого бессемерования, чугун перед заливкой в конвертер значительно перегревался в отражательной печи» (А.Ренкель, 2002). Об этом же пишет Н.Мезенин в статье «Творец металла» (газета «Тагильский рабочий», 27.01.1984 г.): «Однажды в реторте пробило сальники, и чугун передержали в печи на два часа. Мастера побоялись, что металл перегрелся, и хотели его выбросить. Узнав об этом, Поленов предложил все-таки продуть металл. Операция против ожидания удалась блестяще: бессемерование прошло горячим, металл получился хорошего качества. Во время продувки в металле развилась такая высокая температура, что в конвертор добавили рельсовые куски. Поленов использовал этот случай и ввел в практику перегрев малокремнистых чугунов, положив тем самым начало новому варианту конверторного процесса – русскому бессемерованию» (Н.Мезенин, 1984).

Индукция Константина Павловича Поленова. Мысль К.П.Поленова (1864) о закалке рельсов основывалась на изучении свойств рельсов, подвергнутых влиянию холода сразу после выплавки. Начало этому изучению положило следующее случайное наблюдение. Тамара Багаутдинова в статье «Константин Павлович Поленов» (газета «Горный край», 06.03.2001 г.) пишет: «Поленов ввел закалку рельсов, что в то время считалось теоретически невозможным. Открытие это им совершено случайно: рабочий уронил рельс в снег, а при этом присутствовал управитель. Другой бы наказал рабочего, а Поленов заинтересовался: что же случилось с рельсом. Оказывается, падение в холодный снег пошло ему на пользу. После ряда опытов закалке стали подвергать всю продукцию. «Надо знать тогдашнее представление о железе и стали, чтобы оценить тот громадный шаг, который сделал Поленов в производстве рельсов», - писал В.Е.Грум-Гржимайло» (Т.Багаутдинова, 2001). Закалка рельсов К.П.Поленова – это способ производства упрочненных железных рельсов.

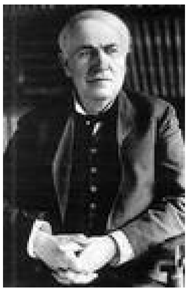
Индукция Жозефа Монье. Изобретатель железобетона Жозеф Монье (1861) пришел к идее об использовании цемента в комбинации с металлическими прутьями в различных областях деятельности, индуктивно базируясь на удачном применении цемента, скрепленного железными обручами, при изготовлении горшков для растений. Вадим Эрлихман в статье «Серое вещество» (журнал «Энергия промышленного роста», 2006, № 3) пишет: «В 1861 году садовник Версальского парка Жозеф Монье стал делать большие горшки для растений из смеси песка с цементом. От влаги горшки начали трескаться, и сообразительный садовник скрепил их железными обручами. А когда железо заржавело, замазал его тем же цементным раствором. Новые горшки оказались настолько прочными, что в 1867 году Монье взял патент и развернул их производство. А потом начал делать из железобетона плиты и перегородки для строительства. Он имел смутные представления о строительном деле и располагал проволочную сетку строго посередине плиты, хотя рациональнее размещать ее в нижней части – именно туда приходится наибольшая нагрузка. Тем не менее, благодаря деловой сметке садовника железобетон проник в самые разные области. В 1869 году Монье построил из него бассейн, в 1873-м – небольшой мост» (В.Эрлихман, 2006). Об этом же повествует К.В.Рыжов в книге «100 великих изобретений» (2006): «Монье работал садовником в садоводческой фирме «Братья Флер» в Версале. С 1861 года он начал проводить опыты по изготовлению из песка и цемента садовых кадок. Вскоре ему удалось сделать бетонную кадку, в которой было посажено апельсиновое дерево. Спустя некоторое время Монье обнаружил трещины в стенках этой кадки. Тогда он укрепил ее железными обручами из проволоки. Железо вскоре стало ржаветь, образуя грязно-бурые пятна и подтеки на поверхности кадки. Чтобы улучшить ее внешний вид, Монье обмазал ее сверху цементным раствором. Получившаяся таким образом железоцементная кадка оказалась настолько хороша, что Монье пришел к мысли и впредь делать кадки подобным образом» (Рыжов, 2006, с.175).

Индукция Альфреда Нобеля. А.Нобель (1864) сделал заключение о возможности предотвратить риск спонтанных взрывов нитроглицерина без уменьшения его взрывчатой силы путем смешивания его с инфузорной землей, индуктивно основываясь на том, что однажды при перевозке нитроглицерина в специальных емкостях одна из них разлилась и опасная жидкость, смешавшись с инфузорной землей, стала безопасной при обращении. Это случайное наблюдение привело А.Нобеля к изобретению динамита. Л.Гумилевский в статье «Как человек приходит к открытию» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1) пишет о Борисе Якоби, который одним из первых узнал, как А.Нобель догадался смешать нитроглицерин с инфузорной землей: «Но однажды Борис Семенович Якоби, нагнав Зинина, остановил его и, тяжко дыша, сказал: «А ларчик просто открывался!» «Как именно?» - догадался, о чем речь, Николай Николаевич. «Чистая случайность: бутылки с нитроглицерином при перевозке пересыпали в ящиках инфузорной землей. В дороге одна разбилась, земля пропиталась нитроглицерином, и получилось безопасное при работе взрывчатое вещество большой силы… Он пробует теперь пропитывать им все: вату, опилки, уголь, обыкновенный порох, приготовляя свой динамит… Как это вам не пришло в голову?!» «Опять случайность!» – не слушая дальше, воскликнул Зинин» (Л.Гумилевский, 1968). Таким образом, в творчестве А.Нобеля мы находим индукцию с фактором случая.

Индукция Зеноба Грамма. Бельгийский изобретатель Зеноб Грамм (1873) пришел к выводу о способности динамо-машины выступать в роли электромотора, индуктивно базируясь на случайном открытии, сделанном рабочими в результате неправильного (ошибочного) подключения проводов к динамо-машине. Михаил Шифрин в статье «Электрические мальчики и венская пара» (журнал «Вокруг света», 04.06.2007 г.) повествует: «К началу Всемирной выставки 1873 года в Вене электроэнергии находили крайне мало применений: телеграф, где было вполне достаточно батарей, гальванопластика и разложение воды на кислород и водород. На выставке динамо-машины – первые генераторы – соревновались с большими аккумуляторными батареями. Французская компания, которая показывала на выставке динамо-машины конструкции бельгийца Зеноба Грамма (1826-1901), привезла в Вену два экземпляра. Им была уготована скромная участь – тихо вырабатывать ток для гальванопластики, будучи подсоединенными к валу, который крутила паровая машина. Но безалаберные рабочие, готовившие павильон, совершили чудо, навсегда вписавшее динамо в анналы истории» (М.Шифрин, 2007). «В зале показа машин, - продолжает М.Шифрин, - рабочие тоже вели себя неважно. В случае с динамо-машинами они перепутали провода. Большая машина была присоединена к валу и давала ток, а малую машину присоединить забыли. Зато к ней присоединили провода от большой машины. К удивлению всех присутствующих, вал маленькой машины стал вертеться. Удивились и представители фирмы-производителя. Они не знали, что динамо-машина может быть электромотором. Решили продемонстрировать это свойство публике. Первым посетителем должен был стать император Франц-Иосиф» (М.Шифрин, 2007). Об этом же пишет В.Петров в книге «Основы теории решения изобретательских задач» (2000): «Согласно некоторым источникам, даже электродвигатель появился случайно благодаря ошибке электромонтера. На Венской международной выставке в 1873 году при установке динамомашины он перепутал провода и присоединил их наоборот. Машина заработала как двигатель» (В.Петров, 2000).

Индукция Александра Белла. Американский изобретатель Александр Белл (1875) пришел к выводу о том, что условием передачи сигналов различных частот по проводу является использование электромагнитов с легким якорем, которые могут служить не только приемниками, но и передатчиками звуковых волн, индуктивно исходя из случайного наблюдения, сделанного в ходе экспериментов по созданию музыкального телеграфа. Это случайное наблюдение привело А.Белла к изобретению телефона – прибора, изменившего нашу жизнь. Артур Кларк в книге «Голос через океан» (Москва, «Связь», 1964) пишет: «Это случилось второго июня 1875 года. Белл настраивал одну из пластинок своего приемного устройства; его помощник Томас Ватсон, находившийся в другой комнате, на расстоянии около 18 метров, наблюдал за передающим устройством. Передающая пластинка застряла, и Ватсон попытался освободить ее, но безуспешно. Контакты на пластинке расплавились, так как не сработали на разъединение и подверглись воздействию постоянного тока вместо переменного в течение продолжительного времени. В момент, когда Ватсон попытался оторвать непокорную пластинку от контакта, Белл наклонился к приемному устройству и отчетливо услышал слабые звуки, похожие на те, которые издает натянутая струна. Этот момент и следует считать моментом рождения телефона. Белл тут же понял, что произошло (важен принцип!), хотя по проводу был передан один единственный сигнал – музыкальный звук. Значит, сигналы и других частот можно будет передавать тем же самым способом! А если расширить полосу частот, появится возможность передавать на расстояние человеческую речь! После этого изготовление модели телефона зависело только от разработки отдельных деталей» (А.Кларк, 1964). Практически аналогично открытие А.Белла описывается К.В.Рыжовым в книге «100 великих изобретений» (2006), в которой он повествует: «Летом 1875 года Белл и его помощник Томас Ватсон сделали установку, состоявшую из магнитов с подвижными язычками, которые приводились в действие колебаниями тока. В цепь с магнитами включались различные устройства. Ватсон и Белл находились в соседних комнатах. Ватсон передавал, а Белл принимал. Однажды, когда Ватсон нажал кнопку в конце провода, чтобы привести в действие звонок, испортился контакт, и электромагнит притянул к себе молоточек звонка. Ватсон попытался оттянуть его, вследствие чего вокруг магнита возникли колебания. Движение пружины, произведенной Ватсоном, изменило интенсивность тока и вызвало колебательные движения в пружине противоположной станции в комнате Белла, и провод передал слабый звук первого телефона. Так, совершенно случайно, Белл обнаружил, что магнит с легким якорем может быть и передатчиком и приемником сигнала. После этого осуществить передачу и воспроизведение звука с помощью электрического тока уже не представляло большого труда» (К.В.Рыжов, 2006). Учитывая, что А.Белл случайно нашел способ передачи звука с использованием электромагнитов, его вывод о возможности создания телефона на базе этого способа – не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Дэвида Эдварда Юза. Дэвид Юз (1878) пришел к выводу о возможности повышения громкости звука путем воздействия звуковых волн на несовершенные электрические контакты, что было открытием микрофонного эффекта, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Д.П.Рыбак и Л.Н.Крыжановский в статье «Дэвид Эдвард Юз и открытие радиоволн» (журнал «Электросвязь», 1994, № 9) пишут: «Однажды, когда Юз экспериментально исследовал влияние звуковых волн на натянутые провода, один провод порвался. В момент обрыва провода в телефоне послышался «порывистый» звук. Это получалось каждый раз, когда Юз специально вызывал обрыв. Юз попытался воспроизвести условия, имевшие место в момент обрыва, прижимая друг к другу с разной силой концы провода. В процессе таких попыток обнаружилось, что проводники, прижимаемые под небольшим постоянным давлением, хорошо реагируют на звуковые волны. Так было положено начало опытам с «несовершенными контактами», которым суждено было сыграть важнейшую роль в разработке первых практических детекторов радиоволн» (Д.П.Рыбак, Л.Н.Крыжановский, 1994). В.С.Виргинский и В.Ф.Хотеенков в книге «Очерки истории науки и техники» (1989) отмечают: «В 1878 г. Д.Э.Юз доложил Лондонскому королевскому обществу, членом которого он состоял, об открытии им микрофонного эффекта. Исследуя плохие электрические контакты, Юз обнаружил, что колебания плохого контакта прослушиваются в телефоне. Испробовав контакты, изготовленные из различных материалов, он убедился, что эффект с наибольшей силой проявляется при применении контактов из прессованного угля. Основываясь на этих результатах, Юз в 1877 г. сконструировал телефонный передатчик, названный им микрофоном. «Компания Белла» использовала новое изобретение Юза, так как эта деталь, отсутствовавшая в первых аппаратах Белла, устраняла основной их недостаток – ограниченность радиуса действия» (В.С.Виргинский и В.Ф.Хотеенков, 1989). Поскольку Дэвид Юз практически случайно открыл микрофонный эффект, состоящий в усилении звука при воздействии звуковых волн на несовершенные контакты, мы наблюдаем здесь индукцию с фактором случая.



«Отдавая дань этому великому человеку, следует подчеркнуть основные черты натуры Эдисона: исключительное трудолюбие – он отдыхал за работой и томился бездельем, не отключался даже в дни летнего времяпрепровождения на природе; физическая выносливость – мог работать по 20 часов в сутки, ненадолго засыпая в лаборатории; настойчивость и упорство в достижении цели, не считаясь с моральными, физическими, материальными затратами; личная скромность и абсолютная честность в коммерческих делах».

Д.Л.Шарле о Томасе Эдисоне

Индукция Томаса Эдисона. Первая догадка Т.Эдисона (1869) о возможности изобретения фонографа – прибора, записывающего различные звуки, возникла в результате индуктивного обобщения свойства телеграфного аппарата, который передавал новости на Нью-Йоркской бирже и случайно попал в поле зрения Эдисона. Когда аппарат начинал работать, плечо специального рычажка выбрировало и издавало звуки, похожие на визг дикого животного. Александр Неверов в статье «Охотник за голосами» (журнал «Итоги», 2008, апрель) отмечает: «Изобретение американцем Томасом Эдисоном фонографа было в какой-то степени случайностью. Мысль о механическом воспроизведении звука впервые появилась у изобретателя 24 сентября 1869 года, когда он присутствовал на Нью-Йоркской бирже и наблюдал за телеграфным аппаратом, передававшим новости. Когда аппарат запускали, плечо специального рычажка начинало вибрировать и издавать звуки, похожие на визг дикого животного. Эдисон тут же сообразил, что это «животное» можно приручить и заставить говорить по-человечески. Подумав, он решил прикрепить плечо рычага к диафрагме, в результате чего должны были возникать звуковые волны разной частоты. Однако проект казался ему несерьезным, и он несколько раз откладывал его осуществление. Так прошло восемь лет. Однажды Эдисон, отдыхая после тяжелого дня, набросал на клочке бумаги простенький карандашный чертеж. «Что это такое? – спросил Джон Круези, талантливый инженер и ближайший помощник Эдисона. Через несколько недель он преподнес коллегам придуманный им аппарат» (А.Неверов, 2008).

Индукция Томаса Эдисона. Т.Эдисон (1879) пришел к заключению об эффективной работе электрической лампы с угольной нитью накаливания, индуктивно исходя из того, что нить накаливания из обугленного бамбука, помещенная в вакуум, отличалась относительно высоким сроком службы и небольшой стоимостью. Факт применимости обугленного бамбука в качестве материала для нити накаливания был открыт Т.Эдисоном в результате метода проб и ошибок, что свидетельствует о том, что заключение изобретателя представляло собой индукцию, основанную на методе последовательного перебора. Лев Синебрюхов в статье «Самый удачливый изобретатель человечества» (газета «Известия науки», 07.10.2005 г.) пишет: «Чтобы усовершенствовать лампу накаливания, изобретенную русским инженером Александром Лодыгиным, Эдисон в 1879 году провел более 6 тыс. экспериментов с разнообразными материалами, пока не остановился на нити накаливания из обугленного бамбука, помещенной в вакуум. Во время таких «сессий» всклокоченный Эдисон в прожженном лабораторном халате и с помятым лицом очень слабо походил на американского миллионера, предприятия которого оценивались примерно в 15 млрд. долларов в переводе на современные деньги» (Л.Синебрюхов, 2005). Об этом же пишет Д.Л.Шарле в статье «Король изобретательства Томас Альва Эдисон», опубликованной в журнале «Электросвязь» (1997, № 5): «Вскоре изобретатель перешел к изготовлению тела накала из растительных обугленных волокон. С целью поиска подходящих материалов были снаряжены экспедиции в Бразилию, Китай, Японию, на Кубу. Посланцы Эдисона забирались в тропические леса Эквадора, Перу, Ямайки, Цейлона. Было перепробовано шесть тысяч различных растений, проделаны десятки тысяч опытов – поистине титанический труд. Сорок тысяч страниц – двести записных книжек исписал изобретатель, фиксируя результаты опытов. И он, и его сотрудники работали ночами и по воскресеньям. «Гений – это на один процент вдохновение, а на девяноста девять – потение!» - любил повторять Эдисон» (Д.Л.Шарле, 1997). Реконструкция Д.Л.Шарле согласуется с описанием С.Транковского, который в статье «Томас Альва Эдисон: жизнь изобретателя» (журнал «Наука и жизнь», 2003 г., № 8) указывает: «Одновременно Эдисон продолжал экспериментировать с различными материалами для нити накаливания. Его сотрудники обугливали в лабораторных печах шерсть, шелк, различные сорта картона и бумаги, целлулоид, ореховую скорлупу и многое другое, попутно изучая под микроскопом их строение. Оказалось, что наилучшие результаты дают обугленные волокна бамбука. И сотрудники Эдисона отправляются в трудные и опасные экспедиции за образцами разных сортов тростника, бамбука и пальмовой древесины в Китай, Японию, Южную Америку, на Кубу, Цейлон и Ямайку. Они привезли около шести тысяч образцов, которые были тщательно испытаны в лаборатории. Из всего этого огромного количества выбрали один – японский бамбук, который лет на десять стал основным материалом для изготовления угольной нити» (С.Транковский, 2003). Можно также процитировать Льва Гумилевского, который в книге «Русские инженеры» (1953) подчеркивает: «Тот же чистый эмпиризм унаследовала от англичан американская инженерия, выдающимся представителем которой был Эдисон. С настойчивостью, достойной удивления, он перебрал около тысячи различных материалов, конструируя электрическую лампочку накаливания, прежде чем напал на обугленное бамбуковое волокно» (Гумилевский, 1953, с.71). Сколько при этом Эдисон потратил денег? Достаточно много. Н.Корзинов в статье «Русский свет Павла Яблочкова» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 4) пишет: «После того, как в 1879 году Эдисон начал заниматься разработкой лампы накаливания, он провел тысячи экспериментов, израсходовав на исследователькую работу более 100 тысяч долларов – фантастическая сумма по тем временам. Инвестиции оправдались: Эдисон создал первую в мире лампу накаливания с продолжительным сроком работы (около 1000 часов), подходящую для серийного производства» (Корзинов, 2010, с.13).

Индукция Генри Форда. Американский промышленник Г.Форд пришел к идее об изготовлении автомобилей из ванадиевой стали, индуктивно исходя из следующей ситуации, имевшей место в его биографии. Б.И.Казаков и Е.В.Грузинов в статье «Ванадий» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 4) рассказывают: «В 1905 году, на заре автомобилестроения, во время гонок в Англии одна из французских машин разбилась вдребезги. Один из обломков двигателя этой машины попал в руки Генри Форда, присутствовавшего на состязаниях. Обломок удивил будущего «автомобильного короля»: металл, из которого он был изготовлен, сочетал исключительную твердость с легкостью. Вскоре лаборатория Форда установила, что этот металл – не что иное, как сталь с добавками ванадия. Не считаясь с затратами, Форд организовал исследования. После нескольких неудач из его лаборатории вышла ванадиевая сталь необходимого качества. Она сразу дала возможность облегчить автомобили, сделать новые машины прочнее, улучшить их ходовые качества. Снизив цены на автомобили благодаря экономии металла, Форд смог привлечь массу покупателей. Это дало ему повод сказать: «Если бы не было ванадия, то не было бы и моего автомобиля» (Казаков, Грузинов, 1966, с.62).

Индукция Вильяма Гершеля (Хершела). Английский исследователь Вильям Гершель (1877) сформулировал представление о возможности идентификации личности путем изучения папиллярных узоров пальцев, индуктивно основываясь на практике использования отпечатков пальцев жителей Индии для избежания повторной выдачи зарплаты тем, кто ее уже однажды получил. Здесь не следует путать создателя дактилоскопии Вильяма Гершеля (1833-1917) и знаменитого астронома Вильяма Гершеля (1738-1822), открывшего планету Уран. Ю.Торвальд в книге «Сто лет криминалистики» (1974) пишет об основоположнике метода дактилоскопии Вильяме Гершеле: «Дело в том, что на протяжении 15 лет он стоял перед проблемой, возникавшей в связи с его обязанностями выплачивать жалованье все растущему количеству индийских солдат. Для глаза европейца все они были на одно лицо. Почти у всех были одинакового цвета волосы и глаза, имена их тоже постоянно повторялись, писать же никто из них не умел. Зато часто случалось, что, получив жалованье, они появлялись снова и уверяли при этом, что денег им еще не выдавали. Иногда они даже присылали друзей или родственников, и те требовали жалованье по второму разу, поскольку носили ту же фамилию. Так как Хершел был не в состоянии отличить претендентов на жалованье друг от друга, он, в конце концов, решил заставить их оставлять отпечатки двух пальцев – как в поименных списках, так и на платежных квитанциях. После этого махинации мгновенно прекратились» (Ю.Торвальд, 1974). Впоследствии В.Гершель обратился с официальным письмом на имя генерального инспектора Бенгальских тюрем о целесообразности использования отпечатков пальцев для установления личности преступника. Здесь индукция сочеталась с аналогией, поскольку идея использовать отпечатки пальцев в криминалистике для идентификации преступника возникла у В.Гершеля по аналогии с использованием папиллярных узоров для предотвращения случаев повторной выдачи зарплаты индийским солдатам.

Индукция Генри Фолдса (Фулдса). Английский физиолог, живший в Японии, Генри Фолдс (1880) пришел к идее об использовании отпечатков пальцев в криминалистике для установления личности преступника, индуктивно основываясь на следующем удачном применении данного метода опознания в период его работы в Японии. Ю.Торвальд в книге «Сто лет криминалистики» (1974) повествует: «С 1879 по 1880 г. Фолдс собрал массу отпечатков пальцев и изучил всевозможное разнообразие пальцевых узоров, образуемых папиллярными линиями. Сначала его заинтересовали только этнографические проблемы, в частности, вопрос о том, существуют ли отличия линий в отпечатках пальцев у представителей различных народов. Позже он стал изучать вопрос, передаются ли по наследству узоры папиллярных линий. Затем случай навел его на один след, который отныне уже не давал ему покоя. По соседству с домом Фолдса через побеленную каменную стену перелез вор. Фолдсу, чье увлечение пальцевыми узорами было общеизвестно, сообщили, что на стене остались четкие следы испачканных сажей пальцев человека. Пока Фолдс изучал эти отпечатки, вора арестовали. Тогда Фолдс попросил у японской полиции разрешения отобрать отпечатки пальцев у задержанного. Но, сравнив пальцевые узоры, оставшиеся на стене, с пальцевыми узорами арестованного, он выяснил, что они совершенно разные. А так как отпечаток на стене должен был, естественно, принадлежать только вору (он перед этим споткнулся об остывшую жаровню), то Фолдс сделал вывод – арестованный невиновен. И оказался прав: через несколько дней был арестован настоящий взломщик. Для полной уверенности Фолдс взял отпечатки пальцев и у него. Теперь они полностью совпадали со следами на стене» (Ю.Торвальд, 1974).

Индукция Николая Бенардоса. Выдающийся русский изобретатель Н.Н.Бенардос (1881) пришел к мысли об изобретении электросварки - способа соединения и разъединения металлов действием электрического тока, индуктивно исходя из неожиданного наблюдения, сделанного во время опытов: воздействуя электрической дугой на свинцовые пластины аккумулятора, изобретатель смог расплавить и сварить пластины. Отсюда Н.Н.Бенардос заключил, что тепло электрической дуги, наверняка, может сваривать не только свинцовые изделия, но и изделия из других металлов. Он назвал свой метод дуговой сварки «электрогефестом». А.А.Чеканов в книге «Николай Николаевич Бенардос» (1983) пишет: «Бенардос увлекся изобретательством и усовершенствованием аккумуляторов и разработал ряд удачных их конструкций. Для соединения свинцовых пластин аккумуляторов он впервые в мире использовал тепло электрической дуги, воспользовавшись для этого угольным электродом. Бенардос создал особую буферную батарею из аккумуляторов собственной конструкции специально для сварочных работ с резкими толчками электрического тока» (А.А.Чеканов, 1983). «Как уже говорилось, - поясняет А.А.Чеканов, - в самом начале 1881 г. в усадьбе «Привольное» Бенардос произвел дуговую электросварку свинцовых пластин аккумуляторов. Весной того же года он по вызову П.Н.Яблочкова уезжает в Париж, где, работая в лаборатории Н.Н.Кабата, демонстрирует свой новый способ сварки теплом электрической дуги. Об этом свидетельствует известный французский физик-электрик Э.Госпиталье в статье «Электрическая обработка металлов», опубликованной в парижском журнале «La Nature» («Природа») за июнь 1887 г.» (А.А.Чеканов, 1983). А.А.Чеканов дает понять, что индуктивное обобщение Н.Н.Бенардоса заключалось в переходе от сварки свинца к сварке других металлов: «Первые применения были сделаны г.Бенардосом в лаборатории «Электрисьен», основанной г.Кабатом, который был тогда ее директором, для автогенной сварки свинцовых пластин аккумуляторов. Эти первые результаты, развитые и распространенные на другие металлы, явились основой новой промышленности и послужили для создания Общества электрической обработки металлов» (А.А.Чеканов, 1983).

Индукция Александра Можайского. А.Ф.Можайский пришел к выводу о зависимости скорости полета от удельной нагрузки на единицу площади крыла, индуктивно отталкиваясь от продолжительных наблюдений за полетами различных морских птиц. В.В.Гончаренко в книге «Как люди научились летать» (1986) пишет: «Образованный и пытливый моряк, еще во время дальних плаваний Можайский начинает интересоваться летательными аппаратами тяжелее воздуха. Он часами наблюдает за полетами различных морских птиц, сравнивает их, анализирует парящий и машущий полеты. «При наблюдении за полетом птиц, - пишет он, - мы замечаем, что птица, получив быстроту движения вперед от взмаха крыльями, иногда, перестав бить крыльями и держа их и хвост неподвижно, продолжает быстро лететь вперед, парить в том же направлении. С уменьшением быстроты движения птица или начинает понижаться к земле, или снова махать крыльями. Эта способность парить не у всех птиц одинакова; легко заметить, что птицы, имеющие большую площадь крыльев при легком корпусе, парят лучше, чем птицы сравнительно тяжелее с небольшими крыльями. Наконец, легко заметить и то, что для первой категории породы птиц для возможности парения вовсе не требуется той быстроты полета, каковая необходима для последних». Так Можайский подошел к одной из главнейших зависимостей в авиации – зависимости скорости полета от удельной нагрузки на единицу площади крыла: чем больше скорость движения, тем большую тяжесть может нести та же площадь» (В.В.Гончаренко, 1986).

Индукция Отто Лилиенталя. Немецкий изобретатель Отто Лилиенталь (1890) пришел к мысли о том, что в воздухе есть восходящие потоки, которые позволяют птице набирать высоту на неподвижных крыльях, индуктивно основываясь на изучении фотографий Оттомара Аншюца, который с помощью изобретенного им фоторужья зафиксировал большое количество моментов парящего полета аиста. В.В.Гончаренко в книге «Как люди научились летать» (1986) отмечает: «Берлинский фотограф Оттомар Аншюц изобрел фоторужье, позволявшее делать 20 снимков в секунду. С его помощью Аншюц сделал сотни снимков летающих аистов, многие из которых опубликовал в различных журналах. Когда эти снимки попались на глаза Лилиенталю, он часами рассматривал их. Фотоаппарат последовательно, мгновение за мгновением, раскрывал тайну полета» (В.В.Гончаренко, 1986). Затем О.Лилиенталь стал проводить свои собственные эксперименты по исследованию возможности полета за счет восходящих потоков воздуха. Укажем, что данные Лилиенталя использовались Н.Е.Жуковским при решении ряда аэродинамических задач. В.В.Голубев в книге «Жуковский» (2002) констатирует: «Наконец, в 1897 г. появляется статья Н.Е. «О наивыгоднейшем наклоне аэропланов», в которой он показывает, как можно использовать данные Лилиенталя для решения задачи о нахождении угла наклона, при котором работа, необходимая для горизонтального перемещения, будет наименьшая; в этой работе им впервые используется эмпирическая кривая, введенная Лилиенталем, которая в настоящее время имеет фундаментальное значение при проектировании самолетов и во всей их теории. Так постепенно Н.Е. начинает все глубже входить в овладение труднейшей механической задачей» (Голубев, 2002, с.46).

Индукция Николая Жуковского. Н.Е.Жуковский склонился к заключению о возможности создания летательных аппаратов тяжелее воздуха, индуктивно отправляясь от работ русского изобретателя А.Ф.Можайского, которому удалось поднять в воздух самолет, имевший практически все элементы, присущие современному самолету. С.Я.Стрижевский в книге «Николай Егорович Жуковский – основоположник современной авиационной науки» (1951) пишет: «В восьмидесятых годах прошлого столетия в нашей стране впервые в мире был осуществлен моторный полет. Поднялся в воздух самолет, созданный нашим замечательным соотечественником изобретателем Александром Федоровичем Можайским. Этот самолет имел уже все элементы, присущие современному самолету: винтомоторную группу, крыло, фюзеляж, шасси, горизонтальное и вертикальное оперение. Исторический полет первого в мире русского самолета, совершенный за два десятилетия до американцев братьев Райт, убедил Жуковского в осуществимости его заветной мечты о создании летательных аппаратов тяжелее воздуха» (С.Я.Стрижевский, 1951).

Индукция Николая Жуковского. Н.Е.Жуковский получил предварительные представления о влиянии лобового сопротивлении и подъемной силы на крылья движущегося объекта, основываясь на следующих опытах. В.В.Голубев в книге «Жуковский» (2002) пишет: «Николай Егорович мимоходом начинает ставить первые опыты по воздухоплаванию. По возвращении из-за границы Н.Е. приобрел велосипед. Как-то летом в Орехове он приспособил к нему большие крылья из бамбуковых тростей, обтянутых парусиной. С такими крыльями он съезжал с горы и наблюдал лобовое сопротивление и влияние подъемной силы на устойчивость велосипеда» (Голубев, 2002, с.25). Этот эпизод из жизни «отца русской авиации» как нельзя лучше подтверждает справедливость слов Л.А.Протасовой и И.А.Тюлиной, которые в книге «Владимир Васильевич Голубев» (1986) пишут о Жуковском, учителе В.В.Голубева: «Жуковский получил некоторые результаты, имеющие принципиальное значение и большую общность, которые вошли в науку как классические, но при этом он исходил из разбора частных и иногда очень узких технических задач, шел индуктивным методом» (Протасова, Тюлина, 1986, с.92).

	«Наш соотечественник, один из крупнейших авиаконструкторов XX века, Игорь Иванович Сикорский на глазах одного поколения прожил несколько удивительных жизней и в каждой был по-своему велик. С его именем связаны разные и притом неожиданные достижения конструкторской мысли, всякий раз выводившие мировую авиацию на новый уровень». В.Р.Михеев об Игоре Сикорском

Индукция Игоря Сикорского. И.И.Сикорский (1911) пришел к выводу о высокой надежности и безопасности многомоторных самолетов по сравнению с одномоторными, индуктивно основываясь на анализе трагического эпизода, произошедшего в 1911 году: случайно в карбюратор одномоторного самолета попал комар, что привело к остановке мотора и риску разрушения самолета, сконструированного самим Сикорским. Об этом трагическом эпизоде пишут многие авторы. А.Радзиевич в статье «Сикорский всю жизнь летел против ветра» (газета «Жизнь» от 23 мая 2003 г.) указывает: «В том же 1911 году Сикорский пришел к выводу, что будущее – не за одномоторными аэропланами, а за большими самолетами. Этим открытием он обязан… комару, который, залетев в жиклер карбюратора, едва не привел к остановке двигателя. Изобретатель тогда чуть не погиб, чудом извернувшись, посадил самолет между железнодорожными вагонами и стеной» (А.Радзиевич, 2003). Эрнст Нехамкин в статье «Игорь Сикорский: воплощение мечты» (журнал «Вестник», февраль 2002 г.) констатирует: «Еще в 1911 году Сикорский пришел к заключению, что будущее принадлежит не маленьким одномоторным аэропланам, а большим воздушным кораблям с двумя и более моторами. Эта уверенность родилась после происшествия, которое едва не стоило авиаконструктору жизни: в полете в карбюратор попал комар, и мотор заглох. К счастью, Сикорскому удалось приземлиться, втиснувшись между стеной какого-то железнодорожного здания и вагонами» (Э.Нехамкин, 2002). Реконструкция А.Радзиевич и Э.Нехамкина подтверждается описанием К.Финне, который в книге «Русские воздушные богатыри И.И.Сикорского» (1929) подчеркивает: «Еще в 1911 году Игорь Сикорский пришел к выводу, что будущее принадлежит не маленьким одномоторным аэропланам, а большим самолетам, с двумя или более двигателями. Эта вера берет свое начало от необычного инцидента: комар, случайно попавший в жиклер карбюратора, привел к остановке двигателя и Сикорский чуть не погиб. К счастью, Сикорский избежал смертельной опасности, посадив свой аэроплан между железнодорожными вагонами и стеной» (К.Финне, 1929).

Индукция Александра Сергеевича Яковлева. Советский авиаконструктор, генерал-полковник авиации А.Яковлев (1920-е годы) получил ценную информацию о способах постройки летательных аппаратов с высокой степенью надежностью и устойчивости в воздухе, индуктивно основываясь на результатах исследования конструкций самолетов, потерпевших аварию. А.Яковлев в книге «Записки конструктора» (1979) говорит о событиях второй половины 1920-х годов: «В это время я близко познакомился с «кладбищем» самолетов, располагавшимся в уже упомянутом мною овраге близ Центрального аэродрома. Он был наполнен разбитыми аэропланами. Все машины, потерпевшие аварию, негодные к дальнейшему употреблению, сбрасывались в овраг. За полтора десятка лет там накопились обломки сотен самолетов самых различных конструкций: были и трофейные, и построенные в России. Я с увлечением рылся в обломках машин и не столько подбирал готовые детали для своей авиетки, сколько изучал конструкции различных аэропланов. Для начинающего конструктора это был настоящий университет, хотя и своеобразный. Меня не просто интересовал поломанный аэроплан – важно было понять характер поломки. Я задумывался над причинами разрушения, над слабыми местами деталей» (Яковлев, 1979, с.41). Способность изучать достижения своих предшественников, внимательно анализировать сильные и слабые стороны различных воздушных машин пригодилась А.Яковлеву в период Второй мировой войны, когда потребовалось в кратчайшие сроки создать эффективную боевую машину авиации. А.Яковлев в той же книге подчеркивает: «В воздушных битвах мы получили возможность детального ознакомления с самолетами противника. Сбитые нашими летчиками, они тщательно изучались. Поэтому мы знали хорошо и сильные и слабые стороны немецкой авиации, понимали, на что направлена творческая мысль их конструкторов, старались предугадать возможность появления у них какой-нибудь «новинки». (…) Детальное изучение боевой техники противника, умение предугадать ее дальнейшее развитие помогли нам обеспечить качественные преимущества авиации, танков, артиллерии» (Яковлев, 1979, с.189).

Индукция Александра Сергеевича Яковлева. Я.Яковлев склонился к заключению о том, что для устранения опасных вибраций, возникавших на первых конструкциях создаваемого им вертолета ЯК-24, необходимо уменьшать размеры винтовых лопастей вертолета, индуктивно базируясь на результатах большого количества опытов, которые ставились по принципу метода проб и ошибок. Осуществляя сплошной перебор различных вариантов, которые позволили бы решить проблему вибраций, Я.Яковлев, в конце концов, натолкнулся на верный способ решения данной проблемы. А.Яковлев в книге «Записки конструктора» (1979) рассказывает о борьбе с вибрацией, возникавшей на первых вертолетах ЯК-24: «Пять месяцев искали мы путей избавления от этой тряски. Пять месяцев напряженных исследований и расчетов. Десятки экспериментальных полетов. И все безрезультатно. Тут нужно учесть одно из отличий вертолета от самолета. У самолета движущиеся и вращающиеся детали работают только в двигателе и все возникающие вибрации поглощаются специальными амортизирующими устройствами. А на вертолете источником тряски может быть все. Трясется один двигатель – трясется другой, трясется редуктор – трясется синхронная соединительная передача между роторами… Чтобы доискаться до первоисточников вибрации, понадобилось очень много времени. Несколько месяцев, потраченных нами на борьбу с трясками вертолета, довели нас до состояния какого-то отупения и даже безнадежности. Дело дошло до того, что, встречаясь утром, мы вместо приветствия кричали друг другу: «Как, трясет?» «Трясет, трясет» - «Когда же эта проклятая тряска кончится?» (Яковлев, 1979, с.239). «Мучаясь и ломая голову над тем, что же является источником, возбудителем вибрации, - продолжает А.Яковлев, - я пришел к выводу, что нужно постараться расправиться с тряской по отдельным элементам. Я говорю «мучаясь», ибо это было действительно мучение. Ни днем, ни ночью, ни в театре, ни на прогулке, ни за обедом не переставал думать о проклятой вибрации. Другой раз отвлечешься немного, но вдруг мысль о вибрации пронзает все твое существо, и буквально в пот ударяет от ощущения какого-то неодолимого препятствия, перед которым мы стоим. И вот однажды осенило, что из всех возможных источников возникновения тряски основным и наиболее злым являются лопасти. Таких лопастей на вертолете по четыре на каждом роторе, итого восемь. Все они с огромной скоростью вращаются, причем возникают очень сложные механические и аэродинамические явления. А что, если изменить виброхарактеристику лопастей? Для того чтобы убедиться, от лопастей ли идет вибрация, я предложил попробовать отрезать по полметра от каждой лопасти и посмотреть, как это повлияет на тряску всей конструкции. Опять собрались мы все, обсудили предложение и решили, что хуже не станет» (Яковлев, 1979, с.240). «Каково же было общее удовлетворение, - повествует Яковлев, - когда в один голос летчики решительно и твердо заявили, что в течение 20 минут они перепробовали все режимы работы винта, все режимы полета и что от тряски не осталось никаких следов» (Яковлев, 1979, с.241). Отметим, что вертолет Як-24, созданный А.Яковлевым, был первым вертолетом, запущенным в серийное производство. Здесь мы встречаемся с индукцией, основанной на методе проб и ошибок.

Индукция Ефима Шварцбурга и Ростислава Стасевича. Е.Ф.Шварцбург и Р.А.Стасевич (1947) разработали надежное катапультное кресло для военного самолета-истребителя МИГ-15, способное выбрасывать пилота из кабины при движении на большой высоте и высокой скорости, индуктивно основываясь на сложных экспериментах по исследованию различных вариантов катапультирования животных. М.С.Арлазоров в книге «Артем Микоян» (1978) пишет: «Эксперимент, на который пришлось пойти создателям катапульты для МИГ-15, был сложным. По длинному рельсовому пути, почти вертикально уходившему вверх, перемещалась тележка. Ее стремительно разгонял стреляющий механизм, а затем с невероятной резкостью останавливали сильнейшие тормоза. Инженер Летно-исследовательского института Ефим Фадеевич Шварцбург подбирал заряды, бросавшую тележку, так, чтобы возникла нужная перегрузка, а сотрудник того же института Ростислав Андреевич Стасевич делал необходимые расчеты траектории. Меняя силу зарядов, неоднократно катапультировали животных, пока, наконец, не решились на опыт более серьезный. В тесном сотрудничестве с врачами принялись подгонять кресло к человеку» (Арлазоров, 1978, с.79).

Индукция Эдуарда Бранли. Э.Бранли (1890) пришел к выводу о возможности создания когерера – прибора, чувствительного к электромагнитным колебаниям, индуктивно основываясь на эксперименте, в котором удалось обнаружить резкое уменьшение сопротивления металлических опилок (стружек) под влиянием электрических разрядов. Л.Н.Крыжановский в статье «История изобретения и исследований когерера» (УФН, апрель,

1992) пишет: «Осознанное изобретение когерера – прибора, сопротивление которого резко изменяется под действием электромагнитного излучения, - принадлежит Бранли, профессору физики Парижского католического университета. В 1890 г. Бранли обнаружил, что под действием соседних электрических разрядов резко уменьшается (от многих мегаомов до нескольких омов), сопротивление нанесенного на стеклянную или эбонитовую пластину отполированного слоя тонко измельченной меди (иногда с добавкой олова для улучшения адгезии). (…) Бранли успешно проводил подобные опыты также с опилками железа, алюминия, сурьмы, кадмия, цинка, висмута и т.д., иногда смешанными с изолирующими жидкостями, в трубках из стекла или эбонита» (Крыжановский, УФН, 1992, с.147). Позже эксперименты с когерером проводил Оливер Лодж. «Проведя успешные опыты с «трубкой Бранли», - повествует Крыжановский, - Лодж сразу понял ее ценность как «прибора для обнаружения электрических колебаний». «Этот прибор, который я называю когерером, - писал Лодж в статье, опубликованной в 1894 г., - удивительно чувствителен как детектор герцевых волн» (там же, с.147). Успехи А.Попова и Г.Маркони в изобретении радио были обусловлены тем, что они по аналогии использовали для приема электромагнитных волн когерер Бранли и Лоджа. Следует отметить, что вывод Бранли о создании когерера представлял собой индукцию с фактором случая, так как он случайно заметил восприимчивость металлического порошка к электромагнитным волнам. Ю.В.Ходаков в книге «Как рождаются научные открытия» (Москва, «Наука», 1964) повествует: «Когда Бранли занимался измерением электросопротивления металлических порошков, по соседству случайно начали возиться с индукционной катушкой, и работа ученого была нарушена: электросопротивление порошка внезапно и резко падало всякий раз, когда из индукционной катушки где-то за стеною извлекалась электрическая искра. Бранли вначале воспринял это как досадную помеху, которую счел достаточным оговорить в статье об электропроводности металлических порошков кратким примечанием: «На сопротивление металлических опилок влияют электрические разряды, производимые на некотором расстоянии от них. Под действием этих разрядов опилки резко меняют свое сопротивление и проводят ток» (Ю.В.Ходаков, 1964). Об этом же факторе случая говорит изобретатель радио А.С.Попов в своем докладе «О телеграфировании без проводов», с которым он выступил на съезде железнодорожных электротехников в Одессе 19 октября 1897 года: «Во время исследований сопротивления тонких металлических слоев Бранли случайно заметил, что в то время, когда у него на мостике было уравновешено некоторое сопротивление, вдруг мгновенно изменилось равновесие в мостике; в этот момент по соседству был произведен разряд электрофорной машины. Он уловил этот факт и показал, что тонкие слои металла обладают свойством мгновенно изменять свое сопротивление, если до них достигнет электромагнитная волна; сопротивление при этом уменьшается. Таким же свойством обладает металлический порошок…» (А.С.Попов, 1897). Указанный доклад А.С.Попова был опубликован в журнале «Электротехнический вестник» (1897, № 48).

Индукция Александра Попова. А.Попов (1899) пришел к идее о возможности заменить в своем радиоприемнике специальное реле, обеспечивавшее прием радиосигналов, телефонной трубкой, которая превосходила данное реле по своей чувствительности к электромагнитным волнам, индуктивно основываясь на открытии П.Н.Рыбкина и Д.С.Троицкого. В 1899 году эти специалисты случайно обнаружили, что телефонная трубка может эффективно принимать электромагнитные волны. Это дает нам право назвать указанную идею А.Попова индукцией с фактором случая. О случайной находке П.Н.Рыбкина и Д.С.Троицкого, послужившей индуктивной посылкой идеи А.Попова, пишут многие исследователи. Л.Полевой в статье «Первые опыты Попова» (журнал «Радиофронт», 1935, № 9-10) пишет: «Недостаток чувствительности своего приемника скоро понял и сам Попов вместе со своими ближайшими помощниками П.Н.Рыбкиным и Д.С.Троицким. В результате их работ реле приемника было заменено телефоном. Применение телефона (впервые осуществленное 28 мая 1899 г.) в несколько раз увеличило чувствительность установки, и было, безусловно, крупнейшим ее усовершенствованием. Интересны подробности первого применения телефона. В 1899 г. во время опытов связи на расстоянии 5-6 километров слышимость на приемнике внезапно пропала. Сотрудник Попова П.Н.Рыбкин при помощи телефона начал проверять цепи приемника. Случайно он включил телефон в цепь когерера и к своему изумлению громко и отчетливо услышал сигналы передающей станции. Дело объяснялось просто – сигналы станции были так слабы, что когерер вследствие своей малой чувствительности не мог привести в действие реле. Телефон же – прибор неизмеримо более чувствительный – прекрасно «слышал» сигналы. Удивительная «способность» телефона была многократно проверена Поповым и Рыбкиным, и в результате применение телефона сразу в несколько раз увеличило дальность действия установок» (Л.Полевой, 1935). А.А.Глущенко в книге «Место и роль радиосвязи в модернизации России» (2005) повествует: «Во время практической работы с радиоаппаратурой А.С.Попова 10 июня 1899 года ближайшие помощники изобретателя радио – П.Н.Рыбкин и Д.С.Троицкий совершенно случайно обнаружили возможность приема радиотелеграфных сигналов с помощью телефонной трубки непосредственно на слух. На основе открытия своих товарищей А.С.Попов сконструировал специальный телефонный (слуховой) радиоприемник и 14 июля 1899 года подал на него заявку в Комитет по техническим делам Департамента торговли и мануфактур» (Глущенко, 2005, с.36). Об этом же повествует Л.Н.Никольский в статье «Кто изобрел радио?» (сайт радиолюбителей России QRZ.ru, 2004): «Летом 1899 г., когда А.С.Попов был в Швейцарии, его ассистенты – П.Н.Рыбкин и Д.С.Троицкий – проверяли посредством телефонных трубок состояние приемника форта «Милютин», в котором не срабатывал когерер при передаче сигналов из форта «Константин». Подключив трубки к «безжизненному» когереру, вдруг услышали в них четкие сигналы передатчика «Константина». Так, совершенно случайно, было обнаружено, что когерер при уровне сигнала, недостаточном для его возбуждения, проявляет свойства полупроводника, то есть детектора, преобразующего амплитудномодулированный высокочастотный сигнал в низкочастотный. Тогда А.С.Попов выбросил из своего приемника знаменитый автовстряхиватель (гордость МОК всемирного значения), а вместо чувствительного реле включил телефонные трубки, подал заявку на патентование и в 1901 г. получил русскую привилегию № 6066, группа XI, с приоритетом 14 (26) июля 1899 г. на новый (линейно-амплитудный) тип телеграфного приемника депеш, посылаемых с помощью какого-либо источника электромагнитных волн по системе Морзе» (Л.Н.Никольский, 2004).

Индукция Густава Лаваля. Шведский изобретатель Густав Лаваль (1889) сформулировал идею о возможности устранить неуравновешенность быстро вращающегося ротора паровой турбины путем насадки ротора на тонкий и гибкий вал, индуктивно исходя из обнаружения того, что ротор турбины, насаженный на камышовый прут, перестает вибрировать во время вращения. В.Орлов в книге «Трактат о вдохновенье, рождающем великие изобретения» (1980) пишет: «В конце прошлого века шведский изобретатель Лаваль, работая над усовершенствованием паровой турбины, столкнулся с почти непреодолимым затруднением. Ротор турбины делал тридцать тысяч оборотов в минуту. При такой скорости вращения необходимо очень точно уравновесить ротор, а этого Лавалю как раз и не удавалось добиться. Изобретатель увеличивал диаметр вала, делал вал все более жестким, но каждый раз при опытах машина начинала дрожать, и вал деформировался. В конце концов, поняв, что увеличивать жесткость вала далее невозможно, Лаваль решил проверить прямо противоположный путь. Массивный деревянный диск был насажен на… камышовый стебель. И вдруг оказалось, что податливый, гибкий вал при вращении уравновешивается сам собой! Лаваль отметил в записной книжке: «Опыт с камышом удался…» (В.Орлов, 1980). Об этом же сообщает Л.Гумилевский в книге «Густав Лаваль» (Москва, Журнально-газетное объединение, 1936): «Из осторожности Лаваль не стал, как обычно, строить сразу машину, но предварительно произвел опыт с обычным камышовым прутом, насадив на него тяжелый деревянный диск. Этот диск с камышовым валом был приведен во вращение с большой скоростью на старом токарном станке, находившемся в мастерских. К величайшему удивлению присутствующих Лаваль оказался прав: гибкая система при таких скоростях оправдывала полностью свое назначение, и тонкий камыш оказался более стойким в работе, чем жесткий деревянный негнущийся вал» (Гумилевский, 1936, с.147). «Это было, - добавляет Л.Гумилевский, - 17 февраля 1889 года. В этот день Лаваль коротко отметил в своей записной книжке: «Опыт с камышовкой вполне удался». Наутро он явился в мастерские с готовыми чертежами турбины, и постройка опытной машины была произведена с лихорадочной быстротой» (там же, с.147). Г.Лаваль открыл не что иное, как автобалансировку диска на гибком валу в закритической области (это явление получило название принцип Лаваля).

«Я довел до совершенства величайшее изобретение всех времен – передачу электрической энергии без проводов на любое расстояние, которому посвятил десять лет жизни. Это настоящий философский камень, который все давно ищут. Мне нужно только завершить строительство моей станции, и единым шагом человечество продвинется вперед на целый век».

Никола Тесла о себе

Индукция Николы Тесла. Никола Тесла (1893) пришел к заключению о том, что переменный ток на определенных частотах не опасен для жизни, индуктивно исходя из экспериментов, поставленных на самом себе. Велемир Абрамович в статье «Метафизика и космология ученого Николы Теслы» (журнал «Дельфис», 1999, № 17) констатирует: «Для того, чтобы доказать, что переменный ток на определенных частотах не опасен для жизни, Тесла самого себя подключал к цепи высокочастотного переменного тока и достигал фантастических результатов, демонстрируя разрядку собственного тела в темноте, так что все его тело светилось и казалось горящим, охваченным языками голубоватого пламени» (В.Абрамович, 1999). Роман Фишман в статье «Битва электрических королей» (журнал «Популярная механика», 2005, апрель) повествует о тех же экспериментах Теслы, поставленных для опровержения взглядов Эдисона об опасности переменного тока: «Но неутомимый Никола Тесла придумал эффектный ответный ход. Через несколько лет его представление, состоявшееся на Всемирной выставке в Чикаго, потрясло весь мир. С совершенно спокойным видом он пропускал через себя переменный ток напряжением в миллионы вольт – молнии плясали на поверхности его кожи, но сам он оставался невредимым. А когда объятый электрическими разрядами «сумасшедший» брал в руки не подключенные ни к каким проводам лампы накаливания, они послушно загорались в его руках. Это казалось настоящим волшебством» (Р.Фишман, 2005). В 1915 году газета «Нью-Йорк таймс» сообщила, что Н.Тесле и Т.Эдисону присуждена Нобелевская премия в области физики. Но ни один из них так и не стал Нобелевским лауреатом. Оба великих изобретателя отказались получать эту престижную премию: они не смогли простить друг другу прошлых обид. Эдисон всю жизнь боролся против переменного тока Теслы, а тот, в свою очередь, постоянно доказывал, что будущее не может принадлежать постоянному току Эдисона. История техники продемонстрировала правоту Н.Теслы.

Индукция Николы Тесла. Н.Тесла сформулировал предположение о способности электрических ламп работать без каких-либо проводов и соединений, индуктивно исходя из того, что в его экспериментах электрические лампы начинали светить за счет действия электромагнитных волн, распространяющихся без проводов. С.Марк в книге «Никола Тесла – повелитель Вселенной» (2007) указывает: «Как и раньше, Тесла также показал работу лампочек без всяких соединений. Тесла предположил, что при наличии резонанса нет необходимости в проводах, поскольку импульсы могут «переноситься» от посылающего устройства к принимающему. Естественно, принимающие устройства должны быть настроены на частоту трансмиттера» (Марк, 2007, с.146).

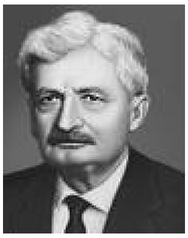
Индукция Оливера Шелленбергера. О.Шелленбергер (1888) пришел к выводу о возможности изобретения электросчетчика переменного тока, индуктивно исходя из случайного наблюдения, сделанного им во время разработки новой лампы переменного тока в фирме Вестингауза. Ю.Носов в статье «Об Эдисоне и черном пиаре» (журнал «Наука и жизнь», 2001, № 7) пишет: «…Доливо-Добровольский ушел к Сименсу, но это было где-то далеко в Европе и прошло безболезненно, а вот когда в 1888 году прямо под боком Тесла перебежал к конкуренту Вестингаузу, Эдисон закусил удила. И в довершение всего как раз тогда на фирме Вестингауза был изобретен электросчетчик переменного тока. Произошло это совершенно случайно: в спешке один из инженеров уронил внутрь катушки соленоида легкую металлическую пружинку и вдруг увидел, что она начала там вращаться. Увеличил ток через катушку – пружинка закрутилась быстрее, дальнейшее было делом техники» (Ю.Носов, 2001).

Индукция Карла Бенца. Один из создателей первых автомобилей Карл Бенц (1886) пришел к идее об использовании бензина в качестве топлива для двигателя внутреннего сгорания (ДВС), индуктивно основываясь на случайном наблюдении того, как пары бензина, сопрокоснувшись с огнем, вспыхнули и привели к сильному взрыву. А.Е.Якименко и Р.Р.Масленников в курсе лекций «Развитие автомобильной техники» (Барнаул, изд-во АлтГТУ, 2010) пишут о Карле Бенце, который был одержим проектом создания эффективного двигателя внутреннего сгорания для автомобилей: «Затруднения в осуществлении проекта заключались в двигателе. Теперь он смог посвятить все свое свободное время разработке нового двигателя. Он сразу решил, что газ – неподходящее топливо для транспортного средства. В выборе топлива помог случай, свидетелем которого он оказался. В красильной мастерской произошел взрыв. Причиной взрыва послужил бензин, который использовали для чистки перчаток. Небольшая банка с бензином находилась на расстоянии шести метров от огня, тем не менее, пары бензина вспыхнули, и энергия взрыва оказалась весьма значительной. Бенц решил, что бензин и есть наилучшее топливо для его нового двигателя» (Якименко, Масленников, 2010, с.57). Здесь мы видим, что идея К.Бенца о применении бензина в двигателе представляла собой индукцию с фактором случая.

Индукция Эдуарда Бенедиктуса. Э.Бенедиктус (1903) пришел к мысли о возможности создания небьющегося стекла, которое впоследствии получило название триплекса, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. Л.Гумилевский в статье «Как ученый приходит к открытию» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1) пишет: «В 1903 году французский химик Бенедиктус уронил с большой высоты пустую стеклянную колбу. К его удивлению, колба не разбилась. Правда, стенки ее покрылись множеством трещин. Причиной необычной прочности колбы оказалась пленка раствора коллодия, который раньше хранился в колбе. Случай натолкнул химика на мысль о небьющемся стекле. Склеивая под давлением два листа обычного стекла с прокладкой из целлулоида, Бенедиктус получил трехслойное стекло, применяемое и теперь в автомобилях» (Л.Гумилевский, 1968). Об этой случайности пишут не только ученые, но и журналисты. Так, например, Алексей Половников в статье «Видеть все!» (журнал «Автодела», 2006, № 14) отмечает: «Согласно истории, датой создания многослойного стекла можно считать тот день, когда французский ученый Эдуард Бенедиктус, работая в своей лаборатории, случайно задел рукой стоявшую на полке с химическими препаратами колбу, в которой незадолго до этого момента находился раствор нитрата целлюлозы (жидкий пластик). Выветрившись, раствор нитрата целлюлозы оставил на стенках колбы слой тонкой, прозрачной и вместе с тем прочной пленки. В результате при ударе об пол колба не брызнула во все стороны осколками стекла, а ее расколотый на мелкие части стеклянный корпус продолжал удерживаться вместе неведомой на первый взгляд силой. Впрочем, при ближайшем рассмотрении объяснение этому «чуду» ученым было быстро найдено» (А.Половников, 2006).

Индукция Бориса Щелища. Б.И.Щелищ (1941) пришел к выводу о возможности использования водорода в качестве топлива для автомобилей, индуктивно основываясь на удачной работе автомобильных двигателей, заправляемых водородом, в блокадном Ленинграде. Риск взрыва смеси водорода с воздухом исключался специальным водяным затвором, созданным Б.И.Щелищем. До изобретения Б.И.Щелища жители блокадного Лениграда использовали водород лишь для поднятия в небо аэростатов, защищавших город от авиационных налетов. В.Цукерман в статье «Автомобиль и водород» (журнал «Химия и жизнь», 1977, № 9) пишет об обстоятельствах, при которых молодой изобретатель впервые попробовал заправить двигатели водородом: «Привязные аэростаты воздушного заграждения поднимали и сажали с помощью лебедок, смонтированных на полуторатонных грузовиках. Автомобильные двигатели через простенький редуктор вращали эти лебедки. Однако бензин в блокадном Ленинграде был почти такой же ценностью, как хлеб. Пытались вращать лебедки вручную. Но обессиленные голодные ленинградцы даже вшестером не могли управиться с механизмами подъема и спуска. Именно в это время младший техник – лейтенант Ленинградской службы ПВО Б.И.Щелищ предложил дерзкую идею: пустить «отработанную» воздушно-водородную смесь из снизившихся аэростатов в автомобильные двигатели. «Я отлично представлял себе, - рассказывал Борис Исаакович, - рискованность такого опыта. В аэростатах был не чистый водород, а смесь, близкая по составу к гремучему газу. После неудачных попыток, во время которых сгорели два аэростата объемом по 350 м^3, нашел правильное решение. Между всасывающей трубой двигателя и аэростатом поместил водяной затвор. Теперь взрыв в аэростате не происходил даже тогда, когда смесь во всасывающей трубе искусственно воспламенялась с помощью дополнительной свечи» (В.Цукерман, 1977). Отметим, что кроме индукции, Б.Щелищ опирался также на аналогию с одним из эпизодов романа Жюля Верна «Остров сокровищ», где писатель устами своих героев говорит о воде и водороде как топливе будущего. А.Гусев и Ю.Дядюченко в статье «О водородном лейтенанте замолвите слово» (журнал «Изобретатель и рационализатор», № 3 (627) 2002) пишут: «Пытались использовать и ручной привод, но даже десять здоровых мужчин не могли справиться с механизмами подъема и спуска. А когда большую часть рядовых и сержантов из аэростатных частей направили в пехоту для усиления наземной обороны, на действующих постах вместо 12 человек по штату осталось всего 4-5 солдат. Вероятно, именно в это время младший техник, лейтенант ПВО Б.И.Щелищ вспомнил роман Жюля Верна «Таинственный остров» (это не выдумка, заметки об этом сохранились в архиве изобретателя). Там, в главе «Топливо будущего», говорится, что когда кончится уголь, его заменит вода. И не просто вода, а вода, разложенная на составные части – водород и кислород. Борис Исаакович любил Жюля Верна, а работа с аэростатами, тяжелое положение, в котором оказался любимый город, напомнили ему детские впечатления и заставили его изобретательный мозг работать» (А.Гусев и Ю.Дядюченко, 2002).

Индукция Уильяма Конгрева. Англичанин Уильям Конгрев (1799, 1807) пришел к выводу о целесообразности применения ракет во время военных действий, индуктивно исходя из фактов успешного применения ракет индийскими военными в 1799 году во время защиты города Серингапатам от нападения англичан. Я.Голованов в книге «Дорога на космодром» (1982) пишет: «Сын раджи-ракетчика Типу-Сагиб увеличил ракетный корпус до пяти тысяч стрелков, и когда в 1799 году англичане осадили город Серингапатам, со стен древней индийской крепости раздался ракетный залп. Следом еще и еще. Ряды наступавших смешались: ничего подобного они не ожидали. Колонизаторы отступили. В далекий Лондон помчались гонцы с неприятной вестью: у индусов есть невиданное и могучее оружие – новые ракеты. Более других этой новостью заинтересовался английский полковник Уильям Конгрев. Он родился в графстве Мидельсекс в 1772 году в семье генерала, окончил Королевскую академию и к моменту описываемых событий работал в Королевской лаборатории в Вулвиче, где и заинтересовался ракетами. В некоторых книгах ошибочно утверждается, что он был участником мейсорской кампании. На самом деле Конгрев никогда не был в Индии, но образцы ракет Типу-Сагиба у него, конечно, были, и он использовал их для совершенствования своих собственных конструкций» (Я.Голованов, 1982).



«Среди пионеров ракетной техники и космонавтики Герман Оберт занимает особое положение. Он входит в шестерку тех ученых и инженеров, в чьих работах впервые и наиболее полно были определены пути осуществления древнейшей мечты человечества – выхода человека в космическое пространство. Однако он единственный дожил до появления больших околоземных орбитальных станций и полетов людей на Луну».

Б.В.Раушенбах о Германе Оберте

Индукция Германа Оберта. Один из основателей космонавтики Герман Оберт пришел к заключению о том, что для возникновения реактивной силы никакие опоры не нужны, ввиду чего ракета способна работать в пустоте, индуктивно основываясь на следующих модельных опытах. Б.В.Раушенбах в книге «Герман Оберт» (1993) пишет: «Для решения вопроса о том, нужна ли в рассматриваемом случае «опора», будущим пионером космонавтики была поставлена серия опытов, доступных школьнику. Наиболее наглядным был такой. Герман подводил лодку к берегу, останавливал ее, а затем прыгал на берег. Лодка, естественно, начинала двигаться от берега. Важным было то, начнет ли она свое движение до того, как ноги Германа коснутся земли («опоры»)? Эти несложные эксперименты показали, что движение лодки возникает во время прыжка, а касание ногами «опоры» никакой роли не играет. Значит, для возникновения реактивной силы никакие опоры не нужны и ракета способна работать и в пустоте. Это было важным выводом, делающим ее наиболее естественным средством осуществления космических опытов: она позволяла разгонять космический корабль с приемлемыми для человеческого организма ускорениями и была способна работать в межпланетном пространстве» (Б.В.Раушенбах, 1993).

Индукция Германа Оберта. Герман Оберт склонился к заключению о целесообразности применения жидкого топлива в качестве источника энергии движущейся ракеты, индуктивно основываясь на том факте, что скорость истечения бензина и других топливных жидкостей в ракете выше скорости истечения продуктов дымного пороха. В.Лей в книге «Ракеты и полеты в космос» (1961) пишет: «Как мы уже говорили, скорость ракеты можно увеличить либо путем увеличения количества топлива, расходуемого за единицу времени, то есть путем увеличения массы топлива, участвующей в реакции, либо за счет увеличения скорости истечения продуктов горения. Известно, что даже самое обычное из жидких топлив – автомобильный бензин – дает скорость истечения в два раза большую, чем скорость истечения в ракете, работающей на дымном порохе. Этого факта оказалось достаточно для того, чтобы Оберт выбрал для ракеты жидкое топливо. Он оправдывал свой выбор еще и тем, что жидкие топлива с точки зрения хранения и обращения с ними имеют большие преимущества перед твердыми» (В.Лей, 1961).

Индукция Германа Оберта. Герман Оберт выдвинул гипотезу о возможности обеспечить в ракете такой процесс соединения жидкого кислорода с другим веществом, при котором не происходит взрывов, индуктивно исходя из экспериментов, проведенных под влиянием критики одного из специалистов по сжиженным газам. В.Лей в книге «Ракеты и полеты в космос» (1961) повествует: «Один из критиков Оберта утверждал, что ракету на жидком топливе никогда не удастся построить, так как невозможно соединять жидкий кислород и горючее, скажем, бензин, для обеспечения постоянного быстрого процесса сгорания; такая смесь должна была неминуемо взорваться. Это утверждение вызывало у Оберта тем более серьезные опасения, что оно исходило от человека, который имел многолетний опыт в производстве и обращении со сжиженными газами. Необходимо было проверить этот довод, и Оберт справедливо сделал эту проверку своим первым экспериментом. В открытый сосуд наливали жидкий воздух (жидкий кислород считался слишком опасным), а затем туда же впрыскивался тонкой струей бензин, который нужно было сразу же воспламенить. Возможно, что в первый раз произошла задержка в воспламенении, в результате чего последовал небольшой взрыв. Эксперимент был повторен, и стало ясно, что критики были неправы. Смесь жидкого воздуха с бензином действительно воспламенялась, или, точнее, ее вполне можно было заставить работать. В ходе эксперимента наблюдательный Оберт заметил новое, не замечавшееся раньше явление, которое можно было выгодно использовать: разогретые капли топлива разрывались на части и сгорали гораздо быстрее, чем предполагалось. Это означало, что в данном объеме и в течение данного периода времени можно сжечь гораздо большее количество топлива, чем считалось до этого» (В.Лей, 1961).

Индукция Николая Алексеевича Рынина. Известный русский теоретик космонавтики Н.А.Рынин (1930) получил первые данные о влиянии различных перегрузок на живой организм, индуктивно отталкиваясь от опытов, во время которых насекомых, лягушек, мышей, крыс, кроликов и других животных испытывали на центрифугах, делавших от 300 до 2800 оборотов в минуту. Я.Голованов в книге «Королев: факты и мифы» (1994) отмечает: «В 1930 году при Институте путей сообщения Рынин и его молодые друзья медики построили две центрифуги. Первая, маленькая, с радиусом 32 сантиметра, давала 2800 оборотов в минуту. На ней испытывали насекомых и лягушек. Вторая, побольше, с метровым радиусом, давала 300 оборотов – тут ставили опыты с мышками, крысами, кроликами, кошками, даже птиц крутили: чижей, голубей, ворону. Были получены интересные данные о влиянии величины и продолжительности воздействия перегрузок» (Голованов, 1994, с.152).

Индукция Михаила Клавдиевича Тихонравова. Российский конструктор ракет М.К.Тихонравов (1933) пришел к идее о создании ракеты на гибридном топливе с упрощенной конструкцией, без насосов и системы подачи компонентов топлива в камеру сгорания, индуктивно исходя из случайно полученной информации о существовании так называемого «твердого бензина» (обычного бензина в канифоли). Если жидкое топливо для ракеты требовало насосов и других систем подачи топлива в камеру сгорания, то «твердый бензин» снимал необходимость подобных систем. В 1933 году совершила полет первая в России ракета ГИРД-09 на гибридном топливе конструкции Тихонравова, которая за 18 секунд полета поднялась на высоту 400 метров. В том, что идея Тихонравова о создании твердотопливной ракеты представляла собой индукцию с фактором случая, не приходится сомневаться, читая следующий фрагмент книги Я.Голованова «Королев: факты и мифы» (1994): «В бригаде Тихонравова весной полным ходом идут испытания зажигательных пороховых зарядов и отдельных деталей ракеты 09. И здесь ему помог Его Величество Случай – замечательный соавтор многих научно-технических достижений. Центральный совет Осоавиахима попросил Королева послать в Баку грамотного инженера для чтения серии лекций о ракетной технике и межпланетных полетах. Поехал Николай Иванович Ефремов, старший инженер из бригады Тихонравова. В Баку он случайно познакомился с изобретателем Гурвичем. В одной из бесед с ним Ефремов сказал:

- Вот если бы можно было сделать бензин твердым! Ведь есть же сухой спирт…

- И бензин есть, - перебил Гурвич. – Не совсем твердый, но есть.

Трехлитровую банку желеобразной массы – подарок Гурвича, - завернутую в рубашку, чтобы не обнаружили проводники в вагоне, - Ефремов привез в Москву. Следом Гурвич послал целую бочку твердого бензина. В это время бригада Тихонравова работала над ракетой, обозначавшейся в документах индексом 07. (…) Ее двигатель проходил стендовые испытания, не раз прогорал, возились с ним долго, и конца этой возни не было видно. Бакинский твердый бензин, представляющий раствор обычного бензина в канифоли, натолкнул Тихонравова на идею создания новой ракеты, получившей название 09. Конструкция ее упрощалась тем, что не требовалось никаких насосов, никакой системы подачи компонентов в камеру сгорания. Жидкий кислород закипал в баке и вытеснялся в камеру сгорания давлением собственных паров. Твердый бензин помещался в самой камере сгорания и поджигался обычной авиасвечой» (Голованов, 1994, с.145).

Индукция Валентина Петровича Глушко. В.П.Глушко (1930-е годы) пришел к мысли о целесообразности использования четырех композиций, включавших оксид магния или оксид цинка, для защиты ракетного двигателя от перегрева и разрушения, индуктивно основываясь на результатах исследований, состоявших в сплошном переборе огромного количества огнеупорных материалов. Таким образом, перед нами обычная индукция, основанная на методе проб и ошибок. Г.М.Салахутдинов в книге «Развитие методов теплозащиты жидкостных ракетных двигателей» (1984) пишет: «Следует отметить, что В.П.Глушко был единственным исследователем, который в начале 30-х годов попытался самостоятельно разработать новые виды огнеупорных материалов. В 1930 г. он провел 165 опытов по изучению 45 различных композиций, состоявших из 12 основных и 6 связующих веществ. В результате он отобрал четыре композиции (MgO + обожженный тальк + растворимое натровое стекло; MgO + обожженный каолин + растворимое натровое стекло; ZrO2 + растворимое натровое стекло; ZrO2 + MgO + растворимое натровое стекло), обладавшие наилучшими характеристиками, и указал на целесообразное процентное содержание входящих в них веществ [16, с.167]» (Г.М.Салахутдинов, 1984). Решением проблемы защиты ракетного двигателя от перегрева оказалась идея австрийского исследователя Е.Зенгера (1936) осуществлять регенеративное проточное охлаждение стенок камеры. Г.М.Салахутдинов в той же книге указывает: «…Опыты наглядно показали, что все применявшиеся методы охлаждения неудовлетворительны и необходимо найти «динамические средства охлаждения» [226, с.149]. Неизвестно, какими путями шел бы поиск этих «средств», если бы в 1936 г. в октябрьском выпуске журнала Общества «Астронавтика» не появилась статья австрийского исследователя Е.Зенгера под названием «Ракетный мотор», в которой он изложил идею регенеративного проточного охлаждения стенок камеры [251, с.1]. Предложение Е.Зенгера было практически реализовано Дж.Уайльдом, создавшим первый в США ЖРД, имевший полностью (т.е. и камеры сгорания и сопла) регенеративное охлаждение спиртом» (Г.М.Салахутдинов, 1984). Применение метода проб и ошибок в процессе поиска способа защиты ракетного двигателя от перегрева не должно нас удивлять, ведь и сами немецкие баллистические ракеты ФАУ-1 и ФАУ-2, по аналогии с которыми в СССР создавались первые ракеты дальнего радиуса действия, были созданы тем же методом проб и ошибок. Г.М.Салахутдинов в книге «Блеск и нищета К.Э.Циолковского» (2000) отмечает: «Даже ракета ФАУ-2 была создана в условиях резкого отставания науки от потребностей практики методами проб и ошибок (см., например, [66])» (Г.М.Салахутдинов, 2000). Здесь [66] – только что цитированная книга Г.М.Салахутдинова «Развитие методов теплозащиты жидкостных ракетных двигателей» (Москва, «Наука», 1984).

> «Но чаще всего он не знал никакого различия между праздниками и буднями. Праздники даже раздражали его. Помните, как помешал ему Первомай 1953 года продолжить испытания ракеты Р-5? То же часто было и на Байконуре. Астрономически выверенный старт неудачной (как вскоре выяснилось) «Луны-4» требовал заправки ракеты 31 декабря 1962 года. Королев искренне не понимал и раздражался, когда ему говорили, что обидно работать в новогоднюю ночь».
>
> Я.Голованов

Индукция Сергея Королева. Основоположник отечественной космонавтики С.П.Королев (1951, 1955) сконструировал баллистическую одноступенчатую ракету Р-2, имевшую один несущий бак и предельную дальность полета 600 км, а также баллистическую одноступенчатую ракету Р-5, имевшую два несущих бака и дальность полета 1200 км, индуктивно основываясь на многочисленных опытных запусках ракет, многие из которых заканчивались неудачно. Таким образом, в своих исследованиях С.П.Королев базировался на методе проб и ошибок, что свидетельствует о том, что данный метод лежал в основе существенной части его индуктивных идей. Я.Голованов в книге «Королев: факты и мифы» (1994) повествует: «К моменту сдачи на вооружение ракеты Р-2 уже начаты работы над одноступенчатой ракетой Р-5 с дальностью 1200 километров. Она весит около 29 тонн, но стройнее, изящнее «двойки», нет стабилизаторов – оказывается, можно и без них обойтись. Уже первые испытания показали, что ракета «с характером». Довольно много потратили времени на поиски оптимальной системы управления. Немало пришлось повозиться с двигателем: взрывались на стенде. Не сразу поняли, почему и отчего рвутся сильфонные трубопроводы. Да разве можно перечислить все эти технические преодоления, нет им числа, и каждый день приносит свои проблемы, каждый месяц, каждый год. В начале 1953 года первая партия ракет Р-5 была готова и отправлена в Капустин Яр» (Голованов, 1994, с.409). «В картине жизни Королева, - продолжает Я.Голованов, - на передний план естественно выступает работа, под которой, в первую очередь, мы подразумеваем всевозможное изобретательство в самом широком смысле слова… и преодоление всевозможных технических препятствий: поломок, отказов, прогаров, замыканий, бесчисленных вариантов всего того, что должно сюда влезать, но не влезает, что должно герметически стягиваться, но не стягивается, что должно отходить и заклиниваться, но не отходит, а если отходит, не заклинивается, и так до бесконечности. Это все истинная правда, так оно и было, но это только полправды и даже, возможно, не самая трудная ее доля» (там же, с.420). «Королев, - аргументирует Я.Голованов, - не мог предвидеть всех неожиданных трудностей, не знал, где и когда они могут появиться. Тем более, он не мог знать всех способов их преодоления. Поэтому Королев был вынужден довольно часто применять верный, но долгий и дорогой метод проб и ошибок, который, в свою очередь, заставлял его работать поэтапно. Курчатов смело требовал деньги для работы, положительный результат которой был известен. Королев должен был при этом убеждать в возможности положительного результата. Королеву должно было быть труднее потому, что его работа была новаторской, пионерской, а значит, по самой своей природе содержала большую вероятность задержек, ошибок, тупиков. И не поэтому ли обстановка у Королева была более нервной, чем у Курчатова, а сам Королев – более резким и напряженным?» (там же, с.442).

Индукция Сергея Королева. Сергей Королев (1957) пришел к выводу о способности живых организмов существовать в условиях космической невесомости, индуктивно основываясь на результатах запуска на орбиту второго спутника Земли, в кабине которого находилась собака. Я.Голованов в книге «Дорога на космодром» (1982) пишет: «Утром 31 октября Лайку подготовили к посадке, а после обеда ее усадили в комическую кабину. Ночью контейнер с собакой установили на ракете и вывезли на старт. 3 ноября второй советский искусственный спутник Земли вышел на орбиту. В первые минуты полета частота дыхания и пульс Лайки повысился примерно в три раза, но биотоки сердца были в норме. Постепенно пришли в норму и все физиологические параметры. Организм адаптировался в невесомости – Лайка жила! Это был главный, очень важный результат: высокоорганизованное живое существо может жить в условиях орбитального космического полета. В декабре 1957-го, накануне Нового года, Королев писал: «Наступит и то время, когда космический корабль с людьми покинет Землю и направится в путешествие на далекие планеты, в далекие миры. Сегодня многое кажется лишь увлекательной фантазией, но на самом деле это не совсем так. Надежный мост с Земли в космос уже перекинут запуском советских искусственных спутников, и дорога к звездам открыта!» (Я.Голованов, 1982). Об этом же Я.Голованов пишет в книге «Королев: факты и мифы» (1994): «3 ноября второй спутник ушел в космос. Телеметрия сообщила, что перегрузки старта прижали собаку к лотку контейнера, но она не дергалась. Пульс и частота дыхания повысились в три раза, но электрокардиограммы не показывали никакой патологии в работе сердца. Потом все постепенно стало приходить в норму. В невесомости собака чувствовала себя нормально, медики отмечали «умеренную двигательную активность». Радостный Яздовский уже докладывал Государственной комиссии: «Жива! Победа!» А ведь и правда, это была замечательная победа! Собака не просто осталась жива, когда ее подняли в космос, но жила в космосе целую неделю! Она погибла от перегрева на седьмые сутки полета. А спутник кружил еще долго, 2370 раз облетел Землю, и только 14 апреля 1958 года, зацепившись, в конце концов, за атмосферу, сгорел, наградив жителей далекого острова Барбадос великолепным зрелищем яркой хвостатой кометы» (Голованов, 1994, с.535).

Индукция Сергея Королева. С.П.Королев (1960) сделал заключение о том, что оптимальным способом возвращения космического аппарата на Землю после полета за пределами земной атмосферы является его торможение с помощью парашюта, индуктивно исходя из многочисленных опытов, в которых с высоты 8 и более километров самолет сбрасывал на землю специальный шар. Этот шар, имитирующий космический аппарат, приземлялся за счет парашюта. В одном из опытов в шар помещались собаки, которые благополучно возвращались назад. Я.Голованов в книге «Королев: факты и мифы» (1994) говорит о Королеве и других инженерах, проводивших эти опыты: «С Антоновым они договорились о выделении военного – «пузатого» - варианта АН-12 для испытаний спускаемого аппарата. Антонов сам сделал все расчеты и дал добро на сброс «шарика» с высоты 10 тысяч метров. Однако, когда «шарик» был доставлен на маленький военный аэродром Сарышаган у озера Балхаш, оказалось, что все не так просто. АН-12 лететь на такой высоте было трудно, а тут еще в момент сброса «шарика» менялась центровка, самолет клевал носом и становился плохо управляемым. Поэтому первый сброс решили сделать с высоты 8 километров. Его засекали кинотеодолитами с земли и снимали кинокамерами с двух самолетов сопровождения. Уже на земле вовремя не отцепился парашют, а так все прошло удачно. Второй сброс сделали с 10500 метров. Не открылся люк, и поэтому не сработала катапульта кресла. (…) Третий сброс прошел благополучно. Стояли тридцатиградусные морозы. Все очень мерзли. Флеров, набравшись храбрости, позвонил Королеву и, доложив об испытаниях, попросил прислать спирта. Королев долго сопел в трубку, потом буркнул: «Хорошо, жди…» (Голованов, 1994, с.590). «Четвертый сброс, - продолжает Я.Голованов, - тоже прошел отлично. На радостях почали бидон. На пятом сбросе решили посадить в «шарик» собак. Все сработало хорошо, но «шарик» куда-то закатился в неоглядной степи, и его долго не могли найти. Когда нашли, бедные собачки выглядели измученными, но были целы. Только 10 апреля 1960 года экспедиция испытателей улетела с Балхаша. Выслушав доклад по итогам пяти сбросов, Королев остался доволен. Эти итоги были ему очень нужны: через месяц он планировал начать испытательные полеты беспилотных кораблей-спутников в космосе» (там же, с.590).

Индукция Льва Термена. Русский физик Лев Термен (1920) склонился к заключению о возможности воспроизводить различные мелодии с использованием электрического конденсатора и преобразователя с микрофоном, индуктивно основываясь на экспериментах по измерению диэлектрической постоянной газов при переменных давлении и температуре в лаборатории А.Ф.Иоффе. Это заключение Термена вскоре привело его к изобретению терменвокса – первого в мире электронного музыкального инструмента, а также к созданию системы охранной сигнализации. С.Баженова в очерке «Человек, который мог все» (журнал «Комок», 2003, декабрь) пишет о Термене: «После демобилизации в 1920 году его пригласил на работу в Физико-технический институт профессор Иоффе. Термен получает задание заняться радиоизмерением диэлектрической постоянной газов при переменных температуре и давлении. При испытаниях оказалось, что прибор издавал звук, высота и сила которого зависела от положения руки между обкладками конденсатора. Быть может, просто физик и не придал бы этому значения, а физик-выпускник консерватории попытался сложить из этих звуков мелодию. И получилось! (…) Так родился музыкальный инструмент терменвокс – голос Термена. И упрощенный вариант терменвокса – охранная сигнализация, построенный по тому же принципу: едва злоумышленник оказывался в электрическом поле, раздавался звуковой сигнал. Кстати, в наше время в дорогих машинах до сих пор устанавливается сигнализация, в основе которой лежит изобретение Термена» (С.Баженова, 2003). В идее о создании терменвокса содержится фактор случая, поскольку данное изобретение было побочным продуктом исследований, преследовавших совсем другую цель. Л.Термен изучал диэлектрическую постоянную газов при изменении давления и температуры, а нашел средство воспроизведения музыкальных произведений. Л.Термен сам отмечает роль случая в создании музыкального инструмента с катодными лампами. Д.Ю.Шерих в книге «Улица Марата и окрестности» (Москва, изд-во «Центрполиграф», 2012) цитирует Термена: «Все это получилось как-то косвенно. Из-за границы нам присылали устройства для узнавания направления станций, с большой индуктивностью. Я сделал сильный передатчик-приемник, и вдруг получилась слишком большая обратная связь, сильное звуковое взаимодействие. И оказалось, что когда изменяется емкость на расстоянии движущейся руки, происходит и изменение высоты звука. Я сразу попробовал на этом звуке сыграть рукой. Это и был момент изобретения» (цит. по: Д.Ю.Шерих, 2012).

Индукция Честера Карлсона. Изобретатель первого в мире ксерокса Честер Карлсон (1935) пришел к заключению о возможности ксерокопирования документов путем использования физического явления фотопроводимости, индуктивно основываясь на экспериментах венгерского ученого Поля Селени по изучению веществ, которые изменяют свои электрические свойства под действием света. С этими экспериментами Ч.Карлсон ознакомился в Нью-Йоркской публичной библиотеке, перелопатив горы литературы. Здесь мы наблюдаем индукцию, очень похожую на аналогию, поскольку находку Ч.Карлсона можно трактовать как перенос в область задачи копирования документов явления фотопроводимости, которое изучал указанный венгерский ученый. Ш.Куртишвили в статье «Крестный отец ксерокса» (журнал «Компания», № 55 от 1 марта 1999 г.) говорит о временах работы Карлсона в патентном бюро: «Изрядная часть рабочего времени Карлсона уходила на копирование чертежей и прочих патентных документов. Когда эта рутина патентоведу в самом расцвете сил смертельно надоела, Карлсон в один из осенних дней 1935 года отправился в Нью-Йоркскую публичную библиотеку, чтобы посмотреть, не придуман ли человечеством более быстрый способ копирования документов, чем мимеография (изобретенная Т.Эдисоном – Н.Н.Б.). В одном из научных журналов Карлсон обнаружил сообщение о том, что некий венгерский ученый пытался дублировать чертежи, используя порошок, заряженный статическим электричеством, и с тех пор потерял покой» (Ш.Куртишвили, 1999). О том, что именно эксперименты Поля Селени послужили подсказкой для Карлсона, отмечается во многих статьях. Так, А.Сологуб в статье «Карлсон придумал ксерокс с помощью тещи» (газета «Деловой Петербург», № 184 (1060) от 17 октября 2001 г.) констатирует: «Биографы говорят, что многочасовое переписывание бумаг доводило Карлсона, страдавшего, ко всему прочему, близорукостью, до бешенства. Не выдержав, в один из осенних дней 1934 (по другой версии - 1935) года он отправился в Нью-Йоркскую публичную библиотеку, чтобы посмотреть, не придумал ли кто-нибудь более легкий способ копирования. Прыткий исследователь выяснил, что венгерский ученый Поль Селени пытался дублировать чертежи с помощью порошка, заряженного статическим электричеством» (А.Сологуб, 2001).

Индукция Перси Спенсера. Изобретатель П.Спенсер (1945) пришел к идее о создании микроволновой печи, индуктивно отталкиваясь от случайного обнаружения того, как расплавился лежавший в его кармане шоколадный батончик, когда он проходил перед работавшим излучателем высокочастотных радиоволн. Л.Ашкинази в статье «Плюс-минус десять» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 9) констатирует: «Исследователь и изобретатель Перси Спенсер, получивший более 120 патентов на изобретения, случайно стал создателем микроволновой печи. В 1945 году он проводил исследования по улучшению качества радаров. В момент опыта Спенсер прошел перед работавшим излучателем и обнаружил, что шоколадный батончик в его кармане расплавился. После серии экспериментов была создана первая микроволновая печь, которая весила около 400 кг. Ее предполагалось использовать в ресторанах, самолетах и кораблях – там, где требовалось быстро рагогреть пищу» (Л.Ашкинази, 2005). Идея П.Спенсера о создании микроволновой печи представляла собой индукцию с фактором случая.

Индукция Уолтера Браттейна и Джона Бардина. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 1956 год У.Браттейн и Д.Бардин (1947) пришли к выводу о возможности создания эффективного твердотельного усилителя на кристалле германия, который получил название точечного транзистора, индуктивно исходя из случайного наблюдения эффекта влияния тока одного электрода на ток другого в полупроводниковом устройстве. Ю.Носов в статье «У начала века информатики» (журнал «CHIP NEWS», 2002, № 10) пишет о том, как У.Браттейн случайно заметил усиление входного сигнала в кристалле германия: «Однажды потерявший терпение Браттейн чуть ли не закоротил управляющий игольчатый электрод с другим (которым задавался ток через образец), да еще по недосмотру перепутал полярности приложенных потенциалов и вдруг… обнаружил существенное усиление входного сигнала. Бардин оценил «ошибку» почти мгновенно. Теперь они взяли более высокоомный кристалл германия, разместили на его поверхности близко друг от друга два острия и 16 декабря 1947 года продемонстрировали группе полупроводниковый усилитель, названный позже точечным транзистором» (Ю.Носов, 2002). Ю.Носов подчеркивает роль случайности в открытии У.Браттейна и Д.Бардина и в другой своей статье, которая называется «Парадоксы транзистора» (журнал «Квант», 2006, № 1): «…Время шло, а сколько-нибудь существенного результата не появлялось. Однажды Браттейн, издергавшийся от неудач, сдвинул иголки почти вплотную, мало того, случайно перепутал полярности прикладываемых к ним потенциалов и… увидел на экране осциллографа усиление сигнала. Теперь наступило время теоретика (Д.Бардина – Н.Н.Б.), он сработал почти мгновенно и безошибочно: эффекта поля как не было, так и нет, а усиление возникает совсем по иной причине. Во всех предыдущих оценках в расчет принимались только электроны – основные носители тока в германиевом кристалле, а «дырки», неосновные носители, которых было в миллион раз меньше, естественно игнорировались. А оказалось, что в них-то и «зарыта собака»: введение дырок через один электрод (этот процесс назвали инжекцией) вызывает неизмеримо больший ток в другом электроде – так в кристалле происходит усиление тока. (…) Случайность привела к достижению неизмеримо большему, чем плановая атака, - очередной парадокс» (Ю.Носов, 2006). Об этом же случайном наблюдении, сделанном Браттейном в результате экспериментальной ошибки, пишет Ольга Гуреева в статье «Транзисторная история» (журнал «Компоненты и технологии», 2006, № 9). «Однажды Браттейн, издерганный от неудач, - отмечает она, - сдвинул иголки почти вплотную, более того – случайно перепутал полярности прикладываемых к ним потенциалов. Ученый не поверил своим глазам. Он был поражен, но на экране осциллографа было явно видно усиление сигнала. Теоретик Бардин отреагировал молниеносно и безошибочно: эффекта поля никакого нет, и дело не в нем. Усиление сигнала возникает по другой причине» (О.Гуреева, 2006). Таким образом, вывод У.Браттейна о возможности создания эффективного твердотельного усилителя базировался на открытии транзисторного эффекта. Ввиду того, что У.Браттейн обнаружил этот эффект в результате совершенной ошибки (перепутал полярности потенциалов, полярности напряжений питания), открытие было случайным. Это свидетельствует о том, что здесь была реализована индукция с фактором случая.

Глава 12

Индуктивные открытия в области астрономии

Индукция Гиппарха. Знаменитый астроном древности Гиппарх пришел к выводу о прецессии звезд, объясняющей явление предварения равноденствий, индуктивно отправляясь от результатов сравнения координат звезд, представленных в каталогах Аристилла и Тимохариса, и тех же координат звезд, которые он измерил сам. При этом Гиппарх обнаружил несовпадение этих координат для многих звезд. А.И.Еремеева в книге «Астрономическая картина мира и ее творцы» (1984) отмечает: «Сравнивая свои результаты с измерениями координат звезд, проделанными за полтора века до него в Александрии Аристиллом и Тимохарисом, он обнаружил, что все звезды его каталога как бы сместились по долготе, т.е. вдоль эклиптики, к востоку от начала отсчета долгот…» (Еремеева, 1984, с.26). Об этом же А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин пишут в книге «История астрономии» (1989): «Сравнение результатов наблюдений разных эпох (что стало в дальнейшем характерным для астрономии) привело Гиппарха к его наиболее знаменитому результату – открытию прецессии. То, что Солнце возвращается к одному и тому же положению среди звезд за период, больший, чем возвращение его к одному и тому же равноденствию, заметили уже вавилонские астрономы. Но при своем чисто феноменологическом подходе к наблюдению неба они не пытались это объяснить» (Еремеева, Цицин, 1989, с.90).

Индукция Гиппарха. Гиппарх высказал догадку о том, что изменения могут происходить и в мире звезд, индуктивно отталкиваясь от того, что ему удалось обнаружить в созвездии Скорпиона новую яркую звезду, которой не было раньше в этой области неба. А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин в книге «История астрономии» (1989) констатируют: «И еще одну принципиально новую черту звездной Вселенной открыл Гиппарх. Появившаяся в 134 г. до нашей эры в созвездии Скорпиона новая яркая звезда (которую китайцы лишь старательно зафиксировали) навела его на мысль, что изменения могут происходить и в сфере звезд! Чтобы легче замечать такие изменения, он составил каталог положений на небе около 850 звезд и впервые разбил все видимые звезды на шесть классов по их блеску, назвав самые яркие звездами первой величины…» (Еремеева, Цицин, 1989, с.91).

«Я знаю, что я смертен и создан ненадолго. Но когда я изучаю орбиты звезд, я не касаюсь стопами земли, а, восседая за столом самого Зевса, вкушаю небесную амброзию».

Клавдий Птолемей

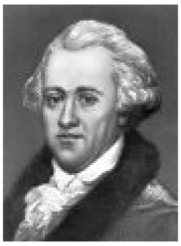
Индукция Клавдия Птолемея. Великий астроном Клавдий Птолемей сформулировал идею экванта, согласно которой объект, вокруг которого движется Марс, находится не в центре его круговой орбиты, а на некотором расстоянии от этого центра, индуктивно исходя из того, что движение Марса по орбите ускоряется в перигее и замедляется в апогее. А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин в книге «История астрономии» (1989) отмечают: «В действительности, как показали недавние исследования, эквант был введен Птолемеем под жестким давлением фактов, чтобы согласовать теорию с движением наиболее «строптивой» планеты Марса. Главной задачей Птолемея было описать для каждой планеты набор дуг ее наиболее загадочных, попятных движений… в течение периода обращения планеты. И только у Марса величины этих дуг существенно (в два раза!) различались близ апогея и перигея деферента и явно не вписывались в обычную эпициклическую модель. Введение экванта разрешило проблему: отразило эти различия, дополнительно ускорив видимое движение планеты в перигее и замедлив его в апогее» (Еремеева, Цицин, 1989, с.97). «Таким образом, - аргументируют А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин, - Марс (о который в свое время «споткнулся» еще Евдокс и который «подтолкнул» на новые идеи Аристарха) сыграл решающую роль и для Птолемея (как это, спустя полторы тысячи лет, произошло и с Кеплером). По существу, эквант позволил весьма точно отразить некруговое эллиптическое (т.е. истинное!) кеплерово движение (его второй закон), хотя и в геоцентрической, так сказать, перевернутой интерпретации. Введение экванта свидетельствовало о величайшей изобретательности человеческого ума…» (там же, с.97).

Индукция Эдмунда Галлея. Выдающийся астроном Эдмунд Галлей (1718) сделал вывод о существовании реальных перемещений так называемых «неподвижных» звезд, индуктивно исходя из результатов сравнения координат звезд в современном ему каталоге с таблицами положений звезд на небе Аристила, Тимохариса, Гиппарха и Птолемея. В ходе этого сравнения Галлей обнаружил, что звезды смещаются не только по долготе, но и по широте. Особенно большое смещение было характерно для трех звезд: Альдебарана, Сириуса и Арктура, широты которых претерпели изменение в десятки угловых минут. А.И.Еремеева в книге «Астрономическая картина мира и ее творцы» (1984) отмечает: «Чтобы уточнить постоянную прецессии, Галлей сравнил координаты звезд в современном ему каталоге с измерениями Гиппарха и еще более ранними – Аристилла и Тимохариса (3-й век до нашей эры), приведенными в «Альмагесте» Птолемея. Помимо ожидаемых смещений всех звезд по долготе за счет прецессии, он отметил также известные уже в его время систематические смещения звезд по широте за счет изменения наклона экватора к эклиптике. «Однако три звезды: Палилисиум, или глаз Тельца, Сириус и Арктур, - писал он в статье 1718 г., - прямо противоречили этому правилу». Широты названных звезд изменились «против правила» на десятки угловых минут! Сравнив для контроля положения тех же звезд, измеренные европейцами в 14 и 16 веках, Галлей сделал окончательный вывод о существовании реальных перемещений так называемых «неподвижных звезд» (Еремеева, 1984, с.90). Примечательно, что задолго до Э.Галлея собственное движение звезд открывал китайский астроном И.Синь. А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин в книге «История астрономии» (1989) указывают: «Знаменитый китайский астроном И.Синь (683-727) за тысячу лет (!) до Галлея открыл собственное движение звезд, сравнив свои измерения положений звезд в Стрельце с измерениями в прежние века» (Еремеева, Цицин, 1989, с.117).

Индукция Эдмунда Галлея. Э.Галлей (1693) выдвинул гипотезу о вековом ускорении Луны, индуктивно основываясь на результатах сопоставления современных наблюдений с наблюдениями древних, фиксировавших момент наступления лунного затмения. В.И.Арнольд в книге «Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук» (1989) указывает: «Уже в 1693 году Галлей заметил, что при сравнении наблюдений затмений по арабским и античным источникам с современными период обращения Луны, а, следовательно, и ее орбита оказались уменьшающимися («вековое ускорение» составляло 10″ в столетие)» (Арнольд, 1989, с.56). С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (2006) пишет об открытии Галлеем векового ускорения Луны: «Однако оставалась еще одна «мелочь», замеченная все тем же Галлеем в 1693 году. Анализируя «Альмагест» Птолемея и средневековые сведения о затмениях, он достоверно показал, что движение Луны ускоряется» (Гиндикин, 2006, с.318). Так же индуктивно Э.Галлей открыл ускорение движения Юпитера и замедление движения Сатурна. Относительно больших неравенств в движении Сатурна и Юпитера С.Г.Гиндикин замечает: «это так называемые «большие неравенства», открытые в 1676 году Галлеем из сопоставления современных наблюдений с наблюдениями древних. Оказалось, что движение Юпитера медленно, но систематически ускоряется, а Сатурна - замедляется» (Гиндикин, 2006, с.316-317).

Индукция Эдмунда Галлея. Э.Галлей (1705) предсказал возвращение кометы, которая впоследствии была названа его именем, индуктивно исходя из сходства (аналогии) орбит комет 1456, 1531, 1607 и 1682 годов. Э.Галлей совершенно справедливо решил, что это один и тот же небесный объект. В.И.Арнольд в книге «Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук» (1989) отмечает: «Первым триумфом теории тяготения было предсказание возвращения кометы Галлея. Галлей не открыл справедливо названную его именем комету, а подметил сходство орбит комет 1456, 1531, 1607 и 1682 годов и отважился предсказать возвращение кометы через 76 лет, т.е. на 1758 год» (Арнольд, 1989, с.54). Реконструкцию В.И.Арнольда уточняют Б.Ю.Левин и А.Н.Симоненко в книге «Комета Галлея» (1984), в которой они пишут о Галлее следующее: «В разных публикациях и рукописных источниках он разыскал обстоятельства наблюдений комет, появлявшихся после 1337 г., и к 1705 г. закончил вычисления орбит двух десятков комет. Среди орбит, вычисленных Галлеем, две оказались удивительно похожими – для комет 1607 и 1682 гг. Вряд ли это могло быть случайностью. Кометы появились через 75 лет одна после другой. Если это была одна и та же комета, то она могла бы наблюдаться и за 75 лет до 1607 г. И в самом деле, оказалось, что по такой же орбите двигалась комета 1531 г. Это давало право Галлею предсказать новое появление кометы» (Б.Ю.Левин, А.Н.Симоненко, 1984).

Индукция Джеймса Брадлея (Брэдли). Д.Брадлей (1728) пришел к мысли о существовании аберрации света, идущего от далеких звезд, то есть о том, что звезды в течение года описывают на небе эллипсы, индуктивно исходя из обнаружения этой аберрации у звезды под названием «гамма Дракона». То, что звезды на протяжении года описывают в небе эллипсы, являлось первым серьезным доказательством движения Земли по эллиптической орбите вокруг Солнца. Отметим, что изначально Брадлей намеревался обнаружить параллакс (собственное движение) звезд, однако вместо этого открыл совершенно другое явление – аберрацию. Дмитрий Вибе в статье «Лестница в бесконечность» (журнал «Вокруг света», № 1 (2808), январь 2008 г.) пишет: «Следующее наступление на параллакс предпринял в 1726 году англичанин Джеймс Брэдли, будущий директор Гринвичской обсерватории. Поначалу казалось, что ему улыбнулась удача: выбранная для наблюдений звезда гамма Дракона действительно в течение года колебалась вокруг своего среднего положения с размахом 20 секунд дуги. Однако направление этого смещения отличалось от ожидаемого для параллаксов, и Брэдли вскоре нашел правильное объяснение: скорость движения Земли по орбите складывается со скоростью света, идущего от звезды, и меняет его видимое направление. Точно так же капли дождя оставляют наклонные дорожки на стеклах автобуса. Это явление, получившее название годичной аберрации, стало первым прямым доказательством движения Земли вокруг Солнца, но не имело никакого отношения к параллаксам» (Д.Вебе, 2008). Константин Иванов в статье «История неба» (журнал «Логос», 2003, № 3) говорит: «Помимо собственного движения, точные телескопические наблюдения обнаружили еще и особую флуктуацию, дрожание «неподвижных» звезд. В 1725 г. Джеймс Брадлей открыл и, спустя некоторое время, сумел объяснить явление годичной аберрации – результат сочетания скорости орбитального движения Земли со скоростью света. Из-за этого эффекта изображения звезд в течение года описывают эллипсы, отклоняясь от своего истинного положения более чем на 20 секунд дуги. Кроме того, на видимое положение звезд оказывают влияние колебания земной оси» (К.Иванов, 2003).

	«Гершель сразу поставил перед собой грандиозную задачу. Он решил проникнуть в тайны строения Вселенной за пределами Солнечной системы. Регулярные поэтапные обзоры звездного неба, каждый из которых продолжался несколько лет, привели к невиданным результатам. Впервые за всю известную историю человечества была открыта новая планета. Впоследствии ее назвали Ураном». Т.Д.Пономарева о Вильяме Гершеле

Индукция Вильяма Гершеля. Известный астроном Вильям Гершель (1781) склонился к заключению о том, что ему удалось открыть новый небесный объект, который он первоначально отождествил с кометой, индуктивно отправляясь от неполной информации о данном объекте, которая, с точки зрения В.Гершеля, свидетельствовала о том, что он видит в телескоп новую комету. В действительности великий астроном открыл новую планету Солнечной системы, названную впоследствии Ураном. Нужно сказать, что гипотеза В.Гершеля об обнаружении нового небесного тела явилась итогом его длительных исследований неба, которое он проводил с 1775 года. Осуществляя сплошной обзор неба, В.Гершель разработал так называемый «метод черпков», который представляет собой метод сплошного перебора различных областей неба с фиксацией обнаруженных объектов и их координат. Кроме того, догадка В.Гершеля основывалась на факторе случая, поскольку Уран был открыт случайно. Б.И.Силкин в книге «В мире множества лун» (1982) пишет об этой случайности: «Гершель был озадачен «неисчерпаемостью» Вселенной, невозможностью познать ее бесчисленные звезды. Поэтому он разработал такой подход к делу, который сам назвал «методом черпков». «Зачеркивая» в разных уголках бездонного неба хранящиеся там тайны мироздания и статистически осредняя полученные результаты, астроном пытается создать общую картину Вселенной. Уран был открыт случайно, когда он ненароком был «зачерпнут» Гершелем. Совсем другое дело – следующая планета на нашем воображаемом пути от Солнца - Нептун» (Силкин, 1982, с.9).

Индукция Джузеппе Пьяцци. Итальянский астроном Д.Пьяцци (1801) пришел к выводу о существовании в Солнечной системе нового небесного тела, позже названного Церерой, индуктивно исходя из результатов обследования ночного неба. В ходе этого обследования Д.Пьяцци обнаружил быстро перемещающийся на фоне звезд точечный объект. Следует отметить, что итальянский астроном сделал свое открытие случайно. Стас Короткий и Александра Борисова в статье «Солнечная система. Проблема 2012 года отменяется» (журнал «Небосвод», 2010, № 3) пишут: «Следующее событие, расширившее представление о возможных типах объектов в Солнечной системе, произошло в первую ночь XIX века. 1 января 1801 года Джузеппе Пьяцци случайно обнаружил быстро перемещающийся на фоне звезд точечный объект. Это была Церера (диаметр около 1000 км) – первый и самый крупный обнаруженный астероид (в 2006 году отнесена к карликовым планетам). До этого были гипотезы, построенные на основе правила Тициуса-Боде (эмпирическая формула, приблизительно описывающая расстояния между планетами Солнечной системы и Солнцем), что между орбитой Марса и Юпитера должна быть неизвестная планета, условно названная «Фаэтон» (Короткий, Борисова, 2010, с.19). Об этом же факторе случая пишет И.А.Климишин в книге «Астрономия наших дней» (1986): «В ночь на 1 января 1801 г. сицилийский астроном Джузеппе Пиацци (1746-1826) случайно обнаружил звездный объект, координаты которого заметно менялись от ночи к ночи. Расчеты показали, что этот объект движется по эллиптической орбите, большая полуось которой r=2,77. Эта первая из малых планет была названа Церерой по имени античной богини плодородия, считавшейся покровительницей Сицилии» (Климишин, 1986, с.337).

Индукция Генриха Луи де Арреста. Ассистент известного астронома Иоганна Галле Генрих Луи де Аррест пришел к заключению о существовании планеты Нептун, теоретически предсказанной Леверье и Адамсом, индуктивно базируясь на результатах перебора различных звезд на звездной карте. Несмотря на имевшиеся основания предполагать наличие планеты Нептун в определенной области пространства, фактор случая в открытии планеты все-таки сыграл определенную роль. Е.А.Гребенников и Ю.А.Рябов в книге «Поиски и открытия планет» (Москва, «Наука», 1984) повествуют об обстоятельствах обнаружения планеты Нептун: «И возникает вопрос, чья же роль оказалась более важной в непосредственном обнаружении новой планеты: Галле или д′ Арреста? Всюду в литературе пишется и официально считается, что планету открыл Галле и имя д′ Арреста вовсе не упоминается. Даже сам Галле в письме к Леверье ничего не говорит об д′ Арресте, хотя ясно указывает, что именно звездная карта помогла обнаружить планету. Это – одна из несправедливостей признанной истории науки. Непосредственное открытие планеты принадлежит, во всяком случае, и Галле и д′ Арресту. Наконец, роль случайности. Конечно, Галле и д′ Арресту повезло. Перебирая одну звезду за другой, они очень быстро наткнулись на искомую планету» (Гребенников, Рябов, 1984, с.135).

Индукция Генриха Швабе и Рудольфа Вольфа. Г.Швабе (1843) высказал мысль о существовании 10-летнего цикла образования пятен на Солнце, а Р.Вольф (1852) уточнил результат Швабе, сообщив, что цикл является 11-летним, индуктивно исходя из следующих наблюдений. В.Г.Горбацкий в учебном пособии «Лекции по истории астрономии» (2002) пишет: «Систематическое наблюдение одних из наиболее известных образований – солнечных пятен – было начато в 1826 г. Г.С.Швабе (Германия) и продолжалось до 1843 г. При этом была отмечена закономерность в появлении пятен – годы, когда их много, сменяются приблизительно через десять лет периодами, в которых их появляется мало. В 1852 г. Рудольф Вольф, анализируя большой объем наблюдательных данных о пятнах, нашел, что периодичность пятнообразовательной деятельности составляет 11 ½ лет» (Горбацкий, 2002, с.135). В.Карташов в статье «Хобби аптекаря Швабе» (газета «Фармацевтический вестник», № 4 (493) от 5 февраля 2008 г.) повествует об исследованиях Швабе: «С 1826 г. Швабе начал систематически наблюдать и регистрировать солнечные пятна, надеясь найти малую планету внутри орбиты Меркурия. Он хотел уловить предполагавшуюся «интрамеркуриальную» планету в один из тех моментов, когда она, пролетая между Землей и Солнцем, проектировалась в виде черного пятнышка на солнечном диске. Швабе верил в существование такой планеты и считал, что рано или поздно она появится. Поглощенный своей идеей, он прилагал все усилия, чтобы точнейшим образом зарегистрировать мельчайшие пятна на Солнце, и записывал все, что относилось к их появлению. В течение многих лет неутомимый наблюдатель не пропускал ни одного дня, насколько это позволяли ему погода и здоровье, чтобы не занести в свой журнал, видны ли пятна на Солнце и сколько их. Накопленный материал оказался весьма ценным. При сравнении своих записей за многие годы Швабе открыл в 1843 г., что число солнечных пятен периодически изменялось. (…) В 1828 г. Швабе насчитал на Солнце в целом 225 пятен, в 1833-м – всего 33, в 1837-м – 333, а в 1843-м – лишь 34 пятна. То есть минимумы и максимумы повторялись примерно через 10 лет» (В.Карташов, 2008). Отметим, что мысль Швабе о 10-летнем цикле солнечной активности была индукцией с фактором случая, поскольку его целью было открытие планеты внутри орбиты Меркурия, а обнаружение солнечного цикла оказалось побочным продуктом его поисков. В.Карташов отмечает: «Свою судьбу Швабе впоследствии сравнивал с судьбой библейского Саула, который пошел искать потерявшихся ослиц своего отца, а нашел царскую корону» (В.Карташов, 2008).

Индукция Василия Яковлевича Струве. Выдающийся астроном Василий Яковлевич Струве (1837) сформулировал идею о существовании параллакса у звезд, индуктивно отталкиваясь от измеренного им параллакса Веги, найденного по 17 наблюдениям. А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин в книге «История астрономии» (1989) отмечают: «В 1835 г. Струве вернулся к проблеме параллаксов, возлагая надежды на прекрасные оптические и механические качества только что установленного в Дерпте нового 9-дюймового рефрактора Фраунгофера. И он не ошибся. В феврале 1837 г. Струве опубликовал измеренный им уже уверенно параллакс Веги (α Лиры), найденный по 17 наблюдениям и оказавшийся весьма малой величиной…» (Еремеева, Цицин, 1989, с.219). «В октябре 1838 г., - продолжают авторы, - второй в истории астрономии полученный на основе надежных измерений параллакс звезды (61 Лебедя) опубликовал выдающийся немецкий астроном Ф.В.Бессель, работавший в Кенигсберге и, по его словам, вдохновленный успехом Струве» (там же, с.219).

Индукция Вильяма Парсонса. Вильям Парсонс, иначе называемый лордом Россом (1845), выдвинул гипотезу о спиральном строении космических туманностей (галактик), индуктивно основываясь на обнаружении спиральной структуры у туманности М51. А.И.Еремеева и Ф.А.Цицин в книге «История астрономии» (1989) констатируют: «Однако наиболее впечатляющим событием в мире туманностей стало в 19 веке открытие совершенно неожиданной черты в их строении: спиральной структуры. Она была открыта Парсонсом сразу же, при испытании нового рефлектора (6-футового, эта характеристика впервые стала применяться к диаметру зеркала, а не к длине трубы) весной 1845 г. сначала у М51 (которую долгое время потом называли «Водоворотом Росса»), следующей весной у М99, а к 1850 г. еще у 12 других и у многих была заподозрена. Показавшееся сначала фантастическим, открытие Парсонса было подтверждено другими астрономами…» (Еремеева, Цицин, 1989, с.221). Ч.Уитни в книге «Открытие нашей Галактики» (1975) пишет об исследованиях Парсонса, проведенных после «тяжелых дней» - голода в Ирландии из-за неурожая картофеля: «Он вернулся к телескопу только через три года, в 1848 г., когда «тяжелые дни» миновали. Вновь исследовав объект М51, он убедился, что у этой и у некоторых других туманностей можно заметить спиральное строение. Он тщательно измерил и зарисовал обнаруженные спирали в надежде, что с течением времени удастся заметить их вращение. Однако обнаружить это движение ему не удалось» (Уитни, 1975, с.135).

Индукция Вильяма Хеггинса (Хаггинса). Вильям Хеггинс (1863) пришел к выводу о том, что далекие космические туманности являются галактиками, включающими в себя огромное количество звезд, индуктивно исходя из своих наблюдений, в ходе которых он получил спектральную картину туманности Андромеды. Ч.Уитни в книге «Открытие нашей Галактики» (1975) пишет: «…Хеггинс понял, что он открыл способ, позволяющий разрешить загадку туманностей. Если они состоят из звезд, то в их спектрах, как и в спектре Солнца, должен быть полный набор цветов: если же это газовые образования, то все ограничивается только отдельными изолированными линиями, как у пламени. «Несколько дней спустя я навел телескоп на Большую туманность Андромеды. Ее свет разложился в полный спектр». Хеггинс пришел к заключению, что эта туманность должна состоять из огромного множества слабых звезд. Исследовав шестьдесят других туманностей и скоплений, он обнаружил, что примерно треть их дает спектр, состоящий из отдельных ярких линий, подобно первой его планетарной туманности. Итак, некоторые туманности состояли из газа, а другие слагались из звезд. Спектроскоп мог различить то, что было не под силу обыкновенному телескопу» (Уитни, 1975, с.143). Об этом же пишет А.Паннекук в книге «История астрономии» (1966): «Хеггинс изучил спектры многих ярких звезд, занимался темными линиями поглощения в спектрах и в 1863 г. смог установить, что в звездах обнаруживаются те же самые элементы (водород, натрий, кальций, магний и железо), что на Земле и на Солнце. Этим было определенно доказано ранее только предполагавшееся единство материального состава всей Вселенной» (Паннекук, 1966, с.504). Наконец, аналогичную точку зрения высказывает Д.Джинс. В статье «Современное развитие космической физики» (УФН, 1927, январь) он пишет: «Если исключить ненаучные домыслы, то можно сказать, что астрофизика родилась в 1863 г., когда Хеггинс соединил спектроскоп с телескопом и нашел, что некоторые линии звездных спектров совпадают с линиями, которые в земных лабораториях испускаются известными химическими элементами» (Д.Джинс, УФН, 1927).

Индукция Дейвида Гилла. Дейвид Гилл (1882) высказал идею о возможности применения фотографии в астрономии, индуктивно основываясь на получении качественного фотографического изображения яркой кометы на южном небе, за которой он наблюдал, находясь на мысе Доброй Надежды. О.Струве и В.Зебергс в книге «Астрономия XX века» (1968) отмечают: «Осенью 1882 г. через несколько лет после того, как стали использоваться относительно чувствительные сухие пластинки, английский астроном Гилл на мысе Доброй Надежды сфотографировал яркую комету на южном небе. Он использовал камеру, взятую взаймы у местного фотографа. На снимках Гилла комета вышла хорошо, но большое количество звезд, получившихся на пластинках, было еще более впечатляющим. В это же время в Париже Поль и Проспер Анри были заняты составлением звездных карт областей неба, прилегающих к эклиптике. Они были обескуражены необъятным числом звезд в области Млечного Пути, пока успехи Гилла не навели их на мысль использовать фотографический метод для составления звездных карт. Можно считать, что активное использование звездной фотографии началось именно в это время» (О.Струве и В.Зебергс, 1968, с.47).

«Будущий великий математик провалился на экзамене по рисованию и черчению. Однако в связи с очевидными выдающимися способностями экзаменующегося он в дальнейшем от этих предметов освобождается. Этот случай, рассказанный другом и соучеником Пуанкаре, механиком Полем Аппелем (1855-1930), отмечает в своей статье академик П.С.Александров, противопоставляя его совсем не так счастливо окончившимся аналогичным историям в советской высшей школе».

И.В.Андрианов, Р.Г.Баранцев, Л.И.Маневич о Пуанкаре

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре (1886) пришел к мысли о применении метода последовательных приближений для решения различных задач в небесной механике, индуктивно исходя из частных случаев использования данного метода шведским ученым А.Линдстедтом. Используя метод последовательных приближений, А.Линдстедт налагал на него определенные ограничения. А.Пуанкаре обнаружил, что этот метод эффективно работает и без введенных ограничений. В.А.Бронштэн в книге «Как движется Луна?» (1990)

повествует: «Шведский математик и астроном Андерс Линдстедт, о котором мы уже писали, основываясь на идеях Гюльдена и работах Ньюкома, развил в 1882 году метод последовательных приближений, приводящий к полностью периодическим решениям. При этом все вековые члены исключались. Спустя год Линдстедт показал, что его метод может быть успешно применен к задаче трех тел. Однако он ввел формальные ограничения на применимость своего метода. В 1886 году французский астроном и математик Анри Пуанкаре доказал, что метод Линдстедта применим и без введенных им ограничений. Затем он обобщил метод Линдстедта, применил его к задаче трех тел и представил его в таком виде, что, по выражению современного бразильского теоретика Жоржио Джакальи, этот метод стал едва узнаваем. Пуанкаре указал также возможность применения этого метода к изучению вековых и долгопериодических возмущений в теории движения планет» (В.А.Бронштэн, 1990). Одна из задач небесной механики, которая решалась А.Пуанкаре при помощи метода последовательных приближений, - это задача Чебышева (задача о нахождении фигур равновесия вращающихся жидких масс, отличных от тех фигур, которые найдены Маклореном и Якоби). Решение этой задачи А.Пуанкаре изложил в мемуаре «О равновесии вращающейся жидкости» (1886). Этот мемуар принес ему в 1890 году почетную золотую медаль Лондонского королевского общества. В.А.Стеклов в речи «Александр Михайлович Ляпунов», содержащейся в книге А.М.Ляпунова «Работы по теории потенциала» (Ленинград-Москва, 1949) пишет о данном мемуаре А.Пуанкаре: «Что же сделал Пуанкаре в этот мемуаре? Он применил к несколько иначе сформулированной задаче Чебышева метод последовательных приближений, составил уравнения, характеризующие первое приближение, и из анализа формул этого первого приближения извлек все свои выводы, так поразившие ученый мир Европы» (Стеклов, 1949, с.25). Отметим, что сам метод последовательных приближений имеет эмпирическое (индуктивное) происхождение, о чем можно догадаться при чтении книги Н.Я.Виленкина «Метод последовательных приближений» (1968). «Большая часть способов приближенного решения уравнений, - пишет Н.Я.Виленкин, - основана на идее последовательных приближений. Эта идея применяется не только при решении уравнений, но и для решения ряда практических задач. Пользуются методом последовательных приближений артиллеристы. Если они хотят поразить какую-нибудь цель, то устанавливают соответствующим образом угломер и прицел орудия и производят выстрел. В случае промаха на основании наблюдения точки разрыва снаряда вносятся поправки в установку угломера и прицела, и производится следующий выстрел. После нескольких приближений угломер и прицел устанавливаются так, что цель оказывается пораженной. Иногда последовательные приближения нужны и для определения точки прицела» (Виленкин, 1968, с.10-11).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре открыл новые (неэллипсоидальные) фигуры равновесия вращающихся жидких масс благодаря тому, что индуктивно распространил на более общую ситуацию принцип устойчивости Лагранжа, согласно которому устойчивое равновесие характеризуется наименьшей величиной потенциальной энергии. А.Тяпкин и А.Шибанов в книге «Пуанкаре» (1982) пишут о том, как принцип Лагранжа использовался в работах предшественников А.Пуанкаре: «Все оценки устойчивости механических систем опирались на принцип Лагранжа, согласно которому устойчивое равновесие характеризуется наименьшей величиной потенциальной энергии. Отклоненный от вертикального положения маятник потому так упорно к нему возвращается, что среди всех его возможных положений оно наинизшее, и потенциальная энергия в нем принимает наименьшее значение. Но не так просто было применить этот критерий к жидкому вращающемуся телу» (А.Тяпкин, А.Шибанов, 1982). Далее указанные авторы говорят о том, как Пуанкаре обобщил принцип Лагранжа: «Не всегда решение научной проблемы, долгое время не поддававшейся усилиям исследователей, связано с рождением новых методов. Долгожданный эффект приносит порой переосмысление старых, испытанных средств. Такой подход к решению проблемы устойчивости фигур равновесия продемонстрировал Пуанкаре, обобщив принцип Лагранжа на новые, не входившие ранее в круг его рассмотрения ситуации. В качестве критерия устойчивости он принял не потенциальную энергию, а некоторую ее модификацию, как бы дополненную потенциальную энергию, учитывающую влияние гироскопических сил» (А.Тяпкин, А.Шибанов, 1982). Необходимо подчеркнуть, что до А.Пуанкаре принцип Лагранжа обобщался Вильямом Томсоном (лордом Кельвином) и Питером Тэтом. Именно этот обобщенный принцип Лагранжа использовался А.М.Ляпуновым, который независимо от А.Пуанкаре открыл новые фигуры равновесия вращающихся жидких масс. В.Томсон и П.Тэт изложили принцип Лагранжа в обобщенной форме в своем знаменитом «Трактате по натуральной философии» (1883). Как только А.М.Ляпунов ознакомился с этим трактатом, он воспользовался содержащимися в нем идеями для решения проблемы фигур равовесия жидкости. В.А.Стеклов в речи «Александр Михайлович Ляпунов», содержащейся в книге А.М.Ляпунова «Работы по теории потенциала» (Ленинград-Москва, 1949), говорит о том, как «Трактат по натуральной философии» (1883) В.Томсона и П.Тэта повлиял на исследования А.М.Ляпунова: «...Принцип, ими высказанный без доказательства, как представляющий собою обобщение начала Лагранжа, которым пользовался А.М.Ляпунов, остановил на себе его внимание. Александр Михайлович сейчас же принялся за переделку первой главы сочинения (своей магистерской диссертации «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости» - Н.Н.Б.). При помощи особого приема, отличного от обычных методов вариационного исчисления, он распространил уже имевшееся у него доказательство начала Лагранжа на более общий принцип Томсона и Тэта, которому и дал теперь название «Основной теоремы». При помощи этой теоремы он затем исследовал устойчивость сферы, эллипсоидов вращения и, наконец, трехосных эллипсоидов равновесия» (Стеклов, 1949, с.13). Отметим, что речь В.А.Стеклова «Александр Михайлович Ляпунов» опубликована также в журнале «Нелинейная динамика» (2007, том 3, № 3, стр.239-253).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре высказал идею о существовании неинтегрируемых систем, которые нельзя описать дифференциальными уравнениями, имеющими конкретные решения (поддающимися интегрированию), индуктивно отталкиваясь от обнаружения подобных систем в небесной механике. С невозможностью проинтегрировать уравнения Пуанкаре столкнулся при решении задачи трех тел (задачи движения трех небесных тел, взаимодействующих друг с другом с помощью гравитационных полей). Эти исследования Пуанкаре затрагивали вопрос о предсказательной силе науки. Основатель синергетики Герман Хакен в книге «Тайны природы» (2003) повествует: «Действительно, уже на рубеже девятнадцатого и двадцатого веков французский математик Жюль Анри Пуанкаре (1854-1912), занимаясь вычислениями в области небесной механики, открыл возможность хаотического движения. Изучая модель звездной системы, имеющей два солнца и всего одну планету, Пуанкаре обнаружил, что такая планета может двигаться по немыслимо сложной траектории, в чем-то схожей с траекторией футбольного мяча, ускоряющегося от случайных ударов» (Хакен, 2003, с.137). А.Чуличков в статье «Математика о судьбе» (журнал «Человек без границ», 2005, № 1) констатирует: «…Удар по идеалу предсказательной силы науки нанесли математики. На границе XIX и XX веков Анри Пуанкаре заметил, что существует целый класс уравнений, описывающих эволюцию механической системы, решение которых не может быть однозначным! Пример такой системы – детская игрушка «китайский бильярд», в которой катящийся шарик натыкается на своем пути на множество столбиков, отскакивает от стенок, и в результате траектория его движения кажется случайной» (Чуличков, 2005, с.19).

Индукция Генри Рессела. Г.Рессел (1910) пришел к заключению о существовании белых карликов – звезд, имеющих малые размеры и относительно высокую поверхностную температуру, индуктивно исходя из обнаружения звезды 40 Эридана В, которая имела необычные характеристики. Если основная часть звезд малых размеров, известных Г.Ресселу, имела спектральный класс М, соответствующий низкой поверхностной температуре, то звезда 40 Эридана В имела спектральный класс А, соответствующий высокой поверхностной температуре. Г.Рессел обнаружил звезды нового типа, когда занимался детальным статистическим исследованием частоты встречаемости звезд разных светимостей, масс и радиусов. Свое удивление при открытии белых карликов Г.Рессел выразил следующим образом: «Даже в те палеозойские времена я знал об этих вещах достаточно, чтобы сразу же осознать, что здесь имеется крайнее несоответствие между тем, что мы тогда назвали бы «возможными» значениями поверхностной яркости и плотности. Я, видимо, не скрыл, что не просто удивлен, а буквально сражен этим исключением из того, что казалось вполне нормальным правилом для характеристик звезд. Пиккеринг же улыбнулся мне и сказал: «Именно такие исключения и ведут к расширению наших знаний» - и белые карлики вошли в мир исследуемого».

Индукция Генриетты Ливитт. Американская женщина-астроном Генриетта Ливитт (1912) сформулировала идею о том, что более ярким звездам соответствуют более продолжительные периоды изменения светимости, что впоследствии было названо зависимостью перид-светимость, индуктивно основываясь на результатах сравнения яркости звезд в Магеллановых облаках с периодом изменения их светимости. А.Уиггинс и Ч.Уинн в книге «Пять нерешенных проблем науки» (2004) пишут: «В Магеллановых облаках Ливитт обнаружила 1777 звезд, их светимость периодически менялась от яркого блеска до тусклого и обратно. Звезды с переменной светимостью называют цефеидами – по созвездию Цефей, где их впервые обнаружили. Периоды изменения светимости у цефеид колеблются от одного до ста дней. Старательно сравнивая сделанные в различное время снимки, Ливитт выявила четкую зависимость: более ярким звездам соответствуют более продолжительные периоды. На основе этой зависимости, названной период-светимость зависимостью, через светимость и период ее изменения у цефеид можно определить их удаленность от Земли» (А.Уиггинс, Ч.Уинн, 2004).

Индукция Весто Слайфера. Американский астроном В.М.Слайфер (1912) пришел к выводу о том, что галактики движутся с огромными скоростями, индуктивно отправляясь от сделанного им самим открытия: туманность Андромеды двигалась с лучевой скоростью, которая составляла 300 км/с. В то время В.М.Слайфер еще не знал, какое направление движения галактик является преобладающим. А.С.Шаров и И.Д.Новиков в книге «Человек, открывший взрыв Вселенной» (1989) повествуют: «Слайфер решил задачу, поставленную Ловеллом: вращение туманности Андромеды было установлено. Но на этом пути он сделал более важное открытие и в его замечательном научном наследии первая небольшая заметка о спектре туманности занимает особое место. Семнадцатого сентября 1912 г. с экспозицией почти в семь часов Слайфер получил спектр туманности Андромеды и впервые измерил ее лучевую скорость. Результат оказался столь неожиданным, что Слайфер до конца года снял еще несколько спектрограмм и только после подтверждения решился его опубликовать. Лучевая скорость составляла 300 км/с. Туманность Андромеды приближалась к нам со скоростью, еще невиданной ни у одного небесного объекта» (Шаров, Новиков, 1989, с.65). Некоторые историки считают В.Слайфера подлинным открывателем явления разбегания галактик. Так, например, Н.Горькавый в статье «Сказка об астрономе Слайфере, который открыл разбегание Вселенной» (журнал «Наука и жизнь», 2011, № 4) подчеркивает: «История склонна к упрощению – во многих популярных книгах и даже в учебниках астрономии можно прочитать о том, что разбегание галактик открыл Хаббл. Это неверно: фундаментальный факт разбегания галактик открыл и исследовал Весто Мелвин Слайфер – скромный и упорный труженик науки» (Горькавый, 2011, с.94).

«По-моему, нет никаких сомнений в том, что он был величайшим астрономом со времени Коперника. Ему принадлежат три действительно колоссальных достижения: он открыл галактики, показал, что они характеризуют крупномасштабную структуру Вселенной и, главное, открыл расширение Вселенной. Каждое из них монументально».

Алан Сендидж об Эдвине Хаббле

Индукция Эдвина Хаббла. Эдвин Хаббл (1929) высказал идею о стремительном удалении галактик друг от друга, что свидетельствовало о расширении наблюдаемой Вселенной, индуктивно опираясь на результаты астрономических исследований В.М.Слайфера (1913) и В.де Ситтера (1917), а также на свои собственные наблюдения. Слайфер установил, что оптический спектр далеких галактик смещается в красную или фиолетовую область спектра, причем Слайфер знал, что смещение спектра в красную сторону свидетельствует об удалении галактик, а смещение его в фиолетовую область – о приближении галактик к нашему Млечному Пути. Де Ситтер продолжил исследования Слайфера и заметил, что красное смещение спектра галактических туманностей преобладает над фиолетовым смещением, что указывало на преимущественное удаление звездных систем друг от друга. В 1929 г. Э.Хаббл измерил по смещению полос спектра лучевые скорости 36-ти галактик и сделал вывод, что они разбегаются друг от друга, причем скорость удаления галактик пропорциональна расстоянию между ними. Выяснилось, что чем больше это расстояние, тем выше скорость взаимного удаления (И.Д.Новиков, А.С.Шаров, «Человек, открывший взрыв Вселенной», 1989).

Индукция Фрица Цвикки. Ф.Цвикки (1934) выдвинул предположение о существовании взрывающихся сверхновых звезд, индуктивно исходя из наблюдений астрономов разных эпох, которые неоднократно обнаруживали звезды, увеличивающие свою яркость во много раз в достаточно короткое время. Например, одну из таких звезд наблюдал Тихо Браге в 1572 году. Э.Мюллер, В.Хилльбранд и Х.Т.Янка в статье «Как взорвать звезду» (журнал «В мире науки», 2006, № 9) отмечают: «11 ноября 1572 г. астроном Тихо Браге заметил в созвездии Кассиопеи новую звезду, сияющую так же ярко, как Юпитер. Пожалуй, именно тогда рухнула уверенность в том, что небеса вечны и неизменны, и родилась современная астрономия. Спустя четыре века астрономы поняли, что некоторые звезды, вдруг становясь в миллиарды раз ярче обычных, взрываются. В 1934 г. Фриц Цвикки из Калифорнийского технологического института назвал их «сверхновыми». Они снабжают космическое пространство тяжелыми элементами, управляющими формированием и эволюцией галактик, и помогают изучать расширение пространства» (Мюллер, Хилльбранд, Янка, 2006). Независимо от Ф.Цвикки идею о существовании сверхновых сформулировал Кнут Лундмарк (1920). Ю.П.Псковский в статье «Четыре века Новой тихо Браге» (журнал «Земля и Вселенная», 1973, № 4) констатирует: «Интерес к изучению вспышек звезд, наблюдавшихся в средние века, возобновился в нашем столетии. Это было связано с открытием шведским астрономом К.Лундмарком феномена сверхновых звезд во внегалактических туманностях. Тогда же, в 1920 году, он высказал предположение, «что самые яркие звезды, которые вспыхивали в античные и средние века, в том числе и Новая 1572 года, также были сверхновыми, но принадлежавшими нашей звездной системе. Время подтвердило догадки Лундмарка» (Ю.П.Псковский, 1973).

Индукция Карла Янского. Карл Янский (1931, 1934) пришел к заключению о том, что из космического пространства на Землю поступают радиоволны, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Изучая атмосферные помехи радиоприему, Янский на волне 14,7 м обнаружил периодическое увеличение шумовых помех через каждые 23 часа 56 минут, а этот период аналогичен продолжительности звездных суток в единицах солнечного времени. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1974 год Мартин Райл в статье «Радиоастрономия» (УФН, 1952, апрель) пишет: «Первое определенное доказательство существования радиоизлучения внеземного происхождения было получено в 1932 году Янским, который наблюдал на волне 15 м хаотические сигналы-шумы, интенсивность которых изменялась в течение дня. Первоначально он приписал эти колебания суточным вариациям состояния ионосферы. Однако по истечении нескольких месяцев стало ясным, что они имеют период, равный звездным суткам. Таким образом, источник излучения нельзя было связать с ионосферой или Солнцем, он должен был находиться за пределами Солнечной системы. Дальнейшие наблюдения показали, что интенсивность излучения была максимальной, когда антенны направлялись в центр Галактики» (М.Райл, УФН, 1952). Заключение К.Янского о радиоволнах внеземного происхождения представляло собой индукцию с фактором случая, поскольку факт поступления этих радиоволн в атмосферу был обнаружен случайно и никем не предсказывался. В.Е.Демидов в книге «Время, хранимое как драгоценность» (1977) отмечает: «Когда в 1931 г. молодой сотрудник американской телефонной компании «Белл телефон» Карл Янский сооружал свою колоссальную по тем временам вращающуюся антенну из металлических труб, досок и четырей автомобильных колес, ни он, ни его начальство, конечно, не думали, что антенна открывает эру радиоастрономии. Просто нужно было найти источник помех, забивающих слабые сигналы в одном очень чувствительном радиоприемнике. Янский думал, что это какая-то радиостанция» (В.Е.Демидов, 1977). Об этом же пишет А.Потупа в книге «Открытие Вселенной» (1991): «В 1931 году случайное открытие К.Янского дало нам первый радиосигнал из космического пространства, а первый специальный радиорефлектор был создан в США только в 1937 году» (А.Потупа, 1991).

Индукция Грота Ребера. Грот Ребер (1940, 1944) выдвинул предположение о поступлении на Землю радиосигналов из Млечного Пути, созвездий Стрельца, Лебедя, Кассиопеи, Большого Пса и Кормы, индуктивно основываясь на результатах многолетних исследований звездного неба с помощью антенны с относительно высокой разрешающей силой, воспринимавшей радиоизлучение различных космических объектов. Исследования Г.Ребера стали возможны ввиду того, что в свое время он оказался единственным человеком, обратившим внимание на короткую статью К.Янского. Мартин Райл в статье «Радиоастрономия» (УФН, 1952, апрель) пишет: «Более поздние наблюдения Ребера (1940, 1944), проведенные на волне 1,9 м с помощью антенн со значительно большей разрешающей силой, чем у Янского, позволили получить достаточно детальное распределение интенсивности излучения. Его результаты показали, что, главным образом, излучает Млечный путь. Кроме того, он обнаружил максимумы в созвездиях Стрельца, Лебедя, Кассиопеи, Большого Пса и Кормы» (М.Райл, УФН, 1952). В.Е.Демидов в книге «Время, хранимое как драгоценность» (1977) констатирует: «Не известно, на сколько бы лет задержалось развитие радиоастрономии, не прочти маленькую статью Янского радиолюбитель Грот Ребер. Он соорудил антенну в виде круглого десятиметрового зеркала, составил радиокарту Млечного Пути и послал ее в астрофизический журнал. Карта и приложенная к ней статья показались консультантам журнала не то мистификацией, не то просто творением не совсем нормального человека: шутка ли, радиостанции на небе! Консультанты-астрономы рекомендовали воздержаться от печатания. По счастью, главный редактор оказался человеком проницательным и широких взглядов, и труд Ребера увидел свет» (В.Е.Демидов, 1977).

Индукция Ганса (Ханса) Бете. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1967 год Ганс Бете выдвинул гипотезу о том, что одним из основных источников энергии звед является углеродный цикл, индуктивно основываясь на результатах перебора огромного количества ядерных реакций, с которыми Г.Бете был знаком еще до столкновения с актуальными для его времени проблемами астрофизики (проблемами звездной энергии). Известный физик Роберт Маршак в предисловии к лекции Г.Бете «Энергия на Земле и в звездах» (УФН, 1970, том 102, вып.2) пишет о теоретической конференции, проходившей в 1938 году в университете Джорджа Вашингтона по инициативе Г.Гамова и Э.Теллера: «Ганс Бете вернулся с этой конференции (это было весной 1938 г.), захваченный проблемой происхождения звездной энергии. За несколько месяцев он проверил все мыслимые ядерные реакции, которые могли бы давать достаточное количество энергии в звездных условиях, и пришел к заключению, что для звезд главной последовательности имеются два источника энергии: углеродный цикл и протон-протонная серия реакций» (Маршак, 1970, с.281). Таким образом, гипотеза Г.Бете об углеродном цикле как источнике энергии звезд представляла собой индукцию, базировавшуюся на методе последовательного (направленного) перебора. Об этом переборе говорит и сам Г.Бете в лекции «Энергия на Земле и в звездах» (УФН, 1970, том 102, вып.2): «Так что мне пришлось искать реакции с более высокими потенциальными барьерами. Для этого я стал систематически перебирать периодическую таблицу, но всюду получал бессмыслицу, ибо, какой бы атом я ни взял, будь то литий, бериллий и т.д., он обязательно разрушался в этих реакциях, и к тому же, согласно таблице распространенности, этих элементов чрезвычайно мало как на Земле, так и на звездах. Поэтому они, по-видимому, не могли дать нужного выделения энергии даже за весь промежуток времени существования Вселенной. Наконец, я подошел к углероду, и, как вы знаете, в случае углерода все оказалось, как надо» (Бете, 1970, с.287).

Индукция Иосифа Шкловского. И.С.Шкловский (1946) сформулировал идею о существовании явления радиоизлучения Солнца, индуктивно основываясь на сообщении о том, что офицеры радарной службы военно-воздушных сил Великобритании обнаружили, что Солнце излучает радиоволны на метровом диапазоне. И.Шкловский в книге «Разум, Жизнь, Вселенная» (1996) пишет о докладе физика Ю.Б.Кобзарева, с которым тот выступил в ФИАНе в 1946 году: «А говорил он тогда (по-видимому, это было сообщение обзорного характера) о том, что во время недавно окончившейся войны офицеры радарной службы Королевских военно-воздушных сил Великобритании обнаружили, что Солнце излучает радиоволны на метровом диапазоне. Эта новость меня тогда буквально поразила. Докладчик уже давно перешел на другую, чисто радиотехническую тему, а я, сидя в конце большого конференц-зала, сосредоточенно думал, что может означать этот необычный астрономический феномен? К этому времени я уже три года работал над проблемами солнечной короны и в какой-то степени разбирался в плазменной физике (хотя всегда предпочитал ей казавшуюся мне более конкретной спектроскопию). По-видимому, в то далекое второе послевоенное лето в конференц-зале ФИАН случилось своеобразное явление резонанса – я был внутренне настроен на информацию, услышанную от Ю.Б.Кобзарева. Так или иначе, но к концу доклада я уже понял для себя, что это за явление природы – радиоизлучение Солнца (а ведь прошло меньше получаса, как я попал в этот зал). Но в жизни бывают (увы, очень редко!) такие минуты озарения» (И.Шкловский, 1996).

Индукция Вальтера Бааде. В.Бааде совместно с Минковским (1951) выдвинул гипотезу о существовании сталкивающихся галактик, индуктивно основываясь на анализе фотографии Лебедя-А, на которой были видны две галактики, почти соприкасающиеся друг с другом. Впоследствии В.Бааде использовал гипотезу сталкивающихся галактик для объяснения способности некоторых галактик излучать значительную энергию в радиодиапазоне. И.С.Шкловский в статье «Радиогалактики» (УФН, 1962, май) указывает: «Исторически первой попыткой понять природу радиогалактик была гипотеза Бааде и Минковского о сталкивающихся галактиках. В те времена (1951) довольно богатая информация о радиогалактиках, которой мы теперь располагаем, отсутствовала. Поэтому детально анализировать эту гипотезу на основе фактов тогда было невозможно. На гипотезу о сталкивающихся галактиках Бааде и Минковского, несомненно, навела полученная ими фотография Лебедя-А. На этой фотографии отчетливо видны две галактики, находящиеся на очень близком расстоянии друг от друга» (Шкловский, УФН, 1962, с.51).

Индукция Николая Козырева. Известный советский физик Н.А.Козырев (1958) выдвинул предположение о существовании действующих вулканов на Луне, индуктивно основываясь на получении спектрограммы лунного кратера Альфонс, которая свидетельствовала о выбросе газа из центральной горки кратера. Это свидетельствовало о вулканической активности в области данного кратера. А.Н.Дадаев в статье «Николай Александрович Козырев» (содержащаяся в книге Н.А.Козырева «Избранные труды», 1991) пишет: «Ранее отмечалось, что Н.А.Козырев на протяжении ряда лет систематически обследовал Луну спектральным методом в поисках проявлений эндогенных процессов. Регулярно просматривая новые поступления научной литературы, он обратил внимание на статью американского астронома Д.Олтера в «Публикациях Тихоокеанского астрономического общества» (апрель 1957 г.), где сообщалось о появлении дымки, иногда замывающей детали внутри кратера Альфонс. Именно на этот кратер Козырев направил спектрограф и не безрезультатно: 3 ноября 1958 г. он получил спектрограмму, свидетельствующую о выбросе газа из центральной горки кратера. Явление продолжалось в течение получаса, и удачно было схвачено. Результат долгожданной удачи означал открытие вулканизма на Луне – первое доказательство наличия планетного вулканизма. Однако признание открытия, несмотря на документальность наблюдения, пришло далеко не сразу» (А.Н.Дадаев, 1991). Об этом же сообщает Б.И.Силкин в книге «В мире множества лун» (1982): «Наиболее весомыми были наблюдения известного пулковского астронома Н.А.Козырева. В 1958 г. ему удалось сделать спектрограммы Луны, на которых он обнаружил, что из центральной горки кратера Альфонс выходят газы и там происходит «нечто вулканическое». Такое утверждение вызвало немалые споры. Еще бы! Небесное тело, совсем недавно считавшееся совершенно мертвым, где всякая глубинная активность давно должна бы затихнуть, неожиданно «задышало» (Силкин, 1982, с.109).

Индукция Рикардо Джаккони. Лауреат Нобелевской премии по физике за 2002 год Р.Джаккони (1961) высказал предположение о том, что центр нашей Галактики излучает мощный поток рентгеновских лучей, индуктивно базируясь на том, что установленные на ракете типа «Аэроби» чувствительные к рентгеновскому излучению счетчики Гейгера зафиксировали максимум интенсивности рентгеновского излучения вблизи направления на галактический центр. Г.Фридман в статье «Рентгеновская астрономия» (УФН, 1964, ноябрь) пишет: «Мощный источник рентгеновских лучей вблизи центра Галактики был открыт Г.Гурским, Р.Джаккони и Ф.Паолини (Американская научно-техническая корпорация) и Б.Росси (Массачусетский технологический институт). Открытие было сделано в ходе эксперимента, предназначенного для регистрации рентгеновского излучения, возникающего на Луне под действием солнечных рентгеновских лучей. До этого эксперимента ракета типа «Аэроби» была оснащена двумя чувствительными к рентгеновскому излучению счетчиками Гейгера, каждый из которых имел поле зрения около 100 квадратных градусов. Стабилизация ракеты осуществлялась за счет быстрого вращения, причем ее ось была направлена в зенит. В ходе полета счетчики многократно просматривали большой круг на небесной сфере, который включал в себя Луну. После того, как записи, полученные от счетчиков, были проанализированы, они не дали указаний на существование рентгеновского излучения Луны, однако выявили широкий максимум интенсивности рентгеновского излучения вблизи направления на галактический центр. Длины волн этих рентгеновских лучей относятся к области вблизи трех ангстрем» (Фридман, УФН, 1964, с.506). Здесь мы вновь встречаем ситуацию, при которой ученый ищет одно, а находит другое, в результате чего делает открытие, которое никем не планировалось. Это позволяет говорить о факторе случая, который предоставил Р.Джаккони материал для индуктивного обобщения.

Индукция Рикардо Джаккони. Р.Джаккони (1962, 1963) сделал заключение о существовании звезд, излучающих колоссальную энергию в рентгеновском диапазоне, индуктивно основываясь на фиксации интенсивного рентгеновского излучения звездного объекта Sco X-1. Р.Джаккони описывает историю своей идеи о способности звезд излучать рентгеновские волны следующим образом. В своей Нобелевской лекции «У истоков рентгеновской астрономии» (УФН, 2004, апрель) он говорит: «Поистине необычным в этом открытии было не то, что какая-то звезда излучает в рентгеновском диапазоне, а то, как именно она излучает! (…) В Sco X-1 рентгеновская интенсивность в 10^3 раз превышала интенсивность оптического потока, и позже было установлено, что его собственная рентгеновская светимость составляет 10^3 светимостей Солнца! Это был поистине загадочный и новый тип небесных объектов. Более того, физические процессы, порождающие рентгеновское излучение в Sco X-1, должны были отличаться от всех известных лабораторных процессов генерации рентгеновских лучей, поскольку на Земле невозможно генерировать рентгеновские лучи с эффективностью 99,9%» (Джаккони, УФН, 2004, с.428).

Индукция Энтони Хьюиша. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1974 год Энтони Хьюиш (1967) склонился к заключению о существовании космических объектов, имеющих размеры планет и способных излучать регулярные радиоимпульсы с интервалом чуть более секунды, индуктивно основываясь на наблюдениях своей аспирантки Джоселин Белл, которая обнаружила идущие из космоса необычные радиосигналы. В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) указывает: «В июле 1967 года была начата расширенная программа исследований. Вскоре аспирантка Джоселин Белл обнаружила необычные радиосигналы. В сентябре неизвестный источник был зарегистрирован еще несколько раз; при этом выяснилось, что он излучает импульсы регулярно с интервалом немногим более секунды. Первой мыслью Хьюиша было, что это какая-то помеха, идущая из ближайших окрестностей. Тщательно проверив все результаты, исследователи окончательно пришли к выводу: сигналы действительно идут из космоса. Судя по характеру импульсов, Хьюиш решил, что источник имеет очень малые размеры (приблизительно порядка размера планеты)» (Чолаков, 1986, с.108). Заметив, что малые размеры источника радиосигналов весьма похожи на малые размеры белых карликов – космических объектов, уже известных астрофизикам того времени, Хьюиш предположил, что радиосигналы излучает какой-то белый карлик. Однако это была ошибка, так как впоследствии ученые (Т.Голд) установили, что их излучает быстро вращающаяся нейтронная звезда. Таким образом, Хьюиш не раскрыл истинную природу пульсаров, которые обнаружила его аспирантка Д.Белл. С.Попов в статье «Черные дыры и белые карлики – жизнь звезды после смерти» (газета «Полит Ру», 18 апреля 2007) отмечает: «История открытия нейтронных звезд (радиопульсаров) драматична сама по себе, так как считается, что основной автор открытия, английский радиоастроном Джоселин Белл была несправедливо обделена Нобелевским комитетом, вручившим в 1974 г. премию ее научному руководителю Энтони Хьюишу и одновременно, за метод апертурного синтеза, - Мартину Райлу» (С.Попов, 2007). «Джоселин Белл, - поясняет С.Попов, - проводила наблюдения космических источников радиоизлучения на волне 3,68 м, изучая их мерцания, вызванные прохождением сигнала сквозь неоднородную околосолнечную плазму (то есть наблюдения должны были проходить днем!). Характерное время мерцаний – доли секунды. Мисс Белл использовала самую совершенную аппаратуру для изучения быстрой переменности радиоисточников. Кроме того, имевшийся в ее распоряжении кембриджский радиотелескоп был одним из лучших. Его размеры превосходили километр, хотя стоимость была невысока, и строился он в значительной мере усилиями студентов и аспирантов» (С.Попов, 2007). Со слов С.Попова, «24-летняя Джоселин проявила замечательную интуицию, и не выключала самописец, регистрировавший данные, на ночь (хотя никаких мерцаний на околосолнечной плазме не должно было быть зарегистрировано). Однажды, разбирая ночные записи, она обнаружила «помеху». Несмотря на первоначальное убеждение коллег в земном происхождении «помехи», Джоселин продолжила наблюдения, и выяснилось, что помеха появляется каждые 23 часа 56 минут, то есть с периодом вращения Земли относительно звезд; значит, источник «помех» находится на небе. Строгая периодичность сигнала (с периодом чуть более 1 секунды) и указания на малые, планетные размеры источника, навела исследователей на мысль об искусственной природе радиоизлучения. Поэтому они обозначили новый источник как LGM-1, засекретили свои исследования и добровольно, на несколько месяцев, отказались от публикации сенсационных результатов» (С.Попов, 2007). Вывод Э.Хьюиша о существовании космических объектов, регулярно излучающих радиоимпульсы, представлял собой индукцию с фактором случая. И.Новиков в книге «Черные дыры и Вселенная» (1985) отмечает: «Открыли нейтронные звезды совершенно случайно в 1967 году английские радиоастрономы спустя 33 года после их теоретического предсказания. Оказалось, что вблизи поверхности нейтронных звезд, которые обладают сильным магнитным полем, есть активные области, излучающие направленные потоки радиоволн» (И.Новиков, 1985). Об этом же пишет И.С.Шкловский в книге «Вселенная, жизнь, разум» (1987): «Даже по самым строжайшим критериям обнаружение пульсаров действительно является подлинным открытием. Это открытие, как это всегда бывает с настоящим открытием, произошло случайно. Летом 1967 г. аспирантка известного английского радиоастронома Хьюиша мисс Бэлл неожиданно обнаружила на небе совершенно необычный радиоисточник» (Шкловский, 1987, с.65). Э.Хьюиш сам признает случайность открытия. В статье «Пульсары» (журнал «Успехи физических наук», апрель 1969 г.) он говорит: «Любопытно, что на последнее открытие в астрономии – пульсары – натолкнулись случайно при исследовании квазаров – звездоподобных радиоисточников, выяснение природы которых все еще является одной из важнейших проблем астрофизики. Почти точно год назад маленькая группа исследователей, работающая с новым радиотелескопом в Кембриджском университете, с удивлением обнаружила, что слабые радиоимпульсы, приходящие из некоторой точки среди звезд, оказались при ближайшем рассмотрении последовательным рядом импульсов, следующих друг за другом с такой же регулярностью, как радиосигналы службы времени» (Хьюиш, УФН, 1969, с.715).

Индукция Роберта Вильсона и Арно Пензиаса. Лауреаты Нобелевской премии по физике за 1978 год Р.Вильсон и А.Пензиас (1965) пришли к идее о том, что на Землю со всех сторон из космоса приходит неизвестное ранее излучение постоянной интенсивности и низкой температуры, индуктивно исходя из того, что их чувствительная антенна воспринимала какое-то излучение постоянной интенсивности. И.Новиков в книге «Черные дыры и Вселенная» (1985) указывает: «Для точного измерения радиоизлучения Галактики необходимо было учесть все возможные помехи. Такие помехи могут быть разного рода. Так, их вызывает рождение радиоволн в земной атмосфере, радиоизлучает также и поверхность Земли. Кроме того, помехи вызываются движением электрических частиц в антенне, в усилительных электрических цепях и приемнике. Все возможные источники помех были тщательно проанализированы и учтены. Тем не менее, А.Пензиас и Р.Вилсон с удивлением констатировали, что, куда бы их антенна ни была направлена, она воспринимает какое-то излучение постоянной интенсивности. Это не могло быть излучением нашей Галактики, ибо в этом случае интенсивность его менялась бы в зависимости от того, смотрит ли антенна вдоль плоскости Млечного Пути или поперек. Кроме того, в этом случае ближайшие к нам галактики, похожие на нашу, тоже излучали бы на длине волны 7,35 сантиметра. Но такого их излучения обнаружено не было» (И.Новиков, 1985). Далее И.Новиков цитирует авторов открытия: «Весной 1965 года, закончив измерения потока, мы основательно почистили 20-футовый рупорный рефлектор и положили алюминиевые ленты на склепанные стыки. В результате температура антенны даже несколько повысилась. Мы также разобрали горловину антенны и проверили ее, но обнаружили, что она в порядке. Значит, избыточное излучение, фиксируемое радиотелескопом, не связано с помехами в антенне. Оно приходит из космоса, причем со всех сторон с одинаковой интенсивностью» (И.Новиков, 1985). Необходимо отметить два момента: 1) А.Пензиас и Р.Вилсон не делали вывода о том, что обнаружили реликтовое излучение горячей Вселенной, потому что ничего не знали об этом излучении, предсказанном Д.Гамовым, 2) в объяснении природы открытого излучения имел место фактор случая. Предположение о том, что излучение Пензиаса-Вильсона есть не что иное, как реликтовое излучение Д.Гамова, впервые сделали Б.Берке, П.Пиблс и Р.Дикке, основываясь на аналогии свойств только что открытого излучения и реликтового излучения горячей Вселенной, предсказанного Д.Гамовым. И.Новиков в книге «Черные дыры и Вселенная» (1985) цитирует И.Шарова: «Дальше события, приведшие к разгадке проблемы, связаны со случайностями. А.Пензиас во время беседы со своим приятелем Б.Берке о совершенно других вопросах случайно упомянул о загадочном излучении, принимаемом их антенной. Тот вспомнил, что он слышал о докладе П.Пиблса, работавшего под руководством известного физика Р.Дикке. В этом докладе П.Пиблс якобы упоминал об остаточном излучении ранней Вселенной, которое сегодня должно иметь температуру около 10 градусов Кельвина. А.Пензиас позвонил Р.Дикке, и обе группы встретились. Р.Дикке и его коллегам П.Пиблсу, П.Роллу и Д.Уилкинсу стало ясно, что А.Пензиас и Р.Вилсон обнаружили реликтовое излучение горячей Вселенной. В это время группа Р.Дикке, работавшая в Принстоне, собиралась сама начать готовить аппаратуру для подобных измерений на длине волны 3 сантиметра, но не успела начать измерения. А.Пензиас и Р.Вилсон уже сделали свое открытие» (И.Новиков, 1985). Роль фактора случая в открытии реликтового излучения отмечает и Дж.Ф.Смут в своей Нобелевской лекции «Анизотропия реликтового излучения: открытие и научное значение» (УФН, 2007, декабрь): «Открытие Пензиаса и Вилсона было случайным. Они наткнулись на него без целенаправленного поиска и вообще поиска чего-либо нового. В ретроспективе это открытие, хотя и случайное, произошло отнюдь не в вакууме. Идея о существовании реликтового излучения восходит к работам Гамова, Дорошкевича и Новикова, а также Дике и Пиблза» (Смут, УФН, 2007, с.1295). Случайные открытия в астрономии – нередкое явление. Например, известный американский астроном Сет Барнз Никольсон (1891-1963) случайно обнаружил один из спутников Юпитера, получивший название Синопе. Это открытие он сделал в 1914 году, изучая совсем другой спутник Юпитера – Пасифе. Б.И.Силкин в книге «В мире множества лун» (1982) повествует о находке С.Б.Никольсона: «В ту ночь Никольсон никаких особых задач перед собой не ставил. Просто молодой астроном решил заснять давно известную Пасифе и выбрал для своего фотооборудования выдержку 2 ч 30 мин – ведь объект был очень тусклым. Никольсон хотел, чтобы Пасифе была видна на фотопластинке не как штрих, вызванный перемещением небесного тела, а как компактная точка. Поэтому он заранее рассчитал движение своего объекта и «приказал» телескопу следовать за ним. И надо же было случиться, что в поле зрения прибора, недалеко от объекта наблюдения, как раз в эту ночь находился неведомый дотоле еще один спутник Юпитера! Да еще он и перемещался в ту же сторону, что Пасифе, так что на фотопластинке оказалась не одна точка, а две. Если бы не это случайное совпадение в их орбитах, новичок Девятый (спутник Юпитера Синопе был открыт девятым по счету – Н.Н.Б.) оставил бы на пластинке коротенькую полоску света, да и то при условии, если бы он был ярче. А так как он имеет лишь 19-ю звездную величину, то, скорее всего, не был бы замечен вообще. Так в семье Юпитера появился еще один член: IX спутник был наречен Синопе» (Силкин, 1982, с.48).

Индукция Стивена Хокинга. Английский физик Стивен Хокинг индуктивно перенес на нашу Вселенную теорему о сингулярностях, которую Роджер Пенроуз вывел для звезд. Согласно этой теореме, звезда с определенной массой на одном из этапов своей эволюции сжимается до очень малых размеров (превращаясь в черную дыру – астрофизический объект, поверхность которого не может покинуть даже свет). Идея о сжатии звезды по аналогии привела С.Хокинга к идее о сжатии нашей Вселенной (Метагалактики). Здесь индукции напоминает аналогию, но поскольку аналогия как ментальная стратегия является неотъемлемой частью индуктивных рассуждений, наша интерпретация вполне правомерна. С.Хокинг в книге «Природа пространства и времени» (Ижевск, НИЦ РХД, 2000) говорит о заслугах Р.Пенроуза: «Именно ему принадлежит первая теорема о сингулярностях, которая привела меня к изучению причинной структуры и инспирировала мою классическую работу по сингулярностям и черным дырам» (Хокинг, 2000, с.9-10).

Индукция Стивена Хокинга. Стивен Хокинг индуктивно распространил на черные дыры (самые, пожалуй, экзотические объекты нашей Вселенной) известный закон термодинамики, согласно которому энтропия любой физической системы стремится к максимуму. Другими словами, С.Хокинг обнаружил аналогию между термодинамикой и поведением черных дыр. Следует отметить, что впервые эту аналогию выявил Яков (Джакоб) Бекенштейн (1972), который является непосредственным предшественником С.Хокинга в данной области. С.Хокинг в книге «Природа пространства и времени» (2000), написанной совместно с Р.Пенроузом, говорит об этой аналогии: «Аналогия с термодинамикой становится еще сильнее благодаря первому закону механики черных дыр. Он связывает изменение массы черной дыры с изменением площади горизонта событий и изменениями момента импульса и электрического заряда. Можно сравнить этот закон с первым законом термодинамики, который связывает изменения во внутренней энергии с изменением энтропии и внешней работой, совершенной над системой» (Хокинг, 2000, с.33). «Аналогия с термодинамикой, - продолжает С.Хокинг, - еще больше увеличивается при сравнении с нулевым законом механики черных дыр: поверхностная гравитация Х одинакова на горизонте событий стационарных черных дыр. Вдохновленный этими аналогиями, Бекенштейн (1972) предположил, что энтропия черной дыры действительно описывается некоторой величиной, кратной площади горизонта событий. Он предложил обобщенный второй закон термодинамики: сумма энтропии черной дыры и энтропии материи вне черной дыры не может уменьшаться» (там же, с.33).

Глава 13

Индуктивные открытия в области химии

Индукция Роберта Бойля. Английский химик и физик Роберт Бойль (1662, 1663) пришел к выводу о возможности использования листьев растений в качестве индикаторов, позволяющих отличить кислоту от щелочи, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. Т.Д.Пономарева в книге «Великие ученые» (2002) повествует: «Как-то ранним утром садовник вошел в кабинет Бойля с корзиной великолепных фиалок. Бойль как раз направлялся в лабораторию. По пути он вытащил из корзины несколько цветков и, войдя в помещение, положил их на лабораторный стол. Тут же на столе его помощник стал переливать соляную кислоту, несколько капель попало на фиалки. Они стали дымиться, и Бойль, чтобы спасти цветы, опустил их в стакан с водой. Он отвлекся, а когда вновь взглянул на цветы, то поразился: из темно-фиолетовых они стали красными. Бойль послал за всей корзиной, стоявшей у него в кабинете. А сам распорядился заготовить понемногу каждой из имевшихся в лаборатории кислот и несколько стаканов с водой. Он многократно повторил опыт – фиалки неизменно теряли фиолетовый и приобретали красный цвет. «Это очень важно, - обрадовался Бойль. – Теперь мы легко можем определить, кислый ли данный раствор, стоит лишь погрузить в него лепесток фиалки». Он собрал лепестки фиалок и сделал из них настой. Потом в ход пошли розы, травы, лишайники, кора, корни растений, чернильный орех. Самый насыщенный настой фиолетового цвета дал лакмусовый лишайник. Роберт Бойль смочил этим настоем бумагу, высушил ее. Далее, проведя опыт, он убедился, что при воздействии кислоты бумажная полоска меняет цвет на красный, а под воздействием щелочи – на синий. Так в 1663 г. был получен первый индикатор» (Пономарева, 2002, с.230-231). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

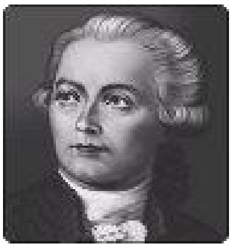
Индукция Роберта Бойля и Ричарда Таунли. Роберт Бойль и Ричард Таунли (1662) открыли закон взаимосвязи между объемом и давлением газа, согласно которому изменение объема газа обратно пропорционально изменению давления, индуктивным путем. После того, как Бойль совместно с Таунли провел серию опытов по изучению изменения объема атмосферного воздуха с изменением давления и опубликовал полученные результаты в сочинении «Новые физико-механические эксперименты касательно упругости воздуха», Таунли сравнил столбцы чисел, описывающих изменение объема и изменение давления. Он заметил, что когда возрастают числа, выражающие величину давления, уменьшаются числа, фиксирующие величину объема. В 1679 году аналогичный газовый закон описал Э.Мариотт.

Индукция Хеннига Бранда. Х.Бранд (1669) выдвинул гипотезу о существовании нового химического элемента, который был назван фосфором, индуктивно основываясь на опытах по перегонке мочи, в ходе которых Бранд надеялся обнаружить золото. Однако вопреки ожиданиям ученого образовалось не золото, а самосветящееся вещество, свойства которого не были похожи на свойства известных к тому времени веществ. Гипотеза Бранда представляла собой индукцию с фактором случая, что подтверждает Клаус Гофман в книге «Можно ли сделать золото?» (1987). В этой книге автор пишет: «Лейбниц сообщал о том, как химикус Хенниг Бранд случайно открыл фосфор в 1669 году: «В своих исследованиях Бранд столкнулся с уже описанной операцией, которая учит, как из мочи приготовить жидкость, которая способствует вызреванию кусков серебра до золота». При переработке мочи путем перегонки, работе, безусловно, малоприятной, алхимик вдруг получил нечто поразительное. Образовалось не золото, а неизвестное самосветящееся вещество, холодный огонь - фосфорус» (К.Гофман, 1987).

Индукция Андреаса Маргграфа. А.С.Маргграф (1747) пришел к выводу о возможности получения сахара из свеклы, индуктивно исходя из того, что при изучении тонких срезов корней свеклы с помощью микроскопа он обнаружил в этих срезах кристаллы сахара. Ю.И.Соловьев в книге «Эволюция основных теоретических проблем химии» (1971) пишет: «В 1747 г. в работе «Химические попытки извлекать настоящий сахар из растений нашей страны», в которой содержалось описание опытов получения сахара из свеклы, Маргграф рассказал о том, как с помощью микроскопа ему удалось обнаружить присутствие кристаллов сахара в тонких срезах корней свеклы» (Соловьев, 1971, с.47). В.Штрубе в первом томе книги «Пути развития химии» (1984) констатирует: «Андреас Сигизмунд Маргграф в 1747 г. выпустил книгу под названием «Химические способы получения настоящего сахара из некоторых растений, произрастающих в нашей стране». Маргграф в своем труде описывал способы получения из свеклы и некоторых других растений такого же сахара, как из тростника. Процессы, описанные Маргграфом, были наглядными примерами многочисленных химических реакций, осуществленных в ту весьма практичную эпоху» (Штрубе, 1984, с.162).

Индукция Карла Шееле. Карл Шееле (1771) высказал идею о сложном составе воздуха, индуктивно отправляясь от своих химических опытов, в которых он обнаружил, что воздух состоит из двух компонентов: один из них, названный Шееле «огненным воздухом», поддерживал горение, а второй, названный им же «негодным воздухом», препятствовал горению различных веществ. Как же Шееле отказался от прежней веры в справедливость представления о воздухе как простом элементе? Это произошло после того, как Шееле стал проводить опыты с различными химическими веществами в сосудах, плотно закрытых со всех сторон. Какие бы вещества ни пытался Шееле сжигать в закрытых сосудах, он всегда обнаруживал одно и то же любопытное явление: воздух, который находился в сосуде, обязательно уменьшался при горении на одну пятую часть, и по окончании опыта вода обязательно заполняла одну пятую часть объема колбы, что хорошо видно на представленном ниже рисунке из рукописи Шееле. И его озарила догадка, что воздух не является однородным. И.Нечаев в книге «Рассказы об элементах» (1940) пишет об открытии Шееле, акцентируя внимание на его опытах по сжиганию фосфора в закрытом сосуде: «Удивительное дело! Какие бы вещества ни пытался Шееле сжигать в закрытых сосудах, он всегда обнаруживал одно и то же любопытное явление: воздух, который находился в сосуде, обязательно уменьшался при горении на одну пятую часть. И теперь получилось то же самое: фосфор сгорел, фосфорная кислота осталась вся в колбе, а воздух улетучился» (И.Нечаев, 1940). Резюмируя итог указанных исследований Шееле, позволивших установить неоднородный состав воздуха, И.Нечаев говорит: «Шееле хотел раскрыть загадку огня и при этом неожиданно обнаружил, что воздух – не элемент, а смесь двух газов, которые он называл «воздухом огненным» и «воздухом негодным» (И.Нечаев, 1940).

Индукция Карла Шееле. К.Шееле склонился к заключению о наличии в составе воздуха компонента (газа), который поддерживает горение, индуктивно исходя из своих опытов по сжиганию селитры. И.Нечаев в книге «Рассказы об элементах» (1940) констатирует: «Шееле скоро научился получать чистый «огненный воздух» очень простым способом – нагреванием селитры. Он насыпал сухую селитру в стеклянную реторту, ставил ее на жаровню и, когда селитра начинала плавиться, привязывал к шейке реторты пустой, хорошо выжатый бычий пузырь. Постепенно пузырь начинал раздуваться, наполняясь «огненным воздухом», который переходил в него из реторты. А уже из пузыря Шееле перепускал его затем искусным приемом в банки, в стаканы, в колбы – всюду, куда было нужно» (И.Нечаев, 1940). Что касается Джозефа Пристли, то он сделал то же самое заключение, что и Шееле, отталкиваясь от опытов по нагреванию ртути. Получаемый при нагревании оксида ртути неизвестный ему газ он выводил через трубку в сосуд, заполненный не водой, а ртутью, так как Пристли уже ранее убедился в том, что вода слишком хорошо растворяет газы. В собранный газ Пристли из любопытства внес тлеющую свечу, и она вспыхнула необыкновенно ярко.

	«Потребовался миг, чтобы отрубить ему голову, но, может быть, и века не хватит, чтобы создать равную». Луи Лагранж об Антуане Лавуазье

Индукция Антуана Лавуазье. Антуан Лавуазье (1776) сделал вывод об ошибочности теории флогистона, согласно которой вещество, сгорая, теряет флогистон и становится легче, индуктивно исходя из того, что в результате сгорания фосфор превращается в фосфорную кислоту и становится тяжелее. Это объясняется тем, что фосфор присоединил кислород, а не потерял флогистон, как думали до Лавуазье. И.Нечаев в книге «Рассказы об элементах» (1960) пишет об эксперименте, который убедил Лавуазье в нереальности флогистона: «Перед тем, как положить кусок фосфора в колбу и поджечь, Лавуазье его взвесил. А когда фосфор сгорел, Лавуазье взвесил всю сухую фосфорную кислоту, которая осталась в колбе. Как вы думаете, что оказалось тяжелее – фосфор или то, что осталось от него после горения? Шееле и все химики того времени, даже не глядя на весы, сказали бы в один голос: «Конечно, фосфорной кислоты должно получиться меньше, чем было фосфора до горения. Ведь сгорая, фосфор разрушился, потерял флогистон. В крайнем случае, если даже допустить, что флогистон вовсе не имеет веса, то фосфорная кислота должна весить ровно столько, сколько весил фосфор, из которого она получилась». Но оказалось не так. Весы сообщили, что белый иней, осевший на стенках колбы после горения, весит больше сгоревшего фосфора. Получалось что-то невероятное: фосфор потерял флогистон, а стал тяжелее. Это могло показаться такой же нелепостью, как если бы кто-нибудь стал уверять, будто кувшин становится тяжелее, когда из него выливают воду. Откуда же, в самом деле, могла появиться в фосфорной кислоте излишняя тяжесть? «Из воздуха! – отвечал Лавуазье. – Та самая часть воздуха, которая якобы исчезла из колбы, в действительности вовсе не уходила из нее, а просто присоединилась во время горения к фосфору. От этого соединения и получилась фосфорная кислота» (Нечаев, 1960, с.14).

Индукция Антуана Лавуазье. Антуан Лавуазье (1783) пришел к идее о сложном составе воды, то есть о том, что вода является не простым элементом, а сложным веществом, состоящим из водорода и кислорода, индуктивно основываясь на опытах П.Макера, Д.Пристли, Г.Кавендиша. В 1775-1777 годах П.Макер и Д.Пристли проводили опыты по сжиганию водорода в замкнутом сосуде. При этом появлялись капли воды. Однако этот факт не привлек внимания ученых. В 1781 году Г.Кавендиш проводил исследования по сжиганию смеси атмосферного воздуха и водорода в герметически закрытом сосуде. На стенах сосуда появились капли воды. Отсюда Лавуазье и пришел к заключению о сложном составе воды. Ю.И.Соловьев в книге «Эволюция основных теоретических проблем химии» (1971) отмечает: «Летом 1781 г. Кавендиш произвел опыты по сжиганию смеси обычного воздуха и водорода в герметически закрытом сосуде. В результате сжигания на стенках сосуда каждый раз появлялись капельки воды. Кавендиш повторил этот опыт с большими количествами воздуха и водорода и получил 135 гранов жидкости, не давшей никакого осадка при выпаривании» (Соловьев, 1971, с.61). Как пишет историк химии М.Джуа в книге «История химии» (1966), «англичанин Джон Уолтайр (1739-1810) заметил в 1777 г., что при проскоке искры в эвдиометре, содержащем смесь обычного и горючего воздуха, образуется туман. В 1778 г. Макер описал такое же наблюдение. Опыты Кавендиша в 1784 г., которым хотя и предшествовали упомянутые наблюдения, имели, однако, то значение, что бесспорно доказали образование воды при взрыве смеси обычного воздуха с «горючим воздухом» (М.Джуа, 1966). Независимо от Лавуазье к выводу о сложном составе воды пришел изобретатель паровых машин Джеймс Уатт.

Индукция Товия Ловица. Товий Егорович Ловиц (1785) сформулировал мысль о способности древесного угля очищать различные жидкости, индуктивно основываясь на случайном наблюдении того, как древесный уголь очистил винную кислоту, которую Ловиц непреднамеренно пролил на песок. Таким образом, Т.Е.Ловиц является первооткрывателем явления адсорбции. В.Зяблов в статье «Две легенды о Товии Ловице» (журнал «Химия и жизнь», 1977, № 4) пишет: «Все началось с винной кислоты, нужной для приготовления рвотного. Способ ее очистки был незатейлив: кислоту растворяли в горячей воде, затем охлаждали, и она выпадала в виде крупных чистых кристаллов. Но этот способ был ненадежен, ибо стоило хоть чуточку перегреть раствор, как вместо белых кристаллов получались бурые, и товарищ аптекаря Ловиц долго думал, как бы эту процедуру улучшить. Помог случай: однажды Товий Егорович пролил раствор на песок, в котором его грел. Чтобы не терять вещество, он постарался собрать хотя бы часть пролитого – и поразился: кристаллы, выпавшие из собранного раствора, оказались на удивление белыми. Песок не мог быть тому причиной. Однако кроме песка в бане было еще одно вещество – древесный уголь. Не в нем ли дело? Ловиц поспешил эту версию проверить. Взял новый раствор кислоты, насыпал в него угольного порошка, прокипятил в таком огне, в котором вещество должно было безнадежно потемнеть. А кристаллы все равно получил чистейшие. Тут у него не осталось ни малейших сомнений: уголь, представляющий собой почти чистый флогистон, жадно впитывает в себя и тот флогистон, которым богаты бурые, смолистые продукты разложения винной кислоты» (В.Зяблов, 1977). «…Ловицу удалось столь же успешно, - продолжает В.Зяблов, - очистить углем многие вещества, применявшиеся в аптекарском деле: уксуснокислый калий, камфору, масло оленьего рога, яллаповую смолу и прочие. Заурядный аптекарь был бы на верху блаженства, свое изобретение, пожалуй, сделал бы тайной и кормился бы им до конца дней своих. Но не таков был тихий Товий Егорович, ибо сидел в нем неуемный бес любознательности. И Ловиц принялся выяснять, какую еще пользу может принести уголь-очиститель» (В.Зяблов, 1977). Реконструкция В.Зяблова подтверждается Ю.В.Ходаковым, который в книге «Как рождаются научные открытия» (Москва, «Наука», 1964) отмечает: «…Чисто случайным представляется нам открытие петербургского академика Товия Ловица. В 1785 г. он открыл явление адсорбции углем растворенных веществ, решая чисто практическую задачу – очищение виннокаменной кислоты от продуктов ее распада» (Ю.В.Ходаков, 1964). Таким образом, в творчестве Т.Е.Ловица мы встречаем индукцию с фактором случая.

Индукция Иоганна Рихтера. Иоганн Рихтер открыл закон эквивалентов, индуктивно основываясь на том, что в реакции двойного обмена между химически нейтральными сульфатом калия и нитратом натрия образуются новые соли – сульфат натрия и нитрат калия, которые тоже являются химически нейтральными. Это установили еще Т.Бергман и Р.Кирван, но они не сделали из этого наблюдения общего вывода. Также не сделал соответствующих выводов Г.Кавендиш (1767), который обнаружил, что количества азотной и серной кислот, нейтрализующие одинаковые количества карбоната калия, нейтрализуют также одинаковое количество карбоната кальция В.Штрубе во втором томе книги «Пути развития химии» (1984) отмечает: «Рихтер установил, что раствор, получающийся при смешивании растворов двух химически нейтральных солей, тоже нейтрален. Он провел многочисленные определения количеств оснований и кислот, которые, соединяясь, дают химически нейтральные соли. Рихтер сделал следующий вывод: если одно и то же количество какой-либо кислоты нейтрализуется различными, строго определенными количествами разных оснований, то эти количества оснований эквивалентны и нейтрализуются одним и тем же количеством другой кислоты. Выражаясь современным языком, если к раствору сульфата калия, например, добавить раствор нитрата бария до полного осаждения сульфата бария, то раствор, содержащий нитрат калия, тоже будет нейтрален…» (Штрубе, 1984, с.26). Закон эквивалентов был сформулирован Рихтером как «закон нейтрализации». Согласно Рихтеру, раствор, получающийся при соединении растворов двух химически нейтральных солей, тоже будет нейтрален.

Индукция Антуана Фуркруа. А.Ф.Фуркруа (1801) сделал заключение о сложном составе крови, индуктивно основываясь на том, что ему удалось выделить в крови три главных компонента: желатин, альбумин и фибрин. А.Н.Шамин в книге «История химии белка» (2006) пишет о Фуркруа: «В одной из своих работ он описал выделение из сыворотки крови белка, подразумевая под этим коагулирующую часть сыворотки, остающуюся после удаления фибрина, по аналогии с яичным белком и сравнил свойства полученного вещества со свойствами белка куриного яйца. Он попытался также исследовать составные части крови, подвергнув их перегонке с азотной кислотой. Необходимо отметить, что Фуркруа дал наименования трем главным компонентам крови: желатину, альбумину и фибрину. Последний термин был впервые применен к части крови, ответственной за ее свертывание. Этим самым Фуркруа утвердил в науке представление о сложном составе крови» (Шамин, 2006, с.36).

Индукция Джона Дальтона. Джон Дальтон (1803) открыл закон кратных отношений, согласно которому массы элементов, вступающих в химическое взаимодействие друг с другом, относятся как целые числа, обычно небольшие, индуктивно осмыслив поведение ряда веществ в химических реакциях. Дальтон заметил, что весовые количества кислорода, соединяющиеся с одним и тем же количеством азота, относятся между собой как простые целые числа – 1:1, 1:2, 1:3. Дальтону были известны и другие реакции, в которых наблюдаются простые целые весовые отношения. Именно это дало основание историку химии М.Джуа утверждать, что «кислородные соединения азота и углерода, а также два водородных соединения углерода (метан и этилен) послужили Дальтону основой для установления закона кратных отношений» (М.Джуа, «История химии», 1966). М.Джуа также отмечает, что закон кратных отношений в скрытом виде встречался уже во многих частях экспериментальных исследований Пруста, например, когда он раскрыл неточность утверждения Бертолле о том, что металлы образуют окиси путем постепенного увеличения количества кислорода. Эта постепенность исключает закон кратных отношений Дальтона, поскольку допускает неограниченную делимость весовых количеств взаимодействующих элементов. Дискретность же значений весовых количеств, напротив, создает основу для проявления закона кратных отношений, не допуская нецелые значения чисел, описывающих весовые количества элементов. Дальтон опирался также на аналогию с законом целых чисел, открытым Р.Гаюи в кристаллографии. И.С.Дмитриев в книге «Симметрия в мире молекул» (1976), перечисляя наиболее важные открытия, говорит: «Следующее крупное обобщение связано с именем другого французского ученого – Рене Жюста Гаюи (1743-1822), открывшего закон целых чисел. По этому закону, положение в пространстве любой грани кристалла может быть выражено тремя целыми числами. Вероятно, открытие этого закона оказало сильное влияние на работы выдающегося английского ученого, основателя атомной теории Джона Дальтона (1788-1844), который в 1802-1808 гг. открыл закон кратных отношений в химии. Дальтон бывал в Париже и слушал лекции Гаюи. Дальтон считал, что атомы в химическом соединении должны располагаться симметрично» (Дмитриев, 1976, с.110).

Индукция Жозефа Луи Пруста. Жозеф Луи Пруст (1806) открыл закон постоянства состава химических соединений, согласно которому все химические элементы образуют соединения строго определенного состава, не зависящего от внешних факторов: количества веществ, давления, температуры, влажности и т.д., совершенно индуктивно. Пруст исходил из того, что железо соединяется с двумя постоянными порциями кислорода; серебро, соединяясь с хлором, образуют один и тот же состав хлористого серебра; натрий, вступая в химическую реакцию с хлором, образуют один и тот же состав хлористого натрия. При этом состав этих соединений, как говорил сам Пруст, дискутируя со своим оппонентом К.Бертолле, не зависит от того, где мы его получаем: в Южном полушарии или Северном, в Японии или Испании, в Перу или в Сибири. М.Джуа в книге «История химии» (1966) отмечает: «…Пруст показал на большом экспериментальном материале, что природный карбонат меди и карбонат, полученный осаждением раствора какой-либо соли меди карбонатом щелочного металла, имеют один и тот же постоянный состав. Впоследствии Пруст распространил свои наблюдения на обе степени окисления олова, сурьмы и оба сульфида железа» (Джуа, 1966, с.166).

Индукция Луи Гей-Люссака. Луи Гей-Люссак (1808) открыл закон простых объемных отношений, индуктивно основываясь на результатах исследования небольшого числа газовых реакций, показавших, что разные виды горючих газов соединяются с кислородом в простых отношениях 1:1, 1:2 и т.д. Как пишет историк химии В.Штрубе, «Гей-Люссак и Гумбольдт установили, что из двух объемов водорода и одного объема кислорода образуются ровно два объема паров воды. Гей-Люссак исследовал и другие газы и их смеси и обнаружил, что 1000 мл (2 объема) монооксида углерода реагируют с 500 мл (1 объемом) кислорода, образуя 1000 мл (2 объема) диоксида углерода; 1000 мл азота соединяются с 3000 мл водорода, превращаясь в 2000 мл аммиака, а 1000 мл азота и 1000 мл кислорода превращаются в 2000 мл монооксида азота. На основе этих результатов Гей-Люссак открыл в 1808 г. закон объемных отношений» (В.Штрубе, «Пути развития химии», 1984). Интересно, что еще до Гей-Люссака Г.Монж (1786) определил, что на образование воды идет 145 объемов водорода и 74 объема кислорода, А.Лавуазье и Менье (1783) определили, что в образовании воды участвуют 23 объема водорода и 12 объемов кислорода. В.Хиггинс отметил, что 2 кубических дюйма водорода требуют 1 кубического дюйма кислорода, К.Бертолле нашел, что объемы азота и водорода относятся приблизительно как 11:29.

Индукция Бернара (Бернгарда) Куртуа. Известный французский химик-технолог Б.Куртуа (1811) пришел к выводу о возможности получения нового химического вещества (позднее названного иодом) путем соединения суспензии золы морских водорослей с концентрированной серной кислотой, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Г.Г.Диогенов в книге «История открытия химических элементов» (1960), ссылаясь на статью С.В.Гречишкина, опубликованную в журнале «Природа» за 1947 год, пишет: «Рабочий Куртуа имел две стеклянные бутылки; в одной из них он приготовил лекарство, состоящее из золы, водорослей и спирта; в другой был раствор железа в серной кислоте. Куртуа кушал, на плече его сидел кот. Вдруг кот прыгнул и столкнул бутылку с серной кислотой на стоящую рядом бутыль с лекарством; сосуды разбились, жидкость смешалась, и с пола стали подниматься клубы пара сине-феолетового цвета. Это был йод. Таким образом, медицина и фотография, в известной мере, обязаны коту открытием йода» (Диогенов, 1960, с.186). Пауль Вальден в книге «Из истории химических открытий» (Ленинград, 1925) указывает: «Но слепой случай, как бы шутя, иной раз поднимает из мрака неизвестности в мир славы и делает всеобще знаменитым и того, кто не только не помышлял об открытии нового элемента, но, открыв таковой, поневоле оказывается вполне беспомощным перед своим открытием и неспособным к его научной обработке и оценке. Такая «история» открытия связана с элементом йодом. Аптекарь и селитровар Courtois Dijon'e наблюдал в 1811 г., что остатки маточных рассолов (от обработки золы морских водорослей) при приливании серной кислоты выделяли фиолетовые пары, которые сгущались в кристаллы серого цвета (анекдот того времени передает дело так, что кошка, за которой погнались в помещении завода, опрокинула банку с купоросным маслом, которое, разлившись по полу, выделило вдруг с остатками – солями, фиолетовые пары йода!). С аммиаком это вещество дало взрывчатое тело. Лишь благодаря классическим исследованиям Gay-Lussac'a (1778-1850), произведенным в 1814 г., была установлена элементарная природа этого тела, для которого он предложил название iod и дал образцовое описание его физических и химических свойств» (П.Вальден, 1925). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Гемфри Дэви. Г.Дэви сформулировал представление о том, что кислород не является обязательным компонентом кислот, индуктивно отталкиваясь от того, что известному химику не удалось найти кислород в соляной кислоте, состоящей из хлора и водорода. Б.Могилевский в книге «Гемфри Дэви» (1937) отмечает: «Первым долгом Дэви решил удостовериться, прав ли был Лавуазье, выводя свой закон, по которому все кислоты, в том числе и соляная, содержат в себе кислород. Но сколько ни пытался король экспериментаторов – Дэви выделить из соляной кислоты кислород, ничего не получалось. Продвигаясь в этой сложнейшей работе чрезвычайно осторожно, Дэви, однако, не побоялся поколебать авторитеты трех таких великих людей, как Лавуазье, Шееле и Бертолле. Он пошел один против всех общепризнанных основоположников химии и победил. Окисленная соляная кислота никакого кислорода не содержала и получила имя, данное ей Дэви – хлорин (желто-зеленый). Название это до сих пор сохранилось в английском языке, в остальных же странах ее называют хлор» (Б.Могилевский, 1937).

Индукция Смитсона Теннанта. С.Теннант сделал вывод о том, что долго изучавшиеся химиками песчинки руды из Южной Америки (Колумбии) содержат в себе новые химические элементы осмий и иридий, индуктивно основываясь исследовании свойств данных песчинок, которые не были похожи на свойства других элементов. Особенно Теннант был удивлен запахом песчинок, возникавшим после помещения их в пламя паяльной трубки. А.А.Локерман в книге «Рассказ о самых стойких» (1982) пишет о поисках Теннанта: «Резонно предположив, что в песчинках, издающих сильный запах, много осмия, он начал за ним погоню все тем же методом «проб и ошибок». И проб было сделано немало, и ошибок тоже, прежде чем удалось нащупать верный путь: измельченные песчинки удалось сплавить с цинком, а затем с перекисью бария и с помощью царской водки отделить в перегонном аппарате четырехокись осмия. А из нее был восстановлен оловянно-белый металл, который (как бы удивились алхимики!) оказался тяжелее не только золота, но и платины! Все попытки расплавить осмий остались бесплодны… Он оставил другим решение этой проблемы, а сам занялся песчинками, какие пахли еле-еле, в них осмий, так же, как железо и платина, оказался лишь примесью, а что же было главным – этого не знал никто! Снова сотни проб и ошибок, и, наконец, получен хлорид неизвестного вещества, а из него металл, который по физическим свойствам – цвету, твердости, плотности – похож на осмий, но отличается от него хрупкостью, а главное, своей химической характеристикой. Наиболее приметным было то, что соли этого металла имеют разнообразную многоцветную краску. Это и определило выбор названия – иридий (от древнегреческого «радуга», «радужный»)» (А.А.Локерман, 1982). Здесь перед нами индукция, основанная на методе проб и ошибок.

Индукция Константина Кирхгофа. Русский химик Константин Кирхгоф (1811) пришел к мысли о разработке промышленного способа производства сахара, индуктивно исходя из случайного наблюдения за тем, как в одном из опытов крахмал, смешанный с водой и разбавленной серной кислотой, при нагревании превратился в сахар. И.Вольпер в статье «Сахар: сладкий, горький, соленый» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 10) пишет: «Способ промышленного производства глюкозы (виноградного сахара) был открыт в некотором роде случайно. Это было в 1811 году. Главный петербургский аптекарь Константин Кирхгоф, занимаясь опытами по технологии фарфора, искал дешевый заменитель привозной аравийской камеди (это застывшие смолянистые выделения, которые собирают на стволах аравийской акации). Перепробовав ряд веществ, Кирхгоф остановился на крахмале. Он взболтал крахмал с водой и стал варить его вместе с разбавленной серной кислотой. Через некоторое время крахмал превратился в густую вязкую массу, и в самом деле похожую на камедь. Когда же Кирхгоф попробовал эту массу на вкус, то убедился, что полученный продукт – сладкий. Экспериментатор был образованным химиком и справедливо предположил, что часть крахмала в его опыте превратилась в сахар. Он доложил о своем открытии Академии наук и вскоре был удостоен звания академика. Открытие Кирхгофа стало научной основой производства крахмальной патоки и глюкозы во всем мире» (И.Вольпер, 1965). Безусловно, в данном случае К.Кирхгоф реализовал индукцию с фактором случая.

Индукция Луи Тенара. Французский химик Луи Тенар (1813) пришел к заключению о том, что железо является прекрасным катализатором, ускоряющим многие химические реакции, индуктивно основываясь на том, что в присутствии железа ускоряется реакция разложения аммиака и реакция разложения перекиси водорода. Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (1986) пишет: «В 1813 году французский ученый Луи Тенар занимался поисками веществ, которые ускоряли бы разложение аммиака. Он не был удовлетворен тем, что газообразный аммиак, пропускаемый через раскаленную докрасна фарфоровую трубку, почти совсем не разлагался. Тенар терпеливо перебрал множество металлов, пока не установил, что лучше всего процесс ускоряет железо. Затем ученый решил продолжить свои эксперименты с полученным им новым веществом – перекисью водорода, для расщепления которой он также применял разные металлы и их окислы. И опять отличным ускорителем оказалось железо. Таким образом, прекрасные каталитические свойства железа были замечены сразу, и не случайно их использовали при синтезе аммиака» (Е.Д.Терлецкий, 1986).

Индукция Жана Батиста Био. Французский физик Жан Батист Био (1815) высказал мысль о том, что оптической активностью обладают не только кристаллы, как установил Ф.Араго, но и жидкие вещества, индуктивно исходя из обнаружения того, что раствор скипидара способен вращать плоскость поляризации света в определенном направлении (вправо или влево). Независимо от Ж.Б.Био такое же открытие сделал немецкий ученый Томас Зеебек. В электронной энциклопедии «Кругосвет» описывается один из эпизодов истории изучения оптической активности: «В 1815 году другой французский физик Жан Батист Био и немецкий физик Томас Зеебек установили, что некоторые органические вещества (например, сахар или скипидар) также обладают этим свойством, причем не только в кристаллическом, но и в жидком, растворенном и даже газообразном состоянии. Так было доказано, что оптическая активность может быть связана не только с асимметрией кристаллов, но и с каким-то неизвестным свойством самих молекул» (Энциклопедия «Кругосвет»).

Индукция Эйльхарда Митчерлиха. Э.Митчерлих (1819) открыл закон изоморфизма, согласно которому одинаковое число атомов дает одну и ту же кристаллическую форму, которая не зависит от химической природы атомов, индуктивно отталкиваясь от исследования солей фосфорной и мышьяковой кислот. М.Джуа в книге «История химии» (1966) отмечает: «Предположение об аналогичном химическом строении изоморфных кристаллических веществ высказал Митчерлих, который, изучая соли фосфорной и мышьяковой кислот, нашел, что те соединения, которые содержат в молекуле одинаковое число атомов, обладают одной и той же кристаллической формой. Отсюда Митчерлих пришел к выводу, что кристаллическая форма зависит не от природы атомов, а, скорее, от их числа» (Джуа, 1966, с.190). Обнаружив зависимость кристаллической формы веществ от числа атомов в молекуле этих веществ и независимость указанной формы от природы вещества для солей фосфорной и мышьяковой кислот, Митчерлих индуктивно обобщил эту зависимость на соли всех остальных элементов. К.Манолов в первом томе книги «Великие химики» (1985) подтверждает реконструкцию М.Джуа: «…Митчерлих вновь и вновь определял кристаллографические параметры кристаллов солей. В процессе опытов ученый убедился, что кристаллы арсената и фосфата натрия не только подобны, но и одинаковы. Сделав это открытие, Митчерлих долго не мог успокоиться. Мысль о том, что он открыл новый закон, не давала ему покоя» (Манолов, 1985, с.338). «В кратчайший срок, - повествует Манолов, - Митчерлих установил, что углекислые минералы – кальцит (исландский шпат или карбонат кальция), доломит (карбонат магния - кальция) и магнезит (карбонат магния) – имеют одинаковые кристаллические формы. Эти минералы были близки и по химическому составу. То же самое наблюдалось и у некоторых сульфатных минералов. Например, одинаковые формы кристаллов имели аналогичные по составу минералы барита (сульфата бария), целестина (сульфата стронция) и англезита (сульфата свинца). Теперь Митчерлих окончательно убедился, что его наблюдения не случайность. Это закон природы и, будучи точно сформулированным, он мог оказать существенное влияние на развитие химии» (там же, с.339).

Индукция Чарлза Макинтоша. Английский химик и фабрикант Чарлз Макинтош (1923) пришел к заключению о возможности изготавливать непромокаемую одежду путем обработки ткани каучуком и каменноугольным маслом (сольвент-нафтом), индуктивно исходя из опытов, показавших, что каучук, растворенный в каменноугольном масле и намазанный на ткань, делает ее водонепроницаемой. В.Азерников в книге «200 лет спустя. Занимательная история каучука» (1967) повествует: «На перегонных заводах постепенно скапливаются большие количества побочных продуктов перегонки угля – аммиачной воды и сольвент-нафта, или каменноугольного масла, как его называли. Выбрасывать их вроде жалко, поэтому ищут, кому бы их сбыть по дешевке. Такой человек находится. Химик и фабрикант из города Глазго Чарлз Макинтош решает купить эти отходы. Хотя нужна ему лишь аммиачная вода – он хочет применить ее для производства фиолетовой краски. А что делать с сольвент-нафтом? Выбрасывать? Жалко. Вот Макинтош и начинает искать применение каменноугольному маслу. И находит. Оказывается, оно очень хорошо растворяет каучук. Тогда Макинтош заинтересовывется уже самим каучуком – прикидывает, что из него можно сделать. Получается, что ничего путного, если делать по методу Пиля. А если попробовать сделать по-другому, так, как до него, Макинтоша, никто не делал, то получится очень любопытный материал. Макинтош тогда еще не знал, что его изделия вскоре будут называться макинтошами. Он и не гнался за славой. Ему надо лишь пустить в дело сольвент-нафт. И он пускает его. Он берет ткань, намазывает ее раствором каучука в сольвент-нафте, а потом сверху кладет еще один слой ткани. Получается как бы слоеный пирог: снаружи ткань, внутри каучуковая начинка. Такой материал и не мокнет под деждем и не липнет. С 1823 года Макинтош начинает выпускать из такого дублированного материала дождевики, то, что сейчас мы называем макинтошами» (В.Азерников, 1967).

Индукция Якоба Берцелиуса. Якоб Берцелиус (1811) создал дуалистическую электрохимическую теорию, индуктивно основываясь на опытах по разложению веществ с помощью электрического тока. К.Манолов в первом томе книги «Великие химики» (1985) пишет об исследованиях Я.Берцелиуса, которые он проводил совместно с В.Хизингера: «Коллеги приготовили водные растворы солей и стали пропускать через них электрический ток. Первые же результаты оказались чрезвычайно интересными: на отрицательном полюсе выделялся металл (медь, серебро, никель) или пузырьки водорода, на положительном полюсе – кислород. Берцелиус исследовал растворы около полюсов и установил, что после прохождения тока раствор у положительного полюса приобретает кислый характер, а у отрицательного – щелочной. «Если после протекания электрического тока соли разлагаются, образуя кислоту и основание, приходится принять, что все соли состоят из кислоты и основания. Последние притягиваются отрицательным полюсом. Это означает, что они заряжены положительно», - утверждал Берцелиус. «Тогда кислоты должны быть отрицательно заряженными, не так ли? – спросил его Хизингер. «Конечно. Все опыты дают нам одни и те же результаты. Металлы тоже должны быть положительными, как и основания, которые они образуют, потому что они тоже выделяются на отрицательном полюсе» (Манолов, 1985, с.284). «Эти первоначальные наблюдения, - указывает Манолов, - легли в основу известной дуалистической электрохимической теории. Молодой Берцелиус работал над ней в течение последующих лет, и она стала впоследствии отправной точкой в трудах ученых первой четверти 19 века» (там же, с.285). Реконструкция К.Манолова подтверждается описанием Ю.И.Соловьева. В книге «Эволюция основных теоретических проблем химии» (1971) Ю.И.Соловьев отмечает: «Из факта разложения растворов солей, кислот и оснований на две части, выделяющиеся на разноименных полюсах, Берцелиус сделал вывод о том, что молекулы каждого сложного вещества состоят из электроположительной и электроотрицательной частей» (Соловьев, 1971, с.157). Интересно, что до Берцелиуса такую же идею формулировал Г.Дэви, о чем Ю.И.Соловьев сообщает: «В 1807 г. Г.Дэви предложил гипотезу, согласно которой химическое сродство обусловлено электрическими силами. По его мнению, «химическое сродство немыслимо без одновременной отдачи электричества одним веществом и приема другим» (там же, с.155).

Индукция Якоба Берцелиуса. Якоб Берцелиус (1830) сформулировал гипотезу о существовании изомеров – соединений, обладающих различными свойствами, но описываемых одной и той же эмпирической формулой, индуктивно основываясь на исследованиях Либиха и Велера, а также на своих собственных опытах. В 1824 году Либих изучал фульминаты – соли гремучей кислоты, а Велер изучал цианаты – соли циановой кислоты. Оба ученых послали сообщения о своих работах в журнал, издаваемый Гей-Люссаком. Читая сообщения, Гей-Люссак отметил, что эмпирические формулы этих соединений идентичны, хотя описанные свойства совершенно различны. Так, в молекулах и цианата, и фульмината серебра содержится по одному атому серебра, углерода, азота и кислорода. Гей-Люссак сообщил об этих наблюдениях Берцелиусу, который первоначально не поверил в это открытие. Однако в 1830 году Берцелиус сам установил, что две органические кислоты – виноградная и винная, - хотя и обладают различными свойствами, описываются одной и той же эмпирической формулой. Берцелиус предложил называть такие соединения изомерами. К.Хайниг в книге «Биографии великих химиков» (1981) констатирует: «Либих первый сумел доказать аналитическим путем, что полученный им фульминат серебра (серебряная соль гремучей кислоты) и исследованный Велером цианат серебра, несмотря на значительную разницу их свойств, имеют одинаковый процентный состав. Это наблюдение, а также получение Велером мочевины из цианата аммония дали Берцелиусу повод назвать эти явления изомерией и рассматривать их как следствие возможного различия в расположении одинаковых атомов элементов. Быстрое накопление фактов изомерии привело к созданию структурной теории» (Хайниг, 1981, с.159).

Индукция Якоба Берцелиуса. Я.Берцелиус (1836) выдвинул предположение о существовании катализа – явления, при котором одни химические вещества могут ускорять химические реакции, происходящие между другими веществами, не принимая участия в этих реакциях, индуктивно основываясь на исследованиях К.Кирхгофа, Ф.Фогеля, Л.Ж.Тенара, Э.Митчерлиха. В 1811 году химик К.Кирхгоф открыл реакцию превращения крахмала в глюкозу в присутствии разбавленных кислот, например, серной кислоты. При этом сама серная кислота не вступает в реакцию с крахмалом. В 1812 году Ф.Фогель открыл, что реакция соединения кислорода с водородом может протекать при низких температурах в присутствии размельченного древесного угля. В 1818 году Л.Ж.Тенар обнаружил, что распад аммиака и пероксида водорода происходит в присутствии разных металлов и оксидов, которые сами не испытывают никаких изменений. В 1834 году Э.Митчерлих установил, что в реакции образования эфира из спирта с помощью серной кислоты последняя вызывает химическое действие одним лишь своим присутствием. Обобщая эти факты, Я.Берцелиус и пришел к мысли о существовании каталитической силы, вызывающей перегруппировки элементов в соединениях в результате одного лишь присутствия некоторых других элементов. Независимо от него идея катализа высказывалась Э.Митчерлихом, который использовал термин «контактные явления».

Индукция Фридриха Велера. Ф.Велер (1828) сделал вывод о возможности синтеза сложных органических соединений в лабораторных условиях, индуктивно исходя из неожиданного обнаружения того, что цианат аммония, полученный им из циановой кислоты и аммиака, аналогичен мочевине – продукту жизнедеятельности человека. Этот результат настолько удивил Ф.Велера, что он в течение года никому не сообщал о нем. Рассматривая вывод выдающегося химика, можно говорить об индукции с фактором случая. Лауреат Нобелевской премии по физике Шелдон Глэшоу в статье «Развивается ли наука по воле случая или по разумному плану?» (журнал «Путь в науку», 2008, №1) отмечает: «В 1828 г. Фридрих Велер был поражен, когда совершенно случайно обнаружил, что синтезированное им соединение, цианат аммония, было тождественно мочевине. Он написал одному своему коллеге-виталисту: «Я должен сообщить вам, что мне удалось приготовить мочевину, не используя почки животных или человека». Случайное открытие Велера и вскоре последовавший за ним кантианский по духу синтез уксусной кислоты из составляющих ее элементов, осуществленный учеником Велера, создали первые трещины в барьере между органической и неорганической химией» (Ш.Глэшоу, 2008).

Индукция Томаса Грэма. Томас Грэм (1831) открыл закон Грэма, согласно которому скорость диффузии газа обратно пропорциональна квадратному корню из его плотности, индуктивно исходя из опытов по изучению диффузии газов сквозь пористую перегородку. К.Манолов в первом томе книги «Великие химики» (1985) отмечает: «Вопрос о диффузии все еще оставался открытым. Чтобы определить скорость диффузии, Грэму пришлось измерять количество перешедшего через пористую перегородку газа за единицу времени. Для получения количественной зависимости он видоизменил и сам опыт. Вместо глиняного сосуда, поверхность которого измерить трудно, он использовал широкую стеклянную трубку, конец которой закрыл специальной пористой перегородкой. Грэм производил многократные анализы газов внутри и снаружи стеклянной трубки для определения их процентного содержания в газовой смеси. Наряду с этим он решил определить и некоторые физические параметры газов. Эта продолжительная и в какой-то степени однообразная работа вовсе не надоела ему. Грэм проводил сотый анализ с таким же удовольствием, с каким когда-то провел первый. Упорная работа завершилась открытием закона, лежавшего в основе явления диффузии газов. Грэм установил, что чем тяжелее газ, тем медленнее он проходит через пористую перегородку. Но это только качественная взаимосвязь. Он хотел найти строгую математическую зависимость, и его попытки увенчались успехом. Вычисления показывали, что скорость диффузии газа обратно пропорциональна квадратному корню из его плотности» (Манолов, 1985, с.403).

Индукция Юстуса Либиха. Великий химик Юстус Либих (1832) сформулировал идею о существовании радикалов – групп атомов, которые остаются неизменными при переходе из одного химического соединения в другое, индуктивно основываясь на исследовании радикала бензойной кислоты. Это исследование он провел совместно с Ф.Велером. Ю.И.Соловьев в книге «Эволюция основных теоретических проблем химии» (1971) констатирует: «В 1832 г. была опубликована работа Ю.Либиха и Ф.Велера «О радикале бензойной кислоты». Авторы показали, что при разнообразных превращениях горькоминдального масла и получаемых из него соединений, содержащих хлор и бром, один сложный радикал $C_{14}H_{10}O_2$ остается неизменным. Этот радикал сохраняется во всех превращениях бензойной кислоты при взаимодействии ее с кислородом, водородом, хромом, бромом, иодом, серой, аммиаком, синильной кислотой» (Соловьев, 1971, с.168). Со слов Ю.И.Соловьева, «работа Либиха и Велера оказала значительное влияние на развитие органической химии. Она привлекла внимание к теории сложных радикалов и произвела сильное впечатление на современников. Открытие радикала бензоила некоторые химики (Берцелиус, в частности) склонны были считать новой эпохой в органической химии» (там же, с.169). «Либих считал, - указывает Ю.И.Соловьев, - что задача химика заключается в выделении среди громадной массы известных веществ таких соединений, в основе которых лежат одни и те же радикалы. Он приписывал им важную роль в органической химии и систематизировал на их основе органические соединения по группам» (там же, с.169). Об этом же пишет Г.В.Быков в книге «История органической химии» (1976): «Важнейшее экспериментальное открытие, способствовавшее развитию теории радикалов, было сделано в 1832 г. Либихом и Велером, обнаружившими, что бензоильная группа $C_{14}H_5O_2$ (в современной записи $C_7H_5O_2$) сохраняется при взаимных переходах в бензальдегиде, бензойной кислоте, бензоилхлориде, бензоилсульфиде и т.д. Иногда в качестве такого радикала принималось соединение, способное существовать в свободном состоянии» (Быков, 1976, с.22). Интересно, что до Либиха о радикалах говорил Лавуазье (1793). В.Штрубе во втором томе книги «Пути развития химии» (1984) пишет о Лавуазье: «Он обратил внимание на то, что в органических веществах группы атомов ведут себя как элементы, т.е. при химических превращениях не разлагаются на составные части. Такие группы Лавуазье назвал радикалами. Лавуазье, например, представлял себе органические кислоты как оксиды сложных радикалов» (Штрубе, 1984, с.51).

Индукция Жюля Теофила Пелуза. Жюль Теофил Пелуз высказал предположение о возможности протекания такой химической реакции, как превращение сахара в масляную кислоту, за пределами живого организма, индуктивно отправляясь от опытов Юстуса Либиха, который, сбраживая сахар в присутствии кислого молока при добавлении мела, обнаружил на поверхности бродящей массы капельки жироподобного вещества. А.Н.Шамин в книге «История биологической химии. Истоки науки» (2006) констатирует: «Особенно заинтересовали Либиха опыты по сбраживанию сахаров в присутствии кислого молока при добавлении мела для нейтрализации избытков кислоты. При брожении таких смесей на поверхности бродящей массы Либих заметил капельки жира или жироподобного вещества. Этими наблюдениями Либих поделился с Жюлем Теофилом Пелузом (1807-1867), своим горячим приверженцем. В его лаборатории Э.Фреми изучал процесс сбраживания сахара в присутствии животных тканей как возможных источников «ферментативной активности». Пелуз и Жели повторили эти эксперименты с целью определения всех образующихся при таком сбраживании продуктов. Они нашли, что из сахара образуется масяная кислота, которую Фреми идентифицировал в виде бутирина, вещества, давно известного из работ Шевреля, обнаружившего его в коровьем молке. Пелуз отчетливо представлял, что его открытие вызовет серьезные затруднения у Дюма и его сторонников» (Шамин, 2006, с.318). А.Н.Шамин цитирует слова Пелуза: «…Заметим лишь, что превращение сахара в масляную кислоту происходило не посредством значительного повышения температуры и без приложения каких-либо энергетических реагентов, которые способны нарушить равновесие и жизненность животной экономии. Это превращение происходило при очень простых условиях и с веществами, которые производит сама природа» (там же, с.319).

	«Если бы Зинин не сделал ничего более, кроме превращения нитробензола в анилин, то и тогда его имя осталось бы записанным золотыми буквами в истории химии». А.В.Гофман о Николае Зинине

Индукция Николая Зинина. Николай Зинин (1842) пришел к выводу о возможности лабораторного синтеза анилина, индуктивно базируясь на том факте, что обработка нитробензола и ряда других производных бензола сероводородом или раствором сульфида натрия приводит к образованию жидкости со свойствами анилина. Вывод Зинина представлял собой индукцию с фактором случая, поскольку первоначально Зинин не ставил перед собой цель открыть способ синтеза указанного красителя. К.Манолов во втором томе книги «Великие химики» (1985) пишет об исследованиях Зинина: «Идея этих исследований родилась еще в Гиссене. Масло горького миндаля, нитробензол и ряд других производных бензола, как и сам бензол, - сильно реакционноспособные вещества. Зинин задался целью изучить возможности их взаимодействия с другими веществами. Подвергая их обработке сероводородом или раствором сульфида натрия, Зинин предполагал получить продукт, содержащий серу. Однако, к его удивлению, бесцветная жидкость, образовавшаяся после взаимодействия нитробензола с сероводородом, не содержала даже следов серы. Зинин подошел к шкафу, открыл склянку с желтой маслянистой жидкостью и осторожно понюхал. Странно… Запах напоминал ему жидкость, которую он уже видел в лаборатории Фрицше. Неужели это анилин?» (Манолов, 1985, с.66). Говоря о факторе случая в открытии Зинина, Манолов подчеркивает: «Случайность в научных открытиях закономерна – она плод наблюдений и напряженной работы мысли» (там же, с.71).

Индукция Христиана Шенбайна (Шенбейна). Христиан Шенбайн (1845) пришел к идее о возможности создания эффективного взрывчатого вещества на основе пироксилина, индуктивно основываясь на случайном обнаружении того, что азотная кислота в смеси с хлопком приводит к сильным взрывам. Вадим Эрлихман в статье «Взрывной характер» (журнал «Энергия промышленного роста», 2005, № 2, декабрь) указывает: «Химики неустанно трудились над созданием новой взрывчатки, но первым ее открыл ботаник француз Анри Браконно. В 1832 году он обнаружил, что при растворении древесной целлюлозы в азотной кислоте выделяется горючий белый осадок. Его клейкий раствор, названный коллодием, стали использовать для заклейки ран и порезов. Чуть позже немецкий химик Христиан Шенбейн случайно разбил бутыль с азотной кислотой, вытер лужу хлопковым фартуком жены и повесил его сушиться. К его удивлению, фартук взорвался, разворотив печку. Выяснилось, что азотная кислота в смеси с хлопком – фактически той же целлюлозой – образует взрывчатое вещество, которое Шенбейн назвал пироксилином – «горючим деревом»

(В.Эрлихман, 2005). Об этом же пишет Е.Манин в статье «Как делаются открытия и изобретения» (журнал «Чайка», № 19 (35) от 3 октября 2002 г.): «Немецкий же химик Христиан Шенбейн экспериментировал однажды в 1845 году со смесью азотной и серной кислот у себя дома, на кухне. Он мог позволить себе подобную роскошь лишь потому, что Фрау Шенбейн, категорически запрещавшая ему «заванивать своими штучками дом», в это время отсутствовала. Случайно во время опыта на пол пролилось немного кислотной смеси, и Шенбейн в панике схватил первое, что попало ему под руку, чтобы вытереть пол, - это оказался сатиновый передник жены, аккуратно висевший на гвоздике. Убрав следы содеянного преступления, злосчастный химик впал в еще большую панику: надо было срочно высушить оскверненный передник. Он подсох довольно быстро и вдруг, к величайшему изумлению Шенбейна, сам по себе вспыхнул, как будто взорвался, и мгновенно исчез. Любознательность ученого победила страх нашкодившего супруга, странное явление было исследовано, и в результате на свет появилось то, что ныне зовется нитроцеллюлозой, или быздымным порохом, или пироксилином» (Е.Манин, 2002). Идея Шенбайна представляла собой индукцию с фактором случая.

Индукция Асканио Собреро. Итальянский химик А.Собреро (1847) сделал заключение о том, что нитроглицерин является взрывчатым веществом, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Е.Манин в статье «Как делаются открытия и изобретения» (журнал «Чайка», № 19 (35) от 3 октября 2002 г.) повествует: «Первооткрывателем другого взрывчатого вещества – нитроглицерина был итальянский химик Асканио Собреро. Получив новую субстанцию в 1847-м, он случайно уронил каплю ее на пол и капля эта с грохотом взорвалась. Собреро пришел в ужас, представив себе, как будет его открытие использовано на войне, и немедленно прекратил все исследования в этом направлении. Впрочем, другие химики оказались менее щепетильными и довели дело до конца» (Е.Манин, 2002).

Индукция Шарля Жерара и Огюста Лорана. Теория типов Ш.Жерара (1851) и теория ядер О.Лорана явились результатом индуктивного обобщения успехов экспериментальной и теоретической химии их времени. Г.В.Быков в книге «История органической химии» (1976) указывает: «Основным тезисом различных теорий радикалов и особенно той электрохимической ее модификации, которую развивал Берцелиус и его сторонники, было утверждение о неизменности радикалов во время химических реакций. Однако уже в 1834 г. Дюма, пытаясь экспериментально подтвердить теорию этерина и изучая продукты реакции хлорирования, обнаружил, что хлор может замещать водород в радикале, эквивалент на эквивалент. Подобного рода факты замещения, обобщенные Дюма в виде нескольких эмпирических правил, привели его и Лорана к попыткам создать теорию, согласно которой простые молекулы являлись как бы типом (еще лучше сказать прототипом) более сложных генетически с ними связанных соединений. В основу и «теории ядер» Лорана, и «теории типов» Дюма была положена мысль о превалирующем значении пространственного расположения атомов» (Быков, 1976, с.25). «Ко времени появления работы Жерара, - поясняет Г.В.Быков, - тип аммиака появился уже в работах Вюрца и Гофмана, а тип воды был предложен Уилямсоном. Таким образом, теория типов Жерара явилась как бы обобщением успехов экспериментальной и теоретической химии того времени и позволила ее автору представить новую и выгодно отличавшуюся своей стройностью систематизации органических соединений. При этом Жерар широко использовал понятие гомологии, введенное Шилем в 1842 г. [18]» (там же, с.26). Отметим, что впервые к представлению о типах органических веществ пришел французский химик Жан Батист Дюма (1839), который индуктивно исходил из того, что в органической химии существуют определенные типы соединений, которые не меняются при замене атомов водорода атомами хлора, брома или кислорода.

«Великий ученый, смерть которого мы теперь оплакиваем, еще при жизни своей оказал такое влияние на практические стороны человеческой деятельности, какого, конечно, не оказывал еще ни один человек за всю историю цивилизации. В трех самых древних из человеческих искусств его деятельность вызвала переворот».

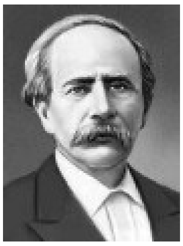
К.А.Тимирязев о Луи Пастере

Индукция Луи Пастера. Л.Пастер (1848) пришел к выводу, что причиной способности кристаллов вращать плоскость поляризации света вправо или влево является наличие у кристаллов асимметрической грани, видимой в микроскоп, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Изучая оптическую активность кристаллов натриево-аммониевой соли, Пастер неожиданно обнаружил, что кристаллы, у которых одна характерная грань находилась справа, вращали плоскость поляризации света в одном направлении, а кристаллы, у которых характерная грань находилась слева, вращали плоскость поляризации света в противоположном направлении. В электронной энциклопедии «Кругосвет», в статье «Оптическая изомерия» описывается история открытия Пастера, сделанного в 1848 году: «Пастер работал лаборантом у Антуана Балара. Балар был уже известным химиком, который за 22 года до этого прославился открытием нового элемента – брома. Своему ассистенту он дал тему по кристаллографии, не предполагая, что это приведет к выдающемуся открытию. В ходе исследования Пастер получил кислую натриевую соль виноградной кислоты $C_4P_5O_6NA$, насытил раствор аммиаком и медленным выпариванием воды получил красивые призматические кристаллы натриево-аммониевой соли $C_4H_3O_6$ Na NH_4. Кристаллы эти оказались асимметричными, одни из них были как бы зеркальным отражением других: у половины кристаллов одна характерная грань находилась справа, а у других слева. Вооружившись увеличительным стеклом и пинцетом, Пастер разделил кристаллы на две кучки. Их растворы, как и следовало ожидать, обладали противоположным оптическим вращением. Пастер на этом не остановился. Из каждого раствора он выделил исходную кислоту (которая была неактивной). Каково же было его удивление, когда оказалось, что один раствор – это известная правовращающая винная кислота, а другой – такая же кислота, но вращающая влево! Воспоминания очевидцев свидетельствуют о невероятном нервном возбуждении молодого ученого, охватившем его в эту минуту. Поняв, что ему удалось сделать, Пастер выбежал из лаборатории и, встретив лаборанта физического кабинета, бросился к нему и, обняв, воскликнул: «Я только что сделал великое открытие!» (Энциклопедия «Кругосвет»). Об этом же пишет Рене Валлери-Радо в книге «Жизнь Пастера» (1950): «Но когда он начал проверять кристаллы солей виноградной кислоты, ожидая найти подтверждение отсутствия в них гемиэдрии, он был горько разочарован. Соли виноградной кислоты были также гемиэдричны; но, странная вещь, гемиэдрические поверхности этих солей у разных кристаллов были направлены в разные стороны. Пастеру тогда пришла мысль брать один за другим эти кристаллы и откладывать в одну сторону кристаллы, у которых гемиэдрическая поверхность направлена вправо, а в другую – кристаллы, гемиэдрическая поверхность которых отклоняется влево. Он предполагал, что если отдельно наблюдать их растворение в поляризационном аппарате, то эти два вида гемиэдрии должны дать отклонения в противоположных направлениях. И если потом взять одинаковое по весу количество кристаллов обоих видов, как это, несомненно, и делал Митчерлих, то смешанный раствор окажется недеятельным на свету, и равные, но направленные в противоположные стороны отклонения взаимно уравновесятся. Взволнованный, с бьющимся сердцем, он не отрывал глаз от поляризационного аппарата и вдруг воскликнул: «Теперь все ясно!» Его первое ощущение было настолько острым, что он не мог заставить себя продолжать наблюдения и быстро выбежал из лаборатории. Встретив в коридоре «Эколь Нормаль» одного препаратора-физика, он обнял его так, как обнял бы Шапюи, и увлек за собой в Люксембургский сад, чтобы там рассказать ему о своем открытии» (Р.Валлери-Радо, 1950).

Индукция Эдуарда Франкланда. Эдуард Франкланд (1852) выдвинул идею валентности, согласно которой атом каждого химического элемента способен образовывать вполне определенное и неизменное количество связей с атомами других элементов, руководствуясь индукцией. Франкланд долгое время изучал металлоорганические соединения и заметил, что каждый атом металла присоединяет определенное, а не произвольное число органических групп, причем оно различно для разных металлов. «Понятие валентности, - подчеркивает историк химии М.Джуа, - было введено Франкландом в статье «О новом ряде органических тел, содержащих металлы». (…) Как проницательно отмечает Э.Майер, «знаменателен факт, что для основания учения о валентности послужили не простые соединения неорганической химии, а более сложные соединения химии органической… Именно исходя из состава органометаллов, Франкланд сделал заключения, которые составляют ядро современной теории валентности…» (М.Джуа, «История химии», 1966). Об этом же пишет В.Штрубе во втором томе книги «Пути развития химии» (1984): «Между тем Франкланд, исследуя органические соединения, содержащие азот, фосфор, мышьяк или сурьму, нашел, что в них число атомов, приходящихся на один атом любого из этих элементов, равно трем или пяти. Поэтому он пришел к выводу, что атомы обладают некоей «соединительной силой», которая и определяет количественный состав соединений. В соответствии с этим каждый атом имеет определенную «емкость насыщения», или «атомность». Впоследствии К.Г. Вихельхаус заменил эти понятия термином «валентность» (Штрубе, 1984, с.61).

Индукция Шарля Адольфа Вюрца. Французский химик Ш.А.Вюрц высказал идею переменной валентности, согласно которой элементы могут менять свою валентность в зависимости от характера химической реакции, индуктивно исходя из анализа поведения ряда химических элементов в реакционных взаимодействиях. М.Джуа в книге «История химии» (1966), рассмотрев поведение элементов, как будто имеющих постоянную валентность, переходит далее к анализу других примеров: «…Поведение многих других элементов, как, впрочем, и самого углерода, очевидным образом противоречило понятию о постоянной валентности. Например, электроотрицательные элементы, такие, как хлор и сера, соединяются с кислородом в различных пропорциях; элементы электроположительные, такие, как железо, дают несколько окислов. Логика требовала принять, что один и тот же элемент, смотря по обстоятельствам, может проявлять различные степени валентности. Как следствие из наблюдавшихся фактов и еще более из закона кратных отношений возникает понятие о многовалентности или переменной валентности» (М.Джуа, 1966). Именно изучение примеров, подобных тем, на которые указал М.Джуа, и привело Ш.Вюрца к мысли о переменной валентности.

Индукция Вильяма Генри Перкина. Вильям Перкин (1856) пришел к выводу о возможности получения из анилина синтетического красителя, который был назван анилиновым пурпурным (мовеином) и нашел широкое применение в красильном производстве, индуктивно базируясь на случайном наблюдении, сделанном во время попыток синтезировать хинин. В.П.Парини в статье «Путешествие за жар-птицей» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 2) пишет: «В те времена поставщиком хинина были испанские колонии, но испанцы ревниво оберегали свою монополию и не подпускали к плантациям хинного дерева ни одного постороннего человека. «Вот если бы синтезировать хинин, - сказал как-то раз Перкину Гофман. – Попробуйте добиться этого окислением анилина или толуидина: их можно получить из каменноугольной смолы». И Перкин пробует, проводя в лаборатории свои пасхальные каникулы. Но никаких следов хинина! Упорно – и, увы – безрезультатно исследует Перкин образующиеся при опытах темные продукты и однажды замечает, что тряпка, которой он вытирал стол, окрасилась в фиолетовый цвет! Кроме химии молодой англичанин увлекался еще и живописью и поэтому сразу же обратил внимание на этот факт. Проверив опыт и убедившись в том, что ткань действительно окрашивается продуктами окисления анилина, Перкин бросился к своему приятелю – молодому художнику. Теперь уже вместе они с начала и до конца повторяют опыт. Перкин дрожит от возбуждения. Это почти невероятно! В строгой тайне от всех, в том числе и от Гофмана, он готовит небольшую партию красителя, посылает владельцу красильной фабрики Пуллару и нетерпеливо ждет. Наконец, 12 июня 1857 года от Пуллара приходят образцы окрашенных тканей и письмо. В нем говорится: «Если применение вашего открытия не очень удорожит производство, то это одно из ценнейших изобретений последнего времени…» (В.П.Парини, 1966). Об этом же пишет Роджер Шелдон в статье «Экологический фактор, или окружающая среда как стимул эволюции промышленной химии» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 4): «Следующий этап в развитии органического синтеза был связан с именем У.Перкина: в 1856 г. он получил первый синтетический краситель мовеин (анилиновый пурпурный). Как часто бывает, это произошло совершенно случайно: Перкин хотел синтезировать антималярийный препарат хинин (в то время была известна только молекулярная формула $C_{20}N_2O_2$), а исходный толуидин оказался загрязнен анилином. В результате синтеза образовался продукт пурпурного цвета, и Перкин сразу оценил важность своей находки. Новый синтетический краситель заменил натуральный, который стоил дороже золота, поскольку его извлекали из раковин средиземноморских улиток» (Р.Шелдон, 1999). Таким образом, вывод Перкина о возможности получения из анилина синтетического красителя был индукцией с фактором случая.

	«Кто сегодня осмелится смотреть на науку как на бесплодную забаву, когда она обеспечивает общий рост личного и наднационального богатства… Наука – благодетельница человечества. Осязаемая польза научных достижений заставила власти понять, что научная работа должна поощряться, так как она приносит всеобщую пользу в области экономики и здравоохранения». Марселен Бертло

Индукция Марселена Бертло. Французский химик-органик М.Бертло (1853) высказал мысль о возможности лабораторного синтеза жиров, индуктивно базируясь на своих опытах, в которых ему удалось получить триастерид глицерина путем нагревания жирной кислоты и глицерина в запаянном стеклянном сосуде. А.А.Карцова в книге «Покорение вещества. Органическая химия» (1999) повествует: «Слушая в 1853 г. лекции знаменитого Шевреля по разложению природных жиров, Бертло задумал выполнить обратное: синтезировать жир. «…Взвешенные количества жирной кислоты и глицерина я запаял в толстостенной стеклянной трубке и нагревал. При взаимодействии реагентов образуются жир и вода». Физико-химические характеристики полученного тристеарида глицерина Бертло сопоставил с данными Шевреля. Это была сенсация! Газетные заголовки ликующе возвещали миру: «Природа побеждена! Синтезирован жир в пробирке!» (Карцова, 1999, с.138-139).

Индукция Марселена Бертло. М.Бертло (1855) высказал предположение о том, что углеводы подобны многоатомным спиртам, индуктивно основываясь на том, что многие синтезированные им многоатомные спирты оказались аналогичными глицерину. В послесловии к книге Э.Фишера «Избранные труды» (1979) А.Н.Шамин отмечает: «В 1855 г. М.Бертло достиг первого принципиального успеха. Он доказал аналогию с глицерином, как многоатомным спиртом ряда синтезированных им веществ, прежде всего, салицина и популина. Затем он получил уксусные, масляные, пальмитиновые, олеиновые и т.д. производные маннита, дульцита, кверцита и других многоатомных спиртов. Особенно важно, что Бертло удалось получить такие же соединения с глюкозой нагреванием ее с жирными кислотами. При действии серной кислоты полученные соединения разлагались снова на глюкозу и кислоту жирного ряда. Таким образом, Бертло впервые показал, что углеводы подобны (или представляют собой) многоатомным спиртам, так как вступают в подобные множественные реакции этерификации» (Э.Фишер, «Избранные труды», 1979, с.608).

Индукция Марселена Бертло. М.Бертло (1864) сформулировал представление о различии количества теплоты, которая поглощается в ходе различных химических реакций, индуктивно исходя из того, что теплота сжигания муравьиной кислоты и теплота сжигания окиси углерода были разными величинами. К.Матиньон в статье «Труды и деятельность Марселена Бертло» (УФН, 1928, № 1) пишет: «Когда Бертло выполнил синтез муравьиной кислоты (1855), комбинируя элементы воды и окиси углерода, он обратил внимание на крайнюю медленность, с какой протекает эта простая, но интересная реакция. В 1864 г., изучая уже наблюденные факты, он увидел, что теплота сжигания муравьиной кислоты была больше теплоты сжигания окиси углерода, которая являлась исходным продуктом для нее» (К.Матиньон, УФН, 1928).

Индукция Марселена Бертло. М.Бертло вслед за Ю.Либихом высказал идею о том, что процесс брожения осуществляется химическими веществами, содержащимися в живых клетках, и возможен в отсутствие этих клеток, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. С.Д.Варфоломеев в книге «Химическая энзимология» (2005) повествует: «М.Бертло полагал, что процесс брожения осуществляется органической субстанцией дрожжей. Важным был эксперимент М.Бертло, в котором он разрушил клетки дрожжей, получил бесклеточный экстракт, переосадил его спиртом без существенной потери активности и доказал, что полученная субстанция обладает каталитическими свойствами. Этот эксперимент показал, что «фермент» и живые клетки микроорганизмов не одно и то же, продемонстрировал, что клетки содержат вещества, реально осуществляющие химическую реакцию» (Варфоломеев, 2005, с.12). Примечательно, что эксперимент М.Бертло также индуктивно натолкнул на мысль о химической природе брожения самого Клода Бернара – физиолога, который открыл пищеварительную функцию поджелудочной железы и сахарообразующую роль печени. В.С.Воробьев и О.В.Воробьева в статье «Доказательство бесклеточного брожения – триумф естествознания XIX века» («Вестник биотехнологии», 2007, том 3, № 1) повествуют о Клоде Бернаре: «Оказалось, что он тайно проводил опыты на винограде, но не напечатал результаты при жизни, по-видимому, не считая эксперименты завершенными. Часто любил в последние годы упоминать, что Бертло открыл в дрожжевом настое фермент (инвертазу), разлагающий сахар на глюкозу (левулозу и декстрозу). Он видел здесь аналогию между настоем и пищеварительным каналом животных, где осуществляются ферментативные реакции, и чувствовал, что надо идти по пути изучения ферментов. Примеров в физиологии к этому времени было достаточно: диастаза – превращение крахмала в сахар, пепсин (пептаза) – переваривание белков. Ученики Клода Бернара Д' Арсонваль и Поль Бер обнаружили рукопись статьи по данному вопросу и отдали редактору журнала «Научное обозрение» М.Бертло. Тот, видя, какой удар наносится его антиподу Пастеру, наверное, не без удовольствия напечатал статью. Она вышла в свет в 1878 г.» (Воробьев, Воробьева, 2007, с.58).

Индукция Гревилла Вильямса. Г.Вильямс (1860) высказал догадку о том, что каучук образуется путем полимеризации изопрена, индуктивно основываясь на случайном наблюдении за тем, как жидкий изопрен после некоторого времени пребывания на воздухе стал загустевать, приобретая свойства, напоминающие свойства каучука. В.Азерников в книге «200 лет спустя. Занимательная история каучука» (1967) рассказывает: «А теперь вернемся к изопрену, который мы покинули в тот момент, когда он совершенно неожиданно для всех взял да и превратился в каучук. В первый раз это произошло в 1860 году, в лаборатории

Гревилла Вильямса. Жидкий изопрен после некоторого времени пребывания на воздухе стал загустевать. Вильямс решил, что это случайное явление, и не стал его исследовать более подробно. Однако, поразмыслив над происшедшим, он увидел в нем некий намек, какой пожелала сделать ему природа. Намек на то, что каучук образуется полимеризацией изопрена. Удивительно, почему Вильямс не попытался тут же проверить свою догадку, почему он оставил другому ученому искать ее подтверждение и пожинать лавры первооткрывателя. Собственно, ему не надо было ничего придумывать, следовало только взять да и повторить этот опыт, который получился у него случайно» (В.Азерников, 1967).

Индукция Густава (Гюстава) Бушарды. Французский химик Густав Бушарда (1879) вслед за Г.Вильямсом сформулировал предположение о том, что каучук является продуктом полимеризации изопрена, индуктивно основываясь на эксперименте, в котором жидкий изопрен, находящийся в запаянной трубке и подогретый до определенной температуры, через десять дней превращался в твердое вещество, в котором появлялся каучук. В.Азерников в книге «200 лет спустя. Занимательная история каучука» (1967) рассказывает: «Примерно в середине 70-х годов прошлого века Гюстав Бушарда решает проверить догадку Вильямса. Но он несколько меняет условия опыта. Ему некогда ждать, пока изопрен соберется загустеть. Он решает подстегнуть его, подогнать. Нагреть, иными словами. Бушарда берет трубку. Точно такую же, как брал Вильямс. Наливает в нее изопрен. Точно такой же, как наливал Вильямс. И добавляет углекислоты» (В.Азерников, 1967). «Десять дней, - продолжает В.Азерников, - длится эксперимент. Десять дней, сменяя друг друга, несут вахту химики. На их глазах в запаянной, изолированной от всего мира трубке происходят какие-то таинственные превращения. В жидкости растет комок беловатой губчатой массы. Последние дни Бушарда уже с трудом сдерживает себя. Ему хочется поскорее вскрыть трубку» (В.Азерников, 1967). Далее В.Азерников пишет: «Наконец, можно подвести итог. В трубке обнаружены: не изменившийся изопрен – его можно не считать, димер изопрена – бог с ним, но вот главное – то, из-за чего городили весь огород, - твердое вещество, распадающееся при 300 градусах. Бушарда называет его «канифоль», но дело не в названии: в нем есть каучук. Значит, Вильямс был прав, и прав он, Бушарда: каучук действительно образуется полимеризацией изопрена» (В.Азерников, 1967). Об этом же пишет А.Е.Арбузов в книге «Краткий очерк развития органической химии в России» (1948). Имея в виду обнаруженный Бушардой переход изопрена в каучук, он отмечает: «Первым химиком, который осуществил такой переход, был Г.Бушарда, профессор Высшей школы фармации в Париже. В 1879 г. ему удалось при действии в течение продолжительного времени (15-20 дней) на изопрен крепкой соляной кислоты получить некоторое количество каучукоподобного полимера. Эта важная работа Г.Бушарда была в 1882 г. подтверждена английским химиком В.Тильденом. Позднее В.Тильден наблюдал самопроизвольную полимеризацию изопрена (1892), полученного из скипидара, и окончательно установил факт образования каучукоподобного полимера» (Арбузов, 1948, с.56).

Индукция Уильяма Крукса. У.Крукс (1861) склонился к заключению о возможности выделения из отходов сернокислотного производства нового элемента, названного таллием, индуктивно основываясь на результатах спектрального исследования данных отходов после того, как Кирхгоф и Бунзен изобрели спектральный анализ. Открытие У.Крукса можно рассматривать как индукцию с фактором случая. С.И.Венецкий в книге «О редких и рассеянных. Рассказы о металлах» (1987) пишет: «А вот Колумбу хоть и не удалось отыскать кратчайший морской путь из Европы в Индию, но зато посчастливилось обнаружить неизвестные земли американского континента. Нечто подобное произошло в 1861 году с английским ученым Уильямом Круксом. В 50-х годах прошлого века Крукс, тогда еще молодой химик, занимался исследованием пылевидных отходов сернокислотного производства, полагая, что в них должен присутствовать теллур. Однако многочисленные химические операции так и не принесли желаемого результата, и ученый потерял интерес к этой работе. Отходы долгое время лежали без дела в его лаборатории, пока открытие спектрального анализа не побудило Крукса вспомнить о них. Новый метод не требовал таких больших затрат труда, как химический, и не воспользоваться им было просто грех. Каково же было изумление ученого, когда вместо ожидаемой линии теллура он увидел в спектре красивую ярко-зеленую полоску, которая не могла принадлежать ни одному известному элементу. Крукс понял, что ему удалось раскрыть еще одну тайну природы. А поскольку дело происходило весной и на деревьях уже появились свежие побеги, новый элемент был тут же «окрещен» таллием: в переводе с греческого «таллос» означает «молодая зеленая ветвь». Любопытно, что почти так же звучит и другое греческое слово, которое переводится как «выскочка». И хоть это совпадение случайно, оно не лишено смысла: ведь таллий и в самом деле можно считать «выскочкой»: его не искали, он сам взял да и заявил о своем существовании» (С.И.Венецкий, 1987).

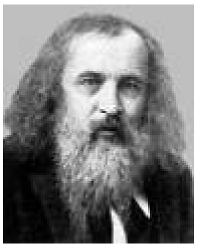
Индукция Александра Бутлерова. А.М.Бутлеров (1861) высказал предположение о возможности искусственного (лабораторного) синтеза сахаристых веществ, индуктивно основываясь на одном из экспериментов, в котором диоксиметилен (полимер формальдегида) в присутствии малых количеств кальция приводил к образованию сахаристого вещества. Е.А.Арбузов в книге «Краткий очерк развития органической химии в России» (1948) отмечает: «В 1861 г. Бутлеров делает замечательное в истории химии открытие, а именно: при действии известкового раствора на диоксиметилен он впервые получает путем синтеза сахаристое вещество, которое он называет «метиленитаном». Этим синтезом он как бы завершает ряд синтезов классиков органической химии: Велер синтезирует щавелевую кислоту (1826) и мочевину (1828), Кольбе – уксусную кислоту (1848), Вертело – жиры (1854) и, наконец, Бутлеров – сахар (1861)» (Арбузов, 1948, с.37). Интересно, что А.И.Опарин, разрабатывая теорию происхождения жизни, выдвинул гипотезу о возможности самопроизвольного усложнения молекул первичных органических веществ, существовавших на Земле до появления жизни, по аналогии с указанной реакцией превращения формальдегида в сахар, которую открыл А.М.Бутлеров. В наше время эту гипотезу развивает химик Валентин Пармон. Алексей Хадаев в статье «В начале был «сахар» («Российская газета», № 3390 от 28 января 2004 г.) цитирует В.Н.Пармона: «Знаете, что лежит в основе главных молекул жизни – РНК и ДНК? Сахара! Они же являются важнейшими компонентами АТФ – основного переносчика энергии в клетках. Можно сказать, что именно реакция Бутлерова могла стать первым этапом зарождения жизни на Земле. Более того, другой формы жизни при этом просто не может возникнуть. Что же касается исходного вещества для такой реакции – формальдегида – то его на протоземле было довольно много. Он синтезируется в атмосфере при грозе, вулканической деятельности и т.п.» (Пармон, 2004, с.13).

Индукция М.Гульдберга и П.Вааге. Максимилиан Гульдберг и Петер Вааге (1867) открыли закон действующих масс, согласно которому скорость химической реакции пропорциональна произведению действующих масс двух веществ, руководствуясь индукцией. Ученые, работавшие в области химии до Гульдберга и Вааге, установили, что протекание химической реакции, в том числе ее скорость, зависят от температуры (Сент-Клер Девиль, 1857), давления (Н.Н.Бекетов, 1859-1865), массы реагирующих веществ (М.Бертло, Пеан де Сен-Жиль, 1862). Строго говоря, на мысль о законе действия масс Гульдберга и Вааге индуктивно натолкнуло одно весьма проницательное замечание М.Бертло. Об этом замечании М.Бертло пишет историк химии М.Джуа в книге «История химии» (1966): «…Он обнаружил влияние массы в этой реакции (реакции образования эфира из кислоты и спирта); свой вывод он сформулировал следующим образом: количество образующегося эфира в каждый момент времени пропорционально произведению масс веществ, принимающих участие в реакции. Это исследование, конечно, облегчило вывод закона действия масс, сделанный пять лет спустя Гульдбергом и Вааге» (М.Джуа, 1966). Таким образом, заметив зависимость скорости реакции от масс веществ на примере реакции образования эфира из кислоты и спирта, Гульдберг и Вааге индуктивно обощили эту связь на все другие реакции. Позже ученые выяснили, что закон Гульдберга-Вааге неприменим к неидеальным системам веществ. Об этой же индукции Гульдберга и Вааге пишет Г.В.Быков в книге «История органической химии» (1976): «Хотя Бертло и Сен-Жиль дали математическое выражение скорости реакции (см. далее) и указали на то, что она пропорциональна количеству реагирующих веществ, они не попытались связать в одном уравнении скорости прямой и обратной реакций и поэтому остановились на пороге открытия закона действия масс. Но эта работа Бертло и Сен-Жиля дала толчок для исследований Гульдберга и Ваге, опубликованных в 1864 г., а в более полном виде в 1867 г. Опираясь на экспериментальные результаты Бертло и Сен-Жиля, а также на свои собственные (реакции двойного обмена неорганических солей), Гульдберг и Вааге дали формулировку закона действия масс, введя понятие о концентрации (правда, самый этот термин появился позднее)…» (Быков, 1976, с.118-119). «…Другие химики, - продолжает Г.В.Быков, - приходили к тому же закону своими путями. Так, в 1875 г. Джеллет пришел ко второму уравнению равновесия Гульдберга и Вааге, обрабатывая экспериментальные данные по распределению кислот между органическими основаниями, Вант-Гофф в 1877 г. при изучении реакций этерификации. Оба они уже рассматривают состояние равновесия как такое, при котором скорость прямой и обратной реакций одинакова» (там же, с.119).

Индукция Джона Хайятта. Д.Хайятт (1868) пришел к идее о возможности заменить слоновую кость, которая в свое время широко использовалась для изготовления бильярдных шаров, новым синтетическим материалом, индуктивно основываясь на одном из опытов, в котором соединение раствора коллодия с камфорой дало в руки изобретателя синтетический материал с необычными свойствами, названный позже целлулоидом. Этот материал положил начало веку пластмассы. В.Песков и Б.Стрельников в книге «Земля за океаном» (1977) пишут, что Д.Хайятт случайно изобрел первый образец пластмассы: «Пластмасса – изобретение американское. И не такое уж давнее. Рождением чуда считают 1868 год, когда производство бильярдных шаров росло, а поголовье африканских слонов катастрофически уменьшалось. (Слонов стреляли исключительно ради бивней, из которых точили шары). Всякий кризис рождает поиск. А всякому поиску случай идет навстречу. Нью-йоркский печатник Джон Хайятт, искавший вещество, способное заменить слоновую кость, опрокинул случайно склянку, в которой держал раствор для покрытия ран и ссадин. Раствор застыл твердой лепешкой. Печатник стал добавлять в раствор разные вещества. И когда дело дошло до камфоры, остатки слонов можно было считать спасенными. Новый синтетический материал вполне заменил слоновую кость. Но, кроме бильярдных шаров, из него стали делать воротнички, оправы к очкам, зубные протезы, пуговицы, игрушки и кинопленку. Материал, получивший название целлулоид, был началом века пластмассы» (В.Песков, Б.Стрельников, 1977). Об этом же пишет Наталья Олешкевич в статье «Пластмассовый рай» (журнал «Энергия промышленного роста», 2007, № 7-8): «История не сохранила подробностей, почему ставку в обретении своего будущего богатства наборщик решил сделать на создании искусственной слоновой кости для производства бильярдных шаров (натуральная кость и тогда была весьма дорогой). Да это и не так важно. Важно другое - как-то раз в своей надомной химической лаборатории американец соединил нитрат целлюлозы с пластификатором (для этой цели можно было использовать касторовое или вазелиновое масло) – и неожиданно для самого себя изобрел целлулоид. В 1869 году Хайятт запатентовал свое изобретение, положив начало пластмассовому наступлению на привычный человеческий мир» (Н.Олешкевич, 2007). Аналогичную реконструкцию истории открытия Хайятта мы находим в статье Б.А.Кренцеля и В.Н.Павлова «Полимеры от А до Я» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 3). «Считают, - пишут данные авторы, - что изобретателем первого синтетического материала был американец Джон Хайятт. Однажды он порезал палец и решил замазать ранку коллодием. Схватив банку, он обнаружил, что весь жидкий коллодий в ней превратился в твердую пленку. Тут-то и осенила его счастливая мысль: он соединил коллодий – иначе говоря, нитроцеллюлозу – с камфорой и назвал новый материал целлулоидом.

Целлулоид годился лишь на изготовление воротничков и мелких безделушек, но главное было в другом. Первый синтетический материал стал ступенью прогресса в культуре человечества и началом эпохи искусственных материалов» (Б.А.Кренцель, В.Н.Павлов, 1965). Таким образом, в поисковой деятельности Д.Хайятта мы вновь встречаем индукцию с фактором случая.

Индукция А.Мариле. А.Мариле (1870) пришел к мысли о разработке эффективного метода очистки тканей, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. М.А.Степанчикова в книге «Учимся изобретать» (1997) пишет: «Мариле изобрел способ химической очистки ткани после того, как извлек из бочки со скипидаром случайно упавший туда загрязненный костюм рабочего» (Степанчикова, 1997, с.9). Об этом факторе случая в открытии способа очистки тканей пишут многие авторы. Так, Г.И.Иванов в книге «Формулы творчества, или как научиться изобретать» (1994) отмечает: «В 1870 г. А.Мариле изобрел способ химической очистки ткани. Это случилось после того, как он вынул из бочки со скипидаром упавший туда загрязненный костюм» (Иванов, 1994, с.13). На этот же эпизод из истории развития технологии очистки тканей указывает В.Петров в книге «Основы теории решения изобретательских задач» (2003).

	«В истории развития науки известно много крупных открытий. Но немногие из них можно сопоставить с тем, что сделал Менделеев – крупнейший химик мира. Хотя со времени открытия его закона прошло много лет, никто не может сказать, когда будет до конца понято все содержание знаменитой «таблицы Менделеева». Д.К.Самин о Дмитрии Менделееве

Индукция Дмитрия Менделеева. Д.И.Менделеев (1869) открыл периодический закон химических элементов, согласно которому свойства химических элементов находятся в периодической зависимости от их атомного веса, индуктивно основываясь на том факте, что в случае расположения элементов в порядке возрастания атомных весов химические свойства повторяются через каждые семь элементов. Заметив периодическое повторение свойств среди тех элементов, которые были известны во времена Менделеева, ученый решил, что эти свойства будут повторяться и после добавления в его периодическую таблицу новых элементов. Семен Резник в книге «Николай Вавилов» (1968) констатирует: «Когда-то Дмитрий Иванович, работая над учебником химии, задался скромной целью: расположить химические элементы в таком порядке, чтобы их легче было запоминать студентам. Менделеев не подозревал, что в самой постановке задачи скрыта плодотворнейшая идея внутреннего единства, родства элементов. Он выписал элементы на отдельные карточки и стал пробовать различные их чередования. Открытие закона было тем самым предрешено. Он должен был прийти к расположению элементов в порядке возрастания атомных весов. Тут-то и обнаружилось, что свойства элементов повторяются! Так был сформулирован периодический закон, составлена менделеевская таблица, предсказаны свойства еще не открытых элементов!» (С.Резник, 1968). Об этом же пишет М.Клайн в книге «Математика. Поиск истины» (1988): «К 60-м годам XIX в. было известно около шестидесяти различных типов атомов. В том же десятилетии Дмитрий Иванович Менделеев (1834-1907) предпринял попытку классифицировать известные химические элементы, расположив их в порядке возрастания атомных весов. Он обратил внимание на то, что среди первых шестнадцати элементов химические свойства повторяются через семь элементов на восьмой. Менделеев обнаружил также, что если подмеченную закономерность распространить на остальные элементы, расположенные в порядке возрастания атомных масс, то наблюдаемая повторяемость химических свойств наводит на мысль о необходимости оставлять в системе классификации кое-где «пустые клетки» (Клайн, 1988, с.207). Отметим, что периодический закон Менделеева представлял собой результат индукции с фактором случая, поскольку Менделеев не ставил перед собой цель открыть данный закон, а хотел всего лишь расположить химические элементы в таком порядке, чтобы их легче было запоминать студентам.

Индукция Дмитрия Менделеева. Д.И.Менделеев выдвинул гипотезу минерального (неорганического) происхождения нефти, индуктивно основываясь на экспериментах некоторых химиков-органиков, которые обнаружили, что смесь углеводородов (нефть) может образовываться при высоких давлениях и температурах из взаимодействия воды с карбидами металлов. До Менделеева минеральная теория происхождения нефти высказывалась М.Бертло, А.Муассаном, П.Сабатье. Но у теории Менделеева есть конкурентка. В 1890 году химик-органик Карл Энглер (1842-1925) сформулировал идею об органическом (биогенном) происхождении нефти, индуктивно осмыслив свои эксперименты, которые показали, что нефть может возникать вследствие термического разложения жиров и жирных кислот. Пауль Вальден склонился к той же точке зрения, что и Энглер, когда узнал из «Справочника стереохимии» К.А.Бишофа о сообщении Ж.Био (1835) об оптической активности нефти. Будучи специалистом в области стереохимии, П.Вальден знал, что при соединении воды с карбидом железа образуются исключительно оптически неактивные нефтяные продукты. П.Вальден реализовал следующие дедуктивные рассуждения: нефть, полученная минеральным путем, не обладает оптической активностью, то есть способностью вращать плоскость поляризации света; нефть, полученная органическим путем, обладает оптической активностью; природная нефть, добываемая из земных недр, также оптически активна, следовательно, справедлива гипотеза о биогенном происхождении нефти.

Индукция Константина Фальберга. Русский химик, работавший в Америке, Константин Фальберг (1879) пришел к выводу о возможности получения из толуолсульфонамида вещества, которое в 450 раз слаще сахара и впоследствии было названо сахарином, индуктивно исходя из случайного наблюдения, сделанного в результате того, что химик приступил к обеду, не помыв руки после химических опытов. М.А.Степанчикова в учебном пособии «Учимся изобретать» (1997) пишет: «И, конечно, всегда есть место случайности. Следует только не оставлять это без внимания. Забыв вымыть руки после лабораторных опытов, химик Фальберг сел обедать. Все блюда показались ему сладкими. Обнаружив на своих руках следы только что полученного вещества и исследовав его, ученый открыл сахарин, который во много раз слаще сахара» (Степанчикова, 1997, с.9). Алла Дружинина в статье «Сладкая жизнь со знаком качества» (журнал «Семейный доктор», 2002, № 11) указывает: «История сахарозаменителей началась в конце 70-х годов XIX века. В лаборатории американского профессора Ремсена работал никому не известный химик Фальберг, выходец из России. Однажды за обедом он обратил внимание на необычный вкус хлеба – он был… сладким. Однако домашние никакой сладости не ощущали. И Фальберг понял, что не хлеб сладок, а его «химические» пальцы: до обеда он возился с препаратами судьфаминбензойной кислоты, и, видимо, на руках остались следы этих веществ. После обеда Фальберг помчался в лабораторию – проверить догадку. Предположение подтвердилось: соединения сульфаминбензойной кислоты действительно были изумительно сладкими. Занимаясь «сладостным» соединением, Фальберг вскоре синтезировал искусственное вещество, способное заменить сахар, - сахарин» (А.Дружинина, 2002). «Сегодня, больше столетия спустя после случайного открытия Фальберга, - добавляет А.Дружинина, - спрос на заменители сахара и продукты на их основе растет прямо-таки стремительно» (А.Дружинина, 2002).

Индукция Якоба Вант-Гоффа. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1901 год Я.Вант-Гофф (1881) сформулировал шесть принципов, на которых основывается определение структурных формул, индуктивно обобщив практику структурного анализа нескольких последних десятилетий. Г.В.Быков в книге «История органической химии» (1976) пишет: «Легко видеть, что принципы Вант-Гоффа – это обобщение практики структурного анализа за двадцать лет, прошедших со времени создания структурной теории. Оставим в стороне первый принцип, где Вант-Гофф не пошел дальше Бутлерова. Второй его принцип обобщает, в частности, практику установления строения как алифатических, так и ароматических соединений, третий принцип – также обобщение опыта химиков, в частности, применения к выводам о строении органических молекул разнообразных правил, выражающих, по сути, аналогии в поведении сходных соединений в реакциях одного типа. Четвертый принцип был применен Бутлеровым уже при выводе теоретически возможных третичных спиртов и углеводородов (1864), примером его применения служат также упомянутые способы Грисса и Кернера для установления местоположения заместителей в производных бензола. Пятый принцип уже был применен химиками при установлении строения фталевой кислоты по Гребе – первый случай, а второй случай был подробно рассмотрен Марковниковым при установлении им правил замещения в ряду алифатических соединений» (Быков, 1976, с.296).

Индукция Виктора Мейера. В.Мейер (1882) пришел к выводу о возможности получения нового химического вещества – тиофена из бензойной кислоты, индуктивно отталкиваясь от следующего случайного наблюдения, сделанного во время проведения демонстрационного опыта для студентов. Ю.Б.Волькенштейн в статье «Тиофен» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 5) пишет: «Все началось с неудавшегося опыта. На одной из лекций по химии ароматических соединений осенью 1882 года немецкий профессор Виктор Мейер демонстрировал студентам получение бензола из бензойной кислоты. В приемную колбу медленно капала бесцветная прозрачная жидкость. Опыт шел успешно. Оставалось только доказать, что синтезирован именно бензол. Ассистент привычно выполнил все манипуляции, ввел изатин и серную кислоту, но полученное вещество не приняло ожидаемой синей окраски. Пробу повторил сам профессор – тот же результат. Тогда взяли бензол, выделенный из каменноугольной смолы, и проба удалась. Что же получили из бензойной кислоты?» (Ю.Б.Волькенштейн, 1965).

Индукция Адольфа Байера. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1905 год Адольф Байер (1882) выдвинул идею о том, что ртуть обладает каталитическими свойствами, то есть способна ускорять некоторые важные химические реакции, индуктивно исходя из того, что в присутствии ртути успешно идет реакция лабораторного синтеза индиго. Это как раз та реакция, за открытие которой Байер получил Нобелевскую премию. Некоторые авторы считают, что Байер случайно открыл каталитическую роль ртути в процессе искусственного синтеза красящего вещества индиго. Если мнение данных авторов соответствует действительности, то мы можем утверждать, что Байер реализовал индукцию с фактором случая. Василий Грибанов в статье «Случай и вдохновение в решении научных задач: исторический обзор» (электронный сайт «Мир химии») повествует: «…Порой только случай решает судьбу открытия. В этом отношении показателен пример немецкого химика Адольфа Байера. Почти два десятилетия он потратил на установление структуры природного красителя индиго, который в то время ценился очень дорого. Синтез индиго был почти разработан, но Байеру никак не удавалось провести его заключительную стадию. И тут помог случай в лице нерадивого ассистента Байера Франца (история, увы, не сохранила его фамилию). Во время очередной попытки синтеза заветного красителя Франц сильно перегрел реакционную смесь, в результате чего ртутный термометр, вставленный в колбу, лопнул. И о, чудо! Попав в колбу, ртуть сыграла роль катализатора, и реакция, которая не шла в обычных условиях, пошла. Путь синтеза индиго был найден и через несколько лет Адольф фон Байер (за его заслуги ему присвоили частицу «фон» - наследственный титул) стал одним из богатейших людей Германии» (В.Грибанов, сайт «Мир химии»). Об этом же факторе случая в творчестве

Адольфа Байера пишет Святослав Логинов в историческом рассказе «Случайность», который опубликован в альманахе «Хочу все знать» (Ленинград, «Детская литература», 1983).

Индукция Франсуа Рауля. Основатель криоскопии Ф.Рауль (1882) открыл «закон Рауля», согласно которому при растворении грамм-молекулы какого-либо вещества в 1000 грамм растворителя получается одно и то же понижение точки замерзания, индуктивно базируясь на исследованиях своих предшественников и своих экспериментах. Уже Чарлз Блегден (1788) заметил, что понижение точки замерзания растворителя пропорционально количеству растворенного вещества. Впоследствии С.М.Депрэ, Рюдорф (1861) и де Коппе (1871), изучая точки замерзания концентрированных соляных растворов и их максимальную плотность, нашли, что закон Блегдена в общем оправдывается удовлетворительно (М.Джуа, «История химии», 1966). Рауль повторил опыты своих предшественников и убедился в справедливости закономерности, впервые подмеченной еще в 1788 году.

Индукция Алексея Евграфовича Фаворского. Русский химик А.Е.Фаворский (1886) склонился к заключению о возможности изомерных превращений однозамещенных ацетиленовых углеводородов в двузамещенные под влиянием спиртового раствора щелочи, индуктивно исходя из химических опытов, целью которых было повторение опытов Брюльянтса. Брюльянтс разработал способ получения однозамещенных ацетиленов из кетонов, в состав которых входит карбонильная группа, и А.Е.Фаворский хотел воспроизвести эти реакции. Однако в описании реакции, которым руководствовался русский химик, была неправильно указана температура, при которой происходит требуемое химическое превращение. Поэтому А.Е.Фаворский получил не те продукты, о которых говорил Брюльянтс. Среди продуктов оказался двузамещенный ацетилен, что и свидетельствовало об открытии нового вида химического превращения. Таким образом, ошибочное (неправильное) описание температуры реакции привело ученого к открытию. Следовательно, перед нами не что иное, как индукция с фактором случая. М.Ф.Шостаковский в книге «Алексей Евграфович Фаворский» (1948) цитирует стенограмму речи А.Е.Фаворского от 27 февраля 1940 года: «И вот, на четвертом году моей работы счастье опять мне улыбнулось. Ассистент А.М.Бутлерова – М.Д.Львов – дал мне задание: приготовить препарат этилацетилена. В то время как раз химик Брюльянтс разработал общий способ получения однозамещенных ацетиленов из кетонов, в состав которых входит карбонильная группа. При реакции пятихлористого фосфора, вместо карбонила, получается группа атомов, где один углерод содержит два хлора и затем от этого хлорида отнимают две молекулы хлористого водорода. В результате получаются однозамещенные ацетиленовые углеводороды. Показаны были условия, при которых нужно было вести реакцию. Именно рекомендовалось нагревать хлориды со спиртовым раствором едкого кали при 160С. Я так и поступил. Но, когда я выделил продукт реакции, то оказалось, что он не содержит ожидаемого однозамещенного ацетиленового углеводорода. Львов не поверил, что я правильно провел опыт. Он сказал: «Может быть, вы кетоны перепутали, а может быть, реакция проведена не по написанному». Но я доказал, что в условиях опыта и в выборе исходного кетона я не ошибся. В дальнейшем я получил ожидаемый этилацетилен, но в других условиях – просто со щелочью. Он действительно оказался при 160С одно-замещенным, дающим характерную реакцию с полихлористой медью. Но после того, как я однозамещенный ацетилен нагрел со спиртовой щелочью при 160, я обратно его не получил, а получил двузамещенный ацетилен. Таким образом, мне удалось показать, что однозамещенный ацетилен начинает образовываться при действии сухой щелочи, а при условии его нагревания со спиртовой щелочью до 160 градусов он реорганизуется в двузамещенный. Тогда встал опять вопрос, а как же Брюльянтс указывает определенно температуру 160. Говоря по поводу ошибки Брюльянтса, я считал, что тут одно из двух: или термометр неверно показывал, ошибался на целых 40, что маловероятно, или это, может быть, счастливая для меня опечатка в температурном режиме реакции, а благодаря этому я как раз получил не то, о чем писал Брюльянтс. (…) В это время Байер выпустил свою книгу по истории химии, в которой осветил и мою работу. Таким образом, я, можно сказать, из желторотого химического юнца попал в историю нашей науки» (Шостаковский, 1948, с.77). Об этом же факторе случая в открытии Фаворского пишет Лев Гумилевский в книге «Чаплыгин» (1969): «Подобно Гельмгольцу, в 1940 году в Москве крупный русский ученый, академик А.Е.Фаворский в день своего восьмидесятилетия на торжественном вечере говорил: «Я считаю, однако, во имя справедливости и правды своим долгом сказать, что все то, что я сделал, это не есть исключительно результат одних моих талантов и одного моего труда, только моих исканий. В жизни каждого человека играет большую роль случайность, так называемое «везение». И в моей жизни эти случайности, и именно счастливые случайности сыграли большую роль». К первому своему открытию, поставившему молодого ученого сразу в первые ряды химиков, Фаворский пришел действительно случайно, благодаря ошибке в температуре, указанной в описании реакции, которую Фаворский должен был повторить» (Гумилевский, 1969, с.70-71).

Индукция Ивана Каблукова. И.А.Каблуков (1889) выдвинул представление об аномальной электропроводности неводных растворов, индуктивно отталкиваясь от обнаружения эффекта аномальной электропроводности хлористого водорода, растворенного в спирте или эфире. В.Зяблов в статье «Теорема Каблукова» (журнал «Химия и жизнь», 1977, № 11) отмечает: «Требовалось ни много ни мало – начать новое направление физической химии: проверить применимость законов, выведенных для водных растворов, к растворам в других жидкостях. Каблуков был первым, кто стал измерять электропроводность в спирте и эфире, - и тут же обнаружил, что правила здесь действуют во многом иные. В соответствии с законом Оствальда по мере разбавления раствора диссоциация должна усиливаться и молекулярная электропроводность обязана расти. Но это было установлено для воды, а в спирте или в эфире электропроводность хлористого водорода росла лишь до некоторого предела, после которого разбавление начинало ее снижать. Так был открыт эффект аномальной электропроводности, который и поныне во всех учебниках упоминается в сочетании с именем Каблукова» (В.Зяблов, 1977).

Индукция Михаила Александровича Ильинского. Известный русский химик, основатель химии антрахинона М.А.Ильинский (1891) пришел к выводу о способности ртути выступать в роли катализатора химических реакций (повторил и расширил открытие А.Байера на другом эмпирическом материале), индуктивно основываясь на случайном обнаружении катализа реакции сульфирования антрахинона под влиянием ртути. Лия Яковлевна Марголис в книге «Волшебная палочка химии» (1964) пишет о работе М.А.Ильинского с ароматической сульфокислотой - промежуточным продуктом синтеза ализарина и индиго, используемых для окрашивания тканей: «Одним из промежуточных продуктов синтеза этих красок является «ложная ароматическая сульфокислота». Более 70 лет назад русский ученый М.А.Ильинский пытался получить ее из сложного органического вещества антрахинона. По его расчетам, при нагревании до 100 ° в присутствии серной кислоты из антрахинона должна была образоваться сульфокислота определенного строения. Много опытов поставил Ильинский, но кислоты, необходимой для синтеза ализариновой краски, не получалось. Однажды во время опыта разбился термометр, и капля ртути попала в колбу, где протекал синтез. И вот в колбе, как по волшебству, образовалась сульфокислота, которую так тщательно и долго искал ученый. Капля ртути направила процесс по желаемому направлению» (Л.Я.Марголис, 1964).

Индукция Габриеля Бертрана. Известный физиолог 19 века Г.Бертран разработал первую теорию окислительной ферментативной активности, в которой определил марганец как обязательный компонент окислительных ферментов, индуктивно основываясь на том, что добавление марганца в определенных концентрациях повышает биокаталитическую активность препаратов окислительных ферментов. А.Н.Шамин в книге «История биологической химии. Формирование биохимии» (2006) пишет: «…Вопрос о природе биокатализаторов оставался нерешенным. Мало того, в него оказались внесены некоторые усложнения, связанные именно с достижениями препаративной биохимии ферментов – важнейшего направления энзимологии начала 20 века. Первое осложнение было вызвано проблемой коферментов. Представление о них было создано Г.Бертраном в 1897 г., который в золе окислительного фермента лакказы обнаружил марганец, каталитические способности которого применительно к ряду органических кислот и масел были известны. Бертран предположил, что биокаталитическая активность лакказы обусловлена наличием в ней марганца. Определенную корреляцию, как он полагал, ему удалось обнаружить» (Шамин, 2006, с.101). «Но все же, - говорит А.Н.Шамин о Бертране, - он с бесспорностью (и это было подтверждено другими авторами) доказал, что добавление марганца в определенных концентрациях повышает биокаталитическую активность препаратов окислительных ферментов. Бертран заключил, что марганец – обязательный компонент окислительных ферментов и заменить его на другие элементы или органические вещества нельзя. Этот факт послужил основой для разработки Бертраном первой специальной теории окислительной ферментативной активности» (там же, с.101).

Индукция Морица Траубе. Выдающийся ученый Мориц Траубе предположил, что вода является одним из основных факторов любого окислительного процесса, индуктивно отталкиваясь от того, что в отсутствие воды не идут никакие окислительные процессы. А.Н.Шамин в книге «История биологической химии. Формирование биохимии» (2006) отмечает: «…Траубе высказал и химически обосновал еще одно существенное положение. Обнаружив, что в отсутствие воды, по-видимому, не идут никакие окислительные процессы (в абсолютно сухом кислороде даже металлический натрий сохраняет свой блеск), Траубе предположил, что одним из основных факторов любого окислительного процесса, а тем более процесса биологического окисления является вода» (Шамин, 2006, с.112). Говоря о вкладе М.Траубе в развитие биохимии, А.Н.Шамин констатирует: «Он был настолько уверен, что природа биокаталитических процессов не отличается от природы обычных реакций, что создал целую серию модельных систем, исследование которых должно было помочь пониманию течения процессов в организме. Процессы, аналогичные брожению, он пытался воспроизвести в системе индиго – серная кислота. Процессы разложения сахара он пытался воспроизвести в присутствии платиновой черни и воды» (там же, с.70).

Индукция Людвига Монда. Людвиг Монд (1880-е годы) высказал предположение о том, что никель способен взаимодействовать с углеродом, индуктивно базируясь на следующей случайной находке. А.Яковлев в статье «Карбонил никеля – одно из самых интересных соединений элемента № 28» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1) пишет: «В 80-х годах прошлого века в лаборатории Людвига Монда – крупного инженера-химика и промышленника, одного из основателей химической индустрии Англии, шла работа по очистке окиси углерода от примесей. Газ пропускали над накаленным никелем. Случайно заметили, что по окончании опыта, когда никель почти остыл, пламя отходящей окиси углерода из бесцветного сделалось белым. Непонятный факт стал интригующим, когда выяснилось, что это белое пламя на холодном фарфоре оставляет металлический налет. Казалось совершенно невероятным, чтобы такой металл, как никель, давал летучее соединение с окисью углерода» (А.Яковлев, 1968). После серии опытов Л.Монд совместно с другими химиками установил, что никель действительно соединяется с углеродом и образует соединение, получившее название карбонил никеля.

Индукция Анри Муассана. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1906 год А.Муассан (1886) пришел к заключению о возможности получения нового химического элемента фтора путем электролиза его соединений в платиновом сосуде, индуктивно отправляясь от случайного наблюдения, сделанного им после многочисленных попыток других ученых выделить этот элемент, которые приводили к отравлениям и ожогам. В свое время отравились, надышавшись небольшими количествами фтороводорода, а также получили серьезные ожоги французские химики Жозеф Гей-Люссак, Луи Тенар и английский химик Гемфри Дэви. При попытках выделить фтор при помощи электролиза его соединений нанесли ущерб своему здоровью французский химик Эдмон Фреми и английский электрохимик Георг Гор. И лишь в 1886 году французскому химику Анри Муассану сравнительно безболезненно удалось получить фтор. Муассан случайно обнаружил, что при электролизе смеси жидкого безводного HF и гидрофторида калия (KHF2) в платиновом сосуде на аноде выделяется светло-желтый газ со специфическим резким запахом. Однако, когда Муассан докладывал Парижской академии наук о своем открытии, один глаз ученого был закрыт черной повязкой. Заключение Муассана представляет собой индукцию с фактором случая. Нобелевская премия по химии была присуждена Муассану в 1906 году «в признание большого объема исследований – получение элемента фтора и введения в лабораторную и промышленную практику электрической печи, названной его именем».

Индукция Рафаэля Лизеганга. Немецкий химик Р.Лизеганг (1896) сформулировал идею о возможности периодических (колебательных) явлений в процессах взаимодействия химических веществ, индуктивно основываясь на обнаружении колебательного химического процесса, в котором образуются так называемые кольца Лизеганга. А.А.Печенкин в статье «Мировоззренческое значение колебательных химических реакций» («Вестник Московского университета», серия 7. Философия. 2005, № 6) пишет: «После Рунге в историю колебательных реакций вступает потомственный фотограф, путешественник, специалист по коллоидной химии Рафаэль Лизеганг (1869-1947). В 1896 г. он опубликовал свои опыты с ритмическими структурами (кольцами Лизеганга), получающимися при отложении осадка бихромата серебра в желатине. Лизеганг наливал на стеклянную пластину нагретый раствор желатина, содержащий бихромат калия. Когда раствор застывал, он наносил в центр пластины каплю раствора азотнокислого серебра. Осадок бихромата серебра выпадал не сплошным пятном, а концентрическими окружностями, похожими на годовые кольца, что видны на срезе дерева. Р.Лизеганг, знакомый с книжками Рунге, первоначально склонялся к натурфилософскому и организмическому объяснению полученного им периодического процесса. Однако он положительно реагировал на физическое объяснение своих «колец», данное в 1898 г. крупнейшим химиком, почитаемым в качестве создателя физической химии, Вильгельмом Оствальдом (1853-1932). Объяснение, данное Оствальдом, базировалось на понятии о метастабильном состоянии – неравновесном состоянии, обладающем, тем не менее, некоторой устойчивостью» (А.А.Печенкин, 2005). Что касается предшественника Лизеганга Фердинанда Рунге, то он открыл (1850) красочные периодические структуры, возникающие на фильтровальной бумаге, когда на нее наливают один за другим растворы различных веществ.

	«Э.Фишер происходил из богатой купеческой семьи, и отец хотел, чтобы Эмиль пошел по его стопам. Эмиля отдали на практику к родственнику, но его совершенно не интересовала торговля. Через некоторое время родственник заявил, что из него ничего не получится. В конце концов, отец Эмиля отказался от этой идеи и вынес приговор: «Жаль, что для купца он слишком глуп. Пусть лучше изучает химию». С.Д.Варфоломеев об Эмиле Фишере

Индукция Эмиля Фишера. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1902 год Эмиль Фишер сделал предположение о высокой специфичности действия ферментов на различные субстраты в биохимических процессах, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых он изучал действие ферментов на различные углеводы. А.Н.Шамин в послесловии к книге

Э.Фишера «Из моей жизни» (1988) пишет: «Изучая действие ферментов на различные углеводы и гликозиды, Э.Фишер отметил высочайшую специфичность действия биокатализаторов. При этом впервые ученый подошел к этому феномену методологически. Хотя он и не был полностью уверен в том, что ферменты по своей природе являются белками, он выстроил два параллельных ряда: специфичность ферментов – специфичность белков. При этом он подошел к истолкованию этих представлений как химик: специфичность белков он определил как способность образовывать бесконечное количество изомеров» (Э.Фишер, «Из моей жизни», 1988, с.231). Об этом же А.Н.Шамин говорит в послесловии к книге Э.Фишера «Избранные труды» (1979): «Фишер установил, что ферменты действуют на глюкозиды точно так же, как и живые дрожжевые клетки. Но ферменты по-разному действовали на оптические антиподы углеводов и глюкозидов. Фишер считал, что ферменты, как и вообще живая материя, оптически деятельны, и между ферментом и веществом, на которое он действует, должно существовать определенное пространственное соответствие – по образному выражению Э.Фишера, они должны соответствовать друг другу как ключ к замку. Это было важнейшее положение, оставившее глубокий след в истории науки» (Э.Фишер, «Избранные труды», 1979, с.614). Интересно, что на мысль о высокой стереоспецифичности ферментов, о том, что ферменты относятся к своим субстратам как ключ к замку, Фишера наводили исследования и других ученых: Пастера, Бухнера, Пьютти. Э.Фишер в книге «Избранные труды» (1979) сам пишет об этом: «Со времени знаменитых опытов Пастера известно… что два оптических антипода перерабатываются организмом с различной скоростью» (Фишер, 1979, с.137). «Э.Бухнер, - указывает Э.Фишер, - доказал на примере фумаровой и малеиновой кислот, на которые Пенициллиум глаукум и Аспергиллус действуют неодинаково, что те же самые различия существуют и в случае ненасыщенных соединений, различных по своей пространственной конфигурации. Пьютти при изучении аспарагинов, один из которых сладкий на вкус, а другой безвкусный, установил, что и высокоразвитые организмы различным образом действуют на пару оптических антиподов. Пастер объяснил это явление как результат оптической асимметрии вещества, из которого состоят нервы» (там же, с.137). «…Между конфигурацией ферментов и конфигурацией объекта, на который они воздействуют, - аргументирует Э.Фишер, - должно существовать сходство. Только в этом случае происходит реакция. Чтобы эта идея стала понятнее, я использовал сравнение с замком и ключом» (там же, с.152). Э.Фишер весьма подробно описывает исходные посылки, которые подтолкнули его к идее о пространственном соответствии между ферментом и сбустратом: «…Тирфельдер и я высказали предположение, что действующие при брожении агенты дрожжевой клетки, которые, как и большинство сложных веществ, несомненно, асимметричны, могут влиять только на те сахара, с которыми они имеют родственную конфигурацию. И эта гипотеза имеет некоторое сходство с высказыванием Пастера, который объяснил различный вкус обоих оптических изомеров аспарагина, обнаруженного Пьютти, асимметрией веществ нервных клеток» (там же, с.215). «Благодаря исследованиям Пастера и других ученых давно известно, что микроорганизмы вообще предпочитают из двух оптически изомерных соединений одну форму» (там же, с.240). То, что Луи Пастер первым открыл факт субстратной специфичности микроорганизмов, подтверждается Г.Г.Шлегелем, который в книге «История микробиологии» (2002) указывает: «До начала 20 столетия считалось, что микроорганизмы различаются по субстратной специфичности. Явление субстратной специфичности было открыто Пастером. Уже в 1857 году он показал, что в смеси представленных кристаллов право- и левовращающей винной кислоты Пенициллиум глаукум использует только правовращающую, а левовращающая остается сначала неиспользованной, а затем разлагается бактерией» (Шлегель, 2002, с.153).

Индукция Эмиля Фишера. Эмиль Фишер (1899) сформулировал предположение о том, что белки состоят из аминокислот, что аминокислоты являются строительными материалами для белков, индуктивно исходя из многочисленных исследований, показавших, что при гидролизе белков образуются аминокислоты. А.Н.Шамин в послесловии к книге Э.Фишера «Из моей жизни» (1988) пишет: «К тому времени, когда Э.Фишер начал исследования белков, об их природе было известно очень немного. Было более или менее ясно лишь одно: при гидролизе белков образуются аминокислоты, но уверенности в том, что они структурно «предсуществуют», как говорили тогда, в белках, а не образуются в самом процессе гидролиза, не было. Если же действительно они входили в состав молекулы белка, то ничего определенного не было известно о том, как они соединены между собой (а также с другими компонентами белковой молекулы, если таковые существуют). Вот здесь и пригодились Э.Фишеру точные синтетические приемы, позволяющие осуществлять тончайшие переходы между отдельными веществами, сопоставлять синтетические продукты с природными, выделенными из изучаемых объектов» (цит. по: Фишер, 1988, с.233). Независимо от Э.Фишера идею об участии аминокислот в построении белков высказывал Ф.Гофмейстер. А.Н.Шамин в книге «История химии белка» (2006) констатирует: «Вывод о возможной исключительной роли аминокислот в построении белковой молекулы одновременно с Э.Фишером сделал Ф.Гофмейстер» (Шамин, 2006, с.135).

Индукция Альбрехта Косселя. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1910 год Альбрехт Коссель (1894) выдвинул гипотезу о том, что протамины являются простейшими представителями класса белков, индуктивно исходя из исследований, которые показали, что протамины имеют весьма много свойств, сближающих их с белками. А.Н.Шамин в книге «История химии белка» (2006) указывает: «В 1874 г. Ф.Мишер выделил основное вещество из спермы лосося, названное им протамином. Протамин привлекал к себе мало внимания до 1894 г., когда им и другими подобными соединениями заинтересовался А.Коссель. До работ Косселя неясно было даже систематическое положение протаминов – лишь после его работ эти соединения были отнесены к белкам» (Шамин, 2006, с.114). «Коссель обнаружил, - отмечает А.Н.Шамин, имея в виду протамины, - что при гидролизе этих веществ выделяются большие количества аргинина. Кроме того, среди продуктов гидролиза была обнаружена новая аминокислота – гистидин. Почти в то же время С.Хедин выделил гистидин из нескольких других белков. Дальнейшие исследования показали, что протамины, выделенные сначала в отдельный класс веществ, имеют весьма много свойств, сближающих их с белками. Они, так же как и белки, содержали аминокислоты, могли перевариваться трипсином, и по многим физическим свойствам были почти неотличимы от белков. На основании этого Коссель сделал заключение, что протамины – простейшие представители класса белков. Логическим выводом из этого утверждения было предположение, что протамины и белки имеют один и тот же принцип строения» (там же, с.115).

Индукция Мозеса Гомберга. Американский исследователь М.Гомберг (1900) выдвинул предположение о реальном существовании свободных радикалов, о возможности их выделить, индуктивно исходя из следующих опытов. В.Д.Шолле в статье «Метаморфозы трифенилметила» (журнал «Химия и жизнь», 1974, № 8) пишет: «В 1900 году научная общественность смогла ознакомиться со статьей 34-летнего американского исследователя М.Гомберга «Трифенилметил, случай трехвалентного углерода». Эта статья положила по существу начало новой области химической науки – химии стабильных свободных радикалов. Гомберг занимался тем, что синтезировал производные простейших углеводородов – метана, этана, у которых атомы водорода последовательно замещались фенильными радикалами C6H5. Эта работа шла без особых неожиданностей до тех пор, пока Гомберг не попытался получить гексафенилэтан, то есть этан, у которого все водородные атомы замещены на фенильные радикалы. С этой целью он подействовал на трифенилхлорметан мелкораздробленным серебром, рассчитывая на то, что два трифенилметильных радикала соединятся друг с другом и дадут желаемый продукт… Однако полученное в действительности вещество содержало помимо углерода и водорода почему-то и кислород. Это могло лишь означать, что вещество представляет собой не углеводород, а перекись. Кислород, конечно, взялся из воздуха. Но вся штука в том, что он никак не должен был принимать участие в этой реакции! Гомберг решил возможно тщательнее разобраться в неожиданном происшествии. Он повторил опыт, на этот раз тщательно оберегая реагирующие вещества от воздуха и влаги, а продукт выделял в вакууме. Результат оказался еще более удивительным. Получилось другое вещество, которое, хотя и соответствовало по составу гексафенилэтану, проявляло странные химические свойства. (…) Перебрав все возможности, Гомберг остановился на гипотезе, согласно которой полученное им соединение представляет собой не что иное, как стабильный радикал трифенилметил» (Шолле, 1974, с.24).

	«…Мы, ученые, должны быть скромны при оценке наших научных достижений и должны всегда сознавать, что хотя мы и посвятили всю свою жизнь науке, мы могли внести в ее достижения лишь небольшую лепту, так как ее задачи безграничны». Владимир Ипатьев

Индукция Владимира Ипатьева. В.Ипатьев (1901) сформулировал идею о возможности получения ряда органических веществ посредством высокотемпературной реакции разложения спиртов в присутствии металлического катализатора, индуктивно основываясь на следующих опытах. Осуществляя термическое разложение спиртов в железной трубке при 600°С, В.Ипатьев смог получить вполне определенные количества четко идентифицируемых альдегидов, кетонов и водорода практически без каких-либо примесей. Марк Зальцберг в статье «Три жизни академика Ипатьева» (журнал «Химия и жизнь», 1992, № 10) повествует: «Первым было открытие Ипатьевым каталитического действия железа на процесс высокотемпературного разложения спиртов. Сам каталитический эффект был уже к тому времени известен, но никакого промышленного значения ему тогда не придавали, и занимались им немногие ученые из чисто теоретического интереса. (…) В открытии Ипатьева новым было то, что реакция направленного разложения спиртов происходила при очень высокой температуре, при которой, как полагали ранее все исследователи, могло происходить только полное разложение спирта с получением произвольных осколков его молекулы, образование которых не подчиняется никаким правилам и совершенно непредсказуемо. Мало того! В то время химики полагали, что при температуре свыше 350°С никакие посторонние ингредиенты не могли влиять на ход разложения органического вещества» (М.Зальцберг, 1992). «Ипатьев, - подчеркивает М.Зальцберг, - впервые в мире получил при термическом разложении различных спиртов в железной трубке при 600°С не беспорядочную смесь непредсказуемых количеств водорода, окиси углерода, метана, этилена и прочих газов, а вполне определенные количества четко идентифицируемых альдегидов, кетонов и водорода практически без каких-либо примесей. Ипатьев сразу понял, что имеет дело не с термической, а с термокаталитической реакцией, так как ничего подобного при разложении спиртов в традиционных стеклянных ретортах никто не получал. Все дело было в железе трубки. В новом катализаторе!» (М.Зальцберг, 1992). Отметим, что идея Ипатьева о возможности получения ряда органических веществ из спирта в присутствии металлического катализатора была индукцией с фактором случая, поскольку Ипатьев случайно обнаружил каталитическую роль железа. Н.А.Корецкая в статье «Характер, случай и открытие» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7) пишет: «В 1900 году В.Н.Ипатьеву для работы понадобился бутадиен. Получить его он решил уже известным способом – пиролитическим разложением изоамилового спирта. Попускать спирт можно было через различные трубки: стеклянные, фврфоровые или железные. Ипатьев случайно взял железную, поскольку не придавал материалу трубки особого значения. Ему пришла мысль исследовать жидкие продукты реакции, которыми другие ученые пренебрегали, полагая, что они состоят исключительно из воды и не успевшего разложиться спирта. Оказалось, что это не так. Ипатьев обнаружил в жидких продуктах реакции изовалериановый альдегид, который образовался именно благодаря железной трубке (а не стеклянной или фарфоровой). Так было открыто каталитическое действие железа. Многие исследователи получали бутадиен таким способом, но никто не исследовал жидкие продукты реакции и не задумывался о роли материала трубки. Счастливое совпадение привело к открытию» (Н.А.Корецкая, 2006).

Индукция Владимира Ипатьева. В.Ипатьев сформулировал мысль о целесообразности применения в органической химии окиси алюминия в качестве катализатора, индуктивно отталкиваясь от удачного получения этилена путем дегидратации спирта в присутствии окиси алюминия (глинозема). Марк Зальцберг в статье «Три жизни академика Ипатьева» (журнал «Химия и жизнь», 1992, № 10) пишет о выдающемся химике: «Он делает второе открытие, значение которого еще выше, чем первого. Поняв механизм катализа, он стал искать новые катализаторы в группе веществ, отвечавших его теории. И так как поиск шел не вслепую, то выдающийся результат не заставил себя ждать. Ипатьев установил, что приготовленная особым образом окись алюминия (помните окислы металлов из его доклада в РФХО в 1901 году?) – превосходный катализатор не только той же реакции со спиртом, но и целой гаммы других полезных и интересных реакций. До сих пор промышленные процессы получения из нефтяных фракций множества ценнейших продуктов осуществляются на катализаторах, основой которых служит все та же окись алюминия!» (М.Зальцберг, 1992).

Индукция Владимира Ипатьева. В.Ипатьев (1909) пришел к выводу о существовании реакций, которые ускоряются в присутствии двух катализаторов, один из которых выступает в роли активатора первого, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Марк Зальцберг в статье «Три жизни академика Ипатьева» (журнал «Химия и жизнь», 1992, № 10) констатирует: «Продолжая исследовательскую работу, в том же 1909 году Ипатьев обнаруживает весьма интересное явление. В опытах по гидрогенизации под давлением выяснилось, что присутствие в реакционной среде двух разных металлов – катализатора и материала стенок реактора – существенно повышает скорость реакции. Так было положено начало теории и применению «промоторов» - активаторов катализатора. Теперь так называемые биметаллические и полиметаллические катализаторы широко используют и в нефтехимии, и в органическом синтезе» (М.Зальцберг, 1992).

Индукция Владимира Ипатьева. Предположение В.Ипатьева (1911) о возможности получения искусственной нефти в химических реакциях, идущих при высоком давлении и температуре, индуктивно диктовалось следующим опытом. М.Зальцберг в той же статье указывает: «В 1911 году Ипатьев провел еще одно замечательное исследование. Применяя все ту же «бомбу», он получил из этилена при давлении 200-250 атмосфер и температуре 360-380°С искусственную нефть, которая, как и полагается нефти, содержала в основном насыщенные углеводороды, ароматические и нафтеновые углеводороды, а также олефины (с двойной связью). Доклад на эту тему вызвал редчайшие в таких случаях аплодисменты, и не зря. Именно эта реакция и методика позволили Ипатьеву в начале 40-х годов, уже в США, наладить промышленное производство высокооктанового авиационного бензина» (М.Зальцберг, 1992).

Индукция Николая Зелинского. Н.Д.Зелинский (1911) пришел к идее о разработке каталитического платформинга – метода крекинга нефти с использованием катализаторов, индуктивно основываясь на опытах, в которых ему удалось обнаружить, что в присутствии платины происходит ароматизация нефти. А.А.Локерман в книге «Рассказ о самых стойких» (1982) повествует: «Академик Н.Д.Зелинский в 1911 году установил, что в присутствии платины происходит ароматизация нефти, входящие в ее состав нафтеновые углеводороды дегидрируются, отщепляют водород и могут быть быстро превращены в ароматические углеводороды – бензол, толуол, ксилол и их производные. Реализация идеи Зелинского привела к замене термического крекинга каталитическим платформингом – роль в нем платины подчеркнута самим названием. Этот высокопроизводительный способ обеспечивает переработку колоссальных количеств нефти. Проходя сквозь реактор, она соприкасается с мелкими (до 5 миллиметров), покрытыми дисперсной платиной шариками из окиси алюминия. Платина по весу составляет в них менее одного процента, но поверхность соприкосновения с нефтью очень велика и мгновенно происходит чудо: из нафтеновых фракций, которые иными способами не поддаются переработке, удается получить бензин и ароматические углеводороды, незаменимое сырье для синтеза каучука, нейлона, полиэфирных волокон, различных смол – всего сейчас из нефти получают более 5 тысяч синтетических продуктов. Каталитический платформинг сделал возможным получение бензинов высшего качества, с очень высоким октановым числом, что определило возможность увеличить мощность двигателей и уменьшить их размеры» (А.А.Локерман, 1982).

Индукция Поля Сабатье. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1912 год Поль Сабатье (1902) сделал вывод о возможности и преимуществах синтеза органических веществ с использованием в качестве катализатора свежевосстановленного никеля, индуктивно основываясь на опытах по пропусканию смеси паров органического вещества с водородом через трубку с катализатором. В.И.Кузнецов и З.А.Зайцева в книге «Химия и химическая технология. Эволюция взаимосвязей» (1984) отмечают: «Первой ступенью в развитии гетерогенно-каталитического синтеза являются исследования П.Сабатье. В них затрагивается целый ряд органических реакций, но наиболее разработанной областью является гидрогенизация органических соединений. Применяя в качестве катализатора свежевосстановленный никель, Сабатье уже в 1901-1902 гг. показал преимущества гетерогенного катализа. Реакции гидрогенизации происходили в одну стадию с применением газообразного водорода и часто приводили к количественным выходам целевых продуктов: алканов из алкенов, циклоалканов из бензола и его гомологов, спиртов из альдегидов и кетонов. Отпала необходимость в сложном оформлении синтезов: методика экспериментов Сабатье состояла в основном в пропускании смеси паров органического вещества с водородом через трубку с катализатором» (Кузнеков, Зайцева, 1984, с.71). Об этом же пишет В.Штрубе во втором томе книги «Пути развития химии» (1984): «В 1897 г. П.Сабатье и Ж.Сандеран открыли важный метод синтеза насыщенных жирных кислот в присутствии катализатора (например, никеля). На основе этого метода в 1920 г. В.Норман предложил промышленный способ получения твердых жиров (в том числе, например, маргарина)» (Штрубе, 1984, с.155).

Индукция Фрица Габера. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1918 год Фриц Габер (1906) пришел к мысли об изобретении стеклянного электрода для измерения кислотности раствора, индуктивно базируясь на обнаружении того, что обыкновенное стекло, помещенное в водный раствор, приобретает потенциал, величина которого определяется кислотностью среды. К.М.Будников и Э.П.Медянцева в статье «От электрода к электрорецептору» (журнал «Химия и жизнь», 1991, № 7) пишут: «А в 1906 году произошло событие, значение которого для аналитической химии трудно переоценить. Оказалось, что обыкновенное стекло, опущенное в водный раствор, приобретает потенциал, величина которого зависит от кислотности среды, или содержания ионов водорода в растворе. Через три года немецкие химики Габер и Клеменсиевич сконструировали первый стеклянный электрод для измерения кислотности раствора. Он дал начало целому семейству ионоселективных электродов (ИСЭ), избирательно реагирующих на определенные ионы или соединения в растворах» (К.М.Будников, Э.П.Медянцева, 1991).

Индукция Фрица Габера. Фриц Габер (1908) пришел к заключению о возможности промышленного синтеза аммиака в условиях повышенного давления и температуры, индуктивно исходя из своих опытов, в ходе которых ему удалось достичь высокой продукции аммиака из элементов в указанных термодинамических условиях в присутствии катализатора осмия. Отметим, что индукция Ф.Габера опиралась на метод проб и ошибок (метод последовательного перебора), поскольку в поисках приемлемого катализатора он провел более 4000 опытов. И.А.Леенсон в статье «Конец химии откладывается» (журнал «Химия и жизнь», 2007, № 11) отмечает: «С 1903-го по 1919 год в поисках катализатора синтеза аммиака Габер испытал около 4000 различных веществ! Но эти исследования были беспрецедентны не только по научной значимости и затраченным усилиям; они имели важнейшие практические последствия и оказали исключительное влияние на мировую историю» (И.А.Леенсон, 2007). В.Ф.Швец в статье «Введение в химию каталитических реакций» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 6) уточняет эту цифру. Если считать, что в 1908 году Ф.Габер применял в качестве катализатора осмий, а в 1911 году осознал каталитическую эффективность железной руды с примесями, то общее количество веществ, которые были испробованы перед этим, составит около 20.000. Обнаружение железной руды с примесями как замечательного катализатора синтеза аммиака является заслугой А.Митташа (1911).

Индукция Карла Боша и Альвина Митташа. Карл Бош и Альвин Митташ (1911) высказали мысль о том, что процесс синтеза аммиака становится эффективным в случае применения в качестве катализатора магнетита (железной руды с примесями), индуктивно исходя из случайного открытия прекрасных каталитических свойств куска шведской магнетитовой руды. Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (1986) повествует: «Для решения всех вопросов скорейшего осуществления промышленного аммиачного синтеза была создана группа под руководством известных исследователей Карла Боша и Альвина Митташа. Прежде всего, они занялись подбором дешевых катализаторов. Естественно, что первым кандидатом на эту роль стало железо. Но чистое железо не оправдало надежд – вероятнее всего, нужны были еще какие-то активирующие добавки. С лета 1909 года до начала 1912 года исследовательская группа испробовала ни много ни мало 2500 смесей. Но некоторые из добавок не только не ускоряли процесса, но даже замедляли его. Они оказались своеобразными ядами, отравляющими катализатор и резко снижающими его активность. Неизвестно, как долго продолжались бы поиски, если бы один из сотрудников случайно не наткнулся в старом лабораторном шкафу на кусок шведской магнетитовой руды. Решили на всякий случай испробовать и ее. У магнетита оказались отличные каталитические свойства. (…) Выходило, что активность катализатора зависела от примесей в железной руде. Вот так случайная находка сама явилась как бы катализатором идеи, ускорившей решение всей проблемы. Случайные находки! Порой они невероятны, порой никчемны. Но случай и удача сопутствуют тому, кто ищет. Вот и этот кусок забытой руды, кого бы он заинтересовал раньше, когда поиски катализатора еще не начались?» (Е.Д.Терлецкий, 1986). Мы вновь имеем возможность наблюдать индукцию с фактором случая.

Индукция Лео Хедрика Бакеланда. Лео Бакеланд (1907) сделал заключение о возможности химического синтеза нерастворимого материала, устойчивого к высокой температуре и не проводящего электричества, индуктивно исходя из того, что, проведя реакцию конденсации формальдегида и фенола, он получил полимер, обладавший указанными свойствами. Наталья Олешкевич в статье «Пластмассовый рай» (журнал «Энергия промышленного роста», 2007, № 7-8) указывает: «Бакеланд занялся поисками заменителя шеллака – воскоподобного вещества, выделяемого некоторыми тропическими насекомыми. Проведя реакцию конденсации формальдегида и фенола, он получил полимер, для которого не мог найти растворителя. Это навело его на мысль, что такой практически не растворимый и, как выяснилось, не проводящий электричества материал может оказаться очень ценным. В 1907 году Бакеланд запатентовал свой полимер, который скромно нарек бакелитом. Эта смола была первым синтетическим пластиком, не размягчавшимся при высокой температуре. Получился очень прочный материал, который мог быть превращен в абсолютно любую вещь – от тарелки до пропеллера самолета» (Н.Олешкевич, 2007). Интересно, что открытие бакелитов могло произойти раньше. В.Мей в статье «Фенол, сиречь, карболка» (журнал «Химия и жизнь», 1982, № 4) пишет: «Образование смолы в реакциях фенола с альдегидами знаменитый Адольф Байер наблюдал еще в 70-х годах прошлого столетия. Но, как это часто бывает, поначалу на эту реакцию обратили внимание лишь постольку, поскольку она мешала. В процессе, который изучал А.Байер, смолообразование было крайне нежелательно. Только через три десятилетия получение смол по этой реакции было запатентовано в Англии и Германии. В 1910 г. американский ученый Л.Бакеланд организовал их промышленный выпуск. Отсюда первое товарное название фенол-формальдегидных смол - бакелиты» (В.Мей, 1982).

Индукция Генриха Виланда. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1927 год Генрих Виланд (1912) высказал гипотезу о том, что в основе процессов биологического окисления лежит активирование водорода, индуктивно исходя из того, что в отсутствие кислорода с помощью палладия в качестве катализатора может проходить химическая реакция окисления субстратов, типичных для оксидаз – ферментов активирования кислорода. Другой индуктивной посылкой гипотезы Г.Виланда была реакция образования серной кислоты из диоксида серы, в которой также происходит удаление атомов водорода. По аналогии с существованием ферментов активирования кислорода Г.Виланд пришел к заключению о существовании ферментов активирования водорода. Имея в виду эти ферменты, получившие название дегидрогеназ, А.Н.Шамин в книге «История биологической химии: формирование биохимии» (2006) пишет: «На возможность существования этих ферментов указал в 1913 г. Г.Виланд, ученый, в дальнейшем развивший и углубивший теорию активирования водорода. Он предположил, что окислительные ферменты должны быть дегидрогеназами и что их действие заключается в активировании не кислорода, а водорода. Виланд начал свои исследования с модельных экспериментов. Он провел окисление типичных для оксидаз субстратов путем дегидрирования в отсутствие кислорода с помощью палладия в качестве катализатора. Однако другое доказательство у него было чисто биологическое – окисление спирта в уксусную кислоту уксуснокислыми бактериями, но в отсутствие кислорода» (Шамин, 2006, с.136). О том, что изучение химических реакций, идущих в отсутствие кислорода, но в присутствии палладия в качестве катализатора, индуктивно натолкнуло Г.Виланда на его теорию дегидрогенизации, пишет В.Чолаков. В книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) он отмечает: «На работу Сент-Дьердьи большое влияние оказали наблюдения Генриха Виланда, касающиеся воздействия палладия на некоторые органические вещества. Виланд установил, что, вступая в контакт с этим металлом, органические соединения теряют водород, а это равносильно частичному окислению. Это произвело на биохимиков большое впечатление, и они занялись поисками ферментов, оказывающих подобное действие. Вскоре были открыты дегидрогеназы, катализирующие отщепление водорода от молекул» (Чолаков, 1986, с.219).

Индукция Макса Боденштейна. Макс Боденштейн (1913) высказал идею о существовании цепных химических реакций, индуктивно базируясь на цепном характере фотохимической реакции между водородом и хлором, в ходе которой один поглощенный хлором квант света приводит к образованию большого количества молекул хлористого водорода. Н.Н.Семенов в четвертом томе книги «Избранные труды» (2006) указывает: «В 1913 г. М.Боденштейн, изучая фотохимическую реакцию между водородом и хлором, открыл, что один поглощенный хлором квант света приводит к образованию сотен тысяч молекул хлористого водорода, а не к двум, как это следовало бы из закона Эйнштейна. М.Боденштейн высказал предположение о так называемых энергетических цепях…» (Семенов, 2006, с.219).

Индукция Леопольда Ружички. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1939 год Л.Ружичка высказал догадку о том, что аромат того или иного вещества зависит от размера цикла, определяющего строение вещества, индуктивно исходя из обнаружения зависимости между ароматом и циклом для некоторых циклических соединений. А.А.Карцова в книге «Покорение вещества. Органическая химия» (1999) пишет о том, как Ружичка начал с исследования мускона – циклического кетона, определяющего запах мускуса: «Ружичка установил строение мускона и синтезировал этот циклический кетон, содержащий в цикле 15 углеродных атомов, а также осуществил синтез циветона, в составе цикла которого 17 атомов углерода… До экспериментальных исследований этого ученого сама возможность синтеза довольно больших по размеру циклов оставалась проблематичной, вследствие, казалось бы, недостаточной их устойчивости. Ружичка наряду с указанными кетонами синтезировал циклические соединения, включающие до 34 атомов углерода, сделав при этом весьма интересное наблюдение: от размера цикла зависит аромат, присущий данному веществу. Если в составе цикла 5-8 атомов углерода – ощущается характерный запах миндаля, мяты или тмина; если число углеродных атомов возрастает до 10-12 – появляется камфорный запах, а циклические кетоны, содержащие 14-18 атомов углерода, «пахнут» мускусом» (Карцова, 1999, с.147).

Индукция Луиса Плака Хаммета (Гаммета). Известный американский физико-химик Л.П.Хаммет (1937) вывел уравнение, то есть корреляционное соотношение между кинетическими параметрами химической реакции и структурой органических соединений, индуктивно основываясь на анализе большого количества реакций с участием органических соединений. Уравнение Хаммета описывает скорость реакции как алгебраическую сумму скоростей полностью независимых, но противоположных реакций. Г.В.Быков в книге «История органической химии» (1976) отмечает: «Уравнение Хаммета было хорошо принято химиками и завоевало большую популярность, хотя оно было получено на чисто эмпирической основе. «Для меня, - пишет Хаммет, - эмпирическая природа уравнения – источник гордости, а не стыда. Я думаю, у нас проявляется слишком сильная тенденция принижать роль эмпирических обобщений в прогрессе науки» [69, с.469]» (Быков, 1976, с.160). «Хаммет, - поясняет Г.В.Быков, - предысторию своих работ начинает с исследования, проведенного Кистяковским в лаборатории Оствальда и опубликованного впервые на русском языке в 1890 г. и на немецком в 1898 г. Кистяковский изучал обратимую реакцию образования и гидролиза эфира, катализируемую разбавленными кислотами. «Главной целью исследования было выяснение возможности представить действительную скорость реакции как алгебраическую сумму скоростей полностью независимых, но противоположных реакций. В результате удалось блестящим образом показать, что это так и есть» [69, с.465]. За работой Кистяковского последовали работы других химиков (Боденштейна, Федерлина, Бредига, Лэпворса)» (там же, с.159). Уравнение Хаммета – это соотношение Lgk=Lgk0+pb, где k – константа скорости или равновесия реакции с участием мета- или паразамещенных производных бензола XC6H4Y, k0 – константа скорости или равновесия для той же реакции и тех же условий для соответствующего монозамещенного бензола C6H5X, p – постоянная, b=Ln (k/k0) – константы диссоциации соответственно мета- или пара-замещенной бензойной кислоты YC6H4COOH и незамещенной бензойной кислоты C6H5COOH.

Индукция Роя Планкетта. Рой Планкетт (1938) пришел к заключению о возможности получения из фреона предельно инертного вещества, устойчивого даже к высоко коррозийным кислотам и названного тефлоном, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Рой Планкетт, экспериментируя с фреоном, по ошибке довел пар холодильного агента до такого состояния, что он превратился в густое желе белого цвета. Вместо того, чтобы выбросить испорченный полимер, Планкетт принялся изучать его свойства. Оказалось, что неожиданное белое желе проявляет себя как предельно инертное вещество по отношению к абсолютно всем химикатам, включая и высоко коррозийные кислоты. Так появился на свет незаменимый компонент артиллерийских запалов, ядерного топлива, кабельной изоляции, водоотталкивающих тканей и покрытий для сковородок. Е.Журавлева и А.Бродская в статье «Страсти по тефлону» (газета «Новые известия», 2005, июль) пишут: «Тефлон, облегчивший жизнь не одному поколению домохозяев, был изобретен совершенно случайно. В 1938 году химик Рой Планкетт, работавший в химической компании Du Pont, проводил серию экспериментов. Для каких-то целей ему нужно было закачать охлажденный газ в новую емкость. Нерадивый ассистент забыл эту емкость на холодном складе, где она пролежала всю ночь. Наутро выяснилось, что закачанный в нее газ превратился в твердый белый порошок. Это и был тефлон. Вскоре выяснилось, что он обладает воистину волшебными свойствами. Так, тефлон устойчив к любым кислотам и щелочам, а также к низким и высоким температурам» (Е.Журавлева, А.Бродская, 2005). А.Гаррет в статье «Вспышка гения» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 9) цитирует самого Р.Планкетта: «В тот день вскоре после начала эксперимента ассистент заметил, что поток четырехфтористого этилена уменьшился и затем прекратился вовсе. Я проверил вес цилиндра и убедился, что в нем все еще большое количество вещества, которое, как я думал, было четырехфтористым этиленом. Я открыл кран полностью и прочистил проволокой дырку, но газ не выходил. Тогда я встряхнул цилиндр и почувствовал, что внутри цилиндра – какое-то твердое вещество. Наконец, я открыл ножом цилиндр и высыпал белый порошок. Я сразу понял, что четырехфтористый этилен заполимеризовался, и белый порошок – это полимер четырехфтористого этилена» (А.Гаррет, 1966). О случайности открытия тефлона пишут Гай Кавасаки и Мишель Морено в книге «Правила для революционеров» (Киев, 2007): «Ученого звали Рой Планкетт. Он работал над созданием нового типа фреона (химического вещества, используемого в холодильниках), который не совпадал бы с запатентованными изобретениями других компаний. В его планы совершенно не входило создание нового соединения для кастрюль и сковородок. Когда Планкетт случайно в ходе эксперимента получил новый материал, он поступил правильно: заинтересовался результатами и продолжил химические опыты. Он не проигнорировал произошедшее, хотя оно и не соответствовало его цели» (Кавасаки, Морено, 2007, с.35). Перед нами классический пример индукции с фактором случая.

Индукция Альберта Гофмана. Известный химик, один из основателей психофармакологии А.Гофман (1943) пришел к выводу о способности ряда химических препаратов (например, препарата ЛСД) вызывать состояние мозга, подобное шизофрении, индуктивно основываясь на следующем опыте. Г.Глязер в книге «О мышлении в медицине» (1969) пишет: «…16 апреля 1943 г. – это был исторический день для развития психофармакологии – химик А.Гофман после лабораторного опыта с лизергокислым диэтиламидом (LSD) заболел при необычных явлениях, и у него наблюдалось странное душевное состояние, хотя он получил ничтожную дозу этого препарата. Этот опыт на самом себе и его последствия побудили к изготовлению других препаратов, так как состояние, в каком находился А.Гофманн, напоминало шизофрению. Поэтому к проблеме душевных расстройств подошли с точки зрения биохимии…» (Глязер, 1969, с.214). Вывод А.Гофмана представлял собой индукцию с фактором случая, поскольку он случайно обнаружил галлюциногенное действие препарата ЛСД. Доктор биологических наук Юрий Лаптев в статье «Тайна мексиканского гриба» (журнал «Вокруг света», № 3 (2522), март 1984) пишет: «В 1943 году химик А.Гофман, начавший тогда работать со спорыньей, случайно проглотил крупицы лизергиновой кислоты – физиологически активного вещества гриба. Через полчаса с экспериментатором стало твориться что-то неладное. Ему показалось, что он раздвоился. Пространство и время «материализовались», стали физически ощутимыми, но «выглядели чудовищно деформированными». Этот случай повлек за собой исследования, приведшие к созданию одного из опаснейших для человечества химических препаратов – лизергинового синтетического диэталамина, названного для краткости ЛСД-25» (Ю.Лаптев, 1984). Поль де

Крюи в книге «Борьба с безумием» (1960) повествует: «Открытие ЛСД-25 можно объяснить только шутливым вмешательством господа бога в дела его детей. Доктор Гофман из лаборатории Сандос в Базеле переносил стеклянной пипеткой несколько капель производного спорыньи из одной колбы в другую. Случайно он втянул чуточку этой жидкости в рот. Не прошло и часа, как доктор Гофман сошел с ума; появились спутанность сознания, бессвязность речи, боязливость, галлюцинации. Потребовалось несколько дней, чтобы одолеть этот приступ искусственной шизофрении» (П.де Крюи, 1960). Об этом же пишет Крис Фрит в книге «Мозг и душа» (Москва, «Астрель», 2010): «Эффект воздействия ЛСД на психику был обнаружен случайно в 1943 году. Небольшое количество вещества впиталось в пальцы химика Альберта Хофманна в процессе обычного лабораторного синтеза. В течение следующих недель он исследовал действие этого вещества, делая подробные записи…» (Фрит, 2010, с.64).

Индукция Одда Хассела. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1969 год Одд Хассел (1943) пришел к выводу о возможности определения абсолютных конфигураций молекул методом электронной дифракции, индуктивно отправляясь от того, что на основе этого метода ему удалось установить, что молекула циклогексана неплоская и существует только в конформации кресла. Д.Орвилл-Томас в книге «Внутреннее вращение молекул» (1977) пишет: «Окончательно вопрос был решен в 1943 г. Хасселом, который, проведя исследование методом электронной дифракции, доказал, что молекула циклогексана неплоская и существует только в конформации кресла. В такой конформации все атомы водорода максимально удалены друг от друга, что соответствует шахматной форме этана и других алифатических соединений» (Орвилл-Томас, 1977, с.13). До Хассела о конформационных состояниях ряда молекул говорили ученые Бишоф и Заксе, которые еще не имели в своем распоряжении такого метода исследования строения молекул, как метод электронной дифракции. Д.Орвилл-Томас в той же книге пишет о Бишофе: «Первое указание на то, что вращение вокруг одинарной связи может быть заторможено, было дано Бишофом в 1891 г. Он исследовал строение многих органических соединений и в ряде основополагающих работ первым предположил, что: а) равновесная конфигурация этана представляет шахматную конформацию, и б) в молекулах замещенных этанов имеет место заторможенное вращение, как, например, у изомерных дизамещенных щавелевых кислот…» (Орвилл-Томас, 1977, с.11). «…Именно Бишоф, - замечает Д.Орвилл-Томас, - ввел термин «динамическая изомерия», т.е. он, очевидно, предвидел поворотную изомерию, и поэтому есть все основания считать его одним из главных предвестников конформационного анализа» (там же, с.11). Что касается Заксе, то он предложил неплоские модели циклических соединений, когда отказался от ошибочной теории напряжения лауреата Нобелевской премии А.Байера и вернулся к простым стереохимическим принципам Вант-Гоффа. Д.Орвилл-Томас констатирует: «Проблема была решена в 1890 г. Заксе, который отбросил произвольную гипотезу Байера о компланарности атомов углерода в циклических соединениях и вернулся к простому постулату Вант-Гоффа о тетраэдрической направленности валетных связей. В результате Заксе предложил модели циклических соединений, свободных от напряжения. Три атома углерода в циклопропане неизбежно компланарны, но в циклобутане и циклопентане напряжение молекулы уменьшается, если все атомы углерода не лежат в одной плоскости» (там же, с.12). «…В 1918 г. правильность основных идей Заксе, - поясняет Д.Орвилл-Томас, - была подтверждена Мором, который показал, что формы циклогексана – кресло и ванна – легко переходят друг в друга с затратой сравнительно небольшого количества энергии, а следовательно, едва ли можно ожидать, что удастся изолировать отдельные изомеры» (там же, с.12). Д.Орвилл-Томас резюмирует: «Таким образом, основателями конформационного анализа вполне можно считать Заксе и Бишофа. Тем не менее, хотя основные идеи были высказаны еще в 1890 г., полностью они были приняты лишь спустя примерно 60 лет, когда Бартон в своей классической работе детально рассмотрел многие химические следствия различий экваториального и аксиального положений заместителей» (там же, с.13).

Индукция Дерека Бартона. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1969 год Дерек Бартон (1948, 1950) сформулировал идею о способности многих химических соединений типа стероидов принимать различные пространственные формы (конформации), которые непосредственно влияют на их реакционную способность, индуктивно отталкиваясь от исследований другого Нобелевского лауреата Одда Хасселя, который экспериментально открыл две пространственные формы молекулы циклогексана. Другими словами, Д.Бартон индуктивно обобщил представления О.Хасселя о строении циклогексана на другие соединения, в том числе стероиды. Будучи химиком-органиком, Бартон в то же время интересовался химией природных соединений, особенно стероидов, и проблемы, стоящие перед химиками в этой области, были ему хорошо известны. Такая двусторонняя эрудиция позволила ему оценить случайно попавшуюся на глаза работу О.Хассела, которому удалось экспериментально наблюдать две формы монозамещенного циклогексана (экваториальную и аксиальную), между которыми быстро устанавливалось равновесие. Бартон рассматривал, главным образом, влияние конформации на реакционную способность и положение химического равновесия. Его первая работа в этом направлении вышла в 1948 г. и была посвящена межмолекулярным внесвязным взаимодействиям в этане, циклогексане и декагидронафталине. Кирилл Зеленин в статье «Хассель Одд» (электронная энциклопедия «Кругосвет») отмечает: «В 1930 г. он заинтересовался молекулой циклогексана. Это соединение представляет цикл, состоящий из 6 атомов углерода, к которым присоединены 12 атомов водорода. Шестичленная циклическая структура типична для структур многих важных природных молекул, включая стероиды и большинство углеводов. При рентгеноструктурном анализе Хассель подтвердил данные ранних исследований, указывавших, что шестичленное углеродное кольцо может принимать пространственные формы, обычно называемые конфигурациями «ванны» и «кресла» (молекулы по форме напоминают ванну и кресло)». О.Хассель обнаружил, что молекулы циклогексана переходят из формы «ванны» в состояние «кресла» и обратно со скоростью до миллиона раз в секунду. Такие динамические пространственные формы стали называть конформациями, а вопросы пространственного строения молекул и связанные с этим свойства стали называть конформационным анализом. Именно по аналогии с этими результатами О.Хасселя Д.Бартон разработал конформационный анализ для стероидных веществ. Повторим, что у О.Хасселя и Д.Бартона были предшественники Бишоф и Заксе. Ю.И.Соловьев в книге «Эволюция основных теоретических проблем химии» (1971) указывает: «В начале 50-х годов 20 века возник конформационный анализ – важнейшее направление современной стереохимии. Его корни уходят в последние два десятилетия 19 века. Укажем на представления Вислиценуса, Бишофа и других химиков того времени о заторможенном вращении вокруг простой связи и о возникающей вследствие этого «динамической изомерии». Еще в 90-х годах 19 века Заксе рассматривал возможность существования циклогексана в формах «ванна» и «кресло» и допускал существование двух «динамических» изомеров монозамещенных циклогексанов в форме кресла. Некоторые авторы полагают возможным поэтому считать Заксе «основателем» конформационного анализа» (Соловьев, 1971, с.224). «В 1950 г., - аргументирует Ю.И.Соловьев, - появилась статья Д.Бартона, давшая «мощный толчок» развитию работ в области конформационного анализа. Этой работе Бартона предшествовал цикл электронографических исследований Хасселя в Норвегии (1938-1943 гг.), показавшего, что для монозамещенных циклогексанов возможны две отличающиеся друг от друга конформации формы «кресло» (там же, с.224).

Индукция Уильяма Брея (Брэя). Уильям Брей (1921) сделал заключение о существовании колебательных реакций, индуктивно отталкиваясь от обнаружения колебательного характера реакции разложения пероксида водорода, катализируемой иодатом. С.П.Муштакова в статье «Колебательные реакции в химии» («Соросовский образовательный журнал», 1997, № 7) отмечает: «В 1921 году У.Брей опубликовал статью, в которой достаточно подробно описана первая колебательная жидкофазная реакция разложения пероксида водорода, катализируемая иодатом. Хотя эксперимент осложнялся выделением кислорода, Брей осознал связь между своим открытием и прогнозом Лотки. Однако его работа не вызывала интереса в течение примерно 40 лет» (С.П.Муштакова, 1997). Об этом же пишет В.А.Вавилин в статье «Автоколебания в жидкофазных химических системах» (журнал «Природа», 2000, № 5): «Колебания в гомогенной жидкофазной химической системе в 1921 г. открыл У.Брей. При разложении перекиси водорода иодатом калия (t = 25°C) он обнаружил периодическое выделение кислорода из системы, зафиксировав несколько периодов сильно затухающих колебаний. Некоторые исследователи, ссылаясь на интенсивное газовыделение, высказывали сомнения в гомогенном характере этой реакции, поэтому существование колебательной реакции именно в гомогенной среде опыты Брея так и не доказали. Интересно, что первую феноменологическую модель гомогенной химической реакции с затухающими колебаниями концентраций реагентов еще в 1910 г. предложил А.Лотка» (В.А.Вавилин, 2000).

> «В 1951 году генерал Белоусов послал статью об открытой им колебательной реакции в «Журнал общей химии». И получил обидную отрицательную рецензию: «Такого быть не может». В статье был описан легко воспроизводимый процесс. Все реактивы вполне доступны. Но если вы твердо убеждены в невозможности результата, то проверять его – пустая трата времени».
>
> Симон Шноль о Борисе Белоусове

Индукция Бориса Белоусова. Б.П.Белоусов (1951) выдвинул гипотезу о возможности периодически действующих химических реакций, в которых концентрация веществ и другие их характеристики изменяются в незатухающем колебательном режиме, индуктивно основываясь на обнаружении следующей реакции, названной реакцией Белоусова-Жаботинского. Ученый обнаружил, что при окислении лимонной кислоты броматом калия в кислотной среде в присутствии катализатора – ионов церия – течение реакции меняется со временем, и раствор периодически меняет цвет от бесцветного к желтому и обратно. Первоначально исследователи не поверили в возможность этой реакции, а редакция одного из химических журналов отказалась публиковать статью Белоусова. Н.Климонтович в статье «Шаги к признанию» (журнал «Знание-сила», 1983, № 3) пишет: «…В редакцию одного химического журнала пришел немолодой человек и положил на стол редактору небольшую статью под спокойным названием «Периодически действующая реакция и ее механизм», которое ясно говорило, что ее автор – один из тех чудаков, что и сегодня подчас являются к редакторам с очередной идеей вечного двигателя или опровержением теории относительности. Автора звали Борис Павлович Белоусов. Комбриг в отставке, он был прекрасным химиком-экспериментатором, заведовал тогда лабораторией Института биофизики Министерства здравоохранения… Статья была отклонена редакцией с осторожно-вежливым объяснением, что реакция, которую описывает автор, невозможна по той простой причине, известной и школьникам, что химические реакции протекают единственно возможным путем, а именно необратимо: в те годы это казалось абсолютно непреложным. Между тем в лаборатории Белоусова происходило нечто, от чего впору было усомниться в собственном здравом уме: в обычной колбе некий бесцветный раствор после добавления щепотки некоего вещества начинал периодически менять цвет: красный цвет менялся на синий, синий – снова на красный, и так сколь угодно долго… Препятствием к публикации было и то, что автор не мог теоретически объяснить механизм реакции – на это ушло без малого двадцать лет у теоретиков – физхимиков разных стран. Белоусову удалось опубликовать только в 1959 году лишь краткое сообщение в реферативном сборнике, а в 1980 году за работы по исследованию реакций Белоусова группе ученых, и самому автору в частности, была присуждена Ленинская премия» (Н.Климонтович, 1983).

Индукция Грегори Пинкуса. Грегори Пинкус (1950, 1955) сформулировал идею о возможности предотвращать нежелательную беременность женщин путем употребления таблеток, включающих в себя гормон прогестерон, индуктивно основываясь на опытах других ученых и своих собственных опытах, в которых наблюдалось блокирующее действие прогестерона на процесс овуляции (оплодотворения) яйцеклеток у лабораторных животных. Еще в 1937 году А.В.Мейк-Пис, Дж.Л.Уэйнштейн и М.Г.Фридман обнаружили, что инъекции прогестерона препятствуют овуляции у лабораторных животных. Однако в то время прогестерон имел высокую стоимость, поэтому находка указанных ученых не вызвала интереса. Кроме того, до Г.Пинкуса английский гинеколог Джон Рок применял гормональную контрацепцию, основываясь на случайном открытии: он изучал влияние прогестерона на опухоли и при этом заметил, что данный гормон прерывает овуляцию. В 1950 году Г.Пинкус попросил доктора Мин Че Чанга, исследователя Уорчестерского фонда, проверить прогестерон на лабораторных животных, чтобы выяснить, прекращается ли овуляция при оральном применении. Эксперименты Чанга прошли успешно. Это было обещающим началом, особенно если учесть тот факт, что несколькими годами раньше химик Рассел Маркер изобрел способ дешевого синтеза прогестерона. Также Г.Пинкус предложил Джону Року провести соответствующие опыты на женщинах, которые показали, что примененный орально прогестерон прерывает у них овуляцию. Так Г.Пинкус изобрел первые контрацептивные препараты. И.Е.Кисин в статье «Таблетки, о которых спорят газеты» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 5) пишет: «Доктор Пинкус доложил свои наблюдения о способности ряда химических веществ, имеющих стероидное строение и называемых гестагенами, угнетать у женщин созревание яйцеклеток в яичниках. Ученый сообщил также – и это было самым ошеломляющим, - что систематический прием таблеток препаратов-гестагенов надежно предотвращает у женщин наступление беременности» (И.Е.Кисин, 1968).

Индукция Ф.Бергера. Ф.Бергер (1955) пришел к выводу о том, что мепротан (вещество, являющееся родоначальником транквилизаторов) оказывает успокаивающее действие на центральную нервную систему, индуктивно отталкиваясь от опыта, в котором обезьяны, проглотившие таблетку мепротана, лишались таких эмоций, как страх и злоба. И.Е.Кисин в статье «Избавляющие от страха» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 10) повествует: «Испытав большое число химических соединений, синтезированных в течение нескольких лет, он, в конце концов, нашел вещества с нужными свойствами. Одно из них позднее и получило название мепротан (многим он известен под другим фирменным названием - андаксин). Длительность его действия была в 8 раз больше, чем у мефенезина, служившего отправным пунктом поиска. Исследуя новый препарат, доктор Бергер обратил внимание на то, что мепротан, помимо противосудорожного действия, обладает еще одним очень странным свойством. Обезьяны, проглотившие таблетку мепротана, становились совсем ручными. Страх и злоба, каждый раз проявлявшиеся при попытках взять подопытных макак на руки, неожиданно исчезали. Так совершенно случайно было создано успокаивающее средство нового типа» (И.Е.Кисин, 1968). Об этой же случайности в творчестве Ф.Бергера пишет А.Л.Рылов в статье «Фундамент поведения» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 12): «Да, вещества, избавляющие от страха, есть. Найдены они были случайно. В 1946 г. фармакологи попытались усовершенствовать препарат мефенезин, который применялся во время хирургических операций для расслабления мышц больного. Было синтезировано девять родственных ему соединений. И у одного из них, мепробамата, неожиданно обнаружилось другое удивительное свойство: препарат избавлял больных от страха и волнения перед операцией. При этом действие его было похоже на действие снотворных или наркотиков: новое лекарство не вызывало болезненного пристрастия и не усыпляло больных, хотя и улучшало нормальный сон. С тех пор создано множество подобных лекарств разного химического строения» (А.Л.Рылов, 1984).

Индукция Карла Циглера. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1963 год Карл Циглер сделал заключение о способности соединений циркония выступать в качестве мощных катализаторов реакции полимеризации этилена, индуктивно опираясь на результаты систематического поиска неорганических соединений, вызывающих эффект полимеризации этилена с образованием металлоорганических и ненасыщенных молекул. Этот систематический поиск, организованный К.Циглером, был весьма похож на метод проб и ошибок, который часто используется учеными в поиске нового. Таким образом, заключение К.Циглера о каталитических способностях соединений циркония представляло собой индукцию, основанную на методе последовательного перебора (методе проб и ошибок). Кирилл Зеленин в статье «Циглер Карл» (электронная энциклопедия «Кругосвет») пишет о результатах изучения К.Циглером реакции полимеризации этилена: «В 1952 г., после четырех лет изучения этой реакции, Циглер пришел к выводу, что следы никеля мешают плимеризации, значительно ускоряя побочные реакции. Исследовательская группа Циглера приступила тогда к систематическому анализу элементов Периодической таблицы в поисках других неорганических соединений, которые вызывали бы подобный эффект (эффект полимеризации этилена с образованием металлоорганических и ненасыщенных молекул – Н.Н.Б.). Их цель заключалась в «асептике», как позднее говорил Циглер, т.е. в возможности исключения любых следов катализаторов, которые мешали бы полимеризации. Когда они проверяли соответствующее соединение циркония, то обнаружили, что оно не только не препятствует полимеризации, но, напротив, действует сообща с триэтилалюминием и является сильным катализатором в реакции полимеризации этилена» (К.Зеленин, «Кругосвет»). Карл Циглер сам признавался в использовании метода проб и ошибок в своей работе. К.Зеленин приводит фрагмент его Нобелевской лекции: «Мой метод напоминал блуждание по новой, неизвестной земле, в ходе которого постоянно открываются интересные перспективы… однако такие, что никто точно не знает, куда это путешествие приведет».

Индукция Карла Циглера. К.Циглер (1953) сделал вывод о возможности получения высокомолекулярного линейного полиэтилена с регулярно свернутой полимерной цепью путем использования комплексных (смешанных) металлических катализаторов, индуктивно отталкиваясь от случайного наблюдения, сделанного в 1953 году при проведении одного из опытов. Историки науки указывают, что алюминийорганические соединения Циглер исследовал отдельно. Он обнаружил олигомеризацию олефинов на триэтил-алюминии с получением высших алюминийалкилов. В 1953 г. в одном из опытов триэтилалюминием, получающимся из гидрида алюминия и этилена при 100 градусах Цельсия и 100 атм, этилен был переведен количественно в альфа-бутен, при этом количество триэтил-алюминия не изменилось. Оказалось, что эта неожиданная реакция связана с присутствием следов коллоидного никеля, случайно попавшего в автоклав. Обратив внимание на роль комплексных катализаторов, Циглер открыл знаменитый смешанный титан-алюминиевый катализатор из триэтилалюминия и галогенов титана, на котором при относительно низких давлениях и температуре с высоким выходом был получен высокомолекулярный линейный полиэтилен с регулярно свернутой полимерной цепью. Это открытие совершило переворот в науке и промышленности полимерной химии. Е.А.Зайцева в статье «Разработка К.В.Циглером и Дж.Наттой катализаторов для синтеза полимеров» (газета «Химия», 2003, № 16) сообщает: «В 1952 г. помогавший Циглеру в опытах студент неожиданно сделал полезное открытие. Вместо «длинноцепочечного» полимера в продукте реакции (смеси из всевозможных полимеров) он обнаружил димер α-бутен. Оказалось, что эта реакция связана с присутствием следов коллоидного никеля, случайно попавшего в автоклав из предыдущего эксперимента по гидрогенизации. Проанализировав ситуацию, ученый предположил, что течение реакции роста цепи можно изменять путем добавления каталитических количеств солей переходных металлов в реатор» (Е.А.Зайцева, 2003). Наконец, С.Туторская в книге «Формула творчества» (1971) не оставляет сомнений в роли фактора случая в открытии К.Циглера: «В химии не раз бывало, что отклонения приводили к поразительным результатам… Именно так родилось открытие немецкого химика Циглера – те самые металлоорганические катализаторы, которыми потом весь мир занялся. Началось с того, что лаборант ученого небрежно промыл автоклав и в нем остались следы никеля, который не должен был присутствовать при очередном опыте. Закончили опыт, открыли аппарат, а там – полимер. Никто бы не понял, откуда он взялся, если бы лаборант, сразу же сообразивший, что к чему, не сказал ученому о своей оплошке. И тогда тот с типично немецкой педантичностью начал проверять все металлы, пока не наткнулся на четыреххлористый титан, с помощью которого был получен очень перспективный высокомолекулярный полимер…» (С.Туторская, 1971). Таким образом, К.Циглер открыл процесс олигомеризации олефинов в присутствии коллоидного никеля в результате небрежности лаборанта. Перед нами индукция с фактором случая.

«…Митчелл был великим мыслителем и великой личностью. Хотя он получил в 1978 г. Нобелевскую премию по химии, среди химиков он не слишком хорошо известен. В истории Нобелевских премий он был одним из тех, кто ознаменовал собой рубеж, начиная с которого можно было с равным основанием давать Нобелевскую премию и по физиологии и медицине, и по химии».

Ларст Эрнстер о Питере Митчелле

Индукция Питера Митчелла. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1978 год Питер Митчелл (1957) разработал общую теорию транспорта веществ через биологические мембраны, индуктивно основываясь на изучении транспорта фосфатов и других соединений через клеточную стенку бактерии Стрептококкус пиогенес. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002) отмечает: «Первые работы Митчелла по транспорту фосфатов были посвящены изучению транспорта фосфатов через клеточную стенку Стрептококкус Пиогенес (1953). Работы на бактериях привели к 1957 году к созданию общей теории транспорта через мембраны, процесса, обозначаемого до 1958 года как групповая транслокация. Понятие «хемиосмотический» впервые было использовано Митчеллом в 1957 году и впервые предано гласности в 1960 году» (Шлегель, 2002, с.108). Со слов Г.Г.Шлегеля, «идеи Митчелла представляли собой действительный прорыв в биологии. Они дали первые убедительные доказательства того, что бактериальная клетка не является «мешком с ферментами»…» (там же, с.109). Интересно, что взгляды П.Митчелла весьма похожи на взгляды Вильгельма Пфеффера (1845-1920), который наряду с Теодором Энгельманом является первооткрывателем таксисов у бактерий и который заметил их сходство с движениями растений. Вот что пишет о Пфеффере Г.Г.Шлегель: «Пфеффер обсуждал также поведение и ответную реакцию у растений и бактерий, восприятие, эффект набухания, сигнальный механизм в современном понимании. Он установил, что основные молекулярные механизмы раздражения одинаковы у бактерий, миксомицетов, зеленых водорослей, высших растений и животных (1904). Только через десятилетия эти методы и теоретические положения снова были взяты на вооружение. (…) В своей экспериментально обоснованной теории о клеточной мембране, транспорте через нее субстрата, сенсорных процессах, регуляции энзимов и энергетическом обмене веществ Пфеффер опередил свое время и во многом стимулировал развитие клеточной биологии» (там же, с.120).

Индукция Питера Митчелла. Питер Митчелл выдвинул гипотезу о том, что возникновение мембранного потенциала (МП), иначе называемого калиевым потенциалом покоя, может приводить к синтезу АТФ, индуктивно исходя из красивого опыта, поставленного в 1967 году Б.Прессманом. М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988) отмечают: «А вот один из красивых опытов, который доказывает вторую половину гипотезы Митчелла – что МП может быть использован для синтеза АТФ. Этот опыт был поставлен в 1967 г. Прессманом. Митохондрии выдерживали в среде с высокой концентрацией К+, так что он накапливался внутри них. Затем их переносили в среду без питательных веществ и кислорода (где они не вырабатывают АТФ) и в среду вводили валиномицин – антибиотик, который повышает проницаемость мембраны для К+. Калий начинал выходить из митохондрий, и на их мембране возникал калиевый потенциал покоя. И митохондрии начинали синтезировать АТФ» (М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева, 1988).

Индукция Нейла Барлетта (Нила Бартлетта). Американский химик Нил Бартлетт сделал заключение о том, что гексафторид платины (PtF_6) является сильным окислителем, который можно использовать для окисления инертных газов, индуктивно исходя из случайного обнаружения того, что гексафторид платины оказался способен окислить кислород. А.С.Майданов в книге «Интеллект решает неординарные проблемы» (1998) пишет: «В 1956 году молодой химик Нил Бартлетт решил очистить от брома шестифтористую платину (PtF_6). С этой целью он поместил это соединение в кварцевую трубку и начал нагревать горелкой. Исходя из его представлений и установок, должен был появиться летучий светло-желтый газ, который затем превратился бы в жидкость, содержащую бром. Но, к своему удивлению, Бартлетт увидел в трубке совершенно иной продукт реакции – красные кристаллы. Последующие исследования показали, что в этом продукте нет никакого брома. В нем содержался (что также было неожиданностью) кислород. При этом кислород оказался (что было еще более неожиданным) окисленным фтористой платиной. Так начинающий химик совершил одно из крупнейших открытий нашего времени – способность шестифтористой платины быть чрезвычайно сильным окислителем. Это было настолько неожиданным, что коллеги Бартлетта сочли этот результат ошибочным» (А.С.Майданов, 1998). Впоследствии Н.Бартлетт использовал гексафторид платины для окисления инертного газа ксенона. Учитывая, что способность гексафторида платины выступать в роли мощного окислителя была обнаружена случайно, есть доля истины в утверждении ряда авторов о том, что открытие окисления ксенона включало в себя фактор случая. Д.А.Леменовский и М.М.Левицкий в статье «Молекулы века» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 8), перечисляя наиболее важные открытия в химии XX века, отмечают: «Впрочем, уходящий век в химии был богат и на случайные открытия, результаты которых оказались неожиданными: открытие свободных радикалов (М.Гомберг, 1900 г.), химических соединений инертных газов (Н.Бартлетт, 1962 г.), высокотемпературного сверхпроводника (И.Беднорц и К.Мюллер, 1986 г.) и т.д.» (Д.А.Леменовский и М.М.Левицкий, 1999). Таким образом, перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Нейла Барлетта (Нила Бартлетта). Американский химик Нил Бартлетт (1962) высказал гипотезу о способности инертных газов вступать во взаимодействие с другими веществами, индуктивно основываясь на опытах, в которых ему удалось наблюдать, как благородный газ ксенон вступил в реакцию с гексафторидом платины (PtF_6) и образовал прочное соединение. А.Ю.Рулев и М.Г.Воронков в статье «Красота химического эксперимента» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7) повествуют: «Сначала сотрудник Колумбийского университета Нейл Барлетт обнаружил способность гексафторида платины взаимодействовать с кислородом. Эта реакция давала необычное ионное соединение, в котором молекула кислорода становилась положительным ионом. Обдумывая результаты, ученый предположил, что в этой реакции аналогично кислороду должен вести себя и ксенон. Эксперимент блестяще подтвердил догадку. Объединив в стеклянном сосуде при комнатной температуре газ Xe и темно-красные кристаллы PtF_6, Барлетт получил первое соединение «инертного» газа. Этот синтез позволил преодолеть психологический барьер инертности благородных газов: оказалось, что они не так уж и инертны. Успешный эксперимент, осуществленный Барлеттом в 1962 году, открыл новую страницу химии элементов VIII группы и заставил химиков по-новому взглянуть на теорию химической связи» (А.Ю.Рулев и М.Г.Воронков, 2006). Уместно поставить вопрос о том, могли ли ученые догадаться о способности ксенона реагировать с другими элементами, если бы обратили внимание на анестезирующее действие ксенона. Л.Полинг в статье «Мы способны решить наши проблемы» (журнал «Химия и жизнь», 1995, № 7) указывает: «Примерно в 1952 году на лекции профессора анестезиологии Генри Бичера я услышал, что ксенон – хороший анестетик. Я сразу, как говорится, навострил уши и подумал: «Как ксенон, не образующий никаких химических связей, может вызвать наркоз? Как вообще действуют общие анестетики?» Я размышлял об этом каждую ночь, перед тем, как заснуть, в течение двух недель» (Л.Полинг, 1995).

Индукция Владимира Прелога. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1975 год Владимир Прелог (1966) ввел в стереохимию понятие хирального объекта, индуктивно исходя из стереохимических исследований, которые позволили установить, что существуют объекты, которые нельзя совместить с их зеркальным изображением с помощью перемещения или вращения. До В.Прелога различные проявления хиральности обнаруживали А.Ф.Мебиус, лорд Кельвин, Уайт и т.д. В.И.Соколов в книге «Введение в теоретическую стереохимию» (1982) пишет о В.Прелоге: «…Как указал Прелог в своей Нобелевской лекции 1975 г. «Хиральность в химии», еще в 1827 г. знаменитый немецкий математик Август Фердинанд Мебиус заметил, что объем тетраэдра, выраженный через декартовы координаты его вершин, имеет противоположный знак по сравнению с объемом тетраэдра, являющегося его зеркальным отображением. Знак объема не зависит от положения тетраэдра в пространстве, но изменяется при отражении в зеркале. Это наблюдение, по-видимому, было первым проявлением свойства хиральности в области математики. Не случайно, что именно Мебиус, один из основателей топологии, сделал столь глубокое наблюдение» (Соколов, 1982, с.19). О том, что лорд Кельвин (В.Томсон) использовал в свое время понятие хиральности, говорят И.Идзуми и А.Таи в книге «Стерео-дифференцирующие реакции» (1979): «Для устранения путаницы Канн, Ингольд и Прелог предложили в 1966 г. для энантиомеров использовать термин «хиральный» от греческого «хир», использованного с аналогичными целями Кельвином в 1904 г. Так была введена новая классификация, основанная на симметрии молекул» (Идзуми, Таи, 1979, с.21). В 1957 году к термину «хиральность» снова привлек внимание Уайт. Как указывает В.И.Соколов, «в 1957-1958 гг. Уайт вновь привлек к нему внимание, продемонстрировав высокие потенциальные возможности этого термина, его применимость для описания очень широкого круга объектов и явлений. Отсюда уже хиральность была взята Канном, Ингольдом и Прелогом при построении ими новой системы единой стереохимической номенклатуры. Особую важность приобрело понятие хиральности при формировании химической топологии и далее теоретической стереохимии в целом» (там же, с.21). В.Прелог давал такое определение хиральности: «Объект хирален, если он не может быть совмещен с его зеркальным изображением с помощью перемещения или вращения» (там же, с.20).

Индукция Генри Таубе. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1983 год Генри Таубе (1954) выдвинул концепцию о существовании промежуточных соединений, осуществляющих перенос электрона от одного атома к другому, то есть выполняющих роль промежуточного мостика, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Кирилл Зеленин в статье «Таубе Генри» (электронная энциклопедия «Кругосвет») указывает: «В 1954 г. Таубе опубликовал в журнале Американского химического общества статью об окислительно-восстановительных реакциях координационных соединений, где описал механизм восстановления хромом в водном растворе ионного комплекса металла, содержащего кобальт, а также сообщил, что перенос электрона от хрома к кобальту осуществляется промежуточным соединением, в котором хлорид временно образует так называемый мостик. Выдвинутая концепция промежуточного мостика объяснила, каким образом происходит эта реакция».

Индукция Чарльза Педерсена. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1987 год Чарльз Педерсен (1962) сформулировал гипотезу о существовании краун-эфиров - нового типа комплексообразователей, которые подобно короне венчают связываемый катион металла, индуктивно исходя из случайного синтеза в лаборатории «Дюпон де Немур» необычного соединения – дибензо-18-краун-6, способного избирательно связывать некоторые катионы, помещая их в центр своего цольца. Случайность данного синтеза связана с тем, что Ч.Педерсен получил краун-эфиры, не стремясь их получить, он всего лишь хотел найти соединения, предотвращающие каталитическое действие следов металлов на автоокисление нефтяных продуктов. Е.Н.Цветков в статье «О краун-эфирах, или некоторые огорчения по поводу счастливых случайностей» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 11) пишет: «Здесь хотелось бы коснуться другой стороны проблемы и обратить внимание на одно удивительное обстоятельство – на случайность открытия эфиров, оказавшихся столь важными. Краун-эфиры были открыты сотрудником химической компании «Дюпон де Немур» Чарлзом Педерсеном. Первая и весьма обстоятельная публикация по этому вопросу появилась в 1967 году. Позднее Педерсен рассказал, как был найден новый тип комплексообразователей, которые, подобно короне, венчают связываемый катион металла (отсюда и название, предложенное Педерсеном; термин привился, хотя пространственная структура комплексов оказалась иной). Педерсен изучал стабилизацию нефтяных масел и резин, в частности соединения, которые предотвращали бы каталитическое действие следов металлов на автоокисление нефтяных продуктов и распад антиоксидантов. Такими дезактиваторами металлов (например, меди, ванадия) оказались некоторые комплексообразующие вещества, которые, связывая катион металла, подавляли его каталитическую активность» (Е.Н.Цветков, 1984). «Это открытие, - говорит Е.Н.Цветков о находке Ч.Педерсена, - получило широкий резонанс, вызвало волну синтеза новых макроциклических полиэфиров и их аналогов, применения их в самых разнообразных областях науки и технологии. Все прекрасно – но почему же для того, чтобы это стало возможно, пришлось ждать счастливой случайности? Ценность случайного, эмпирического открытия определяется степенью его непредсказуемости. К непредсказуемым относятся те из них, которые принципиально невозможно предвидеть на основе существующих представлений» (Е.Н.Цветков, 1984). О случайности открытия краун-эфиров пишет и Юрий Чирков в статье «Молекулярные контейнеры» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 7): «Теперь подробности того, как было сделано Педерсеном открытие. Исследователь пытался создать ингибиторы (замедлители) аутоокисления нефтяных масел. Намерение было скромным и чисто прикладным. К разочарованию ученого, в результате произведенного им эксперимента образовался смолистый продукт, а вместо ожидаемого соединения выделилось ничтожное количество (<1%) кристаллического вещества. Спектральные и аналитические данные свидетельствовали: полученное вещество является макроциклическим полиэфиром» (Ю.Чирков, 2010). «Чарльзу Педерсену, - продолжает Ю.Чирков, - помог случай, это стоит подчеркнуть еще раз. В английском языке есть слово «Serendipiti» (серендипити), которое обычно переводится на русский язык как «интуитивная прозорливость». В англоязычных энциклопедиях оно трактуется так: «способность случайно совершать желаемые открытия». История с открытием краун-эфиров - однин из удачных примеров роли серендипити в науке» (Ю.Чирков, 2010). Здесь мы снова встречаем индукцию с фактором случая.

Индукция Роберта Вудворда и Роалда Хоффмана. Лауреаты Нобелевской премии по химии Р.Вудворд и Р.Хоффман (1965) высказали идею о том, что стереоспецифичность химических превращений определяется симметрией верхней заполненной молекулярной орбитали реагента, индуктивно исходя из обнаружения такой закономерности для электроциклических реакций. Р.Вудворд и Р.Хоффман в статье «Стереохимия электроциклических реакций» (Журнал Американского химического общества, 1965, том 87) пишут о своем предположении о наличии связи между специфичностью химических превращений и симметрией молекулярных орбиталей: «Наше предположение согласуется с известными примерами проявления ярко выраженной стереоспецифичности в электроциклических превращениях» (Р.Вудворд, Р.Хоффман, 1965). В той же статье, в примечании, известные химики сообщают, что до них аналогичную идею выдвигал химик Л.Д.Оостерхофф: «Впервые предположение о значимости орбитальной симметрии при определении направления стереохимических отклонений, сопровождающих циклизацию триенов, выдвинул профессор Л.Д.Оостерхофф (Лейден, Нидерланды), за что, несомненно, заслуживает признания… Предположение было описано столь кратко, что не получило развития и не обобщалось в дальнейшем с целью применения к другим реакциям» (Р.Вудворд, Р.Хоффман, 1965). Об индуктивном происхождении идеи Р.Вудворда и Р.Хоффмана говорит Н.Ф.Степанов в книге «Квантовая механика и квантовая химия» (2001): «Первоначально подход на основе принципа сохранения орбитальной симметрии был развит Р.Вудвордом и Р.Хоффманом для электроциклических реакций, заключающихся в циклизации системы с n π-электронами и образованием системы с (n-2) π-электронами и двумя σ-электронами» (Степанов, 2001, с.433).

Индукция Роберта Вудворда. Р.Вудворд сделал заключение о возможности лабораторного синтеза холестерина, индуктивно исходя из экспериментов, в которых большое значение имел эмпирический перебор различных вариантов синтеза данного вещества. В этом переборе были пробы и ошибки, тупиковые ситуации, которые Р.Вудворд преодолевал силой своего терпения. В связи с этим мы можем отметить, что индукция лауреата Нобелевской премии по химии, мастера органического синтеза основывалась на методе проб и ошибок. О.С.Чижов и А.О.Чижов в статье «От случайных удач к сознательному планированию» (журнал «Химия и химики», 2009, № 3) пишут: «…В каждом конкретном случае оптимальные условия приходится искать методом проб и ошибок, причем за каждую ошибку (кроме затрат труда и времени) приходится расплачиваться еще и потерей промежуточных продуктов синтеза, тем более драгоценных, чем дальше продвинулся синтез. И все-таки даже выдающиеся мастера органического синтеза вынуждены прибегать к этому малопродуктивному тактическому приему, который можно сравнить разве что с лобовой атакой на укрепленные позиции противника. Так, сотрудникам Вудворда пришлось повторить одну из ключевых стадий в синтезе холестерина 130 раз, прежде чем они добились удовлетворительных результатов!» (О.С.Чижов, А.О.Чижов, 2009, с.39).

Индукция Кенити Фукуи. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1981 год Кенити Фукуи (1964) пришел к выводу о возможности описания химических реакций с использованием понятий высшей занятой молекулярной орбитали (ВЗМО) и низшей свободной молекулярной орбитали (НСМО), индуктивно исходя из обнаружения возможности такого описания для реакции Дильса-Альдера. Эта реакция иначе называется диеновым синтезом, то есть циклоприсоединением. Частным примером данной реакции является переход от двух молекул этилена к молекуле циклобутана. Другой посылкой вывода К.Фукуи была статья Р.Вудворда и Р.Хоффмана (1965) о сохранении орбитальной симметрии в аналогичных реакциях. И.Харгиттаи и М.Харгиттаи в книге «Симметрия глазами химика» (1989) пишут: «Возможно, впервые на примере реакции Дильса-Альдера Фукуи [1] вскрыл важность свойств симметрии ВЗМО и НСМО. Однако, согласно его Нобелевской лекции [11], только после появления в 1965 г. статей Вудворда и Хоффмана он «полностью осознал, что не только распределение электронной плотности, но и узловые характеристики», т.е. симметрия, «конкретных орбиталей имеют значимость в … химических реакциях». Концепция граничных орбиталей чрезвычайно упрощает описание химических реакций с позиции теории МО (молекулярных орбиталей – Н.Н.Б.), поскольку следует рассматривать только эти орбитали в молекулах реагентов» (И.Харгиттаи, М.Харгиттаи, 1989, с.321). «Реакция Дильса-Альдера, -

подчеркивают указанные авторы, - является еще одним хорошо известным примером, демонстрирующим применимость правил симметрии в предсказании возможности протекания химической реакции. Эта реакция обсуждалась в основополагающей статье Фукуи [1], посвященной граничным орбиталям» (там же, с.336).

Индукция Ренада Сагдеева. Российский ученый Р.З.Сагдеев (1972) вместе со своими коллегами высказал мысль о влиянии магнитного поля на протекание химических реакций, индуктивно базируясь на экспериментальном обнаружении влияния постоянного магнитного поля на результат химического взаимодействия пентафторбензилхлорида с Н-бутиллитием. А.Л.Бучаченко, Р.З.Сагдеев, К.М.Салихов в книге «Магнитные и спиновые эффекты в химических реакциях» (1978) пишут: «Экспериментально влияние постоянного магнитного поля на радикальные реакции в растворах впервые было установлено в 1972 г. [7]. В реакции пентафторбензилхлорида с Н-бутиллитием соотношение продуктов изменилось на десятки процентов при переходе от земного поля к сильным магнитным полям 15 и 23 кЭ. Полученный результат был интерпретирован как проявление синглет-триплетных переходов, индуцируемых изотропным СТВ неспаренных электронов РП с их магнитными ядрами» (Бучаченко, Сагдеев, Салихов, 1978, с.54).

Индукция Д.Хаффмана и В.Кретчмера. Д.Хаффман и В.Кретчмер (1983) пришли к выводу о возможности синтеза бакминстерфуллеренов в электрической дуге, создаваемой между графитовыми электродами в атмосфере гелия, индуктивно основываясь на удачном синтезе таким образом знаменитого фуллерена (кластерного соединения) С-60. Напомним, что позже Р.Керл, Р.Смолли и Г.Крото объяснили пространственную структуру фуллерена С-60, используя представление об устойчивости структур, имеющих форму усеченного икосаэдра. В 1996 году за это объяснение они были удостоены Нобелевской премии по химии. Примечательно, что на это объяснение их натолкнула аналогия с устойчивостью куполов неординарного архитектора Бакминстера Фуллера, которые также имели икосаэдрическую форму. Именно поэтому кластерные соединения С-60 получили название фуллеренов. Заметим, что вывод Д.Хаффмана и В.Кретчмера о возможности синтеза фуллеренов в электрической дуге с применением графитовых электродов являлся индукцией с фактором случая, так как этот способ получения фуллеренов был открыт ими случайно. В статье «Бакиболы» и новые перспективы в химии» (журнал «В мире науки», 1991, № 3) указывается: «Способ получения бакминстерфуллерена был открыт случайно, когда исследователи искали меньшие по размеру кластеры. «Миллиграммы бакминстерфуллерена были у нас в руках уже в 1983 г., но тогда мы не догадывались, что это за вещество. Только после ознакомления с работами ученых из Университета Райса мы подумали, что можем получать кластерное соединение С-60», - сказал Д.Хаффман из Аризонского университета в Тусоне, который тогда работал вместе с В.Кретчмером из Института ядерной физики Макса Планка в Гейдельберге. Хаффман и Кретчмер синтезировали бакминстерфуллерен в электрической дуге, создаваемой между графитовыми электродами в атмосфере гелия при давлении, в 7 раз меньше атмосферного. Они собрали образовавшуюся сажу, растворили ее в бензоле и таким путем получили смесь практически чистых соединений С-60 и С-70, последнее имеет яйцеобразную форму» («В мире науки», 1991, № 3, с.14).

Индукция А.Хигера, А.Мак-Диармида и Х.Ширакавы (Сиракавы). Лауреаты Нобелевской премии по химии за 2000 год А.Хигер, М.Мак-Диармид и Х.Ширакава пришли к идее о существовании полимеров, способных проводить электрический ток подобно металлам, индуктивно исходя из того факта, что серебристый полиацетилен приобретает свойство проводить электрический ток, если обработать его парами брома или иода. Этот факт был открыт стажером Х.Ширакавы случайно, благодаря ошибке, допущенной в лаборатории при воздействии на полиацетилен большим количеством катализатора. Перед нами классический пример индукции с фактором случая. В.М.Кобрянский в статье «Лауреаты

Нобелевской премии 2000 года по химии – А.Хигер, А.Мак-Диармид, Х.Сиракава» (журнал «Природа», 2001, № 1) пишет: «История создания электропроводящих полимеров, часто преподносимая как пример случайной удачи, началась с получения Сиракавой в 1971-1974 гг. свободных пленок полиацетилена. В одном из сотен опытов по синтезу этого полимера нынешний Нобелевский лауреат, а тогда научный сотрудник лаборатории химических ресурсов в Токийском технологическом институте, использовал ошибочно высокую концентрацию катализатора. Результатом этой ошибки было образование прекрасных серебристых пленок полиацетилена с характерным металлическим блеском» (К.М.Кобрянский, 2001). Об этом же факторе случая пишет В.А.Марихин в статье «Синтетические металлы» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 6): «А в 1971 году профессор Токийского технологического института Хидеки Широкава дал своему аспиранту задание синтезировать полимер ацетилена. Впервые полиацетилен был получен еще в 1955 году в виде темного порошка, не обладающего никакими особо выдающимися свойствами. Однако аспирант по ошибке добавил в реакционную смесь в 1000 раз больше катализатора, чем требовалось по методике (наверное, перепутал граммы с миллиграммами), в результате чего вместо темного порошка получил роскошную пленку с металлическим блеском. Едва взглянув на эту пленку, Широкава подумал, что она может послужить основой для создания полимеров, обладающих свойствами металлических проводников» (В.А.Марихин, 2000). Эта реконструкция подверждается М.Рыбалкиной, которая в книге «Нанотехнологии для всех» (2005) указывает: «Как это часто бывает в истории науки, открытию помогла случайность. Студент Ширакавы как-то по ошибке добавил слишком много катализатора, в результате чего бесцветный пластик вдруг стал отражать свет подобно серебру, и это навело на мысль, что он перестал быть изолятором. Дальнейшие исследования привели к открытию полимера с проводимостью, в десятки миллионов раз превосходящей обычный пластик. Это открывает путь к новой электронике XXI века, основанной на органических материалах» (Рыбалкина, 2005, с.187).

Индукция Питера Эгра. Лауреат Нобелевской премии по химии за 2003 год Питер Эгр (1987) пришел к мысли о том, что транспорт воды через клеточную мембрану осуществляется посредством специального белка, индуктивно основываясь на обнаружении белка, который играл роль водного канала в клетках животных. Данный белок был назван аквапорином. Е.Лозовская в статье «Нобелевские премии 2003 года. Мембранные каналы: вода отдельно от ионов, а ионы – друг от друга» (журнал «Наука и жизнь», 2003, № 12) пишет: «Открытие аквапорина – белка, образующего водную пору, - произошло благодаря счастливой случайности. В 1987 году Питер Эгр, изучая белки-антигены эритроцитов, обнаружил мембранный белок с неизвестной функцией. Оказалось, что такой же белок в изобилии присутствует в почечных канальцах – тканях, которые способны прокачивать огромные количества воды. Это и навело ученого на мысль, что найденный белок имеет отношение к транспорту воды через клеточную мембрану. П.Эгр и его коллеги смогли установить аминокислотную последовательность белка и затем клонировали участок ДНК, кодирующий синтез аквапарина. Ученые провели несколько экспериментов, неоспоримо доказывающих ключевую роль этого белка в транспорте воды. Например, если «заставить» клетку производить аквапорин в больших количествах, она начинает интенсивно всасывать воду, набухает и буквально разрывается от избыточного внутреннего давления» (Е.Лозовская, 2003). То обстоятельство, что П.Эгр догадался о водной функции аквапорина на основании его высокого содержания в почках – органах, занимающихся прокачкой большого количества воды, похоже на другие исторические факты. Например, лауреат Нобелевской премии Франк Бернет впервые сделал заключение о причастности тимуса к иммунным реакциям животного, отталкиваясь от того факта, что в период эмбрионального развития антитела, которые являются главными факторами иммунного ответа, концентрируются в тимусе. Аналогично, лауреат Нобелевской премии Арвид Карлссон сформулировал гипотезу о том, что нейрохимический медиатор дофамин связан с системой регуляции движений, основываясь на обнаружении высокого содержания дофамина в неостриатуме – участке мозга, вовлеченном в контроль двигательных актов. Известные физиологи Х.Костерлиц и Д.Хьюз догадались, что энкефалины являются пептидами боли, основываясь на том, что энкефалины и их рецепторы сконцентрированы в отделах мозга, связанных с восприятием боли. До проведения решающих экспериментов всегда есть посылки, наводящие на ту или иную идею.

Глава 14

Индуктивные открытия в области геологии.

Индукция Ксенофана. Древнегреческий мыслитель Ксенофан (VI век до н.э.) выдвинул гипотезу о том, что город Сиракузы, расположенный на Сицилии, в далеком прошлом был покрыт океаном, индуктивно исходя из исходства останков организмов, обнаруженных в сиракузских каменоломнях, с обитателями морских вод. Далее, отталкиваясь от находки, сделанной в Сиракузах, Ксенофан сделал общее заключение о том, что в истории Земли суша неоднократно сменялась морем, а море сушей. Г.П.Хомизури в книге «Геотектоническая мысль в античности» (2002) подчеркивает: «Первым, кто начал строить свои рассуждения об изменениях очертаний суши и моря, базируясь на конкретном геологическом материале, был Ксенофан, полагавший, что «Земля бывает смешана с морем и со временем освобождается от влаги», причем в качестве доказательства он приводит следующие факты: в странах, удаленных от моря, и на горах находят раковины: в сиракузских каменоломнях, по его словам, был найден отпечаток рыбы и тюленей…» (Г.П.Хомизури, 2002). «Здесь необходимо отметить, - продолжает Г.П.Хомизури, - гениальную догадку Ксенофана о том, что находки ископаемых животных и растительных организмов на суше свидетельствуют о былом затоплении данной суши морем. Это открытие Ксенофана за 500 лет до нашей эры отрицалось не только в Средневековье, когда окаменелости принимались за причудливые образования, обязанные своим происхождением небесным светилам (см. рис.2). В XVIII в. величайший мыслитель того времени Вольтер считал утверждение о том, что окаменелости есть остатки ископаемых организмов, бредом сумасшедшего» (Г.П.Хомизури, 2002).

Индукция Леопольда фон Буха. Ученик А.Вернера Леопольд фон Бух сделал заключение о несправедливости идеи своего учителя о происхождении кристаллических горных пород из морских осадков и идеи А.Вернера о залежах каменного угля как причине вулканов, индуктивно исходя из следующих наблюдений. В 1-ом томе книги «Детская энциклопедия» (редакторы Е.И.Афанасенко, Д.Д.Благой, Б.А.Воронцов-Вельяминов, 1965) констатируется: «Сперва он с увлечением искал факты, подтверждавшие учение Вернера о происхождении кристаллических горных пород из осадков в морях. Для этого Бух предпринял путешествие в Италию. Там он сразу же нашел обилие горных пород, образовавшихся в результате вулканических извержений. Вернер объяснял вулканические явления подземным пожаром залежей каменного угля, поэтому Бух настойчиво искал отложения угля близ Везувия, но не нашел их. В Центральной Франции он обследовал потухшие вулканы, образовавшиеся непосредственно на граните. Так как каменный уголь залегает среди осадочных пород, то, конечно, его не оказалось и в этом районе. Эта неудача заставила Буха усомниться в справедливости учения Вернера» («Детская энциклопедия», 1965).

Индукция Джемса Геттона. Шотландский геолог Джемс Геттон (Джеймс Хаттон) выдвинул концепцию о вулканическом происхождении различных горных пород и о том, что под воздействием высокой температуры известняк превращается в мраморовидную горную породу, руководствуясь индукцией. В частности, Д.Геттон индуктивно основывался на обнаружении того, что известняк часто находится в одном месте с базальтовыми и гранитными породами, вулканическое происхождение которых не вызывало сомнений. В 1-ом томе книги «Детская энциклопедия» (редакторы Е.И.Афанасенко, Д.Д.Благой, Б.А.Воронцов-Вельяминов, 1965) отмечается: «Как внимательный наблюдатель, Геттон заметил, что известняки в соприкосновении с базальтом изменяют свое строение и становятся похожими на мрамор. Чем же объяснить это? И Геттон высказал предположение, что базальт образовался из застывшего огненно-жидкого расплава. Поэтому соприкасавшиеся с ним известняки под влиянием нагрева и под большим давлением пластов превратились в мраморовидную горную породу. Но если так, то в соприкосновении и с другими, сходными с базальтом кристаллическими горными породами, например, с гранитом, известняк должен претерпевать такое же изменение. И вот Геттон стал искать жилу гранита, прорезающую толщу известняков. Он долго бродил по горам Шотландии, пока ему удалось увидеть, что в соприкосновении с гранитом известняк действительно превратился в мрамор. Так Геттон доказал, что не только базальт, но и гранит и другие кристаллические горные породы произошли от застывания огненно-жидких расплавов, подобных лаве, извергаемой вулканами» («Детская энциклопедия», 1965).

Индукция Никола Демаре. Французский геолог Никола Демаре (1774, 1777) выдвинул гипотезу о вулканическом происхождении базальтов, индуктивно исходя из многочисленных фактов, которые свидетельствовали, что базальты всегда обнаруживаются там, где имеются вулканы. Сходство (аналогия) места расположения базальтовых пород и деятельности вулканов с необходимостью навело Н.Демаре на мысль о причинно-следственной связи между базальтами и вулканами. А.П.Павлов в книге «Очерк истории геологических знаний» (1921) пишет: «Во время одной из экскурсий в окрестностях Клермона, Демаре посчастливилось наткнуться на факты, свидетельствовавшие о тесной связи столбчатой, базальтовой породы с вулканами; он увидел, что некоторые несомненно лавовые потоки, берущие свое начало от какого-нибудь из потухших вулканов, обнаруживают на своих краях столбчатое строение их массы. Кроме того, Демаре обнаружил присутствие под этой столбчатой массой вулканических шлаков или измененной действием огня почвы. Он стал изучать другие участки, покрытые столбчатыми массами базальта, и убедился в том, что все эти массы имеют вулканическое происхождение, но что связь их с древними вулканическими жерлами часто замаскирована последующими; процессами размывания, уничтожившими не только рыхлые конусы вулканов, но и значительную часть прежних потоков, от которых уцелели сравнительно незначительные изолированные участки. Сравнивая французские образцы базальтов с ирландскими и изучая рисунки, изображающие внешний облик ирландских базальтов, Демаре убедился в тождестве этих пород и в возможности приписать им одинаковое происхождение» (А.П.Павлов, 1921).

Индукция Вильяма Смита. Английский землемер Вильям Смит (1799) сделал заключение о том, что в разных геологических пластах содержатся ископаемые остатки разных организмов, по которым можно определять геологическую историю Земли, индуктивно основываясь на находках, которые он сделал во время рытья каналов. Своими наблюдениями и их обобщением В.Смит положил начало новому разделу геологии – стратиграфии (науке о земных слоях). А.П.Павлов в книге «Очерк истории геологических знаний» (1921) повествует: «…В Англии и во Франции одновременно возникает новое направление в области геологических исследований, оказавшее самое решительное и благотворное влияние на дальнейший прогресс науки. Создателем этого нового направления в Англии был Вильям Смит, скромный исследователь природы, окончивший только народную школу и позже на практике изучивший землемерное дело. Производя работы по прорытию каналов, В.Смит внимательно изучал обнажаемые при работах слои и, рассматривая заключающиеся в них раковины и другие органические остатки, пришел к убеждению, что слои эти последовательно представляли собою дно моря и что в них уцелели остатки организмов, живших в этом море. Далее он убедился, что органические остатки, находимые в двух соседних слоях, мало отличаются между собою, и наоборот, остатки из далеко отстоящих слоев представляют более резкие различия. Заинтересовавшись этим, он стал предпринимать многочисленные экскурсии в те местности, где слои обнажаются по берегам рек или морей и старался проследить каждый слой на возможно большем расстоянии» (А.П.Павлов, 1921). «Многочисленные наблюдения В.Смита, - продолжает А.П.Павлов, - обнаружили, что даже в удаленных одна от другой местностях можно определить последовательный порядок различных слоев и распознать один и тот же слой, основываясь на вышеупомянутом сходстве и степени различия органических остатков, и такое распознавание возможно даже и в том случае, если минеральный состав слоя не остался одним и тем же в обеих местностях. С установлением этого факта наука сделала громадное приобретение: было найдено средство определять горизонтальное распространение и исторический порядок образования весьма значительных масс земной коры» (А.П.Павлов, 1921).

«Трудно поверить, что всего за сто лет до Кювье ученые мужи выдавали кости саламандры за скелет ребенка, погибшего при потопе, а он уже произносит свою крылатую фразу: «Дайте мне одну кость, и я восстановлю животное». Кювье описал и реставрировал около 150 видов ископаемых млекопитающих и пресмыкающихся, впервые разобравшись в дотоле бессмысленном хаосе костей».

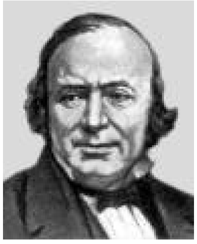
Я.Голованов о Жорже Кювье

Индукция Жоржа Кювье. Французский палеонтолог Жорж Кювье (1812) сформулировал теорию катастроф, согласно которой на Земле периодически происходили природные катаклизмы, уничтожавшие значительную часть животных, индуктивно исходя из циклического чередования морских и пресноводных отложений Парижского бассейна. Ж.Кювье обратил внимание на то, что виды организмов, которые встречались в одном геологическом слое, становились малочисленными или полностью исчезали в других слоях. Это исчезновение он трактовал как катастрофы, коренным образом изменяющие состав биологических видов. Р.Г.Бенсон в книге «Катастрофы и история Земли: новый униформизм» (1986), подготовленной под редакцией У.Берггрена и Дж.Кауверинга, пишет: «Кювье редко выезжал в поле, кроме как в окрестности Парижа, где он путешествовал со своим другом и коллегой Александром Бронньяром (1770-1847), профессором минералогии того же музея. Бронньяр описал циклическое чередование морских и пресноводных отложений Парижского бассейна. Резкие перерывы в последовательности осадочных пород этого разреза были частично использованы Кювье для подтверждения его теории внезапного изменения, приводящего к вымиранию наземных фаунистических комплексов» (Р.Г.Бенсон, 1986). Об этом же пишет Н.С.Шатский в статье «Дарвин как геолог», которая содержится во 2-ом томе «Сочинений» Ч.Дарвина (1936): «Кювье прекрасно изучил геологию окрестностей Парижа, он выяснил, что море три раза заливало бассейн Сены и три раза сменялось сушей, на которой появлялась каждый раз новая наземная фауна. Все эти шесть морских и континентальных фаун не связаны между собой никакими переходами; поэтому Кювье пришел к тому выводу, что каждый раз вследствие крупных катастроф происходили то грандиозные поднятия, уничтожавшие морские формы, то, наоборот, опускания, в результате которых погибало сухопутное население; и вновь каждый раз появлялась новая фауна, созданная новыми актами творения. Свои выводы по геологии бассейна Сены Кювье распространил на весь земной шар» (Н.С.Шатский, 1936). Ж.Кювье также индуктивно исходил из фактов внезапного вымирания на границе юрского и мелового периодов гигантских аммонитов, а в конце мелового периода (около 60 млн. лет назад) всех видов динозавров. И.Лалаянц в статье «Тайны динозавров» (журнал «Наука и жизнь», 2003, № 10) указывает: «Именно изучение останков вымерших животных и попытки реконструировать их облик натолкнули Кювье на мысль об обрушивающихся время от времени на биосферу Земли гигантских катастрофах, после которых она вынуждена развиваться чуть ли не с нуля» (И.Лалаянц, 2003).

Индукция Чарльза Лайеля. Выдающийся английский биолог Чарльз Лайель (1830) выдвинул представление о непрерывности геологической эволюции, о медленном изменении рельефа Земли, индуктивно основываясь на обнаружении переходных форм между геологическими слоями, о которых не было известно Ж.Кювье. Р.Г.Бенсон в книге «Катастрофы и история Земли: новый униформизм» (1986) пишет: «Лайель посетил в Ницце Джованни Риссо, и тот рассказал ему, что в местных третичных породах среди ископаемых остатков 18% составляют ныне живущие виды. Во время поездки Лайеля в Италию Франке Бонелли рассказал ему, что местные породы содержат фауну, сходную с фауной, найденной в окрестностях Бордо, но отличную от окаменелостей Северных Апеннин. Обсудив с Бонелли вопрос об этих фаунистических комплексах, а также об ископаемой фауне Сицилии, Лайель решил, что третичную систему можно разбить на части и классифицировать на основе процентного состава остатков ныне живущих видов среди ископаемой фауны» (Р.Г.Бенсон, 1986). Серьезное влияние на Ч.Лайеля оказали также результаты Поля Деге. Мысль о том. чтобы разделить третичную систему на эоцен, миоцен и плиоцен, осенила Лайеля при чтении статьи известного французского специалиста по моллюскам (конхиолога) Поля Деге. В этой статье (1829) Деге сообщал о сходстве третичных моллюсков с современными и указал, что третичный период можно подразделить на три «зоологические эпохи» в зависимости от содержания современных видов: древнюю (3%), среднюю (19%) и молодую (52%). Таким образом, Ч.Лайель усомнился в регулярных внезапных катастрофах, приводящих к гибели всех животных той или иной эпохи, основываясь на обнаружении сходства остатков организмов, встречающихся в разных слоях.

Индукция Жана Пьера Перродена. Швейцарский исследователь Жан Пьер Перроден (1815) выдвинул гипотезу о способности ледников к перемещению, индуктивно исходя из обнаружения на поверхности различных пород в районах, не занятых ледниками, штрихов и шрамов, которые имеются вблизи ледников и являются результатом давления ледниковых масс. Сходство штрихов и шрамов на поверхности горных пород, находящихся вдали от ледников, с теми отметинами, которые он встречал в непосредственной близости от ледников, индуктивно привело его к мысли о том, что в далеком прошлом они могли занимать огромную территорию. Д.Имбри и К.П.Имбри в книге «Тайны ледниковых эпох» (1988) пишут: «Первым среди предшественников Агассиса, чьи пытливость и творческое воображение позволили получить бесценные данные, ставшие основой его Невшательского трактата, был Жан-Пьер Перроден – альпинист, живший на юге Швейцарских Альп и промышлявший охотой на серн в районе Луртье, в долине Валь-де-Баньес. Многолетние наблюдения Перродена привели его к убеждению: ледники, которые сейчас занимают лишь самые южные – верхние – части Валь-де-Баньес, в прошлом заполняли всю долину. Он писал: «Я долго изучал штрихи и шрамы, которые сохранились вплоть до самого Шамсека на всех выходах стойких к выветриванию пород. Проведя затем наблюдения возле ледников, я пришел к убеждению, что все эти отметины образованы давлением ледниковых масс. Поэтому мне кажется очевидным, что в прошлом долина Валь-де-Баньес была целиком заполнена льдом, и я готов доказать это любому скептику, сопоставив упомянутые штрихи и шрамы с такими же образованиями, которые на наших глазах вытаивают из-под краев ледников». В 1815 году Перроден поделился своими мыслями с Жаном де Шарпантье – натуралистом, которому было еще суждено стать влиятельным сторонником ледниковой теории» (Д.Имбри и К.П.Имбри, 1988).

Индукция Жана де Шарпантье. Натуралист Жан де Шарпантье (1834) сделал заключение о том, что рельеф поверхности земли может формироваться ледниками, индуктивно основываясь на многочисленных фактах, говоривших о перемещениях ледников, причем, самым первым из этих фактов был рассказ швейцарского дровосека. Е.А.Подольский в статье «Неожиданный ракурс. Жан Луи Родольф Агассис» (журнал «Материалы гляциологических исследований», 2008, выпуск 103) повествует: «В 1834 году Шарпантье по дороге в Люцерн, где он собирался сделать доклад о ледниках, услышал от дровосека из Майрингена, что гранитные камни у обочины принесены ледником. Иными словами, происхождение валунов было очевидным для местного населения, в отличие от ученых. Интересно, что и первая статья о возможном влиянии вариаций земной орбиты на оледенения была написана в 1864 году не ученым, а сторожем Университета Глазго Джеймсом Кроллом» (Е.А.Подольский, 2008). О том, что факты, указывающие на способность огромных ледников перемещаться на большие расстояния, были известны простым крестьянам, пишут Д.Имбри и К.П.Имбри в книге «Тайны ледниковых эпох» (1988): «Впрочем, эта теория, которая на первых порах отвергалась даже самыми выдающимися учеными, уже давно принималась как факт многими простыми швейцарцами: живя и работая в горах, они повседневно сталкивались с вещественными следами, оставленными древними ледниками. Были и геологи, которые раньше Агассиса стали сторонниками ледниковой теории, однако они не могли способствовать ее дальнейшему распространению. Швейцарский пастор Бернар Кун еще в 1787 году сделал вывод, что эрратические валуны являются не чем иным, как свидетельством древнего оледенения. Еще через семь лет Джеймс Геттон – шотландский естествоиспытатель, которого сейчас считают одним из основоположников геологической науки, - провел наблюдения в горах Юры и пришел к тому же заключению, что и Кун» (Д.Имбри и К.П.Имбри, 1988). Об этом же сообщает Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007): «…Местные крестьяне, не подверженные пагубному влиянию научной ортодоксии, разбирались в земных делах лучше. Естествоиспытатель Жан де Шарпантье рассказывал, как в 1834 году, когда они с одним швейцарским лесорубом шли по сельской тропинке, у них зашел разговор о лежащих по сторонам камнях. Лесоруб, как о само собой разумеющемся, заметил, что эти валуны из Гримзеля, гранитного пояса, находящегося довольно далеко. «Когда я спросил, каким образом, по его мнению, эти камни попали сюда, он, не задумываясь, ответил: «Их принес гримзельский ледник, который в прошлом доходил аж до Берна». Шарпантье был в восторге, ибо сам пришел к такому мнению; но когда он стал выдвигать его на научных собраниях, оно отвергалось» (Брайсон, 2007, с.402).



«В стремлении разобраться в динамике оледенения он побывал всюду – спускался вглубь опасных ледниковых трещин и поднимался на вершины самых крутых остроконечных альпийских вершин, подчас, очевидно, не зная, что он и его группа были там первыми. Почти всюду Агассис встречал упорное нежелание признавать его взгляды».

Билл Брайсон о Жане Луи Агассисе

Индукция Жана Луи Агассиса. Швейцарский натуралист Жан Луи Агассис (1840) сформулировал идею о том, что в отдаленном прошлом значительная территория Европы была покрыта ледниками, индуктивно базируясь на многолетнем исследовании территории Швейцарии и других стран, где он регулярно обнаруживал следы давления ледниковых масс. Таким образом, индуктивной посылкой ледниковой концепции Агассиса были те же факты, что и у Перродена - сходство штрихов и шрамов на поверхности земли, находящихся вдали от ледников, с теми отметинами, которые бросаются в глаза в непосредственной близости от ледников. Е.А.Подольский в статье «Неожиданный ракурс. Жан Луи Родольф Агассис» (журнал «Материалы гляциологических исследований», 2008, выпуск 103) пишет: «Агассис провел девять летних сезонов в Швейцарских Альпах (1837-1845), исследуя движение ледников, их внутреннее строение и находя новые подтверждения былых оледенений. За это время он и его помощники посетили практически все главные хребты и ледники Швейцарии, иногда даже не подозревая, что покоряют вершины. Главные наблюдения были сделаны на Унераарском леднике, где в 1840 году под огромным камнем срединной морены была сооружена наблюдательная станция… которая вскоре получила известность среди ученых и путешественников» (Е.А.Подольский, 2008).

Индукция Франка Кларка. Американский геохимик Франк Кларк (1889) сделал заключение о том, что в составе земной коры преобладают 8 химических элементов: кислород, кремний, алюминий, железо, магний, кальций, калий и натрий, индуктивно основываясь на результатах анализа многочисленных данных о составе различных минералов. Этот анализ занял у него 40 лет жизни. Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (1986) указывает: «Кларк затеял очень трудоемкую, кропотливую и, по мнению многих, бесполезную работу, на которую ушло 40 лет. Есть время собирать материал и время его обобщать. Так вот, Кларк обобщил многочисленные данные о составе различных минералов, которые скрупулезно до него получили другие исследователи. Четыре десятилетия жизни и горы статистических выкладок. Нужно было обработать результаты более чем 5000 анализов и, наконец, установить, что в составе земной коры преобладают 8 химических элементов: кислород, кремний, алюминий, железо, магний, кальций, калий и натрий. И вот когда труд Кларка был завершен, стало очевидным уже для всех, что он совершил переворот в геохимии. В 1923 году наш замечательный ученый, академик Александр Евгеньевич Ферсман предложил в честь Ф.Кларка назвать кларком числовую оценку среднего содержания элемента в земной коре или других природных образованиях» (Е.Д.Терлецкий, 1986).

Индукция Османда Фишера. Английский геофизик Османд Фишер (1889) выдвинул гипотезу о том, что важнейшим геологическим процессом на Земле является выход горячего мантийного вещества на дне океанов, индуктивно экстраполируя на всю земную кору механизм выхода мантийного вещества со дна океана, который он наблюдал на Гавайях, на лавовом озере вулкана Килауэа. О.Г.Сорохтин и С.А.Ушаков в книге «Развитие Земли» (2002) пишут: «За основу геодинамической модели развития земной коры О.Фишер принял закономерности движения лавовых корок, образующихся при остывании магмы в лавовом озере вулкана Килауэа, на Гавайи. Эти корки всегда перемещались от открытых трещин, заполнявшихся огненно-жидкой магмой (из которой при остывании и формировались сами корки) к местам их торошения и погружения в глубины расплавленной магмы лавового озера. Экстраполируя свои наблюдения на земную кору, Фишер заключил, что океаническая кора также образуется за счет излияния базальтов из трещин в зонах ее растяжения, таких, например, как Исландия…» (Сорохтин, Ушаков, 2002, с.10). В другом месте той же книги указанные авторы вновь обсуждают смелое индуктивное обобщение, сделанное О.Фишером: «…Следует вспомнить наблюдения за движениями охлажденных лавовых корок по поверхности расплавленного лавового озера вулкана Килауэ на Гавайях, проведенные более 110 лет назад преподобным О.Фишером, о которых упоминалось в разделе 1.1. Там он наблюдал, как эти охлажденные и более тяжелые корки (по сравнению с плотностью горячей магмы), подобно микролитосферным плитам, соскальзывают с поверхности огненно-жидкой лавы, образуя, с одной стороны, структуры, похожие на срединно-океанические хребты, а с другой – подобие зон субдукции, в которых холодные корки вновь погружаются в раскаленную магму и полностью переплавляются в ней. Так, исходя из этих наблюдений, О.Фишер сделал далеко идущие обобщения о природе тектонической активности Земли» (там же, с.150). Об этой же индукции О.Фишера, в которой некоторые специалисты усматривают и признаки аналогии, пишет А.К.Порцевский в книге «Физика Земли» (2005): «В 1889 г. была опубликована книга английского физика О.Фишера «Физика земной коры». Не имея практически никакой геологической и геофизической базы, лишь на основе аналогии с движением лавы в кратере вулкана, Фишер предположил, что важнейшим геологическим процессом на Земле является выход горячего мантийного вещества на дне океанов. Это вещество отвердевает при движении от области излива, и погружается обратно в мантию в области островных дуг. Согласно Фишеру, движущим механизмом этого процесса является свободная тепловая конвекция. Книга О.Фишера настолько обогнала свое время, что практически не была замечена современниками» (Порцевский, 2005, с.60).

	«Десятилетиями, целыми столетиями будут изучаться и углубляться его гениальные идеи, а в трудах его – открываться новые страницы, служащие источником новых исканий; многим исследователям придется учиться его острой, упорной и отчеканенной, всегда гениальной, но трудно понимаемой творческой мысли; молодым поколениям он всегда будет служить учителем в науке и ярким образцом плодотворно прожитой жизни». А.Е.Ферсман о Владимире Вернадском

Индукция Владимира Вернадского. В.И.Вернадский выдвинул идею о том, что основной чертой биосферы Земли, определяющей ее организованность, являются процессы биогенной миграции элементов, индуктивно исходя из наблюдения английского натуралиста Карутерса, сделанного им в 1889 году. Карутерс наблюдал над Красным морем грандиозное переселение саранчи с берегов Северной Африки в Аравию. Сообщение об этом он опубликовал в 41-ом томе журнала «Природа». По расчетам Вернадского, общий вес этой саранчи был почти равен весу меди, цинка и свинца, вместе взятых, выработанных человечеством в течение столетия. Л.И.Гумилевский в книге «Вернадский» (1988) описывает эпизод из жизни великого геолога, когда он ознакомился с заметкой Карутерса: «Владимир Иванович… взял из стопки заготовленных для коллекций карточек одну и стал выписывать данные Карутерса. Пометив страницу, том, год и название журнала, он бережно снял чернила тугим пресс-папье и положил карточку в боковой карман. Помощник, следя за ним, несмело сказал: «А зачем это нам, Владимир Иванович, ведь мы не энтомологи, не физиологи, не биологи…». Владимир Иванович быстро встал. «Да, мы с вами не биологи, но тут, - он приложил руку к карману, - есть какая-то мысль! А из истории науки и опыта я знаю, какие неожиданные последствия бывают от случайно брошенной мысли, если она коснется ума и воли искренней человеческой личности в нужный момент… Один такой случай нередко оправдывает всю жизнь!» Эта постоянная, неизменная во всех случаях жизни настроенность молодого ученого на высокое, обобщающее мышление составляла самую характерную черту Вернадского. Она была присуща ему, как уверенная походка, негорбящийся стан, легкость движений, и все-таки удивляла окружающих» (Л.И.Гумилевский, 1988). Во многих своих работах Вернадский постоянно возвращался к этому наблюдению Карутерса. В своем завершающем труде «Химическое строение биосферы Земли и ее окружения» (1965), который вышел уже после кончины ученого, Вернадский пишет: «Я несколько лет тому назад попробовал более понятно выразить вес одной тучи саранчи, наблюдавшейся доктором Карутерсом над Красным морем в 1889 году до организации международной борьбы с саранчей. Вес этой тучи отвечал 4,4*10000000 т. Он был почти равен весу меди, цинка и свинца, вместе взятых, выработанных человечеством в течение столетия. Туча саранчи – это как бы горная порода в движении» (В.И.Вернадский, 1965). Указанная идея Вернадского представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку ученый случайно ознакомился с полетом над землей огромной тучи саранчи. Ю.Мурашковский в электронной книге «Путь в океан» (2004) повествует: «Ярким примером может служить научная биография Вернадского. Достаточно случайно он прочитал о наблюдениях за тучей саранчи. Наблюдатель, видя, что туча эта тянется от горизонта до горизонта, ради интереса подсчитал ее вес. Оказалось, что он превышает вес полезных ископаемых, добываемых в те времена во всем мире за целый год. Эта информация натолкнула Вернадского на необычайную мысль. Выходит, масса биологического мира вполне соизмерима с массой мира геологического! К тому же она активна. Следовательно, биомасса может принимать активное участие в формировании облика Земли» (Ю.Мурашковский, 2004, с.51).

Индукция Владимира Вернадского. В.И.Вернадский (1913) сформулировал представление о том, что человек является мощной геологической силой, преобразующей лик земного шара, силой, совершающей работу космического характера, индуктивно основываясь на сведениях, с которыми он ознакомился во время участия в Международном геологическом конгрессе, проходившем в Торонто (штат Онтарио) в 1913 году. Л.И.Гумилевский в книге «Вернадский» (1988) пишет: «Из данных конгресса выяснилось, что в Онтарио оказались самые богатые в мире руды на никель, только что получивший свое промышленное значение. Один из докладчиков сообщил, что за истекший год здесь было добыто свыше двадцати двух тысяч тонн никеля. Возраставший спрос на никель подгонял промышленников, вносил страсти в биржевую игру, заставлял предпринимателей спешить. Доставка угля требовала времени и расходов, но кто-то решил применить для выплавки древесное топливо, благо оно было под рукою и так дешево стоило. Отсюда началось стремительное истребление лесов. Вырубали все начисто, не оставляя деревца для размножения самосевом превосходнейших канадских сосен. Где были леса – теперь расстилались бесплодные черные равнины, но силуэты высоких труб дымили день и ночь. Владимир Иванович продолжал думать вслух, медленно облекая в слова быстробегущий поток мыслей. «Чем больше я думаю, тем яснее вижу, каким огромным химическим и геологическим фактором становится повседневная деятельность человека, - говорил он, не отрываясь от окна. – Подумать только: самородный никель встречался только в метеоритах и в самых ничтожных количествах, а вот здесь его за год выделяют десятками тысяч тонн… Да разве только в этом дело? Железо, олово, свинец, алюминий, никель выделяются природными процессами в ничтожнейших количествах, а человек уже теперь, когда он, в сущности говоря, только что родился, считая геологически, добывает все это в колоссальных размерах и с каждым годом все больше и больше… А сколько самородных веществ выделяется нами побочно, например при горении вообще, при сгорании каменного угля, - азот, углерод! Нет, как хотите, но, изменяя характер химических процессов и химических продуктов, человек совершает работу космического характера, а она год от года становится и будет становиться все более и более значительным фактором» (Л.И.Гумилевский, 1988).

	«Ни один человек, который хочет совершить в жизни что-нибудь значительное, не должен ждать, пока ему представится возможность это сделать. Для него должно быть законом: я это совершу или умру». Альфред Вегенер

Индукция Альфреда Вегенера. Одной из индуктивных посылок гипотезы А.Вегенера (1915) о дрейфе континентов по поверхности земного шара была информация о дрейфе Гренландии, о медленном удалении Гренландии от Европы. Об увеличении расстояния между Гренландией и Европой свидетельствовали результаты сравнения долгот, вычисленных Сабином (1823), Бергеном и Капеландом (1870) и Кохом (1907). Сам Кох, сравнив эти долготы, обнаружил разницу между ними, которая постоянно возрастала. Следует отметить, что А.Вегенер допускал возможность непроизвольных ошибок при определении этих долгот, поэтому не был до конца уверен в том, что на эти данные можно полагаться. Если бы эта индуктивная посылка была единственной, наводившей на идею дрейфа материков, и если бы Вегенер вообще не придал ей значения, мы могли бы говорить, что в творчестве Вегенера имела место индукция с незавершенной селекцией (индукция без окончательного финального выбора). И.И.Дуэль в книге «Судьба фантастической гипотезы» (Москва, «Знание», 1985) пишет о том, как Вегенер отнесся к координатным измерениям разных исследователей, намекавшим на дрейф Гренландии: «Гренландский вариант представляется Вегенеру самым удачным: «Наибольших изменений во взаимном положении можно ожидать между Гренландией и Европой. Перемещение здесь происходит в восточно-западном направлении, и потому астрономические определения мест могут дать разницу в долготах, но не в широтах. На такое увеличение разницы в долготах между Гренландией и Европой уже было обращено внимание. Кох в шестом томе результатов датской экспедиции… на протяжении 16 страниц произвел сравнение долгот, вычисленных Сабином (1823), Бергеном и Капеландом (1870) и Кохом (1907), и нашел разницу, размер которой постоянно возрастает». Вегенер считает, что столь определенно выраженная в цифрах тенденция не может возникнуть из-за неточности измерений, из-за разницы в координатах между пунктами Гренландского побережья, в которых измерения проводились. И все же он не вполне убежден, что на эти данные можно полагаться» (И.И.Дуэль, 1985). Напомним, что впервые мысль о движении материков возникла у Вегенера при обнаружении сходства (аналогии) береговых линий Африки и Южной Америки. И.И.Дуэль в своей книге «Судьба фантастической гипотезы» (1985) приводит слова самого Вегенера: «В 1910 году мне пришла в голову мысль о перемещении материков, когда, изучая карту мира, я поразился сходству очертания берегов по обе стороны Атлантического океана» (цит. по: И.И.Дуэль, 1985).

Индукция Гарри Хесса. Американский исследователь Гарри Хесс (1940-е годы) сформулировал идею о том, что дно океана сравнительно молодо и изрезано ущельями, впадинами, трещинами и подводными горами, индуктивно основываясь на анализе рельефа океанического дна с помощью эхолота, который был установлен на военном корабле. Впоследствии эта идея позволила объяснить и подтвердить гипотезу Вегенера о дрейфе континентов. Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) повествует: «Во Вторую мировую войну минералог из Принстонского университета Гарри Хесс был направлен на военно-транспортный корабль США «Кейп Джонсон». На борту корабля был новый и сложный эхолот для облегчения прибрежного маневрирования при десантных операциях, но Хесс подумал, что его вполне можно использовать в научных целях, и никогда его не выключал, даже в открытом море и в пылу сражения. Он обнаружил совершенно неожиданные вещи. Если ложе океана, как все полагали, очень древнее, то оно должно быть покрыто толстым слоем осадочных пород, как дно рек и озер илом. Однако измерения Хесса показали, что ложе океана – это что угодно, только не сглаженная липкая поверхность из древних илистых отложений. Оно всюду изрезано глубокими ущельями, впадинами и трещинами, усеяно подводными вулканическими плоскими горами с крутыми округлыми склонами, которые Хесс назвал гайотами по имени работавшего ранее в Принстоне геолога Арнольда Гайота» (Брайсон, 2007, с.174). Примечательно, что ученые практически не обратили никакого внимания на первую статью Г.Хесса, и прошло определенное время, прежде чем его взгляды получили развитие. «…Ложе океана, - продолжает Б.Брайсон, - повсюду сравнительно молодо. Нигде не находили пород старше 175 миллионов лет, что было загадкой, потому что породы, составляющие материки, часто насчитывали миллиарды лет. Теперь Хесс смог понять, почему океанические породы существовали ровно столько, сколько им требовалось, чтобы достичь берега. Это была великолепная теория, объясняющая множество вещей. Хесс обстоятельно развил свои доводы в важной статье, которая почти всюду была проигнорирована. Бывает, что мир просто не готов к новым глубоким идеям» (там же, с.175).

Индукция Милутина Миланковича. Югославский геофизик М.Миланкович разработал теорию периодичности ледниковых периодов, индуктивно исходя из результатов математического определения количества солнечного тепла, поступавшего на Землю за последний миллион лет. Л.С.Клейн в статье «Археология спорит с физикой» (журнал «Природа», 1966, №№ 2-3) пишет: «Возникла заманчивая задача – «вычислить» историю климата. Эту задачу взял на себя сербский математик М.Миланкович. В работах 1913-1920 гг. он предложил таблицы цифр, отражающих количество тепла, получавшегося каждым широтным поясом (через 10 ш) обоих полушарий Земли раздельно для зимы и лета за последние 600 тыс. лет. Взяв цифры, отражающие изменения летней солнечной радиации для 65 ш северной широты (это широта центра Скандинавского щита) и построив по ним график (названный радиационной кривой Миланковича), метеоролог А.Кеппен получил 4 резких падения радиации: три – в виде парных перевернутых пиков и четвертое – в виде тройного перевернутого пика. И оказалось, что не только количество оледенений, но и длительность их и интервалы между ними почти в точности те же, что и на кривой Пенка. Между тем Пенк и Миланкович производили свои хронологические расчеты совершенно независимо, даже не зная друг о друге. Такое детальное совпадение не может быть случайным. Но детальность совпадения в дальнейшем еще усилилась, когда в 1930 г. были одновременно опубликованы две работы: с одной стороны, М.Миланкович, продолжив свою кривую в глубь веков до миллиона лет, обнаружил еще 3 падения кривой, а с другой – австрийский геолог Б.Эберль нашел следы трех оледенений (они названы дунайскими), более ранних, чем четыре известные до того по отложениям Швейцарии и Скандинавии. Опять независимо друг от друга» (Л.С.Клейн, 1966).

Индукция Ли Сыгуана. Китайский геолог Ли Сыгуан (1928, 1958) выдвинул представление о вихревом (закрученном) строении различных элементов земной коры, индуктивно основываясь на результатах исследования геологических структур Китая. Ли Сыгуан одним из первых понял, что вихревые структуры геологических масс формировались в далеком прошлом в результате их вращательных движений. А.В.Викулин в книге «Мир вихревых движений» (2008) пишет: «Китайский геолог Ли Сыгуан (Lee, 1928) впервые выделил и описал вихревые структуры в геологических разрезах в Китае. Представление о закрученном, вихревом движении геологической среды получили свое дальнейшее развитие в монографиях Ли Сыгуана (Ли Сыгуан, 1952, 1958) и О.И.Слензака (Слензак, 1972)» (Викулин, 2008, с.136). В другом месте той же книги А.В.Викулин вновь отмечает приоритет Ли Сыгуана: «Проблема вихревых структур в геологических процессах была впервые обозначена китайским ученым Ли Сыгуаном в 20-х гг. прошлого века (Lee, 1928) и через 30 лет сформулирована им в качестве научной гипотезы в книге (Ли Сыгуан, 1958), в которой на большом фактическом материале обосновывается существование структур, являющихся, по мнению автора, результатом сдвигов, возникающих при вращении отдельных масс земной коры и, видимо, по этой причине названных вихревыми» (там же, с.159). Следует отметить, что идея вихревого строения литосферы возникала также по аналогии с вихревым строением воздушных масс. Так, советский геофизик М.Назиров (1975) выдвинул идею о том, что горные цепи рождены циркуляцией элементов земной коры, связанной с вращением Земного шара, по аналогии с тем, что в атмосфере вихревые структуры также возникают из-за характера циркуляции атмосферы, вызванной, прежде всего, вращением Земли. Основанием для проведения такой аналогии послужило сходство вихревых структур горных цепей и воздушных масс на фотографиях, полученных со спутников системы «Метеор». Эта аналогия позволила ученым (в том числе М.Назирову) перенести в теорию формирования горных систем многие понятия динамики атмосферы: циклона, взаимодействия теплого и холодного фронтов, разреженных областей, куда устремляются подвижные компоненты, и т.д. Таким образом, идея Назирова о том, что вращательное движение Земли в течение миллионов лет создает вихри литосферы, возникла у него по аналогии с таким же фозникновением атмосферных вихрей. В.Друянов в статье «Погода» земной коры» (журнал «Вокруг света», № 8 (2599), август 1975) пишет: «М.Назиров подбирает несколько фотографий изучаемого района, сделанных со спутников системы «Метеор», и компонует их в более крупное по масштабу изображение. Затем на его основе рисует схему основных горных цепей. На ней еще более отчетливо проступает характерный крючок, который в атмосфере образуют теплые и холодные потоки, а на Земле – горные цепи» (В.Друянов, 1975). «Естественно предположить, - воспроизводит В.Друянов ход рассуждений М.Назирова, - что одинаковые особенности, подмеченные в небе и на земле, являются следствием и сходных причин. Недолговечные структуры возникают в атмосфере из-за характера ее циркуляции. Она, в свою очередь, вызвана, прежде всего, вращением земного шара. Следующий логический шаг, который так и напрашивается: горные вихри также рождены вращением Земли» (В.Друянов, 1975).

Индукция Владимира Штокмана. Советский ученый В.Б.Штокман (1935, 1967) сформулировал идею о существовании гигантских океанских вихрей, которые впоследствии были названы волнами Россби, индуктивно исходя из результатов изучения вихревых возмущений в Каспийском, Черном и Аравийском морях, а также в Северной Атлантике. М.Н.Кошляков в статье «Открытие и исследование синоптических вихрей открытого океана» (журнал «Известия РАН. Физика атмосферы и океана», 2002, том 38, № 6) пишет: «Решающее значение в открытии синоптических вихрей открытого океана имела серия длительных «полигонных» наблюдений над морскими и океанскими течениями, выполненная советскими учеными, начало которым было положено В.Б.Штокманом в Каспийском море еще в 1935 году. Следующие полигоны были организованы под научным руководством В.Б.Штокмана в 1956 году в Черном море, в 1958 году в Северной Атлантике и в 1967 году в Аравийском море. Результатом этого последнего эксперимента, выполненного ИОАН СССР и ВМФ СССР на судах «Витязь» и «Фаддей Беллинсгаузен» и получившего название «Полигон-67», явились первые карты Геострофических течений в поле синоптических вихрей открытого океана» (В.Б.Штокман, 2002). Об этом же пишут А.С.Монин и Г.М.Жихарев в статье «Океанские вихри» (УФН, 1990, май). Указанные авторы говорят о синоптических вихрях открытого океана: «Их открытие явилось крупнейшим событием в гидродинамике океана за послевоенные годы. Оно было предсказано советским океанологом В.Б.Штокманом в результате анализа материалов долговременных измерений течений в 1935 г. в Каспийском море, продолженных в 1956 г. в Черном море и в 1958 г. в Северной Атлантике» (Монин, Жихарев, 1990, с.14).

Индукция Таунсенда Кромвелла. Американский исследователь Таунсенд Кромвелл (1950-е годы) выдвинул идею о существовании океанических противотечений, определяющих движение водных масс под известными науке океаническими течениями, индуктивно исходя из исследований, проведенных в экваториальных водах Тихого океана. Идея Кромвелла представляла собой индукцию с фактором случая, так как первое наблюдение, относящееся к противотечениям океана, было сделано рыбаками совершенно случайно. Е.М.Сузюмов и М.И.Ципоруха в книге «Открывая тайны океана» (Москва, «Знание», 1991) пишут: «Первое крупное открытие, изменившее во многом представления океанологов о характере движения океанических масс воды, было сделано в Тихом океане. Как часто бывает, новое явление было обнаружено как бы случайно. В 1951 г. американские рыбаки начали лов рыбы на экваторе с помощью глубинных сетей. С удивлением они обнаружили, что их сети относит на восток, хотя мощное Южное Пассатное течение увлекало рыбацкие суда на запад. Об этом загадочном явлении стало известно американскому океанологу Таунсенду Кромвеллу. Он организовал исследования в экваториальных водах Тихого океана, результатом которых явилось обнаружение под Южным Пассатным течением на экваторе противотечения со скоростью, достигающей местами 150 см/с. Эта подводная река протянулась вдоль экватора от Соломоновых до Галапогосских островов на протяжении 8000 миль, имеет ширину 150-250 миль, причем толщина слоя воды, перемещающегося на восток, достигает 300 м. Вначале противотечение назвали экваториальным. Позднее оно было переименовано в течение Кромвелла, который погиб в 1958 г. в авиационной катастрофе» (Сузюмов, Ципоруха, 1991, с.66-67). Отметим, что нумерация страниц электронной книги, которая в данном случае используется, может отличаться от нумерации страниц бумажной книги.

Индукция Владимира Леонидовича Сывороткина. Российский ученый В.Л.Сывороткин (2001) пришел к выводу о несправедливости теории М.Молины и Ш.Роуленда о том, что причиной разрушения озона в атмосфере является промышленный фреон, индуктивно исходя из того, что максимальный дефицит озона наблюдается над Антарктидой, где нет промышленного производства и нет промышленного фреона. Этот вывод В.Л.Сывороткина ставит под сомнение не просто одну из научных теорий, а доктрину, за которую Марио Молина и Шервуд Роуленд были удостоены Нобелевской премии по химии в 1995 году. Как известно, М.Молина и Ш.Роуленд (1974) описали хлорный цикл разложения озона, показав, что фреоны - вещества, содержащие хлор, причастны к деградации озоновой оболочки. Однако их эксперименты проводились в лаборатории, а прямых экспериментов по разрушению атмосферного озона представлено не было. Елена Новоселова в статье «Защита Сывороткина» («Российская газета», № 40 от 1 октября 2003 г.) описывает факты, которыми руководствовался В.Л.Сывороткин: «Феномен «озоновой дыры» максимально проявляется в Антарктиде. Но 90 процентов населения Земли сконцентрировано в Северном полушарии, в средних широтах сосредоточено основное производство и потребление фреонов. Регулярное, причем в больших количествах, обнаружение озоноразрушающих газов над полюсами сторонники ТФГ (техногенно-фреоновой гипотезы – Н.Н.Б.) объясняют тем, что атмосфера за год «перемешивается» и концентрация веществ в ней выравнивается. Однако многолетние наблюдения это опровергают. Свидетельство тому – поведение биогенного метана» (Е.Новоселова, 2003). Об этом же говорит сам В.Л.Сывороткин в статье «Теоретическая дыра в Монреальском протоколе» (журнал «Вокруг света», 06.09.2007 г.): «И решающий удар нобелевской гипотезе наносит то обстоятельство, что и в Антарктиде, и на экваторе, и в северном полушарии озоновый слой разрушается синхронно, что хорошо видно на картах, составленных по спутниковым данным. Чаще всего это происходит в конце осени – начале зимы. Общепланетарную синхронность разрушения озонового слоя техногенно-фреоновая гипотеза, адаптированная к антарктическим условиям, объяснить не может в принципе» (В.Л.Сывороткин, 2007). Одной из индуктивных посылок предположения В.Л.Сывороткина о том, что причиной разрушения озона является водород, послужил следующий факт. Елена Новоселова пишет в той же статье: «Сыворткин составил карту дефицита озона над Россией, используя данные почти ста станций, исследующих состав стратосферы, и наложил ее на геологическую карту. Результат ошеломил: пятна озоновых аномалий легли точно на выбрасывающие водород участки» (Е.Новоселова, 2003).

Индукция Владимира Леонидовича Сывороткина. В.Л.Сывороткин выдвинул гипотезу о том, что причиной возникновения серийных тайфунов является прогрев воды и воздуха в зонах разрушения озоновой оболочки, индуктивно исходя из того, что места зарождения серийных тайфунов совпадают с областями деградации озонового слоя и, соответственно, с областями разломных геологических структур, из которых выбрасывается водород и другие газы, способные вступать в реакцию с озоном (трехвалентным кислородом). В.Л.Сывороткин в статье «Закипающий котел Гингемы» (журнал «Вокруг света», 10.09.2008 г.) пишет: «Как выяснилось, места зарождения сериальных тайфунов располагаются над активными геологическими структурами, расположенными на дне океана в зоне пересечения крупных разломных структур, или в рифтовых долинах срединно-океанических хребтов. Примером могут служить тайфуны «Эмми» и «Фрэнсис», зародившиеся над осевой частью Срединно-Атлантического хребта в зоне пересечения последнего трансформным разломом Зеленого Мыса» (В.Л.Сывороткин, 2008). «Первый вывод из вышесказанного, - аргументирует В.Л.Сывороткин, - что траектории движения тайфунов в принципе структурированы и в первом приближении совпадают с азимутами основных разломных структур сети планетарной трещиноватости, в составе которой ведущую роль играют ортогональные и диагональные элементы» (В.Л.Сывороткин, 2008). «Однако складывается впечатление, - рассуждает отечественный геолог, - что пути тайфунов определяются в значительной мере направлением дегазирующих разломных структур, вдоль и над которыми происходит разрушение озонового слоя, прогрев воды и воздуха, за счет чего снижается давление и данное направление оказывается для тайфуна наиболее предпочтительным. Здесь-то и кроется возможный ответ на вопрос, почему ураганы атакуют Новый Орлеан. Они идут по тектоническому разлому (вдоль которого и образовалась долина реки Миссисипи)» (В.Л.Сывороткин, 2008). В.Л.Сывороткин отмечает, что о связи между минимумом озона и рождением циклона догадывался еще Гордон Добсон в 1929 году: «Сезон активного циклогенеза в тропических и субтропических частях Тихого океана совпадает с минимальными значениями общего содержания озона, что подтверждает эмпирическое заключение классика мирового озоноведения Добсона (Gordon Miller Bourne Dobson, 1889-1976), сделанное им еще в 1929 году: минимум озона всегда находится перед теплым фронтом или перед циклоном. Положение это подтвержено также исследованием связи между общим содержанием озона (ОСО) и количеством циклонов в районе скалистых гор в США» (В.Л.Сывороткин, 2008).

Глава 15
Индуктивные открытия в области биологии

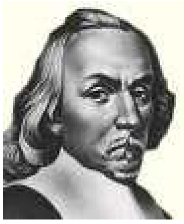
Индукция Аристотеля. Аристотель высказал мысль о том, что жизнедеятельность морских животных связана с фазами Луны, индуктивно исходя из того факта, что яичники у морских ежей набухают в полнолуние. Р.Уорд в книге «Живые часы» (Москва, «Мир», 1974) пишет: «Тот факт, что жизнедеятельность морских животных связана с фазами Луны, не является новостью XX века. Еще Аристотель заметил, что яичники у морских ежей набухают в полнолуние. Он так подробно описал этих колючих созданий, что зоологи до сих пор называют их жующий орган аристотелевым фонарем. Цицерон говорил, что устрицы и прочие моллюски увеличиваются и уменьшаются в числе в зависимости от фазы Луны; это же утверждал и Плиний» (Уорд, 1974, с.18).

Индукция Амбруаза Паре (Парэ). Амбруаз Паре (1537) пришел к выводу о целесообразности лечения огнестрельных ран путем наложения на область раны мазевой повязки, индуктивно исходя из того, что скорость заживления ран, на которое накладывалось пищеварительное средство из желтка, розового масла и скипидара, была выше, чем скорость заживления ран, прижигаемых кипящим маслом. Историк медицины М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет о Паре: «…Он решил применить вместо кипящего масла пищеварительное средство из желтка, розового масла и скипидара. Вскоре его ждало приятное удивление: раны раненых, леченных этим средством, не только не воспалялись, как это имело место при ожогах кипящим маслом, а наоборот, успешно заживлялись. С тех пор он решил никогда более не прижигать огнестрельные раны, а применять мазевые повязки. Впервые он опубликовал свой способ лечения ран в 1545 году, когда ему было 35 лет» (Шойфет, 2006, с.53). Об этом же говорит Т.С.Сорокина в книге «История медицины» (2005): «В 1536 г. А.Паре начал службу в армии в качестве цирюльника – хирурга и участвовал во многих военных походах. Во время одного из них – в Северной Италии – молодому тогда армейскому цирюльнику Амбруазу Паре (ему было 26 лет) не хватило горячих смолистых веществ, которыми надлежало заливать раны. Не имея ничего другого под рукой, он приложил к ранам дигестив из яичного желтка, розового и терпентинного масел и прикрыл их чистыми повязками. «Всю ночь я не мог уснуть, - записал Паре в своем дневнике, - я опасался застать своих раненых, которых я не прижег, умершими от отравления. К своему изумлению, утром я застал этих раненых бодрыми, хорошо выспавшимися, с ранами не воспаленными и не припухшими» (Сорокина, 2005, с.292). «Так было положено начало, - свидетельствует Т.С.Сорокина, - новому, гуманному методу лечения ран. Учение о лечении огнестрельных ранений стало выдающейся заслугой Паре. Первый труд А.Паре по военной хирургии

«Способ лечить огнестрельные раны, а также раны, нанесенные стрелами, копьями и др.» вышел в свет в 1545 году...» (там же, с.293). Перед нами индукция с фактором случая, поскольку Паре случайно обнаружил неуместность прижигания раны раскаленным маслом. Л.Я.Скороходов в книге «Джозеф Листер» (1971) пишет: «Парэ доказал, что огнестрельное ранение не вызывает отравления. Он ограничивался простой повязкой, причем получал не менее хорошие результаты. Правда, к этому выводу он пришел случайно, из-за отсутствия масла в нужный момент. Каково же было его удивление, когда на другой день просто перевязанная больная чувствовала себя гораздо лучше, чем перевязанные по всем правилам тогдашней хирургии (с прижиганием и т.д.)» (Л.Я.Скороходов, 1971).

Индукция Жана Баптисты ван Гельмонта (Хельмонта). Известный фламандский химик Жан Баптиста ванн Гельмонт (1605) пришел к выводу, что почва, в которой живет то или иное растение, не может быть единственным источником его питания, индуктивно основываясь на следующем опыте. П.Томпкинс и К.Берд в книге «Тайная жизнь растений» (2006) пишут: «…Еще в 1600 г. фламандский химик Жан Баптиста Хельмонт посадил саженец ивы в глиняный горшок, содержащий сто килограммов высушенной в печи почвы. Пять лет деревце не получало ничего, кроме дождевой или дистиллированной воды. Когда Хельмонт вытащил дерево из горшка и взвесил его, оказалось, что оно набрало в весе около 85 кг, тогда как вес почвы остался примерно тем же. Может, дерево превращает в древесину, кору и корни обычную воду?» (Томпкинс, Берд, 2006, с.178). Этот же исторический эпизод рассматривает Л.О.Карпачевский в книге «Зеркало ландшафта» (1983): «В XV-XVI веках алхимики в поисках «философского камня» выполняли черновую работу накопления первичных фактов, необходимых для построения научных теорий. Опыт одного из них, голландца Ван Гельмонта, сыграл важную роль в истории естествознания. В 1629 году Ван Гельмонт посадил в кадку, наполненную ста килограммами почвы, ветку ивы, весящую два килограмма. Через пять лет он взвесил почву, выросшее дерево и установил, что почва потеряла всего семьдесят граммов, а вес ивы возрос с двух до шестидесяти шести килограммов. Ван Гельмонт сделал вывод, что главное в питании растения - вода» (Л.О.Карпачевский, 1983).

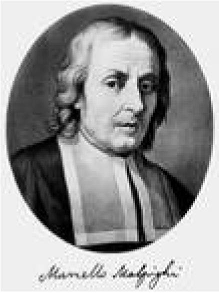
Индукция Рене Декарта. Р.Декарт сформулировал идею о том, что живой глаз дает перевернутое изображение предметов, индуктивно исходя из следующего опыта. Французский философ поместил препарат глаза, с задней стенки которого была удалена непрозрачная оболочка, в отверстие оконного ставня. В результате было получено перевернутое изображение, которое сформировалось на куске бумаги, заменившем сетчатку. С.Рассел и П.Норвиг в книге «Искусственный интеллект: современный подход» (2006) пишут о камерах-обскурах времен Декарта: «Безусловно, во всех этих камерах изображение было перевернутым, что вызывало невероятное смущение современников. Ведь если глаз рассматривать как аналогичный такому устройству формирования изображения, как камера-обскура, то почему же мы видим предметы такими, каковы они на самом деле? Эта загадка не давала покоя величайшим умам той эпохи (включая Леонардо). Окончательно решить эту проблему удалось лишь благодаря работам Кеплера и Декарта. Декарт поместил препарат глаза, с задней стенки которого была удалена непрозрачная оболочка, в отверстие оконного ставня. В результате было получено перевернутое изображение, сформировавшееся на куске бумаги, заменившем сетчатку. Хотя изображение на сетчатке действительно перевернуто, такая ситуация не вызывает проблемы, поскольку мозг интерпретирует полученное изображение правильно» (Рассел, Норвиг, 2006, с.1181).



«Как и следовало ожидать, выход столь знаменательного труда, как «Анатомическое исследование о движении сердца и крови у животных», вызвал шквал откликов в научных кругах. Семдесять две страницы подарили Вильяму Гарвею бессмертие, но какой ценой оно досталось! Яростные нападки иезуитов, схоластов и самого «царя анатомов», личного врача знатной флорентийской дамы, будущей королевы Франции Марии Медичи, - Риолана».

Т.Д.Пономарева о Вильяме Гарвее

Индукция Вильяма Гарвея. Заключение великого английского физиолога В.Гарвея (1628) о том, что кровь в венах движется в одном направлении – от периферии к сердцу, индуктивно основывалось на экспериментах, проведенных на самом себе и на собаках. Ю.Федорова, Е.Трояк и Е.Крылова в статье «История открытия роли сердца и системы кровообращения» (газета «Биология», № 7, 2004) пишут о Гарвее: «Первый опыт молодой медик поставил на себе. Он перевязал собственную руку и стал ждать. Прошло всего несколько минут, и рука стала отекать, жилы набухли и посинели, кожа стала темнеть. Гарвей догадался, что повязка задерживает кровь. Но какую? Ответа пока не было. Он решил провести опыты на собаке. Заманив куском пирога уличную собаку в дом, он ловко накинул шнурок на лапу, захлестнул его и стянул. Лапа начала вздуваться, пухнуть ниже перевязанного места. Снова подманив доверчивого пса, Гарвей схватил его за другую лапу, которая также оказалась затянутой тугой петлей. Через несколько минут Гарвей опять подозвал собаку. Несчастное животное, надеясь на помощь, в третий раз доковыляло до своего мучителя, который сделал на лапе глубокий разрез. Вздувшаяся вена ниже перевязки была перерезана и из нее закапала густая темная кровь. На второй лапе врач сделал разрез чуть выше перевязки, и из него ни одной капли крови не вытекло. Этими опытами Гарвей доказал, что кровь в венах движется в одном направлении. Со временем Гарвей составил схему кровообращения по результатам секций, произведенных на 40 различных видах животных» (Ю.Федорова, Е.Трояк и Е.Крылова, 2004). Об этом же пишет Н.Н.Плавильщиков в книге «Гомункулус. Очерки по истории биологии» (1958).



«Мальпиги избрали почетным членом Английского Королевского научного общества. Однако на родине самого итальянца, в Болонье, его успех встретили враждебно. Однажды к нему явились двое замаскированных коллег в масках, в сопровождении нанятых хулиганов, которые избили 60-летнего профессора и разгромили его дом».

О.А.Гомазков о Марчелло Пальпиги

Индукция Марчелло Мальпиги. М.Мальпиги (1661) выдвинул гипотезу о существовании разветвленной сети капиллярных сосудов, соединяющих артерии с венами, индуктивно отталкиваясь от обнаружения подобных капиллярных сосудов в органах дыхания лягушки, которые он изучал с помощью микроскопа. М.Мальпиги работал методом проб и ошибок, перепробовав массу разных вариантов, прежде чем открыл указанную капиллярную сеть. Ю.Федорова, Е.Трояк и Е.Крылова в статье «История открытия роли сердца и системы кровообращения» (газета «Биология», № 7, 2004) констатируют: «Мальпиги суждено было разгадать последнюю тайну кругов кровообращения. И он это сделал! Ученый принялся за исследования, начав с легких. Взял стеклянную трубку, приладил ее к бронхам кошки и принялся в нее дуть. Но сколько ни дул Мальпиги, воздух никуда из легких не пошел. Как же он попадает из легких в кровь? Вопрос оставался нерешенным. Ученый наливает ртуть в легкое, надеясь, что своей тяжестью она прорвется в кровеносные сосуды. Ртуть растянула легкое, на нем появилась трещинка, и блестящие капельки покатились по столу. «Сообщения между дыхательными трубочками и кровеносными сосудами нет», - сделал вывод Мальпиги. Теперь он принялся изучать артерии и вены с помощью микроскопа. Мальпиги первый использовал микроскоп в исследованиях кровообращения. При 180-кратном увеличении он увидел то, чего не мог увидеть Гарвей. Разглядывая препарат легких лягушки под микроскопом, он заметил пузырьки воздуха, окруженные пленкой, и мелкие кровеносные сосуды, разветвленную сеть капиллярных сосудов, соединявших артерии с венами» (Ю.Федорова, Е.Трояк и Е.Крылова, 2004). Об этом же пишет Н.Н.Плавильщиков в книге «Гомункулус. Очерки по истории биологии» (1958): «Мальпиги столько влил ртути в это злосчастное легкое, что оно, в конце концов, не выдержало: сбоку появилась трещинка, блестящие капельки покатились по столу… «Сообщения между дыхательными трубочками и кровеносными сосудами нет», - решил Мальпиги. – Я твердо уверен в этом». Теперь он принялся за артерии и вены. Тщательно разбирался в тонкой сети кровеносных сосудов собаки, лил в них разнообразные жидкости и следил, как жидкость проникает из сосуда в сосуд. Он часами мучился, чтобы наполнить тонкую артерию ртутью. Его выручил микроскоп. С помощью этого прибора Мальпиги наконец-то разобрался в сети сосудов. Он узнал то, чего не знал Гарвей: кровь нигде не вытекает из сосудов. Она переходит из артерий в вены по волосным сосудам. Довольный и гордый своим открытием, Мальпиги поспешил опубликовать его» (Н.Н.Плавильщиков, 1958).

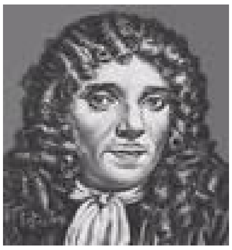
Индукция Роберта Гука. Великий английский исследователь Роберт Гук (1665) высказал идею о том, что ткани растений имеют ячеистую структуру, наименьшей единицей которой является отдельная клетка, индуктивно основываясь на результатах микроскопического исследования тонких срезов ветвей и стеблей различных растений. Идея Р.Гука была провозвестницей открытия Шлейдена и Шванна. П.Кошель в статье «Учение о растительной клетке» (газета «Биология», № 42, 2002 г.) повествует: «Гук был изобретателем и конструктором самых разнообразных приборов, в том числе и микроскопа улучшенной конструкции. Гук в течение нескольких лет с увлечением рассматривал через этот микроскоп самые различные мелкие предметы, в числе которых ему однажды попалась обыкновенная бутылочная пробка. Рассматривая тонкий срез пробки, сделанный острым ножом, Роберт Гук был поражен сложной структурой вещества пробки, обнаружившейся при сильном увеличении. Он увидел красивый узор из массы ячеек, напоминающих пчелиные соты. Зная, что пробка представляет собой продукт растительного происхождения, Гук стал делать такие же тонкие срезы ветвей и стеблей различных растений и изучать их под микроскопом. Первым растением, попавшим ему под руку, была бузина. На тонком срезе ее сердцевины Гук опять увидел картину, очень напоминавшую ему ячеистую поверхность пчелиных сот. Он прекрасно различал целые ряды мелких ячеек, как бы отделенных одна от другой тонкими перегородками. Эти ячейки он назвал клетками (celluta)» (П.Кошель, 2002).

Индукция Яна Сваммердама. Известный голландский натуралист Ян Сваммердам (1667) пришел к выводу о том, что развитие организма заключается в развертывании уже имеющихся у него признаков (этот вывод лег в основу концепции преформизма), индуктивно основываясь на обнаружении того, что под кожей гусеницы уже имеются зачатки органов будущей бабочки. Н.Н.Плавильщиков в книге «Гомункулус. Очерки по истории биологии» (1958) пишет о том, как Ян Сваммердам впервые обнаружил признаки бабочки под кожей гусеницы и показал это герцогу Тосканскому: «Сваммердам-сын вскрыл перед герцогом гусеницу. Это была особая гусеница: она должна была со дня на день окуклиться. Перед глазами изумленного герцога развернулась замечательная картина. Оказалось, что под кожей гусеницы уже имеются зачатки органов будущей бабочки – усиков, крыльев. «Это вовсе не превращение», - говорил Ян. – Кто тут превращается и во что? Бабочка уже спрятана внутри гусеницы, нужно только вынуть ее оттуда. А гусеница спрятана в яйце. Ее не видно там, правда, но она прозрачная в это время. Редкостный фокус – извлечение бабочки из гусеницы – очаровал герцога. Его ученые еще не додумались до этого» (Н.Н.Плавильщиков, 1958). «Бабочка, спрятанная в гусенице, - пишет Н.Н.Плавильщиков, - «фокус», который когда-то столь удивил заезжего герцога, - произвел не меньшее впечатление и на самого «фокусника». И вот мало-помалу создалась замечательная теория: все развивается по одним и тем же законам, развитие заключается в развертывании уже имеющихся признаков. Примеры у Сваммердама имелись» (Н.Н.Плавильщиков, 1958).

Индукция Шарля Боннэ. Известный швейцарский натуралист Шарль Боннэ (1773) вслед за Сваммердамом развил концепцию преформизма, индуктивно исходя из результатов наблюдения за тлями. Д.Л.Гродницкий в книге «Две теории биологической эволюции» (2002) указывает: «…Ш.Боннэ (1773) иллюстрировал идею преформизма (зародыш не развивается, а содержится в половых клетках в полностью сформированном состоянии) данными по эмбриологии тлей, у которых поколения действительно «вложены» друг в друга: зародыши, развивающиеся в теле самки, несут в себе эмбрионы следующего поколения» (Гродницкий, 2002, с.11). Об этом же Д.Л.Гродницкий пишет в другом месте своей монографии: «Преформизм в биологии ассоциируется с именем Шарля Боннэ (1773), который считал, что в яйце уже сформирован организм, и ему остается только вырасти. Как уже упоминалось во введении, идея преформизма подтверждается достоверным, но очень частным фактом – эмбриональным развитием тлей» (там же, с.43).

Индукция Франческо Реди. Выдающийся биолог Франческо Реди (1668) выдвинул представление о невозможности самопроизвольного зарождения насекомых, индуктивно исходя из следующих опытов. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002) указывает: «Реди помещал различные сорта мяса в сосуды, которые были закрыты непроницаемой для насекомых бумагой, и обнаруживал личинки и мух только в открытых контрольных сосудах. Чтобы исключить возражения, что бумажная защита препятствует поступлению воздуха, он закрыл сосуд плотной неаполитанской марлей, которая сдерживала проникновение мух, но не воздуха, и таким образом не давала возможности появиться личинкам. Этими опытами Реди разрушил представление о том, что личинки и мухи зарождаются в разлагающемся мясе. (…) Он стыдился того, что раньше сам верил в самозарождение насекомых. После работ Реди накал споров о возникновении макроскопических организмов стал спадать…» (Шлегель, 2002, с.30). Опыты Ф.Реди послужили отправной точкой исследований Л.Спалланцани по вопросу о невозможности самопроизвольного зарождения микробов. В дальнейшем Л.Пастер по той же схеме доказывал невозможность самопроизвольного зарождения жизни.

Индукция Джованни Борелли. Знаменитый итальянский натуралист Джованни Борелли (1680) сделал вывод об ошибочности представления Аристотеля о том, что в сердце кровь нагревается, индуктивно основываясь на том, что при введении термометра в сердце животного температура этого органа оказалась равной средней температуре тела. М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988) пишут: «Гипотеза Аристотеля о сердечном огне, просуществовавшая почти 20 веков, была опровергнута с помощью физического эксперимента: в 1680 г. ученик Галилея Дж.Борелли измерил температуру, введя термометр в сердце животного; она оказалась примерно равной общей температуре тела. Нам этот опыт кажется простым, даже банальным. А ведь термометр появился всего лет за двадцать до опыта Борелли, значит, был для него такой же и даже большей новинкой, чем сейчас персональный компьютер» (Беркинблит, Глаголева, 1988, с.12). Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Палова» (1956) цитирует самого Борелли: «Дабы точно узнать степень теплоты сердца, вскрыл я в Пизе грудь живого оленя и тотчас же ввел в левый желудочек сердца термометр. Я узнал, что наивысшая температура сердца – сорок градусов, то есть не превосходит степени солнечной жары летом. Измерив сходными термометрами температуру печени, легких и внутренностей того же живого оленя, обнаружил я, что сердце и внутренности обладают одной и той же температурой. Вследствие этого сердце не может быть основным очагом животного тепла и нет необходимости охлаждать его и проветривать. Впрочем, холодный воздух вовсе и не доходит до сердца, так как согревается по пути» (Г.Глязер, 1956).

	«Не всякий поверит, сколько времени я потратил на свои наблюдения, но я делал их с радостью, не обращая внимания на тех, которые говорили: стоит ли на это тратить так много труда и какой во всем этом толк?.. Но я пишу не для этих людей; я пишу только для философов». Антоний ван Левенгук

Индукция Антония ван Левенгука. А.ван Левенгук (1701) высказал предположение о способности некоторых животных оживать после частичной остановки жизненных процессов, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. При микроскопическом исследовании проб песка, взятого из водосточного желоба, он обнаружил, что мельчайшие животные (из класса коловраток, относящихся к типу круглых червей), будучи полностью высушенными и не подававшими никаких признаков жизни, при добавлении воды оживали. Хотя сам Левенгук считал, что полного высушивания и остановки жизни не происходит, уже в середине 18 века на основе экспериментов других ученых сложилось мнение, что приостановка жизни все-таки возможна. Явление, обнаруженное Левенгуком, получило название анабиоза. Евгения Дорогова в статье «Мороз по коже» (журнал «Discovery», № 3 (15), март 2010) пишет: «У крионики богатая история. Мечта о ледяном бессмертии возникла еще у древних греков, которые обнаружили, что вмерзавшие в лед рыбы и лягушки таинственно оживали во время потепления. В XVIII в. загадка была раскрыта. Голландский естествоиспытатель Антони ван Левенгук разглядывал под микроскопом песок из водосточного желоба и нашел в нем крошечных червей – коловраток. Они высохли и не подавали признаков жизни, но после того, как их смочили водой, вдруг ожили. Левенгук назвал эту мнимую смерть, а точнее глубокий сон, анабиозом (греч. возвращение к жизни) и начал тестировать предел возможностей коловраток. Испытываемые голодом, кипячением и переохлаждением червячки притворялись мертвыми и с завидным жизнелюбием «воскресали» снова. Такая удивительная способность животных впадать в глубокую спячку при неблагоприятных условиях восхитила научное сообщество и не давала покоя ученым умам без малого два века» (Дорогова, 2010, с.42). Ряд экспериментов по анабиозу провел Беккерель. Р.Эттинджер в книге «Перспективы бессмертия» (2002) пишет: «Беккерель обнаружил, что некоторые микроскопические, примитивные животные, которые могут переносить обезвоживание, могут быть охлаждены после высушивания до температур, близких к абсолютному нулю, а после нагревания и увлажнения полностью восстанавливаются. Поскольку вода выводится из организма до заморозки, нет никаких повреждений от формирования ледяных кристаллов» (Р.Эттинджер, 2002). Отметим, что предположение Левенгука о способности животных восстанавливать жизненные процессы после их временной «консервации» было индукцией с фактором случая, так как Левенгук открыл это явление случайно. П.В.Щербаков и В.И.Тельпухов в статье «Бессмертие под газом» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 8) пишут: «В 1701 году голландский ученый-самоучка А. ван Левенгук случайно обнаружил, что микроскопические черви – красные коловратки способны возвращаться к активной жизнедеятельности после высушивания. С тех пор вот уже свыше 300 лет научный мир спорит, возможно ли перевести человека в состояние скрытой жизни и обратно» (П.В.Щербаков, В.И.Тельпухов, 2006).

«Работоспособность Галлера поражает. Научившись читать с 4 лет, он оставил после себя огромное литературное наследство: 740 книг и статей по анатомии, ботанике, геологии, гинекологии, медицине (теоретической и судебной), фармакологии, физиологии, эмбриологии. Он опубликовал 8-томное сочинение «Элементы физиологии человеческого тела» объемом в 4000 страниц, где дал ссылки на 13000 работ».

М.С.Шойфет об Альбрехте Галлере

Индукция Альбрехта Галлера. Альбрехт Галлер (1707-1777) сформулировал гипотезу о том, что причиной ритмических сокращений сердца являются процессы, происходящие в самой сердечной мышце, индуктивно осмыслив опыт, который очень хорошо описан Г.Глязером в книге «О мышлении в медицине» (1969). «…Это было, - пишет Глязер, - заслугой Альбрехта Галлера (1707-1777), несомненно, одного из величайших мыслителей среди медиков. При экспериментах он однажды положил себе на ладонь сердце животного, извлеченное из организма, и увидел, что это мертвое сердце продолжало сокращаться. Галлер был потрясен этой картиной и сделал важный вывод: ведь это сердце, сказал он себе, свою способность продолжать сокращаться должно было получить от раздражения, поступавшего не извне, а изнутри; следовательно, оно работает по собственному побуждению, самостоятельно, в силу раздражения, причина которого должна лежать в самом органе. Так возникло учение о раздражимости, в котором Галлер нуждался; оно было доказано на примере, прекраснее и яснее которого нельзя было придумать» (Глязер, 1969, с.55).

Индукция Джеймса Линда. Английский военно-морской врач Джеймс Линд (1747) сформулировал идею о том, что эффективным средством предупреждения и лечения цинги являются такие фрукты, как лимоны и апельсины, индуктивно исходя из следующих опытов. Он отобрал двадцать больных цингой матросов и предписал им различные диеты, чтобы определить, какие именно продукты питания излечивают цингу. Эту опытную группу он разделил на 10 пар, одна из которых получала вместе с привычной корабельной едой порцию сидра, другая – разбавленный раствор серной кислоты, морскую воду, уксус, лимоны и апельсины. От заболевания, считавшегося до этого смертельным, излечились матросы, питавшиеся цитрусовыми, в то время как состояние других моряков только ухудшилось. На основании этих наблюдений Д.Линд опубликовал в 1753 году легендарный «Трактат о цинге», ставший первым шагом к победе над этим смертельным недугом. Одним из первых капитанов, доверившихся Линду, был Джеймс Кук, совершивший в конце XVIII столетия длительное путешествие из Англии в Океанию. Кук не мог взять с собою на борт существенный запас лимонов, поэтому, как только корабли приставали к берегу, команда собирала фрукты, овощи, ягоды и зелень. А.Ленинджер в 3-м томе книги «Основы биохимии» (1985) пишет: «В 60-х годах XVIII в. Джеймс Линд попытался вылечить группу моряков, страдающих цингой, с помощью шести различных диет. Лишь одна из них, в которой был лимонный сок, дала положительный эффект. Линд установил, что лечению цинги могут способствовать свежая зелень, различные овощи и фрукты, особенно цитрусовые. Несмотря на то, что Линд тогда же рекомендовал включить лимонный сок в рацион моряков, Британскому адмиралтейству понадобилось еще полвека, чтобы претворить эти рекомендации в жизнь» (А.Ленинджер, 1985). Что касается идеи Д.Линда использовать для борьбы с цингой квашеную капусту, то этот способ профилактики авитаминоза он вычитал из старинных норманнских источников. Хельмут Ханке в книге «На семи морях» (1989) указывает: «Лишь большие потери в людях на кораблях британского военного флота заставили прибегнуть к поискам профилактических мероприятий. Английские военно-морские врачи Линд и Прингл, узнав из старинных норманнских источников, что еще викинги имели обыкновение брать с собой в дальние походы кислую капусту, настоятельно рекомендовали Британскому адмиралтейству включать в корабельный продовольственный рацион квашеные овощи» (Х.Ханке, 1989).

Индукция Ф.Фонтаны. Последователь А.Галлера Ф.Фонтана (1763) пришел к заключению о том, что в работе сердца есть периоды, во время которых оно не отвечает на раздражение, индуктивно базируясь на следующем наблюдении. М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988) указывают: «В 1763 г. один из последователей Галлера Ф.Фонтана сделал важное открытие. Он показал, что сердце может либо ответить, либо не ответить на одно и то же раздражение в зависимости от того, через какой промежуток времени после предыдущего сокращения наносится раздражение. Оказывается, после предыдущего сокращения сердечная мышца должна какое-то время отдохнуть, чтобы стать способной к ответу на новое раздражение. (…) Работы Фонтана показали, что возбудимость мышцы – некоторая переменная величина, которая может меняться во времени и которую хорошо было бы научиться как-то измерять» (Беркинблит, Глаголева, 1988, с.14).

Индукция Каспара Фридриха Вольфа. Российский академик Каспар Вольф (1759, 1768) пришел к заключению о несправедливости теории матрешек Лейбница-Галлера, согласно которой в половых клетках содержатся уже готовые организмы, только маленького размера, индуктивно основываясь на опытах, в которых не удалось обнаружить подобные организмы. Вместо этого Вольф заметил, что органы образуются в результате постепенной структурной дифференцировки из отдельных тканей, что привело ученого к формулировке концепции эпигенеза. А.Гангнус в книге «Эволюция для всех, или путь кентавра» (2001) повествует: «В 1768 году российский немец академик Вольф опубликовал в трудах Российской академии сочинение «О формировании кишечника». Для теории матрешек это был еще один страшный удар. Вольф проследил, как образуется кишечник цыпленка в яйце. От брюшка зародыша отделялся слой ткани в виде желобка, потом края желобка смыкались – возникала трубка. Эта трубка становилась кишечником. Работа Вольфа была так обстоятельна, все в ней было так толково и ясно показано и доказано, что с ученым уже больше не спорили. Работу Вольфа просто замолчали. До начала XIX века в европейской науке по инерции продолжала доживать свои последние дни теория матрешек, хотя она уже была мертвой теорией, бесплодной теорией, теорией, которая никуда не звала и ничего не обещала» (А.Гангнус, 2001). Об этом же сообщают Б.Гуттман, Э.Гриффитс, Д.Сузуки и Т.Куллис в книге «Генетика» (Москва, 2004): «В течение некоторого времени биологи верили в преформацию, то есть в то, что половые клетки содержат полностью сформированные копии взрослых организмов, которые в процессе роста увеличиваются в размерах. Но в 1759 году Каспар Фридрих Вольф, наблюдая развитие эмбриона цыпленка, установил, что организм развивается в процессе эпигенеза. Это значит, что части организма формируются постепенно. Развитие начинается с оплодотворения сперматозоидом яйцеклетки и образования зиготы» (Гутман и др., 2004, с.116-117).

Индукция Джозефа Пристли. Джозеф Пристли (1771) сделал вывод о способности зеленых растений вырабатывать газ, пригодный для дыхания животных и тем самым открыл кислородообразующую функцию растений, индуктивно основываясь на своих опытах, преследовавших цель найти способ очистки воздуха, испорченного горением. В ходе этих опытов он заметил, что мышь остается живой, если под стеклянный колпак вместе с ней поместить зеленое растение. Интересно отметить, что Пристли догадался помещать под стеклянный колпак растение методом проб и ошибок: чтобы очистить воздух, испорченный горением, Пристли освещал его ярким светом, охлаждал, нагревал, сжимал, разряжал, клал в сосуд сотни различных предметов, пока однажды не положил растение – мяту в горшочке. К.Манолов в первом томе книги «Великие химики» (1985) пишет: «Пристли зажег свечу и внес ее в стеклянный сосуд, куда предварительно поместил мышонка. Затем он взял крышку и плотно закрыл сосуд. Некоторое время свеча горела, а мышонок вскоре погиб. По-видимому, воздух может портиться, когда что-то в нем сгорает, подумал Пристли. Новая идея всецело завладела его мыслями. Почему воздух в земной атмосфере остается чистым? Ведь люди с древности пользуются огнем» (Манолов, 1985, с.104). «Пристли, - продолжает Манолов, - поставил под колокол маленький горшок с цветами. Рядом с горшком поместил зажженную свечу – чтобы «испортить» воздух. Вскоре свеча потухла. Прошло несколько часов, но растение ничуть не изменилось. Пристли перенес ванну вместе с цветком на стол к окну и оставил там до следующего дня. Утром он с удивлением заметил, что цветок не только не завял, но на нем появился еще один бутон. Неужели растения очищают воздух? Волнуясь, Пристли зажег свечу и быстро внес ее под колокол. Свеча продолжала гореть точно так же, как при заполнении колокола чистым воздухом. Спустя некоторое время свеча, конечно, погасла: воздух «испортился» (там же, с.105). Об этом же пишет Ю.Чирков в статье «Открытие фотосинтеза» (журнал «Наука и жизнь», 1979, № 7): «Английский ученый Джозеф Пристли совсем не помышлял о том, что мы сейчас назвали бы загадками фотосинтеза. У него была цель – найти способ очистки воздуха, испорченного горением. Воздух, заключенный в замкнутом сосуде и испорченный горением свечи (она, в конце концов, гасла), Пристли подвергал всевозможным испытаниям: освещал ярким светом, охлаждал, нагревал, сжимал, разреживал, клал в сосуд различные предметы и вещества. Все было тщетно. Воздух не очищался: свеча в нем гасла, мышь, посаженная под колпак, жила недолго. Но однажды вопреки всякой логике (Пристли ведь считал, что растениям, как и животным, нужен чистый воздух) он поместил под стеклянный колпак растение – мяту в горшочке… Спустя неделю, в полной уверенности, что растение завяло, он пошел к сосуду. И что же? Никаких признаков увядания, растение выглядело свежо, словно в первый день творения! Пристли понял, что это открытие – счастливая находка, которая так долго ускользала от него. Эксперименты продолжались. Теперь ученый поместил под колпак рядом с мятой белого мышонка. Выживет ли? День, другой, третий, неделя… А мышонок как ни в чем не бывало бегал по своей стеклянной клетке и ел корм. Вот что писал Пристли о своих опытах в 1772 году: «Мне посчастливилось случайно напасть на метод исправления воздуха, который был испорчен горением свечи, и открыть, по крайней мере, один из исправителей, которым Природа пользуется для этой цели. Это растительность» (Чирков, 1979, с.85). Итак, вывод Пристли о способности растений вырабатывать пригодный для дыхания газ представлял собой индукцию с фактором случая (индукцию, основанную на методе проб и ошибок).

Индукция Яна Ингенхауза (Ингенгауза). Бельгийский ученый Я.Ингенхауз (1779) сделал заключение о том, что растения вырабатывают пригодный для дыхания газ только на свету, индуктивно основываясь на обнаружении этого свойства у ветки элодеи. Ингенхауз поместил ветку элодеи под воду, прикрыв опрокинутой воронкой, а на шейку воронки надел пробирку. На солнечном свету из растений (сквозь воду) в пробирку устремились пузырьки газа. Когда газа набралось достаточно, Ингенхауз сунул в пробирку тлеющую лучину: она ярко вспыхнула. Да, растения выделяют чистейший кислород. Десятки раз, в разных вариантах и сочетаниях ученый повторяет свои опыты. Исчезли последние сомнения: растения очищают воздух на свету, и лишь зелеными своими частями – незеленые части, одеревенелые побеги, свежесрезанные кусочки корней газовых пузырьков не выделяли. Так был открыт тот факт, что лучи Солнца запускают сложный механизм фотосинтеза.

Индукция Жана Сенебье. Жан Сенебье (1782) высказал идею о том, что газ, который делает воздух не пригодным для дыхания животных, как раз и служит пищей для растений, индуктивно отталкиваясь от своих опытов, в которых Сенебье погружал растение в воду и насыщал воду углекислым газом. При этом он заметил, что с листьев растений выделяются пузырьки кислорода, причем количество этих пузырьков было тем больше, чем больше в воде содержалось углекислого газа. П.Кошель в статье «Фотосинтез» (газета «Биология», № 42, 2004) пишет: «Сенебье начал свои работы с повторения опытов Бонне, но только применил к выделявшимся при этих опытах пузырькам воздуха приемы химического анализа газов. Он погружал листья в воду в сосуде, имевшем форму опрокинутой воронки с глухой узкой частью: в этой глухой, т.е. закрытой сверху, трубочке и собирался газ, выделявшийся с поверхности листьев. Сенебье знал, что для того, чтобы на листьях появлялись пузырьки, вода должна содержать воздух. Но какой? Проведя ряд опытов, он убедился, что для выделения листьями «чистого воздуха» (кислорода) необходимо, чтобы в воде содержалось некоторое количество «связанного воздуха», т.е. углекислоты. Сенебье повторял и варьировал свои опыты в различных направлениях и пришел к заключению, что с увеличением содержания в воде углекислоты увеличивается и количество выделяемых листьями пузырьков «чистого воздуха» (кислорода). Он показал далее, что пузырьки выделяются не на поверхности листьев, а как бы выходят из глубины тканей, из зеленой мякоти листа. Стало ясно, что листья перерабатывают, превращают один газ в другой» (П.Кошель, 2004).

Индукция Чарльза Кайта. Член Лондонского Королевского гуманитарного общества Чарльз Кайт (1788) сформулировал идею о том, что при помощи электричества можно успешно оживлять внезапно умерших людей, индуктивно исходя из своих опытов по оживлению людей с помощью разрядов лейденской банки, а также из одного случая оживления девочки, описанного аптекарем Сквайерсом (1774). Случай из практики Сквайерса является первым официально документированным случаем применения электрических импульсов для оказания помощи при внезапной смерти. 16 июля 1774 года мистер Сквайерс, житель Лондонского района Сохо, увидел, как из окна первого этажа здания, находящегося напротив его дома, выпала трехлетняя девочка Катарина София Гринхил. Осмотревший пострадавшую, «внешне умершую» девочку аптекарь сказал ее родителям, что сделать, к сожалению, уже ничего нельзя. После этого мистер Сквайерс с согласия ролителей все-таки попытался помочь девочке, используя разряды электричества лейденских банок, принесенных им из домашней лаборатории. Когда он начал наносить электрические разряды по различным участкам тела, с момента ее падения уже прошло, по крайней мере, минут двадцать. Все его попытки оживить девочку были безуспешны. Однако после нескольких электрических разрядов в области грудной клетки мистер Сквайерс все-таки ощутил еле уловимую пульсацию у пострадавшей. Вскоре, хоть и с большим трудом, девочка начала дышать.

	«Своим открытием и развитием гомеопатическая медицина обязана Самуилу Ганеману (1755-1843 гг.), блестящему немецкому врачу. Будучи не удовлетворенным медицинскими подходами своего времени и не питая на их счет никаких иллюзий, он разработал систему лечения, основанную на принципе «подобное лечит подобное»… Ричард Гербер о Самуэле Ганемане

Индукция Самуэля Ганемана (Ганеманна). Самуэль Ганеман (1797) сформулировал основной принцип гомеопатии, согласно которому больного необходимо лечить лекарственными препаратами, вызывающими в организме здорового человека симптомы болезни, индуктивно основываясь на том, что кора хинного дерева, применявшаяся для лечения малярии в 17-18 веках, вызывает в здоровом организме лихорадочное состояние, характерное для малярии. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет о Генемане: «В 1709 году был опубликован трактат итальянского врача Ф.Торти (1658-1741) о применении коры хинного дерева при малярии. В 1790 году при чтении книги шотландского врача Уильяма Куллена Materia medica Ганеманн обратил внимание на замечание автора, что хинная кора вызывает в здоровом организме явления, очень похожие на малярию. Изучая действие хинина на организм здорового человека, Ганеманн обнаружил, что прием маленьких доз этого лекарства вызывал появление лихорадочного состояния, характерного для малярии. Это побудило его произвести подобные опыты с другими фармакологическими средствами, которые он применял в обычных дозах. Данные наблюдения подтолкнули его к применению «закона подобия», ставшего основным кредо гомеопатов: подобное лечится подобным…» (Шойфет, 2006, с.155). «В период с 1797 по 1811 год, - отмечает Шойфет, - Ганеманн провозгласил принцип врачевания лекарствами, вызывающими в организме здорового человека симптомы болезни» (там же, с.155). Об этом же пишут П.Томпкинс и К.Берд в книге «Тайная жизнь растений» (2006): «Ганеман, который также был химиком, лингвистом, переводчиком медицинских трудов и автором полного аптекарского словаря, попал за свое открытие в немилость тогдашней Администрации по контролю за продуктами питания и лекарствами. Он открыл, что малые дозы возбудителя болезни человека могут также принести ему исцеление. Это открытие было сделано случайно, когда графиня Цинхона, жена наместника Испании в Перу, была вылечена от малярии настойкой коры местного дерева, вызывавшего у нее симптомы, похожие на малярию» (Томпкинс, Берд, 2006, с.207). «Вдохновленный таким оригинальным подходом к лечению, - продолжают П.Томпкинс и К.Берд, - Ганеман провел методичный поиск растений, трав, коры и других веществ, включая змеиный яд, которые вызывали те же симптомы, что и известные болезни. Прописывая малые дозы этих веществ, Ганеман получал фантастические результаты исцеления людей. Он обнаружил, что белладонна является лекарством против скарлатины, прострел (сон-трава) – против кори, а гельземиум – против гриппа. Другое его открытие оказалось не менее фантастичным. Оказалось, чем более разбавлено лекарство, тем более сильным и эффективным оно становится (даже при разведении в мизерной пропорции один к миллиону)» (там же, с.207).

Индукция Констанса де Кастелле. Констанс де Кастелле (18 век) пришел к заключению о способности особей тутового шелкопряда к бесполовому (партеногенетическому) размножению, индуктивно основываясь на обнаружении потомства бабочки, которая не была оплодотворена представителями мужского пола. Это было одно из ранних открытий партеногенеза. Обнаружив партеногенез у тутового шелкопряда, де Кастелле поспешил сообщить об этом Рене Реомюру. Г.Григорьев и Л.Мархасев в статье «Непорочное зачатие», или партеногенез: история, мифы, технология» (журнал «Химия и жизнь», 1975, № 3) пишут: «Генеральный инспектор шелководства Сардинии Констанс де Кастелле в большом волнении сел за письмо ученому, которого высоко чтила вся просвященная Европа, - Рене Реомюру. Он хотел сообщить ему о факте столь же неожиданном, сколь и необъяснимом. Случайно заглянув в чревоводню после того, как дни массового выхода гусениц тутового шелкопряда миновали, де Кастелле увидел, что в одной из ячеек шевелятся червячки. Однако эта кладка была снесена заведомо неоплодотворенной бабочкой – генеральный инспектор знал это наверняка! «Непорочное зачатие» у шелкопряда? Об этом должен знать Реомюр!» (Г.Григорьев, Л.Мархасев, 1975). Интересно, что партеногенез, то есть размножение без участия самца у пчел заметил еще Аристотель.

Индукция Жан-Жака де Мерана (Мэрана). Французский математик и астроном Жан-Жак де Меран (1729) сформулировал идею о наличии у растений внутреннего механизма, контролирующего их способность ритмично, в течение суток раскрывать и закрывать цветки, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Ф.Блум, А.Лейзерсон и Л.Хофстедтер в книге «Мозг, разум, поведение» (1988) отмечают: «Более 250 лет назад французский астроном Жан-Жак Дорту де Меран, заметив, что цветок гелиотропа раскрывается днем и закрывается ночью, решил проверить, обусловлено ли движение лепестков реакцией на свет и темноту. Он спрятал растение в темную комнату и начал наблюдать за ним. Оказалось, что цветок не только продолжал раскрываться и закрываться в отсутствие света, но его цикл в точности соответствовал смене дня и ночи. Астроном пришел к выводу, что ритмы растения контролируются каким-то внутренним механизмом. Цветы с такой пунктуальностью ежедневно раскрывают и закрывают свои лепестки, что великий биолог Карл Линней спроектировал цветочные часы, состоящие из различных видов цветущих растений, которые распускались поочередно от 6 часов утра до 6 часов вечера» (Ф.Блум, А.Лейзерсон и Л.Хофстедтер, 1988). Об этом же пишет С.Э.Шноль в статье «Биологические часы» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 7): «А кто замечал, что ночью фасоль опускает листья, а перед рассветом поднимает. Мало кто это видел – и что за фантазия идти ночью на огород смотреть на фасоль! Эти «никтинастические» движения листьев заметил де Мэран. И он сделал важнейший опыт: поместил фасоль в темную комнату – в темноту и днем и ночью – и наблюдал (на ощупь), что движения листьев продолжаются и без изменения освещенности. Поднимаются, когда наступает день (а в комнате все равно темно) и опускаются, когда ночь. У них есть часы. Может быть, фасоль чувствует изменения температуры. Термостатов тогда не было. В 1758 году Дюмель повторил опыты де Мэрана, поместив растения в глубокую пещеру – во мрак, где температура была неизменна и днем и ночью. Движения листьев продолжались (постепенно, через много дней, эти движения затухают, но от очень короткой вспышки света движения возобновляются, причем так, как будто все время часы шли, только листья-стрелки не двигались)» (С.Э.Шноль, 1996). Примечательно, что это тот самый Жан-Жак де Меран, который, заметив соответствие между количеством крупных пятен на Солнце и количеством крупных северных сияний, высказал предположение о северном сиянии как результате воздействия солнечной атмосферы на Землю в своем сочинении «Физический и исторический трактат о северном сиянии» (1754).

Индукция Анри Луи Дюамеля. Французский ботаник Анри Луи Дюамель пришел к такому же выводу, что и де Меран (выводу о независимости ритмических движений листьев от света и тепла), индуктивно основываясь на опытах, проведенных на одном из гелиотропов. О.Белоконева в статье «Триллионы беззвучных часов» (журнал «Наука и жизнь», 2009, № 5) отмечает: «Эксперименты де Мерана продолжил тридцать лет спустя его соотечественник ботаник Анри-Луи Дюамель. Он поместил горшок с гелиотропом в темный погреб. Вечером и утром ученый навещал своего питомца и заставал цветок либо «спящим», либо «бодрствующим» с развернутыми листочками. Более того, ученый поставил цветок в темный сундук и для поддержания постоянной температуры плотно накрыл его одеялами. Но ничто не помогло – цветок продолжал соблюдать режим сна и бодрствования. Дюамель пришел к смелому заключению: «…Движение листьев растений не зависит от света и тепла» (Белоконева, 2009, с.2).

Индукция Жана Антуана Нолле. Аббат и ученый Жан Антуан Нолле (1748) сделал вывод о способности природных мембран к избирательному переносу различных жидкостей, индуктивно основываясь на опытах, которые показали, что мембрана свиного пузыря проницаема для одних жидкостей и непроницаема для других. Доктор химических наук В.А.Шапошник в статье «История мембранной науки» (журнал «Критические технологии. Мембраны», 2000, № 8) пишет: «Первая научная публикация по мембранным методам разделения принадлежит аббату и ученому Жану Антуану Нолле, который изучал причины вскипания жидкостей и поставил серию экспериментов со свиными пузырями, примененными им в качестве мембран. Он плотно закрывал колбу, заполненную этанолом, мембраной из свиного пузыря и помещал ее в сосуд с водой. В результате Нолле с удивлением наблюдал, что через 5 часов в колбе объем жидкости увеличился, а мембрана растянулась и стала выпуклой. При замене этанола в колбе на воду, которую он помещал в сосуд со спиртом, ситуация была обратной. Пузырь прогнулся вниз и объем воды в колбе уменьшился. Нолле объяснил это явление избирательным переносом воды через мембрану из свиного пузыря. Приятно, что Нолле в своей публикации не забыл о предшественниках. Он упомянул, что де ля Ир еще в 1688 г. установил факт проницаемости мембраны из свиного пузыря для частичек воды. Этот эксперимент воспроизвел в 1714 году знаменитый Реомюр, известный естествоиспытатель, который изобрел спиртовый термометр, предложил метод получения искусственного шелка и микроскоп для металлургических исследований» (В.А.Шапошник, 2000). Об этом же В.А.Шапошник пишет в статье «Мембранные методы разделения смесей веществ» («Соросовский образовательный журнал», 1999, № 9): «Впервые диализ применил Нолле, установивший в 1748 году, что мембрана из свиного пузыря избирательно пропускает молекулы воды из водно-этанольного раствора. Избирательная диффузия воды через мембраны была им названа осмосом» (В.А.Шапошник, 1999).

Индукция Жана Антуана Нолле. Ж.А.Нолле сделал заключение о способности электричества стимулировать рост живых существ, индуктивно исходя из опытов по электризации контейнера, в котором росли горчичные семена. П.Томпкинс и К.Берд в книге «Тайная жизнь растений» (2006) указывают: «Нолле решил проверить, как феномен электричества влияет на семена. Он посадил несколько десятков горчичных семян в два ящика из жести и наэлектризовывал один из них с 7 до 10 утра и с 3 до 8 вечера семь дней подряд. К концу недели все семена в наэлектризованном контейнере проросли и достигли в среднем высоты в 3,5 см. В ненаэлектризованном контейнере проклюнулись всего три семечка, выросшие лишь до 0,5 см. Хотя Нолле так и не смог объяснить причин наблюдаемого явления, в своем объемистом докладе для Французской академии наук он отметил, что электричество имеет огромное влияние на рост живых существ» (Томпкинс, Берд, 2006, с.107).

Индукция Рене Реомюра. Французский ученый Р.Реомюр (1752) сделал вывод о том, что переваривание пищи в желудке осуществляется за счет желудочного сока, который разлагает пищу на составные части, индуктивно основываясь на опытах, поставленных на хищных птицах. Чтобы выяснить механизм переваривания пищи в желудке, он давал хищным птицам глотать кусочки мяса, заключенные в просверленную металлическую трубочку, которая была прикреплена к тонкой цепочке. Через несколько часов трубочку вытягивали из желудка птицы, и выяснилось, что мясо частично растворилось. Поскольку оно находилось в трубочке и не могло подвергаться механическому измельчению, естественно было предположить, что на него воздействовал желудочный сок. Это предположение подтвердил итальянский естествоиспытатель Л.Спалланцани. В металлическую трубочку, которую заглатывали хищные птицы, Л.Спалланцани помещал кусочек губки. После извлечения трубки из губки выжимали желудочный сок. А.Азимов в книге «Энергия жизни: от искры до фотосинтеза» (2007) пишет: «Еще в 1752 году Реомюр, изобретатель температурной шкалы Реомюра, занимался изучением процессов пищеварения у сокола. Целью его работы было установить, что же именно совершается в желудочно-кишечном тракте: просто ли механически перетирается пища, или происходят какие-то более тонкие изменения. Ученый заставлял сокола глотать металлические трубочки, внутри которых находились кусочки мяса. Металлическая трубочка была призвана защищать мясо от любого механического воздействия; по торцам трубки были закрыты проволочными сетками, сквозь которые легко мог проходить желудочный сок. После того, как сокол отрыгивал трубки (хищные птицы, как правило, заглатывают пищу целиком, а потом отрыгивают непереваренное), Реомюр видел, что мясо растворилось, а трубки полны чистой жидкостью. При этом запаха гниения не наблюдалось, так что ученый сделал вывод, что здесь имеет место некая другая реакция, не гниение, а что-то сродни ферментации» (Азимов, 2007, с.269).

Индукция Рене Реомюра и Абрама Трамбле. Рене Реомюр (1712) и Абрам Трамбле (1743) пришли к выводу о способности ряда животных к восстановлению (регенерации) утраченных или частично поврежденных частей тела, индуктивно основываясь на опытах, проводимых на речном раке и гидре. Мирра Евсеевна Аспиз в книге «Увиденное невидимое» (1977) пишет: «Первые опыты по восстановлению частей тела провел французский естествоиспытатель

Рене Антуан Реомюр. Он был не только зоолог и ботаник, но еще физик и химик; он изобрел и спиртовой термометр. Реомюр наблюдал, как на месте отрезанных ног у речного рака вырастают другие. Он ввел в науку новое слово - «регенерация»… Работа Реомюра о регенерации ног у рака была напечатана в 1712 году. Но она прошла незамеченной, и сам Реомюр прекратил свои опыты. Только спустя 28 лет швейцарский натуралист Абрам Трамбле продолжил опыты по регенерации. Существо, на котором он экспериментировал, тогда не имело еще названия. Да и не ясно было, животное это или растение. Оно имело вид полого стебелька, который задним концом прикреплялся к стеклу или к водным растениям, а на переднем имел щупальца. Когда это существо разрезали на отдельные кусочки, то из каждого из них вырастало целое существо, подобно тому, как из черенка растения вырастает целое растение. Но это все-таки было животное, да еще хищное, которое питалось мелкими рачками. А когда Трамбле делал продольные разрезы на переднем конце этого животного, то на месте каждого разреза возникали новые щупальца. Одним словом, образовывалось многоголовое чудовище, весьма сходное с Лернейской гидрой, которую победил Геракл, только значительно меньшего размера. Само собой напрашивалось название для этого существа: гидра. Эта гидра обладала еще более удивительными особенностями, чем Лернейская: она дорастала до целой даже из 1/200 части своего тела. Быль превзошла сказку! Когда в 1743 году в трудах Лондонского Королевского общества были опубликованы опыты Трамбле, им просто не поверили. Они казались неправдоподобными. И тогда Реомюр выступил в защиту Трамбле и подтвердил достоверность его исследований» (М.Е.Аспиз, 1977).

Индукция Лазаро (Ладзаро, Лаццаро) Спалланцани. Л.Спалланцани (1783) склонился к заключению о том, что пища переваривается с помощью желудочного сока, в котором содержится вещество, способное растворять белки, индуктивно основываясь на опытах, в которых выделенный из организма ястреба-перепелятника желудочный сок растворял куски мяса, помещенные в сосуд. Д.К.Рансбергер и Д.С.Ной в книге «Энзимы и энзимотерапия» (1997) пишут: «…Спалланцани начал заниматься опытами Реомюра подробнее. С этой целью он посетил в 1783 году питомник, где хищных птиц тренировали для охоты, и там скармливал ястребам-перепелятникам железные футляры с отверстиями, наполненными мясом. Футляры, вышедшие из птиц, также оказались пустыми. Спалланцани это, тем не менее, не удовлетворило, и он пошел дальше. Он предположил, что сила, перерабатывающая пищу, должна находиться в желудочном соке. Чтобы проверить эту идею, он наполнил те же самые футляры с отверстиями кусками губки для мытья для того, чтобы она в желудке хищника впитала в себя желудочный сок. Полученный таким образом желудочный сок он добавлял в сосуд, наполненный кусками мяса, которые, к радости Спалланцани, в нем растворялись. Таким образом, впервые было неопровержимо доказано, что в желудочном соке присутствует какое-то вещество, способное растворять белки. Это наблюдение Спалланцани стало широко известным удивительно быстро» (Д.К.Рансбергер, Д.С.Ной, 1997).

Индукция Лазаро (Ладзаро, Лаццаро) Спалланцани. Л.Спалланцани высказал гипотезу о способности микроорганизмов обходиться без воздуха, индуктивно основываясь на следующем эксперименте. «Он искусно, - пишет Поль де Крюи, - вытянул на огне тончайшую стеклянную трубочку вроде тех, которыми пользовался Левенгук для изучения маленьких животных. Он окунул трубочку в бульон, кишевший микробами; жидкость набралась в трубочку. Затем он один ее конец запаял, а другой остроумно соединил с откачивающим воздушным насосом и, пустив последний в ход, приложил свою линзу к тоненькой стенке трубочки. Он ожидал, что крошечные создания тотчас же перестанут размахивать своими «маленькими лапками, которые им служат для плавания»; он ожидал, что они сразу сделаются расслабленными, начнут вертеться на одном месте и в конце концов совсем перестанут двигаться. Насос исправно и энергично работал, но с микробами ничего не случилось» (Поль де Крюи, «Охотники за микробами», 2006).

Индукция Лазаро (Ладзаро, Лаццаро) Спалланцани. Догадка Л.Спалланцани о размножении микробов путем деления индуктивно подсказывалась его опытами по изучению поведения одного-единственного микроба с помощью микроскопа. При этом Спалланцани обнаружил деление микроба. Поль де Крюи пишет: «И вдруг чудесное видение заставило его вздрогнуть. Зверек, напоминавший формой маленькую палочку, начал делиться посредине все тоньше и тоньше… Вот уже две его части остались соединенными между собой только тоненькой, чуть заметной паутинкой… Эти две коротенькие половинки начали отчаянно извиваться и… вдруг сразу отскочили в разные стороны. Они были как будто чуть-чуть короче, но во всем остальном ничем не отличались от своего родителя» (Поль де Крюи, «Охотники за микробами», 2006).

Индукция Лазаро (Ладзаро, Лаццаро) Спалланцани. Л.Спалланцани разработал список органов, способных к регенерации у различных животных, индуктивно основываясь на многочисленных опытах по отсечению тех или иных частей тела и наблюдению за процессом их восстановления у саламандр, улиток, гидр и т.д. Дмитрий Баюк в статье «Человек наращивает корни» (журнал «Вокруг света», 21.07.2006 г.) отмечает: «Систематическими исследованиями животных, обладающих такой способностью, уже в Новое время занимался итальянский биолог аббат Ладзаро Спалланцани. Он поразил научный мир своей дотошностью: его опыты стоили жизни трем сотням саламандр, семи сотням улиток, а также бесчисленному множеству круговерток и тихоходов. В результате этих опытов он составил полный список органов, способных к регенерации. От хвоста ящерицы до головы улитки, от щупальцев гидры до капюшона саламандры. Вольтер был потрясен, когда услышал о невероятных результатах этих опытов от самого Спалланцани, приехавшего навестить старого друга в замке Сирей, где тот гостил у маркизы дю Шатле» (Д.Баюк, 2006). Об этих опытах Спалланцани и его друга, известного философа эпохи Просвещения Вольтера, вдохновленного исследованиями Спалланцани, повествует также Н.Витковски в книге «Сентиментальная история науки» (2007): «…Опыты Спалланцани с регенерацией повторялись в вогезском замке Сирей, где просвещенные дилетанты Вольтер со своей подругой Эмилией предавались научным изысканиям на беду обитавших поблизости улиток. Вот выдержка из письма Вольтера к Спалланцани (1768): «27 мая около девяти часов утра погода была очень ясная. Я отрезал головы со всеми их четырьмя антеннами двадцати слизням без раковин темно-красного цвета и двенадцати улиткам с панцирем. Кроме того, я разрезал головы еще восьми улиткам, но между двух антенн. По прошествии пятнадцати дней у двух моих слизней появились нарождающиеся головы; они начали есть, и у них обозначились четыре антенны» (Н.Витковски, 2007).

Индукция Лазаро (Ладзаро, Лаццаро) Спалланцани. Представление Л.Спалланцани о том, что время (продолжительность) регенерационного восстановления утраченного или поврежденного органа у ряда животных зависит от его возраста и окружающей температуры, базировалось на опытном исследовании регенерации у саламандры. Л.Л.Стишковская в книге «Вечные странники (жизнь амфибий, как она есть)» (1988) повествует: «…Экспериментальные исследования регенерации начались лишь в восемнадцатом веке. А самые первые опыты на животных, имеющих позвоночник, провел Ладзаро Спалланцани. Спалланцани отрезал у саламандры хвост. Прошло время, хвост снова вырос. Спалланцани отрезал у саламандры лапы – выросли новые. По нескольку раз саламандра лишалась то хвоста, то лап, и опять они появлялись. Отращивали заново хвосты с лапами и тритоны, а их головастики отращивали заново жабры. Все, что происходило в оперированном органе, Спалланцани наблюдал, используя микроскоп. Он следил, как идет восстановление мускулов, нервов, кожи. Спалланцани обнаружил, что процесс этот распадается на определенные фазы, и дал точное описание их. Но влияет ли на скорость регенерации температура, пища, возраст животных? Задавшись этим вопросом, Спалланцани начинает проводить исследования еще и на лягушках и жабах. Он устанавливает: время, необходимое для того, чтобы отрасли лапы у саламандры, зависит от ее возраста и окружающей температуры. Второе его открытие: лягушки и жабы, лишившись лап, остаются инвалидами. Полученные результаты были во многом загадочны для Спалланцани. Особенно его поразил тот факт, что у головастиков лапы вырастают, а у взрослых лягушек и жаб – нет. Спалланцани размышляет: «Но если животные способны восстанавливать конечности в молодом возрасте, почему же они не делают этого в своем дальнейшем развитии?..» (Л.Л.Стишковская, 1988).

Индукция Лазаро (Ладзаро, Лаццаро) Спалланцани. Л.Спалланцани (1785) сформулировал идею о том, что ряд животных способны дышать после удаления легких поверхностью своей кожи, индуктивно основываясь на опытах по удалению органов дыхания (легких) у лягушки. Л.Л.Стишковская в книге «Вечные странники (жизнь амфибий, как она есть)» (1988) пишет: «Спалланцани, прославивший свое имя многими открытиями в биологии, удалил у лягушки легкие. К удивлению Спалланцани, лягушка, оправившись после операции, вела себя так, словно абсолютно все ее органы были на месте. Спалланцани подверг испытанию еще нескольких лягушек. Но и они не задыхались. И Спалланцани сделал сенсационный вывод: «У лягушек поглощение кислорода происходит через кожу!» Спустя десять лет эксперимент Спалланцани был повторен. Лягушку без легких посадили в ящик. Жаловаться на плохие условия ей не приходилось. Воздух в ящике был влажный, температура не поднималась выше двенадцати градусов. И день за днем лягушка жила. День за днем она поглощала кислород и удаляла углекислый газ через свою кожу» (Л.Л.Стишковская, 1988).

Индукция Лазаро (Ладзаро, Лаццаро) Спалланцани и Шарля Жюрина. Л.Спалланцани (1793) высказал предположение о способности животных ориентироваться в пространстве без органов зрения, индуктивно исходя из наблюдений над способностью летучих мышей, искусственно лишенных глаз, ориентироваться в темноте. Что касается Шарля Жюрина (1794), то его заключение о том, что органы слуха у животных могут выполнять функцию глаз, определялось опытами, в которых летучие мыши начинали наталкиваться на предметы после того, как исследователь затыкал им уши воском. С.С.Мосияш в книге «Летающие ночью» (1985) пишет: «Первые опыты Спалланцани провел в 1793 году. Сначала он установил, что летучие мыши свободно передвигаются в темном помещении, в котором даже такие, казалось бы, зоркие ночные животные, как совы, беспомощны. Спалланцани решил, что весь секрет кроется в чрезвычайной остроте зрения летучих мышей, позволяющей им ориентироваться в полной темноте. Чтобы проверить свое предположение, он, ослепив несколько летучих мышей, выпустил их на волю. Лишенные зрения зверьки прекрасно летали и даже ловили насекомых. Спалланцани, уверенный в том, что летучие мыши обладают неизвестным доселе чувством, тут же разослал ученым-коллегам письма с просьбой повторить эксперименты и сообщить ему о результатах. Многие из них подтвердили правильность исследований Спалланцани. Но швейцарский натуралист Шарль Жюрин, повторив описанные Спалланцани опыты, на этом не остановился и предпринял еще один шаг на пути раскрытия тайны летучих мышей. Оказалось, что если залепить уши животных воском, то они начинают натыкаться на препятствия. Жюрин сделал вывод: летучие мыши «видят ушами». Спалланцани проверил опыты Жюрина и, убедившись в их достоверности, пришел к заключению, что летучая мышь может прекрасно обходиться без зрения, но потеря слуха неминуемо ведет ее к гибели» (С.С.Мосияш, 1985). Об этом же пишет В.Никитин в статье «Дельфины ночного неба» (журнал «Вокруг света», № 9 (2504) от сентября 1982 г.): «Конечно, ученые не могли не обратить внимания на странности поведения летучих мышей, и первым ими всерьез занялся итальянский натуралист XVIII века Ладзаро Спалланцани. В 1793 году он – будучи уже известным ученым – проводил опыты над зверьками и неожиданно для себя обнаружил, что, ослепленные, они летают так же беспрепятственно, как и зрячие. После серии экспериментов натуралист заключил, что у слепых летучих мышей органы зрения «заменяются каким-то другим органом или чутьем, которое людям не присуще и о котором мы никогда не сможем ничего узнать». Бывает, и большие ученые ошибаются. Уже на следующий год женевский хирург Луи Жюрин раскрыл тайну летучих мышей. Как выяснилось, рукокрылые становятся совершенно беспомощными, если им… плотно закупорить уши. Спалланцани сделал вид, что не поверил Жюрину, но втайне год за годом повторял его опыты и убедился: женевский коллега был прав – летучие мыши на самом деле «видят» ушами. Только после смерти Спалланцани в 1799 году вышли публикации о его экспериментах, однако ученый мир воспринял новость в штыки. Видет ушами?! Невероятно!» (В.Никитин, 1982).

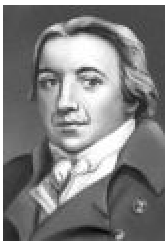
Индукция Шевалье де Арси. Шевалье де Арси (1765) сформулировал идею о существовании персистенции (инерции) зрения, которая заключается в том, что сетчатка глаза не способна воспринимать неподвижные изображения, если они сменяют друг друга слишком быстро, индуктивно исходя из опыта с вращающимся колесом, на который был прикреплен раскаленный уголь. Жорж Садуль в книге «Всеобщая история кино» (1958) пишет: «Шевалье де Арси вращал в темноте колесо, на обод которого был прикреплен раскаленный уголь. Скорость вращения колеса зависела от привязанных к нему тяжестей определенного веса; так была установлена максимальная скорость вращения, необходимая для того, чтобы раскаленный уголь создал впечатление сверкающего круга. В 1765 году Шевалье де Арси на основании этого опыта представил в Академию наук доклад, в котором установил, что длительность персистенции сетчатки человеческого глаза длится тринадцать сотых секунды, приблизительно десятую долю секунды» (Ж.Садуль, 1958). Именно опыты де Арси были впоследствии повторно проведены Жозефом Плато, который усовершенствовал их и открыл возможность создания зрительной иллюзии движения - принцип мультипликации, лежащий в основе современного кинематографа. Ж.Садуль в той же книге отмечает: «В 1828 году Плато повторил опыт Шевалье де Арси, единственно известный ему в этой области. Он заменил прикрепленный к колесу раскаленный уголь диском с цветными секторами, подобным диску Ньютона. Отметив, что длительность персистенции изменяется в зависимости от силы и времени зрительного восприятия, от цвета и освещенности предмета, он установил, что она в среднем (при умеренной освещенности) равна трети секунды (точнее 0,34). Плато, взяв аппараты де Арси, усовершенствовал их…» (Ж.Садуль, 1958).

Индукция Максимилиана Гелла. Венский профессор астрономии и иезуитский священник Максимилиан Гелл (1774) выдвинул гипотезу о возможности лечения ряда заболеваний с помощью магнита, индуктивно базируясь на следующем удачном опыте. М.С.Шойфет в книге «Нераскрытые тайны гипноза» (2006) повествует: «Летом 1774 года к Геллу обратился приезжий из Англии с просьбой вылечить заболевшую желудком жену. Гелл не знал, как ей помочь. Но он помнил, что читал у Парацельса, который с великой тщательностью описал, какие болезни и как следует лечить магнитом, что желательно прикладывать к больному органу магнит той же формы. Ну что же, если магнит лечит, достаточно приложить его к больному, почему бы не рискнуть, благо магнит оказался случайно под рукой. Гелл приятно удивился, когда пришло известие, что у больной рези в желудке прекратились, она поправилась. Другие случаи исцеления были настолько удачными, что превзошли самые смелые ожидания и прибавили ему уверенности. Вскоре Гелл приобрел в Вене известность в качестве целителя. Он прикладывает магниты к животу, шее, голове, подвешивает на грудь круглые магниты на целые сутки – симптомы исчезают» (Шойфет, 2006, с.41). Вскоре после М.Гелла применением магнитов в лечебных целях занялся знаменитый первооткрыватель гипноза Франц Месмер.

Индукция Луиджи Гальвани. Луиджи Гальвани (1786) выдвинул гипотезу о существовании «животного» электричества, индуктивно основываясь на своих опытах, в которых ему удалось установить, что если прикоснуться металлическим скальпелем к нерву отрезанной лягушечьей лапки, лежащей на железном листе стола, то лапка судорожно сокращается. В пользу существования животного электричества говорили и известные Гальвани опыты Джона Уолша и Ларошеля (1773), показавшие электрическую природу удара ската. Гальвани очень заинтересовался способностью мертвого препарата проявлять жизненные сокращения под влиянием электричества. Д.К.Самин в книге «100 великих научных открытий» (2006) пишет о Гальвани: «Он с величайшим терпением и искусством исследовал эту способность, изучая ее локализацию в препарате, условия возбудимости, действие различных форм электричества и в частности атмосферного электричества. Классические опыты Гальвани сделали его отцом электрофизиологии, значение которой в наше время трудно переоценить» (Д.К.Самин, 2006). «Ученый предположил, - пишет Д.К.Самин, - что мышца является своеобразной батареей лейденских банок, непрерывно возбуждаемой действием мозга, которое передается по нервам» (Д.К.Самин, 2006). Гипотеза Гальвани о существовании животного электричества представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку содрогание лапок лягушки после прикосновения к ним металлического скальпеля было обнаружено им случайно. В.Азерников в книге «Великие открытия» (2000) отмечает: «…Многие историки сделали вывод, будто открытие Гальвани, во-первых, принадлежит не самому Гальвани, а либо его жене, либо кому-то из помощников, а во-вторых, что оно явно случайно. Что ж, с этим, пожалуй, можно согласиться…» (Азерников, 2000, с.26). М.Л.Езерский и А.М.Скундин в статье «Самый чудесный снаряд» (журнал «Химия и жизнь», 1994, № 10) пишут: «Гальвани в его опытах помогали два ассистента. Занятый своими мыслями, Гальвани не обращал внимания на происходящее вокруг, когда ассистент вывел его из задумчивости взволнованным рассказом о некоем странном явлении. Оказывается, он случайно прикоснулся кончиком скальпеля к внутреннему бедренному нерву препарированной лягушки, и в этот момент мышцы стали сокращаться, как будто лапку свела судорога» (Езерский, Скундин, 1994, с.52). Гальвани сам признавал роль случая в своем открытии. С.А.Блинкин в книге «Очерки о естествознании» (1979) приводит слова Гальвани: «Я считаю, что сделаю нечто ценное, если кратко и точно изложу историю моих открытий в таком порядке и расположении, в каком мне их доставил отчасти случай, отчасти и счастливая судьба, отчасти трудолюбие и прилежание» (Блинкин, 1979, с.52).

Индукция Жоржа Кювье. Жорж Кювье (1795) открыл закон корреляции органов, согласно которому части организма соотносятся таким образом, что отдельные органы нельзя изменить, не вызывая изменения других, индуктивно основываясь на исследованиях Аристотеля и своих собственных наблюдениях. Аристотель заметил, что ни одно животное не обладает одновременно и клыками и рогами. Он обнаружил связь между сплошным зубным аппаратом и отсутствием рогов, между наличием сложного желудка у жвачных и отсутствием резцов в верхней челюсти, между уменьшением числа ног у ракообразных и усложнением их челюстного аппарата. Вслед за древнегреческим ученым Кювье обратил внимание на наличие связи между массивными зубами, растирающими траву, и мощной жевательной мускулатурой, между наличием рогов и отсутствием острых когтей и длинных клыков, между наличием широких ребер и длинного кишечника и т.д. Эти факты четкого соотношения частей организма индуктивно привели Кювье к его закону корреляции. Пользуясь этим законом, Кювье реконструировал облик многих вымерших животных (ихтиозавров, плезиозавров, мезозавров) по их сохранившимся костям. Важная роль работ Аристотеля в открытии закона корреляции подтверждается тем, что Кювье всегда восхищался его книгой «История животных», говоря о ней: «Это, бесспорно, один из самых удивительных трудов, оставленных нам древностью, один из величайших памятников, созданных человеческим гением в области естествознания» (В.В.Лункевич, «От Гераклита до Дарвина. Очерки по истории биологии», 1936).

Индукция Гидеона Мантелла. Английский палеонтолог Гидеон Мантелл (1822) склонился к предположению о том, что в далеком прошлом (в меловой период) на земле обитало необычайно крупное животное из числа травоядных рептилий, индуктивно основываясь на обнаружении окаменелого зуба, которым не могло обладать ни одно из ныне живущих представителей животного мира. Серьезным доводом в пользу этой догадки Г.Мантелла послужила аналогия: работая в Хантеровском анатомическом музее, он сравнил свой окаменелый зуб с зубами южно-американских игуан и заметил поразительное сходство. В связи с этим Г.Мантелл назвал вымершую рептилию, в существовании которой он не сомневался, игуанодоном. Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) повествует о находке жены Г.Мантелла: «В 1822 году, когда он у себя в Сассексе посещал пациента, миссис Мантелл прогуливалась поблизости по трапинке и в куче щебня, оставленного для засыпки рытвин, увидела странный предмет – кривой коричневый камешек размером с небольшой грецкий орех. Зная интерес своего мужа к ископаемым предметам и подумав, что это один из них, она взяла его с собой. Мантелл сразу понял, что это окаменелый зуб, и после недолгого исследования убедился, что он принадлежал животному из числа травоядных рептилий, необычайно крупному – 3 метра длиной, жившему в меловой период. Он оказался прав по всем пунктам; но это были смелые выводы, потому что ничего подобного ранее не встречали и даже не представляли. Понимая, что находка полностью перевернет представления о прошлом, и следуя увещеваниям своего друга, преподобного Уильяма Бакленда – того самого, в мантии и со своеобразным аппетитом, - работать осторожнее, Мантелл посвятил 3 года кропотливым поискам свидетельств, подтверждающих его выводы» (Брайсон, 2007, с.83). «Однажды, - продолжает Б.Брайсон, - работая в Хантеровском анатомическом музее, Мантелл разговорился с коллегой, который сказал, что этот зуб очень похож на зубы животных, которых он изучает, - южно-американских игуан. Быстро проведенное сравнение подтвердило сходство. И в результате описанное Мантеллом существо стало игуанодоном, по имени греющейся в тропиках ящерицы, с которой оно никоим образом не было связано» (там же, с.84).



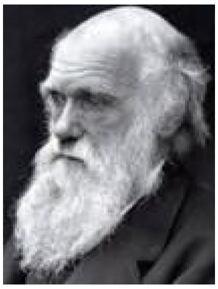
«Несмотря на убедительное и ясное изложение Дженнером проблемы, в истории медицины найдется немного открытий, которые возбудили бы такое ожесточенное сопротивление. Английская Королевская академия наук отказывалась напечатать в своих изданиях сообщение Дженнера об открытии прививки вследствие невероятной смелости высказываемых в нем предложений».

М.С.Шойфет об Эдуарде Дженнере

Индукция Эдуарда Дженнера. Эдуард Дженнер (1798) пришел к выводу, что человек не заболевает оспой, если он переболел коровьей оспой, которая слабее человеческой, индуктивно основываясь на том, что одна из доярок, с которой ученый общался, изучая причину человеческой оспы, сообщила ему, что ей не грозит оспа, поскольку она уже переболела коровьей оспой. Вывод Дженнера был величайшим открытием в медицине, позволявшим разработать метод эффективных прививок против заболевания, которое на протяжении длительного времени приводило к гибели сотен тысяч людей. Т.С.Сорокина в книге «История медицины» (2005) пишет: «Идея прививки «оспы коров» возникла у молодого Дженнера в разговоре с пожилой дояркой, руки которой были покрыты кожными высыпаниями. На вопрос Дженнера, не больна ли она натуральной оспой, крестьянка ответила, что болезни этой у нее быть не может, поскольку она уже переболела оспой «коровьей». Эти слова глубоко запали в душу юного Дженнера. Он посоветовался со своим учителем Дж.Хантером, и тот сдержанно порекомендовал ему проверить это в эксперименте» (Сорокина, 2005, с.360). М.Эренберг и О.Эренберг в книге «Развитие возможностей интеллекта» (2004) отмечают: «Эдвард Дженнер нашел вакцину против оспы с помощью негативного мышления. В те времена практически не было никакого лекарства против оспы. Однако Дженнер заметил, что некоторые люди, имеющие все возможности заразиться этой болезнью, почему-то оставались здоровыми» (М.Эренберг, О.Эренберг, 2004, с.195). «Подвергнув исследованию, - констатируют указанные авторы, - людей, которые не заразились оспой, хотя и имели все шансы заболеть этой страшной болезнью, Дженнер нашел против нее вакцину. Он обнаружил, например, что доярки, постоянно работающие с коровами, никогда не болеют оспой. Причина была в том, что доярки подхватывали оспу коров, которая обеспечивала им иммунитет против человеческой оспы. Вакцина Дженнера была основана на свойстве оспы коров противостоять вирусу оспы. Медики же, современники Дженнера, яростно отвергали такой способ вакцинации» (там же, с.195). М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) указывает: «Английский врач Дженнер в 1776 году, во время одной опустошительной эпидемии, случайно сделал великое открытие о предохранительной силе коровьей оспы. Он заметил, что доярки, переболев коровьей оспой, никогда не заболевают оспой человеческой. Взяв это наблюдение за основу, он разработал способ вакцинации (слово «вакцина» - от латинского «вакка - корова»), который принес спасение миллионам людей от ранее непобедимой болезни. Это было второе рождение оспопрививания. Прививка коровьей оспы распространилась быстро и оказалась абсолютно безопасной» (Шойфет, 2006, с.149). Со слов Шойфета, «несмотря на убедительное и ясное изложение Дженнером проблемы, в истории медицины найдется не много открытий, которые возбудили бы такое ожесточенное сопротивление. Английская Королевская академия наук отказывалась напечатать в своих изданиях сообщение Дженнера об открытии прививки вследствие невероятной смелости высказываемых в нем предложений» (там же, с.151).

Индукция Жоффруа Сент-Илера. Французский натуралист Ж.Сент-Илер (1807) высказал представление о существовании гомологии (сходства) черепных костей рыбы и млекопитающих, индуктивно отталкиваясь от результатов сравнительного микроскопического исследования процесса формирования черепных костей у рыб и млекопитающих в ходе эмбриогенеза. Ю.В.Чайковский в книге «Эволюция» (2003) отмечает: «Важнейшим достижением Жоффруа явилась идея гомологии. Еще в 1807 году Жоффруа удивил самого Кювье, убедительно показав, что черепа зверя и рыбы состоят из костей, в некотором смысле одинаковых. Это казалось невозможным: в рыбьем черепе костей гораздо больше – куда, хотя бы, деть четыре кости жаберной крышки? Однако Жоффруа нашел соответствие всему; в частности, - и этим четырем костям: им соответствуют (ныне это знает любой зоолог) 4 косточки слухового аппарата млекопитающих. Как же он доказал это? Оказалось, что соответствие очевидно, если рассматривать развитие зародышей. Тут-то и открылся путь, по которому Жоффруа впоследствии пришел к своей знаменитой теории: эволюцию движет изменение способов развития зародыша, а те следуют за изменениями условий среды, в которой живут организмы» (Ю.В.Чайковский, 2003).

Индукция Вильяма Гершеля. Английский астроном Вильям Гершель высказал предположение о существовании связи между солнечными пятнами и урожайностью пшеницы, индуктивно отталкиваясь от того, что период максимальной активности Солнца (период наибольшего кличества солнечных пятен) совпадал с периодом низких цен на хлеб. Ю.В.Мизун и Ю.Г.Мизун в книге «Тайны будущего» (2000) пишут: «Английский астроном Вильям Гершель также интересовался, как количество пятен на Солнце может влиять на развитие растений. Что такое влияние имеется, он не сомневался. Это было в 18 веке, когда существование 11-летнего цикла солнечной активности еще не было установлено. Но было достоверно известно, что количество пятен на Солнце меняется от года к году. Чтобы внести ясность в данный вопрос, Гершель сопоставил собранные им данные о солнечных пятнах почти за двести лет с рыночными ценами на пшеницу. Связь оказалась в принципе очень простой и четкой – цены были тем меньше, чем выше была солнечная активность. При высокой солнечной активности климат становится более влажным, поэтому урожаи пшеницы лучше, а рыночные цены на нее ниже» (Ю.В.Мизун, Ю.Г.Мизун, 2000). Примечательно, что и до В.Гешеля подмечалась зависимость между солнечной активностью и урожаями сельскохозяйственных культур. «Вопрос о связи урожаев сельскохозяйственных культур с солнечной активностью, - поясняют Ю.В.Мизун, Ю.Г.Мизун, - имеет длинную историю. Известно, что еще в 3-ем веке до н.э. Катон Старший, римский писатель, заметил, что цены на рожь зависели от солнечной активности (от «помрачения Солнца»). При высокой солнечной активности урожаи ржи были лучше и поэтому цены на рожь снижались. Во времена Галилея эту проблему обсуждал Батиста Балиани. Он высказал предположение о влиянии солнечных пятен на Землю» (Ю.В.Мизун, Ю.Г.Мизун, 2000).



«Те, которым выпало счастье быть коротко знакомым с Дарвином, испытывали невольно к нему почтение, - так действовала на них та особенная, всесильная, почти страстная честность, которой были проникнуты все его мысли и поступки, точно лучами центрального огня».

Томас Гексли о Чарльзе Дарвине

Индукция Чарльза Дарвина. Ч.Дарвин пришел к идее о том, что перекрестное опыление цветков играло важную роль в эволюции и давало лучшее потомство, чем самоопыление, индуктивно исходя из одного случайного наблюдения. Ч.Дарвин в книге «Воспоминания о развитии моего ума и характера» (1959) отмечает: «Осенью 1876 г. я выпущу в свет мой труд «Действие перекрестного опыления и самоопыления в растительном мире». Эта книга составит дополнение к моей работе «Опыление архидей», в которой я показал, как совершенны средства к перекрестному опылению; здесь же я покажу, как важны его результаты. К постановке многочисленных, продолжавшихся одиннадцать лет опытов, излагаемых в этой книге, меня побудило одно чисто случайное наблюдение; и действительно, понадобилось, чтобы этот случай повторился, прежде чем мое внимание оказалось полностью прикованным к замечательному факту, который заключается в том, что сеянцы, происходящие от самоопыленных растений, уступают по своей высоте и силе, и притом уже в первом поколении, сеянцам, происходящим от растений, опыленных перекрестно» (Ч.Дарвин, 1959).

Индукция Чарльза Дарвина. Ч.Дарвин склонился к выводу о возможности быстрого видообразования при изменении условий обитания, индуктивно исходя из обнаружения на Галапагосских островах множества разновидностей и видов вьюрков, появившихся после того, как они покинули американский континент, изолировавшись от своих родственников – американских вьюрков. А.Гангнус в книге «Эволюция для всех, или путь кентавра» (2001) пишет: «Ч.Дарвин еще молодым человеком путешествовал вокруг света. На Галапагосских островах, расположенных в Тихом океане в 600 километрах от Южной Америки, мало животных. То, что есть – это переселенцы, сумевшие по воде или по воздуху добраться с континента. Есть там вьюрки – птички, родственные американским вьюркам. И вот оказалось, что эти вьюрки, явно ведущие свое происхождение от обычных американских вьюрков, на молодых вулканических островах сумели быстро измениться, образовав множество разновидностей и видов. Дарвин многое видел во время своего путешествия, но, может быть, главным его впечатлением, толкнувшим его мысль к теории происхождения видов, было «взрывное видообразование» среди галапагосских вьюрков» (А.Гангнус, 2001). Это подтверждает Я.М.Галл в статье «Вьюрки Дарвина – «яблоко Ньютона»?» (журнал «Природа», 1987, № 12), где он повествует: «Историки науки мало обращали внимания, что Дарвин в августе 1838 г. предельно ясно писал о времени своего превращения в эволюциониста. К этим высказываниям следует отнестись особенно внимательно, так как события были очень близкими, а впечатления непосредственными и яркими. «В июле начал первую записную книжку о «Трансмутации видов». Начиная приблизительно с прошедшего марта был сильно поражен характером южноамериканских ископаемых и современных видов Галапагосского архипелага. Эти факты (особенно последний) положили начало всем моим воззрениям». Дарвин не только указал время своего становления как эволюциониста, но и назвал источники (палеонтология, биогеография), сыгравшие решающую роль» (Галл, 1987, с.51). «Изучение особенностей фауны и флоры Галапагосского архипелага, которое было связано с ростом теоретического понимания биоты островов в целом, - говорит Я.М.Галл о Дарвине, - скорее всего, сыграло решающую роль. На протяжении 22 лет Дарвин постоянно расширял и углублял теоретическое осмысление фауны и флоры Галапагосов и завершил его публикацией «Происхождения видов» (там же, с.52).

Индукция Джеймса Дуайта Дана. Американский натуралист Джеймс Дана (1842) выдвинул гипотезу о том, что в течение геологического времени происходит цефализация - последовательный рост центральной нервной системы, индуктивно основываясь на исследовании эволюционного увеличения размеров ЦНС среди ракообразных и других организмов. В.И.Вернадский назвал это обобщение принципом Дана. В статье «Несколько слов о ноосфере» (журнал «Успехи современной биологии», 1944, том 18, выпуск 2) В.И.Вернадский пишет: «Дана указал, что в ходе геологического времени, говоря современным языком, т.е. на протяжении двух миллиардов лет, по крайней мере, а наверное много больше, наблюдается (скачками) усовершенствование – рост – центральной нервной системы (мозга), начиная от ракообразных, на которых эмпирически и установил свой принцип Дана, и от моллюсков (головоногих) и кончая человеком. Это явление и названо им цефализацией. Раз достигнутый уровень мозга (центральной нервной системы) в достигнутой эволюции не идет уже вспять, только вперед» (В.И.Вернадский, 1944). «Младшие современники Ч.Дарвина, - подчеркивает В.И.Вернадский, - Д.Д.Дана (1813-1895) и Д.Ле-Конт (1823-1901), два крупнейших североамериканских геолога (а Дана к тому же минералог и биолог) выявили еще до 1859 г. эмпирическое обобщение, которое показывает, что эволюция живого вещества идет в определенном направлении. Это явление было названо Дана «цефализацией», а Ле-Контом «психозойской эрой». Д.Д.Дана, подобно Дарвину, пришел к этой мысли, к этому пониманию живой природы во время своего кругосветного путешествия, которое он начал через два года после возвращения в Лондон Ч.Дарвина, т.е. в 1838 г., и которое продолжалось до 1842 г.» (В.И.Вернадский, 1944).

Индукция Эрнста Геккеля. Эрнст Геккель (1869) сформулировал основной биогенетический закон, согласно которому развитие особи (онтогенез) является ускоренным повторением развития вида (филогенеза), индуктивно основываясь на исследованиях Фрица Мюллера, который, изучая эмбриональное развитие ракообразных, обнаружил, что стадии этого развития весьма похожи на этапы эволюционного происхождения ракообразных как вида. Э.Геккель мог открыть биогенетический закон (закон рекапитуляции) раньше, но до выхода в свет книги Ч.Дарвина «Происхождение видов» (1859) мало кто из ученых понимал подлинный смысл установленного Карлом Бэром факта наличия жаберных щелей у зародышей птиц на ранних стадиях. Н.Н.Воронцов в статье «Эрнст Геккель и судьбы учения Дарвина» (журнал «Природа», 1984 г., № 8) отмечает: «Явление рекапитуляции, которому Геккель придал форму закона, было известно давно. Карл-Эрнст фон Бэр (1792-1876) еще в дороссийскую пору своей деятельности, когда он занимался эмбриологией, в своей «Истории развития животных» описал явление рекапитуляции. Он знал, что зародыши птицы на ранних стадиях имеют жаберные щели. Однако, согласно Бэру, индивидуальное развитие идет от общего к частному, т.е. наличие жаберных щелей есть общий признак эмбрионов всех позвоночных, а не свидетельство прохождения рыбообразной стадии предками птиц. Дарвин в «Происхождении видов» в робкой форме пытается дать историческую трактовку явлению рекапитуляции: «Интерес эмбриологии значительно повысится, если мы будем видеть в зародыше более или менее затененный образ общего прародителя, во взрослом или личиночном его состоянии, всех членов одного и того же большого класса» (Н.Н.Воронцов, 1984). Э.Геккель осознал всеобщность явления рекапитуляции после прочтения книги Ф.Мюллера «За Дарвина» (1864), которую Ф.Мюллер прислал из Бразилии в Лейпциг для публикации. Н.Н.Воронцов в той же статье пишет: «Из провинциального бразильского городка Дестерро Мюллер прислал для публикации в Лейпциге небольшую книжку с названием «За Дарвина» (1864). Несмотря на кажущуюся публицистичность, труд Мюллера вообще не касается дискуссий вокруг учения Дарвина. Автор приводит в ней лишь лично им добытые новые факты по эмбриональному развитию ракообразных, которые однозначно говорят «за Дарвина». Мюллер выделяет курсивом свою мысль, что «историческое развитие вида будет отражаться в истории его индивидуального развития» (Н.Н.Воронцов, 1984). Геккель индуктивно распространил явление, обнаруженное у ракообразных, на весь живой мир.

Индукция Андрея Сергеевича Фаминцына. Известный русский исследователь растений А.С.Фаминцын сформулировал концепцию, согласно которой одной из движущих сил биологической эволюции является симбиоз (сотрудничество) организмов, индуктивно исходя из того, что длительное время изучавшийся им лишайник является симбиозом гриба и водоросли. Факт симбиотического существования гриба и водоросли А.С.Фаминцын перенес на всю эволюцию. Ю.В.Чайковский в книге «Эволюция» (2003) пишет об ученом: «Он был одним из тех, кто открыл в 1860-х годах поразительный факт: лишайник является симбиозом гриба и водоросли. В этом долгом утомительном открытии участвовали многие, но, по-видимому, из них лишь Фаминцын увидал тут возможный общий принцип эволюции: как лишайник составлен из гриба и водоросли, так и всякий организм, по Фаминцыну, составлен из клеток, а всякая клетка – из «наипростейших жизненных единиц», т.е. внутриклеточных органелл. Эволюция предстает при этом как процесс самосборки» (Ю.В.Чайковский, 2003).

Индукция Гуго де Фриза. Голландский ученый Гуго де Фриз (1901) построил концепцию мутаций, согласно которой новые виды животных и растений возникают благодаря скачкообразным наследственным изменениям в организации исходных форм, индуктивно основываясь на обнаружении наследственных мутаций у растения энотера, которое он изучал, начиная с 1886 года. М.Д.Голубовский в книге «Век генетики: эволюция идей и понятий» (2000) пишет о де Фризе: «На одном заброшенном картофельном поле вблизи деревни Гильверзум в 1886 г. он обратил внимание на популяцию энотеры, растения, ввезенного из Америки и одичавшего в Европе. В следующем 1887 г. он нашел на этом же поле двух мутантов (забегая вперед в терминологии) и заложил многолетний опыт по изучению частоты возникновения мутантов. Энотера оказалась уникальной в смысле своей генетической конституции, а изучение закономерностей ее наследственной изменчивости и видообразования таит в себе еще множество загадок. Работая с энотерой, Г.де Фриз получил от первых высеянных в 1886 г. девяти растений около 53 тыс. потомков в период 1886-1899 гг. и среди них около 800, или 1,5% форм, имеющих резкие отклонения от исходного типа. Эти отклонения были названы мутациями. Мутации возникали внезапно, непредсказуемо, в разных направлениях. В ряде случаев отдельные мутации захватывали сразу множество признаков и полностью изменяли габитус растения, причем эта совокупность признаков передавалась как дискретная единица» (М.Д.Голубовский, 2000). В.Скобеева в статье «Генетика – наука или технология» (журнал «Знание-сила», 2005, № 9) указывает: «Гуго де Фриз открыл мутации – внезапные скачкообразные изменения наследственных признаков. До сих пор считалось, что признаки животных и растений постоянны – Де Фриз первым открыл, что они подвержены скачкообразным изменениям. Именно скачкообразность изменения была новым фундаментальным фактом, на первый взгляд противоречившим дарвиновской идее постепенных преобразований. Под впечатлением от своего действительно фундаментального открытия де Фриз объявил о создании новой теории происхождения видов, очень простой и понятной. Виды происходят от особей, подвергшихся крупным мутациям» (В.Скобеева, 2005). Об этой же индукции Гуго де Фриза пишет Семен Резник в книге «Николай Вавилов» (1968): «Гуго де Фриз обнаружил, что среди совершенно одинаковых особей некоторых растений очень редко, но неизменно появляются формы, резко отличные от исходных. Он нашел аналогичные свидетельства у ученых прошлого и заключил, что живым организмам свойственно иногда резко изменять свою наследственную природу. «Вот как возникают новые виды, роды, семейства!» - решил де Фриз после десятков лет кропотливых исследований» (С.Резник, 1968). Возникает соблазн расценить концепцию мутаций де Фриза как продуктивную индукцию, основанную на ложных посылках, поскольку наследственные изменения, которые он обнаружил у энотеры, были не мутациями, а транслокациями (обменом хромосом при скрещивании). В.Скобеева в той же статье отмечает: «Де Фриз, изучавший растение энотеру (ослинник), своими глазами видел примеры проявления массовых мутаций. Через 40 лет выяснилось, что де Фриз принимал за мутации то, что было другим генетическим явлением – сбалансированными транслокациями, которые вели себя при скрещивании друг с другом как гены» (В.Скобеева, 2005). Однако с такой точкой зрения не согласен М.Д.Голубовский, который в уже названной книге пишет: «Распространено мнение, к сожалению, кочующее по разным учебникам и сводкам, что де Фриз обнаружил не мутации, а лишь редкие рекомбинации, выщепляющиеся в потомстве транслокационных гибридов. Но это, во-первых, не так. А, во-вторых, в случае энотеры трудно отличить мутации от рекомбинации. С современных позиций, очевидно, что процессы мутации и рекомбинации на молекулярном уровне переплетены и разграничение – это нередко вопрос терминологии. Г.де Фриз обнаружил три типа мутаций: генные, хромосомные и геномные» (М.Д.Голубовский, 2000).

«Вавилов предположил, что у родственных организмов изменчивость признаков идет параллельно, в одном направлении. Параллельная изменчивость проявляется не только у видов одного рода, но и у родов, близких по происхождению: ржи, пшеницы, ячменя и других растений из семейства злаков. Открытый Вавиловым закон дал селекционерам инструмент, своего рода компас, помогающий ориентироваться среди огромного разнообразия не только растений, но и животных».

Г.Булыка, Е.В.Лисовская о научных заслугах Н.И.Вавилова

Индукция Николая Вавилова. Выдающийся русский биолог Н.И.Вавилов (1920) сформулировал закон гомологических рядов наследственной изменчивости, индуктивно исходя из анализа многочисленных фактов, которые показывали, что таксономически близкие роды и виды культурных растений имеют сходные наследственные изменения. Примечательно, что отдельные факты параллельной изменчивости близких видов были известны многим ученым, в том числе Дарвину, однако никто из них не увидел в этом фундаментальной закономерности. Г.М.Бальдыш в небольшой книге «Посев и всходы. Страницы жизни академика Н.И.Вавилова» (1983) пишет о Вавилове: «Обработка обширного материала наблюдениий и опытов, детальное исследование изменчивости многочисленных линнеевских видов (линнеонов), огромное количество новых фактов, полученных, главным образом, при изучении культурных растений и их диких родичей, позволили Н.И.Вавилову свести в единое целое все известные примеры параллельной изменчивости и сформулировать общий закон, названный им «Закон гомологических рядов в наследственной изменчивости» (1920 г.), доложенный им на Третьем Всероссийском съезде селекционеров, проходившем в Саратове. (…) Закон параллельной изменчивости близких родов и видов, установленный Н.И.Вавиловым и связываемый с общностью происхождения, развивающий эволюционное учение Дарвина, был по достоинству оценен мировой наукой» (Г.М.Бальдыш, 1983). Об этой же индукции Н.И.Вавилова пишет Сергей Мейен в статье «Путь к новому синтезу, или куда ведут гомологические ряды» (журнал «Знание-сила», 1972, № 8): «В конце прошлого – начале нашего века параллельную изменчивость от одной группы к другой у самых разных животных и растений описывали многие другие ботаники, зоологи и палеонтологи. Фактов такого рода набиралось все больше, и становилось все яснее, что биологи столкнулись с действительно важной закономерностью. Но интуитивно чувствуемой закономерности еще только предстояло превратиться в фундаментальный закон. Перед восхищенными селекционерами Вавилов развернул ясные таблицы, где ряды изменчивости растений закономерно и параллельно сменяли друг друга у разных видов и родов. Иногда в таблицах зияли пустые клетки – еще не найденные, но, несомненно, существовавшие или существующие в природе виды. Недаром сказал участник саратовского съезда, наш видный ботаник В.Р.Заленский, когда зал разразился аплодисментами после доклада, свои ставшие знаменитыми слова: «Это биологи приветствуют своего Менделеева!» (С.Мейен, 1972). Об индуктивном характере открытия Н.И.Вавилова можно догадаться на основании статьи Б.Медникова «Закон гомологических рядов в наши дни» (журнал «Наука и жизнь», 1979, № 2), в которой автор пишет: «Н.И.Вавилов начал с того же, что и все до него. Сравнивая виды внутри разных родов, например, пшеницы, ячменя, овса и хлопчатника, он обнаружил удивительный параллелизм признаков. Так, если мягкая пшеница имеет формы озимые и яровые, остистые и безостые, белоколосые, красноколосые и черноколосые, обязательно такие же формы обнаруживаются у твердой пшеницы. У американского хлопчатника есть формы с зеленым волокном, и такие же обнаружены у хлопчатника азиатского» (Медников, 1979, с.34).

Индукция Алексея Заварзина. А.А.Заварзин (1934) сформулировал закон параллельных рядов тканевой эволюции, индуктивно исходя из результатов сравнительного исследования тканей представителей разных биологических видов, что позволило обнаружить сходство в строении этих тканей и сходство в их последовательной эволюции. Л.П.Татаринов в статье «Параллелизмы и их эволюционное значение» (книга «Очерки по теории эволюции», 1987) пишет: «Замечательные примеры параллелизмов дает гистология, что позволило А.А.Заварзину (1934) сформулировать закон параллельных рядов тканевой эволюции; дальнейшую разработку этой проблемы можно найти в его исследованиях по гистологии нервной и соединительной ткани (Заварзин, 1941, 1945-1947)» (Л.П.Татаринов, 1987). В книге А.А.Заварзина «Сравнительная гистология» (2000), составленной под редакцией О.Г.Строевой, указывается: «Уже в своей магистерской диссертации в 1913 г. А.А.Заварзин проводит сопоставление исследованных им нейрональных отношений (топографических взаимоотношений нервных клеток и их отростков) в оптических центрах насекомых с изученными ранее нейрональными отношениями в оптических центрах птиц и головоногих моллюсков, которое выявило принципиальное сходство организации функционально-аналогичных структур у представителей трех далеко отстоящих друг от друга типов животного царства. В дальнейшем аналогичные сопоставления были проведены А.А.Заварзиным между нейрональными отношениями в спинном мозге позвоночных и брюшной цепочке насекомых и ряде других отделов нервной системы этих животных. Развивая исследования И.И.Мечникова, А.А.Заварзин и его сотрудники провели исследования воспалительного новообразования соединительной ткани у представителей ракообразных, насекомых, моллюсков и низших позвоночных. Эти работы также показали принципиальное сходство в развитии процессов воспаления и регенерации у представителей весьма отдаленных групп животных, не связанных между собой близкородственными отношениями» (А.А.Заварзин, 2000).

Индукция Джона Кристофера Уиллиса (Виллиса). Д.К.Уиллис (1922) открыл закон системы организмов, то есть закон распределения биологических видов по родам, индуктивно основываясь на подсчете количества видов, входящих в состав родов, для цветковых растений, жуков, змей и ящериц. При этом Уиллис обнаружил, что более трети родов включают в себя всего один вид – поразительный факт! Заранее отметим, что Д.К.Уиллис, сам того не ожидая, открыл закон распределения видов, который аналогичен целому ряду других законов: закону распределения доходов среди населения (В.Парето), закону распределения ученых по научной продуктивности (Д.Лотка), закону распределения слов в тексте (Д.Ципф). Это говорит об универсальности закона, открытого Д.К.Уиллисом. Ю.Чайковский в статье «Изумительная асимметрия» (журнал «Знание-сила», 1981, № 2) пишет: «Уже на склоне лет, будучи членом Королевского общества и автором фундаментального «Словаря цветковых растений и папоротников», он взялся подсчитать, как распределены виды по родам, а роды – по семействам. Тут он и обнаружил уже известный нам феномен однобокости. В своем «Словаре» он насчитал 12571 род цветковых, из которых 4853 рода содержали по одному виду – поразительно! Ведь понятие рода для того и введено, чтобы объединять сходные виды, на одновидовой род принято смотреть как на исключение из правила – то ли следствие плохой работы систематика, то ли следствие вымирания видов. Но вот выясняется, что таких родов – более трети, а вместе с двухвидовыми – более половины всех родов цветковых. Для сравнения Виллис просчитал некоторые семейства низших растений, а также жуков, змей, ящериц и всюду нашел ту же закономерность. (…) Виллис построил графики: по оси абсцисс число видов в роде, а по оси ординат количество соответствующих родов – и получил хорошие гиперболы. Когда же графики увидел приятель Виллиса – математик Гаролд Энди Юл – и посоветовал складывать по осям графика не сами величины, а их логарифмы, то изумление ботаника еще более возросло: почти все точки аккуратно легли на прямую. Более того, прямые для разных семейств легли почти параллельно. Виллис понял, что открыл закон системы организмов, не связанный прямо с учением Дарвина» (Ю.Чайковский, 1981). Об этом же Ю.В.Чайковский говорит в книге «О природе случайности» (2004): «В 1918 г. английский ботаник Джон Кристофер Виллис обнаружил распределение видов цветковых растений по родам в виде убывающей кривой: одновидовых родов обычно (в крупных семействах и таксонах более высокого порядка) наблюдается около 40%, двухвидовых родов – около 17% и т.д.: чем больше видов в роде, тем меньше таких родов: зависимость приближенно выражается гиперболой, причем основная часть видов содержится в одном или нескольких обширных родах [Willis, 1922]. Это выглядело (а для многих выглядит и до сих пор) странно: ведь понятие рода для того и придумано, чтобы объединять в них похожие виды – зачем же нужна система, для этого плохо пригодная? Сперва могло казаться, что множество одновидовых родов – просто следствие малой изученности таксонов, но впоследствии выяснилось, что доля одновидовых родов растет по мере изучения группы [Williams, 1964, с.137]» (Чайковский, 2004, с.207). «…Знакомый Виллиса, математик Гаролд Эдни Юл, - продолжает Ю.В.Чайковский, - предложил изображать найденную Виллисом зависимость в виде прямой линии в полулогарифмических координатах (в обычных линейных координатах такая прямая превращается в гиперболу). Вскоре Юл описал кривые Виллиса математической моделью. Он положил в основу своей модели сразу два взаимоуравновешивающих ветвящихся процесса – порождение видов и порождение родов. Первый процесс увеличивает число видов в данном роде, а второй - уменьшает» (там же, с.208). Далее Ю.В.Чайковский делает следующий вывод, давая очень высокую оценку закону Уиллиса (Виллиса): «Вот один из самых общих законов систематики: разнообразие таксонов организовано по единому принципу – распределению Виллиса. (Насколько знаю, не выполняется он только на бактериях). Если полагать, как принято, систему организмов результатом эволюции, то налицо и общий закон эволюции: она ведет к распределению Виллиса» (там же, с.208).

Индукция Чарльза Эльтона (Элтона). Известный британский эколог Чарльз Эльтон (1921, 1923) сформулировал концепцию популяционных циклов, индуктивно исходя из обнаружения циклического (периодического) изменения численности норвежских млекопитающих. П.В.Турчин в статье «Перспективы математической истории» (сборник «История и математика», 2007) повествует: «Один из грандов экологии, Чарльз Эльтон в 1921 году был проездом в Норвегии, где он зашел в книжный магазин. Листая книгу про норвежских млекопитающих, которая, в частности, описывала нашествия леммингов, Эльтон обратил внимание на то, что годы нашествий чередовались крайне регулярно, с промежутком в 4-5 лет. Такая периодичность показалась Эльтону заслуживающей внимания (кстати, автор книги, видимо, не обратил внимания на эту закономерность), и он стал искать другие данные о численности млекопитающих. Большой массив данных имелся у Гудзоновской компании, которая уже несколько столетий импортировала меха из Канады. В этих данных Эльтон обнаружил очень четкий 10-летний цикл. Так началось научное изучение популяционных циклов. Но самое интересное не в этом. В 1923 году Эльтон написал статью о популяционных циклах млекопитающих, и выдвинул несколько гипотез для возможного объяснения этой динамики. И в этом списке не было механизма хищник-жертва! Хотя теперь мы знаем, что взаимодействие хищник-жертва – основной механизм популяционных циклов в природе» (П.В.Турчин, 2007). Тот же П.В.Турчин в лекции «Популяционная динамика», представленной на сайте факультета молекулярной и биологической физики МГУ (04.04.2008 г.) объясняет, как Ч.Эльтон догадался объяснить обнаруженные популяционные циклы в рамках теории В.Вольтерры: «Но Эльтону даже в голову не пришло, что циклы обусловлены взаимодействием хищников и жертв. И когда вышла статья Вольтерры в 1926 году (сначала во Французском журнале, а потом в Nature), его преподаватель (Эльтон был молодой, ему было 25 лет) увидел статью в журнале с моделью Лотки-Вольтерры, и вбежал в кабинет Эльтона, воскликнув: «Вот, вот почему они, циклы, происходят!» Это показывает, как важна теория, потому что из эмпирических данных невозможно было понять, что является причиной циклов» (П.В.Турчин, 2008).

«…Всегда ошеломлял поистине энциклопедический характер его знаний, постоянное стремление к их углублению и расширению. Даже в последние месяцы жизни, будучи уже тяжелобольным человеком, он с увлечением вникал в концепции неравновесной термодинамики, читая только что вышедшую на русском языке книгу Г.Николиса и И.Пригожина «Самоорганизация в неравновесных системах».

К.Гладилин об Александре Опарине

Индукция Александра Опарина. А.И.Опарин (1936) сформулировал идею о возможности получить в лабораторных условиях так называемые коацерватные белковые капли, которые по своим свойствам похожи на первые одноклеточные организмы, индуктивно основываясь на опытах голландского ученого Г.Бунгенберг-де-Ионга. А.И.Опарин в книге «Жизнь, ее природа, происхождение и развитие» (1968) пишет: «Формирование коацерватных капель в лабораторных опытах происходит при обычных для природных условий температурах, кислотности и т.д. При этом ранее равномерно распределенные во всем объеме растворителя молекулы участвующих в образовании коацервата веществ объединяются между собой в определенных точках пространства, образуя как бы целые молекулярные рои или кучи, которые достигнув определенной величины, выделяются из общего раствора в форме видимых под микроскопом резко очерченных капель, плавающих в окружающей их среде (рис.8). Эта среда, или так называемая равновесная жидкость, теперь оказывается почти полностью лишенной ранее растворенных в ней высокомолекулярных веществ, которые целиком концентрируются в коацерватных каплях. Уже в течение многих лет эти образования изучались голландским ученым Г.Бунгерберг-де-Ионгом, а теперь исследуются во многих лабораториях мира. Классическим объектом для получения коацерватных капель в работах Бунгерберг-де-Ионгом служили растворы желатины и гуммиарабика. Но можно получить коацерваты не только из двух, но и из многих компонентов, смешивая между собой разнообразные белки, в частности, например, казеин, яичный или кровяной альбумин, гемоглобин, псевдоглобулин, глицинин, клюпеин и т.д.» (А.И.Опарин, 1968). В дальнейшем А.И.Опарин по аналогии перенес информацию о свойствах коацерватных капель, полученную в лабораторных условиях, в теорию зарождения первых форм жизни.

Индукция Александра Опарина. А.И.Опарин пришел к выводу о способности коацерватных капель синтезировать органические вещества в присутствии катализаторов, индуктивно базируясь на образовании в подобных белковых каплях крахмала при добавлении в среду различных ферментов. В книге «Жизнь, ее природа, происхождение и развитие» (1968) А.И.Опарин констатирует: «…В качестве катализаторов мы использовали препараты ферментов, а не более простые (но менее эффективные) ускорители, так как это позволяло нам проводить наши опыты быстро, в приемлемые для лабораторных условий сроки. В дальнейшем мы предполагаем заменить ферменты органическими или неорганическими катализаторами. Но на данной начальной стадии исследования использование естественных полимеров и ферментов давало неоценимые преимущества. Если в каплю, состоящую из полиглюкозида и гистона, включить соответствующий катализатор, а в окружающей равновесной жидкости растворить фосфопроизводное глюкозы (глюкозо-1-фосфат), в капле начинает образовываться крахмал и это приводит к ее росту. В частности, в наших опытах уже за 30 минут ее объем возрастал более чем в полтора раза. При дополнительном включении в каплю другого катализатора, разлагающего крахмал, из капли во внешнюю среду начинала выделяться мальтоза, которой ранее здесь не было» (А.И.Опарин, 1968). На основании этих опытов А.И.Опарин по аналогии заключил, что на ранних этапах развития Земли синтез органических веществ происходил в коацерватных каплях в присутствии веществ-катализаторов.

Индукция Александра Опарина. А.И.Опарин высказал мысль о том, что в коацерватных каплях могут происходить химические реакции анаэробного фосфорилирования, приводящие к накоплению энергии, индуктивно отталкиваясь от следующих экспериментов. В книге «Жизнь, ее природа, происхождение и развитие» (1968) А.И.Опарин указывает: «Точно так же, как и процессы полимеризации, окислительно-восстановительные реакции легко могут быть воспроизведены в коацерватных каплях в модельных опытах. В частности, нами была осуществлена система, которую можно изобразить следующей схемой. (…) На ней изображен совершающийся внутри капли перенос водорода от одного вещества к другому. Освобождающаяся при этом энергия в основном рассеивается в виде тепла. Она не может быть непосредственно использована для синтеза макроэргических соединений или образования полимеров. Однако при сопряжении окислительно-восстановительных реакций с процессом фосфорилирования (которое при этом может протекать и в анаэробных условиях) происходит накапливание энергии пирофосфатных и других макроэргических связей, легко используемых для синтеза полимеров. Наши предварительные опыты по моделированию в коацерватных каплях сопряженного анаэробного фосфорилирования дали положительные результаты» (А.И.Опарин, 1968).

Индукция Стэнли Миллера. Американский исследователь С.Миллер (1953) выдвинул гипотезу о возможности абиогенного синтеза сложных органических веществ на Земле, индуктивно базируясь на опыте по пропусканию электрического разряда через нагретую смесь воды, водорода, метана и аммиака. Это приводило к синтезу альдегидов, аминокислот, муравьиной, уксусной и молочной кислот. Инициатором данного опыта был известный физик Гарольд Юри. У.Л.Брэдли и Ч.Б.Тэкстон в книге «Гипотеза творения» (2000) повествуют: «…Юри заметил, что было бы интересно искусственно воссоздать атмосферу ранней Земли, а затем пропустить через нее электрический разряд. Собственно говоря, Юри ссылался на гипотезу, которую в 1924 году выдвинул Опарин, именно так представлявший себе развитие живых систем. Миллер был в восторге от этой идеи и впоследствии сделался знаменитым благодаря одному-единственному простому опыту, который, как казалось в те времена, разрешил величайшую из всех проблем, над какими ученым доводилось ломать голову. Поместив аммиак, метан и водород в герметичный стеклянный прибор с кипящей водой и подвергнув смесь воздействию искровых электрических разрядов, Миллер через несколько дней заметил, что и в воде, и на стекле появилась вязкая красноватая масса. Проведя ее химический анализ, Миллер к своему восторгу обнаружил, что эта субстанция содержит аминокислоты – строительный материал, из которого состоят белки, основа живой материи» (У.Л.Брэдли, Ч.Б.Тэкстон, 2000).

Индукция Сиднея Фокса. Американский биолог Сидней Фокс (1950-е годы) выдвинул гипотезу о том, что первые полипептиды (белки) возникли на Земле в условиях высокой температуры, возможно, на склонах вулканов, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых смешивание сухих аминокислот и нагревание их до 200°C в автоклаве приводило к образованию белков малой молекулярной массы. Б.М.Медников в статье «Парадокс миллиона обезьян» (журнал «Химия и жизнь», 1993, № 6) пишет: «Американский исследователь Х.С.Фокс смешивал сухие аминокислоты и нагревал их до 200°C; в результате получались полипептиды – цепочки из аминокислотных остатков, практически неотличимые от белков малой молекулярной массы. Мономеры в этих полимерах были распределены совершенно случайно, и в этой смеси вряд ли можно было найти две одинаковые молекулы. По-видимому, такие соединения – протеиноиды – легко возникали на начальном этапе существования Земли, например на склонах вулканов. Фокс и его сотрудник Л.Бахадур проверили, может ли смесь протеиноидов работать как фермент. Оказалось, что она проявляла активность, имитирующую функцию ферментов пирофосфатазы, каталазы, АТФазы. Другие исследователи, многократно проверив опыты Фокса, пришли к выводу, что подобная смесь может имитировать функцию практически любого фермента» (Б.М.Медников, 1993).

Индукция Сиднея Фокса. С.Фокс (1950-е годы) независимо от А.И.Опарина сделал предположение о том, что предшественниками первых одноклеточных организмов на Земле были протеноидные микрокапли, которые плавали в древнем океане, индуктивно отталкиваясь от опытов по растворению протеноидов – цепочек аминокислот в воде и нагреванию их в автоклаве до температуры выше 130 градусов. Ю.В.Чайковский в книге «Эволюция» (2003) отмечает: «Несколько дальше продвинулся в 1950-е годы американский биохимик Сидней Фокс, показавший, что вместо нынешних белков можно брать протеноиды – цепочки аминокислот, которые он получал, нагревая смесь сухих аминокислот. Растворяя их затем в воде и нагревая крепкий раствор в автоклаве до огромной температуры, выше 130 градусов (запомним это!), он тоже получал микрокапли. Там некоторые ферментативные свойства наблюдались, однако, без добавления ферментов, причем у этих капель тоже возникали оболочки, и шло «деление клеток» (рис.2). Оно, ввиду отсутствия потребности во внесенных извне ферментах, могло идти довольно долго, но все же прекращалось по исчерпании запаса протеноидов» (Ю.В.Чайковский, 2003). Об этом же пишет Я.Голованов в книге «Капля нашего мира» (1988): «Сидней Фокс из Флоридского университета изловчился и сделал следующий шаг вперед: он заставил полученные аминокислоты связываться между собой и получил еще более сложные соединения, названные им протеиноидами, крохотные белковые сферы. Шарики Фокса уже приближались по своим размерам к примитивным бактериям» (Я.Голованов, 1988).

Индукция Хуана Оро. Хуан Оро (1961) сделал заключение о том, что первые нуклеотиды (основания молекулы ДНК) могли синтезироваться на молодой Земле с участием синильной кислоты, индуктивно исходя из эксперимента, в котором он повторил эксперимент Юри-Миллера, добавив в реакционную смесь веществ, использованную Миллером, еще и синильную кислоту. На выходе Х.Оро получил нуклеотид аденин – одно из четырех оснований молекулы ДНК. В эксперименте Стэнли Миллера прохождение электрического разряда через нагретую смесь воды, водорода, метана и аммиака приводило к синтезу альдегидов, аминокислот, муравьиной, уксусной и молочной кислот. Елена Наймарк в статье «Получены новые результаты эксперимента Стэнли Миллера» (сайт «Элементы большой науки», 20.10.2008 г.) пишет: «Помимо гипотезы восстановительной атмосферы на ранней Земле, миллеровские опыты доказывают еще и принципиальную возможность самопроизвольного синтеза необходимых биологических молекул из простых составляющих. Эта гипотеза получила серьезное подкрепление после опыта Хуана Оро, который в 1961 году в установку Миллера ввел синильную кислоту и на выходе получил нуклеотид аденин – одно из четырех оснований молекул ДНК и РНК» (Е.Наймарк, 2008).

Индукция Сирила (Кирилла) Поннамперумы. Американский биохимик, родившийся на Цейлоне, С.Поннамперума (1963) совместно с Карлом Саганом пришел к мысли о том, что на молодой Земле синтез АТФ (молекулы, которая является источником энергии различных биохимических реакций) мог происходить в результате воздействия ультрафиолетовых лучей на раствор аденина, рибозы и фосфорной кислоты, индуктивно исходя из следующего эксперимента. Роберт Фрициус в статье «Грипп 1918 года – влияние Венеры» (газета «Известия науки», 30.02.2003 г.) цитирует специалиста в области абиогенного происхождения жизни Франка Шуу: «…В своих экспериментах Кирилл Поннамперума и Карл Саган, воздействуя ультрафиолетовым светом на разбавленный раствор аденина, рибозы и фосфорной кислоты, получали большие количества АТФ. Возможно, тот же самый процесс, который присоединяет аденин к рибозе и к трем фосфатам, чтобы получить АТФ, может присоединить другие три основы: гуанин, цитозин и урацил к рибозе и трем фосфатам…» (Р.Фрициус, 2003). М.В.Гусев и Л.А.Минеева в книге «Микробиология» (1992) отмечают: «Американскому биохимику К.Поннамперума удалось показать, что при УФ-облучении смеси водных растворов аденина и рибозы при температуре 40º в присутствии фосфорной кислоты происходит реакция конденсации, приводящая к образованию аденозина. Если реакцию проводить при добавлении к реакционной смеси этилметафосфата, имеет место образование также и нуклеотидов: АМФ, АДФ, АТФ. Функция фосфорных соединений в этих химических синтезах двоякая: они играют каталитическую роль и могут непосредственно включаться в продукты реакции. Абиогенный синтез АТФ, представляющий собой результат нескольких относительно простых химических реакций, говорит о возможном раннем появлении этого соединения» (Гусев, Минеева, 1992, с.119).

Индукция Сирила Поннамперумы. С.Поннамперума (1969) склонился к гипотезе о том, что сложные биологические молекулы могут синтезироваться в космосе, индуктивно основываясь на обнаружении значительного количества аминокислот в метеорите, который упал на землю, в районе Австралии в 1969 году. Я.Голованов в книге «Капля нашего мира» (1988) повествует: «Метеорит Мерчисон, который взорвался над австралийским городом Мерчисоном в 1969 году, прилетел очень вовремя, хотя и переполошил всю округу. Куски его подобрали довольно быстро, вероятность того, что биологические соединения Земли «испачкали» его, была невелика. Мерчисоном занялся цейлонец Поннамперума, исследователь опытнейший и авторитетный. Он обнаружил в кусках метеорита 18 аминокислот, из которых 6 входят в состав белков живых организмов Земли, а 12 других неизвестны на нашей планете. Там были найдены спирты, парафины, фенолы, углеводы, органические кислоты. Некоторые вещества отличались от подобных им земных соединений. «Земля – это, в сущности, образцовая лаборатория процессов, которые могли происходить бесчисленное число раз в других солнечных системах», - писал Поннамперума» (Я.Голованов, 1988). Об этом же наблюдении С.Поннамперумы говорит Н.Н.Непомнящий в книге «Странники Вселенной» (1999): «Команда исследователей под руководством доктора Сирила Поннамперума произвела анализ вещества, из которого состоял метеорит, упавший 28 сентября 1969 года в реку Мерчисон в Австралии, и обнаружила в нем аминокислоты и углеводороды, из которых в совокупности и состоят органические клетки»

(Н.Н.Непомнящий, 1999). С.Поннамперума является первым лауреатом международной медали им.А.И.Опарина, учрежденной в 1980 году во время шестой международной конференции по происхождению жизни.

Индукция Георгия Христофоровича Шапошникова. Российский ученый Г.Х.Шапошников (1961, 1964) пришел к выводу о способности тлей к быстрому видообразованию при изменении окружающих условий, индуктивно базируясь на опытах, в которых пересаживание тлей на несвойственные им растения приводило к появлению нового вида этих насекомых. Результаты, полученные Г.Х.Шапошниковым, использовались практически всеми основными теоретиками-эволюционистами в России для подтверждения принципов эволюционной теории. Эксперименты не только принесли Шапошникову известность и авторитет среди российских теоретиков биологии в 1960-1980-е годы, но и привели его самого в область теоретической биологии. Б.Г.Иоганзен и Е.Д.Логачев в методических рекомендациях «Основная дискуссионная биологическая проблема XX века» (1987) пишут: «Г.Х.Шапошников (1970, 1974) при изучении динамики неменделевских популяций и видов тлей установил, что в партеногенетических поколениях тлей при изменении среды возникают длительные модификации. Они обратимы через несколько поколений, возникают относительно быстро и без элиминации (отбора) особей. «Чем дальше тли живут на новом растении до переноса на прежнее, тем в общем дольше они сохраняют способность передавать по наследству новый фенотип» (Шапошников Г.Х., 1977, с.17)». Д.Л.Гродницкий в книге «Две теории биологической эволюции» (2002) отмечает, что опыт Шапошникова является в настоящее время единственным экспериментом, в котором мы имеем возможность наблюдать реальное видообразование: «…Единственный удачный эволюционный эксперимент, завершившийся видообразованием, проведен на партеногенетических организмах – тлях, причем превращение в другой вид произошло за несколько поколений – в течение одного сезона (Шапошников, 1961, 1964, 1965, 1981, 1984), что при отсутствии рекомбинации хромосом выглядит удивительно» (Гродницкий, 2002, с.34). Об этом же повествует Ю.В.Чайковский в статье «Человек эволюционирует» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 12): «Наиболее прямо наследование измененной формы наблюдал в шестидесятые годы Г.Х.Шапошников на тлях. Эти мелкие насекомые способны питаться одним-единственным видом кормового растения, специфичным для данного вида тлей. Шапошников сажал тлей одного вида на растение, подходящее только другому виду, тли почти все гибли, зато оставшиеся породили за восемь поколений (время совершенно ничтожное для отбора случайных изменений) новую форму, не только похожую на другой вид, но и не способную спариваться с тлями исходной формы. Здесь к наследованию приводил патологический стресс…» (Чайковский, 1988, с.35).

Индукция Стивена Гоулда (Гулда) и Нильса Элдриджа. С.Гоулд и Н.Элдридж (1972) сформулировали концепцию прерывистого равновесия, согласно которой эволюция идет внезапными скачками, следующими за периодами стабильности, индуктивно исходя из факта отсутствия переходных форм между разными видами моллюсков, которых они изучали в геологических слоях Восточной Африки. В.В.Алешин и Н.Б.Петров в статье «Условно нейтральные признаки» (журнал «Природа», № 12, 2003) повествуют: «Вторая, после теории нейтральной эволюции, идея, взбудоражившая научное сообщество и вызвавшая шквал откликов, хвалебных и ругательных, пришла из палеонтологии. Н.Элдридж и С.Гулд, изучая окаменевшие остатки моллюсков, захороненных на месте пресноводного озера в Восточной Африке, описали характерную для палеонтологии ситуацию: в достаточно больших по толщине слоях осадков они обнаруживали раковины неизмененной формы. Вдруг, начиная с какого-то горизонта, прежняя форма навсегда исчезала, а вместо нее возникала похожая, но все-таки отличающаяся (как бы новый вид моллюска из того же рода). И это наблюдалось много раз по всей толще разреза. Поскольку переходных форм палеонтологи не находили, они предположили, что виды сами по себе очень стабильны, но иногда стабильность почему-то прерывается, и скачком, без постепенных изменений, возникает новый вид. Такой способ эволюции Элдридж и Гулд назвали прерываемым равновесием» (В.В.Алешин, Н.Б.Петров, 2003).

Индукция Данэрика Нильсона и Сюзанны Пелгер. Шведские исследователи Д.Нильсон и С.Пелгер сформулировали идею о том, что для эволюции глаза от простой светочувствительной клетки до совершенных органов зрения достаточно было всего полмиллиона лет эволюции, индуктивно исходя из результатов компьютерного моделирования этого процесса. Эта индукция весьма похожа на аналогию, так как в ней присутствует перенос картины, полученной на компьютере, в область реальной биологической эволюции. Идея Д.Нильсон и С.Пелгер отчасти решает проблему развития органов зрения, над которой безуспешно бился еще Ч.Дарвин. А.Зайцев в статье «Краткая история глаза» (журнал «Знание-сила», № 3, 2003) повествует: «Шведские биологи Данэрик Нильсон и Сюзанна Пелгер из Лунского университета смоделировали на компьютере историю эволюции глаза. В этой модели все началось с появления тонкого слоя клеток, чувствительных к свету. Над ним лежала прозрачная ткань, сквозь которую проникал свет; под ним – непрозрачный слой ткани. Отдельные, незначительные мутации могли менять, например, толщину прозрачного слоя или кривизну светочувствительного слоя. Они происходили случайно. Ученые лишь внесли в свою математическую модель правило: если мутация улучшала качество изображения хотя бы на один процент, то она закреплялась в последующих поколениях. В конце концов, «зрительная пленка» превратилась в «пузырек», заполненный прозрачным студнем, а затем и в «рыбий глаз», снабженный настоящим хрусталиком. Нильсон и Пелгер попробовали оценить, сколько времени могла длиться подобная эволюция, причем они выбрали худший, самый медленный вариант развития. Все равно результат оказался сенсационным. Краткая история глаза насчитывала всего… чуть более полумиллиона лет – сущий миг для планеты. За это время сменилось 364 тысячи поколений животных, наделенных различными промежуточными типами органов зрения. Путем естественного отбора природа «проверила» все эти формы и выбрала лучшую – глаз с хрусталиком» (А.Зайцев, 2003).

Индукция П.С.Эчепара, А.Ришерана и Ж.Б.Дюма. Известные физиологи П.С. де Эчепар (1822), А.Ришеран (1807), Ж.Б.Дюма и Прево выдвинули гипотезу о том, что функцией почек является выведение мочи из организма, индуктивно основываясь на опытах по изучению физиологических последствий удаления у животных почек. А.А.Шамин в книге «История биологической химии. Истоки науки» (2006) отмечает: «В 1822 г. Пьер Саломон Сегалас де Эчепар (1792-1875) удалил почки у собаки и обнаружил, что животные погибали на фоне нарастания содержания мочевины в крови. Такие же эксперименты провели Прево и Дюма, которые в своей работе вспомнили об опытах А.Ришерана, описанных им в 1807 г. Он также удалял почки у собак и наблюдал, что после их гибели желчный пузырь был переполнен жидкостью. Ришеран сделал вывод, что моча, которая не может удаляться через почки, стремится из организма другими путями. Дюма и Прево доказали с помощью очень точных анализов, что образование мочевины и выделение ее в кровь продолжалось и после удаления почек» (Шамин, 2006, с.258). Эксперименты по удалению почек у животных проводили также Клод Бернар и Шарль Барвиль. А.Н.Шамин в той же книге констатирует: «Клод Бернар (1813-1878) и Шарль Барвиль (1817-1870) в 1847 г. поставили элегантные эксперименты по удалению почек у собаки с желудочной фистулой. Ими был сделан вывод, что удаление азота из организма может происходить при удаленных почках и путем выделения аммиака в желудочный сок» (там же, с.258). Определенный вклад в изучение деятельности почек, в том числе в описание клетки почек нефрона, внес В.Боумен. В книге «История биологии с древнейших времен до начала 20 века» (1972) Л.Я.Бляхер и С.Р.Микулинский констатируют: «В.Боумен имел в своем распоряжении микроскоп, дающий увеличение в 300 раз, что позволило ему дать точное описание нефрона (1842). Боумен сформулировал первую теорию мочеобразования. Он полагал, что в мальпигиевых клубочках выделяется вода и, возможно, некоторые соли; выделение же специфических органических веществ мочи (мочевины, мочевой кислоты и др.) является функцией эпителия мочевых канальцев, из которого их вымывает проходящий здесь водяной ток. Мальпигиевы клубочки, по мнению Боумена, служат для регулирования содержания воды в крови, а следовательно, и во всем организме» (Бляхер, Микулинский, 1972, с.395).

Индукция Карла Бэра. Карл Бэр (1826) сформулировал идею о том, что тип и класс руководит эмбриональным развитием организма определенного вида, что зародыш развивается, следуя тому основному плану, по которому устроено тело организмов данного класса, индуктивно исходя из следующих эмбриологических исследований. Т.С.Сорокина в книге «История медицины» (2005) пишет о Карле Бэре: «Установив закон сходства зародышей различных классов позвоночных, он показал, что в процессе внутриутробного развития ранее всего обнаруживаются свойства типа, затем класса, отряда и далее, а видовые и индивидуальные признаки появляются на более поздних стадиях эмбриогенеза. Он показал также, что эмбрион человека развивается по аналогии со всеми позвоночными животными» (Сорокина, 2005, с.350). Д.К.Самин в книге «100 великих ученых» (2002) отмечает: «Автором теории типов, основанной на сравнительно-анатомических данных, по праву приоритета, считается Кювье, опубликовавший свою теорию в 1812 году. Бэр самостоятельно пришел к подобным же выводам, но напечатал свой труд лишь в 1826 году. Однако теория типов имела бы значительно меньшее значение, если бы она основывалась исключительно на анатомии и не была подкреплена данными истории развития организмов. Последнее и было сделано Бэром, и это дает ему право считаться наряду с Кювье основателем теории типов» (Самин, 2002, с.215). Наконец, в книге «История биологии с древнейших времен до начала 20 века» (1972) Л.Я.Бляхер и С.Р.Микулинский пишут: «Изучая зародышей разных стадий развития различных позвоночных, Бэр обнаружил, что на самых ранних стадиях зародыши даже далеких видов столь похожи, что их трудно различить. В процессе развития у них все более выявляются конкретные особенности – сначала класса, потом отряда, семейства и т.д. и, в конце концов, данной особи. На основании эмбрионального развития Бэр установил четыре «основных типа» животных, которые совпали с четырьмя типами Кювье, полученными на основании сравнительно-анатомических данных» (Бляхер, Микулинский, 1972, с.153).

Индукция Уильяма Бомона. Уильям Бомон (1833) получил важные сведения о выделении пищеварительных соков в желудке и о характере их воздействия на различную пищу, индуктивно базируясь на наблюдении за уникальным больным – Алексом Сен-Мартином, у которого было незарастающее отверстие в животе. А.Азимов в книге «Энергия жизни: от искры до фотосинтеза» (2007) отмечает: «Счастливый случай для великого дела изучения процессов пищеварения произошел в 1822 году, когда американскому хирургу по имени Уильям Бомон попался уникальный больной – Алекс Сен-Мартин, канадский путешественник, получивший в результате огнестрельного ранения необычную травму – незарастающее отверстие в животе (фистулу), ведущее прямо в желудок. Бомон получил, таким образом, возможность в течение десяти лет непосредственно наблюдать, как желудок вырабатывает свои пищеварительные соки, и какое воздействие они оказывают на различную пищу при тех или иных обстоятельствах. В 1833 году Бомон опубликовал результаты своих наблюдений, и физиологи пришли в полный ажиотаж» (А.Азимов, 2007).

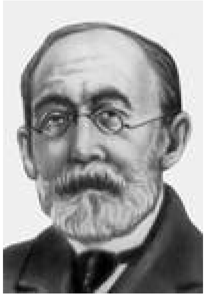
Индукция Василия Александровича Басова. Российский хирург В.А.Басов (1842) пришел к мысли о создании искусственного отверстия (фистулы) в желудке животного для изучения процесса пищеварения, индуктивно основываясь на том же самом случае – случае охотника, получившего огнестрельное ранение в живот и оставшегося в живых, несмотря на образовавшееся отверстие в желудке. В.Т.Ивашкин в статье «Иван Петрович Павлов (к 100-летию присуждения Нобелевской премии)» (журнал «Российские медицинские вести», 2004,

№ 4) приводит фрагмент одиннадцатой лекции И.П.Павлова по физиологии пищеварения: «Толчок к улучшению методики дал случай. В Америке, в Канаде, одному охотнику прострелили живот. Охотник остался жив, но так как у него была прострелена стенка желудка с брюшной стороны, то получился снаружи ход, ведущий внутрь желудка. Этот случай подал мысль сделать такую дыру собаке искусственно, чтобы иметь доступ в желудок. Таким образом произошла желудочная фистула, свищ желудка. Сделал такую фистулу впервые московский хирург Басов, а затем француз Блондло» (цит. по: Ивашкин, 2004, с.9).

Индукция Теодора Шванна. Создатель теории клеточного строения живых тканей Теодор Шванн (1836) сделал заключение о способности сока, выделяемого желудком, осуществлять процесс пищеварения, индуктивно основываясь на том, что ему удалось наблюдать способность желудочного сока расщеплять белки при температуре человеческого тела. А.Н.Шамин в книге «История биологической химии. Истоки науки» (2006) отмечает: «Открытие Т.Шванна заключалось в том, что он показал способность желудочного сока вызывать расщепление белковых веществ при температуре, близкой температуре тела. Он сразу назвал этот процесс «искусственным пищеварением». Но Шванн посчитал, что это свойство (катализ гидролиза белков) принадлежит желудочному соку целиком (рассматривая его как раствор гомогенного вещества). Эту точку зрения долгое время не подвергали никакому сомнению» (Шамин, 2006, с.222). Впоследствии из желудочного сока был выделен фермент пепсин, расщепляющий белковые вещества. В книге «История химии белка» (2006) А.Н.Шамин замечает: «Перед физиологией, после того как Т.Шванн открыл пепсин, а Р.Корвизар – протеолитический фермент поджелудочной железы, впервые появилась возможность проникнуть в тайны механизма пищеварения» (Шамин, 2006, с.97). Задача выделения пепсина была решена известным физиком и физиологом Эрнстом Брюкке, которого Зигмунд Фрейд считает своим учителем. Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (1956) пишет о выделении пепсина: «Над этим особенно много работал Брюкке. Он заметил, что пепсин в одном отношении подобен некоторым красящим веществам. Так, например, если добавить к красному вину небольшое количество животного угля, то красящее вещество вина обволакивает этот уголь и жидкость оказывается бесцветной, а пепсин также обволакивает мелкие частицы, сходные по своим свойствам с углем, поэтому его удалось отделить и использовать для опытов» (Г.Глязер, 1956).

Индукция Матиаса Шлейдена и Теодора Шванна. Матиас Шлейден и Теодор Шванн (1839) сформулировали клеточную теорию строения всех живых организмов, индуктивно опираясь на многолетние исследования строения тканей животных и растений. Заметим, что Шлейден разработал клеточную концепцию для растений, а Шванн – для животных. Последним фактом, индуктивно натолкнувшим Шлейдена и Шванна на создание единой клеточной теории, было обнаружение полного сходства между ядром клеток спинной струны головастика – зачатка лягушиного спинного мозга – и ядром клеток растений. Но Шлейден и Шванн не являются единственными авторами клеточной теории. Существенный вклад в создание этой теории внесли до Шлейдена и Шванна Н.Грю, М.Мальпиги, А.Левенгук, Ф.Генле, Я.Пуркинье, И.Мюллер, Г.Валентин, Л.Окен, Н.Гартсекер, Ф.Мейен, Л.Тревиранус, Г.фон Моль и т.д. Г.Шеперд в 1-ом томе книги «Нейробиология» (1987) пишет: «Впервые мысль о том, что живые организмы состоят из клеток, была сформулирована в 1838 г. Матиасом Шлейденом из Берлина. Он основывался на результатах своих работ с растениями, у которых клетки имели толстые стенки и были хорошо видны в простейшие микроскопы, какими ученые располагали в те времена. Затем в 1839 г. его другом Туодором Шванном это представление было распространено и на животных» (Шеперд, 1987, с.23).

Индукция Карла Негели. Карл Негели (1817-1891) высказал предположение о размножении всех живых клеток путем деления, индуктивно осмыслив опыты Дюмортье и Мейена, описавших деление клеток нитчатых водорослей и неосмотрительно воздержавшихся от того, чтобы рассматривать это деление в качестве важного механизма размножения организмов. Независимо от Негели идея о делении клеток высказывалась Гуго фон Молем (1805-1872) и Францем Унгером (1800-1870). Фон Моль убедился в размножении клеток путем деления в результате многочисленных наблюдений над развитием спор у различных тайнобрачных, над размножением клеток у некоторых водорослей, образованием полулунных клеток у устьиц и т.д. Ф.Унгер уже в 1841 году вполне определенно высказывался против мнения Шлейдена о самопроизвольном возникновении новых клеток, исходя из своих наблюдений над «точками роста» растений. Описание исследований Негели и Унгера можно найти в книге В.В.Лункевича «От Гераклита до Дарвина. Очерки по истории биологии» (1936).



«После работ Вирхова стало общепринятым деление истории медицины на два периода – довирховский и послевирховский. В последнем периоде медицина находилась под огромным влиянием идей и авторитета Вирхова. Взгляды Вирхова были признаны руководящей теорией медицины почти всеми его современниками, в том числе и крупнейшим представителем гуморального направления австрийским анатомом Карлом Рокитанским».

М.С.Шойфет о Рудольфе Вирхове

Индукция Рудольфа Вирхова. Рудольф Вирхов (1821-1902) выдвинул гипотезу о том, что любая патология (заболевание) организма является результатом неправильного функционирования его клеток, индуктивно отталкиваясь от своих опытов, в которых он собственными глазами увидел в микроскоп различие строения тканей здоровых и больных организмов. Данная гипотеза Вирхова подсказывалась также исследованиями его учителя И.Мюллера, а именно его работой о доброкачественной опухоли грудной железы, которую он подарил Вирхову. В начале 40-х годов 19 века И.Мюллер довольно подробно описал картину клеточных изменений при воспалительных процессах. Это описание и подтолкнуло Вирхова к разработке клеточной теории патологии, в которой пересматривалась прежде господствовавшая в биологии гуморальная доктрина известного физиолога Рокитанского. Как пишет историк биологии Д.С.Саркисов в книге «Очерки истории общей патологии» (1993), «Р.Вирхов реализовал идею приложения клеточной теории к патологии сначала в небольшой статье под названием «Целлюлярная патология» и лишь несколько лет спустя эта идея получила полное свое выражение в его знаменитой, сразу получившей широкую известность книге под тем же названием. Таким образом, нередко многолетняя работа по сбору фактического материала не столько предшествует формулированию капитального теоретического обобщения, сколько следует за ним в порядке детальной разработки идеи, промелькнувшей еще у истоков работы» (Саркисов, 1993, с.441). «Обширные исследования Р.Вирхова, - повторяет Д.С.Саркисов, - были обобщены им в классическом труде «Целлюлярная патология» (1858), составившем эпоху в развитии патологической анатомии и медицины в целом. Начался 2-й период развития патологической анатомии – «микроскопический» (там же, с.26). Т.С.Сорокина в книге «История медицины» (2005) указывает: «Руководствуясь теорией клеточного строения (1839), Р.Вирхов впервые применил ее при изучении больного организма и создал теорию целлюлярной патологии…» (Сорокина, 2005, с.354).

Индукция Карло Маттеучи. Итальянский физиолог Карло Маттеучи (1840) сделал заключение о том, что между целостным и поврежденным участком того или иного органа существует разность потенциалов, индуктивно основываясь на обнаружении такой разности потенциалов при исследовании электрических свойств различных участков разрезанной мышцы. М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988) после описания экспериментальных исследований Луиджи Гальвани пишут о Маттеучи: «Начиная с 1837 г., другой итальянский ученый К.Маттеучи обнаружил, что между интактным (целым) и поврежденным участками мышцы есть разность потенциалов; при этом разрез мышцы всегда играет роль отрицательного полюса. Ток, текущий к поврежденному месту, назвали током повреждения. Этот результат Маттеучи давал объяснение двум первым опытам Гальвани; ведь и Гальвани предполагал, что между интактным и поврежденным участками мышцы течет электрический флюид. Правда, Маттеучи смог зарегистрировать только ток повреждения мышцы, а не нерва (не хватало чувствительности прибора)» (Беркинблит, Глаголева, 1988, с.31).

Индукция Жана Батиста Буссенго. Один из учеников Александра Гумбольдта Жан Батист Буссенго (1840) пришел к заключению о способности растения улавливать и разлагать углекислый газ, индуктивно исходя из следующего опыта, который успешно решал задачу, поставленную еще ботаником Соссюром. П.Кошель в статье «Фотосинтез» (газета «Биология», № 42, 2004) указывает: «Эту задачу, требовавшую методов еще более тонких и точных, через 30 с лишним лет после Соссюра (в 1840 г.) решил Жан-Батист Буссенго. Для доказательства способности растений улавливать углекислоту из воздуха и разлагать ее он поставил следующий опыт. В большой стеклянный шар с тремя отверстиями через нижнее отверстие он просовывал молодой побег виноградной лозы с зелеными листьями. Побег сохранял свою связь с растением и, следовательно, находился в нормальных условиях минерального питания. При помощи особого засасывающего прибора через стеклянный шар и соединенную с ним систему изогнутых трубок постоянно и медленно прокачивался атмосферный воздух. Буссенго измерял, сколько было пропущено воздуха через шар в течение всего опыта. Зная, сколько воздуха было пропущено через шар с растением и сколько этот воздух содержал углекислоты до входа в шар и после выхода из него, Буссенго легко определил, сколько углекислоты было поглощено и разложено листьями. Для определения содержания углекислоты в выходящем из шара воздухе Буссенго использовал систему коленчатых трубок. Часть этих трубок содержала сухую едкую щелочь, способную поглощать углекислоту. Взвесив ее до и после опыта, по прибыли в весе легко узнать, сколько не поглощенной растением углекислоты осталось в токе воздуха. Оказалось, что при благоприятных условиях освещения из шара выходил воздух, почти лишенный углекислоты. Ничтожного, казалось бы, содержания углекислоты в атмосферном воздухе достаточно, чтобы покрыть довольно значительную потребность растения в углероде» (П.Кошель, 2004).

Индукция Жана Батиста Буссенго. Жан Батист Буссенго (1822, 1851) пришел к мысли о том, что условием высокого урожая сельскохозяйственных растений является постоянное внесение в почву натриевой селитры, индуктивно основываясь на исследовании агротехнической практики жителей Перу и Чили. Буссенго заметил, что прежде чем сеять кукурузу, они вносили в почву в качестве удобрения помет птиц, в результате чего бесплодные земли давали огромные урожаи. Т.Шумова в статье «Азотфиксаторы» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 10) пишет: «Вернемся назад, в XIX столетие. Двадцатилетний выпускник парижского горного колледжа Жан Батист Буссенго оказался в Южной Америке, в армии генерала Боливара, возглавившего восстание колоний против испанского владычества. Помня напутствие своего учителя Александра Гумбольдта, Буссенго внимательно присматривался к природе экзотических стран, по которым проходила армия Боливара, изучал обычаи и нравы их обитателей. Его удивил один агротехнический прием индейцев. Прежде чем сеять кукурузу, они вносили в почву местное удобрение гуано (помет птиц и летучих мышей), в изобилии находимое на побережье. Происходило чудо: бесплодные земли, на которых не росла даже трава, давали громадные урожаи. Анализы, проведенные Буссенго в полевой лаборатории, показали, что в составе гуано много натриевой селитры» (Т.Шумова, 1984). Об этом же пишет П.Кошель в статье «Минеральное питание растений и почва» (газета

«Биология», № 17 и 18, 2003): «…Его внимание привлекло удивительное плодородие перуанских полей, разбитых туземцами на песчаных и, казалось бы, совершенно бесплодных почвах Тихоокеанского побережья. Он обратил внимание на то, что туземцы примешивали к песчаной почве порошкообразную массу гуано, пласты которого залегали неподалеку. Удобренные таким образом поля давали затем богатейшие урожаи кукурузы и других культурных растений. Произведенный Буссенго химический анализ показал, что гуано состоит почти из чистых аммиачных солей. В Чили он видел подобное же превращение бесплодных песчаных участков в роскошные поля под влиянием внесения в пашню селитры» (П.Кошель, 2003).

«Величие Клода Бернара не тускнеет с годами, а наоборот, становится все более ощутимым. Его имя продолжает вызывать восхищение, его творчество не перестает интересовать ученых и врачей, и еще не одно поколение будет стремиться узнать, как жил, работал и творил великий физиолог, как развивались его научные идеи».

Л.Н.Карлик в книге «Клод Бернар» (1964)

Индукция Клода Бернара. Клод Бернар (1843) высказал идею о пищеварительной функции поджелудочной железы, индуктивно основываясь на своих опытах по изучению пищеварения у кроликов, а также на исследованиях своих предшественников М.Мальпиги и Валантена. М.Мальпиги установил, что поджелудочная железа имеет проток, открывающийся в кишечник, а Валантен (1844) обнаружил, что выжатый из поджелудочной железы сок оказывает пищеварительное (разлагающее) действие на крахмал подобно слюне. В опытах с кроликами К.Бернар заметил, что белый млечный сок (хилус), являющийся продуктом разложения жира, обнаруживается как раз в том месте, где сок поджелудочной железы (панкреатический сок) поступает в кишечник. В книге Л.Н.Карлика «Клод Бернар» (1964) К.Бернар признается: «Я инстинктивно сделал следующий силлогизм: белый млечный сок (хилус) обязан эмульсии жира, у кроликов белый млечный сок обнаруживается на месте, где панкреатический сок поступает в кишечник, поэтому – это панкреатический сок вызывает эмульгирование жира и образует белый хилус» (Карлик, 1964, с.194). Как замечает историк биологии Л.Н.Карлик, «можно сказать, что важное значение панкреатического сока для усвоения пищевого жира демонстрируется безо всякого опыта самой природой у кролика, у которого желчный проток впадает в кишечник около желудка, а панкреатический проток – отдельно от него и гораздо ниже» (там же, с.194). Позже К.Бернар определил, что сок поджелудочной железы ответствен за перевод жиров в состояние растворимых веществ, всасываемых кишечником.

Индукция Клода Бернара. Клод Бернар (1843) выдвинул гипотезу о том, что функцией печени является производство сахара, индуктивно основываясь на опытах по исследованию процессов усвоения сахара в организме собак. К.Бернар сделал несколько наблюдений, указывающих на способность печени самостоятельно вырабатывать сахар. Первое из них - возможность выделения сахара из печени животных, которые совсем не получали углеводов или глюкозы, а питались исключительно мясом. Второе наблюдение – присутствие сахара в крови печеночной вены, выходящей из печени, и отсутствие сахара в крови портальной вены, входящей в печень. Другими словами, К.Бернар обнаружил наличие сахара на выходе из печени и не обнаружил его на входе в печень. Как указывает Л.Н.Карлик в книге «Клод Бернар» (1964), «содержалось ли животное на смешанной пище или же на пище из углеводов, длительно ли голодало животное, кормилось ли оно пищей, не содержащей углеводов (кормление исключительно жировыми веществами или же мясом), - при всех этих условиях опыта Клод Бернар не обнаруживал сахара в портальной вене, в печеночной же вене определялось значительное его количество. Результаты исследований крови из сосудов печени – отсутствие сахара в крови портальной вены и значительная концентрация в крови печеночной вены – Клод Бернар, естественно, объяснил образованием сахара в печени» (Карлик, 1964, с.103). Л.Я.Бляхер и С.Р.Микулинский в книге «История биологии с древнейших времен до начала 20 века» (1972) пишут об исследованиях Бернара: «…Исследовалось количество сахара в крови воротной и печеночной вен и было обнаружено, что в крови, оттекающей от печени, содержание сахара выше, чем в крови, притекающей к печени. Эти факты, по мнению Бернара, свидетельствовали о том, что печень секретирует сахар в кровь» (Бляхер, Микулинский, 1972, с.399).

Индукция Клода Бернара. К.Бернар высказал предположение о способности желудочного фермента пепсина переваривать саму желудочную ткань, индуктивно отправляясь от своих опытов. Историк биологии Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (1950) пишет о Бернаре: «Он умертвил собаку вскоре после кормления, то есть во время переваривания пищи, и в течение нескольких часов держал ее при температуре 38 градусов. Затем он вскрыл животное и обнаружил, что не только желудок, но и части селезенки и печени находились в переваренном состоянии, так как кровообращение отсутствовало, и ничто не мешало пепсину и соляной кислоте оказать химическое воздействие на мертвый кусок белка» (Глязер, 1950).

Индукция Клода Бернара. К.Бернар сформулировал мысль о том, что паралич, вызываемый ядом кураре, не связан с действием на центральную нервную систему, индуктивно исходя из следующих опытов. И.Е.Кисин в статье «Кураре» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 3) пишет: «Крупный ученый прошлого века К.Бернар провел серию опытов. Он перевязывал у лягушки артерию, снабжающую кровью заднюю лапку, и вводил ей кураре. Через несколько минут у лягушки оказывались парализованными все мышцы за исключением перевязанной лапки. Попасть сюда вместе с кровью яд не мог, но ведь в нервные центры, управляющие лапкой, он проникал беспрепятственно! К.Бернар сделал вывод, что паралич, вызываемый кураре, не связан с действием на центральную нервную систему» (Кисин, 1965, с.40).

Индукция Клода Бернара. Идея К.Бернара о постоянстве внутренней среды организма возникла у него в результате индуктивного обобщения того факта, что организм способен на протяжении длительного времени регулировать содержание глюкозы в крови. Впоследствии американский физиолог У.Кэннон назвал это постоянство гомеостазом. А.Г.Голубев в статье «Наш необходимый враг - глюкоза» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 4) пишет: «…Организм озабочен и тем, чтобы содержание глюкозы в крови возрастало не слишком сильно и не слишком надолго. Поэтому как только возникает гипергликемия, немедленно принимаются самые экстренные меры для ее ликвидации. Неслучайно, исследуя именно этот процесс, знаменитый физиолог К.Бернар пришел к представлению о том, что столетие спустя другой знаменитый физиолог У.Кэннон назвал гомеостазом, - о стремлении организма к постоянству своей внутренней среды. Видимо, при всей своей необходимости глюкоза в больших количествах для организма нежелательна» (Голубев, 1988, с.50).

Индукция Уильяма Мак-Интайра и Генри Бенс-Джонса. Уильям Мак-Интайр и Генри Бенс-Джонс (1845) склонились к выводу о том, что при некоторых заболеваниях в моче больных людей появляются необычные белки, свойства которых существенно отличаются от свойств всех известных ранее белков, индуктивно основываясь на обнаружении в моче больного миеломой белков, получивших впоследствии название «белков Бенс-Джонса». А.Н.Шамин в книге «История биологической химии. Истоки науки» (2006) пишет: «Ряд важных открытий был сделан при изучении белков мочи при некоторых заболеваниях. В определенной мере показательной для этой ситуации была история открытия и изучения аномальных белков в моче в 40-х годах 19 века английскими врачами Генри Бенс-Джонсом (1813-1873) и Уильямом Мак-Интайром (1792-1857). 30 октября 1845 г. Мак-Интайр впервые наблюдал в моче необычные белки и описал определенные признаки болезни, которая, как он полагал, и сопровождалась замеченными изменениями мочи. Мак-Интайра пригласил к больному его лечащий врач Т.Уотсон. Последний направил образцы мочи Г.Бенс-Джонсу, который был уже широко известен как «хмический патолог». Одновременно и независимо от Уотсона такие же пробы мочи послал Бенс-Джонсу и Мак-Интайр. Интересна следующая подробность. Врачи обращали внимание на ряд внешних признаков, которыми обладала моча больного: красноватый оттенок после добавления азотистой кислоты, вскипание в момент прикапывания кислот в пробу мочи, опалесценцию, появляющуюся при нагревании. Отметили они и высокую плотность мочи больного по сравнению с нормальной мочой. Мак-Интайр был, по-видимому, первым, кто связал эти изменения с появлением в моче неизвестного белка. Г.Бенс-Джонс полностью подтвердил выводы Мак-Интайра – белок в моче больного действительно отличался от свойств всех известных ранее белков, в частности, он осаждался при температуре более низкой, чем известные белки…» (Шамин, 2006, с.260). «Мак-Интайр, - поясняет А.Н.Шамин, - сосредоточил свое внимание на изучении клинических проявлений заболевания. Видимо, поэтому слава открытия новых белков оказалась связанной с именем Бенс-Джонса. Эти белки, которые до сих пор привлекают внимание исследователей (интерес к ним особенно повысился после того, как обнаружилась их связь с иммунными белками), получили наименование «белков Бенс-Джонса». Однако даже сам Бенс-Джонс отдавал должное Мак-Интайру, связавшему появление данных белков в моче с развитием миеломы» (там же, с.260).

Индукция Гемфри Дэви. Выдающийся химик Г.Дэви (1799) высказал предположение об анестезирующем свойстве закиси азота, индуктивно основываясь на случайном обнаружении того, как исчезала боль от прорезавшегося зуба мудрости при вдыхании закиси азота. Б.Могилевский в книге «Гемфри Дэви» (1937) указывает: «В апреле 1799 года Дэви вдыхал закись азота, желая доказать пригодность его для дыхания. Так было введено в практику Института неписаное правило – Гемфри испытывал на себе действие всех исследуемых газов! После ряда не совсем удачных попыток Дэви удалось в присутствии доктора Беддо некоторое время дышать этим газом. Удивительное открытие тщательно анализировалось. Гемфри систематически вдыхал газ по нескольку раз в неделю и следил за его влиянием на свое здоровье. С исключительной смелостью, не боясь возможных роковых последствий, он вдыхал все большие и большие дозы газа. Однажды во время эксперимента Гемфри потерял сознание. Незнакомые картины и образы проплывали перед ним. Это было состояние восторженного вдохновения. (…) Увлекающийся доктор Беддо решил, что закись азота есть средство для излечения паралитиков, в этом же ему удалось убедить и своего друга Дэви. У Гемфри прорезывался зуб мудрости. Дэви заметил, что боль исчезала, когда он оставался под влиянием газа. Так впервые было открыто анестезирующее свойство закиси азота. Эксперименты Дэви получили большой отголосок во всем мире. Вдыхая закись азота, человек становился веселым, он смеялся, находился в радостном возбуждении до тех пор, пока продолжалось действие замечательного газа» (Б.Могилевский, 1937). «Так как закись азота убивает боль, - цитирует в своей книге Б.Могилевский великого химика Дэви, - то она может быть с успехом использована при хирургических операциях с небольшим прилитием крови» (Б.Могилевский, 1937).

Индукция Вильяма Мортона. Вильям Мортон (1846) высказал идею об эффективности эфира в качестве обезболивающего средства, индуктивно осмыслив рассказ бостонского врача Чарльза Джексона (1805-1880) о том, что когда он обильно смочил носовой платок эфиром и стал вдыхать его пары, то заметил, что перестал чувствовать боль в области болевшего у него горла. Другой индуктивной посылкой догадки Мортона послужили эксперименты, проведенные на себе. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «Мортон вдруг решил еще раз испробовать на себе действие паров эфира и поднес к носу тряпку, пропитанную эфиром. Некоторое время спустя мать нашла его спящим среди осколков бутылки – эфир сделал свое дело» (Шойфет, 2006, с.268). Об этом же пишет Г.Федоровский в книге «Шеренга великих медиков» (1975): «Хозяйка, у которой Мортон нанимал квартиру, пришла однажды зачем-то к нему и застала квартиранта на полу с лицом, плотно обвязанным полотенцем. Испуганная женщина сорвала полотенце с лица квартиранта и стала его тормошить. Вскоре Мортон пришел в себя. Нет сомнения, что хозяйка своим приходом спасла ему жизнь, потому что Мортон испытывал на себе действие эфира, который оказался весьма сильным средством. Уже на следующий день Мортон вырвал пациенту зуб, применив эфир как обезболивающее средство. Больной ничего не чувствовал, а когда пришел в себя, ни за что не хотел верить, что операция уже закончена. Только тогда Мортон окончательно убедился, что нашел верное средство избавить человечество от лишних болей» (Г.Федоровский, 1975).

Индукция Джеймса Симпсона. Джеймс Юнг Симпсон (1847) сформулировал мысль о возможности применения хлороформа, открытого в 1831 году великим химиком Ю.Либихом, в роли анестезирующего вещества, индуктивно исходя из следующего наблюдения. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет о Симпсоне: «…Он обнаружил наркотизирующее действие паров хлороформа. Известен день, когда произошло это великое событие, - 4 ноября 1847 года. В этот день, проверяя усыпляющее действие различных средств, он и его ассистенты, по совету химика Уолди, слегка подышали хлороформом. Некоторые сидели, другие стояли вокруг, непринужденно беседуя. Вдруг изумленный Симпсон ощутил, что он и один из его помощников оказались на полу, а персонал родильного дома либо застыл от неожиданности, либо бросился выяснять, в чем дело. Они не знали, что произошло, и поэтому все были ужасно перепуганы. Один Симпсон сразу понял, что он наконец-то открыл средство, которое может помочь при родах» (Шойфет, 2006, с.271). Об этом же пишет Р.Дейвенпорт-Хайнс в книге «В поисках забвения: всемирная история наркотиков» (2000): «Вскоре после того, как новости о новом обезболивающем веществе пересекли Атлантику, эфир попытался применить шотландский акушер, сэр Джеймс Симпсон (1811-1870). Но он подумал, что запах мог раздражать его пациенток, и решил попробовать хлороформ, который был синтезирован в 1831 году. В 1847 году Симпсон, находясь у себя в столовой, вдохнул немного хлороформа и провалился в наркотический сон. Проснувшись, он понял, что получил еще один анестезирующий газ и немедленно ввел его в свою медицинскую практику» (Р.Дейвенпорт-Хайнс, 2000).

Индукция Джеймса Симпсона. Д.Симпсон сделал вывод о возможности применения эфира в качестве анестезирующего средства при родах, индуктивно исходя из следующего опыта. Поль де Крюи в книге «Борьба за жизнь» (1957) повествует: «Это была несчастная женщина с уродливым узким тазом. Когда ее первому ребенку нужно было явиться на свет, пришлось ему раздробить голову, чтобы извлечь из чрева матери. Не послушав совета врача, она рискнула носить второго ребенка. Теперь повторялась та же картина. Плод не выходил. Муки были невыносимы. Тогда наш лунообразный шотландец осмелился приложить к ее лицу смоченный эфиром платок в момент наиболее отчаянных приступов родовых болей. Последовал глубокий вдох – что за чудесный, радостный звук! – затем наступило забвение. Это было новое, небывалое еще состояние нирваны. Тогда Симпсон быстро повернул тело ребенка и извлек его наружу; ребенок был жив и жадно хватал воздух. «Она вскоре очнулась, с удивлением и благодарностью говорила о своем благополучном разрешении и о том, что она не «чувствовала никакой боли», - писал Джемс Симпсон. Перед тем, как решиться на этот опыт, Симпсон провел не одну ночь в сомнениях и тревоге. Это болеутоляющее свойство эфира, его чудесное усыпительное действие, не может ли оно скверно отразиться на работе маточной мускулатуры? Симпсон начинает пробовать эфирный наркоз на новых и новых страдалицах. Он работает с упоением. Наконец, отбросив последние сомненья, он обнародовал свое открытие…» (П. де Крюи, 1957). Вместе с тем, применение эфирного наркоза при родах содержало в себе риск, поскольку угнетало маточные сокращения, что представляло вполне серьезную проблему для врачей. «Эфитрный наркоз, - отмечает Поль де Крюи, - оказывался весьма сложной штукой, требовавшей большой тонкости. Это было хождением по канату, потому что, с одной стороны, надо было убить у матери болевую чувствительность, а с другой – не доводить наркоз до той глубины, когда прекращаются маточные сокращения» (П. де Крюи, 1957).

Индукция Карла Келлера (Коллера). Карл Келлер (1884) пришел к мысли об использовании кокаина в качестве анестезирующего средства при проведении хирургических операций на глазах, индуктивно основываясь на опыте, который К.Келлер провел на самом себе: он смазал себе раствором кокаина роговицу глаза и обнаружил, что глаз потерял чувствительность. И.Е.Кисин в статье «От кокаина к тримекаину» (журнал «Химия и жизнь», 1969, № 3) пишет: «В 1879 г. русский фармаколог В.К.Анреп, исследуя кокаин, ввел себе под кожу раствор этого вещества. Через несколько минут он с удивлением заметил, что кожа над местом инъекции потеряла чувствительность. Так впервые было открыто свойство кокаина вызывать местную анестезию, то есть потерю чувствительности. Известно, что в свое время мимо этого открытия прошел известный астрийский врач и психолог З.Фрейд. Возбуждающее вещество, находящееся в листьях кока, заинтересовало его, он решил попробовать кокаин на вкус и обнаружил, что язык потерял чувствительность. Фрейд не придал этому большого значения, но рассказал об опыте своему другу – венскому глазному врачу К.Келлеру. Келлер, пожелав проверить рассказ Фрейда, смазал себе раствором кокаина слизистую оболочку языка и роговицу глаза. Он убедился, что через несколько минут язык и глаз потеряли чувствительность. Следующий шаг Келлеру подсказала его профессия: он стал использовать кокаин при операциях на глазах» (И.Е.Кисин, 1969). О.А.Гомазков и П.Оэме в статье «Кокаин: история в портретах» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 3) отмечают: «…Австриец Зигмунд Фрейд, также начинавший медицинскую карьеру как фармаколог, пробует вещество на себе для повышения физиологической силы. В этих экспериментах участвует венский коллега Фрейда - Карл Коллер. При случайном прикосновении испачканных порошком пальцев ко рту выясняется, что кокаин делает на время бесчувственными язык и губы. Коллер ориентируется мгновенно: он использует кокаин для локальной анестезии при операциях на глазах. Этот опыт он впервые заявляет в качестве приоритета, послав соответствующую телеграмму на Конгресс офтальмологов в Гейдельберг (1884 год)… Позднее в автобиографии Фрейд признает, что прошел мимо грандиозного открытия, хотя фактически держал его в руках» (О.А.Гомазков и П.Оэме, 1999).

Индукция Августа Бира. Август Бир (1918) сформулировал идею о возможности обезболивания путем введения кокаина в спинной мозг, индуктивно отправляясь от следующих опытов. О.А.Гомазков и П.Оэме в статье «Кокаин: история в портретах» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 3) пишут: «В августе 18 года в Королевской клинике университета Август Бир и его коллега Август Гильдебрандт (запомните это имя!) приступают к эксперименту на самих себе. Бир, как старший, становится испытуемым. Гильдебрандт вводит ему в поясничный отдел спинномозгового канала 1%-ный раствор кокаина, чтобы вызвать анестезию (обесчувствование, по тогдашней терминологии) нижней части тела. Опыт оказывается неудачным: игла плохо соответствует выбранному шприцу и раствор вытекает «впустую». (Ошибка, в общем-то, на уровне элементарной небрежности). Однако на следующий день экспериментатор и испытуемый меняются местами, и после инъекции в спинномозговой канал полкубика кокаина у Гильдебранда в течение 30 минут наступает потеря чувствительности в области бедра: он не чувствует ни укола иголкой, ни легкого удара. Еще через полчаса чувствительность восстанавливается, коллеги выкуривают по сигаре и выпивают несколько чашек кофе, но Гильдебрандт долго испытывает дискомфорт и сильную головную боль. Через сутки он полностью приходит в норму. Год спустя после этого

Бир публикует в «Немецком хирургическом журнале» статью, где описывает эксперимент по «обезболиванию путем инъекции кокаина в поясничный отдел спинномозгового канала» (О.А.Гомазков и П.Оэме, 1999). До А.Бира опыты по введению кокаина в в область спинного мозга проводил на собаках американский невролог Леонард Корнинг, который в 1885 году опубликовал в нью-йоркском «Медицинском журнале» статью, посвященную спинальной анестезии. Однако А.Бир писал: «Я пришел к этой мысли без знания опытов Корнинга и сумел самостоятельно и бессомненно доказать практическое применение метода для операций на людях» (О.А.Гомазков и П.Оэме, 1999).

Индукция Арнольда-Адольфа Бертольда. Немецкий физиолог Арнольд-Адольф Бертольд (1849) пришел к заключению о том, что определенные органы оказывают влияние на обмен веществ и формирование внешних признаков, индуктивно отталкиваясь от опытов по пересадке семенников от одного петуха другому. Тем самым было положено начало новой науке – эндокринологии. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «Начало этой науки положили опыты немецкого физиолога Адольфа Бертольда, которому в 1849 году удалось установить, что при пересадке кастрированному петуху в брюшную полость семенников другого петуха у первого исчезают все последствия кастрации. Так, впервые было определено, что некие органы оказывают регулирующее влияние на обмен веществ и формирование внешних признаков. Опыты ученого дали мощный импульс к изучению эндокринных желез, к выяснению значения для организма веществ, выделяемых ими прямо в кровь. Таким образом, в 1849 году эндокринология родилась в первый раз. Бертольд стал ее крестным отцом» (Шойфет, 2006, с.241). Аналогичное описание мы находим в книге Г.Федоровского «Шеренга великих медиков» (1975): «Дело началось с того, что в 1849 году немецкий физиолог Арнольд Бертольд опубликовал результаты своих исследований по пересадке половых желез. О том, что эти железы каким-то образом влияют на жизненные функции организма, было известно давно, потому что обычай кастрации животных, а иногда и мальчиков, существовал с незапамятных времен. Петухи после кастрации превращаются в каплунов: они перестают петь, постепенно теряют гребни. Бертольд пересаживал каплунам половые железы других петухов и убеждался, что это предохраняет их от превращения в каплунов и позволяет сохранить все признаки самцов. Поскольку Бертольд знал, что нервы, соединяющие половые железы петухов с остальным организмом, были перерезаны, он пришел к выводу, что половые железы выделяют в кровь какое-то неизвестное вещество, оказывающее влияние на весь организм животного. Так были открыты железы внутренней секреции» (Г.Федоровский, 1975).

Индукция Проспера Дени. Известный ученый 19 века Проспер Дени (1859) сформулировал идею о наличии в плазме крови белкового вещества, способного к свертыванию и получившего название «фибриногена», индуктивно отталкиваясь от того, что ему удалось выделить этот белок из плазмы крови высаливанием с использованием раствора сульфата натрия. А.Н.Шамин в книге «История биологической химии. Истоки науки» (2006) пишет: «…Накопление знаний о белках крови позволило подойти к попыткам создать теорию свертывания крови, основанную на достаточно общих химических представлениях. Творцом такой первой гипотезы был шотландский врач Эндрю Бьюкенен (1798-1882). Работая хирургом в Глазго, он обратил внимание на свойства так называемых фибриногенных жидкостей, прежде всего, серозной жидкости, скапливающейся в оболочках яичек при их водянке. Собранные при хирургическом вмешательстве эти жидкости свертывались не сразу же, как кровь или плазма, а лишь после длительного стояния. Бьюкенен начал экспериментировать с кровью и различными другими жидкостями организма, включая и упомянутую серозную жидкость» (Шамин, 2006, с.263). «Его поразило, - продолжает А.Н.Шамин, - следующее обстоятельство: сыворотка крови или вытяжка из кровяного сгустка, добавленная к серозной жидкости, вызывала немедленное свертывание последней. Бьюкинен приписал это свойство сыворотки или экстракта из кровяного сгустка наличию как в той, так и в другом «растворенного фибрина». Отсюда недалеко было до представления, что свертывание крови при кровотечениях (так сказать, естественное свертывание) вызывает, по меньшей мере, такое же вещество, как «растворенный фибрин». Подчеркнем, что это заключение было сделано на основе чисто биологических наблюдений и экспериментов…» (там же, с.263). «Эта линия исследований процессов свертывания крови, - поясняет А.Н.Шамин, - была завершена Проспером Дени (1799-1863) в 1859 г. Он смог показать, что в плазме крови содержится вещество, способное к свертыванию, что оно отличается от фибрина, но тоже является белком. Дени, поколебавшись, отказался от названий «плазмин» и «серофибрин» и предложил назвать этот белок «фибриногеном». Дени получил этот белок высаливанием из плазмы раствором сульфата натрия или насыщением хлористым натрием» (там же, с.264).

Индукция Лаудера Брантона. Л.Брантон (1860) пришел к идее о лечении болезни сердца – грудной жабы, при которой слабеет пульс и сужаются кровеносные сосуды, с помощью амилнитрита, индуктивно основываясь на обнаружении эффекта расширения сосудов у животных и человека при введении в их организм данного вещества. Главной индуктивной посылкой идеи Л.Брантона было исчезновение сердечного приступа у пациента, вдохнувшего пары амилнитрита в одном из опытов. Отметим, что амилнитрит – это сложный эфир азотистой кислоты и изоамилового спирта. И.Е.Кисин в статье «Нитроглицерин» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 1) пишет: «Уже несколько раз доктор Т.Брантон замечал, что во время приступа изменяется пульс больного. Артерия под пальцами врача становилась очень напряженной, ее пульсовые колебания резко уменьшались. Когда боль достигала максимума, врач лишь с трудом мог уловить пульс. В один из таких моментов Брантон подумал: ведь пульс больного свидетельствует о том, что у него резко сузились мелкие артерии, и поднялось кровяное давление. Если как-нибудь расширить артерии, боль, наверное, можно будет устранить. И тут же он вспомнил об амилнитрите. Это легко летучая светло-желтая жидкость со своеобразным запахом, похожим на запах плодов. Брантон знал, что если вдохнуть пары амилнитрита, через несколько секунд появляется ощущение тепла на лице, щеки краснеют и резкая краснота распространяется с лица на кожу шеи и груди. Все это происходит потому, что расширяются сосуды кожи. И он решил попробовать – не поможет ли амилнитрит при грудной жабе. Как только у пациента начался приступ, Брантон достал принесенный заранее амилнитрит, накапал несколько капель на носовой платок и попросил больного вдохнуть пары лекарства. При этом он непрерывно следил за пульсом. Не прошло и тридцати секунд, как боль в области сердца у больного внезапно исчезла, а пульс стал «мягче». Так в 1860 году английский врач Брантон ввел в медицину амилнитрит» (И.Е.Кисин, 1966).

Индукция Иозефа Герлаха. Выдающийся гистолог Иозеф Герлах (1854) пришел к выводу о возможности микроскопического исследования клеточных ядер с использованием специального красителя, индуктивно исходя из случайного обнаружения того, что введение карминового раствора в кровеносные сосуды приводило к избирательному окрашиванию клеточных ядер. Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (1956) пишет о Герлахе: «В сообщении о своем изобретении он говорит, что случай указал ему правильный путь. В 1854 г. он при одном исследовании путем инъекции вводил в кровеносные сосуды карминовый раствор. Красящее вещество вышло из кровяного русла и окрасило клетки по соседству с кровеносными сосудами, но не полностью, а лишь их специфическую составную часть – клеточные ядра. Возможность отделить с помощью окраски ядро от остального тела клетки сыграла чрезвычайно большую роль в науке. В биологии это помогло впоследствии особенно тщательно заняться ядрами клеток» (Г.Глязер, 1956).

Индукция Иозефа Герлаха. И.Герлах сделал заключение о возможности микроскопического исследования нервных клеток и волокон с применением того же красителя кармина, индуктивно базируясь на следующем случайном открытии. Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (1956) констатирует: «Герлаху удалось также окрасить срезы головного мозга. И здесь помог случай. С помощью обычного раствора кармина ничего полезного получить не удалось: в окрашенных им препаратах невозможно было различить детали. Однажды Герлах случайно оставил на ночь в воде кусочек мозга, загрязненный небольшим количеством кармина. На следующее утро этот кусочек превратился в препарат, на котором чрезвычайно тонко, но совершенно явственно обозначились нервные клетки и волокна. Таким образом открылась возможность заглянуть в столь сложное вещество мозга с его волокнами и стволами» (Г.Глязер, 1956). На примере идей Герлаха мы имеем возможность наблюдать индукцию с фактором случая.

Индукция Теодора Бильрота. Известный хирург Теодор Бильрот сделал вывод о том, что пища переваривается не только в желудке, но и в кишечнике, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (1956) отмечает: «У одной женщины, которую тяжело ранил бык, образовался свищ тонкого кишечника. Это дало возможность сделать ценные наблюдения. Иногда уже пятнадцать минут спустя после принятия пищи из свища начинали выделяться частицы пищи. (…) Бильрот первый установил это практически, удалив в 1881 г. желудок у одного из больных» (Г.Глязер, 1956).

Индукция Джорджа Габриеля Стокса. Известный физик Д.Стокс (1864) сформулировал идею о том, что гемоглобин, содержащийся в крови, меняет свои спектральные линии поглощения, когда присоединяет кислород и когда теряет его, индуктивно основываясь на следующих опытах. Исследуя кровь с помощью спектроскопа, Д.Стокс заметил, что раствор крови, помещенный на пути светового луча, имеет одни линии поглощения в присутствии молекул кислорода и другие – после добавления к нему веществ-восстановителей, отщепляющих кислород. Кроме того, опыты Д.Стокса привели его к выводу о возможности спектрального исследования молекулярных превращений. А.П.Минеев в статье «Многоликие гемы» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 1) пишет: «Но открытие, позволившее понять биологическую функцию гемоглобина, было сделано только в 1864 году: используя в своих исследованиях незадолго до того изобретенный спектроскоп, Дж.Стокс открыл способность гемоглобина обратимо связываться с молекулярным кислородом; он обнаружил, что раствор крови, помещенный на пути светового луча, имеет одни линии поглощения в присутствии молекул кислорода и другие – после добавления к нему веществ-восстановителей, отщепляющих кислород. Те же результаты получались, если вместо кюветы с кровью на щель спектроскопа накладывались два пальца так, чтобы свет проникал в прибор сквозь тонкий слой ткани в месте соприкосновения пальцев. Сначала наблюдался спектр окисленного гемоглобина; когда же пальцы пережимались у основания, через некоторое время возникал новый спектр – точь-в-точь такой же, как у крови после добавления восстановителей; после устранения зажима вновь быстро возникала первоначальная картина» (А.П.Минеев, 1980).

Индукция Эдуарда Пфлюгера. Выдающийся физиолог, ученик Дюбуа-Реймона, Э.Пфлюгер высказал догадку о том, что окислительные процессы в организме происходят не в крови, как думали в то время многие физиологи (Мюллер, Людвиг), а непосредственно в клетках, индуктивно исходя из того, что он наблюдал этот факт у лягушки. Э.Пфлюгер провел опыт, в котором из кровеносных сосудов лягушки удалил кровь и наполнил их солевым раствором. При этом интенсивность окислительных процессов у животных практически не изменялась. В книге «История биологии с древнейших времен до начала 20 века» (1972) Л.Я.Бляхер и С.Р.Микулинский отмечают: «Принципиальное значение имели опыты Пфлюгера, доказавшие, что окислительные процессы в организме происходят не в крови, как думали в то время многие физиологи, а непосредственно в клетках. Этот факт был доказан на «солевых лягушках», у которых выпускали кровь из сосудов и наполняли их солевым раствором; интенсивность окислительных процессов у таких животных мало изменялась» (Бляхер, Микулинский, 1972, с.367). Нужно отметить, что еще в конце 18-го века убедительное доказательство тому, что окислительные процессы происходят в тканях, было получено Л.Спалланцани, который наблюдал, что ткани только что убитых животных, а также кожа и мышцы, взятые у человека сразу после смерти, поглощают кислород и выделяют углекислый газ. Однако замечательному наблюдению Спалланцани, как это нередко бывало в истории науки, не было придано должного значения.

Индукция Эдуарда Пфлюгера. Э.Пфлюгер пришел к гипотезе о том, что утомление мышцы является результатом накопления в ней каких-то веществ (кислот), препятствующих ее деятельности, индуктивно отталкиваясь от опытов Ранке, который в 1863 году вводил в сосуды неработавшей мышцы вытяжки из утомленной мышцы и наблюдал при этом в первой из них понижение работоспособности. Э.Пфлюгер опирался также на эксперименты А.Моссо, наблюдавшего в 1881 году, что введение неутомленной собаке крови утомленного животного вызывает симптомы утомления, в том числе одышку и учащение сердцебиений. Л.Я.Бляхер и С.Р.Микулинский в книге «История биологии с древнейших времен до начала 20 века» (1972) пишут: «Ранке в 1863 г. производил опыты с введением в сосуды неработавшей мышцы вытяжек из утомленной мышцы и наблюдал при этом в первой из них понижение работоспособности. Аналогичные по существу результаты получал в 1881 г. А.Моссо, наблюдавший, что введение неутомленной собаке крови утомленного животного вызывает симптомы утомления, в том числе одышку и учащение сердцебиений. Подобные данные привели Пфлюгера к идее, что утомление мышцы является результатом накопления в ней каких-то веществ (кислот), препятствующих ее деятельности» (Бляхер, Микулинский, 1972, с.385).

Индукция Рудольфа Гейденгайна. Р.Гейденгайн (1874) сделал вывод о существовании проферментов – неактивных форм ферментов, переходящих в активную форму при определенных условиях, индуктивно исходя из того, что выделяемый из поджелудочной железы собаки ферментный препарат не обладает протеолитической активностью до тех пор, пока не будет обработан кислородом. А.Н.Шамин в книге «История биологической химии. Формирование биохимии» (2006) отмечает: «Картину существенно изменило открытие в 1874 г. Р.Гейденгайном проферментов. Или зимогенов, неактивных форм ферментов, переходящих при известных условиях в активную форму. Сначала он обратил внимание на то, что из поджелудочной железы собаки можно при определенных условиях получить не обладающие протеолитической активностью препараты, которые в процессе выделения можно активировать, воздействуя на измельченную ткань кислородом. В проверке предположения о существовании таких проферментов приняли участие русские биохимики, учившиеся или стажировавшиеся у Гейденгайна, среди которых были С.А.Подолинский, С.В.Левашов» (Шамин, 2006, с.94). Впоследствии, как пишет А.Н.Шамин, «Н.П.Шевовальников показал, что «в кишечном соке есть особенный, ему только одному принадлежащий фермент, главной функцией которого является активирование ферментов панкреатического сока. Это, так сказать, фермент фермента» (там же, с.94).

Индукция Ивана Герасимова. Русский ботаник И.И.Герасимов (1889, 1892) сформулировал идею о способности клеток с удвоенным числом ядер и хромосом к делению и развитию в противоположность клеткам, лишенным ядра, индуктивно отправляясь от следующих опытов. В 1889-1892 годах И.И.Герасимов исследовал влияние температуры на клетки зеленой водоросли спирогиры и обнаружил удивительное явление – изменение числа ядер в клетке. После воздействия низкой температурой или снотворным (хлороформом и хлоралгидратом) он наблюдал появление клеток без ядер, а также с двумя ядрами. Первые вскоре погибали, а клетки с двумя ядрами успешно делились. При подсчете хромосом оказалось, что их вдвое больше, чем в обычных клетках. Так было открыто наследственное изменение, связанное с мутацией генотипа, т.е. всего набора хромосом в клетке. Оно получило название полиплоидии. В.К.Шумный и В.Д.Рудь в статье «Вторжение в растительную клетку» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 8) пишут: «Честь открытия возможности экспериментального изменения числа хромосом принадлежит русскому ботанику И.И.Герасимову. В 1889 году, воздействуя на делящиеся клетки водоросли спирогиры низкой температурой, он получил изменения, характерные для полиплоидов. С тех пор эта проблема привлекала внимание многих исследователей» (В.К.Шумный, В.Д.Рудь, 1966). «И.И.Герасимову, - детализируют те же авторы, - удалось получить клетки с удвоенным числом хромосом у спирогиры с помощью хлороформа. Позднее для полиплоидизации были применены хлористый литий, сернокислый хинин» (В.К.Шумный, В.Д.Рудь, 1966).

Индукция К.Ман-Манна (Мак-Мунна). Английский врач К.Мак-Манн (1884-1886) высказал предположение об участии определенных веществ (пигментов) в процессах дыхания, индуктивно основываясь на своих опытах по исследованию тонких срезов различных тканей с помощью спектроскопа. Г.Эйхгорн во 2-ом томе книги «Неорганическая биохимия» (1978) пишет: «Фермент, известный теперь под названием «цитохромоксидаза», был впервые обнаружен английским врачом Мак-Манном в 1884 г. по его спектру поглощения в тонких срезах различных тканей. Этот и другие цитохромы, присутствующие в тканях, были определены по четырем полосам поглощения; они получили групповые названия миогематинов или гистгематинов в зависимости от того, наблюдали ли их в срезах мускульных или других тканей. Применив окислители и восстановители, Мак-Манн продемонстрировал обратимое окисление и восстановление этих пигментов. Это наблюдение позволило Мак-Манну постулировать участие пигментов в процессах тканевого дыхания. К несчастью, Мак-Манн не смог убедить своих оппонентов и при жизни значение его работ не было оценено достойным образом» (Эйхгорн, 1978, с.397). Об экспериментах К.Мак-Манна пишет также Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (1986): «В 1884 году английский врач К.Мак-Манн, изучая спектры поглощения тонких срезов различных тканей, обнаружил неизвестные до этого времени вещества, которые он назвал миогематинами или гистогематинами – в зависимости от того, где они содержались, в мышцах или других тканях. Эти соединения он отнес к пигментам и доказал, что они могут окисляться и затем снова восстанавливаться. Таким образом, открытые вещества явно должны были участвовать в процессах тканевого дыхания. К сожалению, результаты этих экспериментов поставил под сомнение сам Хоппе-Зайлер – признанный авторитет среди биохимиков того времени. Тогда Мак-Манну не удалось ничего доказать, но он понимал истинную цену своего открытия» (Е.Д.Терлецкий, 1986). Отметим, что после К.Мак-Манна исследованием ферментов, обеспечивающих окислительные процессы, занялся О.Варбург (Нобелевская премия за 1931 год). Однако наиболее существенный вклад в эту область внес Дэвид Кейлин, который на протяжении 40 лет изучал указанные ферменты, которые он назвал цитохромами. Даниил Гранин в книге «Зубр» (Ленинград, «Советский писатель», 1987), которая посвящена жизни и творчеству Н.В.Тимофеева-Ресовского, пишет о Д.Кейлине: «Великий биохимик Дэвид Кейлин открыл то, что за сорок лет до него открыл шотландский физик Мак-Мун, он посмотрел на крылышко моли в спектроскоп и пришел к выводу, что гемоглобиноподобные вещества есть всюду, и был раздавлен великим австрийским биохимиком Комозани» (Д.Гранин, 1987). Единственное, в чем здесь ошибся Д.Гранин, это то, что К.Мак-Манн был не физиком, а врачом. Но, конечно, когда К.Мак-Манн изучал пигменты окисления в тканях с помощью спектроскопа, он применял не биологический, а физический метод исследования, тот метод, который был разработан физиками Кирхгофом и Бунзеном.

Индукция Николая Лунина. Известный русский физиолог 19 века Н.И.Лунин (1880) пришел к выводу, что живой организм нуждается не только в белках, жирах, углеводах и солях, но и в других незаменимых веществах, еще не открытых наукой и названных вплоследствии витаминами, индуктивно отталкиваясь от следующих опытов. Н.И.Лунин пытался выяснить вопрос, способно ли животные развиваться нормально, находясь на искусственных диетах. Л.Я.Бляхер в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975) отмечает: «Выяснению этого вопроса была посвящена работа Н.И.Лунина в лаборатории Г.Бунге в Дерптском (Тартуском) университете, опубликованная в 1880 г. Лунин держал мышей на искусственных диетах, составленных из казеина, молочного жира, молочного сахара, солей молока и воды. Все животные через некоторое время погибали. Мыши же, получавшие цельное молоко, развивались нормально. Из этих экспериментов Лунин сделал вывод, что «в молоке, кроме казеина, жира, молочного сахара и солей, должны содержаться еще другие вещества, которые совершенно необходимы для питания» (Бляхер, 1975, с.161). Об этом же пишет И.Р.Урман в статье «Витамины растений» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 1): «Более 80 лет назад молодой петербургский врач Н.И.Лунин поставил интересный эксперимент. Одну группу подопытных мышей он кормил натуральным молоком, а другую – искусственным, изготовленным из очищенных белков, жиров, сахаров и солей. Казалось бы, синтетическая диета содержит все необходимое. Однако получавшие ее мыши не росли, теряли в весе и погибали, тогда как питавшиеся молоком развивались нормально. И в 1880 г. Лунин высказал смелую мысль: живой организм нуждается не только в белках, жирах, углеводах и солях, но и в других незаменимых веществах, еще не открытых наукой» (И.Р.Урман, 1966). Впоследствии аналогичные исследования провел Христиан Эйкман, за что был удостоен в 1929 году Нобелевской премии по физиологии и медицине. Х.Эйкман (1897) пытался установить причину болезни некоторых заключенных, которых кормили рисом, очищенным от его естественной оболочки. Эта болезнь получила название бери-бери, и ее протекание сопровождалось нарушением координации движений. Когда Эйкман заметил нарушение двигательных актов у кур, которые гуляли во дворе рядом с тюремными помещениями и которые питались, как и заключенные, очищенным рисом, он по аналогии понял, что аналогичное заболевание людей обусловлено той же причиной, то есть употреблением в пищу очищенного риса.

Индукция Казимежа Функа. К.Функ сделал заключение о наличии в оболочке рисовых зерен вещества, недостаток которого приводит к нарушению деятельности нервной системы, индуктивно базируясь на кропотливых исследованиях, в ходе которых ему удалось выделить это вещество. Г.Федоровский в книге «Шеренга великих медиков» (1975) пишет: «Спустя несколько лет, а именно в 1911 году, журнал со статьей Эйкмана попал в руки польского ученого Казимежа Функа, который весьма заинтересовался сообщением Эйкмана и решил проверить предположение тюремного врача из Батавии. Функ некоторое время кормил подопытную стаю голубей лишь очищенным рисом и, одновременно, контрольную стаю – плохо очищенным, с отрубями и оболочками. Вскоре первая стая голубей заболела, причем симптомы болезни весьма напоминали приведенные Эйкманом, тогда как контрольные птицы остались вполне здоровыми. Тогда Функ к очищенному рису стал добавлять рисовые отруби и внешние облочки, оставшиеся от риса после его очистки, и все птицы из подопытной стаи выздоровели. Теперь уже не было сомнения, что в отрубях и во внешней оболочке рисовых зерен есть какое-то вещество, недостаток которого в организме приводит к нарушению деятельности нервной системы. После множества кропотливых исследований Функ сумел выделить это вещество из облочки рисовых зерен» (Г.Федоровский, 1975).

Индукция Джозефа Гольдбергера. Американский врач Д.Гольдбергер (1928) пришел к убеждению о том, что причиной детской пеллагры является неправильное питание, часто ограниченное тремя продуктами: мясом, мукой и патокой, индуктивно исходя из того, что ему удалось вызвать пеллагру у собак на основе такой диеты. В тех же экспериментах на собаках Д.Гольдбергер выяснил, что для лечения пеллагры необходимо употреблять капусту, помидоры и горчичную зелень. Условно эта диета, включающая три указанных продукта, была названа «три М». Поль де Крюи в книге «Борьба за жизнь» (1957) пишет: «Джозеф Гольбергер со своими помощниками Уиллером и Себрелем (хотя они и не были экономистами) после долгой и терпеливой возни с лабораторными собаками добились еще одной блестящей победы. Вызвав у собак искусственную пеллагру посредством диеты «три М», они пробовали лечить их различными пищевыми продуктами. Они делали это для того, чтобы найти самый дешевый продукт, который может произрастать на Южной земле. И они нашли, наконец, смехотворно дешевое средство: капуста, горчичная зелень и помидоры при регулярном употреблении предупреждают пеллагру! Что может быть проще?» (П. де Крюи, 1957). Индуктивный характер исследовательской деятельности Д.Гольдбергера выступает на первый план, когда обращаешь внимание на следующее высказывание Поля де Крюи: «Исследовательский метод самого Гольдбергера был весьма прост. Анализируя полученные факты, он всегда руководствовался правилом: если ты получил хороший результат один раз, это может оказаться случайностью; если ты получил тот же результат дважды, это может быть совпадением; но если ты получил один и тот же результат трижды – это уже положительное доказательство» (П. де Крюи, 1957). Отметим, что до работ Д.Гольдбергера существовала ортодоксальная теория, утверждавшая, что пеллагра – заразное эпидемическое заболевание.

Индукция Чарлза Роберта Эллиота. Ч.Эллиот (1909, 1931) пришел к мысли о лечении воспалительных заболеваний мочеполовой системы у женщин с помощью повышенной температуры, индуктивно отталкиваясь от одного случайного наблюдения. Желая немного облегчить страдания женщины, поступившей к нему с инфекционным заболеванием мочеполовых путей, Ч.Эллиот ввел в нее бутылку, заполненную горячей водой, и через определенный промежуток времени заметил у нее признаки выздоровления. Фактор случая проявился также в том, что Ч.Эллиот почти случайно нашел правильную форму резинового шарика, наполняемого горячей водой для воздействия на ткани, пораженные инфекцией. Следовательно, перед нами не что иное, как индукция с фактором случая. Поль де Крюи в книге «Борьба за жизнь» (1957) указывает: «Старик Гиппократ прописывал женщинам с болями в животе горячие спринцевания еще две тысячи лет назад. Но тут обнаружилась любопытная вещь: нежные оболочки полости рта и других каналов, ведущих внутрь человеческого тела, лучше выносят горячую воду, нежели внешние кожные покровы. Поэтому получается такая картина: горячее спринцевание действительно облегчает мучительные боли, но горячая вода, вытекающая обратно, обжигает больной женщине кожные покровы, а если сделать воду холоднее, то она не даст облегчения болям. Как же тут быть! Однажды, в 1909 году, Эллиот сидел, задумавшись, бесцельно вертя в руках игрушечный шарик, надутый воздухом. Совершенно случайно он нажал пальцем на верхний конец шарика, и моментально эта детская игрушка приняла точную форму канала, ведущего к матке. Он помнит, что, посмотрев на шарик, он тут же подумал, как просто приладить пробку ко дну этого резинового мешочка и сделать затычку с двумя отверстиями, входным и выходным, чтобы горячая вода могла непрерывно циркулировать. Это и было началом его новой научной идеи – внутренней бутылки с горячей водой» (П. де Крюи, 1957). «В продолжение двух лет, - поясняет Поль де Крюи, - сто пятьдесят бедных, отчаянно больных, истерзанных муками женщин, со всеми видами и во всех стадиях воспалительных тазовых процессов, вызванных гонореей, абортами и родовой инфекцией, подверглись лечению медленно развивающимся, автоматически регулируемым теплом нового эллиотовского прибора. Лечение проводил сам Эллиот с помощью молодого доктора Спенсера Гэнри. И в 1931 году на заседании Нью-Йоркской медицинской академии Холден лично доложил о полученных блестящих результатах, которые он мог вполне удостоверить» (П. де Крюи, 1957).

Индукция Кикунае Икеды. Японский ученый Кикунае Икеда (1909) сделал заключение о способности глутаминовой кислоты улучшать вкус пищи, индуктивно исходя из следующих исследований. И.Вольпер в статье «Юбилей вкусной кислоты» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 8) отмечает: «В 1909 году японский ученый Кикунае Икеда решил выяснить, почему пища, сдобренная сушеными водорослями (для этой цели жители Дальнего Востока пользуются главным образом ламинарией – морской капустой), становится более вкусной и аппетитной. И неожиданно выяснилось, что своим облагораживающим действием сушеная ламинария обязана глутаминовой кислоте. Выделив эту кислоту в чистом виде и получив затем ее натриевую соль, доктор Икеда убедился в том, что соль глутаминовой кислоты обладает еще большей способностью улучшать вкус пищи. В том же 1909 году Икеда взял патент на свое открытие, и очень скоро во многих странах мира стали производить глутаминовую кислоту и ее натриевую соль…» (И.Вольпер, 1966).

Индукция Теодора Кохера. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1909 год Теодор Кохер (1883) пришел к выводу о наличии причинно-следственной связи между щитовидной железой и признаками слабоумия (кретинизма) у детей, индуктивно опираясь на факт возникновения кретинизма у детей после удаления у них щитовидной железы. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «Современные научные представления о щитовидной железе стали складываться к концу 19 века, когда Кохер (1841-1917) в 1883 году описал признаки умственной отсталости (кретинизма) у ребенка после удаления железы по поводу зоба – резкого ее увеличения. (…) После наблюдений Кохера и его коллег интерес к щитовидной железе заметно возрос, тем более что в 1896 году А.Бауманн установил высокое содержание йода в железе и обратил внимание исследователей на то, что еще древние китайцы успешно лечили кретинизм золой морских губок, содержащей большое количество йода» (Шойфет, 2006, с.323). В энциклопедии «Лауреаты Нобелевской премии» (1992) констатируется: «В самом начале медицинской деятельности Кохер в соответствии с традиционными хирургическими методиками удалял щитовидную железу целиком. Однако вскоре он обнаружил, что у таких больных развивалось состояние, сходное с кретинизмом. Кретинизм – это заболевание, вызываемое отсутствием секреции щитовидных гормонов. Оно характеризуется отставанием в физическом и умственном развитии, дистрофией костей и мягких тканей и снижением уровня обмена. У взрослых это заболевание называется микседемой. «Как правило, - писал Кохер, - больные начинают жаловаться на утомляемость, слабость и сонливость, замедление мышления и речи, двигательную заторможенность, отечность лица, рук и ног… Если мы хотим как-то обозначить такое состояние, то мы не можем не признать его близость к кретинизму». Эти наблюдения были чрезвычайно важны, так как Кохер не только показал функцию щитовидной железы, но и выявил причины кретинизма и микседемы. В дальнейшем он обнаружил, что если у больных, оперированных по поводу зоба, щитовидная железа удалялась не полностью, то гипотериоз не развивался» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992).

Индукция Евгения Баумана. Е.Бауман (1896) независимо от Т.Кохера выдвинул предположение о том, что причиной возникновения зоба у детей является недостаток иода, содержащегося в щитовидной железе, индуктивно исходя из обнаружения микроэлемента йода в ткани щитовидной железы. Н.Свириденко в статье «Микроэлемент интеллекта» (журнал «Наука и жизнь», 2003, № 10) констатирует: «В 1846 году впервые была выдвинута гипотеза о появлении зоба вследствие недостатка йода, однако в научных кругах ей не придали должного значения. Прорыв произошел в 1896 году, когда немецкий биохимик Е.Бауман установил присутствие микроэлемента йода в ткани щитовидной железы. Кроме того, он успешно использовал экстракты щитовидных желез различных животных для лечения зоба и кретинизма у человека. Таким образом, гипотеза о взаимосвязи между недостаточным содержанием йода в щитовидной железе и появлением зоба и соответственно между появлением зоба и умственными способностями человека была подкреплена экспериментально» (Н.Свириденко, 2003).

Индукция Й.Меринга и О.Минковского. Выдающиеся физиологи Й.Меринг и О.Минковский (1889) сформулировали предположение о том, что функцией поджелудочной железы является регуляция содержания сахара в крови (предположение о наличии связи между этим органом и заболеванием диабетом), индуктивно отталкиваясь от опытов по хирургическому удалению поджелудочной железы у собак. В этих опытах ученые обнаружили, что после операции в моче собак значительно повышается содержание сахара. Как пишет Г.Селье в книге «От мечты к открытию» (1987), «двое физиологов – фон Меринг и Минковский – изучали функцию поджелудочной железы при пищеварении. Для того чтобы посмотреть, как будет протекать процесс пищеварения в отсутствие этой железы, они удалили ее хирургическим путем. И вот однажды служитель, ухаживающий за их подопытными животными, пожаловался, что не в состоянии поддерживать чистоту в лаборатории: моча собак с удаленной поджелудочной железой привлекает полчища мух. Подвергнув мочу анализу, Минковский обнаружил в ней сахар. Это послужило ключом к установлению связи между действием поджелудочной железы и заболеванием диабетом и явилось основой последующего открытия инсулина» (Селье, 1987). Аналогично история открытия одной из функций поджелудочной железы описывается историком медицины М.С.Шойфетом в книге «100 великих врачей» (2006): «…Эндокринолог Й.Меринг и физиолог О.Минковский установили в 1889 году, что удаление этой железы вызывает сахарный диабет. Это произошло, когда они занимались изучением роли поджелудочной железы в процессе пищеварения. Каково же было их удивление, когда однажды утром, придя на работу и заглянув в операционную, где с вечера была оставлена собака, у которой накануне утром удалили поджелудочную железу, экспериментаторы увидели, что она вся облеплена мухами. Осмотрев животное, они поняли, что мух привлекает сахар, в избытке содержавшийся в моче собаки» (Шойфет, 2006, с.505). Предположение Меринга и Минковского о наличии связи между поджелудочной железой и диабетом было индукцией с фактором случая.

Индукция Леонида Васильевича Соболева. Русский физиолог Л.В.Соболев (1901) выдвинул гипотезу о том, что за регуляцию содержания сахара в крови, то есть за регуляцию углеводного обмена в организме отвечает не вся поджелудочная железа, а только та ее часть, которая называется островками Лангерганса, руководствуясь индукцией. Соболев исходил из того, что при посмертном гистологическом исследовании препаратов поджелудочной железы людей, страдавших диабетом, была обнаружена гибель островков Лангерганса («История биологии» под ред.Л.Я.Бляхера, 1975). Соболев также установил, что перевязка протоков поджелудочной железы приводит к резкой атрофии секреторного эпителия, островки же Лангерганса не только сохраняются интактными, но значительно гипертрофируются. Соболев отметил, что у эмбрионов животных, наряду с хорошо развитыми клетками островков Лангерганса, слабо развит эпителий внешнесекреторной части поджелудочной железы, что указывало на то, что функция поджелудочной железы, связанная с регуляцией содержания сахара, формируется в эмбриональном развитии раньше ее пищеварительной функции (Л.Н.Карлик, «Клод Бернар», 1964). До изучения поджелудочной железы людей, страдавших диабетом, Л.В.Соболев исследовал препараты этого органа у различных животных. А.Д.Поповский в книге «Пути, которые мы избираем» (1971) указывает: «Заболевание диабетом связано каким-то образом с изменениями в самой поджелудочной железе. Перевязка ее протока, из которого в кишечник поступает пищеварительный сок, не отражается на сахарном обмене. Гибель железы, если только она не удалена из организма, также не порождает диабета. Не очевидно ли, что в самой железе находится нечто живущее своей самостоятельной жизнью, способное пережить поджелудочную железу. И как анатом, и как физиолог Соболев решается искать это таинственное «нечто». Он будет перевязывать проток поджелудочной железы у подопытных животных и наблюдать под микроскопом, какие клетки при этом выживают. Они-то, вероятно, и порождают вещества, способствующие нормальному сахарному обмену. Список животных, изученных на опыте, был более чем внушителен: тридцать кроликов, четырнадцать собак, двенадцать кошек, пять быков, пять телят и пять баранов, четыре свиньи, множество голубей, кур и уток, кукушка, ворона, коршун и ястреб» (А.Д.Поповский, 1971). Л.А.Сорокина в статье «Леонид Васильевич Соболев (1876-1919): у истоков открытия инсулина» (журнал «Артериальная гипертензия», 2010, том 16, № 5) подчеркивает: «Таким образом, Л.В.Соболев по существу вплотную подошел к открытию инсулина. Методы выделения активного гормонального вещества из поджелудочной железы, предложенные и опубликованные Соболевым, были использованы в 1921 г. Ф.Бантингом и Бестом в Канаде без ссылки на Соболева, что позже было отмечено П.Тренделенбургом (1933 г.) и В.Г.Барановым (1949 г.)» (Сорокина, 2010, с.528).

«С тех пор, как близкий друг и сестра Бантинга умерли от диабета, его настойчиво преследовала мысль найти средство борьбы с этим страшным недугом. И вот Бантинг принимает трудное для себя решение: оставить богословский факультет и перейти на медицинский».

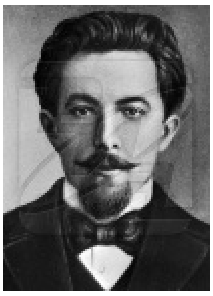
М.С.Шойфет о Фредерике Бантинге

Индукция Фредерика Бантинга. Лауреат Нобелевской премии за 1923 год Фредерик Бантинг (1921) пришел к мысли о возможности лечения сахарного диабета путем введения в организм инсулина – белкового гормона, понижающего содержание сахара в крови, индуктивно исходя из своих экспериментов по перевязке выводного протока поджелудочной железы. Еще русский ученый Л.В.Соболев (1901) установил, что функция регуляции сахара в крови выполняется не всей поджелудочной железой, а только ее частью, получившей название островков Лангерганса. С.А.Мусский в книге «100 великих нобелевских лауреатов» (2006) пишет: «В мае 1921 года Бантинг и Бест приступили к серии экспериментов. Ученый перевязал у нескольких собак выводной проток поджелудочной железы. Затем он переждал несколько недель, пока та часть поджелудочной железы, которая вырабатывает пищеварительный сок, не сморщилась, подвергшись атрофии. Тогда он умертвил животных, а из остатков поджелудочной железы сделал кашицу и, очищая ее, получил чистую жидкость, после чего начал экспериментировать с этим соком. И вот наступил долгожданный день триумфа – 27 июля 1921 года. Собаке с удаленной поджелудочной железой и находящейся в прекоме, ввели экстракт атрофированной поджелудочной железы. Тут-то и наступил решающий момент: если идея Бантинга правильная, то после этой инъекции содержание сахара в крови собаки, заболевшей сахарной болезнью вследствие удаления поджелудочной железы, должно было бы снизиться. Вскоре затем Бест, производивший один за другим анализ крови, радостно воскликнул: «Содержание сахара в крови падает, мы правы!» (Мусский, 2006, с.322-323). Со слов историка медицины М.С.Шойфета, «исследования начались с октября 1920 года, когда Бантинг прочитал статью М.Баррона, в которой описывалась блокада панкреатического протока желчными камнями и развивавшаяся в этой связи атрофия ацинозных клеток» (Шойфет, 2006, с.506).

Индукция Августа Крога. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1920 год Август Крог сформулировал идею о том, что число открытых (работающих) капилляров в различных тканях организма определяется тем, насколько активна данная ткань, индуктивно основываясь на результатах микроскопического исследования капилляров языка лягушки. В энциклопедии «Лауреаты Нобелевской премии» (1992) констатируется: «В опытах, проводимых на языке лягушки, он обнаружил, что если при работе мышцы языка капилляры хорошо видны и заполнены кровью, то в покое они пустуют и становятся невидимыми.

Впоследствии один из студентов Крога, Бьевольф Вимтруп, сообщил, что «открытие» и «закрытие» капилляров управляется сократительными элементами, содержащимися в специализированных клетках Руже капиллярной стенки» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992). В статье «Нобелевские премии по медицине» (газета «Известия медицинского университета», № 7 (61) август 2005) указывается: «После работ Крога физиологи задавали себе вопрос: как случилось, что за столетия, прошедшие после открытия Мальпиги, никто не рассмотрел под микроскопом динамики капилляров? В начале XX века Крог, наблюдая в микроскоп капилляры языка лягушки, установил, что не все они заполнены кровью. Если бы не это обстоятельство, увеличение минутного объема кровообращения сопровождалось бы увеличением линейной скорости кровотока, что отрицательно сказалось бы на обмене газами (кислорода и углекислого газа) между кровью и тканями» («Известия медицинского университета», 2005). До Крога никто не связывал динамику просвета капилляров с системными изменениями циркуляции. Крогом было также установлено, что некоторые вещества, а также тепло и холод изменяют количество действующих капилляров.

Индукция Абрама (Александра) Соломоновича Залманова. Русский ученый А.С.Залманов (1928) пришел к идее о лечении многих заболеваний с помощью скипидарных ванн, индуктивно основываясь на многочисленных случаях благотворного воздействия сока хвойных деревьев (терпентинного масла) на физиологическое состояние организма, в том числе на состояние его капиллярных сосудов. Ольга Орлова в статье «Неизвестные резервы сердца» (газета «Аргументы и факты», выпуск 51 (1364) от 20 декабря 2006 г.) пишет: «В Берлине целых восемь лет Залманов каждые три месяца менял госпитали и клиники медицинского факультета, наблюдал и записывал все лучшее. Мысль о том, что, омолаживая капилляры, можно лечить сложнейшие болезни и успешно бороться со старостью, ни на минуту не покидала его. И он нашел решение проблемы, которое оказалось просто, как все гениальное. В качестве универсального медицинского средства Залманов предложил целебные ванны. Но не обычные, которыми в санаториях лечат многие болезни, а особые – с добавлением скипидарной эмульсии из живицы хвойных деревьев. Это дало поразительный лечебный эффект. Газеты наперебой сообщали ошеломляющую новость: «Старость можно отодвинуть!» (О.Орлова, 2006). Мысль о важной роли капилляров и о необходимости их очистки для профилактики заболеваний была подсказана Залманову нобелевским лауреатом Августом Крогом. Ю.А.Каменев в книге «А.С.Залманов. Капилляротерапия и натуротерапия болезней» (2003) цитирует одного из исследователей творческого пути Залманова – итальянца М.Манчини: «Беспокойный Залманов оставил карьеру и славу уже достигнутую, чтобы возобновить свою жизнь кочевника и студента. Его любовь к биологии и естественным наукам превзошла все материальные соображения. В Германии судьба свела его с книгой Крога, написанной о капиллярном кровообращении. Для Залманова это было открытием. Если до сих пор он был незнайкой, то теперь почувствовал, что медицина в его руках. Капилляры в его сознании произвели действие, подобное яблоку для Ньютона и маятнику на Галилея» (Ю.А.Каменев, 2003).



«Хотя по образованию и роду занятий Цвет был ботаником, результаты его открытия столь значимы для всех естественных наук, что Федерация европейских химических обществ, например, приводит имя Цвета, наряду с четырьмя другими русскими именами – Ломоносова, Менделеева, Бутлерова и Семенова, - в числе ста выдающихся химиков прошлого».

В.А.Даванков и Я.И.Яшин о Михаиле Цвете

Индукция Михаила Цвета. Выдающийся русский физиолог Михаил Семенович Цвет (1899) сделал заключение о существовании в растениях хлорофилл-белкового комплекса, названного хлороглобином, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Е.М.Сенченкова в книге «М.С.Цвет – создатель хроматографии» (1997) пишет: «…Цвету удалось выделить из листьев растений сложное коллоидное соединение, окрашенное в зеленый цвет и по своим физико-химическим свойствам сходное с протеиновыми веществами, описанными в предшествующей работе. По аналогии с гемоглобином, представляющим собой комплекс красного пигмента гемма и белка, Цвет предложил называть обнаруженный и выделенный им хлорофил-белковый комплекс хлороглобином. Продолжительное действие резорцина вызывало распад хлороглобина на желтые кристаллы и зернышки зеленого пигмента» (Сенченкова, 1997, с.221). Со слов Е.М.Сенченковой, «несмотря на критику крупнейших авторитетов по изучению растительных пигментов, Цвет не отступился от своей гипотезы о существовании в растениях хлорофилл-белкового комплекса…» (там же, с.224).

Индукция Михаила Цвета. Михаил Семенович Цвет (1903) пришел к идее об использовании физического метода адсорбции для исследования хлорофилла зеленых растений, индуктивно отправляясь от факта существования в хлоропластах растений адсорбционных явлений. Е.М.Сенченкова в книге «М.С.Цвет – создатель хроматографии» (1997) пишет: «К идее существования в хлоропластах растений адсорбционных явлений и их использования для изучения растительных пигментов Цвет пришел в результате продолжительных размышлений над объяснением факта, хорошо известного исследователям хлорофилла того времени. В литературе неоднократно описывались такие опыты, когда зеленый лист, помещенный в чистый бензин или петролейный эфир, не терял своей окраски продолжительное время (лишь каротин растворялся в бензине, окрашивая его в желтый цвет)…» (Сенченкова, 1997, с.247). «…Цвет обнаружил, - поясняет Е.М.Сенченкова, - что углекислый кальций осаждал на себе все пигменты растираемого листа, кроме каротина, растворяющегося в бензине, и для последующей работы с ними исследователь должен был элюировать эти пигменты смесью петролейного эфира со спиртом, констатируя в итоге сохранение первоначальной нативности хлорофилла. Так родилась мысль поместить в воронку вместо бумаги порошок углекислого кальция или насыпать его в колбу с листовой вытяжкой. Эффект был тот же, что и с бумагой, помещенной в такую же вытяжку» (там же, с.249). «Изложив затем, - продолжает Е.М.Сенченкова, - изучение более ста адсорбентов, относящихся к самым различным классам химических соединений, а также ряда соединений неопределенного состава, Цвет пришел к заключению об их способности адсорбировать разнообразные растворимые вещества и возможности использования этого феномена при разработке задуманного им аналитического метода» (там же, с.256).

Индукция Александра Тихомирова. А.А.Тихомиров (1886) выдвинул представление о возможности добиться искусственного партеногенеза у тутового шелкопряда, индуктивно отправляясь от опытов, в которых развитие яиц тутового шелкопряда происходило при воздействии на яйца капель серной кислоты, струи горячей воды, искры электрической машины. Г.Григорьев и Л.Мархасев в статье «Непорочное зачатие», или партеногенез: история, мифы, технология» (журнал «Химия и жизнь», 1975, № 3) отмечают: «В 1886 году Тихомиров опубликовал в одном итальянском журнале статью, где говорилось, что многие раздражители могут заменить оплодотворение яиц тутового шелкопряда. Статью мало кто заметил и в России, и в Европе. Между тем в ней скромно сообщалось об открытии мирового значения. Тихомиров утверждал: в шелководстве вполне можно обойтись без «отцов»; их роль успешно выполняет капля серной кислоты, струя горячей воды, суконка или искра электрической машины» (Г.Григорьев, Л.Мархасев, 1975).

Индукция Жака Леба. Физиолог Жак Леб (1890) построил теорию поведенческих тропизмов, индуктивно обобщив особенности поведения растений и простейших животных (одноклеточных или состоящих из небольшого числа клеток). Анализируя поведение растений, Ж.Леб обратил внимание на наличие у них таких тропизмов, как поворот соцветия к солнцу (гелиотропизм), проникновение корней в почву в поисках влаги и необходимых минеральных солей (геотропизм). При исследовании поведения простейших животных (инфузорий и др.) Ж.Леб отметил тот факт, что эти организмы в одних случаях двигаются в сторону света (положительный фототропизм), а в других случаях от света (отрицательный фототропизм). Простейшие организмы могут двигаться в сторону тепла или от него (термотропизм), двигаться к какому-либо химическому веществу или от него (хемотропизм), демонстрировать чувствительность к механическому контакту (тигмотропизм), стремиться к адгезивному слипанию с другими клетками или отделению от них (цитотропизм), двигаться в потоке воды (реотропизм). Поскольку этим свойством обладают все клетки, Ж.Леб сделал вывод о единстве животных и растений. Таким образом, обнаружив у инфузории различные положительные и отрицательные реакции на указанные раздражители, Ж.Леб и сформулировал свою концепцию поведенческих тропизмов. Как пишет биолог С.В.Савельев в книге «Происхождение мозга» (2005), «надо отметить, что положительный и отрицательный хемотаксис инфузорий лег в основу теории поведенческих тропизмов Ж.Леба. Тропизмами, или таксисами, Ж.Леб называл простые реакции растений и животных на свет, химические вещества, источники электромагнитных полей и т.д.» (С.В.Савельев, 2005). Э.Мах высказывает такую же точку зрения: «И.Леб в целом ряде работ доказал, что понятия геотропизма, гелиотропизма и т.д., установленные в области физиологии растений, могут быть перенесены и в область физиологии животных» (Э.Мах, «Познание и заблуждение», 2003).

Индукция Жака Леба. Жак Леб (1912) выдвинул идею о возможности искусственного оплодотворения яйцеклеток (искусственного партеногенеза), индуктивно отталкиваясь от своих экспериментов, в которых ему удалось запустить процесс развития яйцеклеток морских ежей и рыб путем воздействия на них ионами кальция, натрия и калия. Член-корреспондент Российской Академии медицинских наук В.Репин в статье «Двойная жизнь клеток» («Независимая газета», № 06 (42) от 20 июня 2001 г.) пишет: «В 1912 году немецкий ученый Жак Леб опубликовал сенсационый и удивительно простой метод искусственного оплодотворения яйцеклеток морских ежей и рыб, который он открыл, проводя свои исследования в США. Таинство зачатия проходило в пробирке без сперматозоидов. Всю работу по запуску развития яйцеклеток производили ионы кальция, натрия и калия. Идеи Леба были подхвачены прессой и бизнесом и перенесены на человека» (В.Репин, 2001). Об этом же пишут Г.Григорьев и Л.Мархасев в статье «Непорочное зачатие», или партеногенез: история, мифы, технология» (журнал «Химия и жизнь», 1975, № 3): «Для своих экспериментов Леб избрал обитателей моря. Еще до него знали, что иногда в морской воде сами по себе начинают делиться неоплодотворенные яйца морских ежей и некоторых червей. Правда, потом развитие прекращается, и яйца гибнут. Значит, морская вода стимулирует развитие, и она же останавливает его. А если менять состав воды? Леб увеличивал концентрацию солей, повышал число ионов магния, уменьшал количество других ионов, предварительно обрабатывал яйца слабым раствором валериановой или масляной кислоты – и получал живых личинок морского ежа, дораставших до вполне взрослых ежиков. Это был уверенный шаг вперед. «Следовательно, - делал вывод Леб, - на спермотозоид нельзя смотреть, как это делалось раньше, как на причину развития. Он только ускоритель процессов, которые могут совершаться и без него. Он действует как катализатор в химической реакции» (Г.Григорьев, Л.Мархасев, 1975).

Индукция Альфонса Корнелиуса. А.Корнелиус (1893) пришел к мысли о лечении ряда заболеваний путем массажа рефлексогенных зон (акупрессуры), индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Инге Дуганс в книге «Рефлексология» (2006) пишет: «Первым применить массаж к «рефлексогенным» зонам догадался д-р Альфонс Корнелиус. История рассказывает, что в 1893 году Корнелиус перенес инфекционное заболевание, и в процессе лечения ему назначили ежедневный массаж. Пребывая на водах, он заметил, что один из массажистов работает с большей эффективностью, нежели остальные. Этот человек сильнее и дольше надавливал именно на те зоны, которые считал болезненными. Это открытие вдохновило Корнелиуса. Обследовав себя, Корнелиус порекомендовал массажисту работать только с болезненными точками. Боли, которыми он страдал, быстро исчезли, и через четыре недели он выздоровел полностью. Это привело его к мысли использовать точечный массаж (акупрессуру) в собственной врачебной практике. В 1902 году он выпустил книгу…» (И.Дуганс, 2006).

Индукция Нильса Финзена (Финсена). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1903 год Нильс Финзен (1896) сформулировал идею о возможности лечения людей с помощью света, индуктивно исходя из одного случайного наблюдения за поведением кошки. Однажды Финзен увидел, как одна из кошек, имевшая на коже гнойную рану, инстинктивно поворачивала эту рану в сторону солнца по мере его движения по небосводу. Наблюдая, как кошка лечит себя с помощью солнечного света, Н.Финзен индуктивно заключил, что и людей можно лечить светом. Позже разработанный им метод лечения таких заболеваний, как туберкалез кожи и нагноения при оспе, с помощью красных и ультрафиолетовых лучей получил название светотерапии (фототерапии). С.А.Блинкин в книге «Очерки о естествознании» (1979) отмечает: «Рассказывают о Финзене следующее: однажды он заметил кошку, которая грелась на солнце. С появлением тени кошка снова и снова переходила на солнечную сторону. Ну и что в этом интересного? Все кошки любят греться на солнце, и это особенного внимания к себе обычно не привлекает. Но Финзен, присмотревшись, заметил на коже у кошки гнойную рану, и именно этой стороной кошка поворачивалась к солнцу. Что это, животный инстинкт? Возможно, но не в этом дело. Молодой врач подумал о другом. Не заняться ли изучением физиологического действия света на организм? И действительно, Финзен от анатомии перешел к физиологии. Экспериментальные исследования привели Финзена к идее светолечения. Всего через 6 лет после окончания медицинского факультета Финзен становится директором основанного им в Копенгагене института светолечения. Здесь его исследования получили большой размах» (Блинкин, 1979, с.122). «Для лечения больных, - поясняет С.А.Блинкин, - Финзен создал электродуговую лампу. Аппарат Финзена стал первым искусственным источником света, который получил широкое применение во многих странах мира. Надо было разработать и научные основы светотерапии. Финзен в короткие сроки создает их, став основоположником научно разработанных методов светолечения» (там же, с.122). Об индуктивной находке Н.Финзена указывается также в книге Г.Федоровского «Шеренга великих медиков» (1975): «Однажды Финсен, погруженный в невеселые думы, наблюдал за поведением кота, гревшегося на солнце под окном его квартиры. Только часть крыши соседнего строения, на которой сидел кот, была освещена солнечными лучами; остальная часть находилась в тени, отбрасываемой соседним домом. Как только линия тени приближалась к лежавшему на солнце коту, тот немедленно переходил на новое место, освещенное солнцем. Прошло несколько дней. На улице во время прогулки у Финсена начался обычный припадок неприятных болей в груди. Желая несколько отдохнуть, Финсен оперся о перила моста, по которому шел, и стал смотреть на воду канала. Он заметил одинокого водяного паука, свободно сидевшего на поверхности воды. И что же? Как только течение переносило спокойно сидевшего паука в полосу тени, отбрасываемой мостом, насекомое поспешно направлялось против течения, до места, освещенного солнцем. Такие маневры паук повторил несколько раз подряд, Финсен забыл о боли. Он бросился домой и стал лихорадочно листать книги своей медицинской библиотеки в поисках указаний о действии солнца на живой организм. Однако в книгах он не нашел никаких сведений на этот счет» (Г.Федоровский, 1975). Идея Финзена о возможности лечения людей с помощью света являлась индукцией с фактором случая, так как наблюдение за поведением кошки, натолкнувшее ученого на эту идею, было случайным.

Индукция Уильяма Фитцджеральда. Американский врач У.Фитцджеральд (1911, 1915) разработал концепцию зонной терапии, согласно которой эффекта обезболивания различных органов можно достичь путем надавливания на определенные участки тела, индуктивно исходя из случайного обнаружения того, что надавливание на кожно-слизистую кромку в носу дает анестезирующий эффект, сопоставимый с воздействием кокаина. Инге Дуганс в книге «Рефлексология» (2006) указывает, что Фитцджеральд сам рассказал о случайности своего открытия: «В своей книге «Зонная терапия» Фитджеральд описывает, каким образом он пришел к своему открытию. «Я совершенно случайно обнаружил, что если обернутым в вату зондом надавить на кожно-слизистую кромку в носу (там, где кожа переходит в слизистую), это дает анестезирующий эффект (онемение), сопоставимый с воздействием кокаина. Кроме того, я нашел, что в носу, во рту, в горле и на языке с обеих сторон имеется множество участков, сильно надавив на которые можно ослабить определенные ощущения. Если же надавить на некоторые участки конечностей – кистей, ступней или суставов, можно получить тот же результат: снять боль. И еще: стоит снять боль, как устраняется и состояние, ее вызвавшее. И я составил «карту» всех этих участков и их взаимосвязей, с учетом условий, при которых на них следует воздействовать. Эту науку я назвал зонной терапией» (И.Дуганс, 2006). «Благодаря знаниям, полученным в Европе, и собственным исследованиям, - продолжает И.Дуганс, - Фитцджеральд обнаружил, что надавливание на пальцы дает местный обезболивающий эффект в кисти, руке и плече и даже в челюсти, лице, ухе и носу. Он использовал прессуру, туго обматывая средние фаланги пальцев эластичным бинтом или зажимая кончики пальцев маленькими зажимами. Применяя эту технику, он мог даже проводить мелкие хирургические операции. Доктор Фитцджеральд разделил тело на зоны, которые использовал для своего метода обезболивания. Надавливая на определенный участок тела, он научился предсказывать, как это повлияет на другие участки. Фитцджеральд выявил 10 продольных зон, идущих от макушки к кончикам пальцев рук и ног» (И.Дуганс, 2006). Таким образом, концепция зонной терапии Фитцджеральда представляла собой индукцию с фактором случая.

Индукция Дариуса Диншаха. Американский исследователь Дариус Диншах разработал концепцию цветотерапии, согласно которой ряд заболеваний можно лечить различными цветами спектра, индуктивно исходя из следующих наблюдений и опытов. Франк Зунн в книге «Дух в компьютере» (2004) пишет: «Одним из тех, кто открыл возможности цветотерапии, был Дариус Диншах. До того, как в 1897 году переехать в США, будучи еще совсем молодым, он жил в Индии. Там его чрезвычайно заинтересовал необычный метод лечения, при котором даже тяжелобольных исцеляли, давая им пить подкрашенную воду и во время специальных сеансов освещая лампой определенного цвета. Племянница одного из его друзей заболела колитом. Она лежала при смерти, и лечащий врач уже ничем не мог ей помочь. Диншах вспомнил о чудесах цветотерапии и посоветовал освещать пациентку цветом индиго. Для этого он установил между больной и источником света специально окрашенную бутыль. Кроме того, тем же цветом он освещал и стакан молока, который давал ей выпить. Благодаря такому лечению через несколько дней она выздоровела. После этого на протяжении нескольких десятков лет он занимался исключительно цветотерапией и разработал комплексную систему лечения самых разных заболеваний. Его судьба типична для врачей того времени. Многие из них подвергались резким нападкам именно потому, что их методы оказывались весьма успешными и грозили разорением фармацевтической индустрии» (Ф.Зунн, 2004).

Индукция Уильяма Бейлиса и Эрнеста Старлинга. Английские физиологи У.Бейлис и Э.Старлинг (1902) склонились к заключению о существовании химических веществ, образующихся в двенадцатиперстной кишке, которые и побуждают поджелудочную железу выделять пищеварительный сок (секрет), индуктивно основываясь на следующем опыте. У.Бейлис и Э.Старлинг удалили у животного все нервы, связывающие железу с организмом, и показали, что в этих условиях поджелудочная железа продолжает выделять пищеварительный сок (секрет). Именно этот опыт привел их к идее о важной пищеварительной роли химических веществ, образующихся в двенадцатиперстной кишке. Правда, на основании своего эксперимента английские исследователи стали отрицать роль блуждающего нерва в деятельности поджелудочной железы, но они быстро отказались от этой точки зрения, когда один из учеников Ивана Павлова приехал в Англию и воспроизвел опыт Павлова по перерезке блуждающего нерва. А.Д.Поповский в книге «Пути, которые мы избираем» (Москва, «Советский писатель», 1971) пишет: «В 1888 году Павлов, исследуя деятельность поджелудочной железы, установил, что ею непосредственно управляют отдельные волокна блуждающего нерва. Помимо этого, желудочный сок, обычно насыщенный соляной кислотой, проникая вместе с пищей в двенадцатиперстную кишку, раздражает окончания ее нервов. Возбуждение передается блуждающим нервом поджелудочной железе, которая выделяет богатый щелочью сок. Четырнадцать лет спустя англичане Старлинг и Бейлис проделали следующий опыт. Они удалили у животного все нервы, связывающие железу с организмом, и доказали, что отделение секрета не прекращается. Не блуждающий нерв, утверждали зарубежные ученые, а химические вещества, образующиеся в двенадцатиперстной кишке, побуждают железу выделять свой секрет. Не будучи в состоянии правильно воспроизвести опыт русского ученого, они решили, что нервы вообще на поджелудочную железу не влияют» (А.Д.Поповский, 1971). «Некоторое время спустя, - продолжает А.Д.Поповский, - один из учеников Павлова посетил Англию и воспроизвел там перед Старлингом и Бейлисом опыт с перерезкой блуждающего нерва. Англичане согласились и признали существование двоякого механизма – нервного и химического» (А.Д.Поповский, 1971). А.Азимов в книге «Человеческий мозг. От аксона до нейрона» (2003) пишет о Старлинге и Бейлисе: «В опытах на экспериментальных животных они, подчиняясь ясной логике, перерезали все нервы, идущие к поджелудочной железе. Казалось в высшей степени вероятным, что лишенная иннервации поджелудочная железа вообще перестанет выделять пищеварительные соки независимо от того, поступает пища в двенадцатиперстную кишку или нет. К удивлению Бейлиса и Старлинга, именно этого-то и не произошло. Вместо этого поджелудочная железа продолжала как ни в чем не бывало выделять, как ей и положено, пищеварительные соки в нужный момент времени» (А.Азимов, 2003).

Индукция Ефима Семеновича Лондона. Русский физиолог Е.С.Лондон (1904) пришел к мысли о возможности исследования процессов, происходящих в живом организме, методом авторадиографии, индуктивно основываясь на следующих опытах. Л.Л.Литинская в статье «Клетка дает автограф» (журнал «Химия и жизнь», 1981, № 9) отмечает: «В 1904 году на заседании Института экспериментальной медицины в Петербурге физиолог Е.С.Лондон сделал доклад о своих опытах с радиоактивным газом – эманацией радия, который незадолго до того получил в чистом виде англичанин У.Рамзай. В одном из опытов Лондон давал лягушке вдыхать этот газ, а потом клал ее на фотопластинку. Несмотря на полную темноту, на пластинке вырисовывались четкие контуры тела животного. Это была первая попытка использовать в биологических исследованиях явление радиоактивности, открытое всего за восемь лет до экспериментов Лондона. А сами эти эксперименты положили начало широко применяемому в наши дни методу изучения процессов, происходящих в живых организмах, - методу авторадиографии» (Л.Л.Литинская, 1981).

«Это был настоящий человек и истинный ученый. Он оказал на меня огромное влияние, и на всю свою жизнь я сохранил к нему большую привязанность. Моя работа по стрессу была в значительной степени написана под влиянием его открытия реакций экстренного выброса адреналина».

Ганс Селье о Уолтере Кенноне

Индукция Уолтера Кеннона. Уолтер Кеннон (1897, 1905) склонился к представлению о том, что пища проталкивается к желудку в результате первоначального толчка, созданного движением в полости рта и последующих перистальтических сокращений органов пищеварения, руководствуясь индукцией. Кеннон использовал аппарат Рентгена, в котором рентгеновские лучи просвечивали ткани живого организма. Первоначальным объектом наблюдений был гусь. Птица фиксировалась в деревянном станке под лучами аппарата. Затем гусю давали заглатывать привычную для него пищу, смешав ее с азотнокислым висмутом. Будучи смешана с пищей, соль позволяла видеть на рентгеновском экране пищевой комок (М.Г.Ярошевский, С.А.Чеснокова, «Уолтер Кеннон», 1976).

Индукция Уолтера Кеннона. У.Кеннон (1897) пришел к выводу о том, что сильное эмоциональное возбуждение оказывает тормозящее влияние на деятельность различных органов, индуктивно исходя из случайно обнаруженного факта приостановки (прекращения) движения желудка и кишечника у разъяренных или сильно возбужденных животных (кошек). Кеннон сделал это случайное открытие, когда закреплял в специальном станке кота перед тем, как провести рентгеноскопическое исследование перистальтики его пищеварительных органов во время приема пищи. Кеннон сам признавал случайность данной находки. М.Г.Ярошевский и С.А.Чеснокова в книге «Уолтер Кеннон» (1976) пишут: «Кеннон приводил в качестве примера случайной, счастливой находки замеченную им на рентгене задержку перистальтики у подопытных животных при отрицательных эмоциях» (М.Г.Ярошевский, С.А.Чеснокова, 1976). Здесь мы вновь встречаем уже известный нам феномен – индукцию с фактором случая.

Индукция Уолтера Кеннона. У.Кеннон сделал заключение о тормозящем влиянии симпатических нервов на моторику (двигательную активность) пищеварительной системы, индуктивно отталкиваясь от следующих опытов. Ученый брал больных собак с пониженной моторикой желудка и кишечника и перерезал у них основную массу преганглионарных симпатических волокон. После такой операции моторная деятельность пищеварительно тракта активизировалась (М.Г.Ярошевский, С.А.Чеснокова, «Уолтер Кеннон», 1976). Позже Кеннон выделил вещество, тормозящее моторику пищеварительной системы, и назвал его симпатином. На этом основании Кеннон стал строить химическую теорию торможения. Н.А.Бернштейн в книге «Современные искания в физиологии нервного процесса» (2003) пишет: «Кеннон и Бак в 1931 г. нашли еще одно вещество, отличное от адреналина и названное им симпатином, а позднее Кеннон и Розенблют выделили две разновидности его, возбуждающую (E) и тормозящую (I). Опираясь на эти последние результаты, Кеннон строит новую, химическую теорию торможения. С аналогичной теорией еще несколько ранее выступил Шеррингтон (1925). Эти факты делают понятие торможения (а, может быть, и возбуждения) еще более загадочным. В самом деле, вся современная биофизика считает причиной торможения в нервном препарате повышение концентрации двухвалентных ионов - Mg и Ca. Биохимия выдвигает в качестве причины симпатин I» (Бернштейн, 2003, с.24).

Индукция М.Н.Чебоксарова и Т.Эллиота. М.Н.Чебоксаров и Т.Эллиот (1904) независимо друг от друга пришли к выводу о том, что функцией надпочечников является выделение адреналина – вещества, которое способно повышать кровяное давление, индуктивно отталкиваясь от того, что электрическое раздражение нервов, ведущих к надпочечникам, вызывает рост количества адреналина в крови. Изучение функции надпочечников началось с исследований Дж.Лэнгли, который обнаружил повышение частоты сокращений сердца и артериального давления после введения в организм экстрактов надпочечника. Г.Шеперд в 1-ом томе книги «Нейробиология» (1987) указывает: «Решительный шаг вперед был сделан около 1900 г. школой английских физиологов во главе с Дж.Лэнгли, изучавших вегетативные нервы внутренних органов. Они обнаружили, что электрическая стимуляция этих нервов вызывает в организме характерные изменения (повышение частоты сокращений сердца, артериального давления) и что эти изменения можно имитировать инъекцией экстрактов надпочечника. В 1905 г. Т.Эллиот выдвинул предположение, что импульсы в этих нервах вызывают выделение вещества типа адреналина из нервных окончаний на поверхность эффекторных клеток. В том же году его учитель Лэнгли сделал дальнейшее предположение, что эти клетки имеют две «рецептивные субстанции» - возбуждающую и тормозную; именно они определяют, каковы будут реакция и действие. Это были действительно пророческие предположения…» (Шеперд, 1987, с.203). В 1910 году У.Кеннон поставил эксперимент, в котором естественная вражда между двумя лабораторными животными – собакой и кошкой – приводила к выделению адреналина в их организме. Отсюда он пришел к мысли о причинно-следственной связи между эмоциями и адреналином (М.Г.Ярошевский, С.А.Чеснокова, «Уолтер Кеннон», 1976). Об этом же пишут нейробиологи Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас и П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003): «…Эллиот обнаружил, что экстракт, полученный из надпочечников, - адреналин (эпинефрин) – производит на мишени такое же воздействие, как и стимуляция симпатических нервов. Это позволило предположить, что адреналин может секретироваться нервными окончаниями в качестве медиатора (Эллиот, 1904)» (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, 2003).

Индукция Ганса Дриша. Ганс Дриш (1892) сделал заключение о том, что в период эмбриогенеза первые две клетки (бластомеры) развиваются независимо друг от друга, индуктивно основываясь на обнаружении подобной закономерности в эмбриональном развитии яиц морского ежа. Н.Резник в статье «Отдаленнейший предок человека» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 8) повествует: «В 1892 году Ганс Дриш поставил опыты на яйцах морского ежа, чтобы выяснить, зависимо ли друг от друга развиваются первые две клетки (бластомеры). Два первых бластомера он разделил простым встряхиванием, и из каждого развилась личинка без каких-либо дефектов. Сходные результаты эмбриологи позднее получили на множестве других объектов, а феномен развития целого из части Дриш назвал эмбриональной регуляцией» (Н.Резник, 2002). Жан-Клод Брантье в очерке «Беседы с Жаном Пиаже» («Психологический журнал», 2000, том 21, № 2) цитирует Пиаже: «Возьмите истинную историю Дриша в биологии, который обнаружил регуляцию в развитии эмбриона на уровне бластулы. Он обнаружил, что, разрезав яйцо пополам, получил два эмбриона и был так изумлен, что не поверил, будто бы это можно было объяснить в соответствии со схемами причинной эмбриологии…» (Ж.Брантье, 2000).

Индукция Ганса Дриша. Ганс Дриш пришел к выводу о способности четырехклеточного эмбриона регенерировать (восстанавливать свою целостность) из некоторых отдельных частей, индуктивно исходя из опытов, в которых эмбрион продолжал развиваться даже в случае разрушения отдельных клеток. Фритьоф Капра в книге «Паутина жизни» (2003) указывает: «Когда Дриш разрушил одну из клеток эмбриона на самой ранней, двухклеточной стадии, оставшаяся клетка развилась не в половинку морского ежа, но в полноценный организм, размером несколько меньше обычного. Точно так же, полноценные, но более мелкие организмы развивались после разрушения двух или трех клеток в четырехклеточном эмбрионе. Дриш понял, что яйца морского ежа совершают то, что машине не под силу: они регенерируют целое из некоторых отдельных частей» (Ф.Капра, 2003).

Индукция Ханса (Ганса) Шпемана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1935 год Ханс Шпеман (1901) построил теорию эмбриональной индукции, согласно которой различные части эмбриона выделяют вещества, влияющие на развитие соседних частей и трансформирующие их, если они чужеродны, индуктивно отправляясь от результатов своих тончайших микрохирургических операций на эмбрионе тровяной лягушки. Шпеман обнаружил, что при пересадке зачатка глаза в различные участки тела зародыша кожа над этим зачатком везде превращалась в роговицу. При введении нервной пластинки одного эмбриона в кожу другого эмбриона последняя превращалась в обычную кожу. Часть эпидермиса второго эмбриона, помещенная на место нервной пластинки первого, развивалась в полноценный мозг. Л.Я.Бляхер в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975) указывает, что Х.Шпеман в своих экспериментах осуществлял удаление определенных, точно локализованных участков зародыша и пересадку таких участков с одного места на другое. Пересаживая зачаток глаза под эктодерму любой части тела эмбриона, Х.Шпеман заметил, что из эктодермы, в норме не образующей хрусталика и роговицы, при контакте с глазной чашей развиваются хрусталик и прозрачная роговица. Если на стадии бластулы или ранней гаструлы участок будущей спинной эктодермы одного зародыша пересаживался на брюшную или боковую сторону другого зародыша, то пересаженный участок развивался не так, как он развивался бы, будучи оставлен на месте. В результате пересадки этот участок давал начало не той или иной области головного или спинного мозга, а, ассимилируясь окружающей покровной эктодермой, принимал участие в образовании кожи. Другими словами, пересаженный участок эктодермы развивался не в соответствии с его происхождением, а в соответствии с местом, где он оказывался после операции. Аналогично, участок покровной эктодермы, пересаженный на спинную сторону, превращался не в кожу, а в часть нервной системы хозяина. Отсюда Х.Шпеман и пришел к идее эмбриональной индукции, согласно которой одни части зародыша влияют на другие части зародыша, выделяя специфические вещества, индуцирующие в пересаженной части биологические превращения (Л.Я.Бляхер, 1975).

Индукция Ханса Шпемана и Хильды Мангольд. Идея о существовании эмбрионального организатора, влияние которого приводит к развитию на теле зародыша новой структуры, возникла у Шпемана и его ассистентки Мангольд (1921) в результате индуктивного обобщения результатов экспериментов на тритоне (разновидности амфибий). Ю.Н.Городилов в статье «Организатор Шпемана: его источники и его производные (клеточно-тканевые и молекулярно-генетические аспекты)» (журнал «Цитология», № 2, 2001) пишет: «Г.Шпеман и его сотрудница Х.Мангольд открыли у зародышей амфибий так называемый «организатор». Они выяснили, что если дорсальную губу бластопора на ранней гаструле пересадить на брюшную сторону другого зародыша, то в этом месте в яйце разовьется вторая зародышевая ось (1924). Недавние исследования истории этого вопроса (Sander, 1993) выявили, что решающий эксперимент был проведен в 1921 году Хильдой Мангольд, когда она пересадила кусочек дорсальной губы округлого бластопора зародыша тритона на брюшную сторону другого зародыша на той же самой стадии. В результате на месте трансплантата сформировался второй комплекс осевых органов, включая структуры головы, иначе говоря, на месте трансплантата в яйце образовался второй зародыш» (Ю.Н.Городилов, 2001). Об этом же пишет Юрий Панчул в статье «Эво-дево – магия XXI века» (еженедельный журнал «Новое время», № 23 (69) от 9 июня 2008 г.): «Еще в 1903 году немецкий эмбриолог Ханс Шпеманн решил узнать, где находится информация о формировании эмбриона, и приступил к экспериментам по удалению и пересадке миниатюрных фрагментов эмбрионов тритонов. Самый известный эксперимент в лаборатории Шпеманна был поставлен его студенткой Хильде Мангольд. У Хильде был талант к супертонким операциям на зародышах. Она взяла зародыш земноводного (саламандры) размером не более 2 миллиметров и пересадила его фрагмент размером всего в несколько клеток в другой эмбрион. В результате она получила сиамских близнецов и вместе со Шпеманном заключила, что пересаженный ею фрагмент является «организатором», источником информации о плане тела» (Ю.Панчул, 2008). Об этом же сообщает И.Лалаянц в статье «Кто дирижирует развитием организма?» (журнал «Наука и жизнь», 1996, № 3): «В 1924 году немецкий эмбриолог Г.Шпеман со своей помощницей Х.Мангольд провел эксперимент, предвосхитивший современные генетические манипуляции. Он пересадил кусочек зародыша тритона с начавшей формироваться предшественницей нервной ткани на брюшко другого зародыша тритона. В результате на месте брюшка стала развиваться спина с нервной трубкой! Получилась химера с двумя нервными трубками. Этот кусочек эмбриона, обладающий способностью «переориентировать» развитие ткани с брюшного типа на спинной, Шпеман назвал «организатором». В 1935 году ученый был удостоен Нобелевской премии – единственный из эмбриологов (до 1995 года). Его эксперимент повторил в 1933 году американский исследователь Б.Балинский, который сумел получить тритона с пятой ногой на боку» (Лалаянц, 1996, с.12).

Индукция Ханса Шпемана и его сотрудников. Х.Шпеман со своими сотрудниками (1932) склонился к заключению о химической природе эмбриональных индукторов, детерминирующих развитие тех или иных структур зародыша, индуктивно основываясь на опытах, в которых была обнаружена детерминация указанного развития даже со стороны мертвых тканей и даже в бесклеточной среде. Ю.Н.Городилов в статье «Организатор Шпемана: его источники и его производные (клеточно-тканевые и молекулярно-генетические аспекты)» (журнал «Цитология», № 2, 2001) констатирует: «После того, как группа Г.Шпемана (1932) показала, что убитые ткани могут действовать как индукторы и часто индуцирующие сигналы могут осуществляться в бесклеточной среде, был сделан вывод о химической природе индукторов» (Ю.Н.Городилов, 2001).

Индукция Ханса Шпемана и Конрада Уоддингтона. Х.Шпеман (1942) и К.Уоддингтон (1947) выдвинули преположение о способности стволовых клеток проявлять злокачественные свойства, индуктивно отталкиваясь от опытов, в которых введение стволовых клеток в полость взрослой лягушки или саламандры сопровождалось их прорастанием в окружающие ткани без дифференцировки. А.Е.Черезов в книге «Общая теория рака» (1997) пишет: «…Эксперименты показали, что при трансплантации в другой организм изолированных стволовых клеток они проявляют злокачественные свойства, т.е. инвазивный рост в окружающие ткани без концерогенного воздействия. Об этом свидетельствуют известные классические опыты Шпемана (1942), который продемонстрировал злокачественность стволовых клеток, в свое время эти эксперименты воспроизводились многими учеными. Шпеман трансплантировал зародышевые недетерминированные клетки бластулы в полость взрослой лягушки и наблюдал, как они делятся без дифференцировки и прорастают в окружающие ткани. Такой же результат описывает Уоддингтон: он трасплантировал в полость тела взрослой саламандры клетки ранней регенерационной бластемы и наблюдал деление без дифференцировки и инфильтрацию ими окружающих тканей (Уоддингтон, 1947). Таким образом, в результате нарушения тканевого контроля стволовые клетки проявляют злокачественные свойства…» (Черезов, 1997, с.45).

Индукция Дмитрия Филатова. Российский эмбриолог Дмитрий Петрович Филатов независимо от Ханса Шпемана пришел к выводу о существовании эмбриональных организаторов, которые влияют на определенные части зародыша и детерминируют их развитие (дифференцировку), индуктивно основываясь на следующих экспериментах. Т.А.Детлаф в статье «Д.П.Филатов - эмбриолог» (журнал «Природа», № 1977, № 2) пишет: «С помощью ножичка, выточенного из швейной иглы, под лупой он у зародыша жабы пересадил зачаток внутреннего уха (слуховой пузырек) из области головы в туловище. Результат этого опыта превзошел все ожидания Филатова: слуховая капсула образовалась не в голове, а вокруг пересаженного пузырька, в чужом месте. Значит, слуховой пузырек действительно влияет на мезенхимные клетки, но не пассивно уплотняя их, как он предполагал раньше, а активно притягивая их к себе и таким образом вызывая образование слуховой капсулы. Эта работа была опубликована в 1916 г. в Русском зоологическом журнале и знаменовала собой рождение у нас в стране экспериментальной эмбриологии, или, как тогда ее называли, механики развития» (Т.А.Детлаф, 1977).

Индукция Дмитрия Филатова. Дмитрий Петрович Филатов выяснил важные особенности эмбрионального развития глаза, индуктивно отправляясь от опытов по пересадке брюшного эпителия зародыша прудовой лягушки в область расположения глазного пузырька данного зародыша. Т.А.Детлаф в статье «Д.П.Филатов - эмбриолог» (журнал «Природа», № 1977, № 2) повествует: «За короткое время Филатов выполнил ряд работ по развитию глаза, которые принесли ему широкую известность. Для выяснения способности глазного пузырька прудовой лягушки индуцировать линзу Филатов удалил у зародыша прудовой лягушки линзообразующий эпителий и на обнаженный глазной пузырек пересадил участок брюшного эпителия зародыша жабы, способный отвечать на индуцирующее действие глаза образованием линзы. Под влиянием глазного пузырька прудовой лягушки в эпителии жабы образовалась линза. Таким образом, было показано, что видовые отличия обусловлены различными свойствами эпителиев, а не свойствами глазных зачатков. Много позднее Филатов показал, что в основе этих различий лежит разный темп дифференцировки эпителия разных видов амфибий. Филатов одним из первых высказал предположение, что детерминация линзы не одноступенчатый процесс, и в нем, помимо глаза, могут участвовать закладки других органов» (Т.А.Детлаф, 1977). Р.Л.Берг в статье «Суховей» (журнал «Знание-сила», 2003, № 3) пишет о Филатове: «Он основал новую отрасль науки – экспериментальную эмбриологию. Перемещая зачатки органов развивающегося зародыша друг по отношению к другу, он одновременно со Шпеманом и совершенно независимо от него и от кого бы то ни было открыл принцип организатора – управление развитием одних частей зародыша со стороны других частей. В некотором смысле он превзошел всех своих современников. Отрасль эмбриологии, в которой он первооткрыватель, - это не просто эксперимент, пришедший на смену наблюдению. Мало открыть законы взаимодействия частей развивающегося организма. Следовало понять, как меняются сами эти законы в процессе прогрессивного развития органического мира» (Р.Л.Берг, 2003). «Экспериментировал Филатов, - продолжает Р.Л.Берг, - с тритонами, лягушками, жабами и изучал развитие органов чувств у их эмбрионов. Он пересаживал слуховой пузырек тритона под кожу хвоста и следил, как образуется на новом месте из тканей, предназначенных совсем для другого, слуховая капсула. Он рассказывал мне, что слуховой пузырек обволакивается клетками. «Как нос собаки паутиной, когда осенью собака идет по следу зверя»,- говорил он» (Р.Л.Берг, 2003).

Индукция Артура Гардена. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1929 год Артур Гарден (1905) высказал идею о том, что многие ферменты, помимо крупных молекул, включают в себя и относительно мелкие, непрочно связанные молекулы, индуктивно основываясь на своих опытах по исследованию диффузии дрожжевых экстрактов. А.Азимов в книге «Краткая история биологии» (2006) указывает: «Гарден, открывший в начале нынешнего столетия промежуточный обмен веществ, обратил также внимание на еще одну сторону ферментативной деятельности. Он поместил в воду дрожжевой экстракт в небольшом мешке из диализирующей мембраны (через которую просачиваются только молекулы малых размеров). После того, как через стенки мешка вышли мелкие молекулы экстракта, последний уже не мог расщеплять сахар. Объяснить это явление просачиванием через мембрану самого фермента нельзя, поскольку вода, в которой находится мешок, также не расщепляла сахара. Однако в соединении с экстрактом внутри мешка она приобретала эту способность. Следовательно, можно сделать вывод: помимо крупных молекул, фермент включает в себя и относительно мелкие, непрочно связанные и потому способные просачиваться через мембрану. Эти мелкие молекулы, являющиеся структурной частью фермента и очень важные для его функционирования, получили название коферментов» (А.Азимов, 2006). Об этом же говорит В.Штрубе во втором томе книги «Пути развития химии» (1984): «В начале 20 века А.Гарден и другие химики исследовали процессы брожения сахаров. Путем диализа им удалось разделить дрожжевой сок на две части: в одной содержались белки, а в другой их не было. Так стали известны апоферменты (белковая часть ферментов) и коферменты (небелковая часть ферментов), состоящие обычно из производных витаминов» (Штрубе, 1984, с.224). Реконструкция А.Азимова и В.Штрубе согласуется с описанием А.Н.Шамина, который в книге «История биологической химии. Институционализация биохимии» (2006) подчеркивает: «Наиболее яркие достижения в области биохимии микроорганизмов принадлежат А.Гардену, который, продолжив исследования первооткрывателя бесклеточного брожения немецкого биохимика Э.Бухнера, занялся изучением спиртового брожения. Гарден впервые применил в бактериологии точные химические методы. Используя ультрафильрацию, он разделил «зимазу» Бухнера на две составляющие части и предложил термин «козимаза» для обозначения устойчивого к нагреванию компонента фермента» (Шамин, 2006, с.134).

Индукция Артура Гардена. Артур Гарден сделал заключение о важной роли фосфатов в химических реакциях, индуктивно основываясь на исследованиях Э.Бухнера и своих собственных опытах. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиология» (2002) констатирует: «После того как Бюхнер (1903) установил влияние фосфата на интенсивность образования CO_2, А.Гарден и В.Ю.Янг (1906) подробно изучили этот процесс и нашли, что добавление фосфата сильно ускоряет образование спирта и CO_2, а фосфат присоединяется к углеводу с образованием фруктозо-1,6-бифосфата. Вскоре было выяснено образование и других фосфорных эфиров» (Шлегель, 2002, с.100). Об этом же пишет Кирилл Зеленин в статье «Гарден Артур» (электронная энциклопедия «Кругосвет»): «В 1905 году Гарден сделал свое второе открытие: процесс ферментации требует фосфат-иона. Он отметил, что скорость распада молекулы сахарозы (состоящей из двух углеводных гексозных остатков – глюкозы и фруктозы) и образования двуокиси углерода и спирта со временем медленно падает. Однако когда он добавил в раствор фосфат, скорость ферментации резко возросла. Основываясь на данных наблюдениях, Гарден заключил, что фосфат-ионы связываются с молекулами сахарозы, создавая условия для ферментативного индуцирования брожения. Более того, он обнаружил, что фосфат-ион в результате сложной цепи превращений остается свободным после завершения ферментации. Гарден выдвинул гипотезу, что ферментация происходит только тогда, когда две молекулы фосфата взаимодействуют с двумя молекулами гексоз (это отвечает одной молекуле сахарозы) с образованием производного, которое он назвал зимодифосфатом».

Индукция Д.Майнота и У.Мерфи. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1934 год Джордж Майнот и Уильям Мерфи (1926) пришли к идее о лечении злокачественного малокровия путем кормления больных сырой говяжьей печенью, индуктивно опираясь на исследования Джорджа Уипла, который в 1934 году также получил Нобелевскую премию. В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) указывает: «Врачам было хорошо известно, что при потере крови и анемии необходимо усиленное питание. Оставалось, однако, неясным, какая из составных частей пищи в этом отношении наиболее действенна. Простые эксперименты Уипла позволили ответить на этот вопрос. Одних из обескровленных собак кормили мясом, других – внутренностями, третьих – смешанной растительной пищей. Было установлено, что кровь быстрее всего восстанавливается при потреблении сырой печени, далее идут почки, мясо и некоторые растительные продукты, например абрикосы» (Чолаков, 1986, с.317). «Джордж Ричардс Майнот и Уильям Парри Мерфи, - добавляет В.Чолаков, - воспользовались открытием Уипла, чтобы помочь своим пациентам. Их первая работа была опубликована в 1926 г. под названием

«Лечение злокачественного малокровия специальной диетой». Пациентам давали печень, почки, мясо и овощи, т.е. продукты, наиболее эффективные в экспериментах с лабораторными животными. Впоследствии Майнот и Мерфи остановились на сырой говяжьей печени, давая ее пациентам по несколько сот граммов в день. Потребовались, однако, немалые усилия, чтобы убедить больных согласиться на такую непривлекательную диету» (там же, с.318).

Индукция Рене Гаттефоссе. Французский химик Рене Гаттефоссе (1920) пришел к выводу о том, что различные эфирные масла обладают уникальными целебными свойствами, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. Однажды при проведении опыта Р.Гаттефоссе получил серьезный ожог руки 3-й степени. Совершенно случайно он окунул руку в наполненную лавандовым маслом емкость, думая, что там находится вода. Каково же было его удивление, когда боль от ожога стала утихать и спустя время прекратилась. В дальнейшем он стал делать повязки с лавандовым маслом. Обожженная рука зажила, и не осталось каких-либо рубцов на коже. Исследовав другие эфирные масла, Р.Гаттефосе сделал заключение, что они обладают замечательными лечебными свойствами. Так ученый заложил основы ароматерапии. О случайном открытии Р.Гаттефоссе пишут многие авторы. А.Соловьева в статье «Ароматерапия. От Ветхого завета до наших дней» (газета «Фармацевтический вестник», № 8 (287) от 4 марта 2003 г.) повествует: «Развитие современной ароматерапии в Европе началось с исследований французского химика Гаттефоссе. Когда во время очередного опыта в лаборатории ученого произошел взрыв, и Гаттефоссе обожгло огнем руку, он воспользовался для лечения лавандовым маслом и был просто потрясен эффектом. Ожоги зажили, не оставив следов. Другой французский врач Валнет использовал ароматические масла как часть программы, которую он успешно применял для лечения специфических физических и психических заболеваний» (А.Соловьева, 2003). С.С.Солдатченко, Г.Ф.Кащенко и А.В.Пидаев в книге «Ароматерапия. Профилактика и лечение заболеваний эфирными маслами» (Симферополь, «Таврида», 2002) повествуют: «Рене занимался исследованием эфирных масел как потенциальных составляющих косметики. Однако наблюдения привели его к оценке и антисептических свойств масел. Однажды, работая в лаборатории, Гаттефоссе сильно обжег руку при взрыве. Тут же погрузил ее в лавандовое масло, случайно оказавшееся под рукой. Ожог зажил очень быстро, без нагноения или шрама. Гаттефоссе испытывал эфирные масла на пациентах в военных госпиталях и получил впечатляющие результаты, используя ромашковое, тимьяновое и лимонное эфирные масла. Выяснилось, что они оказывали не только антимикробное действие, но и одновременно ускоряли заживление ран и ожогов» (Солдатченко и др., 2002). Таким образом, вывод Р.Гаттефоссе о целебных свойствах эфирных масел представлял собой индукцию с фактором случая.

Индукция Арчибальда Хилла. Известный физиолог, лауреат Нобелевской премии за 1922 год Арчибальд Хилл пришел к мысли о том, что возбуждение нервных волокон, как и любой другой акт деятельности организма, сопровождается усилением обмена веществ, индуктивно основываясь на обнаружении явления теплообразования в нерве при возбуждении («История биологии» под ред. Л.Я.Бляхера, 1975). Характер исследований А.Хилла был аналогичен исследованиям Г.Гельмгольца и Р.Гейденгайна, которые еще в середине 19 века сформулировали представление о химических источниках энергии мышечного сокращения на базе факта увеличения теплообразования в мышце при ее сокращении. Интересно отметить, что А.Хилл и О.Мейергоф получили Нобелевскую премию (1922) за создание теории деятельности мышечных волокон, согласно которой основным фактором работы мышцы является образование молочной кислоты, однако в 1930 году молодой биохимик Э.Лунсгаард показал ошибочность этой теории, обнаружив, что молочную кислоту нельзя считать основным механизмов активности мышцы. По выражению самого А.Хилла, Э.Лунсгаард произвел «революцию в мышечной физиологии». Идея Лунсгаарда (1930) об ошибочности концепции Хилла-Мейергофа мотивировалась тем, что мышца, отравленная монойодоуксусной кислотой, способна некоторое время сокращаться, хотя в ней не происходит образования молочной кислоты. Отравленная монойодоуксусной кислотой мышца может сокращаться лишь до тех пор, пока в ней имеется креатинфосфат, или фосфаген – соединение, открытое в 1927 году. Впоследствии ученые выяснили, что источником энергии мышцы является аденозинтрифосфорная кислота (АТФ), открытая в 1929 году К.Ломаном.

Индукция Отто Мейергофа. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1922 год Отто Мейергоф (1918) высказал мысль о сходстве химических процессов, происходящих у дрожжей и в мышцах животных, индуктивно основываясь на следующих наблюдениях. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002) указывает: «Значительной вехой в развитии сравнительной биохимии стали работы О.Мейергофа. Он обнаружил в 1918 году, что кофермент, необходимый для спиртового брожения, осуществляемого бесклеточным дрожжевым соком, и образование молочной кислоты в мышечной ткани животных взаимозаменяемы. Обнаружение сходства процессов спиртового брожения у дрожжей и молочнокислого брожения в мышцах животных значительно ускорило изучение внутриклеточного обмена веществ» (Шлегель, 2002, с.101). После О.Мейергофа более отчетливые представления о сходстве различных биохимических реакций высказал Альберт Клюйвер (1888-1956), который также индуктивно отталкивался от результатов сравнения отдельных специфических процессов. Г.Г.Шлегель в той же книге отмечает: «В Дельфте за короткое время Клюйвер провел исследования по актуальным вопросам биохимии, особенно касающимся брожений, в основе которых лежат химические превращения. Он установил, что отдельные специфические процессы, описанные ранее С.Н.Виноградским, А.Гарденом, О.Варбургом и другими, подчиняются нескольким общим принципам, которые одинаковы для всех биохимических процессов. Окисление, брожение, биосинтетические реакции можно рассматривать как цепи общего пути превращений, где водород передается от донора к акцептору. Клюйвер сформулировал свои представления так: «От слона до маслянокислой бактерии – это одно и то же» и опубликовал свое открытие под заголовком «Единство в биохимии» (1925, 1926). Клюйвер вместе с Г.Ю.Л.Донкером опубликовал положения, основанные на сравнительной биохимии, которые дали новый импульс биохимикам и микробиологам всех стран» (Шлегель, 2002, с.238).

Индукция Отто Варбурга. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1931 год Отто Варбург выдвинул гипотезу о том, что клеточное дыхание обусловлено действием специального фермента, белковая молекула которого содержит порфириновое ядро с одним атомом железа, которое и взаимодействует с кислородом, индуктивно исходя из следующих опытов. В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) пишет: «Еще в 80-е годы прошлого века Чарлз Макманн методом спектроскопии обнаружил в некоторых тканях неизвестное вещество, которое поглощало кислород и имело такие же спектральные линии, как и гемоглобин. Отсюда был сделан вывод, что в тканях содержится какой-то фермент, похожий на гемоглобин. Значение этого открытия стало понятным лишь в 20-е годы, когда Варбург стал заниматься исследованием клеточного дыхания. Он вновь применил спектроскопию и вторично установил сходство катализаторов биологического окисления с гемоглобином. На основании этого Варбург сделал вывод, что дыхательный фермент в своей белковой молекуле также имеет порфириновое ядро с одним атомом железа, который взаимодействует с кислородом. Эти дыхательные ферменты, обнаруженные по их спектру, были названы цитохромами» (Чолаков, 1986, с.218). Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002) отмечает: «В противоположность Виланду О.Варбург не придавал дегидрированию первенствующей роли. К представлению о том, что при дыхании речь идет о «железном катализе», он пришел через модельные опыты. В присутствии кровяных телец осуществляется окисление аминокислот в альдегиды, CO_2 и аммиак. Варбург высказал предположение о существовании особого дыхательного фермента, активирующего кислород, и открыл, что этот фермент ингибируется цианидом, СО и наркотиком, доказав таким образом, что в состав фермента входит железо» (Шлегель, 2002, с.102).

Индукция Отто Варбурга. О.Варбург (1923) высказал предположение о том, что главной биохимической характеристикой раковых клеток является переход с дыхания кислородом на ферментацию сахара, индуктивно отправляясь от опытов, в которых он обнаружил высокую скорость образования молочной кислоты раковыми клетками. А.Е.Черезов в книге «Общая теория рака» (1997) констатирует: «В 1923 г. О.Варбург обнаружил высокую скорость образования молочной кислоты раковыми клетками и пришел к заключению, что способность получать энергию за счет «молочно-кислой ферментации» глюкозы и расти за счет энергии этого процесса является главной биохимической характеристикой раковых клеток. Первичной причиной рака, по его мнению, является замещение дыхания кислородом в нормальных клетках тела ферментацией сахара» (А.Е.Черезов, 1997). Об этом же сообщает В.Дильман в статье «На пути к познанию природы раковой клетки» (журнал «Наука и жизнь», 1980, № 6): «…Еще в 30-е годы в классических исследованиях Отто Варбурга было обнаружено, что в раковых клетках, напротив, в 10-30 раз увеличена интенсивность брожения. Поэтому О.Варбург предположил, что «озлокачествление» вызывается повреждением митохондрий – аппарата дыхания клетки. Переход на древний, бескислородный способ энергетики, согласно Варбургу, приводит к автономному бесконтрольному существованию клетки, когда клетка ведет себя как самостоятельный организм, стремящийся к воспроизведению, подобно тому, как это свойственно дрожжам и микробам» (Дильман, 1980, с.68).

Индукция Дэвида Кейлина (Келина). Дэвид Кейлин (1925) после О.Варбурга пришел к идее о существовании ферментов дыхания, которые он назвал цитохромами, индуктивно исходя из экспериментов по исследованию летательных мышц живых насекомых с помощью спектроскопа. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002), имея в виду того же Ч.Макманна (Мак-Манна), о котором пишет В.Чолаков, подчеркивает: «Гемин был исследован К.А.Мак Муном спектроскопически в мышечной ткани в 1886 году. Затем, не зная описания гистогематана Мак Муном, Д.Келин провел в Англии спектроскопическое исследование мышц в 1924 году. Так как он имел образование энтомолога, он проводил опыты на личинках Diptera. Он обнаружил характерные абсорбционные спектры гемма и гематина как в тканях личинок насекомых, так и в суспензии дрожжей и Бациллус субтилис. Он назвал новые пигменты в ткани цитохромами, а окисляющие компоненты цитохромоксидазами. Таким образом, работы Варбурга и Келина вошли в концепцию дыхательной цепи. Варбург в своих исследованиях использовал две бактерии – Ацетобактер Пастеурианум и Азотобактер (1932) и впервые спектроскопически установил наличие у аэробных бактерий цитохромов и цитохрооксидаз» (Шлегель, 2002, с.102). Об экспериментах Дэвида Кейлина пишут также А.Ленинджер и Г.Эйхгорн. А.Ленинджер во 2-ом томе своей книги «Основы биохимии» (1985) отмечает: «Цитохромы были открыты давно (сначала их назвали гистогематинами), но только в 1925 г. Дэвид Кейлин установил, что функция этих соединений связана с биологическим окислением. В летательных мышцах живых насекомых он обнаружил при помощи спектроскопа красно-коричневые пигменты. Оказалось, что спектр этих пигментов заметно менялся, когда насекомое, прикрепленное к предметному стеклу, делало резкие движения, пытаясь вырваться на свободу. Кейлин назвал эти пигменты цитохромами и высказал предположение, что они переносят электроны от пищевых веществ на кислород, претерпевая при этом окисление-восстановление» (Ленинджер, 1985, с.521). Г.Эйхгорн во 2-ом томе книги «Неорганическая биохимия» (1978) повествует: «Обнаружив, что фотохимический спектр действия имел полосы при 590 и 433 нм, Варбург и Негелейн идентифицировали свой фермент как карбоксигемоглобин. Идеи Варбурга были развиты в превосходных работах Кейлина, который на протяжении почти сорока лет исследовал группу соединений, названных им цитохромами. Кейлин [9-12] убедительно доказал, что цитохромы участвуют в клеточном дыхании и что их простетическими группами являются группы гемма. Кейлин установил тождество дыхательных пигментов, которые он исследовал, миогематинам и гистогематинам Мак-Манна. Вследствие того, что четырехполосный спектр поглощения тканевых срезов принадлежал нескольким различающимся по структуре соединениям гемма, а также для того, чтобы не путать их с другими гемсодержащими белками – миоглобином и гемоглобином, Кейлин предпочел назвать их цитохромами» (Эйхгорн, 1978, с.398). В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука. Беседы с корифеями биохимии и медицинской химии» (2006) известный шведский биохимик Ларс Эрнстер говорит: «Но действительно, в истории химии вообще и биохимии в частности есть очень важные открытия, которые не были вознаграждены. Думаю, что это так. Объяснить это сложно. Например, Дэвиду Кейлину следовало бы дать Нобелевскую премию за открытие цитохромов» (И.Харгиттаи, 2006, с.350).

Индукция Джеймса Самнера. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1946 год Джеймс Самнер (1926) выдвинул гипотезу о белковой природе ферментов, индуктивно основываясь на открытии белковой структуры фермента уреазы, катализирующего реакцию расщепления мочевины на аммиак и углекислый газ. Самнеру удалось определить структуру этого фермента с помощью рентгеноструктурного анализа лишь после того, как он случайно получил кристаллическую форму этого фермента. А.Азимов в книге «Энергия жизни: от искры до фотосинтеза» (2007) пишет: «А между тем в Америке мирно работал биохимик по имени Джеймс Батчеллор Самнер, занимаясь изучением растения подназаванием «карнавалия мечевидная». Из этого растения ученый извлек вытяжку, которая катализировала распад мочевины на аммиак и углекислоту. По общепринятым правилам, новооткрытый фермент получил название «уреаза». Дальше Самнер выделил из уреазы маленькие кристаллики, раствор которых в чистой воде, как обнаружил химик к своему удивлению, оказывал то же действие, что и сама уреаза. Как ни старался Самнер в дальнейшем добиться действия вытяжки в отсутствие кристаллов, этого сделать не удалось. Разрушались кристаллы – прекращалось и действие, и, в конце концов, Самнер решил, что в кристаллической форме ему удалось выявить сам фермент. А поскольку результаты всех тестов свидетельствовали о том, что кристаллы состоят из белкового вещества, то пришлось признать, что как минимум один конкретный фермент – уреаза – все же является белком» (А.Азимов, 2007). Об индукции Д.Самнера пишет также А.Ленинджер в 1-ом томе книги «Основы биохимии» (1985): «В начале XX в. Эмиль Фишер провел первые систематические исследования по изучению специфичности ферментов. Тогда же начали появляться работы, посвященные кинетике ферментативных реакций, и были сформулированы теории действия ферментов. Но лишь в 1926 г. впервые был получен очищенный фермент в кристаллическом виде. Это была уреаза, которую выделил из семян канавалии сотрудник Корнеллского университета Джеймс Самнер. Самнер обнаружил, что кристаллы уреазы целиком состоят из белка. Поэтому он высказал предположение, что все ферменты представляют собой белки, однако против этой точки зрения активно возражал известный, пользовавшийся большим авторитетом немецкий биохимик Рихард Вильштеттер, который отстаивал мнение о том, что ферменты являются низкомолекулярными соединениями, а обнаруженный в кристаллах уреазы белок – это просто загрязнение» (Ленинджер, 1985, с.227).

Индукция Александра Гурвича. А.Г.Гурвич (1918, 1923) выдвинул предположение о существовании митогенетических лучей, испускаемых клетками живых организмов и стимулирующих деление (митоз) тех же клеток, индуктивно основываясь на своих экспериментах, в которых воздействие ультрафиолетовых лучей малой интенсивности на корешки зеленого лука приводило к ускорению процессов клеточного деления в данном растении. Основной эксперимент, выполненный в 1923 году, выглядел так. Кончик корешка лука (индуктор) нацеливали на боковую стенку корешка другой луковицы (детектор), а затем пересчитывали клетки, приступившие к делению в разных участках детектора. Оказалось, что на стенке детектора, обращенной к индуктору, митозов было значительно больше, чем на противоположной стороне. Почему? Противоположный эксперимент, если между индуктором и детектором помещали стеклянную пластину, - эффект исчезал. При замене стеклянной пластины на кварцевую усиленное деление клеток продолжалось. Вывод: живой организм способен продуцировать некое излучение, которое стимулирует деление клеток. Г.М.Франк установил, что лишь фотоны в диапазоне от 190 до 326 нм вызывали учащение митозов в культуре дрожжей. Конечно, мысль о существовании митогенетических лучей первоначально возникла у А.Г.Гурвича еще до описанных экспериментов. В 1918 году он обнаружил, что корешок одной луковицы, в котором происходят интенсивные процессы клеточного деления, способен вызывать ускорение процессов клеточного деления в корешке другой луковицы, расположенной вблизи первой луковицы. Это воздействие на расстоянии нужно было как-то объяснить. Во времена Гурвича многие ученые (например, лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1903 год Нильс Финзен) уже знали, что ультрафиолетовые лучи способны излечивать туберкулез кожи. Руководствуясь аналогией с этими фактами, Гурвич предположил, что воздействие корешка одной луковицы на другую определяется лучами, подобными ультрафиолетовым. Н.А.Рынин в книге «Лучистая энергия в фантазиях романистов и в проектах ученых» (1930) пишет: «Несколько лет тому назад проф. А.Г.Гурвич (ныне работающий в Москве) открыл замечательный факт действия на расстоянии некоторых частей растения на другие части того же самого или другого растения. Действие это заключается в ускорении процесса деления клеток (процесса, которым обусловливается рост образуемых ими тканей, органов и организмов). Вызывается же оно теми частями растения, в которых происходит особенно интенсивное клеточное деление кончиками корешков или дрожжами, а также плетками, претерпевшими какие-либо сильные повреждения. В первоначальных опытах проф. Гурвича указанное действие на расстоянии наблюдалось следующим образом. Брались две луковицы, причем какой-либо корешок А одной из них направлялся на перпендикулярно к нему расположенный корешок Б другой. При этом оказалось, что в той части корешка Б, которая находилась против кончика корешка А в кратчайшем от него расстоянии, скорость клеточного деления заметным образом увеличивалась по сравнению с нормой» (Н.А.Рынин, 1930). «Известно, например, - продолжает Н.А.Рынин, - что ультрафиолетовые лучи вызывают сильное биологическое действие. На этом действии основано столь ныне распространенное лечение туберкулеза так называемыми «кварцевыми лампами». Проф. Гурвич вскоре убедился, что открытые им биологические или митогенетические лучи ничем не отличаются от обыкновенных ультрафиолетовых лучей; помещение кварцевой пластинки между кончиком корешка А и корешком В почти не ослабляет наблюдающегося эффекта, в то время как стеклянная пластинка его совершенно уничтожает» (Н.А.Рынин, 1930). Далее Н.А.Рынин подчеркивает: «Чтобы окончательно удостовериться в правильности этого взгляда, проф. Гурвич исследовал, с точки зрения их влияния на скорость процессов клеточного деления, ультрафиолетовые лучи, испускаемые при разряде между алюминиевыми электродами (длина волны их лежит между 4000 и 2000 ангстремов). При этом ожидаемый эффект обнаружился еще резче, нежели при пользовании биологическими источниками. Далее, ассистент проф. Гурвича Г.М.Франк совместно с Э.П.Халфиным исследовали в Ленинградском Физико-Техническом институте акад. А.Ф.Иоффе действие лучей, испускаемых биологическими источниками (корешками лука и, в особенности, дрожжами) на физические объекты. Наличие ультрафиолетовых лучей подтвердилось с полной несомненностью» (Н.А.Рынин, 1930).

Индукция Гарольда Сакстона Барра. Г.С.Барр (1935) выдвинул гипотезу о существовании вокруг тела любого живого организма электрического поля (электрической оболочки), которое развивается вместе с онтогенетическим развитием организма, индуктивно основываясь на экспериментальном исследовании электрических полей разных животных и, прежде всего, саламандры. Л.Уотсон в очерке «Ошибка Ромео» (сборник «Жизнь земная и последующая», 1991) пишет: «Разработав достаточно чувствительный прибор для измерения электрического потенциала даже у мельчайших организмов, Барр сразу же приступил к программе исследований, чтобы выяснить, универсальны ли эти поля и обладают ли они какими-либо отличительными свойствами. За сорок лет исследований Барр и его сотрудники бесспорно установили, что человек, а также любое другое исследованное им животное или растение обладают электрическим полем, которое можно измерить даже на некотором расстоянии от тела и которое отражает, а, возможно, и контролирует происходящие в организме изменения. Одним из первых объектов опыта была саламандра. Любая взрослая особь этих земноводных обладает расположенным вдоль тела электрическим полем с положительным и отрицательным полюсами. Эта полярность, которую можно измерить в воде на небольшом расстоянии от тела, присутствует у молодой саламандры и даже у эмбриона. В сущности, это неудивительно. Можно ожидать, что организм с двусторонней симметрией будет обладать полем того же вида, с различающимися головой и хвостом. Барр продолжал следить за развитием электрического поля у эмбриона и, к своему удивлению, обнаружил его присутствие даже в неоплодотворенном яйце. Это на самом деле было неожиданностью. Полярность присутствовала даже у простых желеобразных икринок, только что отложенных саламандрой» (Л.Уотсон, 1991).

Индукция Гарольда Сакстона Барра. Г.С.Барр пришел к идее о различии электрических полей живых организмов, относящихся к разным генетическим линиям, даже если эти организмы отличаются друг от друга одним-единственным геном, индуктивно отталкиваясь от обнаружения факта нетождественности напряжения поля у двух зерен кукурузы, отличающихся всего лишь одним геном. Л.Уотсон в очерке «Ошибка Ромео» (сборник «Жизнь земная и последующая», 1991) отмечает: «Другие опыты Барра показывают, что хромосомы могут использовать жизненные поля для передачи или изменения замысла организации протоплазмы. Он исследовал несколько чистых и гибридных линий кукурузы, производя измерения только у отдельных зерен, и обнаружил значительные изменения потенциала. Один гибрид отличался от родительского растения единственным геном, но этого оказалось достаточно, чтобы образец напряжения поля значительно изменился. С помощью своего оборудования Барр смог отличить одну линию кукурузы от другой задолго до того, как эти изменения можно было увидеть» (Л.Уотсон, 1991). П.Томпкинс и К.Берд в книге «Тайная жизнь растений» (2006), называя Барра как Бурр, пишут: «Работая с растениями, Бурр измерил так называемое «поле жизни» вокруг семян, а также заметил сильные колебания напряжения поля при изменении даже одного родительского гена. По электрическим характеристикам семян Бурр научился предсказывать, насколько здоровым и жизнеспособным будет будущее растение – что могло бы стать отличным подспорьем для ученых-селекционеров» (Томпкинс, Берд, 2006, с.127).

Индукция Семена Кирлиан. Семен Кирлиан (1939) сделал заключение о том, что при внесении любого объекта (в том числе живого) в электрическое поле высокой напряженности возникает свечение, картина которого зависит от природы объекта, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Андрей Адерехин в статье «Тайны «дилетантов» Кирлиан» (газета «Известия» от 5 июля 1997 г.) пишет: «Мне удалось познакомиться с непубликовавшимися дневниками всемирно известных изобретателей супругов Кирлиан, чьи открытия и сегодня приносят новые сенсации. Все началось со случайности. В 1939 году мастер по ремонту электроприборов Семен Кирлиан, отремонтировав в краснодарской больнице физиотерапевтический аппарат, в котором использовался ток высокой частоты, обратил внимание на странное розовое свечение между электродами. Только в свободную от догм голову могла в эту минуту прийти необычная идея: а что, если поместить в эту искру что-нибудь и зафиксировать свечение на фотопленке? Так родилось открытие, потрясшее потом весь мир…» (А.Адерехин, 1997). «Итак, - продолжает А.Адерехин, - Кирлиан решил попробовать зафиксировать на фотопленке свечение в поле тока высокой частоты какого-нибудь предмета. Первым объектом, который был сфотографирован таким образом, стала монета. Изобретатель подсоединил к ней один электрод, положил сверху пленку, накрыв ее вторым электродом, включил ток высокой частоты. Сделав отпечаток, Кирлиан увидел снимок монеты, по краям которой шел скользящий разряд... Изобретатель начал помещать в поле самые разнообразные предметы, фотографируя без фотоаппарата необычное свечение, в том числе листья деревьев, собственные руки» (А.Адерехин, 1997). Об этом же пишет Вера Ветрова в статье «Бессмертие души» (газета «Краснодарские известия», выпуск 29 от 20 февраля 2008 г.): «Главное открытие Семена Давидовича получило название «эффекта Кирлиана». Ремонтируя в горбольнице физиотерапевтический аппарат, он обратил внимание на некое розовое свечение между электродами. Кирлиан решил поместить в эти искры какой-нибудь предмет и зафиксировать свечение на фотопленке. В ход пошли монета, листья деревьев, собственные руки. Супруги Кирлиан выяснили, что любой объект, помещенный в поле высокой частоты, «светится» по-разному. Таким образом, Кирлиан доказал, что каждый предмет имеет свою ауру, по изображению которой можно делать те или иные выводы. В 1949 году открытие запатентовали в Москве и тут же засекретили почти на четверть века» (В.Ветрова, 2008). Открытие Кирлиан описывает также В.Жвирблис в статье «Луч света в светлом царстве, или новый метод инфракрасной фотографии» (журнал «Химия и жизнь», 1975, № 9): «В 1939 году супруги С. И В.Кирлиан открыли удивительное явление. Между двумя металлическими электродами, подсоединенными к генератору напряжения высокой частоты, они поместили фотопленку и на нее положили лист растения. Генератор включали на некоторое время и пленку проявляли. На ней возникало изображение листа – но не простое, а испещренное таинственными светящимися узорами, которых не было видно на зеленом листе невооруженным глазом. Далее оказалось, что характер свечения изменяется, когда лист увядает и погибает» (Жвирблис, 1975, с.15). Отметим, что заключение С.Кирлиан о том, что при внесении любого объекта в электрическое поле высокой напряженности возникает свечение, картина которого зависит от природы объекта, представляло собой индукцию с фактором случая.

Индукция Семена Кирлиан. С.Кирлиан выдвинул гипотезу о возможности диагностировать состояние живого организма путем анализа его свечения, возникающего при внесении живого объекта в электрическое поле, индуктивно основываясь на обнаружении того, что это свечение было разным для разных состояний организма. А.Адерехин в статье «Тайны «дилетантов» Кирлиан» (газета «Известия» от 5 июля 1997 г.) пишет о находках, которые сделал С.Кирлиан в ходе детального исследования открытого им «эффекта Кирлиан»: «И вот тут-то появилась любопытнейшая закономерность: любой живой объект, помещенный в поле тока высокой частоты, давал на фотопленке свечение, характер которого зависел от состояния снимаемого объекта, одна «картинка» - если лист дерева только что сорван, другая – когда после этого прошел, к примеру, час. Существенно различалось также свечение от рук здорового, заболевшего или даже просто уставшего человека…» (А.Адерехин, 1997).

Индукция Влаиля Петровича Казначеева. Российский ученый В.П.Казначеев высказал мысль о возможности межклеточных дистантных электромагнитных взаимодействий в системе двух тканевых культур, индуктивно основываясь на следующих опытах. Евгения Дорогова в статье «По волнам генома» (журнал «Discovery», № 5 (17), май 2010 г.) повествует: «Концепция биоинформационных полей человека получила мощный толчок к развитию во второй половине XX в. благодаря работам профессора Влаиля Казначеева. В лабораториях Института клинической и экспериментальной медицины при Сибирском отделении Академии наук Казначеев с группой коллег провели более 5 тыс. экспериментов, которые установили дистанционные электромагнитные взаимодействия живых клеток между собой. Суть опытов сводилась к следующему: в двух сосудах выращивались культуры клеток, одну из которых заражали болезнетворным вирусом. Несмотря на то, что сосуды были герметичны и соприкасались лишь посредством кварцевого стекла, почти одновременно у популяции клеток во втором сосуде наблюдался схожий патологический процесс. Словом, здоровые клетки заражались от больных бесконтактно! Эту удивительную способность исследователи объяснили тем, что между клетками может существовать возможность обмениваться информацией на уровне электромагнитных излучений. В попытке доказать свои догадки ученые разработали способ повышения чувствительности здоровых клеток, и эффект «зеркальной» заболеваемости усилился. Исследования Казначеева стали прорывным событием в формировании концепции об информационных каналах в биологических системах. Открытие было официально зарегистрировано в «Государственном реестре открытий СССР» в 1966 г.» (Дорогова, 2010, с.44). Отметим, что П.Томпкинс и К.Берд в книге «Тайная жизнь растений» (2006) отводят определенную роль в открытии дистантного взаимодействия живых клеток С.П.Щурину, который имел ряд совместных публикаций с В.П.Казначеевым. В данной книге П.Томпкинс и К.Берд описывают те же эксперименты, которые поставил В.П.Казначеев: «С.П.Щурин и двое его коллег из Института автоматики и электрометрии были награждены Государственным комитетом по изобретениям и научным открытиям СССР специальными дипломами за открытие «общения» клеток друг с другом. Ученые установили, что клетки облекают свои сообщения в форму особого электромагнитного луча. Экспериментаторы поместили идентичные колонии клеток в два герметичных сосуда, отделенных друг от друга стеклянной перегородкой. Затем одну из колоний заразили смертельным вирусом, убившим все клетки в сосуде. Вторая колония продолжала жить как ни в чем не бывало. Тогда стеклянную перегородку заменили на кварцевую и снова заразили одну из колоний смертельным вирусом. Советские ученые были поражены полученным результатом: вторую колонию постигла та же печальная участь, что и первую, хотя вирус был введен лишь в одну из колоний, и не имел никакой возможности проникнуть сквозь заградительный барьер. Провели также и другие эксперименты, где одну из колоний клеток убивали химическими ядами или смертельными дозами радиации. Но результат был один: вторая, казалось бы, полностью изолированная колония погибала вместе с первой. Что же убивало вторую колонию во всех этих случаях? Известно, что обычное стекло фильтрует ультрафиолетовые лучи, а кварцевое – наоборот, пропускает их. Похоже, в этом был ключ к разрадке. Советские ученые вспомнили о Гурвиче, утверждавшем, что клетки лука могут испускать ультрафиолетовое излучение. Идеи Гурвича, о которых было забыто с 1930-х годов, снова оказались в центре внимания» (Томпкинс, Берд, 2006, с.128).

«Мне рассказывали, что когда пришло постановление об освобождении, А.Л.Чижевский попросил разрешения остаться еще на месяц: в лагере, когда режим несколько ослаб, он проводил исследования формы и агрегации эритроцитов своей и донорской крови. Он не знал, удастся ли сразу на свободе продолжить эти исследования… Результаты изучения свойств эритроцитов составили содержание двух небольших книг, написанных им после освобождения».

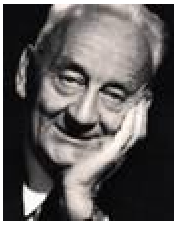
Симон Шноль об Александре Чижевском

Индукция Александра Чижевского. Александр Чижевский (1915) пришел к идее о влиянии электромагнитного излучения Солнца на жизненные явления и процессы, происходящие на Земле, индуктивно основываясь на обнаружении следующего совпадения: наблюдая с помощью телескопа за солнечными пятнами на Солнце и одновременно обозначая флажками на географической карте перемещение войск, он заметил, что максимум солнечных пятен соответствует интенсивному перемещению этих войск. А.Чижевский в статье «Гневы Солнца» (журнал «Простор», Алма-Ата, 1969, № 5, стр.56-75) сам раскрывает историю своего открытия: «Расскажу, что побудило меня к развитию идей подобного рода. Возможно, только случайность… У меня в комнате над кроватью висела большая карта западной части России, Волыни, Царства Польского и прибалтийских стран, по которой белыми и черными флажками на булавках были отмечены военные фронты. Почти ежедневно по сводкам Верховного Главнокомандования я фиксировал движение наших войск и войск противника. Мой отец, Леонид Васильевич, мой дядя, Аркадий Васильевич, мои родственники и старшие друзья были на фронте, в жарких боях отстаивая честь и славу Родины. Большинство из них сложили там свои головы. Отзывчивая юность зорко следила за развитием военных действий, с печалью принимая трагические известия. Как раз этим летом я получил возможность вести зарисовки солнечной поверхности, пользуясь мощным телескопом Секретана. Первые уроки зарисовок мне дал знакомый нашей семьи доцент (впоследствии профессор) Сергей Николаевич Блажко, специалист по переменным звездам. И вот в те дни, когда мне приходилось много возиться с перестановкой флажков на карте военных действий, приходилось и больше всего вести зарисовок возмущений солнечной поверхности» (А.Чижевский, 1969). Об этом же говорят А.Манакин и Л.Энгельгардт в статье «Леонардо да Винчи XX века» (журнал «Наш современник», 2002, № 11): «Еще в 1915 году он увлекся исследованиями солнечных пятен и обнаружил синхронность между максимальным количеством пятен, проходящих через центральный меридиан Солнца, и военными действиями на фронтах первой мировой войны, за которыми следил с большим вниманием. Подметив эту взаимосвязь, Александр ищет подтверждения у древних летописцев, хроникеров, зная, что они записывали подробно все происходящее на Земле и на небе, сопоставляя земные явления с необычайными явлениями на небе, например с солнечными затмениями. Уже в мае 1918 года он защищает в Московском университете докторскую диссертацию. Тема ее: «О периодичности всемирно-исторического процесса» (А.Манакин, Л.Энгельгардт, 2002). Когда А.Чижевский стал целенаправленно собирать различные данные, которые указывали бы на наличие солнечно-биосферных связей, на зависимость многих биологических процессов от 11-летнего цикла активности Солнца, он обнаружил, что еще В.Гершель (1801) заметил соответствие между колебаниями урожайности злаков и солнечной активностью. В 1939 году Чижевский был заочно избран почетным президентом 1-го Международного биофизического конгресса в Нью-Йорке и представлен группой выдающихся ученых к присуждению Нобелевской премии, которой он, однако, не получил. Де Арсонваль, Ланжевен и Бранли говорили о Чижевском: «В лице профессора Чижевского мы, бесспорно, имеем одного из гениальных натуралистов всех времен и народов, который достоин занять почетное место в Пантеоне Человеческой Мысли, наравне с великими представителями Естествознания».

Индукция Александра Чижевского. А.Чижевский (1918) пришел к выводу о существенном влиянии на организм отрицательных ионов воздуха, индуктивно исходя из результатов собственных экспериментов и исследований его предшественников, показавших реальность биологического действия на организм заряженных молекул газов воздуха. Еще в 1777 году князь Д.Голицын провел опыт, в котором показал, что подвергшиеся электризации куриные яйца высиживаются наседкой на сутки быстрее, чем обычно. В те же годы французский ученый П.Берталон публикует работы, в которых сообщает, что подвергшиеся электризации семена восходят быстрее и в большем количестве, что электризация способствует росту растений, которые дают больше листьев и стеблей, что вблизи громоотводов растительность богаче, чем в отдалении от них. П.Берталон говорил о необходимости искусственной электризации воздуха жилых помещений в терапевтических целях. Сам А.Чижевский ставил первые эксперименты по изучению влияния ионов воздуха на живые организмы в доме отца в Калуге. А.Манакин и Л.Энгельгардт в статье «Леонардо да Винчи 20 века» (журнал «Наш современник», 2002, № 11) подчеркивают: «Подметив наиболее общие закономерности взаимодействия биосферы с периодической деятельностью Солнца, ученый стремился постичь интимные механизмы взаимодействия живой природы с внешней средой. Так он подошел к исследованию биологического действия униполярных аэроионов, к разработке теории органического электрообмена и сделал еще одно важное открытие о влиянии легких аэроионов воздуха отрицательного знака на живые организмы – аэроионизации. Первые экспериментальные исследования в этой области Чижевский провел в доме отца в Калуге. Для этих целей в 1918 году самая большая комната в доме была переоборудована под лабораторию. Впоследствии ученый с благодарностью будет вспоминать тетю и отца за их поддержку и помощь в этих экспериментах. Опыты продолжались три года с небольшими перерывами и дали четкий результат: отрицательно заряженные ионы воздуха благотворно влияют на живые организмы, положительно заряженные производят противоположное действие» (А.Манакин, Л.Энгельгардт, 2002).

Индукция Джорджа Майнса. Известный физиолог Джордж Майнс (1924) построил концепцию циркулирующего возбуждения в сердце (теорию кругового ритма сердца), индуктивно основываясь на экспериментах Майера (1906). Майер, изучая природу ритмической пульсации у медузы, обнаружил, что препарат парализованной ткани колокола медузы Scyphomedusa, вырезанный в форме кольца или замкнутой структуры, начинает ритмически пульсировать, если в какой-либо его точке инициируется волна сокращения. Независимо от Дж.Майнса опыты Майера (1906) высоко оценил и развил Garrey. В 1-ом томе книги «Аритмии сердца. Механизмы, диагностика, лечение» (редактор – В.Дж.Мандел, Москва, «Медицина», 1996) указывается: «Небезынтересно отметить, что первые наблюдения циркулирующего возбуждения были сделаны не при исследовании сердца, а при изучении тканей животного, весьма напоминающих сердце, а именно – колокола медузы. В 1906 г. Mayer [24], изучая природу ритмической пульсации у медузы, обнаружил, что препарат парализованной ткани колокола медузы Scyphomedusa, вырезанный в форме кольца или замкнутой структуры, начинает ритмически пульсировать, если в какой-либо его точке инициируется волна сокращения. Частота этого ритма, в основе которого лежит непрерывное (круглое) движение импульса по кольцу, приблизительно в 3-4 раза выше частоты нормального ритма медузы, генерируемого ее маргинальными сенсорными органами. Аналогия с трепетанием предсердий и синусовым ритмом действительно поразительная. Думается, что Mayer вряд ли сознавал исключительную важность своих наблюдений для решения проблемы нарушений ритма сердца. Хотя Mayer повторил свои эксперименты на кольцеобразным срезах желудочка сердца черепахи, в которых он обнаружил тот же феномен, что и в кольцевых препаратах медузы, он подчеркивал: «Удивительно, что эти изолированные кольцевые волны, постоянно движущиеся в одном направлении по замкнутому пути, не встречаются в природе». (…) К счастью, современники Mayer (одновременно два физиолога) сразу же по достоинству оценили фундаментальное значение этих наблюдений, связав их с проблемой нарушений ритма сердца. Независимо друг от друга Mines [25, 26] и Garrey [27] провели аналогичные исследования на кольцевых срезах предсердий и (или) желудочков. В результате этих исследований появилась концепция циркулирующего возбуждения, не претерпевшая изменений за прошедшие 65 лет интенсивных поисков в области электрофизиологии сердца» («Аритмии сердца», 1996, с.213). Об этом же сообщает Н.Л.Гурвич в книге «Основные принципы дефибрилляции сердца» (1975): «Первые опыты, показавшие возможность непрерывного круговорота волны возбуждения в мышечной ткани, были проведены на кольцевом препарате из мышечного тяжа, вырезанного из колокола медузы» (Гурвич, 1975, с.18).

Индукция Вернера Форсмана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1956 год Вернер Форсман (1928) пришел к идее о безвредности и эффективности сердечного катетера в качестве диагностического средства, индуктивно основываясь на опытах по введению катетера в область собственного сердца. В первом опыте Форсман ввел катетер на расстояние 35 см и не достиг центра. Однако следующий эксперимент оказался вполне успешным. Историк биологии Г.Глязер в книге «Драматическая медицина» (1962) отмечает: «Форсман, твердо уверенный в осуществимости своего замысла, не удовлетворился этим полууспехом и через неделю повторил эксперимент. На сей раз он не обращался к помощи коллеги, не желая, чтобы ему помешали, и хотел довести свой опыт до конца. Опыт прошел успешно. Катетер толщиной лишь в несколько миллиметров, удалось ввести на расстояние в 65 сантиметров и тем самым достичь правой половины сердца. Форсман проводил свой опыт в рентгеновском кабинете и, включив рентгеновский аппарат, смог определить, куда дошел катетер. Впоследствии Форсман говорил, что при первом опыте, прерванном по настоянию коллеги, чувствовал себя вполне хорошо и при втором опыте у него также не было никаких неприятных ощущений» (Глязер, 1962, с.153). Изобретенный Форсманом метод исследования сердца с помощью катетера очень скоро оказался полезным: он позволил извлекать из правой половины сердца некоторое количество венозной крови и исследовать ее, вводить в сердце крохотный манометр и исследовать кровяное давление, устранять врожденные пороки сердца у детей с помощью катетера и т.д.

	«Он начинал свою деятельность как врач. Его интересовала биохимия, сокращение мускулатуры и функция АТФ, поскольку он является движущей силой сокращений мышц. Затем он стал интересоваться тем, как получается АТФ, как преобразуется энергия и т.д. Так что он, несомненно, был из типа «землекопов». Он делал открытия одно за другим, натыкаясь на них случайно». Ларс Эрнстер об Альберте Сент-Дьердьи

Индукция Альберта Сент-Дьердьи. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1937 год Альберт Сент-Дьердьи (1935) пришел к идее о том, что многие органические кислоты способны оказывать каталитическое действие, являясь звеньями в цепи окислительных процессов в живых тканях, при которых происходит выделение энергии, индуктивно отталкиваясь от своих опытов. В этих опытах Сент-Дьердьи изучал интенсивность поглощения кислорода в измельченных тканях сердечной мышцы голубя, то есть процесс дыхания этой мышцы. Ученый обнаружил, что если добавить в порошок измельченных тканей сердечной мышцы голубя янтарную, фумаровую, яблочную и щавелево-уксусную кислоты, то окислительные процессы в этой ткани усиливаются. А очень близкая по строению малоновая кислота, наоборот, подавляет интенсивность процессов. Л.Я.Бляхер в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975) констатирует: «Первые шаги к расшифровке механизма аэробного дыхания сделал после работ Костычева в 30-х годах А.Сент-Дьердьи (Нобелевская премия, 1937). Исследуя дыхание измельченных тканей сердечной мышцы голубя, отличающейся особенно высокой скоростью окислительных процессов, он обнаружил, что постепенно снижающаяся интенсивность поглощения кислорода измельченными мышцами (гомогенатами) может быть восстановлена добавлением солей некоторых органических кислот (янтарной, фумаровой, яблочной и щавелевоуксусной). Наоборот, очень близкая по строению молоновая кислота подавляет интенсивность процесса» (Бляхер, 1975, с.166). После Сент-Дьердьи биохимик Адольф Кребс установил, что усиление окисления можно вызвать и добавлением кетоглутаровой и пировиноградной кислот. «В дальнейшем, - добавляет Л.Я.Бляхер, - американский биохимик Г.А.Кребс обнаружил, что «эффект Сент-Дьердьи» может быть получен также при добавлении к гомогенатам солей кетоглутаровой и пировиноградной кислот, а также аминокислот – глутаминовой и аспарагиновой. Эти открытия навели на мысль, что перечисленные кислоты последовательно превращаются одна в другую в процессе разложения наиболее сложной из них. При этом происходит постепенное окисление органического вещества» (Бляхер, 1975, с.166). Об этом же пишет В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986): «Обычно исследования биохимических реакций проводятся в гомогенной массе, получаемой путем растирания в порошок живых тканей. Проводя такие опыты над гомогенатом мышечной ткани, некоторые ученые, в том числе Сент-Дьердьи, обнаружили, что при добавлении янтарной, фумаровой, яблочной и щавелево-уксусной кислот окислительные процессы усиливаются» (Чолаков, 1986, с.220). В период исследований Сент-Дьердьи шведский химик Т.Тунберг показал также, что мышцы содержат особые ферменты – дегидрогеназы янтарной, фумаровой и яблочной кислот.

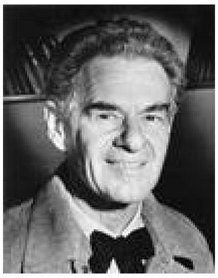
Индукция Альберта Сент-Дьердьи. Альберт Сент-Дьердьи пришел к выводу о существовании витаминов, которые он назвал флавонами, индуктивно исходя из опытов, в которых удавалось лечить геморрагическую пурпуру высококонцентрированным неочищенныммм экстрактом аскорбиновой кислоты, выделенной из кожуры лимона, и не удавалось добиться того же эффекта лечения очищенной аскорбиновой кислотой. Впоследствии Сент-Дьердьи выделил флавоны из венгерского перца (паприки). Здесь, конечно, кроме индукции, присутствовали и дедуктивные рассуждения. А.Сент-Дьердьи в статье «В дебрях XX века» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 1) рассказывает: «Нобелевскую премию мне присудили частично за витамин С, который неожиданно привел меня и к другому открытию. Вот как это случилось. Еще когда у меня были неочищенные, но высококонцентрированные экстракты аскорбиновой кислоты, мы пытались лечить ими геморрагическую пурпуру. Дело в том, что при цинге капилляры становятся хрупкими, и это вызывает подкожные кровотечения. Почему бы не попробовать экстракты в случае пурпуры, которая тоже проявляется в подкожных кровотечения? Мы так и сделали, и они оказались эффективными. Заполучив кристаллическую аскорбиновую кислоту, я решил испробовать и ее, ожидая более сильного действия. Ничего подобного. Значит, неочищенный экстракт содержал какое-то вещество, которое излечивало болезнь. Я предположил, что это флавоны. Я выделил флавоны из перца и оказался прав. Я назвал эту группу веществ витамином Р. Букву Р я выбрал потому, что не знал наверняка, витамин ли это» (А.Сент-Дьердьи, 1980).

	«Я никогда не имел регулярного обучения в области биохимии и родственных вопросов. В этом отношении по своему научному воспитанию и по исследованиям я имел основания рассматривать себя как своего рода самоучку, не уделившего никакого времени традиционному общепринятому обучению. Разумеется, на меня немалое влияние оказали труды ученых старшего поколения…». Владимир Энгельгардт о себе

Индукция Владимира Энгельгардта. Предположение В.А.Энгельгардта (1930) о том, что в процессе дыхания клеток происходит присоединение неорганического фосфата пирофосфатной связью к какому-то соединению, индуктивно диктовалось обнаружением данного процесса в эритроцитах птиц. Впоследствии Г.Калькар установил, что этим соединением является АТФ. В статье «Жизнь и наука: автобиография», представленной в книге «Воспоминания о В.А.Энгельгардте» (1989), В.А.Энгельгардт вспоминает о своих исследованиях функции молекулы АТФ, которую ученый называет АТР: «Результаты были в немалой мере утешительны: было обнаружено, что дыхание клеток может повлечь за собой синтез АТР. В тот период было хорошо известно, что АТР синтезируется в процессе неокислительного распада глюкозы, протекающего по путям брожения или гликолиза. Если оглядываться назад, может показаться удивительным, что ничего не было известно относительно возможного участия АТР или вообще фосфата в другом крупнейшем энергодающем процессе, каким является дыхание. Объяснение этому можно видеть в простом факте. Для глубокого анализа не хватало подходящего экспериментального объекта. В те времена для опытов применялось очень ограниченное их число. Для изучения фундаментальных источников энергии в живых объектах – брожения и дыхания –

использовались, с одной стороны, дрожжи, с другой – печеночная ткань» («Воспоминания о В.А.Энгельгардте», 1989). Указанное предположение ученого о роли АТФ было индукцией с фактором случая, поскольку В.А.Энгельгард сам признает наличие этого фактора: «Можно считать счастливой случайностью, что для своих исследований, касавшихся возможного участия АТР в дыхательных процессах, мне удалось выбрать особенно благоприятный объект. Таким объектом оказались содержащие ядро эритроциты птиц. Их структура предельно проста: они имеют лишь одну строго определенную функцию, которую им надлежит выполнять, что достигается заключением в ничтожно ограниченном объеме высококонцентрированного раствора гемоглобина, в котором плавает крупное клеточное ядро» («Воспоминания об В.А.Энгельгардте», 1989). Когда В.А.Энгельгардт говорит о том, что в 1930 году он догадался об участии АТФ (аденозинтрифосфорной кислоты) в процессах дыхания живых клеток, о том, что дыхание клеток влечет за собой синтез АТФ, это не вполне соответствует действительности. В.П.Скулачев в статье «Четыре жизни академика Баева» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 6) отмечает: «Дело в том, что в 1930 году, опубликовав свою первую работу об окислительном фосфорилировании, Энгельгардт не указал, что продуктом процесса служит АТФ. Он писал о зависящем от дыхания присоединении неорганического фосфата пирофосфатной связью к какому-то соединению» (В.П.Скулачев, 2000).

Индукция Владимира Энгельгардта. В.А.Энгельгардт (1939) выдвинул гипотезу о том, что мышечный белок миозин является ферментом, расщепляющим молекулу АТФ с высвобождением энергии, что он ответствен за трансформацию химической энергии АТФ (аденозин-три-фосфорной кислоты) в механическую работу мышц, индуктивно основываясь на обнаружении АТФ-азной активности нерастворимого мышечного белка миозина. Л.Я.Бляхер в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975) пишет о начале изучения АТФ: «Начало этому направлению было положено в середине 40-х годов, когда В.А.Энгельгардт и М.Н.Любимова обнаружили АТФ-азную активность нерастворимого мышечного белка миозина. Авторы сделали вывод о том, что именно миозин ответствен за трансформацию химической энергии АТФ в механическую работу мышц. Впоследствии эта мысль получила полное подтверждение в работах многих исследователей, показавших, что гидролиз АТФ вызывает конформационное изменение актомиозинового комплекса, что в свою очередь вызывает сокращение мышечного волокна» (Бляхер, 1975, с.171). В статье «Жизнь и наука: автобиография», представленной в книге «Воспоминания о В.А.Энгельгардте» (1989), В.А.Энгельгардт пишет о своих попытках обнаружить фермент, который катализирует расщепление молекулы АТФ (АТР): «…Мы продолжали и дальше следовать по «еретическому» пути, применяя для экстракции вместо воды или слабых солевых растворов концентрированные растворы солей, относительно которых было известно, что они способны извлекать главный сократительный белок – миозин. Представлялось естественным начинать эксперименты с удаления этого белка, который был известен как главная составная часть нерастворимой белковой фракции. Но велико было наше изумление, когда после обработки остатка мышечной ткани растворами возрастающей ионной силы, как это делается при изолировании миозина, мы обнаружили всю ферментативную активность в экстракте, содержащем миозин. Этот результат прямо противоречил нашим ожиданиям. Мы намеревались удалить главную массу «структурного белка» и обнаружить фермент в какой-нибудь исчезающе малой, индивидуальной фракции. Все методы, известные к тому времени для изолирования миозина, неукоснительно приводили к тому, что получаемый продукт обладал полной ферментативной активностью» («Воспоминания о В.А.Энгельгардте», 1989). «Вопреки нашим ожиданиям, - говорит Энгельгардт, - пришлось принять заключение, на первый взгляд малоправдоподобное, что ферментативное АТРазное свойство принадлежит самому миозину. В нашей первой публикации в журнале «Nature» мы предложили ввести сокращенное обозначение энзиматических свойств миозина, назвав их краткой формой «АТРаза», вместо громоздкого обычного аденозинтрифосфатаза» (В.А.Энгельгардт, 1989).



«В 1941 году Липман сформулировал основной закон биоэнергетики, согласно которому энергия внешнего источника сначала запасается в форме химической энергии молекул АТР и лишь затем используется для совершения полезной работы. Представление об АТР как универсальной «энергетической валюте» нашло многочисленные подтверждения и стало краеугольным камнем всей биоэнергетики».

А.Н.Тихонов о заслугах Фрица Липмана

Индукция Фрица Липмана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1953 год Фриц Липман (1941) построил концепцию о том, что молекула АТФ (аденозинтрифосфорной кислоты) является универсальным носителем химической энергии в живых клетках, в результате индуктивного обобщения экспериментальных фактов. Эти факты говорили о том, что в различных клетках живых организмов химическая энергия концентрируется в молекуле АТФ. Эта молекула, которая раньше называлась АТР (аденозинтрифосфат) обнаруживалась разными исследователями. Многие из них независимо друг от друга изучали ее роль в биохимических процессах. А.Ленинджер во 2-ом томе книги «Основы биохимии» (1985) отмечает: «Впервые АТР был обнаружен в экстрактах скелетных мышц Карлом Ломаном в Германии, и почти одновременно в 1929 г. два американских исследователя – Сайрус Фиске и Йеллапрагада Субарроу – выделили это соединение. Сначала думали, что АТР играет важную роль только в процессах мышечного сокращения; однако затем выяснилось, что он присутствует в клетках всех типов животных, растительных и бактериальных. Обнаружилось также, что АТР принимает участие в клеточных процессах самого разного типа. В 1941 г. Фриц Липман, убедившись в универсальном значении всех этих наблюдений, выдвинул обобщающую концепцию, согласно которой АТР в клетках играет роль главного и универсального переносчика химической энергии. Он первым высказал предположение о существовании в клетках АТР-цикла» (Ленинджер, 1985, с.414).

Индукция Владимира Белицера. В.А.Белицер (1940) сформулировал представление о том, что процессы дыхания в клетке могут протекать без процессов фосфорилирования, то есть без образования АТФ, индуктивно базируясь на опытах, в которых сбраживание сахара в среде, где фосфат заменен на арсенат, сопровождалось тем, что брожение шло с большой скоростью, но без образования АТФ. Явление, обнаруженное В.А.Белицером, было названо эффектом разобщения дыхания и фосфорилирования. В.П.Скулачев в статье «Протонный цикл: история одного открытия из области биоэнергетики» (журнал «Химия и жизнь», 1979, № 10) пишет: «Сопряжение дыхания с фосфорилированием обнаружил Владимир Александрович Энгельгардт в 1930 г. А спустя несколько лет другой Владимир Александрович, Белицер, описал условия, когда дыхание отключалось от фосфорилирования и протекало без образования АТФ, несмотря на высокую скорость окислительной реакции. Так было открыто явление, названное разобщением дыхания и фосфорилирования. Именно этот эффект оказался камнем преткновения для химической схемы биоэнергетики» (В.П.Скулачев, 1979). «Тот факт, что окисление может быть отключено от фосфорилирования, - продолжает В.П.Скулачев, - впервые был описан при изучении брожения. Если сбраживать сахар в среде, где фосфат заменен на арсенат, то брожение идет с большой скоростью, но без образования АТФ. Подобным образом действует арсенат и на дыхание: в присутствии арсената система дыхания перестает запасать энергию в форме АТФ. Именно арсенат был первым разобщителем дыхания и фосфорилирования в опытах В.А.Белицера» (В.П.Скулачев, 1979).

Индукция Ф.Гурвица (Гауровица). Ф.Гурвиц (1937) выдвинул предположение о том, что реакция гемоглобина с кислородом должна сопровождаться изменением структуры молекулы гемоглобина, индуктивно исходя из того, что при исследовании кристаллов гемоглобина под микроскопом можно было наблюдать, как после соединения с кислородом кристаллы меняли свой цвет и форму – фиолетовые пластинки превращались в красные иглы. П.А.Коржуев в статье «Молекула гемоглобина» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 3) цитирует лауреата Нобелевской премии Макса Перуца (Перутца), который рассказывает об открытии Ф.Гурвица: «В 1937 году Ф.Гурвиц нашел ключ к молекулярному объяснению физиологического действия гемоглобина. Он поставил кристаллы оксигемоглобина, имеющие форму игл, в холодильник. Когда через несколько недель он достал эту взвесь, то увидел, что кислород был поглощен бактериями и вместо красных игл появились фиолетовые гексагональные пластинки – кристаллы восстановленного гемоглобина. Во время исследования этих кристаллов под микроскопом между предметным и покровным стеклами проник кислород, вызывая на глазах распад фиолетовых пластинок и образование красных игл оксигемоглобина. Это превращение убедило Гурвица в том, что реакция гемоглобина с кислородом должна сопровождаться изменением структуры молекулы гемоглобина» (П.А.Коржуев, 1965). Об этом же пишет Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (1986): «Итак, наши белки обладают способностью менять свою конфигурацию – как говорят специалисты, подвергаться конформационным изменениям. О том, что молекула гемоглобина могла подвергаться таким превращениям, догадывались давно. Еще в 1937 году американский ученый Ф.Гауровиц, работавший тогда с гемоглобином в Праге, как-то после окончания экспериментов поставил в холодильник суспензию игольчатых кристаллов оксигемоглобина. Несколько недель спустя, натолкнувшись на забытый препарат (вспомним шведский гематит немецких исследователей), Гауровиц с интересом стал рассматривать его под микроскопом. Оказалось, что алые иголки оксигемоглобина превратились в шестиугольные темно-красные пластинки восстановленного гемоглобина. Это случилось потому, что весь кислород в суспензии… «съели» бактерии. Пока велось наблюдение, кислород, проникший под покровное стекло микроскопа, снова вызвал появление алых иголок оксигемоглобина. Гауровиц долго размышлял над этим любопытным явлением, пока не пришел к весьма остроумному выводу: взаимодействие гемоглобина с кислородом должно влиять на пространственную организацию белковой молекулы» (Е.Д.Терлецкий, 1986).

Индукция Х.Кубо. Японский исследователь Х.Кубо (1939) выдвинул гипотезу о существовании разновидности гемоглобина в клетках растений, индуктивно исходя из обнаружения в клубеньках сои красного пигмента, оказавшегося похожим на гемоглобин. Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (1986) пишет: «Гемоглобин в растении? Такое утверждение еще не так давно могло вызвать недоумение. Однако в 1939 году японский исследователь Х.Кубо обнаружил в клубеньках сои красный пигмент, оказавшийся действительно гемоглобином. В отличие от гемоглобина животного происхождения растительный пигмент назвали леггемоглобином, или легоглобином. Приставка «ле» означает, что он присутствует в бобовых (по латыни «легуминоза»). (…) Но для чего необходимо такое дитя симбиоза? Все для того же: для доставки кислорода к месту сражения нитрогеназы с инертной молекулой азота. На этом поле боя повышенные затраты энергии лучше всего возмещаются кислородом» (Е.Д.Терлецкий, 1986).

Индукция Филиппа Хенча. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1950 год Филипп Хенч (1929) выдвинул гипотезу о том, что в период заболевания человека желтухой (болезнью Боткина) и в период беременности в его организме вырабатывается субстанция Х, которая препятствует развитию ревматоидного артрита, индуктивно отталкиваясь от следующих наблюдений. Сначала Ф.Хенч наблюдал резкое уменьшение проявлений артрита у пациента, заболевшего желтухой, а затем он обратил внимание на то, что боли, связанные с ревматоидным артритом, уменьшаются также и в период беременности у женщин. Отсюда и возникло предположение, что в эти периоды в организме синтезируется некое химическое вещество, которое Ф.Хенч назвал субстанцией X, но впоследствии это вещество было названо учеными кортизоном. И.Е.Кисин в статье «Субстанция X. Кортизон» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 6) повествует: «В 1929 году один из пациентов американского врача Ф.Хенча, страдавший ревматоидным полиартритом, к несчастью, заболел еще и болезнью Боткина – желтухой, обусловленной поражением печени. И в самый разгар желтухи у больного совершенно неожиданно произошло резкое улучшение артрита… Улучшение так улучшение – можно было пожать плечами и не обратить на это никакого внимания. Доктор Хенч поступил иначе: среди больных желтухой он стал разыскивать людей, страдающих полиартритом. Ему удалось найти 16 таких пациентов. И, наблюдая за течением их болезни, он пришел к твердому убеждению: первое совпадение было не случайным. Тогда Хенч стал искать другие совпадения. И вскоре заметил, что у больных ревматоидным полиартритом женщин боли в суставах обязательно уменьшаются в период беременности. И тогда Хенч сделал вполне допустимое, логичное предположение: в обоих случаях действует один и тот же фактор. Им может быть какое-то неизвестное химическое вещество. Автор гипотезы заранее назвал его «антиревматической субстанцией икс» и начал искать эту загадочную субстанцию» (И.Е.Кисин, 1965). Об этом же сообщает Гуго Глязер в книге «Новейшие победы медицины» (1966): «Однажды к Хенчу явился один из больных, старый человек, в течение многих лет страдавший ревматизмом и ставший почти недвижимым. Он сказал: «Профессор, вы видите, мне очень хорошо, я обхожусь без палки. Со мной произошло чудо: я перенес желтуху, и она прогнала мой ревматизм». Это было точное наблюдение: одно заболевание прогнало другое. «Нечто подобное бывает», - ответил Хенч. В этот момент он действительно не мог сказать ничего другого. Но он тотчас же решил основательно изучить вопрос, на который его натолкнул этот случай» (Глязер, 1966, с.65). Далее Г.Глязер пишет о Ф.Хенче: «Были написаны письма всем больным, ранее лежавшим в клинике Мейо по поводу суставного ревматизма, а затем отпущенным домой. Их просили сообщить о своем состоянии после выписки из клиники. Ответы были получены, разумеется, не от всех, и не каждый содержал ценные сведения. Но некоторые ответы содержали сведения, ценные для Хенча. Люди писали, что за это время переболели желтухой и избавились от суставного ревматизма. Тем самым они подтверждали, что уже было известно. Некоторые писали, что после беременности ревматизм у них уменьшился настолько, что они даже счастливы. Последнее обстоятельство оказалось чрезвычайно важным для Хенча и его сотрудников» (там же, с.67).

Индукция Ульфа фон Эйлера. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1970 год Ульф фон Эйлер (1935) выдвинул гипотезу о наличии в сперме каких-то веществ, которые впоследствии были названы простагландинами, индуктивно базируясь на обнаружении того, что экстракт человеческой спермы способен стимулировать сокращение мышц и снижать кровяное давление. Л.Д.Бергельсон в статье «Проект «Простагландин» (журнал «Химия и жизнь», 1977, № 12) пишет: «История простагландинов началась в 30-е годы, когда шведский ученый Ульф Эйлер (впоследствии лауреат Нобелевской премии) обнаружил, что человеческая сперма содержит какие-то вещества, способные стимулировать сокращение мышц и снижать кровяное давление. Поскольку впервые эти вещества были найдены в экстракте предстательной железы, Эйлер назвал их простагландинами» (Л.Д.Бергельсон, 1977). Индукция, реализованная фон Эйлером при формулировке его гипотезы, была индукцией с фактором случая, поскольку он обнаружил экстракт, обладающий специфическим действием, случайно. Он искал субстанцию Р, причем искал ее во фракции белковых веществ, а нашел признаки проявления простагландинов во фракции жирорастворимых кислот. С.Д.Варфоломеев в статье «Простагландины – новый тип биологических регуляторов» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 1) пишет о веществе простагландинов и о случайности их открытия: «До 30-х годов это вещество оставалось загадочным; правда, никто из исследователей и не пытался выделить его из таких экстрактов и дать ему характеристику. Ульф фон Эйлер, шведский физиолог, с чьим именем связывают открытие простагландинов, обнаружил их (вернее, одно вещество) случайно в 1934-1936 гг., пытаясь изучить известную в то время субстанцию Р – вещество белковой природы, обладающее способностью понижать кровяное давление и стимулировать сокращение стенок кишечника. Однако, вопреки ожиданию, активное вещество экстрактов предстательной железы и семенной жидкости он обнаружил во фракции жирорастворимых кислот, а не в белковой фракции. У.Эйлер описал некоторые химические и фармакологические свойства активного экстракта, назвал его простагландином и предположил, что простагландин имеет широкое регуляторное значение в организме» (С.Д.Варфоломеев, 1996).

Индукция Ульфа фон Эйлера и Джулиуса Аксельрода. Лауреаты Нобелевской премии за 1970 год Ульф фон Эйлер и Джулиус Аксельрод высказали идею о том, что механизмом, контролирующим синтез веществ в клетке, является механизм отрицательной обратной связи, согласно которому скорость биосинтеза тормозится при увеличении конечного продукта реакции, руководствуясь индукцией. Аксельрод и Эйлер исходили из опытов, в которых исследовались синтез, хранение и высвобождение норадреналина в симпатических нейронах и секреторных клетках надпочечников. Ученые обнаружили, что скорость биосинтеза норадреналина в этих клетках блокируется при увеличении его количества, причем до тех пор, пока не будет достигнуто состояние равновесия, при котором скорость синтеза станет равной скорости распада и высвобождения. В 1968 году при измерении скорости синтеза норадреналина в терминалях симпатических аксонов, иннервирующих гладкие мышцы сосудистого русла, Н.Вейнер подтвердил, что ингибирование (подавление) по принципу обратной связи действительно регулирует синтез норадреналина в нейронах.

Индукция Ульфа фон Эйлера. Ульф фон Эйлер пришел к выводу о существовании в гипоталамусе тепловых рецепторов, реагирующих на повышение температуры, индуктивно основываясь на экспериментах, суть которых описывает лауреат Нобелевской премии по физиологии Р.Гранит в книге «Электрофизиологическое исследование рецепции» (1957). «Другой новый подход к рассматриваемому вопросу, - отмечает Гранит, - дал Эйлер (1950), который заметил, что местное нагревание области гипоталамуса вызывает появление локального медленного потенциала. Этот медленный потенциал, который можно получить лишь в пределах очень ограниченного участка переднего отдела гипоталамуса, показан на фиг.26. Он соответствует терморегуляционному рефлексу нагревания и является наиболее чувствительным из всех известных показателей. Следовательно, эта центральная реакция чрезвычайно специфична» (Гранит, 1957, с.65). «Однако, - добавляет Гранит, - подобный эффект в ответ на охлаждение нигде в мозге не наблюдался. Эйлер предполагает, что этот «тепловой» потенциал является генераторным потенциалом для регуляторных рефлексов одышки, потоотделения, расширения сосудов и т.д. Следовательно, местная реакция в гипоталамусе на нагревание означает, что тепловые рецепторы представлены также и в мозге» (там же, с.65).

Индукция Бориса Токина. Б.П.Токин (1930) сформулировал представление о существовании летучих веществ, выделяемых растениями и губительно действующих на микробов, индуктивно исходя из обнаружения процесса гибели дрожжевых клеток, если рядом с ними находилась «кашица», приготовленная из свежего лука. Летучие вещества, существование которых предсказал Б.П.Токин, были названы фитонцидами. В.М.Сало в статье «Фитонциды» (журнал «Химия и жизнь», 1970, № 3) пишет: «Учение о фитонцидах возникло сравнительно недавно. Своим становлением оно обязано в первую очередь работам советского ученого, профессора Б.П.Токина. Еще в 1928-1930 годах, наблюдая развитие дрожжевых клеток, Токин заметил, что присутствие поблизости кашицы, приготовленной из свежего лука, влияет на их жизнедеятельность. Если лука много, то дрожжевые клетки погибают. Оказалось, что такой способностью убивать микроорганизмы на расстоянии обладают и другие растения. Молодой ученый пришел к выводу, что губительное действие на микробов оказывают какие-то летучие вещества, выделяемые растениями. Их он и назвал фитонцидами. Факты, открытые молодым исследователем, были настолько необычными, что вызвали недоумение у многих ученых…» (В.М.Сало, 1970).

Индукция Уолтера Стокениуса. Американский ученый У.Стокениус (1965) выдвинул предположение о том, что фотосинтез возможен без хлорофилла, индуктивно основываясь на открытии морской бактерии, способной вырабатывать кислород на свету, но лишенной хлорофилла. Ю.Чирков в статье «Открытие фотосинтеза» (журнал «Наука и жизнь», 1979, № 9) пишет: «В марте 1976 года американский ученый, доктор Уолтер Стокениус, возглавлявший бригаду исследователей из Калифорнийского университета, сделал на пресс-конференции сенсационное сообщение. Им была открыта (еще в 1965 году) и изучена морская бактерия – Halobacterium halobium, или проще - галобактерия, использующая энергию солнечных лучей и при этом начисто лишенная хлорофилла. Фотосинтез без хлорофилла! Этот зеленый пигмент отныне терял свою, как прежде казалось, неограниченную монополию» (Чирков, 1979, с.49). «До сих пор, - добавляет Ю.Чирков, - в природе не было известно ни одного случая фотосинтеза в отсутствие хлорофилла. И вдруг такое – обнаружен живой фотосинтетик, полностью лишенный хлорофилла!» (там же, с.49).

«…Тому, кто прилежно трудится в одиночестве своей лаборатории над какой-нибудь разгадкой чрезвычайно запутанного механизма Природы, очень согревает сердце сознание, что где-то в мире есть несколько человек – быть может, всего полдюжины, - действительно понимающих важность его работы и те трудности, которые ему приходится преодолевать».

Ганс Селье

Индукция Ганса Селье. Ганс Селье (1935) построил теорию стресса, то есть концепцию неспецифической (универсальной) реакции организма на действие различных вредоносных агентов, индуктивно основываясь на том, что различные инфекционные заболевания вызывают, помимо специфических симптомов, достаточно универсальные симптомы, проявляющиеся у всех организмов независимо от вида заболевания. В книге «От мечты к открытию» (1987) Г.Селье отмечает: «…Я впервые «наткнулся» на идею стресса и общего адаптационного синдрома в 1925 г., когда изучал медицину в Пражском университете» (Г.Селье, 1987). «…Нам показали в качестве введения несколько случаев различных инфекционных заболеваний на их самых ранних стадиях. (…) Все пациенты чувствовали себя больными, имели обложенный язык, жаловались на более или менее рассеянные боли в суставах, нарушение пищеварения и потерю аппетита. У большинства пациентов отмечался жар (иногда сопровождаемый бредом), были увеличены печень или селезенка, воспалены миндалины и так далее. Все эти симптомы прямо бросались в глаза…» (Г.Селье, 1987). «…Что произвело на меня, новичка, наибольшее впечатление, так это то, что лишь немногие признаки были действительно характерны для данного конкретного заболевания; большинство же из них со всей очевидностью являлись общими для многих, если не для всех, заболеваний. Почему это, спрашивал я себя, такие разнообразные болезнетворные агенты, вызывающие корь, скарлатину и грипп, имеют общее со многими препаратами, аллергенами и т.п. свойство вызывать вышеописанные неспецифические проявления?» (Г.Селье, 1987). После 1925 года такие факты, как реакция экстренного выброса адреналина в кровь организма, описанная У.Кенноном, исследованные самим Г.Селье увеличение коры надпочечников, появление желудочно-кишечных язв, уменьшение тимуса и лимфатических узлов в ответ на действие вредоносного раздражителя, индуктивно убедили ученого в справедливости его концепции стресса.

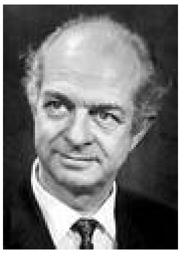
Индукция Манфреда Закеля. М.Закель (1935) выдвинул гипотезу о возможности избавления людей от приступов шизофрении с помощью инсулина, индуктивно исходя из слудующего случайного наблюдения. Как-то вводя инсулин для успокоения пациентов, зависимых от морфия, М.Закель по ошибке превысил дозировку и больной впал в состояние комы, однако после выхода из нее проявил заметное улучшение своего психического состояния. Е.Нилов в статье «Врачевание души» (журнал «Химия и жизнь», 1976, № 5) отмечает: «В середине 30-х годов венский врач М.Закель сделал еще одно, столь же случайное открытие. Он обнаружил, что если ввести больным некоторыми формами шизофрении инсулин – лекарство, спасающее диабетиков, - в количестве, вызывающем резкое снижение сахара в крови и тяжулую кому (шок), то к таким больным возвращается сознание. Закель начал лечить потерявших разум людей все большими и большими дозами инсулина» (Е.Нилов, 1976). Об этом же пишет И.М.Губерман в книге «Чудеса и трагедии черного ящика» (1969): «Путем сложных теоретических рассуждений Закель пришел к мысли, что введение инсулина может восстановить нарушенный обмен веществ в мозгу шизофреников. Первые опыты не дали результата, пока вводимая доза не оказалась чересчур велика для одного больного. Он стал биться в судорогах, потом погрузился в тяжелое бессознательное состояние, был спасен и… превратился в здорового человека. Поль де Крюи пишет: Закель вел свою игру у порога смерти. И приводит наблюдение Закеля: наилучших результатов тот добивался, когда вплотную приближался к смертельно опасной дозе» (И.М.Губерман, 1969).

Индукция Владимира Петровича Филатова. Выдающийся русский офтальмолог В.П.Филатов (1933) пришел к выводу о возможности успешной пересадки роговицы глаза для восстановления зрения путем использования роговицы, подвергшейся воздействию низкой температуры, индуктивно исходя из случайного наблюдения французского окулиста А.Мажито. В.А.Соловьева в книге «Золотой ус: целительные рецепты» (2005) повествует: «Не одно десятилетие ученые во многих странах мира пытались найти пути пересадки роговицы и восстановления зрения, но результаты их работ были настолько неутешительными, что в среде врачей возникло твердое убеждение в безуспешности подобных операций. Так же, как и другие исследователи, настойчиво искал выхода из создавшегося положения и наш соотечественник В.П.Филатов. И вот однажды мелькнул луч надежды. Это произошло, когда известный французский хирург Мажито, в силу не зависящих от него обстоятельств, не смог в тот же день использовать для пересадки роговицу из ампутированного глаза эмбриона. Он оставил этот глаз в холодильнике, а операцию осуществил лишь через несколько дней. Роговица отлично прижилась и сохранила свою прозрачность. Чудесным исцелением, «чудом века» назвали тогда ученые результат операции, а самого Мажито объявили хирургом, далеко превзошедшим возможности человека. Но то, что самому Мажито и его коллегам представлялось лишь исключительным, почти невероятным случаем, редчайшим везением, стало для В.П.Филатова недостающим звеном в логической цепи его рассуждений» (В.А.Соловьева, 2005). Об этом же пишет Александра Яковлевна Бруштейн в книге «Вечерние огни» (1963): «Роговицу трупов пробовали применять и до Филатова французский окулист Мажито, немец Фукс, русские Шимановский, Комарович, Савельев. Однако успеха они не добились: пересаженная роговица в дальнейшем мутнела. Был, однако, такой случай: Мажито как-то собирался пересадить в бельмастый глаз трупную роговицу, но операция в этот день не могла состояться. Глаз, роговицей которого Мажито хотел воспользоваться, пришлось сохранять в течение 8 суток в холоде. Операция на этот раз удалась особенно хорошо. Это обстоятельство заинтересовало Филатова. Что было, думал Филатов, на этот раз в операции такого, чего не было в прежних случаях пересадки роговицы, произведенных ранее? Только одно: многодневное сохранение пересадочного материала в холоде.

В.П.Филатов предположил: не вырабатываются ли в трупной роговице под влянием холода свойства, какими она не обладает без этого?» (А.Я.Бруштейн, 1963). Реконструкцию В.А.Соловьевой и А.Я.Бруштейн подтверждает И.А.Кассирский, который в книге «Проблемы и ученые (деятели русской и советской медицины)» (книга 1, Москва, «Медгиз», 1949) поясняет: «Случай помог и Филатову, когда он стал искать выхода из тяжелого положения, создавшегося вследствие недостатка материала для пересадки роговицы» (Кассирский, 1949, с.173). «Внимание его, - пишет И.А.Кассирский о Филатове, - привлекла работа, где сообщалось, что один глазной хирург добился успеха при пересадке роговицы слепому, у которого были бельма на обоих глазах. Пересаженная роговица осталась прозрачной. Слепой прозрел. Когда Филатов ознакомился с некоторыми деталями опубликованной работы, он задержался на одной подробности. Она показалась ему той счастливой, вдохновляющей находкой, которую он давно искал, к которой был подготовлен многими годами неустанных исследований и размышлений. Глазной хирург, задумав свой опыт пересадки роговицы, назначил день операции и удалил глаз у одного пациента, которому это необходимо было сделать. Из удаленного глаза предполагали взять кусочек роговицы для намечавшейся в тот же день пересадки. Но по непредвиденным обстоятельствам операцию пересадки пришлось отложить на несколько дней. Тогда профессор распорядился положить извлеченный глаз в ледник и поддерживать там температуру 5° выше нуля. И вот несмотря на то, что была пересажена роговица, пролежавшая в леднике восемь дней, результаты операции оказались исключительно хорошими» (там же, с.173). И.А.Кассирский резюмирует: «Случайная удача одного хирурга помогла Филатову в его великом открытии» (там же, с.176). Фактор случая в творчестве В.П.Филатова описывается также в книге Гуго Глязера «Новейшие победы медицины» (1966): «Академик В.П.Филатов из Одессы внес, несомненно, гениальное предложение – сильно охлаждать роговую оболочку глаза, предназначаемую для пересадки. Ранее врачи весьма часто пытались пересадить человеку, роговица которого пострадала от язвенного процесса или в связи с несчастным случаем и утратила свою прозрачность, роговицу другого, только что умершего человека. Но пересадки не удавались, пока не помогла случайность. Роговицу, которую собирались пересадить, положили в ледник, так как операцию пришлось отложить. И вот роговица прижилась и сохранила свою прозрачность. С того времени тысячи больных были избавлены от слепоты посредством пересадки роговицы» (Глязер, 1966, с.148). Таким образом, вывод В.П.Филатова о необходимости использования роговицы, предварительно хранившейся при низкой температуры, для хирургических пересадок представлял собой индукцию с фактором случая, поскольку А.Мажито случайно обнаружил изменение свойств роговицы в условиях низкой температуры.

Индукция Владимира Петровича Филатова. В.П.Филатов (1933) выдвинул гипотезу о том, что в тканях, находящихся на грани смерти, вырабатываются особые вещества – биогенные стимуляторы, которые можно использовать при лечении тех или иных заболеваний, индуктивно отталкиваясь от опытов по лечению глазных заболеваний соком отрезанного листа алоэ. В.П.Филатов заметил, что экстракт листа алоэ, который перед этим содержался в неблагоприятных условиях (в темноте или при низкой температуре), ускоряет заживление ран, способствует выздоровлению организма. В пользу идеи о существовании биогенных стимуляторов говорили и опыты успешных пересадок роговицы, испытавшей воздействие низкой температуры. Н.М.Верзилин в книге «Путешествие с домашними растениями» (1954) пишет: «Но самое замечательное применение алоэ сделано советским ученым, академиком Владимиром Петровичем Филатовым, который известен своими операциями роговицы глаз, возвращающими зрение слепым. Как известно, после смерти человека клетки тканей еще продолжают некоторое время жить, и поэтому ткани глаза, кожи и даже кровь умерших могут быть использованы при операциях. Благодаря алоэ академик В.П.Филатов сделал замечательное открытие, говорящее о том, что в тканях, находящихся «при смерти», в борьбе за жизнь вырабатываются особые вещества – «биогенные стимуляторы», которые влияют на рост, заживление ран, уничтожение бактерий и способствуют выздоровлению организмов.

Отрезанный лист алоэ выдерживался в темноте двадцать пять дней при 3ºС тепла, то есть на грани «смерти». Сок из такого листа сначала впрыснули в почку сирени. Рост ее резко усилился. Затем экстракт сока «умирающего» листа алоэ впрыснули под кожу восемнадцати больным, страдавшим воспалением роговой оболочки глаз. Пятнадцать больных стали выздоравливать. Такие опыты с алоэ Владимир Петрович Филатов делал совсем недавно в своей клинике в Одессе. В настоящее время в аптеках продают капсулы с соком алоэ для впрыскивания под кожу. На основании этого открытия В.П.Филатов делает успешные операции с пересадкой кусочков «выживающей ткани» и добивается излечивания туберкулеза легких и других заболеваний. В открытии академика Филатова сыграло известную роль и алоэ» (Н.М.Верзилин, 1954).



«Лайнус Полинг был американским героем. Его вклад в науку, медицину и в общественную жизнь наложил неизмеримый отпечаток на наше столетие. Больше, возможно, чем кто-либо другой, он олицетворял собой редкое объединение огромных научных способностей и бесстрашных гуманитарных убеждений, которое ярко проявилось в его борьбе против атмосферных испытаний ядерного оружия…».

Стивен Лоусон

Индукция Лайнуса Полинга. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1954 год Лайнус Полинг (1940-е годы) сделал заключение о возможности получать сведения о структуре протеинов (белков) путем изучения их магнитных свойств, индуктивно базируясь на опыте, в котором гемоглобин менял свои магнитные свойства при соединении с молекулой кислорода или при потере этой молекулы. Э.Наумова и В.Черникова в статье «Лайнус Полинг: «Химики – это те, кто на самом деле понимают мир» (журнал «Химия и жизнь», № 1976, № 2) цитируют Полинга: «Сорок лет назад мы с моим студентом Чарльзом Корнэллом обнаружили, что гемоглобин меняет свои магнитные свойства, когда присоединяет или теряет молекулу кислорода. Это очень важное наблюдение, так как, изучая магнитные свойства гемоглобина и других металлопротеинов, мы можем получать представления о структуре и внутриатомных взаимодействиях в этих белках» (Э.Наумова, В.Черникова, 1976).

Индукция Лайнуса Полинга. Лайнус Полинг (1966) сформулировал ортомолекулярную концепцию, согласно которой организм работает оптимально, когда получает нужные молекулы в нужных количествах, индуктивно основываясь на факте успешного применения высоких доз ниацина (витамина группы В) для лечения шизофрении. Том Хейгер в статье «Витамин С» (журнал «Химия и жизнь», 2001, № 3), которая является фрагментом его книги «Лайнус Полинг и химия жизни», пишет о Полинге: «Он был постоянно занят поисками какой-то большой идеи, которая подобно идее молекулярной комплементарности, открыла бы перед ним новые научные горизонты. И в 1965 году он нашел такую идею. Оставшись переночевать в Кармеле (Калифорния) у своего друга, врача-психиатра, и ища что-нибудь почитать, он наткнулся на книгу, в которой описывалось применение ниацина (это один из витаминов группы В) для лечения шизофрении, серьезного психического заболевания. Полинга поразило сделанное в этой работе открытие, что дозы витамина, в сотни раз превышающие рекомендованные, иногда излечивают это заболевание. Полинг сразу же принялся читать все, что имелось в литературе о влиянии витаминной терапии на работу мозга» (Т.Хейгер, 2001). Индуктивно в уме Полинга сформировалась идея о том, что организм работает оптимально, когда получает нужные молекулы в нужных количествах. Т.Хейгер отмечает: «Возможно, подумал Полинг, психические расстройства возникают из-за нарушения молекулярного баланса в мозге. Возможно, что эта концепция, для которой Полинг предложил название ортомолекулярной, чтобы подчеркнуть свою мысль о «нужных молекулах в нужных количествах», применима и ко всему организму» (Т.Хейгер, 2001). Е.Клещенко в статье «Аскорбинка по Полингу: вопрос решен или забыт?» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 10) говорит о Полинге: «В своих книгах он часто вспоминает, как в 60-е годы, занимаясь биохимией психических заболеваний, узнал о работах канадских врачей, которые давали ударные дозы витамина B_3 (до 50 г в день) больным шизофренией. Полинг обратил внимание на парадоксальное сочетание свойств: высокая биологическая активность при минимальной токсичности. Тогда же он назвал витамины и подобные им соединения «ортомолекулярными веществами», чтобы отличить от других лекарств, которые не столь легко вписываются в естественный метаболизм» (Е.Клещенко, 1999). Сам Л.Полинг в книге «Витамин С и здоровье» (Москва, «Наука», 1975) вспоминает: «…С 1954 г. я начал изучать возможность причинной связи между психическими расстройствами и молекулярной структурой. В процессе этих исследований я не на шутку заинтересовался витаминами. Мне стало известно, что два доктора – А.Хоффер и Х.Осмонд – начали лечить больных шизофренией большими дозами витамина РР-ниацина (никотиновая кислота) или его амидными производными (амид никотиновой кислоты). Я был поражен рекомендованными ими для лечения шизофрении дозировками – от 3 до 18 г ниацина или ниацинамида в день, т.е. в сотни раз превышающими дозу, необходимую для предотвращения пеллагры – болезни, вызываемой недостатком никотиновой кислоты (витамина РР). Для себя я еще прежде сформулировал кое-какие соображения, объясняющие, отчего – по крайней мере, у некоторых людей – в результате увеличения приема определенных витаминов может улучшиться состояние здоровья» (Полинг, 1975, с.9).

Индукция Лайнуса Полинга. Л.Полинг пришел к идее о том, что потребление значительного количества витамина С приводит к существенному улучшению здоровья, индуктивно исходя из информации, которую ему сообщил биохимик Ирвин Стоун. Т.Хейгер в статье «Витамин С» (журнал «Химия и жизнь», 2001, № 3) констатирует: «Стоун утверждал, что гораздо более высокие дозы витамина С помогут предотвратить вирусные болезни, рак, болезни сердца. Но как много витамина С должны потреблять люди? Крысы, которые в отличие от человека синтезируют свой собственный витамин С, вырабатывают его столько, сколько в пересчете на вес человека равнялось бы 2000 – 4000 мг в сутки – примерно в 100 раз больше рекомендованных норм. Сам Стоун принимал ежедневно 3000 мг витамина С. На Полинга произвели впечатление эволюционные доводы Стоуна, и он тоже начал считать, что здесь кроется потенциальная возможность улучшения здоровья путем обеспечения идеального, а не минимального количества необходимых молекул. (…) Он и Ава-Хелен начали ежедневно принимать по 3000 мг аскорбиновой кислоты. Результат был поразительным. Они оба обнаружили, что у них прибавилось сил, улучшилось самочувствие и, что было удивительнее всего, у Полинга прекратились постоянно мучившие его простуды. Три года Полинг вынашивал свои идеи насчет витамина С и здоровья» (Т.Хейгер, 2001). Т.Хейгер отмечает, что постепенно ученые стали переходить на точку зрения Л.Полинга: «…Мнение научной общественности стало склоняться на его сторону. Новые группы молодых исследователей по-новому смотрели на витамин С, изучая его свойства как антиоксиданта, то есть вещества, препятствующего повреждению клеток свободными радикалами. В 1990 году Национальный институт рака принял решение созвать международную конференцию по витамину С. Было много докладов о его роли в реакциях обмена веществ, о его способности препятствовать возникновению и росту опухолей, увеличивать продолжительность жизни» (Т.Хейгер, 2001).

Индукция Лайнуса Полинга. Л.Полинг (1971) сделал заключение о способности витамина С препятствовать развитию раковой болезни, индуктивно исходя из следующих экспериментов. С.Шихина в статье «Человек «Витамине С» (журнал «Изобретатель и рационализатор», 2001, № 6) пишет: «Настоящий взрыв в медицине вызвала его книга «Рак и витамин С», где на фактах доказывалось, что целительные возможности аскорбиновой кислоты воистину неисчерпаемы. В 1971 году в Шотландии и Канаде Лайнус Полинг вместе с врачами-онкологами вел эксперименты над больными раком в последней стадии. Потом этих пациентов сравнивали с аналогичными в контрольной группе, которых лечили традиционными методами. Результаты выглядели так: принимавшие сверхдозы витамина продлевали свою жизнь в среднем до шести лет после того, как были признаны неизлечимыми. На порядок дольше, чем в контрольной группе. Именно тогда Полинг получил немного ироничное прозвище Человек «Витамин С». Многие эксперты восприняли его идеи весьма враждебно» (С.Шихина, 2001).

Индукция Лоуренса Крейвена. Частнопрактикующий врач Лоуренс Крейвен (1948) пришел к идее об использовании аспирина для профилактики закупорки кровеносных сосудов, индуктивно основываясь на том, что у пациентов, потребляющих аспирин в больших количествах, происходят сильные кровотечения. Алексей Левин в статье «Две стороны одной таблетки» (журнал «Совершенно секретно», 2005, № 3) отмечает: «В середине прошлого века Лоуренс Крейвен, частнопрактикующий врач из Глендейла, что неподалеку от Лос-Анджелеса, заметил странную вещь. У некоторых пациентов, которым он рекомендовал после удаления миндалин снимать боль с помощью аспергама – мятной жевательной резинки с добавкой аспирина, - случались сильные кровотечения. Крейвен установил, что все они употребляли его в четыре-пять раз больше рекомендованных доз. И тут врача осенило: если аспирин снижает свертываемость крови, то нельзя ли его использовать для профилактики закупорки сосудов, питающих кровью сердце и мозг? В 1948 году ради проверки этой гипотезы он убедил сотни своих пациентов и знакомых ежедневно принимать по парочке таблеток аспирина. В 1956 году Крейвен опубликовал статью, в которой утверждал, что за эти восемь лет ни у единого участника эксперимента не было ни инсультов, ни инфарктов миокарда. Светила медицины полностью проигнорировали эту работу, сочтя автора выскочкой и дилетантом. К тому же годом спустя Крейвен скоропостижно скончался от инфаркта, что никоим образом не увеличило степени доверия к его выводам. Ситуация изменилась лишь в семидесятые годы. К тому времени биохимики выяснили, что ацетилсалициловая кислота действительно разжижает кровь, так что догадка Крейвена полностью подтвердилась. К концу 80-х клинические эксперименты доказали: ежедневное употребление аспирина как минимум вдвое снижает вероятность возникновения сердечно-сосудистых расстройств. В настоящее время эти выводы никто и не оспаривает» (А.Левин, 2005).

Индукция Джона Вейна (Вэйна). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1982 год Джон Вейн (1971) выдвинул гипотезу о способности аспирина ингибировать (подавлять) фермент, обеспечивающий синтез простагландинов в организме, индуктивно основываясь на опытах, в которых было обнаружено, что аспирин блокировал процесс выработки простагландинов в клетках селезенки у собаки. Отметим для ясности дальнейшего текста, что простагландины возникают в процессе биохимического синтеза из арахидоновой кислоты. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) цитирует Сальвадора Монкаду, который рассказывает, как проводились опыты в лаборатории Джона Вейна: «Потребовалось около недели, чтобы показать, что аспирин действительно блокирует реакции, вызываемые арахидоновой кислотой. В лаборатории это вызвало большое волнение, потому что эксперименты самого Джона ясно показывали, что в гомогенатах легких аспириноподобные лекарственные средства блокируют синтез простагландина. И в то же самое время исследования Смита и Уиллиса также показывали, что у людей прием аспирина блокирует производство простагландинов тромбоцитами. И тогда Джон попросил меня присоединиться к серии экспериментов, проводившихся им и Сержио Ферейрой с собачьей селезенкой. В этих экспериментах мы показали, что аспирин и индометацин ингибируют высвобождение этим органом простагландинов» (Харгиттаи, 2006, с.509). Об этом же пишет Джералд Вейссман в статье «Аспирин» (журнал «В мире науки», 1991, № 3):

«Вэйн заинтересовался тем фактом, что многие повреждения тканей сопровождаются освобождением простагландинов – вездесущих гормонов местного действия, которые образуются в результате ферментативного окисления арахидоновой кислоты, содержащейся в клеточных мембранах» (Вейссман, 1991, с.55). «Используя радиоактивно меченную арахидоновую кислоту, - продолжает Вейссман, - Вэйн показал, что аспирин и близкие ему препараты ингибируют синтез простагландинов Е2 и F2a. Было также обнаружено, что тромбоциты, взятые у добровольцев, принимавших аспирин и индометацин, не способны синтезировать простагландины в ответ на фактор свертывания крови тромбин. Наконец, индометацин, как выяснилось в опытах на собаках, ингибирует нормальное освобождение простагландинов из селезенки, стимулируемое катехоламиновыми нейромедиаторами. Не оставалось сомнений, что аспирин и подобные ему соединения блокируют синтез простагландинов» (там же, с.55). Интересно, что, помимо индукции, гипотеза Д.Вейна о блокирующем действии аспирина на производство простагландинов подсказывалась аналогией со способностью аспирина ингибировать высвобождение вещества, вызывающего сокращение аорты у кролика. Основанием для проведения данной аналогии послужило открытие лауреатов Нобелевской премии Суни Бергстрема и Бенгта Самуэльсона: они установили, что простагландины влияют на состояние просвета кровеносных сосудов. Здесь аналогия Вейна весьма похожа на дедуктивный вывод: простагландины влияют на состояние просвета кровеносных сосудов, аспирин ингибирует процесс сокращения кровеносных сосудов (аорты) у кролика, следовательно, аспирин ингибирует синтез простагландинов.

Индукция Дж.Чини. Американский биохимик Дж.Чини (1948) сформулировал идею о наличии в капусте витаминоподобного вещества, пригодного для лечения язвы желудка, индуктивно исходя из опытов, в которых люди, страдавшие язвенной болезнью и ежедневно принимавшие сок из свежей капусты, смогли избавиться от мучительных болей. Г.Блок в статье «Витамин, найденный в капусте» (журнал «Химия и жизнь», 1973, № 5) отмечает: «В начале 50-х годов американский исследователь Дж.Чини поставил опыт на 25 больных язвой желудка. Все они ежедневно получали салаты из свежей капусты и в изобилии пили капустный сок. Вскоре обнаружился эффект необычного лечения: больные избавились от мучительных болей, их состояние заметно улучшилось. Чини предположил, что гипотетическое действующее начало, содержащееся в капусте, обладает витаминоподобными свойствами, и назвал его витамином U…» (Г.Блок, 1973). Позднее витамин, содержащийся в капусте, был выделен в чистом виде. По химическому строению он оказался производным метионина.

Индукция Зинаиды Беккер. Зинаида Эрнестовна Беккер (1950-е годы) пришла к заключению о колебательном характере процесса деления клеток, индуктивно отталкиваясь от опытов, в которых рост культур некоторых грибков и плесеней происходил периодически, с образованием концентрических кругов, похожих на кольца Лизеганга. Отметим, что в 1867 году специалист в области фотографии Р.Лизеганг впервые наблюдал эти кольца в опытах при отложении осадка бихромата серебра в желатине. Открытие Р.Лизеганга было одной из первых встреч ученых с колебательными химическими реакциями. В.Полищук в статье «На общих основаниях» (журнал «Новый мир», 1984, № 4) указывает: «Колебательные стадии обнаружены в еще одном жизненно важном процессе – делении оплодотворенных яйцеклеток. Этими стадиями управляет обратная связь, организуемая с помощью неких белков, концентрация которых колеблется так же, как концентрация ионов церия в белоусовской реакции. Колебания, происходящие, как говорят биологи, на молекулярном уровне, порождают другие – на уровне организмов и целых популяций. Рост культур некоторых грибков и плесеней происходит от центра к периферии периодически, причем образуются концентрические круги, очень похожие на кольца Лизеганга. Это явление обнаружила еще три десятка лет назад профессор Беккер (помните, именно ей была подарена книга, на которой Белоусов надписал памятные слова Сократа). Как рассказывает Зинаида

Эрнестовна, она предъявила культуры Белоусову, и тот уверенно сказал: это результат периодических реакций. Культуры бактерий также развиваются неравномерно. Если измерять скорость их роста, нередко получается синусоида, похожая на ту, что отражает колебания маятника» (В.Полищук, 1984).

Индукция Адольфа Бутенандта. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1939 год Адольф Бутенандт (1959) сформулировал представление о существовании химических веществ, с помощью которых самки определенных биологических видов могут привлекать к себе самцов на больших расстояниях, индуктивно основываясь на выделении из девственных самок тутового шелкопряда вещества, которое даже в незначительных количествах привлекает самцов. Конечно, и до экспериментов А.Бутенандта было известно, что самка тутового шелкопряда способна привлекать самцов на больших расстояниях, но никто не знал, каков механизм этого привлечения – волновые эффекты или химические вещества. Исследованные А.Бутенандтом вещества были названы феромонами (аттрактантами). Э.П.Зинкевич в статье «Запах и жизнь» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 3) пишет: «Термин «феромон» появился в начале 60-х годов, когда исследователи выяснили, почему самка тутового шелкопряда привлекает самцов на больших расстояниях. Когда в конце 50-х Адольф Бутенандт, к тому времени уже получивший Нобелевскую премию за открытие и установление структуры женских половых гормонов, занялся привлечением самцов тутового шелкопряда к самкам с больших расстояний, большинству исследователей казалось, что здесь дело в волновых эффектах, а не в химии. Если работа с женскими половыми гормонами потребовала 18000 литров мочи кобыл, откуда было выделено несколько миллиграммов нужного вещества, то через тридцать лет на алтарь науки легли почти полмиллиона девственных самок шелкопряда. Получив 4 мг вещества, без всякой хроматографии и масс-спектрометрии А.Бутенандт сумел доказать, что именно оно привлекает самцов. Причем, одна самка выделяет это вещество в таких малых количествах, что мы и современными методами не сможем его замерить, - миллионные доли микрограмма» (Э.П.Зинкевич, 2006). Об этом же пишет А.Марголина в статье «Сладкая власть феромонов» (журнал «Наука и жизнь», 2005, № 7): «В XIX веке французский натуралист Жан-Анри Фабр обнаружил, что самка мотылька Saturnia pavonia может привлечь десятки самцов мотыльков в комнату, где она находится. Фабр предположил, что самка посылает самцам какие-то химические сигналы, которые человек не может уловить, однако проверить его предположение в те времена никто так и не смог. Лишь в конце 50-х годов XX века группе немецких ученых под руководством Адольфа Бутенандта удалось экстрагировать секрет желез самок бабочек шелкопряда, разобрать его на составные компоненты методом хроматографии и показать, что на лишь на одно из полученных веществ самец реагирует так же, как на присутствие самки (трепетанием крыльев)» (А.Марголина, 2005).

Индукция Вернера Левенштейна. Американский физиолог Вернер Левенштейн (1963) выдвинул гипотезу о том, что электрическая связь существует даже между электроневозбудимыми живыми клетками, индуктивно исходя из случайного обнаружения данной электрической связи между клетками слюнной железы личинки дрозофилы. Татьяна Потапова в статье «Тайны нейроспоры» (журнал «В мире науки», № 9, 2004 г.) повествует: «Электрическая связь между электроневозбудимыми клетками была открыта почти случайно в 1963 г. в лаборатории Вернера Левенштейна (США) в ходе исследований свойств ядерной мембраны клеток слюнной железы личинки дрозофилы с помощью двух микроэлектродов, через один из которых пропускались тестирующие импульсы электрического тока. При последовательном перемещении электродов из клетки в клетку оказалось, что импульсы регистрируются, когда электроды расположены в соседних клетках. Это открытие поколебало уверенность в том, что клетка является единицей жизни. Наличие прямого диффузионного обмена между клетками позволяет им, сохраняя индивидуальную неприкосновенность наследственных молекул, решать часть жизненных проблем, объединяя низкомолекулярные ресурсы и распределяя обязанности между соседями» (Т.Потапова, 2004).

Индукция Эрла Сазерленда. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1971 год Эрл Сазерленд (1957) пришел к заключению о существовании внутриклеточных вторичных мессенджеров, индуктивно основываясь на открытии циклического АМФ (аденозинмонофосфата), который образуется внутри клетки и инициирует цепочку реакций фосфорилирования, ведущих к активации фосфорилазы, фермента, отвечающего за разложении гликогена. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) приводит слова лауреата Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1994 год Альфреда Гилмана (Джилмана) об исследованиях Сазерленда: «Проблема состояла в том, чтобы понять, как действуют гормоны, а особенно интересен был обмен гликогена. Сазерленд пытался выяснить, как такие гормоны, как адреналин и глюкагон, повышают уровень сахара (глюкозы) в крови. Было известно, что глюкоза является продуктом распада гликогена в печени, но непонятно было, как гормон, предположительно действующий на внешнюю оболочку клетки, вызывает эту биохимическую реакцию. Сазерленд получил Нобелевскую премию за открытие циклического АМФ… первого так называемого внутриклеточного вторичного мессенджера» (Харгиттаи, 2006, с.218). В.Б.Прозоровский в статье «Лауреаты и виагра» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 2) отмечает: «Еще в 50-х годах американец Эрл Уилбур Сазерленд установил, что адреналин и норадреналин активируют фермент аденилатциклазу, который превращает аденозинтрифосфат (АТФ) в циклический аденозинмонофосфат – цАМФ (Нобелевская премия 1971 года). Это вещество служит пусковым сигналом для множества процессов, в частности, и для тех, которые приводят к сокращению мышц» (В.Б.Прозоровский, 2000).

Индукция Мориса Рабена. Американский эндокринолог Морис Рабен (1958) пришел к выводу о возможности лечения детей, отличающихся низким ростом, с помощью гормона роста, вырабатываемого гипофизом, индуктивно основываясь на следующих наблюдениях. Р.Клац в книге «Гормон роста» (это электронный вариант его книги «Остановите болезнь старения», 2000) указывает: «Хотя гормон роста был открыт в 20-х годах, только в 1958 году эндокринолог-пионер из Ново-английского медицинского центра в Бостоне Морис Рабен впервые ввел его ребенку, который не рос из-за того, что его тело вообще не производило этого гормона. Это помогло. Ребенок начал расти. Вскоре этому примеру последовали другие врачи, и лечение страдающих недостаточностью гормонов роста подростков стало реальностью» (Р.Клац, 2000).

Индукция Нормана Борлоуга. Лауреат Нобелевской премии мира за 1970 год Норман Борлоуг (1951-1956) склонился к выводу о возможности значительного повышения урожайности пшеницы путем селекции и гибридизации, индуктивно исходя из своих результатов по выведению таких сортов пшеницы, которые оказались устойчивы к болезням и полеганию. Наталья Олешкевич в статье «Поля чудес» (журнал «Энергия промышленного роста», № 4-5, 2008) пишет о Борлоуге: «Защитив в 1942 году докторскую диссертацию по болезням растений, он с 1944-го упорно работал в Международном центре по улучшению сортов кукурузы и пшеницы в Мексике, а с 1966-го по 1979-й и возглавлял эту очень полезную для аграриев всех стран структуру. Любознательный Борлоуг серьезно занялся селекцией пшеницы и неожиданно для себя самого обнаружил, что из многочисленных сортов, привезенных из разных стран, лишь четыре обладают устойчивостью против ржавчины. Американец провел их скрещивание с местными сортами и отобрал гибриды, устойчивые к болезням и вредителям и в то же время адаптированные к особенностям мексиканского климата. В итоге удачливый соперник Трофима Лысенко вывел новые сорта пшеницы, значительно превосходившие по урожайности мексиканские аналоги. Скрещивая растения с коротким мощным стеблем, энтузиаст получил короткостебельную (карликовую) пшеницу, устойчивую к полеганию, которая при правильном выращивании давала высокие урожаи. Случилось странное – мировую известность получили мексиканские сорта пшеницы, такие как Сонора 63, Лерма Рохо и другие» (Н.Олешкевич, 2008). «Результат, - продолжает Н.Олешкевич, - был налицо: в 1951-1956 годах Мексика полностью обеспечила себя зерном и начала его экспорт, ранее будучи одним из крупнейших импортеров. За 15 лет урожайность зерновых в стране кактусов выросла в три раза (европейцам для этого понадобилось ровно полтора столетия). За Мексикой потянулись индийцы с их неисчерпаемым человеческим капиталом» (Н.Олешкевич, 2008).

Индукция Аарона Лернера. Аарон Лернер (1958) пришел к идее об использовании гормона, вырабатываемого эпифизом – так называемой шишковидной железой мозга, для изменения пигментации кожи, индуктивно основываясь на опытах, в которых вещество, полученное путем переработки десятков тысяч шишковидных желез крупного рогатого скота, оказывало мощное осветляющее действие на кожу. Выделенный гормон был назван мелатонином. Интересно, что еще до этих опытов А.Лернер ознакомился со статьей английских ученых К.Мак Корда и Ф.Аллена (1917). В этой статье они сообщали, что кормление головастиков экстрактами эпифиза приводит к тому, что тело у них становится заметно светлее. Факт, описанный в статье, индуктивно натолкнул А.Лернера на мысль о возможности расширения области применения гормона. А.М.Хелимский в статье «Вместилище души» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 12) пишет об истории открытия гормона эпифиза мелатонина: «…Появлялись разрозненные наблюдения, как будто свидетельствовавшие о том, что эпифиз небезразличен для организма. Например, в 1917 г. К.Мак Корд и Ф.Аллен обнаружили, что если головастиков кормить экстрактами эпифиза, то тело у них становится заметно светлее» (А.М.Хелимский, 1980). «В поисках новых косметических средств для осветления кожи, так необходимых, например, для извечной борьбы с веснушками, - продолжает А.М.Хелимский, - американские исследователи А.Б.Лернер и Дж.Аксельрод обратили внимание на эпифиз – ведь уже давно было замечено, что от его экстракта светлеют головастики! Переработав несколько десятков тысяч шишковидных желез крупного рогатого скота, они в конце концов извлекли из них несколько граммов вещества, обладавшего мощным осветляющим действием, - оно получило название мелатонина. Мелатонин стал первым из известных гормонов эпифиза» (А.М.Хелимский, 1980).

Индукция Клемента Маркерта. Американский эмбриолог и генетик К.Маркерт (1958, 1959) выдвинул предположение о том, что каждый фермент представлен в организме не одной, а многими фракциями, индуктивно исходя из своих экспериментов, в которых использовался метод электрофоретического разделения белков и метод гистохимической окраски тканей. В этих экспериментах К.Маркерт обнаружил множественность фракций фермента лактатдегидрогеназы и осознал необходимость введения понятия изоферментов. Л.И.Корочкин в статье «Фермент, единый во многих лицах» (журнал «Химия и жизнь», 1982, № 8) пишет: «Так что же это такое – изоферменты? Почему к ним велико внимание? Открыты они были американским эмбриологом и генетиком Клементом Маркертом в 1958-1959 гг. Маркерта интересовало, как на разных стадиях развития зародышей изменяется состав их белков. В работе он использовал метод электрофоретического разделения белков» (Л.И.Корочкин, 1982). Далее Л.И.Корочкин объясняет, какие результаты были получены К.Маркертом в ходе поисков фермента лактатдегидрогеназы с использованием метода гистохимической окраски тканей: «Каково же было удивление Маркерта, когда в поисках белка, обладающего активностью фермента лактатдегидрогеназы, он окрасил гель и увидел не одну, как предполагал, а целых пять цветных белковых фракций! Как это следовало понимать? Выходило, что каждый фермент представлен в организме не одной, а многими фракциями. Маркерт стал проверять свои гели на другие ферменты, он брал разные ткани, из разных организмов. И получил те же результаты. Это было уже открытием. Пришлось признать множественность фракций одного и того же фермента в одном организме всеобщей закономерностью» (Л.И.Корочкин, 1982).

Индукция Серхио Ферейра. Бразильский исследователь С.Ферейра (1965) сделал заключение о существовании в слюне ядовитой бразильской змеи жерараки вещества, способного сильно понижать кровяное давление, индуктивно исходя из того, что у людей, пострадавших от укуса этой змеи, внезапно происходит понижение кровяного давления. Что касается мысли попробовать выделить из змеиной слюны данное вещество, то она возникла у Ферейра по аналогии с работами других исследователей, которые смогли выделить из слюнной железы различных змей вещества, используемые в медицине. Например, Стенли Коэн в 1958 году выделил из змеиного яда вещество, оказавшееся фактором роста нервов (ФРН), за что в 1986 году был удостоен Нобелевской премии по физиологии и медицине. Юлия Борта в статье «Гениальное – случайно? Открытия ХХ века, перевернувшие мир» (газета «Аргументы и факты», № 31 от 29 июля 2009 г.) пишет об открытии С.Ферейра: «Сегодня врачи уже не представляют лечение целого ряда болезней сердца и сосудов без препаратов под названием «ингибиторы АПФ» (они препятствуют сужению сосудов и за счет этого снижают артериальное давление). А появились они благодаря… кровожадности змей. Точнее, самой ядовитой бразильской змеи Жерараки. Бразилец Серхио Ферейра заметил, что у укушенных гадиной внезапно и очень сильно понижается кровяное давление. В 1965 году он выделил из яда змеи вещества, которые блокировали один важный фермент, участвующий в регуляции тонуса сосудов (тот самый так называемый ангиотензинпревращающий фермент - АПФ). Через несколько лет в лаборатории создали первый препарат на его основе. Так началась эпоха ингибиторов АПФ в кардиологии. Правда, сегодня новейшие препараты этого класса получают без помощи змей, синтезируя в лаборатории» (Ю.Борта, 2009).

Индукция Святослава Федорова. Выдающийся русский офтальмолог С.Федоров (1960) пришел к идее о возможности возвращения людям зрения путем замены мутного хрусталика глаза искусственным хрусталиком, индуктивно основываясь на экспериментах с кроликами. Эти эксперименты показали, что кролики с искусственными хрусталиками после операции приобретают полноценное зрение. Юлия Борта в статье «Формула успеха Святослава Федорова» (газета «Аргументы и факты», № 07 (495) от 12.02.2004 г.) пишет о Федорове: «Молодой хирург оказался честолюбив. Ох, как не хотелось оставаться обычным врачом! Ночами не спал, мучительно думал: неужели так бездарно пройдет жизнь? Фантазировал, выдумывая интересные научные темы. Наконец, решил: мое дело – операция по замене мутного хрусталика искусственным из пластмассы. Сама идея не была нова. За границей уже были попытки таких операций, правда, не всегда удачные. В отечественной офтальмологии новое «западное увлечение» считали чуть ли не шарлатанством. Но Федоров не унимался. Сам, без разрешения руководства института начал работу по неплановой теме, проводил эксперименты на животных. Кролики с искусственными хрусталиками чувствовали себя хорошо, к морковке кидались сразу же, как только снимали повязку с прооперированного глаза» (Ю.Борта, 2004). Другой индуктивной посылкой идеи С.Федорова послужил факт удачного возвращения зрения школьнице из Чувашии, которая с рождения страдала катарактой. «Вскоре, - отмечает Ю.Борта, - судьба свела молодого врача с тяжелой больной. Двенадцатилетняя чувашская школьница Лена Петрова с рождения страдала катарактой. Правым глазом она ничего не видела. Посоветовавшись с ее родителями, Федоров решил пойти на риск – прооперировать больной глаз Лены и вставить в него искусственный хрусталик. Операция прошла успешно. Девочка стала видеть. А вот что касается научной карьеры и репутации самого Федорова, то результат был прямо противоположным – операции запретили. Старшие влиятельные товарищи предостерегали коллег от использования «сомнительного» федоровского метода. Письма, обращения в различные инстанции – все бесполезно. Корифеи долго не хотели принимать врача-«мальчишку», «выскочку» (Ю.Борта, 2004).

Индукция Роберта Фурхготта (Форчготта). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1998 год Роберт Фурхготт (1986) сделал заключение о важной роли окиси азота в ряде биологических процессов, о том, что оксид азота является сигнальной молекулой в сердечно-сосудистой системе, индуктивно исходя из следующих фактов. В 1980 году, изучая действие ацетилхолина на кровеносные сосуды, Р.Фурхготт заметил, что если ацетилхолин действует совместно с эндотелиальным фактором расслабления сосудов (EDRF), то он приводит к расширению сосудов, а если действует без этого фактора – к сжатию сосудов. В 1991 году Р.Фурхготт обнаружил, что свойства фактора EDRF очень похожи на свойства окиси азота. Ученому хватило смелости заявить, что этот фактор и окись азота – одно и то же. Разумеется, это индуктивно наводило на предположение о том, что оксид азота является сигнальной молекулой в сердечно-сосудистой системе. Заключение Р.Фурхготта об оксиде азота как сигнальной молекуле было индукцией с фактором случая, поскольку факт расслабляющего действия ацетилхолина на кровеносные сосуды в присутствии EDRF был обнаружен случайно. Отметим, что сам по себе ацетилхолин вызывает сокращение кровеносных сосудов, а не их расслабление. Екатерина Демидова в статье «Великолепная пятерка», опубликованной в журнале «Знание - сила» (1999 год, № 2-3), отмечает: «Однажды, из-за невнимательности молодых сотрудников Форчготта, эндотелиальный слой клеток случайно сохранился на подготовленном препарате. И когда стали добавлять ацетилхолин, вдруг вместо ожидаемого сокращения началось чрезвычайно сильное расслабление сосудов. Естественно, Форчготт быстро сообразил, что все дело в эндотелии, выделяющем некое вещество, которое и расслабляет сосуды. Доказал он это в изящном эксперименте. Расположив два препарата друг под другом – один с эндотелиальным слоем, а другой – содержащий только гладкомышечные клетки сосудов, он капал на них ацетилхолин. Стекая с первого препарата на второй, капля вызывала эффективное расслабление сосуда. Роберт Форчготт открыл «эндотелиальный фактор релаксации сосудов» (ЭФР)» (Е.Демидова, 1999). Не подлежит сомнению, что вывод о тождественности фактора EDRF и оксида азота базировался на их сравнении и обнаружении их значительного сходства, а это уже аналогия. Е.Демидова в той же статье подчеркивает: «Тем временем в 1986 году Р.Форчготт на одной из конференций сообщает результаты своих исследований, в которых сравнивает расслабляющее действие оксида азота и ЭФР и влияние на них разных ингибиторов. Например, гемоглобин подавляет действие NO, поскольку связывает его. Исходя из многочисленных сравнений, Фурхготт предполагает, что ЭФР и NO – это одно и то же. В том же году такую же мысль на другой конференции высказывает и Луис Игнарро» (Е.Демидова, 1999).

Индукция Сальвадора Монкады. Известный ученый Сальвадор Монкада (1987) высказал идею о способности молекулы оксида азота расслаблять кровеносные сосуды, индуктивно основываясь на том, что введение в организм одинакового количества EDRF и NO дает одинаковые результаты – происходит расширение сосудов. Исследования С.Монкады внесли в биологию оксида азота существенный вклад, однако он не получил в 1998 году Нобелевскую премию, так как за одно и то же открытие ее могут получить не более трех ученых. Это и произошло: высокой научной награды были удостоены Р.Фурхготт, Л.Игнарро и Ф.Мурад. Е.Демидова в статье «Великолепная пятерка» (журнал «Наука и жизнь», 1999 г., № 2-3) указывает: «В 1987 году Сальвадор Монкада, молодой талантливый исследователь, приехавший из Латинской Америки работать в Лондон, находясь под впечатлением результатов Фурхготта и Игнарро, проводит биохимический анализ ЭФР. Ему удается показать, что окись азота действительно входит в состав ЭФР. Более того, судя по его данным, введение в организм одинакового количества ЭФР и NO дает одинаковые результаты. Казалось бы, их идентичность доказана. Его статья о природе ЭФР, опубликованная в «Nature», в течение десяти последующих лет была процитирована более пяти тысяч раз. Его «Нобелевское будущее» представлялось бесспорным. Наступил 1998 год и имени Сальвадора Монкады также не оказалось в списке Нобелевских лауреатов» (Е.Демидова, 1999). О.Лебедев в статье «Молекула года» (журнал «Наука и жизнь», 1993, № 11) пишет: «В начале 1980-х годов врачи из Нью-Йоркского университета обнаружили, что расширение кровеносных сосудов происходит под влиянием какого-то таинственного фактора, который вырабатывают сами сосуды. Через несколько лет доктор С.Монкада из «Лаборатории здоровья» в городе Кенте, изучая состав газа, выделяемого клетками сосудов, определил, что этим фактором является окись азота. Ее удалось «поймать» с помощью чувствительной аппаратуры, предназначенной для определения загрязнений в атмосфере» (Лебедев, 1993, с.79). В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) С.Монкада отвечает на вопрос, почему ему не присудили Нобелевскую премию за работы по оксиду азота: «Я не знаю. Да и невозможно ничего узнать, так как соображения, по которым принимаются те или иные решения, никогда не становятся достоянием общественности. Поэтому бесполезно делать предположения. Я думаю, что организация может выдавать премии тому, кому пожелает, это ее прерогатива. Проблема с Нобелевской премией заключается в том, что она стала занимать такое выдающееся положение, при котором ошибки имеют тенденцию стать «переписыванием истории». Я уже говорил, что очень горжусь своим вкладом в дело возникновения и развития этой области исследований. Наша работа по идентификации NO была самой первой, и в качестве таковой была признана всем мировым научным сообществом. Разработанные нами для этих исследований методы используются сейчас повсеместно. Мы проследили биохимический путь синтеза NO и сделали много других работ, оказавшихся плодотворными» (Харгиттаи, 2006, с.506).

Индукция Анатолия Федоровича Ванина. А.В.Ванин (1985) сделал вывод, что в эндотелиальном факторе расслабления кровеносных сосудов должен присутствовать оксид азота (NO), индуктивно основываясь на результатах исследования живых клеток с помощью электронного парамагнитного резонанса, изобретенного Е.П.Завойским. В середине 1960-х годов, используя этот метод, А.В.Ванин обнаружил сначала в дрожжевых клетках, а затем и в клетках животных загадочные ЭПР-сигналы. Пытаясь найти химическое соединение, которое дает точно такой же сигнал, А.В.Ванин обнаружил, что сигналы ЭПР того же диапазона дают при комнатной температуре низкомолекулярные серосодержащие комплексы железа с оксидом азота. Анализируя научную литературу, А.В.Ванин ознакомился с результатами исследований Ферида Мурада, который предположил, что механизмом положительного действия нитроглицерина на работу сердца является оксид азота, расслабляющий сосуды. Используя это предположение, А.В.Ванин проверил действие нитрозильных комплексов железа как доноров NO и обнаружил, что эти соединения могут стимулировать снижение давления. В 1985 году, А.В.Ванин, узнав о докладах Р.Фурхготта по проблеме эндотелиального расслабляющего фактора, высказал гипотезу о том, что этот фактор имеет прямое отношение к NO. Одним из оснований этого предположения послужило то, что и расслабляющий фактор эндотелия, и оксид азота являются короткоживущими веществами. Но отечественному ученому не присудили Нобелевскую премию по тем же причинам, по которым ее не получил Сальвадор Монкада.

Индукция Ферида Мурада. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1998 год Ферид Мурад высказал гипотезу о важной роли оксида азота в биологических процессах, индуктивно основываясь на обнаружении активации гуанилатциклазы под влиянием окиси азота. В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1994 год Альфред Гилман говорит о Ф.Мураде: «Мурад первым нашел, что окись азота активирует гуанилатциклазу и оказывает сосудорасширяющее действие. О сосудорасширяющем действии окиси азота было известно давно, но Мурад открыл, что это действие вызывается именно активацией гуанилатциклазы и что действие всех других азотсодержащих сосудорасширяющих средств, включая нитроглицерин, основано на выделении окиси азота. Так Мурад создал стройную цепочку: азотсодержащее сосудорасширяющее средство – окись азота – гуанилатциклаза – сосудорасширяющее действие» (Харгиттаи, 2006, с.225).

Индукция Елены Бурлаковой. Е.Б.Бурлакова (1984) сформулировала мысль о способности сверхмалых доз химических веществ оказывать мощное биологическое действие на клетки и ткани живых организмов, индуктивно отталкиваясь от следующего случайного наблюдения. Е.Б.Бурлакова в статье «Сверхмалые дозы в лаборатории» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 1) пишет: «В 1984 году мы вместе с сотрудниками Института психологии РАН начали работы с малыми дозами биологически активных веществ. Если говорить честно, начались эти работы абсолютно случайно. Мы изучали действие антиоксидантов из класса фенолов на изолированный нейрон виноградной улитки. Концентрации 1/10000… 1/1000 оказались токсичными для клетки, и необходимо было уменьшить дозу. Однако вместо того, чтобы развести препарат в два-три раза, лаборантка по ошибке приготовила сто- и тысячекратные разведения, тем не менее, мы исследовали эти растворы и были поражены: эффект не только не исчез, но усилился! К этому времени Жак Бенвенист еще не сделал своих сенсационных открытий, но мы, конечно, сразу же вспомнили о работах Г.Н.Шангина-Березовского, который ранее продемонстрировал, что нитрозометилмочевина, вызывающая разрывы в хромосомах, сохраняет активность в очень маленькой дозе» (Е.Б.Бурлакова, 2000). Об этом же Е.Б.Бурлакова говорит в статье «Сверхмалые дозы – большая загадка природы» (журнал «Экология и жизнь», 2000, № 2): «В 1983 г., изучая влияние антиоксидантов на электрическую активность изолированного нейрона виноградной улитки, в ИБХФ (Институт биохимической физики – Н.Н.Б.) получили неожиданный результат. Первоначальная доза препарата (1/1000 М) была для нейрона не только активной, но и довольно токсичной, поэтому концентрацию раствора решили снизить. Ко всеобщему удивлению, доза в 10 тыс. раз ниже первоначальной оказалась не только менее токсичной, но и более эффективной. Ее дальнейшее уменьшение лишь усиливало эффект… Похожие результаты наблюдали позже в макромолекулах, клетках, органах, тканях, организмах и даже популяциях при воздействии на них противоопухолевых, антиметастатических, радиозащитных и нейротропных препаратов, ингибиторов и стимуляторов роста, гормонов, адаптогенов, иммуномодуляторов, детоксикантов, антиоксидантов, а также различных физических факторов – ионизирующего ищлучения и т.п. Выяснилось, что это не особенность какого-то препарата или биологического объекта, а новый тип взаимодействия любых биологических объектов со сверхмалыми дозами (СМД) биологически активных веществ (БАВ)» (Е.Б.Бурлакова, 2000). Таким образом, мысль Е.Б.Бурлаковой о способности сверхмалых доз химических веществ оказывать мощное биологическое действие на клетки и ткани живых организмов представляла собой индукцию с фактором случая.

Индукция Жака Бенвениста. Французский исследователь Жак Бенвенист совершенно самостоятельно пришел к выводу о том, что сверхмалые количества белковых веществ обладают необычным биологическим действием, индуктивно исходя из опытов, в которых ультрамалые дозы антигенов (иммуноглобулинов Е) при воздействии на базофилы вызывали высвобождение гистамина. Отметим, что базофилы – это особые клетки крови, содержащие много крошечных гранул гистамина, вещества, отвечающего за классические аллергические реакции, например, у тех, кто страдает сенной лихорадкой. Р.Гербер в книге «Вибрационная медицина» (2001) пишет о том, что до Бенвениста господствовала концепция, согласно которой увеличение степени разбавления раствора антигена должно вызывать ослабление эффекта его воздействия на клетку. Однако Бенвенист установил обратное. «Вопреки этой популярной научной теории, - констатирует Р.Гербер, - Бенвенист обнаружил, что чрезвычайно сильные степени разведения IgEIgE (иммуноглобулина Е), содержащие менее одной молекулы антигена, вызывают заметные реакции базофила, заставляя клетки дегранулировать и высвобождать гранулы гистамина. Бенвенист знал: полученные им результаты настолько противоречат общепринятым теориям, что единственный шанс опубликовать их – добиться того, чтобы другие ученые продублировали его исследование. Когда эксперименты Бенвениста были повторены в нескольких лабораториях в разных странах мира, ученый смог, наконец, опубликовать свои работы в журнале «Nature». Однако публикация сопровождалась редакционной статьей, в которой выражалось сомнение по поводу того, следует ли верить результатам экспериментов, если они противоречат современному научному мировоззрению» (Р.Гербер, 2001).

Индукция Жака Бенвениста. Заключение Жака Бенвениста о том, что сильно разбавленные растворы белковых веществ теряют свою биологическую активность под влиянием магнитного поля, индуктивно основывалось на факте исчезновения указанной активности у ультрамалых доз антител в присутствии магнитного поля. Кроме того, Бенвенист заметил, что под влиянием магнитного поля малые концентрации гистамина, обычно изменяющие коронарный кровоток в сердце животных, перестают выполнять данную функцию. Р.Гербер в книге «Вибрационная медицина» (2001) повествует: «Бенвенист сделал еще одно интересное открытие. Гомеопатически разбавленные растворы антител теряли биологическую активность под воздействием магнитного поля. В рамках отдельного эксперимента Бенвенист исследовал влияние гомеопатических растворов гистамина на кровеносные сосуды. Эти субмолекулярные концентрации изменяли коронарный кровоток в сердцах морских свинок. Предварительная обработка гомеопатических растворов гистамина нагревом или магнитным полем заставила их утратить эту способность. Однако, когда воздействию теплоты или магнитного поля были подвергнуты высококонцентрированные (фармакологические) растворы гистамина, они не продемонстрировали никакой потери биологической активности» (Р.Гербер, 2001).

Индукция Гена Никифоровича Шангина-Березовского. Отечественный ученый Г.Н.Шангин-Березовский (1979) независимо от Ж.Бенвениста высказал идею о способности сверхмалых доз веществ проявлять высокую биологическую активность, индуктивно основываясь на исследовании биологической активности сверхмалых доз нитрозодиметилмочевины (НДММ). В.Зильбер в статье «Роман о гомеопатии» (журнал «Наука и жизнь», 2000, № 12) рассказывает об экспериментах, которые привели Шангина-Березовского к упомянутой идее: «История же началась в середине 1979 года, когда молодые биохимики-селекционеры из Московской ветеринарной академии им.К.И.Скрябина решили попытаться определить границу, при которой препарат нитрозодиметилмочевина (НДММ), вызывающий комплексный физиологический ответ на клеточном уровне, перестанет проявлять свою биологическую активность. С удивлением и даже с некоторой тревогой (если не со страхом) ученые обнаружили, что такой границы нет. По крайней мере, там, где по всем известным законам физики и химии растворы разведенного препарата должны были «замолчать», они продолжали «действовать». Сначала они решили, что ошиблись, и свои опыты повторили. Это была естественная реакция добросовестных людей. Результат был тот же. Тогда стали ставить опыты на разных клеточных культурах: семенах растений, томатах, куриных яйцах, птицах, свиньях, дрозофилах. Попробовали не только НДММ, но и несколько других биологически активных веществ. Результаты повторялись даже тогда, когда разведения были доведены до фантастической для академической науки того времени степени 10^{-60} М, то есть далеко за число Авогадро» (Зильбер, 2000, с.90). «…Шангин-Березовский, - продолжает В.Зильбер, - был человеком неординарным, а его коллеги – молоды. И потому, заручившись поддержкой члена-корреспондента АН СССР И.А.Рапопорта (того самого, который в молодые годы пытался зищитить генетику в СССР), начали с 1976 года понемногу публиковать свои работы» (там же, с.91).

«Далеко не все ученые были согласны с фагоцитарной теорией Мечникова. Многие восприняли ее весьма враждебно, продолжая утверждать, что сама кровь животных, а не какие-то там мифические фагоциты создает иммунитет против микробов. И никому не пришло в голову, что правда, как и монета, имеет в данном случае две стороны. Этот спор тянулся почти два десятилетия, но, в конце концов, Мечников вышел победителем».

Т.Д.Пономарева об Илье Мечникове

Индукция Ильи Мечникова. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1908 год Илья Мечников (1882) выдвинул идею о существовании в организме животных и человека иммунных клеток фагоцитов, способных поглощать и уничтожать чужеродные агенты, индуктивно исходя из результатов наблюдения за прозрачной личинкой морской звезды, в тело которой он поместил шипы от розы. При этом И.Мечников наблюдал, как вокруг этих шипов собирались клетки данной личинки, пытавшиеся поглотить занозу. Разумеется, первоначально И.Мечников пришел к идее фагоцитоза по аналогии с явлением внутриклеточного пищеварения, обнаруженного (1865) у организмов, лишенных пищеварительной системы. Однако если бы не микроскопическое исследование реакции клеток личинки морской звезды на попадание занозы в тело этой личинки, теория фагоцитоза осталась бы всего лишь догадкой. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002), переходя от описания творчества Э.Дженнера к описанию исследований И.Мечникова, отмечает: «На совершенно иных наблюдениях основывал свои работы русский зоолог И.Мечников (1845-1916). Он исходил из представления о естественной защите животного от внедрения чуждого организму тела, интенсивно изучая морфологию и физиологию кишечнополостных, животных, полипов, туникат, цефалопод, червей, а также процесс внутриклеточного переваривания у этих животных. Ему удалось наблюдать, как вокруг шипа от розы, который он воткнул в прозрачную личинку морской звезды, собирались амебовидные клетки, которые он назвал фагоцитами. Это наблюдение привело его в дальнейшем к созданию теории фагоцитоза» (Шлегель, 2002, с.63). В книге В.А.Фролова «Опередивший время» (1980) содержится рассказ И.Мечникова о его наблюдении, индуктивно наводившем на теорию фагоцитоза: «Однажды, когда вся семья отправилась в цирк смотреть каких-то удивительно дрессированных обезьян, а я остался один над своим микроскопом, наблюдая за жизнью подвижных клеток у прозрачной личинки морской звезды, меня сразу осенила новая мысль. Мне пришло в голову, что подобные клетки должны служить в организме для противодействия вредным деятелям. Чувствуя, что тут кроется нечто особенно интересное, я до того взволновался, что стал шагать по комнате и даже вышел на берег моря, чтобы собраться с мыслями. Я сказал себе, что если мое предположение справедливо, то заноза, вставленная в тело личинки морской звезды, не имеющей ни сосудистой, ни нервной системы, должна в короткое время окружиться налезшими на нее подвижными клетками, подобно тому, как это наблюдается у человека, занозившего себе палец. Сказано - сделано» (Фролов, 1980, с.133). Со слов В.А.Фролова, «проведя свой опыт с личинкой морской звезды, И.И.Мечников сразу же двинулся дальше. Он уловил сходство между процессом, который происходил в теле этого беспозвоночного, и воспалительной реакцией у человека» (там же, с.139). В другом месте той же книги В.А.Фролов указывает: «Около ста лет назад, погрузив шипы от розы в тело прозрачной личинки морской звезды и увидев на следующий день, как блуждающие клетки этой личинки окружили и пытались поглотить инородное тело, он на основании этого опыта сделал общебиологические выводы и создал клеточную теорию иммунитета» (там же, с.6).

Индукция Ильи Мечникова. И.Мечников склонился к заключению о том, что явление фагоцитоза имеет общебиологическое значение, индуктивно исходя из факта участия фагоцитов в процессе атрофии клеток хвоста головастика при превращении его в лягушку. В.А.Фролов в книге «Опередивший время» (1980) пишет о Мечникове: «Во-вторых, исследователь хотел изучить вопрос, какую роль могут играть фагоциты в физиологических процессах. Он начал исследовать атрофию клеток хвоста головастика при превращении его в лягушку и с удивлением установил, что белые кровяные клетки в этом не участвуют, а что отслужившие свой срок элементы хвоста поедаются частью клеток самого мускульного пучка. Восемью годами позже Мечников развил это исследование и показал, что фагоцитами являются определенные клетки мускульного пучка. Он сразу же сделал вывод, что фагоцитоз – это явление, имеющее общебиологическое значение и участвующее в самых различных процессах» (Фролов, 1980, с.142).

Индукция Ильи Мечникова. И.Мечников выдвинул гипотезу о том, что одним из средств продления жизни является отказ от чрезмерного употребления мяса и введение в рацион большого количества кисло-молочных продуктов, индуктивно отправляясь от следующего факта, касающегося образа жизни некоторых болгарских крестьян. Т.Д.Пономарева в книге «Великие ученые» (2002) пишет: «Случайно он узнал, что в Болгарии есть селения, где люди отличаются не только отменным здоровьем, но и редкостным долголетием: многие из них давно отметили свой столетний юбилей. Эти долгожители избегали мясной пищи и питались в основном кислым молоком, которое они получали с использованием особой кисломолочной палочки (так называемой болгарской). Она, как выяснил затем Мечников, убивала ядовитые бактерии в кишечнике и продлевала тем самым человеческую жизнь. Благодаря его открытию со временем было налажено промышленное производство так называемой «мечниковской» простокваши, которая действительно оказывала самое благотворное действие на здоровье человека, хотя и не могла стать панацеей от всех болезней. Мечников сам выпивал по несколько стаканов в день этого чудодейственного кисломолочного напитка» (Пономарева, 2002, с.409).

Индукция Игнатия Горачиевича Шиллера. Ученик И.Мечникова И.Г.Шиллер сделал заключение о возможности искусственно вызвать антагонизм (противостояние) бактерий разных видов, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Марк Поповский в статье «Неизвестный Шиллер» (журнал «Знание-сила», 1995, № 12) пишет: «В 1914 году, незадолго до начала первой мировой войны, Игнатий Шиллер опубликовал в одном из самых известных бактериологических журналов Европы статью о своем открытии. Он назвал его «насильственный антагонизм микробов». (…) Принцип, обнаруженный молодым одесситом, давал человечеству возможность радоваться, стравливая между собой микробы разных видов. Суть эксперимента сводилась к следующему. Ученый высевал на питательном бульоне картофельную палочку, безвредное существо, обитающее на кожуре картофеля, а рядом с ней злейшего врага человека – стрептококк. Эти два вида мирно соседствовали друг с другом. Благо, и для тех, и для других еды вокруг было достаточно (бульон-то мясной). Но вот ситуация резко менялась: исследователь поселял ту же пару в чистую воду, лишенную какого бы то ни было питания. И между ними немедля начиналась война. Мирная картофельная палочка в поисках пищи принималась пожирать своего соседа. Она, палочка, выделяла особые вещества – лизины, - которые растворяли стрептококков. Да так, что через несколько минут в воде не оставалось ни одного из этих злодеев. Открытие Шиллера показало, что в антагонистов, во врагов можно превращать не отдельные бактерии, а все виды микроорганизмов. (…) Иными словами, ныне человек обретает возможность натравливать одних на других с пользой для своего здоровья. Но главным в тех давних парижских опытах Шиллера было открытие самих лизинов» (Поповский, 1995, с.80).

Индукция Алика Айзекса и Джина Линдемана. Догадка А.Айзекса и Дж.Линдемана (1957) о существовании явления вирусной интерференции, о способности двух разных вирусов подавлять друг друга, индуктивно базировалась на опытах, в которых мыши, болевшие в момент постановки эксперимента вирусом гриппа, не поддавались заражению другими, более опасными вирусами. Другими словами, мыши, зараженные определенными вирусами, не заболевали, если в момент заражения они уже болели другой вирусной инфекцией. А.Айзекс и Дж.Линдеман по аналогии с характером других инфекционных (бактериальных) заболеваний, при которых в организме синтезируются антитела, противодействующие инфекции, предположили, что в случае вирусной инфекции в клетках также вырабатывается специфический антивирусный белок. Впоследствии этот белок был назван интерфероном. Гуго Глязер в книге «Новейшие победы медицины» (1966) пишет об Айзексе и Линдемане: «Эти ученые заражали куриные зародыши вирусами инфлюэнцы, которые размножаются в яйцевых оболочках зародыша. Но для опыта они брали не живые, а умерщвленные, инактивированные вирусы инфлюэнцы. Затем заражали эти куриные зародыши живыми, активными вирусами, но неудачно. Это наблюдается не только при пользовании вирусами инфлюэнцы и яйцевыми оболочками куриного зародыша. Такое же явление можно отметить при свинке, кори, герпесе и не только при использовании яйцевых оболочек куриного зародыша, но и на тканях щитовидной железы, почечных клетках человека и так далее. Хотя опыт и напоминает нам предохранительную прививку, например, против оспы, все-таки вопрос в целом еще был весьма неясен, и оба исследователя продолжали свою работу. Они доказали, что в жидкую часть культуры, в которой размножаются клетки, переходит какое-то вещество» (Глязер, 1966, с.179). Г.Глязер в указанной книге касается также вопроса о предшественниках Айзекса и Линдемана. «Приведем, - пишет он, - историю интерферона. Еще в 1935 году ученый Маграсси, изучая на кроликах вирус, вызывающий лихорадку, при которой на губах образуются пузырьки (герпес), обратил внимание на одно странное на первый взгляд обстоятельство. Он вводил кроликам в глаз культуру вируса и через несколько дней обнаруживал этот вирус в мозге у подопытных животных. Когда он вводил этим кроликам через 4 дня в мозг культуру вируса, вызывающего во всех ста процентах случаев смертельное воспаление мозга, на кролика с вирусом герпеса это не действовало. Он как бы не допускал вирус в мозг, подавлял его действие и тем предохранял от болезни. Так вот, подавление действия одного вируса другим при смешанной инфекции и было названо интерференцией вирусов. Через 22 года поисков и исследований учеными многих стран двум американцам – Айзексу и Линдеману удалось частично раскрыть это загадочное явление и направить исследования на путь практического эксперимента, который может привести и к лечению вирусных болезней человека. Айзекс и Линдеман сообщили об этом в лондонском медицинском журнале» (Глязер, 1966, с.179). Е.Д.Свердлов в статье «Начинаем с интерферонов» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 12) пишет: «В 1957 г. А.Айзекс и Дж.Линдеман показали, что клетки животных, инфицированных вирусом, выделяют в среду некий фактор. Этот фактор, будучи добавленным к здоровым клеткам, придает им устойчивость к действию вируса, то есть интерферирует (препятствует) его действию. Фактор назвали интерфероном. Ясно, что он мог бы стать универсальным противовирусным средством» (Е.Д.Свердлов, 1986).

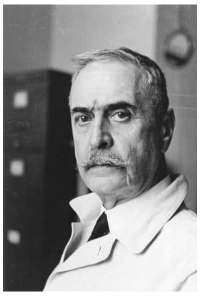
«Вся его жизнь протекала среди научной литературы, и он выписывал химические журналы на всех известных ему языках и несколько – на неизвестных. Его лаборатория настолько была завалена книгами, что когда входил посетитель и Эрлих говорил ему: «Садитесь, прошу вас!» - то садиться было некуда. Из всех карманов его пиджака – если только он не забывал его надеть – торчали журналы, а приносившая ему утром кофе горничная спотыкалась и падала на невероятные горы книг, наполнявших его спальню».

Поль де Крюи о Пауле Эрлихе

Индукция Пауля Эрлиха. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1908 год Пауль Эрлих построил гуморальную теорию иммунитета, индуктивно основываясь на открытии немецкого бактериолога Эмиля Адольфа Беринга (1891). Беринг открыл, что введение животным бактерийных культур стимулирует у них выработку в жидкой части крови (кровяной сыворотке) специфических антител. Если затем эту сыворотку ввести другому животному, оно, по крайней мере, на какое-то время будет невосприимчиво к данному заболеванию. Другими словами, Беринг установил способность сыворотки крови (в кровяной сыворотке нет клеток, то есть фагоцитов, о которых писал Мечников) уничтожать различные токсины, попадающие в организм. Гуморальная теория иммунитета Эрлиха длительное время противостояла теории фагоцитоза Мечникова, пока не произошло их объединение. Как пишет Д.С.Саркисов в книге «Очерки по истории общей патологии» (1993), «наиболее активно выступали против теории фагоцитоза Р.Кох, П.Эрлих и др. (Зильбер Л.А., 1948). Эти исследователи, особенно П.Эрлих, обосновали гуморальную теорию иммунитета, которая в дальнейшем получила полное подтверждение» (Саркисов, 1993, с.76). Об этом же пишет В.А.Фролов в книге «Опередивший время» (1980): «В конце 80-х – начале 90-х годов прошлого века было установлено, что в крови организмов, в которые проник инфекционный агент, к нему или к его ядам (токсинам) вырабатываются особые противоядия, названные антителами. Последние обладают способностью склеивать и разрушать микробы и нейтрализовать их токсины. В 1894 году, независимо друг от друга, Эмиль Ру во Франции и Эмиль Беринг в Германии применили для лечения дифтерии сыворотку, содержащую антитела против дифтерийного токсина, и добились снижения смертности при этом заболевании на 60%» (Фролов, 1980, с.175-176).

Индукция Пауля Эрлиха. Пауль Эрлих пришел к выводу о возможности создать химическое соединение («волшебную пулю»), способное избирательно уничтожить источник инфекции, не поражая сам организм, индуктивно исходя из факта избирательного действия красителя метиленового голубого на органы кролика. Александр Семенов в статье «Волшебная пуля 606» и загадка старой граммофонной пластинки» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 12) указывает: «Выдающийся немецкий ученый Пауль Эрлих, занявшись вопросом излечения сифилиса, обратил внимание, что некоторые химические вещества при попадании в организм человека могут концентрироваться в определенных органах и тканях, не затрагивая остального. Этот эффект он наблюдал, введя в кровь кролика краситель метиленовый голубой, когда окрашенными оказались исключительно клетки головного мозга и нервные ткани. У гениального ученого возникла идея о создании «волшебной пули», которая смогла бы при введении в организм больного человека доставить токсический компонент к месту назначения и поразить бактерии, не отравив при этом самого пациента» (Семенов, 2010, с.57).

Индукция Пауля Эрлиха. Пауль Эрлих склонился к догадке о возможности эффективного лечения микробных болезней с помощью соединений мышьяка, индуктивно исходя из факта, обнаруженного Альфонсом Лавераном в 1901 году. «Лаверан, как известно, - пишет Крюи в книге «Охотники за микробами» (2006), - открыл микроб малярии, а в последнее время упорно работал над трипаносомами. Впрыскивая мышам этих хвостатых дьяволов, вызывающих у лошадей так называемую болезнь Кадера, с поражением всей задней части тела. Лаверан нашел, что трипаносомы убивают мышей в ста случаях из ста. Затем он впрыскивал под кожу зараженным мышам мышьяк и наблюдал некоторое улучшение…» (Де Крюи, 2006, с.344). Таким образом, индуктивное обобщение того, что мышьяк частично излечивает мышей, зараженных трипаносомами, привело Эрлиха к мысли о лечении микробных заболеваний посредством соединений мышьяка.



«…Ландштейнер, боясь односторонности своих учителей, ходил на лекции их оппонентов. Он не принимал на веру точку зрения одних ученых, не познакомившись с противоположной точкой зрения».

Р.В.Петров о Карле Ландштейнере

Индукция Карла Ландштейнера. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1930 год Карл Ландштейнер (1901) сформулировал представление о существовании трех групп человеческой крови (четвертая группа была открыта позже), индуктивно исходя из своих опытов. В этих опытах исследователь обнаружил три вида склеивания (агглютинации) эритроцитов крови одного человека эритроцитами крови другого человека. Как указывает историк биологии Г.Глязер, первые опыты Ландштейнер произвел на 22 людях, у которых он обнаружил кровь трех типов. По этим типам он разделил обследуемых на три группы. Четвертого типа случайно не оказалось ни у одного из 22 человек. Ландштейнер нашел, что одна кровь обладает склеивающим свойсвом (А), другая – растворяющим (В), третья – тем и другим (АВ) (Г.Глязер, «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова», 1950). В.Г.Михайлов в книге «Неутомимые искатели» (1982) повествует: «Ландштейнер смешивает эритроциты из одной пробирки с сывороткой из другой. К его удивлению, в некоторых случаях после этого уже невооруженным глазом видно, что эритроциты из однородной массы, которую они представляли собой ранее, разбились на отдельные глыбки. Что представляют собой эти глыбки, вначале Ландштейнеру было непонятно, пока он не догадался поместить их под микроскоп. Оказалось, что они состоят из слипшихся друг с другом эритроцитов. В других пробах глыбки не образовывались. Глядя под большим увеличением на каплю такой смеси, Ландштейнер видел свободно плавающие красные кровяные тельца. Попытка путем перемешивания добиться образования глыбок кончилась ничем. Эритроциты все равно не слипались. Почему сыворотка коммерции советника Бауэра склеивала эритроциты извозчика Гаммельмана, но не склеивала эритроциты бондаря Витнера – было непонятно. Наконец, почему при прибавлении сыворотки крови аптекаря Ратнера к эритроцитам его коллеги доктора Нагеля склеивания эритроцитов не наблюдалось, было тоже загадкой. День за днем Ландштейнер повторял опыты. И снова тот же результат. Но сейчас, в сотый раз рассматривая, как склеиваются эритроциты одних людей сывороткой других, ученый почувствовал, что он на пороге важного открытия. И вот еще неясная мысль окончательно оформилась: кровь разных людей неодинакова, и ее следует разделить на три группы» (В.Г.Михайлов, 1982).

Индукция Карла Ландштейнера. Карл Ландштейнер сделал заключение о колоссальном многообразии антител, которое способна создавать иммунная система организма, индуктивно опираясь на свои опыты, в которых он наблюдал образование специфических антител при введении в организм кроликов и мышей самых различных химических соединений, присоединенных к белкам. Э.Стил, Р.Линдли и Р.Бландэн в книге «Что, если Ламарк прав?» (2002) пишут: «Насколько велик репертуар антител? Этот ключевой вопрос был поставлен работами Ландштейнера. Его эксперименты в этой области менее известны неспециалистам, чем открытие системы АБО, хотя они и привели к далеко идущим выводам. Эксперименты Ландштейнера показали гигантский размах разнообразия антител, которые можно получить у лабораторных животных. Превосходный химик, он присоединял мелкие, искусственно синтезированные молекулы сложных углеродных колец (например, производных бензола) к белковым антигенам разных типов и демонстрировал образование специфических антител к ним у лабораторных кроликов и мышей. Эти мелкие молекулы (гаптены) сами по себе обычно не вызывали образования антител. Однако будучи присоединенными к белковому носителю, они образовывали гаптен-белковые комплексы, которые становились мощными антигенами, вызывающими образование антител, специфичных и к гаптеновой части, и – еще больше – к белковой. Само по себе образование антител против таких антигенов не было сколько-нибудь удивительным, так как иммунологи давно получали антитела путем искусственной вакцинации крыс, мышей, кроликов, морских свинок, коз и лошадей. Поразительным было другое, Ландштейнер смог выявить антитела против всех новых химических соединений и лекарств, только что созданных зарождающейся в те годы фармацевтической промышленностью. Этих новых антигенов никогда раньше не было в природе» (Э.Стил, Р.Линдли и Р.Бландэн, 2002).

Индукция Жюля Борде. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1919 год Жюль Борде (1898) пришел к заключению о том, что антитела, связывающие и нейтрализующие антигены одного вида, не способны связывать и нейтрализовать антигены другого вида, индуктивно основываясь на опытах по введению в организм кроликов холерного вибриона и эритроцитов из крови барана. Р.В.Петров в книге «Беседы о новой иммунологии» (1978) пишет: «В предыдущей главе был описан опыт введения кролику холерного вибриона. В ответ в крови животного появились антитела, склеивающие, а затем и растворяющие холерного вибриона. Ни с какими другими микробами антитела не взаимодействовали. В 1898 году Борде поставил точно такой же опыт. Только ввел кролику не микробные клетки, а эритроциты из крови барана. Через несколько дней сыворотка крови кролика стала склеивать и растворять эритроциты барана. Именно барана! И только барана! Эритроциты других животных, в том числе и человека, чувствовали себя в иммунной кроличьей сыворотке великолепно. Там были строго антибараньи антитела. Если вводить кролику человеческие эритроциты, появятся антитела, которые склеивают и растворяют только человеческие эритроциты и никакие другие. Специфичность как и в отношении микроба» (Р.В.Петров, 1978). Именно эти опыты с введением в организм кроликов эритроцитов барана и привели Ж.Борде к формулировке концепции антигенной специфичности.

Индукция Шарля Рише и Поля Портье. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1913 год Шарль Рише совместно с Полем Портье (1902) сформулировал гипотезу о существовании анафилаксии (аллергии) – повышенной восприимчивости организма к чужеродным, инфекционным агентам, индуктивно основываясь на своих опытах, преследовавших цель найти защиту от ядовитого действия щупалец морских актиний – морских животных, относящихся к кишечнополостным. В ходе этих опытов Рише и Портье заметили, что при введении собакам первых доз экстракта щупалец морских актиний животные переносят эти дозы хорошо и даже становятся вроде бы менее чувствительными к яду. Отсюда можно было предположить, что у собак вырабатывается иммунитет, и они становятся невосприимчивыми к чужеродным агентам. Однако введение собакам повторных доз вытяжки из щупалец морских актиний через 3-4 недели после первых доз экстракта приводило к их быстрой гибели, что опровергало предположение о выработке иммунитета у собаки. Рише и Портье наблюдали противоположное явление – своеобразный антииммунитет, состоящий в повышенной восприимчивости к болезнетворным агентам. Ученые назвали это явление анафилаксией. С.А.Блинкин в книге «Очерки о естествознании» (1979) указывает исходные посылки, определившие гипотезу Рише и Портье о существовании анафилаксии: «Явление анафилаксии открыли Шарль Рише и Поль Портье. В сущности, они искали защиту (иммунитет) от ядовитых щупалец морских актиний. Они убедились, что вытяжка из их щупалец в определенной дозе является токсичной и может убить собаку. Меньшие, не смертельные дозы собаки переносили хорошо и оставались живыми. Самое интересное, что понять было трудно, ожидало ученых впереди» (Блинкин, 1979, с.89). А впереди их ожидало то, что введение собакам повторных доз вытяжки из щупалец морских актиний приводило к гибели животных. Гипотеза ученых о существовании анафилаксии представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку открытие анафилаксии явилось побочным продуктом их стремления найти защиту от ядовитых щупалец морских актиний.

Индукция Теобальда Смита. Теобальд Смит (1904) сделал заключение о том, что в ряде случаев повторное введение чужеродных агентов в организм животного приводит не к усилению иммунитета, а к гибели организма, индуктивно отталкиваясь от следующего наблюдения. Р.В.Петров в книге «Беседы о новой иммунологии» (1978) описывает, как Т.Смит независимо от Ш.Рише и П.Портье открыл явление анафилаксии: «Случайность помогла Теобальду Смиту открыть феномен, который впервые проиллюстрировал, что иммунитет не всегда друг, иногда он может быть причиной смерти. Произошло это в 1904 году. Смит определял антитоксическую силу лошадиной противодифтерийной сыворотки. Для этого лошадиную сыворотку нужно было внутривенно вводить морским свинкам. Для опытов требовалось много этих отнюдь не дешевых животных. И экспериментатор захотел сэкономить свинок. Было решено использовать свинок, которым за несколько недель до этого уже вводили лошадиную сыворотку. Сэкономленные свинки выглядели совершенно здоровыми. Да так оно и было на самом деле. Детальное клиническое обследование не выявило бы никаких отклонений от нормы. Поэтому Смит взял шприц и уверенно ввел одному из животных исследуемую сыворотку. Не прошло и минуты, как свинка выразила необыкновенное беспокойство, стала бегать по клетке, учащенно дышать, садиться на задние лапки, а передними чесать нос, как бы стараясь освободиться от чего-то, мешающего дыханию. Ей явно не хватало воздуха» (Р.В.Петров, 1978). Здесь мы также наблюдаем индукцию с фактором случая.

Индукция Рэя Оуэна. Известный иммунолог Рэй Оуэн (1945) высказал идею о существовании явления, которое он назвал эритроцитарной мозаикой, индуктивно основываясь на обнаружении у дизиготных телят-близнецов, развивающихся из разных оплодотворенных клеток, но имеющих в период эбриогенеза общий плацентарный кровоток, смешанного состава клеток крови. Этот смешанный состав возникал в результате обмена эритроцитами, который порождал иммунологическую толерантность – явление, при котором один организм не отторгает клетки другого организма, поскольку не распознает их как чужие. Р.Оуэн был близок к открытию самого феномена иммунологической толерантности, но не сделал всех выводов из обнаруженного им явления эритроцитарной мозаики. В.Г.Галактионов в книге «Иммунология» (1998) пишет: «Впервые толерантность к клеточным антигенам была обнаружена американским исследователем Р.Оуэном в 1945 г. у дизиготных телят-близнецов. Такие близнецы не являются генетически идентичными, так как развиваются из разных оплодотворенных яйцеклеток. В процессе эмбриогенеза у телят устанавливается общий плацентарный кровоток, что приводит к обмену клетками крови между ними» (Галактионов, 1998, с.308). Р.В.Петров в книге «Сфинксы XX века» (1967), сожалея о том, что Р.Оуэн не назвал обнаруженное им явление иммунологической толерантностью, пишет: «Рэю Оуэну – профессору отдела биологии Калифорнийского института технологии – не везло с терминами. В 1945 году он первый в мире увидел, обдумал и счел нужным описать животных, чья кроветворная ткань состояла из клеток, разных иммунологически, несовместимых генетически, из клеток разнородных типов. Об этих оуэновских телятах вы уже читали в предыдущей главе. В их крови, костном мозге, селезенке мирно сосуществовали и размножались клетки генетически других телят. Клетки, которые по всем законам иммунитета являлись чужеродными и подлежали отторжению или разрушению. А они великолепно сосуществовали. Они терпели друг друга всю жизнь!» (Р.В.Петров, 1967). «И вот Рэй Оуэн, - продолжает Р.В.Петров, - обнаружил такие смешанные организмы, описал их и установил причины их возникновения. Он их открыл. Но не назвал, не дал имя. Может быть, он не увидел в этом факте крупного биологического явления, не увидел большие последствия и возможности, поэтому и не удостоил хорошим термином» (Р.В.Петров, 1967). Таким образом, Р.Оуэн открыл новое явление, но не дал ему имя, а П.Медавар дал это имя – иммунологическая толерантность. Это как раз тот случай, о котором однажды сказал А.Пуанкаре: «…Бывает достаточно изобрести одно новое слово, и это слово становится творцом; история науки может доставить нам множество знакомых всем примеров» (А.Пуанкаре, «Наука и метод», СПб., 1910).

Индукция Питера Медавара. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1960 год Питер Медавар (1945) выдвинул предположение об участии иммунной системы в отторжении чужеродной ткани, индуктивно отталкиваясь от обнаружения антител в организме кролика, которому пересаживался лоскут кожи от другого кролика. Эти антитела были специфичны к антигенам кролика, являвшегося донором кожи. В.Г.Галактионов в книге «Иммунология» (1998) указывает: «Участие иммунной системы в отторжении чужеродной ткани впервые продемонстрировал английский иммунолог П.Медавар в 1945 г. При пересадке кожного лоскута от одного кролика к другому им были обнаружены антитела у реципиента, специфичные к антигенам донора. Эти первые наблюдения явились отправной точкой для формирования одного из разделов иммунологических исследований – трансплантационной иммунологии» (Галактионов, 1998, с.343).

Индукция Питера Медавара. Питер Медавар (1949) пришел к идее о существовании приобретенной иммунотолерантности, то есть терпимости организма к чужеродной ткани в период раннего онтогенеза, индуктивно исходя из опытов по пересадке кусочков кожи от одного теленка к другому. Медавар знал, что пересадка кожи от одного взрослого животного к другому невозможна, поскольку происходит отторжение тканей. Но в случае с телятами (только что родившимися животными) исследователь заметил, что все трансплантаты хорошо приживаются. Мы видим, что идея П.Медавара о существовании иммунологической толерантности возникла на базе экспериментов с теми же животными, с которыми работал Р.Оуэн. Это не случайно, поскольку П.Медавар знал об исследованиях Р.Оуэна. Именно опыты Р.Оуэна с обнаружением явления эритроцитарной мозаики впервые индуктивно натокнули П.Медавара на заключение о возможности преодолеть иммунологическую несовместимость тканей путем пересадки тканей организмам, которые в период эмбрионального развития обменивались друг с другом своими клетками. В 1951 г. Медавар проводит серию опытов, в ходе которым новорожденным мышатам и эмбрионам вводились ткани не родственных им взрослых особей. Затем подросшей мыши проводили пересадку кусочка кожи от того же донора. Трансплантат приживался так «гладко», словно донор и реципиент были однояйцевыми близнецами. Это указывало на то, что способность отличать «чужое» от «своего» приобретается на ранних стадиях развития. К аналогичному заключению пришел австралийский иммунолог Франк Бернет (1940). Интересно, что независимо от Р.Оуэна и П.Медавара бельгийский ученый Ф.Альберт сообщал, что грудным детям, родившимся с определенным типом желтухи, можно заменить всю кровь на чужую и затем пересадить им кожу от того же донора, причем иммунологическая реакция не должна возникнуть.

Индукция Франка Бернета. Лауреат Нобелевской премии за 1960 год Франк Бернет пришел к гипотезе о возможности выработать иммунологическую терпимость организма к чужеродным белкам (антигенам) на ранней стадии развития организма, индуктивно исходя из своих экспериментов по выращиванию вирусов гриппа в куриных зародышах. Культивируя эти вирусы в куриных эмбрионах, Ф.Бернет заметил иммунологическую пассивность вылупившихся цеплят к этим вирусам. Если обычные куры вырабатывали против них антитела, то птицы, зараженные вирусами в период эмбриогенеза, не вырабатывали против них каких-либо антител.

Индукция Родни Портера. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1972 год Р.Портер (1959) выдвинул гипотезу о том, что антитела, образующие основу иммунной системы, состоят из двух фрагментов, один из которых способен связываться с антигеном, а другой – нет, индуктивно отталкиваясь от опытов по обработке антител кролика протеолитическим ферментом папаином. В.Г.Галактионов в книге «Иммунология» (1998) пишет: «Первый шаг к пониманию строения иммуноглобулинов был сделан английским исследователем Р.Портером в 1959 г. Он продемонстрировал, что обработка кроличьих антител LgG-класса ферментом папаином расщепляет молекулу на два основных фрагмента с молекулярными массами 45 кД и 50 кД. Один из этих фрагментов сохранял способность связывать антиген и в силу этого получил название Fab-фрагмента. Второй фрагмент не взаимодействовал с антигеном. Его удалось легко кристаллизовать, что и послужило основанием для его обозначения как Fc-фрагмента» (Галактионов, 1998, с.53).

Индукция Джека Миллера. Д.Миллер (1961) сделал заключение об определяющей роли тимуса в формировании иммунной системы, индуктивно основываясь на опытах, в которых удаление тимуса у новорожденных мышат приводило к остановке развития лимфатической системы и снижению выработки антител. Другой посылкой идеи Миллера было высокое содержание лимфоцитов в самом тимусе. Интересно, что еще Ф.Бернет догадывался о причастности тимуса к иммунным реакциям животных, основываясь на том, что тимоциты (клетки тимуса) по своему внешнему виду очень похожи на лимфоциты, иммунологическая роль которых была известна, а также на том, что в период эмбрионального развития антитела концентрируются именно в тимусе. В.Г.Галактионов в книге «Иммунология» (1998) констатирует: «Представления о том, что тимус является одним из главных органов, определяющих формирование иммунной системы в целом и Т-системы в частности, стали складываться в начале 60-х годов после опытов Дж.Миллера по неонатальной тимэктемии у мышей. Удаление тимуса у мышей сразу после рождения приводит к резкому истощению популяции лимфоцитов в периферических органах, более длительному выживанию аллогенных кожных трансплантатов, нарушению образования антител» (Галактионов, 1998, с.157). Об этом же пишет Е.В.Грунтенко в статье «Зачем человеку тимус?» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 7): «Для проверки новых предположений исследователи снова взялись за несчастных лабораторных мышей, чтобы применить испытанный метод – удаление органа. Но на этот раз удаляли тимус уже не у любых животных, а только у новорожденных, до того, как организм успевает приобрести способность к иммунитету. И ожидали получить в этих опытах уже не прекращение общего развития организма, а только нарушение его иммунологических способностей. Такие опыты были проделаны в 1961 г. американским ученым Д.Миллером. Результаты были поразительны: у новорожденных крысят, мышат, крольчат, лишенных тимуса, не развивалась лимфатическая система, не вырабатывались антитела, в крови содержалось очень мало лимфоцитов, да и те были совсем не похожи на обычных воинственных солдат армии иммунитета: перенесенные в чужой организм, они не проявляли никакой активности» (Е.В.Грунтенко, 1968). Индукция Миллера описывается также в статье Р.Петрова «Молекулярные курьеры иммунитета» (журнал «Наука и жизнь», 1981, № 2): «В 1961 году австралиец Джек Миллер удалил тимус у новорожденных мышат. У них развился так называемый вастинг-синдром: оставание в росте, облысение, кишечные расстройства, изменения в крови и, главное, нарушения иммунитета – пересаженные чужеродные клетки не отторгались, а микробные вторжения оказывались смертельными. Так была открыта центральная роль тимуса в иммунитете» (Петров, 1981, с.108).

Индукция Джорджа Снелла. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1980 год Джордж Снелл (1958) выдвинул гипотезу о том, что клетки раковой опухоли, функционирующие и растущие в организме одной генетической линии, не растут и не размножаются в организме другой генетической линии, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Занимаясь пересадкой такой разновидности рака, как лимфома, от отдной мыши другой, он заметил, что опухоль не растет, если пересадка ведется между мышами разных пород. Если мыши одной генетической линии не сопротивляются опухоли, то у других мышей происходит подавление размножения клеток этой опухоли. В.Г.Галактионов в книге «Иммунология» (1998) указывает: «Явление подавления размножения и функционирования клеток и тканей в генетически отличающемся организме впервые наблюдал Снелл в 1958 г. В его опытах лимфома от мышей линии C57BL, трансплантированная в гибрид первого поколения F1, испытывала явное торможение роста в отличие от интенсивного роста в сингенном хозяине C57BL. В последующем эти данные были неоднократно подтверждены» (Галактионов, 1998, с.292). Р.В.Петров в книге «Беседы о новой иммунологии» (1978) поясняет суть исследований Снелла: «Еще до 1964 года американский иммунолог и генетик Георг Снелл заметил одну странность. Он пересаживал раковые опухоли от одной мыши другой. Раковые клетки приживались, и опухоль росла. Однако судьба пересаженных опухолей и животных была неодинаковой и подчинялась строгим закономерностям. Благодаря тому, что Снелл работал на чистолинейных животных (кстати, он их сам и выводил), он разобрался в странностях и сформулировал законы» (Р.В.Петров, 1978). Одним из этих законов как раз и является утверждение о том, что опухоль не растет, если пересадка ведется между мышами разных пород, о чем мы уже сказали выше. Резюмируя, можно заметить: Д.Снелл обнаружил, что иммунные системы организмов разных генетических линий по-разному реагируют на клетки раковой опухоли.

Индукция Джеймса Гоуэнса. Джеймс Гоуэнс выдвинул предположение о том, что антитела не могут вырабатываться без лимфоцитов, что лимфоциты являются важным фактором иммунного ответа, индуктивно основываясь на опытах, в которых введение чужеродных тел – эритроцитов барана в организм крысы, у которой через грудной проток были выкачаны лимфоциты, не сопровождалось образованием антител. Р.В.Петров в книге «Беседы о новой иммунологии» (1978) пишет об экспериментах Д.Гоуэнса: «Доктор Гоуэнс ввел трубку в главный лимфатический сосуд – в грудной проток – и выкачивает лимфу. Он оставляет крысу без лимфоцитов. После этого он иммунизирует ее чужеродными клетками – эритроцитами барана. Должны выработаться антитела против бараньих эритроцитов. Он исследует кровь крысы раз, другой, третий… Антител нет! Тогда он берет другую безлимфоцитную крысу и возвращает ей в кровь лимфоциты. Иммунизирует и обнаруживает нормальное количество антител. Значит, без лимфоцитов антитела вырабатываться не могут» (Р.В.Петров, 1978).

Индукция Элистера Каннингэма. Известный иммунолог Элистер Каннингэм высказал идею о способности генов, кодирующих иммуноглобулины (антитела), к быстрому мутированию, индуктивно исходя из обнаружения такой способности у В-клеток (разновидности лимфоцитов). Это было открытие соматического гипермутагенеза. Ю.Чайковский в статье «Юбилей Ламарка-Дарвина и революция в иммунологии» (журнал «Наука и жизнь», 2009, № 3) пишет: «Напомню, что Бернет никак не объяснил, откуда берется огромное разнообразие антител. Это вовсе не помешало успеху его модели и даже утверждению ее в учебниках, однако кое-кого все-таки беспокоило. Одним из них и был Каннингэм. Он открыл соматический гипермутагенез – процесс очень быстрого изменения гена, кодирующего иммуноглобулин (составной белок, образующий антитело). Этот процесс начинается в организме в ответ на попадание антигена (то есть заразы). Обычно каждая В-клетка производит один-единственный тип антител. Однако Каннингэм стал следить за отдельным клоном В-клеток и с удивлением обнаружил, что при добавлении нового антигена около 10% потомков клетки-основателя начинают производить также и иные антитела. Если это мутации, то неимоверно интенсивные. Процесс идет в миллионы раз быстрее, чем обычный мутагенез, достигая подчас частоты в одну мутацию на каждую тысячу пар мутирующих оснований» (Чайковский, 2009, с.41).

Индукция Баруха Бламберга. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1976 год Барух Бламберг (1967) пришел к выводу о связи между австралийским антигеном и вирусным заболеванием печени, называемым гепатитом В, индуктивно основываясь на том, что австралийский антиген чаще всего обнаруживался у людей, перенесших гепатит или больных им, а также на том, что удалось экспериментально установить сходство австралийского антигена с антигеном оболочки вируса гепатита В. Именно за обнаружение этой связи Б.Бламберг и получил Нобелевскую премию. А.Ф.Блюгер в статье «Азбука вирусных гепатитов: A, B, C, D» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 7) пишет: «История открытия возбудителя ВГВ (вирусного гепатита В – Н.Н.Б.) началась со случайного наблюдения американского генетика Б.Бламберга, изучавшего лет двадцать назад, как различаются сывороточные белки крови в разных этнических группах. Однажды он обнаружил у австралийского аборигена в довольно большом количестве неизвестный ранее белок с необычными антигенными свойствами. Поначалу решили, что этот белок (его назвали австралийским антигеном) появляется при некоторых болезнях крови, но вскоре была замечена странная закономерность: австралийский антиген чаще всего обнаруживался у людей, которым неоднократно переливали кровь. И еще – у перенесших гепатит или больных им. В таком случае, не связан ли этот белок каким-то образом с ВГВ? Предположение полностью подтвердилось в последующие годы, когда было доказано тождество австралийского антигена с антигеном оболочки вируса ВГВ. Так в руки исследователей попала первая «метка» неопознанного вируса» (А.Ф.Блюгер, 1986). Вывод Б.Бламберга представлял собой индукцию с фактором случая. Это наиболее отчетливо видно, когда читаешь одну из первых статей А.Блюгера, посвященных открытию австралийского антигена. Так, в статье «По следам австралийского антигена» (журнал «Наука и жизнь», 1981, № 11), в которой фамилия Б.Бламберга произносится как «Блюмберг», А.Блюгер пишет о том, как ученые искали и нашли причину желтухи (инфекционного заболевания печени): «Какие только микроорганизмы не попадали под подозрение: и кишечная палочка, и возбудители брюшного типа, и различные кокки, и спирохеты, и вирусы. Дошло до того, что ученые разуверились в успехе поиска и договорились на Международном конгрессе делать заявки на открытие не возбудителей желтухи, а их возможных претендентов, кандидатов на возбудители. Как часто бывает в науке, проблему решила случайная находка: американский гематолог и генетик Б.Блюмберг обследовал индивидуальные особенности белков крови у аборигенов Австралии и обнаружил у некоторых из них неизвестный белок, обладавший особыми свойствами. Он назвал его австралийским антигеном (антиген – любое вещество, которое, попав в организм, вызывает в нем ответную защитную реакцию с образованием антител). Шел 1962 год. Тогда еще никто не думал, что этот белок – обломок, кусочек вируса-возбудителя одного из видов гепатита и что по его следам наука придет к возбудителю желтухи» (Блюгер, 1981, с.78).

Индукция Р.Эдера и А.Коэна. Р.Эдер и А.Коэн (1975) высказали гипотезу о возможности вызвать усиление или подавление той или иной иммунной реакции организма методом условных рефлексов, когда на основе аналогии решили, что антиген можно рассматривать как безусловный раздражитель. После использования данной аналогии в действие вступила индукция. Р.Эдер и А.Коэн провели опыт с крысами, в котором подслащенная сахарином вода, выступавшая в роли условного раздражителя (УР), сочеталась с иньекцией животным иммунодепрессивного препарата. Когда позднее животным предъявлялась подслащенная вода, они обнаруживали снижение иммунной активности. Эти исследования привели к возникновению новой науки – психонейроиммунологии. В классических экспериментах Р.Эдера и А.Коэна (1975 г.) крысам скармливали циклофосфамид, вызывающий у них желудочно-кишечные расстройства и иммунодепрессию. В циклофосфамид добавляли сахарин, маскировавший вкус циклофосфамида и делавший его сладким. В дальнейшем стресс и иммунодефицит возникал у крыс тогда, когда они получали один сладкий сахарин.

Индукция Сусуму (Сусуми) Тонегавы. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1987 год С.Тонегава пришел к выводу о «лоскутном» устройстве генов различных организмов, индуктивно исходя из того, что подобное «лоскутное» устройство он обнаружил у генов иммуноглобулинов – клеток иммунной системы. М.Д.Франк-Каменецкий в книге «Самая главная молекула» (1983) пишет: «Наибольший вклад в решение проблемы методами генной инженерии внес швейцарский иммуногенетик Сусуми Тонегава. Изучая гены иммуноглобулинов, он впервые обнаружил расчлененные гены. Оказалось, что между участками ДНК, на которых записана информация о вариабельной и постоянной частях иммуноглобулинов, есть участок, в котором не записано никакой белковой последовательности. А в готовой молекуле иммуноглобулина вариабельная и постоянная части образуют единую полиаминокислотную цепь. Эта новость мгновенно облетела весь научный мир и буквально через несколько месяцев стало ясно, что «лоскутное» устройство – это типичная картина для любых генов высших организмов» (М.Д.Франк-Каменецкий, 1983, с.84).

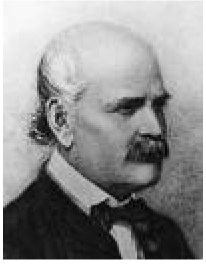
Индукция Сусуму (Сусуми) Тонегавы. С.Тонегава выдвинул предположение, что вариабельная часть ДНК лимфоцитов эмбрионов отличается от вариабельной части ДНК взрослых животных, индуктивно основываясь на обнаружении подобных различий ДНК при исследовании лимфоцитов мышей. М.Д.Франк-Каменецкий в книге «Самая главная молекула» (1983), говорит о том, что обнаружил Тонегава после открытия «лоскутного» строения генов: «Но не успели привыкнуть к этой новости, как Тонегава сообщил уже совсем потрясающую вещь. Он сравнил ДНК, выделенную из лимфоцитов взрослой мыши, с ДНК из мышиного эмбриона. Оказалось, что у эмбриона вариабельная часть гена состоит не из одного, как у лимфоцитов взрослой мыши, а из двух кусков, которые были обозначены как J и V. J – меньшая часть, она всегда находится на месте, а более длинная часть V отстоит от J так далеко, что даже не удалось определить расстояние до нее вдоль ДНК» (Франк-Каменецкий, 1983, с.84).

Индукция Сусуму (Сусуми) Тонегавы. Сусуму Тонегава сделал заключение о том, что ген, кодирующий рецептор глутамата, играет большую роль в процессах памяти, индуктивно основываясь на том, что мыши, имевшие мутацию этого гена, не могли запомнить расположение платформы, которая была помещена в ванне с непрозрачной водой. С.А.Боринская и Е.И.Рогаев в статье «Гены и поведение» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 3) пишут: «Нобелевский лауреат Сусуми Тонегава, работая в США, получил новую линию мутантных мышей и исследовал их способность к запоминанию. В разных мышиных тестах эти мутанты не отличались от нормальных собратьев, но в опыте, в котором надо было запомнить положение предметов, оказались «двоечниками». Мышей запускали в ванну с непрозрачной водой, где они и плавали, пока не натыкались на спрятанную под водой платформу. Обнаружив отмель, животные не изъявляли желания плыть дальше. Обычные мыши запоминали, где находится опора, после нескольких посещений ванны и, попав в воду снова, сразу же плыли к платформе. Мутанты не могли справиться с этой задаче даже после десятков повторений. Оказалось, что их «географический кретинизм» связан с мутацией в гене, кодирующем рецептор глутамата – маленькой молекулы, которая передает сигналы в различных отделах мозга. Изменив этот рецептор, удалось получить и мышей-«отличниц» (С.А.Боринская и Е.И.Рогаев, 2000).

Индукция Карла Джановея. Карл Джановей (1989) высказал догадку о наличии на поверхности клеток человека общераспознающих рецепторов, которые узнают молекулярные структуры различных микробов и определяют специфичность реакции врожденного иммунитета на внедрение в организм патогенной микрофлоры, индуктивно основываясь на одном факте. Этот факт состоял в существовании маннозолектиновых рецепторов – белков, связывающихся с бактериальным моносахаридом (маннозой). К.А.Лебедев и И.Д.Понякина в статье «Новый этап развития иммунологии» (журнал «Природа», 2006 г., № 4) отмечают: «В 1989 г. Карл Джановей предположил, что на поверхности клеток человека расположены генетически запрограммированные общераспознающие рецепторы, которые узнают молекулярные структуры, наиболее часто повторяющиеся на поверхности микроорганизмов. Видимо, эти рецепторы (поначалу названные молекулярными формами, ассоцииорованными с патогеном) должны определять специфичность реакции врожденного иммунитета на внедрение в организм патогенной микрофлоры. В то время Джановей мог привести в доказательство своей гипотезы лишь маннозолектиновые рецепторы – белки, связывающиеся с бактериальным моносахаридом (маннозой) и вызывающие активацию комплемента и макрофагов. Логика подсказывала, что для идентификации всех микроорганизмов на клетках микроорганизма должно быть всего несколько сотен подобных рецепторов. И действительно, вскоре они были найдены, и сейчас чуть ли не каждый месяц открывают новые» (К.А.Лебедев, И.Д.Понякина, 2006).

Индукция Жюля Хоффмана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2011 год Жюль Хоффман пришел к выводу о наличии у мухи-дрозофилы мощного и эффективного врожденного иммунитета, индуктивно базируясь на обнаружении у нее гена, мутация которого ослабляет внутренние защитные свойства дрозофилы. В частности, порча этого гена приводит к тому, что муха при заражении грибками погибает. Сергей Недоспасов и Борис Руденко в статье «Великая иммунологическая революция» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 9) пишут: «…Профессор Жюль Хоффманн (впоследствии ставший президентом Французской академии наук) обнаружил, что мушка-дрозофила – почти непременный участник важнейших открытий в генетике – обладает защитной системой, до того момента непонятной и недооцененной. Оказалось, что у этой плодовой мушки есть специальный ген, который не только важен для развития личинки, но и связан с врожденным иммунитетом. Если в мушке этот ген испортить, то при заражении грибками она погибает. Причем от других болезней, например бактериального характера, не погибнет, а от грибковой неизбежно. Открытие позволяло сделать три важнейших вывода. Во-первых, примитивная мушка-дрозофила наделена мощным и эффективным врожденным иммунитетом. Во-вторых, ее клетки обладают рецепторами, распознающими инфекции. В-третьих, рецептор специфичен к определенному классу инфекций, то есть способен распознавать не любую чужеродную «структуру», а только вполне определенную. А от другой «структуры» данный рецептор не защищает» (Недоспасов, Руденко, 2010, с.23).

Индукция Хенрика Клаузена. Датский ученый Хенрик Клаузен (2008) выдвинул идею о возможности получения универсальной крови, лишенной тех антигенов, которые затрудняют переливание крови у людей, обладающих разными группами крови, индуктивно основываясь на результатах последовательного перебора 2500 различных ферментов, способных устранять указанные антигены. В свое время лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине Карл Ландштейнер открыл различие людей по группам крови, а позже стало ясно, что, во-первых, это различие обусловливает трудности переливания крови от человека к человеку и, во-вторых, это различие создается особыми антигенами, прикрепляющимися к клеткам крови эритроцитам. Х.Клаузен и его сотрудники нашли ферменты, отщепляющие эти антигены и превращающие кровь любой группы в универсальную. Мы можем сказать, что индукция Клаузена основывалась на методе проб и ошибок, поскольку ему пришлось перебрать 2500 разных ферментов у бактерий и грибов, прежде чем он нашел ферменты с нужными свойствами. Наталья Александрова в статье «Нулевая отметка крови» (журнал «Вокруг света», 28.02.2008) отмечает: «Лаборатория Хенрика Клаузена из Копенгагенского университета занималась поиском более эффективных ферментов для отщепления антигенов, определяющих группу крови. «Перебрав» две с половиной тысячи ферментов бактерий и грибов, ученые обнаружили два интересных кандидата. Один фермент из кишечной бактерии Bacteroides fragilis отщепляет антиген B. Второй, из бактерии Elizabethkingia meningosepticum, отщепляет антиген A. Очищенные ферменты высокоэффективны. Например, фермента из Bacteroides fragilis требуется в тысячи раз меньше, чем фермента из зеленых кофейных зерен. Таким образом, появилась возможность «обнулить» любую группу крови и сделать ее универсальной. Хенрик Клаузен сообщил о полученных результатах в январе этого года» (Н.Александрова, 2008).

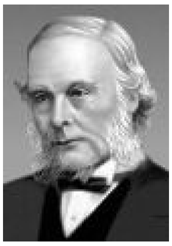


«Он был подлинным зачинателем антимикробной борьбы, которая сделала не только акушерство, но и всю хирургию безопасным оружием в руках врачей, следовавших его простому и строгому учению. Однако же его методы борьбы с родильной горячкой прививались очень туго».

Поль де Крюи об Игнаце Земмельвейсе

Индукция Игнаца Земмельвейса. Игнац Земмельвейс (1847) высказал идею о том, что эффективным средством борьбы с высокой смертностью женщин во время родов и после родов может быть антисептика, т.е. обработка рук медицинского персонала хлорной водой, индуктивно основываясь на следующем факте. Земмельвейс обратил внимание на то, что в больницах, в которых врачи перед принятием родов моют руки хлорной водой, количество женщин, умерших от родов, существенно сокращается. Сама же мысль Земмельвейса о сепсисе (заражении различными инфекциями) как причине высокой смертности женщин при родах и после них возникла у него по аналогии с причиной смерти известного венского профессора судебной медицины Колетчка, который скончался в 1846 году в результате попадания трупного яда в его случайно пораненный палец. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет о пути Земмельвейса к открытию антисептических средств: «…В Вене трагически погиб любимый профессор судебной медицины Колетчка. При вскрытии трупа он случайно поранил палец, после чего у него возник сепсис. Земмельвейс, так много думавший над причиной родильной горячки, быстро сообразил, что смерть Колетчки произошла по той же причине, по которой гибли роженицы. В кровь профессора попал трупный яд, который остался на ланцете. Земмельвейс предположил, что так же погибали роженицы: им вносилась инфекция в родовые пути» (Шойфет, 2006, с.250). И.Земмельвейс разделяет с Д.Листером славу создателей первых антисептических средств и учения об антисептике. О том, с каким противодействием столкнулось открытие Земмельвейса, пишет Уильям Эйдем в книге «Врач, который излечивает рак» (1998): «В девятнадцатом столетии, когда венгерский врач Игнац Земмельвейс умолял других врачей мыть и дезинфицировать руки, переходя от аутопсии к приему родов, он встретил сопротивление самого неожиданного свойства. В это время у врачей было принято вытирать окровавленные руки об отвороты белых халатов. Хотя по сегодняшним стандартам это кажется диким, большое количество крови на халатах являлось показателем высокого статуса врача. Защищая свое право на это очевидное с первого взгляда свидетельство более высокого статуса, старшие коллеги Земмельвейса отказывались признать очевидность его открытий.

После столкновения с неподатливым медицинским истеблишментом д-р Земмельвейс был подвергнут остракизму в своей собственной стране» (Эйдем, 1998, с.98).

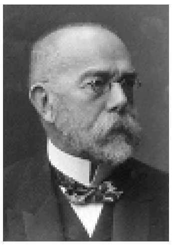


«Не забыто и никогда не будет забыто дело его жизни. Листер на столетия изменил направление хирургии, так что с тех пор всю историю хирургии делят на два периода – до Листера и после него. Со времени Листера значительно расширилась область хирургии. До введения антисептики хирурги не решались оперировать на брюшной полости, в грудной клетке и на черепе, а после все эти области человеческого тела стали доступны».

Л.Я.Скороход о Джозефе Листере

Индукция Джозефа Листера. Английский хирург Джозеф Листер (1865) сделал заключение о возможности применения карболовой кислоты для дезинфекции раны (предотвращения нагноения), индуктивно основываясь на удачных случаях использования карболки при лечении сложных переломов. В рассуждениях Листера присутствовала также аналогия, поскольку до него карболовая кислота применялась для дезинфекции сточных вод, и Листер знал об этом. Л.Я.Скороходов в книге «Джозеф Листер» (1971) повествует: «Друг Листера Андерсон доставил ему образчик карболовой кислоты, которая применялась для дезинфекции сточных вод. Листер сделал попытку применить ее к лечению сложных переломов. Очистив пораженный член и удалив свернувшуюся кровь, Листер покрыл рану куском пропитанной неразведенной карболовой кислотой ваты, поверх которой положил такой же пропитанный карболкой кусок полотна, слегка выходящий за пределы раны. На все это, чтобы препятствовать растворению дезинфицирующего средства, накладывалась свинцовая пластинка» (Л.Я.Скороходов, 1971). «Впервые Листер, - продолжает Л.Я.Скороходов, - применил карболовую кислоту в 1865 г. при лечении сложных переломов, - с удачным исходом. По этому поводу он писал своему отцу: «У меня в больнице был случай, который наверно заинтересует тебя. Речь идет о сложном переломе бедра с большой открытой раной, сильным раздроблением кости, обильным кровотечением и большой припухлостью. Без большой уверенности в успехе я применил на рану карболовую кислоту, чтобы предотвратить разложение крови и нагноение конечности. И вот прошло 8 дней со времени этой попытки и течение болезни идет так хорошо, как будто не было наружных ран, т.е. как будто я имел дело с простым переломом» (Л.Я.Скороходов, 1971).

Индукция Жюля Лемера. Парижский аптекарь Жюль Лемер (1865) независимо от Листера и раньше него высказал идею о применении карболовой кислоты для противоинфекционной обработки ран, также индуктивно базируясь на опытах, показавших ее хорошие дезинфекционные свойства при лечении гнойных язв. Л.Я.Скороходов в книге «Джозеф Листер» (1971) указывает: «Во Франции с 1815 г. обратили внимание на антисептические и дезинфицирующие свойства продуктов каменноугольной смолы, главным образом карболовой кислоты. Работу по испытанию ее свойств выполнил Жюль Лемер, аптекарь одной парижской больницы, поставивший ряд опытов. Придерживаясь зародышевой теории брожения и гниения, он предложил в 1865 г. карболовую кислоту для дезинфекции, для сохранения пищевых продуктов, а также против различных болезней в медицинских учреждениях. Он стал твердо отстаивать точку зрения, что настоящей причиной заразных болезней и нагноений являются микробы. Но в Англии работы Лемера вначале были неизвестны…» (Л.Я.Скороходов, 1971). Об этом же пишет М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006), называя карболовую кислоту коальтаровой эмульсией: «Первые опыты Лемер провел в 1859 году, когда лечил коальтаровой эмульсией «омертвевшую» язву одного больного. Он быстро убедился, что она очистила рану от гноя, воспрепятствовала его дальнейшему выделению и способствовала быстрому заживлению язвы. Лемер указал на воздушную среду как на источник брожения, гниения, разложения» (Шойфет, 2006, с.305). Когда английский врач-гинеколог Симпсон опубликовал в газете «Эдинбургское ежедневное обозрение» статью, ставящую под сомнение приоритет Листера по введению карболовой кислоты в хирургическую практику, Листер указал, что не был знаком с работами Ж.Лемера. Л.Я.Скороходов отмечает: «На самом деле Листер не был знаком с указанной работой и лишь после появления заметки Симпсона достал труд Лемера и, основательно его изучив, отправил в «Lancet» письмо, в котором писал, что он вовсе не претендует на приоритет по введению в хирургию карболовой кислоты, ибо дело вовсе не в ней самой, а в способе ее применения» (Л.Я.Скороходов, 1971).

	«Несмотря на все триумфы, несмотря на всемирную известность, деревенская шляпа по-прежнему продолжала красоваться на упрямой голове Коха, и когда почитатели пели ему дифирамбы, он скромно говорил им: «Работал я действительно много. Но если я успел больше других, то это только потому, что в своих исканиях я набрел на такие области, где золото лежит у самой дороги, и, право же, в этом нет никакой особенной заслуги». Поль де Крюи о Роберте Кохе

Индукция Роберта Коха. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1905 год Роберт Кох (1871) сформулировал представление о бактериальном происхождении заболевания сибирской язвы, о том, что источником сибирской язвы является микроорганизм, индуктивно исходя из своих микроскопических исследований, в ходе которых он проследил весь жизненный цикл бактерий, вызывающих данное заболевание. Интересно, что еще немецкий анатом Ф.Поллендер (1849) исследовал под микроскопом кровь лошадей, павших от сибирской язвы, и обнаружил в ней нити неподвижных бацилл. В следующие годы факт присутствия бацилл в крови больных животных подтвердили П.Рейяр (1850) и К.Давэн (1851). В 1858 году Ф.Брауэлл профильтровал жидкость с бациллами, а в 1860 году французский ученый Д.Деляфо обнаружил способность этих микроорганизмов к размножению в капле крови на предметном стекле («История биологии» под ред. Л.Я.Бляхера, 1975). Г.Федоровский в книге «Шеренга великих медиков» (1975) отмечает: «Кох решил убедиться, правда ли, что сибирская язва вызывается бактериями. Стал изучать под микроскопом кровь больных животных и нашел в ней массу мельчайших палочек, которых никогда не было в крови здоровых животных. Чтобы убедиться, виновны ли палочки в болезни, доктор Кох стал прививать их мышам. Он делал надрез на спине совершенно здоровой мыши и вкладывал в рану острую щепку, предварительно смочив ее в крови больной овцы. Мыши сдыхали на следующий день, а в их крови доктор Кох находил такие же бактерии, как в крови овцы, болевшей сибирской язвой. Убедившись в болезнетворности бактерий, Кох стал изучать их» (Г.Федоровский, 1975).

Индукция Роберта Коха. Роберт Кох пришел к идее о простом и надежном методе культивирования микробов одного вида, индуктивно основываясь на одном весьма интересном наблюдении. Однажды он, работая в своей лаборатории, взглянул на половинку вареной картошки, случайно оставленной на столе. По всей плоской поверхности картошки были рассеяны маленькие цветные капельки: серые, красные, желтые, фиолетовые. Когда Кох стал исследовать эти капли под микроскопом, он увидел, что в капле серого цвета находятся бациллы одного вида, в капле красного цвета – бациллы другого вида и т.д. Форма микробов в каплях разного цвета была разная. Отсюда Кох пришел к выводу, что на поверхности картошки можно выращивать чистые калонии микробов, то есть культуры бацилл одного вида (Поль де Крюи, «Охотники за микробами», 2006).

Индукция Юлиуса Фридриха Конгейма. Современник Р.Коха Ю.Конгейм склонился к предположению об инфекционной природе туберкулеза, индуктивно отталкиваясь от следующего опыта. Поль де Крюи в книге «Охотники за микробами» (2006) пишет: «…Блестящий бреславльский профессор Конгейм нашел, что можно передать туберкулез кролику путем введения кусочка чахоточного легкого в переднюю камеру его глаза. Таким путем Конгейм мог наблюдать образование маленьких островков больной ткани – туберкулов, или бугорков, быстро распространявшихся и производивших свою разрушительную работу внутри глаза. Это был оригинальный и остроумный опыт, дававший возможность видеть, как через окошко, все течение болезненного процесса» (Де Крюи, 2006, с.131). Историк биологии Д.С.Саркисов в книге «Очерки истории общей патологии» (1993) отмечает, что Ю.Конгейм имеет весьма серьезные заслуги перед наукой: «…В качестве одного из важнейших этапов в развитии учения о воспалении следует отметить известные работы Ю.Конгейма. Он впервые представил детальную микроскопическую характеристику сосудистого компонента воспалительной реакции, обратил внимание на разнообразие возможных причин воспаления, среди которых он особое значение придавал бактериям, подчеркнул зависимость проявлений воспалительной реакции от конституциональных особенностей организма» (Саркисов, 1993, с.74).

Индукция Макса Петтенкофера. Макс Петтенкофер (1892) выдвинул гипотезу о том, что появление и течение бактериального заболевания зависит не только от проникновения микробов в организм, но и от внутренней предрасположенности организма к данному заболеванию, чисто индуктивно. Поль де Крюи в книге «Охотники за микробами» (2006) пишет: «Кох послал ему пробирку с самой ядовитой культурой холерных вибрионов, и Петтенкофер - к величайшей тревоге всех добрых охотников за микробами – разом проглотил все содержимое пробирки, в которой находилось достаточное количество зародышей, чтобы убить целый полк. Затем он разгладил свою великолепную бороду и сказал: «А теперь посмотрю, заболею ли я холерой…». По какой-то совершенно непостижимой случайности он холерой не заболел, и эта шутка, которую сумасшедший Петтенкофер сыграл с холерным вибрионом, до сих пор остается неразрешимой загадкой. Но Петтенкофер, столь безрассудно проделавший рискованный эксперимент, оказался все же достаточно умен для того, чтобы связать результаты своего опыта с вопросами о предрасположении» (Де Крюи, 2006, с.144). Другой посылкой идеи Петтенкофера о зависимости течения болезни от особенностей организма было индуктивное обобщение того факта, что еще в 1852 году он заболел холерой, но не умер в отличие от многих других заболевших. Историк биологии Г.Глязер в книге «Драматическая медицина» (1962) подчеркивает: «Его интерес к холере естествен, поскольку именно в тот период ее эпидемии возникали особенно часто. Но для него изучение холеры и борьба с ней были не только этапом исследования, но, можно сказать, личным делом. В этой связи он говорил: «Я заболел холерой в 1852 году, после того, как эпидемия 1836-1837 годов, когда я посещал старшие классы гимназии, меня не коснулась. После меня заболела моя кухарка, которая умерла в больнице, потом одна из моих дочерей-близнецов Анна, с трудом выздоровевшая. Эти переживания оставили в моей душе неизгладимый след и побудили исследовать пути, которыми идет холера» (Глязер, 1962, с.10).

Индукция Э.Ру и Ф.Лефлера. Выдающиеся биологи Э.Ру и Ф.Лефлер высказали идею о том, что болезнетворность (вирулентность) бактерий является результатом действия выделяемых ими токсинов, индуктивно отталкиваясь от того, что фильтрат культуры дифтерийной бациллы, а которой нет живых клеток, вызывает в восприимчивом организме столь же характерное течение болезни, как и свежая культура этих бацилл. Позже исследования В.Ру и Ф.Лефлера привели их к антитоксинной теории иммунитета, которая является разновидностью гуморальной теории того же иммунитета («История биологии» под ред. Л.Я.Бляхера, 1975). Ученик Пастера Эмиль Ру длительное время занимался исследованиями дифтерии. В ходе этих исследований он заметил, что жидкий бульон с дифтерийными бациллами, пропущенный через специальный фильтр, заражал кроликов и морских свинок тяжелым заболеванием даже в небольших дозах. Отсюда Э.Ру и заключил, что дифтерия вызывается не самими дифтерийными бациллами, а выделяемым ими ядом. Что касается Фредерика Лефлера, то он еще до Э.Ру предсказал, что ничтожная доза дифтерийных бацилл вырабатывает сильный яд – токсин, который, распространяясь по организму, проникает к важнейшим жизненным центрам. Предсказание Ф.Лефлера базировалось на том, что ничтожная доза бацилл дифтерии, концентрирующихся только в дыхательном горле животных и человеческих детей, может сразить животное, в миллион раз превышающее их своими размерами (П.де Крюи, «Охотники за микробами», 2006).

Индукция Каньяра де Латура. Каньяр де Латур (1837) независимо от Л.Пастера пришел к заключению об участии живых клеток в процессах брожения, индуктивно основываясь на обнаружении того, что дрожжевые клетки необходимы для изготовления пива. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002) замечает: «В 1837 году Ш.Каньяр де Латур описал дрожжи как массу, состоящую из округлых телец, отмечал, что эти шарики неравно делятся, и признал, что образование углекислоты и спирта обусловлено разложением сахара, благодаря жизнедеятельности дрожжей. Однако после 1838 года Латур оставил изучение микроорганизмов и посвятил себя окончательно изучению физических проблем, в частности акустике» (Шлегель, 2002, с.66). Н.Резник в статье «Пекарские дрожжи» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 5) указывает: «Только в 1837 году французский ученый Каньяр де ля Тур снова заглянул в пиво, движимый не жаждой, а любознательностью, и, увидав там почкующиеся дрожжи, понял, что они живые и необходимы для приготовления пива. Эту идею в штыки встретили ведущие химики того времени, такие как Берцелиус и Либих, которые считали брожение чисто химической реакцией, а дрожжи – безжизненным разлагающимся веществом» (Н.Резник, 2002).

Индукция Луи Пастера. Луи Пастер (1857) сформулировал клеточную теорию ферментации и биокатализа, согласно которой процессы ферментации и биокатализа являются функцией живых клеток и невозможны без них, индуктивно основываясь на наблюдениях А.Левенгука (1760), который установил, что ферментация при получении спиртов вызывается дрожжами. Также Пастер опирался на эксперименты Людерсдорфа (1846), который показал, что ферментация не идет, если в сахарный сироп ввести клетки дрожжей, предварительно растертые на стекле в порошок, то есть разрушенные клетки. Уверенность в правильности клеточной теории брожения возросла у Пастера, когда в своей маленькой скромной лаборатории в Лилле (1857) он вооружился микроскопом и установил, что всякое брожение (молочнокислое, спиртовое, уксуснокислое и т.д.) есть результат жизнедеятельности особых микроскопических организмов – дрожжевых грибков. Казалось бы, Пастер опровергал точку зрения Ю.Либиха, который считал, что для сбраживания сахара нужны дрожжи, но не обязательно живые. Однако в 19 веке постепенно увеличивалось число открытых растворимых ферментов (энзимов), стало возможным осуществлять бесклеточный гидролиз полисахаридов, разложение белка, различные окислительные процессы, поэтому М.Бертло утверждал, что брожение – химический процесс, возможный без живых дрожжевых клеток.

Индукция Луи Пастера. Луи Пастер (1861) высказал предположение о способности живых организмов нормально существовать и развиваться в бескислородной среде (анаэробных условиях), индуктивно исходя из своих опытов, показавших, что возбудители маслянокислого брожения одноклеточные инфузории могут жить и бесконечно размножаться без доступа свободного кислорода. Л.Пастер в своей статье «Инфузории, живущие без свободного кислорода и вызывающие брожение» (Л.Пастер, «Избранные труды в двух томах», том 1, изд-во АН СССР, 1960) пишет: «Существование инфузорий, обладающих свойством ферментов (возбудителей брожения), является уже само по себе фактом, весьма достойным внимания.

Но к нему присоединяется еще то странное явление, что эти маленькие животные, эти инфузории живут и бесконечно размножаются без того, чтобы явилась необходимость доставлять им хотя бы маленькие количества воздуха или свободного кислорода. Здесь было бы слишком длинно рассказывать, как я устроил, чтобы жидкие среды, в которых живут эти инфузории и которые кишат ими, совершенно не содержали свободного кислорода ни внутри, ни на своей поверхности. Это я тщательным образом устанавливал. Я прибавлю только, что я не хотел представлять свои результаты в Академию, не пригласив в качестве свидетелей некоторых из ее членов, которые, как мне кажется, признали точность показанных им экспериментальных доказательств. Эти инфузории не только живут без воздуха, но воздух их убивает. Если пропускать некоторое время через жидкость, где они размножаются, ток чистой углекислоты, то это совершенно не отражается на их жизнедеятельности и размножении. Если же при совершенно таких же условиях заменить на один или два часа ток углекислоты током атмосферного воздуха, то все организмы погибают и маслянокислое брожение, связанное с их существованием, тотчас же останавливается» (Л.Пастер, 1960).

Индукция Луи Пастера. Луи Пастер (1878) пришел к выводу о возможности лечить различные микробные болезни людей путем заражения их ослабленными возбудителями этих болезней, индуктивно исходя из факта невосприимчивости здоровых кур к ослабленным микробам куриной холеры, которые случайно пролежали в термостате несколько месяцев и утратили свои вирулентные свойства. Таким образом, основой индукции Пастера послужило наблюдение, сделанное при значительном участии фактора случая. Л.Л.Киселев и Е.С.Левина в книге «Лев Александрович Зильбер» (2004) пишут о Пастере: «После Дженнера, создателя прививки против оспы, следующий фундаментальный вклад в иммунологию сделал Пастер, изучая куриную холеру. Но начало этих исследований связано со случайностью и прошло бы мимо большинства исследователей, если бы не поразительное умение Пастера наблюдать. Холерная культура на каникулярное время была оставлена в термостате, а когда этой культурой заразили кур, оказалось, что микробы утратили вирулентность и куры не погибли. Тогда Пастер приготовил свежую холерную культуру и заразил ею партию кур. Результат был поразительным – «свежие» куры погибли, а повторно зараженные – выжили. Пастер понял значение этого наблюдения (спасибо каникулам – без этого открытие не состоялось бы!)» (Киселев, Левина, 2004, с.541). Об этом же пишет В.А.Фролов в книге «Опередивший время» (1980), касаясь истории разработки метода вакцинации: «…Эта ставшая обязательной процедура берет свое начало с того жаркого летнего дня, когда Луи Пастер сначала по рассеянности забыл убрать в холодильник культуру возбудителей куриной холеры, а затем по гениальному наитию ввел этих микробов птицам и повторно заразил их после того, как они перенесли легкую форму заболевания. Так был открыт метод приготовления вакцин путем аттенуации, то есть ослабления ядовитых свойств микробов…» (Фролов, 1980, с.5). Фактор случая в открытии Л.Пастера рассматривается также в книге О.В.Барояна «Блики на портрете» (1982): «Все началось с забытых в лаборатории колб с возбудителем куриной холеры. Когда через три недели обнаружили их, оказалось, что микроб не погиб, но сильно ослаблен и не способен вызвать болезнь птиц. Зато после введения этого микроба куры стали невосприимчивы к сильному, агрессивному возбудителю. В этом открытии – истоки всех последующих побед Пастера» (Бароян, 1982, с.54).

Индукция Сергея Виноградского. Сергей Николаевич Виноградский (1887) высказал идею о существовании бактерий, способных превращать сероводород в серу (этот процесс называется хемосинтезом), индуктивно основываясь на обнаружении микроорганизмов, получающих энергию за счет окисления неорганических соединений. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002) указывает: «Способность некоторых бактерий получать энергию за счет окисления неорганических соединений была открыта русским физиологом растений Сергеем Николаевичем Виноградским в 1887 году, когда он работал в лаборатории Антона де Бари (1831-1888) в Страсбурге» (Шлегель, 2002, с.74). «Виноградский, - поясняет

Г.Г.Шлегель, - инкубировал бесцветную нитчатую бактерию Beggiatoa во влажной камере в присутствии сероводорода и воздуха и наблюдал под микроскопом развитие бактерий. Бактерии росли наилучшим образом без добавления какого-либо органического вещества. При наличии H_2S в среде они откладывали в клетках шарики серы, при отсутствии H_2S эти включения исчезали и образовывалась серная кислота. Beggiatoa, таким образом, использовала серу вместо органического вещества. Как сообщает Заварзин (1989), когда был открыт новый тип обмена, о котором узнали страсбургские коллеги Виноградского, они поздравили его словами: «Вы нашли новый modus vivendi». Этот тип обмена был назван хемосинтезом» (там же, с.75). Сам Виноградский писал: «Таким образом, серные бактерии образуют характерную физиологическую группу, физиологический тип, который существенно отличается от общего. Их жизненные процессы происходят по очень простой схеме: благодаря чисто неорганическому химическому процессу окисления серы, обеспечивающему все жизненные функции. Поэтому я назвал эти организмы – серными организмами или серобактериями» (там же, с.76). Позже Виноградский открыл бактерии, которые окисляют закись железа (1888), а также бактерии, которые превращают аммиак в нитраты, фиксируя углерод воздуха (1891).

Индукция Александра Йерсена и Сибазабуро Китазато. А.Ейерсен и С.Китазато (1894) независимо друг от друга высказали предположение о бактериальной природе такого эмидемического заболевания, как чума, индуктивно основываясь на результатах микроскопических исследований, которые позволили обнаружить в крови пациентов и в органах умерших чумные бациллы. А.Йерсен длительное время работал с выдающимся биологом Эмилем Ру, а С.Китазато был учеником лауреата Нобелевской премии Роберта Коха. М.Даниэл в книге «Тайные тропы носителей смерти» (1990) говорит о Йерсене и Китазато: «Французский и японский ученые независимо друг от друга и практически одновременно в 1894 г. обнаружили в крови пациентов и в органах умерших чумные бациллы. Китазато оказался проворнее и немного опередил Йерсена с объявлением об открытии. Зато Йерсен представил более подробное, более точное описание возбудителя чумы и даже зарисовал его. И поэтому теперь чумная бацилла, эта извечная гроза человечества, названа по имени французского ученого: Yersinia pestis» (Даниэл, 1990, с.123).

Индукция Александра Йерсена, Эмиля Ру и М.Огато. Французские исследователи А.Йерсен и Э.Ру (1897), а также М.Огато (1897) склонились к заключению о важной роли крыс в распространении чумной инфекции, индуктивно основываясь на том, что перед началом эпидемии чумы среди людей и непосредственно во время этой эпидемии наблюдается массовая гибель крыс. Другими словами, бросалось в глаза совпадение (аналогия) времени наступления чумы среди людей и повальной смертности грызунов. М.Даниэл в книге «Тайные тропы носителей смерти» (1990) аргументирует: «Иногда гораздо важнее выбрать правильное направление поисков и иметь правильный взгляд, и тогда могут проявиться сообразительность и наблюдательность отдельного исследователя. Так произошло и в данном случае, и все решил правильный взгляд на вещи. А обращен он был на проблему повальной смертности грызунов перед и во время эпидемии чумы. Тут не было, собственно говоря, ничего нового, об этом знали и раньше. Но надо было поставить этот камешек на нужное место в мозаике познания. И вновь мы встречаемся со знакомым нам уже Александром Йерсеном, который совместно с Эмилем Ру в 1897 г. сформулировал теорию о роли крыс в распространении инфекции: «Чума, являющаяся сначала болезнью крыс, становится болезнью человека. Хорошей профилактической мерой борьбы с чумой было бы уничтожение крыс». И опять у Йерсена появляется японский конкурент. В том же году профессор М.Огато из Гигиенического института в Токио установил наличие чумных бацилл у блох, собранных на инфицированной крысе, и высказал предположение, что блохи могут быть их переносчиками» (Даниэл, 1990, с.124).

Индукция П.Л.Симонда. Французский исследователь П.Л.Симонд (1898) постулировал роль таких насекомых, как блохи, в переносе чумы от животного к животному, индуктивно исходя из обнаружения чумных бацилл в пищеварительном аппарате блох и успешной экспериментальной передачи чумы от крысы к крысе с помощью этих насекомых. М.Даниэл в книге «Тайные тропы носителей смерти» (1990) повествует: «Победа близка, буквально рукой подать до кульминации всего процесса изучения чумы. Вновь по всему миру звучит французский язык, когда в 1898 г. П.Л.Симонд сообщает о результатах опытов: он обнаружил чумные бациллы в пищеварительном аппарате блох и уличил последних в передаче инфекции. Разумеется, это был не случайный успех. На Дальнем Востоке Симонд работал уже с 1896 г. и перед тем, как переехать в Бомбей, был свидетелем вспышки эпидемии чумы в Юньнани. Ключом к окончательной разгадке для него послужили наблюдения за мелкими повреждениями кожи, возникающими в некоторых случаях при укусе инфицированными блохами. Эти крохотные сероватые повреждения – пятнышки всегда предвещали появление бубона в укушенной части тела. Симонд с успехом поставил и такие опыты, в которых чума передавалась от крысы к крысе с помощью блох» (Даниэл, 1990, с.124).

Индукция Владимира Ароновича Хавкина. Русский микробиолог В.А.Хавкин (1892) пришел к выводу о целесообразности борьбы с холерой путем использования противохолерной вакцины, приготовленной из живых холерных вибрионов, индуктивно основываясь на успешном применении данной вакцины на кролике и на себе. Используя опыт, накопленный его новым шефом в Пастеровском институте Пьером Эмилем Ру, в частности, при разработке противодифтерийной вакцины, Хавкин решил главнейшую задачу создания вакцины противохолерной. Он работал в лаборатории безвыходно, и нашел ту концентрацию возбудителя холеры, которая, не убивая, вырабатывала в организме человека стойкий иммунитет. И вот 18 июля 1892 года, когда в институте не было возможностей испытать эту вакцину на лабораторных животных, доктор Хавкин, никого не спросив, ввел ее себе. И вслед за ним в качестве объекта для испытаний предложили себя три русских политэмигранта. Так он проверил новую сыворотку, оказавшуюся чудодейственным средством против неприступной болезни, способной за месяц умертвить значительно больше людей, чем их гибло в кровопролитные войны. Нонна Явейн в статье «Доктор Явейн» («Вестник МАПО», № 3 (28), март 2004 г.) пишет: «Идея вакцинации возникла давно. Многие ученые Европы переходили от опытов над животными к испытанию вакцины на себе. Естественно, это было связано с огромным риском. Подобные эксперименты часто заканчивались летальным исходом. Поэтому, когда доктор Хавкин вместе с доктором Явейном заявили Пастеру о своем намерении испытать на себе новую вакцину, разработанную Хавкиным, это встретило сильное сопротивление со стороны профессора Ру. Допустить в этой ситуации еще одну ошибку означало подвергнуть институт серьезным нападкам. Однако у Хавкина и Явейна были свои резоны – холера вовсю гуляла по России. От Астрахани она добралась до Москвы и Петербурга. Бессилие медицины породило страшные слухи, что это вовсе не холера, а врачи травят народ. Опыт был проведен тайно. После повторного впрыскивания усиленной дозы холерного яда стало очевидно, что вакцина безопасна для человека. Средство от холеры было найдено» (Н.Явейн, 2004). Здесь МАПО – это медицинская академия последипломного образования Санкт-Петербурга.

Индукция Владимира Ароновича Хавкина. В.А.Хавкин (1897) предположил, что эффективным способом борьбы с чумой будет использование вакцины, состоящей из убитых нагреванием чумных бацилл, индуктивно основываясь на удачном опыте использования данной вакцины на самом себе. В.Алабай в статье «Самый неизвестный человек» (электронный журнал «Лехаим», январь 2006 г.) пишет: «Незадолго до смерти Пастеру показали препарат с только что выделенным микробом чумы. «Не сомневаюсь, что придет день, когда один из моих учеников остановит чуму», - сказал Пастер. Этим учеником стал Владимир Хавкин. Оченью 1896 года чума пришла в Бомбей. В срочном порядке государственный эпидемиолог перебазировался из Калькутты в этот крупнейший индийский порт. В Старом городе, в сохранившейся со времен португальского владычества резиденции губернатора, Хавкин за три месяца изготовил противочумную вакцину и 10 января 1897 года испытал ее на себе. Этот день стал днем рождения Индийского национального института имени «махатмы Хавкина» (В.Алабай, 2006). Об этом же говорит В.С.Ганин в статье «Война с «черной смертью»: от обороны к наступлению» (журнал «Наука и жизнь», № 7, 2006): «В 1893-1915 годы питомец Новороссийского университета Владимир Хавкин работал в Индии. В 1896 году в Бомбее он организовал лабораторию, в которой создал первую в мире убитую противочумную вакцину и опробовал ее на себе. Новая вакцина обладала как терапевтическим, так и профилактическим действием» (В.С.Ганин, 2006). М.Даниэл в книге «Тайные тропы носителей смерти» (1990) описывает те же события из жизни В.Хавкина: «Во время эпидемии чумы индийское правительство поручило ему разработать противочумную вакцину. Надо заметить, что до этого именно Хавкин первым создал эффективную вакцину против холеры. Для приготовления вакцины против чумы он использовал убитые нагреванием культуры чумных бацилл. Дело увенчалось успехом. Но путь к успеху не был таким прямым и простым, как это могло бы показаться из предыдущих строк, и проходил, представьте, даже через зал суда, где Хавкин был реабилитирован, так как доказал, что роковая неудача, постигшая его вакцину в одной из областей Индии, была вызвана небрежностью вспомогательного персонала» (Даниэл, 1990, с.126).

«Казалось бы, профессорская семья гарантировала молодого Бухнера от превратностей судьбы и готовила к спокойной карьере ученого. На деле все оказалось не так, и он прошел сложный путь от службы в армии солдатом и работы на консервной фабрике до профессорства и всемирной славы».

В.С.Воробьев и О.В.Воробьева об Эдуарде Бухнере

Индукция Эдуарда Бухнера (Бюхнера). Лауреат Нобелевской премии по химии за 1907 год Эдуард Бухнер (1897) высказал догадку о возможности бесклеточного брожения, о том, что для протекания реакции, контролируемой ферментами брожения, не обязательно присутствие живых клеток, индуктивно отталкиваясь от своих опытов. Воздействуя на дрожжи гидравлическим прессом и получив таким образом дрожжевой сок, представляющий собой чистый ферментный комплекс, лишенных каких-либо клеток, Бухнер заметил, что этот фильтрат не теряет способности сбраживать сахар до спирта. В дальнейшем произошло объединение биологической теории ферментации Пастера с химической теорией ферментации и биокатализа Бертло-Бухнера. Существенно отметить, что индуктивная догадка Э.Бухнера опиралась на фактор случая, поскольку способность бесклеточного фильтрата вызывать процессы брожения была обнаружена Э.Бухнером в известной степени случайно. Таким образом, здесь была реализована индукция с фактором случая. Г.Г.Шлегель в книге «История микробиологии» (2002) констатирует: «Процесс брожения вне клетки был открыт случайно. Братья Эдвард (1860-1917) и Ганс (1850-1902) Бюхнеры в Тюбингене и Мюнхене впервые обнаружили, что дрожжевой сок, полученный растиранием дрожжей с песком (с последующим отжатием и фильтрованием для отделения целых и разрушенных клеток), сохраняет способность сбраживать глюкозу до спирта. Этот дрожжевой сок они готовили для инъекции животным (1896). Коричневый отжатый дрожжевой сок они пытались стабилизировать и консервировать добавкой сахара (40%-ной глюкозой). Через 20 минут началось пенящееся брожение. Таким образом, был осуществлен первый сложный биохимический процесс вне клеток. Это сенсационное открытие было опубликовано Э.Бюхнером в 1897 году и привело к исследованию внутриклеточного обмена веществ с помощью внеклеточной системы» (Шлегель, 2002, с.100). В другом месте своей книги Г.Г.Шлегель вновь отмечает роль случайности в открытии Э.Бухнера: «Эдуард Бюхнер открыл в 1897 году бесклеточное брожение благодаря случаю, когда для сохранения дрожжевого экстракта он добавил к нему сахар в качестве консерванта» (там же, с.19). Наконец, об этой же случайности говорит лауреат Нобелевской премии А.Корнберг в статье «Жизнь как химия» (журнал «Наука и жизнь», 1994, № 5): «Лишь в начале нынешнего столетия Эдуард Бюхнер из Мюнхена случайно обнаружил, что брожение могут вызывать и разрушенные дрожжевые клетки. Пытаясь сохранить экстракт дрожжей для повторных иммунизаций, он воспользовался традиционным домашним средством – добавил к нему сахар, как делают хозяйки, когда готовят джем или желе. При этом экстракт через некоторое время начинал пениться. Бюхнер мог бы просто счесть эксперимент неудачным, но у него хватило любознательности и проницательности поинтересоваться, что за газ вспенивает экстракт, и он обнаружил, что это CO_2, а в экстракте содержится другой продукт брожения – этанол. Так было открыто брожение в бесклеточном экстракте дрожжей» (А.Корнберг, 1994).

«Как победоносный генерал, окрыленный первой кровавой победой, он стал впрыскивать дифтерийных микробов и их яд кроликам, овцам и собакам. Он пытался превратить их в живые фабрики целебной сыворотки, убивающей токсин дифтерии. Он назвал эту сыворотку антитоксином. Путем целого ряда ошибок, бесцельных убийств и увечий, являвшихся неизменной прелюдией всех его побед, он добился, наконец, успеха. Получив несколько мощно иммунизированных овец, он добыл из них большое количество кровяной сыворотки».

Поль де Крюи об Эмиле Беринге

Индукция Эмиля Беринга. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1901 год Эмиль Беринг (1890) высказал предположение о том, что после иммунизации животного бесклеточная часть его крови (сыворотка крови) приобретает способность сопротивляться инфекциям и эту сыворотку можно использовать для иммунизации других животных, индуктивно исходя из следующих наблюдений. В книге «Лауреаты Нобелевской премии» (1992), в очерке «Беринг Эмиль» отмечается: «В 1890 г. в Институте гигиены Беринг совместно с японским ученым Сибасабуро Китасато установил, что иммунитет кроликов и мышей, которые были иммунизированы против столбняка, зависит, как говорил Беринг, «от способности бесклеточной жидкости крови оставаться интактной по отношению к токсическому веществу, вырабатываемому бактериями столбняка». Применив это открытие к дифтерии, Беринг продемонстрировал, что неиммунизированные животные могут быть защищены от токсина дифтерийных бактерий с помощью иньекций сыворотки иммунизированных животных. Он заявлял, что с появлением предложенной им сывороточной терапии «возможность излечения тяжело протекающих болезней не может уже более отрицаться» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992). Об этом же пишет Г.Федоровский в книге «Плеяда великих медиков» (1975): «В поисках средства, которое убивало бы бактерии дифтерии, Беринг делал прививки зараженным животным из разных веществ, но животные погибали. Однажды для прививки он использовал трихлорид йода. Правда, и на этот раз морские свинки тяжело заболели, но ни одна из них не погибла. Значит, трихлорид йода ослабляет бактерии дифтерии. Воодушевленный первой удачей, Беринг, дождавшись выздоровления подопытных свинок, сделал им прививку из отцеженного по способу Ру бульона, в котором культивировались бактерии. Животные превосходно выдержали прививку, несмотря на то, что получили огромную дозу токсина. Значит, они приобрели иммунитет против дифтерии, им не страшны ни бактерии, ни выделяемый ими яд. Беринг решил усовершенствовать свой метод. Он смешал кровь выздоровевших морских свинок с отцеженной жидкостью, содержащей дифтерийный токсин, и сделал инъекцию этой смеси здоровым морским свинкам – ни одна из них не заболела. Значит, решил Беринг, сыворотка крови животных, приобретших иммунитет, содержит в себе противоядие от дифтерийного яда, какой-то «антитоксин». Чтобы убедиться в справедливости этого предположения, Беринг смешал дифтерийный токсин с сывороткой не болевших морских свинок и полученной смесью сделал прививку здоровым животным: все без исключения погибли. Таким образом, антитоксин содержит только кровь животных, перенесших дифтерию. Делая прививки сыворотки, полученной от переболевших животных, здоровым, Беринг убедился, что морские свинки получают иммунитет не только при заражении бактериями, но и при действии на них токсина» (Г.Федоровский, 1975).

Индукция Фредерика Туорта и Феликса де Эрелля. Выдающиеся микробиологи Ф.Туорт (1915) и Ф. де Эрелль (1917) высказали идею о существовании вирусов – микробов, которые в тысячу раз меньше бактерий, индуктивно отталкиваясь от опытов Д.И.Ивановского (1892) и М.Бейеринка (1899), в которых изучалась болезнь листьев, получившая название табачной мозаики. «И вот, - пишет историк науки С.А.Блинкин об Ивановском, - выделив сок из больных листьев, он профильтровал его через бактериальные фильтры. Отверстия этих фильтров были столь малы, что через них не могли пройти даже самые маленькие из видимых в микроскоп микробов. Казалось, если в прозрачной жидкости, прошедшей через бактериальные фильтры, уже нет никаких микробов, то она не должна оказывать никакого вредного воздействия на здоровые листья табака, не должна заражать их. Но предположение не оправдалось. Когда каплю такой абсолютно прозрачной жидкости Ивановский нанес на здоровые листья, то на них, как обычно, появились бурые пятна. Развивалась мозаичная болезнь» (С.А.Блинкин, «Очерки о естествознании», 1979). Отсюда Ивановский и пришел к мысли, что в прозрачной жидкости, инфицирующей листья табака, содержится какой-то яд, поражающий листья табака. Как пишет философ М.А.Розов, «в 1892 г. Д.И.Ивановский обнаруживает удивительное явление: способность возбудителя мозаичной болезни табака проходить сквозь фарфоровый фильтр, задерживающий бактерии. Метод фильтрования совершенно традиционен; исследователя отличает только исключительная тщательность в работе. Позднее, в 1899 г., результаты Д.И.Ивановского подтверждает М.Бейеринк, который и предложил для обозначения фильтрующегося инфекционного начала термин «вирус». Осознание того, что вирусы – это новый мир, дающий основание для выделения особого свода знаний – вирусологии, пришло позднее в связи с трудами Ф.Туорта (1915 г.) и Ф. де Эрелля (1917 г.)» («Философия и методология науки» под ред. В.И.Купцова, 1996).

Индукция Фредерика Туорта и Феликса де Эрелля. Английский врач Ф.Туорт (1915) и канадский ученый Ф.де Эрелль (1917) выдвинули предположение о существовании бактериофагов – микроскопических живых агентов, пожирающих бактерий, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Ф.Туорт наблюдал явление бактериофагии на примере растворения стафилококков, а де Эрелль – при микроскопическом исследовании кишечника человека, больного дизентерией. В частности, в 1915 году Ф.Туорт установил, что колонии стафилококков подвергаются самопроизвольному растворению. Он обнаружил, что в фильтратах таких колоний присутствует растворяющий агент, способный проходить через мелкопористые фильтры, задерживающие бактерии. Туорт высказал предположение, что этот агент является вирусом, способным заражать бактерии, размножаться в них и убивать их. В 1917 году де Эрелль выделил из кишечника больного дизентерией аналогичный растворяющий фактор и назвал его бактериофагом – пожирателем бактерий. Де Эрелль установил, что бактериофаг представляет собой мельчайшую частицу, много меньшую, чем бактерия, воспроизводящуюся в чувствительных к нему бактериях. Г.Шаров в статье «Антибиотики, бактерии и фаги» (журнал «Наука и жизнь», 2001, № 9) отмечает: «Во времена Первой мировой войны канадскому исследователю Ф.де Эреллю и англичанину Ф.Туорту впервые удалось увидеть под микроскопом бактериофаги. Но детально изучать этих обитателей невидимого мира тогдашними методами было практически невозможно. Однако главную их особенность – «пожирать», а вернее – разрушать бактерии, ученые заметили. Именно поэтому в публикации об открытии де Эрелль дал им название «бактериофаги» - пожиратели бактерий. К тому времени относятся и первые попытки применить их в медицине» (Г.Шаров, 2001). Кроме индукции, в рассуждениях Ф.Туорта присутствовала и аналогия. Зная, что агент, вызывающий болезнь листьев табака и являющийся вирусом, способен проходить через мелкопористые фильтры, задерживающие бактерий, Ф.Туорт по аналогии решил, что и агент, разрушающий бактерии и проходящий через данные фильтры, является вирусом. Сходство по такому критерию, как прохождение через мелкопористые фильтры, привело Ф.Туорта к мысли о вирусной природе бактериофагов.

Индукция Шарля Луи Альфонса Лаверана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1907 год Шарль Лаверан (1880) сделал вывод о бактериальной природе малярии, индуктивно базируясь на обнаружении в крови человека, у которого возникал приступ малярийной лихорадки, живого одноклеточного организма – возбудителя инфекции. М.Даниэл в книге «Тайные тропы носителей смерти» (1990) повествует: «Утомительная работа в душной лаборатории лазарета в Константине (Алжир) с микроскопом, дающим лишь призрачную надежду на успех, казалась беспросветной. Ведь Лаверан искал нечто неизвестное, не зная, как это «нечто» выглядит, да и существует ли оно вообще. Но он настойчиво вел свои поиски в пробах крови, убежденный в одном: малярия – это общее заболевание человеческого тела, а потому возбудитель ее должен быть и в крови. В том, что это действительно так, Лаверан убедился 6 ноября 1880 г. В этот день ему удалось обнаружить в кровяных шариках больного живой одноклеточный организм. За этой первой находкой последовали новые и новые, и все они были сделаны в то время, когда у больного возник приступ лихорадки. Лаверан наблюдал и различные жизненные проявления этого кровепаразита: как он развивается, разрушает кровяной шарик, выходит из разрушающегося и проникает в следующий кровяной шарик. Спустя год ученый сообщил об этом открытии…» (Даниэл, 1990, с.326). «Никому до этого, - поясняет М.Даниэл, - и в голову не приходило, что малярию могут вызывать паразиты. Все находились в плену представлений о плохом воздухе, о ядовитых болотных испарениях, о таинственных и не поддающихся определению миазмах, против которых медицина, естественно, была бессильна. Лаверан нашел ключ к разгадке тайны» (там же, с.327).

«Из всех охотников за микробами не было, по-моему, большего страдальца, чем этот Рональд Росс! Были исследователи, терпевшие неудачу за неудачей, но продолжавшие свою работу, так как чувствовали себя в ней как рыба в воде. Были искатели, добившиеся блестящих успехов, но они были прирожденными охотниками и работали не из-за одних только соблазнов славы. Но с Россом дело обстояло совсем по-другому! Этот человек мог делать свои упорные и терпеливые опыты не иначе, как с трагической нетерпеливостью, с отчаянием, наперекор всем своим природным инстинктам…».

Поль де Крюи

Индукция Рональда Росса. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1902 год Рональд Росс (1897, 1898) сформулировал предположение о том, что переносчиком малярии у животных и человека является комар, который передает им возбудителя малярии путем укуса, индуктивно основываясь на микроскопическом исследовании желудка комаров, человека и птиц. В ходе этого исследования Р.Росс заметил, что в стенке желудка комара, зараженного малярией, имеются те же микробы, которых он видел под микроскопом в крови жителей Индии, заболевших малярией. Позже Р.Росс обнаружил тех же микробов в организме жаворонков и воробьев, которых ученый умышленно заразил малярией с помощью комаров. Что касается самой мысли о причастности комаров к заболеванию малярией, то еще до этих микроскопических наблюдений, а именно в 1894 году видный английский врач Патрик Мэнсон сообщил Р.Россу, что птицы или люди заражаются малярией от воды с мертвыми комарами или впитывают ее в себя из воздуха (С.А.Мусский, «100 великих нобелевских лауреатов», 2006). Помимо индукции в рассуждениях Р.Росса присутствовала и аналогия: в крови жителей Индии, зараженных малярией, Р.Росс обнаружил таких же микробов, которых он позже обнаружил в желудке и слюнной железе больных комаров.

Индукция Бенье Креде. Французский врач Бенье Креде (1895) пришел к идее о предотвращении гниения раны с помощью ионов серебра, индуктивно отталкиваясь от опытов, показавших гибель бактерий разных видов в результате воздействия серебра. Кандидат химических наук О.В.Мосин в статье «Медицина: о физиологическом воздействии наносеребра на организм человека» (газета «Известия науки», 15.06.2008 г.) пишет: «Пионером исследований в области серебра считают французского врача Бенье Креде, который в конце XIX века сообщил об успехах в лечении сепсиса ионами серебра. Продолжая исследования, он выяснил, что серебро в течение трех дней убивает дифтерийную палочку, в течение двух – стафилококки, а возбудитель тифа – за сутки. В конце XIX столетия швейцарский ботаник Карл Негель установил, что причиной гибели клеток микроорганизмов является воздействие на них ионов серебра. Ионы серебра выступают в роли защитников, уничтожая болезнетворные бактерии, вирусы, грибки» (О.В.Мосин, 2008). Об этом же говорит Анастасия Аскоченская в статье «Серебряная пилюля» (журнал «Огонек», № 52 (5078), 22-28 декабря 2008 г.): «По-настоящему аргентотерапию в систему превратил французский врач Бенье Креде только в конце XIX века. Он провел тысячи экспериментов с инфицированными препаратами, помещенными на серебряную пластину, и установил, что на ней дифтерийная палочка погибает через три дня, стафилококк – через два дня, а тифозная палочка – через 18 часов. В 1895 году Креде предложил военным врачам использовать в полевой практике посеребрянную марлю» (А.Аскоченская, 2008). Наконец, аналогичные факты представлены в книге Михаила Ахманова «Вода, которую мы пьем» (2002), в которой отмечается: «Бактерицидные свойства серебра подтверждены и современной наукой. Пионером исследований в данной области считают французского врача Бенье Креде, который в конце XIX века сообщил об успехах в лечении сепсиса ионами серебра. Продолжая исследования, он выяснил, что серебро в течение трех дней убивает дифтерийную палочку, в течение двух – стафилококк, а возбудитель тифа – за сутки. В те времена результаты Креде произвели сенсацию в научном мире и привлекли внимание к этому методу исцеления недугов» (М.Ахманов, 2002).

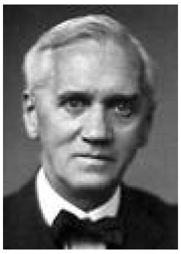
Индукция Шарля Николя. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1928 год Шарль Николь (1910) сделал вывод о том, что переносчиком сыпного тифа являются вши (известные всем насекомые), индуктивно отправляясь от наблюдения, сделанного в Северной Африке. Это наблюдение состояло в том, что эпидемии сыпного тифа часто возникают среди местных жителей, страдавших завшивленностью, и гораздо реже – среди европейцев, у которых вшей не было. Другой индуктивной посылкой вывода Ш.Николя были эксперименты по переносу сыпного тифа с человека на лабораторных обезьян и с одной обезьяны (макаки) на другую обезьяну с помощью вшей, насосавшихся крови на первичном носителе инфекции. До Ш.Николя догадку о вшах как переносчиках сыпного тифа высказывал испанский врач Кортезо. М.Даниэл в книге «Тайные тропы носителей смерти» (1990) пишет: «По этому верному следу в 1903 г. пошел испанский врач Кортезо (Cortezo), заявивший, что инфекцию переносят вши. Французский микробиолог Шарль Жюль Анри Николь (1866-1936), директор знаменитого Пастеровского института в Тунисе, согласился с Кортезо – высказанное тем мнение соответствовало и его собственным наблюдениям, сделанным в Северной Африке, где эпидемии сыпного тифа поражали в основном местных жителей, страдавших завшивленностью, а не европейцев, у которых вшей не было» (Даниэл, 1990, с.60). «Прежде всего, - рассказывает М.Даниэл, - надо было перенести инфекцию на лабораторных обезьян и других животных. На них Николь с сотрудниками переносили головных и платяных вшей, снятых с больных людей, до тех пор, пока подопытные животные не заболели. Но этого было еще недостаточно, и опыты с передачей инфекции продолжались. Наконец, в 1910 г. Николю удалось перенести сыпной тиф с инфицированных макак на здоровых с помощью человеческих вшей, насосавшихся крови на больных обезьянах. В 1928 г. за работы по сыпному тифу Николю была присуждена Нобелевская премия» (там же, с.61).

Индукция Юлиуса Вагнера-Яурегга. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1927 год Юлиус Вагнер-Яурегг (1917) высказал предположение о терапевтическом значении малярии при лечении прогрессивного паралича, являющегося последствием тяжелой формы сифилиса, индуктивно основываясь на одном весьма интересном наблюдении. Один из пациентов ученого, который болел прогрессивным параличем, одновременно заболел малярией, после чего избавился от указанного тяжелого заболевания. Отметим, что еще Гиппократ знал, что некоторые душевнобольные, переболев лихорадкой, избавлялись от своего душевного заболевания. А восточноафриканские знахари посылали больных сифилитиков в болота, где те заболевали лихорадкой. В 1887 году Вагнер-Яурегг сам лечил некоторых психически больных путем заражения их малярией. Ему были известны также случаи спонтанной ремиссии у душевнобольных, перенесших пневмонию, абсцесс или другие острые инфекционные заболевания. В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) говорит о Вагнере-Яурегге: «…В своей клинической практике в различных психиатрических лечебницах страны он по-прежнему сталкивался со случаями спонтанной ремиссии у душевнобольных, перенесших пневмонию, абсцесс или другие острые инфекционные заболевания. Особенно показательны были случаи с прогрессивным параличом, последствием тяжелых форм сифилиса. Медицина не располагала никакими средствами лечения этого паралича, и больные были обречены на пребывание в психиатрических клиниках до конца своих дней. Но в 1917 г. один из пациентов Вагнера-Яурегга заболел малярией, и лихорадочное состояние изменило исход болезни. Врач, наверное, воспринял это как перст судьбы, потому что вскоре начал эксперименты, целенаправленно заражая малярией больных прогрессивным параличом. Были достигнуты удивительные результаты. Если без такого лечения выживало не более одного процента больных, то после применения необычной терапии у 30-40 процентов больных наблюдалось полное выздоровление или значительное улучшение состояния здоровья» (Чолаков, 1986, с.316).

Индукция Юлиуса Вагнера-Яурегга. Ю.Вагнер-Яурегг пришел к мысли о возможности лечения такого заболевания, как кретинизм, препаратами щитовидной железы, индуктивно основываясь на исследованиях другого Нобелевского лауреата Теодора Кохера. Кохер обнаружил, что кретинизм возникает у детей при удалении щитовидной железы. Историк медицины М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «С 1893 по 1928 год Вагнер-Яурегг руководил кафедрой психиатрии Венского университета. Его опыты лечения эндемического кретинизма препаратами щитовидной железы уже в конце девяностых годов создали ему почетную известность, которая превратилась в широкую славу благодаря его открытию раздражающей терапии на примере лечения малярией прогрессирующего сифилитического паралича. За эту работу он стал в 1927 году лауреатом единственной Нобелевской премии по психиатрии» (Шойфет, 2006, с.363). «Современные научные представления о щитовидной железе, - замечает М.С.Шойфет, - стали складываться к концу 19 века, когда Кохер (1841-1917) в 1883 году описал признаки умственной отсталости (кретинизма) у ребенка после удаления железы по поводу зоба – резкого ее увеличения. Термин «кретин» является искаженным французским словом «кретьен» - христианин. В далекие времена, не зная истинной причины умственной отсталости, люди считали таких больных «отмеченными Богом». После наблюдений Кохера и его коллег интерес к щитовидной железе заметно возрос, тем более что в 1896 году А.Бауманн установил высокое содержание йода в железе и обратил внимание исследователей на то, что еще древние китайцы успешно лечили кретинизм золой морских губок, содержащей большое количество йода» (там же, с.323).

Индукция Альбера Кальметта и Камилла Герена. Выдающиеся французские микробиологи А.Кальметт и К.Герен (1921) сформулировали идею о возможности защитить человека от туберкулеза путем инфицирования его ослабленным штаммом туберкулезных бактерий, которые ослаблялись путем 13-летнего пересевания штамма в специальной среде, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. Создав ослабленный штамм возбудителей туберкулеза в результате упорной и систематической работы, включавшей 230 непрерывных пассажей данного штамма в картофельно-глицериновой среде, содержащей также бычью желчь, А.Кальметт и К.Герен испытали его на морских свинках, кроликах, обезьянах и других животных. Положительные результаты индуктивно убедили их в допустимости применения ослабленных микробов на человеке. Н.П.Аржанов в статье «Альбер Кальметт и туберкулез» (журнал «Провизор», 2003, № 10) пишет: «В 1908 г. Кальметт и Герен засеяли на картофельно-глицериновую среду с желчью (использовалось открытое Кальметтом свойство бычьей желчи снижать вирулентность) очень вирулентную культуру микобактерий бычьего типа и через каждые 2 недели пересевали ее. Направленно изменяя условия среды, они добились изменения свойств микобактерий и наследуемого закрепления их новых свойств. Более чем через 13 лет они получили живую культуру, безвредную для рогатого скота, морских свинок, кроликов и обезьян, но обладающую хорошими иммунизирующими свойствами. После получения доказательств того, что потеря вирулентности является наследуемым признаком, в 1921 г. Кальметт и Герен совместно с педиатром Вайль-Алле впервые сделали прививку новорожденному ребенку живой вакциной из штамма БЦЖ» (Н.П.Аржанов, 2003). Необходимо отметить, что индукция Кальметта и Герена была основана на методе последовательного перебора, который длился в течение 13 лет. В связи с этим Р.В.Петров в книге «Сфинксы XX века» (1967) указывает: «Для получения вакцины против туберкулеза (общеизвестная вакцина БЦЖ) Кальметт и Герен – французские бактериологи – 13 лет культивировали возбудителя туберкулеза на неблагоприятной среде, содержащей желчь. 13 лет культивировать и пересеивать культуру туберкулезной палочки со старой желчи на свежую желчь! Терпеливо заниматься этим 13 лет, абсолютно не зная, добьются ли они хоть какого-либо малейшего успеха!» (Р.В.Петров, 1967).

Индукция Герхарда Домагка. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1939 год Герхард Домагк (1935) выдвинул идею о способности краски «пронтозил рубрум» защищать человеческий организм от стафилокковой инфекции, индуктивно отправляясь от того факта, что определенная доза пронтозила смогла остановить развитие стафилококковой инфекции у его дочери. Г.Федоровский в книге «Шеренга великих медиков» (1975) пишет: «…Домагк скармливал пронтозил тысячам подопытных мышей, зараженных стрептококками, и ни одна из мышей не погибла. Все мыши не только остались в живых, но и пользовались прекрасным здоровьем. До этого не было лекарства, которое давало бы такие прекрасные результаты. Для практического применения чудесного лекарства необходимо было испытать его действие на людях. Домагку пришел на помощь несчастный случай. Его малолетняя дочь уколола себе палец; образовался нарыв, и началось заражение крови. Девочку поместили в больницу, хирурги очистили нарыв, но заражение не проходило. Положение становилось хуже с часу на час. И Домагк решился на отчаянный шаг. Он применил пронтозил, и девочка на глазах изумленных врачей быстро выздоровела. Несмотря на столь поразительный результат, фирма «Байер» не позволила Домагку опубликовать данные о величайшей победе над грозными бактериями» (Г.Федоровский, 1975). «Но сохранять дальше тайну, после открытия французов, - продолжает Г.Федоровский, - было нельзя, и Домагк в 1935 году опубликовал отчет о своих первых опытах. Мир узнал, что найдено средство борьбы с бактериями рожи, воспаления легких и родильной горячки» (Г.Федоровский, 1975). На примере идеи Домагка о лечебном действии пронтозила мы имеем возможность наблюдать не что иное, как индукцию с фактором случая.



«Просматривая чашку за чашкой, в одной из них исследователь заметил нечто из ряда вон выходящее. Плесень, очевидно, занесенная ветром, погубила культуру микробов. И не каких-нибудь, а серьезных стафилококков! Отделив саму плесень, ученый исследовал «бульон», на котором она разрослась, и установил, что жидкость проявляет ярко выраженные бактерицидные свойства».

Г.А.Булыка и Е.В.Лисовская об открытии Александра Флеминга

Индукция Александра Флеминга. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1945 год Александр Флеминг (1922) сформулировал предположение о существовании фермента, убивающего бактерий и названного лизоцимом, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. Д.А.Складнев в книге «Что может биотехнология» (1990) повествует: «Как-то, простуженный, он нечаянно чихнул на чашку с бактериальным «газоном», то есть сплошным слоем выросших микроорганизмов. Капельки слизи из хлюпающего носа попали на чашку, а на следующий день он обратил внимание на разной величины пятна «лизиса», то есть «разрушения газона». Поскольку в то время очень много говорили о разных недавно открытых «энзимах», то он назвал неизвестное лизирующее вещество лизоцимом. Удивительно, что лизоцим в действительности, как потом, много позже, выяснилось, является лизирующим ферментом, растворяющим бактериальные стенки и делающим в них самые настоящие «дырки» (Д.А.Складнев, 1990). Об этом же пишут многие другие авторы. Н.Васильева в статье «Александр Флеминг. Джентльмен удачи» (еженедельник «Дело» от 11 февраля 2002 г.) отмечает: «Однажды во время занятий лабораторными опытами, когда Флеминг привычно «сеял микробы», из его носа на одну из посадок упала сопля. Пытливый ученый приметил, куда попали выделения его организма, а впоследствии с удивлением обнаружил, что именно там-то как раз микробная культура и не выросла. Первый удар по смертоносным болезням был нанесен. У этого открытия Флеминга оказалось весьма перспективное будущее, поскольку лизоцим незаменим при предохранении продуктов питания от гниения…» (Н.Васильева, 2002). Доктор медицинских наук В.Б.Прозоровский в статье «Рождение пенициллина» (журнал «Российские аптеки», 2003, № 11) указывает: «Надо же было случиться такому, что в тот самый момент, когда над чашкой склонился простуженный Флеминг, из его носа в чашку со стрептококками упала капля слизи. Произошло это «историческое событие» в 1922 году. Спустя несколько дней ему понадобилось взглянуть, как поживают посеянные им кокки. Взглянул и остолбенел: часть колоний растворилась совсем, а часть стала прозрачной. Вспомнив историю с насморком и каплей, ученый, естественно, предположил, что слизь из носа содержит какое-то вещество, убивающее микробов» (В.Б.Прозоровский, 2003). Здесь мы снова наблюдаем индукцию с фактором случая.

Индукция Александра Флеминга. Александр Флеминг (1928) высказал догадку о том, что плесень способна убивать бактерий путем выделения в среду какого-то вещества, позже открытого и названного пенициллином, индуктивно исходя из одного случайного наблюдения. Нечаянно Флеминг оставил чашки с бактериями в комнате с открытым окном, в которое залетели частицы плесени. Эти частицы, оказавшись в чашке с бактериями, стали подавлять их рост и развитие. Флеминг заметил, что в чашках, в которых не было плесени, бактерии росли вполне нормально, тогда как в чашках с плесенью развитие бактерий угнеталось. Интересно, что задолго до Флеминга антибактериальное действие плесени открывали русские ученые А.Г.Полотебнов и В.А.Манассеин. Историк медицины М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «Наряду с учеником С.П.Боткина, профессором дерматологии Полотебновым (1838-1907), Манассеин открыл антибиотическое свойство плесневых грибков. В 1871 году Вячеслав Авксентьевич сообщил о замечательных свойствах плесени, о способности пенициллюма подавлять рост бактерий» (Шойфет, 2006, с.372). И.А.Кассирский в книге «Проблемы и ученые (деятели русской и советской медицины)» (книга 1, Москва, «Медгиз», 1949) говорит о том, почему открытие антибактериального действия плесени, сделанное В.А.Манассеиным и А.Г.Полотебновым, а позже повторно М.Г.Тартаковским (1904), пришлось заново совершать (переоткрывать) в 1928 году А.Флемингу: «К сожалению, невнимательное отношение наших современников к истории отечественной науки, нежеланье порыться в архивах привело к тому, что драгоценные камни, спрятанные среди вороха бумаги, не были найдены. А они могли быть отшлифованы мастерами могучей советской науки и были бы превращены в сверкающие бриллианты… Это признали даже иностранцы» (Кассирский, 1949, с.216). Догадка Флеминга о способности плесени убивать бактерий представляла собой индукцию с фактором случая. Флеминг не скрывал роль этого случая в своем открытии. С.А.Блинкин в книге «Очерки о естествознании» (1979) пишет: «Александр Флеминг – создатель пенициллина, сделавший это выдающееся открытие 20 века благодаря неожиданному наблюдению во время эксперимента, говорил: «Чтобы родилось что-то совсем новое, необходим случай» (Блинкин, 1979, с.53).

Индукция Зельмана Ваксмана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1952 год Зельман Ваксман (1939) пришел к выводу о присутствии в почве неизвестных микроорганизмов, способных убивать туберкулезные палочки, индуктивно исходя из достаточно простых опытов. В лабораторных условиях культуру туберкулезных палочек покрыли землей и через непродолжительное время было обнаружено, что туберкулезные палочки исчезли (погибли). Конечно, и до этих опытов некоторые специалисты догадывались о разрушающем действии почвы на палочки туберкулеза, но это была всего лишь догадка (мысль, не подтвержденная экспериментально). Гуго Глязер в книге «Новейшие победы медицины» (Москва, «Молодая гвардия», 1966) пишет: «Тогда, как, впрочем, и теперь, во многих странах мира существовали научные общества, занимавшиеся борьбой с туберкулезом или поддерживавшие последнюю. Такое общество по борьбе с туберкулезом было и в Америке. Во время какого-то из очередных заседаний общества одним из его членов был поставлен вопрос:

- Чем объяснить, что туберкулезные палочки, содержащиеся в большом количестве в мокроте (и не только в мокроте) туберкулезного больного, погибают, когда попадают в землю? Не следует ли нам подумать, кому могли бы мы поручить такое исследование?

После продолжительных прений изучение вопроса было поручено Ваксману. Ведь в то время его уже знали в кругах специалистов как большого знатока почвенных бактерий, а ответ на поставленный вопрос мог быть дан только таким ученым, как он» (Глязер, 1966, с.23). «В лаборатории Ваксмана, - продолжает Г.Глязер, - культуру туберкулезных палочек покрыли землей – это можно сделать, не повреждая культуры, - и стали наблюдать за их судьбой. Исследователям не пришлось особенно долго ждать. Вскоре туберкулезные палочки исчезли, земля уничтожила их; это, очевидно, сделали какие-то микробы, находившиеся в почве. Но какие? Задачей ученых стало выяснить, какие» (там же, с.23).

Индукция Зельмана Ваксмана. З.Ваксман (1940) сделал заключение о существовании в почве лучистого грибка, вырабатывающего антибиотик, который был назван актиномицином, индуктивно основываясь на результатах огромного количества опытов, которые ставились по принципу сплошного перебора. В этих опытах было изучено больше 10000 разных микроорганизмов (микроорганизмы исследовались на предмет разрушающего воздействия на туберкулезные палочки). Таким образом, это заключение З.Ваксмана можно назвать индукцией, базировавшейся на методе последовательного перебора. Г.Глязер в книге «Новейшие победы медицины» (1966) говорит о задаче поиска микробов, убивающих туберкулез, которая была поставлена перед лабораторией З.Ваксмана: «В 1939 году, когда на Ваксмана возложили эту задачу, он и его сотрудники отложили всю остальную работу, желая ответить на вопрос, важность которого была вне всяких сомнений. Они исследовали больше 10 тысяч разных микроорганизмов почвы, и можно себе представить, что только тесное содружество и большая преданность делу помогли им справиться с такой задачей. И они делали свою работу, твердо убежденные, что рано или поздно обнаружат именно микроорганизм, который находился в том комке земли. Через год они уже могли говорить о первом успехе, небольшом и, разумеется, не решающем, но все-таки успехе, и это обстоятельство укрепило их уверенность. Они посеяли культуру лучистого грибка и нашли в ней антибиотик. Это вновь открытое вещество Ваксман назвал актиномицином – красивое название, но актиномицин оказался слишком ядовитым, чтобы его можно было применять. Но это обстоятельство не повергло ученых в уныние. Поиски продолжались» (Глязер, 1966, с.23).

Индукция Зельмана Ваксмана. Идея З.Ваксмана (1942) о способности содержащегося в почве лучистого грибка стрептомицета уничтожать культуры туберкулезных палочек возникла при индуктивном обобщении результатов тех же самых опытов, которые позволили ему открыть актиномицеты – источники антибиотика актиномицина. Поскольку эти опыты ставились в рамках сплошного перебора различных почвенных микроорганизмов, мы можем сказать, что тот же сплошной перебор дал возможность З.Ваксману открыть стрептомицин – вещество, убивающее туберкулез. Г.Глязер в той же книге «Новейшие победы медицины» (1966) пишет об исследованиях З.Ваксмана и его сотрудников: «Один вид почвенных микроорганизмов давал одно вещество, другой – другое. Это была интересная работа, но ни один из найденных антибиотиков не удовлетворял требованиям и не мог быть применен. Опыты на животных показали, что все они чересчур ядовиты. Только в 1942 году в одном из видов лучистого грибка, в стрептомицете, было найдено неядовитое антибиотическое вещество. Оказалось, что оно уничтожает культуры туберкулезных палочек, выращенных в стеклянных чашках. Ваксман назвал это вещество стрептомицином» (Глязер, 1966, с.24).

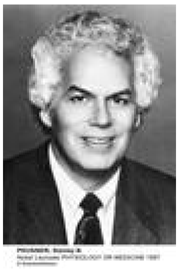
Индукция Джонаса Солка. Д.Солк (1953) сформулировал идею об эффективном действии вакцины против вируса полиомиелита, приготовленной из штаммов этого вируса, убитых формальдегидом, индуктивно базируясь на опытах, проведенных на самом себе, своей жене и трех собственных детях. Майкл Шапиро в книге «100 великих евреев» (2004) пишет: «В доказательство надежности своей вакцины Солк сначала вколол ее себе, жене и своим трем детям. Вскоре стало очевидно, что сыворотка эффективна в предохранении от вируса. Затем сыворотка была опробована на детях, изуродованных полиомиелитом, и в приюте для умственно отсталых детей. Сегодня подобные методы экспериментирования, скорее всего, были бы признаны незаконными» (Шапиро, 2004, с.118). «Было выделено, - детализирует М.Шапиро, - три типа вирусов полио. Вырастив эти штаммы в среде пробирки Эндерса, Солк умертвил их формальдегидом. Выделив вакцину из этой смеси, он вкалывал своим пациентам достаточное количество сыворотки мертвого вируса для выработки иммунитета. Вакцина принесла Солку мировую известность. Гонорар за вакцину был использован на улучшение ее действенности и в других медицинских исследованиях» (там же, с.118). Нельзя не привести следующий факт, свидетельствующий о важной роли нормального финансирования биологических исследований и, в частности, работ Дж.Солка. Г.Глязер в книге «Новейшие проблемы медицины» (1966) отмечает: «В борьбе с полиомиелитом велики заслуги супругов Рузвельт, создавших большой фонд, от которого Солк получил на свои работы миллион долларов. Это позволило ему довести исследования до конца» (Глязер, 1966, с.41).

Индукция Альберта Сэбина. Известный микробиолог А.Сэбин (1957) пришел к выводу о возможности получения ослабленного вируса полиомиелита, необходимого для создания эффективной вакцины против этого заболевания, путем воздействия на него пониженной температуры, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Изучая условия ослабления вируса полиомиелита, А.Сэбин заметил, что те культуры вирусов, которые располагались в комнате-термостате вблизи двери, где температура понижалась за счет ее открывания, оказались ослабленными. С.А.Блинкин в книге «Очерки о естествознании» (1979) указывает: «…Известному ученому Альберту Сэбину удалось получить путем специального отбора (селекции) ослабленные вирусы полиомиелита. В этих поисках Сэбин большое значение придавал условиям культивирования вирусов и, в частности, воздействия пониженной температуры. Рассказывают, что к этому выводу Сэбин пришел так: изучая вирулентность вирусов полиомиелита, он помещал флаконы с культурами на полках в комнате-термостате. Часть флаконов стояла вблизи двери. Вследствие этого температура здесь при открывании двери несколько понижалась. Это оказалось существенным фактором внешней среды, несколько повлиявшим на биологию вирусов полиомиелита, вызвав изменчивость их в сторону ослабления вирулентности. Это, казалось бы, незначительное наблюдение убедило Сэбина в необходимости дальнейших поисков радикальных методов изменчивости и отбора ослабленных вирусов с целью использования их для живой вакцины против полиомиелита» (Блинкин, 1979, с.108). Несмотря на то, что в 2000 г. Центр контроля заболеваний (CDC) США принял решение о замене вакцины Сэбина другой вакциной, ценность открытия Сэбина несомненна – оно привело к тому, что полиомиелит практически исчез в крупнейших странах Европы и Америки.

«Гайдузек – выдающаяся, разносторонняя личность. Его послали в Папуа – Новую Гвинею для того, чтобы он исследовал болезнь куру. В то время было неизвестно, является ли куру результатом отравления каким-нибудь растением или животным, поедаемым туземцами, возникает ли из-за неполноценного питания или же является наследственным заболеванием. Почти никто не думал, что эта болезнь заразна. Большая заслуга Гайдузека в том, что он показал, что она заразна».

Шарль Вайсман

Индукция Даниэла Гайдузека. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1976 год Даниэл Карлтон Гайдузек (1963) сформулировал идею о том, что причиной распространения болезни «куру» (смеющаяся смерть), поражавшей папуасов острова Новая Гвинея, является ритуал поедания мозга умерших людей, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Исследуя мозг папуасов, умерших от болезни «куру», Гайдузек собрал несколько образцов этого мозга и отослал их в США. Там сделали срезы и обнаружили спонгиозную дегенерацию и амилоидные отложения в форме, называемой теперь куру-бляшками. Фотографии бляшек были выставлены в Лондоне. Английский специалист по заболеваниям нервной системы у животных Вильям Хэдлоу сравнил симптомы болезни «куру» и почесухи (скрепи) – заболевания мозга овец и обнаружил сходство между ними. Хэдлоу написал об этом письмо Гайдузеку. Поскольку у почесухи наблюдался продолжительный инкубационный период, Гайдузек по аналогии пришел к заключению, что и у болезни «куру» должен быть длительный инкубационный период. Д.Гайдузек обратил внимание на то, что среди жителей Новой Гвинеи болезнь «куру» в основном поражает женщин и детей, среди которых распространен ритуал поедания мозга человека, умершего от «куру». Он знал, что мужчины практически не участвуют в этом ритуале и не страдают заболеванием «куру». Это привело его к заключению, что указанный ритуал и является механизмом распространения загадочного заболевания. В 1963 году ученый начал эксперименты по пересадке образцов тканей головного мозга умерших от «куру» людей человекообразным обезьянам. Ввиду длительного инкубационного периода только спустя два года у первых из экспериментальных животных появились признаки заболевания «куру». Успешная передача болезни от одного организма к другому с использованием образцов мозговой ткани, пораженной «куру», окончательно убедила Д.Гайдузека в его идее о связи между каннибализмом и инфекцией. В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) известный ученый Шарль Вайсман описывает историю открытия причины болезни «куру»: «Гайдузек собрал несколько образцов мозга и отослал их в Соединенные Штаты. Там сделали срезы и обнаружили спонгиозную дегенерацию и амилоидные отложения в форме, называемой теперь куру-бляшками. Позднее Стэн (Стэнли Прузинер – Н.Н.Б.) показал, что эти бляшки состоят в основном из прионов. Фотографии бляшек были выставлены в Лондоне, и человек по фамилии Хэдлоу, занимавшийся исследованиями скрепи, увидел их и заметил, что они выглядят в точности как при скрепи. Он опубликовал короткое сообщение в журнале Lancet, в котором обращал внимание на сходство болезней скрепи и куру, а также написал письмо об этом Гайдузеку. В то время уже было известно, что инкубационный период скрепи чрезвычайно долог – годы и даже десятилетия. Было высказано предположение, что, если болезнь куру подобна скрепи, недостаточно ожидать ее развития всего несколько недель, надо ждать несколько лет. Гайдузек и его коллеги проверили эту гипотезу. Искусственно зараженные ими шимпанзе заболели через два года после заражения. Стэн всегда говорил, что вместе с Гайдузеком Нобелевскую премию следовало бы дать и Хэдлоу, так как если бы не его наблюдательность, Гайдузек скорее всего не стал бы проводить эксперимент, длящийся столь долгое время» (Харгиттаи, 2006, с.425). Доказав пищевой (алиментарный) путь распространения болезни «куру», Д.Гайдузек нашел и средство против нее – искоренение практики каннибализма на Новой Гвинее. В.М.Ройхель в статье «Медленные болезни человека и животных, вызванные прионами», опубликованной в журнале «Природа» (2002, № 2), пишет: «Судя по всему, наиболее вероятный путь передачи заболевания – алиментарный. Правомерность этого вывода была косвенно подтверждена, когда для искоренения куру на острове Новая Гвинея достаточно было запретить обычай ритуального каннибализма» (В.М.Ройхель, 2002).

	«…Заслугой Стэна было то, что он все делал со страстью. Он был убежден в своей правоте даже в то время, когда его никто не слушал, когда к нему относились враждебно и ругали его работы. Некоторые его ранние эксперименты и статьи были не очень убедительными. Многие эксперименты были проведены нечисто, и он зачастую тенденциозно интерпретировал их результаты. Все это вызывало много критики. Но основное направление было правильным». Шарль Вайсман о Стэнли Прузинере

Индукция Стэнли Прузинера. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1997 год Стэнли Прузинер (1982) выдвинул гипотезу о том, что одним из биологических механизмов инфицирования организма может быть белок, имеющий ненормальную форму и запускающий лавинообразный процесс превращения других белков в ненормальные, индуктивно исходя из большого количества наблюдений, наводивших на эту гипотезу. Изучая различные заболевания (в том числе коровье бешенство), в которых ученым не удавалось выделить традиционных возбудителей этих заболеваний: бактерию или вирус, С.Прузинер решил, что инфекционным агентом должно быть нечто другое. Позже он выделил из зараженной ткани белок, который отсутствовал в тканях здоровых животных. Наличие ненормальной формы белка в больном органе и отсутствие этого белка в здоровом органе индуктивно натолкнуло С.Прузинера на гипотезу о способности белка выступать в роли инфекционного агента. Подобные заболевания впоследствии были названы прионными, а сами белки – прионами. До С.Прузинера и независимо от него к таким же соображениям приходил математик Джон Гриффит. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) приводит рассказ Шарля Вайсмана относительно генезиса идеи о белковой (прионной) природе ряда заболеваний: «Джон Гриффит предположил, что в природе встречаются белки, которые могут существовать в двух состояниях: нормальном и ненормальном. В здоровом организме такой белок существует только в нормальном состоянии. Если в организм ввести ненормальную форму белка, то она каким-то образом вызывает превращение нормального белка в ненормальный, в результате чего возникает лавинообразный процесс таких превращений. Собственно говоря, он предложил три различных объяснения, и это было только одно из них. Но ни одна из его гипотез не привлекла внимания. Затем в 1982 г. Стэн Прузинер, занимавшийся этой проблемой уже несколько лет, пытаясь выделить этот агент из зараженного головного мозга с помощью биохимических процедур, получил относительно чистый препарат этого инфекционного агента, в котором обнаружил белок… Ему не удалось обнаружить его в мозгу здоровых животных, поэтому он решил, что именно этот белок и является инфекционным агентом и что он способен реплицироваться» (Харгиттаи, 2006, с.420).

Индукция Робина Уоррена и Бэрри Маршалла. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2005 год Р.Уоррен и Б.Маршалл (1979) выдвинули гипотезу о том, что причиной возникновения хронического гастрита (язвы желудка) является бактерия, развивающаяся на поверхности желудка, индуктивно исходя из следующего наблюдения. Проводя диагностическое гистологическое исследование тканей желудка больных гастритом людей, Р.Уоррен обнаружил на поверхности этих тканей бактерии, которые впоследствии были названы пилорическим хеликобактером. В.Г.Жуховицкий в статье «Лауреаты Нобелевской премии 2005 года по физиологии и медицине – Б.Маршалл и Р.Уоррен» (журнал «Природа», 2006 г., № 1) отмечает: «Изогнутые палочки», ныне именуемые пилорическим хеликобактером, Уоррен, по его свидетельству, обнаружил в свой день рождения (11 июня 1979 г.), и произошло это, судя по всему, случайно: во время рутинного диагностического гистологического исследования он обратил внимание на необычную голубую линию на поверхности слизистой оболочки желудка больного активным хроническим гастритом. Изучив изрядное число биопсийных образцов с применением разнообразных способов окраски, Уоррен предположил, что развитие гастрита связано с некой бактерией, тесно контактирующей с поверхностью эпителия желудка. Двухлетнее терпение, с каким Уоррен преодолевал скепсис, недоверие и прямые отказы от сотрудничества коллег, было вознаграждено встречей с Бэрри Маршаллом – врачом-стажером, заинтересовавшимся стремлением патолога перевести гастрит в разряд бактериальных инфекций» (В.Г.Жуховицкий, 2006). «В 1981 г., - поясняет В.Г.Жуховицкий, - началась клинико-экспериментальная проверка гипотезы Уоррена. Спустя всего год исследователям удалось не только достоверно (на основе параллельного гистологического и бактериологического исследования ста биоптатов слизистой оболочки желудка) подтвердить связь обнаруженного микроорганизма с развитием хронического гастрита, но и выделить первую чистую культуру, состоящую из активно подвижных, изогнутых палочковидных грамотрицательных бактериальных клеток» (В.Г.Жуховицкий, 2006). Примечательно, что для доказательства патогенности обнаруженной бактерии Маршалл решил поставить эксперимент на самом себе, заразив себя этой бактерией и рискуя приобрести хроническую форму тяжелого заболевания желудка. В.Г.Жуховицкий отмечает: «Убедившись в существовании неизвестной ранее бактерии, Уоррен и Маршалл приступили к доказательству ее патогенности – задаче, требующей в отсутствие экспериментальной модели инфекционного процесса нетривиального решения. Такое решение было найдено. Маршалл выполнил эксперимент по самозаражению в классической аранжировке: после медикаментозного подавления секреции соляной кислоты желудка он проглотил взвесь бактериальных клеток высокой множественности, выделенных от больного активным хроническим гастритом. Вскоре экспериментатор заболел гистологически подтвержденным острым гастритом, и из биоптата слизистой оболочки его желудка была выделена все та же изогнутая палочка. После курса терапии, спланированного с учетом сведений о чувствительности к антибиотикам экспериментальной культуры, пациент-экспериментатор выздоровел, что было подтвержено эндоскопическим, гистологическим и бактериологическим методами» (В.Г.Жуховицкий, 2006).

Индукция Франсуазы Барре-Синусси и Люка Монтанье. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2008 год Ф.Барре-Синусси и Л.Монтанье (1983) выдвинули идею о существовании вируса, вызывающего СПИД, индуктивно базируясь на экспериментах по культивированию лимфоцитов, выделенных из лифоузлов людей, больных СПИДом на ранних стадиях заболевания. В культуре этих лимфоцитов (клеток иммунной системы) они обнаружили вирусные частицы, которые убивали эти клетки. Елена Клещенко в статье «Охотники за вирусами» (журнал «Новое время», № 41 (87) от 13 октября 2008 г.) указывает: «В группе Барре-Синусси и Монтанье культивировали лимфоциты, выделенные из лимфоузлов больных на ранних стадиях заболевания. В культуре была обнаружена активность фермента обратной транскриптазы – верный знак присутствия ретровируса, то есть такого вируса, геном которого состоит не из ДНК, а из РНК. Затем они же обнаружили в препарате вирусные частицы и показали, что этот вирус способен заражать и убивать лимфоциты. А лимфоциты – это и есть клетки иммунной системы, с помощью которых организм борется с инфекциями. ВИЧ действует как классический диверсант: наносит удар по «внутренним войскам» организма, лишая его способности противостоять вторжению. По этой же причине трудно разработать вакцину» (Е.Клещенко, 2008).

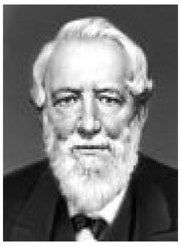
Индукция Джозефа Мухлештейна. Американский биолог Джозеф Мухлештейн (1992) выдвинул бактериальную теорию возникновения атеросклероза, индуктивно основываясь на обнаружении в коронарных артериях 80% больных атеросклерозом возбудителей бактериальной пневмонии. Ю.Петренко в статье «Откуда берется атеросклероз» (журнал «Наука и жизнь», 2000, № 10) пишет: «В 1978 году группа американских ученых обнаружила, что индуцировать образование атеросклеротических бляшек у экспериментальных животных можно, заразив их цитомегаловирусом. Причем, содержание холестерина в крови (а экспериментальные животные были разделены на несколько групп, получавших с пищей разное количество холестерина) в этом случае не влияет на тяжесть атеросклероза. Аналогичные результаты были получены и для других вирусов. Но настоящий переворот в представлениях об атерогенезе произвело обнаружение в атеросклеротических бляшках возбудителей бактериальной пневмонии… Автором этого открытия можно считать доктора из университета штата Юта в США Джозефа Мухлештейна, опубликовавшего результаты своих сенсационных исследований в журнале Американского колледжа кардиологии. Он обнаружил в коронарных артериях у 80% больных атеросклерозом хламидии. В то же время у здоровых людей хламидии в сосудах встречаются только в 4% случаев. Эта работа стала началом паразитарной теории атерогенеза. Результаты доктора Мухлештейна были подтверждены целым рядом исследователей» (Ю.Петренко, 2000).

Индукция Арсения Капрельянца, Дугласа Келла и Майкла Янга. Арсений Капрельянц, Дуглас Келл и Майкл Янг (1998) сформулировали идею о том, что оживление спящих бактерий, существующих в организме животных и человека, происходит под влиянием сигнальной молекулы – белка RPF, индуктивно исходя из обнаружения того, что такой механизм оживления характерен для бактерий Micrococcus luteus. После обнаружения эффекта оживления бактерий Micrococcus luteus при поступлении в среду белка RPF Арсений Капрельянц с коллегами предположил, что спящие возбудители туберкулеза также могут активизироваться под влиянием этого белка. Основанием для проведения такой аналогии послужил анализ компьютерных баз данных по бактериям и обнаружение похожих белков в возбудителе туберкулеза. Аркадий Любарев в статье «Раскрыт механизм туберкулеза» (газета «Коммерсант», № 15 (1659) от 06.02.1999 г.) пишет об исследованиях Капрельянца, Келла и Янга: «Выяснилось, что бактерии «оживают» не только в присутствии своих активных собратьев, но и при добавлении жидкости, в которой те росли. Исследование этой жидкости привело ученых к выводу, что сигнальное вещество, которое активно растущие клетки посылают для пробуждения спящим, является белком. Полтора года потребовалось, чтобы наработать достаточное количество белка и очистить его. Новый белок получил английское имя RPF, что в переводе на русский означает «фактор, ускоряющий оживление». Дальше возник вопрос: может ли явление, открытое для Micrococcus luteus, оказаться общим и иметь отношение к другим бактериям? Предварительный ответ на этот вопрос был получен с помощью компьютера» (А.Любарев, 1999). «Эксперименты, - продолжает А.Любарев, - подтвердили результаты компьютерного анализа. RPF и антитела к нему оказались активны и по отношению к туберкулезным бактериям. То есть белок, имеющий структуру, сходную со структурой «сигнального» белка туберкулезной бактерии, тоже может оказывать на нее активизирующее воздействие. Так открытие, сделанное в области фундаментальной науки, приобрело практическую значимость» (А.Любарев, 1999). Отметим, что способность живых бактерий, а также жидкости, в которой находились живые бактерии, оживлять «спящих» была открыта случайно. В статье Е.Звенягиной «Биохимическая природа туберкулеза» (журнал «Наука и жизнь», 1999, № 8) С.Капрельянц сам говорит об этом: «Помог, как это часто бывает, случай. Забытая колба или что-то в этом роде, сейчас уже не вспомнить. Неожиданно выяснилось, что добавление небольшого количества живых, активных клеток приводит к тому, что «спящие» клетки начинают оживать и размножаться. Они оживали и при добавлении жидкости, в которой росли живые клетки» (Е.Звенягина, 1999). Следовательно, перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Леонида Марголиса. Л.Марголис (2008) сформулировал предположение о том, что ацикловир – препарат, применяющийся против вируса герпеса, может применяться против вируса СПИД, индуктивно отталкиваясь от следующего случайного наблюдения. Л.Марголис со своими коллегами взяли образцы ткани, содержащие одновременно вирус герпеса и вирус СПИД, и пытались с помощью ацикловира вывести из игры вирус герпеса, но неожиданно обнаружили, что ацикловир стал замедлять размножение вируса СПИД. Отметим, что ацикловир – это лекарство против вируса герпеса, созданное лауреатом Нобелевской премии за 1988 год Гертрудой Элайон. Алексей Левин в статье «Вирус герпеса открывает путь к дешевому лекарству от СПИДа» (сайт «Элементы большой науки», 15.09.2008 г.) пишет: «Марголис и его сотрудники сначала изучали сосуществование ВИЧ и вируса простого герпеса второго типа (HHV-2) в культивированных кусочках человеческой лимфоидной ткани, а также ткани шейки матки и ректосигмоидного отдела ободочной кишки (поскольку эти ткани служат входными воротами для ВИЧ). В ходе этих экспериментов они использовали вещества, блокирующие размножение того или иного вируса. Для подавления герпес-вируса они использовали ацикловир, один из синтетических препаратов, созданных в лаборатории лауреата Нобелевской премии 1988 года Гертруды Элайон. Это лекарство (торговое название зовиракс) вот уже четверть века применяется в клинической практике и прекрасно работает как против обеих разновидностей вируса простого герпеса, так и против вируса ветряной оспы (эта тройка образует альфа-тип вируса герпеса). Ацикловир также замедляет размножение остальных вирусов герпеса (типы бета и гамма), хотя и с меньшей эффективностью. Экспериментаторы ожидали, что он просто выведет из игры HHV-2, но никак не повлияет на динамику ВИЧ. Однако тут-то их и подстерегала неожиданность. В образцах ткани, на которые воздействовали ацикловиром, резко снизилась концентрация обоих вирусов – как герпес-вируса, так и ВИЧ. В этом и состояло первичное открытие» (А.Левин, 2008). Предположение Л.Марголиса о способности ацикловира ингибировать вирус СПИД есть не что иное, как индукция с фактором случая. А.Левин в той же статье констатирует: «Результаты, о которых идет речь, были получены не то, что бы чисто случайно, но все же благодаря немалому везению (впрочем, то же самое можно сказать о великом множестве других научных открытий)» (А.Левин, 2008).

Индукция Ч.Белла и Ф.Мажанди. Английский физиолог Чарльз Белл (1807) и французский физиолог Франсуа Мажанди (1822) высказали идею о том, что передние корешки спинного мозга содержат моторные нервы с двигательной функцией, а задние корешки того же мозга – чувствительные нервы, индуктивно отталкиваясь от своих экспериментов. Перерезав передние корешки спинного мозга, Белл и Мажанди обнаружили исчезновение двигательной функции конечностей, а при перерезке задних корешков – исчезновение чувствительности. Как пишет историк биологии Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (1950) отмечает: «Чарльз Белл в Лондоне и Мажанди обнаружили, что неподвижность, то есть паралич, наступает в том случае, если перерезать животному передние корешки спинного мозга, причем чувствительность сохраняется; перерезка же задних корешков вызывает, наоборот, потерю чувствительности при сохранении подвижности. Белл первый заявил, что передние спинномозговые корешки обеспечивают подвижность соответствующей конечности» (Г.Глязер, 1950). Со слов историка психологии А.Н.Ждан, «это открытие намечало анатомическую основу рефлекторной дуги, каждая часть которой получила анатомическое обоснование: проведение возбуждения по чувствительному нерву, затем его переработка в нервном центре и передача по эфферентному нерву к органу движения. Тем самым было установлено, что спинной мозг построен по принципу рефлекторной дуги. Открытие имело сильный резонанс» (А.Н.Ждан, «История психологии», 2001). У Белла были и другие идеи, которыми он обогатил науку, в частности идея о рефлекторной реакции как замкнутом кольце. Т.Д.Марцинковская в книге «История психологии» (2007) указывает: «Белл сделал и ряд других важных открытий в психофизиологии. Среди них особо следует выделить его представление, согласно которому рефлекторная реакция не обрывается на движении мышц, но передает информацию о том, что произошло с мышцей, обратно в нервные центры (головной мозг). Тем самым впервые была сформулирована идея обратной связи как основы саморегуляции поведения организма. Белл проиллюстрировал работу этой модели на данных о движении глазных мышц» (Марцинковская, 2007, с.177).

Индукция Джованни Батиста Вентури. Итальянский ученый Д.Б.Вентури сделал вывод, что пространственное восприятие звука основано на оценке силы раздражителей, действующих на разные уши, индуктивно исходя из опытов, в которых человек с завязанными глазами помещался на открытом лугу, а экспериментатор ходил вокруг него и издавал звуки с помощью флейты или колокольчика. И.А.Вартанян в книге «Звук-слух-мозг» (1981) повествует: «Первым исследователем пространственного слуха у человека считается итальянский физик Д.Вентури (1746-1822 гг.). Он был разносторонне образованным ученым, занимался преимущественно гидродинамикой и, помимо физики, изучал экономику, историю, интересовался политикой, а как естествоиспытатель исследовал зрительное и слуховое восприятие. Для изучения пространственного слуха Вентури проделал следующий опыт. Он поместил человека с завязанными глазами на открытом лугу, а сам ходил вокруг него на расстоянии 50 м и издавал звуки с помощью флейты или колокольчика. Когда источник звука был под прямым углом по направлению к линии взора, человек легко определял место расположения источника звука. Если звук был направлен по диагонали, а голова оставалась неподвижной, ему трудно было определить, спереди или сзади находится источник. Когда испытуемому разрешено было поворачивать голову, он не делал ошибок при определении места звучания источника. Вентури установил также, что при односторонней глухоте человек может локализовать звуки только при повороте головы в их сторону, причем звучание должно быть продолжительным» (Вартанян, 1981, с.148). «Основной вывод Вентури, - поясняет И.А.Вартанян, - состоит в том, что локализация звука основана на оценке силы раздражителей, действующих на разные уши, и что два «слуховых впечатления» не смешиваются внутри черепа» (там же, с.149).



«Произнося имя знаменитого берлинского профессора Дюбуа-Реймона, нельзя не сказать сразу, что он принадлежал к числу тех избранников, которые прокладывают пути в темные области не для одного, а для нескольких поколений».

И.М.Сеченов

Индукция Эмиля Дюбуа-Реймона. Немецкий физиолог Э.Дюбуа-Реймон (1843) высказал идею о том, что нервы самых разных животных устроены достаточно сходно, индуктивно базируясь на обнаружении одинаковой величины потенциала повреждения нерва у разных животных: омара, щуки, лягушки, утки, кролика, кошки, собаки и т.д. М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988) повествуют о работах Дюбуа-Реймона: «В 1843 г. он открыл ток повреждения в нерве. (Это был первый случай, когда электричество объективно зарегистрировали в нервах; гальванометры Маттеучи были для этого недостаточно чувствительными!). Сделав эти открытия, Дюбуа исследовал нервы самых разных животных: омара, щуки, лягушки, утки, кролика, кошки, собаки, - так что его можно считать основателем сравнительной электрофизиологии. Во всех случаях значения потенциала повреждения оказались примерно одинаковыми (порядка 0,02 В), и Дюбуа сделал вывод, что нервы самых разных животных устроены достаточно сходно. Он первый получил своеобразную электроэнцефалограмму, обнаружив ток повреждения в коре больших полушарий» (Беркинблит, Глаголева, 1988, с.38).

Индукция Пьера Флуранса. Французский физиолог, основатель экспериментальной физиологии мозга Пьер Флуранс (1846) высказал идею о полной функциональной однородности мозговой массы, индуктивно отправляясь от опытов с разрушением полушарий у птиц. При этом Флуранс обнаружил, что через некоторое время у птиц восстанавливается поведение, независимо от того, какая часть мозга была разрушена. Это дало исследователю повод для утверждения, что «масса мозговых полушарий физиологически столь же равноценна и однородна, как масса какой-нибудь железы, например, печени». А.Н.Ждан в книге «История психологии» (2001) пишет: «Исследования Флуранса имели большое значение, так как на место умозрительных домыслов поставили научный эксперимент. Полученные данные свидетельствовали о пластичности мозга, о взаимозамещаемости его функций. Однако Флуранс сделал слишком широкие обобщения. Неучет эволюционного подхода к мозгу, имеющему различное строение у животных, находящихся на разных ступенях развития, привел к неправомерным выводам. Все последующие десятилетия работы по исследованию мозга были связаны с развитием идей локализационизма» (А.Н.Ждан, 2001).

Индукция Пьера Флуранса. П.Флуранс склонился к выводу о существовании в продолговатом мозге животных центра, ответственного за дыхание организма, индуктивно основываясь на экспериментах Ж.Легаллуа и собственных исследованиях. Л.Я.Бляхер и С.Р.Микулинский в книге «История биологии с древнейших времен до начала 20 века» (1972) указывают: «Ж.Легаллуа в 1811 г. показал, что повреждение определенного участка продолговатого мозга ведет к прекращению дыхания. Флуранс уточнил местоположение этого участка продолговатого мозга. Он назвал его «жизненным узлом», поскольку его разрушение влечет за собой смерть животного. В 1885 г. Н.А.Миславскому удалось в точных экспериментах окончательно установить локализацию дыхательного центра в продолговатом мозгу» (Бляхер, Микулинский, 1972, с.392).

Индукция Пьера Флуранса. П.Флуранс (1846) выдвинул гипотезу о том, что функцией мозжечка является координация движения организма, индуктивно исходя из опытов, показавших, что удаление отдельных частей мозжечка приводит к нарушению координации движения у голубей и собак. Во времена Флуранса некоторые ученые (Шпурцхайм) считали, что мозжечок отвечает за сексуальную мотивацию. Как пишет психолог Д.Гудвин, «показать отсутствие связи между сексуальной мотивацией и мозжечком не составило труда. Осторожно удаляя отдельные участки мозжечка, Флуранс продемонстрировал, что он является центром координации движения. Например, голуби с удаленным мозжечком не могли координировать движение крыльев для полета, а собаки не могли правильно ходить – они шатались, падали и натыкались на окружающие предметы, тогда как раньше у них не возникало подобных проблем. (…) Также Флуранс установил, что степень нарушения движения прямо пропорциональна размеру удаленной области мозжечка» (Д.Гудвин, «Исследование в психологии», 2004). В 1893 году итальянский физиолог Л.Лючиани провел аналогичные исследования и подтвердил, что после удаления мозжечка у животных происходит расстройство движений, которое позже частично компенсируется.

Индукция Адольфа Фика. Немецкий физиолог Адольф Фик пришел к выводу о том, что степень раздражения живой ткани зависит от времени действия электрического тока на эту ткань, индуктивно основываясь на том, что даже очень сильные токи, если они действуют короткое время, не вызывают возбуждения мышцы моллюска беззубки. М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988) указывают: «Заключение Дюбуа, что время действия тока не влияет на эффективность его раздражающего действия, - одна из его немногих фактических ошибок. Эта ошибка была исправлена одним из его последователей профессором Цюрихского университета А.Фиком. Интересно, как он обошел трудность, связанную с отсутствием нужных приборов. Он рассудил, что если невозможно получить достаточно короткие импульсы раздражающего тока, потому что мышца реагирует очень быстро, то нужно поискать мышцу, в которой возбуждение идет помедленнее. А так как Фик занимался сравнительной физиологией, то знал, у кого искать такие мышцы. И вот на мышце моллюска беззубки он смог показать, что даже очень сильные токи не вызывают возбуждения, если они действуют короткое время. Чем слабее ток, тем дольше он должен действовать, чтобы возбудить мышцу. Эти наблюдения были одним из первых законов электробиологии, который удалось выразить в виде формулы» (Беркинблит, Глаголева, 1988, с.41).

Индукция Иоганнеса Мюллера. Выдающийся физиолог, учитель Г.Гельмгольца Иоганнес Мюллер (1801-1858) построил теорию специфической энергии органов чувств, согласно которой качество ощущений зависит от природы нерва, на который воздействует раздражитель, а не от природы раздражителя, индуктивно отталкиваясь от исследований своих предшественников и собственных опытов. Еще А.Вольта установил, что механическое или электрическое воздействие электрическим током на сетчатку глаза приводит к появлению зрительных образов, на язык – к вкусовым ощущениям, а на орган слуха – к звуковым ощущениям. Проведя аналогичные опыты, И.Мюллер убедился, что качество ощущений зависит от природы нерва. А.Н.Ждан в книге «История психологии» (2001) пишет: «Мюллер выдвинул доктрину специфической энергии органов чувств, которая является одним из самых крупных обобщений 19 века в этой области физиологии» (А.Н.Ждан, 2001). Об этом же говорит нейрофизиолог А.С.Батуев в книге «Физиология высшей нервной деятельности и сенсорных систем» (2005): «Впервые на факт независимости модальности ощущений от природы раздражителя обратил внимание И.Мюллер, который сформулировал закон так называемой специфической энергии» (А.С.Батуев, 2005, с.24). М.С.Плужников и С.В.Рязанцев в книге «Среди запахов и звуков» (1991) пишут об одном из опытов А.Вольта, в котором он воздействовал электрическим током на органы слуха: «В конце XVIII века итальянский физик Алессандро Вольта, изучая на себе действие электрического тока на организм, обнаружил, что если разместить электроды на голове так, чтобы ток проходил через внутреннее ухо, то включение тока вызывает шумы в ушах. «Я ощутил звук или скорее шум в обоих ушах, характер которого я не мог более точно определить», - сообщал Вольта в одном из своих писем. Опыты были, видимо, настолько неприятные, что Вольта никогда более не повторял их» (М.С.Плужников и С.В.Рязанцев, 1991).

Индукция Эрнста Вебера. Немецкий физиолог Эрнст Вебер (1845) пришел к выводу, что возбуждение, притекающее к сердцу по блуждающему нерву, тормозит ритмические движения сердца, индуктивно исходя из того, что раздражение блуждающего нерва лягушки электрическим током приводит к остановке лягушечьего сердца, а перерезка этого нерва сопровождается тем, что ее сердце начинает биться чаще. Кроме того, Э.Вебер подметил, что после удаления головы у лягушки (амфибии) ее рефлексы усиливаются, в частности, ее лапки сгибаются гораздо энергичнее в ответ на щипок. Это навело немецкого ученого на мысль о существовании нервных структур, успокаивающих движения лапок животного, подобно тому, как существуют нервные структуры, тормозящие активность сердца. Но догадка Вебера осталась незамеченной, поскольку в его время все физиологи отлично знали: любой процесс в мозге, в центральной нервной системе есть процесс возбуждения, а новооткрытые тормозные явления наблюдаются только в сердце и кишечнике. Б.Ф.Сергеев в книге «Ступени эволюции интеллекта» (1986) повествует: «Первые сведения о торможении принадлежат немецким физиологам братьям Веберам. Изучая работу сердца, они приложили электрод к стволу блуждающего нерва, идущего к сердцу, и, к своему удивлению, вместо усиления работы обнаружили его остановку. Веберам не поверили. Нет, не тому, что, раздражая блуждающий нерв, удается вызвать остановку сердца. Опыт совсем несложен, и его мог повторить любой физиолог. В те годы считалось аксиоматичной истиной, что деятельность всех органов тела стимулируется соответствующими нервами. В существование торможения просто не поверили. Торможение физиологическими концепциями не предусматривалось» (Сергеев, 1986, с.101). «Старший из братьев, Э.Вебер, профессор Лейпцигского университета, - продолжает Б.Ф.Сергеев, - оказался прозорливым ученым. Он не только сумел дать правильную оценку необычным реакциям сердца, но и высказал догадку об обыденности и большом значении торможения в деятельности нервной системы» (там же, с.101-102).

Индукция Эрнста Вебера. Э.Вебер сформулировал представление о существовании двухточечного порога тактильного ощущения – некоего момента, в котором можно распознать два независимых источника, индуктивно основываясь на измерении расстояния между двумя точками кожного покрова, при котором человек ощущает два отдельных касания. Д.Шульц и С.Э.Шульц в книге «История современной психологии» (1998) отмечают: «Один из вкладов Вебера в новую психологию заключался в экспериментальном определении точности тактильных ощущений, а именно расстояния между двумя точками кожного покрова, при котором человек ощущает два отдельных касания. Испытуемых, которые не могут видеть специальный прибор, просят сообщить, сколько касаний они ощутили. Когда две точки раздражения находятся близко друг от друга, испытуемые отмечают только одно касание. По мере увеличения расстояния между двумя источниками раздражения, участники эксперимента начинают испытывать неуверенность относительно того, почувствовали ли они одно или два касания. На определенном, достаточно большом расстоянии между двумя точками, испытуемые уверенно сообщают о двух разных касаниях. Этот эксперимент продемонстрировал наличие так называемого двухточечного порога – некоего момента, в котором можно распознать два независимых источника. Опыты Вебера стали первым экспериментальным подтверждением теории порога, согласно которой существует момент начала возникновения физиологической и психологической реакции. Эта теория популярна и в наши дни» (Д.Шульц, С.Э.Шульц, 1998, с.77).

«Сеченов не был революционным демократом, но он был демократом в жизни и революционером в науке. Он был пропитан свободомыслием, этот сын крепостной крестьянки, ставший гордостью науки. Под строгими названиями на переплетах его сочинений бурлили страсти, превращая в руины догмы, запорошенные вековой пылью идеализма».

Я.Голованов об Иване Сеченове

Индукция Ивана Сеченова. И.М.Сеченов (1862) сформулировал гипотезу о наличии в мозге животных и человека нервных структур, тормозящих рефлекторные акты, индуктивно основываясь на своих опытах, в которых исследователь размещал кристаллы поваренной соли на поперечный срез мозга лягушки на уровне зрительных чертогов и наблюдал угнетение ее сгибательного рефлекса. В 1867 году Сеченов окончательно доказал способность нервных структур к торможению. Если раньше он наблюдал угнетение только сгибательного рефлекса, то теперь он обнаружил остановку лимфатических сердец у лягушки (у лягушки пара передних лимфатических сердец расположена по бокам от уростиля и сокращаются 30-50 раз в минуту). Это навело его на заключение, что тормозной процесс в центральной нервной системе носит универсальный характер. Сеченов признавался, что отправным пунктом для открытия центров торможения в мозге для него послужили исследования Э.Вебера и особенно его заметка об усилении рефлексов лягушки после удаления ее мозга. «Никто не дотронулся, - писал Сеченов, - до заметки Вебера, и опытная проверка его предположения выпала на мою долю». Индуктивное происхождение гипотезы Сеченова о центральном торможении описывается Е.Е.Соколовой в книге «13 диалогов о психологии» (2005). «До того, - пишет Е.Е.Соколова, - было известно всего два-три случая тормозящего влияния нервов на функционирование органов. В 1845 году немецкий физиолог Вебер открыл тормозящее влияние раздражаемого блуждающего нерва на частоту сердечных сокращений, да чуть позже немецкий же ученый Пфлюгер открыл подобное действие одного из черепных нервов на движение кишок. Сеченов же обнаружил, что раздражение некоторых центров в головном мозгу (он использовал химическое раздражение поверхности мозга лягушки поваренной солью) оказывает тормозящее влияние на деятельность спинного мозга, задерживая, например, движения конечностей. Этим, казалось бы, сугубо физиологическим открытиям Сеченов придал «широкий жизненный смысл». Сеченов увидел в данном явлении материальный механизм произвольного (волевого) поведения…» (Соколова, 2005, с.246). В дальнейшем подтвердилось, что нейроны ретикулярной формации промежуточного и среднего мозга действительно оказывают тормозящее влияние на деятельность спинного мозга.

Индукция Ивана Сеченова. Предположение И.М.Сеченова (1868) о способности центральной нервной системы к суммации возбуждений индуктивно основывалось на опыте, который описывается В.М.Смирновым в книге «Нейрофизиология и высшая нервная деятельность детей и подростков» (2004). «Явление суммации возбуждения в ЦНС, - пишет В.М.Смирнов, - открыл И.М.Сеченов (1868) в опыте на лягушке: раздражение конечности лягушки слабыми редкими импульсами не вызывает реакции, а более частые раздражения такими же слабыми импульсами сопровождается ответной реакцией – лягушка совершает прыжок. Различают временную (последовательную) суммацию и пространственную суммацию» (Смирнов, 2004, с.154). Кроме Сеченова явление суммации в нервной системе открывали Экснер (1882, 1894), Митчелл и Льюис (1886), Ломбард (1889), Боудич и Уоррен (1890), Гейденгайн (1881), Штернберг (1891). Ч.Шеррингтон в книге «Интегративная деятельность нервной системы» (1969) пишет: «…Усиление – существенное явление, характеризующее единство всего спинального механизма, но еще более характерны в этом отношении результаты исследований Экснера (1882, 1894). Звук, направленный к уху наркотизированного кролика спустя один момент после раздражения лапы, увеличивал амплитуду рефлекторного движения лапы, вызванного раздражением ее. Подобную же суммацию рефлексов изучил Штернберг (1891). Ею же можно объяснить влияние различных раздражений на коленный рефлекс, исследовавшееся… Митчеллом и Льюисом (1886), Ломбардом (1889) и Боудичем и Уорреном (1890). В этих случаях, несомненно, проявлялось действие церебральных и субцеребральных рефлекторных дуг. В отношении этих дуг мы можем привести наблюдения Бубнова и Гейденгайна (1881), а также Экснера (1882) на наркотизированных собаках и кошках. В их экспериментах слабые раздражения кожи конечности усиливали влияние непосредственно наносимых раздражений области коры мозга, где локализуется представительство этой конечности» (Шеррингтон, 1969, с.176).

«Я должен сознаться, что иной раз, когда класс читал Цицерона или Вергилия (оба казались мне очень скучными), я вычислял под столом ход лучей в телескопе и при этом открыл несколько оптических законов, о которых в учебниках не упоминается; они оказались для меня полезными при конструировании глазного зеркала».

Г.Гельмгольц о себе

Индукция Германа Гельмгольца. Герман Гельмгольц (1850) пришел к выводу о конечной скорости распространения возбуждений по нервам, индуктивно исходя из своих экспериментов, показавших, что скорость раздражения для нерва лягушки составляет в среднем 26,4 м/сек. Для измерения скорости распространения нервного возбуждения Гельмгольц использовал установку, в которой начало отклонения стрелки гальванометра совпадало с моментом возбуждения нерва, а конец совпадал с моментом сокращения мышцы под действием дошедшего до нее раздражения. Также он использовал прибор, фиксирующий процесс сокращения мышцы (самозаписывающий прибор, который дает наглядную кривую этого сокращения). А.В.Лебединский и другие авторы в книге «Гельмгольц» (1966) пишет: «При этом Гельмгольц воспользовался принципом, предложенным еще в 1844 г. французским физиком Пуллье. Пуллье принимал, что при кратковременном действии тока на стрелку гальванометра ее отклонение пропорционально времени. Для измерений Гельмгольц должен был построить установку, в которой начало отклонения стрелки совпадало бы с моментом возбуждения нерва, а конец совпадал бы с моментом сокращения мышцы под действием дошедшего до нее раздражения» (Лебединский, 1966, с.43). Другими словами, Гельмгольц создал прибор для регистрации малых промежутков времени с использованием гальванометра, сумев по аналогии воспользоваться принципом французского физика Пуллье (1844). Следовательно, индуктивный вывод Гельмгольца дополнялся здесь аналогией, представляющей собой нечто вроде аналогии-ассимиляции, когда ученый для решения определенной задачи ассимилирует из других областей различные принципы и методы решения. Д.Шульц и С.Э.Шульц в книге «История современной психологии» (1998) указывают: «Гельмгольц был первым, кто эмпирически измерил скорость прохождения нервного импульса, фиксируя моменты возбуждения двигательного нерва ножной мышцы лягушки и последующей мышечной реакции. Экспериментируя с нервами разной длины, он определял разницу во времени между моментом стимуляции нерва рядом с мышцей и моментом мышечной реакции, а затем проделывал то же самое, но уже стимулируя нерв в другом месте, дальше от мышцы. Эти опыты позволили определить скорость прохождения нервного импульса, которая в среднем оказалась равной 90 футам в секунду» (Д.Шульц, С.Э.Шульц, 1998, с.75). Помимо всего прочего, результат Гельмгольца указывал на то, что нервный импульс не является электрическим током. Н.А.Бернштейн в книге «Современные искания в физиологии нервного процесса» (2003) пишет: «Было ясно, что нервный импульс не есть электрический ток. Скорость его распространения была измерена еще Гельмгольцем, к изумлению его современников (1850), и оказалась много меньшей не только скорости тока, но даже скорости звука: несколько десятков метров в секунду» (Бернштейн, 2003, с.11).

Индукция Германа Гельмгольца. Г.Гельмгольц сделал вывод о том, что тембр гласной зависит от сопутствующих обертонов, индуктивно отталкиваясь от следующего наблюдения. А.В.Лебединский в книге «Гельмгольц» (1966) указывает: «Еще раньше он заметил, что если над открытым роялем произнести определенную гласную, то некоторые струны зазвучат – одни сильнее, другие слабее. Если же, сохранив тон, произнести другую гласную, зазвучат уже другие струны. Отсюда можно было сделать вывод, что тембр гласной зависит от сопутствующих обертонов. Если это окажется верным, то соответствующим подбором обертонов можно было бы синтезировать гласные звуки. Это предложение Гельмгольц и проверил на своем приборе» (Лебединский, 1966, с.94).

Индукция Карла Людвига. Выдающийся физиолог Карл Людвиг (1851) сформулировал гипотезу о том, что функцией барабанной струны – тонкого нерва, проходящего над внутренней поверхностью перепонки, отделяющей наружное ухо от среднего, - является стимуляция секреции подчелюстной железы, индуктивно опираясь на свои опыты. Людвиг раздражал барабанную струну у кролика и заметил, что это приводит к выделению слюны. Людвиг знал, что за секрецию слюны отвечает подчелюстная железа.

Индукция Карла Людвига. Карл Людвиг (1847) пришел к заключению о зависимости сердечного ритма от частоты дыхания (дыхательной аритмии), имеющей нейрогенное происхождение, индуктивно исходя из следующих опытов на собаках. В.М.Хаютин и Е.В.Лукошкова в статье «Колебания частоты сердцебиений: спектральный анализ» (журнал «Вестник аритмологии», № 26 от 12.04.2002 г.) пишут: «В 1847 г. великий немецкий физиолог Карл Людвиг установил, что длительность интервалов между пульсовыми волнами артериального давления во время вдоха и выдоха существенно различна. Это различие – дыхательные колебания ЧСС – исчезало после перерезки блуждающих нервов. Так была открыта синусовая дыхательная аритмия и установлено ее нейрогенное происхождение. Однако лишь в наши дни найдены и подробно исследуются самыми современными методами экспериментальной нейрофизиологии центральные механизмы дыхательной аритмии и их отношение к рефлекторным воздействиям» (В.М.Хаютин и Е.В.Лукошкова, 2002).

Индукция Карла Людвига. Карл Людвиг сформулировал идею о существовании фибриллярных сокращений сердца, индуктивно отправляясь от следующего случайного наблюдения. Н.Л.Гурвич в книге «Основные принципы дефибрилляции сердца» (1975) пишет: «Первое описание фибриллярных сокращений сердца явилось результатом случайного их обнаружения при экспериментальной попытке вызвать тетаническое сокращение сердечной мышцы воздействием на нее фарадическим током (Hoffa, Ludvig, 1850). Эта попытка сравнительного изучения действия частого электрического раздражения на разные мышечные ткани дала неожиданный для экспериментаторов результат. Длительное сокращение получилось только в непосредственной близости к электродам, а на более отдаленном расстоянии наблюдались разрозненные мелкие и частые разновременные сокращения отдельных пучков волокон миокарда. Более детального исследования особенности реакции сердечной мышцы на частое «тетанизирующее» раздражение авторы не проводили» (Гурвич, 1975, с.26).

Индукция Марка Дакса. Французский врач Марк Дакс (1836) сформулировал гипотезу о связи между речью и работой левого полушария мозга, индуктивно исходя из обследования 40 людей, страдавших правосторонним параличем (параличем правых конечностей) и одновременной потерей речи. Дакс знал, что за функционирование правых конечностей отвечает левое полушарие. Индукция Дакса весьма похожа на аналогию, поскольку отправной посылкой его гипотезы была аналогия (совпадение) времени наступления паралича правых конечностей и утраты речевых способностей. Зная, что паралич правых конечностей вызван нарушением деятельности левого полушария мозга, Дакс по аналогии решил, что и потеря речи вызвана дисфункцией того же полушария. Б.Ф.Сергеев в книге «Ум хорошо…» (1984) повествует: «Все сведения о мозге, которые с тех пор постепенно накапливали ученые, недвусмысленно подтверждали скрупулезное дублирование функций правой и левой его половин. Первый удар по прочно устоявшимся представлениям о симметрии функций мозга нанес М.Дакс. Он жил и работал в старинном университетском центре Франции, в городе Монпелье, прославленном многими поколениями анатомов. Университет издавна являлся центром анатомической мысли. Он одним из первых в Европе и первым во Франции еще в 1376 году получил право вскрывать человеческие трупы, дарованное ему Людовиком Анжуйским. Герцогское благодеяние не пропало даром. Оно позволило воспитать в университетских стенах целую плеяду талантливых ученых. Дакс не посрамил своих предшественников. В 1836 году он выступил с большим докладом о многолетних исследованиях. Работа была выполнена весьма обстоятельно на огромном по тем временам материале, анализе 40 больных. Суть его сообщения сводилась к тому, что потеря речи обычно сопровождается параличами правых конечностей, а, следовательно, является результатом поражения левого полушария. Удар Дакса не попал в цель. Его доклад не получил у специалистов широкой известности, так как при жизни автора напечатан не был. Его подготовил для печати сын Дакса и опубликовал лишь 30 лет спустя» (Б.Ф.Сергеев, 1984).

«Открытие Брока потрясло ученый мир. Парадоксальность обнаруженного явления, всевозрастающий интерес к функции мозга вызвали поток специальных исследований и клинических наблюдений. Они полностью подтвердили выводы Брока. Те отделы мозга, которые были поражены у его пациентов, впоследствии квалифицировались как моторные центры речи и названы его именем».

М.С.Шойфет о Поле Брока

Индукция Поля Брока. Поль Брока (1861) независимо от М.Дакса выдвинул идею о том, что центр экспрессии речи находится в левой лобной части мозга, индуктивно основываясь на результатах посмертных вскрытий и исследования мозга людей, страдавших афазией (утративших дар речи). Проведенные вскрытия показали, что у значительной части людей, имевших симптомы афазии, поражена левая лобная доля мозга. Как пишет А.Р.Лурия в книге «Основы нейропсихологии» (2006), «молодой французский анатом П.Брока описал мозг больного, который в течение многих лет страдал грубым нарушением моторной (экспрессивной) речи; Брока установил, что в мозгу этого больного была разрушена задняя треть нижней лобной извилины. Через несколько лет дополнительные наблюдения позволили П.Брока показать, что моторная речь связана с ограниченной областью головного мозга, а именно – с задней третью нижней лобной извилины левого полушария» (Лурия, 2006, с.68). Но первоначальная мысль Брока о связи между речью и левым полушарием индуктивно базировалась всего на двух ставших ему известных случаях, в связи с чем его первоначальная индукция была чересчур неполной и рискованной. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «Причины потери речи были тогда еще совершенно непонятны, и лечить их даже не пытались. Оба больных умерли вскоре после поступления, здесь же, в клинике, и на вскрытии выяснилось, что у пациентов были поражены одинаковые районы левого полушария. Брока оказался прозорливым ученым. На основе всего двух случаев он сумел понять, что человеческой речью руководит левое полушарие» (Шойфет, 2006, с.295). Б.Ф.Сергеев считает, что открытие П.Брока было случайным. В книге «Ум хорошо…» (1984) Б.Ф.Сергеев пишет: «Свое открытие Брока сделал случайно. В его клинике лечилось двое больных. Оба поступили к нему из Бисетрской больницы. Первому из них Леборну, в это время был 51 год. К моменту поступления к Брока у него уже более 10 лет наблюдался паралич правой руки и ноги и 21 год он был лишен речи» (Б.Ф.Сергеев, 1984). «Второму больному, по фамилии Лелонг, - продолжает Б.Ф.Сергеев, - было 84 года. Он оказался в хирургической клинике из-за перелома бедра. За девять лет до поступления к Брока после припадка с потерей сознания у него исчезла речь. Сохранилась способность произносить лишь пять слов…» (Б.Ф.Сергеев, 1984). С.Спрингер и Г.Дейч в книге «Левый мозг, правый мозг» (1983), говоря о дискуссиях, вызванных открытием Брока, также отмечают роль фактора случая: «Брока стал невольным участником споров, вызванных его работой. Позднее он заявил, что два его сообщения обществу антропологов были просто попыткой привлечь внимание к любопытному факту, который он случайно наблюдал, и что он вовсе не хотел быть втянутым в дискуссию о локализации центров речи. Несмотря на его протесты, Брока по-прежнему оставался центральной фигурой в этих спорах» (С.Спрингер и Г.Дейч, 1983). Таким образом, в открытии П.Брока мы вновь находим индукцию с фактором случая.

Индукция Хьюлингса Джексона. Выдающийся английский невролог Хьюлингс Джексон (1874) построил концепцию неврологической организации функций, согласно которой нет жесткого соответствия между определенными участками мозга и психическими функциями, причем эти функции характеризуются множественной представленностью в мозге, руководствуясь индукцией. Наблюдения, индуктивно подтолкнувшие Джексона к этой концепции, были следующие. «Изучая нарушения движений и речи при очаговых поражениях мозга, - пишет нейропсихолог Е.Д.Хомская, - Джексон отметил парадоксальное на первый взгляд явление, заключающееся в том, что поражение определенного ограниченного участка мозга никогда не приводит к полному выпадению функции. Больной с очаговым поражением определенной зоны коры часто не может произвольно выполнить требуемое движение или произвольно повторить заданное слово, однако оказывается в состоянии сделать это непроизвольно, т.е. воспроизводя то же самое движение или произнося то же самое слово в состоянии аффекта или в привычном высказывании» (Е.Д.Хомская, «Нейропсихология», 2005). Впоследствии А.Р.Лурия (1962) развил теорию Джексона, отметив, что высшие психические функции не могут быть локализованы в узких зонах мозговой коры, а должны опираться на системы совместно работающих зон. Такие физиологи, как И.П.Павлов, У.Пенфилд и Г.Джаспер, также поддерживали положение о функциональной многозначности мозговых структур.

Индукция Вилли Кюне. Немецкий физиолог В.Кюне (1878) высказал предположение о том, что в розовом веществе сетчатки глаза четкое позитивное изображение предметов формируется так же, как на светочувствительной пленке с помощью объектива фотоаппарата, индуктивно основываясь на следующем опыте. Р.Н.Нурмухаметов в статье «Как мы видим» (журнал «Химия и жизнь», 1966, № 5) повествует: «В 1878 г. немецкий ученый Кюне проделал такой опыт. Он помещал зайца в темную комнату, а затем на короткое время открывал окно. Кюне обнаружил, что розовое вещество сетчатки глаза, известное сейчас под названием зрительный пурпур или родопсин, выцветает таким образом, что на сетчатке появляется четкое позитивное изображение окна. Точно так же, как на светочувствительной фотопленке с помощью объектива фотоаппарата создается изображение предметов, так и на сетчатке глаза изображается то, что мы рассматриваем. Природа подарила человеку фотоаппарат задолго до того, как он его изобрел» (Р.Н.Нурмухаметов, 1966).

Индукция Густава Фритча. Немецкий врач Г.Фритч (1864) пришел к выводу о существовании в мозгу центра движения конечностей, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. А.В.Богданов в книге «Физиология центральной нервной системы» (2005) отмечает: «Фритч был врачом и во время прусско-датской войны 1864 года выполнял свои прямые обязанности. Бинтуя тяжело раненного в голову бойца, он по неосторожности задел его мозг и увидел, как сократились после этого прикосновения его мышцы. Вернувшись в Берлин, он сообщил об этом наблюдении своему другу физиологу Эдуарду Гитцигу. И они тут же решили провести серию экспериментов, чтобы проверить справедливость догадки Фритча. Эксперименты провели на собаке прямо в доме у Гитцига, использовав вместо операционного стола туалетный столик фрау Гитциг. Стимуляция мозга собаки вызвала движение лапы, что подтвердило предположение о локализации двигательных функций в коре головного мозга» (Богданов, 2005, с.19). В 1870 году Г.Фритч и Э.Гитциг экспериментально доказали возможность вызова движений у животных при прямой стимуляции коры больших полушарий. Об этом же пишет А.Р.Лурия в книге «Основы нейропсихологии» (2006): «В 1871 г. были опубликованы результаты известных опытов Фритча и Гитцига, установивших, что раздражение электрическим током определенных участков коры головного мозга собаки вызывает сокращение мышц противоположных конечностей. Так была впервые выделена двигательная зона коры и положено начало точному физиологическому исследованию мозговых функций» (А.Р.Лурия, 2006, с.45).

Индукция Карла Вернике. Немецкий исследователь Карл Вернике (1874) выдвинул идею о том, что центр понимания значения слов находится в височной доле левого полушария, индуктивно основываясь на том, что повреждение височной доли левого полушария приводит к нарушению речи, называемому рецептивной афазией. Это нарушение заключается в том, что люди с повреждением указанного участка – зоны Вернике – не могут понимать слова, то есть они слышат слова, без труда составляют последовательности слов, правильно их артикулируют, но не знают их значения. После того, как Поль Брока (1861) выдвинул идею о том, что центр экспрессии (произнесения) речи находится в левой лобной части мозга, открытие второго нервного центра речи – центра понимания значения слов было значительным шагом вперед в сфере познания мозговых механизмов речи. Р.Л.Аткинсон, Р.С.Аткинсон, Э.Е.Смит и др. в книге «Введение в психологию» (2003) пишут: «Проанализировав эти нарушения, Вернике предложил модель порождения и понимания речи. Хотя возраст модели насчитывает 100 лет, в общих чертах она все еще верна. Взяв ее за основу, Норман Гешвинд разработал теорию, которая известна как модель Вернике-Гешвинда (Гешвинд, 1979). Согласно этой модели, в зоне Брока хранятся коды артикуляции, определяющие последовательность мышечных операций, необходимых для произнесения слова. При передаче этих кодов в моторную зону они активируют мышцы губ, языка и гортани в последовательности, нужной для произнесения слова. С другой стороны, в зоне Вернике хранятся слуховые коды и значения слов. Чтобы произнести слово, надо активировать его слуховой код в зоне Вернике…» (Р.Л.Аткинсон, Р.С.Аткинсон, Э.Е.Смит и др., 2003).

Индукция Германа Мунка. Выдающийся физиолог, ученик И.Мюллера и Дюбуа-Реймона Герман Мунк (1881) пришел к гипотезе о том, что центр зрения находится в задней (затылочной) доле мозга, а центр слуха – в височной доле, индуктивно исходя из своих экспериментов по разрушению различных участков мозга животных. При этом Г.Мунк заметил, что удаление задней (затылочной) доли мозга делало собак и кошек слепыми, а разрушение височных долей – глухими (Г.Глязер, «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Палова», 1950). Об этом же пишет нейропсихолог Е.Д.Хомская в монографии «Нейропсихология» (2005): «Первое описание зрительной агнозии принадлежит Г.Мунку (1881), который, работая с собаками, имеющими поражения затылочных долей мозга, обнаружил, что «собака видит, но не понимает» того, что видит, собака как будто бы видит предметы (так как не наталкивается на них), но не понимает их значения» (Е.Д.Хомская, 2005). Г.Мунк сделал ряд и других открытий в области изучения мозга. Как замечает В.В.Шульговский в книге «Физиология высшей нервной деятельности с основами нейробиологии» (2003), «немецкий исследователь Г.Мунк, стимулируя электрическим током поля лобной коры у человека, обнаружил область организации глазодвигательной функции – в ответ на стимуляцию глазные яблоки отводились в контрлатеральную сторону» (В.В.Шульговский, 2003). Были и другие исследователи, приходившие к аналогичным выводам относительно локализации центров зрения. Герман Хакен в книге «Принципы работы головного мозга» (2001) повествует: «Еще одно важное открытие было сделано во время русско-японской войны 1904-1905 гг. японским врачом Иноуэ. На вооружение русской армии поступила новая винтовка, придававшая пуле большой импульс. При проникающих ранениях в голову японские солдаты в некоторых случаях теряли зрение, хотя их глаза оставались неповрежденными. Иноуэ пришел к выводу, что за зрительное восприятие отвечает задний отдел мозга» (Хакен, 2001, с.22).

Индукция Германа Мунка. Герман Мунк сформулировал предположение о том, что двигательная зона коры мозга, описанная Фритчем и Гитцигом, отвечает, помимо всего прочего, за кожно-мышечную (осязательную) чувствительность, индуктивно осмыслив эксперименты, показавшие, что при удалении двигательной зоны мозга исчезает не только способность к координированному движению, но и осязательная чувствительность. Н.А.Бернштейн в книге «Современные искания в физиологии нервного процесса» (2003) пишет о соответствующих утверждениях и соображениях Мунка: «Эти утверждения обосновывались тем, что при удалении соответствующих областей коры одновременно с параличами конечности возникают явления кожно-мышечной нечувствительности, некоторые держатся гораздо более стойко и сохраняются после полного восстановления движений. Расстройства мышечного чувства при повреждении «двигательной области» отмечали также Нотнагель, Бастиан и, наконец, сам Гитциг склонился к признанию вторичного характера двигательных расстройств при повреждениях коры» (Бернштейн, 2003, с.67).

Индукция Д.Бердона-Сандерсона. Д.Бердон-Сандерсон (1887) выдвинул гипотезу о том, что генерация импульсов может происходить не только в нервных клетках животных, но и в обычных клетках растений, индуктивно исходя из того, что растение, называемое венериной мухоловкой, способно быстро захлопывать свой лист при прикосновении к нему насекомого за счет генерации импульсов в клетках. Г.Шеперд в 1-ом томе книги «Нейробиология» (1987) пишет: «…В 1870-х годах один из важнейших английских физиологов Дж.Бердон-Сандерсон показал, что быстрое захлопывание листа венериной мухоловки, происходящее при прикосновении к нему насекомого (или экспериментатора), сопровождается генерацией импульсов. Таким образом, потенциал действия не является уникальным свойством нервных клеток и даже клеток животных» (Шеперд, 1987, с.150). Об этом же пишет В.А.Опритов в статье «Электрические сигналы у высших растений» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 10): «В 1887 году Бердон-Сандерсон показал, что быстрое движение венериной мухоловки сопровождается распространением в ее лопастях электрических импульсов, которые очень напоминают потенциалы действия в нерве» (В.А.Опритов, 1996).

Индукция Джагадиша Чандры Боса (Бозе). Индийский физиолог Д.Ч.Бос (Бозе) сформулировал идею о том, что некоторые растения в ответ на раздражение генерируют электрические импульсы, подобные импульсам животных, индуктивно основываясь на изучении раздражимости листьев мимозы. В.А.Опритов в статье «Электрические сигналы у высших растений» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 10) отмечает: «В начале XX века решающее значение в изучении процессов раздражимости и возбудимости у растений имели работы выдающегося индийского ученого Д.Боса. Д.Бос проводил опыты на стыдливой мимозе, которая, так же как и насекомоядные растения, проявляет способность к быстрым движениям в ответ на механическое раздражение. Используя весьма чувствительную экспериментальную технику, Д.Бос установил, что раздражение листа мимозы вызывает возникновение в черешке электрических импульсов, которые, распространяясь до листовых подушечек, приводят к их сокращению и опадению листа. Электрические импульсы в черешке мимозы оказались очень похожими на те, которые возникают в ответ на раздражение у животных» (В.А.Опритов, 1996).

Индукция Этьена Марея. Известный нейрофизиолог Этьен Жиль Марей (1876) сделал заключение о существовании рефрактерной фазы в работе нервной системы живых организмов, индуктивно основываясь на своих исследованиях и работах предшественников, показавших, что в сердечном ритме и в ритме деятельности других нервных структур наблюдается фаза невосприимчивости к раздражению той или иной интенсивности. Лауреат Нобелевской премии Ч.Шеррингтон в книге «Интегративная деятельность нервной системы» (1969) пишет: «Рефрактерная фаза впервые привлекла внимание Кронекера и Штирлинга, в 1874 г. изучавших сердце и была истолкована ими как факт, имеющий решающее значение в объяснении сердечного ритма. В 1876 г. Марей столкнулся с тем же явлением и дал ему название, под которым оно известно нам в настоящее время. Годом позже в капитальной работе Романес показал наличие того же явления у медузы. Мнение, будто рефрактерная фаза является существенной характеристикой рефлекторных реакций, долго не находило себе поддержки, во-первых, вследствие незначительной длительности фазы проведения по нервному стволу, и, во-вторых, из-за взгляда на сокращение сердца как явление миогенной природы. Однако в 1899 г. Цваардемакер и Ланс показали наличие рефрактерной фазы в мигательном рефлексе. Под рефрактерным периодом Марей первоначально подразумевал время, в течение которого сердце оказывалось невосприимчивым по отношению к раздражению любой интенсивности. Однако в наше время под рефрактерной фазой подразумевается состояние, при котором независимо от утомления механизм обнаруживает возбудимость ниже максимальной» (Шеррингтон, 1969, с.66). Аналогично история открытия рефрактерной фазы описывается Н.А.Бернштейном в книге «Современные искания в физиологии нервного процесса» (2003). «Во-первых, - отмечает Бернштейн, - Марей нашел (1876), что за каждым импульсом возбуждения следует фаза полной невозбудимости (рефрактерная фаза), весьма короткая и для того времени трудно измеримая; Н.Е.Введенский (1886) косвенными путями оценил ее продолжительность для нерва и мышцы в 2-5 сигм» (Бернштейн, 2003, с.12). Наконец, об этом же пишут М.Б.Беркинблит и Е.Г.Глаголева в книге «Электричество в живых организмах» (1988): «В 1876 г. французский ученый Э.Марей воспроизвел хорошо забытые к тому времени опыты Фонтана, показавшего, что сердце в течение некоторого промежутка времени после возбуждения теряет чувствительность к электрическому раздражению: в это время его нельзя возбудить даже самым сильным током. Марей показал, что таким же свойством обладают и другие мышцы. Он также обнаружил, что когда после некоторого отдыха сердце начинает опять отвечать на стимул, то порог раздражения сначала очень высок, а потом постепенно снижается (рис.7). Этот отрезок времени Марей назвал относительным рефрактерным периодом в отличие от абсолютного рефрактерного периода, когда сердце вообще не отвечает на стимуляцию» (Беркинблит, Глаголева, 1988, с.42).

Индукция Рудольфа Гейденгайна и Вильгельма Вальдейера. Р.Гейденгайн и В.Вальдейер выдвинули гипотезу о том, что нейроны обладают огромной степенью независимости и самостоятельности (т.е. развиваются, питаются и регенерируют каждый как отдельная морфологическая и генетическая единица), индуктивно отталкиваясь от исследований других физиологов (Валер, Тюрк). Эти ученые показали высокую жизнеспособность нервных клеток, продолжающуюся после того, как эти клетки лишаются своих отростков (нервных волокон). Н.А.Бернштейн в книге «Современные искания в физиологии нервного процесса» (2003) отмечает: «Валер, а вслед за ним Тюрк обнаружили еще в 1850-1870-х годах, что нервное волокно живет и питается только до тех пор, пока оно связано со своей клеткой (1852). Если перерезать нервное волокно, то часть его, отделенная от клетки, немедленно начинает перерождаться и отмирать; центральная же часть не только остается жизнедеятельной, но начинает вновь врастать в оболочки отрезанной части, если перерезанный нерв снова сшить. Вальдейер и Гейденгайн могли таким образом утверждать, что нейроны обладают огромной степенью независимости и самостоятельности: развиваются, питаются и регенерируют каждый как отдельная морфологическая и генетическая единица. К этому присоединилось понимание неврона и как отдельной функциональной единицы. Было установлено (Рамон-и-Кахаль), что невроны контактируют друг с другом совершенно подобно тому, как контактирует нерв с концевым органом – мышцей, органом чувств и т.д.» (Бернштейн, 2003, с.28).

Индукция Пауля Флексига. Выдающийся нейроморфолог Пауль Флексиг высказал предположение о необходимости различать в головном мозгу два вида центров: проекционные, непосредственно связанные с органами чувств, и ассоциативные, не связанные с этими органами, но управляющие проекционными центрами, руководствуясь индукцией. Флексиг индуктивно основывался на следующих наблюдениях. Н.А.Бернштейн в книге «Современные искания в физиологии нервного процесса» (2003) констатирует: «Самое замечательное из открытий Флексига состояло, однако, в том, что целый ряд очень крупных областей коры, - можно сказать, преобладающая часть коры по площади – оказались чрезвычайно бедно снабженными проекционными волокнами и, наоборот, очень богатыми в отношении ассоциативных волокон. Иными словами, эти области обнаружили очень скудную непосредственную связь с периферией, но зато оказались связанными огромным множеством волокон с центрами первого рода (центрами органов чувств) и друг с другом» (Бернштейн, 2003, с.80). «Опираясь на эти факты, - поясняет Бернштейн, - Флексиг высказал мнение, что надо различать в головном мозгу два вида центров: 1) проекционные или соматические центры, связанные по преимуществу с проекционными нейронами, и 2) ассоционные центры, не имеющие прямой связи с периферией, но зато, видимо, управляющие первыми центрами и с помощью обширной сети ассоционных волокон осуществляющие сочетания первичных возбуждений, возникающих в этих центрах» (там же, с.80).

Индукция Камилло Гольджи. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1906 год Камилло Гольджи (1873, 1885) пришел к выводу о возможности исследования нервных клеток человеческого мозга путем обработки нервной ткани растворами солей ряда металлов, индуктивно основываясь на своих опытах, преследовавших цель найти вещество, способное окрашивать и выявлять структуру нервной ткани. Во времена К.Гольджи ученые не могли выявить клеточную структуру нервной системы, поэтому спорили друг с другом по поводу того, приложима ли клеточная теория М.Шлейдена и Т.Шванна к мозгу. Г.Шеперд в 1-ом томе книги «Нейробиология» (1987) пишет: «Бедный врач из Павии, Камилло Гольджи, в 1873 г. проводил свои опыты (на кухне, при свете свечи), стараясь улучшить способ выявления нервных клеток. Испытав много разных методов, он попробовал комбинировать фиксацию двухромовокислым калием и импрегнацию серебром. В нервной ткани, к его удивлению, этот метод выявил тут и там несколько клеток с совершенно зачерненными телами и дендритами, вплоть до тончайших концевых ветвей. Гольджи применил созданный им способ окраски к разным видам нервной ткани и в 1885 г. опубликовал свои результаты в исчерпывающей работе на итальянском языке. Вначале эта работа не привлекла особого внимания анатомов. В полной мере этими результатами воспользовался лишь Сантьяго Рамон-и-Кахал, испанский гистолог, работавший в небольшой лаборатории в Барселоне, который случайно натолкнулся на этот способ в 1888 г.» (Шеперд, 1987, с.26). Благодаря открытию К.Гольджи немецкий физиолог В.Вальдейер (1891) обосновал приложимость клеточной теории к центральной нервной системе и создал теорию, которая впоследствии получила название «нейронная доктрина».

«…Сад неврологии представляет исследователю захватывающий, ни с чем не сравнимый спектакль. В нем мои эстетические чувства находили полное удовлетворение. Как энтомолог, преследующий ярко окрашенных бабочек, я охотился в красном саду серого вещества за клетками с их тонкими элегантными формами, таинственными бабочками души, биение крыльев которых, быть может, когда-то – кто знает? – прояснит тайну духовной жизни».

Сантьяго Рамон-и-Кахаль

Индукция Сантьяго Рамон-и-Кахаля. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1906 год Рамон-и-Кахаль (1889) высказал идею о проводящей способности дендритов (коротких отростков нейронов), индуктивно исходя из обнаружения этой способности у дендритов в сетчатке, обонятельной луковице, мозжечке и спинном мозге. Кроме того, Кахаль (1889) провел смелую аналогию между толстыми периферическими отростками чувствительных клеток и дендритами нейронов центральной нервной системы. Как отмечает Кахаль в своей книге «Автобиография» (1985), «Ван Гехухтен в 1891 г. высказал критическое отношение к моему смелому отождествлению дендритов с рецепторными отростками чувствительных клеток» (Кахаль, 1985, с.121). Другими словами, зная и о способности длинных отростков нейронов – аксонов проводить нервные импульсы, Кахаль по аналогии решил, что и короткие отростки нейронов – дендриты способны передавать нервные сигналы.

Индукция Сантьяго Рамон-и-Кахаля. Рамон-и-Кахаль сформулировал принцип динамической поляризации нейрона, согласно которому нервные сигналы движутся в нервной ткани в одном направлении: дендрит – тело нервной клетки – аксон, при помощи индукции. В частности, Кахаль индуктивно основывался на том, что такой способ распространения нервного импульса был наиболее вероятен для нервных клеток сетчатки, обонятельной луковицы, мозжечка и спинного мозга. В книге «Автобиография» (1985) Кахаль очень высоко оценивает этот теоретический результат. «В отношении теории, - писал он, - я рассматриваю как наиболее удачную из моих концепций принцип динамической поляризации, который уже содержался в зародыше в моих спекулятивных попытках 1889 г. С удовольствием отмечаю, что в разработку и формулирование этой концепции внес важный вклад профессор Ван Гехухтен» (Кахаль, 1985, с.120). Кахаль показал, что нервный импульс распространяется внутри нейрона не по всем направлениям, как звук или свет, а проходит постоянно только в одном направлении, как вода в водяной мельнице. Помимо индукции, здесь сыграла свою роль и дедукция. Кахаль рассуждал: нервная система, состоящая из нейронов, посылает свои команды (нервные импульсы) отдельным органам с высокой точностью. Если бы нервный импульс распространялся в нейроне во всех направлениях, то есть хаотически, то такая точность была бы невозможна. Следовательно, нервный сигнал идет лишь в одном направлении.

Индукция Сантьяго Рамон-и-Кахаля. Рамон-и-Кахаль (1890) выдвинул гипотезу о том, что механизмом эмбрионального развития аксонных отростков нейрона является формирование конуса роста, индуктивно отталкиваясь от своих микроскопических исследований, в ходе которых он обнаружил различные стадии роста нервных отростков. «Мне посчастливилось, - отмечает Кахаль в книге «Автобиография» (1985), - впервые увидеть фантастическое зрелище окончания растущего аксона. На срезах 3-дневного куриного эмбриона окончание выглядит как скопление протоплазмы конической формы, обладающее амебоидными движениями. Я дал ему название «конус роста». Подтвержденный Леноншеком, Ретциусом, Келликером и

Атиасом, а позднее Гельдом, Гаррисоном и другими, ныне это один из обычных фактов в развитии нервной системы» (Кахаль, 1985, с.115). Кроме того, Кахаль обнаружил, что все дендриты и аксоны нейрона в процессе своего эмбрионального развития проходят стадию проб и ошибок, когда многие нервные отростки гибнут, а остаются только полезные отростки, достигшие своих мишеней. Впоследствии эта находка вновь привлекла внимание другого нобелевского лауреата Р.Леви-Монтальчини. Кахаль вспоминает о своих исследованиях 1890 года: «Здесь я натолкнулся на интересный биологический факт. Я заметил, что каждая ветвь, дендритная или аксонная, в процессе развития проходит хаотическую стадию, или стадию проб, в течение которой она посылает наугад отростки, которым суждено исчезнуть. Позднее, когда прибывают афферентные нервные волокна или когда нейроны окончательно сформируются, то остаются только полезные отростки, а бесполезные или первопроходцы адсорбируются. В этом случае природа поступает как садовник, оставляющий здоровые и иссекающий больные побеги» (Кахаль, 1985, с.116).

Индукция Сантьяго Рамон-и-Кахаля. Догадка Кахаля о потенциальной возможности регенерации тех отделов нервной системы, которые в нормальных условиях не регенерируют, возникла при индуктивном обобщении опытов его ученика Тельо. В книге «Автобиография» (1985) Кахаль пишет: «Как показал Тельо в своих блестящих экспериментах, если кусочек дегенерирующего нерва поместить в мозговую рану, то аксоны пирамидных клеток, самые апатичные из нервных волокон и наиболее сопротивляющиеся любому регенеративному процессу, выходят из состояния инертности, набухают и посылают очень длинные ростки, проникающие в нервный имплантант с такой же активностью и способностью роста, какие характеризуют поврежденный седалищный нерв. Такие факты большого биологического значения четко опровергали догму о неспособности центральных путей мозга к регенерации» (Кахаль, 1985, с.205).

Индукция Владимира Бехтерева. В.М.Бехтерев (1887) выдвинул гипотезу о том, что центром эмоциональных реакций является таламическая область мозга, индуктивно основываясь на том, что при разрушении таламуса у собак и кошек исчезали эти реакции. С.Я.Чикин в книге «Врачи-философы» (1990) констатирует: «Своеобразны эксперименты В.М.Бехтерева с иссечением и раздражением участков нервной системы. С помощью этих опытов ему вместе со своими учениками удалось установить, что в промежуточном мозге расположены центры, регулирующие деятельность сердца, кровеносных сосудов, желудочно-кишечного тракта, мочевого пузыря и других органов. Он считал их жизненно важными центрами. Кроме того, им было установлено, что в этом отделе мозга, называемом таламическим, находятся также и центры, вызывающие эмоции» (Чикин, 1990, с.346). Аналогичные исследования проводили В.Гесс, У.Кеннон, Ф.Бард. В 1925 году У.Кеннон подтвердил результаты Бехтерева, показав исчезновение эмоций при повреждении нижней передней части таламической области. Г.Шеперд в книге «Нейробиология» (1987) пишет: «Высшим достижением на этом раннем этапе явились результаты, полученные У.Гессом из Цюриха: в 1928 г. он показал, что раздражение гипоталамуса у кошек может сопровождаться агрессивным поведением с внешними признаками ярости или оборонительным поведением с проявлением страха. Примерно в это же время гарвардские исследователи У.Кеннон и его студент Ф.Бард изучили влияние перерезок на разных уровнях головного мозга на поведение кошек. Они нашли, что после перерезки выше гипоталамуса, т.е. удаления переднего мозга (коры и базальных ганглиев) и таламуса, животное становится раздражительным и на самое незначительное воздействие отвечает реакцией ярости (оскаливает зубы, шипит и выпускает когти)» (Шеперд, 1987, том 2, с.278). Но за эмоциональные проявления отвечают не только указанные зоны мозга.

Индукция Х.Клювера и П.Бьюси. Физиологи Х.Клювер и П.Бьюси (1939) склонились к мнению о локализации центров эмоциональных реакций в височных долях мозга, индуктивно исходя из того, что удаление височных долей коры большого мозга у обезьян приводит к синдрому, позднее названному их именем. У обезьяны, до операции являвшимся агрессивным самцом, после экстирпации височной доли исчезла былая агрессивность и страх. В 1949 году психолог П.Д.Мак-Лин установил, что изменение эмоционального поведения животных происходит в результате удаления миндалины (амигдалы), расположенной в височной области. Отсюда он сделал вывод о важной роли мигдалины в реализации эмоционального ответа. В 1937 году чикагский невропатолог Дж.У.Папец предположил, что сингулярная кора, энторинальная кора, гиппокамп, гипоталамус и таламус образуют круг, имеющий непосредственное отношение к мотивации и эмоции. П.Д.Мак-Лин (1949) включил в эту систему также миндалину и назвал эту систему лимбической. Физиолог Дж.Е.Леду (1987) подтвердил результаты исследований Клювера, Бьюси и Маклина, показав, что для развития условного эмоционального ответа необходимо центральное ядро миндалины. В дальнейшем исследователи, исходя из теории английского невролога 19 века Хьюлингса Джексона (1879) об отсутствии жесткого соответствия между определенными участками мозга и психическими функциями, по аналогии склонились к заключению о множественном представительстве эмоций в мозге и о существовании в нем параллельных нервных структур, ответственных за эмоции.

Индукция Сергея Корсакова. Русский психиатр С.С.Корсаков (1887) сформулировал идею о том, что функцией гиппокампа является организация процессов памяти, что гиппокамп ответствен за сохранение следов памяти, индуктивно основываясь на морфологическом исследовании мозга больных, погибших от хронического алкоголизма. Сначала Корсаков описал картину грубых расстройств памяти, возникающих на почве алкогольного отравления. Эти грубые расстройства получили название синдрома ретроградной амнезии, то есть синдрома забывания событий, имевших место в прошлом. Затем Корсаков исследовал мозг больных, умерших от хронического алкоголизма, и заметил в нем разрушение (деструкцию) гиппокампа обоих полушарий мозга. Обнаружив потерю памяти на текущие события у больных с разрушенным гиппокампом, Корсаков индуктивно склонился к мысли о наличии связи между деятельностью гиппокампа и сохранением информации в мозге. В 1966 году американский нейрохирург П.Милнер вводил в сонную артерию больного с односторонним поражением гиппокампа амитал натрия, выключающий на короткий срок гиппокамп в обоих полушариях, и при этом наблюдал кратковременные, но грубые нарушения общей памяти. Это подтвердило представление о причастности гиппокампа к процессам сохранения следов памяти (В.В.Шульговский, «Физиология высшей нервной деятельности с основами нейробиологии», 2003).

Индукция Бернарда Алоиза Гуддена. Немецкий невролог Б.Гудден (1896) высказал предположение о том, что одним из нервных центров памяти могут быть маммилярные тела заднего гипоталамуса мозга, индуктивно основываясь на том, что в мозге людей, страдавших грубейшими нарушениями памяти и умерших от алкогольной интоксикации, наблюдается дегенерация обоих маммилярных тел заднего гипоталамуса. Позднее физиологи дали описание нарушений памяти при поражении ядер среднего мозга, таламуса, височных отделов мозга, маммилярных тел, лобных долей мозга, что дополнило представления С.С.Корсакова и Б.Гуддена об обусловленности процессов памяти деятельностью гиппокампа и заднего гипоталамуса. Еще В.М.Бехтерев (1900) обратил внимание на то, что поражение внутренних отделов височной области приводит к нарушениям памяти, иногда напоминающим корсаковский синдром. Грюнталь (1939) отметил, что такие же нарушения памяти могут возникать в результате поражения маммилярных тел, которые сосредоточивают волокна, идущие от гиппокампа в составе круга Папеца, а также от других глубоких образований мозга. В 1963 году А.Р.Лурия, основываясь на том, что больной с массивным поражением лобной области не способен запомнить предлагаемую информацию (ряд слов или изображений), пришел к выводу о причастности лобных долей к сохранению следов памяти (А.Р.Лурия, «Основы нейропсихологии», 2006). Области мозга, ответственные за память, частично совпадают с нервными центрами, ответственными за эмоции.

Индукция Давида (Дэвида) Ферье. Французский врач Д.Ферье (1888) пришел к выводу о существовании кожного потенциала, в определенной степени отражающего эмоциональные переживания человека, индуктивно исходя из того, что если пропускать через определенную часть тела слабый электрический ток, то можно наблюдать систематические изменения его кожной проводимости. Эти изменения зависят от эмоционального возбуждения. Как пишет нейрофизиолог Ю.И.Александров, «собственно, история психофизиологии начинается с истории открытия в 1888 г. кожно-гальванической реакции (КГР) французским врачом Ферье. Он исследовал больную с жалобами на ощущения электрического покалывания в кистях и ступнях. Во-первых, Ферье заметил, что эти ощущения усиливались в ходе эмоциональных переживаний при вдыхании запахов, рассматривании цветных стекол и прислушивании к звуку камертона. Во-вторых, Ферье обнаружил у этой больной систематические изменения кожной проводимости (сопротивление кожи) предплечья при пропускании через него слабого тока. Через два года, в 1890 г., ученый Тарханов независимо от Ферье описал так называемый кожный потенциал, изменяющийся при внутренних переживаниях и сенсорной стимуляции» («Психофизиология» под ред. Ю.И.Александрова, 2006). Об этом же пишет историк медицины М.С.Шойфет: «Исследуя биоэлектрические явления в животном организме, Тарханов впервые описал в 1889 году кожногальванический (КГР), или психогальванический, рефлекс, который обусловлен главным образом деятельностью потовых желез. Это явление изменения электрического сопротивления кожи как своеобразной реакции на эмоциональное возбуждение» (Шойфет, 2006, с.396). Известный психолог, автор теории коллективного бессознательного Карл Юнг был первым, кто попытался использовать КГР в качестве объективного физиологического инструмента для изучения бессознательного. Именно К.Юнг в 1907 году впервые показал связь КГР с интенсивностью эмоционального переживания: чем сильнее затрагивает нас то или иное событие, тем сильнее выражена КГР. Позже было показано, что КГР служит даже лучшим индикатором эмоций, нежели субъективный отчет.

Индукция Джона Лэнгли (Ленгли). Английский физиолог Джон Лэнгли (1889, 1892) выдвинул гипотезу о том, что вещество табака - никотин нарушает передачу возбуждения в нервных волокнах, индуктивно базируясь на опытах, в которых электрическое раздражение нервных волокон, идущих к определенным вегетативным ганглиям, не вызывало в этих волокнах никаких реакций после введения в них никотина. И.Е.Кисин в статье «Химический «нож» против гипертонии» (журнал «Химия и жизнь», 1970, № 9) пишет: «В XVI веке из Америки в Европу завезли табак. А в 1889 г. английский физиолог Дж.Ленгли обнаружил, что действующее начало табака – никотин оказывает влияние на ганглии вегетативной нервной системы. Ленгли раздражал электрическим током нервные волокна, идущие к определенным вегетативным ганглиям, и регистрировал возникающие при этом реакции (сужение сосудов, усиление движений кишечника). И оказалось, что после введения никотина раздражение преганглионарных волокон не вызывало никаких последствий, хотя раздражение нервных волокон, расположенных после ганглия, давало обычную реакцию. Очевидно, никотин каким-то образом нарушал передачу возбуждения в ганглии» (И.Е.Кисин, 1970).

Индукция Джона Лэнгли (Ленгли). Джон Лэнгли (1906) высказал предположение о том, что в нервной системе существуют химические вещества, опосредующие передачу нервных импульсов, индуктивно отправляясь от существования в природе химических веществ – мускарина и никотина, которые воспроизводят определенные реакции нервных структур. Здесь индукция очень похожа на аналогию – переход от природных веществ, угнетающих или стимулирующих некоторые реакции нервов, к веществам, содержащимся в самом мозге и нервных волокнах. В.Б.Прозоровский в статье «Лауреаты и виагра» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 2) констатирует: «В 1906 году знаменитый английский физиолог и гистолог Джон Ленгли, исследуя эффекты природных ядов – мускарина из мухомора и никотина из табака, установил, что они воспроизводят реакции, возникающие при раздражении нервов. Значит, рассуждал Ленгли, вполне возможно, что и в норме нервные импульсы передаются посредством особых химических веществ. Эти гипотетические вещества Ленгли назвал «медиаторами» (посредниками), а вещества «принимающих» клеток, которые, согласно его теории, должны были избирательно связываться и с медиаторами, и с ядами, «рецептивной субстанцией» (В.Б.Прозоровский, 2000). Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас и П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003) пишут: «В 1892 годы Лэнгли предположил, что синаптическая передача в вегетативных ганглиях млекопитающих имеет химическую природу, а не электрическую. Он основывался на наблюдении о том, что передача через цилиарный ганглий избирательно блокируется никотином» (Николс и др., 2003, с.167).

Индукция Марии Михайловны Манассеиной. Русская женщина-физиолог М.М.Манассеина (1870-е годы) сформулировала идею о том, что сон для организма важнее пищи, индуктивно основываясь на опытах с щенками, которых она лишала сна. Эти опыты она проводила по совету русского физиолога Ивана Тарханова, который разделяет с Феррье приоритет открытия кожно-гальванического рефлекса. В.М.Ковальзон в статье «Знаменательный год в истории русской сомнологии» (научно-образовательный портал «Neuroscience», 2003) пишет: «Тарханов, между прочим, чрезвычайно интересовался проблемой сна; вероятно, под его влиянием сотрудница и ученица М.М.Манассеина провела первые в истории науки опыты на щенках с длительным лишением сна. Оказалось, что все животные при этом неизменно погибали в течение 5 суток, причем, чем моложе щенок, тем быстрее наступала смерть. Анализируя свои результаты, Манассеина пришла к выводу, что сон для организма важнее пищи» (В.М.Ковальзон, 2003). Об этом же пишет А.М.Вейн в книге «Сон – тайны и парадоксы» (2003): «Без еды человек может прожить месяц, даже полтора. Без сна трудно протянуть и неделю. Что же происходит в организме во время бессонницы? Первые опыты ученых начались на животных. М.М.Манассеина экспериментировала с щенками. Лишенные сна щенки погибали через шесть дней. Вскрытие обнаружило у них в мозге кровоизлияние» (А.М.Вейн, 2003).

Индукция Анри Пьерона. Физиолог А.Пьерон (начало 20 века) пришел к выводу о том, что длительное лишение сна приводит к деградации нервных клеток лобных долей мозга, индуктивно основываясь на экспериментах по исследованию нервных клеток собак, которым длительное время не давали спать. А.М.Вейн в книге «Сон – тайны и парадоксы» (2003) указывает: «Попытку проникнуть в тайну сна предприняли французские ученые Лежандр и Пьерон. Не предрешая заранее, что представляет собой «сонный яд», они поставили опыты на собаках. День за днем собакам, привязанным к стене короткой веревкой, не давали спать. На десятый день собаки уже не могли ни открыть глаз, ни пошевельнуть лапой. Чтобы они не задохнулись в ошейниках, их приходилось поддерживать. Жить им оставалось не более суток; собак умерщвляли и подвергали исследованию их мозг. С нервными клетками в лобных долях творились страшные вещи, они словно перенесли нападение врагов. Форма их ядер менялась, мембрана, казалось, была изъедена лейкоцитами. Если же собакам перед умерщвлением давали хоть немного поспать, никаких изменений в клетках не было» (А.М.Вейн, 2003).

Индукция Анри Пьерона. Физиолог А.Пьерон (начало 20 века) высказал гипотезу о гуморальной природе сна, согласно которой причина сна состоит в отравлении мозга веществами, появляющимися в крови при утомлении организма, индуктивно основываясь на весьма интересных опытах. В этих опытах осуществлялось введение в кровь только что проснувшихся и хорошо выспавшихся собак сыворотки крови собаки, которая на длительное время насильственно лишалась сна. Это вызывало повторное засыпание проснувшихся собак.

Как пишет нейрофизиолог Ю.И.Александров, «различие механизмов медленного и быстрого сна подтверждается также и в нейрогуморальных концепциях сна, основоположником которых является А.Пьерон. Еще в начале прошлого столетия в экспериментах на собаках он обнаружил, что если собаке ввести спинномозговую жидкость других собак, лишенных сна в течение суток, она засыпает. Исходя из этого, Пьерон предположил, что наступление сна связано с накоплением в организме определенных веществ (гипнотоксинов). Впоследствии «фактор сна» многочисленные исследователи выделяли из спинномозговой жидкости, крови и мочи различных животных, и с каждым годом увеличивался список обнаруженных в организме веществ, связанных со сном» («Психофизиология» под ред. Ю.И.Александрова, 2006). А.М.Вейн в книге «Сон – тайны и парадоксы» (2003) пишет об экспериментах А.Пьерона, которые он проводил совместно с Р.Лежандром: «Клетки мозга во время бессонницы пожирал какой-то яд. Лежандр и Пьерон так и назвали его – «сонный яд». Лежандру и Пьерону предстояло найти подтверждение своей гипотезе, и они его нашли. Они брали от долго не спавших собак кровь, спинномозговую жидкость и экстракт из головного мозга и вводили их нормальным собакам. Собаки тотчас обнаружили все признаки утомления и впадали в глубокий сон» (А.М.Вейн, 2003).

Индукция Константина Экономо. Австрийский физиолог Константин Экономо (1918, 1926) высказал идею о существовании в гипоталамусе двух центров сна, один из которых препятствует наступлению сна, а второй – наоборот, стимулирует сон, индуктивно исходя из результатов исследования солдат первой мировой войны, чья гипоталамическая область мозга была поражена вирусом, вызывающим летаргический энцефалит. До К.Экономо области мозга, поражаемые летаргическим энцефалитом, который ранее назывался болезнью «нона», изучал венский акулист Маутнер. Сергей Иванов в книге «Утро вечера мудренее» (1983) пишет: «В начале первой мировой войны соотечественник Маутнера, невролог Экономо попал в очаг эпидемии «ноны», вспыхнувшей на фронте. Сотни солдат были охвачены патологической сонливостью. Многие засыпали стоя, но, каким бы ни был глубоким их сон, они всегда откликались на зов и правильно отвечали на вопросы. Можно было подумать, что их странное состояние – результат какого-то шока или гипноза. Но это был, как доказал доктор Экономо, летаргический энцефалит, вызываемый вирусом, который предпочитает гнездиться, главным образом, в задних отделах гипоталамуса и верхних отделах мозгового ствола. Экономо предположил, что в гипоталамусе есть два центра. Поражение одного из них может вызвать патологическую бессонницу, которой жертвы ноны тоже страдали, а поражение другого – непрерывную сонливость. Экономо был на правильном пути: в дальнейшем выяснилось, что сонливость может быть вызвана не только вирусом, но и любой поломкой в этой части мозга» (С.Иванов, 1983). Об этом же пишет В.М.Кандыба в книге «Энциклопедия загадок и тайн» (1998): «В 20-х годах нашего века австрийский врач-невролог Экономо, исследуя мозг людей, погибших от летаргического энцефалита во время эпидемии, обнаружил наиболее частые разрушения в области, составляющей так называемый промежуточный и средний мозг (особенно в их сером веществе, представляющем скопление нервных клеток). В это же время швейцарский исследователь Гесс разработал метод введения электродов в глубокие отделы мозга, позволяющий изучать их функции по результатам непосредственного раздражения током» (В.М.Кандыба, 1998).

Индукция Вальтера Гесса. Швейцарский физиолог, лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1949 год Вальтер Гесс (Вальтер Хесс) пришел к идее о существовании в промежуточном мозге (таламусе) центра сна, индуктивно осмыслив свои опыты по изучению функций гипоталамуса кошек с применением электрического раздражения соответствующих областей мозга. В ходе своих экспериментов В.Р.Гесс наблюдал, что раздражение определенных участков промежуточного мозга электродами вызывает у животных состояние, не отличающееся от естественного сна. Л.Я.Бляхер в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975) указывает: «Начиная с 1928 г.

швейцарский физиолог В.Р.Гесс для изучения функций гипоталамической области стал применять в опытах на кошках электрическое раздражение вживленными на длительный срок электродами. Он наблюдал, что раздражение определенных участков промежуточного мозга вызывает у животных состояние, не отличающееся от естественного сна. Эксперименты привели Гесса к заключению о существовании в промежуточном мозгу центра сна» (Бляхер, 1975, с.90). Об этом же пишет Ю.И.Александров в книге «Психофизиология» (2006): «Первыми экспериментальными исследованиями, свидетельствующими о существовании центра сна, были работы В.Гесса. Показав, что слабое электрическое раздражение четко ограниченной области промежуточного мозга у подопытных кошек вызывало сон со всеми подготовительными фазами (потягивание кошки, умывание, принятие характерной позы), В.Гесс высказал предположение, что существует центр, возбуждение которого обеспечивает наступление естественного сна. В дальнейшем опыты В.Гесса были подтверждены многочисленными исследователями…» (Ю.И.Александров, 2006).

Индукция А.Азеринского и Н.Клейтмана. Известные физиологи А.Азеринский и Н.Клейтман (1953) выдвинули гипотезу о существовании парадоксальной стадии сна, характеризующейся быстрыми движениями глаз, индуктивно отталкиваясь от опытов по исследованию электрических колебаний спящего мозга. Как указывает психолог Ж.Годфруа, «долгое время полагали, что медленноволновый сон – единственный вид сна, пока однажды Азеринский и Клейтман в 1953 году после волн, характерных для четвертой стадии, то есть глубокого сна, не обнаружили электрическую активность иного типа. Сначала подумали, что это просто возврат к первой стадии (легкому сну), но потом вскоре поняли, что речь идет о какой-то неизвестной ранее стадии. Действительно, спящий в это время находится в полной неподвижности вследствие резкого падения мышечного тонуса, тогда как деятельность мозга возрастает, как будто человек просыпается. Тем не менее, одни лишь глаза совершают быстрые движения под сомкнутыми веками» (Ж.Годфруа, «Что такое психология», 1992). Это стадия БДГ – сон с быстрыми движениями глаз, называемый также парадоксальным сном из-за наблюдаемого несоответствия между состоянием тела и активностью мозга. Если разбудить спящего во время стадии БДГ, то можно услышать его рассказ о том, что он видел во сне. Доктор биологических наук Елена Наймарк в статье «Наука во власти сна» (журнал «Что нового в науке и технике», 2005, № 7-8) отмечает: «ЭЭГ стали применять в медицинской практике в 30-е годы прошлого века, но вот присоединить электроды к спящей голове на всю ночь догадались только через двадцать лет. Это впервые проделали ученые Чикагского университета Н.Клейтман и Ю.Азеринский – оба выходцы из России. Их первым испытуемым стал маленький сын Азеринского, который спокойно спал с электродами на голове, а два ученых с интересом наблюдали за этим процессом всю ночь. Результаты записей оказались столь неожиданными, что Клейтман уговорил поспать с электродами и свою дочь. Результаты подтвердились. Оказалось, что во время сна мозг вовсе не бездействует, и его ЭЭГ совсем не похожа на монотонную синусоиду» (Е.Наймарк, 2005).

Индукция Вильяма Демента. В.Демент (1960-е годы) сформулировал идею о возможности изучать физиологические особенности нарколепсии на собаках, индуктивно исходя из сообщения одного из его знакомых, что его домашний доберман периодически испытывает приступы нарколепсии, похожие на те, что характерны для некоторых людей. Благодаря этому сообщению (подсказке) В.Демент открыл экспериментальную модель нарколепсии. В.М.Ковальзон в статье «Раскрыта природа нарколепсии» (журнал «Природа», 2005, № 11) пишет: «Детальное изучение нарколептических приступов показало, что в большинстве случаев они представляют не что иное, как внезапное, совершенно неадекватное включение механизма парадоксального сна прямо из бодрствования! А разнообразие форм приступов отражает преимущественное поражение тех или иных отдельных частей этого механизма. Для понимания сути таких нарушений нужна была экспериментальная модель нарколепсии. Обнаружили ее случайно: однажды в середине 60-х годов знаменитый американский сомнолог Вильям Демент, один из первооткрывателей парадоксального (быстрого) сна, ученик легендарного Натаниэля Клейтмана, как-то рассказывал друзьям о пациентах-нарколептиках, с которыми тогда работал в клинике. Вдруг один из знакомых воскликнул: «Позволь, но ведь то, что ты так красочно описываешь, очень похоже на приступы, которые я иногда наблюдаю у своего добермана!» Действительно, из ветеринарной и кинологической литературы выяснилось, что у домашних животных - собак, коров и лошадей – изредка отмечаются катаплексические приступы, похожие на нарколепсию человека. У собак эти приступы также провоцируются эмоциональным возбуждением, происходящим во время игры или, чаще всего, при виде любимой пищи. Заболевание наследуется по так называемому аутосомно-рецессивному типу; значит, для получения стопроцентно больного потомства необходимо, чтобы «нарколептиками» были оба родителя. Демент и его сотрудники с помощью классических методов селекции (скрещивания и отбора) вывели «чистую линию» собак-нарколептиков-доберман-пинчеров и лабродоров. Вскоре их была уже целая стая» (В.М.Ковальзон, 2005).

Индукция Вильяма Демента. В.Демент (1960) пришел к выводу о существовании явления, впоследствии названного эффектом компенсации быстрого сна, индуктивно исходя из своих экспериментов по депривации быстрого сна, во время которого люди видят сновидения. В.Демент обратил внимание на то, что если человеку искусственным путем не давать возможность видеть сны, то это приводит к увеличению продолжительности сновидений в последующие ночи. Как отмечает историк психологии Р.Р.Хок, «после депривации быстрого сна увеличивалось как число попыток увидеть сновидение, так и продолжительность сновидений. В.Демент отметил также, что это возрастание наблюдалось несколько ночей подряд и приблизительно достигало величины, равной потерям в результате депривации. В то время еще не использовался термин, которым сейчас называют это выдающееся открытие, - эффект компенсации быстрого сна» (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Вильяма Демента. В.Демент сделал заключение о том, что мозг, лишенный возможности видеть сны, становится крайне возбудимым, индуктивно исходя из одного случайного наблюдения: одна из кошек, которую в течение 20-ти дней лишали сновидений, получив слабый электрический шок, неожиданно забилась в конвульсиях. Л.Уотсон в очерке «Ошибка Ромео» (сборник «Жизнь земная и последующая», 1991) пишет: «Вильям Демент и его сотрудники из Станфордского университета несколько лет работали с кошками и обнаружили, что более чем двадцатидневное лишение сновидений приводило кошек в беспокойное и напряженное состояние и, кроме того, наблюдались признаки увеличенной реакции. По чистой случайности одна из этих возбудимых кошек получила слабый электрический шок из-за неисправности записывающего устройства, к которому она была подключена. В обычном случае такой стимул не произвел бы никакого заметного действия, эту же кошку он довел до конвульсий. Мозг, лишенный возможности видеть сны, становится крайне возбудимым, и если ему вновь позволить спать без внешних вмешательств, чтобы восполнить недостачу, впадает в длительный период непрерывных сновидений. После того как закончились конвульсии, станфордская кошка заснула, но мониторы показали, что она видела сновидения не чаще, чем другие, не участвовавшие в эксперименте кошки. Электрический шок, закончившийся конвульсиями, дал, по-видимому, ту разрядку, какую тело обычно получает во время сновидения. Это поразительное открытие побудило Демента исследовать картину сна людей до и после электрошоковой терапии» (Л.Уотсон, 1991). Таким образом, заключение В.Демента о том, что мозг, лишенный возможности видеть сны, становится крайне возбудимым, представляло собой индукцию с фактором случая.

Индукция Дж.Френча. Известный биопсихолог Дж.Френч (1957) сформулировал представление о том, что переход от сна к бодрствованию и наоборот определяется активностью ретикулярной формации, индуктивно исходя из следующих полученным им результатов. Френч обнаружил, что кошки с ампутированной (удаленной хирургическим путем) ретикулярной структурой впадали в кому, из которой их невозможно было вывести. Кроме того, он заметил, что если в ретикулярную систему кошки вживить электрод, а потом позволить животному заснуть, то кошка легко и естественно пробуждалась после слабой электрической стимуляции ретикулярной системы (Н.Хейес, С.Оррелл, «Введение в психологию», 2003). Именно поэтому сегодня ученые к числу структур мозга, контролирующих сон, а если точнее, смену сна и бодрствования, относят и ретикулярную формацию.

Индукция Чарльза Вогана. Чарльз Воган пришел к выводу о том, что животные тоже видят сны, индуктивно исходя из следующего случайного эксперимента: макаки, которые в состоянии бодрствования должны были нажимать на рычаг при виде возникающего перед ними на экране образа, продолжали выполнять это задание, даже находясь в состоянии сна. Л.Уотсон в очерке «Ошибка Ромео» (сборник «Жизнь земная и последующая», 1991) указывает: «Невозможно же спросить животное, видит оно сны или нет, однако Чарльз Воган из Питтсбургского университета именно так и поступил. Как большинство самых ярких открытий, это наблюдение было случайным и произошло во время экспериментальной проверки реакции макак-резусов на ограничение чувственного восприятия. Обезьян сажали в кресло в модифицированной телефонной будке и наказывали электрическим разрядом всякий раз, когда им не удавалось достаточно быстро нажать на рычаг при виде возникающего перед ними на экране образа. Им показывали разные слайды, и макаки очень успешно нажимали на рычаг, успевая безошибочно использовать его до трех тысяч раз в час. Затем Воган вкючил стандартный звук падающей воды, вставил подопытным темные контактные линзы и полностью отгородил кабину от всякой внешней стимуляции. Он думал, что в ситуации полной монотонности обезьяны, как и люди, будут видеть галлюцинации и в результате выработанного рефлекса нажимать на рычаг. К сожалению, обезьяны реагировали на монотонность в точности как люди, - они заснули. Вот тут-то исследователи и были вознаграждены открытием. Обезьяны, как только их глаза стремительно задвигались во сне, стали нажимать на рычаг. Их сновидения длились по несколько минут, они видели образы, глубоко дышали, раздували ноздри, корчили рожи и издавали различные звуки, нажимая все время на рычаг. Этот же эксперимент проводится сейчас с крысами, кошками и собаками» (Л.Уотсон, 1991).

Индукция Марселя Монье. Швейцарский нейрофизиолог М.Монье (1965) выдвинул идею о существовании в мозге веществ, вызывающих сон, индуктивно основываясь на своих опытах, в которых ему удалось выделить из крови, оттекающей от головного мозга спящих кроликов, полипептид, который при введении в вену других кроликов быстро успыплял их. А.Борбели в книге «Тайна сна» (1989) пишет о том, как М.Монье выделил полипептид сна, названный DSIP: «С помощью двух студентов-медиков, Теодора Колера (который сейчас профессор клеточной биологии в Федеральном институте технологии в Цюрихе) и Люциуса Гесли (ныне профессор физиологии в Базеле), он разработал методику забора крови у спящих животных и с помощью полупроницаемой мембраны выделил из плазмы определенную составную часть, в которой могло содержаться искомое «вещество сна». Действительно, когда эту фракцию вводили нормальным животным, они засыпали. Как и Паппенхаймер (который также искал вещество сна – Н.Н.Б.), Монье на последующих стадиях своей работы воспользовался помощью химика Гвидо Шоненбергера, который очистил и выделил активное вещество. В конце концов, удалось показать, что электрическое раздражение мозга вызывает образование пептида, состоящего из девяти аминокислот. Это вещество было названо дельта-сон индуцирующим пептидом (в отечественной научной литературе его называют еще пептид дельта-сна (ПДС)), потому что он, главным образом, вызывает сон с медленными волнами на

ЭЭГ. Поскольку точная химическая структура DSIP была установлена, этот пептид можно было синтезировать без особых трудностей в химической лаборатории» (А.Борбели, 1989).

Индукция Мишеля Жуве. Французский исследователь сна Мишель Жуве высказал предположение о том, что нейромедиатор серотонин играет важную роль в регуляции сна, индуктивно отталкиваясь от опытов, в которых введение животным ингибитора синтеза серотонина (PCPA) подавляло парадоксальный сон, во время которого люди обычно видят сны. М.Жуве учитывал также тот факт, что введение животным непосредственного предшественника серотонина, из которого он синтезируется – 5-гидрокситриптофана – приводит к восстановлению сна. А.Борбели в книге «Тайна сна» (1989) пишет: «Жуве и его сотрудники, а также швейцарский физиолог Вернер Келла, работавший в то время в США, показали, что инъекции животным PCPA приводят к длительной потере сна. Если этим же животным ввести 5-гидрокситриптофан, то их нервные клетки вновь могут в течение некоторого времени синтезировать серотонин, так как заблокированный этап в цепи синтеза оказывается обойденным. Было обнаружено, что введение этого непосредственного предшественника серотонина животным, которым перед этим вводили PCPA, приводит к кратковременному восстановлению сна. Эти опыты подтвердили важную роль серотонина в регуляции сна» (А.Борбели, 1989).

Индукция Мишеля Жуве. Мишель Жуве сформулировал представление о том, что вещество, вызывающее парадоксальный сон, сосредоточено в спинномозговой жидкости, индуктивно отправляясь от следующих опытов. А.Борбели в книге «Тайна сна» (1989) пишет об экспериментах М.Жуве: «В этих опытах животных лишали парадоксального сна, затем отбирали спинномозговую жидкость из полости мозга. Другим животным вводили вещество PCPA (ингибитор синтеза серотонина), что почти полностью подавляло их парадоксальный сон. Когда второй группе животных вводили жидкость из мозга первой, донорской группы, то эта жидкость восстанавливала парадоксальный сон, подавленный при введении PCPA. Отсюда ясно, что вещество, вызывающее парадоксальный сон, находится в спинномозговой жидкости животных-доноров» (А.Борбели, 1989).

Индукция Кристиана Гиллина и Нэтрея Ситарама. Американские физиологи Кристиан Гиллин и Нэтрей Ситарам выдвинули гипотезу о вовлеченности нейромедиатора ацетилхолина в процесс парадоксального сна, индуктивно базируясь на следующих исследованиях. А.Борбели в книге «Тайна сна» (1989) отмечает: «Два исследователя из Национального института психического здоровья (США) Кристиан Гиллин и Нэтрей Ситарам провели исследования по влиянию ацетилхолиноподобных веществ на парадоксальный сон у здоровых испытуемых. Сон регистрировали в лаборатории по обычной методике, а кроме этого, в локтевую вену вводили иглу, так что можно было производить инъекции, находясь в соседней комнате и не пробуждая испытуемого. Если испытуемым вводили ареколин (вещество, похожее по действию на ацетилхолин) вскоре после засыпания, то возникал парадоксальный сон. Но когда в другую ночь в ходе исследования им вводили вещество скополамин, которое блокирует действие ацетилхолина на мозг, то наступление парадоксального сна сильно задерживалось. Результаты показывают, что передатчик ацетилхолин играет важную роль в регуляции парадоксального сна как у животных, так и у человека» (А.Борбели, 1989).

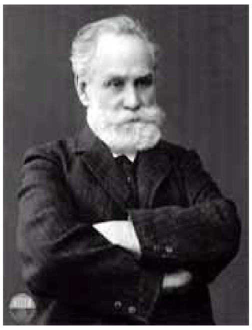
Индукция Алана Хобсона и Роберта Мак-Карли. Алан Хобсон и Роберт Мак-Карли (1977) высказали предположение, согласно которому сны – это всего лишь попытка высших (когнитивных) структур мозга истолковать беспорядочные электрические импульсы, которые автоматически производит древняя и более просто устроенанная стволовая часть мозга во время REM-стадии сна, индуктивно базируясь на следующих посылках. Для своих опытов ученые выбрали кошек. С помощью различных лабораторных приборов Хобсон и Мак-Карли имели возможность не только стимулировать или подавлять активность определенных отделов мозга животных, но также записывать результаты влияния опытов на состояние сна со сновидениями. Ученые обнаружили, что область варолиева моста в стволовой части, расположенная вблизи основания мозга кошки, проявляет свою наивысшую степень нервной активности как раз в тот момент, когда наступает период REM-сна. Когда работа этой части мозга искусственно подавлялась, животные во сне не проходили REM-стадии в течение нескольких недель. Кроме того, возникало возрастающее удлинение промежутков времени между состояниями сна со сновидениями. И наоборот, стимуляция мозгового ствола способствовала более раннему наступлению REM-сна и увеличению длительности его периодов. Хобсон и Мак-Карли знали, что нервные импульсы, возникающие в стволовой части мозга, не содержат никаких мыслей, эмоций, сюжетов, опасений или желаний. Это всего лишь электрическая энергия. И только когда эти импульсы достигают когнитивных структур мозга, эти структуры пытаются придать им какой-то смысл, синтезируя их с образами, хранящимися в памяти (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Алана Хобсона и Роберта Мак-Карли. А.Хобсон и Р.Мак-Карли, как и другие ученые, исследовали роль нейрохимических медиаторов ацетилхолина, серотонина и норадреналина в генерации сна. Ряд экспериментов, проведенных ими, индуктивно убедил данных исследователей в том, что генерация цикла «медленный-парадоксальный сон» обеспечивается взаимодействием нервных клеток, содержащих ацетилхолин, с клетками, содержащими серотонин и норадреналин. А.Борбели в книге «Тайна сна» (1989) пишет: «Аллен Хобсон и Роберт Мак-Карли, исследователи сна и психиатры из Гарвардского медицинского института, изучали роль нейропередатчика ацетилхолина. После вживления канюли в мост (область мозга, расположенную недалеко от мозжечка – Н.Н.Б.) они вводили туда ничтожные количества карбахола – вещества, которое имитирует эффект действия передатчика ацетилхолина, но обладает более продолжительным действием. Результаты введения были поразительными: животные по нескольку часов проводили в состоянии, весьма напоминающем парадоксальный сон. Эти и подобные им эксперименты привели Хобсона и Мак-Карли к заключению, что происходит взаимодействие между клетками, содержащими ацетилхолин, с одной стороны, и теми, которые содержат норадреналин и серотонин, - с другой. Здесь не место вдаваться в дальнейшие детали, достаточно сказать, что авторы пришли к заключению, что взаимодействие между этими двумя группами клеток и обеспечивает генерацию цикла «медленный-парадоксальный сон» (А.Борбели, 1989).

Индукция Шоджиро Иноуэ, Риуджи Уэно и Осаму Хаяши. Японские биологи Шоджиро Иноуэ, Риуджи Уэно и Осаму Хаяши (1983) сделали заключение о том, что одним из веществ сна могут быть простагландины, индуктивно опираясь на случайное обнаружение того, что введение простагландина D2 в мозг крыс вызывает сон. А.Борбели в книге «Тайна сна» (1989) повествует: «В 1983 г. Иноуэ и его сотрудники в соавторстве с исследовательской группой из университета г.Киото обнаружили, что введение простагландина D2 в минимальных количествах в мозг крыс вызывает сон. Простагландины – это эндогенные вещества, играющие важную роль в воспалительном процессе, а также в появлении лихорадки. Такие лекарства, как аспирин, которые используются как противовоспалительные и жаропонижающие средства, оказывают свое воздействие на организм путем предотвращения синтеза простагландинов. Существуют различные простагландины, одни из них изучены лучше, другие хуже. В частности, очень мало известно о функции простагландина D2 несмотря на то, что он присутствует в довольно больших количествах в мозге крыс. Исследовательская группа Риуджи Уэно и Осаму Хаяши в г.Киото обнаружила снотворный эффект этого вещества случайно, однако затем в тщательных опытах они его подтвердили. Один из существенных аспектов этого открытия заключается в том, что количество простагландина D2, необходимое для того, чтобы вызвать сон, весьма близко к его естественной концентрации в ткани мозга» (А.Борбели, 1989). Здесь обращает на себя внимание индукция с фактором случая.

Индукция Джеймса Крюгера. Физиолог Джеймс Крюгер выдвинул предположение о том, что в состав группы естественных веществ, вызывающих сон, должно входить вещество, выделяемое белыми кровяными клетками во время иммунного ответа на вторжение микробов и получившее название интерлейкина-1, индуктивно исходя из опытов, показавших, что введение интерлейкина-1 в мозг кроликов вызывает у них сон. А.Борбели в книге «Тайна сна» (1989) констатирует: «Крюгер показал, что введение ничтожных количеств интерлейкина-1 в полость мозга кроликов погружает их в сон через несколько минут. В этих опытах удивляет временной фактор: интервал между инъекцией и началом сна значительно короче, чем в случае фактора S или простагландина D2» (А.Борбели, 1989). Отметим, что фактор S – это вещество сна (мурамилгексапептид), выделенное американским физиологом Паппенхаймером из мозга и мочи разных животных.

Индукция И.Н.Пигарева. Российский нейрофизиолог И.Н.Пигарев сформулировал идею о том, что во время медленного сна (когда нет феномена быстрого движения глаз) мозг занимается обработкой сигналов от внутренних органов, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых было обнаружено совпадение импульсов клеток лобной зоны мозга с импульсами мышц желудка в период медленного сна. Е.Наймарк в статье «Наука во власти сна» (журнал «Что нового в науке и технике», 2005, № 7-8) указывает: «Интересные эксперименты по выяснению функций медленного сна поставлены в последние три года И.Н.Пигаревым в ИЭМЭЖ. Кошке вживили в мозг электроды, позволяющие измерить электрический потенциал и стволовых, и кортикальных отделов мозга. Одновременно с этим измеряли и электрический потенциал различных внутренних органов. Оказалось, что во время медленного сна импульсы мышц желудка совпадают с импульсами группы клеток лобной доли коры. Этот отдел в норме отвечает за переработку сигналов от сенсорных систем, в основном обрабатывает зрительную информацию. Результаты экспериментов означают, что во время медленного сна стимулы от рецепторов сенсорных систем перестают поступать в лобные доли, зато туда начинают поступать сигналы от пищеварительной системы. Получается, что лобные доли мозга во время сна отказываются от своей обычной работы и переключаются на обработку сигналов от внутренних органов. Наш мозг по ночам, оказывается, занимается не внешним миром, а нашим внутренним устройством. Опыты И.Н.Пигарева повторены и на кошках, и на обезьянах американскими и испанскими специалистами и сейчас признаются вполне надежными» (Е.Наймарк, 2005). И.Н.Пигарев в статье «Роль состояния сна в управлении процессами висцеральной регуляции» (материалы 1-ой Российской школы-конференции «Сон – окно в мир бодрствования», октябрь 2001 г.) пишет: «Было показано, что наносимая в состоянии медленноволнового сна интраперитонеальная электрическая стимуляция зоны желудка или тонких кишок у кошек и обезьян приводила к появлению вызванных потенциалов в ЭЭГ, регистрируемой в первичной и ассоциативной зрительной коре. Эти ответы исчезали сразу после пробуждения» (И.Н.Пигарев, 2001).



«Господа! Я юношей вошел в научно-экспериментальную лабораторию, в ней я провел всю свою жизнь, в ней я сделался стариком, в ней же я мечтаю и окончить свою жизнь. Что же я видел в этой лаборатории? Я видел здесь неустанную работу ума, притом работу постоянно проверяемую…».

Иван Петрович Павлов

Индукция Ивана Павлова. Выдающийся физиолог, лауреат Нобелевской премии за 1904 год Иван Павлов нашел способ быстрого заживления ран, образующихся у собак после наложения искусственной фистулы пищевода, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. И.А.Кассирский в книге «Проблемы и ученые (деятели русской и советской медицины)» (книга 1, Москва, «Медгиз», 1949) повествует: «Однажды Павлов заметил, что около оперированной собаки, сильно страдавшей от разъедания кожи, лежала куча штукатурки, а кожа вокруг раны была в лучшем состоянии, чем в предыдущие дни. Павлов перевел собаку в другую половину комнаты. На утро он застал собаку за следующим занятием: она энергично скребла стену, собирала штукатурку в кучу около себя и ложилась раной на эту кучу. Состояние раны явно улучшилось, разъедание кожи становилось меньше. Тогда Павлов распорядился сделать оперированным собакам подстилку из пористого материала (песка), что и не замедлило дать прекрасные результаты. Так была устранена последняя трудность в выхаживании собак после операции, благодаря «подсказу» самой же собаки. Насколько Павлов ценил такие важные наблюдения в своей работе, детали которой он филигранно отделывал, свидетельствует тот факт, что он увековечил этот случай со штукатуркой на барельефе памятника собаке, где была сделана следующая надпись: «Разломав штукатурку и сделав из нее пористую подстилку, собака подсказала экспериментатору прием, благодаря которому истекающий из искусственного отверстия поджелудочный сок не разъедает брюха» (Кассирский, 1949, с.39).

Индукция Ивана Павлова. Иван Павлов (1901) высказал идею о существовании условных (приобретаемых в ходе жизни) рефлексов, которые возникают при совпадении во времени безусловного и какого-либо индифферентного раздражителя, индуктивно основываясь на том, что процесс слюноотделения у собаки может запускаться не только самой пищей, попадающей в рот, но и звоном миски, в которую помещают пищу. Ж.Годфруа в книге «Что такое психология» (1992) пишет: «Казалось, что вначале ничто не предвещало в И.П.Павлове одного из крупнейших деятелей в западной психологии. Когда в 1890 году Павлов основал в Петербурге Институт экспериментальной медицины, он как физиолог интересовался механизмами пищеварения. В те времена он ставил опыты на собаках, которых помещал в специальный станок, фиксируя ремнями. Предварительно Павлов через разрезы в различных органах пищеварительного тракта вставлял в них канюли, а затем собирал с их помощью соки различных желез, функционирующих во время переваривания пищи. Таким способом Павлов хотел оценить количество и качество соков желудочно-кишечного тракта, а также раскрыть связь между рецепторами рта и желудка, с одной стороны, и слюнными и желудочными железами – с другой. За эти работы в 1904 году он был удостоен Нобелевской премии. Однако в ходе этих исследований выяснилось одно неожиданное обстоятельство. Когда Павлов со своими помощниками изучал слюноотделение, он заметил, что … у собак начинала выделяться слюна еще до того, как пищу клали им в миску. Оказалось, что слюноотделение запускается самим фактом появления служителя с едой и сопутствующими звуками» (Годфруа, 1992, с.326-327). Есть основания считать, что вывод Павлова о существовании условных рефлексов представлял собой индукцию с фактором случая. Д.Шульц и С.Э.Шульц в книге «История современной психологии» (1998) указывают: «Открытие условных рефлексов, как и многие другие выдающиеся научные достижения, произошло, по мнению ученых, совершенно случайно, когда Павлов, исследуя работу пищеварительных желез, - для того, чтобы получить возможность собирать желудочный сок вне организма собаки, - воспользовался методом хирургического вмешательства (Павлов, 1927). Один из аспектов работы Павлова состоял в исследовании функций слюны, непроизвольно выделяющейся, как только в рот собаки попадала пища. Павлов обратил внимание на то, что иногда слюна начинала выделяться еще до того, как собака получала пищу. Собаки пускали слюну, когда видели пищу или даже человека, который регулярно кормил их» (Д.Шульц, С.Э.Шульц, 1998, с.263).

Индукция Ивана Павлова. И.Павлов сделал вывод о том, что местом образования условных рефлексов является кора головного мозга, а местом образования безусловных рефлексов является область мозга, находящаяся под корой (субкортикальная область), индуктивно отталкиваясь от опытов по удалению у собак коры головного мозга. В результате такой операции у них исчезали условные, но сохранялись безусловные рефлексы. Последние исчезали при удалении субкортикальной области. Примечательно, что еще до Павлова, как говорит Г.Глязер, «Гольц, удалявший у собак кору головного мозга и убеждавшийся после этого, что животные переставали воспринимать окружающее, указывал на кору как на место, где находится рассудок» (Г.Глязер, «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова», 1950).

Индукция Ивана Павлова. И.Павлов (1914) выдвинул гипотезу о существовании экспериментального невроза, при котором у животных, воспринимающих противоречивые сигналы, возникает состояние истерики, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. П.Б.Кузнецов в статье «Искусственный интеллект и разум человеческой популяции» (международный электронный журнал «Устойчивое развитие: наука и практика», 2008, специальный выпуск) пишет: «Автору приходилось видеть, как в научных аудиториях воспроизводился известный павловский эксперимент с собаками. И.П.Павлов отобрал группу собак, которые отработали условный рефлекс выделения слюны при виде круга, но не эллипса. На этих же собаках поставили новый опыт, который состоял в том, что в поле их зрения круг переходил в эллипс. Когда собаки не могли отличить круг от эллипса, они давали любопытную реакцию: «сильные» собаки отворачивались, стараясь не видеть противоречащего «факта», а «слабые» собаки приходили в истерику» (Кузнецов, 2008, с.18).

Индукция Ивана Павлова. И.Павлов высказал мысль о существовании разных типов высшей нервной деятельности, индуктивно основываясь на опытах, показавших, что у разных собак условные рефлексы вырабатывались с разной скоростью и впоследствии демонстрировали разную стойкость (время сохранения). З.А.Зорина и И.И.Полетаева в книге «Элементарное мышление животных» (2002) указывают: «Как известно, в экспериментах И.П.Павлова и его сотрудников довольно быстро стало ясно, что у разных собак условные рефлексы вырабатывались с разной быстротой и в дальнейшем обнаруживали разную стойкость. Анализ этих различий привел Павлова к мысли о существовании разных типов высшей нервной деятельности, а также о генетически детерминированных различиях в свойствах поведения. Результатом этого было создание в Колтушах специальной лаборатории «Генетики высшей нервной деятельности». Целью ее работы был анализ наследования «типов высшей нервной деятельности» собак. В течение многих месяцев у собак, предположительно различавшихся между собой, по определенной программе (так называемые «большой» и «малый» стандарты) вырабатывали множество условных реакций и на этой основе определяли силу, подвижность и уравновешенность основных нервных процессов (возбуждения и торможения)» (З.А.Зорина и И.И.Полетаева, 2002).

Индукция Николая Красногорского. Ученик И.Павлова Н.И.Красногорский (1911) выдвинул представление о возможности переноса условных рефлексов с одной стороны тела на другую, обусловленного иррадиацией нервного возбуждения с одного полушария мозга на другое, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. Б.Г.Ананьев в книге «Психология чувственного познания» (2001) пишет: «Красногорский впервые наблюдал, а затем и экспериментально проверил тот факт, что положительные условные рефлексы и отрицательные условные рефлексы (торможения), «выработанные на коже одной половины животного, точнейшим образом воспроизводятся, повторяются, без малейшей предварительной выработки, на симметричных местах другой половины тела животного». Чем объясняется такое воспроизведение? Тем, что возбуждение иррадиировало с одного полушария на другое, что движение нервных процессов захватывает оба полушария, хотя первоначально может возникать в одном, т.е. в одной симметричной половине мозгового конца анализатора (в опытах Красногорского – кожного и двигательного анализаторов собаки)» (Ананьев, 2001, с.99). «Этот факт, - говорит Б.Г.Ананьев об открытии Н.И.Красногорского, - имеет особое значение для психологии. Дело в том, что подобный перенос временных связей и составляет основной механизм переноса моторных и сенсорных навыков (особенно навыков различения). Благодаря этому механизму переноса выработанные навыки как бы «удваиваются», обобщаются в виде целостного действия всего организма, а не изолированного акта одной половины тела» (там же, с.99). Впоследствии К.М.Быков и А.Д.Сперанский установили, что условием переноса условных рефлексов является трансляция нервных сигналов через мозолистое тело, соединяющее разные полушария мозга. Б.Г.Ананьев пишет о работах этих ученых: «В одном из этих исследований К.М.Быков (совместно с А.Д.Сперанским) дал решение вопроса о роли комиссуральных связей (путей сообщения) между обоими полушариями головного мозга. Быков и Сперанский перерезали с этой целью так называемое мозолистое тело, являющееся массивным пучком комиссур между обоими полушариями. Оказалось, что после уничтожения комиссуральных связей перенос условных рефлексов с одной стороны тела на противоположную неосуществим» (Ананьев, 2001, с.101).

Индукция Николая Введенского. Известный физиолог, учитель А.А.Ухтомского Н.Е.Введенский (1901) построил теорию парабиоза, индуктивно исходя из исследований своих предшественников и своих опытов по воздействию на нервные волокна наркотических веществ. Еще до Введенского было показано, что нервный ствол при действии на него наркотических веществ теряет способность проводить возбуждение в тех участках, на которые подействовал наркотик. Введенский обнаружил, что участок нерва, подвергаемый действию наркотика, теряет способность проводить возбуждение не сразу, а по прошествии нескольких характерных стадий развития этого процесса. Он подробно описал эти стадии и само явление, которому дал название «парабиоз». В ходе своих исследований Введенский обнаружил три очень важных факта. Во-первых, парабиотический участок всегда электроотрицателен по отношению к другим участкам нерва, а стало быть, «привлекателен» для любых положительных зарядов. Во-вторых, возбудимость ткани изменяется не только в парабиотическом участке, но и на некотором удалении от него. Причем, возбудимость ткани распространяется со скоростью, значительно превосходящей скорость распространения волны возбуждения. Это указывало на то, что связь между отдельными элементами нервной системы может осуществляться не только благодаря нервным импульсам, но и посредством неимпульсных электрических процессов. В-третьих, суммация возбуждений, приходящих к парабиотическому участку, с его собственным возбуждением дает в результате торможение.

Индукция Алексея Ухтомского. Выдающийся русский физиолог А.А.Ухтомский (1904) сформулировал гипотезу о существовании доминантных очагов нервного возбуждения, определяющих реализацию временно господствующих рефлексов, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых молодой ученый наблюдал за поведением животных в различных ситуациях. Однажды А.А.Ухтомский стал раздражать электрическим током у собаки участок коры больших полушарий, отвечающий за сгибание лапы в тот момент, когда собака готовилась к акту дефекации (опорожнения кишечника). Ухтомский заметил, что это раздражение, напротив, тормозит движение конечностей и усиливает акт дефекации, то есть активизирует нервные центры, ответственные за акт дефекации. Как только дефекация завершилась, электрическое раздражение двигательных точек коры вызывает обычные движения конечностей. Отсюда физиолог пришел к заключению, что нервные центры мозга, определяющие акт дефекации, преобладают (доминируют) над нервными центрами, обеспечивающими сгибание лапы (2-й том книги «Люди русской науки», главный редактор С.И.Вавилов, 1948). В открытии Ухтомского присутствовали и элементы дедукции. Ученый рассуждал: раздражение нервного центра, контролирующего движение конечностей животного, приводит к усилению акта дефекации. Усиление данного акта свидетельствует об активизации нервного центра, реализующего его, несмотря на то, что этот центр не подвергался раздражению. Если один из органов блокирует работу другого, то можно говорить о доминировании одного из них. Следовательно, центр дефекации, блокирующий деятельность участка мозга, ответственного за движение конечностей, доминирует над ним. Индукция же здесь состояла в том, что результаты, полученные на собаке, Ухтомский переносил на человека и других животных. Синтез дедуктивных и индуктивных рассуждений характерен для всех открытий, сделанных экспериментально. Открытие явления доминанты показало условность существовавших в классической физиологии представлений о рефлекторных дугах как об изолированных друг от друга путях проведения нервных импульсов и о стабильности координационных отношений между нервными центрами. Укажем, что догадка А.А.Ухтомского о о существовании доминантных очагов нервного возбуждения представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку отечественный физиолог случайно обнаружил явление доминанты. А.А.Ухтомский в очерке «Доминанта» (Москва-Ленинград, «Наука», 1966) рассказывает о своем открытии: «Первое наблюдение, которое легло в основу понятия доминанты, сделано мною случайно весною 1904 года. Оно заключается в том, что на собаке, в период подготовления к дефекации, электрическое раздражение коры головного мозга не дает обычных реакций в конечностях, а усиливает возбуждение в аппарате дефекации и содействует наступлению в нем разрешающего акта. Но как только дефекация совершилась, электрическое раздражение коры начинает вызывать обычные движения конечностей» (Ухтомский, 1966, с.30).

Индукция И.П.Карплюса и А.Крейдля. И.П.Карплюс и А.Крейдль (1905) сформулировали предположение о том, что гипоталамическая область мозга (гипоталамус) регулирует вегетативные функции организма, индуктивно отправляясь от того, что электрическое раздражение стенок третьего мозгового желудочка, относящегося к гипоталамусу, вызывало изменение ряда вегетативных функций животного: повышение артериального давления, учащение сердечной деятельности, расширение зрачков, потоотделение. В дальнейшем эти ученые показали, что ядра гипоталамуса регулируют также температуру тела, водный, жировой и углеводный обмен («История биологии» под ред. Л.Я.Бляхера, 1975).

Индукция Чарлза Шеррингтона. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1932 год Чарлз Шеррингтон (1905) высказал идею о существовании реципрокной иннервации антагонистических мышц, индуктивно исходя из того, что активация одной группы мышц сопровождается торможением другой группы мышц, выступающих в роли антагонистов по отношению к первой группе. Исследуя такую форму движения животного, как ходьба, Ч.Шеррингтон обнаружил, что при ходьбе нервные центры сгибательных рефлексов тормозят нервные центры разгибательных рефлексов, то есть если один рефлекс активируется, то противоположный ему рефлекс тормозится. До Ч.Шеррингтона эффект реципрокной иннервации наблюдал русский физиолог Н.Е.Введенский (1896), который заметил, что раздражение участка моторной коры левого полушария головного мозга в представительстве передней конечности приводит к сокращению мышц-сгибателей и одновременному расслаблению мышц-разгибателей правой передней лапы. В то же время сокращаются мышцы-разгибатели левой передней лапы. При раздражении симметричного участка моторной коры правого полушария все происходит с точностью до наоборот. В дальнейшем механизм реципрокного торможения спинномозговых двигательных центров был подробно изучен другим Нобелевским лауреатом Дж.Экклсом. Конечно, мысль об антагонизме разных нервных структур возникла у Шеррингтона еще раньше, до изучения мышц-сгибателей и мышц-разгибателей. Называя этот антагонизм феноменом торможения одних структур со стороны других, Шеррингтон в книге «Интегративная деятельность нервной системы» (1969) пишет: «…Типичным примером подобной роли рефлекторного торможения было торможение, открытое Герингом (1868) и Брейером (1868) в виде роли вагуса в «саморегуляции дыхания». Растяжение легкого, возбуждая афферентные волокна легочного вагуса, тормозит вдох и вызывает выдох. Я обращался к этому как к фундаментальному примеру в моем первом упоминании (1905) по этому поводу. Если мы будем рассматривать мускулатуру сердца и кольцевую мускулатуру артерий как два антагониста, то еще одним примером этих явлений будет более раннее открытие Циона (1866), установившего, что афферентный нерв сердца и аорты вызывает рефлекторное торможение кольцевой мускулатуры артерий. Значение этих фактов для понимания координации деятельности скелетных мышц не было общепризнано» (Шеррингтон, 1969, с.110).

Индукция Чарлза Шеррингтона. Ч.Шеррингтон (1904) сформулировал принцип общего конечного пути, индуктивно базируясь на том, что в любом организме количество рецепторных клеток, воспринимающих тончайшие изменения, происходящие на периферии организма, всегда значительно превышает количество нервных клеток, управляющих исполнительными (периферическими) органами. В результате потоки нервных сигналов, идущих от различных частей одного и того же органа или разных органов, в соответствующий нервный центр, конкурируют за право первыми воздействовать на этот центр – общий конечный путь. В нервных центрах, посылающих волны возбуждения к органу, происходит отбор сигналов, предназначенных для воздействия на периферическую ткань. Предпочтение отдается тому сигналу, который вызывает более важную для организма в данный момент реакцию. Ч.Шеррингтон обратил внимание на то, что и рефлекс чесания, и рефлекс сгибания лапы собаки имеют общий конечный путь – мотонейроны, иннервирующие мышцу-сгибатель. Если во время чесания на кожу конечности собаки нанести сильное болевое раздражение, то возникает сгибание лапы и рефлекс чесания уступит место сгибательному рефлексу. Одним из самых ранних индуктивных намеков на идею общего конечного пути было сообщение физиолога Бете о том, что если два раздражения нанесены одновременно в противоположных точках дисковидного нижнего зонта кишечнополостного организма Кармарина, то специфический орган этого животного, называемый манибриум, направляется к точке, в которой раздражение было сильнее. Если оба раздражения были совершенно одинаковой интенсивности, манибриум остается неподвижным и не сокращается (Шеррингтон, 1969).

Индукция Чарлза Шеррингтона. Ч.Шеррингтон пришел к идее о существовании в мозге феномена положительной индукции – возникновения возбуждения в нервном центре после выключения тормозящего раздражителя, индуктивно основываясь на следующем эксперименте. Раздражая кожу на боку собаки, ученый вызывал рефлекс почесывания. Затем он наносил электрическое раздражение на лапу. Рефлекс почесывания тормозился. После прекращения электрического раздражения лапы рефлекс почесывания не только возобновлялся, но и еще и резко усиливался по сравнению с тем, что можно было бы наблюдать до применения тормозящего раздражения.

Индукция Жака Арсена де Арсонваля. Ж.А. де Арсонваль (начало 20 века) сделал заключение о возможности вызвать у человека зрительные галлюцинации путем воздействия на мозг импульсами магнитного поля, индуктивно исходя из следующих опытов. Ангелина Федорова в статье «Персональный магнетизм» (журнал «Компьютерра», № 46 от 7 декабря 2004 г.) пишет: «Еще в начале XX века известный французский физиолог Жак Арсен де Арсонваль впервые попытался изменить электрическую активность центральной нервной системы с помощью магнитного поля. Направив импульсы на зрительные центры коры головного мозга добровольцев, де Арсонваль добился у них появления «наведенных галлюцинаций» в виде ярких вспышек света – так называемых фосфенов» (А.Федорова, 2004).

Индукция Лины Штерн. Выдающаяся русская женщина-физиолог Лина Штерн (1917) сформулировала идею о существовании в мозге гематоэнцефалического барьера, не позволяющего проникнуть в мозг чужеродным, ядовитым веществам, индуктивно основываясь на опытах, в которых было обнаружено, что многие биологически активные вещества и различные краски при введении в кровь не попадают в головной мозг. В.Б.Малкин в статье «Трудные годы Лины Штерн» (книга «Трагические судьбы: репрессированные ученые Академии наук СССР», 1995) отмечает: «В 1917 г. Штерн начала изучение влияния различных химических веществ на организм животных при введении им непосредственно в головной мозг и кровь. Она установила, что многие, в том числе и биологически активные, вещества и различные краски при введении в кровь не попадают в головной мозг. Этот факт стал отправным для развития концепции о гематоэнцефалическом барьере, его защитной роли. Развитие указанных исследований привело ее к утвеждению более широкой концепции о гистогематических барьерах; было положено начало новой главы физиологии – барьерных функций; была установлена не только защитная, но и регулирующая роль гистогематических барьеров» (В.Б.Малкин, 1995). Очень близко подошел к открытию гематоэнцефалического барьера ученик лауреата Нобелевской премии Пауля Эрлиха – Э.Гольдман. Г.Кассиль в статье «Мозговой барьер» (журнал «Наука и жизнь», 1986, № 11) указывает: «Еще в 1885 году выдающийся немецкий микробиолог П.Эрлих обнаружил, что кислые красители, введенные в кровь животного, в мозг не попадают. Прошло немало лет, и сотрудник Эрлиха – Э.Гольдман поставил два ставших знаменитыми опыта с полуколлоидной краской «трипановый синий». Оказалось, что если эту краску ввести в кровь, то она окрашивает все органы, кроме мозга. Если же краска вводится в подмозжечковую цистерну, то окрашивается и вещество мозга. Тогда-то и возникла мысль о существовании сосудистого барьера, как бы запирающего центральную нервную систему от веществ, циркулирующих в крови. От опытов Эрлиха-Гольдмана до современных представлений о мозговом барьере наука прошла длинный и тернистый путь. В начале двадцатых годов нашего столетия фундаментальные работы академика Л.С.Штерн и ее сотрудников заложили учение о гематоэнцефалическом (кровемозговом) барьере» (Кассиль, 1986, с.97).

Индукция Отто Леви. Лауреат Нобелевской премии за 1936 год Отто Леви (1921) высказал идею о существовании химических веществ, опосредующих передачу нервных сигналов от одного органа к другому, индуктивно исходя из весьма интересного эксперимента. Суть его заключается в том, что если длительно раздражать у лягушки нервы, замедляющие ее сердечный ритм, а затем выделить из этого сердца экстракт и ввести его в другое лягушечье сердце, то это вызывает изменение ритма или полную остановку второго сердца. Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас и П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003) повествуют: «…В 1921 году Леви поставил прямой и простой опыт, в котором была установлена химическая природа передачи в вегетативных синапсах между блуждающим нервом и сердцем. Он перфузировал сердце лягушки и стимулировал блуждающий нерв, вызывая замедление сердцебиений. Когда жидкость из заторможенного стимуляцией сердца была перенесена на второе нестимулированное сердце, оно также начинало биться медленнее. Было очевидно, что стимуляция блуждающего нерва вызывала освобождение в перфузирующий раствор тормозящего вещества. В последующих экспериментах Леви и его коллеги показали, что ацетилхолин (АХ) полностью воспроизводил эффекты этого вещества» (Николс и др., 2003, с.167). Идея эксперимента, поставленного Леви, должна была опираться на исследования другого лауреата Нобелевской премии за 1936 год Генри Дейла (1914), который проводил такие же опыты, но использовал вместо ацетилхолина мускарин. Как пишет М.Г.Ярошевский и С.А.Чеснокова в книге «Уолтер Кеннон» (1976), «Дейл в 1914 г., продолжая опыты с мускариновой остановкой сердца, нашел, что мускарин можно заменить ацетихолином» (М.Г.Ярошевский, С.А.Чеснокова, 1976). Примечательно, что о химической природе процесса нервного возбуждения догадывался еще французский физиолог Клод Бернар, который наблюдал, что яд кураре (особое химическое вещество), убивающий животных, уже через минуту после смерти приводит к тому, что мышцы животного перестают реагировать на химические, механические и электрические раздражения. О.Леви говорил, что схема эксперимента, показывающего химическую природу нервного возбуждения, пришла к нему во сне. Например, психолог Д.Кун в книге «Основы психологии: все тайны поведения человека» (2003) пишет: «Поразительный случай произошел с доктором Отто Леви, фармакологом и лауреатом Нобелевской премии. Леви потратил годы на изучение передачи нервных импульсов химическим путем. Серьезный прорыв в его исследованиях произошел тогда, когда ему три ночи подряд снился эксперимент. В первые две ночи он просыпался и быстро описывал эксперимент в блокноте. Но на следующее утро он не мог разобраться в своих записях. На третью ночь он, увидев сон, встал с постели. На этот раз, вместо того, чтобы делать пометки, он пошел прямо в свою лабораторию и поставил эксперимент, имевший решающее значение. Позже Леви сказал, что если бы эксперимент пришел ему на ум в период бодрствования, он бы отбросил эту мысль» (Д.Кун, 2003). Однако важно то, что если бы О.Леви знал об исследованиях физиолога Э.Пфлюгера, то идея Леви о схеме этого эксперимента могла бы возникнуть по аналогии с этими исследованиями. Напомним, что Э.Пфлюгер пришел к гипотезе, связывающей утомление мышцы с накоплением в ней каких-то веществ, индуктивно отталкиваясь от опытов Ранке, который в 1863 году вводил в сосуды неработавшей мышцы вытяжки из утомленной мышцы и наблюдал при этом в первой из них понижение работоспособности. Э.Пфлюгер опирался также на эксперименты А.Моссо, наблюдавшего в 1881 году, что введение неутомленной собаке крови утомленного животного вызывает симптомы утомления, в том числе одышку и учащение сердцебиений.

Индукция Пьера Мари. Выдающийся французский невропатолог Пьер Мари (1853-1940) выдвинул гипотезу о том, что функцией гипофиза – железы, расположенной в мозге, является контроль роста организма, индуктивно основываясь на результатах исследования мозга умерших людей. При вскрытиях гигантов и карликов выяснилось, что их мозг поражен опухолью гипофиза. Г.Селье в книге «От мечты к открытию» (1987) рассказывает: «В конце 19 века еще ничего не было известно о связи между гипофизом и ростом организма. У пациентов наблюдался чрезмерный рост, и в то же время гипофиз у них был замещен опухолевой тканью. Вполне естественно, что Мари задумался о возможности выработки гипофизом некоего вещества, сдерживающего рост, поскольку разрушение этой железы приводит к чрезмерному росту. В функциональном отношении гипофиз при этом заболевании не разрушен, а замещен сверхактивной опухолевой тканью. Вероятно, не раз при вскрытиях гигантов и акромегаликов выявлялась опухоль гипофиза, но понадобился гений Пьера Мари, чтобы предположить наличие взаимосвязи между гипофизом и ростом организма» (Г.Селье, 1987).

Индукция Бернгарда Цондека и Зельмана Ашгейма. Бернгард Цондек и Зельман Ашгейм (1927) сформулировали мысль о том, что функцией передних долей гипофиза является регуляция процесса полового созревания, индуктивно осмыслив результаты эксперимента, в котором молодым мышам пересаживались передние доли гипофиза, взятые у взрослых мышей. Такая пересадка приводила к преждевременному половому созреванию молодых мышей (Г.Глязер, «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова», 1950).

Индукция Карла Лэшли. Карл Лэшли (1929) высказал идею о том, что память не локализуется в определенных участках мозга, а каким-то образом распределена по всему мозгу, как единое целое, индуктивно осмыслив свои опыты, преследовавшие цель найти энграммы – участки мозга, в которых сосредоточена память. М.Талбот в книге «Голографическая Вселенная» (2004) пишет: «Лэшли занимался тем, что обучал крыс выполнять серию задач – например, выискивать наперегонки кратчайший путь в лабиринте. Затем он удалял различные участки мозга крыс и заново подвергал их испытанию. Его целью было локализовать и удалить тот участок мозга, в котором хранилась память о способности бежать по лабиринту. К своему удивлению он обнаружил, что вне зависимости от того, какие участки мозга были удалены, память в целом нельзя было устранить. Обычно лишь была нарушена моторика крыс, так что они едва ковыляли по лабиринту, но даже при удалении значительной части мозга их память оставалась нетронутой» (Талбот, 2004, с.23). В 1950 году К.Лэшли писал: «Когда я пытался выявить локализацию памяти, мне порой начинало казаться, что в принципе невозможно вообще никакое обучение. И, однако, несмотря на отрицательные результаты эксперимента, оно происходит» (там же, с.23). Кроме того, К.Лэшли установил, что не только механизмы памяти, но и зрительные центры мозга обнаруживают удивительную сопротивляемость хирургическому вмешательству. Даже после удаления у крыс 90% зрительного отдела коры головного мозга (части мозга, которая принимает и обрабатывает видимое глазом) крысы были в состоянии выполнять задачи, требующие сложных зрительных операций.

Индукция Петра Анохина. Выдающийся физиолог П.К.Анохин (1933) сформулировал представление о существовании в мозге структуры, прогнозирующей результат рефлекторной деятельности, индуктивно основываясь на опыте, в котором собака, длительное время употреблявшая сухари при сочетании ноты «фа», не могла есть, когда внезапно обнаруживала в своей миске вместо сухарей кусок мяса при звучании той же ноты «фа». Происходило торможение условных рефлексов собаки, поскольку наличие в миске куска мяса не соответствовало ее прогнозу, сложившемуся в результате многократного сочетания ноты «фа» с сухарями. Это свидетельствовало о способности собак прогнозировать ряд еще не наступивших событий. По аналогии с физиологической (мозговой) обусловленностью других способностей П.К.Анохин решил, что в мозге должны существовать структуры, ответственные за функцию прогноза. Сам по себе опыт с торможением условных рефлексов собаки при внезапной подмене вида пищи индуктивно наводил лишь на мысль о том, что у собаки имеется некий аппарат предвидения. В.В.Александрин в статье «Таракан сапиенс, или дар предвидения» (журнал «Химия и жизнь», 1998, № 3) пишет: «Первым мысль о существовании структуры мозга, контролирующей рефлекторную деятельность, высказал в 30-е годы нашего столетия ученик академика И.П.Павлова профессор П.К.Анохин. А пришла ему эта мысль после одного из «павловских» опытов на собаках. Животное слышало ноту «фа», а потом ему давали немного сухарей. Так длилось целый год. Бедный пес настолько привык к фа-минорной диете, что в один прекрасный день, обнаружив в своей миске вместо сухаря кусок мяса, от удивления долго не мог его проглотить. Стало ясно, что в мозгу собаки есть нечто, заранее прогнозирующее результат рефлекторной деятельности и отслеживающее его исполнение. Иначе голодное животное просто моментально сожрало бы мясо. В рамки декартовского рефлекса такое поведение не вписывалось, и поэтому понятная всем дуга вдруг превратилась в нечто, напоминающее станок с программным управлением. Сразу же последовали все более и более изощренные эксперименты, но все они подтверждали предположение Анохина о некоем специализированном аппарате предвидения в мозге»

(В.В.Александрин, 1998). В разные периоды творчества П.К.Анохин по-разному называл этот механизм предвидения – опережающее возбуждение, акцептор результата действия.

Индукция Николая Бернштейна. Известный физиолог Н.А.Бернштейн (1935) пришел к выводу о том, что звуковые колебания, достигающие уха, никак не трансформируются в нем, а передаются в головной мозг с сохранением своих подлинных частот в виде ритмических нервных импульсов, руководствуясь индукцией. В частности, Бернштейн индуктивно осмыслил эксперименты Уивера и Брея (1930) по отведению нервного сигнала со слухового нерва животного на усилитель и на телефон. Н.А.Бернштейн в книге «Современные искания в физиологии нервного процесса» (2003) пишет: «Между тем в 1930 г. Уивер и Брей получили результат, поразительный сам по себе по своему физиологическому значению, а применительно к разбираемому вопросу заставляющий задуматься над очень многим. Уивер и Брей сделали отведение на усилитель и на телефон со слухового нерва животного. После этого любой звук, достигавший уха животного, стал точно воспроизводиться телефоном, причем этим путем передавались и сами высокие звуки с частотами до 6000 в секунду. Это как будто доказывало, что звуковые колебания, достигающие уха, никак не трансформируются в нем (в противность ставшему классическим мнению Гельмгольца), а передаются в головной мозг с сохранением своих подлинных частот в виде ритмических нервных импульсов» (Бернштейн, 2003, с.41). Отметим, что в свое время Гельмгольц выдвигал резонансную теорию слуха, согласно которой каждому простому тону звука соответствует в ухе свой особый приемник – нервное волокно, которое реагирует на звук лишь в случае резонанса – совпадения тона звука с воспринимающими характеристиками слухового нервного волокна. Но эксперименты Уивера и Брея не подтверждали теорию Гельмгольца. Поэтому Н.А.Бернштейн писал: «Резонансная теория слуха Гельмгольца гибнет сейчас под тяжестью добавок к ней Эвальда, Ревесса, Келера, Уивера и Брея и др.» (Бернштейн, 2003, с.9).

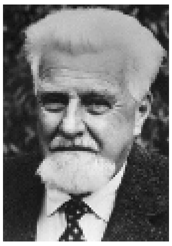
Индукция Леона Орбели. Ученик И.П.Павлова Леон Орбели высказал идею о том, что функцией мозжечка является правильное распределение тонуса мышц, индуктивно исходя из опытов по удалению мозжечка у собак. После операции собака первое время не могла ходить, стоять, сидеть, самостоятельно есть. Любое внешнее раздражение приводило к судорожным припадкам. Позднее собаке удалось научиться стоять и ходить, но очень неуверенно, с большим трудом. Она быстро утомлялась, сделав 15-20 шагов, она падала на пол, чтобы передохнуть. Малейшее прикосновение вызывало дрожь всего тела, боязливое отскакивание. Неожиданным было то, что собака умела плавать. Это и привело Орбели к мысли об ответственности мозжечка за распределение тонуса мышц. Ответственность мозжечка за координацию движений установил П.Флуранс (1846). Сегодня установлено, что мозжечок относится к многофункциональным структурам мозга. В последние годы выявлена его способность одновременно с корой формировать все виды классических условных рефлексов. В частности, Рихард Томпсон доказал, что условный мигательный рефлекс формируется не только в коре, но и параллельно в локальной зоне мозжечка.

Индукция Бернардо Усая. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1947 год Бернардо Усай сформулировал представление о том, что функцией гипофиза, помимо контроля роста организма, является регуляция содержания инсулина в организме, индуктивно основываясь на опытах по удалению у собак гипофиза. После этой операции у животных значительно повышалось содержание сахара в крови, то есть нарушался углеводный баланс. Еще французский физиолог Пьер Мари, установивший связь между гипофизом и ростом организма, наблюдал, что после удаления гипофиза в моче животных повышается содержание сахара, но не смог объяснить это явление. В.Чолаков в книге «Нобелевские премии. Ученые и открытия» (1986) указывает, что Б.Усай был знаком с этим наблюдением П.Мари. Также он был знаком с исследованиями Беста и Бантинга, которые установили причастность поджелудочной железы к регуляции сахара в крови. В связи с этим Б.Усай пришел к выводу, что и гипофиз отвечает за эту регуляцию, только на более высоком уровне – на уровне нервных центров мозга. Кроме того, Б.Усай обнаружил, что собака, даже если у нее удалить поджелудочную железу, не умирает от сахарной болезни, если одновременно удалить ей гипофиз – железу мозгового придатка (Г.Глязер, «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова», 1950). А.Т.Марьянович в статье «Открытия в области гуморальной регуляции, удостоенные Нобелевской премии» (журнал «Медтехника и медизделия», № 3 (9), июнь-июль 2002) отмечает: «Усай удалял аденогипофиз у собак и жаб Bufo marinus и обнаружил, что животные становились чрезвычайно чувствительными к инсулину: они погибали после введения даже небольших его доз. Похожие изменения были отмечены и у людей, страдающих гипофизарной недостаточностью. Усай имплантировал жабам ранее удаленный аденогипофиз, и чувствительность к инсулину нормализовалась. Стало ясно, что передняя доля гипофиза содержит некий гормон, повышающий уровень глюкозы в крови. В 1944 г. Эванс и Ли получили его в чистой форме. Позднее он был назван кортикотропином, или адренокортикотропным гормоном (АКТГ)» (А.Т.Марьянович, 2002).

Индукция Ганса Бергера. Выдающийся австрийский психиатр Ганс Бергер (1929) высказал идею о возможности исследования мозга на основе регистрации его электрической активности, индуктивно базируясь на том, что ему удалось обнаружить электроэнцефалограмму мозга. Е.И.Николаева в книге «Психофизиология» (2003) указывает: «В 1929 г. австрийский психиатр Ганс Бергер обнаружил, что с помощью игольчатых платиновых электродов, помещенных на различные точки поверхности головы человека, можно зарегистрировать электрическую активность мозга. Эти записи он и назвал электроэнцефалограммой (ЭЭГ). Хотя ЭЭГ снимается с поверхности головы, Г.Бергер сумел доказать, что часть электрической активности обусловлена деятельностью мозга, а не покрывающих его поверхность тканей. Открытие Г.Бергера было встречено весьма холодно, и этот метод получил признание лишь после того, как Е.Д.Эдриан и Б.Х.Меттьюз смогли непосредственно продемонстрировать его на заседании Английского физиологического общества в 1935 г. Сам Э.Д.Эдриан был в качестве испытуемого и, закрывая глаза, показал появление альфа-ритма на ЭЭГ» (Е.И.Николаева, 2003). Н.П.Бехтерева в лекции «Живой мозг человека, и как его исследуют» (2000) пишет: «В 20-х годах начинается история, которая развивается и сейчас, которую можно назвать эпохой, - история открытия электроэнцефалограммы. Это работы Бергера – ученого, который на протяжении нескольких лет подряд записывал электрическую активность мозга. Ему никто не верил, что то, что он записывал – действительно электрическая активность мозга. Тогда он вскрыл череп своему сыну и записал мозговую активность непосредственно с твердой мозговой оболочки. Надо сказать, ничего страшного обычно в таких случаях не происходит, хотя звучит это страшновато. Мне было всегда непонятно, как мать разрешила такую вещь. Но это было, иногда история старается об этом умалчивать. Бергер увидел колебание электрической активности мозга. Они были похожи на частокол волн. В 29 году была записана электрическая активность с очень большой частотой, так называемая альфа-активность» (Н.П.Бехтерева, 2000).

Индукция Генри Дэйла. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1936 год Генри Дэйл (1936) сформулировал представление о важной роли медиатора ацетилхолина в синапсах (местах контакта нейронов друг с другом и с различными органами), индуктивно основываясь на опытах по исследованию воздействия ацетилхолина на нервные клетки, ткани и волокна. Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас и П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003) пишут: «В 1936 году Дэйл и его сотрудники показали, что стимуляция двигательных нервов, иннервирующих скелетную мускулатуру, вызывает освобождение АХ (ацетилхолина – Н.Н.Б.). В дополнение к этому инъекция АХ в артерии, снабжающие мышцы кровью, вызывала мощное синхронное сокращение мышечных волокон. В дальнейшем были использованы электрофизиологические подходы для исследования изменений мембранного потенциала мышечных волокон, вызываемых стимуляцией двигательного нерва, и было показано, что эти изменения могут быть воспроизведены нанесением АХ. Было также показано, что ответы, вызванные стимуляцией нерва и прямым нанесением ацетилхолина, блокируются кураре – ядом, которым южноамериканские индейцы смазывали стрелы и который блокирует рецепторы к АХ…» (Николлс и др, 2003, с.167).

Индукция Хачатура Коштоянца. Советский физиолог Х.С.Коштоянц (1930-е годы) сделал заключение о единстве медиаторных механизмов у всех организмов, обладающих нервной системой, индуктивно отталкиваясь от исследований, которые показали, что у представителей разных типов беспозвоночных животных имеются оба медиаторных механизма: и холиноэргический (секреция ацетилхолина), и адренэргический (секреция катехоломина). Д.А.Сахаров в статье «Наука о мозге - нейробиология» (книга «Актуальные проблемы биологической науки», редактор А.В.Яблоков, 1984) отмечает: «Еще в 30-х годах, когда о химическом разнообразии нейронов почти ничего не знали, некоторые прозорливые исследователи высказывали убеждение в том, что медиаторные механизмы едины у всех организмов, обладающих нервной системой. В этом плане особенно велика заслуга советского физиолога Х.С.Коштоянца (1900-1961). Он и его сотрудники обнаружили у представителей разных типов беспозвоночных животных оба медиаторных механизма, известных в то время у позвоночных, - холинэргический (секреция нервными окончаниями ацетилхолина) и адренэргический (секреция катехоламина). Опыт, накопленный сравнительной физиологией и сравнительной фармакологией в последующие десятилетия, а также опыт современной нейробиологии свидетельствуют о том, что вывод, сделанный Коштоянцем из этих ранних исследований, был правильным» (Д.А.Сахаров, 1984).

	«Лоренц, бросив вызов доминирующей в то время рефлекторной теории, предложил совершенно новую физиологическую гипотезу для объяснения поведения животных. Благодаря такому подходу изучение видоспецифичного поведения животных в естественных условиях превратилось из преимущественно описательной области в быстро развивающуюся экспериментальную дисциплину». Е.А.Гороховская о Конраде Лоренце

Индукция Конрада Лоренца. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1973 год, австрийский этолог Конрад Лоренц (1937) пришел к выводу о существовании импринтинга – врожденной формы научения у животных в виде быстрого запечатления первого движущегося объекта и готовности повсюду следовать за ним, руководствуясь индукцией. Как пишет Ж.Годфруа в книге «Что такое психология» (1992), «Лоренц занимался изучением гусят, вылупившихся в инкубаторе. Первым движущимся объектом, с которым встречались гусята в момент вылупления, была не их биологическая мать, а сам Лоренц. Произошла удивительная вещь: вместо того чтобы присоединиться к стаду гусей, эти гусята повсюду следовали за Лоренцем и вели себя так, как если бы он был их матерью. Оказавшись в присутствии своей настоящей матери, они не обращали на нее никакого внимания и возвращались под защиту Лоренца. Проявления этой привязанности к человеку стали особенно необычными, когда, достигнув половой зрелости, эти гуси принялись искать брачных партнеров, сходных с человеком, не проявляя ни малейшего интереса к представителям собственного вида. Лоренц назвал эту глубокую привязанность к первому движущемуся объекту, который увидели гусята после вылупления из яйца, импринтингом (запечатлением)». (Ж.Годфруа, 1992). И.Эйбл-Эйбесфельдт в статье «Этологические концепции и их значение для наук о человеке» (электронный сайт «Этология», 2007) отмечает роль случайности в открытии Лоренца: «Изучая реакцию следования только что вылупившихся гусей, Лоренц узнал, что гусята следуют за любым движущимся объектом, издающим звуки, но как только гусёнок последовал за определённым объектом, в дальнейшем он продолжал ходить именно за ним. Лоренц обнаружил это фактически случайно. Он брал молодого, свежевылупившегося гусёнка из-под крыла его матери-гусыни, и общался с ним, подражая приветственному звуку, который гусёнок адресовал ему. Затем, спустя какое-то время, он попробовал вернуть гусёнка под крыло матери, но гусёнок не захотел оставаться с матерью, а отчаянно старался следовать за его новооткрытым опекуном-человеком» (И.Эйбл-Эйбесфельдт, 2007). Таким образом, перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Николаса Тинбергена. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1973 год Николас Тинберген (1953) высказал идею о том, что под влиянием врожденного инстинкта животное «слепо» отвечает только на одну часть окружающей его ситуации и пренебрегает другими ее частями, индуктивно опираясь на свои опыты. Тинберген обратил внимание на то, что самец рыбы колюшки, агрессивно реагирующий в сезон размножения в отношении других самцов, имеющих красное брюшко, проявляет ту же реакцию и к пучку красных перьев, и вообще к любому предмету с красной окраской. При этом самец колюшки слабо реагирует на модели правильной формы рыб, но без красной окраски. Точно так же, самец красногрудой птицы малиновки, охраняющий территорию, ведет себя угрожающе по отношению к моделям птиц с красными грудками, но слабо реагирует на модели птиц с другой окраской. Это индуктивно навело Тинбергена на мысль, что инстинктивная реакция является ответом лишь на очень немногие стимулы, а большая часть окружения не оказывает никакого влияния, даже если животное имеет чувствительные структуры для восприятия этого окружения (Р.Шелдрейк, «Новая наука о жизни», 2005). Об этом же говорит Л.Я.Бляхер в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975): «Было выяснено, что для многих реакций ключевыми раздражителями являются морфологические признаки. Так, например, голландский этолог Н.Тинберген показал, что самцы трехиглой колюшки, защищая свою территорию, реагируют на строго специфический признак самца своего вида – красное брюшко. Если на территорию, занятую этой рыбкой, поместить точную модель самца, но с брюшком другого цвета, никакого столкновения не произойдет. Напротив, самая грубая модель подвергается яростному нападению, если внизу у нее есть красное пятно» (Бляхер, 1975, с.112).

Индукция Пауля Вейса. Физиолог Пауль Вейс (1940-е годы) пришел к заключению о движении различных веществ по аксонам – длинным отросткам нервных клеток, индуктивно отталкиваясь от того, что если пережать аксон в определенной точке, то через несколько дней аксонное волокно разбухает. И.Иверсен в статье «Химия мозга» (книга «Мозг», 1982) указывает: «Феномен аксонного транспорта был открыт более 30 лет назад П.Вейсом и его сотрудниками из Чикагского университета. До этого все считали, что аксоплазма – железобразная жидкость внутри аксона – служит лишь неподвижной механической опорой для возбудимой мембраны, по которой распространяется нервный импульс. Но когда Вейс пережал аксон в определенной точке, он отметил, что через несколько дней волокно разбухло около места сжатия со стороны тела клетки и сузилось с противоположной стороны. Когда же он устранил сжатие, задержанная аксоплазма возобновила свое течение» (И.Иверсен, 1982).

Индукция А.Хаксли и А.Ходжкина. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1963 год Андру Хаксли и Алан Ходжкин (1939) выдвинули идею об участии натрия в формировании электрического потенциала действия нервной клетки, индуктивно отталкиваясь от своих экспериментов по исследованию электрических процессов в гигантском аксоне (отростке нейрона) кальмара. В этих экспериментах Хаксли и Ходжкин обнаружили, что возникновение потенциала действия на мембране аксона возможно лишь при наличии ионов натрия в растворе, омывающем аксон. Удаление этих ионов из раствора приводило к снижению величины потенциала действия. Мысль А.Хаксли и А.Ходжкина о важной роли другого вещества – калия – в формировании потенциала действия нейрона индуктивно подсказывалась следующим экспериментом. Если плазму, в которой находится аксон кальмара, заменить солевым раствором, богатым ионами калия, то мембрана нервного волокна, при наличии ионов натрия во внешней среде, будет в течение длительного времени генерировать потенциалы действия нормальной амплитуды. А.Хаксли и А.Ходжкин наблюдали, что последовательность изменения содержания натрия и калия в растворе, в котором находится аксон кальмара, в точности определяет временной ход и величину потенциала действия. В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) указывает: «Они взяли аксон кальмара и выдавили его из протоплазмы. После этого вводили в нервное волокно различные растворы и проверяли, как концентрация ионов сказывается на передаче нервного импульса. Было установлено, что мембранный потенциал зависит от концентрации калия и натрия снаружи и внутри нервного волокна» (Чолаков, 1986, с.281). Кроме того, Ходжкин и Раштон экспериментально измерили распространение потенциала действия в аксоне омара с помощью внеклеточных электродов. Интересно, что еще Дж. Бернштейн (1902) высказал гипотезу о том, что в основе мембранного потенциала нервной клетки лежит различие между внеклеточной и внутриклеточной концентрацией калия. Ему не удалось проверить свое предположение экспериментально, поскольку в то время не существовало способа измерения мембранного потенциала. Другой ученый Е.Овертон (1902) сделал важное открытие: он показал, что для генерации нервом потенциала действия необходим натрий, и сделал робкое предположение о том, что основой потенциала действия является вход ионов натрия в клетку. В книге «Интегративная деятельность нервной системы» (1969) Ч.Шеррингтон сообщает, что Макдональд (1905) высказывал мысль о роли неорганических солей в работе нервных волокон, основываясь на том, что калий в значительном количестве появляется в точках повреждения нервных волокон (Шеррингтон, 1969). Важно также, что в 1908 году биологи Хоуэлл и Дак установили, что блуждающий нерв передает импульс в сердце посредством выделения калия, заметив факт увеличения содержания калия в сердечной мышце после раздражения вагуса (блуждающего сердца). Наконец, в 1936 году Юнг ввел в физиологию препарат аксона кальмара в качестве объекта экспериментов. Исследования Бернштейна, Овертона, Хоуэлла, Дака и Юнга должны были послужить точкой опоры для работ Хаксли и Ходжкина. Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003) приводят слова А.Л.Ходжкина: «Можно утверждать, что введение Юнгом в 1936 году препарата аксона кальмара имело для науки об аксоне большее значение, чем какое-либо другое открытие, сделанное за последние 40 лет. Один выдающийся нейрофизиолог заметил недавно во время ужина на одном из конгрессов (не самым тактичным образом, должен признать): «Если честно, Нобелевскую премию нужно было присвоить кальмару» (Д.Николлс и др., 2003, с.92). Аксон кальмара послужил волшебным ключом к открытию. О.Семячкина-Глушковская в статье «Загадки природы: живое электричество» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 9) отмечает: «Итак, первая половина XX века, 1936 год. В Англии зоолог Джон Юнг публикует методику препарирования нервного волокна головоногого моллюска. Диаметр волокна достигал 1 мм. Такой видимый глазу «гигантский» нерв сохранял способность проводить электричество даже вне организма в морской воде. Вот тот самый «золотой ключик», с помощью которого будет открыта дверь в тайны живого электричества. Прошло всего три года, и соотечественники Юнга – профессор Эндрю Хаксли и его ученик Алан Ходжкин, вооружившись электродами, поставили серию экспериментов на этом нерве, результаты которых перевернули мировоззрение и «зажгли зеленый свет» на пути к электрофизиологии» (Семячкина-Глушковская, 2010, с.49).

Индукция К.Вирсмы. Известный нейрофизиолог К.Вирсма (1938) высказал идею о существовании командных нейронов, запускающих определенные фрагменты поведения животных, индуктивно отталкиваясь от исследований двигательных систем рака. Г.Шеперд в книге «Нейробиология» (1987) пишет: «Представление о командных нейронах возникло в ходе исследований Вирсма (Калифорнийский технологический институт) на двигательных системах рака. Начиная с 40-х годов эта работа велась главным образом на системе гигантских аксонов, ответственных за реакцию избегания, а также на нервной сети, управляющей ритмическими движениями небольших придатков брюшка – плавательных ножек (филлоподий). Вирсма обнаружил, что можно избирательно раздражать крупные идентифицируемые волокна, проходящие в коннективах между сегментарными ганглиями, и оценивать их влияние на движения. В 1964 г. Вирсма и Кацуо Икеда показали, что эндогенные разряды мотонейронов, иннервирующих мышцы плавательных ножек, можно вызывать или подавлять путем раздражения особых интернейронов в ганглиях и коннективах, расположенных более растрально. Исследователи назвали аксоны таких интернейронов «командными волокнами» (Шеперд, 1987, том 2, с.91).

Индукция Джона Кейда. Австралийский психиатр Джон Кейд (1949) выдвинул идею о возможности лечения человеческих психозов солями лития, индуктивно отталкиваясь от случайного обнаружения успокаивающего действия карбоната лития на животных. В качестве подопытных животных Д.Кейд использовал морских свинок и крыс. Выдающийся физик, разработавший классификацию элементарных частиц, Ю.Нееман в статье «Наука эволюционирует по Дарвину?» (журнал «Химия и жизнь», 1994, № 8) пишет: «Лечебный эффект солей лития при маниакальном психозе открыл в 1949 году Ф.Дж.Кейд, австралийский психиатр. Он занимался изучением действия мочевой кислоты, про которую было известно, что она вызывает возбуждение. Вводя морским свинкам инъекции урата лития, Кейт обратил внимание на то, что морские свинки становятся не возбужденными, а совсем ручными. Отсюда Кейд сделал вывод, что литий – успокаивающий агент. Он сразу дал соответствующие дозы лития десяти госпитализированным больным с маниакальным психозом, шестерым больным шизофренией и трем страдавшим от депрессии. Состояние маньяков существенно улучшилось. На остальных больных литий не оказал никакого действия» (Ю.Нееман, 1994). Говоря о роли случая и везения в открытии Кейда и в других научных открытиях, Ю.Нееман замечает: «Обычно фонд, предоставляющий грант, требует подачи заявки, которая включает план предполагаемых исследований и их цели. Очевидно, что открытие, совершаемое благодаря везению, не может быть предсказано. Таким образом, наиболее важные результаты никогда не будут фигурировать в заявках» (Ю.Нееман, 1994). О случайности открытия Д.Кейда говорит также М.Е.Вартанян в статье «Опыт лечения состояний возбуждения углекислым литием» («Журнал невропатологии и психиатрии», 1959, № 5): «В практике психиатрических лечебниц соли лития применяются с 1949 г., когда австралийский исследователь Кейд, изучая в опыте на крысах явления, связанные с накоплением мочевины в организме и нейтрализуя их введением углекислого лития, случайно заметил, что введение повышенных доз лития вызывает у подопытных животных полулетаргическое состояние. Это наблюдение натолкнуло автора на мысль применить углекислый литий для лечения состояний возбуждения у психических больных. Результаты, полученные при этом, были настолько убедительными, что заставили многих клиницистов серьезно заняться разработкой этого вопроса» (М.Е.Вартанян, 1959). Р.Шейдер в книге «Психиатрия» (1998) описывает обстоятельства внедрения солей лития в медицинскую практику: «Любопытно, что в 1949 г., когда Кейд описал действие карбоната лития при мании, в журнале Американской Медицинской Ассоциации были опубликованы несколько сообщений о тяжелом, иногда смертельном отравлении хлористым литием, употреблявшимся в качестве заменителя поваренной соли. Однако значение работы Кейда было оценено датским ученым Шу. Вместе со своими сотрудниками он начал активно изучать действие карбоната лития при МДП. В результате в 1970 г. карбонат лития стал официально применяться в США при лечении маниакальных приступов, а в 1974 г. – и для их предупреждения» (Р.Шейдер, 1998). Учитывая роль везения в открытии Кейда, мы можем рассматривать его находку как индукцию с фактором случая.

Индукция Анри Лабори. Французский врач Анри Лабори (1952) высказал идею о возможности лечения шизофрении хлорпромазином (аминозином), индуктивно исходя из того, что человек, страдавший приступами мании, вышел из больницы практически здоровым после того, как в течение 20-ти дней принимал хлорпромазин по инициативе А.Лабори. Конечно, впервые мысль о применении аминозина в психиатрии возникла у А.Лабори по аналогии с его применением в качестве анестезического средства при хирургических операциях, поскольку было замечено, что данное противошоковое вещество оказывает успокаивающее действие на психику. А уже вслед за этой аналогией были проведены проверочные опыты. В.Б.Прозоровский в статье «Дофамин» (журнал «Химия и жизнь», 2001, № 11) пишет: «В 1950 году П.Шарпентье синтезировал вещество, получившее название «аминозин» (хлорпромазин, ларгактил). Уже на следующий год хирург А.Лабори отметил ярко выраженные противошоковые свойства аминозина, а также его неожиданное влияние на психику: больному становилось совершенно безразлично происходящее с ним и вокруг него, причем, сохранялись и сознание, и контакт с врачами. Дата первого применения аминазина для лечения тяжелой формы шизофрении – 19 января 1952 года – теперь считается днем возникновения новой научной дисциплины, психофармакологии» (В.Б.Прозоровский, 2001). В.Б.Прозоровский в статье «Успокаивающее «оружие» (журнал «Наука и жизнь», 2005, № 6) указывает, что сначала А.Лабори, будучи хирургом, применял хлорпромазин как обезболивающий, противошоковый препарат: «В 1940-е годы прошлого века многие фармацевтические фирмы занялись поиском лекарств, которые блокировали бы действие гистамина. Среди них была и французская фармацевтическая фирма «Special», исследовавшая антигистаминную активность производных фенотиазина. Неожиданно обнаружилось, что антигистаминный препарат этого класса соединений – прометазин помимо собственно антигистаминного эффекта способен оказывать на больных успокаивающее действие, вызывать заторможенность и даже сонливость. Это действие прометазина сначала считали побочным, пока в 1950 году французский военный врач Анри Мари Лабори не указал на возможность использования тормозящего эффекта препарата в анестезиологии. (…) В ряде случаев обезболивающий эффект препаратов был настолько силен, что больным после операции не требовался морфин» (В.Б.Прозоровский, 2005). Наконец, в статье «Юбилей психофармакологии» (журнал «Российские аптеки», 2002, № 10) В.Б.Прозоровский описывает факты, которые индуктивно убедили А.Лабори в применимости аминозина в психиатрии: «Первым больным, получившим хлорпромазин, был человек, страдавший приступами мании. Во время приступов длительная госпитализация и шоковая терапия давали лишь временное улучшение. Но через 20 дней после начала лечения хлорпромазином он вышел из больницы практически здоровым. Сообщение об этом случае было сделано 25 февраля 1952 г. на заседании Парижского медико-психологического общества» (В.Б.Прозоровский, 2002).

Индукция Натана Клайна (Кляйна). Психиатр Натан Клайн (1953) выдвинул гипотезу о возможности применения алколоида раувольфии – резерпина в психиатрии для лечения депрессивных расстройств, индуктивно основываясь на случайном знакомстве с одной газетной заметкой, в которой сообшалось об использовании в Индии врачом Хакимом алколоидов раувольфии для лечения психических заболеваний. В.Б.Прозоровский в статье «Юбилей психофармакологии» (журнал «Российские аптеки», 2002, № 10) пишет о растении Раувольфия, которое издавна использовали в Индии как лечебное средство при укусах змей: «После того, как в 1931 г. были изучены стандартизированные препараты раувольфии, их стали применять достаточно широко в качестве успокаивающего средства. В 1952-1953 гг. были опубликованы результаты фармакологических исследований алколоида раувольфии, получившего название резерпина. Сначала препарат стали применять для лечения гипертонической болезни. Одним из первых, кто обратил внимание на резерпин как на потенциальное психотропное средство, был американский ученый Клайн, а источником информации, послужившей стимулом для испытания резерпина, оказалась газетная заметка, в которой сообщалось, что индийский врач Хаким удостоен золотой медали за новый метод лечения психических заболеваний с помощью алколоидов раувольфии. Сообщение могло остаться незамеченным, если бы ему не предшествовало волнующее известие из Европы о появлении в психиатрии хлорпромазина» (В.Б.Прозоровский, 2002). Р.Дейвенпорт-Хайнс в книге «В поисках забвения: всемирная история наркотиков» (2000) пишет: «Швейцарская компания «Сиба» в 1952-1953 годах провела исследования Rauwolfia serpentina, корня растения, который использовался в Индии для лечения гипертензии (устойчиво высокого кровяного давления) и умопомешательства. В результате было получено активное вещество, которое компания назвала «резерпин». Психиатр Натан Клайн (род.1923) на заседании Американской психиатрической ассоциации похвалил антидепрессантный эффект резерпина. В результате лоббистских усилий Клайна в 1955 году Конгресс принял закон об исследованиях в области психического здоровья, который предусматривал выделение двух миллионов долларов в год для психофармакологических исследований. Американский ученый, работавший на компанию «Сиба», для описания воздействия резерпина придумал слово «транквилизатор» (Р.Дейвенпорт-Хайнс, 2000).

Индукция Натана Клайна (Кляйна). Психиатр Натан Клайн (1958) высказал гипотезу о возможности использования ипрониазида в психиатрии для снятия симптомов депрессии, индуктивно исходя из следующего случайного наблюдения. Е.Рыцарева в статье «Таблетка для души» (журнал «Эксперт», № 42, 2001) цитирует руководителя клинического отдела Научного центра психического здоровья РАМН А.Б.Смулевича: «Антидепрессант ипрониазид сначала применялся вовсе не для лечения психически больных. Входящие в его состав вещества использовались для лечения туберкулезников. Врачи заметили, что их пациенты, вместо того чтобы горевать после приема лекарств, начали веселиться и даже танцевать. И тогда известный нью-йоркский психиатр Натан Кляйн решил попробовать его в лечении страдающих депрессией. Так ипрониазид стал антидепрессантом» (Е.Рыцарева, 2001). Об этом же А.Б.Смулевич говорит в статье «Дифференцированная терапия при депрессиях и комороидной патологии» (журнал «Психиатрия и психофармакотерапия», 2001, том 3, № 3): «Ипрониазид был синтезирован как аналог противотуберкулезного препарата изониазида и первоначально предназначался для применения во фтизиатрии. Американским психиатрам (Натан Кляйн и соавт., 1958) удалось доказать, что «эйфоризирующее» действие этого препарата не является его побочным эффектом, а представляет собой одно из свойств эффективного антидепрессанта» (А.Б.Смулевич, 2001). Реконструкция А.Б.Смулевича согласуется с трактовкой В.Прозоровского, который в статье «Юбилей психофармакологии» (журнал «Российские аптеки», 2002, № 10) повествует: «В одной из туберкулезных клиник шло обычное испытание нового средства, убивающего туберкулезную палочку. Были уже открыты и получили применение тубазид, салюзид и многие другие препараты. Для испытания, как было принято в этой клинике, больные в одной палате получали известный тубазид, а в другой новый препарат – изониазид. Лечащий врач обратил внимание на разное поведение больных в двух палатах. Получавшие тубазид, как обычно, с мрачным видом лежали на койках, рассматривая свои рентгеновские снимки, в то время как в другой палате царило веселье – шутили, рассказывали анекдоты, а кое-кто присел перекинуться в картишки. Наблюдательный врач решил поменять препараты. И что же? Мрачные развеселились, а веселые погрузились в уныние. Приглашенные психиатры во главе с доктором Н.Клайном быстро разобрались, в чем дело, и начали испытание изониазида в психиатрической больнице, получив хороший эффект при тяжелых депрессиях. В 1958 г. изониазид стал вторым антидепрессантом с новым механизмом действия» (В.Прозоровский, 2002). Здесь мы встречаем не что иное, как индукцию с фактором случая.

Индукция Рональда (Роланда) Куна. Швейцарский врач Рональд Кун (1957) выдвинул предположение о возможности использования такого вещества, как имипранил (тофранил) в психиатрии в качестве средства от депрессии, индуктивно исходя из своей лечебной практики, которая показала, что это вещество обладает антидепрессивным действием. Существенное значение имел также случай излечения депрессии с помощью данного вещества у одного из родственников акционера фармацевтической компании. Этот случай излечения также индуктивно наводил на мысль о ценности препарата как антидепрессанта. Е.Рыцарева в статье «Таблетка для души» (журнал «Эксперт», № 42, 2001) цитирует руководителя клинического отдела Научного центра психического здоровья РАМН А.Б.Смулевича: «Попытка улучшить аминазин (хлорпромазин Анри Лабори – Н.Н.Б.) тоже привела к необычному эффекту. Ученые ему на смену создали, как им казалось, более эффективное нейролептическое лекарство – имипрамин (мелипрамин). Его дали испробовать знаменитым психиатрам, но все они сосредоточились на его успокаивающих свойствах. Лишь швейцарский врач Рональд Кун обнаружил у имипрамина и антидепрессивное действие. Казалось бы, наконец-то было создано средство от депрессии. Но все оказалось не так просто. В те времена считалось, что депрессии надо лечить преимущественно психотерапией, лечение ее лекарствами встретило большое сопротивление. К счастью (для современной психиатрии), у одного из владельцев фармацевтической фирмы родственник заболел депрессией, врачу разрешили попробовать препарат, и владельцы фирмы сами убедились, насколько он эффективен. Так имипрамин стал первым антидепрессантом, и средства из этой группы популярны до сих пор» (Е.Рыцарева, 2001). Р.Дейвенпорт-Хайнс в книге «В поисках забвения: всемирная история наркотиков» (2000) повествует: «Швейцарская фармацевтическая компания «Гижи» (основанная в 1859 году в Базеле как лакокрасочное производство) начала исследования вещества иминодибензил, впервые синтезированного в 1898 году. В 1957 году Роланд Кун (род.1912) из мюнстерлингенской больницы сообщил, что это вещество было мощным антидепрессантом – и это в то время, когда было широко распространено мнение, что антидепрессанты не существуют вообще. Когда Кун прочитал доклад о своем открытии на Всемирном конгрессе психиатров в Цюрихе, никто даже не обратил внимания на то, что было сказано нечто значительное. В 1958 году он прочитал подобную лекцию в Гейлсбергской больнице штата Иллинойс и опять не получил должного внимания, пока лекция не появилась в печати. Кун обнаружил, что антидепрессант имипрамин не вызывал эйфории. Компания «Гижи» почти не реагировала на открытие, до тех пор, пока им не заинтересовался один из крупных акционеров. В его семье одна из женщин страдала депрессией, но после лечения имипрамином она быстро поправилась» (Р.Дейвенпорт-Хайнс, 2000).

Индукция Лео Стернбаха. Известный швейцарский химик, эмигрировавший в США, Лео Стернбах (1957) пришел к выводу о возможности применения валиума (реланиума) в психиатрии для лечения психических расстройств, индуктивно основываясь на опытах, позволивших обнаружить, что валиум оказывает успокаивающее действие на животных и человека, то есть снимает у них тревогу. Отметим, что валиум был открыт случайно. Е.Рыцарева в статье «Таблетка для души» (журнал «Эксперт», 2001, № 42) цитирует А.Б.Смулевича: «Известный транквилизатор реланиум (валиум) тоже был открыт совершенно случайно. В фармацевтической компании «Гофман-Ларош» проводили безуспешные эксперименты, и владельцы уже собирались закрывать эту серию опытов. Оставалась последняя банка изучаемой субстанции, и ученые все-таки решили проверить фармакологическую активность содержащегося в ней вещества. Оказалось, что именно оно обладает отчетливыми психотропными свойствами. Введение в клиническую практику валиума позволило компании выйти в число наиболее крупных фармацевтических фирм мира» (Е.Рыцарева, 2001). Об этом же случайном открытии А.Б.Смулевич, М.Ю.Дробижев и С.В.Иванов пишут в книге «Транквилизаторы – производные бензодиазепина в психиатрии и общей медицине» (1999): «Так как мепробамат представлялся по тем временам весьма перспективным анксиолитиком с более избирательным противотревожным действием в сравнении с барбитуратами, швейцарская фармацевтическая компания «F.Hoffmann La Roche» в начале 50-х годов приняла решение о начале исследований с целью поиска новых субстанций того же типа. Как вспоминает возглавивший научную группу L.H.Sternbach, знания о биохимических процессах, происходящих в мозге, были в то время достаточно ограниченными, поэтому работу предполагалось проводить в чисто эмпирическом ключе. Был предпринят поиск веществ, которые позволили бы синтезировать наибольшее количество новых представителей определенного химического класса за относительно короткое время. В качестве таких химических соединений, по мнению исследователей, наиболее подходила группа гетероциклов (бензептоксдиазины), которые активно изучались еще с начала 30-х годов. Был синтезирован целый ряд веществ рассматриваемого типа, которые хорошо поддавались кристаллизации, легко образовывали водорастворимые соли, но, к сожалению, не обладали нужными биологическими свойствами. Однако в ходе этих исследований была уточнена химическая структура веществ, которые в дальнейшем идентифицировались как квиназолин 3-оксиды. Вскоре после этого, как далее вспоминает L.H.Sternbach, работа по синтезированию новых квиназолинов была прекращена из-за того, «что другие проблемы, казавшиеся более важными, потребовали использования всех лабораторных ресурсов. В апреле 1957 г. во время генеральной уборки лабораторных помещений один из сотрудников L.H.Sternbach доктор Earl Reeder случайно обратил внимание на несколько сотен миллиграммов двух веществ: кристаллизованного соединения квиназолина 3-оксида с метиламином и его гидрохлорида. Фармакологические испытания обнаружили у первого из них выраженные свойства, характерные для транквилизаторов и седативных препаратов, но, в отличие от хлорпромазина, резерпина и фенобарбитала, более селективное противотревожное действие. (…) Обнаруженные факты позволили в мае 1958 г. подать заявку на открытие 2-амино-1,4-бензодиазепин-4-оксидов с различными замещающими в исходной химической структуре. Новизна синтезированных веществ позволила получить патент без каких бы то ни было затруднений уже к июлю 1959 г.» (А.Б.Смулевич, М.Ю.Дробижев, С.В.Иванов, 1999). Вывод Л.Стернбаха о применении валиума (реланиума) в психиатрии представлял собой индукцию с фактором случая.

Индукция Дэвида Вонга. Китайский химик, эмигрировавший в США, Дэвид Вонг (1972) пришел к мысли о применении прозака (флуоксетина) в медицине для снятия депрессии, индуктивно основываясь на опытах, в которых было обнаружено антидепрессивное действие прозака на мышах, то есть способность прозака блокировать поглощение нейромедиатора возбуждения серотонина в мозге лабораторных крыс. А.Гостев и В.Ковалева в статье «Отчаяние - золото» (журнал «Секрет фирмы», № 24 (207) от 25.06.2007 г.) пишут об истории открытия Д.Вонга: «Он стремился создать Lifestyle drug – лекарство, которое можно будет принимать постоянно, по своей воле регулируя собственное настроение. Пить как кофе, только с гораздо более сильным эффектом. Чтобы создать такое волшебное средство, требовалось совсем немногое: найти вещество, которое воздействовало бы исключительно на обмен серотонина и не затрагивало другие системы. Для достижения этой цели Вонг одним из первых применил принцип сознательного «дизайна» лекарственного средства. Его исследовательская группа синтезировала и испытала десятки сходных химических веществ. В результате опытов на мышах в 1972 году был найден препарат флуоксетин, обладающий как раз нужными свойствами: избирательностью и эффективностью в задержке серотонина. После длительных клинических испытаний в 1986 году флуоксетин был выпущен на европейский рынок и американский рынок под брэндом Prozac» (А.Гостев, В.Ковалева, 2007). «После изобретения прозака, - поясняют А.Гостев и В.Ковалева, - во многих странах психоаналитики остались без работы: оказалось, что вместо долгого «проговаривания» психологических проблем боль можно устранить, слегка подправив химические процессы в мозгу» (А.Гостев, В.Ковалева, 2007).

Индукция Ганса Вернера Лиссманна. Английский электрофизиолог Ганс Лиссманн (1958) выдвинул гипотезу о том, что рыбы генерируют электромагнитные сигналы и используют их для локации и связи, индуктивно основываясь на экспериментах с гимнархом, который способен обнаруживать препятствия при движении хвостом вперед. Гимнарх – это рыба, которую также называют нильским сомиком. В.Ольшанский в статье «Электрический глаз величиной во все тело» (журнал «Наука и жизнь», № 11, 2005) пишет о том, как Лиссманн открыл предназначение электрических органов у рыб: «Человек, который наблюдал за гимнархом, - Ганс Вернер Лиссманн знал толк в точности движений. С 1934 года он работал в Кембридже, в лаборатории известного специалиста по локомации сэра Джеймса Грея и умел выявлять тонкие механизмы ползания и плавания змей, пиявок, жаб, рыб. Более всего его поразила способность гимнарха обнаруживать препятствия при движении хвостом вперед. Чем, простите, он мог бы их видеть? И какое отношение ко всему этому мог иметь электрический орган, как известно, расположенный в этом необычном хвосте? Погрузив в аквариум пару приемных электродов, Лиссманн регистрирует непрерывную последовательность импульсов поразительно стабильной частоты (порядка 300 Гц) и амплитуды (около 30 мВ в метре от рыбы). Позже Лиссманн писал, что ожидал не этого – обычных всплесков и импульсов, генерируемых вблизи себя живыми организмами. А тут такой радиотехнический сигнал! Но если перемещать регистрирующие электроды относительно рыбы, то легко видеть, что и амплитуда меняется, и фаза перекидывается, так что сомнений нет – источник в хвосте гимнарха. После работ Лиссманна рыб будут делить на волновых – с четким ритмом разрядов и пульсирующих – с нерегулярными интервалами между отдельными короткими разрядами. Из африканских электрических рыб к последним принадлежат все, кроме гимнарха» (В.Ольшанский, 2005). Об этих же опытах Лиссманна пишут И.Литинецкий и Л.Брянский в статье «Как и на что реагируют электрические рыбы?» (журнал «Техника-молодежи», № 2, 1975): «Опыты профессора Кембриджского университета Г.Лиссмана показали: гимнарх улавливает ничтожные изменения в структуре поля. Если у стенки снаружи аквариума поместить магнит и начать двигать его, рыба немедленно на это реагирует. Достаточно положить на дно аквариума четыре медных бруска так, чтобы они были в вершинах воображаемого прямоугольника, и гимнарх становится узником невидимой «клетки» (И.Литинецкий и Л.Брянский, 1975).

Индукция Рагнара Гранита. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1967 год Рагнар Гранит (1957) выдвинул гипотезу о том, что частота нервных импульсов и число активных нейронов, создающих определенную конфигурацию разряда в отдельном нервном волокне, являются способами кодирования передаваемой по ним информации, индуктивно основываясь на исследованиях Эдриана и Вирсма. Эдриан (1926) установил, что как органы чувств, так и нейроны посылают многократные серии коротких электрических импульсов, частота которых возрастает пропорционально увеличению интенсивности раздражения. Вирсма (1950) обнаружил, что импульсы разной частоты могут давать разный эффект в мышце клешни краба. Р.Гранит в книге «Электрофизиологическое исследование рецепции» (1957) пишет: «Я хорошо помню, как, интересуясь органами чувств и, следовательно, психофизикой, я был глубоко взволнован появлением первых работ Эдриана (1926, 1927). Неожиданно выяснилось, что как органы чувств, так и нейроны (см. Денни-Браун, 1929) посылают многократные серии коротких электрических импульсов, так называемых пиков, одинаковой высоты, частота которых, однако, возрастает с увеличением интенсивности раздражения. Таким образом, передача сигналов в отдельных нервных волокнах имеет характер простого частотного кода!» (Гранит, 1957, с.13). Р.Гранит подчеркивает: «…Величина рефлекторного сокращения является функцией «входной» частоты импульсов, если только они не подвергаются торможению в центре. Эдриан и Бронк (1928, 1929) исследовали моторную регуляцию сначала на диафрагмальном нерве (в связи с регуляцией дыхания), а затем и на примере сгибательного рефлекса и перекрестного разгибательного рефлекса. Оказалось, что в этих рефлексах существует два механизма градации ответа: один осуществляет градацию выходной частоты импульсов, идущих к мышце… другой, в дополнение к первому, регулирует число активных моторных единиц…» (Гранит, 1957, с.276). До Р.Гранита вывод о том, что передача сигналов в отдельных нервных волокнах имеет характер простого частотного кода, делал сам Эдгар Эдриан, являющийся лауреатом Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1932 год. Эдриан писал: «Импульсы, возникающие в органах чувств в нервных клетках, сопровождаются потенциалами действия, такими же, как при раздражении нервного ствола электрическим током» (цит. по: Гранит, 1957, с.12). Р.Гранит подчеркивает наличие убедительных фактов, которые подсказывали Эдриану такой вывод: «Для того чтобы показать, насколько созрели в то время условия для открытия Эдриана, касающегося изменения частоты импульсов в одиночных афферентных нервных волокнах, я приведу следующие слова из книги Криса: «В отношении скелетных мышц ритмическую природу влияний двигательных нервов можно считать установленной. В этом состоит одна из наиболее важных особенностей; поэтому исследование частоты этого ритма явилось предметом интенсивного изучения. Возникает чрезвычайно важный вопрос, носит ли активность чувствительных нервов также ритмический характер. В отношении этого в настоящее время нельзя сказать ничего определенного. Фрелих наблюдал токи действия с очень правильным ритмом в некоторых чувствительных нервах головоногих моллюсков. В афферентных нервах высших животных наличие подобного явления еще не установлено. Тем не менее, Фрелих склонен принять ритмическую природу активности для всех чувствительных нервов…» (Гранит, 1957, с.11).

Индукция Рагнара Гранита. Р.Гранит (1947) сформулировал идею о том, что разряд нервных импульсов первоначально возникает и поддерживается генераторным потенциалом деполяризации, индуктивно исходя из исследований Фрелиха, обнаружившего в глазах головоногих моллюсков длительный потенциал деполяризации в чувствительных клетках во время освещения. Р.Гранит в книге «Электрофизиологическое исследование рецепции» (1957) пишет: «В работе на простых глазах, т.е. глазах, не усложненных наличием ганглиозных структур в самой сетчатке, как, например, в глазах головоногих моллюсков, изученных Фрелихом, (1914, 1921) было обнаружено существование длительного потенциала деполяризации в чувствительных клетках во время освещения. Учитывая все сказанное, можно предположить, что разряд импульсов первоначально возникает и поддерживается генераторным потенциалом деполяризации, который либо непосредственно, либо путем электротонической передачи вдоль тонких нервных окончаний деполяризует нерв и вызывает возникновение импульсов. Обзор данных в пользу этого предположения дан Гранитом (1947)» (Гранит, 1957, с.23).

Индукция Рагнара Гранита. Гипотеза Р.Гранита о том, что в основе функции различения характера звуковых колебаний, поступающих в орган слуха, является возникающая в полукружных каналах уха спонтанная нейронная импульсация, ритм которой может ускориться или замедлиться, возникла на основе индукции. Гранит основывался на исследованиях Вернера Левенштейна и Занда. В книге «Электрофизиологическое исследование рецепции» (1957) Гранит пишет о свойствах полукружных каналов уха: «Левенштейн и Занд сделали важное наблюдение, о котором я уже упоминал, а именно, что для каждого канала имеются две противоположные реакции: поворот в одном направлении повышает спонтанную импульсацию, в противоположном – подавляет ее. Если учесть, что имеется шесть таких каналов (по три в каждом ухе), то становится очевидным, что спонтанная импульсация, ритм которой может ускориться или замедлиться, лежит в основе функции различения» (Гранит, 1957, 106). «Повышение и понижение частоты спонтанного разряда импульсов, - поясняет Гранит, - создают определенную конфигурацию возбуждения. Одной из главных задач физиологии органов чувств является попытка представить периферические механизмы сенсорного различения на языке частотного кода. В этом направлении Левенштейн и Занд добились успеха» (там же, с.107).

Индукция Георга Бекеши. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1961 год Георг Бекеши высказал идею о том, что звуковые колебания, поступающие в орган слуха, вызывают в чувствительных волосковых клетках этого органа генераторный потенциал, индуктивно основываясь на опытах по исследованию этого потенциала с применением методов, введенных в физиологию Уивером и Бреем (1930). Р.Гранит в книге «Электрофизиологическое исследование рецепции» (1957) отмечает: «Уивер и Брей (1930) открыли явление, которое теперь называют микрофонным эффектом улитки. Хотя вначале оно не было правильно понято, о нем следует упомянуть, так как это явление вызвало большой интерес и послужило отправной точкой для многих важных исследований» (Гранит, 1957, с.14). «Используя внутренние вибрирующие микроэлектроды, - поясняет Гранит, - Бекеши (1952) в своей блестящей работе показал, что микрофонный потенциал улитки, по-видимому, возникает в чувствительных волосковых клетках, сидящих на основной мембране. Таким образом, микрофонный эффект улитки, который одно время считали сопутствующим явлением, теперь снова рассматривают как генераторный потенцил механорецепторов уха» (Гранит, 1957, с.32). «…Я ждал, - замечает Гранит, - когда физиологи в области слуха возвратятся к представлению о том, что микрофонный эффект улитки может быть генераторным потенциалом кортиева органа. Работы Бекеши (1952), выполненные при помощи микроэлектродов, содержат также важный анализ распределения электрических потенциалов в этом органе» (там же, с.32). Аналогичное описание можно встретить в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975), в которой Л.Я.Бляхер отмечает: «Сенсационный характер имело открытие Е.Г.Уивером и К.У.Бреем в 1930 г. микрофонного эффекта улитки. Этот феномен был обнаружен при отведении к усилителю и громкоговорителю электрических потенциалов от внутреннего уха кошки. При звуковом раздражении уха животного громкоговоритель, расположенный в другом помещении, точно воспроизводит произнесенную экспериментатором фразу или музыкальную мелодию. Оказалось, что рецепторный аппарат внутреннего уха функционирует подобно микрофону, трансформирующему звуковые колебания в электрические, которые громкоговоритель в свою очередь преобразует в звуковые. Г.Дэвис в 30-х годах изучил электрические потенциалы в разных частях слухового аппарата, в частности в слуховом нерве. Дэвис, а затем Г.Бекеши (Нобелевская премия, 1961) подвергли, пользуясь электрофизиологической методикой, экспериментальной проверке резонаторную теорию слуха, созданную Г.Гельмгольцем. (…) В итоге было подтверждено основное положение теории Гельмгольца о пространственном разделении участков улитки, воспринимающих тоны разной высоты» (Бляхер, 1975, с.92).

Индукция Кеффера Хартлайна. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине 1967 года Кеффер Хартлайн (1940) сделал вывод о наличии в сетчатке глаза трех фоторецепторов, по-разному реагирующих на световое раздражение, индуктивно основываясь на опытах по исследованию зрительного анализатора лягушек (1938). Эти опыты позволили ему обнаружить, что в некоторых волокнах зрительного нерва импульсы возникают только при включении света, в других – при выключении его, а в третьих – и при включении, и при выключении («История биологии» под ред. Л.Я.Бляхера, 1975). В книге «Лауреаты Нобелевской премии» (1992) констатируется: «В 1938 г. Хартлайн перешел к изучению более сложного зрительного анализатора позвоночных. Тщательно и осторожно выделяя отдельные волокна из зрительных нервов лягушек, он регистрировал их электрическую активность. «Результаты были неожиданными, - писал он. – Различные волокна зрительных нервов реагировали на свет по-разному». В отличие от волокон зрительного нерва подковообразного краба, реакция которых была строго одинаковой, одни волокна зрительного нерва лягушки отвечали только на уменьшение силы света, другие – на ее увеличение, а третьи – на наличие света или его отсутствие» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992).

Индукция Кеффера Хартлайна. Догадка Хартлайна о существовании у нейронов зрительной системы специфических рецептивных полей, помимо аналогии с концепцией рецептивных полей Ч.Шеррингтона, индуктивно опиралась на опыты по регистрации активности нейронов в ответ на изменение освещения. Регистрируя активность одного нейрона зрительного нерва животного, Хартлайн обнаружил, что частота его импульсации увеличивается или уменьшается, если меняется освещение над определенной зоной сетчатки. Отсюда Хартлайн и склонился к заключению о существовании рецептивных полей зрительных нейронов – зоны сетчатки, при падении света на которую может меняться активность данного нейрона. Исследования Хартлайна позволяли понять, что сигнал фоторецептора сетчатки глаза несет информацию об изменении интенсивности освещения в данной области поля зрения. Необходимо отметить, что работы Хартлайна (1940) по исследованию глаза морского ракообразного мечехвоста стали ключевым стимулом для работ Куффлера (1953) на сетчатке кошки.

Индукция Кеффера Хартлайна. К.Хартлайн сформулировал представление о существовании латерального торможения нервных волокон, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. С.В.Фомин и М.Б.Беркинблит в книге «Математические проблемы в биологии» (1973) поясняют суть явления, обнаруженного К.Хартлайном: «Оказалось, что частота импульсации в волокне зрительного нерва, идущего от данного омматидия, понижается, если освещать не только его, но и соседние омматидии. При этом тормозное влияние данного омматидия на другие тем сильнее, чем ярче он освещен и чем ближе к нему находятся эти другие» (С.В.Фомин и М.Б.Беркинблит, 1973).

Индукция Уайлдера Пенфилда. Выдающийся канадский нейрохирург Уайлдер Пенфилд (1945, 1950) сформулировал идею о том, что чем большее значение имеет та или другая функциональная система, тем более обширную территорию занимает ее проекция в первичных отделах коры головного мозга, индуктивно исходя из своих опытов по электрическому раздражению различных участков мозга. В этих опытах Пенфилд заметил, что проекции туловища, бедра или плеча занимают в передней и задней центральных извилинах мозга относительно небольшую площадь, тогда как проекция руки – гораздо большую, а проекции губ и языка – еще большую площадь. Оказалось далее, что проекции 3-го и 4-го пальцев в коре сравнительно малы, тогда как участки, раздражая которые можно вызвать движения большого или указательного пальца, очень велики (А.Р.Лурия, «Основы нейропсихологии», 2006). О механизмах мышления Пенфилда можно догадаться на основании следующего замечания психологов Н.Хейес и С.Оррелл, представленного в их книге «Введение в психологию» (2003): «Некоторые типы индуктивных исследований относительно просты – например, исследования коры головного мозга Пенфилда, когда он стимулировал определенные участки коры участников эксперимента, а затем фиксировал их ощущения» (Хейес, Оррелл, 2003, с.627).

Индукция Уайлдера Пенфилда (Пенфильда). У.Пенфилд выдвинул гипотезу о возможности вызвать у человека воспоминания о прошлом путем электрической стимуляции отдельных областей его мозга, индуктивно основываясь на опыте, в котором электрическое раздражение определенного участка мозга пациента приводило к возникновению в его сознании картин прошедших событий. В.Пекелис в книге «Твои возможности, человек!» (1986) отмечает: «Когда известный исследователь мозга Пенфилд попробовал с помощью электрического тока раздражать определенный участок мозга, то у больного в сознании возникали подробные воспоминания о давно прошедших событиях. Сам Пенфилд рассказывает: «Когда электрод нейрохирурга случайно активирует запись прошлого, это прошлое развертывается последовательно, мгновение за мгновением. Это несколько напоминает работу магнитофона или демонстрацию киноленты, на которой как бы запечатлено все, что человек некогда осознавал, то, на что он обратил внимание в тот промежуток времени». Таким образом, возбуждение только извлекает на свет ту или иную страницу из архивов памяти, из архивов, как показали исследования, весьма и весьма обширных» (Пекелис, 1986, с.89). Об этом же пишут Е.Н.Соколов и Г.Г.Войткявичус в книге «Нейроинтеллект. От нейрона к нейрокомпьютеру» (1989), имея в виду выявление Пенфилдом нейронной записи впечатлений: «Доказательством существования такой непрерывной записи событий служат данные Пенфильда (1955), полученные при стимуляции электрическим током ассоциативной области мозга человека. При стимуляции определенной точки этой области мозга у человека перед взором начинают разворачиваться во времени некоторые события, имевшие место в прошлом, при этом их последовательность совпадала с тем, что «вспоминал человек». Если точка раздражения не менялась, то вспоминался ход одних и тех же событий, причем с одного и того же момента времени, как будто испытуемому прокручивали один и тот же видеофильм с того же самого момента времени» (Соколов, Войткявичус, 1989, с.117).

Индукция Джеймса Мак-Коннела. Американский биолог Джеймс Мак-Коннел (1962) выдвинул предположение о возможности передачи определенных форм поведения от одного животного к другому с помощью веществ, которые содержатся в обученной особи, индуктивно исходя из экспериментов, в которых осуществлялась передача условных рефлексов от одного червя-планарии к другому путем скармливания. А.М.Хазен в книге «Разум природы и разум человека» (2000) пишет: «В начале 60-х годов М.Мак-Коннелом было экспериментально обнаружено, что у червя-планарии можно выработать некий условный рефлекс при его передвижениях в воде. Сенсация заключалась в том, что если кормить необученных планарий их обученными сородичами, то это вызывает такое же их поведение, как у обученных планарий. Получалось, что сложные формы поведения можно передавать особи с помощью веществ, которые присутствуют в обученной особи. Споры о материальности мысли сильно затормозили исследования в этом направлении, но от фактов уйти нельзя» (Хазен, 2000, с.597).

	«Моя жизнь очень проста. Я никогда никем себя не считала… Я никогда не говорю о тяжелых моментах, через которые мне пришлось пройти, всегда только о чем-нибудь положительном. Так что можно сказать, что я никогда не хотела, чтобы моя мама или мой учитель, Джузеппе Леви, узнали, что мне бывает тяжело. Я хотела, чтобы они знали только о хорошем, о моих успехах». Рита Леви-Монтальчини о себе

Индукция Риты Леви-Монтальчини. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1986 год Рита Леви-Монтальчини и В.Хамбургер (1949) выдвинули гипотезу о том, что естественным этапом процесса развития нервной системы является дегенерация и гибель значительного числа нейронов, индуктивно исходя из опытов по исследованию формирования нервной системы в период эмбриогенеза. Г.Шеперд в 1-ом томе книги «Нейробиология» (1987) пишет об открытии феномена гибели клеток в период развития: «Впервые это было показано на позвоночных в 1949 г. В.Хамбургером и Р.Леви-Монтальчини из Вашингтонского университета. Они обнаружили, что в течение определенного короткого периода времени в самом начале эмбрионального развития происходит дегенерация большого числа клеток в спинальных ганглиях и в моторных областях спинного мозга. Было установлено, что это происходит приблизительно в тот момент, когда периферические волокна устанавливают свои связи на периферии. Как и многие другие важные открытия, это открытие сначала не привлекло внимания и осталось в тени» (Шеперд, 1987, с.255). Об этом же пишут Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас и П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003): «Эксперименты, выполненные Гамбургером и Леви-Монтальчини, впервые выявили запрограммированную гибель нейронов эмбрионов позвоночных, а также показали, что степень гибели клеток может зависеть от размеров ткани-мишени. Они показали, например, что в развивающейся конечности в то время, когда формируются первые синаптические связи с миофибриллами, от 40 до 70% мотонейронов, которые послали аксоны в эту конечность, погибают» (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас и П.Фукс, 2003). Впоследствии было сделано предположение, что когда нервные волокна (аксоны) устанавливают свои связи с различными органами-мишенями, между аксонами возникает конкурентная борьба за мишени, и те клетки, которые проигрывают в этом процессе, гибнут.

Индукция Риты Леви-Монтальчины. Р.Леви-Монтальчини (1960) выдвинула гипотезу о существовании в нервной системе эмбриона особого белка, являющегося фактором роста нерва, в котором нуждаются нейроны для своего выживания, индуктивно основываясь на опытах по исследованию эмбрионального развития нервных тканей животных. В этих опытах Леви-Монтальчини заметила, что белок, получивший позже название фактора роста нерва (ФРН), стимулирует рост отростков сенсорных и симпатических нейронов. Также она совместно с С.Коэном обнаружила, что ФРН необходим для выживания нейронов. Блокирование действия ФРН у новорожденных мышат при помощи антител вело к гибели симпатических нейронов. В 1977 году Р.Б.Кампенот подтвердил гипотезу Леви-Монтальчини, проведя эксперимент, в котором симпатические нейроны выращивались в специальных камерах, состоящих из трех отсеков. ФРН находился во всех трех отсеках. Нейроны помещались в центральном отсеке, а их отростки направлялись в каждую из двух боковых секций. Затем ФРН удалялся из одной из боковых секций. Аксоны в центральной секции и в боковой секции, которая содержала ФРН, выживали, а аксоны в секции, из которой был удален ФРН, подвергались дегенерации и гибели. Другие исследователи установили, что взрослым нейронам ФРН не нужен для выживания, однако он регулирует, среди всего прочего, синтез адреналина. Наблюдения, сделанные Леви-Монтальчини, привели к поиску и открытию других белков, подобных ФРН, которые способствуют выживанию нейронов в различных видах нервных тканей (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «От нейрона к мозгу», 2003). Открытие Риты Леви-Монтальчини представляло собой индукцию, основанную на методе проб и ошибок (методе последовательного перебора) и факторе случая, так как ее находке предшествовал длительный скрининг (поиск), а вероятность удачного результата была неизвестной. Игорь Лалаянц в статье «Ровесница геномного миллениума» («Независимая газета», 10.06.2009 г.) повествует: «Вместе со своим американским помощником С.Коэном она пыталась наладить выращивание культуры нервных клеток, получаемых из нервных ганглиев цыпленка. Расти нейроны не хотели. Ученые бились над загадкой преодоления естественного барьера, стоящего на пути выращивания клеток нервной ткани. С этой целью они перепробовали чуть ли не всю таблицу Менделеева, а также все известные к тому времени питательные среды. Удача пришла с неожиданной стороны, когда рядом с ганглием куриного зародыша поместили кусочек… клеточной культуры мышиной саркомы! Удивлению исследователей не было предела, когда на следующее утро вокруг ганглия появился самый настоящий «гало» - нимб разросшихся нервных отростков (аксонов)» (И.Лалаянц, 2009).

Индукция Стенли Коэна. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1986 год Стенли Коэн (1958) высказал идею о наличии фактора роста нервов (ФРН) в змеином яде, индуктивно исходя из случайного наблюдения над тем, как змеиный яд, использовавшийся для расщепления предполагаемого ФРН, сам по себе вызывал интенсивный рост аксонов в культуре. И.М.Родионов в статье «Фактор роста нервов, гипертрофия и деструкция симпатической системы» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 3) пишет: «Стало ясно, что эффект роста обусловлен каким-то веществом, выделяемым клетками опухоли. Одно из предположений состояло в том, что это вещество – нуклеопротеид, и поэтому решили исследовать действие змеиного яда на эффект роста, поскольку змеиный яд содержит фермент, расщепляющий нуклеопротеиды. Результат оказался неожиданным: змеиный яд сам по себе вызывал интенсивный рост аксонов в культуре. Этот эффект свойствен яду многих видов змей. Поскольку ядовитая железа змей является гомологом подчелюстной слюнной железы теплокровных, было исследовано действие гомогената подчелюстной слюнной железы мышей на рост аксонов в культуре. Оказалось, что подчелюстные железы мышей являются еще более богатым источником вещества, вызывающего рост аксонов. Вещество это было названо фактором роста нервов (ФРН). Интересно отметить роль случайности в этих интереснейших открытиях. Случайно был открыт ФРН в змеином яде. Отсюда был сделан вывод о возможном наличии его в подчелюстных слюнных железах мышей, которые являются гомологом ядовитой железы змей. Оказалось, что исследователям необычайно повезло: мышь – единственный известный вид, у которого содержание ФРН в слюнных железах столь высоко. У других видов содержание его в сотни и тысячи раз меньше» (И.М.Родионов, 1996). Таким образом, вывод С.Коэна о наличии ФРН в змеином яде представлял собой индукцию с фактором случая.

Индукция Арвида Карлссона. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2000 год Арвид Карлссон (1958) сформулировал гипотезу о том, что нейрохимический медиатор дофамин связан с системой регуляции движений, индуктивно основываясь на обнаружении высокого содержания дофамина в неостриатуме – участке мозга, вовлеченном в контроль двигательных актов. Другой исходной посылкой гипотезы А.Карлссона был тот факт, что уменьшение количества дофамина в мозге мышей приводит к нарушению координации их движений. Когда же ученый обратил внимание на то, что при недостатке дофамина у экспериментальных мышей наблюдается такая же утрата способности контролировать движения, как и при болезни Паркинсона у людей, Карлссон по аналогии заключил, что одной из причин болезни Паркинсона является дефицит дофамина в нервных тканях. Другими словами, известный нейрофармаколог пришел к выводу о причастности дофамина к возникновению болезни Паркинсона по аналогии с экспериментально установленным фактом причастности дофамина к утрате двигательного контроля у крыс. К.В.Анохин в статье «Лауреаты Нобелевской премии 2000 года по физиологии и медицине – А.Карлссон, П.Грингард, Э.Кендел» (журнал «Природа», 2001 г., № 1) пишет: «Сначала полагали, что в цепи реакций синтеза катехоламинов дофамин лишь предшественник норадреналина и не выполняет медиаторных функций. Однако шведский фармаколог Арвид Карлссон, разработав высокочувствительный метод определения дофамина в нервной ткани, показал, что картина его распределения в мозге не повторяет таковую для других катехоламинов. В частности, чрезвычайно высоким оказалось содержание дофамина в неостриатуме. И, как и для других катехоламинов, концентрация дофамина резко падала под воздействием резерпина – препарата, истощающего запасы катехоламиновых медиаторов в синаптических пузырьках. При этом одним из побочных действий резерпина было появление у животных симптомов, напоминающих болезнь Паркинсона – заболевания нервной системы, характеризующегося тяжелыми расстройствами регуляции движений. Сопоставив все эти факты, Карлссон выступил в 1958 г. на Катехоламиновом симпозиуме в Бетесде (США) со смелой гипотезой, согласно которой дофамин – самостоятельный медиатор в мозге, чьи функции связаны с экстрапирамидной системой регуляции движений. Он также предположил, что болезнь Паркинсона вызвана ненормально низкими концентрациями дофамина в базальных ганглиях» (К.В.Анохин, 2001). Об этом же пишут Ю.Н.Елдышев и Е.В.Сидорова в статье «Нобелевские лауреаты 2000: от познания тайн памяти и движения – к исцелению миллионов людей» (журнал «Экология и жизнь», 2000, № 5): «Арвид Карлссон, профессор фармакологии университета Гетеборга (Швеция), еще в 50-е годы установил, что нейрогормон дофамин является медиатором и локализуется в базальных ганглиях головного мозга, которые контролируют движения конечностей. Эксперименты на мышах, терявших способность контролировать свои движения при недостатке дофамина, привели ученого к догадке, что страшная болезнь Паркинсона у человека обусловлена теми же причинами» (Ю.Н.Елдышев, Е.В.Сидорова, 2005).

Индукция Жозефа Олтмана (Альтмана). Ж.Олтман (1962) высказал предположение о том, что новые нервные клетки возникают даже в мозге взрослого животного, индуктивно исходя из экспериментов, в которых он обнаружил формирование новых нейронов в таламусе и других отделах мозга крысы после разрушения этих отделов электрическим током. В.Гриневич в статье «Нервные клетки восстанавливаются» (журнал «Наука и жизнь», 2004, № 4) указывает: «Первое сообщение о нейрогенезе появилось в 1962 году в престижном научном журнале «Scaince». Статья называлась «Формируются ли новые нейроны в мозге взрослых млекопитающих?». Ее автор, профессор Жозеф Олтман из Университета Пердью (США) с помощью электрического тока разрушил одну из структур мозга крысы (латеральное коленчатое тело) и ввел туда радиоактивное вещество, проникающее во вновь возникающие клетки. Через несколько месяцев ученый обнаружил новые радиоактивные нейроны в таламусе (участок переднего мозга) и коре головного мозга. В течение последующих семи лет Олтман опубликовал еще несколько работ, доказывающих существование нейрогенеза в мозге взрослых млекопитающих. Однако тогда, в 1960-е годы, его работы вызывали у нейробиологов лишь скепсис, их развития не последовало» (В.Гриневич, 2004).

Индукция Фернандо Ноттебума (Ноттебома). Ф.Ноттебум (1980-е годы) выдвинул гипотезу о постоянном обновлении нервных клеток в мозге животных, индуктивно базируясь на том, что у взрослых самцов канареек регулярно происходит процесс нейрогенеза в вокальном центре их мозга, который отвечает за исполнение новых песен в течение каждого брачного сезона. В.Гриневич в статье «Нервные клетки восстанавливаются» (журнал «Наука и жизнь», 2004, № 4) констатирует: «Многие исследователи певчих птиц обращали внимание на то, что в течение каждого брачного сезона самец канарейки Serinus canaria исполняет песню с новыми «коленами». Причем новые трели он не перенимает у собратьев, поскольку песни обновлялись и в условиях изоляции. Ученые стали детально изучать главный вокальный центр птиц, расположенный в специальном отделе головного мозга, и обнаружили, что в конце брачного сезона (у канареек он приходится на август и январь) значительная часть нейронов вокального центра погибала, - вероятно, из-за избыточной функциональной нагрузки. В середине 1980-х годов профессору Фердинандо Ноттебуму из Рокфеллеровского университета (США) удалось показать, что у взрослых самцов канареек процесс нейрогенеза происходит в вокальном центре постоянно, но количество образующихся нейронов подвержено сезонным колебаниям. Пик нейрогенеза у канареек приходится на октябрь и март, то есть через два месяца после брачных сезонов» (В.Гриневич, 2004). Об этом же говорит А.Грудинкин в статье «Вечная молодость мозга» (журнал «Знание-сила», 2002, № 2): «В начале восьмидесятых годов американский биолог Фернандо Ноттебом, исследуя головной мозг самцов канареек, обнаружил, что его отделы, отвечающие за разучивание мелодий, то расширяются по весне, когда птицы пытаются привлечь пением самок, то позднее сжимаются. При этом меняется и число нейронов! Кстати, канарейка с потерей нейронов при «усыхании» мозга теряет и свои песни – их приходится разучивать заново. Это говорит за то, что представления о том, что память – нечто данное на всю жизнь - заблуждение» (А.Грудинкин, 2002).

Индукция Элизабет Гоулд. Элизабет Гоулд (1998) выдвинула гипотезу о способности нервных клеток мозга к делению и восстановлению, индуктивно базируясь на обнаружении такой способности у нейронов гиппокампа (структуры мозга, ответственной за память) подопытных обезьян. А.Грудинкин в статье «Вечная молодость мозга» (журнал «Знание-сила», 2002, № 2) повествует: «В 1998 году немецкий биолог Эберхард Фукс и американский психолог Элизабет Гоулд проводили опыты, вводя в различные части мозга обезьян препарат бромдеоксиуридин. Он удобен для маркировки новых нейронов, ведь при делении клеток его молекулы встраиваются прямо в структуру ДНК. Если в головном мозге подопытного животного позднее обнаружат искаженную ДНК, значит, здесь произошло деление клеток, и появились новые нейроны. В самом деле, уже через несколько часов после введения препарата в мозге животных обнаружились новые клетки. Выяснилось и основное место их рождения: гиппокамп – отдел мозга, играющий ключевую роль в формировании памяти. Очевидно, там на протяжении всей жизни обезьян из стволовых клеток постоянно возникают тысячи новых клеток» (А.Грудинкин, 2002). Об этом же пишет Э.Голдберг в книге «Управляющий мозг» (2003): «Раньше предполагалось, что во взрослом организме умирающие нейронные клетки не восстанавливаются. Хотя давно было известно, что новые клетки могут развиваться у птиц (благодаря работе ученого из Рокфеллеровского университета Фернандо Ноттебома) и крыс (благодаря работе Джозефа Альтмана из Университета Индианы), эти данные игнорировались на том основании, что они являются скорее исключением, чем правилом. Но недавняя работа Элизабет Гоулд из Принстонского университета и Брюса Мак-Юэна из Рокфеллеровского университета показала, что новые нейроны продолжают появляться у взрослых обезьян-мартышек. Рост новых нейронных клеток был продемонстрирован в гиппокампе, структуре мозга, играющей особую роль для памяти. В другом исследовании Элизабет Гоулд и ее коллеги обнаружили продолжающийся рост новых нейронов в коре взрослых обезьян-макак. Новые нейроны добавляются к гетеромодальной ассоциативной коре в префронтальной, нижней височной и задней теменной областях – в зонах мозга, участвующих в наиболее сложных аспектах переработки информации» (Э.Голдберг, 2003).

Индукция Джузеппе Моруцци и Гораса Мэгун. Джузеппе Моруцци и Горас Мэгун (1949) пришли к идее о том, что функцией ретикулярной формации мозга является активация различных отделов мозга, то есть обеспечение возбудимости нервных структур больших полушарий и мозга в целом, индуктивно основываясь на том, что разъединение ретикулярной формации и коры мозга вызывает у животных коматозное состояние. Также Моруцци и Мэгун основывались на исследованиях Ф.Бремера (1938). Как пишет Е.И.Николаева в книге «Психофизиология» (2003) об открытии функции ретикулярной формации, «ее роль в регуляции цикла сон – бодрствование была продемонстрирована в 1938 г. Ф.Бремером, который показал, что у кошки с перерезанным мозговым стволом на уровне несколько ниже продолговатого мозга или варолиева моста сохранялась электрическая активность бодрствования. Перерезка мозга на уровне среднего мозга вызывала коматозное состояние с регистрацией медленных высоковольтных колебаний» (Е.И.Николаева, 2003).

Индукция Б.К.Ананда. Известный индийский электрофизиолог Б.К.Ананд (1951) сделал заключение о локализации центра голода и жажды в области латерального гипоталамуса, индуктивно исходя из опытов по разрушению локальных участков центральной нервной системы. Как пишет Г.Шеперд в книге «Нейробиология» (1987), «нам было мало что известно о нервных структурах, ответственных за пищевое поведение взрослых крыс, пока Ананд и Бробек в 1951 г. не показали, что двустороннее повреждение небольших участков в латеральной зоне гипоталамуса (ЛЗГ) ведет к полному отказу от пищи (афагия) и воды (адипсия) и спустя несколько суток животные погибают. (…) Авторы высказали предположение, что латеральная зона гипоталамуса служит центром, регулирующим пищевое поведение и потребление воды» (Шеперд, 1987, том 2, с.233).

Индукция Б.Андерсона. Физиолог Б.Андерсон (1956) независимо от Ананда склонился к мысли о локализации центра жажды в гипоталамических ядрах мазга, индуктивно базируясь на следующих опытах. Г.Н.Кассиль в книге «Наука о боли» (1975) указывает: «В 1956 г. на Международном физиологическом конгрессе в Брюсселе Андерсон показал, что, раздражая через вживленные электроды гипоталамические ядра мозга козы, можно вызвать у животного такую невероятную жажду, что оно без передышки поглощает неимоверное количество воды. Коза на глазах аудитории буквально распухала и все же продолжала безостановочно пить. Как только раздражение прекращалось, вода быстро уходила и животное уменьшалось в объеме» (Г.Н.Кассиль, 1975).

Индукция Михаила Ливанова. М.Н.Ливанов выдвинул предположение о том, что важным механизмом деятельности мозга является волновая синхронизация определенных его участков при реализации той или иной функции, индуктивно основываясь на обнаружении такой синхронизации у кролика при выработке у него условного рефлекса. Эту синхронизацию М.Н.Ливанов выявил в опытах, в которых он регистрировал биопотенциалы с большого числа (до 100) участков коры мозга кролика с помощью специальной многоканальной системы. С.В.Фомин и М.Б.Беркинблит в книге «Математические проблемы в биологии» (1973) пишут об исследованиях М.Н.Ливанова: «Оказалось, что до начала выработки условного рефлекса синхронизация различных участков мозга незначительна, причем синхронизированы в основном соседние участки мозга; в процессе выработки рефлекса синхронизация резко возрастает, происходит как бы поиск нужных связей. Наконец, после полной отработки рефлекса синхронизация существенно падает и сохраняется лишь между немногими (не обязательно близкими друг к другу) участками» (С.В.Фомин и М.Б.Беркинблит, 1973). И.А.Евин в книге «Синергетика мозга» (2005) отмечает: «Видный советский электрофизиолог М.Н.Ливанов в ходе многолетних исследований выявил ключевую роль синхронизации биоэлектрической активности мозга в его интегративной деятельности. М.Н.Ливанов и его сотрудники показали, что высокий уровень пространственной синхронизации биопотенциалов облегчает распространение возбуждения. Многочисленные целенаправленные исследования позволили М.Н.Ливанову обосновать представление о том, «что в различных состояниях покоя, а также в процессе обучения у животных и интеллектуальной деятельности у человека возникают закономерные изменения пространственно-временной организации потенциалов, относящихся к различным структурам головного мозга… Эти изменения пространственно-временной организации потенциалов имеют функциональное значение и, по-видимому, обусловлены формированием характерного для каждой конкретной ситуации паттерна возбуждения, обеспечивающего реализацию поведенческого или интеллектуального акта» (И.А.Евин, 2005).

Индукция Джеймса Олдса. Выдающийся физиолог Д.Олдс (1953) сформулировал идею о существовании в области передней перегородки мозга млекопитающих центра удовольствия, индуктивно основываясь на случайном обнаружении того, как после вживления электродов не в ту область мозга, где они должны были находиться, подопытные крысы обнаружили признаки странного поведения. Ж.Годфруа в книге «Что такое психология» (1992) пишет, что в 1952 году Д.Олдс работал над диссертацией под руководством Милнера, профессора Университета Мак-Гилла. В проводимых экспериментах Д.Олдс должен был выяснить, может ли раздражение центра, имеющего отношение к бодствованию и расположенного в ретикулярной формации мозга, привести к тому, что крыса будет избегать тех участков клетки, где она подвергалась воздействию тока. Все крысы, с которыми проводили этот эксперимент, дали ожидаемую реакцию, что свидетельствовало о том, что электрическое раздражение ретикулярной формации было неприятно, и животное предпочитало его избегать. Однако одна из крыс систематически возвращалась к участкам клетки, где получала электрический стимул. Крыса сама стремилась получить электрический стимул, вместо того чтобы избегать его. После вскрытия мозга животного Олдс обнаружил, что электрод по ошибке был вживлен рядом с тем местом, где он должен был находиться, и электростимуляция в этом новом участке вызывала неожиданную “реакцию удовольствия”. Тогда были проведены систематические исследования: большому числу крыс был вживлен электрод в найденный «центр удовольствия», расположенный в лимбической системе, и животных поместили в клетки, где они могли сами подвергать себя воздействию тока, нажимая на рычаг. Результаты были потрясающие. Отдельные животные нажимали на рычаг больше 100 раз в минуту, при этом крысы переносили самые сильные разряды. Они предпочитали даже обходиться без пищи, только бы не бросать рычаг (Ж.Годфруа, 1992). О том, что в исследованиях Д.Олдса имел место фактор случая, пишут Б.Хегенхан и М.Олсон в книге «Теории научения» (2004). Они цитируют самого Д.Олдса: «Осенью 1953 г. мы собирали информацию о ретикулярной активирующей системе. Для этого использовались электроды, на длительное время вживленные в мозг нормально ведущей себя крысы… По чистой случайности электрод был вживлен в область передней перегородки. Полученный результат удивил всех» (Б.Хегенхан и М.Олсон, 2004). В связи с тем, что открытие центров удовольствия стало возможно из-за того, что Д.Олдс по ошибке вживил электрод не в то место, где он должен был находиться, мы снова имеем возможность наблюдать индукцию с фактором случая.

Индукция Бернарда Катца. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1970 год Бернард Катц (1950) сформулировал идею о кодировании параметров стимула амптлитудой потенциала рецепторов растяжения, индуктивно основываясь на экспериментах по регистрации рецепторных потенциалов. Как пишут Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003), «первая демонстрация связи между сенсорными стимулами и электрическими сигналами в механорецепторе была получена Катцем, который, регистрируя рецепторные потенциалы, показал, что растяжение вызывает деполяризацию сенсорного окончания. Когда рецепторный потенциал удалось зарегистрировать изолированно, путем блокады нервного разряда местным анестетиком прокаином, стало очевидно, что амплитуда этого потенциала растет как степенная функция от величины мышечного растяжения» (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, 2003). Необходимо отметить, что многие сенсорные рецепторы используют преимущества этой нелинейной зависимости для того, чтобы обеспечить амплитудное кодирование в широком диапазоне интенсивности стимула.

Индукция Бернарда Катца. Бернард Катц (1952) высказал идею о том, что медиатор высвобождается из нервных окончаний в виде так называемых квантов, включающих в себя более чем одну молекулу медиатора, индуктивно исходя из экспериментов, проведенных Б.Катцем на нервно-мышечном соединении лягушки. Исследователь обнаружил, что при уменьшении синаптической передачи путем понижения экстраклеточной концентрации кальция и увеличения концентрации магния постсинаптические ответы, вызываемые стимуляцией нервов, флуктуируют (колеблятся) ступенчатым, дискретным образом. Некоторые стимулы не вызывают ответов вовсе, некоторые вызывают ответы с амплитудой около 1 мВ, идентичные по размеру и форме спонтанным миниатюрным потенциалам. Наконец, остальные вызванные ответы имеют двух-, трех- или четырехкратную амплитуду по отношению к амплитуде миниатюрных спонтанных потенциалов. Это указывало на то, что различные медиаторы (калий, ацетилхолин и т.д.) высвобождаются из нервных окончаний лягушки в виде мультимолекулярных пакетов, в котором количество медиатора примерно одинаково для разных пакетов. В 1975 году С.Куффлер, исследуя мышцы змеи, показал, что для медиатора ацетилхолина каждый квант соответствует примерно 7000 молекул ацетилхолина (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «От нейрона к мозгу», 2003). Конечно, помимо индукции, в рассуждениях Б.Катца, которые привели его к гипотезе о квантовом высвобождении медатора, присутствовала и дедукция. Б.Катц рассуждал: величина спонтанного потенциала нервной клетки соответствует количеству высвобождаемого из нее медиатора. Величина потенциала принимает не произвольные, а вполне дискретные (ступенчатые) значения. Следовательно, и количество медиатора должно быть не произвольным, а дискретным, квантовым. Индукция в формировании гипотезы Б.Катца заключалась в том, что, проанализировав колебания потенциала при уменьшении концентрации калия в нервах лягушки, ученый обобщил характер этих колебаний на все остальные медиаторы и на нервную систему всех остальных организмов.

Индукция Бернарда Катца. Бернард Катц (1957) высказал идею о способности многих нервных клеток к десенситизации – уменьшению ответа нервных клеток на действие медиатора при часто повторяющемся или продолжительном воздействии этого медиатора, индуктивно отталкиваясь от своих опытов. Катц заметил, что если продолжительно воздействовать нейромедиатором ацетилхолином на мышечное волокно, то ответ нервных клеток мышечного волокна, состоящий в синаптической передаче нервного сигнала, уменьшается. Другими словами, если при первоначальном введении ацетилхолина в мышечное волокно происходит активная передача нервных импульсов, то при многократном и продолжительном введении этого медиатора генерируемых импульсов становится все меньше и меньше (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «От нейрона к мозгу», 2003).

Индукция Стивена Куффлера. Выдающийся нейрофизиолог Стивен Куффлер (1951) установил роль фузимоторных волокон, приводящих к сокращению мышечного веретена, индуктивно основываясь на серии технически сложных экспериментов. Фузимоторные волокна – волокна, состоящие из мотонейронов, иннервирующих мышечные волокна веретен - впервые были описаны Экклсом и Шеррингтоном в 1930 году и изучены в деталях Лекселлом в 1945 году. Суть экспериментов Куффлера заключалась в регистрации активности отдельных афферентных волокон дорзальных корешков, приходящих от мышечного веретена в ответ на стимуляцию фузимоторного волокна вентральных корешков, иннервирующего это же веретено. Стимуляция фузимоторного волокна приводила к усилению сенсорной активности, но не меняла мышечное напряжение. Залпы импульсов в фузимоторном нейроне усливали сенсорную импульсацию, если мышца была растянута, или инициировали сенсорный поток в сократившейся мышце. Сенсорная импульсация возникала потому, что активация фузимоторного нейрона приводила к сокращению интрафузального мышечного волокна, что растягивало и активировало окончания рецепторов растяжения (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «От нейрона к мозгу», 2003).

Индукция Стивена Куффлера. Стивен Куффлер (1953) пришел к выводу о том, что сигнал ганглиозной клетки сетчатки глаза несет информацию о контрасте, индуктивно исходя из своих опытов по стимуляции нейронов глазной сетчатки кошки различными световыми эффектами. В этих опытах С.Куффлер обнаружил, что ганглиозные клетки отвечают наиболее сильно на небольшое световое или темновое пятно размером в несколько рецепторов в определенной области сетчатки. Такое пятно вызывает отчетливый залп потенциалов действия. А большое пятно, освещающее ту же область сетчатки, менее эффективно. Отсюда С.Куффлер пришел к выводу, что значение сигнала ганглиозной клетки не просто отражает «свет» или «темноту», но соотносится с паттерном контрастности светового стимула в поле зрения. Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс в книге «От нейрона к мозгу» (2003) пишут: «Стивен Куффлер был первым, кто выполнил экспериментальные исследования зрительной системы млекопитающих, обратив внимание на структуру рецептивных полей и их значение для зрительной сигнализации у кошки. В его экспериментах главный интерес состоял в конечных результатах синаптических взаимодействий, нежели в самих синаптических механизмах. Хьюбел впоследствии высоко оценил перспективы таких исследований: «Что особенно для меня интересно – это неожиданность результатов, поскольку никто до Куффлера не дошел до предположения о существовании рецептивных полей в виде структуры «центр - периферия» и что зрительный нерв фактически игнорирует любой раздражитель в виде рассеянного света любой интенсивности». Принципиально новый подход был обусловлен не только новой техникой исследования, скорее, он обусловлен четкой формулировкой следующего вопроса: каким образом лучше всего стимулировать отдельную ганглиозную клетку? Ответ на этот вопрос привел к использованию отдельных кольцевидных световых пятен для стимулирования отдельных зон сетчатки вместо однородного диффузного освещения» (Николлс и др., 2003, с.435). Исследования Куффлера предвосхитили работы Матураны, Питса, Мак Каллаха, Хьюбела и Визела по исследованию нейронов зрительной системы животных.

Индукция Джона Экклса. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1963 год Джон Экклс (1952) сформулировал представление о существовании постсинаптического механизма торможения нервных сигналов в нервных клетках и синапсах, индуктивно отправляясь от опытов по регистрации потенциалов мотонейронов спинного мозга у кошки. Д.Экклс регистрировал эти потенциалы во время сокращения и расслабления мышцы животного в ходе реализации соответствующих рефлекторных актов. При этом Д.Экллс заметил, что при рефлекторном расслаблении мышц на мотонейронах регистрируется гиперполяризационный постсинаптический потенциал, уменьшающий возбудимость мотонейрона, то есть угнетающий его способность реагировать на возбуждающие влияния. По этой причине вызванный гиперполяризационный потенциал был назван тормозным постсинаптическим потенциалом (ТПСП) (В.М.Смирнов, «Нейрофизиология и высшая нервная деятельность детей и подростков», 2004). Независимо от Экклса постсинаптическое торможение было открыто С.Куффлером (1954). Отметим, что постсинаптическое торможение – это торможение, опосредованное изменениями в постсинаптической клетке, а пресинаптическое торможение – торможение, опосредованное влияниями на пресинаптическую терминаль.

Индукция Джона Экклса. Джон Экклс склонился к заключению о том, что свойства мышц с чужеродной иннервацией заметно изменяются, индуктивно отталкиваясь от следующих опытов. Экклс и коллеги после перерезки меняли местами нервы, иннервирующие два типа мышц котят и крысят, различающихся по скорости сокращения. Оба этих типа мышечных волокон генерируют распространяющиеся потенциалы действия и называются медленно- и быстро-сокращающимися волокнами, соответственно. Эккл обнаружил, что после реинннервации чужим нервом медленно-сокращающиеся мышцы становились быстрее, а быстро-сокращающиеся – медленнее. Главным фактором трансформации являлся паттерн импульсов в нерве. До Экклса известные физиологи Д.Н.Лэнгли и Х.К.Андерсон (1904) считали, что многие свойства мышц с чужеродной иннервацией остаются без изменений.

Индукция Г.Джаспера. Канадский нейрофизиолог Г.Джаспер (1955) высказал идею о том, что одной из функций таламической системы, а именно неспецифических ядер таламуса является активация деятельности других участков мозга, индуктивно основываясь на том, что электрическая стимуляция неспецифических ядер таламуса приводит к тому, что начинают активироваться и вовлекаться в деятельность большие полушария мозга. Указанные ядра таламуса разрушают регулярную медленноволновую активность коры этих полушарий, то есть блокируют медленные ритмы ЭЭГ мозга, в результате чего появляются более быстрые мозговые ритмы (например, тета-ритм гиппокампа). Исследования Г.Джаспера показали, что ретикулярная формация, функцию которой установили Г.Мэгун и Д.Моруцци (1949), не является единственной системой активации мозга, что таламус также может возбуждать нервные центры мозга, вовлекая их в активную работу.

Индукция Вернона Маунткасла. В.Маунткасл (1957) выдвинул гипотезу о колончатом строении групп нейронов, осуществляющих одинаковые функции в коре мозга, индуктивно исходя из своих опытов по исследованию принципов нейронной архитектуры соматосенсорной коры мозга. «Исследуя нейроны соматосенсорной коры у наркотизированной кошки, - отмечает психофизиолог Н.Н.Данилова, - он нашел, что они по модальности сгруппированы в вертикальные колонки» (Н.Н.Данилова, «Психофизиология», 2004). Об этом же пишет нейрофизиолог А.В.Богданов, объясняя путь, который привел ученых к обнаружению колончатого строения нервных структур: «Одним из первых эту особенность организации воспринимающих нейронов соматосенсорной области коры обнаружил американский исследователь В.Маунткасл в 1957 году. Он показал, что если проводить погружение микроэлектрода через толщу коры перпендикулярно ее поверхности, то можно обнаружить участки, в которых все клетки, встречающиеся по пути следования электрода, будут отвечать на раздражение рецепторов лишь определенного типа. Более того, скрытые периоды ответов этих клеток распределятся в очень узких пределах. Такие вертикально ориентированные скопления клеток назвали колонками» (А.В.Богданов, «Физиология центральной нервной системы», 2005). Согласно идее В.Маунткасла о колончатом строении нейронов, основной единицей активности в новой коре служит вертикально расположенная группа клеток с множеством связей между этими клетками по вертикальной оси и малым их числом в горизонтальном направлении. Необходимо отметить, что в работах Д.Хьюбела и Т.Визела (1963, 1974) при изучении зрительной коры кошки также было показано существование колонок – объединение нейронов в группы со сходными функциональными свойствами и был сформулирован модульный принцип организации нейронов коры больших полушарий. Об этом же пишет Д.Хокинс в своей книге «Об интеллекте» (2007): «В 1979 году Вернон Маунткастл не только заявил о существовании единого алгоритма коры головного мозга, но также предположил, что колонка нейронов в коре головного мозга является базовой единицей обработки информации. Правда, он не знал, какова именно функция колонки. Я считаю, что последняя является базовой единицей прогнозирования» (Хокинс, 2007, с.139).

Индукция Евгения Николаевича Соколова. Е.Н.Соколов (1958, 1960) построил физиологическую модель внимания, согласно которой ориентировочное поведение будет отмечаться всякий раз, когда поступающая информация расходится с нервной моделью стимула, индуктивно осмыслив результаты своих экспериментов по исследованию процесса привыкания у кошек. В этих экспериментах Е.Н.Соколов регистрировал электрическую активность мозга кошек с помощью электродов, помещенных на различные точки поверхности головы животных. Подвергая кошек воздействию звука через определенный интервал времени, Соколов отмечал привыкание в виде исчезновения паттернов возбуждения на ЭЭГ при многократном повторении стимула. Однако когда один звук был пропущен, кошки демонстрировали ориентировочную реакцию: появление паттернов возбуждения на ЭЭГ. Отсюда ученый пришел к выводу, что многократное повторение стимула формирует в мозге животного нервную модель этого стимула, отражающего все его параметры. Но когда стимул изменяется хотя бы в каком-то параметре, созданная модель стимула уже не соответствует этим изменениям, ввиду чего возникает ориентировочная реакция.

Индукция Д.У.Леттвина, Х.Матураны, В.С.Мак-Каллаха и В.Х.Питтса. Д.У.Леттвин, Х.Матурана, В.С.Мак-Каллах и В.Х.Питтс (1959) выдвинули гипотезу о существовании в мозге лягушки нейронов четырех типов: детекторов границ, детекторов движущегося закругленного края, детекторов движущейся границы и детекторов затемнения, индуктивно основываясь на экспериментах по исследованию электрической активности ганглиозных и других клеток зрительной системы лягушки. Леттвин и др. работали на обычной американской лягушке Рана пипиенс, которую они помещали в экспериментальную установку, вживляя в ее голову электрод, который регистрировал активность единичной ганглиозной клетки. В опытах в качестве стимулирующих объектов использовались такие предметы, как темные диски, темные полоски и темные квадраты. Ученые обнаружили, что одни ганглиозные клетки реагируют на границу между светлыми и темными участками, попадающую в рецептивное поле, другие клетки реагируют лишь на резкую границу между светлым и темным, если граница изогнута и находится в движении. Третьи клетки в широком диапазоне освещенности одинаково реагируют на один и тот же силуэт, движущийся с одной и той же скоростью, четвертые клетки реагируют на любое снижение освещенности поля в целом. Ученые пришли к выводу, что функция сетчатки состоит не в том, чтобы передавать информацию о поточечном распределении света и тени в рассматриваемом образе, а в том, чтобы осуществлять анализ этого образа в каждой точке в поисках четырех различных качественных признаков (границ, движущегося закругленного края, движущейся границы и локального затемнения). Другими словами, глаз общается с мозгом на языке, отличном от простой передачи точной копии распределения света на рецепторах. Леттвин, Матурана, Мак-Каллах и Питтс опирались также на предположение Ф.Эттнива (1954) о том, что в распознавании формы наиболее важную роль играют те точки, в которых контурные линии меняют свое направление или обрываются. Мак-Каллах, Питтс, Летвин и Матурана обобщили полученные результаты в книге «Что говорит глаз мозгу лягушки» (1959), которая оказала внияние на исследования Хьюбела и Визеля (М.Арбиб, «Метафорический мозг», 2004).

Индукция Д.У.Леттвина, Х.Матураны, В.С.Мак-Каллаха и В.Х.Питтса. Леттвин, Матурана, Мак-Каллах и Питтс (1959) сформулировали представление о наличии в мозге животных «нейронов новизны» и «нейронов постоянства», индуктивно отправляясь от опытов по исследованию нервных клеток зрительного бугра лягушки. В ходе этих опытах они обнаружили, что в зрительном бугре данного животного одни нейроны возбуждаются в ответ на предъявление каких-либо новых зрительных стимулов, то есть они резко реагируют на изменение направления или скорости стимула, в каком бы месте зрительного поля он ни находился. Вторые нейроны возбуждаются в ответ на предъявление стимулов, движущихся в одном направлении (М.Арбиб, «Метафорический мозг», 2004).

Индукция Дэвида Хьюбела и Торстена Визела. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1981 год Дэвид Хьюбел и Торстен Визел (1959, 1962, 1963) пришли к идее о высокой специализации нейронов, о том, что нейроны реагируют лишь на строго избирательные раздражители, индуктивно основываясь на экспериментах по исследованию возбуждения отдельных нейронов кошки на те или иные стимулы. Первым фактом, открытым этими исследователями и натолкнувшим их на данную идею, было обнаружение того, что существуют особые клетки зрительной системы, реагирующие на края и контуры, имеющие определенное положение в пространстве (1959). Эти клетки были названы «детекторами края». Затем Хьюбел и Визел разработали расширенную исследовательскую программу определения разновидностей стимулов, приводящих в действие клетки на всех уровнях зрительного анализатора. Им удалось обнаружить в зрительной коре кошки самые разнообразные детекторы, анализирующие такие свойства стимула, как контраст, движение, кривизна линии. Необходимо отметить, что первоначальные исследования Хьюбела и Визела опирались на работы нейрофизиологов У.Мак Каллаха, У.Питса, Д.Летвина и Х.Матураны, которые обобщили полученные результаты в книге «Что говорит глаз мозгу лягушки» (1959). Эти исследователи впервые описали нейроны сетчатки, избирательно реагирующие на некоторые физические свойства зрительных стимулов. Открытие нейронов с детекторными свойствами, избирательно реагирующих на определенные физические параметры стимулов, имело принципиальное значение для развития психофизиологии. Позже были открыты многие новые классы нейронов, специфически связанных с различными психическими процессами, в том числе нейроны, кодирующие целостные образы. Рассказывая о годах исследований зрительных рецепторных полей, Хьюбел писал: «Я считаю, мне повезло, что я пережил эту эпоху радостных волнений. Некоторые эксперименты были очень тяжелыми, или они часто казались такими к 4 утра, особенно если шли неудачно. Но 98% времени мы были захвачены работой. Нейрофизиологические эксперименты дают моментальный эффект: можно сразу наблюдать ответную реакцию клетки на использованный стимул, а часто и одновременно понимать, какие функции мозга обеспечивают эти реакции» (Д.Гудвин, «Исследование в психологии», 2004). Идея Хьюбела и Визела представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку ученые случайно обнаружили способность клеток реагировать на линии (полоски). В книге «Лауреаты Нобелевской премии» (1992) авторы пишут о Визеле и Хьюбеле: «Исследователи проводили эксперименты с различными зрительными стимулами, пытаясь вызвать микроэлектрическую активность в клетках коры головного мозга. Однажды Хьюбел случайно передвинул стекло микроскопа за рецептивное поле нервной клетки, содержащей микроэлектрод. Внезапно клетка начала разряжаться. Вначале ученые были в недоумении, но вскоре поняли, что нервная клетка коры головного мозга отвечает на световую полоску стекла. В то время как клетки сетчатки в экспериментах Куффлера реагировали на световое пятно, нервные клетки в зрительной области коры головного мозга отвечали на линейные световые раздражители» («Лауреаты Нобелевской премии», 1992). О роли случая в находке Д.Хьюбела и Т.Визела говорит и Д.Гудвин в своей монографии «Исследование в психологии» (2004): «Одно из самых важных исследований второй половины XX в. по психологии зрительной системы было инициировано случайным открытием, сделанным в лаборатории Гарвардского университета Дэвидом Хьюбелем и Торсеном Уиселем (Hubel, Wisel, 1959)» (Гудвин, 2004, с.103).

Индукция Эрика Кэндела (Кандела). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2000 год Эрик Кэндел (1963) открыл важный принцип клеточного обучения, получивший название пресинаптического облегчения, индуктивно основываясь на изучении нервной системы морской улитки аплизии. У моллюска имеется простой безусловный оборонительный рефлекс в виде втягивания жабры, служащей органом дыхания, в ответ на раздражение его тела с противоположной стороны от жабры (сифона). Установив, что у моллюска можно выработать условный оборонительный рефлекс – втягивание жабры – на слабое тактильное раздражение сифона, Э.Кэндел с сотрудниками исследовал связи между сенсорными нейронами сифона и их клетками-мишенями – мотонейронами и интернейронами. Э.Кэндел обнаружил, что для формирования условного рефлекса на клеточном уровне, то есть для возникновения ассоциативной связи между двумя нейронами необходимо опережение безусловного раздражителя активацией пресинаптического нейрона, которая представляет действие условного раздражителя. Это свойство пресинаптического облегчения, зависящее от вклада модулирующих нейронов, Э.Кэндел в 1963 году назвал обучением, зависящим от активности, и стал его рассматривать как новый принцип обучения на уровне клеток. Процесс пресинаптического облегчения, открытый Э.Кэнделом, еще называют премодулирующим ассоциативным механизмом. Но данный механизм клеточного научения не является единственным, поскольку Т.Н.Греченко (1979) показала возможность выработать параллельно несколько различных условных рефлексов на одном изолированном нейроне.

Индукция Эрика Кэндела (Кандела). Эрик Кэндел (2000) выдвинул предположение о том, что белок CREB участвует в формировании долговременной памяти, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых выработка условного рефлекса у морской улитки аплизии приводила к возрастанию в ее нервной системе содержания белка CREB. Александр Марков в статье «Нейроны соревнуются за право участия в формировании рефлексов» (сайт «Элементы большой науки», 26.04.2007 г.) указывает, что именно обнаружил Э.Кэндал в своих экспериментах: «Если прикосновение к сифону сопровождалось ударом по хвосту много раз подряд, протеинкиназы А становится так много, что она проникает в ядро сенсорного нейрона. Это приводит к активизации другого регуляторного белка – транскрипционного фактора CREB. Белок CREB «включает» целый ряд генов, работа которых, в конечном счете, приводит к разрастанию синапса 1 (как показано на рисунке) или к тому, что у окончания сенсорного нейрона вырастают дополнительные отростки, которые образуют новые синаптические контакты с моторным нейроном» (А.Марков, 2007). «То, какие именно нейроны примут участие в формировании долговременной памяти, - поясняет А.Марков, - зависит от концентрации регуляторного белка CREB в клеточном ядре. Если искусственно повысить концентрацию CREB в некоторых нейронах, запоминать будут именно они. Если заблокировать CREB в части нейронов, роль запоминающих возьмут на себя другие нервные клетки» (А.Марков, 2007). Отметим, что Э.Кэндел не был первым, кто установил функцию белка CREB в процессах запоминания. До него важные эксперименты, позволившие установить ключевую роль данного белка в запечатлении информации, провели американские биохимики Джерри Иину и Тимму Талли (2000), работавшие с дрозофилой. Однако Э.Кэндел расширил эти исследования, перенес их с дрозофилы на другие организмы.

Индукция Пола Грингарда. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2000 год Пол Грингард выдвинул представление о важной роли циклического аденозинмонофосфата - цАМФ в работе мозга, индуктивно исходя из исследований, показавших, что цАМФ участвует в синаптическом действии нескольких медиаторов, в том числе норадреналина, дофамина, серотонина и гистамина. Л.Иверсен в статье «Химия мозга» (книга «Мозг», 1982) пишет: «В 1971 г. Ф.Блум с сотрудниками в Национальных институтах здравоохранения показали, что цАМФ способен влиять на генерацию сигналов в нейронах. Позднее П.Грингард и его группа в Медицинской школе Йельского университета пришли к заключению, что цАМФ участвует в синаптическом действии нескольких медиаторов, в том числе норадреналина, дофамина, серотонина и гистамина. Грингард предложил обобщающую гипотезу, согласно которой цАМФ активирует специфические ферменты в постсинаптической клетке, именуемые белковыми киназами; затем эти ферменты катализируют внедрение фосфатных групп в специальные белки в мембране нейрона, изменяя проницаемость мембраны для ионов и тем самым изменяя уровень возбудимости клеток-мишени» (Л.Иверсен, 1982). Отметим, что П.Грингард также по аналогии опирался на исследования Э.Сазерленда, который показал, как фермент адениатциклаза синтезирует цАМФ из АТФ, катализирует фосфорилирование белка, что изменяет ионную проводимость мембраны. Все это было разработано применительно к инсулину, но П.Грингард распространил данную схему на нервную систему. Г.Шеперд в 1-ом томе книги «Нейробиология» (1987) пишет: «Рецепторный белок – аденилатциклаза – активирует внутренний рецептор – протеинкиназу, которая катализирует фосфорилирование белка; завершается это изменением ионной проводимости мембраны. Такая модель со «вторым посредником», впервые разработанная для гормона инсулина Э.Сазерлендом и его сотрудниками в 50-х годах, была распространена на нервную систему П.Грингардом из Йельского университета» (Шеперд, 1987, с.226).

Индукция К.Кревича. Английский нейрофизиолог К.Крневич (1963) выдвинул гипотезу о том, что гамма-аминомасляная кислота (ГАМК) является нейромедиатором, тормозящим развитие нервных процессов в головном мозге, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых поступление ГАМК из специальной микропипетки к нейрону приводило к подавлению импульсов в чувствительных клетках коры головного мозга. В.Прозоровский в статье «Уберечь мозг от перегрузок и старения» (журнал «Наука и жизнь», 1998, № 10) пишет: «Впервые гамма-аминомасляную кислоту обнаружили в мозге Е.Робертс и С.Френкель в 1950 году. Но ее главное свойство открыл в 1963 году английский ученый К.Крневич. Он изучал электрические потенциалы, которые возникают в соответствующих участках коры головного мозга при раздражении кожи, а также и любых других органов чувств. Исследователь подвел к нейрону, воспроизводящему такие электрические потенциалы, две микропипетки. Одну из них ввел в тело нейрона и через нее регистрировал возникновение электрического потенциала – возбуждение, а другую оставил снаружи и заполнил раствором ГАМК в ничтожной концентрации… Когда аминокислота поступала из пипетки к нейрону, она полностью подавляла импульсы в чувствительных клетках коры головного мозга. Чуть позднее японские исследователи подтвердили эти результаты» (В.Прозоровский, 1998). Об этом же В.Прозоровский пишет в статье «Механизмы наркоза» (журнал «Наука и жизнь», 2003, № 1): «Английский ученый К.Крневич подвел слабый раствор ГАМК к одной из корковых клеток, воспринимающих чувствительные импульсы.

Каково же было его удивление, а затем и восторг, когда он установил, что ГАМК подавила реактивность чувствительных клеток коры мозга, то есть является тормозным веществом. Японские авторы сделали еще проще. К чувствительной зоне коры они подвели плавающий электрод, а на него сверху надели бумажку, смоченную ГАМК. Тот же результат» (В.Прозоровский, 2003).

Индукция Д.Куртиса и Г.Джонстона. Американские нейрофизиологи Д.Куртис и Г.Джонстон (1974) высказали идею о том, что глутаминовая кислота, а также ее амид – глутамат являются нейромедиаторами, которые возбуждают (стимулируют) деятельность нервных клеток в мозге, индуктивно исходя из экспериментов, в которых молчащие нервные клетки активировались при воздействии на них глутамата. В.Прозоровский в статье «Механизмы наркоза» (журнал «Наука и жизнь», 2003, № 1) повествует: «Логично было бы предположить, что в противовес универсальному тормозному фактору должен существовать и универсальный активирующий фактор. Действительно, таковым оказалась известная с 1866 года и широко распространенная в организме, в том числе и в мозге, глутаминовая кислота, а также ее амид – глутамат. В 1974 году Д.Куртис и Г.Джонстон (США) установили, что при воздействии глутамата на молчащие нервные клетки в них возникает активность, что и позволило отнести глутаминовую кислоту (а также ее амид) к возбуждающим аминокислотам» (В.Прозоровский, 2003). Интересно, что еще ранее, а именно в 1960 году, Д.Куртис совместно с Дж.К.Уоткинсом обнаружил возбуждающий эффект глутаминовой и аспарагиновой кислот в изолированном спинном мозге лягушки и кошки. В.Прозоровский в статье «Возбуждающие аминокислоты» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 10) констатирует: «Д.Куртис и Дж.К.Уоткинс, которые работали в лаборатории Экклса, в опытах на изолированном спинном мозге лягушки и кошки показали сильный возбуждающий эффект глутаминовой и аспарагиновой аминокислот (публикации 1960 года). А их медиаторная роль была окончательно доказана, когда в головном мозгу млекопитающих обнаружили множество специализированных белков, чувствительных к глутаминовой и аспарагиновой кислоте, - глутаматные и аспартатные рецепторы» (В.Прозоровский, 2006).

Индукция Юргена Ашоффа. Исследователь, которого называют отцом хронобиологии, Юрген Ашофф (1962) высказал идею о том, что условием сохранения циркадного периода у человека является поступление информации о свете в его мозг, индуктивно отталкиваясь от опытов, в которых помещение людей в абсолютно темное помещение на несколько дней приводило к нарушению у них цикла «сон-бодрствование». В.Гриневич в статье «Биологические ритмы здоровья» (журнал «Наука и жизнь», 2005, № 1) отмечает: «В случае, когда информация о свете в супрахиазматическое ядро не поступает, циркадный период у человека по сравнению с астрономическими сутками удлиняется. Чтобы доказать это, в 1962 году «отец хронобиологии» профессор Юрген Ашофф, о котором шла речь выше, на несколько дней поместил в абсолютно темную квартиру двух волонтеров – своих сыновей. Оказалось, что циклы «бодрствование-сон» после помещения людей в темноту растянулись на полчаса» (В.Гриневич, 2005).

Индукция Роберта Мура, Виктора Эйхлера, Фредерика Стефана и Ирвина Цукера. Американские исследователи Р.Мур и В.Эйхлер (1972) выдвинули предположение о том, что супрахиазматическое ядро мозга является центром управления биологическими часами организма, индуктивно базируясь на опытах, в которых разрушение данной структуры у животных приводило к исчезновению у них цикличности выброса в кровь гормонов адреналина глюкокортикоидов. Что касается Ф.Стефана и И.Цукера, то они пришли к тому же выводу, основываясь на изучении цикла сна и бодрствования у мелких грызунов. В.Гриневич в статье «Биологические ритмы здоровья» (журнал «Наука и жизнь», 2005, № 1) повествует: «В 1972 году двум группам американских исследователей удалось показать, что супрахиазматическое ядро и есть центр управления биологическими часами организма. Для этого они разрушили ядро в мозге мышей микрохирургическим путем. Роберт Мур и Виктор Эйхлер обнаружили, что у животных с нефункционирующим супрахиазматическим ядром пропадает цикличность выброса в кровь гормонов стресса адреналина глюкокортикоидов. Другая научная группа под руководством Фредерика Стефана и Ирвина Цукера изучала двигательную активность грызунов с удаленным «циркадным центром». Обычно мелкие грызуны после пробуждения все время находятся в движении. В лабораторных условиях для регистрации движения к колесу, в котором животное бежит на месте, подсоединяется кабель. Мыши и хомячки в колесе диаметром 30 см пробегают 10-20 км за день! (…) Оказалось, что разрушение супрахиазматического ядра приводит к исчезновению циркадной двигательной активности животных: периоды сна и бодрствования становятся у них хаотичными. Они перестают спать в течение циркадной ночи, то есть в светлое время суток, и бодрствовать циркадным днем, то есть с наступлением темноты» (В.Гриневич, 2005).

Индукция Клива Бакстера. Клив Бакстер (1966) выдвинул предположение о способности растений к эмоциональной активности, индуктивно основываясь на опытах по исследованию реакций драцены - растения, происходящего из тропиков, на те или иные события с использованием детектора лжи – прибора, обычно применяющегося на людях. Елена Серова в статье «Ревнивцы в горшочках» (газета «Московская правда», апрель 2008 г.) пишет: «Биолог Клив Бакстер из Сан-Диего (Калифорния) одним из первых начал изучать коммуникативные способности растений. Однажды он подключил драцену, растущую у него в кабинете, к детектору лжи. Бакстер задумал поджечь лист растения и посмотреть, появятся ли какие-нибудь показания на детекторе. И тогда драцена буквально задрожала от страха! А ведь ученый еще ничего не сделал, он только помыслил о «пытке» для своего зеленого подопытного» (Е.Серова, 2008). Об этом же пишет Игорь Изевлин в статье «Разумная Вселенная» (газета «Известия науки» от 6 ноября 2003 г.), отмечая роль случайности в открытии Бакстера: «Клив Бакстер, американский эксперт по детекторам лжи, в 1966 г. случайно открыл, что растения имеют высокоуровневую эмоциональную активность, подобную эмоциональной активности людей. Серия его исследований показала, что растения обладают экстрасенсорным восприятием, могут узнавать людей, имеют тесную связь с другими. Бакстер обнаружил, что растения чувствуют смерть любого живого существа, даже на клеточном уровне…» (И.Изевлин, 2003). Аналогичное описание находим в книге П.Томпкинса и К.Берда «Тайная жизнь растений» (2006): «Бакстер решил пригрозить драцене и обмакнул лист растения в чашку с горячим кофе, которую он никогда не выпускал из рук. Никаких эмоций. Немного поразмыслив, Бакстер выдумал кое-что пострашнее: он решил поджечь лист, к которому были подсоединены электроды. Бакстер представил пламя огня, но не успел потянуться за спичками, как самописец дернулся, и график сигналов от драцены взметнулся вверх. Бакстер даже не притронулся ни к растению, ни к полиграфу. Так, значит, драцена прочитала его мысли? Бакстер пошел за спичками, а когда вернулся, обнаружил на графике еще один острый пик, по всей видимости, вызванный его решимостью реализовать угрозу» (Томпкинс, Берд, 2006, с.6).

Индукция Клива Бакстера. Клив Бакстер (1966) сделал заключение о способности растений реагировать на смерть живых организмов, индуктивно исходя из обнаружения изменения хода электрических процессов в драцене (филодендроне) с помощью аппаратуры детекции лжи в момент, когда в кипящую воду бросались живые креветки. Доктор психологических наук В.Н.Пушкин в статье «Цветок, отзовись!» (журнал «Знание-сила», 1972, № 11) пишет: «Однажды Бакстеру пришла в голову в высшей степени необычная мысль: поставить датчики на лист комнатного растения. Ему захотелось выяснить, не возникнет ли в растении электрическая реакция в момент, когда рядом будет умирать живое существо. Эксперимент был организован так. Живую креветку клали на дощечку, закрепленную над сосудом с кипящей водой. Дощечка эта перевертывалась в минуту, не известную даже самому экспериментатору. Для этого применили датчик случайных чисел. Автомат срабатывал –

креветка падала в кипящую воду и погибала. На ленте детектора лжи появлялась отметка. На этой ленте записывалось электрическое состояние листа растения. Опыты зарегистрировали: лист цветка в момент смерти креветки изменил ход электрических процессов» (В.Н.Пушкин, 1972). Об этом же пишет А.Валентинов в статье «Растения – братья по разуму?» (газета «Арсеньевские вести», № 9 (520) от 27 февраля 2003 г., а также «Российская газета» от 26 июля 1996 г.): «И он поставил контрольный эксперимент. Автоматический механизм, соединенный с датчиком случайных чисел, в произвольно выбранный момент времени опрокидывал чашку с живой креветкой в кипяток. Надо полагать, животному было очень больно. А рядом стоял тот же филодендрон с наклеенными на листья датчиками. И каждый раз при опрокидывании чашки самописец фиксировал эмоциональный «пик» - цветок сопереживал погибающему животному» (А.Валентинов, 1996, 2003). Фактов, которые индуктивно наталкивали на вывод о способности растений реагировать на смерть других организмов, было более чем достаточно, о чем пишут П.Томпкинс и К.Берд в работе «Тайная жизнь растений» (2006). «Однажды, - повествуют они, - порезав палец, Бакстер смазывал ранку йодом и вдруг заметил, что подключенное к полиграфу растение немедленно отреагировало, по-видимому, на смерть нескольких клеток пальца Бакстера. Хотя это могла быть реакция на эмоции Бакстера при виде крови или на ощущение жжения йода, он вскоре определил специфический график, который растение чертило при смерти любой живой ткани. «А что, - подумал Бакстер, - если растение на клеточном уровне чувствует смерть даже отдельных живых клеток?» Ответ на этот вопрос пришел совершенно случайно. Как-то полиграф начертил этот типичный график смерти, когда Бакстер размешивал ложку варенья в стаканчике йогурта. Сначало это показалось Бакстеру странным, но потом он понял, что содержащийся в варенье химический консервант убивал кисломолочные бактерии йогурта» (Томпкинс, Берд, 2006, с.10).

Индукция Вениамина Ноевича Пушкина. Известный российский психолог В.Н.Пушкин выдвинул гипотезу о том, что растения способны различать правду и ложь, индуктивно базируясь на следующем эксперименте, в котором участвовала девушка по имени Таня. П.Томпкинс и К.Берд в книге «Тайная жизнь растений» (2006) пишут: «Пушкин и Фетисов решили проверить слова Бакстера о том, что растение различает правду и ложь. Тане предложили задумать число от 1 до 10. Еще ей сказали, чтобы она ни в коем случае не говорила свое число, даже если на этом будут настаивать. Затем ученые стали медленно называть числа от одного до 10, каждый раз спрашивая у Тани, это ли число она задумала. Но девушка каждый раз решительно отвечала: «Нет!» Ученые не чувствовали никакой разницы в ответах Тани, но растение сразу же четко отреагировало на ее внутреннее состояние, когда назвали число 5. Это и было задуманное число, которое Таня так старалась скрыть» (Томпкинс, Берд, 2006, с.48).

«Из тех, с кем я в жизни встречалась за пределами страны, это самый нестандартный ум в нашей области науки. Его мозг был как бы создан именно для генерации идей и видения необычного в каждодневном. Грей Уолтер увидел медленные волны около опухоли в электроэнцефалограмме. Именно он же не только определил на долгие годы ЭЭГ-диагностику очаговых поражений мозга, но и оценил медленные волны почти через двадцать лет после этой первой находки как защитный механизм мозга».

Наталья Бехтерева о Грее Уолтере

Индукция Грея Уолтера. Английский исследователь Грей Уолтер (1964) пришел к мысли о том, что одной из функций лобных долей мозга является обеспечение процессов внимания, то есть реагирование на новые стимулы, индуктивно исходя из одного случайного наблюдения. Это наблюдение Г.Уолтер сделал в опытах, основной целью которых было разрушение электрическим током участков лобных долей у пациента, который постоянно испытывал беспричинный страх. Предполагалось, что подобная операция принесет ему облегчение. Ю.В.Урываев и А.Л.Рылов в книге «Проникая в тайны мозга» (1986), а именно в главе 14 под названием «Электрический «голос» лобной коры» описывают данный опыт Уолтера и его сотрудников: «Итак, больному, который находился в состоянии постоянной тревоги, Кроу и Филлипс вживили в лобную кору пучок электродов. Перед тем, как было произведено разрушение, пациента обследовал Грей Уолтер. Пользуясь вживленными электродами, он записывал электрическую активность лобной коры. Однажды во время регистрации Уолтер уронил на пол металлическую линейку. «К моему удивлению, - писал он, - через долю секунды после вызванного падением шума на всех записях от лобной коры появилось быстрое колебание. Сначала я подумал, что это какой-то артефакт, связанный с внезапным движением, однако внутримозговые электроды дают артефакты относительно редко. Я бросил линейку вновь – вновь получил короткий ответ. Я повторил раздражение много раз – и ответ постепенно уменьшился. Я хлопнул в ладоши, - новый шум вызвал такой же сильный ответ». Удивление ученого легко объяснить – ведь лобные доли, как уже говорилось, считали «немыми зонами» (Ю.В.Урываев, А.Л.Рылов, 1986). Учитывая, что Г.Уолтер открыл одну из важных функций лобных долей случайно, благодаря тому, что в ходе опытов он уронил на пол металлическую линейку, открытие Г.Уолтера представляет собой индукцию с фактором случая.

Индукция Грея Уолтера. Грей Уолтер (1964, 1966) склонился к мысли о существовании в мозгу электрических волн ожидания, которые первоначально появляются в лобных отделах коры, а позже распространяются назад к роландовой борозде, индуктивно отталкиваясь от одного весьма интересного наблюдения. Уолтер обратил внимание на то, что ожидание движения на стимул вызывает появление в префронтальной области коры человека медленных потенциалов, которые возрастают по амплитуде по мере увеличения вероятности появления ожидаемого сигнала, уменьшаются с уменьшением этой вероятности и исчезают, как только задача отвечать на сигнал отменяется. В книге Ю.В.Урываева и А.Л.Рылова «Проникая в тайны мозга» (1986), а именно в главе 14 «Электрический «голос» лобной коры» раскрывается суть экспериментов Г.Уолтера, позволивших обнаружить волну ожидания: «Далее сотрудники Уолтера стали применять два следующих друг за другом стимула: щелчок, а затем вспышка. Сначала лоб отвечал на тот и другой раздражитель. Потом реакция исчезла. Но вот методику усложнили. Испытуемых, когда они видят вспышки, Уолтер просил нажимать на кнопку. Таким образом, щелчок превращался в предупредительный сигнал, словно желтый свет светофора, а вспышки – в императивный, приказывающий сигнал. Почти сразу же после щелчка с помощью электродов, расположенных вблизи фронтальной коры, была зарегистрирована негативная (направленная вверх от нулевой линии) волна амплитудой примерно 30 микровольт. Она длилась до появления вспышек, что обычно совпадало с нажатием на кнопку. Эту волну Уолтер назвал волной ожидания (expectancy wave, или Е-волна). Ничего подобного не сообщали электроды, установленные на темени, виске и затылке» (Ю.В.Урываев, А.Л.Рылов, 1986).

Индукция Роджера Сперри. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1981 год Роджер Сперри (1968) сформулировал представление о различии функций левого и правого полушарий мозга, индуктивно основываясь на своих опытах по перерезке всех нервных волокон, соединяющих оба полушария. Пытаясь вылечить больных-эпилептиков, страдавших тяжелыми судорожными припадками, Сперри разрезал мозолистое тело – главный узел связи нейронных волокон, соединяющих левое и правое полушария мозга. Данная операция должна была помешать распространению аномальных нейроэлектрических явлений, вызывающих эпилепсию, из одного полушария в другое. При этом Сперри и его ученик М.Газзанига заметили, что левое полушарие не способно воспринимать геометрические образы, а правое не способно осуществлять обработку вербальной информации и демонстрировать буквальное понимание слов. При тестировании пациентов с расщепленным мозгом выяснилось, что ответы на одни и те же вопросы могли не совпадать для левого и правого полушария. В.Демидов в статье «Новый ключ к старым тайнам» (журнал «Наука и жизнь», 1978, № 9) пишет: «В конце 50-х годов нашего века физиолог Р.Сперри перерезал нескольким кошкам мозолистое тело – «мост» из десятков миллионов нервных волокон, соединяющих оба полушария. После операции ожидали чего угодно, только не того, что каждая половинка станет работать самостоятельно, будто в животном заключено сразу два мозга. Как это узнали? Обеспечив связь каждого глаза только с одним полушарием» (Демидов, 1978, с.77). Сперри и его сотрудники провели целую серию опытов, когда различными раздражениями воздействовали на левое и правое полушария пациентов с разделенным мозгом. Опыты свидетельствовали о том, что специализацией правого полушария является геометрическое (пространственное) восприятие мира, а специализацией левого – овладение языком (вербальное мышление). В дальнейшем ученые (Д.Гэлин и Р.Орнстейн, 1972) подтвердили ряд результатов Сперри. Энцефалограммы (ЭЭГ) мозга показали, что электрическая активность левого полушария возрастает при решении вербальных задач, а активность правого – при решении пространственных. Примечательно, что еще в 1935 году португальский невролог Эгас Мониц (Эгаш Мониш) обнародовал новый способ лечения психических заболеваний. Метод заключался в том, что через просверленные в черепе отверстия префронтальная кора головного мозга хирургическим путем отделялась от остальной его части, в результате чего самые буйные пациенты становились послушными. Мониц назвал эту процедуру префронтальной лоботомией, которая к 1940 году стала среди медиков весьма популярной. В 1949 году Э.Мониц был удостоен Нобелевской премии по физиологии и медицине за эти исследования.

Индукция Элхонона Голдберга. Известный нейрофизиолог, ученик советского психолога А.Р.Лурии, Элхонон Голдберг (1970-е годы) склонился к заключению о функциональной неравноценности левого и правого полушарий мозга, индуктивно исходя из следующего наблюдения. Э.Голдберг в книге «Управляющий мозг» (2003) пишет: «Идея, которая направляла мой подход к мозговым полушариям, родилась тридцать лет назад в Москве. Как студент Московского университета, я проводил много времени в Институте нейрохирургии им.Бурденко, где у Лурии была лаборатория. Я подружился с несколькими детскими нейрохирургами; в больничном кафетерии они часто рассказывали свои хирургические истории. Одна история звучала особенно озодачивающе. Мне говорили, что у очень маленьких детей повреждение правого полушария бывало крайне разрушительным, а повреждение левого полушария было относительно малозначащим. Хотя эти утверждения не были подкреплены формальным исследованием, они представляли гипотетическую ситуацию, требующую объяснения, - упражнение в умственной гимнастике, против которого я не мог устоять» (Э.Голдберг, 2003).

Индукция Элхонона Голдберга. Элхонон Голдберг (1992) сделал вывод о высокой чувствительности лобных долей к заболеванию мозга, индуктивно основываясь на экспериментах А.Лилии и Й.Рисберга, в которых существенное нарушение кровотока происходило в лобных долях, независимо от места расположения опухоли мозга. Э.Голдберг в книге «Управляющий мозг» (2003) пишет: «Повреждение лобных долей порождает широкие вторичные эффекты во всем мозге. В то же самое время, повреждение где-либо в мозге запускает вторичные эффекты, нарушающие функции лобных долей. Это уникальное свойство отражает роль лобных долей как «нервного центра» нервной системы с особенно богатой сетью связей, идущих и к другим мозговым структурам, и от них. Эта уникальная чувствительность лобных долей к заболеванию мозга может быть продемонстрирована многими путями. Шведские ученые Аса Лилия и Йярл Рисберг изучали паттерны нарушения регионального мозгового кровотока (rCBF), вызванного опухолями мозга. К их удивлению, они обнаружили, что кровоток особенно нарушен в лобных долях, независимо от локализации опухоли. Это было справедливо, даже если сама опухоль находилась настолько далеко от лобных долей, насколько это возможно в пределах черепа, так сказать» (Э.Голдберг, 2003).

Индукция Хосе Дельгадо. Испанский физиолог Хосе Дельгадо (1971) склонился к заключению о существовании в гипоталамусе центра «умиротворения», то есть центра эмоций, характер которых противоположен агрессии, индуктивно исходя из опытов по электрическому раздражению гипоталамической области мозга. Как подчеркивает нейрофизиолог А.В.Богданов, «испанский физиолог Хосе Дельгадо однажды продемонстрировал это очень наглядно и при большом скоплении народа. Он вживил в гипоталамус быка стимулирующие электроды и во время корриды, когда разъяренное животное понеслось прямо на него, включил кнопку стимулирующего устройства. Бык остановился у самых его ног. Неизвестно, как отнеслись темпераментные испанцы к факту очевидного глумления над их любимым зрелищем, но с точки зрения физиологии опыт получился очень доказательным» (А.В.Богданов, «Физиология центральной нервной системы», 2005). Об этом же пишет психолог Д.Кун: «…Электрическая стимуляция головного мозга влияет на поведение. Чтобы это доказать, исследователь Хосе Дельгадо однажды вышел на арену для боя быков в плаще тореадора и с радиопередатчиком в руке. Бык двинулся на него. Дельгадо начал отступать. В последний момент несущийся бык замер на месте. Почему? Потому что Дельгадо с помощью радиопередатчика активизировал электроды (металлические провода), вживленные глубоко внутрь головного мозга быка. Они, в свою очередь, вызвали стимуляцию «центров контроля», которые заставили быка остановиться» (Д.Кун, «Основы психологии: все тайны поведения человека», 2003). Другими исследованиями, на которых основывался Дельгадо, были эксперименты по подавлению агрессии обезьяны по кличке Али. А.Талов в статье «Бухгалтерия мозга» (журнал «Химия и жизнь», 1974, № 5) повествует: «Вот один из экспериментов Дельгадо, описанный в его книге «Мозг и сознание» (она недавно вышла в русском переводе). Объектом эксперимента была обезьяна по кличке Али – властный и злобный вожак колонии. В стенку клетки, где сидел Али со своими подданными, вмонтировали рычаг, нажимая на который можно было на 5 секунд вызвать раздражение мозга Али по радио. Одна из самок по кличке Эльза вскоре обнаружила, что агрессивность Али можно подавить, если нажать на рычаг, и когда Али ей угрожал, Эльза нередко прибегала к этому способу защиты. Хотя вожаком Эльза не стала, ей много раз удавалось предотвращать нацеленные на нее нападения и поддерживать мирное существование всей колонии. Избирательно стимулируя различные центры мозга обезьян, можно в широких пределах изменять структуру их общества: сегодняшние изгои становятся лидерами, враги – друзьями, супруги – только вежливыми соседями. Даже материнский инстинкт – фундамент всякого общества – может быть извращен и подавлен» (Талов, 1974, с.16).

Индукция Хосе Дельгадо. Хосе Дельгадо выдвинул положение о возможности устранения болевых ощущений с помощью вживленных в мозг электродов, индуктивно основываясь на следующих опытах. В статье «Обезболивающие электроды» (журнал «Химия и жизнь», 1975, № 5) отмечается: «Всемирно известный физиолог Хосе Дельгадо провел операцию со вживлением в мозг человека электродов с целью устранения болевых ощущений. Электрические импульсы посылает в мозг миниатюрное вычислительное устройство, укрепленное на голове пациента и анализирующее сигналы, поступающие из болевых центров. В результате этой операции удалось спасти руку пациенту с тяжелой травмой, которому грозила ампутация из-за непрекращающихся невыносимых болей» («Химия и жизнь», 1975).

Индукция М.Розенцвейга, Э.Беннетта и М.Даймонд. М.Розенцвейг, Э.Беннетт и М.Даймонд (1972) сформулировали гипотезу о том, что животные, выращенные в активно стимулирующем окружении, по развитию и биохимическим особенностям мозга должны отличаться от животных, выращенных в условиях с низкой информационной стимуляцией, воспользовавшись индукцией. Исследователи выращивали в течение 4 - 10 недель одних крыс в обогащенной среде, то есть в большой клетке с большим набором разных объектов (игрушек), а других крыс содержали в информационно обедненных условиях, то есть в маленькой клетке без каких-либо объектов (игрушек). Когда Розенцвейг, Беннетт и Даймонд стали изучать мозг крыс, выращенных в разных условиях, они заметили следующее. Кора головного мозга крыс из обогащенных условий оказалась значительно тяжелее и толще. Уровень активности фермента ацетилхолинэстеразы, обеспечивающего быструю и эффективную передачу нервных импульсов между клетками мозга, оказался выше у крыс с обогащенным жизненным опытом. В обогащенных условиях у крыс развивались нейроны большего размера. Кроме того, соотношение РНК и ДНК – веществ, играющих важнейшую роль в росте клеток мозга, - было выше у крыс с обогащенным опытом. Наконец, под большим увеличением с использованием электронного микроскопа было обнаружено, что синапсы у крыс с богатым опытом на 50% больше, чем у крыс, выращенных в обедненных условиях. Эти факты индуктивно привели Розенцвейга и его коллег к выводу, что многие аспекты анатомии и химии мозга изменяются в результате познавательного опыта (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Джеффри Бернстока. Профессор Лондонского университета Джеффри Бернсток (1972) сформулировал предположение о том, что молекула АТФ, служащая источником энергии клеток, одновременно является медиатором нервной системы, индуктивно основываясь на результатах анализа разнородных экспериментальных данных, которые показали, что поведение АТФ в нервной системе аналогично поведению нейромедиаторов. Другими словами, нейрофизиологические опыты свидетельствовали о том, что свойства АТФ практически ничем не отличаются от свойств нейтротрансмиттеров – биологически активных химических веществ, посредством которых осуществляется передача нервного импульса между нейронами. Дело в том, что еще до работ Д.Бернстока классики физиологии определили критерии, которым должно отвечать вещество, претендующее на то, чтобы называться нейромедиатором. Проводя обзор имеющихся данных, английский ученый обнаружил, что АТФ удовлетворяет этим критериям. Здесь индукция Д.Бернстока очень похожа на аналогию, поскольку аналогия свойств АТФ с теми критериями, которые были разработаны физиологами для нейротрансмиттеров, натолкнула его на смелую гипотезу. А.У.Зиганшин в статье «АТФ: новая роль для старого знакомого» (журнал «Химия и жизнь», 2003, № 12) пишет: «В 1972 году Дж.Бернсток опубликовал обзор, теперь ставший классическим, в котором привел многочисленные факты, говорящие о том, что именно АТФ и, возможно, также аденозин действуют как нейромедиаторы в тех самых нехолино-, неадренергических нервах. Еще в середине прошлого века классики физиологии определили, каким критериям должно удовлетворять вещество, чтобы оно могло называться нейромедиатором, выделяющимся из определенного нерва:

- вещество и ферменты для его синтеза должны быть найдены в нервной клетке;
- вещество должно выделяться из нервного окончания при его стимуляции;
- при введении вещества извне должен достигаться такой же эффект, какой вызывает стимуляция нерва;
- должен существовать какой-либо механизм удаления нейромедиатора из синапса – ферментативный распад, обратный захват нервной клеткой или что-то другое;
- блокаторы эффекта вещества должны оказывать угнетающее действие на эффект стимуляции нерва.

Бернсток привел убедительные доказательства того, что АТФ как нельзя лучше соответствует всем этим критериям, и предложил называть нервы, выделяющие АТФ, пуринэргическими…» (А.У.Зиганшин, 2003).

Индукция Ханса Костерлица и Джона Хьюза. Английские фармакологи Х.Костерлиц и Д.Хьюз (1975) высказали идею о существовании в мозге веществ (медиаторов), ответственных за восприятие боли, а также за нечувствительность к ней, индуктивно основываясь на выделении из мозга свиньи двух пептидов с опиатоподобной активностью. Эти пептиды, названные энкефалинами, подавляли чувство боли подобно тому, как это делает известный наркотик морфин. Другой ключевой посылкой идеи Х.Костерлица и Д.Хьюза был тот факт, что пептиды боли энкефалины и их рецепторы сконцентрированы в отделах мозга, связанных с восприятием боли. Стимуляция этих отделов мозга может приводить к анальгезии – нечувствительности к боли. Уже одно то, что энкефалины сосредоточены в отделах мозга, связанных с восприятием боли, индуктивно наводило на мысль о связи между энкефалинами и болевыми ощущениями. Г.Шеперд в книге «Нейробиология» (1987) указывает: «Эндорфины и энкефалины принадлежат к пептидам, вызывающим в последние годы наибольший интерес. Изучение этих веществ началось с работы Х.Костерлица и Р.Хьюза, проведенной в Шотландии (1975). Эти исследователи обнаружили, что в экстрактах мозга содержится вещество, конкурирующее с опиатами за клеточные рецепторы; действие этого вещества блокировалось антагонистами опиатов (например, налоксоном). Короткие пентапептиды этой группы получили название энкефалинов, а пептиды с более длинной цепью (16-31 аминокислот) - эндорфинов» (Шеперд, 1987, с.179). Л.Стрейер в 3-м томе книги «Биохимия» (1985) замечает: «Но почему в мозгу позвоночных содержатся рецепторы к алкалоидам из семян мака? Нейрофармакологи предположили, что опиатные рецепторы предназначены не для взаимодействия с растительными алкалоидами, а для восприятия эндогенных регуляторов ощущения боли. Согласно этой точке зрения, морфин оказывает фармакологический эффект только потому, что он имитирует вещества, существующие в организме животного. Вопрос этот был окончательно разрешен в 1975 г., когда Джон Хьюз выделил из мозга свиньи два пептида с опиатоподобной активностью. Эти сходные между собой пентапептиды, названные метионин-энкефалином и лейцин-энкефалином, присутствуют в большом количестве в некоторых нервных окончаниях» (Л.Стрейер, 1985). Конечно, кроме индукции, в исследованиях Х.Костерлица и Д.Хьюза присутствовала и аналогия, поскольку первоначально они пришли к мысли о существовании в мозге медиаторов боли по аналогии с существованием медиаторов, осуществляющих другие психофизиологические функции. Ф.Блум, А.Лайзерсон и Л.Хофстедтер в книге «Мозг, разум и поведение» (1988) указывают: «Большое внимание привлекла одна группа мозговых пептидов, действие которых на клеточном и поведенческом уровнях сходно с действием наркотика морфина. Эти морфиноподобные пептиды, образующиеся в самом мозге, получили название эндорфинов (сокращение слов «эндогенный морфин»). Открытие эндорфинов в середине 1970-х годов явилось результатом любознательности двух английских фармакологов – Ханса Костерлица и Джона Хьюза. Почему, спросили они себя, мозгу свойственна столь точная и чувствительная реакция на морфин – препарат, которым активно пользуются всего каких-нибудь 100 с небольшим лет? Эти ученые высказали смелое предположение, что в мозгу, может быть, есть какие-то еще не открытые естественные медиаторы, рецепторы которых могут реагировать также и на морфин, будучи не в состоянии отличить этот «поддельный медиатор» от настоящего. Такими естественными медиаторами оказались эндорфины…» (Ф.Блум, А.Лайзерсон и Л.Хофстедтер, 1988).

Индукция Л.Л.Иверсена и Т.М.Джессела. Известные физиологи Л.Л.Иверсен и Т.М.Джессел (1977) высказали идею об участии вещества Р в процессах восприятия боли, индуктивно исходя из обнаружения в спинном мозге опиоидных нейронов, аксоны которых оканчиваются на терминалях, содержащих субстанцию Р. Еще в 1931 году фон Эйлер и

Гаддум выделили из кишечника и мозга медиатор, известный как субстанция Р. Они показали, что субстанция Р вызывает сокращения гладкой мускулатуры. Продолжая исследования Эйлера и Гаддума, физиологи Голдштейн и Снайдер обнаружили в мозге и кишечнике рецепторы (молекулы мембраны клеток), с которыми с высокой специфичностью взаимодействовал морфин – вещество, подавляющее боль. В 1977 году Т.М.Джессел и Л.Л.Иверсен обнаружили в спинном мозге опиоидные нейроны, аксоны которых оканчиваются на терминалях, содержащих субстанцию Р, а также заметили, что опиаты блокируют высвобождение субстанции Р из сенсорных терминалей. Л.Иверсен в статье «Химия мозга» (книга «Мозг», 1982) пишет: «Мы с Т.Джесселом в Отделе нейрохимической фармакологии Британского Совета медицинских исследований показали, что энкефалин и препараты опия способны подавлять выделение вещества Р из сенсорных волокон. Поэтому нейроны, содержащие энкефалин, могут регулировать поступление болевых сигналов в головной мозг, модулируя выделение вещества Р на уровне первого переключения в центральной нервной системе» (Л.Иверсен, 1982).

Индукция Д. де Виеда. Нейрофизиолог Д. де Виед сформулировал гипотезу о связи гормона вазопрессина с процессами памяти у животных, индуктивно отталкиваясь от следующих наблюдений. Л.Иверсен в статье «Химия мозга» (книга «Мозг», 1982) пишет: «Другой пептид – гормон люлиберин, при введении его в головной мозг самке крысы создает характерное для самки половое поведение. Еще поразительнее, что, как показал Д. де Виед с сотрудниками из Утрехтского университета, введение малых количеств нейропептида вазопрессина лабораторным животным заметно улучшает запоминание действий, которым их обучили. Теперь проводятся предварительные клинические испытания этого препарата, чтобы установить, может ли он дать эффект в случаях потери памяти» (Л.Иверсен, 1982).

Индукция Александра Романовича Лурия. Известный русский нейропсихолог А.Р.Лурия (1968) пришел к мысли о способности мозга в ряде случаев демонстрировать уникальные возможности запоминания информации, индуктивно основываясь на многолетнем исследовании памяти журналиста Соломона Шерешевского. В.Пекелис в книге «Твои возможности, человек» (1986) пишет: «Известен репортер одной из московских газет, Шерешевский, которого психолог профессор А.Р.Лурия имел возможность наблюдать в течение почти 30 лет. Выдающаяся память этого человека, безусловно, относится к самым сильным из всех описанных в литературе. У него границы памяти практически отсутствовали. Шерешевский внимательно вглядывался в написанную на доске мелом таблицу цифр, закрывал глаза, на мгновение снова открывал, отворачивался в сторону и по сигналу воспроизводил написанный ряд, заполняя пустые клетки соседней таблицы, или быстро называл подряд заданные числа» (Пекелис, 1986, с.33). А.Р.Лурия в работе «Маленькая книжка о большой памяти» (1968) пишет: «Я приступил к исследованию Ш. с обычным для психолога любопытством, но без большой надежды, что опыты дадут что-нибудь примечательное. Однако уже первые пробы изменили мое отношение и вызвали состояние смущения и озадаченности, на этот раз не у испытуемого, а у экспериментатора. Я предложил Ш. ряд слов, затем чисел, затем букв, которые либо медленно прочитывал, либо предъявлял в написанном виде. Он внимательно выслушивал ряд или прочитывал его и затем в точном порядке повторял предложенный материал. Я увеличил число предъявляемых ему элементов, давал 30, 50, 70 слов или чисел, - это не вызывало никаких затруднений. Ш. не нужно было никакого заучивания, и если я предъявлял ему ряд слов или чисел, медленно и раздельно читая их, он внимательно вслушивался, иногда обращался с просьбой остановиться или сказать слово яснее, иногда сомневаясь, правильно ли он услышал слово, переспрашивал его. Обычно во время опыта он закрывал глаза или смотрел в одну точку» (А.Р.Лурия, 1968).

Индукция Александра Романовича Лурия. А.Р.Лурия (1973) сформулировал идею о существовании в лобных долях мозга нервных центров, ответственных за процессы внимания, индуктивно исходя из многочисленных клинических данных. Эти данные показывали, что больные с массивными поражениями лобных долей мозга не способны сосредоточиться на определенной инструкции, отвлекаясь на любые побочные раздражители Повышенная отвлекаемость больного с массивным поражением лобных долей указывала на то, что лобные доли имеют отношение к высшим произвольным формам внимания. Еще Прибрам (1959, 1963), Конорский (1964) и Вейскранц (1968) обнаружили, что животное с удаленными лобными долями не могло сохранить отсроченных реакций не столько потому, что оно не удерживало прежних следов памяти, а вследствие постоянного отвлечения побочными раздражителями. Формулируя свою идею, А.Р.Лурия отталкивался также от работ английского физиолога Грея Уолтера (1964) и русского ученого М.Н.Ливанова. Уолтер установил, что именно в лобных долях человека ожидание какого-либо сигнала вызывает специфические медленные потенциалы, названные им «волнами ожидания», а исследования М.Н.Ливанова (50-е годы 20 века) показали, что каждое интеллектуальное напряжение вызывает в лобных отделах коры закономерное повышение числа синхронно работающих точек. Именно эти исследования привели А.Р.Лурию к заключению, что «лобные доли являются частью мозговых систем, которые непосредственно вовлекаются в процессы, связанные с высшими формами активного внимания» (Лурия, 2006).

Индукция Эдуарда Костандова. Известный нейрофизиолог Э.А.Костандов (1978) пришел к заключению, что недостаточность интеллекта при таком психическом заболевании, как олигофрения, обусловлена нарушением межполушарного взаимодействия при обработке сенсорной информации, индуктивно отталкиваясь от одного весьма интересного наблюдения. Изучая зрительные вызванные потенциалы затылочной области при опознании буквенных и невербальных стимулов у олигофренов, Костандов заметил, что у них наблюдается значительное удлинение латентного периода позднего позитивного компонента вызванных потенциалов (П300) в правом полушарии при вербальных стимулах (В.М.Смирнов, «Нейрофизиология и высшая нервная деятельность детей и подростков», 2004).

Индукция О.Кифи. Известный нейрофизиолог О.Кифи (1976) выдвинул гипотезу о существовании в гиппокампе – участке мозга, связанном с процессами памяти, - нейронов, реагирующих на место (точку в пространстве), в котором находится животное, индуктивно отталкиваясь от опытов по оценке активности нейронов гиппокампа при ориентации крыс в коридорах радиального лабиринта. О.Кифи заметил, что отдельные нейроны гиппокампа возбуждались при нахождении животного в определенных местах лабиринта. Некоторые нейроны возбуждались особенно сильно, когда крыса находилась в специфичестком участке и в определенной ориентации относительно лабиринта. Поворот лабиринта в системе внешних ориентиров не менял специфичности «нейронов места» в отношении выделяемых участков лабиринта. На активность нейрона не влияло ни отвлечение внимания животного, ни голодное или сытое его состояние, ни тип поведения животного в этом участке лабиринта. Такие свойства клеток формируются очень быстро – не позднее чем через 10 минут после попадания животного в новую обстановку. И раз сформировавшись, такие клетки оказываются весьма стабильными в отношении пространственного рецептивного поля. Это указывало на то, что нейроны гиппокампа участвуют в узнавании места и соотнесении этого места с координатами какой-то пространственной карты. В 1987 году Дж. Олтон получил аналогичные результаты, подтвердив идею О.Кифи (А.С.Батуев, «Физиология высшей нервной деятельности и сенсорных систем», 2005).

Индукция Семира Зеки. Семир Зеки (1970-е годы) выдвинул идею о специализации зон мозга на выполнении различных задач, индуктивно основываясь на обнаружении различия функций по обработке поступающей информации у разных ансамблей нейронов в мозге животных. С.Зеки обнаружил в зрительных центрах мозга нейроны, специализирующиеся на восприятии света с различной длиной волны («цветовые нейроны»). Исследования С.Зеки были продолжением работ лауреатов Нобелевской премии Д.Хьюбела и Т.Визела и других ученых, сконцентрировавших усилия на выяснении функций нейронов разных центров мозга. Семир Зеки в статье «Зрительный образ в сознании и в мозге» (журнал «В мире науки», 1992, № 11-12) отмечает: «Поворотным пунктом в понимании того, как мозг конструирует зрительный образ, стала продемонстрированная мною впоследствии специализация этих зон на выполнении различных задач. В своих физиологических исследованиях я предъявлял макакам набор стимулов (цвета, линии различной ориентации и точки, движущиеся в разных направлениях) и с помощью электродов регистрировал активность клеток престриарной коры. Оказалось, что в так называемой зоне V5 (нейроанатомическая терминология до конца не устоялась, и некоторые специалисты предпочитают вместо V5 использовать обозначение MT) все они ответственны за восприятие движения, причем в большинстве случаев строго определенного направления, но никогда не реагируют на цвет движущегося стимула. Это навело меня на мысль о специализации V5 на видении движения» (Зеки, 1992, с.35). «И, напротив, - продолжает С.Зеки, - я обнаружил, что подавляющее большинство клеток зоны V4 в некоторой степени избирательно реагируют на свет той или иной длины волны, а многие из них специализированы и на определенной ориентации линий (т.е. составляющих формы). Почти все клетки двух соседних областей V3 и V3A также избирательны в отношении формы, но, как и в случае V5, практически безразличны к цвету стимула. Эти результаты позволили мне выдвинуть в начале 1970-х гг. концепцию функциональной организации зрительной коры, согласно которой цвет, форма, движение и, возможно, другие атрибуты видимого мира обрабатываются мозгом по отдельности» (там же, с.35).

Индукция Апостолоса Георгопулоса. А.Георгопулос (1980-е годы) выдвинул гипотезу о существовании нейронов, кодирующих движение конечностей животного и человека в определенном направлении, индуктивно основываясь на опыте, в котором наблюдалась активность нейронов моторной коры мозга макак при движении их руки по определенной траектории. Генри Шепард в статье «Интерфейс для головного мозга» (журнал «Вокруг света», 2007, февраль) пишет: «В начале 1980-х годов в американском Университете Джона Хопкинса группа под руководством Апостолоса Георгопулоса стала проводить опыты по регистрации активности одиночных нейронов. После двух с лишним лет в экспериментах на моторной коре головного мозга макак было обнаружено, что активность некоторых нейронов меняется, когда обезьяна двигает рукой в определенном направлении. Каждый нейрон настроен на свое направление, вызывающее у него максимальную активность. При отклонении от этого направления активность клеток снижается пропорционально косинусу угла. Стало ясно, что можно с большой точностью расшифровать сигналы группы нейронов, отвечающих за движение конечности» (Г.Шеперд, 2007). Ж.Шанже и А.Конн в книге «Материя и мышление» (2004) отмечают: «Нейронные основы кода, используемого в таких репрезентациях, очень подробно изучены Георгопулосом на примере указывания кистью руки у развитой обезьяны. Он регистрировал индивидуальную активность нескольких сотен нейронов двигательной зоны коры, в то время как обезьяна указывала рукой в заданном направлении. Георгопулос пытался определить, каким образом двигательная программа кодируется (или «репрезентируется») на уровне популяции регистрируемых нейронов. Он смог показать, что каждая клетка этой популяции проявляет максимальную активность, когда обезьяна указывает рукой в некоем особом, или предпочтительном, направлении, отмечая тем самым его специфичность. Для каждого нейрона определяется вектор, ориентация которого соответствует оптимальному направлению, а длина определяется активностью этого самого нейрона в тот момент, когда обезьяна протягивает руку в каком-то определенном направлении. Эта длина меняется при изменении направления, в котором указывает рука» (Шанже, Конн, 2004, с.109).

«Мы сейчас уже не у подножия вершины по имени «Мозг человека». Мы идем по склонам этого Эвереста. Но чтобы подняться на вершину, нужно не иметь коридора колючей проволоки – в жизни и в работе».

Наталья Бехтерева

Индукция Натальи Бехтеревой. Н.П.Бехтерева (1968) сформулировала представление о существовании в мозге человека нейронного детектора ошибок, индуктивно отталкиваясь от исследований, в которых выяснилось, что в определенных областях мозга пациентов, страдающих болезнью Паркинсона, локальный мозговой кровоток изменяется всякий раз, когда пациенты допускали ошибку при решении той или иной предъявлявшейся им задачи (теста). Елена Кокурина в статье «Детектор ошибок Натальи Бехтеревой» («Российская газета», 7 апреля 2004 г.) пишет: «Впервые предположение о том, что в мозге человека существует регистратор ошибок, высказал британский психолог Раббит в статье, опубликованной в 1966 году в журнале Nature. В основе его версии были результаты психологических тестов, а не инструментальные исследования мозга, позволяющие непосредственно зафиксировать явление. Это было сделано примерно в то же время в Ленинграде, в Институте экспериментальной медицины. Руководитель лаборатории Наталья Бехтерева вместе с Валентином Гречиным (ныне покойным) лечили больных паркинсонизмом при помощи вживленных в мозг электродов. Обычно во время таких сеансов пациентам предлагали выполнить различные задания и проверяли, как на это будет реагировать тот или иной участок мозга. Вскоре ученые заметили удивительную закономерность: при любой ошибке пациентов в определенных точках мозга возникала одна и та же реакция. Оказалось, что в нашем мозге существуют популяции клеток, которые реагируют именно на ошибки. Причем, они расположены в разных зонах – и в подкорке, и в коре мозга. «Мы почувствовали, что наткнулись на интересный феномен, который может оказаться базисным механизмом, сравнимым с условными рефлексами, - рассказывает академик Бехтерева. – Но в то же время мы боялись себе в этом признаться, не верили, что такое могло с нами произойти – слишком уж хорошо, красиво! Сразу же назвали этот феномен «детектором ошибок», но в первой статье не осмелились это сделать. О своем открытии Бехтерева и Гречин впервые сообщили в статье, опубликованной в 1968 году в сборнике Annual Review на английском языке. Сам термин «детектор ошибок» появился в печати чуть позже, в 1971 году, в книге Натальи Бехтеревой «Нейрофизиологические аспекты психической деятельности человека» (Е.Кокурина, 2004). Об этом же механизме детекции ошибок пишет С.Медведев в статье «Посмотри мне в глаза» (газета «Московские новости», декабрь 2005, № 48): «Такой механизм был обнаружен академиком Бехтеревой в 1968 году, впервые в мире. Она и ее сотрудники исследовали мозговой кровоток у больного паркинсонизмом. Делалось это с помощью долгосрочных электродов, имплантированных в мозг пациента для диагностики и лечения болезни Паркинсона. Следуя заповеди «не навреди», прежде чем воздействовать с лечебной целью на маленькие участки мозга, ученые-медики пытались выяснить функции этих участков. Для этого, в частности, регистрировали, как изменяется снабжение участка кровью. Это важный показатель: к работающему органу приливает больше крови. Пациент отвечал на несложные вопросы, в какой-то раз он ошибся, и даже сам этого не заметил. Но врач увидел, как резко изменилась кривая локального мозгового кровотока, заинтересовался этим явлением и обнаружил, что это не случайность. Каждый раз, когда пациент ошибался, менялось поведение мозгового кровотока. Причем, независимо от того, осознавал это пациент или нет. Так было сделано открытие механизма детекции ошибок, проверяющего любое действие на соответствие той модели, которая хранится в памяти» (С.Медведев, 2005).

Индукция Натальи Бехтеревой. Н.П.Бехтерева (1971, 1980) высказала идею о том, что одним из языков мозга, на который переводится вся информация, поступающая в него, является частота последовательности импульсов нейронов, индуктивно отталкиваясь от многочисленных экспериментов по анализу электрической активности отдельных зон мозга во время той или иной мыслительной деятельности. Н.П.Бехтерева заметила, что при прослушивании, запоминании и воспроизведении отдельных фонем (структурных частей слов) можно зарегистрировать повторяющиеся закономерные перестройки частотных характеристик импульсной активности нейронов. В частности, паттерны текущей частоты активности нейронов отражают общие смысловые характеристики слов. «Результатом этих работ, - пишет психофизиолог Е.И.Николаева, - было выявление устойчивых пространственно-временных паттернов импульсной активности нейронов, сопровождающих конкретные мыслительные операции» (Е.И.Николаева, «Психофизиология», 2003). Об этом же пишет Е.Д.Хомская: «Систематические исследования нейронной активности разных подкорковых структур при выполнении различных интеллектуальных заданий (счет в уме, припоминание слов по заданному правилу и др.) показали, что любая интеллектуальная деятельность сопровождается активацией целого ряда подкорковых структур… при этом паттерны импульсной активности этих структур в определенной степени отражают семантическое значение слов и вербально-логических операций и поэтому могут рассматриваться как нейрофизиологические «семантические коды» интеллектуальной деятельности» (Е.Д.Хомская, «Психология», 2005). В связи с высокой значимостью исследований Н.П.Бехтеревой мы процитируем еще нейрофизиолога А.С.Батуева, который объясняет суть результатов, полученных Н.П.Бехтеревой: «Примером оригинального подхода к изучению нейрофизиологических основ психической деятельности человека являются исследования Н.П.Бехтеревой (1980). Разработка методических подходов к долгосрочной регистрации многих нейрофизиологических показателей, в том числе и импульсной активности нейронов мозга бодрствующего человека обеспечила доступ к изучению нейронных коррелятов мыслительной деятельности. У людей при восприятии, удержании в памяти и произнесении слов структуры импульсных реакций нейронных популяций, отражающих акустические и смысловые характеристики слова, могут формироваться в мозговых образованиях, причастных к организации движения» (А.С.Батуев, «Физиология высшей нервной деятельности и сенсорных систем», 2005). В 1993 году О.Кройцфелдт сообщил, что в мозге существуют нейроны-детекторы, избирательно реагирующие на фонемы, слоги, слова и сочетания слов. Догадаться о наличии этих нейронов-детекторов слов можно было по аналогии с исследованиями Г.Лангера и Д.Бронка (1981), которые обнаружили нервные клетки, отвечающие за сложные звуковые элементы в мозге птиц рода Минах, которых обучают говорить.

Индукция Натальи Бехтеревой. Предположение Н.П.Бехтеревой о возможности улучшения некоторых параметров человеческой памяти путем электрической стимуляции определенных подкорковых зон головного мозга индуктивно возникло на базе следующего неожиданного наблюдения. В статье «Мозг человека – сверхвозможности и запреты» (журнал «Наука и жизнь», 2001, № 7) Н.П.Бехтерева пишет: «Однажды – а во сверхускоряющемся беге времени, пожалуй, что и давно – уже больше тридцати лет назад, стимулируя одно из подкорковых ядер, мой сотрудник Владимир Михайлович Смирнов увидел, как больной буквально на глазах стал раза в два «умнее»: в два с лишним раза возросли его способности к запоминанию. Скажем так: до стимуляции этой, вполне определенной точки мозга (знаю, но не скажу какой!) больной запоминал 7 ± 2 (то есть в пределах нормы) слов. А сразу после стимуляции – 15 и больше. Железное правило: «каждому данному больному – только то, что именно ему показано». Мы не знали тогда, как «вернуть джинна в бутылку», и не стали с ним заигрывать, а активно подтолкнули к возвращению – в интересах больного. А это была искусственным образом вызванная сверхвозможность человеческого мозга!» (Н.П.Бехтерева, 2001).

Индукция Натальи Бехтеревой. Н.П.Бехтерева (1972) выдвинула идею об эффективности лечения гиперкинезов и других психических заболеваний с помощью кратковременных подач импульсов слабого электрического тока в точечные участки мозга, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Н.П.Бехтерева в книге «Магия мозга и лабиринты жизни» (2007) указывает: «Много лет спустя, в 1972 году, мы впервые опубликовали работу по использованию щадящей точечной электрической стимуляции мозга при лечении гиперкинезов. Давались кратковременные (1-3 секунды) посылки импульсов слабого биполярного тока, они повторялись 10-15 раз в течение часа. ЛЭС (лечебная электрическая стимуляция – Н.Н.Б.) осуществлялась обычно через день, причем, если она оказывалась эффективной, лечебный результат как бы развивался в виде все большего последействия. Наконец, эффект стимуляции становился постоянным, лечение прекращалось – и, что самое удивительное, эффект сохранялся далее на месяцы и годы» (Бехтерева, 2007, с.52).

Индукция Натальи Бехтеревой. Н.П.Бехтерева склонилась к заключению о возможности лечения ряда афазий (потери дара речи) с помощью электрической стимуляции речевых зон мозга, индуктивно отталкиваясь от случаев удачного восстановления речи у пациентов после подобной стимуляции. Н.П.Бехтерева в книге «Магия мозга и лабиринты жизни» (2007) описывает один из таких удачных случаев: «Больной перенес травму черепа и головного мозга 6,5 месяцев назад. С этого времени он почти перестал говорить. 19 электродов в 4-х пучках вживлены в лобно-теменно-височную область левого полушария. После предварительной оценки динамики импульсной активности нейронов при речевых тестах началась электрическая стимуляция. Продвижение к цели наблюдалось буквально с первых шагов. К концу 14-го сеанса ЛЭС больной стал вполне контактен, начал понимать речь и отвечать» (Бехтерева, 2007, с.57).

Индукция Натальи Бехтеревой. Н.П.Бехтерева сделала вывод о том, что речевые зоны находятся не только в центре Брока и центре Вернике, как считалось ранее, но и в других участках мозга, индуктивно основываясь на следующих наблюдениях. Н.П.Бехтерева в книге «Магия мозга и лабиринты жизни» (2007) отмечает: «…Первые исследования мозговой организации мыслительной деятельности с помощью ПЭТ были проведены не нами. Основным в этих работах было обнаружение более широкого, чем это предполагалось, представительства речевых зон в коре больших полушарий. Сам по себе этот факт был известен нам ранее (на основе изучения импульсной активности нейронов при речевых пробах) и также ранее уже использовался для ЛЭС мозга у больных с последствиями травмы и инсульта. И тем не менее, демонстрация широкого предствительства речевых зон порадовала нас…» (Бехтерева, 2007, с.124).

Индукция Натальи Бехтеревой. Идея Н.П.Бехтеревой о том, что в лобной области мозга (в частности, в области поля 46 по Бродману) существуют нервные структуры, обеспечивающие кодирование слов, индуктивно основывалась на следующих исследованиях. Н.П.Бехтерева в книге «Магия мозга и лабиринты жизни» (2007) отмечает: «В области поля 46 (по Бродману) наблюдалась дифференцировочная реакция импульсной активности нейронов на ПСГ на предъявление абстрактных и конкретных слов, которой до сих пор в других отделах мозга не наблюдалось. Еще дифференцированнее была реакция на пробы с предъявлением грамматически правильных, осмысленных фраз, фразоподобных грамматически верных проб, осмысленных словосочетаний с «испорченным» грамматическим строем и, наконец, фразоподобных проб, не имеющих смысловой нагрузки и не подчиненных правилам грамматики. На протяжении пространства записи ИАН (импульсная активность нейронов) с трех электродов, находящихся на расстоянии 2 мм друг от друга, регистрировались: достоверная реакция только на грамматически правильную фразу, только на осмысленное словосочетание (фразу) и, наконец, как бы обобщающая реакция – на грамматически верное бессмысленное словосочетание, на семантически нагруженную, но грамматически «испорченную» фразу без значимой реакции на бессмысленное словосочетание, составленное без соблюдения грамматических правил» (Бехтерева, 2007, с.126).

Индукция Святослава Медведева. С.Медведев выдвинул предположение о наличии в мозге детекторов грамматической правильности слов и фраз, индуктивно исходя из обнаружения популяций нейронов, которые начинают генерировать импульсы в ответ на предъявление пациенту грамматически неправильных слов и словосочетаний. В книге Н.П.Бехтеревой «Магия мозга и лабиринты жизни» (2007) С.Медведев констатирует: «В наших совместных исследованиях обнаружены даже такие механизмы, как детектор грамматической правильности осмысленной фразы. Например, «голубая лента» или «голубой лента». Смысл понятен в обоих случаях. Но есть одна «маленькая, но гордая» группа нейронов, которая «взвивается», когда грамматика нарушена, и сигнализирует об этом мозгу. Зачем это нужно? Вероятно, затем, что понимание речи часто идет в первую очередь за счет анализа грамматики…» (Медведев, 2007, с.171).

Индукция Джорджа Оджеманна. Нейрохирург Д.Оджеманн независимо от Н.П.Бехтеревой сделал вывод о наличии в мозге маленьких участков (зон), нервные клетки которых специализированы на выполнении различных речевых функций, индуктивно базируясь на следующих наблюдениях. Стивен Пинкер в книге «Язык как инстинкт» (2004) пишет: «Нейрохирург Джордж Оджеманн, последователь методики Пенфилда, стимулировал электрическим разрядом различные участки находящегося в сознании открытого мозга. Он обнаружил, что стимуляция в пределах участка, диаметром не больше нескольких миллиметров, может вызвать нарушение какой-то одной функции, например, способности повторить или закончить предложение, назвать предмет или прочесть слово. Но эти точки были разбросаны по всему мозгу (больше частью, но не преимущественно, - в районе сильвиевой борозды) и по-разному располагались у разных людей» (Пинкер, 2004, с.300).

Индукция Р.С.Рижинашвили. Р.С.Рижинашвили высказал идею о возможности перенести такую специфическую реакцию, как импринтинг, от одного животного другому с помощью экстракта мозгового вещества, индуктивно базируясь на экспериментах с цыплятами. А.Л.Рылов в статье «Девять времен одного мозга» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 11) отмечает: «Нейрохимические механизмы импринтинга у цыплят изучает группа исследователей из Института физиологии АН Грузинской ССР под руководством Р.С.Рижинашвили. По их мнению, при импринтинге в мозге появляются белки, которые не только замыкают некие приготовленные для замыкания нервные цепи, но и несут информацию о встреченном объекте. Об этом свидетельствуют некоторые экспериментальные факты. Например, новорожденных цыплят обучали следовать вместо курицы за синим или красным шаром, а потом приготовляли из их мозга экстракт и вводили другим цыплятам. И те из них, кто получал экстракт от «потомков» красного шара, начинали бегать за ним, игнорируя синий, и наоборот…» (А.Л.Рылов, 1986).

Индукция Генриха Вартаняна. Известный российский физиолог Г.А.Вартанян пришел к мысли о существовании в мозге веществ, образующихся при параличе конечностей и переносимых от одного организма к другому, индуктивно основываясь на следующих экспериментах. В.Т.Базур в статье «Коды психических процессов» (журнал «Химия и жизнь», 1987, № 2), говоря о возможности переноса мозговых белков от одного организма другому, отмечает: «Об этом, как нам кажется, свидетельствуют очень интересные исследования сотрудника Ленинградского Института экспериментальной медицины АМН СССР

Г.А.Вартаняна. Выяснилось, что если в результате повреждения мозга у животного развивается, например, паралич конечностей, то при введении в мозг здорового животного (реципиента) экстракта мозгового вещества больного (донора) у реципиента наступает паралич тех же конечностей. Группа Вартаняна показала, что вещества переноса, формирующиеся в мозгу в области травмы, попадают и в спинномозговую жидкость, ибо, введя реципиенту в спинномозговой канал спинно-мозговую жидкость донора, можно вызвать у здорового животного тот же паралич» (В.Т.Базур, 1987).

Индукция Энтони Баркера. Э.Баркер (1985) высказал идею о возможности вызвать у человека простые движения ног и рук путем воздействия на его мозг магнитным полем, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых указанные движения ног и рук вызывались короткими магнитными импульсами, направленными на двигательные центры коры головного мозга. Примечательно, что еще в начале 20 века французский физиолог Ж.А. де Арсонваль направлял импульсы магнитного поля на зрительные центры коры головного мозга и тем самым вызывал у добровольцев данного эксперимента так называемые «наведенные галлюцинации». Ангелина Федорова в статье «Персональный магнетизм» (журнал «Компьютерра», № 46 от 7 декабря 2004 г.) пишет: «Об этих работах вспомнили в 1985 году, когда Энтони Баркер и его коллеги из Шеффилдского университета в Великобритании провели знаменитый эксперимент с воздействием магнитного поля на двигательные центры коры головного мозга. Выяснилось, что короткие магнитные импульсы могут вызывать у людей непроизвольное сокращение мышц конечностей и даже заставлять пациентов совершать простые движения ног и рук. Уже через несколько лет силами Баркера и других ученых из разных стран была разработана новая технология – транскраниальная магнитная стимуляция» (А.Федорова, 2004).

Индукция Гаррита Стенли. Г.Стенли пришел к заключению о линейном переносе зрительной информации от клеток сетчатки к клеткам таламуса мозга, индуктивно основываясь на следующем эксперименте, который безуспешно пытался осуществить лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине Ф.Крик. Вадим Резник в статье «Ковчег жизни» на стапелях эволюции» (журнал «Новый мир», 2000, № 12) пишет: «Через два года после Крика эта задача была блестяще решена Гарритом Стенли и его коллегами в Калифорнийском университете (Беркли, США). Ответ оказался неожиданным. Ученые пометили 177 нейронов таламуса бодрствующей кошки микроэлектродами для записи электрических импульсов на таламусе при передаче изображения от сетчатки и при закрытых глазах животного. Профиль электрической активности каждого из 177 нейронов таламуса естественным образом менялся в зависимости от картинки на сетчатке, то есть от того, что в данный момент видела кошка. Декодировка электрических сигналов проводилась компьютером по ранее составленной программе (одни сигналы кодируют контурную линию предмета, другие – цвет, третьи – глубину и текстуру изображения). Когда перекодированную информацию от всех нейронов суммировали и вывели на монитор, экспериментаторы увидели немного размытое изображение предметов на сетчатке глаза кошки! Этот эксперимент прямо подтвердил линейный перенос зрительной информации от клеток сетчатки к клеткам таламуса как бы с помощью многожильного кабеля, который содержит 150000 нейронов на 1 квадратный мм» (В.Резник, 2000). Исследования Г.Стенли показали, что изображение с сетчатки глаза снимается и передается в таламус не как целая картинка, а как мозаика «пикселей» (минифрагментов) изображения.

«Научное исследование в действительности похоже на работу в тумане. Продвигаешься прямо-таки на ощупь. А потом другие, узнав о результатах, удивляются, каким прямым был путь».

Френсис Крик

Индукция Фрэнсиса Крика. Лауреат Нобелевской премии за 1962 год Фрэнсис Крик (1990) предположил, что механизмом объединения нервных клеток мозга в ансамбль, определяющий возникновение целостного зрительного образа, является синхронизация нейронной активности, то есть работа нейронов в одно и то же время и на одной и той же частоте колебаний, руководствуясь индукцией. В частности, Крик индуктивно опирался на одно достаточно нетривиальное наблюдение: он обратил внимание на то, что нейроны-детекторы, избирательно реагирующие на один и тот же стимул, обнаруживают сходные по частоте гамма-осцилляции без фазового сдвига. Кроме того, корреляция (совпадение) их гамма-активности при появлении их рецептивных полях одного и того же объекта была больше, чем на появление различных объектов. Независимо от Крика представление о связи сознания с высокочастотной активностью мозга на частоте гамма-колебаний (35-120 Гц) высказали многие другие нейрофизиологи: Р.Ллинас, К.Малсбург, В.Шнайдер, В.Зингер, Р.Экхорн, Е.Н.Соколов. Исходные посылки их представления те же – феномен синфазности высокочастотных потенциалов у нейронов зрительной коры кошки, избирательно возбуждающихся при восприятии одного и того же зрительного объекта. Таким образом, получила новое развитие идея М.Н.Ливанова, сформулированная им в 50-х годах 20 века о пространственной синхронизации ритмической активности участков мозга как механизме обработки информации.

Индукция А.Р.Дамазио и Х.Дамазио. Известные нейрофизиологи А.Р.Дамазио и Х.Дамазио (1990) высказали предположение о существовании в мозге нейронов, избирательно реагирующих на лица, индуктивно отправляясь от опытов, связанных с регистрацией работы нервных клеток. Исследователи обратили внимание на то, что определенный локус в области затылочно-височной коры (фузиформная извилина) активируется избирательно при просмотре изображений лиц, а не других объектов. Как пишут Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «распознавание лиц может затрагивать и другие области, например центр языка. У правшей правая фузиформная извилина активировалась предпочтительно или исключительно при предъявлении изображений лиц. У двух левшей, при аналогичном тесте, происходила активация этой извилины с левой стороны» (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «От нейрона к мозгу», 2003). Догадаться о существовании нейронов, генерирующих потенциалы действия в ответ на предъявление лиц, можно было и на основании клинических данных. Такие исследователи, как Бодамер (1947), Петцль и Хофф (1947), Экаэн и Ажуриагерра (1952), С.А.Паллис (1955), Э.С.Бейн (1958), неоднократно описывали клинические случаи, когда человек, имеющий высокие интеллектуальные способности и хорошую память, не был способен распознавать лица, причем даже лица близких родственников. В 1974 году Дж. С.Медоуз показал, что неспособность распознавать лица (прозопагнозия) связана с повреждениями справа, а иногда и с двух сторон затылочно-височной коры. В 1990 году М.Дж. Фарах также описал ряд нарушений обработки зрительной информации, связанной с восприятием лиц.

Индукция А.Р.Дамазио и Х.Дамазио. А.Р.Дамазио и Х.Дамазио (1992) выдвинули гипотезу о том, что функция называния (словесного обозначения) различных категорий объектов выполняется различными областями мозга, индуктивно отталкиваясь от наблюдений за больными с поражениями в передней и средневисочной коре мозга. Ученые Дамазио заметили, что эти больные с трудом называют многие хорошо знакомые предметы. При этом они делают меньше ошибок при назывании инструментов, чем при назывании животных, овощей и фруктов. Они правильно называют части тела, но с трудом называют знакомые музыкальные инструменты. Кроме того, пациенты испытывали трудности, когда их просили называть своих друзей, родственников, известных популярных деятелей. Обобщая полученные данные, ученые Дамазио пришли к заключению, что функция называния для общих понятий локализована в задних левых височных областях, а для более специальных – в передних, вблизи левого височного полюса. Психолог Р.С.Аткинсон пишет: «…Понятия, связанные с животными и связанные с предметами, созданными человеком, по-видимому, хранятся в различных участках нейронной системы мозга. Некоторые свидетельства этого приводились нами при обсуждении восприятия. При этом мы отмечали, что встречаются пациенты, у которых нарушена способность распознавать изображения животных при относительно нормальной способности к распознаванию искусственно созданных предметов, таких как инструменты, но в то же время встречаются пациенты с противоположным паттерном нарушений» (Р.Л.Аткинсон, Р.С.Аткинсон, Э.Е.Смит и др., «Введение в психологию», 2003).

Индукция Антонио Дамазио. Американский нейрофизиолог Антонио Дамазио пришел к выводу о существовании связи между префронтальной корой мозга и моральными качествами личности, индуктивно основываясь на исследовании поведения двух пациентов, перенесших в детстве травму префронтальной области мозга. А.Дамазио подверг исследованию этих пациентов, перенесших травму мозга в младенческом возрасте. Оба они были плохо адаптированы к социальной среде и отличались негативными личностными особенностями, такими, как патологическая лживость, склонность к мелким кражам, отсутствие гигиенических навыков, беспорядочность в интимных связях и безразличие к собственным детям. Когда дошло до психологических тестов, испытуемые показали средние результаты в том, что касается логического мышления, но – и это самое существенное – обнаружили полное невежество в области нравственных принципов. Это свидетельствовало о том, что деятельность префронтальной коры связана с формированием моральных качеств личности. Э.Голдберг в книге «Управляющий мозг» (2003) пишет: «Дамазио изучал молодого мужчину и молодую женщину, у которых лобные доли были повреждены на очень ранней стадии жизни. Оба проявляли антисоциальное поведение: они лгали, совершали мелкие кражи, прогуливали занятия в школе. Дамазио утверждает, что эти люди не только были неспособны действовать в соответствии с правильными, социально санкционированными моральными предписаниями, но что они даже были неспособны оценить свои действия как неправильные с моральной точки зрения» (Э.Голдберг, 2003).

Индукция Патрисии Гольдман-Ракич. Американская женщина-нейрофизиолог П.Гольдман-Ракич (1992) пришла к заключению о том, что в префронтальной зоне коры мозга человека содержатся нейроны, ответственные за кратковременную память, индуктивно основываясь на опытах по регистрации электрической активности отдельных нейронов префронтальной коры обезьян в условиях отсроченного ответа. В ходе этих опытов Гольдман-Ракич установила, что в момент исчезновения из поля зрения животного значимой для него цели, то есть в период отсрочки некоторые нейроны префронтальной коры начинают генерировать электрические сигналы вдвое чаще. Е.И.Николаева в книге «Психофизиология» (Москва, 2003) пишет: «Специфическая активность нейронов в процессе отсрочки показана в эксперименте, где регистрировали электрическую активность отдельных нейронов префронтальной коры в тесте с отсроченным ответом. Предварительно обезьяну обучали фиксировать взор на маленьком пятне в центре телевизионного экрана. Затем в одном из восьми участков экрана на короткое время появлялся раздражитель (обычно это небольшой квадрат). В конце отсрочки продолжительностью от трех до шести секунд центральное пятно, на котором фиксировался взор, выключалось, что служило животному сигналом о необходимости перевести взгляд в ту точку экрана, где перед отсрочкой появлялся раздражитель. В случае правильного ответа животное получало сок. Поскольку взор животного был фиксирован на центральном пятне, каждый из зрительных раздражителей активировал определенную группу клеток сетчатки. Эти клетки приводили в действие лишь определенные отделы зрительных проводящих путей (Гольдман-Ракич, 1992). С помощью этого опыта удалось показать, что некоторые нейроны префронтальной коры обладают своего рода полями памяти: когда из поля зрения животного исчезает цель, имеющая для него особую значимость, некоторые нейроны префронтальной коры начинают генерировать электрические сигналы вдвое чаще. Они остаются возбужденными до конца отсрочки, т.е. до того момента, когда животное переводит взгляд в нужную точку экрана. Каждый нейрон кодирует своей активностью определенное положение зрительного раздражителя» (Николаева, 2003, с.334). Если по аналогии перенести данное открытие Гольдман-Ракич в область психологии памяти, то становится возможным найти убедительное объяснение эффекту Зейгарник, который состоит в том, что незавершенные действия запоминаются лучше, чем завершенные. Эффект Зейгарник определяется тем, что в ситуации незавершенного действия нейроны кратковременной памяти начинают генерировать электрические сигналы вдвое чаще, чем в каком-либо другом случае.

Индукция Гордона Глобаса. Гордон Глобас (1992) сформулировал представление о применимости теории хаоса и нелинейной динамики к когнитивным процессам, происходящим в мозге, индуктивно отталкиваясь от следующих открытий. В 1986 году Матсумото обнаружил странные аттракторы (феномены нелинейной динамики) в спонтанной электрической активности одиночного, экспериментально изолированного аксона кальмара. В 1987 году Фримен нашел странные аттракторы в электрической активности обонятельных долей мозга кроликов в состоянии покоя, а в 1991 году Г.Хакен обнаружил те же аттракторы в ЭЭГ-ритмах новой коры человека при символической познавательной деятельности (Г.Хант, «О природе сознания», 2004). Независимо от Глобаса идея о существовании аттракторов в электрической активности мозга высказывалась И.Пригожиным (1994). И.Пригожин и И.Стенгерс в книге «Время, хаос, квант» (2005) пишут: «Например, с помощью метода, который мы в общих чертах обрисовали выше, были проанализированы данные измерений активности головного мозга. В стадии глубокого сна в активности головного мозга обнаруживается детерминистический хаос с фрактальным аттрактором в пятимерном пространстве (пять независимых переменных). С другой стороны, в состоянии бодрствования конечномерный аттрактор не был идентифицирован. С точки зрения электрической активности мы имеем дело с истинной случайностью. Ничего удивительного в этом нет. Когда мозг взаимодействует с внешней средой, церебральная активность вряд ли может соответствовать динамически самогенерирующей системе. Наконец, при эпилептических припадках электроэнцефалограммы свидетельствуют о появлении фрактального аттрактора малой размерности (размерности 2). Эпилепсия отнюдь не приводит к хаотическим энцефалограммам. Наоборот, энцефалограммы больных эпилепсией чрезмерно «регулярны» (И.Пригожин, И.Стенгерс, 2005).

Индукция Дорин Кимуры. Японская женщина-психолог, работающая в США, Дорин Кимура (1992) высказала предположение о существовании половых различий в организации мозга, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Алан Пиз и Барбара Пиз в книге «Язык взаимоотношений» (2007) пишут: «Дорин Кимура, профессор психологии университета штата Онтарио, установила, что нарушение речи у мужчин наступает после повреждения только левой стороны мозга, а нарушение речи у женщин – после повреждения фронтальной доли и того, и другого полушария вместе. Заикание представляет собой дефект речи, свойственный в основном мужчинам, и в классах по исправлению заикания на каждую девочку приходится три-четыре мальчика» (А.Пиз, Б.Пиз, 2007). Д.Аксенов в статье «Руки не оттуда» (газета «Беларусь сегодня», 01.03.2002 г.) цитирует доктора биологических наук В.А.Геодокяна: «Пять лет назад знаменитая японская исследовательница Дорин Кимура сделала открытие. Есть две болезни – афазия (нарушение речи) и апраксия (нарушение движения). Так вот, если женщины болеют этими болезнями, то у них это связано с повреждением лобных частей. Если болеют мужчины – с задней частью полушарий мозга. А поскольку мужской пол – авангард, который опережает женский пол эволюционно, получается, что у мужчин эта функция уже ушла в затылочную часть мозга, а у женщин еще нет» (Д.Аксенов, 2002). Маргерит Холлоуэй в статье «Мужской мозг, женский мозг» (журнал «В мире науки», 1990, № 12) пишет: «Более 10 лет назад Кимура обнаружила, что у мужчин и женщин речью ведают разные участки мозга. Позже ею было установлено, что гормональные уровни могут влиять на выполнение некоторых вербальных тестов и тестов на ориентирование в пространстве. Кимура внесла большой вклад в изучение функций полушарий мозга и ее работы сыграли ключевую роль в исследовании эволюции языка. Все это снискало ей уважение среди неврологов, психологов и антропологов, хотя и не обошлось без нападок в ее адрес со стороны некоторых лингвистов и феминисток» (Холлоуэй, 1990, с.80).

Индукция Беннета Шейвиц и Салли Шейвиц. Б.Шейвиц и С.Шейвиц (1990-е годы) склонились к заключению о том, что мозг мужчин и женщин работает по-разному, индуктивно отталкиваясь от экспериментов по исследованию области мозга, занимающейся подбором рифм у представителей разных полов. Алан Пиз и Барбара Пиз в книге «Язык взаимоотношений» (2007) отмечают: «В Йельском университете группа ученых во главе с доктором Беннетом и Салли Шейвиц провели исследование, предлагая тесты мужчинам и женщинам, чтобы определить, какая часть мозга занимается подбором рифм. Использовав технику магнитного резонанса для регистрации малых изменений кровотока к различным участкам мозга, они подтвердили, что у мужчины действует в таких случаях преимущественно левая половина мозга, ответственная за речь, а женщины пользуются как правой, так и левой половиной. Эти эксперименты, как и множество других, проведенных в девяностых годах, дали одинаковые результаты: мозги мужчин и женщин функционируют по-разному» (А.Пиз, Б.Пиз, 2007).

Индукция Маркуса Райкла (Райчла). Нейрофизиолог Маркус Райкл (1994) пришел к заключению о связи активности лобных долей мозга с восприятием новизны и с обработкой ранее не встречавшихся стимулов, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых при каждом предъявлении человеку новой задачи наблюдалось существенное повышение кровотока в лобных долях коры. Э.Голдберг в книге «Управляющий мозг» (2003) пишет: «Эксперименты по функциональной нейровизуализации Райкла и его коллег очень ярко и выразительно раскрывают отношение между лобными долями и новизной. Эти исследователи использовали позитронно-эмиссионную томографию (PET) для изучения отношения между уровнями локального мозгового кровотока и новизной задачи. Когда задача (назвать глагол, подходящий к визуально предъявленному существительному) была дана впервые, кровоток в лобных долях достиг высшего уровня. По мере знакомства испытуемых с задачей участие лобных долей почти сходило на нет. Когда предъявлялась новая задача, имеющая в целом сходство с первой, но не тождественная ей, кровоток в лобных долях несколько усиливался, но не вполне достигал своего начального уровня. Такое впечатление, что имеется строгое соотношение между новизной задачи и уровнем кровотока в лобных долях: он является самым высоким, когда задача является новой, самым низким, когда задача знакома, и промежуточным, когда задача является частично новой» (Э.Голдберг, 2003).

Индукция Габриэля Креймана, Кристофера Коха и Айзека Фрейда. Нейробиологи из Калифорнийского технологического института Габриэль Крейман и Кристофер Кох, а также

Айзек Фрейд из Калифорнийского университета Лос-Анджелеса выдвинули идею о существовании в мозге обезьян и человека нейронов, способных воспринимать целостные образы, индуктивно отталкиваясь от экспериментов по исследованию функций отдельных нейронов. При этом им удалось обнаружить в мозге приматов и человека нервные клетки, генерирующие электрический импульс в том случае, когда им предъявляется портрет президента США Билла Клинтона. Д.Хокинс в книге «Об интеллекте» (2007) пишет: «…Габриэль Крейман и Кристофер Кох, нейробиологи, работающие в Калифорнийском технологическом институте, и Айзек Фрейд из Калифорнийского университета в Лос-Анджелесе открыли нервные клетки, посылающие разряд в том случае, когда человек видит лицо Билла Клинтона. Одна из моих целей – объяснить Вам, откуда появились эти нейроны Билла Клинтона» (Хокинс, 2007, с.109).

Индукция Джакомо Ризолатти. Д.Ризолатти (1992) сформулировал предположение о существовании зеркальных нейронов, активирующихся не только при выполнении определенного действия, но и при наблюдении за тем, как кто-то другой выполняет это действие, индуктивно исходя из обнаружения в моторной коре мозга обезьяны нейронов, начинающих генерировать импульсы при восприятии животным знакомых ей движений. Игорь Макаров в статье «Когда тебя понимают» (газета «Эксперт», № 24 от 26 июня 2006 г.) воспроизводит рассказ Д.Ризолатти об истории своего открытия: «Изначально мы исследовали, что происходит в мозге обезьяны, когда она манипулирует предметами. В нашей лаборатории мы изучаем этих животных скорее как этологи, специалисты по поведению. У нас всего две обезьяны, они живут у нас много лет, выполняя разнообразные действия. У обезьян очень широкий репертуар. В Америке на этих животных смотрят как на роботов. Там обезьяна всю жизнь нажимает на одну кнопку. Это позволяет американцам точнее контролировать эксперимент, но при этом теряется масса ценной информации. Я считаю, что свое открытие нам удалось сделать во многом благодаря чуть старомодному этологическому подходу. В нашем эксперименте мы помещали пищу в коробку, откуда обезьяна должна была доставать ее при помощи специальных инструментов. И вот однажды, когда кто-то из нас случайно стал проделывать ту же процедуру, обезьяна на это отреагировала. Хотя сама она не шевельнулась, клетки ее моторной коры пришли в возбужденное состояние. Сначала мы думали, что это какая-то ошибка. А потом предположили, что есть такие странные нейроны, которые активизируются и когда обезьяна самостоятельно выполняет действие, и когда она наблюдает за тем, как это действие выполняет кто-то другой» (И.Макаров, 2006). Д.Ризолатти дает понять, что открытие зеркальных нейронов в моторной коре обезьян произошло случайно. Следовательно, перед нами не что иное, как индукция с фактором случая. Случайность открытия подтверждается С.Козловским, который в статье «Нейроны зазеркалья» (журнал «Вокруг света», 2007, октябрь) пишет о Д.Ризолатти и его сотрудниках: «Первоначально исследователи хотели лучше изучить работу уже давно известных так называемых командных нейронов, активирующихся только при выполнении обезьяной определенных действий (например, собирание предметов, захват рукой различных объектов и т.п.). Однако неожиданно для себя эти ученые обнаружили, что нейроны, которые начинают разряжаться при выполнении обезьяной определенного действия, активируются и тогда, когда обезьяна просто видит, как кто-то другой выполняет это же самое действие (причем, именно действие, а не просто движение)» (С.Козловский, 2007).

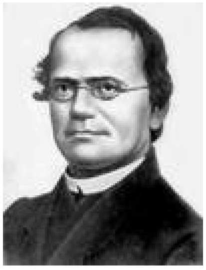
Индукция Андрея Блудова. Директор НИЦ Биокибернетики А.Блудов (1990-е годы) пришел к мысли о возникновении у человека заикания в результате того, что он слышит свою речь с разрывами, индуктивно исходя из экспериментов, в которых не страдающие заиканием люди, говорившие в микрофон и слышавшие свою речь в наушниках в измененном виде, вдруг начинали заикаться. В начале своих исследований А.Блудов с сотрудниками не ставил своей целью исследование проблемы заикания. Он хотел разработать компьютерную программу, изменяющую человеческий голос таким образом, чтобы нельзя было по голосу установить, кто говорит. Однако при этом он случайно обнаружил то, что впоследствии привело к изобретению нового способа лечения заикания. А.А.Блудов и М.А.Голиков в одной из своих статей пишут: «Если вы думаете, что новый метод разрабатывали в муках творчества престарелые ученые мужи, то вы далеки от истины. Рождение методики – плод случайности. Именно так произошло у нас. Теория, можно сказать, «выросла» из практики. Примерно лет десять назад мы – молодые врачи-энтузиасты – проводили закрытые эксперименты по модификации речи. У нас было задание «спрятать» человека, сделать его голос неузнаваемым, например, преобразовать голос мужчины в голос женщины. Работали мы с военными летчиками: здоровые крепкие парни с хорошими речевыми данными говорили в микрофон, компьютерная программа преобразовывала их речь и возвращала ее в наушники измененной. В один из дней нам пришлось сильно удивиться – наши бравые летчики вдруг на наших глазах начали заикаться! Восстановить плавную, правильную речь при всех волевых усилиях у них не получалось. Одев наушники, мы поняли, в чем дело. Оказывается, из-за небольшой технической заминки возвращаемая в наушники речь стала звучать с небольшими разрывами, что и привело к невозможности говорить правильно, несмотря на все старания. Значит, подумали мы, человек говорит так, как слышит свою речь, и решили проверить свою догадку на добровольцах. Ведь одно дело – случайность, другое – правильно спланированное исследование. Нашими добровольцами стали 40 здоровых человек (20 мужчин и 20 женщин) в возрасте от 16 до 35 лет. Им предлагалось говорить в микрофон, слушая свою речь в наушниках, нашей же задачей было искусственное прерывание подачи звука в наушники, длительностью более 0,1 сек. При этом у всех испытуемых возникали разрывы воспроизведения собственной речи, со всеми признаками, характерными для заикания – потением людей и учащением пульса. Что нас больше всего удивило – появление непроизвольных периодических судорожных сокращений мышц лица и шеи, наблюдаемых, в основном, при средней и тяжелой формах логоневроза. Сомнений быть не могло – мы получили модель заикания». Об этом же факторе случая в открытии механизма заикания пишет П.Синьковский в статье «Где прячется заикание» (газета «Аргументы и факты», № 23 (264) от 21 декабря 2005 г.).

Индукция Джерри Иину и Тимму Талли. Американские биохимики Джерри Иину и Тимму Талли (2000) выдвинули гипотезу о том, что белок CREB ответственен за образование долговременной памяти, индуктивно отталкиваясь от опытов, в которых дрозофилы с нормальным содержанием белка CREB обучались избегать опасного запаха быстрее, чем мухи, чей мозг содержал низкое количество этого белка. Т.Оганесян и Г.Переходцев в статье «Атака на память» (газета «Эксперт», № 22 (282) от 11 июня 2001 г.) пишут: «2000-й год принес еще один многообещающий результат: двум биохимикам из Нью-Йорка Джерри Иину и Тимму Талли, удалось установить, что белок под названием CREB ответственен за образование долговременной памяти у дрозофил (поскольку нервные клетки человека и дрозофилы принципиально не отличаются, CREB может играть ключевую роль в процессе запоминания не только в мушином, но и в человеческом мозге). Дрозофил обучали, обдувая их струйками воздуха с различными ароматами, причем подача одного из запахов сопровождалась ударом электрического тока. Оказалось, что мухи с нормальным содержанием CREB обучаются избегать опасного запаха за десяток ударов, с низким содержанием – вообще не могут вырабатывать такого навыка, а с повышенным содержанием – уже после первого удара запоминают опасный запах навсегда. Американские биохимики обнаружили, что CREB запускает процесс выработки нейронами белков, усиливающих синаптические связи. Соответственно, возникает возможность создания эффективного лекарства для лечения нарушений памяти» (Т.Оганесян, Г.Переходцев, 2001). Об этом же пишет Стивен Холл в статье «Виагра для мозга» (журнал «В мире науки», 2003, № 12): «В середине 1990-х гг. Т.Талли и Джерри Иин генетически сконструировали особую линию плодовых мушек дрозофил с поистине феноменальной фотографической памятью: насекомые способны обучаться выполнять определенные задания и запоминать выработанные навыки в течение одного экспериментального сеанса, тогда как их «нормальным» сородичам требуется для этого 10 сеансов обучения. Ученые добились такого поразительного улучшения памяти за счет активации одного-единственного гена под названием CREB» (С.Холл, 2003). Наконец, эксперименты Талли (Тулли) описывает М.Ридли в книге «Геном» (2009): «Талли прекрасно понимал, что если с помощью направленного мутагенеза ему удастся получить мутант, имеющий проблемы с обучением, то это даст ему в руки инструмент для управления обучаемостью. Повредив ген белка CREB, ученый получил мутантный вариант мух, способных к обучению, но быстро забывающих урок. Определив ключевой элемент обучаемости, Талли вскоре получил другую мутацию, которая делала мух настолько способными, что они ухватывали суть после одного упражнения, тогда как для обычных мух урок приходилось проводить десяток раз, пока они не начинали распознавать запах, после которого следует разряд тока» (Ридли, 2009, с.300).

Индукция Альсино Сильвы. Альсино Сильва пришел к выводу о том, что белок CREB определяет процесс запоминания информации не только у дрозофил, но и у других животных, индуктивно базируясь на экспериментах, в которых было обнаружено высокое содержание белка CREB в нейронах мышей в момент, когда перед ними ставилась задача узнать знакомое место. Алексей Грачев в статье «Ключ от памяти» («газета Ru», 20.04.2007 г.) пишет: «Нейрофизиологам удалось разглядеть способ, которым мозг заставляет отдельные клетки сохранять воспоминания. Исследователи из Калифорнийского университета и Университета Торонто выяснили, что ключом, который отпирает мозговые архивы для записи новой информации, служит белок CREB. Он уже попадал в поле зрения нейрофизиологов как необходимый элемент для хранения уже записанной информации. Последние данные говорят о том, что этот белок также направляет информационный поток к тем клеткам мозга, которые готовы ее записать. (…) В своих исследованиях Сильва с коллегами использовал лабораторных мышей. В мозговые миндалины (амигдалы) вводили повышенное количество белка CREB. Затем животных сажали в клетки, в которых они уже побывали прежде, и проверяли их способность узнать знакомое место. Исследователи контролировали, какие нейроны в амигдале проявляли наибольшую активность в момент распознавания клетки. Эксперименты показали, что наибольшую активность проявили те нейроны, в которых содержалось наибольшее количество белка CREB. «Мы обнаружили, что именно количество белка CREB определяет, сохранит ли нейрон информацию, - сказал Сильва. – Если в клетке очень мало белка, то она, скорее всего, не сможет сохранить информацию» (А.Грачев, 2007). Работы А.Сильвы на лабораторных мышах расширили исследования Джерри Иину и Тимму Талли.

Индукция Изабель Мансуй. Французская женщина-биолог Изабель Мансуй (2004) сформулировала представление о том, что процессом стирания информации в нашем мозге управляет белковая молекула – фермент пртеинфосфатаза PP1, индуктивно основываясь на опытах, в которых добавление в пищу трансгенных мышей веществ, активирующих молекулу PP1, препятствовало формированию памяти животных в процессе обучения. Н.Белоконева в статье «Секрет забывчивости» (журнал «Наука и жизнь», 2004, № 5) пишет об экспериментах И.Мансуй: «Трансгенных мышей стали обучать узнавать новые объекты. И человек и животные усваивают материал лучше за несколько коротких уроков с перерывами для отдыха, чем в течение того же промежутка времени без передышки. Мыши тоже обучаются лучше за пять коротких сеансов по 5 минут с интервалом 15 минут, чем за единственный продолжительный сеанс в 25 минут. Однако, когда им в пищу добавляли доксициклин (то есть «включали» PP1), 25-минутный «урок» становился таким же эффективным, как пять сеансов по 5 минут! Из этого следует, что PP1 как бы мешает формированию памяти при интенсивном обучении, а запоминание в несколько сеансов позволяет преодолеть «сопротивление» PP1» (Н.Белоконева, 2004). «До настоящего времени, - аргументирует

Н.Белоконева, - наука о мозге занималась главным образом проблемой запоминания. Этот подход оставляет в тени такую сторону мыслительного процесса, как забывчивость. Но три года исследований в области, которая казалась всем неперспективной, позволили французскому биологу Изабель Мансуй и ее группе из Политехнической федеральной школы в Цюрихе (Швейцария) открыть молекулярный механизм забывчивости. Как оказалось, процессом стирания информации управляет белковая молекула – фермент протеинфосфатаза (PP1). Это удивительный факт. Ведь a priory ученые не имели никаких данных, которые позволяли бы заподозрить у этой хорошо изученной молекулы подобные свойства» (Н.Белоконева, 2004).



«Мендель как одержимый хватается за разные растения – фуксия, кукуруза и др. И всюду он находит одну и ту же пропорцию. Он понимает, что обнаружил фундаментальный закон наследственности: признаки не смешиваются друг с другом. За признаками лежат какие-то жесткие неделимые субъединицы, которые и определяют наследственность».

Мэтт Ридли о Грегоре Менделе

Индукция Грегора Менделя. Австро-венгерский ботаник Грегор Мендель (1865) выдвинул гипотезу о том, что при передаче наследственных признаков от одного поколения к другому доминантные и рецессивные признаки комбинируются по законам теории вероятностей, индуктивно основываясь на опытах по скрещиванию гороха с различной окраской семян и цветков. В этих опытах количество семян с доминантной окраской и семян с рецессивной окраской всегда давало соотношение 3:1. Это соотношение и натолкнуло Менделя на заключение о приложимости теории вероятности для описания процесса передачи наследственных свойств от одного организма к другому. Б.Гуттман, Э.Гриффитс и другие в книге «Генетика» (2006) пишут: «В отличие от своих предшественников, Мендель решил подсчитать точное количество растений (или семян) с тем или иным признаком. Скрещивая растения по цвету семян, он получил в поколении F2 6022 желтых семени и 2001 зеленое семя. Скрещивая растения по окраске цветков, он получил 705 фиолетовых цветков и 224 белых. Эти цифры еще ничего не говорят, и в похожих случаях предшественники Менделя опускали руки и утверждали, что ничего разумного по этому поводу сказать нельзя. Однако Мендель заметил, что отношение этих чисел близко к пропорции 3:1, и это наблюдение подтолкнуло его к простому выводу» (Б.Гуттман, Э.Гриффитс и др., 2006). Об этом же пишет К.А.Тимирязев в статье «Мендель» (К.А.Тимирязев, «Сочинения», 1939): «…Он попытался найти, каково будет численное отношение этих желтых и зеленых потомков, и нашел любопытную закономерность: на 3 желтых будет 1 зеленый. Это не следует, однако, понимать так, что на каждые 4 гороха будет 3 желтых и 1 зеленый. Правило это только статистическое, оправдывающееся лишь при большом числе наблюдений. Так, например, при наблюдении 8023 семян, полученных при самоопылении желтой помеси, оказалось 6022 желтых и 2001 зеленых, т.е. в отношении 3,01:1» (К.А.Тимирязев, 1939). Сказанное можно резюмировать следующим образом. Когда Мендель проанализировал, у какого количества гибридов второго поколения появляются признаки доминантные и рецессивные, он обнаружил во всех случаях одну и ту же численную закономерность. Результат был везде один и тот же. Расщепление доминантных и рецессивных признаков равнялось в среднем 3:1. Мендель понимал, что обнаруженная им закономерность не может быть справедливой для отдельно взятого растения, она проявляется только при скрещивании большого числа организмов.

Индукция Августа Вейсмана. Август Вейсман (1834-1914) пришел к выводу, что половые клетки всех организмов содержат одинарный (гаплоидный) набор хромосом, индуктивно исходя из своих микроскопических исследований, позволивших обнаружить одинарный набор хромосом в половых клетках розового червя аскариды. Независимо от Вейсмана одинарный набор хромосом в половых клетках открыл Эдуард Ван Бенеден (1883). Позже аналогичное открытие сделал Т.Бовери (1902), который пришел к выводу об участии хромосом в процессах наследственной передачи, когда узнал, что нормальное развитие морского ежа возможно только при наличии всех хромосом. При утрате какой-либо хромосомы морской еж погибал. Как пишет Л.Я.Бляхер в книге «История биологии» (1975), «открытый Э.Ван Бенеденом (1883) факт, что число хромосом в клетках тела (соматических клетках) вдвое больше, чем в половых клетках, можно было легко объяснить простым рассуждением: поскольку при оплодотворении ядра половых клеток сливаются (и, тем самым, в одном ядре объединяются хромосомы этих ядер) и поскольку число хромосом в соматических клетках остается константным, то постоянному удвоению числа хромосом при последовательных оплодотворениях должен противостоять процесс, приводящий к сокращению их числа в гаметах ровно вдвое» (Бляхер, 1975).

Индукция Августа Вейсмана. А.Вейсман сформулировал идею о том, что приобретенные организмом в ходе индивидуального развития (онтогенеза) признаки и качества не наследуются, индуктивно исходя из опыта по отрубанию хвостов у крыс. Александр Марков в статье «От Ламарка к Дарвину и обратно к Ламарку» (журнал «Компьтерра», март 2005) пишет об указанной идее А.Вейсмана: «Догма» начала складываться через несколько лет после смерти Дарвина, в основном благодаря усилиям немецкого ученого Августа Вейсмана. Он показал, что если крысам из поколения в поколение отрубать хвосты, это не приводит к рождению бесхвостых крысят» (А.Марков, 2005). Об этом же пишет А.Гангнус в книге «Эволюция для всех, или путь кентавра» (2001): «Выдающийся немецкий биолог Август Вейсман взялся разрубить запутанный узел исследования приобретенных признаков самым прямым и беспощадным образом. Он рубил… хвосты мышей – выращивал их поколение за поколением и каждое поколение тщательно обмерялось. Результаты этого опыта с точными измерениями были опубликованы. В двадцати двух поколениях мышей не обнаружилось никакого уменьшения длины хвоста. Хвосты у мышей упрямо вырастали до нормы. Приобретенные признаки не наследовались!» (А.Гангнус, 2001).

Индукция Эдуарда Ван Бенедена. Э.Ван Бенеден (1883) пришел к заключению о том, что в мужских и женских половых клетках животных содержится одинарный набор хромосом, индуктивно исходя из того, что одинарный набор хромосом он обнаружил в половых клетках лошадиной аскариды. Л.Я.Бляхер в книге «История биологии с начала 20 века до наших дней» (1975) указывает: «Э.ван Бенеден (1883) впервые на яйцах лошадиной аскариды установил, что каждый из пронуклеусов – мужской и женский – содержит гаплоидное число хромосом. Вильсон назвал это открытие законом Ван Бенедена. Т.Бовери (1890) установил справедливость этого закона на морских ежах, червях, медузах и брюхоногих моллюсках, подсчитав количество хромосом в семенных и яйцевых пронуклеусах до их слияния» (Бляхер, 1975, с.530).

Индукция Арчибальда Гаррода. Английский врач Арчибальд Гаррод (1908) сформулировал предположение о существовании врожденных ошибок метаболизма, индуктивно исходя из результатов исследования родословных семей, члены которых страдали алкаптонурией – наследственным заболеванием, при котором в мочу выделяется значительное количество гомогентизинной кислоты, придающей моче красный цвет. М.Д.Голубовский в статье «Гиганты генетики: неизбежность непризнания» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 5) пишет: «В 1908 году английский врач Арчибальд Гаррод, изучая родословные семей с алкаптонурией – заболеванием, когда с мочой выделяется слишком много гомогентизинной кислоты, из-за чего моча приобретает красный цвет, - пришел к выводу, что эти больные – гомозиготы по рецессивной мутации, блокирующей всего одну реакцию азотистого обмена. Случаи наследуемого нарушения такого рода А.Гаррод назвал врожденными ошибками метаболизма. И это стало, по существу, предвосхищением впоследствии знаменитой концепции «один ген – один фермент» (М.Д.Голубовский, 2002). Об этом же пишет Василий Вельков в статье «Опять актуален вопрос: что такое ген?» (газета «Зарубежные задворки», № 378 от 6 июня 2004 г.): «Сэр Арчибальд Гаррод, работая врачом в госпитале для больных детей и «демонстратором» химической патологии в больнице С.Варфоломея, обнаружил, что алкаптонурия вызывается повреждением одного рецессивного гена и что болезнь проявляется, согласно анализу родословных, когда мутантный аллель находится в гомозиготном состоянии. Отсюда был сделан вывод, что повреждение одного гена вызывает отсутствие одной биохимической реакции. А раз биохимические реакции катализируются ферментами, то, предположил сэр Арчибальд, ген предопределяет наличие активного фермента. А отсюда рукой подать до вывода «один ген – один фермент». Но он был сделан только через 30 лет» (В.Вельков, 2004). Конечно, помимо индукции, А.Гаррод здесь опирался и на дедуктивные рассуждения.

«Морган был благородным человеком по отношению к своим ученикам и соавторам. Так, он, не афишируя, тайно разделил полученную Нобелевскую премию на три части с учениками – соавторами хромосомной теории наследственности (семья рано умершего К.Бриджеса и А.Стертевант)».

М.Д.Голубовский о Томасе Моргане

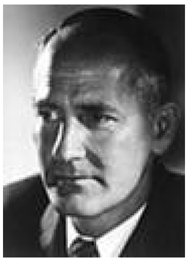
Индукция Томаса Моргана. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1933 год Томас Морган (1911) пришел к выводу о том, что хромосомы являются материальным носителем наследственности, индуктивно исходя из своих экспериментов, проводимых с использованием плодовой мушки дрозофилы. В этих экспериментах Т.Морган обнаружил сходство (аналогию) поведения генов, о которых писал еще Г.Мендель при исследовании гороха, и хромосом дрозофилы. Гены плодовой мухи дрозофилы распадались при размножении на четыре «группы сцепления», что соответствует четырем парам хромосом дрозофилы. Независимо от Моргана к аналогичному заключению пришли Август Вейсман и Вильям Сэттон (С.Резник, «Раскрывшаяся тайна бытия», 1976). В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука. Беседы с корифеями биохимии и медицинской химии» (2006) лауреат Нобелевской премии по химии за 1980 год Пол Берг рассказывает: «Потом знаменитый генетик Томас Морган начал изучать плодовых мушек. Он первым использовал дрозофилу как объект генетического эксперимента и приступил к идентификации мутантов. Обычно у этих мушек глаза красные. Он обнаружил мушку с белыми глазами, стал скрещивать белоглазых и красноглазых мушек и показал, что Мендель прав: гены передавались потомству в точности так, как это описывал Мендель в своих опытах с горохом. Морган получил и много других мутантов: с оранжевыми глазами, с желтыми глазами и т.д. В каждом случае это было результатом специфической мутации, которую можно было описать как проявление менделевского фактора наследственности» (Харгиттаи, 2006, с.163). Есть основания предполагать, что индукция Т.Моргана базировалась на методе проб и ошибок, то есть на переборе колоссального количества вариантов, при котором длительное время не было положительных результатов. Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) пишет: «Работая в маленькой лаборатории (получившей известность как Fly Room - «мушиная комната») в корпусе им. Шермерхорна Колумбийского университетав Нью-Йорке, Морган со своей группой принялся за программу методичного разведения и скрещивания миллионов мушек (один биограф называет миллиарды, хотя это, вероятно, преувеличение), каждую из которых нужно было брать пинцетом и через ювелирную лупу изучать малейшие изменения в наследственности. Шесть лет они пытались вызывать мутации всеми способами, какие только приходили в голову – подвергали мушек радиоактивному и рентгеновскому облучению, выращивали на ярком свету и в темноте, слегка поджаривали в термостатах, бешено крутили в центрифугах, - но ничто не действовало. Морган уже готовился было бросить это занятие, когда вдруг неожиданно появилась воспроизводимая мутация – мушка с белыми, а не красными, как обычно глазами. После этого успеха Морган со своими ассистентами получили возможность вызывать полезные уродства, позволяющие проследить новое свойство в последующих поколениях [342]. Таким путем они смогли определить взаимосвязь между конкретными признаками мушек и отдельными хромосомами и в конечном счете более или менее убедительно доказать, что в основе наследственности лежат хромосомы» (Брайсон, 2007, с.385). Здесь нелишне отметить, что советский биолог И.А.Рапопорт, который в 1962 году номинировался на Нобелевскую премию за открытие химического мутагенеза, обнаружил мутагенное действие формальдегида и диметилсульфата тоже путем колоссального перебора вариантов. О.Г.Строева в статье «Открытие химических мутагенов» (книга «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», 2001) пишет: «В поражающих своим размахом экспериментах И.А.Рапопорт проверяет действие соединений серебра, ртути, таллия и других тяжелых металлов, мышьяка, сурьмы, рутения, бора, фтора, галоидозамещенных кислот, роданистых и других соединений селеноцианидов, этилендицианида, спиртов, аминосоединений, гидразина и семикарбазида, ненасыщенных кислот, гексоз, производных гуанина, альдегидов и кетонов жирного и ароматических рядов, в том числе формальдегида, аминофенола и множества других соединений, используя в качестве объекта дрозофилу. Для приобретения необходимых ему реагентов он входил в контакт со многими химиками, и они охотно ему помогали» (О.Г.Строева, 2001).

Индукция Кальвина (Кэлвина) Бриджеса. Ученик и соратник лауреата Нобелевской премии по физиологии Томаса Моргана Кальвин Бриджес сформулировал представление о зависимости отдельного признака организма от многих разных генов и о влиянии разных генов на формирование разных признаков, индуктивно основываясь на обнаружении подобной закономерности в экспериментах на дрозофилах. С.Резник в книге «Николай Вавилов» (1968) отмечает: «Продолжая экспериментировать, Бриджес получал все новые и новые мутации, и под напором фактов становилось ясно, что каждый признак организма зависит не от одного и не от двух-трех, как думали раньше, а от многих разных генов, и в то же время отдельные гены влияют на формирование нескольких признаков. Так постепенно выработалась точка зрения, что нет полного соответствия между геном и признаком, что бесчисленные гены взаимодействуют между собой и в определенных условиях среды формируют признаки» (С.Резник, 1968).

Индукция Альфреда Стертеванта. Ученик Томаса Моргана А.Стертевант (1925) выдвинул гипотезу о том, что действие гена (его влияние на фенотип) зависит от места его расположения в хромосомах, индуктивно отталкиваясь от одного из экспериментов на дрозофиле. В этом эксперименте два мутантных гена, оказавшиеся в одной хромосоме дрозофилы, сформировали такой фенотип, которого не было, когда указанные мутантные гены располагались в разных хромосомах. Явление, обнаруженное А.Стертевантом, получило название эффект положения (ЭП). И.Ф.Жимулев в статье «Мозаичный эффект положения гена» («Соросовский образовательный журнал», 2001, № 1) констатирует: «Впервые явление ЭП было обнаружено в 1925 году одним из основоположников генетики А.Стертевантом, который показал, что когда в результате неравного кроссинговера оба мутантных аллеля Bar у дрозофилы оказались в одной хромосоме, это существенно повлияло на экспрессию мутантного фенотипа по сравнению с ситуацией, когда эти же аллели были в разных гомологичных хромосомах. Явление, обнаруженное Стертевантом, имеет особенность, отличающую его от других эффектов положения: мутантный фенотип проявляется более или менее стабильно, поэтому в 1954 году будущий Нобелевский лауреат Э.Льюис назвал его стабильным эффектом положения. Этот тип изменений активности генов напоминает по характеристикам обычную мутацию и имеет довольно широкое распространение, особенно в экспериментальной практике» (И.Ф.Жимулев, 2001).

Индукция Георгия Надсона и Григория Филиппова. Российские биологи Г.Надсон и Г.С.Филиппов (1925) сделали заключение о возникновении мутаций генов под влиянием облучения, индуктивно основываясь на успешных экспериментах, в которых наблюдались мутации у дрожжей, облучаемых рентгеновскими лучами. В.Н.Сойфер в книге «Загубленный талант» (Вашингтон, 2004), пишет: «Конечно, биологи не оставляли надежды изменить гены (заставить их мутировать) искусственно. Эту задачу ставил перед своими сотрудниками выдающийся российский ученый Н.К.Кольцов, но заметить изменения генов им не удалось. Однако в Ленинграде в 1925 году микробиологи Г.А.Надсон и Г.С.Филиппов искусственно вызвали мутации у дрожжей, подвергнув их действию облучения. Работа была опубликована на русском и немецком языках. К сожалению, вывод ученых о мутагенном действии излучения отверг тогда А.С.Серебровский, заявивший, что у дрожжей нет ядра, нет хромосом, и потому полученные Надсоном и Филипповым изменения наследственности есть не мутации, а, как он их назвал, длительные модификации. В результате к важнейшему открытию российских ученых генетики тогда не прислушались» (В.Н.Сойфер, 2004).

Индукция Германа Меллера. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1946 год Герман Меллер (1927) пришел к мысли о возможности искусственного получения генетических мутаций у живых организмов путем воздействия на них рентгеновским излучением, индуктивно основываясь на том, что высокая доза рентгеновского излучения, направленная на дрозофил, вызывала у них необычную вспышку изменчивости. С.Резник в книге «Раскрывшаяся тайна бытия» (1976) пишет: «И вот в 1927 году разнеслась сенсационная весть. Герман Меллер, воздействуя на чистопородных дрозофил высокой дозой рентгеновского облучения, получил небывалую вспышку изменчивости. Открытие Меллера положило начало новой науке – радиационной генетике. И, кроме того, оно имело принципиальное значение для эволюционной теории. Ибо были сброшены покровы тайны с самого загадочного явления жизни» (Резник, 1976, с.111). В.Чолаков в книге «Нобелевские премии: ученые и открытия» (1986) констатирует: «Меллер подвергал дрозофил различным воздействиям и уже в самом начале исследований установил, что число мутаций увеличивается с повышением температуры. Он вспомнил об известной из химии закономерности, а именно о том, что при нагревании скорость реакции возрастает, и решил искать другие, еще более сильные средства воздействия. Он начал с облучения мушек светом и, наконец, в 1926 г. дошел до рентгеновских лучей. За год до этого Г.А.Надсон совместно с Г.С.Филипповым в Советском Союзе уже провели подобные опыты, подвергая дрожжи рентгеновскому облучению. Эти эксперименты положили начало радиобиологии. Меллер добился почти 100-процентной мутации в потомстве дрозофил, что в тысячи раз превышает частоту мутаций в естественных условиях. Так он осуществил мечту своей молодости – ускорить процесс эволюции, найдя способ вмешиваться в него» (Чолаков, 1986, с.229).

	«Бидл являет собой переход от классической генетики в духе Моргана к молекулярной генетике: ведь именно он установил связь между генами и молекулами. Он был центральной фигурой этого этапа, так как именно из его работ по генетическому управлению синтезом белков следовало, что должен существовать генетический код». Пол Берг о Джордже Бидле

Индукция Джорджа Бидла и Эдуарда Тейтема. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1958 год Джордж Бидл и Эдуард Тейтем (1940) выдвинули гипотезу о том, что мутации в генах способны непосредственно влиять на ферментативные системы организма, индуктивно основываясь на своих опытах по облучению микроорганизмов рентгеновскими лучами. Ученые выращивали плесневой грибок нейроспору в искусственной среде, состоящей из сахара, соли и витамина Н. Воздействуя рентгеновскими лучами на этот грибок и получая различные его мутантные формы, Бидл и Тейтем заметили, что после облучения этот грибок уже не может расти в такой бедной среде: ему требовались добавки новых веществ. Бидл и Тейтем рассуждали: облучение нейроспоры рентгеновскими волнами вызывает у него мутации генов, одна или несколько из этих мутаций привели к тому, что микроорганизм утратил способность жить в питательной среде, в которой он жил до облучения. Другими словами, микроорганизм утратил способность усваивать и перерабатывать питательные вещества, которые усваивал раньше. Усвоение веществ в организме осуществляется при помощи различных ферментных систем. Следовательно, мутации в генах затронули ферментные системы. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии и медицинской химии» (2006) приводит слова лауреата Нобелевской премии Пола Берга о Джордже Бидле: «Он обнаружил, что существуют мутанты, не способные расти в этой простой среде, но растущие в среде, в которой есть все необходимые вещества. Почему же они не могут синтезировать то, что им нужно? Они утратили способность к производству чего-то важного. Добавляя к бедной культуральной среде каждый раз по одному веществу, он выяснил, что именно позволяет им расти. Он также брал различные мутанты и определял, отсутствие какого вещества препятствует их росту. Таким образом, Бидл начал понимать, что каждая мутация определяет способность организма синтезировать определенное вещество…» (Харгиттаи, 2006, с.164).

	«Он не был исследователем-одиночкой. Он являлся командным ученым, любил коллективный успех, торжество разума при установлении истины. Собственное имя часто отходило на второй план, поэтому список его печатных трудов сравнительно невелик. Не только публикации и формальные атрибуты деятельности профессора (преподавание и др.) были предметом его забот. Он представлял собой тип ученого-миссионера и проповедника науки, адепта сократовского метода». В.С.Воробьев о Максе Дельбрюке

Индукция Макса Дельбрюка. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1969 год Макс Дельбрюк (1946) выдвинул идею о способности вирусов обмениваться генетической информацией, индуктивно исходя из экспериментального обнаружения генетической рекомбинации у фагов, внедряющихся в тело бактерий и разрушающих их путем навязывания им своей генетической информации. В.С.Воробьев в статье «Макс Дельбрюк – путь от физики к биологии» (журнал «Вестник биотехнологии», 2006, том 2, №

3), перечисляя важные этапы развития генетики и молекулярной биологии, указывает: «Следующий решающий этап – 1946 год, когда независимо друг от друга М.Дельбрюк и А.Херши показали обмен генетической информацией между разными линиями бактериофагов при одновременном инфицировании бактерий несколькими бактериофагами, то есть дали первое экспериментальное доказательство генетической рекомбинации у вирусов» (Воробьев, 2006, с.71).

Индукция Жана Браше и Торбьерна Касперсона. Бельгийский ученый Ж.Браше и шведский исследователь Т.Касперсон (1942) независимо друг от друга сделали заключение о важной роли нуклеиновых кислот в процессах синтеза белка, об участии этих кислот в белковом синтезе, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Эти ученые обнаружили, что чем активнее в клетке вырабатывается белок, тем больше в ней оказывается нуклеиновой кислоты. О.Фелитова в статье «Взвешивание светом» (журнал «Химия и жизнь», 1979, № 6) пишет: «В 40-х годах бельгиец Ж.Браше и швед Т.Касперсон, пользуясь цитохимическими методами, независимо друг от друга обнаружили любопытную закономерность: чем активнее клетка синтезирует белок, тем больше в ней, оказывается, нуклеиновой кислоты – того самого мало изученного и неизвестно зачем нужного вещества, которое открыл еще в прошлом веке швейцарец Ф.Мишер. Это могло означать, что нуклеиновая кислота нужна клетке для синтеза белка и принимает в нем какое-то важное участие» (О.Фелитова, 1979).

Индукция О.Эйвери, М.Маккарти и М.Маклеода. О.Эйвери, М.Маккарти и К.Маклеод (1944) пришли к выводу о способности нуклеиновой кислоты (ДНК) определять передачу наследственных свойств от организма к организму, индуктивно исходя из того, что невирулентные бактерии пневмококки приобретали способность вызывать пневмонию у животных после попадания в них молекулы ДНК, имеющейся в вирулентных пневмококках. Эйвери занимался пневмококками в 1917 году. В 1928 году он прочитал статью Ф.Гриффита о трансформации пневмококков из невирулентных в вирулентные за счет неизвестного вещества и тут же поручил своим сотрудникам проверить данные англичанина. Данные были совершенно точные, более того, трансформацию пневмококков можно было осуществлять даже в пробирке, что сразу же облегчило задачу изучения этого молекулярного явления. Работая совместно с М.Маккарти и К.Маклеодом, Эйвери обнаружил, что за трансформацию ответственна «кислота дезоксирибозного типа», о чем они и написали в статье, вышедшей в свет 4 февраля 1944 г. Этот день можно считать днем рождения дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК) в биологическом смысле слова. Стало ясно, что гены, о которых говорили Г.Мендель и Т.Морган, - это ДНК! А.И.Коротяев и С.А.Бабичев в книге «Роль генетической и умственной систем информации в возникновении и развитии жизни на Земле» (Нальчик, издательство «Эльбрус», 2009) констатируют: «Но какую роль ДНК играет в жизни клетки, долгое время (75 лет) также оставалось неизвестным. В 1944 г. О.Эйвери, К.Мак-Леод и М.Маккарти [70] осуществили превращение (трансформацию) бескапсульных пневмококков (бактерий, вызывающих пневмонию у человека; капсулы у пневмококков – главный фактор патогенности; бескапсульные пневмококки не патогенны) в капсульные с помощью ДНК, выделенной из капсульных пневмококков. Так впервые была однозначно доказана роль ДНК в передаче наследственных признаков, хотя еще Ф.Мишер предполагал, что она (ДНК) имеет какое-то отношение к наследственности» (Коротяев, Бабичев, 2009, с.8). Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) объясняет, почему Освальд Эйвери (Эвери) не получил Нобелевскую премию за открытие генетической роли ДНК: «К сожалению, против Эвери выступил один из его собственных коллег по институту Альфред Мирски, упрямый, с тяжелым характером, приверженец идеи белка, сделавший все, что было в его силах, для дискредитации труда Эвери, включая, как говорили, давление на руководство Королевского института в Стокгольме, чтобы Эвери не присуждали Нобелевской премии. Эвери к тому времени было 66 лет, и он устал. Не в силах терпеть стрессы и споры, он оставил свой пост и больше не возвращался в лабораторию. Однако эксперименты в других местах безоговорочно подтвердили его выводы, и скоро началась гонка в поисках строения ДНК» (Брайсон, 2007, с.386).

Индукция Альфреда Херши и Марты Чейз. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1969 год Альфред Херши (1952) совместно с Мартой Чейз высказал мысль о наследственной функции молекулы ДНК, индуктивно основываясь на том, что ДНК является генетическим материалом бактериофагов – вирусов, пожирающих бактериальные клетки. Херши и Чейз обнаружили, что процесс лизогении (разрушения) бактерий, вызываемый особой биологической частицей фагом, происходил лишь после того, как в бактерию попадала ДНК фага, а не его белковая оболочка. Началом исследований Херши и Чейз явилось то, что они решили посмотреть, что будет, если с помощью радиоактивных серы и фосфора пометить белки и ДНК фага. Оказалось, что в клетку бактерии, с которой происходит лизис (разрушение), проникает только ДНК вируса, а вся его белковая оболочка остается снаружи. Потом, правда, выяснилось, что вместе с ДНК в клетку входит и небольшое количество белка, необходимое для размножения ДНК, но для того времени это было несущественно. Главное было то, что этот блестящий эксперимент наводил на заключение: генетическим материалом является ДНК, а не белок. Это была революция в биологии.

Индукция Сергея Гершензона. С.М.Гершензон (1939, 1941) сделал заключение о мутагенном действии чужеродной ДНК на живой организм, индуктивно отталкиваясь от экспериментов, в которых введение ДНК тимуса теленка в организм плодовой мухи дрозофилы вызывало существенное возрастание мутаций у мухи. Этот результат С.М.Гершензон получил еще до того, как ученые установили наследственную функцию ДНК. В.А.Ратнер в статье «Впереди событий и в стороне от признания» (журнал «Природа», 1998, № 8) подчеркивает: «В чисто научном смысле Гершензон и сотрудники в 1939-1941 гг. открыли мутагенное действие чужеродной ДНК на гены дрозофилы. Действие оказалось локус-специфическим. ДНК из тимуса теленка вызывала мутации некоторых генов, контролирующих признаки крыла. В дальнейшем были успешно использованы ДНК различного происхождения, а также синтетические полинуклеотиды. Нестандартность ситуации состояла в том, что тогда, по всеобщему мнению, гены считались белковыми макромолекулами, а тимонуклеиновая кислота (ДНК) предполагалась простой молекулярной структурой, играющей третьестепенную роль в клеточном ядре. Результат Гершензона говорил о прямом участии ДНК в мутагенезе» (В.А.Ратнер, 1998). «Статья Гершензона о ДНК, которая, в конце концов, была опубликована в 1948 г., - детализирует В.А.Ратнер, - показала, что введение ДНК тимуса теленка в плодовую муху-дрозофилу вызывает существенное возрастание числа мутаций. В то время, когда он выполнял исследования, большинство биологов смеялось над его гипотезой, что ДНК может нести генетическую информацию: тогда преобладало мнение, что гены построены из белка. Статья, вышедшая только по-русски, была в основном не замечена западными учеными, которые независимо и позже повторили его результаты» (В.А.Ратнер, 1998).

Индукция Сергея Гершензона. С.М.Гершензон (1960-е годы) высказал предположение о возможности явления обратной транскрипции, обратного переноса генетической информации от РНК к ДНК, что противоречило центральной догме Ф.Крика, индуктивно исходя из опытов, показавших, что инфекционная РНК вируса способна проникать в клетки тутового шелкопряда и изменять генетические признаки этого организма, то есть изменять ДНК. Это предположение С.М.Гершензона опережало исследования Г.Темина и Д.Балтимора по феномену обратной транскрипции, за которые они в 1975 году были удостоены Нобелевской премии. В.А.Ратнер в статье «Впереди событий и в стороне от признания» (журнал «Природа», 1998, № 8) отмечает: «В конце 50-х годов начался второй цикл работ Гершензона

– исследование вируса полиэдроза шелкопряда. Начался вынужденно, под флагом борьбы с вирусным заболеванием тутового шелкопряда. Объект оказался весьма благодатным, удобным для генетической работы. Так, введение инфекционной РНК вируса инициировало образование внутри клеток шелкопряда полиэдрических включений, содержащих вирионы с ДНК-геномами. Поскольку заражение фракцией инфекционной РНК приводило к возникновению ДНК-геномов вируса, встал вопрос о реальности переноса генетической информации от РНК к ДНК, впоследствии названного обратной транкрипцией. Это соображение, высказанное Гершензоном в явной форме, было очень смелым, поскольку нарушало так называемую «центральную догму Крика» в молекулярной генетике. Однако для доказательства обратной транскрипции следовало выделить фермент, который осуществляет этот процесс, что удалось сделать лишь через 10 лет американским ученым Д.Балтимору и Г.Темину» (В.А.Ратнер, 1998).

Индукция Франсуа Жакоба, Жака Моно и Андрэ Львова. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1965 год Ф.Жакоб, Ж.Моно и А.Львов пришли к мысли о существовании генов, которые не кодируют белок, но, тем не менее, влияют на работу кодирующих генов, индуктивно основываясь на следующих опытах. Эти ученые установили, что мутация одного из генов кишечной палочки приводит к нарушению работы трех других генов, кодирующих ферменты, которые обеспечивают способность кишечной палочки использовать лактозу. В.Вельков в статье «Опять актуален вопрос: что такое ген?» (газета «Зарубежные задворки», № 378 от 6 июня 2004 г.) указывает: «Георг Мендель обнаружил, что мутации изменяют морфологию («морфологические мутации»), Арчибальд Гаррод, - что биохимическую реакцию («биохимические мутации»), Сеймур Бензер, - что структуру полипептида (мутации в структурных генах). Новый тип мутаций и новые функции генов в пятидесятые годы прошлого века обнаружили французские генетики Франсуа Жакоб, Жак Моно и Андрэ Львов. Оказалось, что у кишечной палочки одна мутация может приводить к исчезновению активности сразу нескольких генов. Для того, чтобы использовать в качестве пищи молочный сахар – лактозу, E.coli применяет сразу три фермента. Была обнаружена мутация, которая находилась вне этих трех генов, но приводила к тому, что активности всех трех ферментов отсутствовали, и такие мутантные клетки не могли расти на среде с лактозой» (В.Вельков, 2004).

Индукция Жака Моно. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1965 год Жак Моно (1941) выдвинул идею о существовании феномена адаптации ферментов, индуктивно основываясь на обнаружении зависимости активности разных ферментов кишечной палочки от вида углевода, который выступал в роли питательной среды. Ирина Шанина в статье «Моно Жак Люсьен» (электронная энциклопедия «Кругосвет») пишет о Моно: «Вернувшись в Париж, он начал серию экспериментов с кишечной палочкой. В процессе исследований ему удалось установить зависимость роста колоний кишечной палочки от того, какой углевод был питательной средой. Варьируя питание, он обнаружил феномен адаптации ферментов, суть которого заключалась в том, что в зависимости от вида углевода активизировались разные ферменты (феномен ферментной адаптации – существенное звено в эволюции живых организмов; с помощью ферментных систем, возникающих в результате мутаций в ходе эволюционного развития и закрепляющихся в результате естественного отбора, организмы получали возможность доступа к новым источникам питательных веществ). Свои наблюдения он обобщил в докторской диссертации. В 1941 г. стал доктором философии».

Индукция Жака Моно и Жана Пьера Шанже. Ж.Моно и Ж.П.Шанже (1963) сформулировали предположение о существовании аллостерических ферментов, индуктивно исходя из обнаружения ферментов, активность которых меняется скачком при воздействии на них некоторых низкомолекулярных агентов. Л.А.Блюменфельд в статье «Гемоглобин»

(«Соросовский образовательный журнал», 1998, № 4) пишет: «В 1963 году Моно, Шанже и Джекоб обнаружили, что активность некоторых ферментов меняется скачком между двумя значениями при воздействии на белок некоторых низкомолекулярных агентов, не принимающих участия непосредственно в каталитическом акте. Такие ферменты получили название аллостерических, а само явление – аллостерии. Предполагается, что эти ферменты могут находиться в разных состояниях, переключение между которыми осуществляется при присоединении специфического низкомолекулярного лиганда (необязательно вблизи активного центра). В 1965 году Моно, Уайман и Шанже поняли, что гемоглобин, не являясь ферментом, принадлежит к тому же классу белков» (Л.А.Блюменфельд, 1998).

Индукция Барбары Мак-Клинток и Германа Меллера. Лауреаты Нобелевской премии Б.Мак-Клинток и Г.Меллер (1938) выдвинули гипотезу о существовании на концах хромосомных нитей структур, защищающих хромосомы от деградации и получивших название теломер, индуктивно основываясь на том, что хромосомы, лишенные подобных концевых структур, часто сливались, вызывая тяжелые генетические аномалии, а хромосомы, имеющие теломеры, оставались в сохранности. А.А.Богданов в статье «Теломеры и теломераза» («Соросовский образовательный журнал», 1998, № 12) пишет: «Существование специальных структур на концах хромосом было постулировано в 1938 году классиками генетики, лауреатами Нобелевской премии Барбарой Мак-Клинток и Германом Меллером. Независимо друг от друга они обнаружили, что фрагментация хромосом (под действием рентгеновского облучения) и появление у них дополнительных концов ведет к хромосомным перестройкам и деградации хромосом. В сохранности оставались лишь области хромосом, прилегающие к их естественным концам. Лишенные концевых теломер, хромосомы начинают сливаться с большой частотой, что ведет к тяжелым генетическим аномалиям. Следовательно, заключили они, естественные концы линейных хромосом защищены специальными структурами. Г.Меллер предложил называть их теломерами (от греч. телос – конец и мерос - часть)» (А.А.Богданов, 1998).

Индукция Барбары Мак-Клинток. Лауреат Нобелевской премии за 1963 год Барбара Мак-Клинток (1944) сформулировала идею о существовании мобильных генов, способных перемещаться из одного места хромосомы в другое, индуктивно исходя из обнаружения мобильных генов у гороха. Работая с горохом, Б.Мак-Клинток выявила факт транспозиции (перемещения) гена, получившего название хромосомного диссоциатора, способного подавлять работу другого гена, ответственного за окраску зерен кукурузы. Мак-Клинток заметила, что этот ген-диссоциатор может утеряться, а может и занять другое место в хромосоме, отрываясь от своего соседа – гена окраски. Открыв мигрирующие гены, Мак-Клинток воспользовалась аналогией и предположила, что они могут играть важную роль в эволюции, что быстрое возникновение новых видов растений и животных может быть связано с подвижными генетическими элементами. Примечательно, что о транспозиции генов можно было догадаться на основании исследований Т.Моргана, который обнаружил, что гены, принадлежащие к одной группе признаков, в следующих поколениях могут неожиданно оказаться в разных группах, и высказывал предположение о возможности обмена генетическим материалом между разными хромосомами (кроссинговера).

Индукция Бориса Львовича Астаурова. Б.Л.Астауров (1940, 1947) выдвинул идею о возможности произвольного получения желаемого пола в потомстве с помощью женского и мужского экспериментального партеногенеза, индуктивно отталкиваясь от того, что ему удалось путем термической обработки неоплодотворенных яиц получить особей тутового шелкопряда только одного пола (женского). Другой посылкой идеи Б.Л.Астаурова послужило то, что в результате специальной термической обработки свежеоплодотворенных яиц, которая приводила к выходу из строя ядерного аппарата овоцитов, и исключало из развития наследственный материал матери, ученый получил особей только мужского пола. С.Г.Инге-

Вечтомов и Н.П.Бочков в статье «Выдающийся генетик и гражданин» («Вестник Российской Академии наук», 2004, том 74, № 9) пишут: «В Ташкенте Астауров начал работу по искусственному партеногенезу у шелкопряда. Используя воздействие высокой температурой (нагревание яиц при 46 градусах Цельсия в течение 18 минут), он сумел получить полный партеногенетический цикл развития насекомого» (С.Г.Инге-Вечтомов, Н.П.Бочков, 2004). Со слов данных авторов, «Астауров настойчиво продолжал работы по партеногенезу шелкопряда. Впервые они были обобщены в монографии «Искусственный партеногенез у тутового шелкопряда», вышедшей в 1940 г. Проведенные исследования показали, что температурный шок блокирует редукционное деление мейоза, а последующее эквационное деление обусловливает диплоидный партеногенез. При этом все потомки оказываются самками, генетически тождественными матери. Таким образом, способность к температурному партеногенезу – это наследственный признак» (С.Г.Инге-Вечтомов, Н.П.Бочков, 2004).

	«Имя Иосифа Абрамовича Рапопорта (1912-1990) пользуется особым уважением в отечественной биологической науке, и не только в ней. Ученый Нобелевского ранга, герой отечественной войны, гражданин, в одиночку выступивший против мракобесия вопреки всеобщему безумию и руководящим идеям Сталина, - другой такой судьбы в истории нашей науки нет». Г.И.Абелев об Иосифе Рапопорте

Индукция Иосифа Рапопорта. Иосиф Абрамович Рапопорт (1946) пришел к выводу о возможности искусственного получения мутаций у животных, индуктивно основываясь на том, что ему удалось с помощью таких химических веществ, как этиленимин, формальдегид, диметилсульфат, вызвать у плодовой мушки дрозофилы филогенетические изменения, связанные с генетическими мутациями. В дальнейшем он существенно расширил спектр мутагенов, ввел их классификацию, открыл более эффективные химические супермутагены типа нитрозоалкилмочевин, диазокетонов и т.д. Конечно, мысль о химическом мутагенезе впервые возникла у И.А.Рапопорта, как и у других ученых, по аналогии с открытием рентгеновского мутагенеза (Г.Меллер, 1927), но нужно было найти такие химические вещества, которые реально вызывают мутации. Симон Шноль в статье «Иосиф Абрамович Рапопорт» (журнал «Знание-сила», 1997, № 6) пишет: «И.А.Рапопорт среди первых открывателей химического мутагенеза. Сначала искусственное ускорение мутаций вызывали с помощью рентгеновского и радиоактивного излучений. За такие эксперименты с дрозофилой всемирно известный Г.Д.Меллер получил Нобелевскую премию. Однако почти никто не знает, что независимо и, может быть, раньше Меллера радиационный мутагенез в опытах на дрожжах открыл академик Г.А.Надсон, арестованный и погубленный в 1937 году. Естественно было попытаться найти химические средства ускорения мутаций. Такая мысль возникла у Н.К.Кольцова, поручившего эту работу В.В.Сахарову и М.Е.Лобашову. Такая мысль возникла и у Шарлотты Ауэрбах, предпринявшей соответствующие исследования в Англии. Независимо от них об этом думал Рапопорт, еще когда был студентом Ленинградского университета и когда стал аспирантом Кольцова в Москве. Но начать исследования он смог лишь после войны, в 1946-м. В опытах Сахарова и Лабашова частота мутаций повышалась всего на доли единицы процентов. Рапопорт открыл химические средства, увеличивающие частоту мутаций вдвое. Это было истинным началом нового научного направления» (С.Шноль, 1997). Необходимо отметить, что индукция И.А.Рапопорта основывалась на методе проб и ошибок, то есть на колоссальном переборе, так как перед обнаружением мутагенного действия формальдегида и диметилсульфата И.А.Рапопорт перебрал огромное количество других веществ. О.Г.Строева в статье «Открытие химических мутагенов» (книга «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», 2001) пишет: «В поражающих своим размахом экспериментах И.А.Рапопорт проверяет действие соединений серебра, ртути, таллия и других тяжелых металлов, мышьяка, сурьмы, рутения, бора, фтора, галоидозамещенных кислот, роданистых и других соединений селеноцианидов, этилендицианида, спиртов, аминосоединений, гидразина и семикарбазида, ненасыщенных кислот, гексоз, производных гуанина, альдегидов и кетонов жирного и ароматических рядов, в том числе формальдегида, аминофенола и множества других соединений, используя в качестве объекта дрозофилу. Для приобретения необходимых ему реагентов он входил в контакт со многими химиками, и они охотно ему помогали» (О.Г.Строева, 2001). Прав И.А.Кассирский, который в книге «Проблемы и ученые (деятели русской и советской медицины)» (1949) говорит: «В естествознании «золотые крупинки истины» рождаются из «тысяч тонн переработанной руды» (Кассирский, 1949, с.197). Примечательно, что в 1962 году за открытие химического мутагенеза кандидатуры И.А.Рапопорта и Ш.Ауэрбах были выдвинуты для присвоения им Нобелевской премии. Но И.А.Рапопорт не получил ее, так как руководство страны готово было одобрить его кандидатуру лишь при условии его вступления в партию, но ученый отказался. Сам Рапопорт вспоминает: «Вдруг мне предоставляют от Академии наук квартиру. Через несколько дней стало известно, что Нобелевская комиссия выдвинула меня в число кандидатов на Нобелевскую премию. Я сказал, что восстанавливаться не буду, потому что исключен по принципиальному поводу».

Индукция Иосифа Рапопорта. Иосиф Абрамович Рапопорт (1930-е и 1970-е годы) сделал вывод о способности парааминобензойной кислоты (ПАБК) активировать большой спектр биологических процессов, индуктивно основываясь на исследованиях, которые показали, что ПАБК восстанавливает активность ферментов после различных повреждающих воздействий у насекомых (дрозофилы), растений и бактерий. О.Г.Строева в статье «Фенотипическая активация – новое научное направление, созданное И.А.Рапопортом» (книга «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», 2002) раскрывает содержание фактов, приведших Рапопорта к осознанию важной роли ПАБК в обеспечении адаптивности организмов: «Было найдено, что в определенных концентрациях ПАБК восстанавливает активность ферментов, сниженную (не более чем на 50%) действием повреждающих факторов, таких как ионизирующее и ультрафиолетовое облучение, химические мутагены, старение и др. Было показано, что у бактерий (E.coli) ПАБК, взаимодействуя с ДНК-полимеразой, способствует процессам репарации однонитчатой ДНК, работая как радиопротектор и антимутаген. Результаты этих интересных работ позволили Иосифу Абрамовичу сформулировать представление о ПАБК как репарагене, как важном факторе систем адаптивности организмов и как одном из терапевтических средств в геронтологии» (О.Г.Строева, 2002). Отметим, что ПАБК называется также витамином В10.

Индукция Шарлотты Ауэрбах. Ш.Ауэрбах (1941, 1946) сформулировала представление о возможности индуцировать генетические мутации с помощью химических веществ, индуктивно основываясь на опытах, в которых удалось вызвать мутации у дрозофилы с помощью горчичного газа иприта, который применялся в качестве боевого отравляющего вещества в Первую мировую войну. Примечательно, что опыты с использованием иприта в качестве химического мутагена Шарлотте подсказал Дж.Робсон, который обратил внимание на удивительное сходство (аналогию) между ожогами, вызываемыми действием рентгеновского облучения и иприта. Дж.Робсон решил, что если рентгеновские лучи и иприт сходны по способности вызывать ожоги, то должно быть еще одно сходство – по способности вызывать генетические мутации. О.Г.Строева в статье «Открытие химических мутагенов» (сборник «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», 2001) пишет: «В 1946 г. из печати вышла работа Ш.Ауэрбах и Дж.Робсона, также посвященная открытию сильного химического мутагена. Это был иприт (горчичный газ). Предложение испробовать это вещество на мутагенную активность исходило от Робсона, который в начале Второй мировой войны изучал фармакологию военных отравляющих веществ. Сходство между ожогами, вызываемыми действием рентгеновского облучения и иприта, вместе с наблюдением, что иприт подавляет митозы в гормонально стимулированном влагалище у мышей, позволило ему предположить возможность радиомиметического действия иприта, и он обратился к генетику Ш.Ауэрбах. После испытания ряда производных горчичного газа на мутагенную активность в работах 1942-1944 гг. Ауэрбах и Робсон опубликовали в 1946 г. сообщение, в котором подтвердили данные о том, что иприт является сильным химическим мутагеном, вызывающим у дрозофилы 25% индуцированных мутаций» (О.Г.Строева, 2001). В 1962 году Ш.Ауэрбах номинировалась на получение Нобелевской премии вместе с И.Рапопортом, но из-за того, что И.Рапопорт отказался ее получать, премию не получила и Ш.Ауэрбах.

Индукция Альберта Кельнера. А.Кельнер (1949) сделал заключение о том, что в живых клетках, испытавших воздействие ультрафиолетового излучения, впоследствии на свету проходят реакции восстановления, индуктивно базируясь на следующем наблюдении. В.Н.Сойфер в статье «Репарация генетических повреждений» («Соросовский образовательный журнал», 1997, № 8) указывает: «В 1949 году немецкий генетик Альберт Кельнер, бежавший из гитлеровской Германии в США, обнаружил, что в клетках бактерий и грибов, таких, как стрептомицеты и пенициллы, облученных ультрафиолетовым (УФ) светом, а затем перенесенных на видимый свет, частота мутаций падает, а выживаемость резко возрастает по сравнению с клетками, оставленными после облучения в темноте. Кельнер пришел к выводу, что на свету проходят реакции восстановления и какие-то поврежденные молекулы или части их возвращаются к норме» (В.Н.Сойфер, 1997). «Макс Дельбрюк, другой эмигрант из Германии, будущий Нобелевский лауреат, - продолжает В.Н.Сойфер, - подсказал Кельнеру название для описанного им явления – фотореактивации. В том же 1949 году сходный процесс был найден у бактериальных вирусов и высших организмов – в яйцах морской звезды» (В.Н.Сойфер, 1997).

Индукция Дэвида Нэнни. Известный генетик Дэвид Нэнни (1955) высказал идею о существовании эпигенетической наследственности, не вписывающуюся в моргановскую парадигму наследственных изменений, индуктивно исходя из исследования свойств простейших организмов. М.Д.Голубовский в книге «Век генетики: эволюция идей и понятий» (2000) отмечает: «Не вписывались в моргановскую парадигму и изменения в области динамической (эпигенетической) наследственности. Еще в 1955 г. на симпозиуме «Химические основы наследственности» исследователь генетики простейших Дэвид Нэнни привел факты о распространенности у простейших индуцируемых средой и достаточно легко обратимых определенных наследственных изменений. Нэнни выступил против абсолютизации концепции «главных молекул». Теперь сфера эпигенетических изменений резко расширилась – эффект положения, импринтинг, глушение генов при трансгенозе» (М.Д.Голубовский, 2000).

«Я начал свою научную карьеру, имея в виду, что научные исследования рассеют мифы и предрассудки и дадут возможность более глубоко и реалистично взглянуть на человеческую природу, наше место во Вселенной и на пути облегчения страданий. Сегодня надо быть оптимистом, чтобы иметь не апокалиптический взгляд на то, к чему может привести научная и энергетическая мощь, оказавшаяся в руках некоторых людей».

Джошуа Ледерберг

Индукция Джошуа Ледерберга и Луиджи Кавалли-Сфорца. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1958 год Д.Ледерберг и Л.Кавалли-Сфорца пришли к выводу о существовании половой дифференциации у бактерий, индуктивно исходя из обнаружения полового процесса у кишечной палочки. Ледерберг наблюдал в микроскоп, как между двумя бактериями образовался мостик, по которому мужской (гаплоидный) набор генов переходил в женскую клетку. Встряхивая чашку, он искусственно прерывал процесс оплодотворения на начальных стадиях, в результате только часть генов успевала рекомбинироваться. Ледерберг также показал, что передача генетического материала от одной бактерии к другой может осуществляться через жидкую среду, без непосредственного контакта между бактериями. Д.Уотсон в книге «Двойная спираль» (1969) вспоминает: «Еще в Руайомоне ходили слухи о бактериях мужского и женского пола, но только в начале сентября я услышал об этом из первоисточника – на небольшой конференции по генетике микроорганизмов в Палланца. На ней Кавалли-Сфорца и Билл Хейс рассказали об экспериментах, с помощью которых они и Джошуа Ледерберг только что установили существование у бактерий пола. На докладе Белла участники этой трехдневной конференции приготовились вздремнуть – до его выступления никто, кроме Кавалли-Сфорца, даже не слыхал о его существовании. Но когда он закончил свое скромное сообщение, все поняли, что во владениях Джошуа Ледерберга взорвалась настоящая бомба. Еще в 1946 году, когда Джошуа было всего 20 лет, он ошеломил биологический мир заявлением, что бактерии спариваются, в результате чего у них происходит рекомбинация генов. С тех пор он провел такое великое множество изящных экспериментов, что буквально никто, кроме Кавалли, не осмеливался работать в этой области» (Уотсон, 1969, с.18).

Индукция Джошуа Ледерберга. Д.Ледерберг (начало 1950-х годов) сформулировал предположение о существовании в бактериальных клетках плазмид – внеядерных маленьких молекул ДНК, которыми обмениваются клетки, индуктивно основываясь на обнаружении таких молекул ДНК в клетках кишечной палочки. М.Д.Франк-Каменецкий в книге «Самая главная молекула» (1983) повествует: «Когда в начале 50-х годов Джошуа Ледерберг открыл плазмиды, ничто, казалось, не предвещало этому открытию громкой славы. Собственно, все, что обнаружил Ледерберг, так это то, что в кишечной палочке, кроме основной ДНК, которая нормально не переходит из одной клетки в другую, есть еще маленькие молекулы ДНК, которые он назвал плазмидами и которыми бактериальные клетки охотно обмениваются. У высших организмов, кроме основной, ядерной ДНК также существуют маленькие ДНК в цитоплазме, так что открытие плазмид у бактерий поначалу не вызывало особого интереса. О плазмидах заговорили, причем не столько молекулярные биологи, сколько медики, после того как в 1959 г. японские исследователи обнаружили, что неэффективность хорошо зарекомендовавших себя антибиотиков при лечении дизентерии у некоторых больных обусловлена тем, что бактерии, которыми заражены эти пациенты, несут в себе плазмиду, содержащую сразу несколько генов устойчивости к разным антибиотикам» (Франк-Каменецкий, 1983, с.60).

Индукция Маршалла Уоррена Ниренберга. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1968 год М.У.Ниренберг (1953) выдвинул идею о том, что молекула РНК управляет синтезом белков, индуктивно исходя из того, что один из отрезков этой молекулы, то есть один из ее кодонов, а именно полиурацил, инициирует синтез белка полифенилаланина. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии и медицинской химии» (2006) пишет: «Ниренберг впервые показал in vitro, что РНК управляет синтезом белков. Было очевидно, что он и его группа расшифровали первый кодон. Они показали, что полиурацил инициирует синтез белка полифенилаланина. Последовательность нуклеотидов, содержащих урацил, в РНК соответствовала аминокислоте фенилаланину. Это открытие положило начало расшифровке генетического кода…» (Харгиттаи, 2006, с.130). Интересно, что способность полиурацила запускать синтез полифенилаланина Ниренберг открыл случайно. Сначала он взял РНК вируса табачной мозаики (ВТМ), поместил ее в бесклеточную систему синтеза белка и обнаружил, что синтез белка идет: РНК ВТМ стимулировала включение радиоактивных аминокислот в белок. Этот положительный опыт Ниренберга служил подтверждением гипотезы других ученых об участии информационной РНК в качестве посредника в синтезе белков. После этого Ниренберг решил поставить контрольный опыт, желая взять какой-нибудь полинуклеотид и в финале опыта обнаружить его неспособность опосредывать производство белка. Когда Ниренберг выбрал в качестве полинуклеотида полиурацил и бросил его в реакционную смесь для синтеза белков, он ожидал, что этого синтеза не будет, поскольку считал данный полинуклеотид некодирующим, то есть не имеющим никакого отношения к кодированию синтеза аминокислот. Однако вопреки ожиданию Ниренберга синтез пошел, был синтезирован белок полифенилаланин. И.Харгиттаи в своей книге «Откровенная наука» (2006) цитирует Шарля Вайсмана, который говорит о Ниренберге и его коллеге Леоне Хеппеле: «Ниренберг взял у него некоторое количество poly (U), бросил его в реакционную смесь для синтеза белков, но вместо меньшего количества включений получил в 20 раз большее количество включений аминокислот, чем в случае РНК ВТМ. В этой реакции все 20 аминокислот были радиоактивными. Чтобы выяснить, какие именно аминокислоты встречаются в ходе реакции, стимулируемой poly (U), они провели 20 реакций, каждый раз помечая только одну аминокислоту. Выяснилось, что это фенилаланин» (Харгиттаи, 2006, с.434-435). Об участии фактора случая в открытии Ниренберга пишут также Б.Гуттман, Э.Гриффитс, Д.Сузуки и Т.Куллис в книге «Генетика» (Москва, 2004): «К 1962 году благодаря работам Крика и его коллег, о которых говорилось ранее, было установлено, что генетический код состоит из триплетов. После этого перед исследователями встала другая непростая задача: определить, какие именно аминокислоты кодируют тот или иной триплет. Как часто бывает, открытие было сделано почти случайно, после чего весь код был расшифрован за несколько лет – одно из величайших достижений молекулярной биологии! В 1961 году Маршалл Ниренберг и Филипп Ледер разрабатывали методы искусственного синтеза белка, смешивая рибосомы, источники энергии, активирующие ферменты, тРНК и другие компоненты. В одну из контрольных смесей, синтез белка в которой не ожидался, они добавили искусственную РНК, состоявшую исключительно из урацила, то есть полимера с нуклеотидной последовательностью U-U-U-U-U-, называемого полиуридиловой кислотой. Вопреки ожиданиям эта кислота повела себя как информационная РНК и стимулировала синтез белка» (Гуттман и др., 2004, с.243). Таким образом, идея У.Ниренберга о том, что молекула РНК управляет синтезом белков, представляет собой индукцию с фактором случая.

«Что интересно: в науку С.Очоа привело чтение автобиографии С.Рамон-и-Кахаля «Воспоминания о моей жизни» - так что духовная эстафета замкнулась, соединив двух выдающихся испанцев разных поколений. Больше того, Очоа всю свою жизнь выстроил «по Кахалю»: обожал его, восхищался им, старался подражать ему, особенно в плане преданности науке».

В.С.Воробьев о Северо Очоа

Индукция Северо Очоа. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1959 год Северо Очоа (1955) склонился к заключению о существовании ферментов, ответственных за синтез рибонуклеиновой кислоты (РНК), индуктивно исходя из факта обнаружения у бактерий фермента, названного им полинуклеотидфосфорилазой, который вел себя так, что создавалось впечатление о его причастности к синтезу РНК. Мы не оговорились, фермент, с которым столкнулся С.Очоа, именно создавал впечатление того, что он является катализатором сборки РНК. Сейчас установлено, что первоначально С.Очоа принимал за фермент, синтезирующий РНК, фермент, который выполняет совершенно противоположную функцию – разрушение ДНК. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука» (2006) приводит слова Шарля Вайсмана, ученого, которому принадлежат пионерские работы по синтезу биологически активного интерферона: «Полинуклеотидфосфорилаза была открыта Очоа, который думал, что это фермент, ответственный за синтез РНК; на самом деле оказалось, что этот фермент вызывает разрушение РНК» (Харгиттаи, 2006, с.435). В другом месте книги И.Харгиттаи Ш.Вайсман повторяет свою мысль: «…Я услышал доклад Северо Очоа. Этот доклад меня вдохновил. Очоа вскоре после этого получил Нобелевскую премию за открытие фермента, который, как он думал, отвечал за синтез РНК в клетке. К тому времени, как он получил Нобелевскую премию, он должно быть, уже понял, что это не было естественной функцией полинуклеотидфосфорилазы. Хотя с ее помощью можно вызвать синтез РНК, обращая реакцию с помощью высоких концентраций нуклеозиддифосфатов, в сущности это разрушительный фермент. Впоследствии Сэм Вейс, Одри Стивенс и Джерри Гурвиц открыли настоящий фермент, это оказалась ДНК-зависимая РНК-полимераза, она использует в качестве субстрата нуклеозидтрифосфаты. Но как бы то ни было, Очоа был выдающимся биохимиком, он провел множество интересных исследований по окислительному фосфорилированию, выделению и кристаллизации многих ферментов промежуточного метаболизма и т.д.» (там же, с.443). Индукция С.Очоа весьма похожа на вывод учителя Л.Больцмана Йозефа Стефана, позволивший ему открыть закон излучения тела. Как известно, он (1879) открыл этот закон, согласно которому энергия излучения пропорциональна четвертой степени температуры, индуктивно основываясь на экспериментах Джона Тиндаля. Последний обнаружил, что полное испускание энергии нагретой платиновой проволокой при 1200 градусах Цельсия (1473 Кельвинов) было в 11,7 раз больше, чем при 525 градусах Цельсия (798 Кельвинов). Стефан заметил, что 11,7 приблизительно пропорционально (1473/798) в четвертой степени. Однако впоследствии выяснилось, что результаты Тиндаля были не вполне верными. Следовательно, Стефану повезло в его открытии. Как пишет М.Джеммер в книге «Эволюция понятий квантовой механики» (1985), «сегодня мы знаем, что заключение Стефана, основанное, вообще говоря, на относительно скудных экспериментальных данных, оказалось справедливым в значительной степени случайно. Современное повторение эксперимента Тиндаля привело бы к значению 18,6, а не 11,7...» (М.Джеммер, 1985). Здесь мы сталкиваемся с продуктивной индукцией, опирающейся на ложные основания. Примечательно, что С.Очоа обнаружил следы деятельности этого бактериального фермента, а именно использование этим ферментом фосфора для синтеза РНК, случайно. Это говорит о том, что индуктивный вывод С.Очоа о реальности ферментов, катализирующих сборку РНК, представлял собой индукцию с фактором случая. И.Харгиттаи «Откровенная наука» (2006) цитирует известного биохимика Ларса Эрнстера: «В 1959 г. Северо Очоа получил Нобелевскую премию по физиологии и медицине за вклад в синтез нуклеиновых кислот. До того как он сделал открытие, за которое получил Нобелевскую премию, Очоа занимался исключительно окислительным фосфорилированием, биоэнергетикой. В 1940-х годах он был одним из пионеров в этой области. Однажды, 10 лет спустя, его лаборант сказал, что из образца, который они исследовали, совершенно исчез фосфор (Р). Этот лаборант проделал всего лишь стандартную процедуру по сепарации белкового осадка и экстракции АТФ для измерения радиоактивности. Весь фосфор оказался в осадке, который содержал не только белок, но и нуклеиновые кислоты. Это случайное наблюдение, в конце концов, привело Очоа к открытию, за которое он получил премию. Это – еще один пример счастливой случайности» (Харгиттаи, 2006, с.348). В.С.Воробьев в статье «Северо Очоа – испанский научный гений номер два: к 100-летию со дня рождения» («Вестник биотехнологии и физико-химической биологии имени Ю.А.Овчинникова», 2005, том 1, № 2) пишет: «В 1955 году он вместе с аспиранткой Марианной Грюнберг-Манаго (уроженкой России, впоследствии известным биохимиком, работавшей во Франции, иностранным членом АН СССР с 27 декабря 1988 г.) выделил из микроорганизма Azotobacter vinelandi новый фермент, который катализировал синтез in vitro сходной с РНК молекулы, состоящей из 4, 3, 2 и даже одного азотистого основания. Ферменту было дано название «полинуклеотидфосфорилаза» (Воробьев, 2005, с.70).

«Мне повезло. Так получилось, что я работал над темой, которая была одной из самых популярных и осталась таковой. Роль ДНК и ее взаимодействий и сейчас является центральной. Я сделал несколько первоначальных биохимических исследований репликации и продолжал много лет активно работать в этой области».

Артур Корнберг о себе

Индукция Артура Корнберга. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1959 год А.Корнберг (1957) выдвинул предположение о существовании в различных организмах фермента, катализирующего процесс полимеризации (сборки) ДНК из нуклеотидов, индуктивно основываясь на своих экспериментальных исследованиях, в которых он обнаружил подобный фермент у бактерии кишечной палочки. Данный фермент был назван ДНК-полимеразой. Впервые мысль о существовании фермента, синтезирующего молекулу ДНК, возникла у А.Корнберга по аналогии с фактом существования фермента (энзима), ответственного за синтез полисахарида гликогена. Этот фермент был открыт супругами Карлом и Герти Кори (Нобелевская премия за 1947 год). И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука. Беседы с корифеями биохимии и медицинской химии» (2006) приводит слова А.Корнберга: «Я был воодушевлен работой супругов Кори, которые впервые обнаружили энзим, ответственный за синтез полисахарида гликогена. Может быть, и я мог бы сделать то же для цепи ДНК? Я освоил технологию введения метки во все компоненты, которые могли быть строительными блоками ДНК. Несколько лет я работал над выяснением того, как клетка синтезирует пиримидиновые нуклеотиды и фосфорибозилпирофосфат (PRPP) – предшественник нуклеотидов. У меня сложилось ощущение, что нуклеотидный строительный блок может представлять из себя 5'-трифосфат дезоксинуклеозида. Изначально я надеялся, что мне удастся построить цепочку такого сложного полимера, как ДНК. И тут мне повезло, невероятно повезло, потому что я нашел и смог отделить от всех остальных энзимов ДНК-полимеразу и еще семь новых энзимов, необходимых для построения цепочки ДНК» (Харгиттаи, 2006, с.66-67).

Индукция Хайнца Френкель-Конрат. Американский биохимик, лауреат премии Ласкера за 1958 год Х.Френкель-Конрат (1955) сделал заключение о возможности самосборки вирусов из составляющих их белковой оболочки и РНК путем изменения кислотности среды, индуктивно исходя из опыта, в котором таким способом достигалась самосборка вируса табачной мозаики (ВТМ). С.Е.Бреслер в статье «Проблемы биофизики» (журнал «Успехи физических наук», 1969, том 98, выпуск 4) пишет: «Одним из самых сенсационных открытий прошлых лет было установление факта (Френкель-Конрат), что простым сдвигом pH в кислую сторону можно «разобрать» вирус табачной мозаики на отдельные белковые субъединицы. При этом РНК освобождается из вируса и может быть отделена от белка. Потом можно слить растворы РНК вируса и белка и, восстановив нейтральный pH, наблюдать полную реконструкцию вирусных частиц до прежних размеров (измеряемых в электронном микроскопе). Самое удивительное обстоятельство заключается в том, что реконструированный вирус обладает такой же инфекционностью, как и природный. Таким образом, морфогенез возникает путем самосборки» (Бреслер, 1969, с.682). Об этом же пишет Л.Страйер в 3-ом томе книги «Биохимия» (1985): «Можно вызвать диссоциацию ВТМ на белок и РНК с помощью, например, концентрированной уксусной кислоты. В 1955 г. Хайнц Френкель-Конрат и Робли Уильямс показали, что в соответствующих условиях диссоциированные субъединицы оболочки и РНК ВТМ спонтанно реассоциируют и образуют вирусные частицы, неотличимые от исходного ВТМ по структуре и инфекционности. Это был первый пример самосборки активной биологической структуры. Процесс самосборки – это такой процесс, при котором в подходящих условиях среды происходит спонтанная ассоциация компонентов и образуется специфическая структура» (Страйер, 1985, с.169).

Индукция Кристиана Анфинсена. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1972 год К.Анфинсен (1961) выдвинул идею о том, что информация, определяющая формирование трехмерных молекул белков, содержится в полипептидах самих этих молекул, то есть в последовательности аминокислот, индуктивно исходя из следующего эксперимента, проведенного К.Анфинсеном с коллегами. Л.Б.Меклер и Р.Г.Идлис в статье «Общий стереохимический генетический код – путь к биотехнологии и универсальной медицине XXI века уже сегодня» (журнал «Природа», 1993, № 5) описывают эксперимент К.Анфинсена и его коллег, в котором удалось достичь самосборки трехмерной молекулы фермента рибонуклеазы: «Как же они достигли этой цели? Очень просто: растворили этот фермент в концентрированном растворе гуанидинхлорида – соединения, разрывающего все те водородные связи и ванн-дер-вальсовы контакты между аминокислотными остатками полипептидной цепи, возникновение которых и приводит к превращению нитки полипептида в трехмерную работающую биологическую микромашину. А затем эти спутанные друг с другом клубки нитей-полипептидов (денатурированную рибонуклеазу) опустили в обычный водно-солевой раствор. И этого простого действа оказалось достаточно, чтобы совершилось волшебство: буквально на глазах у зрителей за считанные минуты эти клубки спутанных нитей-полипептидов превратились не во что-либо иное, а именно в ту же мириадную армию (примерно 10 в 17-ой степени копий близнецов в миллилитре!) исходных трехмерных, снова работающих биологических микромашин, так же как и ранее, расщеплявших РНК на мономеры – звенья, из которых эти биополимеры построены. За прошедшие 30 лет многочисленные исследователи неоднократно реализовали подобные эксперименты, показав, что тем же способом удается разрушить, а затем воссоздать многие самые различные ферменты, гормоны, белки-транспортеры» (Л.Б.Меклер и Р.Г.Идлис, 1993). Об указанном эксперименте Анфинсена, индуктивно натолкнувшем его на мысль о механизме сворачивания (фолдинга) белка, пишут многие авторы. А.В.Финкельштейн, Д.Н.Иванков и О.В.Галзитская в статье «Предсказание скоростей и ядер сворачивания глобулярных белков на основе теории их самоорганизации» (журнал «Успехи биологической химии», 2005, том 45) указывают: «Около 1960 г. Х.Анфинсеном и его сотрудниками было сделано замечательное открытие, увенчанное впоследствии Нобелевской премией: глобулярный белок способен к спонтанной самоорганизации in vitro (ренатурации), если после биосинтеза он не подвергся сильной химической модификации. В этом случае его архитектура, «мягко» (без разрыва цепи) разрушенная температурой, растворителем и т.д., спонтанно восстанавливается при «нормализации» среды. Правда, эффективная ренатурация нуждается в тщательном подборе экспериментальных условий – иначе ей может воспрепятствовать агрегация белка» (Финкельштейн, Иванков, Галзитская, 2005, с.6). И.М.Кузнецов, В.Форже и К.К.Туроверов в статье «Структурная динамика, стабильность и фолдинг белков» (журнал «Цитология», 2005, том 47, № 11) констатируют: «…Код, согласно которому полипептидная цепь сворачивается в уникальную третичную структуру, заключен в аминокислотной последовательности самой полипептидной цепи. Впервые это было продемонстрировано в работах Анфинсена, показавшего экспериментально, что рибонуклеаза А, денатурированная мочевиной, в присутствии агента, разрушающего S-S-связи, восстанавливает полностью нативную структуру и ферментативную активность после удаления денатуранта и агента, разрушающего S-S-связи. За эту работу Анфинсен был удостоен Нобелевской премии. В последующем способность к ренатурации была показана для ряда других одноименных белков относительно небольшого размера» (Кузнецов, Форже, Туроверов, 2005, с.943). Отметим, что рибонуклеаза – это белковый фермент, расщепляющий РНК до нуклеотидов.

Индукция Ф.Фогеля и А.Мотульски. Ф.Фогель и А.Мотульски (1950-е годы) высказали идею о существовании генетических мутаций, изменяющих структуру ферментов и делающих их неспособными утилизировать определенные вещества, индуктивно исходя из анализа трех наследственных заболеваний, которые состоят в неспособности организма использовать вводимые препараты. Перечислим эти заболевания: 1) возникновение у чернокожих людей гемолитического осложнения в ответ на применение противомалярийного препарата примахина, убивающего малярийного плазмодия, 2) появление побочных эффектов у некоторых больных при использовании противотуберкулезного препарата изониазида, 3) остановка дыхания у некоторых людей в ответ на применение миорелаксанта датилина, который обычно расслабляет мускулатуру. С.Б.Середенин в статье «Фармакогенетика: на пути к медицине будущего» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 6) пишет о том, что время от времени в науке появлялись факты, указывающие на связь генных мутаций и аномальных ферментов, но никто этой проблемой не занимался. «Однако, - пишет он, - научные основы проблемы по большому счету оставались вне поля зрения исследователей – фармакологов вплоть до 50-х годов. Тогда были открыты сразу три фармакогенетических феномена: для трех препаратов (примахина, изониазида и датилина – Н.Н.Б.) было достоверно показано, что побочное действие или недостаточная эффективность могут быть связаны с некими генетически детерминированными особенностями индивидов» (С.Б.Середенин, 2002). «Впервые обобщили эти три феномена, - поясняет С.Б.Середенин, - два генетика, немец Ф.Фогель и американец А.Мотульский, и фармаколог Вернер Каллоу, канадец немецкого происхождения, который многие годы заведовал кафедрой фармакологии в Торонтском университете и по сей день остается ее почетным главой» (С.Б.Середенин, 2002).

Индукция Ф.Риттозы. Ф.Риттоза (1962) сформулировал идею о том, что ДНК реагирует на повышение температуры (тепловой шок) образованием пуфов, индуктивно основываясь на обнаружении подобных структур в случае повышения температуры в политенных хромосомах слюнных желез личинок дрозофилы. О.Н.Кулаева в статье «Белки теплового шока и устойчивость растений к стрессу» («Соросовский образовательный журнал», 1997, № 2), обозначая белки теплового шока как БТШ, пишет: «Открытие БТШ началось с работ Ф.Риттозы в 1962 году на политенных хромосомах слюнных желез личинок дрозофилы. Политенными называются гигантские хромосомы, образованные стопками параллельно упакованных гомологичных нитей хроматина, которых может быть больше 1000. Это позволяет изучать политенные хромосомы под световым микроскопом… Ф.Риттоза обнаружил, что повышение температуры с 20 до 37°С приводит к образованию пуфов там, где они не появлялись при нормальной температуре. Так были открыты гены теплового шока. Правда, позднее было обнаружено, что их можно активировать рядом воздействий и при нормальной температуре. Кодируемые этими генами белки были идентифицированы только в 1974 году. Они получили название БТШ» (О.Н.Кулаева, 1997). Примечательно, что идея Ф.Риттозы о существовании белков теплового шока представляла собой индукцию с фактором случая. К.Д.Никитин в статье «Белки теплового шока: биологические функции и перспективы применения» (журнал «Клиническая онкогематология», 2008, том 1, № 2) указывает: «Как и многие другие открытия, белки теплового шока были обнаружены во многом благодаря случайности, когда однажды вечером в одной из итальянских лабораторий кто-то случайно установил слишком высокую температуру в инкубаторе с плодовыми мушками Drosophila. На следующий день при исследовании хромосом из слюнных желез мушек были выявлены интересные изменения, свидетельствующие о необычном характере экспрессии генов [1]. Так было положено начало изучению группы белков, названных белками теплового шока (БТШ)» (Никитин, 2008, с.125).

Индукция Виктора Войникова. Российский ученый Виктор Войников (1978) выдвинул предположение о существовании белков холодового шока, индуктивно основываясь на опытах, в которых воздействие низкой температуры на озимую пшеницу приводило к образованию в этом растении новых стрессовых белков. Галина Киселева в статье «Стрессовые белки – ключ к разгадке жизни» (газета «Наука в Сибири», № 5 (2291), февраль 2001) цитирует В.Войникова: «Со стрессовыми белками мы начали работать достаточно давно (я, в частности, когда еще был аспирантом и учился в Новосибирске). Изучая холодоустойчивость растений, мы обнаружили, что ряд физиологических и биохимических параметров растений сильно меняется (в зависимости от генотипа) в ответ на то или иное стрессовое воздействие. В результате нам удалось найти хромосомы, в которых локализованы гены, отвечающие за синтез «холодовых» стрессовых белков. В то время (77-78 годы) о белках холодового шока даже не говорили. Знали только о белках теплового шока. Наши работы вызвали бурную реакцию. Мы впервые показали, что в ответ не только на повышение, но и на понижение температуры происходит синтез новых стрессовых белков. В то время это был достаточно неожиданный результат. Считалось, что если при повышении температуры, когда ускоряются все реакции, появляются новые белки, - это процесс естественный и понятный. Но когда температура понижается, какое же может быть усиление деятельности в клетке?» (Г.Киселева, 2001). Об этом же пишет Валентина Гаташ в статье «Стресс – белкам закон не писан» (периодическое издание «Зеркало недели», № 27 (402), 20-26 июля 2002 г.): «Иркутские ученые обнаружили, что в момент охлаждения в тканях некоторых видов растений, например, озимой пшеницы, в течение первого часа температура повышается на 4-7, а иногда даже на 10 градусов! Сотрудники Сибирского института физиологии и биохимии растений установили: главную роль в этом процессе играют стрессовые белки, которые индуцируются в растениях под воздействием холодового шока. Прежде было известно только о белках теплового шока: считалось, что новые белки могут появиться лишь при повышении температуры, когда ускоряются все реакции» (В.Гаташ, 2002).

Индукция Б.Маккарти и Э.Болтона. Б.Маккарти и Э.Болтон (1963) пришли к идее о разработке метода определения степени сходства ДНК разных организмов (метода гибридизации), индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Однажды, осуществляя смешивание (гибридизацию) нерадиоактивной ДНК дизентерийной палочки с радиоактивной ДНК кишечной палочки с использованием автоматического счетчика радиоактивности, они заметили, что у этих разных организмов смешалось только 70% генетического материала. Зная, что в гибридизации участвуют лишь сходные фрагменты ДНК, они догадались, что остальные 30% ДНК у этих бактерий являются различными. Отсюда возникла идея о применении подобного метода определения степени сходства ДНК и на других организмах. А.С.Антонов в статье «Мы похожи, но насколько?» (журнал «Химия и жизнь», 1969, № 6) пишет: «Молекулярная биология стремится быть точной наукой, и для выражения степени сходства давно искала какой-то количественный критерий. Чтобы можно было, например, сказать: «ДНК кишечной палочки на 70% гомологична ДНК палочки брюшного типа и лишь на 1% гомологична ДНК сенной палочки». И в 1963 году такой критерий появился. Это была экспериментальная работа, осторожно названная «Подход к определению степени генетического родства организмов». Биохимики Б.Маккарти и Э.Болтон нашли этот критерий, занимаясь близким, но все же совершенно другим делом. Они искали способ выделения чистых препаратов информационных рибонуклеиновых кислот (РНК) и придумали для него свой прием: гибридизацию нуклеиновых кислот в гелях…» (А.С.Антонов, 1969). Что же обнаружили Б.Маккарти и Э.Болтон в своих опытах? Отвечая на этот вопрос, А.С.Антонов поясняет: «С ДНК-агаром дизентерийной палочки прореагировали не все молекулы ДНК кишечной палочки, и автоматический счетчик радиоактивности, подсчитав количество радиоактивной ДНК, связавшейся с нерадиоактивной, бесстрастно сообщил: у этих организмов 70% похожих генов» (А.С.Антонов, 1969).

«Говорят, что открывшего ревертазу (и получившего за это Нобелевскую премию) американца Г.Темина собирались уволить перед самым завершением его многолетних поисков фермента. Еле упросил чуть-чуть повременить. А если бы работа еще затянулась?».

М.Д.Франк-Каменецкий о Говарде Темине

Индукция Говарда Темина. Лауреат Нобелевской премии Г.Темин (1964) выдвинул гипотезу о том, что перенос генетической информации может происходить не только от ДНК к РНК, но и обратно, индуктивно опираясь на факт обнаружения способности некоторых РНК-содержащих вирусов внедряться в ДНК-содержащую бактерию и изменять ее наследственный код. Способность вируса, имеющего в качестве генетического материала молекулу РНК, а не ДНК, встраиваться в живой организм и навязывать ему свою генетическую программу, то есть осуществлять транскрипцию наследственной информации от РНК к ДНК, индуктивно намекала на возможность обратной транскрипции. После того, как Г.Темин и Д.Балтимор (1970) нашли особый фермент, названный обратной транскриптазой (ревертазой), осуществляющий синтез ДНК на цепях РНК, никаких сомнений в возможности движения информации от РНК к ДНК не осталось («История биологии» под ред. Л.Я.Бляхера, 1975).

«Лазарь Борисович который раз повторяет фразу, что у него «увели три Нобелевские премии». Причем произносит ее без особого сожаления – просто как констатацию факта: перечисляет обстоятельства и в качестве доказательства предлагает ознакомиться с ксерокопиями той или иной его работы, обратив внимание на год ее публикации, а затем сравнить эту дату с той, когда его коллега-ученый из Англии или Америки получил за подобную идею Нобелевскую премию (разница всякий раз – в пользу Меклера)».

Шелли Шрайман

Индукция Лазаря Борисовича Меклера. Выдающийся российский биолог Л.Б.Меклер (1969) сделал заключение, что в основе узнавания любым полипептидом кодирующего его полинуклеотида лежит способность полипептида специфически связываться не с той нитью РНК, при трансляции которой он синтезируется, а с комплементарной ей, индуктивно исходя из анализа механизма синтеза белка при размножении вируса Сендай. Позже появились и другие факты, свидетельствовавшие о справедливости догадки Меклера. Л.Б.Меклер и Р.Г.Идлис в статье «Построение моделей трехмерных молекул биологических полипептидов и нуклеопротеидов согласно общему коду» (1981) указывают: «12 лет тому назад, при изучении размножения вируса Сендай – одного из парамиксовирусов – неожиданно было обнаружено, что белок его нуклеопротеида синтезируется при трансляции не вирионной РНК, а комплементарной ей РНК – мРНК вируса [33, 50]. Впоследствии результаты многих исследований (см., например, [51, 52]) показали, что эта особенность – свойство многих РНК-содержащих вирусов, названных поэтому минус-нить вирусами. Способность немодифицированного полипептида, кодируемого РНК вириона, специфически связываться не с той нитью РНК, при трансляции которой он синтезируется, а с комплементарной ей, не может быть случайностью. Поэтому данный феномен был интерпретирован как проявление общей закономерности, лежащей в основе узнавания любым полипептидом кодирующего его полинуклеотида» (Л.Б.Меклер, Р.Г.Идлис, 1981). Отметим, что указанная статья Л.Б.Меклера и Р.Г.Идлис – это их депонированная в ВИНИТИ рукопись (депонент № 1476-84, ВИНИТИ, 1981).

Индукция Хамилтона Смита. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1978 год Хамилтон Смит высказал предположение о существовании ферментов, способных разрушать (вырезать) строго определенные участки ДНК, индуктивно отправляясь от обнаружения таких ферментов у бактерии Haemophilus influenzae. Подобные ферменты получили название ферментов рестрикции. Артур Уиггинс и Чарльз Уинн в книге «Пять нерешенных проблем науки» (2005) описывают эксперименты Х.Смита таким образом, что возникает впечатление об участии фактора случая в его открытии. Поскольку нам неизвестно, что думают по этому поводу другие историки биологической науки, мы не можем считать точку зрения указанных авторов доказанной. Тем не менее, приведем их реконструкцию: «Хамилтон Смит, микробиолог из университета Джона Хопкинса, в конце 1960-х работал с Haemophilus influenzae Rd и фагом P22. Случайно бактерии и фаги стали выращивать вместе. Смит заметил, как активность ДНК у фага все время падала, что указывало на расщепление ДНК фага чем-то внутри бактерии. Смит со своими сотрудниками выделил и очистил ответственный ра расщепление фермент и установил его механизм: белковый фермент внутри H. influenzae расщепляет ДНК фага, выявляя определенную цель из шести парных оснований и расщепляя ДНК – неизменно в одном и том же месте и одним и тем же способом. Такой фермент получил название рестрикционного» (А.Уиггинс, Ч.Уинн, 2005).

Индукция Даниела Натанса. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1978 год Даниел Натанс (1973) сформулировал идею о возможности использования ферментов, получивших название рестриктаз, для разрезания нитей ДНК на куски с целью последующего анализа функции этих кусков, индуктивно основываясь на исследованиях Смита и Келли. Эти ученые обнаружили, что рекстриктаза микроорганизма Хелофилус инфлюенца вырезает ДНК в районе определенной нуклеотидной последовательности. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии и медицинской химии» (2006) приводит слова Д.Натанса: «В 1967 г. Смит открыл рестриктазу в Хемофилус инфлюенца. После этого он решил, что лучшее, что можно сделать, - это определить, вырезает ли эта рестриктаза ДНК в районе определенной нуклеотидной последовательности. Он и Томас Келли показали, что так оно и есть, то есть существует определенная последовательность у концов вырезанной ДНК. Хэм написал мне о своем продвижении в секвенировании в то время, когда я был в Институте Вейцмана. Мне пришло в голову, что рестриктазы можно уподобить трипсинам и химотрипсинам для ДНК и что они, по-видимому, будут ценными инструментами при анализе генома вирусов, таких как SV40. Можно будет вырезать куски, может быть, даже размером в один ген, и выяснять, что эти куски делают, составлять физические карты и по примеру протеолитических ферментов нарезать вирусную ДНК на куски, которые потом можно секвенировать» (Харгиттаи, 2006, с.147).

Индукция Вернера Арбера. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1978 год Вернер Арбер (1970) сформулировал представление о существовании рестриктаз – ферментов, специфически расщепляющих чужеродную ДНК, попавшую в клетку, индуктивно основываясь на обнаружении фермента, который содержался в бактерии кишечной палочки и был способен разрезать на части ДНК вируса, попавшего в эту бактерию. М.Перутц в книге «Мне бы рассердить вас раньше» (2007) повествует: «Начало всему было положено наблюдениями, казалось бы, не имеющими никакого отношения к наследственным болезням и сделанными швейцарским биологом Джин Вейле в Калифорнии. Она была озадачена одним из вирусов, который бурно размножался в одном из штаммов бактерий дизентерийной палочки, но был сперва чахлым в другом, очень близком штамме, а потом таинственным образом возвращал свою способность к быстрому росту и размножению. Годом позднее другой швейцарский биолог Вернер Арбер решил повторить, казалось бы, простые опыты Вейле. Он нашел, что второй штамм Вейле ограничивал рост вируса, потому что содержал в своем составе «рестриктный» фермент, разрезающий словно ножницами вирусную ДНК. Через некоторое время вирус начинал бороться против этих «ножниц», после чего его способность к размножению восстанавливалась. Оказалось, что фермент разрезал ДНК не как попало, а в определенных местах, где последовательность оснований следовала закону последовательности букв в слове «мадам», то есть не зависела от того, читать его слева направо или, наоборот, справа налево. Видимо, фермент распознавал такие последовательности» (М.Перутц, 2007). Поправляя здесь М.Перутца, отметим, что сам В.Арбер обнаружил ферменты, расщепляющие ДНК в случайных, а не в строго определенных местах, что, однако, не помешало ему по аналогии постулировать возможность существования рестриктаз, избирательно действующих на отдельные участки ДНК.

Индукция Аарона Клуга. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1982 год Аарон Клуг (1968) сформулировал идею о возможности получения трехмерного изображения различных биологических объектов на основе метода дифракции рентгеновских волн, индуктивно исходя из своих исследований по получению трехмерного изображения вируса табачной мозаики при помощи рентгеноструктурного анализа. В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) А.Клуг вспоминает: «Мы начали с реально существующей проблемы спирального вируса, и я быстро понял, что мы можем создать его трехмерную реконструкцию, используя теорию дифракции на спиралях. Многократно поворачивая образец, можно получить ряд функций, математически выражающих электронную плотность. Я развил этот метод, используя данные рентгеноструктурных исследований вируса табачной мозаики (ВТМ), проведенных Розалиндой Франклин. Позже я увидел, что это был частный случай более общей закономерности в теории Фурье. Метод лег в основу принципа работы рентгеноструктурного компьютерного томографа. Хаунсфилд и Кормак получили в 1979 г. Нобелевскую премию за разработку компьютерной томографии (КТ). Хаунсфилд читал мою статью в Nature в январе 1968 г., а в августе 1968 г. взял патент на КТ. Я еще раньше понял, что этот метод можно применять в медицинской рентгенографии, и обратился к нескольким рентгенологам, но они мне заявили, что не нуждаются в этих «новомодных штуках». Мне было сказано: «Мы полностью понимаем то, что видим с помощью медицинского рентгеновского аппарата…» (Харгиттаи, 2006, с.278). «Некоторые считают, - говорит А.Клуг, - что я должен был получить Нобелевскую премию вместе с Хаунсфилдом. Эта история служит иллюстрацией к важной особенности науки, которая заключается в том, что иногда ученому удается решить проблему из смежной области» (там же, с.280).

Индукция Пола Лотербура. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2003 год Пол Лотербур (1971) сделал заключение о возможности исследования живых тканей методом ядерно-магнитного резонанса (ЯМР), индуктивно основываясь на экспериментах Рэймонда Дамадьяна и своих собственных экспериментах по анализу ЯМР-сигналов живых тканей. В 1971 году Р.Дамадьян, будучи аспирантом Гарварда, обнаружил, что опухоли и нормальные ткани по-разному реагируют на ядерный магнитный резонанс. Он впервые предложил использовать этот механизм для ранней диагностики рака. П.Лотербур в своей Нобелевской лекции «Вся наука междисциплинарна – от магнитных моментов до молекул и человека» (УФН, 2005, октябрь) отмечает: «В 1971 году Рэймонд Дамадьян заметил, что ткани некоторых злокачественных опухолей после имплантации крысам характеризуются более продолжительными временами релаксации ЯМР, чем многие нормальные ткани. Это наблюдение привлекло внимание ряда исследователей, и один из них, Холлис, предпринял попытку подтвердить и более подробно изучить его, используя похожую систему» (Лотербур, УФН, 2005, с.1040). Далее Лотербур упоминает о своих экспериментах, проведенных в университете Джона Гопкинсона, в небольшой исследовательской фирме, расположенной в Западной Пенсильвании: «Там крыс умертвили, расчленили, и полученные образцы тканей исследовали методом ЯМР. Мне случилось наблюдать весь процесс от начала до конца; будучи химиком и не имея опыта экспериментов на животных, я нашел его малопривлекательным. Все эти исследования страдали неточностью из-за неоднородности состава образцов, статического и радиочастотного магнитных полей. Тем не менее, в экспериментах, свидетелем которых я был, полученные сигналы ЯМР от отдельных тканей, как больных, так и здоровых, отличались весьма значительно. Я подумал, что эти различия могли бы быть воспроизводимыми и информативными…» (Лотербур, УФН, 2005, с.1040). Примечательно, что Р.Дамадьян, узнав о том, что он не попал в список ученых, заслуживающих Нобелевской премии за изобретение ЯМР-томографии, публично выступил на страницах известных мировых газет с критикой решения Нобелевского комитета. Нобелевскую премию он так и не получил, но был награжден медалью в знак признания его заслуг в деле разработки метода ЯМР-визуализации.

Индукция Филиппа Шарпа и Ричарта Робертса. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1993 год Ф.Шарп и Р.Робертс (1977) сформулировали предположение о том, что ДНК живых организмов содержат помимо генов, кодирующих синтез определенных белков, также гены, которые ничего не кодируют, индуктивно исходя из обнаружения подобных генов в ДНК аденовируса и эукариотических одноклеточных организмов. Позже такие гены были обнаружены в многоклеточных организмах. В клетках, не имеющих ядра (прокариотах) некодирующих генов не найдено. Ф.Шарп и Р.Робертс заметили, что в процессе транскрипции с ДНК снимается копия в виде РНК, а затем специальные ферменты вырезают из РНК некодирующие последовательности нуклеотидов, а оставшиеся кодирующие последовательности соединяются для синтеза белка. Этот процесс получил название сплайсинга. Томас Чек в статье «РНК - фермент» (журнал «В мире науки», 1987, № 1) пишет: «В 1977 г., к удивлению всего научного мира, да и к своему собственному, две группы исследователей – Ф.Шарп с коллегами в Массачусетском технологическом институте и группа сотрудников Колд-Спринг-Харборской лаборатории – открыли, что у высших организмов гены «разорваны». Они показали, что в ДНК последовательность нуклеотидов, кодирующая белок, расположена не подряд, как полагали, а прерывается более или менее протяженными некодирующими последовательностями. Эти вставки были названы интронами, а разделенные значащие части – экзонами. Довольно скоро выяснилось, что после завершения транскрипции интроны вырезаются, а экзоны последовательно соединяются («сплайсируются»), образуя непрерывную кодирующую последовательность нуклеотидов» (Т.Чек, 1987). «Открытие сплайсинга РНК, - поясняет Т.Чек, - взволновало ученых, помимо всего прочего, потому, что сплайсинг, как оказалось, характерен для эукариот, но не свойствен прокариотам, по меньшей мере, хорошо изученной Escherichia coli…» (Т.Чек, 1987). Джон Маттик в статье «Тайна программирования сложных организмов» (журнал «В мире науки», 2005, № 1) указывает: «В 1977 г. Филипп Шарп и Ричард Робертс из Массачусетского технологического института обнаружили, что устоявшиеся представления о системе регуляции генов дали трещину. Независимо друг от друга они показали, что гены эукариот – это не непрерывные белок-кодирующие нуклеотидные последовательности, а мозаика из экзонов (сегментов ДНК, кодирующих участки белковых молекул) и интронов (сегментов ДНК, обычно весьма протяженных, не кодирующих никаких белков). В ядре эукариотической клетки гены копируются от начала до конца, включая и все интроны, в результате образуется длинный первичный РНК-транскрипт. Он подвергается сплайсингу: из него вырезаются интроны, а оставшиеся экзоны соединяются друг с другом, и образуется непрерывная белок-кодирующая последовательность – матричная РНК (мРНК). На ней в цитоплазме синтезируется белок…» (Д.Маттик, 2005). Картину детализируют Б.Гуттман, Э.Гриффитс, Д.Сузуки и Т.Куллис в книге «Генетика» (Москва, 2004): «Когда исследователи начали изучать гены различных белков в клетках эукариот, обнаружилось, что взаимодействие генов и белков в этих организмах более сложное, чем взаимодействие генов и белков прокариот. Первые примеры такого взаимодействия были получены в 1977 году в лабораториях Филиппа Шарпа и Пьера Шамбона. Вместе со своими коллегами они гибридизировали мРНК различных генов с теми ДНК, с которых были сняты эти информационные копии. У бактерий последовательность мРНК идентична последовательности кодирующей цепи (за исключением того, что место тимина занимает урацил), поэтому структура молекул была достаточно проста. Но когда под электронным микроскопом были сделаны снимки гибридных молекул генов эукариот, то в них обнаружился ряд петель. Это значит, что мРНК и ДНК имеют не совсем идентичную последовательность, и петли были как раз теми местами, в которых они не могли соединяться. Когда последовательность мРНК сравнили с последовательностью ДНК, стало понятно, что кодирующая последовательность генов в некоторых местах прерывается некодирующей последовательностью, то есть некоторые нуклеотиды не кодируют синтез белка. Впоследствии выяснилось, что это типичная картина для ДНК эукариот» (Гутман и др., 2004, с.239).

Индукция Сиднея Бреннера и Джона Салстона. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2002 год Сидней Бреннер и Джон Салстон (1970-е годы) выдвинули идею о существовании апоптоза – запрограммированной гибели клеток, происходящей в процессе развития организма, индуктивно исходя из обнаружения подобной гибели клеток в ленточном черве класса нематоды. Александр Зайцев в статье «Нобелевские премии: медицина» (журнал «Знание-сила», 2003, № 2) пишет: «Джон Салстон был участником проекта Бреннера. В частности, он анализировал судьбу всех дочерних клеток эмбриона, возникшего из оплодотворенной яйцеклетки. Всего у эмбриона насчитывалось 1090 дочерних клеток, однако у взрослого червя их число уменьшалось до 959. Значит, 131 клетка неизменно гибла в процессе эмбрионального развития. Салстон доказал, что отмирание этих клеток – явление закономерное. Так он сделал открытие, лаконично сформулированное: «Без смерти нет жизни». Процесс добровольного отмирания клеток называется «апоптозом» (А.Зайцев, 2003). Е.Лозовская в статье «Нобелевские премии 2002 года. Запрограммированная смерть – необходимое условие жизни» (журнал «Наука и жизнь», 2002, № 12) отмечает: «Ключевым фактором в изучении запрограммированной клеточной гибели оказался правильный выбор объекта для экспериментов. На одноклеточных организмах – бактериях или дрожжах – апоптоз изучать невозможно. Высшие животные, например млекопитающие, чересчур сложны для исследования, ведь они состоят из огромного числа клеток. Требовалась простая и удобная многоклеточная модель. Идеальное решение предложил в начале 1960-х годов британский ученый Сидней Бреннер. Его выбор пал на нематоду… Этот червячок длиной примерно 1 мм быстро растет и легко размножается. Но самое главное – он прозрачен, что позволяет наблюдать за делением клеток в микроскоп» (Е.Лозовская, 2002). А.Л.Рылов в статье «Девять времен одного мозга» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 11) повествует: «Поразительные закономерности гибели нейронов обнаружили английские физиологи С.Бреннер, Дж.Э.Салстон и их сотрудники, исследуя развитие круглого почвенного червя… единственного в мире животного, чья нервная система изучена до последнего из трехсот с лишним нейронов. Оказывается, у этого червя происходят не убийства, а строжайшие запрограммированные по генетическому хронометру самоубийства нейронов: внешне совершенно здоровые предки и сестры созревающих нервных клеток погибают у всех червей точно в одно и то же время! Исследователи научились даже управлять этим процессом. С помощью лазера они вызывали мутации в генах животного, и одна из них словно запрещала фигурке смерти появляться на часах: у таких мутантов все обреченные на гибель нейроны выживали» (А.Л.Рылов, 1986).

Индукция Сидни Олтмена. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1989 год Сидни Олтмен (1983) сформулировал идею о каталитических свойствах молекулы РНК, о способности этой молекулы запускать (катализировать) некоторые биологические процессы, индуктивно отправляясь от обнаружения способности РНК в составе фермента рибонуклеазы Р обрабатывать концевую часть транскриптов транспортной РНК. Позже С.Олтмен обнаружил также способность РНК катализировать реакцию гидролиза. В свое время С.Олтмен изучал фермент, который обрабатывает концевую часть транскриптов транспортной РНК. Этот фермент позже был назван рибонуклеазой Р. С.Олтмен попросил своего аспиранта Бена Старка очистить обнаруженный в бактериальных экстрактах фермент и подробно его описать. Старк установил, что этот фермент, для действия которого необходим магний, сохраняет свою активность лишь в том случае, если в состав этого фермента, помимо незначительного количества белка, входит также РНК. При разрушении РНК, содержащегося в ферменте, последний теряет свою активность. Позже С.Олтмен получил другие аргументы в пользу каталитических свойств РНК. И.Харгиттаи в книге «Откровенная наука: беседа с корифеями биохимии» (2006) приводит слова С.Олтмена: «В 1983 г. со мной в качестве постдока работала Сесилия Герье-Такада. Она великолепный исследователь. В то время она изучала активность рибонуклеазы Р при различных условиях. Мы решили заняться этим исследованием после того, как узнали о результатах работы К.Гардинера из лаборатории Н.Пейса. Сесилия обнаружила, что при больших концентрациях иона магния, порядка 60 мМ, ферментативное воздействие на субстраты предшественников тРНК может осуществлять одна субъединица ферментативной системы, представляющая собой РНК, которую мы к тому времени уже умели отделять от белка. Белок сам по себе на такие реакции не был способен. При добавлении этого белка число циклов реакции увеличивалось. Такова краткая история этого открытия. К тому времени (1983) Том Чек уже опубликовал результаты своего исследования другой системы, в котором показал, что РНК может быть катализатором, так что сопротивление нашим работам было уже гораздо меньше» (Харгиттаи, 2006, с.308). «Когда были открыты каталитические свойства РНК, - пишет С.Олтмен о препятствиях недоверия к его открытию, - это препятствие было устранено, потому что очень быстро были обнаружены и другие примеры. Я, например, открыл реакцию гидролиза, катализируемую РНК. Подобную реакцию открыл и Чек. Он также открыл реакцию лигирования (сшивания) нуклеиновых кислот и реакцию присоединения. Таким образом, нам стали известны, по крайней мере, три типа реакций, катализируемых РНК. Сразу после этого многие стали говорить, что… РНК способны катализировать вообще любую химическую реакцию» (там же, с.311). Идея С.Олтмена о каталитических свойствах РНК является индукцией с фактором случая, поскольку ученый обнаружил эти свойства РНК случайно. В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука» (2006) С.Олтмен отмечает: «Прежде всего, открытие каталитических свойств РНК произошло благодаря счастливой случайности. По-моему, это можно сказать не только о нашей лаборатории, но и о лаборатории Тома Чека. Эта работа явилась следствием моих постдоковских исследований» (Харгиттаи, 2006, с.305).

Индукция Томаса Чека. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1989 год Томас Чек (1982) выдвинул гипотезу о способности молекулы РНК катализировать свой собственный сплайсинг (сборку, сшивание из отдельных фрагментов), индуктивно основываясь на обнаружении этой способности у РНК простейшего организма – инфузории под названием Тетрахимена термофила. Обнаружение ферментативных, каталитических способностей у молекулы РНК инфузории Тетрахимена термофила индуктивно навело Т.Чека на мысль о каталитических свойствах РНК в клетках и других организмов. Томас Чек в статье «РНК - фермент» (журнал «В мире науки», 1987, № 1) пишет: «Каталитическая активность РНК была открыта в 1981-1982 гг., когда мои коллеги и я изучали РНК из одноклеточного организма Tetrahymena thermophila, относящегося к типу простейших. К своему изумлению, мы обнаружили, что эта РНК может катализировать разрезание и сплайсинг самой себя, в результате чего из нее выщепляется небольшой фрагмент. Если забыть, что РНК не белок, РНК тетрахимены удовлетворяет классическому определению фермента. От «настоящих» ферментов она отличается только тем, что белки-ферменты катализируют реакции, протекающие между другими молекулами, в то время как эта РНК катализирует собственные метаморфозы. Поэтому для ферментоподобных молекул РНК мы предложили термин «рибозим» (от англ. ribonucleic enzyme). А недавно нам удалось показать, что в несколько измененной форме та же РНК может сшивать не только саму себя, но и другие молекулы РНК и, стало быть, является ферментом в полном смысле слова» (Т.Чек, 1987). Гипотеза Томаса Чека о том, что РНК является ферментом, который может катализировать самого себя, то есть осуществлять самосплайсинг (самосборку), представлял собой индукцию с фактором случая, так как Т.Чек случайно обнаружил эту способность у РНК. Э.М.Бекман в статье «Не бойтесь темных комнат!» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 12) пишет: «Сам Чек называет свое открытие случайным. В конце семидесятых годов он изучал чрезвычайно важный для деятельности живой клетки процесс: так называемое созревание рибонуклеиновых кислот, РНК. Томас Чек воспроизводил этот процесс в пробирке, пытаясь выяснить, какие минимальные условия необходимы, чтобы созревание могло произойти. Конечно, ни у кого не вызывало сомнений, что этот процесс идет с участием биологических катализаторов – ферментов. Но раз ферменты – значит, белки. С 1926 года, когда был выделен первый фермент, уреаза, и до настоящих дней открыто много ферментов, и все они – белки. Правда, в ферментах часто обнаруживали небелковые компоненты, но действующим началом неизменно был белок. Это устанавливали многократно, и казалось, иного и быть не может. Чек вместе со своим упорным и талантливым аспирантом А.Заугом тоже искал белки, управляющие данным превращением РНК. Безрезультатно! Наконец, Чек посмотрел правде в глаза и нашел в себе смелость заявить, что кошки нет, а РНК – сам себе катализатор. Таким образом, занимаясь проблемой нуклеиновых кислот, он сделал открытие в науке о ферментах. И только в этом смысле его открытие можно считать случайным» (Э.М.Бекман, 1988). В.Черникова в интервью с Томасом Чеком, которое опубликовано в журнале «Химия и жизнь» (1988, № 12), воспроизводит свою беседу с выдающимся ученым: «Была ли у Вас уже изначальная гипотеза о том, что РНК может обладать каталитическими свойствами, или Вы наткнулись на свое открытие случайно? Совсем случайно! Ничего подобного мы и не предполагали. Кто бы мог подумать, что РНК способна работать ферментом? Цель нашей работы поначалу состояла в том, чтобы понять, как «созревает» молекула – как из очень длинной РНКовой копии ДНК вырезаются ненужные, безынформативные куски, а оставшиеся смысловые участки соединяются в единую молекулу. Этот процесс называют сплайсингом по аналогии с разрезанием и сращиванием морского каната. В данном случае роль каната играет молекула РНК. Мы были уверены в том, что, как и все процессы в клетке, сплайсинг ведут белки. И что этих белков несколько – одни разрезают, другие сшивают... Мы стали искать такие белки-ферменты. Но как мы ни старались, выделить их в чистом виде не могли. В препаратах всегда оказывалась РНК. (…) (…) И тогда пришлось допустить, что никакого белка тут нет вообще. Все дело в самой РНК – она обслуживает себя сама. Режет, выкидывает, сшивает, то есть ведет самосплайсинг» (цит. по: В.Черникова, 1988).

Индукция Петра Гаряева. Доктор биологических наук Петр Гаряев (1985) сформулировал идею о том, что молекула ДНК обладает электромагнитным полем, следы которого сохраняются в течение определенного времени даже после уничтожения этой молекулы, индуктивно основываясь на случайном обнаружении спектра, похожего на спектр ДНК, в пустой, хрошо промытой колбе, в которой ранее находилось вещество наследственности. Впоследствии П.Гаряев интерпретировал это наблюдение как способность умерших генов оставлять фантом, несущий некую информацию. Ирина Мастыкина в статье «Фантом ДНК» (ежемесячник «Совершенно секретно», № 5 (144), 2001) пишет об исследованиях П.Гаряева и его группы: «Они пытались разгадать тайну программирования жизни: как два микроскопических набора хромосом из мужской и женской половых клеток «руководят» возведением грандиозного «здания» биологической системы, которое строится из кирпичиков жизни белков. Работали, можно сказать, на износ. И однажды, после бесконечной череды исследований, измученные, случайно измерили спектр пустого места, на котором несколькими минутами ранее находился препарат ДНК, а теперь стояла чистая кювета. Нетрудно представить их удивление, когда луч лазера рассеялся, как и в предыдущем опыте, будто бы на его пути встретилась невидимая преграда. Спектр получился таким, словно в пустом пространстве по прежнему находилась ДНК!» (И.Мастыкина, 2001). Об этом же пишет Михаил Бурлешин в статье «Ни в мать, ни в отца» (журнал «НЛО», 2005, № 8): «И вот однажды после очередного опыта ученые случайно измерили спектр «пустого места» - пробирки, из которой только что был вымыт препарат, содержавший ДНК. Каково же было удивление ученых, когда луч лазера рассеялся, словно встретив невидимый препарат. Спектры пустой пробирки были очень похожи на спектры ДНК! Только уровень сигнала стал пониже» (М.Бурлешин, 2005). Рассматривая данное открытие П.Гаряева, можно говорить об индукции с фактором случая.

Индукция Петра Гаряева. Петр Гаряев (2002) выдвинул предположение о возможности лечения диабета путем облучения поджелудочной железы людей, страдающих этим заболеванием, волнами, несущими информацию о здоровой поджелудочной железе, индуктивно основываясь на удачном применении такого неординарного способа лечения на крысах. А.Валентинов в статье «Ученые надеются вырастить отрезанную руку» («Российская газета», № 3272 от 11 августа 2003 г.) пишет: «Группа Гаряева провела в Канаде три серии экспериментов, в каждой из которых участвовали сотни крыс. Ученые ставили перед собой две задачи. Первая – уничтожить у подопытных животных бета-клетки поджелудочной железы, производящие инсулин, приговорив таким образом крыс к смерти. И вторая – заставить их организм вырастить новые здоровые бета-клетки, которые начнут вырабатывать инсулин и вернут крысам жизнь. Первая задача трудностей не представляла: медицине давно известен препарат аллоксан, который попросту «сжигает» бета-клетки. Его и вводили животным. В организме крыс, лишившихся инсулина, начинался бурный рост сахара в крови, и через неделю они должны были погибнуть от диабета. Но за день до гибели их облучали волнами, несущими информацию, снятую с поджелудочной железы здоровых животных. Потребовался всего минутный сеанс облучения, чтобы разрушенные эндокринные железы восприняли приказ «делай, как я». И 98 процентов крыс полностью выздоровели за 10 дней» (А.Валентинов, 2003).

Индукция Христианы Нюслайн-Фолард (Нюссляйн Фольхард). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицины Х.Нюслайн-Фолард (1987) выдвинула представление о реальном существовании белков, определяющих трехмерную структуру различных структур зародыша, индуктивно базируясь на экспериментальном обнаружении у дрозофилы белка, названного bicoid, который определяет грубую трехмерную разметку будущего организма. Уже давно, по меньшей мере, к 1920-м годам у эмбриологов из теоретических соображений сложилось представление о морфогенах – веществах, которые распределены по яйцеклетке (а впоследствии по эмбриону и его отдельным частям). Именно они задают градиентами своих концентраций оси координат и вообще грубую разметку будущего организма. На эту роль предлагались различные вещества (как правило, низкомолекулярные), однако ни одна гипотеза в течение шести десятилетий не получила экспериментального подтверждения. Лишь в 1987 году немецкий биолог Христиана Нюссляйн-Фольхард со своей группой открыла первый яйцеклеточный морфоген у дрозофилы. Им оказался белок, получивший название bicoid. При созревании яйца мРНК bicoid продуцируется питающими яйцо клетками и накапливается на переднем конце яйца, создавая градиент концентрации вдоль его передне-задней оси. После откладки яйца на мРНК начинает синтезироваться белок, градиент которого повторяет таковой у мРНК. Вскоре был открыт другой морфоген – белок гена nanos, во всем аналогичный bicoid, но создающий градиент концентрации от заднего конца яйца к переднему. Затем ученые из группы Нюссляйн-Фольхард и их коллеги вскрыли иерархию генов, включающихся на ранних стадиях развития эмбриона дрозофилы. Тем самым ученые ответили на важнейший вопрос о способе появления трехмерной структуры из одномерной.

Сочетая классические генетические эксперименты с методами молекулярной генетики, ученые расшифровали пять уровней регуляции генов белков – морфогенов.

Индукция Эрика Вишауса и Христианы Нюслайн-Фолард (Фолхард). Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1995 год Э.Вишаус и Х.Нюслайн-Фолард сделали заключение о существовании стратегических и тактических генов, индуктивно отправляясь от продолжительных и весьма кропотливых исследований различных мутаций наследственного аппарата дрозофилы. Эти исследования показали, что у дрозофилы есть гены, ответственные за формирование признаков (тактические гены), и гены, ответственные за расположение признаков (стратегические гены). При повреждении (мутации) тактических генов последствия для организма не столь драматичны, как при мутации стратегических генов. Для нас важно, что Вишаус и Нюслайн-Фолард обнаружили данные гены методом проб и ошибок, следовательно, их заключение о существовании генов различной степени значимости представляло собой индукцию, основанную на методе перебора вариантов. Сергей Иванов в статье «Гены формируют организм» (газета «Зеркало недели», № 48 (61), 2-8 декабря 1995 г.), сравнивая генетические исследования Эдварда Льюиса и Эрика Вишауса, работавшего совместно с Христианой Нюслайн-Фолард, пишет: «Но если Льюис имел дело главным образом с группами генов, то они решили заняться идентификацией отдельных генов. А для этого лучше всего подходил метод проб и ошибок – нудный, утомительный, но зато надежный. Много лет назад в Гейдельберге они вознамерились исследовать все 20 тысяч генов дрозофилы и определить роль каждого из них. Для этого ученым пришлось вывести более 40 тысяч мушиных семей. Вишаус с улыбкой вспоминает о времени, которое он провел в одной из маленьких комнат лаборатории молекулярной биологии – маленьких, хотя лаборатория и называлась Европейской. «Там больше года мы с Христиан целыми днями рассматривали в микроскоп мертвых мух, - рассказывает он. – Рассматривали, определяли тип мутации и решали, у какого гена более высокий ранг (в смысле воздействия на процессы развития), а у какого пониже». Метод проб и ошибок принес свои плоды. Из 20 тысяч генов были отобраны 5 тысяч важных, а из них 139 самых важных, наиважнейших для процесса развития. Именно их повреждение и приводит к тяжелейшим отклонениям от нормы, вроде отсутствия мышц у новорожденного» (С.Иванов, 1995). Сказанное подтверждается в статье И.Лалаянца «Кто дирижирует развитием организма?» (журнал «Наука и жизнь», 1996, № 3): «…Нобелевским лауреатам – Кристине Нюсслайн-Фольхард и Эрику Вейсхаузу – пришлось проанализировать около сорока тысяч мутаций у различных организмов, чтобы понять, как действуют гены гомеобокса. Большинство мутаций очень мало влияло на процессы развития, но 150 из них вызывали серьезные дефекты. Постепенно картина прояснялась. Выяснилось, что гены гомеобокса подавляют работу других генов» (Лалаянц, 1996, с.15). Об этом же пишет М.Ридли в книге «Геном» (2009): «В конце 1970-х годов два немецких исследователя, Яни Нюссляйн-Фолхард и Эрик Вишаус решили описать и изучить все известные мутации развития у дрозофил. Они добавляли в питательную среду для мух мутагенные вещества и отбирали экземпляры, у которых лапки, крылья и другие части тела были не на месте. Постепенно стала вырисовываться целостная картина из генов разного масштаба. Стало ясно, что в геноме у дрозофилы есть «стратегические» гены, контролирующие развитие основных частей тела: головы, груди и брюшка. Другие «тактические» гены определяют развитие лапок, усиков и крыльев на основных частях тела. И, наконец, «локальные» гены контролируют отдельные сегменты или области на туловище и конечностях мухи. Другими словами, гомеозисные гены дрозофилы разделены на артели и бригады со своими прорабами и руководителями, между которыми весь организм мухи поделен на зоны ответственности» (Ридли, 2009, с.234).

Индукция Л.Хартвелла и Т.Вейнерта. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2001 год Л.Хартвелл совместно с Т.Вейнертом (70-е годы 20 века) пришел к выводу о существовании так называемых «полицейских» генов, останавливающих процесс деления клеток, индуктивно исходя из обнаружения феномена остановки клеточного цикла в ответ на облучение. Этот феномен нужно было как-то объяснить. Сумев перед этим выделить из дрожжевых клеток множество генов, запускающих процесс клеточного деления, ученые по аналогии предположили, что должны быть и гены, останавливающие цикл деления клетки. Дальнейшие исследования подтвердили эту нетривиальную гипотезу. А.В.Баранова в статье «Лауреаты Нобелевской премии 2001 года по физиологии и медицине – Л.Хартвелл, П.Нерс, Т.Хант» (журнал «Природа», 2002 г., № 1) пишет об исследованиях Хартвелла: «Позднее в лабораторию Хартвелла пришел новый сотрудник, Т.Вейнерт, который вплотную занялся вопросами регуляции клеточного цикла и заинтересовал этим своего научного руководителя. Вместе они обратили внимание на интереснейший феномен остановки клеточного цикла в ответ на облучение. Дело в том, что никаких причин для остановки не было и быть не могло – все основные типы генов, вовлеченных в процесс деления клетки, уже были учтены. Тогда сотрудники Хартвелла попытались выделить гены, выполняющие «полицейские» функции – специально тормозящие клеточный цикл. Мысль о существовании «полицеских» генов вовсе не тривиальна: в те годы считалось, что в ходе отбора одноклеточных организмов поддерживаются в основном свойства, способствующие их размножению, а вовсе не задерживающие его. В процессе исследований оказалось, что «полицейских» генов довольно много, и все они получили серийное имя rad, к которому обычно добавляется порядковый номер, например rad 51» (А.В.Баранова, 2002).

Индукция Пола Нерса. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2001 год Пол Нерс (1987) сделал заключение об эволюционной консервативности (неизменности) генов, определяющих цикл деления клеток, индуктивно основываясь на совпадении генетических последовательностей участков ДНК, контролирующих процесс деления клеток у дрожжей и человека. И.Э.Лалаянц в статье «Консервативный каскад» (газета «Биология», № 48, 2002) описывает реакцию Пола Нерса на обнаружение сходства генов, определяющих цикл деления клеток у дрожжей и человека: «Вот как сам лауреат рассказывает о своем открытии. «Поначалу мы не могли поверить своим глазам, но когда вывели генетические последовательности на дисплей компьютера, то увидели, что они совпадают! Это был пример эволюционной консервативности, свидетельствующий о том, что у дрожжей и у человека клеточный цикл регулируется одинаково. Это был момент, когда можно было воскликнуть «Эврика!» К тому времени Нерс работал уже вместе с Тимом Хантом в Имперском фонде раковых исследований, где они организовали лабораторию по изучению механизмов контроля клеточного цикла» (И.Э.Лалаянц, 2002). Об этом же пишут Эндрю Мюррей и Марк Киршнер в статье «Чем регулируется клеточный цикл» (журнал «В мире науки», 1991, № 5): «Когда в 1987 г. были установлены аминокислотные последовательности белков – продуктов генов cdc2 дрожжей и человека, оказалось, что они удивительно сходны. На протяжении миллиарда лет эволюции этот ключевой белок сохранился – его структура претерпела лишь незначительные изменения, а функционально он не изменился вовсе» (Мюррей, Киршнер, 1991, с.27).

Индукция Алека Джеффриса. Английский биолог Алек Джеффрис (1984) пришел к мысли о том, что в хромосомах любого человека имеются отрезки ДНК, характерные только для него, индуктивно исходя из экспериментов по отслеживанию генетических отклонений в хромосомной ДНК. В этих экспериментах А.Джеффрис заметил, что образцы генетических проб разных людей сильно отличаются друг от друга. Индивидуальность отдельных участков ДНК сразу навела А.Джеффриса на мысль о возможности разработать эффективный метод идентификации личности по указанным отрезкам ДНК для криминалистики. Ряд авторов считают, что открытие А.Джеффриса было случайным, следовательно, можно говорить о том, что английский биолог реализовал здесь индукцию с фактором случая. Киви Берд в статье «Беспокойный юбилей» (журнал «Компьютерра», № 35 от 22 сентября 2004 г.) пишет: «Ровно двадцать лет тому назад Алек Джеффрис, ученый-генетик Лестерского университета

(Великобритания), сделал, бесспорно, самое выдающееся открытие в криминалистике и судебно-медицинской экспертизе XX века – он придумал, как идентифицировать человека по ДНК. Подобно многим другим великим открытиям, генетическая идентификация родилась благодаря случаю, как побочный результат иного, вполне рядового исследования. Ученые Лестерской лаборатории изучали один из новых методов отслеживания генетических отклонений в хромосомной ДНК, и вдруг Джеффрис, глядя на то, сколь сильно отличаются образцы проб (напоминающие штрих-коды) разных людей, сообразил, что это, по сути дела, готовый метод для эффективной идентификации личности – своеобразный «отпечаток пальца», остающийся индивидуальным и неизменным всю жизнь. Как вспоминает ныне Джеффрис, буквально в течение часа после рождения идеи он и его коллеги придумали для нового метода идентификации целую кучу полезных приложений. Британская криминалистика начала применять этот мощнейший инструмент уже через полгода, а после публикации в журнале «Nature» статьи Джеффриса, получившей большой резонанс в мире, стали говорить и о рождении целого научного направления» (К.Берд, 2004). Отметим, что здесь индукция сочеталась с аналогией. Сама мысль об использовании в криминалистике того факта, что у каждого человека имеются участки ДНК, характерные только для него, возникла у А.Джеффриса по аналогии с использованием в криминалистике того факта, что у каждого человека имеются на пальцах узоры, также характерные только для него.

Индукция Вальтера Геринга. Швейцарский ученый Вальтер Геринг (начало 1990-х годов) выдвинул предположение о том, что главная генетическая программа, определяющая формирование структур глаза, сохранилась неизменной со времен появления первого предка позвоночных и членистоногих (более 600 миллионов лет назад), индуктивно основываясь на следующем эксперименте. Юрий Панчул в статье «Эво-дево – магия XXI века» (еженедельный журнал «Новое время», № 23 (69) от 9 июня 2008 г.) повествует: «В начале 1990-х годов швейцарский исследователь Вальтер Геринг произвел странный эксперимент. Геринг внедрил ген мыши Pax-6, ответственный за формирование глаза, в тело… мухи. В результате у мухи начали формироваться недоразвитые глаза в самых разных местах тела – на ногах и даже на крыльях. Но самое поразительное: эти глаза были не мышиные, а мушиные. Как это возможно? Ведь анатомически глаза млекопитающих не имеют никакого отношения к фасеточным глазам насекомых. Каким образом генетическая программа мыши заработала в организме мухи? Ответ на этот вопрос был получен в рамках новой науки эво-дево, которая занимается расшифровкой и модификацией генетической программы построения тел живых существ во время эмбрионального развития» (Ю.Панчул, 2008). «После эксперимента с подсадкой гена мыши мухе, - продолжает Ю.Панчул, - Вальтер Геринг пришел к выводу, что главная генетическая программа построения глаза сохранилась в геноме животных еще со времен общего предка позвоночных и членистоногих – более 600 миллионов лет назад» (Ю.Панчул, 2008). Об этом же пишет Александр Зайцев в статье «Краткая история глаза» (журнал «Знание-сила», № 3, 2003): «…Немецкий биолог Вальтер Геринг выяснил, что ген под названием Pax-6 формирует органы зрения у человека, мышей и плодовых мушек дрозофил. Если он имеет дефект, глаз не развивается вовсе или остается в зачаточном виде. В свою очередь, при встраивании гена Pax-6 в определенные участки генома у животного появлялись дополнительные глаза. Опыты показали, что ген Pax-6 отвечает лишь за развитие органов зрения, а не за их тип. Так, с помощью гена, принадлежавшего мыши, ученый запускал механизм развития глаз у дрозофил, причем у них появлялись дополнительные органы зрения – тоже фасеточные – на ногах, крыльях и усиках. «С их помощью насекомые также могли воспринимать свет, - отмечает Вальтер Геринг, - ведь нервные окончания тянулись от дополнительных органов зрения к соответствующему участку головного мозга». Позднее тот же генетик сумел вырастить на голове лягушки дополнительные глаза, манипулируя геном Pax-6, взятым у дрозофилы. Его коллеги обнаружили тот же самый ген у лягушек, крыс, перепелов, кур и морских ежей. Исследование гена Pax-6 показывает, что все известные нам типы органов зрения могли возникнуть благодаря генетическим мутациям одного и того же «первоглаза» (А.Зайцев, 2003). Б.Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) пишет об опытах Вальтера Геринга: «Сначала в Германии, потом в Швейцарии исследователи провели ряд довольно странных экспериментов, которые дали совершенно неожиданные и весьма интересные результаты. В одном из них взяли ген, управляющий развитием глаза мыши, и ввели его в личинку плодовой мушки. Думали, что в результате получится что-то гротескное. На деле же ген мышиного глаза не только создал у мухи жизнеспособный глаз, но это был мушиный глаз. Налицо были два существа, не имевшие общего предка 500 миллионов лет, тем не менее, способные обмениваться генетическим материалом, словно родные сестры» (Брайсон, 2007, с.395).

Индукция Клауса Ведеркинда и Сандры Фюри. К.Ведеркинд и С.Фюри (1997) высказали гипотезу о том, что мужчины и женщины больше всего предпочитают тех особей, у которых ген MHC (ген главного комплекса гистосовместимости) максимально отличается от их собственного гена MHC, индуктивно исходя из обнаружения подобных половых предпочтений в экспериментах на мышах. М.Ридли в книге «Геном» (2009) пишет о находке К.Ведеркинда и С.Фюри: «Они обнаружили, что мужчины и женщины больше всего предпочитают (или считают менее противным) запах представителей противоположного пола, которые генетически наиболее далеки от них. Ведеркинд и Фюри обратили внимание на ген MHC, лежащий на хромосоме 6. Белок этого гена участвует в определении иммунной системой организма своих и чужих белков. Ген оказался чрезвычайно изменчивым. В опытах на мышах ученые обнаружили, что самка мыши отдает предпочтение самцам, у которых ген MHC максимально отличается от ее собственного гена, о чем она судит по запаху мочи самца. Ведеркинд и Фюри задумались, а не сохранилось ли у людей чутье на альтернативный генотип. Оказалось, что женщинам также больше нравился запах тех мужчин, которые наиболее сильно отличались от них генетически» (Ридли, 2009, с.193).

Индукция Эндрю Фаера (Файра) и Крейга Мелло. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2006 год Э.Фаер и К.Мелло (1998) пришли к выводу о существовании РНК-интерференции, при которой одни молекулы РНК способны выводить из строя другие молекулы РНК в живом организме, индуктивно основываяь на исследовании функционирования генов мышечного белка в организме червя нематоды. В ходе этих исследований ученые ввели в организм нематоды одновременно информационную РНК и анти-РНК и обнаружили, что после этого червяк начинает биться в судорогах. Подобные телодвижения у нематод наблюдаются и при выключении гена мышечного белка, то есть когда мышечный белок не синтезируется в клетках совсем. Э.Фаер и К.Мелло поняли, что РНК и анти-РНК «нейтрализуют» друг друга, образуя прочную двухцепочечную молекулу. М.С.Кленов в статье «Лауреаты Нобелевской премии 2006 года по физиологии или медицине – Э.Файер и К.Мэллоу» (журнал «Природа», 2007, № 1) указывает: «Настоящей сенсацией стало открытие Файера и Мэллоу, опубликовавших в 1998 г. в «Nature» результаты своих экспериментов: инъекция молекул двухцепочечной РНК (РНК в виде двух спаренных комплементарных цепей) в организм нематоды… приводит к эффективному и строго специфичному выключению (подавлению экспрессии) гена, нуклеотидная последовательность которого совпадает с нуклеотидной последовательностью введенной двухцепочечной РНК. После выключения гена перестает образовываться кодируемый им белок и, следовательно, исчезает определенный признак; при этом другие гены организма продолжают работать» (М.С.Кленов, 2007). Вывод данных ученых представлял собой индукцию с фактором случая, поскольку они случайно обнаружили способность двухцепочечной РНК блокировать работу гена. В.И.Левин в книге «История информационных технологий» (2007) рассказывает об исследованиях Фаера и Мело: «На одной из классических моделей генетического анализа – генома червя – они изучали способы выключения (так называемой блокировки) отдельных генов. Их целью было понять, за что отвечает каждый ген. В одном из опытов они ввели червям двухцепочечную РНК с таким же кодом, как у блокируемого гена. И ген «выключился». Так почти случайно был открыт феномен РНК-интерференции. По существу, ученые обнаружили фундаментальный механизм контроля над потоком генетической информации» (В.И.Левин, 2007). Об этом же факторе случая в открытии блокирующей роли двухцепочечной РНК пишут А.Чубенко и А.Левин в статье «Нобель 2006. Кто стал миллионером» (журнал «Популярная механика», 2006, декабрь): «В экспериментах с нематодами Caenorhabditis elegans (этому микроскопическому червячку давно пора поставить памятник за его вклад в молекулярную биологию и генетику) Файр и Мелло планировали подавлять экспрессию генов с помощью одноцепочечных РНК, а двухцепочечные вводили для контроля. Так что нобелевское открытие они сделали, в общем-то, случайно – но, обнаружив, что двухцепочечные фрагменты работают намного лучше, сумели оценить их потенциальные возможности» (А.Чубенко, А.Левин, 2006).

Индукция Энтони Монако. Э.Монако (2001) сформулировал идею о существовании гена, участвующего в формировании наших речевых способностей и названного геном FOXP2, индуктивно основываясь на многостадийном исследовании, в котором бало обнаружено, что у членов семьи с нарушениями речи в составе ДНК были ненормальные, мутированные копии гена FOXP2, что и определяло дефекты речи. Илья Кулешов в статье «Природа речи» (электронный сайт «Научная сеть», 05.10.2001 г.) пишет: «Британские ученые идентифицировали первый ген, принимающий участие в развитии речи и познании языка. Открытие было сделано учеными из Оксфорда и Лондона с использованием информации, полученной в рамках проекта «Геном человека». Руководил исследованиями профессор Энтони Монако… в Оксфорде. Он сообщил, что полученная информация будет незаменима в диагностировании речевых расстройств, а также поможет обнаружить другие определяющие речь гены. Ген был обнаружен после изучения трех поколений семьи, многие родственники в которой страдали редким нарушением речи. Теперь известно, что ген под названием FOXP2 является причиной ошибки в ДНК. FOXP2 отвечает за производство белка, контролирующего другие вовлеченные в речевой процесс гены» (И.Кулешов, 2001). Игорь Лалаянц считает, что в открытии гена речи FOXP2 определенную роль сыграл фактор случая. В статье «Ген речи» (журнал «Знание-сила», 2003, № 8) он пишет о том, как проводился анализ ДНК семьи, члены которой страдали расстройствами речи: «Хромосомный анализ, проведенный у всех, за исключением дедушки, членов этой большой семьи, показал, что ген локализуется в длинном плече седьмой хромосомы. Более точной локализации и характеристике гена помог случай. При обследовании детей случайно был обнаружен пятилетний мальчик КС с таким же, как у членов семьи КЕ, расстройством речи и языка, проявляющемся в нарушениях грамматики и синтаксиса, то есть неумении пользоваться окончаниями слов и нарушении их порядка в предложении, что крайне важно для английского. Генетический и хромосомный анализ показал, что у мальчика произошло перемещение отрезка 5-й хромосомы на конец 7-й. В результате произошло нарушение функции одного из генов, управляющих моторикой речи. Это – у мальчика. У членов же семьи КЕ произошла мутация в 14-м экзоне, в результате чего аминокислота аргинин в 553-м положении от начала белковой цепи заменилась на гистидин или другую аминокислоту (это похоже на опечатку в названии романа «Война и мир»)» (И.Лалаянц, 2003).

Индукция Йоханнееса Краузе. Немецкий биолог Йоханнес Краузе выдвинул гипотезу о том, что эволюционные предшественники человека неандертальцы обладали речью, индуктивно отталкиваясь от обнаружения в двух фрагментах костей неадертальца той же версии гена FOXP2, который открыт у человека. Сходство (аналогия) версий гена FOXP2, выделенных из костей неандертальца и ДНК человека, натолкнуло Краузе на его смелую гипотезу. Здесь индукция весьма похожа на аналогию. Джон Уитфилд в статье «Ген речи» (журнал «В мире науки», 2008, № 4) пишет: «Йоханнес Краузе удивился, когда оказалось, что у неандертальцев была та же самая версия гена FOXP2, что и у современных людей. Выполненные им ранее исследования генетического разнообразия современных популяций показали, что наша форма этого гена возникла в последние 20 тыс. лет – то есть через 150 тыс. лет после того, как разделились ветви неандертальцев и современных людей. По его мнению, это показывает, что генетика современных людей отражает наше эволюционное прошлое не совсем так, как мы думали раньше» (Д.Уитфилд, 2008). «Нет никаких оснований думать, что неандертальцы не обладали речью», - говорит Йоханнес Краузе из Института эволюционной антропологии Макса Планка в Лейпциге, Германия. В самом деле, подтверждением этому может служить недавнее открытие Краузе с коллегами того факта, что у неадертальцев и современных людей одна и та же версия FOXP2 – единственного известного гена, связанного с речью» (Д.Уитфилд, 2008).

Индукция Кэтрин Поллард. Американская женщина-биолог Кэтрин Поллард (2006) сформулировала идею о существовании в геноме человека зоны ускоренного развития, то есть генов, которые изменяются в процессе эволюции с высокой скоростью, индуктивно исходя из результатов сопоставления генома человека с геномами шимпанзе и других животных на основе специальной компьютерной программы. Дэвид Биелло в новостной заметке «Ген, который сделал человека человеком» (журнал «В мире науки», 17.08.2006 г.) пишет: «Кэтрин Поллард из Калифорнийского университета в Дэвисе начала свои исследования с того, что стала с помощью компьютерной техники сопоставлять геномы шимпанзе и человека в поисках областей ДНК, претерпевших наибольшие изменения. Ей удалось выявить 49 таких областей в геноме человека. Она назвала их HAR-области (зоны ускоренного развития). Наиболее радикально изменившаяся область, получившая название HAR1, отличалась в 18 нуклеотидных парах из 118. Эти изменения произошли за последние несколько миллионов лет. За предшествующие 310 млн. лет, которые отделяют цыплят от обезьян, в этой области изменились только две нуклеотидные пары. «Это действительно революционные изменения», - замечает Поллард» (Д.Биелло, 2006).

Индукция Уильяма Коли (Виллиамса Колея). Американский хирург Уильям Коли (1890) выдвинул гипотезу о лечении рака с помощью бактерий, вызывающих у человека инфекцию, индуктивно исходя из найденного в медицинских архивах упоминания о том, что ряд инфекционных заболеваний останавливает процесс развития раковых опухолей. Среди этих заболеваний – скарлатина или ангина, вызываемые стрептококками. Ольга Дюбанкова в статье «Альтернативные методы лечения рака: мифы и реальность» (газета «АИФ Здоровье», 18.03.2004 г.) пишет о необычном методе борьбы с раком У.Коли: «Начало методу положил в 1890-е гг. американский врач Уильям Коли после того, как провалилась его попытка спасти молодую женщину с раком костей. Он проанализировал множество аналогичных случаев и заметил, что те больные, которые после операции перенесли инфекционные осложнения, в конечном итоге имели больше шансов выкарабкаться, чем остальные. Это натолкнуло его на мысль, что бактериальная инфекция помогает стимулировать иммунную систему, заставляя ее бороться с раковыми клетками. Сначала он пробовал вводить пациентам живую вакцину, но из-за высокого риска перешел на «убитую». Токсины Коли вводили больным с различными опухолями вплоть до 1950 гг.» (О.Дюбанкова, 2004). Об этом же пишут многие другие авторы. Д.К.Рансбергер и Д.С.Ной в книге «Энзимы и энзимотерапия» (1997), повествуя о том, как известный американский онколог Ллойд Оулд случайно познакомился с работами У.Коли, отмечают: «Самые обширные исследования в области рака, направленные на поиски возможных субстанций и факторов, способных как вызывать, так и лечить раковые заболевания, проводились в США. Ведущая роль в этих исследованиях принадлежит, бесспорно, институту Слоун-Кеттеринга в Нью-Йорке, в котором на протяжении нескольких десятилетий работал профессор Ллойд Оулд. При поиске упомянутых факторов и субстанций Оулд наткнулся на исследования доктора Виллиамса Колея. Этот врач, живший сто лет назад, уже тогда обратил внимание на факт, что больные раком, перенесшие ранее одно или несколько инфекционных заболеваний, таких, например, как скарлатина или ангина, вызываемые стрептококками, жили намного дольше или даже выздоравливали. У этих пациентов раковая опухоль уменьшалась или – хотя и временно – переставала далее развиваться. Доктор Колей приготовил раствор ослабленных стрептококков (так называемый колейтоксин) и инфицировал им своих пациентов, больных раком. К сожалению, результаты его исследований не могли быть проверены остальными врачами; они стали известны намного позднее благодаря его дочери, которая опубликовала истории болезней восьмиста девяноста шести успешных случаев лечения раковых заболеваний этим своеобразным способом» (Д.К.Рансбергер и Д.С.Ной, 1997). Алексей Левин в статье «Иммунотерапия рака: обучаем дендритные клетки» (портал «Вечная молодость», 29.01.2009 г.) пишет: «Еще в конце 18 века врачи подметили, что у некоторых раковых больных опухоли уменьшаются в размерах или даже полностью исчезают после перенесенного инфекционного заболевания. Позднее на это обращали внимание такие классики медицины 19 столетия, как Луи Пастер и Роберт Кох. В 1890 году нью-йоркский врач Уильям Коли даже начал вводить раковым больным живые и убитые бактерии и экстракты бактериальных культур, причем кое-кому такое лечение помогало. (…) Много позже ученые пришли к выводу, что инфицирование бактериями заставляет организм вырабатывать биологически активное вещество, которое либо убивает опухолевые клетки, либо снижает скорость их деления. В середине 70-х годов прошлого века было доказано, что в этой роли выступает специфический белок, который назвали фактором некроза опухолей» (А.Левин, 2009).

Индукция Г.Т.Битсона. Британский хирург Г.Т.Битсон (1896) сделал заключение о влиянии веществ, содержащихся в половых железах, на развитие раковой опухоли, индуктивно основываясь на том, что ему удалось добиться регресса рака молочной железы у пациентов после удаления яичников. Л.М.Бернштейн в статье «Гормональный канцерогенез» (журнал «Природа», 2000, № 3) пишет о том, какой год следует считать началом онкоэндокринологии – науки о взаимосвязи рака и желез внутренней секреции: «…Ее «официальным» началом следует считать 1896 г., когда британский хирург Г.Т.Битсон, удалив яичники у больных раком молочной железы, добился регресса опухолей и тем самым показал зависимость последних от субстанций, продуцируемых этими половыми железами. Этот факт, впервые установленный в конце прошлого века, впоследствии не раз подтверждался многочисленными экспериментами» (Л.М.Бернштейн, 2000).

Индукция Джона Бэрда. Джон Бэрд (1907) разработал концепцию, согласно которой лечение рака возможно с помощью энзимов (ферментов), так как рак появляется в результате недостатка этих ферментов в живых тканях, индуктивно исходя из опытов успешного торможения раковых опухолей с помощью свежего поджелудочного сока молодых животных. Джон Бэрд брал свежий, отфильтрованный сок из поджелудочной железы молодых животных и вводил его в вену или ягодичную мышцу пацента, больного раком. Если раковая опухоль была доступна, он вводил этот сок прямо в нее. Такой способ лечения рака не всегда давал положительные результаты, но в ряде случае удавалось добиться регрессии (редукции) опухоли. Д.Бэрд проводил подобные исследования в условиях жесткой критики со стороны многих специалистов. Д.К.Рансбергер и Д.С.Ной в книге «Энзимы и энзимотерапия» (1997) пишут: «Доктор Бэрд, однако, не сдавался, ведь большая часть его пациентов была больна раком в последней стадии. Именно поэтому в данном случае каждый метод был оправдан даже тогда, когда в результате был лишь намек на помощь. Наряду с неудачами доктор Бэрд наблюдал и такие случаи, когда в результате энзимных инъекций опухоль на самом деле распалась, развитие заболевания замедлялось, и больные жили гораздо дольше, чем им предсказывали самые оптимистические прогнозы. В целом он лечил сто семьдесят больных. В 1907 году он издал книгу под названием «Лечение рака с помощью энзимов и его научные основы», в которой описал свой опыт. В этой книге доктор Бэрд написал о том, что ему удалось с помощью сока поджелудочной железы новорожденных животных помочь более чем половине пациентов, болевших неизлечимой формой рака, и как ему удалось значительно продлить их жизнь» (Д.К.Рансбергер и Д.С.Ной, 1997).

Индукция Эрнста Фройнда. Венский врач Эрнст Фройнд сделал заключение о наличии в крови здоровых людей веществ, подавляющих рост раковых опухолей, индуктивно основываясь на следующих наблюдениях. Д.К.Рансбергер и Д.С.Ной в книге «Энзимы и энзимотерапия» (1997) указывают: «В своей работе Фройнд и Каминер описали опыты, в которых они к клеточным культурам, содержавшим раковые клетки, добавляли небольшие количества сыворотки крови здоровых людей, причем было обнаружено, что сыворотка содержит вещество, уничтожающее раковые клетки, растворяя их. В результате проведенных экспериментов они пришли к заключению о том, что кровь здоровых людей должна содержать субстанцию, подавляющую рак. В крови больных раком эта субстанция или отсутствует полностью, или же ее активность подавлена каким-то блокирующим фактором» (Д.К.Рансбергер и Д.С.Ной, 1997).

«Вспоминая блестящую научную деятельность Пьера Кюри, нельзя забыть о его личности, о его скромности, высокой проницательности и передовых убеждениях. Он решительно отклонял все виды наград и почестей, которые ему предлагали. С отвращением он говорил об обычае добиваться научных должностей путем посещения кандидатами влиятельных лиц».

А.Ф.Иоффе о Пьере Кюри

Индукция Пьера Кюри. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1903 год Пьер Кюри пришел к мысли о возможности лечения людей, страдающих раком, с помощью радиоактивного элемента радия, индуктивно исходя из опытов на животных, в которых облучение раковых опухолей радием приводило к разрушению больных клеток. С.И.Венецкий в книге «О редких и рассеянных. Рассказы о металлах» (1987) пишет: «П.Кюри вместе с врачами проводит ряд опытов по облучению животных. Результаты ошеломляющие: разрушая больные клетки, радий помогает излечить рак кожи – болезнь, против которой медицина всегда была бессильна. Вскоре уже многие парижские больные узнают чудодейственную силу радиотерапии. Первое время супруги Кюри обеспечивают врачей пробирками с эманацией радия, но новый вид лечения находит все больше сторонников, и скромная лаборатория физиков уже не может удовлетворить спрос на радиевые препараты. Лечебные свойства радия привлекают внимание промышленников. Из Америки в адрес Кюри приходит письмо: в Буффало намечено строительство радиевого завода, и американские технологи просят ученых дать им сведения, необходимые для разработки проекта. Супруги могут, запатентовав свои идеи и закрепив таким образом право на промышленную добычу радия, извлечь из этого большую материальную выгоду. Им очень нужны деньги, но истинные ученые не считают себя собственниками радия – их детище принадлежит всем людям. В Буффало отправлено письмо с подробными указаниями, как извлекать радий из руд» (С.И.Венецкий, 1987). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1962 год Дж.Уотсон в статье «Молекулярная биология и проблема рака» (журнал «Химия и жизнь», 1973, № 1) пишет: «Первым научным открытием, которое было использовано для лечения рака, было открытие радия и затем – способности его излучения убивать клетки опухоли быстрее, чем нормальные клетки» (Уотсон, 1973, с.29).

Индукция Пейтона Рауса. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1966 год Пейтон Раус (1911) склонился к заключению о важной роли вирусов в возникновении злокачественных опухолей у животных, индуктивно базируясь на том, что особый вирус способен вызвать у кур злокачественную опухоль, получившую название куриной саркомы. Л.Л.Киселев и Е.С.Левина в книге «Лев Александрович Зильбер» (2004) отмечают: «Пейтон Раус, открывший в 1911-1913 гг. первый опухолеродный вирус (вирус куриной саркомы, который уже давно носит его имя) спустя 55 (!) лет получил за это открытие Нобелевскую премию. Это стало признанием значения вирусов в этиологии рака, а затем Х.Вармус и М.Бишоп получили Нобелевскую премию за открытие онкогена в составе этого вируса. Полагаем, что все это получило признание научного сообщества еще и потому, что с 1945 по 1966 г. Зильбер отстаивал, развивал, пропагандировал созданную им вирусогенетическую теорию возникновения рака» (Киселев, Левина, 2004, с.551). В другом месте той же книги Л.Л.Киселев и Е.С.Левина повторяют свою мысль: «Еще в 1910 г. американский ученый Раус показал, что некоторые злокачественные опухоли кур можно вызвать путем введения здоровым курам фильтрованных экстрактов из опухолей. Эти экстракты не содержали опухолевых клеток, но содержали особый ультравирус, способный вызвать перерождение нормальных клеток курицы в клетки злокачественной опухоли. Отсюда возникла теория, высказывавшаяся ранее и другими, что рак и другие злокачественные опухоли вызываются ультравирусами, т.е. мельчайшими биологическими агентами, не видимыми в обычные микроскопы. Действительно, было показано, что и другие опухоли, в частности некоторые опухоли кроликов, вызываются ультравирусами. Но таких опухолей оказалось немного. Попытка же найти какие-либо ультравирусы в других многочисленных опухолях, в том числе и в опухолях человека, были безуспешными» (там же, с.562).

Индукция К.Ямагивы и К.Ичикавы. Японские исследователи К.Ямагива и К.Ичикава (1914, 1916) выдвинули предположение о том, что раковые опухоли могут возникать у животных и человека при длительном контакте с продуктами перегонки каменного угля, индуктивно основываясь на опытах, в которых длительное смазывание кожи ушей кроликов каменноугольной смолой приводило к возникновению у них раковых опухолей. Таким образом, было установлено канцерогенное действие полициклических ароматических углеводородов. В «Большой медицинской энциклопедии», написанной под редакцией Н.А.Семашко (1934), указывается: «Из области чистого эксперимента за последнее время исключительное внимание обращено на воспроизведение рака у животных (мышей, кроликов) методом длительного смазывания кожи каменноугольным дегтем. В 1915-1918 гг. Ямагива и Ичикава опубликовали на эту тему классические работы. Закономерность появления рака у белых мышей под влиянием дегтярных смазываний, длящихся месяцами, уже является не чем-то случайным, а строго проверенным наблюдением. Так, по Иордану, мыши, выдерживающие смазывание свыше 4 месяцев, получают рак в 100% на месте нанесения дегтя на кожу» («Большая медицинская энциклопедия», 1934). Интересно, что на проведение опытов Ямагивы и Ичикавы повлияли более ранние сведения о возникновении рака у людей, контактирующих с продуктами каменного угля. Так, в 1775 году английский хирург П.Потт описал рак кожи мошонки у трубачистов, который явился результатом длительного загрязнения их кожи продуктами перегонки каменного угля, сажей, частицами дыма.

Индукция Леона Шабада. Известный отечественный биолог Леон Шабад (1937) сформулировал представление о существовании эндогенных бластомогенных веществ, индуктивно основываясь на опытах, в которых удалось впервые в мире получить опухоли у животных в результате введения экстрактов из тканей людей, умерших от рака. В статье «История онкологии» («Русский онкологический портал») указывается: «В 1937 г. впервые в мире была доказана возможность получения опухолей у животных в результате введения экстрактов из тканей людей, умерших от рака, и тем были заложены основы представлений об эндогенных бластогенных веществах (Л.М.Шабад). Эта концепция была в дальнейшем развита как в СССР (Л.М.Шабад и др., М.О.Раушенбах), так и за рубежом (Лакассань, Бойланд)» («Русский онкологический портал»).

Индукция Иосифа Роскина и Нины Клюевой. И.Г.Роскин (1931) сделал заключение о противораковом действии одноклеточного жгутиконосного организма трипаносомы, индуктивно исходя из наблюдения случаев, когда этот организм тормозил развитие широкого спектра опухолей у животных. И.Г.Роскин и Н.Г.Клюева (1942) пришли к выводу об эффективности препарата, изготовленного из трипаносом, для лечения рака, основываясь на клинических данных, которые показали, что этот препарат блокирует опухоль в случаях рака гортани, губы, пищевода, груди, шейки матки. Препарат был назван круцином (КР). М.Голубовский в статье «Биотерапия рака, «дело КР» и сталинизм» (журнал «Звезда», 2003, № 6) повествует: «В 1931 году Роскин открыл, что одноклеточный жгутиконосный микроорганизм, простейшее Trypanosoma cruzi (а также экстракт из ее клеток) тормозит развитие широкого спектра опухолей у животных. Открытие хорошо совпадало с удивительными наблюдениями эпидемиологов, что рак (в его разных воплощениях) у многих людей спонтанно исчезал, если они одновременно переболевали трипаносомиазом. После болезни они оставались как бы иммунны к раку. В итоге, заболеваемость раком в несколько раз меньше в тех районах Южной Америки, где распространена болезнь Чагаса. Название болезни идет от имени бразильского паразитолога Карлоса Чагаса (1879-1933), открывшего в 1909 году возбудителя – протиста трипаносому» (М.Голубовский, 2003). «Было решено, - продолжает М.Голубовский, - что Клюева доведет препарат до его клинических испытаний, а Роскин продолжит клеточные наблюдения по действию препарата, названного «круцин», или «КР» (инициалы фамилий авторов). Несмотря на военное время и эвакуацию, уже к концу 1945 года были получены варианты препарата с активностью, в 400 раз выше первичной, вчерне решена трудная задача его производства в достаточных количествах и получены первые клинические данные о противоопухолевом действии круцина в случае рака гортани, губы, пищевода, груди, шейки матки. В начале марта 1946 года Клюева и Роскин подготовили данные своих изысканий в виде рукописи будущей книги» (М.Голубовский, 2003). Об этом же пишет Григорий Эпштейн в статье «Суд над наукой» (журнал «Чайка», № 10 (69) от 19 мая 2006 г.): «О своих результатах Клюева и Роскин сообщили в середине 40-х годов: они утверждали, что разработали препарат, излечивающий различные виды рака и дали ему название КР (в дальнейшем он фигурировал под названием круцин или трипаноза). Эксперименты проводились на белых мышах, больных раком молочной железы. Ученые обнаружили, что трипаносомы, попадая в кровь мышей, больных раком, избирательно накапливаются в опухоли, размножаются там и разрушают раковые клетки. Результаты этих экспериментов оказались настолько поразительными, что Клюева и Роскин сочли возможным перенести их в медицинскую практику. Первые 57 пациентов, при лечении которых был применен препарат КР, страдали разными формами рака. Клинические испытания препарата авторы сочли положительными» (Г.Эпштейн, 2006). Исследования Г.И.Роскина и Н.Г.Клюевой находят отражение в книге Гуго Глязера «Новейшие победы медицины» (1966), где автор пишет: «Из так называемой трипанозомы Круци было получено особое вещество круцин, который исследователи использовали для своих опытов. Профессора Н.Г.Клюева и Г.И.Роскин с 1947 года проводили эксперименты, а Г.И.Роскин опубликовал в 1960 году работу об этих опытах. Круцин в некоторых случаях, так сказать, переделывает раковые клетки и тем самым будто бы способствует излечению рака. Работы в этом направлении, несомненно, важны, но высказать окончательное суждение нельзя» (Глязер, 1966, с.89).

Индкция Альфреда Гилмана и Луиса Гудмана. Биохимик А.Гилман и физик Л.Гудман (1942) высказали мысль о возможности лечения рака с помощью соединений на основе иприта, индуктивно основываясь на экспериментах по лечению лимфосаркомы у мышей с помощью подобных соединений. Данные эксперименты были проведены после того, как сначала было замечено противоопухолевое действие иприта на людях. Интересно, что мысль данных исследователей о противоопухолевом действии соединений иприта представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку первоначально способность иприта подавлять рост раковых клеток, то есть способность этого вещества облегчать состояние людей, больных раком, была открыта случайно. Наблюдения о таком необычном действии иприта, который ранее применялся в качестве боевого отравляющего вещества, делались неоднократно во время Первой и Второй мировой войны. Специалисты по-разному описывают историю открытия антиракового действия иприта, но за различием деталей этого описания просматривается общая суть – случайность находки. Г.И.Абелев в книге «Очерки научной жизни» (2006) повествует: «Первые эффективные противоопухолевые препараты были найдены случайно при изучении токсичности иприта и его производных. Было замечено, что у людей, работающих с этими веществами, резко снижается количество лимфоцитов в крови. Это дало основание проверить их токсичность для лимфосарком мышей – с блестящим результатом, а затем и у людей – сразу с резко положительным эффектом. Так возник класс алкилирующих противоопухолевых препаратов» (Г.И.Абелев, 2006). Ольга Павлоцкая в статье «Ракетоноситель для клетки» (газета «Зеркало недели», № 11 (640), 24-30 марта 2007 г.) цитирует украинского профессора Евгения Суслова: «Дело в том, что история возникновения противоопухолевых препаратов началась с тех пор, когда фашисты, решив ликвидировать онкобольных узников концлагеря, ради эксперимента посадили их в камеру, которую потом заполнили газом ипритом. Обреченные остались живы, мало того, у них уменьшились опухоли. После этого случая все фармакологические онкопрепараты берут начало от этого «родоначальника», поскольку он повышает проницаемость лекарств в ткани» (О.Павлоцкая, 2007). Валерий Мишаков в статье «А все-таки он лечится?» (газета «МК в Питере», 06.07.2005 г.) приводит высказывание профессора Михаила Гершановича: «Во время Первой мировой войны медики совершенно случайно заметили странную закономерность. У солдат, страдавших онкологическими заболеваниями, после отравления ипритом вдруг ни с того, ни с сего замедлялся рост опухоли. Изучение этого феномена привело к созданию первого препарата для химиотерапии (эмбихинон), который используется во многих странах до сих пор» (В.Мишаков, 2005). Винсент де Вита в статье «Основы противоопухолевой терапии» (2-й том многотомной книги «Внутренние болезни», редакторы – Е.Браунвальд, К.Иссельбахер, Р.Г.Петерсдорф, 1993) пишет: «Развитие лекарственной терапии рака началось со случайного обнаружения цитотоксического действия на лимфоциты горчичных газов, применявшихся во время I и II мировых войн. Противоопухолевое вещество – азотистый иприт (производное горчичного газа иприта) использовалось для лечения лимфом в 40-х годах» (В.де Вита, 1993). Соединениям иприта в медицине давали самые различные названия: от эмбихина до меклоретамина – в зависимости от включаемых в состав соединений других веществ. Авторство А.Гилмана и Л.Гудмана в экспериментальном подтверждении противоопухолевого эффекта иприта описывается в статье «Химиотерапия: вчера и сегодня» (сайт «Центр биологической терапии «Антирак»): «Не стоит, наверное, удивляться, что первое лекарственное средство против рака было разработано не каким-то известным ученым в рамках отдельной научной программы, а двумя молодыми исследователями, занимавшимися совершенно иного рода проблемой. Это лекарство, известное как меклоретамин, по-прежнему используется сегодня при лечении лейкоза, лимфомы и некоторых плотных опухолей. Оно входит в программу химиотерапии из нескольких различных препаратов, которая назначается страдающим лимфогранулематозом. Однако в начале 1942 г., когда биохимик Альфред Гилман, физик Луис Гудман и их коллеги приступили к изучению этого соединения, оно имело секретное кодовое название «Эйч-Эн 2» - так именовалось смертоносное химическое оружие класса азотистых ипритов. По своему составу оно было близко иприту (горчичный газ), который во время Первой мировой войны искалечил и погубил тысячи солдат» (сайт «Центр биологической терапии «Антирак»). При этом открывателя лечебного действия соединений иприта Альфреда Гилмана не следует путать с его сыном, лауреатом Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1994 год Альфредом Гилманом, который открыл G-белки и их роль в сигнальной трансдукции в клетке.

Индукция Анатолия Качугина. Известный советский изобретатель А.Т.Качугин (1949) сформулировал идею о возможности применения тубазида – комбинации гидразина и изоникотиновой кислоты для борьбы с туберкулезом, индуктивно основываясь на результатах успешного лечения туберкулеза у мышей, собак, а впоследствии и пациентов одного из туберкулезных диспансеров г.Москвы этим препаратом. А.Ренкель в статье «Коктейль Молотова» (журнал «Изобретатель и рационализатор», 2005, № 5) пишет о А.Т.Качугине: «Еще в 1926 г. судьба свела его с гидразином – соединением хлорной извести с аммиаком. Тогда он обнаружил, что это очень ядовитое вещество обладает невероятной лучистой энергией. Позже Качугин вспомнил о нем, вплотную занявшись изучением туберкулеза. Исследования Анатолия Трофимовича завершились созданием лекарства тубазид. Мыши и бездомные дворняги были первыми, на ком он проверял действие препарата. Предстояло главное – люди. Его познакомили с Беллой Кейфман, молодым врачом-фтизиатром из поликлиники в Филях. Вместе они стали лечить новым препаратом 96 туберкулезников в различной форме и стадии заболевания. И все 96 (!) выздоровели. Так началось триумфальное шествие лекарства Качугина» (А.Ренкель, 2005). Помимо индукции, в истории открытия А.Т.Качугина присутствовали также аналогия и дедукция. В 1930-е годы он занимался фотографией и знал, что гидразин является химическим активным веществом. Стоило его вылить на фотопластинку, как та быстро чернела, будто от солнечного света. Изобретатель по аналогии перенес свои знания из области фотографии в сферу поиска средств против туберкулеза. А.Т.Качугин также знал, что туберкулезная палочка не переносит действия химически активных лучей, в частности, солнечного света, кварцевых ламп. А здесь уже дедукция: для подавления роста возбудителей туберкулеза нужно использовать химически активные вещества. Гидразин является химически активным веществом. Следовательно, это вещество может оказаться полезным при лечении данного инфекционного заболевания.

Индукция Анатолия Качугина. А.Т.Качугин (1949, 1950) предложил применять при лечении рака соединения кадмия, индуктивно исходя из литературных данных, которые свидетельствовали о блокирующем действии соединений кадмия на рост раковых опухолей. Кроме того, А.Т.Качугин опирался на свои собственные эксперименты. Его супруга Б.Я.Качугина в книге «С высоты прожитых лет» (2001) пишет о том, что было известно до Качугина: «Было известно, например, что кадмий блокирует сульфгидрильные (серосодержащие) группы белка, из которых строится раковая опухоль. Казалось бы, путь найден, но опыты, проведенные в 1917 году японцем Хюсси, не дали положительных результатов. Больше того, Хюсси доказал на мышах, что кадмий токсичен, то есть ядовит и вредно влияет на организм. Но и после этого и сам Хюсси, и Ишивара, и Симпсон, и Марш работали с кадмием. Однако он по-прежнему не давал положительных результатов. Ученые втыкали иглу с раствором кадмия в опухоль, а она не обращала на это внимания и росла. Так был отвергнут кадмий. Но немного позднее Баррет доказал, что кадмий совершенно различно действует на организм мышей и человека. То, что для мышей смертельно, для человека абсолютно безвредно» (Б.Я.Качугина, 2001). Собственные исследования и эксперименты А.Т.Качугина позволили ему обратить внимание на то, что кадмий стимулирует рост соединительной ткани, а раковые клетки боятся этого роста. Б.Я.Качугина указывает: «Работая в тридцатых годах токсикологом в Институте Химобороны, Качугин заметил, что кадмий обладает способностью фиброгенеза, то есть может строить соединительную ткань. Это было очень важным открытием, так как Качугин же позднее впервые установил, что фиброгенез у раковых больных сильно занижен. Вот так постепенно и выкристаллизовался метод: остановить семикарбазидом рост опухоли и расплавить ее, а потом заполнить пустоты при помощи иодистого кадмия - фиброзом» (Б.Я.Качугина, 2001).

Индукция Анатолия Качугина. Одной из индуктивных посылок, убедивших Качугина (1950) в полезности семикарбазида – соединения, также включающего в себя гидразин, для лечения рака, был опыт на самом себе. М.Генкина в статье «Забвение» (журнал «Нева», 2003, № 3) констатирует: «Чтобы доказать действенность своего противоракового препарата, Качугин принял лошадиную дозу канцерогенного вещества, получил рак желудка, а потом излечился своим препаратом» (М.Генкина, 2003). Об этом же пишет Марк Кабаков в статье

«Профессия - изобретатель» («Независимая газета», № 12 (75) от 28 июня 2001 г.): «Первый эксперимент Качугин провел на себе. Повторяя подвиг Луи Пастера, он принял большую дозу канцерогенов, «привив» себе таким образом рак желудка, и приступил к самоизлечению. Почти год прошел в мучительном ожидании («помру или нет»). И лишь когда опухоль постепенно истаяла, Качугин решился публично объявить о новом методе» (М.Кабаков, 2001). Обращает на себя внимание то, что Качугин применил при лечении рака соединение, содержащее гидразин, подобно тому, как он использовал соединение с гидразином (тубазид) при лечении туберкулеза. Причина этого заключается в том, что еще до эксперимента на самом себе он провел аналогию между туберкулезом и раком, усмотрев в разных патологических процессах общую природу. Эта аналогия сыграла важную роль в работе А.Т.Качугина. В книге «С высоты прожитых лет» (2001) Б.Я.Качугина пишет: «Считая, что рак и туберкулез имеют одну общую причину, он предлагает прививать молодые яблони туберкулином, а затем яблоками с этих деревьев кормить больных туберкулезом и раком. Используя эти яблоки несколько странного «видоизмененного вкуса», он добился торможения роста опухоли с одновременной стимуляцией деления нормальных клеток» (Б.Я.Качугина, 2001).

Индукция Франца Халберга. Ф.Халберг выдвинул гипотезу о том, что нарушение ритмики (работы биологических часов) организма может приводить к развитию злокачественных новообразований, индуктивно основываясь на опытах Дженит Харкер. Последняя установила, что если тараканам пересадить биологические часы, работающие не в фазе с их собственными часами, то у насекомых развиваются опухоли и животные погибают. Р.Уорд в книге «Живые часы» (1974) повествует: «…Харкер в поисках внутренних часов у таракана столкнулась с тем, что изменение регулировки этих часов приводит к возникновению опухолей и гибели насекомых. Впоследствии мы увидим, какое влияние оказало это открытие на исследования Ф.Халберга, известного своими трудами в онкологии» (Уорд, 1974, с.13). В другом месте своей книги Р.Уорд вновь обсуждает этот вопрос: «Дженит Харкер, пересадив тараканам часы, работающие не в фазе с их собственными, обнаружила, что у насекомых развиваются опухоли и животные погибают. Франц Халберг и его сотрудники уже многие годы придерживаются той рабочей гипотезы, что нарушения ритмики организма тесно связаны с развитием злокачественных новообразований» (там же, с.205).

Индукция Чарльза Хаггинса. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1966 год Ч.Хаггинс (1939) сформулировал представление о возможности лечения рака некоторых внутренних органов с помощью гормонов, индуктивно основываясь на обнаружении замедления роста опухоли предстательной железы у собак под воздействием эстрогенов (женских половых гормонов). Ирина Шанина в статье «Хаггинс Чарльз Брентон» (электронная энциклопедия «Кругосвет») пишет о Хаггинсе: «Еще во время работы в лаборатории Варбурга он отметил, что раковые клетки получают энергию за счет анаэробного гликолиза (процесса с выделением энергии, при котором меняются конфигурации молекул глюкозы или гликогена). После возвращения в США Хаггинс начал ряд экспериментов, целью которых являлось преобразование нормальных клеток в опухолевые. Его особый интерес вызвал рак предстательной железы. В 1939 г. Хаггинсу удалось хирургически изолировать предстательную железу собаки (единственного животного, у которого, как и у человека, встречается рак этого органа). В процессе изучения железы было обнаружено, что тестостерон (мужской половой гормон) стимулирует рост и активность железы, в то время как эстрогены (женские половые гормоны), наоборот, замедляют ее рост. Полученные результаты Хаггинс (совместно с К.В.Ходжесом и В.В.Скоттом) обобщил в своих работах, посвященных перспективам терапии тестостероном и эстрогенами, а также кастрации: с помощью курса эстрогенеза (а в отдельных случаях кастрации) можно было резко снизить темп роста опухоли. Открытие метода гормональной терапии для лечения рака предстательной железы послужило первым доказательством того, что рост некоторых видов опухолей зависит от гормонов желез внутренней секреции. Метод, разработанный Хаггинсом, быстро стал популярным в онкологической практике. Очень скоро в Англии был синтезирован первый фармакологический препарат из группы эстрогенов».

«Одной из причин неизменного успеха Л.А.Зильбера в специальных областях было то, что он никогда не становился узким специалистом. В какой бы специальной области он ни работал, он всегда оставался широкого плана микробиологом, вирусологом и иммунологом».

Г.И.Абелев о Льве Зильбере

Индукция Льва Зильбера. Лев Зильбер (1936, 1946) пришел к выводу о вирусной природе рака (злокачественных опухолей), индуктивно исходя из своих экспериментов по переносу опухолей от больных животных к здоровым, которые ученый проводил, находясь в тюрьме. Хотя в большей части этих опытов Зильбера ожидал отрицательный результат, два опыта дали все-таки положительный эффект, и это индуктивно убедило Зильбера в справедливости его предположения. Л.Л.Киселев и Е.С.Левина в книге «Лев Александрович Зильбер» (2004) указывают: «Зильбер, уверенный в себе благодаря своим достижениям в предшествующие годы, по-видимому, считал, что неудачи других исследователей с выделением опухолеродных вирусов связаны не с тем, что их не существует, а с неумением их обнаружить и выделить. Поэтому его тюремные опыты начались именно с повторения опытов других исследователей по переносу опухолей на здоровых животных бесклеточными фильтрами опухолей, как это рассказано в его воспоминаниях» (Киселев, Левина, 2004, с.352). «Он вызывает опухоли у грызунов канцерогенами, - поясняют Киселев и Левина, - а затем с помощью бесклеточных фильтратов (экстрактов) из этих опухолей, пропускающих бактерий, пытается вызвать опухоли у взрослых мышей» (там же, с.352). Указанные авторы дают понять, что «эти опыты, за исключением двух, дали отрицательный результат, тогда как нефильтрованные клеточные гомогенаты сохраняли способность к образованию опухолей. Однако два случая в серии опытов с фильтратами, давшей в целом отрицательный результат, привлекли внимание Зильбера» (там же, с.353). Эти два случая навели Зильбера на мысль, что вирус может присутствовать в опухолях только на ранних стадиях и, таким образом, лишь запускать неопластический процесс, а в дальнейшем опухолевая клетка в вирусе не нуждается. Другими индуктивными посылками предположения Зильбера были исследования Рауса, Шоупа и Биттнера. Со слов Киселева и Левиной, «развитие онковирусологии при ограниченности методов исследования в условиях первой половины 20 века происходило крайне медленно, и с 1911 по 1936 гг. было описано только три опухолеродных вируса – саркомы кур (Раус, 1911), фибромы и папилломы кроликов (Шоуп, 1932) и молочных желез мышей (Биттнер, 1936)» (там же, с.351). Интересно, что в 1903 году мысль о вирусной природе раковых опухолей высказывал А.Боррель, а в 1909 году – И.Мечников.

Индукция Льва Зильбера. Лев Зильбер выдвинул предположение о способности вирусов и бактерий к сосуществованию по принципу симбиоза, индуктивно обнаружив адсорбцию и безущербное нахождение вирусов осповакцины в дрожжевых клетках и других микробах. Л.Л.Киселев, Г.И.Абелев и Ф.Л.Киселев в статье «Лев Зильбер – создатель отечественной школы медицинских вирусологов» (журнал «Вестник Российской академии наук», 2003, том 7, № 7) указывают: «Опыты начали с изучения адсорбции вируса оспенной вакцины in vitro на клетках дрожжей (совместно с Е.Вострухововой, а позднее с А.Беляевой). Было доказано, что живые дрожжевые клетки способны адсорбировать значительные количества вируса осповакцины. Сотрудники Зильбера наблюдали аналогичное явление в опытах с другими вирусами и установили, что, помимо дрожжей, некоторые бактерии и простейшие (одноклеточные эукариоты) могут также адсорбировать вирусы. Все эти данные привели

Льва Александровича к концепции, постулировавшей симбиоз вирусов и микробов. Она получила название вирофории, а в более широком смысле – аллобиофории (термин Зильбера). Лев Александрович подчеркивал, что это явление имеет не только общебиологическое, но и важное практическое значение, так как может серьезно влиять на эпидемиологию некоторых вирусных инфекций. Он считал, что в отдельных случаях вирус проникает в клетки микроорганизмов и в них размножается, поскольку опыты указывали на такую возможность. Эти воззрения Зильбера настолько обогнали свое время, что надолго оказались вне поля зрения современных ему исследователей» (Л.Л.Киселев, Г.И.Абелев, Ф.Л.Киселев, 2003).

Индукция Гарри Абелева. Г.И.Абелев сделал заключение о существовании антигенов, которые продуцируются в эмбриональный период, но затем исчезают и вновь появляются лишь в опухолях определенного органа, индуктивно базируясь на следующем случайном наблюдении. Г.И.Абелев в статье «Возьмите карандаш и записывайте…» (журнал «Природа», 2004, № 4), повествуя о том, как фактор случая вторгался в его исследования в период работы в лаборатории Льва Зильбера, пишет: «Так было и с нашими исследованиями по идентификации гепатомного антигена. Сначала обнаружили антиген, специфический для гепатом, затем разработали метод иммунофильтрации, позволивший выделить и очистить этот антиген, а затем случайно, в ходе других исследований, выяснилось, что этот антиген продуцируется эмбриональной печенью, исчезает в организме взрослых животных и вновь появляется в опухолях печени. Все в этой работе – и эмбриональная природа антигена, и его регуляция, и диагностическое значение – не предполагалось первоначальным замыслом, т.е. не вписывалось в таблицу, но встретило живой интерес и одобрение Льва Александровича. Единственное, где мы не находили общего языка – он торопил с переходом на человека (и был совершенно прав), а мы не могли оторваться от экспериментальной модели. Во всех этих работах успех приходил как побочный (случайный) результат экспериментов, задуманных в ином направлении и с иной целью. И он вызывал немедленную живую реакцию и поворот в исследовании» (Г.И.Абелев, 2004). Здесь мы вновь наблюдаем индукцию с фактором случая.

Индукция Р.Лоусона. Канадский врач Р.Лоусон (1955) сформулировал идею о возможности исследования раковой опухоли путем измерения температуры кожи и фиксации тепловых лучей, испускаемых пораженной раком тканью, индуктивно основываясь на следующих опытах. С.Мартынов в статье «Диагноз по фотографии» (журнал «Химия и жизнь», 1970, № 10) пишет: «В 1955 г. канадский врач Р.Лоусон занимался испытанием некоторых средств, предложенных для лечения рака. В ходе работы ему понадобилось измерить температуру кожи над опухолью. И тут обнаружилась удивительная закономерность: оказалось, что у большинства обследованных женщин, больных раком грудной железы, температура кожи над опухолью повышена! Заметный подъем температуры – на 1-3°С – наблюдался даже тогда, когда опухоль была меньше сантиметра в диаметре; опухоль таких размеров при обычном осмотре обнаружить очень трудно» (С.Мартынов, 1970). «В феврале 1956 г., - продолжает С.Мартынов, - Лоусон снял первые инфракрасные термограммы двух женщин, страдавших раком грудной железы. На черно-белых снимках, напоминающих рентгеновские, было хорошо видно не только нарушение симметрии в распределении температур на здоровой и больной стороне, но и четкие контуры опухоли! Здоровая ткань выглядела равномерно окрашенной в черный цвет. А участки над опухолевыми узлами были «горячими» и на термограммах выглядели светлее. Результаты своих наблюдений Лоусон изложил в журнальной статье, увидевшей свет в 1958 г. Его сообщение привлекло к себе внимание онкологов всего мира» (С.Мартынов, 1970).

Индукция Эммануэля Ревича. Американский биолог румынского происхождения Эммануэль Ревич (1928) сделал заключение о том, что в плаценте беременных женщин содержатся какие-то вещества, мешающие развитию раковых опухолей, индуктивно основываясь на следующем наблюдении. Уильям Эйдем в книге «Врач, который излечивает рак» (1998) повествует: «Случай, который предопределил его пожизненные исследования в области рака, относится к категории абсолютно неправдоподобных. Занимаясь преподавательской деятельностью, Ревич увидел на операционном столе молодую беременную женщину со вскрытой брюшной полостью, забитой опухолевыми массами. Хирург зашил рану, ничего не удалив, посчитав, что жить ей осталось недолго. Д-р Ревич не мог и подумать, что когда-либо снова встретится с ней. Двумя годами позже, в 1928 г., эта женщина, на вид совершенно здоровая, пришла на прием к Ревичу со своим маленьким ребенком. Ошеломленный старший преподаватель задумался над тем, почему женщина осталась жива. Этот случай не выходил у него из головы. Он все время размышлял над ним – а это ему всегда хорошо удавалось. Пациенты д-ра Ревича описывали его способность буквально погружаться в изучение их медицинских карт. И на этот раз он заинтересовался тем, мимо чего прошли все остальные. Он знал, что ни пробная операция, ни беременность сами по себе не могли оказать на злокачественную опухоль такое воздействие, чтобы излечить женщину. Поэтому он предположил, что необыкновенное излечение явилось следствием одновременного воздействия двух этих событий. Он начал изучать плаценту и обратил внимание на то, что она богата жирорастворимыми веществами – липидами…» (Эйдем, 1998, с.11).

Индукция Эммануэля Ревича. Эммануэль Ревич выдвинул гипотезу о том, что липиды образуют «липидную защитную систему», функционирующую независимо от иммунной системы, но также защищающую организм от вирусов, бактерий, грибков, рака и ряда других заболеваний, индуктивно базируясь на своих экспериментах. Уильям Эйдем в книге «Врач, который излечивает рак» (1998) рассказывает об опытах Ревича, в которых изучалась способность жирных кислот (липидов) противодействовать вирусам: «Чтобы подтвердить справедливость своей гипотезы о роли жирных кислот в противодействии вирусам, Ревич провел эксперимент на большом количестве кроликов. Он вводил им подкожно липиды жирных кислот или стеролов. Через 24 часа обработанные места засевались вирусом. Ревич отмечал: «На зараженных кроликах были получены очень определенные результаты…». Стеролы «способствовали репликации вирусов», а жирные кислоты «оказывали сильное ингибирующее воздействие, на основании чего можно сделать вывод о том, что эти вещества играют роль в антивирусном действии» (Эйдем, 1998, с.42). Ценные результаты были получены и в опытах на мышах. У.Эйдем констатирует: «Ревич идентифицировал класс липидов, которые, как он предположил, должны были обладать антибактериальными свойствами. Он обнаружил, что эти липиды, а именно фосфолипиды, при прероральном приеме обеспечивают прекрасную защиту молодым мышам, которых заражали бактериями туберкулеза, сибирской язвы или E.Coli. Зараженные туберкулезом и сибирской язвой мыши в отсутствие лечения погибали в 100% случаев, инфицированные E.Coli – в 86%. Мыши, леченные фосфолипидами, по большей части оказывались прекрасно защищенными, погибали только 8-12% мышей, зараженных микобактериями туберкулеза. В результате лечения фосфолипидами ни одна мышь, зараженная сибирской язвой или E.Coli, не погибла» (там же, с.43).

Индукция Эммануэля Ревича. Эммануэль Ревич (1940-е годы) сделал предположение о причинно-следственной связи между лучевой болезнью (радиационными ожогами) и аномальными жирными кислотами, индуктивно основываясь на следующих опытах. Э.Ревич облучал крыс радиацией и заметил, что после этого в организме животных начинается производство большого количества жирной кислоты с аномальной (неправильной) структурой. Эти аномальные кислоты уже не могли защищать организм от негативного радиационного воздействия. От внимания Э.Ревича не ускользнуло то обстоятельство, что аномальные жирные кислоты образуются и при раковых заболеваниях. Уильям Эйдем в книге «Врач, который излечивает рак» (1998) пишет о Ревиче: «…В начале 40-х годов он изучал воздействие радиации на липидную защитную систему крыс и заметил очень интересное явление. Облученные крысы реагировали на радиационное воздействие незначительным изменением в молекулах жирной кислоты. Это незначительное изменение в форме приводило к производству большого количества жирной кислоты с аномальной структурой. Используя спектральный анализ, Ревич обнаружил, что один атом углерода в этой жирной кислоте немного повернут вокруг своей оси. Изменение в структуре этой жирной кислоты совпадало с наблюдаемым при раке, связанном с аномалией жирной кислоты» (Эйдем, 1998, с.38). Далее У.Эйдем отмечает, что обнаружение связи между лучевой болезнью и появлением аномальных жирных кислот заслуживало присуждения Нобелевской премии, однако она была вручена не Э.Ревичу, а Бенгту Самуэльсону за аналогичные исследования в 1982 году. Перечисляя страны, которые не заметили эти открытия Ревича, У.Эйдем повествует: «Не только Советское правительство прошло мимо достижений Ревича. В 1950 г. в Лондоне Ревич прочитал лекцию о результатах исследований жирных кислот с аномальными структурами. 11 лет спустя он подробно описал их в своей книге. Через 32 года после этой лекции Бенгт Самуэльсон получил Нобелевскую премию за исследования в этом направлении. Самуэльсон только идентифицировал и описал процесс появления аномальных жирных кислот. Ревич не только описал его, но и разработал несколько успешных способов лечения этого нарушения. Доктор медицины А.Р.Салман, который рецензировал обе научные работы, констатировал их «одинаковость». Однако он отметил, что работа Ревича лучше: «Она более четкая и более детально разработана» (там же, с.39-40). «Ревич заглянул в такую глубь строительных блоков жизни, - замечает У.Эйдем, - что его теорию можно сравнить с фундаментом дома. Если один из липидных слоев начнет плохо работать, нетрудно понять, что может возникнуть множество проблем. И столь же очевидно, что «починка» липидного слоя способна устранить множество различных медицинских проблем» (там же, с.37).

Индукция Эммануэля Ревича. Эммануэль Ревич высказал мысль о возможности эффективного лечения радиационных ожогов (лучевой болезни) жирным спиртом бутанолом, индуктивно исходя из экспериментов на крысах. В этих экспериментах Э.Ревич испробовал на животных четыре разных бутиловых спирта, которые являются антагонистами аномальных жирных кислот, и заметил, что нужное действие оказывает один из этих спиртов – n-бутанол. Уильям Эйдем в книге «Врач, который излечивает рак» (1998) пишет, что экспериментам Э.Ревича по лечению радиационных ожогов бутанолом предшествовали его исследования, в которых выяснялась зависимость вероятности смерти животных от содержания в организме аномальных жирных кислот: «Он обнаружил, что облученные крысы погибали, если концентрация щавелевой кислоты достигала 14-17, если же она оказывалась ниже, крысы, как правило, оставались жить. Это подтверждало предположение, что вероятность смерти крыс зависит от количества аномальных жирных кислот. Ревич также обнаружил, что щавелево-кислый тест у человека является важным показателем состояния его здоровья» (Эйдем, 1998, с.39). «Из предшествующих исследований, - говорит У.Эйдем о Ревиче, - он сделал вывод, что лучшим лекарством должен быть антагонист жирной кислоты. Экспериментируя с различными антагонистами жирной кислоты, он остановился на жирном спирте бутаноле. Существует четыре бутиловых спирта, отличающихся по структуре и оказывающих разное воздействие. Применение одного из них не дало никаких результатов, два оказывали слабое воздействие, а четвертый, n-бутанол, оказывал нужное действие в силу особенностей своей структуры. С этого времени Ревич смог лечить n-бутанолом радиационные ожоги. Это открытие оказалось чрезвычайно полезным, особенно хорошие результаты были получены в лечении последствий лучевой терапии при передозировке и ожогах. Спустя 50 лет после этого открытия не появилось ни одного допущенного к продаже препарата, столь же эффективного в лечении вредных последствий лучевой терапии и лучевых ожогов, как n-бутанол. Открытия Ревича в области лечения радиационных ожогов и радиационного шока оказались настолько важными, что ему дважды предлагали перейти на секретную работу в военно-морские силы США в рамках программы по ядерному оружию» (там же, с.39).

Индукция Эммануэля Ревича. Идея Э.Ревича об использовании при лечении рака селена, включенного в середину молекулы липида, индуктивно основывалась на опытах, показавших, что в таком случае селен проявлял антираковые свойства и не был таким токсичным, каким он является в свободном виде. До Э.Ревича селен для лечения рака применял А.Вассерман, но главным препятствием для его широкого использования в медицине была его токсичность. Уильям Эйдем в книге «Врач, который излечивает рак» (1998) указывает: «Доктор медицины Август фон Вассерман, известный более как изобретатель теста на сифилис, использовал селен для лечения рака у животных – с неплохими результатами. Те, кто пошел его путем, при лечении людей столкнулись с трудностями из-за высокой токсичности вещества. С тех пор селен как противоопухолевое средство впал в немилость и учеными, работающими в основном русле научных исследований, не использовался» (Эйдем, 1998, с.40). «Ревич разработал, - продолжает У.Эйдем, - метод химического включения селена в середину молекулы липида – водорастворимый компонент заключался в кокон из водорастворимого вещества; селен не проявлял токсичность, поскольку отсоединялся от липида не раньше, чем достигал места назначения» (там же, с.41).

Индукция Барнета Розенберга. Б.Розенберг (1967, 1969) сформулировал гипотезу о возможности лечения рака солями платины, индуктивно основываясь на экспериментах, которые выявили способность соли платины, получившей название цисплатин, подавлять рост опухоли при карциноме мышей. О возможности использования соединений платины для блокирования развития раковых клеток свидетельствовали уже ранние опыты Б.Розенберга, в которых было замечено, что микробы кишечной палочки, находящиеся в среде с солями платины, перестают делиться. Е.Трещалина в статье «Лекарство: путь к больному» (журнал «Вместе против рака», 1999, № 4) указывает: «…В 1961 году американский химик Розенберг, работая с опущенными в жидкость платиновыми электродами, увидел, что находящиеся в жидкости микроорганизмы (а это живые клетки) перестали делиться. Он сделал анализ и понял, что там образовалась платиновая соль, давно известное химическое соединение платины. Так появилась идея создания новых противоопухолевых препаратов платины» (Е.Трещалина, 1999). В статье «Цисплатин» (электронная энциклопедия «Википедия») отмечается: «Цитостатическое действие соединений платины открыто Б.Розенбергом в начале 1960-х годов при наблюдении влияния электрического тока на рост бактерий. В опытах Розенберга образующиеся при электрохимической коррозии платиновых электродов комплексные соединения платины вызывали нарушение деления и гибель клеток кишечной палочки. Было обнаружено, что наиболее выраженным биологическим действием обладает цис-дихлородиамминорлатина. Последующие испытания на мышах выявили противоопухолевую активность этого соединения» (энциклопедия «Википедия»). Вывод Б.Розенберга о возможности лечения рака солями платины представлял собой индукцию с фактором случая, так как он случайно заметил способность солей платины подавлять рост бактерий кишечной палочки. Г.И.Абелев в книге «Очерки научной жизни» (2006) отмечает: «Случайные наблюдения по влиянию электрофореза с использованием платиновых электродов на размножение бактерий дали новый и высокоэффективный класс противоопухолевых препаратов на основе комплексных соединений платины» (Г.И.Абелев, 2006).

Индукция Дж.Фолкмана. Известный бостонский физиолог Дж.Фолкман (1975) выдвинул гипотезу о том, что вещества, содержащиеся в хрящевой ткани, способны подавлять рост кровеносных сосудов, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых кусочки хряща новорожденного кролика, помещенные в аллонтоисную оболочку куриного эмбриона, приостанавливали образование кровеносных капилляров. Марк Шлянкевич в статье «Неизвестное об «известном». Акульи хрящи – еще одна легенда» (журнал «Вместе против рака», 2000, № 2) пишет: «Но вернемся к хрящам. Идея о том, что в них содержится что-то, что препятствует прорастанию кровеносных сосудов в толщу хряща, также принадлежит д-ру Фолкману. Именно с хрящей и начал он поиск тех веществ, которые могли бы блокировать ангиогенез, т.е. рост новых кровеносных сосудов. Первые же опыты 1975 года дали обнадеживающие результаты: кусочки хряща новорожденного кролика, подсаженные в хориоаллантоисную оболочку куриного эмбриона, вызывали задержку (ингибирование) образования капилляров, которую индуцировала растущая по соседству опухоль. Оказалось, что этот ингибитор ангиогенеза может быть инактивирован нагреванием и извлечен из хряща кислым солевым раствором. Эти и другие данные позволили заключить, что вещество, подавляющее рост сосудов, - это белок небольшого молекулярного веса, но не коллаген и не межклеточное вещество хрящей – протеогликаны. Позднее было показано, что во всех видах хрящей, в том числе курином и акульем, содержатся похожие ингибиторы ангиогенеза» (М.Шлянкевич, 2000).

Индукция Джона Отта. Известный фотобиолог Джон Отт склонился к предположению о возможности лечения рака с помощью солнечного света, индуктивно исходя из факта прекращения роста опухоли у ряда раковых пациентов, которые проводили значительное время на улице, на естественном солнечном свете. П.Томпкинс и К.Берд в книге «Тайная жизнь растений» (2006) отмечают: «Затем Отт углубился в изучение влияния света с разной длиной волны на развитие и рост раковых опухолей. Как же он пришел к заключению о существовании связи между светом и раком? Однажды один врач – онколог из Нью-Йоркской больницы попросил пятнадцать раковых пациентов, чтобы те проводили как можно больше времени на улице, на естественном солнечном свете, при этом не пользуясь очками и избегая любого искусственного источника света, включая телевизор. К концу лета врач рассказал Отту, что у четырнадцати из пятнадцати пациентов рост опухоли прекратился» (Томпкинс, Берд, 2006, с.125).

Индукция Томаса Догерти. Американский исследователь Томас Догерти (1975) пришел к идее о фотодинамической терапии рака, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых введение смеси порфиринов в кровоток мышей, имеющих рак молочной железы, с последующим облучением этих порфиринов красным светом приводило к уничтожению раковых клеток. Хелена Райдер в статье «Вампиры помогают медицине» (журнал «Иллюминатор», 2004, № 1 (9)) пишет: «Томас Догерти вводил смест порфиринов в кровоток мыши, а когда они внедрялись в опухоль молочной железы, облучал красным светом. Активированные пигменты передавали энергию клеточному кислороду, уничтожая окружающие ткани. После лучевой терапии опухоли чернели и погибали, а рецидивов не возникало. Данные исследований были опубликованы в журнале национального Института раковых заболеваний за 1975 г. под названием «Фотолучевая терапия II: лечение опухолей у животных с помощью гематопорфирина и света». За несколько лет Догерти и его коллеги усовершенствовали аппаратуру и стали использовать маломощный лазер для фокусировки пучка света на опухоли. Им удалось вылечить свыше 100 пациентов, включая больных раком молочной и предстательной желез, легких и кожи» (Х.Райдер, 2004). До Томаса Догерти фотодинамическая терапия в основном применялась дерматологами для лечения заболеваний кожи, но никто из тех, кто применял ее, за исключением отдельных случаев лечения рака кожи, не догадался перенести данный метод из дерматологии в область онкологии. Е.Лазовская в статье «Исцеляющий свет» (журнал «Наука и жизнь», 2002, № 3) указывает: «Первый сеанс фотодинамической терапии был проведен почти сто лет назад, в 1903 году в Германии профессором Мюнхенского университета Г.Таппайнером и его коллегами. Тогда же был введен и термин «фотодинамическое действие». А началось все с того, что в 1897 году студент этого же университета Оскар Рааб обнаружил, что микроорганизмы, помещенные в раствор красителя акридинового оранжевого, гибнут на солнечном свету. Потом оказалось, что фототоксическим действием обладают и некоторые другие вещества, в частности эозин, ярко-розовый флуоресцирующий краситель. Первых пациентов с базальноклеточным раком кожи лица лечили так: пораженные места просто смазывали раствором эозина и затем облучали светом дуговой лампы» (Е.Лазовская, 2002). «Но по-настоящему интерес к фотодинамической терапии, - поясняет Е.Лазовская, - вспыхнул только в конце семидесятых годов, когда американский ученый Т.Догерти опубликовал впечатляющие результаты клинического применения этого метода. Догерти облучал пациентов светом лазера на красителях и использовал в качестве фотосенсибилизатора препарат на основе гематопорфирина, позднее получивший название фотофрин» (Е.Лазовская, 2002).

Индукция Бьерна Норденстрема. Исследователь Стокгольмского Королевского института Б.Норденстрем пришел к идее о торможении роста раковых опухолей путем воздействия на них электрическим током определенной интенсивности, индуктивно базируясь на случаях успешного применения такого метода при лечении рака легкого. Р.Гербер в книге «Вибрационная медицина» (2001), рассказывая об ученых, занимавшихся применением электрического тока в лечебных целях, пишет: «Другой исследователь – д-р Бьерн Норденстрем, глава отделения диагностической радиологии в Стокгольмском Королевском институте – в течение последних десятилетий также занимался вопросом использования электрических токов для борьбы с раком. У ограниченного числа пациентов он добился полной ремиссии различных типов рака, давших метастазы в легкое; он считается одним из пионеров игольных биопсий легкого с применением рентгеновских лучей. С помощью обычной рентгеновской техники Норденстрем определял, как нужно разместить платиновые игольные электроды в раковой опухоли легкого. Затем в течение определенного промежутка времени пропускался электрический ток (до десяти вольт). Используя такую систему лечения, Норденстрем смог произвести регрессию опухоли, не поддающейся другим видам противораковой терапии. Им была разработана теоретическая модель механизма действия электротерапии на опухоль. Норденстрем обнаружил, что белые кровяные тельца несут отрицательный электрический заряд. Борющиеся с опухолью лимфоциты, по его предположениям, притягиваются к ней положительным электрическим зарядом платинового электрода, введенного в центр метастазы. Второй, отрицательный электрод, помещается в смежную с опухолью здоровую ткань. Электрическое поле индуцирует ионные изменения ткани, вследствие чего в опухоли образуются кислоты, враждебные раковым клеткам» (Р.Гербер, 2001).

Индукция Брюса Эймса. Американский биохимик Брюс Эймс (1975) сделал вывод о том, что события, приводящие к возникновению и развитию рака, происходят в ДНК, индуктивно исходя из того, что в девяноста случаев из ста химические вещества, вызывающие рак (канцерогены), оказались одновременно веществами, способными изменять генетический аппарат клетки (мутагенами). Л.В.Львова в статье «Он не щадит никого» (журнал «Провизор», выпуск 19, 1999 г.) пишет: «А вот ответить на вопрос о роли канцерогенов в возникновении злокачественных новообразований помогли исследования Б.Эймса. В 1975 году он предложил проверять вещества не на канцерогенность (как делалось раньше), а на мутагенность. Проанализировав мутагенные свойства 300 веществ (среди них были и широко известные канцерогены, и вполне «безобидные» соединения), Эймс обнаружил, что в девяноста случаев из ста канцерогены оказывались сильными мутагенами, и только 13% «безобидных» веществ обладали способностью изменять генетический аппарат клетки. Из этих данных следовал единственный вывод: события, приводящие к раку, происходят в ДНК» (Л.В.Львова, 1999). Об этом же пишет М.Д.Франк-Каменецкий в книге «Самая главная молекула» (1983): «Эймс проверил на мутагенность триста веществ, среди которых были, как известно, как канцерогены, так и вещества вполне безобидные. Эта проверка показала, что между канцерогенностью и мутагенностью существует совершенно явная корреляция. В девяноста случаях из ста канцерогены оказывались и сильными мутагенами. В то же время только 13% соединений, не являющихся канцерогенами, оказывали мутагенное действие» (Франк-Каменецкий, 1983, с.148). «Цель работы Эймса, - поясняет М.Д.Франк-Каменецкий, -

была сугубо практической: разработать эффективный и дешевый тест на канцерогенность. Но результаты работы имели большое значение для понимания природы рака. Реально они не оставляли сомнений в том, что канцерогены вызывают рак именно потому, что изменяют ДНК клетки» (там же, с.149).

Индукция Брюса Эймса. Брюс Эймс сформулировал представление о возможности понижения уровня вредных биохимических процессов в клетках, приводящих к старению организма, с помощью смеси ацетил-L-карнитина и липоевой кислоты, индуктивно исходя из экспериментов, в которых введение этой смеси в организм белых лабораторных крыс уменьшало интенсивность перекисных процессов, нарушающих нормальные пути метаболизма. В.А.Чистяков в статье «Мудрец из Беркли открыл лекарство от старости» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 6) указывает: «…Окислительное повреждение ДНК – это общий для всех животных механизм, который работает на клеточном уровне. Вот почему целью следующей серии биологических опытов Эймса и его коллег стало изучение состояния ДНК и РНК у подопытных крыс. Эксперименты показали, что ДНК клеток мозга старых животных значительно перегружена окисленными азотистыми основаниями. В коре больших полушарий, которая, как известно, ответственна за высшие ментальные проявления, их содержание повысилось более чем в два раза. Такая же примерно картина была и в других участках. И так же, как и в случае других негативных биохимических показателей, применение исследованных веществ позволило этот уровень снизить. Причем стабильного возврата к степени окислительного повреждения ДНК, характерного для молодого возраста, удалось достичь только при использовании смеси ацетил-L-карнитина и липоевой кислоты» (В.А.Чистяков, 2006). Эмми Натт в статье «Эликсир молодости, или конец старению» (журнал «Ридерз Дайджест», март 2004) пишет о том, как Б.Эймс изобрел свой препарат: «Во время поездки в Италию в середине 90-х годов Эймс заметил, что там огромной популярностью пользуется пищевая добавка ацетил-L-карнитин, или АЛКАР. Ее рекламировали как тонизирующее средство, и Эймс понимал, почему: АЛКАР – это натуральный биопрепарат, помогающий клеткам производить энергию. Он предположил, что АЛКАР может замедлить процесс старения, и начал давать его старым подопытным крысам. Добавка им понравилась. За несколько недель они как будто зарядились новой энергией. Но АЛКАР не сокращал количество свободных радикалов. Эймс решил включить в крысиную диету альфа-липоевую кислоту, действующую как антиоксидант. «Старые крысы начали танцевать макарену, - рассказывает Эймс. – Состояние их мозга улучшилось; они были полны энергии. Это было все равно, что подарить восьмидесятилетнему старику возможность выглядеть и действовать, как человек средних лет» (Э.Натт, 2004).

Индукция Р.Вайнберга. Биохимик Р.Вайнберг (1979) склонился к заключению о справедливости точки зрения Брюса Эймса о причастности ДНК к возникновению рака, индуктивно отправляясь от опытов, в которых ДНК, выделенная из раковых клеток мышей и перенесенная в здоровые клетки, вызывала их злокачественное перерождение. Л.В.Львова в статье «Он не щадит никого» (журнал «Провизор», выпуск 19, 1999 г.) отмечает: «В 1979 году Р.Вайнберг провел серию опытов, которые окончательно доказали «причастность» ДНК к развитию рака. Рассуждал он так: если Эймс прав и канцерогены действительно что-то меняют в ДНК, после чего она приобретает «особый дар» - превращать нормальную клетку в раковую, то ДНК, выделенная из раковых и перенесенная в здоровые клетки, вызовет их злокачественное перерождение. Опыты подтвердили верность его допущений, а то, что ДНК из раковых клеток человека вызывала развитие опухоли у мышей, могло означать только одно: ДНК человека содержит онкоген. На этом этапе к работе подключились генные инженеры. В кратчайшие сроки они сумели выделить и детально охарактеризовать более 30 онкогенов» (Л.В.Львова, 1999).

Индукция Дэвида Лане (Дэвида Лейна). Английский биолог Дэвид Лане сделал вывод о том, что белок p53, являющийся продуктом гена p53, играет определенную роль в подавлении раковых клеток, индуктивно основываясь на опытах, в которых облучение образцов тканей сопровождалось существенным повышением содержания в этих тканях белка p53. М.Ридли в книге «Геном» (2009) повествует: «Ген TP53 впервые был обнаружен Дэвидом Лане в Данди, Великобритания. Сначала его приняли за онкоген. Лишь позже стало известно, что его роль состоит в подавлении раковых клеток. Лане со своим коллегой Питером Холлом как-то раз в пабе спорили о значении гена TP53, и Холл предложил на себе, как на морской свинке, доказать противораковую роль гена. Чтобы получить разрешение для проведения опытов на животных, нужно было ждать месяцы, а волонтер был рядом. Холл несколько раз облучил небольшой участок кожи на руке, а Лане в течение двух недель брал образцы ткани для биопсии. Было обнаружено существенное повышение содержания в клетках белка p53 – продукта гена ТП53, последовавшее вслед за облучением. Эксперимент показал, что ген включается в ответ на действие канцерогенного фактора. Лане продолжил исследования белка p53 как противоракового препарата» (Ридли, 2009, с.314).

Индукция Арнольда Левина. Известный биолог Арнольд Левин (1989) выдвинул гипотезу о том, что белок p53 способен вызывать программированную гибель клеток, позже названную апоптозом, индуктивно исходя из опытов, в которых введение белка p53 в раковые клетки приводило к тому, что они переставали размножаться и умирали естественной смертью. Интересно, что первоначально в силу экспериментальной ошибки А.Левин считал, что белок p53 не останавливает, а стимулирует деление клеток. Патрик Шен в статье «Образование рака зависит всего лишь от одной молекулы» (журнал «Невский целитель», 2005) пишет: «Размножение клеток регулируется сложными механизмами, приводимыми в движение тысячами молекул и, безусловно, протеинами. Среди последних протеин p53 (эта цифра называет его массу, полученную после погружения в гель-полиакриламид), состоящий из 393 аминокислот, привлек особое внимание исследователей. Он был открыт Арнольдом Левином, директором Университета Рокфеллера в Нью-Йорка, и Дэвидом Лейном из Университета Данди (Великобритания). Вначале бытовало мнение, что этим протеином управляет онкоген. В подтверждение этому, во время первых экспериментов, введение гена p53 в здоровые клетки провоцировало их беспорядочное деление. Но спустя несколько лет ученые поняли, что совершили грандиозный промах. Вместо p53 они работали с одной из его многочисленных вариаций, протеином-мутантом. Опыты, проведенные с настоящим «диким» протеином, дали диаметрально противоположный результат. Как только «дикий» протеин вводился в раковые клетки, они переставали размножаться и умирали естественной программной смертью, иначе говоря, в результате апоптоза. Ген p53 сменил статус: из онкогена он превратился в противоопухолевый ген-защитник. В начале 90-х годов таких генов-защитников было известно очень мало, и потому p53 начал вызывать все более пристальный интерес. Различные лаборатории всего земного шара бросились исследовать чудесное открытие. Знания росли и множились, и в 1993 году в американском журнале Science протеин p53 был назван молекулой года» (П.Шен, 2005).

Индукция Фрэнка Андерсона и Майкла Близа. Ф.Андерсон и М.Близ (1990) пришли к выводу об эффективности генной терапии в борьбе с раком, индуктивно исходя из следующего эксперимента. М.Ридли в книге «Геном» (2009) повествует: «В сентябре 1990 года Андерсон и Близ ввели в кровь трехлетней Ашанти Де Сильва клетки крови, снабженные генетически модифицированным геном ADA. Операция оказалась успешной. Число лейкоцитов в крови утроилось, существенно повысилось содержание иммуноглобулинов, и концентрация белка ADA в крови достигла четверти от нормы у обычных людей. Нельзя сказать, что благодаря генной терапии девочка полностью излечилась. Она продолжала принимать регулярный курс инъекций PEG-ADA. Но стало ясно, что генная терапия работает. На сегодняшний день каждый четвертый ребенок с синдромом SCID получил курс генной терапии» (Ридли, 2009, с.332). SCID – это тяжелый комбинированный иммунодефицитный синдром, наследственное нарушение у детей.

Индукция Матиаса Рата. Известный биолог, ученик и соратник Лайнуса Полинга, Матиас Рат (1992, 2002) сформулировал идею о возможности лечить и профилактировать рак с помощью таких веществ, как витамин С, аминокислоты лизин и пролин и экстракт зеленого чая, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых применение этих веществ полностью блокировало метастазирование самых разных типов раковых клеток. Лечебный эффект усиливался при одновременном использовании этих биологически активных соединений. Аркадий Прокопов в статье «Доктор Рат – победитель рака?» (газета «Зарубежные задворки», № 458 от 15 января 2006 г.) пишет: «Третий, ключевой для понимания механизма подавления метастазирования факт, обнаруженный доктором Ратом: именно лизин является естественным ингибитором активности коллагеназ. Дополнительный прием лизина с пищей насыщает организм этой аминокислотой, блокирует активные центры коллагеназ, снижает мобильность раковых клеток, мешает их освобождению из коллагеновой сети и беспрепятственному метастазированию. Оказалось, что наиболее эффективно механизм метастазирования блокируется одновременным применением витамина С, лизина, пролина и полифенольного компонента экстракта зеленого чая (галлата эпигаллокатехина). Исследователи научного центра доктора Рата в серии модельных экспериментов в 2002 г. показали, что одновременное применение этих веществ полностью блокирует метастазирование самых разных типов раковых клеток. Поскольку витамины и аминокислоты не являются лекарственными препаратами, никаких проволочек и мытарств с утверждением новых формул в ФДА у компании Рата не было, и они тотчас были запущены в производство. Применение этих формул раковыми пациентами уже привело к поразительным, беспрецедентным успехам в лечении даже осложненных, метастатических, наиболее опасных опухолей, являющихся главной причиной смерти больных» (А.Прокопов, 2006). Интересно, что еще учитель М.Рата Лайнус Полинг заметил противоопухолевое действие витамина С. А.Прокопов в той же статье отмечает: «Из научных статей, раскопанных в архивах медицинских журналов Полингом, было известно, что высокодозированный витамин С каким-то образом тормозит развитие и рост многих типов рака, порой даже уничтожает опухоль, а также поддерживает жизненные функции организма при самых разных острых и хронических заболеваниях» (А.Прокопов, 2006).

Индукция Наоми Халас и Дженнифер Уэст. Американские женщины-ученые Наоми Халас и Дженнифер Уэст (2005) выдвинули идею о возможности борьбы с раковыми опухолями с помощью наносфер, облучаемых инфракрасными лучами, индуктивно опираясь на эксперименты, в которых введение наносфер в область раковых образований организма крыс с последующим облучением этих наносфер инфракрасными волнами приводило к гибели раковых клеток. Отметим, что наносферы – это частицы, состоящие из тонкого слоя золота, нанесенного на поверхность кварцевых частичек. Гарри Этуотер в статье «Плазмоника» (журнал «В мире науки», 2007, № 8) пишет: «Избирательность наносфер превращает их в эффективное средство лечения рака. В 2004 г. Халас и ее коллега Дженнифер Уэст ввели в кровоток мышей со злокачественными опухолями плазмонные частицы и обнаружили, что они не токсичны. Более того, наносферы сконцентрировались не в здоровых тканях тела грызунов, а в быстро растущих злокачественных опухолях, к которым интенсивнее поступает кровь. (В принципе, наносферы можно присоединять к антителам, чтобы гарантировать, что они будут нацелены на раковые образования). К счастью, ткани живых организмов прозрачны для инфракрасного излучения в определенном диапазоне длин волн. Когда исследователи направляли свет инфракрасного лазера через кожу мышей на опухоли, резонансное поглощение энергии во внедренных наносферах поднимало температуру злокачественных образований с 37°С до 45°С. Светотепловое нагревание убивало раковые клетки, оставляя окружающую здоровую ткань нетронутой. У мышей, которых лечили наносферами, все признаки рака исчезли в течение десяти дней, тогда как у животных из контрольных групп опухоли продолжали быстро расти» (Г.Этуотер, 2007). Об этом же пишут Д.Назаров и Б.Гордон в статье «Оно нам нано?» (журнал «Огонек», № 39 от 25 сентября 2006 г.): «Еще одно достижение американцев, которое сейчас у всех на устах, - открытие Наоми Халас, профессора Университета Райса в Хьюстоне. Наоми Халас создала новый класс мельчайших частиц с уникальными оптическими свойствами. Их называют наногильзами. Их диаметр примерно в 20 раз меньше, чем у эритроцитов – красных кровяных телец. Благодаря своим сверхмалым размерам наногильзы свободно перемещаются по кровеносной системе. К поверхности гильз можно прикрепить особые белки – антитела, поражающие раковые клетки, и тогда гильзы в организме ракового больного сразу устремятся к опухоли. Через несколько часов после запуска в организм наногильзы облучают инфракрасным светом. Гильзы преобразуют его в тепловую энергию. Эта энергия и разрушает раковые клетки, причем прочие здоровые клетки при этом практически не повреждаются. Эту супертехнологию уже успешно протестировали на мышах, у которых были раковые опухоли. Уже через 10 дней после облучения все больные животные полностью избавились от этих опухолей» (Д.Назаров и Б.Гордон, 2006).

Индукция Евангелоса Михелакиса. Е.Михелакис с коллегами (2007), работающий в канадском Университете Альберты, выдвинул идею о возможности использования дихлорацетата (ДХА) в качестве противоракового средства, индуктивно базируясь на опытах, в которых наблюдалась гибель раковых клеток при воздействии на них данного общеизвестного медикамента. Идея Е.Михелакиса представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку он со своей научной группой практически случайно обнаружил способность ДХА убивать раковые клетки. Киви Берд в статье «За что, собственно, боремся?» (журнал «Компьютерра», № 12 от 30 марта 2007 г.) повествует о событиях 2007 года: «В начале этого года ученые, работающие в канадском Университете Альберты, обнаружили, что общеизвестный медикамент дихлорацетат или ДХА (dixlo-roacetate, DCA), используемый для лечения редких метаболических заболеваний, останавливает развитие рака. Открытие, как это часто бывает, произошло почти случайно. Исследовательская группа, возглавляемая Евангелосом Михелакисом (Evangelos Michelakis), на самом деле изучала возможности использования ДХА для лечения сердечно-сосудистых заболеваний, однако во время испытаний было обнаружено, что то же самое лекарство помогает от рака. Ученые опробовали средство на пораженных раком тканях легких, груди, мозга человека, и в каждом из случаев большинство раковых клеток умирало. Когда чуть позже ДХА испытали на раковых опухолях человеческих легких, имплантированных крысам, то опухоли начали сжиматься и исчезать буквально на глазах – через пять минут после иньекции препарата» (К.Берд, 2007).

Индукция Бенджамина Гомперца. Выдающийся английский демограф Бенджамин Гомперц (1825) открыл математический закон старения, согласно которому интенсивность смертности возрастает экспоненциально во времени, индуктивно обобщив факт, обнаруженный им при анализе таблиц смертности: после 30 лет вероятность смерти человека через каждые семь лет удваивается. Л.Хейфлик в книге «Как и почему мы стареем?» (1999) пишет: «В 1825 году английский актуарий-любитель Бенджамин Гомперц приступил к изучению демографической информации о человеке, которая в те времена впервые появилась в значительных количествах. Он сделал выдающееся открытие: после 30 лет вероятность смерти человека через каждые семь лет удваивается! Гомперц впервые доказал, что у взрослых людей возможность смерти возрастает экспоненциально. Он вывел математическую формулу, подтверждающую этот факт, и в 19 веке на ней выросла индустрия страхования жизни» (Л.Хейфлик, 1999). Об этом же пишут и В.И.Донцов, В.Н.Крутько и А.А.Подколзин в монографии «Фундаментальные механизмы геропрофилактики» (2002): «Главным событием для математической геронтологии явилось появление в 1825 г. знаменитой формулы англичанина Гомперца, описывающей изменение силы смертности человека и многих видов животных в зависимости от возраста. Гомперцем впервые было показано экспоненциальное нарастание интенсивности смертности с возрастом – собственно закон старения, - и предложено теоретическое объяснение этого закона. В 1860 г. Мейкем дополнил формулу Гомперца аддитивной константой – не зависимой от возраста компонентой фоновой смертности, связанной с влиянием внешней среды» (В.И.Донцов, В.Н.Крутько, А.А.Подколзин, 2002). Позже Б.Гомперц впервые отметил сходство кривых изменения смертности и энтропии. Действительно, в наше время нетрудно заметить аналогию между формулой Гомперца и следующими фундаментальными математическими законами: законом Больцмана, который связывает энтропию системы с логарифмом вероятности, законом Фехнера, который связывает силу ощущения с логарифмом силы раздражения, законом Шеннона, который связывает количество информации с логарифмом вероятности, законом радиоактивного распада атомов, где интенсивность распада также возрастает со временем по экспоненте.

Индукция Макса Рубнера. Немецкий физиолог Макс Рубнер (1898) сформулировал идею о том, что скорость старения животных и человека определяется скоростью метаболизма (интенсивностью обмена веществ), индуктивно исходя из одного весьма интересного наблюдения. Занимаясь определением скорости метаболизма у разных животных, М.Рубнер обратил внимание на то, что у животных различных видов, имеющих разные размеры и различную продолжительность жизни, за весь их жизненный период расходуется примерно по двести килокалорий на грамм тканей. Но это еще не было посылкой идеи Рубнера. Действительной посылкой его предположения послужило второе наблюдение, сделанное ученым: более крупные виды, имеющие большую продолжительность жизни, расходуют меньшее количество килокалорий на грамм за год, чем виды, имеющие меньший размер и меньшую продолжительность жизни. В 1928 году идею М.Рубнера поддержал пионер американской геронтологии Р.Перл, согласившись, что в целом продолжительность жизни варьирует в зависимости от скорости расходования энергии (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999).

Индукция Алексиса Карреля. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1912 год, выдающийся французский ученый Алексис Каррель (1912) выдвинул предположение о том, что отдельные клетки, взятые у животного, могут делиться неограниченно и обладать признаками бессмертия, индуктивно отталкиваясь от опытов по выращиванию клеток сердца цыпленка в искусственной клеточной среде (культуре). Поместив клетки ткани сердца цыпленка в стеклянный сосуд и добавив в него кровяную плазму курицы, Каррель заметил, что при нормальной температуре тела эти клетки растут и делятся в течение продолжительного времени. Коллега Карреля, Альберт Эбелинг выращивал эти клетки в искусственной среде на протяжении 34-х лет и выбросил их только в 1946 году, через два года после смерти Карреля. Исходя из того, что клетки сердца цыпленка растут вне тела животного неограниченно долго, Каррель склонился к выводу, что они вообще не стареют, следовательно, старение подобных клеток в организме должно вызываться событиями, которые происходят за пределами клеток. Как отмечает знаменитый биолог Л.Хейфлик, «если эти клетки по наследству получают бессмертие, если их выращивать вне тела животного, как утверждал Каррель, то геронтологи из этого могут сделать вывод, что старение подобных клеток, находящихся в организме, должно вызываться событиями, которые происходят за пределами клеток» (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999). До Карреля идею о бессмертии одноклеточных организмов поддерживал Август Вейсман (1882).

Индукция Алексея Кулябко. А.А.Кулябко (1905) сформулировал представление о возможности оживления изолированного сердца путем прокачки через его кровеносные сосуды теплого физиологического раствора, индуктивно основываясь на следующем случайном наблюдении. А.А.Александрин в статье «Падре Реанимационе» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 1) пишет: «Неисповедимы пути научных идей. В 1905 году русскому физиологу А.Кулябко доставили сердца детей, умерших от пневмонии в одной из петербургских клиник. Кулябко подвесил их на трапеции и подвел к каждому теплый физиологический раствор, насыщенный кислородом. Жидкость попадала по остатку аорты в сердечные сосуды, проходила через капиллярную сеть и стекала через вены. Первые опыты ученого ни к чему не привели: десятиминутная прокачка раствора не оживляла мертвые сердца. Тогда, «по законам жанра», профессор вышел в буфет попить чайку, забыв снять сердце с трапеции. Вернувшись через полчаса, он застал орган сокращающимся – через сутки после смерти» (А.А.Александрин, 2000). В открытии А.А.Кулябко мы находим индукцию с фактором случая.

Индукция Алексея Кулябко. А.А.Кулябко пришел к заключению о возможности оживления головы животного при пропускании через ее кровеносные сосуды раствора, подобного крови, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых удавалось сохранить признаки жизни рыбьей головы, отсеченной от тела, пропуская через ее кровеносные сосуды заменитель крови. Н.Н.Непомнящий в книге «Самые невероятные случаи» (2001) повествует: «В 1902 году известный русский физиолог профессор А.А.Кулябко, после удачного оживления сердца ребенка, попытался провести и оживление… головы. Правда, для начала всего лишь рыбьей. Через кровеносные сосуды в аккуратно отсеченную голову рыбы пропускалась специальная жидкость – заменитель крови. Результат превзошел самые смелые ожидания: рабья голова двигала глазами и плавниками, открывала и закрывала рот, проявляя тем самым все признаки того, что жизнь в ней продолжается. Опыты Кулябко позволили его последователям продвинуться в области оживления головы еще дальше. В 1928 году в Москве физиологи С.С.Брюхоненко и С.И.Чечюлин демонстрировали уже живую собачью голову. Подключенная к аппарату искусственного кровообращения, она ничем не напоминала мертвое чучело. Когда на язык этой головы клали ватку, смоченную кислотой, обнаруживались все признаки отрицательной реакции: гримасы, чавканье, была попытка выбросить ватку. При вкладывании в рот колбасы голова облизывалась. Если на глаз направляли струю воздуха, можно было наблюдать реакцию моргания» (Н.Н.Непомнящий, 2001).

Индукция Порфирия Бахметьева. Известный русский исследователь П.И.Бахметьев (1912) сформулировал предположение о возможности добиться состояния анабиоза с сохранением жизненных процессов у человека, индуктивно основываясь на экспериментах с летучими мышами, которые охлаждались до температуры -4°С, а затем согревались и оставались живыми. П.В.Щербаков и В.И.Тельпухов в статье «Бессмертие под газом» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 8) пишут: «В 1897 году русский физик-экспериментатор П.И.Бахметьев, заинтересовавшись скрытой жизнью, выступил с грандиозными планами во что бы то ни стало добиться анабиотического состояния у человека. И уже в 1912 году он начал работать с млекопитающими. Бахметьев провел успешные опыты с летучими мышами: охлаждал их до -4°С, потом согревал и убеждался, что зверьки оставались живы. К сожалению, в 1913 году он скончался. Тогда же, в 1912 году, русский ботаник Н.А.Максимов впервые в мире открыл криозащитное действие глицерина на растительные ткани» (П.В.Щербаков и В.И.Тельпухов, 2006). Об этом же сообщает Евгения Дорогова в статье «Мороз по коже» (журнал «Discovery», № 3 (15), март 2010): «В 1897 г. русский физик и биолог Порфирий Бахметьев начал проводить эксперименты по изучению анабиоза у более сложных, чем круглые черви, животных. Он без устали замораживал и размораживал гусениц, бабочек, добиваясь состояния анабиоза, и впервые в истории искусственным путем вызвал холодовое оцепенение у млекопитающего – летучей мыши. Выяснилось, что при анабиозе у животного замедляется обмен веществ, отчего организм перестает поддаваться болезням, становится нечувствительным к внешним условиям и не стареет» (Дорогова, 2010, с.42).

Индукция Сергея Сергеевича Брюхоненко. Известный русский врач, основатель реаниматологии С.С.Брюхоненко (1928) выдвинул предположение о возможности сохранять функции разных органов животных и человека в искусственных условиях, индуктивно базируясь на опытах по сохранению функций изолированного мозга собаки. Этот мозг был подключен к аппарату искусственного кровообращения (автожектору), созданному самим С.С.Брюхененко, и жил в течение трех часов. Юрий Данилин в статье «Портреты по памяти» («Новая газета», 25.04.2008 г.) пишет об экспериментах Брюхоненко: «Сергей Сергеевич, обдумывая проблему оживления организма после смерти, поставил целый ряд остроумнейших и перспективных экспериментов. У меня ощущение, что многое из этой уникальной работы еще не обдумано современными исследователями. В его дневнике есть и такая запись в связи с этим: «…Я однажды громко свистнул, и изолированная голова, лежавшая на тарелке и соединенная с аппаратом резиновыми трубками, мгновенно навострила оба уха в мою сторону и перевела глаза ко мне. Она слышала звук и, вероятно, меня видела». Фантастика! Если бы его рабочие дневники, а не скучные учебники по истории медицины читали студенты, то любопытнейшие эти времена могли, наверное, возвратиться. Раздумывая над результатами исследований с изолированной головой, он пришел к заключению, что методика открывает совершенно новые возможности. Если самый нежный и требовательный орган животного – его мозг – может сохранять свои функции в искусственных условиях, то и все другие органы их сохраняют еще в большей степени» (Ю.Данилин, 2008). Об этом же говорит академик Российской академии космонавтики Лев Мельников в статье «На игле бессмертия» (журнал «Чудеса и приключения», 20.03.2009 г.): «В 1920-е годы появился «советский гений», врач, биолог, инженер-изобретатель Сергей Брюхоненко. Он потряс мир грубым опытом, от которого мороз идет по коже: отрезал голову у живой собаки и подсоединил ее к изобретенному и сконструированному им аппарату – автожектору, который заменял легкие и кровеносную систему организма животного. Собачья голова жила, моргала глазами, облизывалась, пыталась лаять. Мировая общественность испытала шок. А ученый моментально стал знаменит» (Л.Мельников, 2009).

Индукция Д.Нортропа и Ж.Леба. Лауреат Нобелевской премии по химии за 1946 год Джон Нортроп и создатель теории поведенческих тропизмов Жак Леб (1917) высказали идею об увеличении продолжительности жизни животных при понижении температуры, индуктивно базируясь на следующих опытах. «В 1917 году, - отмечает Л.Хейфлик, - Жак Леб и Джон Х.Нортроп, работавшие в институте Рокфеллера, обнаружили, что продолжительность жизни мух увеличивается, если их держать при холодной температуре. То же самое происходило у различных видов червей, водяных блох, насекомых, ротиферов, каракатиц, моллюсков и рыб. Обычно продолжительность жизни у холоднокровных животных увеличивается в 2-3 раза, если их поместить в условия, где температура на несколько градусов ниже обычной для них, даже по сравнению с животными, которых держат при температуре всего на 10 градусов выше» (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999).

Индукция Клайва Маккея. Американский физиолог Клайв Маккей (1934) пришел к выводу, что уменьшенное потребление калорий приводит к увеличению продолжительности жизни, индуктивно отталкиваясь от своих опытов по выращиванию крыс в различных условиях с точки зрения калорийности пищи. Маккей обнаружил, что лабораторные крысы, которых кормили пищей, содержащей достаточное количество витаминов, протеинов и минеральных веществ, но очень низкой по калорийности, жили намного дольше тех крыс, которых кормили обычной пищей. В некоторых случаях они жили в два раза дольше. «В настоящее время, - отмечает физиолог Л.Хейфлик, - существуют убедительные доказательства того, что недостаточное питание, начатое в молодом или даже в среднем возрасте, увеличивает продолжительность жизни животных» (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999).

Индукция Льва Владимировича Полежаева. Российский биолог Л.В.Полежаев (1932) выдвинул гипотезу о возможности вызвать регенерацию того или иного органа путем задержки дифференцировки его клеток в результате травмирования органа, индуктивно исходя из экспериментов, в которых травмирование остатка конечности головастика накануне его превращения в лягушку вызывало восстановление конечности. Л.Л.Стишковская в книге «Вечные странники (жизнь амфибий, как она есть)» (1988) пишет: «В 1932 году Лев Владимирович Полежаев, тогда еще студент, приступил к первым своим опытам. Его подопытными стали головастики лягушек. Лягушки, жабы и жерлянки стоят посередине между хвостатыми амфибиями и млекопитающими, а Полежаев задавал себе те же вопросы, что и Спалланцани: почему у лягушек не вырастают заново лапы? Нельзя ли как-то заставить их расти? Головастики вот-вот должны были стать травяными лягушками. Они уже не в состоянии восстанавливать какие-либо свои органы. И в этот момент Полежаев ампутирует им задние лапки. А дальше он поступает так: левую лапку не трогает, а культю правой колет и колет иглой. Лапка сильно краснеет, воспаляется. И вдруг начинает расти. Шел день за днем, и у лягушки появилась новая правая лапка, а в левой лапке, которая была предоставлена самой себе, не произошло никаких изменений, образовался рубец и все. Оказалось, что в остатке правой лапки ткани сильно разрушились, перестали быть на себя похожими, произошел как бы возврат их к более ранней стадии развития. Клетки получили свободу и стали активно размножаться. Образовался зачаток, из которого и развилась лапка. Полежаев проводит новые исследования, они подтверждают результаты первых опытов» (Л.Л.Стишковская, 1988). Об этом же пишет и сам Л.В.Полежаев в статье «Идея, подбитая на взлете» (журнал «Чудеса и приключения», № 12, 1995): «Мы ампутировали обе задние конечности у неспособных к регенерации головастиков на уровне колена. Одну, контрольную, не подвергали дальнейшим воздействиям. Другую, подопытную, сильно травмировали – наносили иглой множество сильных продольных проколов от раны в глубь тканей. Результат опыта превзошел ожидания. В большинстве случаев подопытная конечность полностью или частично регенерировала, а контрольная не регенерировала вовсе» (Л.В.Полежаев, 1995). «Следовательно, - резюмирует Л.В.Полежаев, - утрата регенерационной способности конечностей у головастиков зависит от потери способности основных тканей этих органов к разрушению и дедифференцировки, а восстановление ее – от возникновения сильного разрушения и дедифференцировки (то есть упрощение организации, как бы омоложение клетки, ткани, органа). Эти опыты были повторены, расширены и подтверждены рядом отечественных и зарубежных исследователей на разных видах бесхвостных амфибий и не только в процессе метаморфоза, но и у взрослых особей» (Л.В.Полежаев, 1995).

Индукция Льва Владимировича Полежаева. Предположение Л.В.Полежаева о возможности стимулировать регенерацию костей черепа путем размещения на мозговой оболочке размельченных черепных костей (опилок), смоченных кровью, индуктивно подсказывалось удачными опытами по использованию данного способа регенерации на собаках. Кроме того, данное предположение мотивировалось аналогией с фактом успешной регенерации конечности аксолотля на основе размельченных и растертых в ступке тканей данной конечности. Л.Л.Стишковская в книге «Вечные странники (жизнь амфибий, как она есть)» (1988) пишет об экспериментах Полежаева: «Как же принудить кости черепа – очень твердые кости – регенерировать? Ответ на этот вопрос искали в лаборатории Л.В.Полежаева несколько лет. Когда же поиск закончился, было разработано четыре метода восстановления костей черпа. А самый простой и самый эффективный подсказали аксолотли. Еще раньше Л.В.Полежаев задумал выяснить: зависит ли регенерация от структуры тканей остатка органа? У аксолотля удалили заднюю лапку, но не полностью, оставили «манжетку» из кожи и нерв. А то, что удалили, размельчили ножницами и растерли в ступке. «Фарш», в котором сохранились только клетки, поместили в «манжетку», «провели» нерв и зашили. Через две недели рукав, начиненный «фаршем», прижился, и тогда кончик его обрезали. Вскоре у аксолотля выросла вполне обычная лапа. Если лапа способна регенерировать, когда полностью уничтожена нормальная структура ее тканей, может, и с костями черепа случится то же? Восемь и даже двенадцать квадратных сантиметров – такие куски черепа удалили у собак и размельчили. Получились опилки. Эти опилки, смоченные кровью, положили на твердую мозговую оболочку, зашили рану и стали наблюдать за происходящим. Через неделю от опилок не осталось следа, они растворились. Но из них выделились вещества, которые начали действовать на клетки незрелой соединительной ткани, масса которых появилась в то же самое время. Мало-помалу образовалась молодая кость, похожая на губку. Она развивалась, уплотнялась, становилась все компактней. Наконец, в ней возник костный мозг, она слилась с краями старой кости, и не отличить ее уже от старой» (Л.Л.Стишковская, 1988).

Индукция Роберта Беккера. Американский хирург Роберт Беккер выдвинул идею об ускорении процесса регенерации тканей с помощью электромагнитных полей, индуктивно исходя из опытов, в которых воздействие электрическим током слабой интенсивности (отрицательным потенциалом) на культю лягушки привело к тому, что у нее отросла полноценная конечность. Ричард Гербер в книге «Вибрационная медицина» (2001) отмечает: «Во время исследования, проводившегося под руководством д-ра Роберта О.Беккера, хирурга-ортопеда из Нью-Йорка, были получены интереснейшие сведения о том, как электрические токи, проходящие по нервной системе, способствуют регенерации тканей. Результаты этих экспериментов легли в основу методики ускорения срастания переломов с помощью электромагнитных полей. Ранние работы Беккера были посвящены изучению электрического потенциала в культе конечности подопытных животных, известного как «ток повреждения». Ученому удалось зафиксировать изменение этого потенциала в период заживления раны. Изучая процесс тканевой регенерации у саламандр и лягушек, он обратил внимание на то, что первые могут полностью восстанавливать утраченные конечности, а вторые нет. Возможно, лягушки потеряли эту способность в процессе эволюции. Беккера заинтересовало небольшое различие между «током повреждения» у этих земноводных. Он ампутировал лапы у саламандр и лягушек, а затем измерял электрический потенциал в зонах заживления тканей. У лягушек был обнаружен положительный электрический потенциал с тенденцией постепенного приближения к нулевому значению по мере заживления раны. У саламандр, напротив, после возникновения активного положительного потенциала появлялась отрицательная полярность. По мере регенерации новой конечности значение потенциала возвращалось к нулю. Единственное явное различие между «токами повреждения» заключалось в том, что у саламандры, способной отрастить новую конечность, потенциал колебался от положительного к отрицательному. Беккер решил выяснить, как искусственное воздействие отрицательным потенциалом на культю лягушки будет влиять на процесс заживления. Он провел опыт, и, к его удивлению, у лягушки отросла полноценная новая конечность! Идея использования электростимуляции для выращивания новых конечностей или органов является революционной» (Р.Гербер, 2001). Об этом же пишет Инге Дуганс в книге «Рефлексология» (2006): «Еще одним врачом, внесшим неоценимый вклад в применение электрической энергии в медицине, был д-р Роберт Беккер. Хирург-ортопед, он интересовался возможностями применения тока для регенерации сломанных костей. После множества экспериментов на саламандрах и лягушках, когда он изучал воздействие разных токов на поврежденное место, Беккер доказал состоятельность своей теории. Теперь пациентам с тяжелыми переломами можно рядом с переломом имплантировать крохотную батарейку, наподобие той, что ставится в слуховой аппарат, и она будет генерировать устойчивый отрицательный заряд, оказывающий просто поразительное целебное воздействие» (И.Дуганс, 2006).

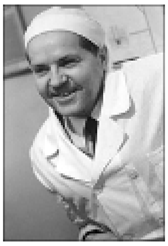
Индукция Эндрю Бассета. Эндрю Бассет сформулировал представление о целесообразности восстановления костных тканей у человека путем воздействия слабым электрическим током на сломанную кость сквозь гипсовую повязку, индуктивно основываясь на опытах по ускорению регенерации сломанных костей конечности лошади подобным методом. Ричард Гербер в книге «Вибрационная медицина» (2001) повествует: «Научно-исследовательская работа д-ра Беккера, продолженная д-ром Эндрю Бассетом, привела к широкому применению электромагнитных устройств для ускорения заживления поврежденных костей. Сначала была произведена хирургическая имплантация электродов в сломанные кости конечности лошади. Эти электроды были подключены к специальным источникам питания – с целью воздействия на место перелома слабым электрическим током. Быстрое восстановление костных тканей у животных позволило перейти к успешному лечению людей, особенно в ситуациях, когда из-за нарастания фрагментов сломанной кости ампутация была единственной альтернативой. Но, как и в случае со стимулятором дорсальных столбов, хирургическая имплантация электродов оказалась необязательной. Для получения желаемого результата было вполне достаточно воздействия на место перелома слабыми электромагнитными полями извне (фактически сквозь гипсовую повязку). Специальные электроды ежедневно, в течение нескольких недель или месяцев прикрепляются к гипсовой повязке пациента. Обычно это делается перед сном – до тех пор, пока рентген не покажет полного срастания кости» (Р.Гербер, 2001).

Индукция Ингвара Бранемарка. Известный шведский исследователь И.Бранемарк (1960-е годы) пришел к мысли о создании эффективной системы протезирования зубов, индуктивно исходя из случайного открытия явления остеоинтеграции, т.е. приживления титана в костной ткани. Кандидат медицинских наук Анатолий Осипов в статье «Второе рождение зуба» (московская городская газета «Мегаполис», № 7 от 10 августа 2009 г.) сообщает: «В 1965 группа исследователей в Швеции под руководством профессора Ингвара Бранемарка случайно открыла явление остеоинтеграции – приживления титана в костной ткани. Результаты исследования были направлены на изучение восстановления и регенерации кости после травмы. Это событие позволило сделать вывод о биоинертности титана, а все последующие исследования привели к созданию прогрессивной системы протезирования за всю мировую историю стоматологии. Когда Джордж Зарб – исследователь в области искусственных заменителей корней зубов из Канады – узнал об открытии, он отправился в Гетеборг, где провел шесть месяцев, убеждая Бранемарка поделиться результатами своих исследований с миром. Чтобы ускорить распространение новой концепции, в 1982 году в Торонто, на базе одной из стоматологических клиник, при поддержке Университетов Торонто и Гетеборга, была проведена конференция по остеоинтеграции» (А.Осипов, 2009). Об этом же пишет Игорь Лисевич в статье «Зубные имплантаты – это надежно и красиво» (журнал «Партнер», 2011, № 2): «В 1965 г. профессор Ингвар Бранемарк, возглавлявший группу ученых в университете Гетеборга (Швеция), проводил исследования, которые привели к открытию явления остеоинтеграции, т.е. приживления титана в костной ткани. Исследования И.Бранемарка были направлены на изучение восстановления и регенерации кости после травмы. Примечательно, что феномен остеоинтеграции (от латинского слова «os» - кость) был открыт совершенно случайно. На основании этого открытия был сделан вывод о биоинертности титана, что впоследствии привело к созданию наиболее прогрессивной системы протезирования зубов» (И.Лисевич, 2011). Отметим, что журнал «Партнер» выходит в Германии (Дортмунд) на русском языке.

Индукция Джона Хоппса. Изобретатель Джон Хоппс (1941) пришел к мысли о возможности оживить сердце человека после его остановки с помощью электрических импульсов, индуктивно основываясь на случайном обнаружении того, как сердце, переставшее биться в результате переохлаждения, возобновляло свою работу под воздействием высокочастотного радиоизлучения. Л.Ашкинази в статье «Плюс-минус десять» (журнал «Химия и жизнь», 2004,

№ 9) пишет об изобретении кардиостимулятора: «Этот прибор, сохраняющий жизнь миллионам людей, был изобретен случайно. В 1941 году инженер Джон Хоппс по заказу военно-морского флота проводил исследования в области гипотермии. Перед ним была поставлена задача найти способ максимально быстро обогреть человека, долгое время пребывавшего на морозе или в холодной воде. Хоппс пытался использовать для разогрева высокочастотное радиоизлучение и случайно обнаружил, что сердце, переставшее биться в результате переохлаждения, может быть снова «запущено», если его стимулировать электрическими импульсами. В 1950 году на основе открытия Хоппса был создан первый кардиостимулятор. Он был большой и неудобный, его применение иногда вызывало ожоги» (Л.Ашкинази, 2004).

Индукция Уилсона Грейтбатча. Американский изобретатель У.Грейтбатч пришел к идее о создании кардиостимулятора, не причиняющего ожоги больным, индуктивно отталкиваясь от следующего случайного наблюдения. Л.Ашкинази в статье «Плюс-минус десять» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 9) повествует: «Медик Уилсон Грейтбатч совершил второе случайное открытие. Он работал над созданием устройства, которое должно было записывать сердечный ритм. Однажды он вставил в устройство неподходящий резистор и заметил, что в электрической цепи возникли колебания, напоминающие ритм работы человеческого сердца. Через два года Грейтбатч создал первый вживляемый кардиостимулятор» (Л.Ашкинази, 2004). О случайном наблюдении Грейтбатча, позволившем ему создать безопасный кардиостимулятор, пишут многие авторы, в том числе журналисты. В частности, Диана Каминская в статье «Месть повара превратилась в чипсы» (газета «Новая» от 25 июня 2008 г.) указывает: «Американский инженер Уилсон Грейтбатч, работая над созданием устройства, фиксировавшего аритмичное сердцебиение, случайно вставил в него резистор не того типа. По цепи устройства прошел импульс, затем все стихло, импульс снова повторился. Грейтбатч сравнил эту реакцию с работой человеческого сердца – таким образом был изобретен первый электрокардиостимулятор» (Д.Каминская, 2008).



«Если вы почитаете его работы, то увидете, каких великолепных результатов он достиг, проводя операции на животных. Только отсутствие специальной аппаратуры, которая бы позволяла поддерживать искусственное кровообращение, не позволило ему проводить операции на человеке. У нас такое оборудование было».

Кристиан Барнард о Владимире Демихове

Индукция Владимира Демихова. Выдающийся русский хирург Владимир Демихов (1946, 1951) пришел к выводу о возможности успешной пересадки сердца от животного к животному и от человека к человеку, индуктивно основываясь на серии опытов по пересадке сердца, проведенных на собаках. Г.В.Лихачева в статье «У истоков трансплантологии» (газета «Биология», № 43, ноябрь 2002 г.) пишет о В.Демихове: «Сразу после войны он приходит в Институт экспериментальной и клинической хирургии. Несмотря на трудности технического и материального порядка, энергичный и изобретательный экспериментатор производит уникальные операции. В 1946 г. впервые в мире Демихов пересаживает второе донорское сердце в грудную полость, а в дальнейшем разрабатывает и апробирует в эксперименте на собаках около 40 схем пересадки сердца, в том числе и с долями легкого. В том же году впервые в мире производит полную замену сердечно-легочного комплекса без использования аппарата искусственного кровообращения. В 1947 г. также впервые в мире он осуществляет пересадку легкого без сердца. Через год делает пересадку печени. В 1951 г. впервые в мире заменяет сердце собаки на донорское без использования аппарата искусственного кровообращения и доказывает принципиальную возможность подобных операций» (Г.В.Лихачева, 2002). Кристиан Барнард, который приобрел мировую славу за первую в истории медицины пересадку сердца, проведенную на человеке, считал В.Демихова своим учителем. «Дважды, в 1960 г. и 1963 г., - поясняет Г.В.Лихачева, - приезжал в лабораторию Демихова Кристиан Барнард и ассистировал ему. Первая, ставшая известной на весь мир, операция по пересадке сердца от человека человеку была сделана в декабре 1967 г. именно этим хирургом из Кейптауна, считавшим Демихова своим учителем» (Г.В.Лихачева, 2002). Решающей исходной посылкой, определившей заключение Демихова о практической осуществимости пересадки сердца от человека человеку, был опыт 1951 года. В этом году на сессии Академии медицинских наук СССР в Рязани Владимир Петрович пересадил донорское сердце и легкие собаке Дамке. Она прожила семь дней. Это был первый случай в мировой медицине, когда собака с чужим сердцем жила так долго. Сообщают, что она жила в холле того здания, где проводилась сессия и после операции чувствовала себя вполне хорошо. Повреждение же гортани, от которого она умерла, было непреднамеренно ей нанесено во время операции.

Индукция Роберта Гейера. Роберт Гейер (1968) сделал заключение о возможности создания эффективного заменителя крови на основе перфторэмульсий, индуктивно основываясь на экспериментах Лиленд Кларк, а также своих собственных опытах, показавших, что при тотальном замещении крови крысы на перфторэмульсию крыса остается живой. С.Шноль в статье «Голубая кровь» (журнал «Знание-сила», 1997, №№ 10-11) повествует: «В 1966 году Лиленд Кларк поместила мышь – как рыбу – в аквариум, наполненный перфторэмульсией. В густой тяжелой белой жидкости концентрация кислорода была столь большой, что погруженные в нее мыши могли некоторое время «дышать» ею вместо воздуха. Жидкость заполняла легкие, и содержавшегося в ней кислорода оказывалось достаточно, чтобы поддерживать их жизнь. Мыши делали судорожные движения, заглатывая и выдавливая из легких эмульсию. Погибали они не из-за недостатка кислорода, а от утомления мышц грудной клетки – тяжело качать густую жидкость. В 1968 году Роберт Гейер осуществил тотальное – стопроцентное замещение крови крысы на перфторэмульсию. Крыса осталась живой. В 1969 разработкой перфторэмульсионных заменителей крови занялись американские и японские исследователи» (С.Шноль, 1997).

Индукция Феликса Белоярцева. Русский ученый Феликс Белоярцев (1980-е годы) пришел к выводу о том, что замена крови животных на перфторан не влияет на их репродуктивную функцию, а также о возможности использования перфторана как заменителя крови при хирургических операциях на сердце, индуктивно базируясь на следующих опытах. С.Шноль в статье «Голубая кровь» (журнал «Знание-сила», 1997, №№ 10-11) рассказывает: «Испытания перфторана на лабораторных животных шли успешно. Снабжаемые перфтораном (вместо крови) кроличьи сердца сохраняли сократительную способность намного дольше, чем при физиологическом растворе. В перфторане прекрасно росли клеточные культуры. По двору института прогуливали собаку, 70 процентов крови которой было замещено на перфторан. Через полгода эта собака принесла здоровых щенков. После двух тысяч экспериментов на животных 26 февраля 1984 года Фармкомитет СССР дал разрешение на проведение 1-й фазы клинических испытаний. 15 марта 1985 года было дано разрешение «на проведение 2-й фазы клинических испытаний препарата перфторан в качестве кровезаменителя с функцией переноса кислорода…». В ходе этих испытаний особо впечатляющие результаты были получены при хирургических операциях на «сухом» сердце, когда организм снабжается кровью посредством аппарата искусственного кровообращения, а сердце омывают и перфузируют отдельно. Перфузия перфтораном дала прекрасные результаты» (С.Шноль, 1997).

Индукция Жана Ростана. Жан Ростан (1946) склонился к выводу о возможности использования глицерина для защиты организма от губительного воздействия кристаллов льда при замораживании, индуктивно исходя из экспериментов, в которых был обнаружен защитный эффект глицерина при замораживании половых клеток лягушек. Джеральд Грумен в предисловии к книге Р.Эттинджера «Перспективы бессмертия» (2002) указывает: «Как пишет м-р Эттинджер, д-р Ростан в 1946 году первым сообщил о защитном эффекте глицерина при замораживании клеток животных. Кроме того, заслуживает внимания факт, что английский ученый д-р А.С.Паркес, в чьей лаборатории эффект глицерина был независимо открыт в 1948 году, также благоприятно высказывался о возможностях криогенного хранения тела в течение неопределенно долгого времени» (Д.Грумен, 2002). Сам Р.Эттинджер в своей книге констатирует: «Большое количество защитных агентов было предложено для минимизации повреждений тканей животных при заморозке; возможно, самым успешным из них был глицерин. Первые свидетельства были представлены профессором Жаном Ростаном, работавшим со сперматозоидами лягушек; подвижность клеток сохранялась в течение нескольких дней при температуре от -4°С до -6°С. (Точка замерзания чистой воды при обычном давлении 0°С). Позднее было установлено, что некоторые морозостойкие насекомые естественным образом содержат глицерин в своих телах!» (Р.Эттинджер, 2002). П.В.Щербаков и В.И.Тельпухов в статье «Бессмертие под газом» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 8) отмечают: «Дж.Ростан в 1946 году также обнаружил криопротекторное действие глицерина на клетки животных, продемонстрировав возможность хранения спермы лягушки при -4-6°С в среде, содержащей 10-20% глицерина» (П.В.Щербаков, В.И.Тельпухов, 2006).

Индукция Эрвина Шредингера. Лауреат Нобелевской премии по физике за 1933 год Эрвин Шредингер сформулировал мысль о том, что явление жизни как одно из явлений природы в своей основе противоречит второму началу термодинамики, индуктивно исходя из того, что живому организму свойственно стремление к упорядочению, а не к беспорядку. Э.Шредингер основывался на том, что в жизни животных и растений увеличивается свободная энергия, способная совершать работу. Я.М.Гельфер в книге «История и методология термодинамики и статистической физики» (1981) указывает: «Наиболее общая постановка проблемы жизни с точки зрения термодинамики впервые была сделана в 1944 г. немецким физиком Э.Шредингером в его книге «Что такое жизнь с точки зрения физики». То новое, что было им внесено в биологическую термодинамику, заключалось в понимании факта, что явление жизни как одно из явлений природы в своей основе противоречит второму началу термодинамики, поскольку живому организму свойственно стремление к упорядочению, а не к беспорядку, как то следует из статистической интерпретации второго начала. Жизнь животных и растений не укладывается в рамки представления о том, что свободная энергия неизбежно уменьшается и растет энтропия Вселенной» (Гельфер, 1981, с.255).

Индукция Георгия Лопашова. Георгий Викторович Лопашов (1948) выдвинул предположение о возможности пересадки клеточного ядра из одной клетки в другую и о ведущей роли этого ядра в индивидуальном развитии организма, индуктивно базируясь на экспериментах по переносу ядер из дифференцированных клеток лягушки в ее половые клетки (яйцеклетки). Л.Корочкин в статье «В лабиринтах генетики», (журнал «Новый мир», 1999, № 4) пишет: «…А начиналась вся эта история в далекие 40-е годы, когда российский эмбриолог Георгий Викторович Лопашов разработал метод пересадки (трансплантации) ядер в яйцеклетку лягушки. В июне 1948 года он отправил в «Журнал общей биологии» статью, написанную по материалам его экспериментов. Однако, на его беду, в августе 1948 года состоялась печально известная сессия ВАСХНИЛ, утвердившая по воле партии беспредельное господство в биологии печально известного Трофима Лысенко, и набор статьи Лопашова, принятой было к печати, рассыпали, потому что она доказывала ведущую роль ядра и содержащихся в нем хромосом в индивидуальном развитии организмов. Работу Лопашова забыли, а в 50-е годы американские эмбриологи Бриггс и Кинг выполнили сходные опыты, и приоритет достался им, как часто случалось в истории российской науки. В дальнейшем Джон Гердон из Великобритании усовершенствовал методику и, удаляя из яйцеклетки лягушек собственное ядро, пересаживал в нее разные ядра, выделенные из специализированных клеток. В конце концов он дошел до того, что начал пересаживать ядра из клеток взрослого организма, в частности из эпителия (покровные клетки) кишечника» (Л.Корочкин, 1999). Об этом же Л.Корочкин пишет в статье «Клонирование животных» («Соросовский образовательный журнал», 1999, № 4).

Индукция Роберта Бриггса и Томаса Кинга. Американские ученые Р.Бриггс и Т.Кинг (1952) пришли к выводу о возможности клонирования животных путем пересадки клеточного ядра из одной клетки в другую, индуктивно основываясь на своих экспериментах по пересадке клеточных ядер сначала у одноклеточных организмов типа амебы, а затем у лягушки Rana pipiens. Л.Завальский в статье «Мифология клонирования», опубликованной в электронной газете «Известия науки» (декабрь 2007 г.) пишет: «Время пришло после Второй мировой войны, в 1952 году, когда американцы Роберт Бригс и Томас Кинг потрясли ученый мир сообщением об удачной пересадке ядра лягушки Rana pipiens. Ядра извлекали из недифференцированных клеток бластулы – их пересадили в неоплодотворенные яйца с удаленным генетическим содержимым. После того, как яйца были простимулированы к развитию, из них выросли нормальные головастики. Однако когда ядра были извлечены из гаструлы (следующего за бластулой этапа деления), доля выживших личинок заметно уменьшилась. А ядра из более позднего периода развития вообще не дали результатов оживления. К 1960 году Бригс и Кинг пришли к неутешительному выводу, что дифференциация сопровождается прогрессирующим сужением возможности ядер стимулировать нормальное развитие организма» (Л.Завальский, 2007). Впервые мысль о переносе ядра из соматической (дифференцированной) клетки в яйцеклетку, предварительно лишенную ядра, высказал лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1935 год Ганс Шпеман. К этой мысли он мог прийти по аналогии со своими предыдущими экспериментами, в которых он пересаживал (переносил) зачатки различных органов эмбриона из одного места эмбриона в другое. А.А.Шкуматов и В.С.Корсак в статье «Клонирование: прошлое, настоящее, будущее?» (журнал «Проблемы репродукции», 2001, № 6) указывают: «В 1938 г. Ганс Шпеман предложил произвести опыт по переносу ядра какой-либо дифференцированной клетки в яйцеклетку, собственное ядро которой было предварительно удалено. Отсутствие техники энуклеации яйцеклеток-реципиентов, изоляции донорских ядер и их интактного переноса в яйцеклетки не позволили в то время произвести такой эксперимент. Эти методы были разработаны только в 50-х годах американскими исследователями Бриггсом и Кингом» (А.А.Шкуматов, В.С.Корсак, 2001). «Бриггс и Кинг, - поясняют А.А.Шкуматов и В.С.Корсак, - стали переносить ядра клеток бластулы в механически энуклеированные (лишенные ядра) яйцеклетки леопардовой лягушки Rana pipiens. Около 60% трансплантированных ядер были способны направлять развитие до стадии свободно плавающего головастика, однако при использовании ядер клеток гаструлы только около 20% из них оказались способны поддерживать развитие до стадии головастика, и ни одна из яйцеклеток с трансплантированным ядром соматической клетки от головастика на стадии хвостатой почки не смогла привести к нормальному развитию зародыша» (А.А.Шкуматов, В.С.Корсак, 2001).

Индукция Джона Гердона (Гурдона). Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2012 год Джон Гердон (1962) сформулировал гипотезу о возможности клонирования животных и человека, индуктивно исходя из того, что ему и его коллегам Майклу Фишбергу и Томасу Элсдейлу удалось клонировать особей лягушки Xenopus laevis. В ходе экспериментов ученые извлекали ядро из клетки одного организма и помещали его в протоплазму клетки другого организма, из которой предварительно было удалено клеточное ядро. Единственной проблемой, которая сопровождала опыты Д.Гердона, была высокая смертность особей лягушки в случае, если ядро извлекалось из клетки на поздних стадиях эмбрионального развития. Д.Гердон, проводя опыты по пересадке ядер из одной клетки в другую, столкнулся с теми же трудностями, что и Роберт Бриггс и Томас Кинг. Л.Завальский в статье «Мифология клонирования», представленной в газете «Известия науки» (декабрь 2007 г.) пишет: «В то же самое время в Англии шведский эмбриолог Майкл Фишберг совместно с коллегами Томасом Элсдейлом и Джоном Гердоном работал над видом лягушки Xenopus laevis, более перспективным для исследований, чем Rana, поскольку там легче решались вопросы транслантации. На примере Xenopus удалось вырастить головастиков из ядер половозрелых особей. Это был настоящий прорыв. Правда, продолжив кропотливую работу, Гердон обнаружил, что ядра из более поздних стадий могут развиться во взрослую особь с меньшей вероятностью, чем из бластулы: 30% для поздних эмбриональных стадий, 6% для новорожденных головастиков и 3% для активно плавающих форм» (Л.Завальский, 2007). А.А.Шкуматов и В.С.Корсак в статье «Клонирование: прошлое, настоящее, будущее?» (журнал «Проблемы репродукции», 2001, № 6) пишут: «Большего успеха в клонировании эмбрионов амфибий добился английский биолог Джон Гердон. Он не удалял хирургическим путем ядро яйцеклетки-реципиента, а разрушал его ультрафиолетовыми лучами. Ядра клеток донора имели генетический маркер – одно ядрышко на клетку вместо обычных двух. Объектом его исследований стала более примитивная южноафриканская шпорцевая лягушка Xenopus laevis. В отличие от леопардовой лягушки взрослая особь Xenopus способна регенерировать утраченные конечности, раннее развитие у нее протекает в три раза быстрее. Возможно, это и явилось залогом его успеха. Гердон использовал метод серийных пересадок ядер и подтвердил гипотезу о постепенной утрате потенций по мере развития. Английский исследователь переносил ядра эпителиальных кишечных клеток в активированные энуклеированные ооциты шпорцевой лягушки. Число ядер, обеспечивающих нормальное развитие, составило около семи процентов» (А.А.Шкуматов, В.С.Корсак, 2001).

Индукция Александра Фриденштейна. Российский ученый А.Я.Фриденштейн (1974) высказал представление о том, что стволовые клетки существуют и функционируют не только в период эмбрионального развития, но и во взрослом организме, индуктивно исходя из обнаружения в костном мозгу взрослых мышей и человека стволовых клеток, из которых образовывались (синтезировались) клетки крови эритроциты и лейкоциты. Л.И.Корочкин в статье «Деловые стволовые» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 7) отмечает: «Долгое время ученые предполагали, что клетки с таким широким потенциалом (стволовые клетки – Н.Н.Б.) существуют только на самых ранних этапах эмбрионального развития. Но вот гистолог Александр Яковлевич Фриденштейн в 70-е годы прошлого века открыл, что и во взрослом организме в костном мозгу есть клетки, способные давать различные производные, например эритроциты или лейкоциты, в зависимости от условий. До него считали, что у клеток красной крови свой источник, своя стволовая клетка, у клеток белой крови – свой источник и так далее, а ему удалось опровергнуть это мнение. Он доказал, что и эритроциты, и лейкоциты могут образовываться из одних и тех же недифференцированных клеток» (Л.И.Корочкин, 2002). Об этом же пишет Борис Жуков в статье «Клетки завтрашнего дня» (журнал «Вокруг света», № 11 (2806), ноябрь 2007): «Однако еще в 1960-е годы советский гематолог Александр Фриденштейн обнаружил все в том же костном мозге среди обычных кроветворных стволовых клеток небольшое количество еще более пластичных. В опытах Фриденштейна и его сотрудников эти клетки (он их назвал мезенхимальными) превращались в хрящевую, костную, жировую ткань и, похоже, могли дать начало любому из примерно 230 типов клеток человеческого организма» (Б.Жуков, 2007).

Индукция Мартина Эванса. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2007 год Мартин Эванс (1974) сделал заключение о возможности выделить эмбриональные стволовые клетки для последующего манипулирования ими и достижения различных желаемых целей, индуктивно основываясь на удачном выделении стволовых клеток из мышиных эмбрионов. Идея М.Эванса представляла собой индукцию с фактором случая, поскольку он сумел выделить указанные клетки, преследуя совсем другую цель – извлечение раковых клеток из организма мышей для дальнейших манипуляций. Г.Костина, Т.Оганесян и В.Сараев в статье «Шведский конкурс инноваций» (журнал «Эксперт», № 38 (579) от 15 октября 2007 г.) пишут: «Мартин Эванс первым в мире «потрогал руками» мышиные эмбриональные стволовые клетки. Эванс выделил их в 1974 году. Произошло это почти случайно. Ученый работал с мышиными клетками карциномы. Он знал, что раковые клетки бессмертны, и хотел вывести чистую линию таких эмбриональных раковых клеток, которыми можно было бы манипулировать в культуре – что-то в них изменять, а затем контролировать и отбирать нужное. И в дальнейшем с помощью этих измененных клеток производить трансгенез – встраивать их в животных. До этого для трансгенеза использовалась технология, при которой нужный ген с помощью вектора вставлялся в оплодотворенную яйцеклетку, а затем модифицированная яйцеклетка встраивалась в суррогатную самку» (Г.Костина, Т.Оганесян и В.Сараев, 2007). «Эта методика, - продолжают авторы статьи, - была малоэффективна и чудовищно дорога. Эванс считал, что куда удобнее использовать для трансгенеза эмбриональные раковые клетки. Он внедрял эти клетки в бластоцисту (начальная стадия плода) мыши. Потом эта бластоциста подсаживалась суррогатной самке. Но эти исследования прервались, поскольку у мышей не образовывались сперматозоиды и они быстро умирали от множественных опухолей. Казалось, идея провалилась. Однако по ходу этих опытов Эванс заметил, что в тех клетках, которые он извлекал из мышиных эмбрионов, были не только раковые, но и клетки без молекулярных раковых маркеров – при этом очень похожие по структуре и поведению на раковые. Он их выделил в самостоятельную культуру и провел опыты с ними. Это и были здоровые эмбриональные стволовые клетки (ЭСК). Опыты подсаживания в бластоцисту этих эмбриональных клеток позволили получить здоровое потомство. И Эванс понял, что именно эмбриональные стволовые клетки, а вовсе не раковые, могут стать очень удобным инструментом для получения модельных организмов с желаемыми генными изменениями» (Г.Костина, Т.Оганесян и В.Сараев, 2007).

Индукция М.Эванса, М.Кауфмана и Г.Мартина. М.Эванс, М.Кауфман и Г.Мартин (1981) сформулировали идею о возможности выращивания и искусственной дифференцировки эмбриональных стволовых клеток в культуре, индуктивно основываясь на следующих опытах, проведенных на клетках мышей. М.Литвинов в статье «Клетки для ремонта тканей» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 12) констатирует: «Эмбриональные стволовые клетки можно извлечь из бластоцисты и выращивать в культуре (в питательной среде) в недифференцированном состоянии. С млекопитающими (с мышами) это впервые проделали М.Эванс и М.Кауфман, а также Г.Мартин в 1981 году. Полученные ими клетки образовывали шарообразные скопления – эмбриоидные тельца и могли превращаться в любые зрелые клетки, включая половые. Чтобы доказать это, их вводили в разные места мышиных зародышей с отключенной иммунной системой и получали химерных животных, у которых под воздействием окружающих тканей формировались опухоли (тератомы) из клеток определенного типа. Дифференцировку удавалось провести и в культуре, действуя подходящими индукторами – веществами, изменяющими экспрессию генов и заставляющими клетки дифференцироваться» (М.Литвинов, 2004).

Индукция Денгама Хармана. Английский ученый Денгам Харман (1954) сформулировал идею о том, что причиной старения животных и человека являются свободные радикалы, образующиеся в живых клетках в биохимических реакциях, индуктивно экстраполировав на живые организмы роль свободных радикалов, которые он изучал, еще работая в химических лабораториях нефтяной компании «Шелл». В частности, в данной компании ученый изучал свободнорадикальные реакции окисления соединений фосфора и серы. Эта индукция Хармана больше походит на аналогию. В.К.Кольтовер в статье «Свободнорадикальная теория старения: исторический очерк» (журнал «Успехи геронтологии», 2000 г., выпуск 4) отмечает: «Когда 1-го июля 1954 г. Харман был принят на работу в Доннеровскую лабораторию медицинской физики Калифорнийского университета в Беркли, за плечами 38-летнего ученого были годы учебы в химическом колледже Калифорнийского университета в Беркли, 15 лет работы в химических лабораториях нефтяной компании «Шелл», из которых последние 7 лет он изучал свободнорадикальные реакции окисления соединений фосфора и серы, курс биологии и медицины, прослушанный в Стэнфордском университете и даже опыт практической работы в окружной больнице Сан-Франциско. Харман вспоминает, что мысль о свободнорадикальных реакциях как универсальной причине прогрессирующего накопления повреждений в живых системах осенила его в ноябре 1954 г.» (В.К.Кольтовер, 2000). Аналогия, проведенная Харманом, косвенно обосновывалась двумя фактами. Первый факт заключался в том, что Р.Гершман и Д.Гилберт (1954) высказали идею о том, что причиной токсичности кислорода для живых организмов являются его свободные радикалы. Второй факт состоял в том, что Коммонер, Таунсенд и Пейк с помощью электронного парамагнитного резонанса обнаружили сигналы свободных радикалов в печени и других тканях животных и в дрожжевых клетках. В.К.Кольтовер в той же статье констатирует: «Радиохимики в середине 50-х годов уже знали, что в воде под действием ионизирующего излучения возникают активные СР, в том числе – гидроксильный радикал (ОН). Идея о СР кислорода как причине его токсичности была высказана Ребеккой Гершман и Даниэлом Гилбертом в 1954 г. В 1954 г. Коммонер, Таунсенд и Пейк обнаружили сигналы электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) свободных радикалов в печени и других тканях животных и в дрожжевых клетках» (В.К.Кольтовер, 2000). Аналогия Хармана в определенной степени похожа на аналогию Н.М.Эмануэля, которая привела его к мысли о свободнорадикальном механизме возникновения рака. Известно, что Н.М.Эмануэль (1954) пришел к этой мысли, когда заметил сходство между процессом развития канцерогенеза и кинетикой реакций окисления органических соединений. Примечательно, что Д.Харман заинтересовался проблемой старения под влиянием работ советского ученого А.А.Богомольца. «По воспоминаниям Хармана, - пишет В.К.Кольтовер, - старением он впервые заинтересовался в декабре 1946 г., когда его жена Хелен показала ему статью «Завтра ты сможешь помолодеть»… Автор статьи – научный обозреватель газеты «Нью-Йорк Таймс» Лоуренс с восторгом рассказывал о работах советского ученого А.А.Богомольца и его антиретикулярной цитотоксической сыворотке. «Эликсиром молодости» эта сыворотка, конечно, не была, но она широко использовалась в годы Великой Отечественной войны для ускорения срастания переломов и заживления ран. Английский перевод книги А.А.Богомольца «Продление жизни» был в тот год издан в Нью-Йорке и можно утверждать, что Харман – как геронтолог – сформировался под влиянием идей А.А.Богомольца» (В.К.Кольтовер, 2000).

Индукция Денгама Хармана. Денгам Харман (1956, 1979) выдвинул гипотезу о том, что антиоксиданты, то есть соединения, нейтрализующие свободные радикалы, в том числе активные формы кислорода, могут продлевать жизнь животных и человека, индуктивно основываясь на опытах по введению различных антиоксидантов в организм мышей. В.К.Кольтовер в статье «Свободнорадикальная теория старения: исторический очерк», представленной в журнале «Успехи геронтологии» (2000 г., выпуск 4), указывает: «В экспериментах самого Хармана и его последователей было показано, что природные и синтетические антиоксиданты при регулярном добавлении к пище или питьевой воде действительно могут продлевать жизнь экспериментальных животных. Рекордные эффекты были достигнуты в экспериментах с 2-меркаптоэтиламином (2МЕА) – 29%-ный прирост средней продолжительности жизни (СПЖ) мышей LAF1, водорастворимым антиоксидантом эпигидом (2-этил-6-метил-3-оксипиридин) – 38%-ный прирост СПЖ мышей SHK, а также в экспериментах с дибунолом…» (В.К.Кольтовер, 2000).

Индукция Леонарда Хейфлика. Выдающийся биолог Леонард Хейфлик (1961) высказал идею о том, что здоровые клетки обладают лишь ограниченной способностью к делению и функционированию в клеточных культурах и в теле животного, из которого они получены, индуктивно отправляясь от экспериментов по выращиванию клеток эмбриональной ткани человека в искусственной питательной среде. Эта среда включала в себя аминокислоты, витамины, важные минералы (натрий, калий и кальций) и сыворотку крови. В ходе экспериментов Хейфлик обнаружил, что все выращиваемые клетки делятся 50 раз, что занимает у них 8-месячный период времени, после чего они погибают. Сначала Хейфлик не поверил в этот результат и стал искать возможные технические ошибки, определившие его. Но обнаружить эти ошибки не удалось, и тогда Хейфлик сделал вывод, что здоровые клетки человека в культуре имеют предел репликации, равный 50-ти делениям одной клетки. Это опровергало взгляды лауреата Нобелевской премии за 1912 год А.Карреля о бессмертии отдельных клеток и свидетельствовало о том, что старение происходит внутри индивидуальных клеток, а не где-то в другом месте, как думал А.Каррель и другие исследователи. Хейфлик также установил, что клетки, выращиваемые в культуре, приобретают способность к неограниченному (бесконечному) делению лишь в том случае, если они поражены раком. Раковые клетки действительно бессмертны (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999).

Индукция Леонарда Хейфлика. Л.Хейфлик пришел к идее о существовании в живых клетках внутренних часов, определяющих время их жизни, то есть примитивной памяти, фиксирующей количество репликаций, отпущенных одной клетке, индуктивно основываясь на следующих исследованиях. Ученые, воодушевленные работами Хейфлика, обнаружили, что здоровые клетки, взятые у молодых доноров, обладают большими способностями делиться и функционировать, чем клетки, взятые у пожилых доноров. Чем старше донор, тем меньшее число раз культивируемые здоровые клетки будут делиться. Сам Хейфлик в одном из опытов замораживал клетки на разных стадиях их роста (на стадии 10-ти, 15-ти или 20-ти делений) в жидком азоте. Затем он их размораживал на этих разных уровнях и заметил, что каждый образец клеток запоминал тот уровень, на котором он был заморожен, и при оттаивании продолжал делиться до тех пор, пока число делений не доходило примерно до 50. Клетки запоминали указанный уровень, даже если продолжительность заморозки составляла 30 лет. «Меня до сих пор бросает в дрожь, - пишет Хейфлик, - когда я рассматриваю под микроскопом клетки WI-38, воскресшие после того, как они проспали замороженными более четверти века. После двухчасового размораживания клетки располагаются по дну сосуда с культурой и кажутся такими же здоровыми, какими были в 1962 году. Менее чем через день они начинают делиться. Возможно, в один прекрасный день данная технология сможет применяться для откладывания процесса старения или для сохранения в живых людей?» (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999).

Индукция Леонарда Хейфлика. Л.Хейфлик сформулировал догадку о существовании прямой взаимосвязи между продолжительностью жизни данного биологического вида и числом популяционных делений, которым могут подвергнуться его культивируемые клетки, индуктивно исходя из данных других ученых, которые установили, что клетки животных с различной продолжительностью жизни испытывают различное число делений. В частности, клетки животных с большей продолжительностью жизни размножаются большее число раз, прежде чем погибнуть, чем клетки, взятые у животных с меньшей продолжительностью жизни. «Например, - пишет Л.Хейфлик, - клетки, взятые у новорожденных мышей, продолжительность жизни которых три года, делятся примерно 15 раз; клетки, взятые у новорожденных цыплят, которые живут 12 лет, делятся около 25 раз; человеческие клетки делятся примерно 50 раз; клетки галапагосской черепахи, имеющей максимальную продолжительность жизни, равную 175 годам, делятся около 110 раз» (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999).

Индукция Леонарда Хейфлика. Гипотеза Л.Хейфлика о том, что часы, определяющие продолжительность жизни на фундаментальном клеточном уровне, находятся в клеточном ядре, содержащем молекулу ДНК, а не в цитоплазме, окружающей это ядро, возникла у него индуктивно. Двое бывших студентов Хейфлика В.Райт и О.Магглтон-Харрис провели следующий эксперимент. Они удалили ядра из культивируемых здоровых молодых клеток и вставили эти ядра в старые клетки. В свою очередь, они удалили ядра из старых клеток и перенесли их в молодые клетки. В результате старые клетки с молодыми ядрами делились большее количество раз, чем молодые клетки со старыми ядрами (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999).

Индукция Кальвина Харли. Известный биолог Кальвин Харли (1973) высказал идею о важной роли теломеров – отрезков ДНК, находящихся на конце каждой хромосомы – в определении количества потенциальных делений клетки, индуктивно исходя из своих опытов по исследованию поведения теломеров во время клеточной репликации. В ходе этих опытов К.Харли обнаружил, что при каждом делении клеток, происходящем в культивируемых здоровых человеческих клетках, последовательность теломеров постепенно уменьшается. Здесь индукция использовалась в сочетании с аналогией, поскольку Харли в первую очередь должен был обратить внимание на сходство поведения клеток и теломеров в процессе роста в искусственной питательной среде. Харли рассуждал: количество делений (репликаций) клеток в искусственной культуре со временем уменьшается. Последовательность теломеров – отрезков ДНК, находящихся на кончике хромосом и состоящих из повторяющихся подгрупп, в процессе клеточной репликации также уменьшается. Таким образом, отмечается аналогия (сходство) поведения клеток и теломеров по мере старения. Следовательно, укорочение теломеров является причиной старения клетки, то есть теломеры являются часами, определяющими старение на клеточном уровне. Смелая идея Харли подтвердилась, когда ученые Грейдер и Блэкберн (1985) установили, что раковые (бессмертные) клетки вырабатывают фермент теломеразу, который способствует увеличению числа теломеров (Л.Хейфлик, «Как и почему мы стареем?», 1999). Независимо от К.Харли гипотезу о связи между старением клеток и укорочением теломер высказал русский ученый А.М.Оловников (1971) и первооткрыватель структуры молекулы ДНК Д.Уотсон (1972).

Индукция Джека Шостака и Элизабет Блэкберн. Лауреаты Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2009 год Джек Шостак и Элизабет Блэкберн (1982) пришли к выводу, что концевые участки молекулы ДНК, содержащие тандемные повторяющиеся последовательности нуклеотидов, являются теломерами, способными предотвращать деградацию хромосом при каждом новом делении клетки, индуктивно основываясь на том, что введение этих тандемных повторов, взятых у инфузории и введенных в клетки дрожжей, останавливает процесс разрушения хромосом дрожжей. Мария Зверева и Мария Рубцова в статье «Нобелевская премия по физиологии и медицине 2009 года. Счетчик клеточного времени» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 1) пишут: «В 1975 году Элизабет Блэкберн в лаборатории Джозефа Гала в Йельском университете, изучая внехромосомные молекулы ДНК инфузории, обнаружила, что концевые участки этих молекул содержат тандемные повторяющиеся последовательности, состоящие из шести нуклеотидов: на каждом конце таких повторов было от 20 до 70. В дальнейших экспериментах Блэкберн и Шостак добавили в дрожжи молекулы ДНК с присоединенными к ним повторами из инфузории и обнаружили, что молекулы ДНК стали стабильнее. В 1982 году в совместной публикации они предположили, что эти повторяющиеся последовательности нуклеотидов и есть теломеры. Их догадка подтвердилась» (М.Зверева, М.Рубцова, 2010). Об этом же повествует Андрей Бабицкий в статье «Неустаревающая работа» (журнал «Форбс», 05.10.2009 г.): «В конце 1970-х годов Блэкберн, начинавшая свою научную карьеру, обнаружила, что на концах хромосом одноклеточного организма Тетрахимены (Tetrahymena) встречаются загадочные повторяющиеся последовательности нуклеотидов (букв генетического кода) – CCCCAA.

Зачем они нужны, в тот момент было не ясно. Джек Шостак в это же самое время экспериментально исследовал деградацию хромосом. Он вводил искусственную последовательность ДНК в клетки дрожжей и наблюдал, как она укорачивается при каждом делении – в отличие от ДНК самих дрожжей. Блэкберн и Шостак объединили усилия: выделили повторяющуюся последовательность из ДНК Тетрахимены, приделали ее к искусственной последовательности Шостака и ввели в клетку дрожжей. Деградация ДНК прекратилась. Так были открыты теломеры – последовательности, защищающие генетический код от потери информации при копировании. Статья Блэкберн и Шостака вышла в 1982 году…» (А.Бабицкий, 2009). Эксперименты, индуктивно натолкнувшие Э.Блэкберн и Дж.Шостака на мысль о важной функции теломеров (тандемных повторов нуклеотидов) в жизни клетки, описываются также в статье Ю.Панчула «Спасти рядовую клетку» (журнал «Новое время», № 36 от 12.10.2009 г.). «В 1980 году, - пишет Ю.Панчул, - Элизабет Блекберн, работая в Беркли, проанализировала кончики ДНК из хромосомы лабораторной инфузории Tetrahimena и обнаружила в них повторяющуюся последовательность «букв» генетического кода – нуклеотидов. Этот результат привлек внимание Джека Шостака из Гарварда, который бился над другой проблемой – пытался «перепрограммировать» клетку дрожжей, вводя в нее различные последовательности ДНК, но каждый раз его «искусственные хромосомы» быстро разрушались. Хотя и инфузории, и дрожжи являются одноклеточными, они имеют сложные хромосомы с теломерами. У Шостака возникла идея присоединить последовательность, обнаруженную Блекберн, к своим мини-хромосомам, и в 1982 году совместный эксперимент Шостака и Блекберн увенчался успехом: «искусственные теломеры» от Блекберн защищали «искусственные хромосомы» Шостака от деградации внутри клетки дрожжей. Еще через два года студентка Блекберн Кэрол Грейдер выделила белок, существование которого было предсказано Оловниковым, - этот белок восстанавливал укороченные теломеры. Блекберн и Грейдер назвали его «теломераза» (Ю.Панчул, 2009). По словам М.Зверевой и М.Рубцовой, авторов статьи «Счетчик клеточного времени» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 1), «открытие того, как теломеры и фермент теломераза защищают хромосомы – это, безусловно, великое достижение современной науки, позволяющее понять, как генетическая информация передается от материнской клетки к дочерней без потерь, чем определяется продолжительность жизни клеток, а также некоторые особенности их злокачественного перерождения» (М.Зверева, М.Рубцова, 2010).

Индукция Х.Ноля и Д.Хегнера. Х.Ноль и Д.Хегнер (1978) пришли к выводу, что одной из причин старения клеток могут служить свободные радикалы, образующиеся в митохондриях, индуктивно основываясь на опытах, в которых им удалось зафиксировать факт синтеза свободного радикала живыми митохондриями. Кроме того, эти ученые обнаружили, что в митохондриях старых крыс количество синтезируемых радикалов выше, чем в митохондриях молодых животных. С.М.Комаров в статье «Тайна старения» (журнал «Химия и жизнь», 2005, № 2) пишет о том, что поиск наиболее вредных для организма свободных радикалов начался с подозрений в отношении митохондрий: «Конечно же, основными подозреваемыми были митохондрии, ведь почти весь кислород, который поступает в организм, оказывается именно в них, где его употребляют для синтеза главного источника энергии – АТФ. Однако только в 1978 году Х.Ноль и Д.Хегнер опубликовали в «Европейском журнале биохимии» статью, в которой сообщили, что им удалось зафиксировать факт синтеза супероксид-радикала живыми митохондриями и, более того, митохондрии из клеток сердца старых крыс синтезировали его больше, чем из сердец молодых» (С.М.Комаров, 2005).

Индукция Бориса Ванюшина. Российский биолог Б.Ф.Ванюшин (1960, 1967) сформулировал идею о существовании связи между старением клеток и уменьшением уровня метилирования ДНК, индуктивно основываясь на обнаружении того, что у представителя семейства лососевых рыб горбуши уровень метилирования ДНК уменьшается с возрастом.

Вскоре Б.Ф.Ванюшин установил, что понижение уровня метилирования ДНК происходит также и в большинстве органов у стареющих коров и крыс. Б.Ф.Ванюшин в статье «Материализация эпигенетики, или небольшие изменения с большими последствиями» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 2) цитирует американского биолога Крейга Куни, написавшего книгу «Магический метил» (1999): «Русские показали, что метилирование ДНК у животных уменьшается с возрастом. Это было интригующим указанием на то, что старение и уменьшение метилирования ДНК идут рука об руку. Означает ли это, что существует связь между старением клеток и уменьшением уровня метилирования ДНК? Скорее всего, да. Борис Ванюшин и его сотрудники в Москве первыми показали еще в 1960 годах, что у горбуши уровень метилирования ДНК уменьшается с возрастом. Они же показали, что это происходит также и в большинстве органов у стареющих коров и крыс. Позднее несколько групп ученых в США и Японии обнаружили, что и у мышей при старении также уменьшается метилирование ДНК» (Б.Ф.Ванюшин, 2004).

Индукция Бориса Ванюшина. Б.Ф.Ванюшин (1976) высказал предположение о существовании субклеточной (органелльной) специфичности метилирования, индуктивно основываясь на обнаружении того, что выделенный из митохондрий быка фермент, осуществляющий метилирование – цитозиновая ДНК-метилаза - метилирует цитозиновые остатки молекулы ДНК не в тех местах данной молекулы, в которых это делает ядерный фермент метилирования. Б.Ф.Ванюшин в статье «Материализация эпигенетики, или небольшие изменения с большими последствиями» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 2) пишет: «Мы выделили цитозиновую ДНК-метилазу из митохондрий быка, и показали, что этот фермент метилирует цитозиновые остатки не в тех местах (последовательностях), что ядерный. Так в 1976 году была открыта субклеточная – органелльная специфичность метилирования» (Б.Ф.Ванюшин, 2004).

Индукция Бориса Ванюшина. Б.Ф.Ванюшин (1970, 1977) сделал заключение о том, что метилирование ДНК регулирует экспрессию генов и клеточную дифференцировку, индуктивно исходя из опытов, которые показали, что в разных клетках и тканях метилирование ДНК осуществляется по-разному. В частности, характер метилирования ДНК изменяется в клетках печени при введении животному гидрокортизона, в клетках нервной системы при обучении, в клетках растений при прорастании семян и при переходе к цветению, при заражении растений разными грибами и вирусами. В статье «Материализация эпигенетики, или небольшие изменения с большими последствиями» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 2) Б.Ф.Ванюшин указывает: «Мы обнаружили, что в разных клетках одного и того же организма ДНК метилирована по-разному. Это позволило нам в 1970 году первыми заявить в журнале «Nature» о том, что метилирование ДНК регулирует экспрессию генов и клеточную дифференцировку. Наши работы привлекли внимание многих ученых у нас и за рубежом и послужили толчком к интенсивному исследованию метилирования ДНК в мире» (Б.Ф.Панюшин, 2004). «Действительно, - поясняет Б.Ф.Ванюшин, - оказалось, что после введения животному гидрокортизона в его печени сильно изменяется характер метилирования ДНК и при этом активируются разные гены. Как мы показали в 1977 году, изменяется характер метилирования и в нейронах (но не в других клетках мозга) при обучении – это было одно из первых указаний на участие генома в формировании памяти. У растений метилирование ДНК сильно изменяется при прорастании семян, при переходе к цветению и после заражения разными грибами и вирусами» (Б.Ф.Ванюшин, 2004).

Индукция Роберта Эдвардса и Патрика Стептоу. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2010 год Р.Эдвардс совместно с П.Стептоу (1968, 1975) сформулировал предположение о возможности рождения детей путем искусственного оплодотворения, индуктивно базируясь на многочисленных опытах по выделению яйцеклетки из фолликула и развитию эмбрионов вне организма женщины. Около 600 подобных опытов закончились неудачей, что говорит о господстве в работе указанных ученых вездесущего метода проб и ошибок. В.С.Корсак и С.Ю.Афонькин в статье «Метод экстракорпорального оплодотворения» (газета «Биология», № 22, 2003) пишут об этапах движения Эдвардса и Стептоу к благородной цели: «Следующий этап технологии ЭКО был разработан после встречи в 1968 г. Эдвардса с гинекологом Патриком Стептоу. Они внедрили в практику эффективный способ выделения яйцеклетки из фолликула с помощью так называемой лапароскопии – осмотра брюшной полости с помощью оптической системы, введенной через маленькое отверстие в брюшной стенке. Патрик Стептоу был одним из лучших специалистов в мире по лапароскопии, и это принесло свои положительные результаты, поскольку Эдвардс к тому времени уже умел оплодотворять выделенные яйцеклетки и обеспечивать развитие эмбрионов вне организма женщины в течение 48 ч. Эдвардс и Стептоу начали с переноса полученных ими эмбрионов в полость матки женщины, однако в течение двух лет дальнейшего развития беременности добиться им никак не удавалось. Проанализировав причину неудач, Эдвардс пришел к выводу, что они связаны с тонкостями гормональной подготовки женщины – реципиента эмбриона. В своей практике Эдвардс и Стептоу стали применять для такой стимуляции гормоны прогестерон и эстрадиол. В результате в 1975 г. была получена первая беременность, но она оказалась внематочной, а следующая беременность прервалась на раннем сроке… Р.Эдвардс и П.Стептоу совершили поистине научный подвиг во имя человечества – 10 лет напряженной работы, которой сопутствовали бесконечные неудачи. Они совершили почти 600 переносов эмбрионов без всякого результата! Лапароскопий было сделано еще больше, поскольку далеко не каждая такая операция заканчивалась получением яйцеклеток, и далеко не всегда после соединения сперматозоидов с яйцеклеткой происходило их оплодотворение» (В.С.Корсак и С.Ю.Афонькин, 2003). «О первой успешной беременности, - продолжают авторы статьи, - мир узнал только после того, как она завершилась рождением здорового ребенка: 28 июля 1978 г. родилась Луиза Браун, первый в мире «ребенок из пробирки». Второй такой ребенок родился в 1979 г., а в 2002 г. родился уже миллионный ребенок, зачатый вне организма матери!» (В.С.Корсак и С.Ю.Афонькин, 2003). Об этих же тяжелых поисках, об опытах, которые часто заканчивались неудачно, пишется в статье «Нобелевская премия по физиологии и медицине 2010 года. Роберт Эдвардс: «почетный отец четырех миллионов детей» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 11): «1970-е годы – пожалуй, самые драматические в истории исследований Эдвардса. Все беременности самопроизвольно прерывались на ранней стадии; потребовалось больше ста неудач, чтобы понять, что дело в несовершенстве протокола гормональной стимуляции: гормоны, которые пациентки получали в качестве стимуляторов созревания овоцита, создавали помехи для закрепления эмбрионов на стенке матки» («Наука и жизнь», 2010, № 11). Там же говорится о первом серьезном успехе – о Луизе Браун (первой появившейся на свет в 1978 году «девочке из пробирки»): «Однако от триумфального рождения Луизы Браун ведет отсчет уже другая, современная история ЭКО. Это по-прежнему история проб и ошибок – сегодня к успешной беременности приводит примерно одна из трех попыток».

Индукция Владимира Фролькиса. Русский ученый В.В.Фролькис (1984) сделал вывод о влиянии азотсодержащего угля на продолжительность жизни животных, индуктивно отправляясь от опытов, в которых добавление этого вещества к рациону крыс увеличивало среднюю продолжительность их жизни (СПЖ) на 43,4%. В.Е.Чернилевский и В.Н.Крутько в статье «История изучения средств продления жизни» (журнал «Профилактика старения», 2000, № 3) констатируют: «В опытах, проведенных В.В.Фролькисом с соавторами на крысах 20-месячного возраста, добавление к рациону углеродного сорбента СКН (азотсодержащий уголь) вызывало увеличение СПЖ на 43,4%, МПЖ – на 34,4%, задержку возрастных изменений печени, почек, сердца, кишечника и поджелудочной железы, снижение уровня холестерина и триглицеридов в печени, крови и головном мозгу» (В.Е.Чернилевский и В.Н.Крутько, 2000).

Индукция Кейта Келли. Американский иммунолог Кейт Келли (1985) пришел к мысли о том, что гормон роста, вырабатываемый гипофизом, способен обращать вспять старение тимуса, индуктивно исходя из опытов, в которых введение гормона роста в организм старых крыс приводило к развитию и увеличению размеров их тимуса. Рональд Клац в книге «Гормон роста» (электронный вариант его книги «Остановите болезнь старения», 2000) пишет о К.Келли: «С возрастом тимус уменьшается и уровень гормона роста понижается. Нет ли здесь связи? – задумался он. Чтобы проверить эту идею, он решил впрыснуть старым крысам, у которых зобная железа почти сошла на нет, клетки GH3 (ГР3). Это клетки, выращенные в лабораторных условиях и секретирующие большое количество гормона роста. К его великой радости, эксперимент удался. Зобная железа старых крыс отросла и стала такой же большой и крепкой, как у молодых крыс. Он опубликовал статью «Имплантация аденомы гипофиза ГР3 способна обращать вспять старение тимуса» в престижном журнале «Доклады Национальной академии наук». Он говорит, что до его эксперимента «все считали, что тимус исчезает и не дано его возвращать. Но теперь ясно, что это было неправильно. Это не вызывается каким-то генетическим дефектом. Тимус не запрограммирован на исчезновение в том смысле, что мы не можем вернуть его. Мы можем вернуть его через лечение. И это лечение – гормон роста» (Р.Клац, 2000).

Индукция Дэниела Радмена. Известный исследователь Д.Радмен (1990) сформулировал гипотезу о том, что гормон роста может приостанавливать процесс старения организма, индуктивно отталкиваясь от опытов, в которых двенадцати мужчинам в возрасте от 61 до 81 года в течение шести месяцев давали синтетический гормон роста, и это буквально преобразило их. Рональд Клац в книге «Гормон роста» (электронный вариант его книги «Остановите болезнь старения», 2000) пишет об исследованиях Д.Радмена: «Пятого июля 1990 года престижный «Медицинский журнал Новой Англии» опубликовал результаты клинического исследования препарата, эффект от которых был подобен взрывной волне, прокатившейся по всему миру. Речь шла о чем-то будто бы взятом из фильма «Кокон»: инъекции синтетического гормона роста человека – вещества, которое естественным образом вырабатывается гипофизом – совершенно преобразили двенадцать мужчин в возрасте от 61 до 81 года с дряблыми, слабыми, оплывшими жиром телами, сделав их более стройными, сильными и молодыми. Языком, какой редко встретишь в консервативных медицинских журналах, доктор медицины Дэниел Радмен вместе со своими коллегами по Висконсинскому медицинскому колледжу писал: «Эффекты шестимесячного воздействия гормона роста человека на жировую и нежировую массу тела оказались эквивалентными по величине изменениям, свойственным 10-20 годам старения» (Р.Клац, 2000). «Эксперимент Радмена, - пишет Р.Клац об ученом, поставившем эксперимент, и людях, которые в нем участвовали, - был сразу же назван выдающимся прорывом. Непобедимость процесса старения была опровергнута раз и навсегда. Подобно тем первым людям, которые испытали на себе вакцину коровьей оспы, или тем, которые стали первыми получателями трансплантатов сердца, эти люди навсегда изменили ход истории» (Р.Клац, 2000). Описание К.Клаца совпадает с трактовкой Х.Ибрагимова, который в статье «Секрет вечной молодости» (журнал «Власть», № 22 (625) от 06.06.2005 г.) указывает: «В 1990 году американский исследователь Дэниел Радмен опубликовал в престижном «Медицинском журнале Новой Англии» статью, которая буквально взорвала мир. По его словам, ему удалось прорвать «лимит Хейфлика». 12 мужчин в возрасте от 61 до 81 года «биологически» помолодели примерно на 20 лет благодаря регулярным инъекциям гормона роста человека (ГРЧ), которые доктор Радмен делал им регулярно в течение полугода. Новость об эксперименте доктора Радмена облетела весь мир. Сотни тысяч людей изъявили желание пройти курс терапии, чтобы стать на десятки лет моложе» (Х.Ибрагимов, 2005).

Индукция Ольги Кулаевой. Доктор биологических наук, профессор института физиологии растений им.К.А.Тимирязева Ольга Кулаева высказала идею о возможности задержки старения с помощью фитогормона цитокинина, индуктивно исходя из следующего опыта. Альберт Валентинов в статье «Гормон молодости - цитокинин» (журнал «Наука и религия», № 8, 2007) пишет: «Эксперимент, сделавший профессора Кулаеву всемирной знаменитостью, заключался вот в чем. Был взят срезанный с растения желтый умирающий лист и в него введен фитогормон цитокинин. И произошло чудо: лист ожил, зазеленел. Более того, когда цитокинин вводили в половину листа, эта половина оживала, становилась зеленой, а вторая продолжала стареть и отмирала» (А.Валентинов, 2007). А.Петров и И.Арепьев в книге «СПИД глазами ясновидцев» (2001) констатируют: «Уже в наши дни доктор биологических наук, профессор института физиологии растений им.К.А.Тимирязева Ольга Кулаева провела серию опытов, в которых пыталась «заразить жизнью» умирающие растения. Опыты оказались удачными – лабораторными методами удавалось не только запустить второй и третий цикл жизни растений, но и добиться такого необычного эффекта, когда одна половина листа, в которую вводили цитокинин, начинала зеленеть и молодеть, а вторая, не простимулированная гормоном, продолжала стареть и умирать. Вывод, который в результате сделала Кулаева, строг и логичен – в живых организмах существует несколько программ развития и существования, как минимальных, так и максимальных, и на выбор этих программ можно влиять» (А.Петров и И.Арепьев, 2001). До О.Н.Кулаевой способность цитокинина вызывать деление клеток и индуцировать дифференцировку побегов установил ученый Скуг, о чем говорит сама О.Н.Кулаева в статье «Как регулируется жизнь растений» («Соросовский образовательный журнал», № 1, 1995). «Возвращаясь к обсуждению биологической активности цитокининов, - пишет она, - важно подчеркнуть, что кроме установленной в опытах Скуга способности вызывать деление клеток и индуцировать дифференцировку побегов, цитокинины активируют рост листьев и семядолей двудольных растений, стимулируют формирование хлоропластов, задерживают старение листьев. Если раствором цитокинина опрыснуть одну половину листа, это задержит ее пожелтение и старение, тогда как другая половина пожелтеет. Цитокинины вызывают приток питательных веществ к месту их нанесения» (О.Н.Кулаева, 1995).

Индукция Любовь Хаимовны Гаркави. Российская женщина-биолог Л.Х.Гаркави (1990) сделала заключение о том, что переменное магнитное поле способно вызывать эффекты омоложения у живых организмов, индуктивно основываясь на экспериментах, в которых воздействие переменным магнитным полем на организм старых крыс приводило к появлению у них признаков, характерных для молодых животных. М.Татьянин в статье «Омолодимся?» (журнал «Изобретатель и рационализатор», 2003, № 7) отмечает: «В бюллетене Международного фонда радикального управления жизнью (США) утверждается, что переменные магнитные поля оказывают весьма внушительное влияние на процесс омоложения организмов крыс. В опытах, проведенных неким Гаркави, помещавшим этих сметливых животных между электромагнитными катушками, возбуждавшими поле с частотой в 50 Гц, уже через 1-2 недели после начала воздействия появились первые признаки омоложения, а через несколько месяцев подопытных пожилых крыс можно было отличить от молодежи только по размерам. Жесткая шерсть сменилась шелковистой, грубая и толстая кожа стала мягкой и эластичной, возросла сексуальность (и они туда же!), даже цвет глаз стал как у молодых» (М.Татьянин, 2003). В.Е.Чернилевский и В.Н.Крутько в статье «История изучения средств продления жизни» (журнал «Профилактика старения», 2000, № 3) пишут: «В многочисленных опытах Барноти (1959-1964), а также Мак-Лина (1959), Перепечина (1974) и других установлено, что ПМП (постоянное магнитное поле – Н.Н.Б.) от 100 до 4200 Э способствовало увеличению СПЖ мышей, крыс и других видов животных, при этом существенно замедлялось развитие опухолей. Видимо, этим и можно объяснить продление жизни животных в данных опытах. Больший эффект оказывало переменное МП в опытах, проведенных Л.Х.Гаркави с сотрудниками. Применялось воздействие на голову старых крыс (возраст 18-32 мес) поля с индукцией 3,2-4,5 мТ и частотой 50 Гц. Цель опытов заключалась в создании у животных неспецифической адаптационной реакции активации. Через 1-2 недели после начала воздействия у животных появились признаки омоложения, а через 2-8 месяцев подопытных крыс по внешнему виду можно было отличить от молодых только по размерам. Они были более подвижными; редкая, желтая, грубая шерсть сменилась белой, мягкой, густой; желтоватые склеры глаз стали ярко розовыми; кожа из грубой и толстой превратилась в мягкую и эластичную; тимус был увеличен, нормализовался половой цикл» (В.Е.Чернилевский и В.Н.Крутько, 2000).

Индукция Тарака (Тарека) Эль-Биали. Работающий в Канаде биолог Тарак Эль-Биали (1990-е годы) вместе со своими коллегами по университету пришел к мысли о возможности восстановления зубов у человека путем воздействия ультразвуком низкой интенсивности, индуктивно исходя из опытов, в которых низкочастотные ультразвуковые волны стимулировали регенерацию зубов у мышей. В конечном счете, эта индукция привела Эль-Биали к идее создания ультразвукового аппарата восстановления зубов, который в настоящее время уже проходит апробацию. Дмитрий Баюк в статье «Человек наращивает корни» (журнал «Вокруг света», 21.07.2006 г.) повествует об изобретении группы канадских ученых, в которой работает Эль-Биали: «Решающую роль в изобретении канадцев сыграло открытие десятилетней давности, сделанное Тареком Эль-Биали, когда он, только-только защитив диссертацию, проходил стажировку в университете штата Иллинойс в Чикаго. Тогда он работал с мышами, про которых и так известно, что вместо выбитого или поломанного зуба у них вырастает новый. Но Тарек Эль-Биали обнаружил, что ультразвук низкой интенсивности очень способствует этому процессу и его ускоряет. Идея попробовать применить тот же принцип на человеческих зубах представляется более чем естественной, хотя вряд ли тогда он ожидал того результата, который получили. Можно было рассчитывать, что ультразвук укрепит корневую ткань под сломанным зубом или костную ткань под удаленным, облегчив тем самым имплантацию протеза. Но чтобы вдруг вместо сломанного зуба рос новый – это настоящая сенсация!» (Д.Баюк, 2006).

Индукция Эллен Хебер-Кац (Хебер-Катц). Американская исследовательница Э.Хебер-Кац (1993-1998) сформулировала представление о том, что млекопитающие (если у них подавить иммунную систему) способны к регенерации, как и низшие животные, индуктивно основываясь на случайном обнаружении быстрой регенерации у мышей. Мы говорим, что исходный факт, натолкнувший на новую идею, был открыт случайно, так как первоначально исследование регенерации мышей не входило в намерения Хебер-Кац. Процесс восстановления поврежденной ткани у животных был настолько быстрым, что через месяц после того, как лаборантка по просьбе Хебер-Кац сделала в ушах каждой экспериментальной мыши маленькие отверстия, они исчезли за счет регенерации. Хебер-Кац стала упрекать лаборантку в том, что та проигнорировала ее указания и не делала никаких отверстий на ушах животных, не подозревая, что у мышей при определенных условиях возможно ускоренное заживление ран. Валентина Богомолова в статье «Только голову не теряй» (газета «Комок», 23 октября 2001 г.) пишет: «Совсем недавно ученые твердо знали, что млекопитающие не могут регенерировать. Все изменилось совершенно неожиданно и, как часто бывает в науке, совершенно случайно. Иммунолог Элен Хебер-Катц из Филадельфии однажды дала своему лаборанту обычное задание: проколоть уши лабораторным животным, чтобы нацепить им ярлычки. Через пару недель Хебер-Катц пришла к мышам с готовыми ярлычками, но… не нашла в ушках дырочек. Естественно, доктор устроила выволочку своему лаборанту и, невзирая на его клятвы, сама взялась за дело. Прошло несколько недель, и изумленному взору ученых предстали чистейшие мышиные ушки без всякого намека на заживленную ранку. Этот странный случай заставил Хебер-Катц сделать совершенно невероятное предположение: а что если мыши просто регенерировали ткани и хрящи для заполнения ненужных им дырок? При пристальном рассмотрении выяснилось, что в поврежденных участках ушей присутствует бластема – такие же неспециализированные клетки, как у земноводных» (В.Богомолова, 2001). Информацию об этой же индукции с фактором случая можно найти в статье «Случай, обещающий большое будущее» (журнал «Наука и жизнь», № 6, 1998), в которой указывается: «Лаборантка должна была пометить мышей, отобранных для опыта: сделать у них маленькие двухмиллиметровые отверстия в ушах. Когда же руководитель эксперимента доктор Эллен Хебер-Кац, сотрудник одного из исследовательских центров Филадельфии, изучающая заболевания иммунной системы, месяц спустя осмотрела животных, никаких дырок в ушах она не обнаружила. Напротив, структура тканей, хрящей, кровеносных сосудов выглядела так, словно мышиных ушей ничто не коснулось, да и шерстка на них не выдавала следов травмы. Однако лаборантка заверила доктора Хебер-Кац, что именно месяц назад с помощью инструмента, похожего на тот, которым зажимают свинцовые пломбы, продырявила уши у всех мышей. «Повторите свою работу при мне», - попросила доктор Хебер-Кац. И опять произошло удивительное: через четыре недели дырки на ушах заросли так аккуратно, как будто их и не было! Не удалось обнаружить и рубцов в тех местах, где была прорублена живая ткань» («Наука и жизнь», 1998). Открытие Хебер-Кац показало, что иммунная система является антиподом регенерационной способности.

Индукция Роберта Лангера и Джозефа Ваканти. Лауреат премии «Миллениум» за 2008 год, профессор Массачусетского технологического института (МТИ) Роберт Лангер и Джозеф Ваканти выдвинули гипотезу о возможности успешной регенерации ткани того или иного органа из отдельных клеток, индуктивно основываясь на удачном эксперименте по регенерации ткани печени из отдельных клеток. Пол Шарп и Конан Янг в статье «Зубы из пробирки» (журнал «В мире науки», 2005, № 11) пишут: «В конце 1980-х гг. специалист по трансплантации органов Джозеф Ваканти из Гарвадской Медицинской школы и химик-полимерщик Роберт Лангер из Массачусетского технологического института провели следующий эксперимент. Они поместили клетки определенной части тела в заранее изготовленную биодеградируемую форму, намереваясь вырастить в ней орган для трансплантации. Ученые опирались на тот факт, что клетки, формирующие ткани живого организма, постоянно обмениваются сигналами и часто перемещаются с места на место в пределах некой образуемой ими трехмерной структуры. Каждая клетка заранее «знает» свое место и роль в будущем организме. Следовательно, если поместить правильно подобранный набор отдельных клеток, полученный путем дезинтеграции ткани, в каркас подходящей формы, то они самоорганизуются и воссоздадут искомый орган. Первые успешные эксперименты по регенерации кусочков ткани печени из отдельных клеток, проведенные Ваканти и Лангером, послужили стимулом к разработке аналогичных методик для получения других сложных органов – сердечной мышцы, костной ткани и зубов» (П.Шарп, К.Янг, 2005).

Индукция Джерри Шейя и Вудринга Райта. Д.Шейя и В.Райт (1998) сформулировали представление о возможности преодолеть предел Хейфлика (50 делений клеток в культуре) путем предотвращения естественного укорочения теломер, индуктивно основываясь на опытах по введению в клетки, растущие в культуре тканей, гена фермента теломеразы, который удлиняет теломеры. А.А.Богданов в статье «Теломеры и теломеразы» («Соросовский образовательный журнал», 1998, № 12) пишет: «В январе 1998 года средства массовой информации во всем мире буквально взорвались сообщениями о том, что группе американских ученых удалось заставить нормальные клетки человека преодолеть «лимит Хейфлика» почти вдвое. Вместо того, чтобы состариться и умереть, клетки продолжали делиться и выглядели юными. При этом превращения их в раковые клетки (то есть злокачественной трансформации) не происходило: по всем признакам клетки, потерявшие способность стариться, были нормальными. В газетах немедленно появились статьи с заголовками вроде «Генетики уткнулись в бессмертие», «Лекарства от старости будут доступны, как аспирин», «Таблетки от старости становятся реальностью» и т.п. Что же произошло на самом деле? Ученые из лабораторий Джерри Шейя, Вудринга Райта, работающие под патронажем фирмы «Джерон корпорейшн» («Geron Corporation»), с помощью изящных генетических манипуляций заставили в нормальных клетках человека работать фермент теломеразу, активность которой до этого была нулевой. Теломераза участвует в образовании теломер – специальных структур, расположенных на концах линейных хромосом эукариот. Таким образом, обновление теломер и стало причиной спасения клеток от одряхления» (А.А.Богданов, 1998). В.В.Фролькис в статье «Старение: воспоминание о будущем» (журнал «Лечение и диагностика», 1998, № 1) указывает: «Теломеры – это биологические часы клеточного старения. Многие связывают решение проблемы теломер с созданием эффективных средств противодействия старению и канцерогенезу. Недавно группа исследователей из генотехнологической фирмы «Герон» в Калифорнии (среди них и моя дочь, Мария Фролькис) сделала решающий шаг в этом направлении. Используя геноинженерные методы, они ввели в клетки в культуре тканей ген фермента теломеразы. В клетках начал синтезироваться фермент, удлиняющий теломеры, и клетки приобрели способность делиться в два раза больше, т.е. продолжительность жизни клона возросла. Есть широко известный «лимит Хейфлика». Клетки человека обладают способностью делиться 50-59 раз. В опытах группы «Герон» после введения теломеразы клетка дает уже свыше 100 делений. Опыт продолжается» (В.В.Фролькис, 1998).

Индукция Сеймура Бензера. Известный генетик Сеймур Бензер пришел к выводу о возможности увеличения продолжительности жизни человека путем воздействия на его генотип, индуктивно основываясь на выведении разновидности мухи-долгожителя за счет мутации одного из ее генов. Наталья Шеховцова в статье «Долго жить можно» (газета «Аргументы и факты», № 48 (1049) от 29 ноября 2000 г.) указывает: «В лаборатории Сеймура Бензера в Калифорнийском институте технологии живет необыкновенная муха. Все ее сородичи умерли месяц назад, как и было положено. Этой же мушке удалось продлить свое существование на треть от положенного срока. Секрет долголетия – в мутации одного-единственного гена, который «отвечает» за старение. Бензер назвал его «Мафусаилом» - в честь библейского героя, прожившего 969 лет. Если «Мафусаила» удастся выделить среди человеческих генов и ученые найдут способ на него воздействовать, то проблема долголетия будет решена на 90%» (Н.Шеховцова, 2000).

Индукция Шинии Яманаки. Японский биолог, лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 2012 год, Шиния Яманака (2006) пришел к выводу о возможности направленного перепрограммирования клеток, при котором взрослые клетки превращаются в эмбриональные стволовые клетки, индуктивно базируясь на удачном перепрограммировании клеток кожи (фибробластов) мышей путем внедрения в них генов, работающих наиболее активно в эмбриональных клетках. А.Астахова и Н.Зимин в статье «Перепрограммирование» (журнал «Итоги», № 48 (598), 2007) пишут: «В чем же суть сенсационного открытия? В его основу легли исследования Яманаки, который в июле прошлого года уже заставил научный мир говорить о прорыве. Тогда он опубликовал данные о том, что ему удалось трансформировать клетки хвоста мыши в те, которые, по его наблюдениям, во многих отношениях вели себя как стволовые эмбриональные. Для этого ученый решил использовать четыре гена c-MYC, OCT ¾, SOX2, KLF4, некоторые из них кодируют особые белки-факторы, которые пробуждают определенные функции клетки, работающие только в период развития эмбриона, а во взрослом организме «выключающиеся». Японец попробовал «перепрограммировать» взрослую клетку, вновь поместив в нее гены, кодирующие нужные белки. Исследователь заразил мышиные клетки ретровирусом, в который он вставил определенные кусочки ДНК, содержащие эти гены. Для чего это было нужно? У многих вирусов есть одно особое качество. Они способны «встраиваться» в геном клетки-хозяина, которую заражают. Так ретровирус доставил гены, участвовавшие в эксперименте, прямиком в геном клетки. И она и правда перепрограммировалась во что-то, очень похожее на эмбриональную стволовую клетку! Позже исследователь показал, что «потомки» таких клеток действительно могли образовывать самые разные ткани тела» (А.Астахова, Н.Зимин, 2007). Вера Башмакова и и Алексей Паевский в статье «Нобелевская премия по физиологии и медицине - 2012» (сайт «Элементы большой науки», 10.10.2012 г.) пишут: «Как уже было сказано, клетки различных типов отличаются друг от друга различной экспрессией тех или иных генов. Яманака и его команда сравнивали экспрессию генов в дифференцированных и эмбриональных стволовых клетках. Они выделили несколько десятков генов, чья повышенная активность была характерна именно для стволовых клеток. Эти гены они в разных сочетаниях вставляли в дифференцированные клетки путем молекулярного клонирования, чтобы заставить эти клетки дифференцироваться обратно. И вот наступил прорыв. После долгих экспериментов Яманаке удалось показать, что для перепрограммирования дифференцированной клетки в плюрипотентную стволовую достаточно повышения экспрессии всего четырех генов! Названия этих генов звучат музыкой для «стволовых» биологов, и они выпалят их, даже будучи разбуженными посреди ночи: Oct3/4, Sox2, Klf4 и с-Myc» (В.Башмакова, А.Паевский, 2012). Необходимо отметить, что Ш.Яманака нашел гены, обеспечивающие перепрограммирование клеток, методом перебора (методом проб и ошибок). Илья Колмановский в статье «Нобелевская за прилежание» (журнал «GEO», 15.10.2012 г.) пишет о Яманаке: «Наверное, только человек с такой силой воли способен добиваться магических результатов путем чистого перебора. (…) Открытие профессора из Киото, как и эксперимент Гердона, - не требовало озарения. Скорее, нужно было адское терпение» (И.Колмановский, 2012). «Нужно было узнать, - продолжает И.Колмановский, - какие конкретно гены (из многих тысяч , записанных на ДНК) делают эмбриональные клетки «молодыми», или, как говорят ученые, «плюрипотентными стволовыми клетками» - и научиться их избирательно включать. Упорный профессор из Киото переработал все публикации на эту тему. В конце концов, он нашел упоминания 24 генов, которые работали только в эмбриональных стволовых клетках. Используя в качестве «шприца» особые вирусы, ученый сначала вводил 24 гена-кандидата в клетки кожи взрослых мышей по одному – и ни в одном опыте не получил стволовых клеток. Тогда ввел все 24 гена сразу – и получил стволовые клетки. Стал убирать гены из этой «смеси» по одному, и обнаружил десять генов, без которых не получаются стволовые клетки. Дальше, тоже вычитанием, проверил эту десятку – и в 2006 году нашел волшебный коктейль из четырех генов. Эти опыты он ставил на мышах» (И.Колмановский, 2012). Об этом же методе перебора пишет Галина Костина в статье «Поколение R» (журнал «Эксперт», № 12 (844) от 22 марта 2013 года): «В работе Яманаки важную роль сыграли открытия в области генетики: в частности, уже было известно, какие гены работают в эмбриональных всемогущих клетках. Логика ученого была проста: во взрослой клетке надо включить именно те гены, которые работают в эмбриональной. Яманака выделил 24, на его взгляд, главных и внедрил их с помощью специальной ретровирусной конструкции в фибробласт (предшественник клетки кожи). Потом он методом перебора искал то минимальное количество генов, которое будет держать клетку в состоянии, близком к эмбриональному. Так он составил магический коктейль из четырех генов, который тут же стали называть коктейлем Яманаки» (Г.Костина, 2013). Перед нами индукция, основанная на методе последовательного перебора.

Глава 16
Индуктивные открытия в области экономики

Индукция Адама Смита. Основатель экономической науки Адам Смит (1776) сформулировал идею о том, что условием прогресса производительных сил является разделение труда, индуктивно основываясь на многочисленных фактах, которые показывали, что рабочий, совершающий все операции по производству определенной продукции, изготовит меньше продукции, чем несколько рабочих, каждый из которых будет выполнять отдельную операцию. Гилен Делепляс в книге «Лекции по истории экономической мысли»

(2000) цитирует А.Смита: «Рабочий, совершающий все операции, может изготовить одну булавку за весь день, в то время как если эти операции разделены между десятью рабочими, то производство булавок поднимается до 48000 в день или 4800 булавок на одного рабочего. Разделение труда, таким образом, позволяет значительно повышает количество благ, которое может произвести данное число рабочих» (Делепляс, 2000, с.35). «Величайший прогресс, - рассуждает А.Смит, - в развитии производительной силы труда и значительная доля искусства, умения и сообразительности, с какими он направляется и прилагается, явились, по-видимому, следствием разделения труда» (там же, с.34).

Индукция Адама Смита. Адам Смит (1776) пришел к выводу о существовании рыночного механизма, который постоянно увеличивает годовой доход общества вопреки индивидуальным целям и интересам отдельных производителей, индуктивно основываясь на многочисленных фактах, которые свидетельствовали о том, что производители совершенствуют технологию производства и качество товаров, преследуя лишь собственную выгоду. Этот рыночный механизм А.Смит метафорически назвал «невидимой рукой». Другими словами, ученый обратил внимание на то, что повышение эффективности рыночного производства происходит в качестве побочного продукта стремления людей к получению максимальной прибыли. Гилен Делепляс в книге «Лекции по истории экономической мысли» (2000) демонстрирует рассуждения А.Смита о намерениях отдельного производителя: «…Направляя эту промышленность таким образом, чтобы ее продукт обладал максимальной ценностью, он преследует лишь собственную выгоду, причем в этом случае, как и во многих других, он невидимой рукой направляется к цели, которая совсем и не входила в его намерения; при этом общество не всегда страдает от того, что эта цель не входила в его намерения. Преследуя свои собственные интересы, он часто более действительным образом служит интересам общества, чем тогда, когда сознательно стремится делать это» (Делепляс, 2000, с.59).

Индукция Давида Рикардо. Выдающийся экономист, у которого учился Карл Маркс, Давид Рикардо выдвинул принцип сравнительных затрат, индуктивно основываясь на том, что в Шотландии его времени затраты труда на производство овса были низкими, а на производство виноградного вина высокими, тогда как в Португалии дело обстояло наоборот, и это создавало условия для взаимовыгодного обмена. А.В.Аникин в книге «Юность науки (жизнь и идеи мыслителей-экономистов до Маркса)» (1985) пишет о Рикардо: «Он рассуждал так. Если даже представить себе, что Шотландия производит и овес и вино с меньшими издержками, но по овсу ее преимущество больше, чем по вину, то при известном соотношении издержек и известных пропорциях обмена ей будет все же выгодно производить только овес, а Португалии – только вино. Это и есть принцип сравнительных затрат, или сравнительного преимущества. Рикардо основывал этот принцип на трудовой теории стоимости и пытался доказать его с помощью числового примера; он вообще очень любил и постоянно использовал такие примеры» (А.В.Аникин, 1985).

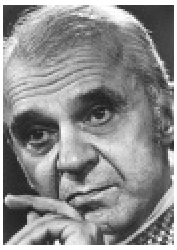
Индукция Вильяма Джевонса. Известный английский экономист, один из основателей теории предельной полезности В.Джевонс разработал теорию циклов деловой активности, индуктивно исходя из обнаружения того, что экономическая деятельность людей испытывает колебания – за экономическим подъемом следует спад и обратно. П.Бернстайн в книге «Против богов: укрощение риска» (2000) пишет о Джевонсе: «Как человек, искушенный в естественных науках, он не мог не заметить того, что бросалось в глаза, - хозяйственная деятельность испытывала колебания. В 1873 году, как раз через два года после опубликования «Теории политической экономии», экономический бум, который продолжался в Европе и Соединенных Штатах более двадцати лет, пошел на убыль. Деловая активность постоянно падала в течение трех лет. В 1878 году объем промышленного производства в США только на 6% превысил уровень 1872 года. В течение последующих 23 лет цены на товары и услуги в США падали почти непрерывно и снизились на 40%, что вызвало большие экономические трудности в Западной Европе и Северной Америке. Не привел ли Джевонса этот разорительный опыт к постановке вопроса о том, способна ли экономика неизменно оставаться на оптимальном уровне производства и занятости, как уверяли Рикардо и его последователи? Ничуть не бывало. Вместо этого он выступил с теорией циклов деловой активности, основанной на влиянии солнечных пятен на погоду, погоды на урожайность и урожайности на цены, заработную плату и уровень занятости. Для Джевонса источник бед на небесах и на земле, а не в философии» (П.Бернстайн, 2000).

Индукция Роберта Гиффена. Английский экономист Р.Гиффен пришел к выводу о существовании ситуаций, противоречащих закону убывания спроса, о том, что увеличение цены на товар не всегда приводит к понижению спроса на него, индуктивно отталкиваясь от следующего наблюдения. Он заметил, что бедные рабочие семьи покупают все больше картофеля, несмотря на его подорожание. Объяснение сводилось к тому, что картофель занимал большую долю в расходах на еду в бедных семьях. Другую пищу такие семьи могли позволить себе нечасто. И если происходил рост цен на картофель, то бедная семья вообще вынуждена была отказаться от покупки мяса и других продуктов, тратя весь свой небольшой доход на покупку картофеля. При реконструкции истории находки Р.Гиффена мы полагаемся на достоверность описания А.Маршалла и П.Самуэльсона. В частности, П.Самуэльсон в своей Нобелевской лекции «Принцип максимизации в экономическом анализе», которую можно найти в книге Н.Е.Титовой «История экономических учений» (1997) говорит: «…Все мы знаем о парадоксе Гиффена, в соответствии с которым повышение цены на картофель – основную еду бедных ирландских крестьян – может снизить их жизненный уровень настолько, что заставит покупать скорее больше, чем меньше картофеля. В этом случае сам здравый смысл обнаруживается только под прожектором математики» (П.Самуэльсон, 1997).

Индукция Чарльза Доу. Ч.Доу (1884, 1896) вывел единый индекс фондового рынка, получивший название «индекс Доу-Джонса», индуктивно основываясь на результатах сопоставления информации о ценовых изменениях акций ведущих компаний за разные периоды времени. Ч.Доу брал цены акций крупных компаний, делил их на количество этих компаний и рассматривал изменение полученного среднего показателя за определенный промежуток времени. Можно сказать, Ч.Доу перенес в область изменения цен и акций теорему о среднем арифметическом, которая с давних времен известна в математике. Ч.Доу сравнивал свой индекс с палочками на песке пляжа, которые кладут у кромки прибоя, одна за другой, чтобы определить по каждой следующей волне – будет прилив или отлив. Если пики и впадины индекса поднимались достаточно высоко, то преобладал бычий рынок, если падали все ниже и ниже, то рынок был медвежий.

Индукция Вильфредо Парето. Итальянский экономист В.Парето (1897) открыл математическую формулу, описывающую распределение доходов среди различных слоев населения, индуктивно основываясь на результатах исследования характера распределения богатств в Англии 19 века. Впоследствии он обнаружил ту же закономерность в распределении доходов и других стран. Ричард Кох в статье «Закон Парето или принцип 80/20» (электронный сайт «Элитариум») пишет: «Так что же обнаружил Вильфредо Парето? Так случилось, что он рассматривал распределение богатства и доходов в Англии XIX века. Он выяснил, что большая часть доходов и материальных ценностей принадлежит меньшинству людей в исследованных группах. Возможно, что для Парето не было в этом ничего удивительного. Однако он также установил два очень примечательных, по его мнению, факта. Первым был тот, что существует неизменное математическое соотношение между численностью группы людей (в процентах от общей численности рассматриваемого населения) и долей богатства или дохода, контролируемого этой группой. Другими словами, если известно, что 20% населения владеют 80% материальных ценностей, то можно с уверенностью сказать, что 10% населения имеют приблизительно 65% материальных ценностей, а 5% населения – 50%. Для Парето главным здесь были не цифры процентного соотношения, а тот факт, что распределение богатства среди населения предсказуемо несбалансированно. Другой находкой Парето, восхитившей его, было то, что данная схема дисбаланса оставалась неизменной для статистических данных, относящихся к различным периодам времени и различным странам. Будь то данные по Англии за любой период ее истории или доступные Парето данные по другим странам за разные периоды времени, выяснялось, что схема снова и снова повторяется, причем с математической точностью».

Индукция Николая Кондратьева. Известный русский экономист Н.Д.Кондратьев (1922) выдвинул гипотезу о существовании длинных волн (больших циклов) развития мировой экономики, повторяющихся с периодичностью в 50-60 лет, индуктивно основываясь на результатах обработки большого статистического материалы о динамике изменения показателей экономического развития в крупнейших странах Европы примерно за 140 лет. При этом открытые им волны экономического развития получили название волн Кондратьева. Ю.В.Яковец в статье «Научное наследие Н.Д.Кондратьева: современные оценки», которая содержится в книге Н.Д.Кондратьева «Избранные сочинения» (1993) пишет: «Идея о существовании больших циклов была высказана Н.Д.Кондратьевым в 1922 г. в книге «Мировое хозяйство и его конъюктуры во время и после войны». Обработав большой статистический материал, он изложил эту теорию в статье «Большие циклы конъюктуры» (1925) и на дискуссии по этой проблеме, которая состоялась в феврале 1926 г. в Институте экономики. На основе обработки большого статистического материала о динамике примерно за 140 лет среднего уровня товарных цен, процента на капитал, заработной платы, оборота внешней торговли, добычи и потребления угля, производства чугуна и свинца Н.Д.Кондратьев количественно доказал, измерил во времени и по интенсивности, изобразил графически наличие трех больших циклов экономической конъюктуры, повышательные и понижательные волны, чередующиеся примерно через полвека. По существу, он предсказал не только наиболее глубокий мировой кризис конца 20 – начала 30-х годов, но и неизбежность выхода из него, новой повышательной волны» (Ю.В.Яковец, 1993). Об этом же пишет В.Н.Костюк в статье «Длинные волны Кондратьева и теория долговременного экономического роста» (журнал «Общественные науки и современность», 2002, № 6): «Используя доступный ему статистический материал, Кондратьев выделил длинные волны в экономическом развитии Европы с конца XVIII века до периода 1914-1920 годов. При этом он обнаружил, что повышательная и понижательная фазы каждой длинной волны (большого цикла) обладают определенными свойствами, названными им эмпирическими правильностями» (В.Н.Костюк, 2002).



«Леонтьев, по всеобщему признанию, один из самых выдающихся ученых-экономистов 20-го столетия. Международная «Энциклопедия общественных наук» сравнивает его вклад с той ролью, какую в теории экономики сыграли Адам Смит и Джон Мейнард Кейнс, а этих гигантов можно, пожалуй, назвать соответственно Ньютоном и Эйнштейном этой науки».

А.В.Аникин о Василии Леонтьеве

Индукция Василия Леонтьева. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1973 год Василий Леонтьев (1925) пришел к выводу о возможности математического описания межотраслевого баланса, которое позже превратилось в знаменитый метод «затраты-выпуск», индуктивно основываясь на работе руководителя Центрального Статистического Управления СССР П.И.Попова. А.В.Воронцовский в статье «В.В.Леонтьев – выдающийся экономист XX столетия» («Вестник Санкт-Петербургского университета», 2007, серия 5, выпуск 1) пишет о середине 1920-х годов: «…Именно в этот период В.В.Леонтьев познакомился с работой, выполненной в ЦСУ СССР целой группой сотрудников этого управления под руководством его начальника П.И.Попова. Эта работа была посвящена постановке и анализу числовой модели межотраслевого баланса Советского Союза, выполненной по отчетным данным 1923-24 хозяйственного года. Этот баланс был составлен в соответствии с решением Правительства, принятым в 1924 г. Доклад П.И.Попова по результатам построения этого баланса был опубликован в 1925 г. в газете «Экономическая жизнь», № 72. Полностью весь построенный баланс, и дополнительно натуральные балансы, был опубликован позднее, в 1926 г. По материалам первой разработки межотраслевого баланса под руководством П.И.Попова В.В.Леонтьев опубликовал статью «Баланс народного хозяйства» в немецком журнале… В ней было отмечено, что «принципиально новым в этом балансе при сравнении его с обычными хозяйственно-статистическими обследованиями, как, например, с американским или английским цензом, является попытка охватить цифрами не только производство, но и распределение общественного продукта, чтобы таким путем получить общую картину всего процесса воспроизводства в форме некоторой экономической таблицы» (А.В.Воронцовский, 2007). Подчеркивая значение работы П.И.Попова для дальнейших исследований В.В.Леонтьева, А.В.Воронцовский указывает: «Знакомство с этой работой в значительной степени предопределило дальнейшую судьбу и будущие научные успехи В.В.Леонтьева. Эта проблема стала центральной в его дальнейшем научном творчестве и привела к созданию теории и математической модели межотраслевого баланса, который на Западе получил название метода «затраты-выпуск» (А.В.Воронцовский, 2007).

Индукция Джона Кейнса. Джон Кейнс (1936), который повсеместно признан величайшим экономистом XX века, выдвинул идею о том, что внутри самой рыночной экономики отсутствует механизм саморегулирования для достижения полной занятости, индуктивно основываясь на анализе последствий Великой Депрессии 1920-х годов, случившейся в США. Этот экономический кризис, которому сопутствовал выброс из сферы производства миллиона людей, оказавшихся безработными, свидетельствовал о том, что эффективное функционирование рынка невозможно без определенного вмешательства государства. Гилен Делепляс в книге «Лекции по истории экономической мысли» (2000) пишет: «По мнению Кейнса, недостаток рыночной экономики – ее неспособность гарантировать уровень занятости, достаточный для предоставления работы для всего активного населения, а не ее способность обеспечить соответствие структуры занятости спросу на соответствующие рабочие места» (Делепляс, 2000, с.264). И.Осадчая в статье «Великий реформатор экономики капитализма» (журнал «Наука и жизнь», 1997, № 11), посвященной Джону Кейнсу, отмечает: «…Кризис тридцатых годов был не очередным циклическим кризисом перепроизводства – одним из тех, что регулярно поражали капиталистическую экономику, а это был кризис самой системы – системы, которая уже не могла функционировать по-старому и нуждалась в глубокой перестройке всего механизма своего регулирования. Новые процессы требовали новых идей, нового теоретического обобщения происходящих перемен. Именно Кейнсу было суждено стать лидером такого нового теоретического направления в экономической мысли Запада – оно получило название кейнсианство, - ставшего антиподом господствовавшей в то время ортодоксии – неоклассической школы» (И.Осадчая, 1997).

Индукция Рональда Коуза. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1991 год Рональд Коуз (1937) построил концепцию трансакционных издержек, индуктивно основываясь на исследовании деятельности фирмы как элементарной ячейки экономики. При этом он обратил внимание на то, что издержки фирмы далеко не ограничиваются затратами, связанными непосредственно с производством продукции. Р.Коуз отметил наличие ряда затрат, возникающих в процессе контактов фирмы с другими фирмами: затраты и потери, неизбежно возникающие при заключении и совершении любых сделок (трансакций). Речь идет об издержках, связанных со сбором и переработкой информации, поиском партнеров, проведением переговоров и принятием решений, оформлением и юридической защитой контрактов, контролем за их исполнением и т.д. Выделение издержек этого класса означает признание «небесплатности» самого процесса взаимодействия между экономическими агентами. Неклассическая экономическая теория не изучала трансакционные издержки, поступая так, будто они являются нулевыми. Если бы они действительно были нулевыми, то, как показал Р.Коуз, рынок мог бы самостоятельно справляться с любыми источниками дисбаланса. Согласно Р.Коузу, если права собственности четко определены и трансакционные издержки равны нулю, то размещение ресурсов (структура производства) будет оставаться неизменным и эффективным независимо от изменений в распределении прав собственности.

«Для своих учеников и последователей Леонид Витальевич дал образцы честности, бескопромиссности и твердости в науке, объективности и трудолюбия. Подкупающими чертами его личности были исключительная доброта, простота и легкость общения, скромность и даже застенчивость. Он с удовольствием общался и работал с молодежью, и молодежь тянулась к нему».

С.С.Кутателадзе и В.Л.Макаров о Леониде Канторовиче

Индукция Леонида Канторовича. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1975 год Л.В.Канторович (1939) разработал теорию оптимального производственного планирования, из которой впоследствии вырос целый раздел современной математики – линейное программирование, индуктивно основываясь на решении частной производственной задачи, с которой к нему обратились сотрудники Ленинградского фанерного треста в 1938 году. Б.М.Писаревский и В.Т.Харин в книге «Беседы о математике и математиках» (1998), а именно в параграфе «С.Л.Соболев. Новый подход к постановке и решению задач математической физики», отмечают: «В 1938 году к Леониду Витальевичу, к тому времени известному специалисту по функциональному анализу, обратились за консультацией сотрудники Ленинградского фанерного треста. Речь шла о том, как можно рационально распределить пять видов работ по станкам восьми типов. Л.В.Канторович не только решил эту конкретную задачу, но и разработал общие принципы оптимального производственного планирования. Об этих исследованиях он доложил в 1939 году в Ленинградском государственном университете и Ленинградском институте инженеров промышленного строительства. Дополненная стенограмма этих докладов «Математические методы организации и планирования производства», изданная отдельной брошюрой, была первой в стране крупной работой по математической экономике. Впоследствии из этой работы вырос целый раздел современной математики – линейное программирование» (Б.М.Писаревский, В.Т.Харин, 1998). Возникновение теории оптимального планирования Канторовича из частных задач и решений вполне аналогично тому, как П.Ферма и Б.Паскаль (1654) построили теорию вероятностей, индуктивно основываясь на решении частных задач, предложенных им кавалером де Мере, который интересовался вероятностью выигрыша и проигрыша в азартных играх.

Индукция Мориса Кендалла. Английский экономист Морис Кендалл (1953) выдвинул гипотезу о случайном характере изменения цен акций и товаров на рынке, индуктивно основываясь на анализе многочисленных данных о стоимости девятнадцати акций и ценах на пшеницу на Чикагском рынке и на хлопок на Нью-Йоркской торговой бирже. При этом М.Кендаллу не удалось обнаружить каких-либо регулярных циклов динамики цен. А.Н.Ширяев в 1-ом томе книги «Основы стохастической финансовой математики» (1998) пишет: «Отправной точкой в работе М.Кендалла послужило желание выявить цикличность в поведении цен акций и товаров. Анализируя реальные статистические данные (недельные данные для девятнадцати акций в период с 1928 по 1938 год, месячные средние цены на пшеницу на Чикагском рынке с 1883 по 1934 годы и на хлопок на Нью-Йоркской торговой бирже с 1816 по 1951 годы), он, к своему удивлению, не смог обнаружить ни ритмов, ни трендов, ни циклов и, более того, пришел к заключению, что ряд наблюдаемых данных выглядит так, как если бы «Демон случая извлекал случайным образом число и добавлял его к текущему значению для определения цены в следующий момент» (Ширяев, 1998, с.46). Об этом же пишет Н.Б.Рудык в книге «Поведенческие финансы» (2004): «В 1953 г. на очередном собрании Королевского статистического общества в Лондоне выдающимся статистиком Морисом Кендаллом была представлена работа «Анализ экономических временных рядов». В своей работе Кендалл попытался выявить цикличность поведения цен акций английских компаний и товарных цен (всего было использовано 22 временных ряда). К своему удивлению, Кендалл обнаружил, что нет никакой возможности вывести регулярные циклы динамики цен акций, так как каждая серия казалась построенной таким образом, как если бы «Его величество случай извлекал случайным образом число и добавлял его к текущей цене для того, чтобы определить цену в следующий момент». То, что обнаружил Кендалл, теперь принято называть моделью случайного блуждания (random walk model)» (Н.Б.Рудык, 2004).

Индукция Герберта Саймона. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1978 год Герберт Саймон сформулировал концепцию ограниченной рациональности субъектов рыночных отношений, индуктивно отталкиваясь от того, что нет людей, которые обладали бы полным объемом информации, позволяющим точно вычислять свою будущую экономическую выгоду. Я.И.Кузьминов и М.М.Юдкевич в книге «Курс лекций по институциональной экономике» (2000) указывают: «Саймон говорил, что человек не является ЭВМ, что его счетные способности ограничены биологически. Да, в Индии живут девушки, которые в свои 14-15 лет складывают, множат, извлекают квадратный корень из шестизначных цифр. Но обычный человек этого делать не может. Оперируя на рынке, он в какой-то момент прекращает вычисления, ибо не может подсчитать все – его способности ограничены. Поэтому предпосылка, что все вычисления, которые делает человек, точны и мгновенны, является ложной, и брать ее в качестве предпосылки экономической теории в том виде, в каком это делалось, нельзя. Нет человека, который бы все время точно вычислял свою выгоду. Человек может ошибаться и, более того, ошибается постоянно. А как тогда доказывать его рациональное поведение? Дело в том, что человек, не способный правильно посчитать все, тем не менее, может правильно посчитать что-то, он стремится вести себя рационально. Это есть основная идея ограниченной рациональности: не то, что человек ведет себя рационально, но он стремится к этому» (Я.И.Кузьминов, М.М.Юдкевич, 2000).

Индукция Гарри Марковица. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1990 год Гарри Марковиц (1952) выдвинул идею о том, что средством исключения опасности потери капиталов является диверсификация – размещение капиталов сразу в нескольких секторах экономики, индуктивно исходя из практики вложения инвестиций, известной не только экономистам, но и простым гражданам. Эта практика применяется предпринимателями с целью избежания серьезных убытков в случае спада в одном из секторов экономики. Казалось бы, чтобы получить максимальную стоимость портфельных инвестиций, надо вкладывать капитал только в один вид ценных бумаг. Однако Марковиц знал, что это противоречит экономической реальности, состоящей в том, что инвесторы предпочитают разнообразить вложения капитала, поскольку имеют дело с риском в такой же мере, как и с прибылью. Диверсифицированный способ распределения вложений минимизирует отклонение величины доходности от ожидаемого показателя. Диверсификация как способ снижения риска известна давно. Очень образно этот способ иллюстрируется народной мудростью - «Не клади все яйца в одну корзину». Наиболее ранние упоминания о диверсификации можно найти в Талмуде – своде правовых и религиозно-этических положений иудаизма (1200 год до н.э. – 500 год н.э.). В частности, в нем указывается: «Пусть всякий человек разделит свои деньги на три части и вложит одну треть в землю, одну треть в дело, а еще одну треть оставит про запас». Отметим, что диверсификация Марковица имеет интригующее сходство с феноменом избыточности генов в генетике и феноменом избыточности слов в лингвистике. За счет избыточности генов эволюция защищает организмы от опасных мутаций и вымирания, а за счет избыточности слов язык ограждает себя от утраты способности отражать окружающий мир. Избыточность генетических и лигвистических текстов – это не что иное, как диверсификация, осуществляемая природой и людьми для преодоления риска остановки эволюции.

«На протяжении прошедших лет многим казалось, что я слишком непостоянен в выборе тем для своих исследований. Однако этот кажущийся беспорядок скрыл под собой глубокое единство цели… Большая часть моих трудов – это муки рождения новой научной дисциплины».

Бенуа Мандельброт о себе

Индукция Бенуа Мандельброта. Б.Мандельброт (1963) сделал вывод о наличии в экономике явлений хаоса, хаотической динамики, внутри которой скрываются определенные закономерности, индуктивно исходя из анализа изменения цен на хлопок за продолжительный период времени. Г.С.Осипенко и Н.Б.Ампилова в книге «Лекции по символическому анализу динамических систем» (2004) повествуют: «Экономика также дает примеры хаотической зависимости. Так, профессор экономики Гарвардского университета Хаутхаккер, изучая диаграмму изменения цен на хлопок за восемь лет, обнаружил слишком много больших скачков, а статистический график никак не хотел принимать ожидаемую форму нормального распределения. Он обратился к Бенуа Мандельброту, который работал в исследовательском центре корпорации IBM. Компьютерный анализ изменения цен показал, что точки, которые не ложились на нормальную кривую, образуют странную симметрию. Каждый отдельно взятый скачок цены был случайным, однако последовательность таких изменений не зависела от масштаба: дневные скачки и месячные скачки прекрасно соответствовали друг другу при соответствующем изменении времени. Причем такая закономерность не менялась в течение шестидесяти лет, на которые выпали две мировые войны и множество кризисов. Таким образом, внутри хаотической динамики скрывается поразительная закономерность» (Осипенко, Ампилова, 2004, с.6). Об этом же пишут Г.А.Булыка, Е.В.Лисовская и Г.А.Яхонтова в книге «Великие ученые XX века» (2001): «На весь мир прославился «обсчет» Мандельбротом цен на хлопок. По этим ценам имелись надежные данные более чем за сто лет. Колебания их в течение дня казались непредсказуемыми, но компьютерный анализ смог проследить тенденцию ценового изменения. И провел этот анализ именно доктор Мандельброт. Математик вывел график, на котором колебания цен за один конкретный день были наложены на более длительный отрезок времени. Мандельброт проследил симметрию в длительных колебаниях цены и колебаниях кратковременных. Это открытие оказалось полной неожиданностью для экономистов, пользовавшихся математикой только для вычислений. Да и сам Мандельброт удивился собственным же открытиям» (Булыка, Лисовская, Яхонтова, 2001, с.234). Наконец, Джеймс Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (2001) описывает то же самое: «И действительно, когда Мандельброт на компьютере проанализировал информацию об изменении цен на хлопок, ожидаемые им потрясающие результаты не заставили себя ждать. Точки, которые не желали ложиться на кривую нормального распределения, обнаруживали странную симметрию, иначе говоря, каждый отдельно взятый скачок цены был случайным и непредсказуемым, однако последовательность таких изменений не зависела от масштаба» (Глейк, 2001, с.111).

Индукция Гэри Беккера. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1992 год Гэри Беккер (1964) разработал теорию человеческого капитала, индуктивно исходя из многочисленных фактов, которые свидетельствовали о том, что финансовые вложения в образование увеличивают эффективность промышленного производства в такой же мере, как вложения в технику и технологию. Учитывая, что инвестиции в технологию создают физический капитал, Г.Бекер по аналогии решил, что затраты на образование создают капитал человеческий. Это позволило перенести в экономику образования все идеи и методы, которые использовались ранее в концепции физического капитала. Г.Беккер исходил из того, что в США отдача высшего образования составляет 10-15%, что превышает показатели прибыльности для большинства фирм. Р.С.Капелюшников в статье «Экономический подход Гэри Беккера к человеческому поведению» (журнал «США – экономика, политика, идеология», 1993, № 11) пишет: «Помимо теоретического обоснования Беккер первым осуществил и практический, статистически корректный подсчет экономической эффективности образования. Для определения дохода, например, от высшего образования из пожизненных заработков тех, кто окончил колледж, вычитались пожизненные заработки тех, кто не пошел дальше средней школы. (…) Сопоставление выдержек и издержек образования дает возможность подсчитать рентабельность вложений человека. По выкладкам Беккера оказывалось, что в США отдача высшего образования находится на уровне 10-15%, превышающем показатели прибыльности для большинства фирм» (Р.С.Капелюшников, 1993). Кроме Г.Беккера, теорию человеческого капитала развивали и другие ученые. В.С.Автономов, И.В.Алешина и другие в книге «50 лекций по микроэкономике» (2004) пишут: «Труд образованного и профессионально подготовленного человека производительнее, чем труд необученного. Если это верно, то нужно согласиться с утверждением, что вложения в образования создают человеческий капитал, подобно тому, как затраты на сооружения и оборудование создают капитал физический. Особенность человеческого капитала состоит в том, что он неотделим от самого человека. Теория человеческого капитала появилась в результате приложения экономической теории к проблемам экономики образования, здравоохранения и миграции. Хотя ее ключевые идеи были предвосхищены еще Адамом Смитом, стройное оформление и бурное развитие она получила в 60-е гг. XX столетия в работах Гэри Беккера, Якоба Минсера, Теодора Шульца и других экономистов» (В.С.Автономов, И.В.Алешина, 2004).

Индукция Джорджа Акерлофа. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 2001 год Джордж Акерлоф (1970) сформулировал идею о том, что неполнота (неопределенность) информации, которой владеет покупатель, может приводить к тяжелым последствиям в экономике, индуктивно основываясь на анализе практики продажи подержанных автомобилей. Д.Акерлоф заметил, что когда покупатель не может отличить плохой, подержанный автомобиль от хорошего, недавно выпущенного с производственной линии, это приводит к увеличению доли плохих автомобилей на рынке и отсеву автомобилей высокого качества. Такой отсев заканчивается разрушением рынка. Д.Акерлоф показал, что уровень развития рынка зависит от степени полноты информации, котора находится в распоряжении покупателя, что прежние экономические концепции, изначально представлявшие участников рыночных отношений как субъектов, действующих в условиях полной информированности, не соответствуют действительности. Рынок, в котором действия людей определяются неполной информацией, Д.Акерлоф назвал «рынком лимонов». С.Моисеев в статье «Асимметричная премия Нобеля» (журнал «Валютный спекулянт», декабрь 2001 г.) пишет: «В получившем широкую известность эссе «Рынок лимонов» Дж.Акерлоф заложил в 1970 г. основу теории экономики информации. Предложенная им концепция несовершенной информации была одновременно и проста и универсальна для того, чтобы ее можно было использовать в различных прикладных областях. Саму идею «лимонов» студенту Акерлофу подсказал Алан Ауэрбах, декан факультета экономической теории университета, в котором учился Джордж» (С.Моисеев, 2001). «В качестве исходного объекта анализа, - продолжает

С.Моисеев, - был выбран рынок товаров, на котором продавец знает о качестве товара больше, чем покупатель. Как иллюстрацию Дж.Акерлоф привел рынок «лимонов» - так в разговорной речи называли старые подержанные автомобили. Теперь «лимоны» стали известной метафорой, вошедшей в словари экономической теории. По оценке Дж.Акерлофа, информационная проблема гипотетически может привести рынок к коллапсу или отказу от приобретения любых низкокачественных товаров» (С.Моисеев, 2001).

Индукция Мориса Алле. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1988 год Морис Алле выдвинул гипотезу о том, что рационально действующий агент предпочитает абсолютную надежность, индуктивно исходя из следующих опытов. Индивидам предлагают выбор по одному решению из двух пар рискованных решений. В первом случае в ситуации А есть 100% уверенности в получении выигрыша в 1 млн. франков, а в ситуации В – 10-процентная вероятность выигрыша в 5 млн. франков, 89% - в 1 млн. франков и 1% - не выиграть ничего. Во втором случае тем же индивидам предлагается сделать выбор между ситуацией С и D. В ситуации С имеется 10% вероятности выигрыша в 5 млн. франков и 90% не выиграть ничего, а в ситуации D 11% составляет вероятность выигрыша в 1 млн. франков и 89% - не выиграть ничего. М.Алле установил, что значительное большинство индивидов в этих условиях предпочтет выбор ситуации А в первой паре и ситуации С во второй. Этот результат воспринимался как парадоксальный. М.Алле математически точно объяснил этот парадокс тем, что индивид предпочитает абсолютную надежность.

Индукция Роберта Фогеля. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1993 год Роберт Фогель пришел к заключению о том, что рабский труд отличался высоким уровнем производительности, индуктивно основываясь на анализе большого массива данных, имеющихся для США. П.В.Турчин в статье «Перспективы математической истории» (сборник «История и математика», 2007) пишет: «До середины прошлого века среди ученых-обществоведов царило мнение, что экономические системы, основанные на труде рабов, в принципе менее эффективны, чем системы, основанные на свободном труде. Однако когда экономические историки, среди которых был и будущий Нобелевский лауреат Роберт Фогель, проанализировали большой массив данных, имеющихся для США, они обнаружили, что рабы производили существенно больше продукции за единицу времени, чем свободные фермеры (1983). Этот результат вызвал бурю протеста, как среди историков, так и среди широкой среды интеллектуалов. Он полностью противоречил идеологическим установкам как либералов, так и марксистов, - тут правые и левые были едины. Результаты Фогеля и других были проверены и перепроверены. Еще больший массив данных был привлечен, методы анализа были усовершенствованы. А общий вывод остался тем же. Усовершенствованные модели и данные показали, что в количественном выражении преимущество рабского труда над свободным на американских плантациях было даже выше, чем было оценено первоначально. И этот вывод был широко признан научным сообществом. Получается, что хозяйственная система, полностью неприемлемая по моральным соображениям, тем не менее, может быть более эффективной экономически (Фогель, Элтон, 1983)» (П.В.Турчин, 2007). Отметим, что результат Фогеля приводит к важному выводу: человек отказался от рабского труда не в силу экономических соображений, а по причине его несовместимости с нормами нравственности. Человек пожертвовал высокой производительностью труда ради своих моральных принципов.

Глава 17

Индуктивные открытия в области археологии

Индукция Жоржа Луи Бюффона. Французский натуралист Жорж Луи Бюффон высказал гипотезу о том, что в далеком прошлом климат в Сибири был таким же жарким, как в Индии, индуктивно отталкиваясь от сходства (аналогии) мамонтов, остатки которых находили в северной части Сибири, со слонами, обитающими в условиях жаркого климата Индии. С.Е.Резник в книге «Владимир Ковалевский: трагедия нигилиста» (1978) пишет: «Позднее выяснилось, что чаще всего остатки мамонтов встречаются в Сибири, причем на ее севере, у берегов Ледовитого моря. Даже Александр Великий не смог бы нагнать в такую даль полчища слонов. И все же в том, что мамонты – это вымершие слоны, никто из ученых не сомневался. Спорили только, каким образом трупы несомненных обитателей жаркого климата оказались среди ледовых торосов Севера. Жорж Луи Леклер де Бюффон, крупнейший в XVIII веке натуралист и вдохновенный писатель, без особого труда объяснил загадку сибирских слонов. По его мнению, климат в Сибири в прежние времена был таким же жарким, как теперь в Индии, но постепенно там холодало и слоны вымирали» (Резник, 1978, с.66).

Индукция Джона Фрера. Известный английский археолог-любитель Джон Фрер (1797) склонился к заключению о том, что человек, живший на земле одновременно с ныне вымершими животными, владел лишь каменными орудиями, индуктивно исходя из обнаружения на территории Саффолка (район Англии), на берегу реки каменных орудий и костей вымерших животных. Можно предположить, что если бы Жорж Кювье был знаком с открытием Джона Фрера, то он не утверждал бы, что человек не мог быть современником животных, прекративших однажды свое существование. В.Е.Ларичев в книге «Сад Эдема» (1980) пишет о счастливой находке Фрера: «Джон Фрер долго не мог прийти в себя от изумления. Похоже, никому до него - не только в родном Саффолке, но и во всей доброй старой Англии – не довелось набрести на такой курьез природы, неожиданно обнаруженный им в Хоксне, на берегу реки. Во всяком случае, до нынешнего, 1797 г. не приходилось ему слышать или читать о чем-либо подобном. Представьте высоко над водой – возвышается крутой глинистый обрыв, а внизу, почти у самого его подножия, на глубине не менее четырех метров от поверхности залегает темный пласт земли, ощетинившийся костями гигантских животных, - возможно, носорогов или бизонов, а может быть, даже и слонов. Костяные обломки густо усеивают и осыпь ниже обрыва. (…) И, наконец, еще одна неожиданность: почему крупный камень, торчащий среди костей, выглядит так, будто его усердно обработали стальным долотом с желобчатым лезвием? Фрер нагнулся и не без труда вытащил из плотно слежавшейся глины кусок кремния. Как появились на его поверхности следующие рядком один за другим сколы – углубления вроде фасеток? Природа при всем ее могуществе и изощренности не могла создать подобное творение» (В.Е.Ларичев, 1980). «Джон Фрер, - продолжает В.Е.Ларичев, - возвратился домой с грудой костей и камнем, оббитым в форме топора. Некоторое время он изучал то и другое, а затем решил предать свои мысли бумаге. Самым существенным в статье, которая появилась в том же 1797 г., Фрер считал вывод о том, что в Саффолке ему посчастливилось найти стойбище людей, понятия не имевших о металле. Человек тогда применял в работе лишь каменные орудия. Что же касается эпохи, когда все это происходило, то Джон Фрер пришел к смелому заключению, что открытая им культура «принадлежит к очень древнему периоду, даже до времени настоящего мира» (В.Е.Ларичев, 1980).

Индукция Казимира Перье. Французский врач Казимир Перье (1830) независимо от Джона Фрера высказал предположение о существовании геологических слоев, в которых хранятся останки чрезвычайно древнего человека, пользовавшегося каменными орудиями, индуктивно отправляясь от следующего случайного открытия. Это открытие было сделано в Абвиле, недалеко от Парижа, на берегу реки Соммы. В.Е.Ларичев в книге «Сад Эдема» (1980) пишет: «Здесь отцы города надумали прорыть канал, чтобы открыть прямой доступ к портовым причалам. Древние речные наносы вскрывались землекопами на большую глубину, позволяя любоваться разнообразными напластованиями. Но самое волнующее началось, когда строителям канала стали попадаться кости огромных животных. Позже удалось определить среди них останки слонов, носорогов, лошадей и даже бегемотов. Их «допотопный» возраст не вызывал у врача сомнений. Но найдены были не только кости. Однажды Перье обратил внимание на странные камни, что попадались порой в тех же горизонтах, в которых залегали останки обитателей «допотопной земли». Впрочем, их мудрено было не заметить: бросалась в глаза правильность их форм, видимо, намеренно приданная им ловкой обивкой. Камни напоминали примитивные топоры или клинья: один конец их приострялся, а другой, в большинстве случаев, закругленный, оставался массивным. Он удобно помещался в ладони, и при рубке можно было не опасаться, что тупой обух поранит кожу» (В.Е.Ларичев, 1980). «Так через тридцать с небольшим лет, - замечает В.Е.Ларичев, - в континентальной части Европы было повторено открытие, сделанное Джоном Фрером. Казимир Перье не подозревал о предшественнике, который задолго до него раздумывал над тем, что теперь не давало покоя ему. (…) Пять лет Перье продолжал наблюдения в долине Соммы; там, где велись земляные работы, проводил небольшие раскопки сам, и наконец всякое сомнение покинуло его: он открыл следы культуры необычайно древнего человека» (В.Е.Ларичев, 1980).

Индукция Франсуа Шампольона. Одной из индуктивных посылок идеи французского археолога Жана Франсуа Шампольона о возможности расшифровки древнеегипетских иероглифов, которую он впоследствии осуществил, было случайное обнаружение на левом берегу западного рукава Нила базальтовой плиты с тремя текстами, сделанными на трех языках. Один текст был написан на египетском языке, другой – на греческом, а третий – на неизвестном языке. Эта базальтовая плита была названа Розеттовским камнем. Я.Голованов в книге «Этюды об ученых» (1976) пишет: «И сколько кругов совершила бы еще человеческая мысль вокруг иероглифов, неизвестно, если бы не находка французского сапера Бушара. Воздвигая укрепления для солдат Наполеона на левом берегу западного рукава Нила, офицер обнаружил летом 1799 года черную базальтовую плиту с таинственными письменами. Не нужно было быть специалистом, чтобы понять, что на плите тре надписи на трех разных языках. Наверху были иероглифы, внизу – греческий текст, язык средней надписи был неизвестен, но главное – весьма вероятно, что содержание всех трех надписей одинаково, а значит, камень из Розетты – своеобразный греко-иероглифический словарь» (Я.Голованов, 1976). На расшифровку египетских иероглифов Шампольон потратил около 23 лет, причем его работа была основана на методе проб и ошибок. «Никакого везения не было, - пишет Я.Голованов о Шампольоне, - ничего не открывалось ему вдруг. Он разматывал клубок тысячелетних тайн медленно и трудно. Он очень часто ошибался, заходил в тупики, возвращался назад. В его работах нет французской легкости, небрежного талантливого изящества» (Я.Голованов, 1976). Наиболее важным источником успеха Шампольона была аналогия, обнаруженная им между несколькими знаками в имени Птолемея и несколькими знаками в имени Клеопатры, которые были высечены на втором Розеттском камне (Обелиске из Филе, найденном в 1815 году в Египте). К.В.Керам в книге «Боги, гробницы и ученые» (1994) пишет: «В 1815 году был найден так называемый Обелиск из Филе. Археолог Бенкс в 1821 году доставил его в Англию. На этом обелиске (второй Розеттский камень!) было высечено две надписи: одна греческая, другая иероглифическая. И снова, так же, как и в розеттской надписи, здесь было заключено в картуш имя Птолемея. Однако здесь была еще одна группа знаков, обведенных овалом, и Шампольон, руководствуясь греческим текстом, предложил здесь имя египетской царицы Клеопатры (эта мысль тоже представляется сейчас весьма нехитрой). И вот когда Шампольон выписал обе группы знаков, расположив их одну под другой, и когда в имени «Клеопатра» знаки 2, 4 и 5 совпали с 4, 3 и 1 в имени «Птолемей» - ключ к дешифровке иероглифов был найден! Только ли ключ к неизвестной письменности? Нет, ключ ко всем тайнам Египта» (К.В.Керам, 1994). Отметим, что картуш – это овальная рамка, которой обводили группу знаков, обозначавших имя царя.

Индукция Буше де Перта. Пионер археологии Буше де Перт (1826) пришел к мысли о том, что в истории эволюции человека существовал период, когда он умел изготавливать лишь каменные орудия и не владел бронзой и железом, индуктивно основываясь на многочисленных раскопках, в ходе которых среди обнаруженных, имевших строго геометрическую форму оббитых камней встречались кости давно вымерших животных, но никогда не встречались изделия из бронзы и железа. Одним из самых первых наблюдений Буше де Перта было следующее. В.Е.Ларичев в книге «Сад Эдема» (1980) отмечает: «Однажды, июньским вечером 1826 г. прогуливаясь по Сен-Жилю, пригороду Абвиля, Буше де Перт заглянул в яму каменоломни, уходящей на несколько метров в глубь земли. И не только заглянул, но, движимый любопытством, опустился на дно шахты, где нашел оббитые камни. Удивило его, впрочем, и другое – почему-то вместе с ними не было ни одного фрагмента глиняных сосудов. И вот тогда-то ему пришла в голову неожиданная мысль: а что, если человек вначале умел изготовлять лишь каменные орудия, а эпоха глиняных сосудов, бронзы и железа наступила значительно позже? Эта мысль определила деятельность Буше де Перта на десятилетия вперед» (В.Е.Ларичев, 1980).

Индукция Филиппа Шарля Шмерлинга. Бельгийский врач Филипп Шмерлинг (1833) высказал догадку о том, что человек является современником допотопных животных, которые давно вымерли, индуктивно основываясь на обнаружении в Бельгии, в пещерах около Льежа костей человека, которые залегали в одних слоях вместе с костями мамонта, шерстистого носорога, пещерной гиены и пещерного медведя. Сходство места расположения костей человека и данных животных с необходимостью убедило Шмерлинга в ошибочности идеи Ж.Кювье о том, что человек не мог жить в одну эпоху с вымершими животными. В.Е.Ларичев в книге «Сад Эдема» (1980) пишет: «В 1833 г., через год после смерти Жоржа Кювье, в Бельгии, в пещерах около Льежа, начал раскопки Шмерлинг, и снова поползли слухи о необыкновенных по важности находках – кости человека залегали в пещерных слоях вместе с грубо оббитыми кремнями и вперемешку с костями мамонта, шерстистого носорога, пещерной гиены и пещерного медведя. Шмерлинг не замедлил подтвердить «россказни» специальной публикацией! Следует вместе с тем признать, что новое с трудом пробивало себе дорогу, ибо вывод Кювье всецело соответствовал духу официальной науки, не допускавшей тогда мысли об эволюции в животном мире» (В.Е.Ларичев, 1980). Об этом же пишет А.Деревянко в книге «Ожившие древности» (1986): «Бельгийский ученый Шмерлинг с фантастическим упорством исследует пещеры и находит в них кости ископаемых животных. Он пишет двухтомный труд с доказательством одновременности человека и вымерших животных. Это сочинение также длительное время, почти четверть века, не замечали «сердитые ученые» (А.Деревянко, 1986).

Индукция Христиана Томсена. Датский археолог Х.Томсен сделал вывод, что историю цивилизации следует разделить на три периода: каменный, бронзовый и железный, индуктивно исходя из результатов анализа ископаемых находок, хранившихся в Датском Национальном музее и собранных по инициативе его директора Ниерупа. З.Косидовский в статье «Часы веков» (журнал «Наука и жизнь», 1997, № 4) повествует о событиях, последовавших после того, как Христиан Томсен начал изучать указанные ископаемые находки: «Заботы о коллекции доверили Христиану Томсену. Молодой энтузиаст взялся за работу с тщательностью кладовщика, привыкшего оперировать четко определенными товарами. Он разложил все поступления на деревянных полках, а потом попытался их как-то систематизировать, пользуясь методами, принятыми в портовых складах. Прежде всего, он рассортировал все предметы в зависимости от материала – каменные, бронзовые, металлические. Затем внутри каждой из групп по отдельности разложил посуду, оружие, инструменты, украшения, предметы религиозного культа. Часами Томсен рассматривал свои сокровища, и постепенно что-то прояснялось у него в голове. Исходя из различий в форме, обработке материала и узорах орнамента, он пришел к убеждению, что изделия из камня хронологически гораздо старше предметов из бронзы, а те, в свою очередь, старше находок из железа. Отсюда он сделал вывод, что историю цивилизации следует разделить на три периода: каменный, бронзовый, железный. Свою трехступенчатую теорию он отстаивал с запалом прозелита. Писал статьи и заваливал письмами европейских ученых. Но встретился он с противодействием и издевками. Особенно старались немецкие ученые. Они не могли смириться с тем, что их осмелился поучать какой-то судовладелец, дилетант» (Косидовский, 1997, с.141). Об этом же говорит Александр Голяндин в статье «Воскрешаем сожженные корабли, починяем сломанные копья!» (журнал «Знание-сила», 2007, № 3): «В 1816 году Томсен стал директором созданного в Копенгагене Датского национального музея. Разбирая и классифицируя вверенную ему коллекцию, он решил разделить историю человечества на три отдельные эпохи, назвав их по имени материала, из которого изготавливались орудия труда: каменный, бронзовый и железный век. Он полагал, что эти века должны сменять друг друга в определенном порядке, так как камень не стали бы употреблять для орудий, если бы располагали бронзой и т.д. Эти два основополагающих принципа археологии вот уже два века верно служат науке, разве что все более дифференцируясь (например, каменный век стал теперь разделяться на палеолит, мезолит и неолит)» (Голяндин, 2007, с.53).

Индукция Иоганна Карла Фульротта. Немецкий археолог Карл Фульротт (1856) выдвинул гипотезу о том, что цепь эволюционных предшественников человека должна включать древнего человека, жившего в ледниковую эпоху и получившего название неандертальца, индуктивно исходя из анатомического исследования костей неизвестного существа, случайно обнаруженных рабочими в Фельгоферском гроте вблизи Дюссельдорфа (долина Неандер). И.Аугуста в книге «Великие открытия» (1967) пишет: «Летом 1856 года рабочие начали удалять землю из Фельгоферского грота. Собственно, это были две небольшие расположенные рядом пещеры. И вот тогда-то в нижней части слоя глины, заполнявшей меньшую пещеру, недалеко от входа они обнаружили лежавший параллельно продольной оси пещеры скелет, который был обращен головой в сторону выхода. Кости скелета казались очень старыми и были покрыты серым налетом» (И.Аугуста, 1967). «И снова, - продолжает И.Аугусто, - как о большой удаче можно говорить о том, что найденные в Фельдгоферском гроте кости не канули в забытье, пылясь в коллекции какого-нибудь частного лица, а уже в августе 1856 года были переданы Фульротту. Фульротт, получивший в 1835 году в Тюбингенском университете степень доктора философии, был вначале преподавателем, а затем профессором математики и естественных наук в реальной гимназии Эльберфельда. Наряду с преподавательской деятельностью он занимался и научными изысканиями, увлекаясь геологическими и палеонтологическими исследованиями в рейно-вестфальских пещерах. Фульротт сразу обнаружил, - а один из его друзей, эльбердфельдский врач Кун, поддержал эту точку зрения, - что древние кости принадлежат не пещерному медведю, а человеку» (И.Аугуста, 1967). Одним из фактов, который убедил Фульротта в том, что он имеет дело с костями древнего предка человека, была искривленность бедра и наличие мощных надглазничных валиков на черепе найденных останков неизвестного существа.

«Странный, причудливый мир угасших организмов был возрожден к жизни гением Жоржа Кювье. Гений Владимира Ковалевского привел этот мир в движение. Русский ученый, словно по собственной прихоти, мог открутить назад киноленту геологического времени, чтобы заново просмотреть тот или иной ее кусок».

С.Е.Резник

Индукция Владимира Ковалевского. Выдающийся русский палеонтолог В.Ковалевский сформулировал закон неадаптивной эволюции, согласно которому естественный отбор может сохранять биологические виды, обладающие неадаптивными особенностями своей организации, индуктивно исходя из факта вымирания энтелодона, который был двупалым, то есть имел преимущества перед четырехпалыми животными, но не смог выжить. С.Е.Резник в книге «Владимир Ковалевский: трагедия нигилиста» (1978) повествует: «Еще в Пюи, у Эймара, Ковалевский обратил внимание на кости энтелодона – животного, обитавшего в позднеэоценовую и раннемиоценовую (олигоцен – по современной периодизации) эпоху. Все ученые, когда-либо изучавшие это животное, относили его к ископаемым свиньям. И Ковалевский убедился в справедливости такого суждения, ибо зубы его оказались бугорчатыми. Однако, исследовав строение конечностей энтелодона, Владимир Онуфриевич установил, что животное было не четырехпалым, как считалось прежде, а двупалым. Это свое открытие Ковалевский назвал «ошеломляющим», и оно действительно ошеломило его! Ведь все свиньи, не только вымершие, но и современные – четырехпалы… Как же так, недоумевал Ковалевский. Упрощенная конечность – это важнейшее эволюционное завоевание копытных. Животное с упрощенной ногой получает столь очевидные преимущества перед сородичами, что оно неизбежно должно одолеть их в борьбе за существование… Почему же этого не произошло с энтелодоном? Почему двупалые свиньи вымерли, тогда как четырехпалые продолжали размножаться и превратились в современных свиней?» (Резник, 1978, с.108).

Индукция Георга Баска. Английский геолог Георг Баск (1864) выступил с утверждением о том, что обладатель черепа с мощными надглазничными валиками и убегающим лбом был представителем вымершей человеческой расы, индуктивно основываясь на изучении найденного в Гибралтаре черепа, похожего на череп, который описал К.Фульротт. В.Ларичев в книге «Охотники за черепами» (1971) констатирует: «1864 год мог стать переломным в отношении антропологов к неандертальскому человеку: английский геолог Георг Баск объявил участникам конгресса в Норвиче об открытии в Гибралтаре черепа, обладающего знакомыми особенностями, в том числе массивными надглазничными валиками. Находка эта была сделана 16 лет назад, 3 марта 1948 года, и честь открытия черепа принадлежит не Баску, а лейтенанту Королевской армии Флинту. Это он руководил взрывными работами на северном склоне горы у карьера Форбес, где военное начальство решило поставить очередную артиллерийскую батарею, призванную увеличить огневую мощь скалы, запирающей проход в Средиземное море. После одного из взрывов в каменной стене внезапно появился вход в пещеру, скрытый от глаз человека обвалами. Когда рабочие начали выбрасывать глинистое заполнение пещеры, к склону горы для инспекции хода работ направился Флинт. Он подоспел как нельзя вовремя – из отверстия в скале вместе с комьями земли покатился череп» (В.Ларичев, 1971). «В докладе, - продолжает В.Ларичев, - прочитанном в 1864 году на Конгрессе Британской ассоциации наук, состоявшемся в Норвиче, Баск заявил, что гибралтарский череп принадлежал человеку неизвестной расы. Судя по всему, он близок неандертальцу из грота Фельдгофер и поэтому позволяет полнее представить особенности строения черепа троглодита, поскольку сохранились лицевая часть, затылок и база. Объем мозга составляет 1200-1296 кубических сантиметров. Выводы Георга Баска не показались участникам конгресса убедительными» (В.Ларичев, 1971).

Индукция Эдуарда Ларте. Французский археолог Эдуард Ларте (1860) сформулировал предположение о том, что древний человек был современником многих вымерших животных и умел изготавливать орудия из камня и кости, индуктивно исходя из результатов раскопок в пещере Ориньяка. В этой пещере он обнаружил каменные и костяные орудия, а также кости пещерного медведя, бизона, северного оленя, мамонта и носорога. Норбер Кастере в книге «Моя жизнь под землей» (1974) пишет: «…В 1860 году, проездом в Ориньяке оказался один ученый – Эдуард Ларте. У него была привычка везде, где ему приходилось бывать, расспрашивать об археологических достопримечательностях, минералах и окаменелостях и осматривать их. Между прочим, ему показали несколько шариков, когда-то найденных в пещерах со скелетами. Ларте сразу же определил, что это были обломки морских раковин, очень ценившихся первобытными людьми, из которых они делали бусы и головные украшения. Ему рассказали о находке Бонмезона. Тогда ученый стал расспрашивать о скелетах, но воспоминания могильщиков стали за восемнадцать лет слишком туманными, и ученому ничего не оставалось, как попросить показать ему пещеру, которую за это время никто не трогал. Он решил начать в ней раскопки. Методические раскопки дали очень интересные результаты» (Н.Кастере, 1974). «В пепле очагов, - продолжает Н.Кастере, - Ларте нашел множество костей животных, которыми питались люди, - пещерного медведя, бизона, северного оленя, лошади, мамонта, носорога и т.д. Но наибольший интерес представляли орудия из кремня и кости, обработанные в какой-то ранее не встречавшейся манере. Особенно костяные изделия были совершенно новой формы и назначения. Такой способ обработки орудий из кремня тоже раньше был неизвестен и их назначение непонятно» (Н.Кастере, 1974).

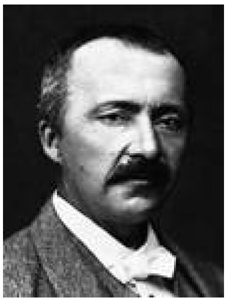
Индукция Эдуарда Ларте. Э.Ларте (1861) склонился к заключению о том, что человек каменного века был способен к примитивному изобразительному искусству, индуктивно основываясь на обнаружении в пещере Шаффо (Франция) пластинки с изображением двух ланей, а в пещере Ла Мадлен – изображения мамонта на куске мамонтовой кости. Я.Я.Рогинский в книге «Об истоках возникновения искусства» (1982) отмечает: «Впервые причастность охотников и собирателей каменного века к изобразительному искусству была засвидетельствована знаменитым археологом Эдуардом Ларте, нашедшим в 1836 году в гроте Шаффо (Франция, департамент Вьенн) пластинку с гравировкой. Ларте опубликовал ее в 1861 г. Он же обнаружил изображение мамонта на куске мамонтовой кости в гроте Ла-Мадлен. Эта находка была несколько раз воспроизведена в книгах 1860-1870-х годов, не вызвав особенно острой полемики» (Я.Я.Рогинский, 1982). Что касается находки, сделанной в пещере Шаффо, то это был результат поисков сельского нотариуса Андре Бруйе. В 1833 году нотариус Андре Бруйе, проживавший в Сиврэ (Франция), каждый вечер совершал двухчасовый поход в Шаффо, где располагалась пещера. В этой пещере он отбирал камни и кости, которые приносил домой для анализа. Разумеется, А.Бруйе отбирал камни и костяные орудия, обработанные человеческой рукой. В частности, на обломке одной из костей он обнаружил невероятно изящное изображение двух ланей в прыжке.

Индукция Люсьена Бонапарта. Люсьен Бонапарт (1828), брат Наполеона Бонапарта, пришел к выводу о существовании на территории Тосканы (одного из регионов центральной Италии) древней культуры, позже названной культурой Этрусков, предшественницы Древнего Рима, индуктивно базируясь на следующем случайном открытии. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002) повествует: «Это открытие, подобно многим другим, произошло совершенно случайно. Весной 1828 года некий тосканский крестьянин вышел пахать землю. Во время пахоты его бык, тянувший плуг, неожиданно по самое брюхо провалился в какую-то яму. Передние ноги быка были сломаны, и до слез расстроенному крестьянину не оставалось ничего другого, как сбегать домой за ружьем и пристрелить несчастное животное. Вытаскивая тушу быка из злополучной ямы, крестьянин обратил внимание на то, что провал был чрезвычайно глубок и расходился куда-то в стороны. Заинтересовавшись, он взялся за лопату… К вечеру в его руках была целая гора драгоценностей: золотые вазы и кубки, массивные золотые серьги, кольца, браслеты. Таинственная яма оказалась древним захоронением» (А.Ю.Низовский, 2002). «Открытие безвестного крестьянина, - продолжает А.Ю.Низовский, - послужило толчком к развитию настоящей «золотой лихорадки». Дело дошло до хозяина здешних мест – Люсьена Бонапарта, князя Канино, родного брата Наполеона Бонапарта. Разогнав всех самодеятельных кладоискателей, он взял дело в свои руки. За два года нанятые им специалисты вскрыли несколько сотен гробниц и извлекли из них около двух тысяч античных ваз, сотни золотых украшений, статуэток, сосудов, кубков, браслетов. (…) Раскопки в Тоскане вызвали интерес не только при европейских дворах, но и в среде ученых. Люсьен Бонапарт продал часть своей коллекции ряду музеев Франции, Англии, Германии, Италии. С этого, по сути, началось научное изучение древностей этрусков – народа, чья блестящая культура во многом стала предшественницей Древнего Рима» (А.Ю.Низовский, 2002). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Поля Ботта. Французский археолог и дипломат Поль Ботта (1843) выдвинул гипотезу о том, что в районе Двуречья, на территории нынешнего Ирака, в далеком прошлом существовало огромное государство, получившее название Ассирии, индуктивно исходя из результатов раскопок, проводимых на правом берегу Тигра. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытия» (2002) пишет о том, что с удивлением обнаружил Поль Ботта в ходе раскопок на берегу Тигра: «…Изобилие рельефов и скульптур было поразительным. Как зачарованный, Ботта сидел в раскопе и срисовывал причудливые, совершенно необычные изображения крылатых зверей, фигуры бородатых людей; ничего подобного ему не приходилось видеть даже в Египте, да и вообще европейцам еще не были знакомы такие изображения. Открытие Ботта стало мировой сенсацией. До сих пор колыбелью человечества считали Египет. О древних царствах Двуречья до этого сообщала лишь Библия, которую европейские ученые XIX века со времен французского Просвещения привыкли считать «сборником легенд». Но открытие Ботта свидетельствовало о том, что в Двуречье действительно некогда существовала, по меньшей мере, такая же древняя, а если признать сведения Библии достоверными, то даже еще более древняя, чем Египет, цивилизация» (А.Ю.Низовский, 2002). К.В.Керам в книге «Боги, гробницы и ученые» (1994) дает понять, что началом формирования мысли Ботта о существовании в далеком прошлом Ассирийского государства послужило следующее событие: «Стоит ли удивляться тому, что когда по истечении этого года к Ботта, не раз обманутому ложными сообщениями местных жителей, явился некий болтливый араб и принялся красочно описывать ему холм (опять холм!), где полным-полно тех самых предметов, какие ищет «франк», Ботта чуть было не выгнал его? Араб принялся ему настойчиво доказывать, что он из отдаленной деревушки и раз слышал о желании «франка», что он любит «франков» и хочет им помочь. Кирпичи, испещренные надписями, ищет он? Так их целая куча в Хорсабаде, там, где находится его деревушка. Он знает это совершенно точно, он сам сложил печку из таких кирпичей, и все в его местности издавна поступают так же. Не в силах отделаться от араба, Ботта посылает с ним двух-трех своих людей. До того холма, о котором рассказывал араб, было не более шестнадцати километров; Ботта дал точные указания, как поступить в том случае, если… ведь, в конце концов, чем черт не шутит… То, что Ботта направил к холму эту маленькую экспедицию, сделало его имя бессмертным в истории археологии. Имя араба забыли. Именно Ботта считают первым, кто обнаружил следы древнейшей цивилизации, расцвет которой продолжался добрых две тысячи лет и которая потом, забытая всеми, более двух с половиной тысячелетий покоилась под землей» (К.В.Керам, 1994).

Индукция Генри Лэйярда. Г.Лэйярд (1849) сделал вывод о том, что на территории современной арабской деревни Куюнджик более 25 веков назад существовал огромный город (Ниневия), который в течение 90 лет служил столицей Ассирийской цивилизации, индуктивно основываясь на результатах раскопок, проведенных на холме Куюнджик. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002) повествует: «Современная арабская деревня, лежащая у подножия огромного холма Куюнджик, носит название Ниневии в память об огромном городе, шумевшем на берегах Тигра более 25 веков назад. Руины этого города были открыты осенью 1849 года тем самым Остином Генри Лэйярдом, который прославился как первооткрыватель и исследователь руин Калаха-Нимруда. Казалось бы, после такого успеха Лэйярд мог с полным правом почить на лаврах. Но не таков был характер этого беспокойного и талантливого археолога. Среди множества холмов, явно скрывавших в себе руины древних городов, его выбор казался более чем спорным: дело в том, что этот холм уже на протяжении целого года безуспешно раскапывал Поль Ботта, который не нашел здесь абсолютно ничего! Но Лэйярд обладал гениальной интуицией, которая не подвела его и в этот раз. На холме Куюнджик им были сделаны находки, благодаря которым ассирийская цивилизация предстала во всем своем многообразии и богатстве. Пробив вертикальную штольню в глубь холма, на глубине примерно двадцати метров Лэйярд наткнулся на слой кирпичей. Тогда он начал вести под землей горизонтальные ходы по всем направлениям и вскоре обнаружил зал, а затем и ворота с изваяниями крылатых быков по бокам, за четыре недели работы он открыл еще девять помещений. Как выяснилось впоследствии, это были остатки дворца царей Синаххериба и Ашшурбанапала» (А.Ю.Низовский, 2002). О том, что обнаружил Лэйярд под холмом Нимруд, в районе Мосула, пишет К.В.Керам в книге «Боги, гробницы и ученые» (1994): «Лэйярд открывал все новые и новые изваяния. Скоро в его распоряжении оказалось тринадцать пар крылатых человекобыков и человекольвов. Великолепное здание, которое Лэйярд постепенно откопал в северо-западном углу холма (этой находке он был обязан своей славой, затмившей славу Ботта), оказалось, как это впоследствии было установлено, дворцом Ашшурнасирапала II (884-859 годы до н.э., по Вейднеру), царя, который перенес свою резиденцию из Ашшура сюда, в Кальху. Как и предшественники и преемники его, он жил по заветам Нимрода, который по свидетельству Библии, был «сильный зверолов перед Господом». Именно из этого дворца Лэйярд вывез охотничьи барельефы и изображения зверей. Натурализм этих рисунков оказал заметное влияние на целые поколения современных художников» (К.В.Керам, 1994).

Индукция Чарльза Макларена и Френка Калвера. Ч.Макларен (1822) и Ф.Калвер (1865) выдвинули предположение о том, что древняя Троя, описанная в «Илиаде» Гомера, должна находится в районе холма Гиссарлык или вблизи него (восточная часть Турции), индуктивно исходя из результатов сравнения топографической информации, сдержащейся в «Илиаде», с самыми точными картами того времени. Таким образом, Ч.Макларен и Ф.Калвер были предшественниками Г.Шлимана в теоретическом обосновании холма Гиссарлык как места расположения Трои. Карл Блеген в книге «Троя и троянцы. Боги и герои города-призрака» (2004) пишет: «В 1822 году в Эдинбурге Чарльз Макларен опубликовал книгу под названием «Диссертация о топографии Троянской равнины». Необходимо отметить, что она удостоилась значительно меньшего внимания, чем следовало бы. Макларен тщательно отобрал всю содержащуюся в «Илиаде» топографическую информацию и сравнил ее с самыми точными современными картами, которые только мог достать. Затем он попытался реконструировать пейзаж, представив его в том виде, в каком он существовал в древности – в классический период в римскую эпоху, причем он исходил из того, что и город периода эллинизма, и позже Илион находились на том же месте, что и Троя Приама и Гомера. С этим тезисом согласились Грот, многие другие ученые в Великобритании, а также один или два исследователя Гомера из Германии. После тщательных исследований к такому же выводу пришел и живший в Троаде почти полвека спустя Фрэнк Калверт, который владел земельным участком, занимавшим половину Гиссарлыкского холма. Он был первым, кто начал раскопки на этом месте. Произошло это в 1865 году. Хотя масштаб раскопок был не очень велик, но тем не менее были найдены изделия из керамики, относящиеся к римскому, эллинскому и доэллинскому периодам, а также другие материальные свидетельства прошлого. Калверт показал место раскопок Шлиману, посетившему Троаду в 1868 году» (К.Блеген, 2004). Об этом же пишет А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002): «В 1822 году шотландский журналист Макларен опубликовал статью, в которой утверждал, что Троя – это холм Гиссарлык. Тот же Макларен лично побывал на месте в 1847 году, а в 1863 году снова издал свой труд, подтвердив высказанное ранее предположение. На Гиссарлык Шлиману указал и американец Френк Калверт, британский консул в Дарданеллах и тоже большой поклонник Гомера, выкупивший половину Гиссарлыка в свою собственность. Калверт еще в 1863 году пытался убедить директора греко-римской коллекции Британского музея в Лондоне снарядить экспедицию на гиссарлык» (А.Ю.Низовский, 2002).

	«Разве не похоже на сказку то, что крупнейший коммерсант, которому сопутствует в делах необыкновенная удача, находясь на вершине своих успехов, внезапно бросает все, сжигает за собой все корабли лишь для того, чтобы пойти дорогой мечты своего детства? Что этот человек, опираясь только на поэмы Гомера – здесь начинается новая глава его удивительной жизни, - посмел послать вызов всему ученому миру и, открыто сделав Гомера своим знаменем, отвергнув все прежние труды филологов, с лопатой в руках отправился распутывать то, что до этого было запутано и перезапутано сотней трактатов?» К.В.Керам о Генрихе Шлимане

Индукция Генриха Шлимана. Г.Шлиман (1873) пришел к заключению о правдивости повествования Гомера о существовании Древней Трои и ее удивительных богатств, индуктивно исходя из результатов длительных раскопок, которые он проводил, начиная с 1871 года, на территории деревушки Гиссарлык (Турция). А.А.Нейхардт в статье «Открытие Трои», которая является фрагментом книги «Семь чудес Древнего мира» (1966), написанной им совместно с И.А.Шишовой, пишет: «Наступила весна, и Шлиман заболел малярией. Он глотал хинин, но это почти не помогало. Он чувствовал себя очень плохо и видел, что нужно прекращать работу. Жена заставила его установить твердый срок отъезда – 15 июня. За день до назначенного срока Шлиман в шесть часов утра, как обычно, спустился в раскоп. Рабочие расчищали одну из стен. Под лопату попал какой-то металлический предмет. Шлиман остановил рабочего и отпустил всех домой, объявив, что он сегодня именинник. Заработок за свободный день за рабочими он сохранил. Рабочие охотно удалились. Шлиман сам спустился в раскоп, и его усилия увенчались небывалым, сказочным успехом. Он нашел тайник, полный сокровищ. Одна, другая, пятая, десятая, сотая, тысячная вещь – и все из золота! Стена могла в любую минуту обрушиться. Но Шлиман не думал об опасности и работал до темноты. Жена помогала ему. Вечером на большом дощатом столе в их деревянном домике сверкали матовым блеском сокровища древней Трои» (А.А.Нейхард, И.А.Шишкова, 1966). Необходимо отметить, что и до начала раскопок в районе городка Дарданеллы Г.Шлиман приходил к мысли о существовании сокровищ Трои, но эта мысль, не подкрепленная археологическими находками, не обладала какой-либо достоверностью. Важен также тот факт, что до обнаружения золотых изделий Трои Шлиман уже нашел останки этого древнего общества, но лучшим доказательством реальности Трои было обнаружение ее золотых богатств. В.Бацалев и А.Варакин в книге «Тайны археологии» (1999) указывают: «Дело было так (со слов Шлимана). Удовлетворившись своей трехлетней работой и откопав желанную Трою, он постановил завершить работу 15 июня 1873 года и уехать домой, чтобы засесть за описание результатов и составление полного отчета. И вот за сутки до этого, 14 июня, в отверстии стены недалеко от западных ворот что-то блеснуло! Шлиман моментально принял решение и отослал под приемлемым предлогом всех рабочих. Оставшись вдвое с женой Софией, он полез в отверстие в стене… и извлек из него массу вещей – килограммы великолепных золотых изделий (флакон весом 403 грамма, 200-граммовый кубок, 601-граммовый ладьеобразный кубок, золотые диадемы, цепочки, браслеты, перстни, пуговицы, бесконечное множество мелких золотых изделий, - всего 8700 изделий из чистого золота)…» (В.Бацалев и А.Варакин, 1999).

Индукция Эрнеста де Сарзека (Саржака). Французский археолог Э. де Сарзек (1877) пришел к мысли о том, что на территории Месопотамии в далеком прошлом существовала цивилизация, которая отличалась от ассирийской и вавилонской, индуктивно основываясь на результатах раскопок в районе холмов Двуречья. Позже эта цивилизация была названа шумерской. К.В.Керам в книге «Боги, гробницы и ученые» (1994) повествует: «Мы уже упоминали об Эрнесте де Сарзеке, французском помощнике консула; до того как попасть в Месопотамию, он не имел ни малейшего понятия о целях и задачах археологии, но при виде развалин и холмов Двуречья в нем заговорило то же любопытство, что и в Поле Эмиле Ботта (со времени раскопок Ботта прошло сорок лет). Счастье сопутствовало де Сарзеку: едва приступив к раскопкам, которые он вел еще совсем по-дилетантски, он нашел у подножия одного из холмов статую, не похожую на все до сих пор найденное. Он стал копать дальше, и, как оказалось, успешно: нашел надписи и первые осязаемые следы «предсказанного» народа - шумеров» (К.В.Керам, 1994). Кто же предсказал существование цивилизации шумеров? Как ни удивительно, это сделали лингвисты, точнее, лингвист Жюль Опперт (1869). Н.Н.Непомнящий в книге «100 великих тайн Древнего мира» (2005) указывает: «Предположение о существовании в прошлом цивилизации шумеров впервые высказали не историки и не археологи, а… лингвисты. В процессе первых же попыток расшифровки ассирийских и вавилонских клинописных текстов они столкнулись буквально с мешаниной из иероглифических, слоговых и буквенных языковых символов. Это не только усложняло прочтение текстов, которые датировались IV-III тысячелетиями до н.э., но и наводило на мысль, что их язык восходит к некоей гораздо более древней, первоначально иероглифической письменности. Так появилось первое косвенное, но вполне научное подтверждение сведений о существовании на рубеже V-IV тысячелетий до н.э. в Нижней Месопотамии шумерского народа» (Н.Н.Непомнящий, 2005). Алан Элфорд в книге «Боги нового тысячелетия» (1999) более конкретен: «В 1869 году Жюль Опперт впервые высказал мысль о существовании «утраченного» шумерского языка и народа. Как бывает с каждой новой идеей, это его положение было не сразу принято. Пока во второй половине XIX века спорили по так называемому «шумерскому вопросу», уже велись раскопки шумерских городов, и от абстрактных рассуждений ученые перешли к установленным научным фактам» (А.Элфорд, 1999). Н.Н.Непомнящий в уже названной книге пишет об индуктивном открытии де Сарзека (де Саржака): «Однако вопрос о существовании шумеров оставался лишь научной гипотезой до тех пор, пока в 1877 г. сотрудник французского консульства в Багдаде Эрнест де Саржак не сделал открытие, ставшее исторической вехой в исследовании шумерской цивилизации. В местности Телло, у подножия высокого холма, он нашел статуэтку, выполненную в неизвестном стиле. Мосье де Саржак организовал там раскопки, и из земли стали появляться скульптуры, статуэтки и глиняные таблички, украшенные невиданными до той поры орнаментами. Среди множества найденных предметов была и статуя из камня диорита зеленого цвета, изображавшая царя и верховного жреца города-государства Лагаш. Многие признаки указывали на то, что эта статуя гораздо древнее любого предмета искусства, найденного до тех пор в Месопотамии. Даже самые осторожные в оценках археологи признали, что статуя относится к III или даже IV тысячелетию до н.э., то есть к эпохе, предшествующей возникновению ассирийско-вавилонской культуры» (Н.Н.Непомнящий, 2005).

Индукция Марселино Саутуолы. Испанский археолог М.Саутуола (1879) выдвинул гипотезу о том, что примитивное изобразительное искусство существовало уже в эпоху неолита, что человек этой эпохи (пещерный человек) умел рисовать, индуктивно исходя из случайной находки, сделанной при обследовании одной из пещер в Альтамире (Испания). Мы говорим о наличии фактора случая в данном открытии по той причине, что это открытие ему помогла сделать его маленькая дочь. Е.Г.Дэвлет в статье «Альтамира – «королева расписных пещер» (журнал «Природа», 2004, № 12) пишет о Саутуоле: «Неутомимый интерес к новым открытиям привел его в 1879 г. на Парижскую всемирную выставку, где он ознакомился с экспозицией древностей, коллекцией «портативного искусства» (мелкой пластики) и палеонтологическими находками из раскопок во Французских пещерах. Уже имея за плечами опыт полевых исследований в нескольких испанских пещерах, он в 1879 г. начал раскопки в Альтамире, надеясь и здесь обнаружить что-либо подобное. Нельзя сказать, что грядущая слава лежала у его ног, скорее она притаилась над головой любителя древностей, на сводах пещеры. Любопытно, что внимание к росписям Альтамиры привлекла его маленькая дочь Мария: пока отец занимался раскопками, девочка бегала по подземелью, легко проникая туда, где взрослому удавалось пройти лишь наклонившись. Наконец, она задрала голову и увидела на одном из сводов красочные фигуры. На потолке небольшого низкого зала словно сгрудились, приняв разнообразные позы, бизоны» (Е.Г.Дэвлет, 2004). Об этой же удачной находке восьмилетней дочери Саутуолы Е.Г.Дэвлет пишет в статье «В царстве расписных пещер» (журнал «В мире науки», 2004, № 11): «Однажды, взглянув наверх, она увидела на своде пещеры красочные фигуры: на потолке небольшого низкого зала сгрудилось стадо бизонов. Изумленный возглас восьмилетней Марии раздался под сводами пещеры и эхом донесся до нас» (Е.Г.Дэвлет, 2004).

Индукция Эмиля Ривьера. Французский археолог Эмиль Ривьер (1895) склонился к заключению, что древний человек, который охотился на мамонтов, уже демонстрировал удивительные изобразительные способности, индуктивно исходя из обнаружения наскальных изображений ископаемых животных в пещере Ла Мут. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002) констатирует: «Между тем открытия наскальных рисунков в пещерах Европы множились. Одновременно множилось число находок различных скульптур и орнаментированных предметов, залегавших в культурных слоях, относящихся к верхнему палеолиту. В 1895 году в пещере Ла Мут, расположенной в долине реки Везер (Цордонь, Франция), французский археолог Эмиль Ривьер обнаружил наскальные изображения ископаемых животных. Их древность не вызывала сомнений: они находились в галерее, закупоренной «пробкой» культурного слоя, содержащего палеолитические орудия. Однако судьба альтамирской находки заставила Ривьера быть предельно осторожным: по иронии судьбы, Ривьер еще недавно находился в числе яростных противников Саутуолы и хорошо помнил свои собственные инвективы в адрес «изобретателя Альтамиры». А тут судьба посылает ему самому сомнительный шанс прослыть «изобретателем» Ла Мута! Тщательно изучив находку, Ривьер закрыл вход в пещеру и пригласил де Мортилье, Картальяка, Пьетта и других авторитетов осмотреть Ла Мут. «Это очень древние рисунки», - уклончиво говорит Ривьер, не желая попасть в положение Саутуолы. Э.Пьетт говорит более определенно: «Палеолитические». Единодушное мнение высоких гостей: древность наскальных рисунков вне сомнений» (А.Ю.Низовский, 2002). Здесь мы встречаем индукцию с незавершенной селекцией, обусловленную нерешительностью и сомнениями ученого.

Индукция Эжена Дюбуа. Выдающийся археолог Эжен Дюбуа (1890, 1892) пришел к выводу о справедливости теоретического предсказания соратника Дарвина Э.Геккеля о существовании промежуточного вида между обезьяной и человеком, индуктивно исходя из обнаружения на острове Ява части черепа и бедра, принадлежавших обезьяночеловеку Гомо эректус. Д.Мортон в книге «101 ключевая идея: эволюция» (2001) пишет: «В возрасте 29 лет, оставив преподавание анатомии в Амстердамском университете, вместе с женой и ребенком он отправился в голландские владения в Вест-Индии. Там он сделал одно из величайших открытий в истории человечества – нашел «недостающее звено». Драгоценную окаменелость обнаружили работники, и сам Дюбуа не видел, как ее извлекали из-под земли. Это была часть черепа; Дюбуа показалось, что она слишком большая, чтобы быть черепом обезьяны и слишком маленькая, чтобы быть черепом человека. В мае 1892 года в 13 метрах от первой находки было обнаружено бедро, принадлежавшее, скорее всего, той же особи. На основании остатков Дюбуа сделал предположение, что это было прямоходящее человекообразное существо и потому этого обезьяночеловека назвали Homo erectus» (Д.Мортон, 2001). Как же Э.Дюбуа догадался, что ближайших предков человека нужно искать на Малайском архипелаге? Помогла аналогия. Сравнивая находившиеся в Лейденском музее кости вымерших животных, найденных другими исследователями на берегах рек Малайского архипелага, с костями таких же вымерших видов, обнаруженных в Сивалике, в районе Индии, он обратил внимание на сходство (аналогию) этих костей. Учитывая, что среди костей из района Индии была челюсть сивапитека (древнейшей обезьяны), Э.Дюбуа по аналогии решил, что и на Малайском архипелаге можно будет найти нечто, представляющее ценность для археологии. В.Ларичев в книге «Охотники за черепами» (1971) пишет: «Много лет назад художник Раден Салех, а также другие любители переправили в Европу коллекции костей вымерших животных, которые они отыскивали на берегах рек Малайского архипелага, в частности на Яве. Кости, в конце концов, оказались в Лейденском музее, где их внимательно изучил и описал Мартин. И тут-то выяснилась примечательная деталь – древний животный мир юго-востока Азии оказался во многом сходным с животными, кости которых были найдены Лидеккером в Сивалике вместе с челюстью сивапитека, древнейшей шимпанзе. Для Дюбуа такой оборот дела означал чрезвычайно многое, поскольку теперь более четко вырисовывалась перспектива успешного поиска в Голландской Индии «недостающего звена». Ведь находка на ее территории животных, близких к индийским, позволяла надеяться на удачу в открытии здесь, как в Индии, антропоидов, также предков человека. Условия для жизни их на Суматре и Яве были идеальными: теплые тропики, роскошная растительность, которая круглый год снабжала обитателей леса обильной и разнообразной пищей…» (В.Ларичев, 1971).

Индукция Раймонда Дарта. Известный анатом Р.Дарт (1924) сделал заключение о реальном открытии промежуточного звена между человеком и обезьяной, индуктивно основываясь на находке черепа австралопитека, который ему однажды принесли для исследования. Д.Мортон в книге «101 ключевая идея: эволюция» (2001) повествует: «Когда в 1924 году южноафриканский анатом австралийского происхождения Раймонд Дарт рассматривал окаменелости в кусках известняка, собранных управляющим карьера Туанга (место львов) на северо-востоке пустыни Калахари, он обнаружил окаменелый череп ребенка. Этот объект стал одним из самых важных доказательств происхождения человека из Африки. Дарт как раз собирался уйти из дома, чтобы быть шофером на свадьбе друга, когда решил взглянуть на куски известняка и окаменелости, которые ему доставили в тот день. То, что он увидел, чрезвычайно его поразило; позже он заявил, что обнаружил «недостающее звено» между обезьянами и человеком и, следовательно, нашего прямого предка. Эти останки назвали ребенком Дарта. В свое время Дарта называли еретиком, потому что тогда считалось, будто первым шагом на пути эволюционного расхождения людей от обезьян было развитие крупного мозга» (Д.Мортон, 2001).

Индукция Роберта Брума. Палеоантрополог Роберт Брум (1936) сформулировал идею о том, что в далеком прошлом в районе Южной Африки обитал один из предков человека – плезиантроп трансваальский, индуктивно отправляясь от обнаружения черепной коробки, которая имела ряд сходных черт с черепом австралопитека Р.Дарта и ряд черт, которые отличали ее от находки Р.Дарта. Н.Я.Эйдельман в книге «Ищу предка» (1970) пишет о Роберте Бруме: «Получив место в Трансваальском музее, энергичный Брум немедленно принялся за дело, которое в отличие от Дарта считал для себя основным. В начале 1936 года два ученика Дарта сообщили Бруму об интересных известковых пещерах близ фермы Штеркфонтейн. Громадные ямы с костями животных были известны здесь уже с конца XIX века, причем, за 40 лет, видимо, немало окаменелостей было добыто шахтерами и сожжено в известковых печах» (Н.Я.Эйдельман, 1970). Далее Н.Я.Эйдельман описывает встречу Р.Брума с мистером Барлоу, который, проживая на территории Трансильвании (Южная Африка), присматривал за местными каменоломнями, где часто обнаруживали кости вымерших животных: «В пятницу 17 августа 1936 года Брум опять приехал, и Барлоу сразу протянул ему «прекрасную черепную крышку». «Это то, что вам надо?» - спросил он. Брум сразу догадался, что ему показывают останки высокоразвитой обезьяны или даже обезьяночеловека. Несколько часов он безуспешно пытался найти другие части черепа в каменоломне, но, когда отправился домой, внезапно в стороне от дороги наткнулся еще на один фрагмент древнего черепа. На следующий день охота возобновилась: Брум с несколькими помощниками-студентами и тремя туземными мальчиками сумел найти еще обломок черепа, а в следующие дни – неполную челюсть и зубы (в том числе один зуб мудрости!). Открытое существо было сходно с тем австралопитеком, которого опубликовал Дарт, но в то же время имело столь значительные отличия, что пришлось дать ему другое имя: плезиантроп трансваальский» (Н.Я.Эйдельман, 1970).

Индукция Роберта Брума. Роберт Брум (1938) склонился к заключению о необходимости дополнить круг древнейших предков человека новой разновидностью австралопитеков – парантропусов, индуктивно основываясь на обнаружении в Южной Африке нескольких зубов и черепных фрагментов, которые отличались от ранее найденного черепа плезиантропа трансваальского. М.Кремо и Р.Томпсон в книге «Неизвестная история человечества» (1999) пишут: «8 июня 1938 года Барлоу передал Бруму фрагмент неба с одним коренным зубом. На вопрос Брума, откуда происходит находка, Барлоу ответил уклончиво. Несколькими днями позже Роберт Брум вновь посетил Барлоу и настоял, чтобы тот открыл ему место находки ископаемого. Барлоу сообщил Бруму, что фрагмент он получил от местного школьника Герта Тербланша. Встретившись с Гертом, Брум получил от него несколько ископаемых зубов, после чего они вместе отправились на находившуюся неподалеку ферму Кромдрай, где мальчик подобрал эти зубы. Там Бруму удалось найти несколько черепных фрагментов. Брум частично реконструировал череп и понял, что он отличается от стекрфонтейнского австралопитека. Новому существу он дал имя Парантропус робустус. Сегодня считается, что возраст геологических пород в Кромдрае лежит между 1 и 1,2 миллиона лет. В Кромдрае Роберт Брум отыскал также фрагменты плеча и локтя. Хотя ученый и отнес их к грубому австралопитеку, называемому парантропусом, он сказал: «Будь они найдены отдельно друг от друга, любой анатом классифицировал бы их как несомненно человеческие» (М.Кремо, Р.Томпсон, 1999).

Индукция Пэй Вэнь-Чжуна. Китайский археолог Пэй Вэнь-Чжун (1929) сделал заключение о том, что одним из предков человека был синантроп, анатомически похожий на питекантропа Эжена Дюбуа, индуктивно основываясь на находке, сделанной в окрестностях Пекина. В.Ларичев в книге «Охотники за черепами» (1971) повествует: «Солнце уже склонилось к Западу. Из раскопа доносились редкие глухие удары молотков рабочих о глыбы травертина (натурального камня – Н.Н.Б.), выломанные из слоя. Пэй обвязался веревками и с помощью землекопов спустился по узкому колодцу трещины на дно камеры, которая протянулась на северо-запад. Внизу трещина в известняке изменяла направление и располагалась почти горизонтально. Досадуя на темноту, Пэй Вэнь-Чжун стал измерять стенки разрезов. Его внимание почему-то привлек слой песка. При попытке зачистить песчаную прослойку линейка неожиданно скользнула по округлой гладкой поверхности. Дальнейшая беглая расчистка показала, что в слое песка находится крупная кость, включенная в блок травертина. Пэй Вэнь-Чжун срывающимся голосом крикнул, чтобы к нему спустились помощники да захватили с собой молотки и зубила. Округлая и гладкая, словно намеренно заполированная, кость, несомненно, была частью черепного свода, причем, судя по размерам… человека! Если череп действительно человеческий, то он мог принадлежать синантропу, и никому более! Ведь вход в камеру был «запечатан» миллион лет назад, и с тех пор никто не проникал под эти низкие своды» (В.Ларичев, 1971).

Индукция Роберта Кольдевея. Выдающийся немецкий археолог Роберт Кольдевей (1900-1918) получил огромное количество новых сведений о Вавилоне эпохи Навуходоносора II, индуктивно отталкиваясь от результатов продолжительных раскопок, которые он вел на территории древнего Вавилона. В частности, Кольдевею удалось раскопать Эсагилу – известный древневавилонский храм. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002) повествует: «В помощь Кольдевею был выделен целый штат опытных немецких археологов и большой отряд местных рабочих. Общая стоимость всех работ определялась суммой в полмиллиона золотых марок, которую предоставило Германское восточное общество, так что раскопки Вавилона относятся к числу самых грандиозных и дорогостоящих проектов в истории археологии. В конце марта 1899 года экспедиция прибыла на место, где лежали развалины Вавилона – на левый берег Евфрата, приблизительно в 90 километрах к югу от Багдада» (А.Ю.Низовский, 2002). «К раскопкам Эсагилы и Вавилонской башни, - пишет А.Ю.Низовский, - Кольдевей приступил в апреле 1900 г. Они скрывались под огромным холмом Амран ибн Али, на глубине от 7 до 10 м. Археологи были вынуждены пробивать целую систему глубоких штолен и шахт. Смешанный с золой щебень постоянно грозил обвалиться. Шахты все глубже уходили в землю. На определенных расстояниях в них устраивали ступенчатые ниши, из которых рабочие подавали наверх корзины, заполненные щебнем, землей и золой. Постепенно среди длинных ходов штолен начали вырисовываться контуры гигантской постройки» (А.Ю.Низовский, 2002). «Роберт Кольдевей, - замечает А.Ю.Низовский, - проработал в Вавилоне 18 лет. И все эти годы с берегов Евфрата в Берлин шел непрерывный поток находок. Но археологам приходилось нелегко. В письмах Кольдевея можно найти немало упоминаний о грабителях из племени шаммаров, о том, что дороги небезопасны и что проводники караванов, боясь грабителей, заламывают дикие цены и из-за того к месту раскопок нельзя доставить самые необходимые вещи, о том, что его сотрудникам приходится ездить с вооруженным эскортом. И все же Кольдевей открыл Вавилон эпохи Навуходоносора II. Он нашел остатки Вавилонской башни, Эсагилы, Висячих садов, Царского дворца, моста через Евфрат, стены, улицы и дома Вавилона» (А.Ю.Низовский, 2002).

Индукция Артура Эванса. Британский археолог Артур Эванс (1900) высказал идею о том, что в далеком прошлом на острове Крит существовал огромный город, включавший дворец, в котором жил Минотавр, индуктивно основываясь на следующих наблюдениях. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002) указывает: «23 марта 1900 года Эванс приступил к раскопкам. Он сам впоследствии говорил, что не очень надеялся на крупные открытия. Все, однако, обстояло иначе. Убедиться в этом Эвансу и его помощникам пришлось в течение ближайших нескольких дней. Буквально через несколько часов в раскопе появились очертания древнего здания. Двумя неделями позже изумленный Эванс стоял перед остатками строений, покрывавших площадь в два с половиной гектара. Между тем дела призывали Эванса в Лондон. Но результаты раскопок его заинтересовали, и он решил, что вернется на следующий год, чтобы заняться тайной открытого им здания. Тогда он еще не мог себе представить, что на разгадку этой тайны ему потребуется не один год, а полвека…» (А.Ю.Низовский, 2002). «Сообщения о сенсационных раскопках на Крите, - продолжает А.Ю.Низовский, - появлялись во всех газетах и журналах Европы. Из непостижимых глубин тысячелетий вставала великая цивилизация – столь древняя, что уже для современников Гомера она была тысячелетней легендой. И когда Эванс по праву первооткрывателя дал этой цивилизации имя «минойская» - имя, взятое из легенды о царе Миносе, - никто не посмел оспорить его. Сэр Артур Эванс умер в 1941 году в возрасте девяноста лет, заслужив признательность человечества замечательным открытием великой цивилизации, подлинно беспримерным по своему значению» (А.Ю.Низовский, 2002).

	«При всем своем доктринерстве Картер все-таки умудрился сохранить энтузиазм, проявляя одновременно максимальную научную точность и добросовестность; благодаря этому он тоже занял место среди великих археологов, среди тех, кто с заступом в руках занимался не только поисками древних сокровищ и останков мертвых царей, но и пытался разгадать великие загадки человечества, воплотившего свое лицо, характер и душу в великих цивилизациях древности». К.В.Керам о Говарде Картере

Индукция Говарда Картера. Знаменитый английский археолог Говард Картер (1922) пришел к выводу о существовании гробницы Тутанхамона, индуктивно исходя из находок Теодора Дэвиса, который обнаружил в Египте, в долине царей, несколько предметов с указанием имени Тутанхамона. Индукция Картера была больше похожа на аналогию, так как наличие предметов с именем фараона в ряде случаев свидетельствовало о наличии его гробницы. Картер решил, что раз найдены вещи с именем Тутанхамона, значит, где-то недалеко должна находиться и его гробница. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002) пишет: «Еще в начале XX века экспедиция американца Теодора Дэвиса обнаружила в долине царей, в тайнике под скалой, фаянсовый кубок, на котором значилось имя Тутанхамона. Неподалеку в углублении скалы нашли запечатанные глиняные сосуды, в которых находились головные повязки плакальщиков и другие предметы, также с именем Тутанхамона, а в обнаруженной Дэвисом шахте-могиле отыскалась деревянная шкатулка. На обломках золотой пластинки, лежавшей в шкатулке, тоже значилось имя Тутанхамона. Дэвис заключил, что открытая им могила-шахта и является местом погребения этого фараона. Но Говард Картер был убежден в другом: все эти предметы использовались во время погребения фараона, а после завершения обряда были собраны, уложены в сосуды и спрятаны недалеко от гробницы. Следовательно, захоронение Тутанхамона находится где-то поблизости!» (А.Ю.Низовский, 2002). Поскольку изнурительные и дорогостоящие поиски долгое время не давали никаких результатов, индукция Картера основывалась на методе проб и ошибок. А.Ю.Низовский цитирует Картера: «Сезон проходил за сезоном, не принося результатов, - вспоминал Говард Картер. – Мы вели раскопки месяцами, трудились с предельным напряжением и не находили ничего. Только археологу знакомо это чувство безнадежной подавленности. Мы уже начали смиряться со своим поражением и готовились оставить Долину, чтобы попытать счастья в другом месте». В тот день, когда археологи приступили к сносу хижин рабочих и раскопам последнего нерасчищенного участка территории, было сделано открытие. 3 ноября 1922 года под первой же сломанной хижиной была обнаружена выснченная в скале ступенька. Когда лестницу расчистили, на уровне двенадцатой ступеньки показался дверной проем, замурованный и запечатанный печатью. Археологи стояли на пороге тайны…» (А.Ю.Низовский, 2002).

Индукция Уолтера Грэнджера (Грэнджэра) и других ученых. Американский палеонтолог У.Грэнджер (1923) совместно со своими сотрудниками высказал идею о том, что динозавры, вымершие 65 миллионов лет назад, были яйцекладущими животными, индуктивно отталкиваясь от факта обнаружения большого количества яиц динозавров на юге Монголии. К.Михайлов в статье «Как гнездились динозавры» (журнал «Наука и жизнь», 1997, № 5) пишет: «В 1923 году в песчаных обрывах Шабарак-Усу на юге Монголии – их называли «палающими» за огненные цвета слагающих их пород, - в пустыне Гоби, американская экспедиция наткнулась на несомненные остатки динозаврового гнезда. Причудливо вытянутые и слегка асимметричные яйца, расположенные в песке концентрическими кругами, были настолько не похожи на известные яйца птиц, крокодилов и черепах, что ведущий палеонтолог экспедиции Уолтер Грэнджэр вынужден был констатировать перед собравшимся вокруг находки отрядом: «Джентльмены, не может быть никаких сомнений, вы смотрите на впервые найденные яйца динозавров». Вернувшись на родину, участники экспедиции сообщили научной общественности о находке. Сенсация обошла страницы многих журналов мира. О предыдущих находках никто не вспомнил (имеется в виду, что еще в 1869 году палеонтолог Филипп Маттерон сообщил об обнаружении фрагментов яиц динозавров в Провансе – Н.Н.Б.). Так тысяча девятьсот двадцать третий год стал официальной датой знаменательного события» (Михайлов, 1997, с.74).

Индукция Рене Дюссана и Андре Парро. Известные археологи Рене Дюссан и Андре Парро (1933) выдвинули гипотезу о том, что в далеком прошлом на территории Сирии существовал город Мари, служивший центром древней Месопотамии, индуктивно исходя из случайной находки, которую сделали арабы, копая могилу для своего умершего собрата. А.Ю.Низовский в книге «100 великих археологических открытий» (2002) пишет: «Но где находился этот город? Из клинописных текстов следовало только, что он должен располагаться где-то на половине пути между Вавилонией и Средиземным морем. Но первые попытки обнаружить город окончились неудачей. И тут помог случай – отец многих открытий. Летом 1933 года бедуины, копавшие могилу для своего умершего собрата, случайно нашли на холме Телль-Харири, расположенном на берегу Евфрата, загадочную статую. Она представляла собой человека, одетого в длинную юбку, украшенную богатой, равномерно расположенной бахромой. По низу статуи тянулась загадочная клинопись. О находке арабы немедленно сообщили лейтенанту Кабане, начальнику французского военного поста в Абу-Кемале – небольшом местечке на границе Сирии с Ираком» (А.Ю.Низовский, 2002). «Кабане, - продолжает А.Ю.Низовский, - незамедлительно послал начальству подробный рапорт о находке. В октябре 1933 года его доклад уже лежал на столе Рене Дюссана, хранителя восточных древностей музея в Лувре. Далее события развивались стремительно. 20 октября Дюссан позвонил 32-летнему профессору Андре Парро и предложил ему немедленно выехать во главе археологической экспедиции в Абу-Кемаль» (А.Ю.Низовский, 2002). Со слов А.Ю.Низовского, «таинственный город, столько лет «ускользавший» от археологов, был открыт, что называется, с первой лопаты! Это стало одним из самых сенсационных открытий французской археологии. За 24 года раскопок – их на время приостановила Вторая мировая война – исследовательская группа профессора Парро вскрыла более 80 гектаров древнего городища. Когда Андре Парро в 1957 году временно прекратил свои раскопки, он уже имел славу одного из авторитетнейших археологов мира, а его заслуги перед наукой увенчали орден Почетного легиона и должность главного хранителя национальных музеев Франции» (А.Ю.Низовский, 2002). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Луиса Лики и Мэри Лики. Вывод Л.Лики и М.Лики (1942) о том, что на территории Кении существовали крупные стоянки древнего человека, умевшего изготавливать каменные орудия, базировался на следующем открытии. В.Е.Ларичев в книге «Сад Эдема» (1980) указывает: «Луис давно уверовал в легкую руку своей супруги. Недаром друзья называют Мэри «счастьем Луки». В том, что за прошедшие годы судьба не обходила его удачами, эффектными и шумными, действительно немалая заслуга Мэри Лики. Чего стоит, например, случай, произошедший в летний полевой сезон 1942 г. на знаменитой теперь стоянке Олоргазейли, открытой в ущелье того же названия при одной из разведочных поездок всего в 40 милях от Найроби. Луис первым наткнулся на площадку, засыпанную сотнями рубил. Пораженный увиденной картиной, он позвал Мэри посмотреть находку. Но она не только не поспешила к нему, но вскоре сама стала настойчиво звать его к себе. С большой неохотой пошел Луис к месту, где замешкалась Мэри, и онемел от неожиданности: тысячи рубил устилали разрушенный землетрясением участок древней террасы, не превышавшей в размере каких-нибудь 50 квадратных ярдов. Никогда ничего подобного многоопытный Лики не видывал в своей жизни. Раскопки раскрыли здесь двадцать культурных горизонтов, залегающих друг над другом, и в каждом из них в изобилии встречались рубила. Теперь на этом месте, как и в Кариандуси, построен трехкомнатный полевой музей Королевского национального парка Кении, где в любое время можно со специальной платформы полюбоваться завалами камня, обработанного обезьянолюдьми» (В.Е.Ларичев, 1980).

Индукция Луиса Лики. Великий археолог Луис Лики (1959) сформулировал идею о том, что одним из древнейших предков человека был зиджантроп, индуктивно отталкиваясь от удачной находки его жены Мэри Лики – работая в Олдовайском ущелье, в Танзании, она обнаружила череп, похожий на черепа Р.Дарта и Р.Брума. Д.Джохансон и М.Иди в книге «Люси: истоки рода человеческого» (1984) пишут о том, насколько долго супруги Лики шли к этому успеху: «Луису и Мэри не везло около тридцати лет, хотя они находили огромное число других окаменелостей – остатков вымерших животных, иногда еще неизвестных науке. Постепенно они все лучше знакомились с геологией ущелья и начинали распознавать, где в различные эпохи находился край озера, когда оно усыхало или наполнялось водой» (Р.Джохансон, М.Иди, 1984). «В действительности, - продолжает Р.Джохансон, - череп обнаружила Мэри. Был уже самый конец полевого сезона 1959 года, и она отправилась работать одна, поскольку Луис лежал в палатке с сильным приступом малярии. От природы крепкий, он тем не менее был подвержен различным болезням, возникавшим часто из-за его беспечного отношения к своему здоровью» (Р.Джохансон, М.Иди, 1984). «Когда Мэри примчалась в лагерь и сообщила, что она нашла то, за чем они охотились многие годы, - подчеркивает Р.Джохансон, - Луис вскочил с постели и, забыв о лихорадке и обо всем остальном, побежал к месту находки. Он почти онемел от счастья при виде черепа, торчащего из отложений» (Р.Джохансон, М.Иди, 1984).

Индукция Дональда Джохансона. Известный палеоантрополог Д.Джохансон (1974) склонился к заключению о необходимости дополнить круг предшественников человека примитивным гоминидом – австралопитеком афарским, индуктивно базируясь на обнаружении в Хадаре (Эфиопия) неповрежденного скелета женской особи ископамемого гоминида, жившего миллионы лет назад. Д.Джохансон в книге «Люси: истоки рода человеческого» (1984) объясняет свое открытие невероятным везением: «Как палеантрополог, т.е. человек, изучающий наших ископаемых предков, я суеверен. И многие из нас суеверны, потому что наша работа в значительной степени зависит от удачи. Остатки, которые мы исследуем, исключительно редки, и немало выдающихся палеоантропологов за всю свою жизнь так и не сделали ни одной находки. Я же оказался более везучим. Пошел всего лишь третий год полевых исследований в Хадаре, а на моем счету было уже несколько находок» (Д.Джохансон, М.Иди, 1984). Желая передать другим свои впечатления об открытии костей древнего гоминида, названного Люси, Д.Джохансон пишет: «Ее скелет остался не поврежден, песок и ил медленно покрывали его все более толстым слоем. Потом песок под тяжестью позднейших отложений превратился в камень. Так она мирно лежала в своей каменной гробнице тысячелетие за тысячелетием, пока дожди Хадара вновь не вынесли ее на свет. И вот тут мне невероятно повезло. Если бы в то утро я не внял своему внутреннему голосу, Люси, быть может, никогда не была бы найдена. Я не знаю, почему другие люди, которые вели поиски до меня, не нашли ее. Быть может, они смотрели в другую сторону. Возможно, было иное освещение. Иногда один человек видит предметы, которые другой не замечает, хотя и смотрит прямо на них. Если бы я в то утро не собрался на участок 162, туда мог бы никто не пойти в течение года, а то и пяти лет» (Д.Джохансон, М.Иди, 1984).

Индукция Сергея Мейена. Советский палеонтолог С.Мейен выдвинул гипотезу о том, что в эпоху раннего карбона на Северном полюсе было достаточно тепло, индуктивно отталкиваясь от сходства (аналогии) остатков растений раннекарбонового времени, собранных в разных местах Восточной Сибири, с теплолюбивыми растениями, обитающими в жарких регионах планеты. Л.С.Юдасин в книге «Перипетии жизни» (1991) пишет: «Тут уместно вспомнить об открытии нашего палеонтолога Сергея Викторовича Мейена из Геологического института АН СССР – ученого, отличашегося большим вкусом к тонкостям своей специальности. Как-то, знакомясь с коллекциями остатков растений раннекарбонового времени (предшественника эпохи великого оледенения), коллекциями, собранными в разных местах Востояной Сибири, Мейен крайне удивился тому, что все это были плауны. Непривычные виды, но бесспорные плауны, то есть растения теплолюбивые. А именно этим свойством им в данном случае не полагалось обладать: они росли сравнительно недалеко от тогдашнего Северного полюса (как установлено, полюса медленно перемещаются по поверхности Земли). Поскольку ископаемые плауны все-таки были плаунами, приходилось допустить вроде бы совершенно невероятное: в те времена на маковках планеты было… тепло» (Юдасин, 1991, с.57).

Глава 18
Индуктивные открытия в области психологии, лингвистики, этологии

Индукция Аристотеля. Аристотель построил теорию силлогизмов (разновидности дедуктивных рассуждений), которая положила начало развитию логики, индуктивно исходя из частных случаев применения силлогизмов, которые встречались в практике политических дискуссий его времени. Д.Пойа в книге «Математика и правдоподобные рассуждения» (1975) пишет: «Примеры, которыми Аристотель находит необходимым подкреплять свои силлогизмы, по-видимому, свидетельствуют о том, что он открыл эти силлогизмы с помощью какого-то рода индукции – а как он мог бы открыть их иначе? Как бы то ни было, идея, что силлогизмы могли быть открыты индуктивно, сближает их с нашими схемами правдоподобных рассуждений» (Пойа, 1975, с.341).

Индукция Франца Антона Месмера. Франц Месмер (1774) высказал предположение о возможности оказывать гипнотическое воздействие на человека без использования магнита, индуктивно исходя из случайного обнаружения гипнотического лечебного эффекта при одном лишь прикосновении руками к пациенту. Таким образом, в основе открытия гипноза лежал фактор случая, который уже не раз встречался при анализе различных научных открытий. Дмитрий Кандыба в книге «Техника мысленного гипноза» (2002) повествует: «Явление транса попало в поле зрения западной науки лишь в середине XVIII века, когда великий врач Франц Антон Месмер, следуя распространенной тогда моде, пытался лечить больных «магнитами». Однажды он случайно заметил, что в тех же случаях, когда помогает «магнит» (а именно при лечении некоторых нервных расстройств), успех получается и при простом прикосновении одних его рук. Месмер подумал, что это объясняется истечением из его рук «животного магнетизма» или «магнетического флюида» (Д.Кандыба, 2002). Об этом же факторе случая пишут многие авторы. М.С.Шойфет в книге «Нераскрытые тайны гипноза» (2006) говорит о том же факторе случая: «Однажды, в очередной раз производя процедуру лечения магнитами, Месмер случайно вместо магнита провел руками от головы больной до ее пят и обратил внимание, что эффект получился даже выше, чем от магнитов. Значит, решил он, магнит оказывает действие не в силу своих физических свойств, а исключительно в качестве проводника исходящего от человека «магнетического» влияния. Собственно, с этого эпизода Месмер перешел от практики с магнитом к практике «животного магнетизма», или, говоря современным научным языком, внушения» (Шойфет, 2006, с.64). Е.П.Блаватская в статье «Черная магия в науке» (журнал «Люцифер», 1890, июнь) констатирует: «Сам Месмер, страдавший от острого ревматизма, полностью излечился применением специально приготовленных магнитов. В 1774 году он на самом деле случайно столкнулся с теургическим секретом прямой витальной передачи; и он был столь сильно заинтересован этим, что оставил все свои старые методы, посвятив себя целиком этому новому исследованию. С тех пор он месмеризировал пристальным взглядом и движениями рук и перестал использовать естественные магниты» (Е.П.Блаватская, 1890). Таким образом, перед нами не что иное, как индукция с фактором случая.

Индукция Шастене де Пюисегюра. Приверженец идей Месмера Шастене де Пюисегюр (1784) пришел к выводу о том, что с помощью словесного внушения можно погрузить человека в состояние сна (состояние сомнамбулизма), минуя стадию конвульсий и судорог, индуктивно основываясь на опытах, которые он проводил в своем родовом имении Бюзанси, подвергая гипнотическому воздействию местных крестьян. В.В.Кондрашов в книге «Все о гипнозе» (1998) пишет: «Идеи Месмера продолжали жить и находить своих последователей. Поклонник Месмера, маркиз де Пюисегюр (1751-1828), открывает один из аспектов поведения индивида, находящегося в трансе. Используя магнетическое лечение применительно к крестьянам в своем родовом имении Бюзанси, маркиз установил, что добиться погружения в состояние транса можно и без считавшегося обязательным «кризиса» - резких, нередко конвульсивных судорог, ранее считавшихся важным элементом лечения магнетизмом. Пюисегюр увидел, что может добиваться физических и эмоциональных изменений с помощью внушения, а это магнетизеры в своих сеансах не делали» (В.В.Кондрашов, 1998). Л.Л.Васильев в книге «Таинственные явления человеческой психики» (1959) отмечает: «Однако в истории науки не Месмеру принадлежит честь вторичного открытия гипнотического сна. Эта честь выпала на долю его ученика и последователя Пюисегюра. Вот как описывает один из историков месмеризма это случайно сделанное открытие: «Из дилетантской гуманности и по философскому любопытству он безвозмездно производит в своем поместье магнетическое лечение по указанию своего патрона. Как-то раз к нему обращается целая группа ищущих помощи, и граф-филантроп старается вызвать у своих больных по возможности бурные кризисы. Но вдруг он изумляется, более того – пугается. Молодой пастух по имени Виктор вместо того, чтобы ответить на магнетические пассы подергиваниями, конвульсиями и судорогами, попросту обнаруживает усталость и мирно засыпает под его поглаживания. Так как такое поведение противоречит правилу, согласно которому магнетизер должен, прежде всего, вызвать конвульсии, а не сон, Пюисегюр пытается расшевелить увальня. Но тщетно! Пюисегюр кричит на него – тот не двигается» (Л.Л.Васильев, 1959). Реконструкция Л.Л.Васильева согласуется с описанием Р.Белоусова, который в книге «Из родословной героев книг» (1974) пишет о Пюисегюре: «Граф, следуя наставлениям Месмера, считал себя человеком, улавливающим некие сверъестественные токи, от которых якобы зависят все явления, носящие название магнетических. Производя бесплатно в своем поместье лечение по советам Месмера, граф случайно открыл особое состояние, названное им искусственным сомнамбулизмом» (Р.Белоусов, 1974). В открытии Пюисегюра мы вновь обнаруживаем индукцию с фактором случая.

Индукция Уильяма Джонса. Английский судья в Калькутте У.Джонс (1786) выдвинул гипотезу о том, что древнеиндийский язык санскрит является прародителем латинского и греческого языков, индуктивно исходя из обнаружения сходства (аналогии) между санскритом и другими языками: латинским, греческим, кельтским, готским и персидским. М.Ридли в книге «Геном» (2009) повествует: «В 1786 году английский судья в Калькутте сэр Уильям Джонс созвал съезд Королевского азиатского общества и объявил о своем открытии: древнеиндийский язык санскрит является прародителем латинского и греческого языков. Благодаря тому, что Джонс владел многими языками, он обнаружил сходство санскрита также с кельтским, готским и персидским. Он предположил, что все эти языки имели общее происхождение. Джонс пришел к такому заключению по той же причине, по которой современные генетики сделали вывод о существовании 530 млн. лет назад округленных плоских червей – предков большинства современных животных. Этой причиной явилось сходство слов. Например, слово «три» звучит как «tres» в латинском, «treis» - в греческом и «tryas» - в санскрите. Безусловно, в отличие от генетического «языка» в разговорных языках гораздо проще происходит заимствование слов у народов, которые живут на соприкасающихся территориях. Можно предположить, что слово «три» было занесено в санскрит из языков европейских народов. Но дальнейшие исследования подтвердили правоту Джонса. Все эти народы на огромной территории от Индии до Ирландии когда-то были одним народом и жили вместе на одной территории. Затем в ходе вековой истории миграций общий язык рассыпался на диалекты, которые стали самостоятельными языками» (Ридли, 2009, с.249). Об этом же пишет Р.Нудельман в статье «Откуда пришли индоевропейцы?» (журнал «Знание-сила», 2004, № 10): «Все началось со знаменитого британского юриста Вильяма Джонса. Это он в 1786 году первым высказал убеждение в родстве греческого языка с кельтским и санскритом. Это замечание подтолкнуло лингвистов к энергичным сравнительным исследованиям, стали появляться все новые факты того же рода, и по мере их накопления становилось все более очевидным, что огромное число европейских и близких к ним азиатских языков действительно находится в близком родстве, как будто они произошли от единого древнего корня» (Р.Нудельман, 2004).

Индукция Густава Фехнера. Густав Теодор Фехнер (1860) открыл основной закон психофизики, согласно которому интенсивность ощущения пропорциональна логарифму интенсивности раздражения, индуктивно отталкиваясь от исследований Э.Вебера (1846). Как отмечают нейробиологи Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «зависимость между интенсивностью стимула и силой возникающих в ответ на него ощущений впервые описана в 1846 году Вебером. Он определял способность различать, какая из двух гирек тяжелее, держа их в разных руках, и показал, что способность к различению зависит от исходной величины гирек. То есть испытуемые были способны легко определить разницу в 3 грамма между двумя гирями, каждая из которых весила примерно по 100 грамм, тогда как килограммовые гири должны были отличаться на 30 грамм (в каждом случае различимая разница должна была быть около 3% от веса каждого объекта). Эта зависимость была формализована Фехнером, который пришел к заключению, что такой результат предполагает логарифмическую зависимость между стимулом и ответной реакцией. Закон Вебера-Фехнера – это выражение нелинейной зависимости между силой раздражителя и ощущением. Хотя точная формула соотношения зависит от модальности раздражителя, эта зависимость применима ко многим аспектам восприятия и поведения» (Д.Николлс, А.Мартин, Б.Валлас, П.Фукс, «От нейрона к мозгу», 2003). Для того чтобы вывести закон Фехнера о равенстве величины ощущения логарифму величины раздражения, необходимо было использовать вспомогательное утверждение (гипотезу) о том, что приращение ощущения при приращении величины раздражителя на одно и то же едва заметное различие всегда константно (постоянно). Как Фехнер пришел к этой вспомогательной гипотезе? Он заимствовал ее у Э.Вебера. В свою очередь, Э.Вебер пришел к этой вспомогательной гипотезе, индуктивно отталкиваясь от исследований немецкого физика Г.Бугера. Как отмечает нейрофизиолог В.В.Шульговский, «В 1760 г. немец Г.Бугер исследовал свою способность различать изменения в освещенности экрана. Исследователь находился перед экраном из промасленной бумаги, который освещался несколькими свечами, находящимися по другую сторону экрану. К уже горевшим свечам добавляли новые свечи до тех пор, пока исследователь не замечал изменения освещенности экрана. Бугер установил, что отношение освещенности от вновь зажженных свечей к освещенности уже горевших свечей было величиной постоянной. Это отношение в единицах ощущений можно записать как $I_{\text{мин}}$ / I (где I – исходное ощущение, $I_{\text{мин}}$ – минимально воспринимаемый прирост ощущения). В 1834 г. Э.Вебер повторил забытые к тому времени эксперименты Бугера и подтвердил установленную им закономерность ощущений для ряда других модальностей – слуховой, кинетической (ощущение тяжести) и др.» (В.В.Шульговский, «Физиология высшей нервной деятельности с основами нейробиологии», 2003). С точки зрения Д.Шульц и С.Э.Шульц, представленной в книге «История современной психологии» (1998), «открытие Фехнером количественной взаимосвязи между интенсивностью раздражителя и ощущением по важности можно сравнить с открытием закона гравитации. В начале 19 столетия немецкий философ Иммануил Кант утверждал, что психология никогда не станет истинной наукой в силу невозможности проведения экспериментов по получению количественных оценок психических процессов. Благодаря исследованиям Фехнера утверждение Канта уже никто не рассматривает всерьез» (Д.Шульц, С.Э.Шульц, 1998, с.83).

	«Настоящим мерилом ценности ученого является то, насколько его взгляды и выводы прошли проверку временем. А с этой точки зрения Эббингауз оказал на науку влияние даже более значительное, чем Вундт. Исследования Эббингауза привнесли объективность количественных и экспериментальных методов в изучение высших психических функций». С.Степанов о Германе Эббингаузе

Индукция Германа Эббингауза. Герман Эббингауз (1885) получил графическую кривую забывания, показывающую зависимость степени забывания информации от времени, истекшего с момента ее первоначального запоминания, индуктивно основываясь на своих экспериментах по исследованию процесса сохранения в памяти бессмысленных слогов. Р.Солсо в книге «Когнитивная психология» (2002) пишет об Эббингаузе: «Его поиски ответа на вопрос, как формируется память, требовали разработки такой задачи, которая была бы неизвестна испытуемому. Поскольку Эббингауз был не только ведущим теоретиком и экспериментатором, но и самим испытуемым, ему пришлось столкнуться с проблемой, как бы найти нечто такое, чему бы он мог научиться, а значит – чего бы он еще не знал; так он и решил использовать бессмысленные слоги: это не слова, а всего лишь последовательность из трех гласных и согласных букв. Вот тогда-то им были рождены «незапоминаемые» термины ZAT, BOK и SID – рождены, чтобы быть забытыми. Так оно и получилось. Эббингауз упорно повторял список за списком таких бессмысленных слогов и затем пытался воспроизвести их спустя 20 минут, 1 час, 8-9 часов, 1 день, 2 дня, 6 дней и 31 день. (…) В его экспериментальном исследовании памяти учитывалось влияние длины списка на время заучивания, влияние упражнений на научение, изучалось также заучивание и запоминание упорядоченных последовательностей элементов. Методика заучивания последовательностей, ведущая свое начало от Эббингауза, стала стандартом на долгие годы» (Солсо, 2002, с.131-132).

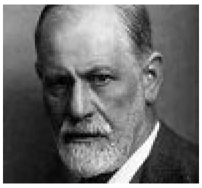
Индукция Вильяма Гамильтона. В.Гамильтон (1856) пришел к выводу о том, что объем восприятия человека составляет около семи элементов, индуктивно основываясь на опыте, который он сам и описал. Р.Солсо в книге «Когнитивная психология» (2002) цитирует Гамильтона: «Вы легко можете сами проделать этот эксперимент, но при этом вы не должны объединять объекты в классы. Если вы бросите на пол горсть гравия, вам будет трудно увидеть одновременно более шести или максимум – семи камешков без их смешивания. Но если вы группируете их по два, три или пять, вы сможете охватить столько же групп, сколько и отдельных единиц, поскольку в сознании группа рассматривается как одна единица» (Солсо, 2002, с.56).

Индукция Джекобса. Известный психолог Джекобс (1887) пришел к выводу о том, что кратковременная память способна хранить не более семи элементов информации, индуктивно исходя из следующего опыта. Психолог Р.Солсо поясняет суть этого опыта: «…В 1887 году его проделал Джекобс; он читал испытуемым вслух последовательность чисел без определенного порядка и сразу же после этого просил их записать столько чисел, сколько они могли вспомнить. Максимальное количество воспроизведенных чисел было 7» (Р.Солсо, «Когнитивная психология», 2002).

Индукция Рихарда Крафт-Эбинга. Известный австрийский психиатр Р.Крафт-Эбинг (1889) высказал идею о возможности вызвать ожоги на теле человека, а также повысить температуру организма путем гипнотического внушения, индуктивно основываясь на следующих опытах. М.С.Шойфет в книге «Нераскрытые тайны гипноза» (2006) пишет: «Выдающийся австрийский психиатр Рихард фон Крафт-Эбинг (1840-1902) привязывал лист писчей бумаги к голени 29-летней венгерской девушки Ирмы Цандер и внушал, что это горчичник. Утром на этом месте появлялись краснота и небольшие пузыри. Прикладывая к телу Ирмы различные предметы и внушая, что они раскалены, он каждый раз обнаруживал ожоговый пузырь в форме прикладываемых предметов. Примечательно, что рубцы со временем не проходили» (Шойфет, 2006, с.297). Далее М.С.Шойфет детализирует эксперименты Крафт-Эбинга, преследовавшие цель исследовать возможности психического (гипнотического) воздействия на организм человека: «Какими возможностями в области терморегуляции организма обладает гипносуггестия, показывают эксперименты Крафта-Эбинга, автора трехтомного «Учебника по психиатрии», директора Фельдховского приюта для умалишенных. Влияние психических факторов на терморегуляцию организма вызывало у Крафта-Эбинга теоретический и практический интерес. Чтобы прояснить этот вопрос, он продолжил эксперименты с Ирмой, вызывая у нее в заранее установленные сроки определенную температуру, как пониженную, так и повышенную. Утром 21 февраля он внушил Ирме, что на протяжении трех дней у нее будет держаться температура, близкая к 37º. Полученные данные показали: утром 21 февраля – 36,9º, вечером того же дня – 37,4º; утром 22-го – 37,1º, вечером - 37º; утром 23-го - 37º, вечером - 37º; утром 24-го - 37º. Через пять дней эксперимент был повторен. Было внушено, что с вечера и на следующий день температура у Ирмы будет 36º. Первого марта утром температура была 36º, вечером - 36º; второго марта утром – 36,1º (Крафт-Эбинг, 1889)» (Шойфет, 2006, с.306).

Индукция Христиана Эренфельса. Австрийский психолог Х.Эренфельс (1890) сформулировал гипотезу о существовании гештальтов – целостных образов, не сводимых к сумме своих частей и сохраняющих свою целостность при транспозиции (переносе) из одних условий в другие, индуктивно исходя из исследований Э.Маха (1866). Мах заметил, что ощущение мелодии или звуковой формы в известной мере не зависит от ощущений отдельных звуков, поскольку сохраняется при изменении последних в случае транспонирования мелодии в другую тональность. Как пишет историк психологии А.Н.Ждан, «понятие «гештальт» было введено Х.Эренфельсом в статье «О качестве формы» в 1890 г. при исследовании восприятий. Непосредственным поводом для исследования Эренфельса послужили некоторые замечания Э.Маха о восприятии мелодий и геометрических форм: по Маху, ощущение мелодии или звуковой формы в известной мере независимо от ощущений отдельных звуков, поскольку сохраняется при изменении последних в случае транспонирования мелодии в другую тональность, как будто бы оно само было таким же простым и неразложимым элементом, как и элементарное ощущение. Этот факт Эренфельс подверг специальному анализу. Он выделил специфический признак гештальта – свойство транспозиции (переноса): мелодия остается той же самой при переводе ее из одной тональности в другую; гештальт квадрата сохраняется независимо от размера, положения, окраски составляющих его элементов и т.п.» (А.Н.Ждан, «История психологии», 2001). Об этом же пишет Е.Е.Соколова в книге «13 диалогов о психологии» (2005): «Эренфельс обратил внимание на то, что восприятие мелодии, в известной степени, независимо от входящих в его состав ощущений звуков: при транспонировании в другую тональность звуки могут изменяться, а восприятие мелодии сохраняется. И тогда Эренфельс формулирует следующую проблему: откуда берется это новое «качество целостности», или, как его называет Эренфельс, «гештальт-качество…» (Соколова, 2005, с.350).

Индукция Теодуля Рибо. Т.Рибо (1881) сформулировал закон обратного развития памяти, индуктивно основываясь на том, что при прогрессирующей амнезии, например в случаях заболеваний или в пожилом возрасте, разрушение памяти имеет определенную последовательность: сначала становятся недоступными воспоминания о недавних событиях, затем начинает нарушаться умственная деятельность личности, происходит утрата чувствований и привычек, распадается инстинктивная память. Т.Д.Марцинковская в книге «История психологии» (2007) указывает: «Одним из наиболее значимых открытий Рибо является сформулированный им закон обратного развития памяти. Он устанавливает порядок старческого ослабления памяти, ее утраты и процесса восстановления в случае временной потери памяти. По этому закону, который также называется законом прогрессивного расстройства памяти, память утрачивается в направлении от нового к старому и от сложного к простому» (Марцинковская, 2007, с.217). С.Роуз в книге «Устройство памяти: от молекул к сознанию» (1995) говорит о том, что произошло в 1881 году: «Тогда вышла книга французского врача Теодуля Рибо, озаглавленная «Les Maladies de la Memoire» («Болезни памяти»). Рибо считал, что если расстройства памяти рассматривать не в контексте анекдотичных проявлений нашего жизненного опыта, а перенести их изучение в более объективные условия лаборатории или приемной врача, то можно будет лучше понять их природу» (С.Роуз, 1995).

	«Брейер говорил мне, что обнаружил, будто за поверхностной застенчивостью во мне таится чрезвычайно дерзкая и бесстрашная личность. Я всегда так думал, но никому не осмеливался сказать об этом. Я часто чувствовал, что унаследовал все то неповиновение и страстность, с какой наши предки защищали свой храм, и мог бы с радостью пожертвовать своей жизнью за один великий момент в истории». Зигмунд Фрейд о себе

Индукция Зигмунда Фрейда. З.Фрейд (1885) выдвинул гипотезу о возможности лечения душевных заболеваний с помощью психотерапевтических методов, индуктивно основываясь на идее Й.Брейера о достижимости положительного психотерапевтического эффекта при лечении истерии. Также Фрейд опирался на работы Шарко, который считал, что истерия – психогенное заболевание, то есть протекает без изменения в тканях и вызывается чисто душевными причинами, которые нельзя обнаружить с помощью микроскопа. Шарко утверждал, что патология, лежащая в основе истерии, таится не в физическом повреждении мозга, а в психическом повреждении. С.Степанов в книге «Век психологии. Имена и судьбы» (2002) констатирует: «Мысль Шарко о том, что причины функциональных психических расстройств следует искать не в анатомии, а в психологии, глубоко запала в сознание Фрейда» (Степанов, 2002, с.123).

Индукция Зигмунда Фрейда. З.Фрейд (1889) пришел к выводу об исключительной роли сексуальных потребностей в жизни человека, индуктивно основываясь на исследованиях Йозефа Брейера (1842-1925), который указывал на немаловажную роль сексуальных мотивов в возникновении невротических расстройств. Кроме того, Фрейд опирался на аналогичное мнение французского невропатолога Жана Мартена Шарко, который заметил, что источник странностей в поведении невротика таится в особенностях его половой жизни. С другой стороны, Шарко заимствовал идею о важной роли сексуальных мотивов у Мейнерта. Историк медицины М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) пишет: «В частных беседах советник Мейнерт многократно констатировал, что неврозы чаще всего имеют сексуальную этиологию. Об этом же говорил Шарко, свидетелем эмоционального заявления которого случайно оказался Фрейд» (Шойфет, 2006, с.342). «У Мейнерта, - добавляет Шойфет, - был трудный характер, и он ревниво относился к своему положению, ведь большую часть того, что знал Шарко об анатомии мозга, он вычитал в его, Мейнерта, работах» (там же, с.342). Об этом же пишут Д.Шульц и С.Э.Шульц в книге «История современной психологии» (1998) «Шарко также обратил внимание Фрейда на роль секса в развитии истерического поведения. Однажды на вечеринке Фрейд нечаянно подслушал, как Шарко высказывал свое мнение об одном интересном случае из своей практики. Он сказал, что причины затруднений у пациента, несомненно, имеют сексуальную основу. «В такого рода случаях речь, в конечном счете, всегда идет о гениталиях – всегда, всегда, всегда» (Фрейд, 1914)» (Д.Шульц, С.Э.Шульц, 1998, с.397). Наконец, существенную роль сыграло индуктивное обобщение эпизодов из своей собственной жизни. Фрейд вспомнил, что в детстве он был влюблен в собственную мать и ревновал к собственному отцу. Ученый решил, что это происходит в жизни любого человека. Таким образом, эпизод из собственной жизни Фрейд индуктивно обобщил на всех людей, назвав его эдиповым комплексом. Как указывает историк психологии Т.Лихи, «он объявил свой опыт универсальным. Фрейд утверждал, будто обнаружил, что был влюблен в собственную мать и ревновал к собственному отцу. Он писал: «Теперь я считаю это универсальным событием раннего детства». Здесь его вера совершает гигантский скачок от единственного реконструированного воспоминания к провозглашению научной универсальности!» (Т.Лихи, «История современной психологии», 2003).

Индукция Зигмунда Фрейда. З.Фрейд (1889) предположил, что в основе поведения человека лежат бессознательные мотивы, которые можно обнаружить с помощью такого специфического приема, как гипноз, индуктивно основываясь на эксперименте Ипполита Бернгейма с пациенткой, которой в состоянии гипнотического сна было приказано по пробуждении раскрыть стоявший в углу зонтик, что она и сделала. На вопрос, зачем понадобилось раскрывать зонт в помещении, пациентка смущенно ответила, что хотела удостовериться, ее ли это зонтик. Факт гипнотического внушения не отложился в ее памяти. Именно это и натолкнуло Фрейда на мысль, что работа мозга не всегда осознается, что в основе поведения могут лежать бессознательные мотивы. С книгой И.Бернгейма «Внушение и его применение в качестве терапии», в которой описывались результаты лечения невротиков методом гипнотического внушения, Фрейд познакомился в 1888 году. Но с экспериментом Бернгейма, натолкнувшим Фрейда на идею о бессознательной работе мозга, Фрейд ознакомился в 1889 году, когда он отправился в Нанси, где работал Бернгейм, с целью освоить технику гипноза. Кроме индукции, идея Фрейда о бессознательном опиралась также на аналогию с исследованиями Г.Фехнера. Д.Шульц и С.Э.Шульц в книге «История современной психологии» (1998) пишут: «Густав Фехнер также оказал значительное влияние на развитие теорий бессознательного. Как и Гербарт, он также использовал понятие порога. Это ему принадлежит образ психики как айсберга, который произвел столь сильное впечатление на Фрейда. Фехнер считал, что, подобно айсбергу, большая часть психической деятельности скрыта под поверхностью сознания и подвержена воздействию ненаблюдаемых сил. Весьма любопытно, что работы Фехнер, столь значимые для экспериментальной психологии, оказались также и в числе предпосылок психоанализа. Фрейд цитировал книгу Фехнера «Элементы психофизики» в ряде своих работ. Некоторые важные моменты его концепции (принцип удовольствия, понятие психической энергии, интерес к изучению агрессии) также берут начало из фехнеровских разработок. Как пишет об этом один из биографов Фрейда, «Фехнер был единственным психологом, от которого Фрейд позаимствовал кое-какие идеи (Джонс, 1957)» (Д.Шульц, С.Э.Шульц, 1998, с.386).

Индукция Вильгельма Флиса. Немецкий врач В.Флис разработал учение о периодах, позже названное теорией биоритмов, индуктивно исходя из того, что кризисные состояния и повышение восприимчивости к заболеваниям у одного и того же пациента наступают всегда через один и тот же промежуток времени. Франк Зунн в книге «Дух в компьютере» (2004) отмечает: «В начале XX века немецкий врач Вильгельм Флис заметил, что у его пациентов периодически наступали ухудшения. Он решил построить графики их самочувствия. Анализируя эти графики, он обнаружил, что кризисные состояния и повышение восприимчивости к заболеваниям у одного и того же пациента наступают всегда через один и тот же промежуток времени. Итак, со временем доктор Флис установил, что существуют два четко выраженных ритма: один, составляющий 23 дня, определял физические способности, другой, в 28 дней, - эмоциональное состояние. Первый он назвал мужским ритмом, второй – женским. Эти выводы были обобщены в теории, которую доктор Флис сперва назвал «учением о периодах», а позднее она была названа «учением о биоритмах» (Ф.Зунн, 2004). Отметим, что В.Флис является исследователем, у которого Зигмунд Фрейд в значительной степени заимствовал идею детской сексуальности, дав различным явлениям в этой области такие названия, как Эдипов комплекс, комплекс Электры.

Индукция Альфреда Адлера. Альфред Адлер (1907) построил концепцию неполноценности, в которой описал природу обостренного, преувеличенного переживания человеком собственной слабости и несовершенства, индуктивно опираясь на результаты исследования детей, страдавших различными физическими дефектами. Адлер считал, что телесный недостаток порождает естественное ощущение собственного несовершенства, неполноценности. Параллельно у ребенка возникает стремление преодолеть, компенсировать дефект, и именно стремление к компенсации есть движущая сила развития. Впоследствии Адлер (опять же при помощи индукции) распространил свои представления на всех детей, в том числе и не отягощенных физическими дефектами. Он полагал, что ребенок, который еще мал, слаб и неумел в сравнении со взрослыми, тем самым уже обречен на ощущение своей неполноценности. Человек, в отличие от животных, рождается слабым, беззащитным и беспомощным, то есть с момента рождения постоянно испытывает недостаточность своих сил и ограниченных возможностей (С.Степанов, «Популярная психологическая энциклопедия», 2005).

Индукция Люсьена Леви-Брюля. Люсьен Леви-Брюль (1910) пришел к идее о существовании магического (дологического) мышления, индуктивно исходя из результатов исследования магических ритуалов у народов Африки, Австралии и Океании, находящихся на ранних этапах социокультурного развития. На этой основе Леви-Брюль построил теорию первобытного мышления. М.Малашкина в книге «Популярная история психологии» (2002) указывает: «Многие слышали, что первобытные люди совершали перед охотой обязательный магический ритуал. В чем суть этого ритуала с точки зрения психолога? «Без совершения этих магических операций, - пишет Леви-Брюль в книге «Первобытное мышление», - самый опытный охотник и рыболов не встретит ни дичи, ни рыбы, либо они ускользнут из его сетей, с его крючков, либо его лук или ружье дадут осечку, либо добыча, даже достигнутая метательным снарядом, останется невридимой, либо, наконец, даже будучи раненой, она затеряется так, что охотник ее не найдет. Мистические операции отнюдь не являются также простой прелюдией к охоте или рыбной ловле подобно, например, мессе св. Губерта (покровителя охотников у католиков), так как в последнем случае существенной считается все же сама охота. Напротив, для пралогического мышления этот момент не является наиболее важным. Существенными для него являются мистические операции, которые одни в состоянии обеспечить наличие и поимку добычи. Без этих операций не стоит даже приниматься за дело» (Малашкина, 2002, с.156).

«Исследования Торндайка в области научения стали эпохальным явлением в психологии. Его работы стимулировали подъем теории научения в американской науке, а тот дух объективности, которого он строго придерживался, нашел воплощение в теории бихевиоризма. Основатель бихевиоризма Джон Уотсон писал, что исследования Торндайка стали краеугольным камнем его учения».

С.Степанов об Эдварде Торндайке

Индукция Эдварда Торндайка. Эдвард Торндайк (1911) высказал идею о том, что животные решают встающие перед ними проблемы методом проб и ошибок, индуктивно основываясь на своих экспериментах с «проблемными ящиками». В этих экспериментах кошки, помещенные Торндайком в деревянные «проблемные ящики», столкнувшись с задачей самостоятельно открыть дверцу этих ящиков и выбраться на свободу, находили способ решения этой задачи в результате большого количества хаотических движений. Т.Лихи в книге «История современной психологии» (2003) указывает: «Торндайк помещал животных в «проблемные ящики», освободиться из которых можно было разными способами. В экспериментах использовали кошек, собак и цыплят. Торндайк создал метод, который впоследствии получил название выработки инструментальных условных рефлексов: животное производит какую-то ответную реакцию, и если получает вознаграждение (в опытах Торндайка – выходит на свободу и получает пищу), этот ответ заучивается. Если ответная реакция не сопровождается вознаграждением, то она постепенно исчезает. Результаты, полученные Торндайком, заставили его отказаться от старых взглядов на рассудок животных: он говорил, что животные научаются лишь посредством проб и ошибок, вознаграждения и наказания и что у животных вообще нет идей для ассоциаций» (Лихи, 2003, с.238). Указанная идея Торндайка опиралась также на аналогию. До Торндайка Александр Бэн выдвинул представление о «пробах и ошибках» как особом принципе организации поведения. Торндайк по аналогии воспользовался этим представлением Бэна и исследовал данную форму научения экспериментально. М.Г.Ярошевский в книге «История психологии от античности до середины 20 века» (1997) пишет о Торндайке: «Весь процесс научения описывался в объективных терминах. Торндайк использовал идею Бэна о «пробах и ошибках» как регулирующем начале поведения. Выбор этого начала имел глубокие методологические основания. Он ознаменовал переориентацию психологической мысли на новый способ детерминистского объяснения своих объектов. Хотя Дарвин специально не акцентировал роль «проб и ошибок», это понятие, несомненно, составляло одну из предпосылок его эволюционного учения» (Ярошевский, 1997, с.212).

Индукция Джона Уотсона. Д.Уотсон (1920) высказал идею о том, что эмоциональное поведение является результатом научения, то есть может быть обусловлено с помощью простых техник выработки связей «стимул-реакция», индуктивно основываясь на экспериментах по выработке реакции страха у 11-месячного мальчика Альберта на такие стимулы, как крыса, кролик, обезьяна, собака и т.д. Эмоция страха вырабатывалась у мальчика путем неоднократного сочетания двух событий: предъявления крысы, кролика или маски санта-клауса и появления неожиданных громких звуков, на которые все дети реагируют страхом и плачем. Д.Уотсон и Р.Рейнер заметили, что если семь раз показать ребенку крысу и одновременно ударять молотком по стальному брусу, ребенок начинает вздрагивать, плакать и пугаться при одном только виде животного. Индуктивно основываясь на этом эксперименте, Д.Уотсон развил теорию, согласно которой поведение детерминируется не какими-то внутренними силами (неосознанными инстинктами или подавленными конфликтами, берущими начало в раннем детстве, по мысли Фрейда), но внешними причинами, а именно различными стимулами, воздействующими на организм из окружающей среды. Как подчеркивает историк психологии Р.Р.Хок, «полученные результаты способствовали формированию одной из главных школ психологической мысли – бихевиоризма. Было показано, что нечто столь сложное, личное и человеческое, как эмоции, может быть продуктом обусловливания или научения…» (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Вольфганга Келера. В.Келер (1925) сформулировал идею о способности животных решать стоящие перед ними задачи с помощью инсайта, то есть на основе интуитивного научения, индуктивно основываясь на экспериментах с обезъянами. В этих экспериментах перед шимпанзе ставилась задача достать фрукты, которые подвешивались к потолку клетки, либо располагались снаружи клетки далеко от прутьев, то есть находились вне пределов досягаемости животного. Келер заметил, что сначала обезьяна предпринимает безуспешные попытки достать фрукты, либо подпрыгивая к подвешенному фрукту, либо протягивая руку между прутьев. После нескольких попыток шимпанзе как будто падает духом, и некоторое время сидит неподвижно, но затем она внезапно вскакивает, хватает палку и просовывает ее между прутьев клетки, либо ставит коробки друг на друга, взбирается на них и достает висящие под потолком лакомства. Исходя из того, что люди при решении задач используют тот же процесс – внезапно осознают тип возникшей задачи и требования, которые она предъявляет, - Келер пришел к выводу, что у шимпанзе наступает «прозрение», «инсайт», когда животное приходит к пониманию стоящей перед ним задачи и находит средства ее решения. Келер заметил, что явление инсайта существенно отличается от метода проб и ошибок, описанного Торндайком (1898) и формирования классических условных рефлексов, изученного И.П.Павловым и бихевиористами (Н.Хейес, С.Оррелл, «Введение в психологию», 2003).

Индукция Кэтрин Кокс. Сотрудница известного психолога Л.Термена К.Кокс (1926) пришла к заключению о том, что для выдающихся людей науки характерен не сверхвысокий, а умеренно высокий интеллект, помноженный на огромную работоспособность, индуктивно основываясь на отрицательном результате лонгитюдного (продолжительного) наблюдения за судьбой детей, чей интеллект превышал средний уровень. Это лонгитюдное исследование проводил Л.Термен. Он ожидал от детей, которым он приписал высокий наследственный кэффициент интеллекта, выдающихся достижений в науке, искусстве и политике. Однако эти ожидания парадоксальным образом не оправдались. В книге «Социальная психология науки» (2001) А.В.Юревич пишет: «Л.Термен с помощью своих сотрудников отобрал 1,5 тысячи детей (в возрасте от 2 до 18 лет), чей интеллект превышал средний уровень, и проследил их дальнейшую судьбу. Результаты оказались более чем неожиданными. Ни одно (!) из высокоинтеллектуальных чад, повзрослев, не совершило не только чего-либо выдающегося, но и сколь-либо заметного ни в науке, ни в политике, ни в искусстве, ни в какой-либо другой сфере деятельности – несмотря на то, что по результатам тестирования интеллекта они демонстрировали высокие показатели в течение всей своей жизни. Более того, обобщая наблюдения за судьбой своих подопечных, Термен сформировал впечатление о том, что высокий интеллект не только не помогал, но, напротив, мешал им сделать что-либо значительное (Термен, 1916)» (Юревич, 2001, с.91). Эти данные уже сами по себе свидетельствовали о недостаточности высокого уровня интеллекта для успешного творчества в различных областях человеческой деятельности. Дополнив эти данные анализом биографий 282 выдающихся представителей американской науки, среди которых, по мнению К.Кокс, не было ни одного обладателя сверхвысокого интеллекта, она поняла, что для больших научных достижений оптимален умеренно высокий интеллект. «На основе полученных данных, - поясняет А.В.Юревич, - Кокс высказала идею, которая до сих пор не опровергнута: для выдающихся людей науки характерен не сверхвысокий, а умеренно высокий интеллект, помноженный на огромную работоспособность, или, говоря, словами самой исследовательницы: «Высокий, но не слишком высокий интеллект, соединенный с высочайшей настойчивостью, позволяют достичь много большего, чем высочайший интеллект, соединенный с умеренной настойчивостью» (там же, с.91-92).

Индукция Блюмы Зейгарник. Блюма Зейгарник (1927) сформулировала предположение о том, что мозг запоминает незавершенные действия лучше, чем завершенные, индуктивно исходя из наблюдения, сделанного в одном из берлинских кафе. Зейгарник обратила внимание, что официант хорошо помнит те заказы своих клиентов, которые еще не выполнены, и быстро забывает блюда, которые были заказаны клиентами, уже покинувшими кафе. С.Степанов в книге «Век психологии. Имена и судьбы» (2002) пишет: «Дело было так. Внимание психологов привлек тот факт, что официант, приняв у них заказ, не сделал никаких записей, хотя перечень заказанных блюд был обширным, и принес к столу все, ничего не забыв. На замечание по поводу его удивительной памяти он пожал плечами, сказав, что он всегда точно помнит, какие блюда заказывают клиенты. Тогда психологи попросили его припомнить, что выбрали из меню посетители, которых он обслуживал до них и которые только что ушли из кафе. Официант растерялся и признался, что не может точно воспроизвести тот заказ. Вскоре после этого случая возник замысел проверить экспериментально, как влияет на запоминание завершенность или незавершенность действия. Эту работу и проделала Зейгарник» (Степанов, 2002, с.308).

Индукция Берреса Фредерика Скиннера. Б.Ф.Скиннер (1932) выдвинул гипотезу об упорядоченном характере торможения реакций животного в случае, когда оно не получает вознаграждения (подкрепления) за эти реакции, индуктивно основываясь на своих экспериментах, в ходе которых он получил первую кривую торможения. Д.Гудвин в книге «Исследование в психологии» (2004) рассказывает о Скиннере: «В начале 1932 г. он изучал обусловливание и экспериментальное торможение реакций. Скиннер писал: «Первую кривую торможения я получил случайно. В эксперименте крыса нажимала рычаг, чтобы получить пищу, но в какой-то момент аппарат, выдающий кусочки еды, сломался. Меня не было в это время, и когда я вернулся, то обнаружил замечательную кривую. Крыса продолжала нажимать на рычаг, даже не получая за это пищу… Изменение поведения было более упорядоченным, чем угасание слюнного рефлекса в исследованиях Павлова, и я был ужасно взволнован. Был вечер пятницы, и в лаборатории не было никого, кому я мог бы рассказать о результатах. Все выходные я переходил улицы особенно осторожно, чтобы уберечь мое открытие и не дать ему исчезнуть в результате моей внезапной смерти» (Гудвин, 2004, с.46). Перед нами не что иное, как индукция с фактором случая. В другом месте своей книги Д.Гудвин вновь обсуждает вопрос о роли случайности в открытии Б.Ф.Скиннера: «К исследованию также может привести случайное открытие – обнаружение некоторого феномена при поиске чего-то совершенно другого. Такие открытия явились причиной многих важных событий в истории науки. Это происходит, если ученый бьется над разрешением трудной проблемы и некое непредвиденное событие случайно дает ключ к разгадке. Случайное открытие может быть сделано при неправильном ходе эксперимента, например, при отказе аппаратуры. Получение Скиннером кривых торможения, вызванное неисправностью аппаратуры (см. главу 1), - хороший пример случайного открытия» (там же, с.102).

Индукция Александра Романовича Лурия. А.Р.Лурия склонился к заключению о том, что люди, живущие в экономически отсталых регионах, не принимают систему логических посылок и не решают вербальных силлогизмов, если их содержание не имеет отношения к их повседневной практической жизни, индуктивно исходя из результатов исследования логических способностей крестьян Средней Азии. М.Коул и С.Скрибнер в книге «Культура и мышление» (1977) отмечают: «Лурия предлагал среднеазиатским крестьянам, участвовавшим и не участвовавшим в коллективных хозяйствах, двоякого рода вербальные силлогизмы.

Содержание некоторых силлогизмов было взято из конкретного практического опыта сельских жителей, в то время как содержание других не имело отношения к повседневной практической жизни» (Коул, Скрибнер, 1977, с.197). «Решение задач первого типа, - продолжают авторы, - не вызывало трудностей у испытуемых. Они делали правильные выводы, но характерными обоснованиями ответов являлись ссылки на известные из опыта факты: «Так оно и есть, я сам это знаю». На силлогизмы второго типа испытуемые отвечали совершенно иначе. (…) Они отказывались принимать систему логических посылок и делать из нее выводы. С другой стороны, люди из тех же деревень, которые немного поучились в школе или участвовали в коллективном планировании сельскохозяйственных работ, принимали посылки как таковые и делали правильные выводы» (там же, 197).

Индукция Виктора Франкла. Австрийский психолог, основатель логотерапии В.Франкл пришел к выводу о том, что базисным мотивом человеческого поведения является не принцип удовольствия, как считал З.Фрейд, а стремление к смыслу, поиск этого смысла и борьба за смысл жизни, руководствуясь индукцией. В.Франкл опирался на опыт своего пребывания в концлагерях фашистской Германии, где, несмотря ни на какие зверства и унижения человеческого достоинства, он смог выжить и сохранить веру в это достоинство. Как пишет историк психологии А.Н.Ждан о творчестве В.Франкла, «его личная судьба сплелась с наиболее трагичными событиями, связанными с разгулом фашизма, а то, как он пережил все, что выпало на его долю, вызывает глубокое уважение. Три года, проведенные в гитлеровских лагерях смерти Освенциме, Дахау и Терезиенштадте, не сломили его духа. Именно здесь он укрепился в мысли о том, что не от условий, а, прежде всего, от самого человека зависит, как он будет себя вести. По Франклу, для человека необходимо обнаружить смысл – логос – своего существования, ибо именно поиск смысла является признаком подлинно человеческого бытия» (А.Н.Ждан, «История психологии», 2001).

«Исследования знаменитого швейцарского психолога Ж.Пиаже, посвященные развитию детского познания, составляют одно из самых значительных, если не самое значительное явление современной зарубежной психологии».

П.Я.Гальперин и Д.Б.Эльконин о Жане Пиаже

Индукция Жана Пиаже. Жан Пиаже (1921, 1953) пришел к идее о том, что разным возрастам детей соответствует разный уровень развития мышления, индуктивно основываясь на наблюдении, которое ученый сделал в период работы в Париже под руководством Т.Симона, одного из разработчиков тестов умственного развития. Пиаже заметил, что дети одного возраста совершают очень похожие ошибки в тестах. Распределение этих ошибок не случайно, а подчиняется определенной закономерности. Как пишут психологи Н.Хейес и С.Оррелл, «это открытие подтолкнуло Пиаже к исследованию того, как воспринимают мир дети в разном возрасте и как их мышление меняется от младенчества до того времени, когда они становятся взрослыми» (Н.Хейес, С.Оррелл, «Введение в психологию», 2003).

Индукция Жана Пиаже. Ж.Пиаже (1953) выдвинул предположение о том, что на стадии овладения языком у детей еще отсутствует понятие обратимости действий, индуктивно исходя из следующих фактов. Пиаже заметил, что ребенок может, к примеру, выучить, что 4 * 4 = 16, но он не способен сделать из этого вывод, что 16 : 4 = 4. Или он может признать, что у него есть отец, но откажется согласиться с тем, что у его отца есть ребенок. Несмотря на то, что одна операция просто является обратной по отношению к другой, ребенок сосредоточивается на одной стороне вопроса, и ему трудно взглянуть на него с другой стороны. Вывод Пиаже о неспособности детей определенного возраста понять принципы сохранения также индуктивно основывался на результатах исследования интеллекта детей. Пиаже выкладывал перед ребенком два ряда, состоящие из равного числа шашек, а затем спрашивал, одинаковые ли эти ряды. Если ребенок соглашался с ним, то Пиаже растягивал один ряд, делая его значительно длиннее, а затем повторял свой вопрос. Обычно ребенок говорил, что в длинном ряду больше шашек. Отсюда Пиаже заключил, что у детей определенного возраста еще нет идеи о том, что объект может менять свою форму или внешний вид, но его количественные или весовые характеристики сохраняются. Следует, однако, заметить, что последующие исследования психологов (Каган, 1971, Макгарригл, 1974, Барке, 1975, Хагес, 1975, Дональдсон, 1978) внесли коррективы в теорию Пиаже, показав, что дети обладают способностью к логическим рассуждениям в гораздо более раннем возрасте, чем указывал Пиаже (Н.Хейес, С.Оррелл, «Введение в психологию», 2003).

Индукция Бенджамина Ли Уорфа. Бенджамин Ли Уорф (1956) сформулировал гипотезу лингвистической относительности, согласно которой язык человека влияет на его восприятие и представления о реальности, индуктивно основываясь на исследованиях своего учителя Сэпира, а также на своих собственных изысканиях. Р.Солсо в книге «Когнитивная психология» (2002) указывает: «Уорф изучал языки американских индейцев и обнаружил, что точный перевод с одного языка на другой просто невозможен. Так, в одном из языков он обнаружил отсутствие четкого различия между существительными и глаголами; в другом языке настоящее, прошлое и будущее время выражались неоднозначно; а еще в одном языке не существовало различия между серым и коричневым цветами. Однако в английском языке есть слова для всех этих различий, хотя люди, говорящие по-английски, и не имеют какого-то особенного физиологического аппарата (например, позволяющего именно им различать серый и коричневый цвета)» (Солсо, 2002, с.328). Об этом же пишет Д.Андерсон в книге с аналогичным названием «Когнитивная психология» (2002): «Уорф сам по себе был довольно необычным человеком. Он получил специальность инженера-химика в Массачусетском технологическом институте, прожил жизнь, работая на Хартфордскую компанию страхования от пожара, и в качестве хобби изучал языки североамериканских индейцев. Он был очень впечатлен тем фактом, что структура отдельных языков подчеркивает совершенно разные аспекты реальности. Он полагал, что эти акценты должны сильно влиять на способ мышления людей, говорящих на данном языке. Например, он утверждал, что эскимосы имеют много различных слов для описания снега, каждое из которых описывает снег по-разному (рыхлый, слежавшийся, мокрый и т.д.), в то время как англоязычные люди знают только одно слово для обозначения снега. (…) Уорф полагал, что такое богатое разнообразие терминов ведет к тому, что человек, говорящий на этом языке, воспринимает мир иначе, чем человек, обладающий только одним словом для конкретной категории» (Андерсон, 2002, с.353).

Индукция Джорджа Ципфа. Джордж Ципф (1949) открыл математическую формулу, описывающую распределение слов естественного языка (негауссов закон распределения вероятностей), индуктивно исходя из анализа частоты встречаемости слов в различных текстах. Николай Чурсин в книге «Популярная информатика» (1982) пишет: «В конце 40-х годов нашего столетия Дж.Ципф, собрав огромный статистический материал, попытался показать, что распределение слов естественного языка подчиняется одному простому закону, который можно сформулировать следующим образом. Если к какому-либо достаточно большому тексту составить список всех встретившихся в нем слов, затем расположить эти слова в порядке убывания частоты их встречеемости в данном тексте и пронумеровать в порядке от 1 (порядковый номер наиболее часто встречающегося слова) до R, то для любого слова произведение его порядкового номера (ранга) в таком списке и частоты его встречаемости в тексте будет величиной постоянной, имеющей примерно одинаковое значение для любого слова из этого списка» (Н.Чурсин, 1982). Вообще, Ципф придавал открытому закону универсальное значение и впоследствии доказал его действие во многих других областях. «Дж.Ципфом и другими исследователями, - замечает Н.Чурсин, - было установлено, что такому распределению подчиняются не только все естественные языки мира, но и другие явления социального и биологического характера: распределения ученых по числу опубликованных ими статей (А.Лотка, 1926 г.), городов США по численности населения (Дж.Ципф, 1949 г.), населения по размерам дохода в капиталистических странах (В.Парето, 1897 г.), биологических родов по численности видов (Дж.Уиллис, 1922) и др.» (Н.Чурсин, 1982). Об этом же пишет, именуя Ципфа Зипфом, Ричард Кох в статье «Закон Парето или принцип 80/20» (электронный сайт «Элитариум»): «В 1949 году он открыл принцип наименьшего усилия, который, в сущности, представлял собой заново открытый и детально обоснованный принцип Парето. Принцип Зипфа гласил, что ресурсы (люди, товары, время, знания или любой другой источник продукта) самоорганизуются так, чтобы свести к минимуму затраченную работу, и, таким образом, приблизительно 20-30% любого ресурса производят 70-80% деятельности, связанной с этим ресурсом. Для того чтобы продемонстрировать неизменную повторяемость этой схемы дисбаланса, профессор Зипф рассматривал статистику народонаселения, область филологии и динамику промышленности. Например, он произвел анализ статистики всех браков, заключенных в 1931 году в 20-ти кварталах города Филадельфия, и показал, что 70% браков было заключено между людьми, проживавшими друг от друга на расстоянии, не большем 30% протяженности этой территории» (Р.Кох, сайт «Элитариум»). Аналогичную трактовку можно найти в статье академика РАН В.П.Маслова «Закон «отсутствия предпочтения» и соответствующие распределения в частотной теории вероятностей» (сборник «Математические заметки», 2006, том 80, вып.2), где он отмечает: «Закон Ципфа состоит в том, что частота обратно пропорциональна рангу слова. Ципф заметил эту закономерность на огромном числе словарей, причем как современных европейских и восточных языков, так и древних. При этом в силу того, что частоты в больших массивах принимают достаточно большие значения, эта зависимость рассматривается в логарифмических координатах» (Маслов, 2006, с.226).

Индукция Бенуа Мандельброта. Б.Мандельброт, как и Джордж Ципф, высказал мысль о том, что распределение слов естественного языка описывается математической формулой, представляющей собой негауссов закон распределения вероятностей, индуктивно исходя из анализа частоты встречаемости слов в различных текстах. Примечательно, что здесь перед нами не что иное, как индукция с фактором случая, так как Мандельброт случайно заинтересовался этим вопросом. Джеймс Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (2001) повествует: «Находя вдохновение в малоизвестных фактах малоизученных областей истории науки, ученый медленно нащупывал собственный путь. Он занялся математической лингвистикой, рискнув истолковать закон распределения языковых единиц. (Позже он утверждал, что данный вопрос оказался в его поле зрения совершенно случайно: наткнулся на статью в книжном обозрении, которое он выудил из мусорной корзины знакомого математика, чтобы было что почитать в метро)» (Глейк, 2001, с.118).

Индукция Самуэла Брэдфорда. Английский исследователь С.Брэдфорд (1934) открыл закон распределения профильных статей по журналам, индуктивно основываясь на анализе частоты встречаемости статей, соответствующих по своей тематике профилю того или иного журнала. Этот закон оказался аналогичным закону Уиллиса-Парето-Ципфа-Лотки. Н.Н.Чурсин в книге «Популярная информатика» (1982) пишет: «Английский химик и библиограф С.Брэдфорд, исследуя статьи по прикладной геофизике и смазке, заметил, что распределения научных журналов, содержащих статьи по смазке, и журналов, содержащих статьи по прикладной геофизике, имеют общий вид. На основании установленного факта С.Брэдфорд сформулировал закономерность распределения публикаций по изданиям. Основной смысл закономерности состоит в следующем: если научные журналы расположить в порядке убывания числа статей по конкретному вопросу, то журналы в полученном списке можно разбить на три зоны таким образом, чтобы количество статей в каждой зоне по заданному предмету было одинаковым. При этом в первую зону, так называемую зону ядра, входят профильные журналы, непосредственно посвященные рассматриваемой тематике. Количество профильных журналов в зоне ядра невелико. Вторую зону образуют журналы, частично посвященные заданной области, причем число их существенно возрастает по сравнению с числом журналов в ядре. Третья зона, самая большая по количеству изданий, объединяет журналы, тематика которых весьма далека от рассматриваемого предмета» (Н.Н.Чурсин, 1982).

Индукция Элеонор Гибсон. Элеанор Гибсон (40-е годы 20 века) сформулировала идею о том, что восприятие высоты и глубины пространства формируется у животных и человека на самых ранних этапах онтогенетического развития и что восприятие высоты у животных встроено в систему зрения, руководствуясь индукцией. Первоначально эта идея появилась у Э.Гибсон, когда она наблюдала, как новорожденные козлята ведут себя, чтобы не упасть с поднимающейся платформы. Вскоре Э.Гибсон и К.Уолк наскоро собрали прибор, состоящий из стеклянной платформы, поддерживаемой перекладинами. Одна половина стекла была снизу затянута бумагой, а через вторую в нескольких футах внизу был виден пол. Ученых интересовал вопрос, будут ли крысы случайным образом выбирать сторону для спуска. Произошло удивительное – все крысы спустились с той стороны платформы, которая была затянута бумагой. В 1960 году Гибсон и Уолк последовательно помещали 36 младенцев в возрасте от 6 до 14 месяцев в центральную точку своего аппарата, в котором были места с разным расстоянием от пола до поверхности стекла. Ученые обнаружили, что на «мелкой» стороне младенцы демонстрировали явное желание ползать, а на «глубокой» они испытывали страх и ползать не решались. Это показывало, что они были в состоянии определить высоту и сделать из этого некоторые выводы (Д.Гудвин, «Исследование в психологии», 2004). Интересно, что задолго до Гибсон современник Ньютона философ Беркли высказывал предположение о том, что способность видеть глубину не является врожденной, а приобретается путем обучения. При этом Беркли индуктивно основывался на том, что слепые с детства люди, позже обретшие зрение, не видят так, как обычные люди, их нужно учить видеть. Е.Е.Соколова в книге «13 диалогов о психологии» (2005) пишет: «До Беркли считалось, что глаз «непосредственно» видит глубину, чувствуя глубину, образуемые лучами света. Беркли считает, что это абсолютно не соответствует реальности…» (Соколова, 2005, с.161). Отмечая основания такой позиции Беркли, Соколова констатирует: «Правда, Беркли, кроме данных самонаблюдения, опирается и на…имевшиеся в то время случаи обретения зрения слепыми с детства людьми, что придает доказательствам Беркли особую убедительность» (там же, с.162). Со слов Е.Е.Соколовой, «исследования прозревших слепых показало, что они не видят «непосредственно», что их еще нужно учить видеть» (там же, с.162).

Индукция Алекса Осборна. Американский исследователь Алекс Осборн пришел к мысли о разработке коллективного метода генерации новых идей, названного методом «мозгового штурма», индуктивно исходя из случаев коллективного решения задач, которые имели место на военном корабле, на котором служил А.Осборн во время Второй мировой войны. Одной из первых задач, которую пытались решить моряки подобным способом, была защита корабля от японских торпед, управляемых смертниками. М.А.Степанчикова в книге «Учимся изобретать» (1997) пишет: «На корабле, где в то время служил Алекс Осборн, провели общий совет команды. Для этого выстроились все моряки на палубе. Каждый должен был предложить свою версию защиты. Первыми высказывались юнги, затем матросы и лишь потом офицеры. Последним был капитан. Такая очередность была выбрана неспроста: авторитет вышестоящих чинов не должен был влиять на подчиненных. Можно было высказывать любые идеи, даже нелепые и фантастические. Один из матросов предложил выстроить всю команду вдоль борта и одновременно дуть на торпеду. Идея вызвала бурный смех, но ее запомнили вместе с другими. При обсуждении всех предложений именно ей отдали предпочтение. Правда, поток воздуха заменили сильной струей воды. Из брандспойта вода била в лоб торпеды, которая замедляла ход и отклонялась. Вспомнив этот факт, А.Осборн воспользовался им при разработке изобретательского метода, впоследствии названного «мозговой штурм» (Степанчикова, 1997, с.17).

«В виде ТРИЗ впервые в истории созидающего человечества появились теория, методы и модели для систематического исследования и разрешения сложных технико-технологических проблем, содержащих острое физико-техническое противоречие и принципиально не решаемых традиционными методами конструирования».

Михаил Орлов о ТРИЗ-системе Генриха Альтшуллера

Индукция Генриха Альтшуллера. Г.С.Альтшуллер (1950-1960-е годы) разработал теорию решения изобретательских задач (ТРИЗ), в которой сформулировал более 40 способов устранения системных технических противоречий, индуктивно исходя из результатов многолетнего анализа патентов и авторских свидетельств, в которых описываются уже сделанные изобретения. Павел Амнуэль в статье «Создан для бури» (израильский журнал «Вести», 1998) пишет об исследованиях Г.С.Альтшуллера: «Альтшуллер и Шапиро создавали в конце пятидесятых годов основы новой науки. Что нужно сделать, если неясно даже направление поиска? Каждая уважающая себя наука начинается с систематизации объекта исследований. С выявления объективных закономерностей. Современная зоология началась с линнеевской классификации животного мира. В основе современной химии лежит менделеевская классификация элементов. География не была наукой, пока не были составлены достаточно полные карты земного шара. А для того, чтобы создать теорию изобретательства, нужно было разобраться в уже сделанных изобретениях, в описании уже выданных патентов и авторских свидетельств. Найти общее у изобретений, казалось бы, совершенно разных. Разделить изобретения на классы по уровню сложности. Установить принципы, по которым после изобретения X появляется изобретение Y, а не какое-нибудь другое. Сотни тысяч описаний авторских свидетельств пришлось Г.С.Альтшуллеру проанализировать, прежде чем был создан и опубликован первый в истории техники «алгоритм изобретения» - набор правил, которыми должен руководствоваться изобретатель в своей работе» (П.Амнуэль, 1998).

Индукция Генриха Альтшуллера. Г.С.Альтшуллер (1950-е годы) выдвинул предположение о том, что основой изобретений является устранение системных противоречий, индуктивно основываясь на изучении этапов эволюции винтовки, которые описаны в работе Ф.Энгельса «История винтовки» (1860). Михаил Орлов в книге «Основы классической ТРИЗ» (2005) указывает: «Так, в работе «История винтовки» (Ф.Энгельс, 1860) Энгельс приводит многочисленные примеры технических противоречий, определяющих всю эволюцию винтовки и возникающих как из-за изменения требований к применению, так и из-за выявления внутренних недостатков. В частности, длительное время главное противоречие состояло в том, что для удобства заряжения и увеличения скорострельности требовалось укорачивать ствол (заряжение производилось насыпанием пороха и закладыванием пули через ствол), а для увеличения точности стрельбы и достижения противника с большей дистанции в штыковом бою требовалось удлинять ствол. Эти противоречивые требования были соединены (!) в винтовке, заряжающейся со стороны казенной части. Но эти примеры остались неоцененными методологами и практиками творчества, и рассматривались лишь как иллюстрации к диалектическому материализму. В 1956 году Г.Альшуллер публикует свою первую статью, в которой ставит проблему создания теории изобретательского творчества и предлагает основные идеи для ее развития: 1. Ключ к решению проблем – выявление и устранение системного противоречия. 2. Тактика и методы решения проблем (приемы) могут быть выявлены на основе анализа сильных изобретений. 3. Стратегия решения проблем должна опираться на закономерности развития технических систем» (Орлов, 2005, с.55).

Индукция Генриха Альтшуллера. Одной из индуктивных посылок принципа ТРИЗ «обратить вред в пользу», сформулированного Г.С.Альтшуллером в качестве распространенного изобретательского приема, была история исследований Б.Р.Лазаренко и И.Н.Лазаренко. Г.С.Альтшуллер в статье «Если вы хотите изобрести…» (журнал «Знание-сила», 1961, № 8) повествует: «Двое исследователей – Б.Р.Лазаренко и И.Н.Лазаренко – работали над проблемой борьбы с электрокоррозией металлов. Электрический ток разъедал металл в месте соприкосновения двух деталей, и с этим ничего не удавалось сделать. Были испробованы твердые и сверхтвердые сплавы – и безрезультатно. Исследователи пытались помещать контакты в различные жидкости, но нарушение шло еще интенсивнее. Ничто не могло предотвратить измельчение металла в порошок! Однажды изобретатели поняли, что этот отрицательный эффект можно где-то применить с пользой. Так возникла идея изобретения: получать с помощью электрокоррозии тончайшие металлические порошки. Вредное явление стало полезным, и вся работа пошла теперь в другом направлении. 3 апреля 1943 года изобретатели получили авторское свидетельство на электроискровой способ обработки металла» (Г.С.Альтшуллер, 1961). Об этом же Г.С.Альтшуллер пишет в книге «Как научиться изобретать» (Тамбов, 1961).

Индукция Алена Бомбара. Французский врач Ален Бомбар (1952) сделал заключение о том, что люди, оказавшиеся в экстремальной ситуации, могут далеко перешагнуть свои физиологические возможности, индуктивно основываясь на эксперименте, который он провел на самом себе. А.Бомбар сел в резиновую лодку и в одиночку за 65 дней пересек на ней Атлантический океан. Если говорить более конкретно, идея А.Бомбара о том, что потерпевшие кораблекрушение могут прожить длительное время в море без запасов пищи и воды, питаясь только тем, что они могут добыть в море, индуктивно основывалась на его собственном морском путешествии. Бомбар один пересек в маленькой резиновой лодке Атлантический океан за 65 дней. Все это время он питался исключительно сырой рыбой, которую он ловил, а пил только дождевую и морскую воду или сок, выдавленный им из рыб. Его путешествие через океан не имеет себе равных в истории мореплавания. В книге «За бортом по своей воле» (1959) Бомбар уже через три недели своего одиночного плавания подвел итоги: «В течение трех недель у меня не было ни капли пресной воды, не считая того, что мне удавалось выжать из рыб. И что же? Я себя чувствовал вполне нормально. Просто мне был очень приятен вкус пресной воды. Состояние моей кожи было великолепно, хотя соль и вызвала некоторое раздражение. Слизистые все время оставались влажными, моча в норме и по количеству, и по запаху и цвету. Таким образом, можно совершенно уверенно сказать, что терпящие бедствие способны прожить без пресной воды в течение трех недель. И даже больше, так как я вполне мог бы и дальше придерживаться такого же режима» (А.Бомбар, 1959). Оставшись живым после длительного плавания, А.Бомбар получил право сказать следующее: «Жертвы легендарных кораблекрушений, погибшие преждевременно, я знаю, вас убил не голод, вас убила не жажда! Раскачиваясь на волнах под жалобные крики чаек, вы умерли от страха. Итак, для меня стало совершенно очевидным, что множество потерпевших кораблекрушение гибнет задолго до того, как физические или физиологические условия, в которых они оказываются, становятся действительно смертельными» (А.Бомбар, 1959). Интересно, что впервые мысль о наступлении смерти или безумия у людей в результате страха возникла у А.Бомбара при анализе обстоятельств различных кораблекрушений. Особенно его поразило то, что среди людей, находившихся на тонущем корабле «Титаник» и сошедших с ума через несколько часов после гибели корабля, не было ни одного ребенка моложе десяти лет. Этот факт также индуктивно наводил Бомбара на мысль о влиянии страха на способность организма к выживанию. В той же книге «За бортом по своей воле» А.Бомбар сам отмечает этот факт: «14 апреля 1913 года трансатлантический пассажирский пароход «Титаник» столкнулся с айсбергом. Через несколько часов «Титаник» затонул. Первые суда подошли к месту катастрофы всего через три часа после того, как пароход исчез под водой, но в спасательных шлюпках уже было немало мертвецов и сошедших с ума. Знаменательно, что среди тех, кто поплатился безумием за свой панический страх или смертью за безумие, не было ни одного ребенка моложе десяти лет» (А.Бомбар, 1959).

Индукция Соломона Аша. Соломон Аш (1955) выдвинул гипотезу о высокой степени конформности людей, об их способности согласиться с мнением привлекательной для них группы, даже если это мнение ошибочно, индуктивно опираясь на эксперименты по исследованию конформности восприятия. В этих экспериментах первому испытуемому предлагалось выбрать из трех отрезков различной длины тот, который равен эталонному отрезку. Этот испытуемый делал выбор лишь после того, как правильный ответ находила группа из семи других участников эксперимента. Разумеется, ответ первого испытуемого тоже был правильным. Однако когда группа других испытуемых умышленно давала один и тот же неправильный ответ, первый участник эксперимента также давал неправильный ответ, желая подстроиться под мнение большинства. Аш заметил, что испытуемые соглашаются с неправильными ответами группы в каждом третьем случае. «Исследования Аша, - подчеркивает Р.Р.Хок, - наглядно показали, насколько мощным является фактор давления группы. Даже в этих простых экспериментах, когда испытуемые четко осознавали ошибочность ответов своих соседей, они все равно хотели подстроиться под общее мнение» (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Леона Фестингера. Леон Фестингер (1956) построил теорию когнитивного диссонанса, согласно которой возникновение противоречия между фактическими знаниями и убеждениями человека обычно приводит к тому, что человек изменяет эти знания для достижения согласованности между двумя этими элементами поведения, следующим образом. Фестингер руководствовался индукцией, с помощью которой он обобщил особенности поведения одной из религиозных сект Лос-Анджелеса. Представители этой секты были твердо уверены, что знают точную дату конца света. В 1956 году Фестингер совместно с Рикеном и Шахтером, используя метод наблюдения изнутри, побеседовал с членами секты, чтобя выяснить их взгляды. В назначенный день члены секты продали все свое имущество и собрались на вершине одного из холмов за городом, чтобы провести всю ночь в молитвах, ожидая конца света. Когда в назначенный час конец света не наступил, Фестингер с коллегами еще раз побеседовали с членами секты, чтобы выяснить, как этот факт отразился на их убеждениях. Интересно, что, несмотря на явное противоречие между ожидаемыми и реальными событиями, члены секты не отказались от своих убеждений – они просто не желали признавать, что были не правы! Вместо этого они слегка подправили свои взгляды, заявив, что именно они своими действиями спасли мир. Фестингер увидел в их поведении проявление когнитивного диссонанса, который заставил людей придумать объяснение, восстановившее равновесие между их знаниями и убеждениями, между реальными событиями и их верованиями (Н.Хейес, С.Оррелл, «Введение в психологию», 2003).

Индукция Гарри Харлоу. Гарри Харлоу (1958) пришел к идее о том, что у человеческих младенцев, кроме таких базовых биологических потребностей, как голод и жажда, существует еще некая базовая потребность в тесном контакте с чем-то теплым и успокаивающим, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Изучая поведение новорожденных обезьянок в лаборатории, Г.Харлоу заметил, что эти детеныши очень привязываются к тряпичным подстилкам (хлопковым полотнищам), покрывающим дно клеток. Маленькие обезьянки прижимались к этим подстилкам, очень сердились и волновались, когда подстилки забирали, чтобы почистить. Эта привязанность была уже заметна у детенышей, которым был всего день от роду, и становилась сильнее по прошествии первых месяцев жизни. Если детеныш находился в клетке без мягкого покрытия, он плохо развивался, даже если получал все необходимые питательные вещества и медицинский уход. Когда в клетку подкладывали мягкую подстилку, маленькая обезьянка становилась здоровее и казалась более довольной. Позже Г.Харлоу провел решающий эксперимент, показавший наличие у животных и человека привязанности к теплым и мягким предметам. Г.Харлоу сконструировал двух суррогатных матерей. Внутри каждой из них находилась электролампа, создававшая тепло, а снаружи имелось отверстие, из которого вытекало молоко. Но одна суррогатная мать была сделана из дерева, покрытого губчатой резиной и теплой, мохнатой тканью, а вторая мать была сделана из проволочной сетки, которая была скручена таким образом, что приняла форму деревянной модели. Г.Харлоу заметил, что независимо от того, у какой «матери» маленькие обезьянки получали молоко, они каждый день проводили почти все время на матерчатой «матери» (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Альберта Бандуры. Альберт Бандура (1961) разработал теорию социального научения, согласно которой поведение существенным образом может формироваться посредством простого наблюдения или путем подражания (имитации) поведению других людей, используя индуктивную схему рассуждений. Бандура отталкивался от эксперимента, в котором одни дети наблюдали агрессивное поведение, а другие дети – неагрессивные действия взрослого человека. В первом случае взрослый яростно нападал на куклу, ронял ее на пол, садился на нее, щипал ее за нос, бил ее молотком по голове, пинками гонял ее по комнате. Во втором случае взрослый не совершал никаких агрессивных действий, а просто спокойно играл с детьми с разными игрушками. Бандура заметил, что дети из группы с агрессивной моделью проявляли значительно больше агрессии по сравнению с детьми, входившими в группу с неагрессивной моделью. Другими словами, мальчики и девочки, имевшие возможность наблюдать поведение агрессивного взрослого, проявляли тенденцию имитировать это поведение (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Джона Колхауна. Джон Колхаун (1962) сделал предположение о том, что одной из причин агрессии может быть высокая плотность населения, индуктивно исходя из опытов по выращиванию крыс в различных условиях. Одних крыс ученый содержал в лабораторных комнатах в условиях высокой численности животных, а других – в нормальных условиях, при минимальном количестве зверьков на единицу площади. Он заметил, что степень агрессивности животных в первой группе выше степени агрессивности животных во второй. «Одну серию самых ранних и самых классических опытов такого типа, - пишет историк психологии Р.Р.Хок, - провел Джон Б.Колхаун в 1962 году. Колхаун создал условия, при которых группы белых крыс смогли так размножиться, что их популяция в 2 раза превысила численность зверьков, которую можно считать нормой для помещения площадью 3 на 4 метра, и наблюдал их «социальное поведение» в течение 16 месяцев» (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006). Позже другие ученые (Тори и Йолкен, 1998) обнаружили, что люди, которые росли в городских условиях при высокой плотности населения, имеют повышенный риск психических нарушений в дальнейшей жизни (в том числе риск возникновения шизофрении).

Индукция Роберта Розенталя. Роберт Розенталь (1963) выдвинул гипотезу о существовании эффекта самоисполняющегося пророчества, то есть эффекта ожидания экспериментатора, при котором если мы ожидаем от какого-то действия определенного результата, то наши ожидания будут иметь тенденцию к осуществлению, индуктивно основываясь на следующем эксперименте. Некоторым студентам объяснили, что они будут работать со специально выведенной породой крыс с высоким интеллектом. Мерой способности крыс к обучению служила быстрота их обучаемости при прохождении лабиринтов. Другую часть студентов предупредили, что они будут работать с крысами, у которых плохие способности к обучению (прохождению лабиринтов). В результате студенты, которые были заранее предупреждены, что имеют дело с особо одаренной породой крыс, обучили своих подопытных животных гораздо быстрее тех, кто считал, что работает с «глупыми» крысами. На самом деле всем студентам для эксперимента были предоставлены обыкновенные, выбранные случайным образом лабораторные животные. Впоследствии Р.Розенталь (1966) перенес эту же схему эксперимента в условия обучения детей в школе и получил аналогичные результаты: дети, от которых учителя ожидали более высокого интеллектуального роста, в среднем показали значительно большее повышение IQ, чем дети, от которых учителя не ожидали особых успехов. Ожидания учителей по поводу поведения их учеников превратились в самоисполняющиеся пророчества, хотя в реальности ученики, от которых ожидали высоких интеллектуальных показателей, ничем не превосходили других школьников (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Стэнли Милграма. Стэнли Милграм (1963) сформулировал представление о том, что человек имеет тенденцию подчиняться другому человеку, чей авторитет выше, чем у него, и совершать по приказу поступки, противоречащие морали и этике, руководствуясь индукцией. Это представление индуктивно подсказывалось ученому результатами анализа отвратительных актов жестокости, совершенных по приказу во время Второй мировой войны, а также, в более общем плане, актов бесчеловечности, которые совершались в истории цивилизации людьми, выполнявшими распоряжения других. Анализ этих актов привел Милграма к заключению о способности людей наносить большой вред себе подобным, действуя по приказу. Лишь после этого Милграм провел эксперимент, в котором огромное количество испытуемых были готовы наносить другому человеку электрический удар напряжением 350 вольт, подчиняясь приказу экспериментатора (Р.Р.Хок, «40 исследований, которые потрясли психологию», 2006).

Индукция Стивена Косслина. Стивен Косслин (1973, 1974) высказал предположение, что оперирование с ментальными образами не отличается от оперирования с реальными объектами, индуктивно основываясь на исследованиях Шепарда и Метцлера (1971) по анализу особенностей так называемой ментальной ротации, ментального вращения образов тех или иных фигур, повернутых относительно друг друга под разными углами. Была вычислена скорость ментального вращения: если для фигур, повернутых относительно друг друга на 90 градусов, требовалось 10 секунд для ответа, то при повороте на 45 градусов ответ был дан через 5 секунд. Эксперименты показали, что скорость ответа испытуемых линейно возрастает вместе с возрастанием величины угла поворота фигуры. Кроме того, в опытах самого Косслина (1974) испытуемым предлагалось взглянуть на карту воображаемого острова, запомнить расположенные на ней пункты (пляж, дом, озеро), а затем представить карту «во внутреннем взоре» и мысленно провести прямую линию между двумя разными пунктами. Косслин обнаружил, что динамика времени ментального сканирования карты подобна (аналогична) динамике визуального восприятия объектов на карте, так как в обоих случаях время сканирования является линейной функцией расстояния между двумя пунктами. Другими словами, воображаемая информация представлена и обрабатывается теми же способами, которыми представлена и обрабатывается перцептивная информация. Таким образом, сходство (аналогия) скорости ментального и визуального сканирования объектов натолкнуло Косслина на идею об идентичности образного мышления (воображения) и процесса восприятия (Р.Солсо, «Когнитивная психология», 2002). Позже Марта Фарах (1985, 1988) подтвердила результаты Косслина. Она показала, что при воображении отдельных букв непосредственно задействуются некоторые из тех процессов, которые связаны с реальным восприятием буквы. Воображаемые буквы ускоряют распознавание тех же букв, предъявляемых тахистоскопически, но только в том случае, если воображаемая буква имеет точно те же размеры и положение, как и реальная. Было обнаружено, что при таком воображении возникают вызванные потенциалы в той же области затылочной коры, что связана с реакцией при действительном восприятии (Г.Хант, «О природе сознания», 2004).

Индукция Н.Н.Ладыгиной-Котс. Н.Н.Ладыгина-Котс (1925) сделала заключение о способности приматов осуществлять перенос правила выбора на стимулы другой модальности (способности к кроссмодальному переносу), индуктивно отправляясь от следующих экспериментов на шимпанзе. З.А.Зорина и И.И.Полетаева в книге «Элементарное мышление животных» (2002) пишут о кроссмодальном переносе у животных: «Этот способ оценки уровня обобщения особенно важен, поскольку его рассматривают как одно из доказательств наличия у животных мысленных представлений о свойствах предметов и событий окружающего мира. Одной из первых такую способность наблюдала в своих экспериментах Н.Н.Ладыгина-Котс (1925). Детенышу шимпанзе, который успешно освоил выбор по сходству, показывали образцы – фигурки разной формы, но предметы, с которыми следовало сравнивать образец, были спрятаны в мешок. Их он должен был выбирать на ощупь, засунув в него руку. Обезьяна успешно выполнила этот тест. Таким образом, при таком кроссмодальном переносе обезьяна смогла сопоставить информацию, полученную через разные сенсорные каналы (зрение и осязание), и установить соответствие стимулов. На основе уже сформированного обобщения животные (не только приматы, но и врановые птицы, а также некоторые другие виды) способны к кроссмодальному переносу, который базируется на сопоставлении признаков разных категорий» (З.А.Зорина и И.И.Полетаева, 2002).

Индукция Леонида Викторовича Крушинского. Крупный отечественный нейрофизиолог Л.В.Крушинский высказал гипотезу о том, что эволюция рассудочной деятельности у представителей классов птиц и млекопитающих шла параллельно и достигала одинаково высоких показателей, индуктивно исходя из обнаружения сходства в результатах решения ряда задач у приматов и врановых. З.А.Зорина в статье «Эволюция разумного поведения: от элементарного мышления животных к абстрактному мышлению человека» (сборник «Этология человека и смежные дисциплины», редактор – М.Л.Бутовская, 2004) пишет: «Л.В.Крушинский предложил также задачу на оперирование эмпирической размерностью фигур. Для ее решения нужно представлять, что объемная приманка может спрятана только в объемную, но не в плоскую фигуру. Она оказалась доступной только высокоорганизованным животным – дельфинам, макакам-резусам и врановым птицам, тогда как большинство видов хищных (за исключением медведей) с нею не справляется. Сходство в результатах решения этой задачи у приматов и врановых позволило Л.В.Крушинскому высказать гипотезу о том, что эволюция рассудочной деятельности у представителей классов птиц и млекопитающих не только шла параллельно, но и достигала одинаково высоких показателей, несмотря на принципиальные отличия в строении мозга» (З.А.Зорина, 2004).

Индукция Леонида Викторовича Крушинского. Л.В.Крушинский пришел к выводу о наличии у животных такого аспекта элементарной рассудочной деятельности, как экстраполяция траектории движения живых и неживых объектов, индуктивно исходя из обнаружения способности к экстраполяции у собаки. Наблюдение за этой способностью в естественных условиях впоследствии по аналогии навело ученого на мысль о создании экспериментальной модели изучения экстраполяции у разных представителей животного мира. Таким образом, здесь присутствует не только индукция, но и аналогия. З.А.Зорина и И.И.Полетаева в книге «Элементарное мышление животных» (2002) повествуют: «В заключение приведем пример, когда наблюдение в природе послужило стимулом к проведению экспериментов и получило в них надежное и многократное подтверждение. Вот как Л.В.Крушинский (1968) описывает эпизод, благодаря которому он обратился к исследованию мышления животных: «Хорошо помню тот давний тихий августовский вечер, когда на берегу Волги мой пойнтер сделал стойку у края кустов. Подойдя к собаке, я увидел, что почти из-под самого ее носа быстро побежал под кустами молодой тетерев. Собака не бросилась за ним, а моментально, повернувшись на 180 градусов, обежала кусты и снова встала в стойку, почти над самым тетеревом. Поведение собаки носило строго направленный и наиболее целесообразный в данной ситуации характер: уловив направление бега тетерева, собака перехватила его. Это был случай, который вполне подходил под определение разумного акта поведения, проявившегося в экстраполяции траектории движения птицы». Это и подобные наблюдения послужили Л.В.Крушинскому основой для разработки методов изучения элементарной рассудочной деятельности животных, которые составили основу этой книги. Отмеченный им факт был не случаен – об этом свидетельствуют результаты тридцати лет исследований» (З.А.Зорина и И.И.Полетаева, 2002). Об этом же пишет В.Полынин в статье «К истокам разума» (журнал «Наука и жизнь», 1979, № 1): «В 1935 году на Волге он (Л.В.Крушинский – Н.Н.Б.) словно впервые увидел такую черту в поведении своей охотничьей собаки, которая, по существу, и подсказала биологу путь к объективному исследованию разума животных. А было вот что. Пойнтер Тарзан сделал стойку около редких ивовых зарослей. Тетеревенок побежал от собаки через заросли к противоположной их стороне. Однако собака не бросилась следом за птицей, она обогнула заросли и сделала стойку над тем местом, куда бежал тетеревенок. Крушинский с удивлением наблюдал за поведением собаки: Тарзан явно экстраполировал направление перемещения птицы, то есть совершал действия, которые, вероятно, можно статистически точно оценить… Так возникла идея экспериментального исследования экстраполяционных способностей животных» (Полынин, 1979, с.82).

Индукция Леонида Викторовича Крушинского. Л.В.Крушинский высказал представление о том, что у детей 2-3 лет способность к экстраполяции развита слабее, чем у наиболее умных животных, индуктивно базируясь на опытах по предъявлению экстраполяционной ширмы детям указанного возраста и животным. В.Полынин в статье «К истокам разума» (журнал «Наука и жизнь», 1979, № 1) отмечает: «Л.В.Крушинский предъявил свою ширму маленьким детям. Выяснилось, что, например, дети 2-3 лет хуже справляются с задачей, чем наиболее умные животные. Перенос исследований элементарной рассудочной деятельности с животных на формирующегося человека открыл возможность выявить этапы развития разумной деятельности, подобно тому, как на «растянутой» шкале радиоприемника легче точно настроиться на принимаемую радиостанцию. Приложение ширмы Крушинского к работе с человеком – изящный, красивый, смелый выход в неожиданную область исследований. Но для Л.В.Крушинского этот выход естественен. Ведь он исследует природу ума, ума вообще. Тут нужна широта» (Полынин, 1979, с.84).

Индукция Аллен Гарднер и Беатрис Гарднер. Американские этологи А.Гарднер и Б.Гарднер (1966) пришли к заключению о способности шимпанзе связывать тот или иной жест с соответствующим ему предметом или действием, индуктивно исходя из опытов, в которых шимпанзе Уошо последовательно, шаг за шагом обучалась амслену – американскому языку жестов. Е.Панов в статье «У порога языка» (журнал «Знание-сила», 1979, № 7) пишет: «Успехи Уошо превзошли самые смелые надежды Гарднеров. Чуть больше, чем за три года обучения, шимпанзе научилась пользоваться в разговорах со своими воспитателями 132 знаками американского жестового языка и, кроме того, оказалась способной понимать несколько сот других знаков, с которыми ее собеседники обращались к ней. Первая стадия обучения обезьяны состояла в том, что ее различными способами заставляли связывать представление о том или ином предмете, о его качествах или о каких-либо действиях с «названиями» этих предметов и явлений, выраженных в жестовых знаках. Чтобы ускорить запоминание, воспитатель показывал Уошо предмет или действие, одновременно придавая рукам шимпанзе конфигурацию, соответствующую знаку в языке глухонемых. Например, Уошо показывали шляпу, а ее руку поднимали вверх и несколько раз прикасались ладонью обезьяны к ее макушке. Проходили дни, и наступал такой момент, когда при виде шляпы шимпанзе уже сам мог повторить жест похлопывания раскрытой ладонью по своему темени» (Е.Панов, 1979).

Индукция Гордона Гэллапа. Гордон Гэллап (1970, 1977) пришел к мысли о возможности использования зеркала в качестве средства оценки умственных способностей животных, индуктивно основываясь на опытах, в которых он обнаружил, что шимпанзе, являющиеся высшими обезьянами, узнают себя в зеркало, тогда как макаки, стоящие на более низкой ступени эволюции приматов, не узнают себя. Макаки воспринимали свое изображение как другое существо своего вида. Ж.И.Резникова в книге «Интеллект и язык животных и человека» (2005) указывает: «Уошо первой из шимпанзе показала, что она способна узнавать себя. Когда она рассматривала свое отражение в зеркале и ее спросили «что это», она ответила «я, Уошо». Гэллап (1977, 1979) экспериментально показал, что и другие шимпанзе обладают способностью к самоузнаванию. Пять животных под наркозом были раскрашены красной краской таким образом, что сами они могли бы увидеть цветные пятна на своем теле только в зеркале. Проснувшись и поглядев в зеркало, шимпанзе стали трогать руками странные отметины. В прошлом все эти животные уже имели дело с зеркалом, причем опыт был солидным: в целом 80 часов экспозиции. Три других особи, никогда не видевших зеркала, не обнаружили никаких признаков самоузнавания» (Ж.И.Резникова, 2005). Когда же Гэллап поставил зеркало в клетку с парой макак, и они привыкли к новому предмету обстановки, стало ясно, что себя в зеркале они не узнают. Об этом же пишет С.Козловский в статье «Отраженное сознание» (журнал «Вокруг света», 15.11.2006 г.): «Одни исследователи полагали, что сознание у животных, пусть примитивное, но есть, другие же считали, что единственное живое существо, наделенное самосознанием – это человек. На эту тему велись бесчисленные и ожесточенные дискуссии, но спор, этот, честно говоря, был не очень-то продуктивным. Все изменилось в 1970 году, когда американский ученый Гордон Гэллоп Младший провел простой эксперимент, суть которого заключалась в том, что нескольким шимпанзе, усыпленным наркозом, наносили краской небольшие пятнышки на одну из бровей и на противоположное ухо. Животные, проснувшись, прикасались к окрашенным участкам тела не чаще, чем к остальным, то есть не ощущали никаких последствий этой операции. Однако оказалось, что, увидев себя в зеркале, эти шимпанзе вдруг начинали активно ощупывать окрашенные места. Таким образом, удалось доказать, что шимпанзе понимали, что видят в зеркале себя, помнили, как они выглядели раньше, и осознавали, что в их облике произошли изменения. Как говорится, все гениальное просто. Этот несложный тест смог наглядно подтвердить наличие самосознания у шимпанзе» (С.Козловский, 2006).

Индукция О.Келера. Немецкий этолог О.Келер (однофамилец знаменитого психолога Вольфанга Келера) сделал заключение о наличии у ряда птиц способности к определению числовых параметров объектов, индуктивно исходя из опытов с голубями, попугаями и воронами. З.А.Зорина и И.И.Полетаева в книге «Элементарное мышление животных» (2002) пишут: «Основное внимание в исследованиях О.Келера было уделено второй разновидности счета (узнаванию множеств, содержащих определенное число элементов или событий – Н.Н.Б.). Он показал, что голуби могут научиться узнавать множества, состоящие из определенного числа элементов, но не более чем 5±2, тогда как у врановых этот диапазон шире. По его данным, он составляет 7±2 единицы, а по уточненным в настоящее время доходит до 20 и, возможно, выше. О.Келер показал, что попугаи и врановые могут сформировать обобщенное правило выбора на основе не только абсолютного сходства (или отличия) стимулов (по цвету, форме и т.п.), но и соответствия по числу элементов, входящих в их состав. (…) О.Келер также установил, что ворон, обученный правилу выбора по соответствию числа элементов в графических множествах, применял это правило к стимулам другой модальности, соответствующим по числу звуковых сигналов. Позднее похожую методику использовали в работе с приматами» (З.А.Зорина и И.И.Полетаева, 2002).

Индукция Давида Примака (Дэвида Примэка). Американский зоопсихолог Д.Примак (1983) выдвинул идею о наличии у животных способности к построению аналогий, индуктивно исходя из опытов на шимпанзе. З.А.Зорина и Полетаева в книге «Элементарное мышление животных» (2002) указывают: «Основу для изучения этого аспекта когнитивной деятельности животных заложили работы Д.Примэка (1983). Он рассматривал способность к построению аналогий как базовую характеристику индуктивного мышления человека и считал необходимым выяснить, есть ли зачатки этой когнитивной функции у животных. В опытах на шимпанзе Саре, обученной общению с человеком с помощью пластиковых жетонов, использовалась не методика выбора по образцу, а другой способ сравнения. Ей предъявляли две пары стимулов, а она оценивала их с помощью специальных значков «одинаковый» или «разный». Сара делала это успешно не только при выяснении аналогий в соотношении элементов в парах геометрических фигур, но и при оценке предметов разного назначения, не имевших никакого внешнего сходства. В одном из опытов ей показывали замок и ключ, рядом располагали банку с гуашью, между ними помещали хорошо знакомый Саре знак тождества, а для выбора предлагали консервный нож и кисть – предметы, которыми она также умела пользоваться. В этом случае она без колебаний выбрала консервный нож, потому что он выполнял функцию, аналогичную ключу – тоже «открывал» (банку). Однако, когда ей продемонстрировали лист бумаги и карандаш, предложив выбрать из тех же двух предметов «подходящий» для банки с гуашью, Сара столь же уверенно указала на кисть, которая по своим функциям в данном сочетании была аналогична карандашу» (З.А.Зорина и Полетаева, 2002).

Индукция Зои Александровны Зориной. Российский ученый З.А.Зорина пришла к выводу о способности птиц к абстрактному мышлению, индуктивно основываясь на опытах, развивающих исследования О.Келера, которые позволили обнаружить у ворон способность к оперированию числовой информацией. З.А.Зорина и И.И.Полетаева в книге «Элементарное мышление животных» (2002) описывают свои опыты: «В «демонстрационных» сериях вороны получали информацию о «цене» каждого стимула. В случае правильного выбора птицам давалось дифференцированное подкрепление: они находили то число личинок, которое соответствовало цифре или графическому множеству на выбранной карточке. Например, и под карточкой с множеством из четырех элементов, и под цифрой 4 ворона находила 4 личинки. При этом образец и «правильная» карточка для выбора принадлежали к одной категории: если образцом была цифра, то и соответствующая карточка для выбора также была цифрой; если образцом было множество, то и соответствующая карточка для выбора была множеством. Особо нужно подчеркнуть, что до этого опыта птицы никогда не имели возможности непосредственно сопоставить «цену» цифр и множеств» (З.А.Зорина и И.И.Полетаева, 2002). «Птицы, - продолжают авторы, - с первых же проб решали задачу правильно: в достоверном большинстве случаев они выбирали цифру, соответствующую изображенному на образце множеству и наоборот. Вороны способны к символизации, т.к. без специального обучения, за счет мысленного сопоставления ранее полученной информации, могут установить эквивалентность множеств и исходно индифферентных для них знаков (цифр от 1 до 4)» (З.А.Зорина и И.И.Полетаева, 2002).

Индукция Анжелы Петровны Надолишней. А.П.Надолишняя (2007) сформулировала представление о том, что дельфинам (афалинам) доступны операции обобщения и переноса, индуктивно основываясь на опытах, в которых изучалась способность дельфинов оперировать относительными пространственными признаками «средний» и «верхний» и применять сформированные правила в новых ситуациях. Данные исследования А.П.Надолишняя проводила совместно с Ю.Д.Стародубцевым и другими учеными. В автореферате своей кандидатской диссертации «Способность черноморских дельфинов афалин к обобщению по относительным признакам» (2007) А.П.Надолишняя пишет: «В результате проведенных исследований впервые получены данные о способности дельфинов афалин формировать в условиях «свободного выбора» обобщенные правила решения задач, основанные на оперировании относительными пространственными признаками «средний» и «верхний», и применять сформированные правила в новых ситуациях. На основе разработанного приема исследования получены оригинальные данные о способности дельфинов к поиску и обозначению двух одинаковых или подобных стимулов в наборе из трех и четырех предметов. Разработанная система тестов позволила выявить способность дельфинов афалин к высокому уровню обобщения – формированию представлений «среднее положение предмета в группе», «верхнее положение предмета в группе», «одинаковость по форме», «подобие», а также к формированию довербального понятия «одинаковость вообще». Полученные данные о способности дельфинов афалин усваивать отвлеченные правила решения задач при использовании только одного набора стимулов и применять сформированные правила к широкому диапазону ситуаций согласуются с результатами, полученными на человекообразных обезьянах» (Надолишняя, 2007, с.4). А.П.Надолишняя работала с несколькими дельфинами, одного из которых звали Мак. Вот что она говорит о нем: «Дельфин оказался способен к переносу ранее сформировавшегося правила выбора стимулов по относительному признаку «одинаковость» (по форме, размеру, материалу) в ситуацию экстренной необходимости выбора стимулов по подобию – одинаковой формы, но разных размера и материала. Этот же дельфин оказался способен к переносу правила выбора двух одинаковых по форме предметов в ситуацию экстренной необходимости выбора двух стимулов, одинаковых по размеру» (там же, с.17). По свидетельству А.П.Надолишней, то, что даже при предъявлении натуральных стимулов (рыбы) трое из шести экспериментальных дельфинов в первом опыте теста совершали выбор, руководствуясь усвоенным ранее правилом, говорит о высокой степени абстрагирования и обобщения, позволившей животным отвлечься даже от таких значимых абсолютных признаков, как «пища», и «объект охоты». Достоверный выбор двумя дельфинами среднего из пяти предметов после решения ими разнообразных задач с предъявлением трех предметов говорит о том, что животные руководствовались представлением о среднем положении предмета в группе и свидетельствует о высоко развитой способности черноморских дельфинов афалин к обобщению по относительному признаку. «Результаты решения дельфинами тестовых заданий с применением нового набора стимулов и с изменением взаиморасположения предметов базового набора, - поясняет А.П.Надолишняя, - показали, что усвоенное на одном наборе стимулов правило оказалось в достаточной степени отвлеченным, и оно было использовано животными в новых ситуациях. Это согласуется с полученными ранее экспериментальными данными о том, что дельфины, как и человекообразные обезьяны, могут усваивать отвлеченное правило выбора по образцу и переносить его на новые стимулы после обучения только с одним-двумя наборами стимулов» (Надолишняя, 2007, с.19).

Индукция Филиппа Зимбардо. Американский психолог Ф.Зимбардо (1971) пришел к выводу о том, что там, где имеется неограниченная власть и безнаказанность, насилие появляется неизбежно, индуктивно исходя из следующего эксперимента. Жанна Сабурова в статье «И это все о нас» (газета «Зеркало недели», № 22 (397), 15-21 июня 2002 г.) пишет: «В 1971 году американский психолог доктор Филипп Зимбардо начал двухнедельный эксперимент, целью которого было исследовать, как меняется поведение людей в жестких обстоятельствах. Для этого в Стэнфордском университете 18 студентов-добровольцев были помещены в специальное отделение, оборудованное под тюрьму, и разделены на «заключенных» и «надзирателей». «Надзирателям» дали полную власть над «заключенными». Ход событий снимали на камеру. Эксперимент был досрочно остановлен, т.к. поведение «надзирателей» стало невыносимо грубым, они вели себя, как садисты» (Ж.Сабурова, 2002). Отметим, что в эксперименте Зимбардо на самом деле участвовало 24 студента, а не 18. Барбара Клайн в статье «Филипп Зимбардо: «Абу-Грейб» - это закономерность» (электронный портал «Голоса Америки», 01.06.2004 г.) на свой вопрос, какой вывод был сделан из известного «тюремного эксперимента», получает от самого Зимбардо следующий ответ: «По сути, мы установили, какое огромное воздействие на трансформацию человеческого характера оказывают внешние обстоятельства. К ним относятся самые разнообразные факторы: внешний вид (форма или тюремная роба), анонимность, символы власти, наличие или отсутствие надзора, установление того, что называют «чрезвычайными нормами», то есть поведение, уместное только в данном месте и в данное время, но нигде больше…» (Б.Клайн, 2004).

Индукция Даниела Карлтона Гайдузека. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1976 год Даниел Гайдузек сформулировал гипотезу о том, что за последнюю сотню тысяч лет мыслительные способности человека не претерпели существенных изменений, индуктивно основываясь на том, что дети первобытных племен, попадая в современную культуру, легко осваивают плоды этой культуры. В свое время Гайдузек привез в США большое количество детей первобытных племен, обитавших на островах Новой Гвинеи в обстановке каменного века. Ученый усыновил их и заметил, что эти дети, обучаясь в средних и высших учебных заведениях США, впоследствии проявили себя в сфере политики, дипломатии, медицины, математики и т.д. В книге И.Харгиттаи «Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии» (2006) Гайдузек вспоминает: «Я вывез сотню малышей из обстановки каменного века, и сейчас некоторые из них являются послами своих стран, они вникают в тонкости политологии, политики, дипломатии, медицины, педагогики и даже высшей математики в течение первой трети отведенной им жизни. У них нет никаких проблем с современной культурой. За последний миллион лет человеческий интеллект совершенно не изменился. Он не изменится и в течение следующего миллиона лет» (Харгиттаи, 2006, с.406). Когда И.Харгиттаи спросил у Гайдузека, что он считает самым важным своим достижением, ученый ответил: «Если я буду перечислять области, в которых мой вклад, по-моему, был особенно важен, окажется, что Нобелевскую премию мне дали совсем не за это. Я думаю, что самая важная область науки, в которую я внес вклад, - это исследование изменчивости познавательной функции мозга, непостоянства, с которым мозг программирует выполнение определенных заданий и в современном обществе, и у людей каменного века» (Харгиттаи, 2006, с.406). В беседе с И.Харгиттаи Гайдузек повторяет свою мысль о том, что мышление первобытного человека ничем не отличается от мышления современных людей: «За последнюю сотню тысяч лет не было никакого прогресса в развитии человеческого мозга, в развитии творческих способностей, в развитии мыслительных способностей. Какому-нибудь древнему китайскому философу или, скажем, Канту потребовалось бы всего несколько недель, чтобы усвоить понятия ядерной физики или современной биологии. Я доказал это на примере своей семьи. У меня дети из каменного века совершили скачок в современную культуру высоких технологий. Это мое самое большое достижение…» (там же, с.415). Независимо от Гайдузека вывод об исторической неизменности законов мышления сделал К.Леви-Стросс. Изучая структуру общественного сознания индейских племен, их мифы, наполненные образами богов, героев, людей, явлений природы, рассматривая эти мифы в качестве характерных продуктов примитивной духовной культуры, Леви-Стросс пришел к заключению, что мифологическое коллективное фантазирование адекватно отражает «анатомию ума». Согласно творцу структурной типологии мифов, по своим интеллектуальным операциям архаическое мышление не отличается от современного: логика мифического мышления является столь же взыскательной, как логика современного мышления. Различия между первобытным и современным мышлением состоят не в логических процедурах, а в содержании информации, которой оперирует первобытный и современный человек. Утверждение универсальности ментальных структур стирает качественные различия между конкретно-историческими формами проявления сознания.

Индукция Герберта Саймона. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 1978 год Герберт Саймон высказал идею о том, что основной причиной превосходства памяти экспертов над памятью неэкспертов является запоминание не отдельных единиц информации, позволяющей решить проблему, а целых паттернов, имеющих не случайный, а осмысленный характер, руководствуясь индукцией. Саймон индуктивно основывался на исследованиях Адриана де Гроота (1965, 1966), который пытался определить, что отличает гроссмейстеров от более слабых шахматистов. Как отмечает психолог Д.Андерсон, «де Гроот обнаружил одно интересное различие между гроссмейстерами и более слабыми игроками. Он предъявлял гроссмейстерам шахматные позиции (т.е. шахматные доски с фигурами в конфигурации, имеющей место в игре) только на пять секунд и затем удалял шахматные фигуры. Гроссмейстеры могли за пять секунд восстановить позиции более чем 20 фигур. Напротив, слабые игроки могли восстановить только 4 или 5 фигур – количество, более соответствующее традиционному представлению о возможностях рабочей памяти. По-видимому, гроссмейстеры создали паттерны четырех или пяти фигур, которые отражают обычные конфигурации на доске, как функцию большого количества опыта решения подобных задач. Таким образом, они помнят не отдельные фигуры, а эти паттерны» (Д.Андерсон, «Когнитивная психология», 2002). Об этом же пишет Филипп Росс в статье «Как воспитать гения?» (журнал «В мире науки», 2006, № 11): «В 1960-х гг. Герберт Саймон (Herbert A.Simon) и Вильям Чейз (William Chase) из Университета Карнеги-Меллона, чтобы лучше понять механизм памяти специалистов, попытались исследовать ее ограничения. Они просили шахматистов различного уровня восстановить по памяти искусственно созданные шахматные позиции, т.е. случайное расположение фигур на доске, а не то, что возникло в ходе реальной игры. Корреляция между мастерством игрока и точностью воспроизведения «шахматной обстановки» была значительно менее выражена для искусственных случайных позиций по сравнению с реальными. Исследователи продемонстрировали, что память шахматиста еще более специфична, чем казалось ранее, поскольку она настроена не просто на саму игру, а на типичные шахматные ходы. Подобные эксперименты подтвердили результаты предыдущих опытов, доказавших, что способности в одной области, как правило, не распространяются на другую» (Росс, 2006, с.57).

Индукция Герберта Саймона. Герберт Саймон (1987) выдвинул идею о том, что научное открытие является результатом последовательного и поступательного движения по пути решения проблемы, индуктивно отталкиваясь от рассмотрения истории открытий таких выдающихся ученых, как Иоганн Кеплер, Макс Планк и Антуан Лавуазье. Саймон заметил, что Кеплер открыл третий закон движения планет, согласно которому куб расстояния планет от Солнца пропорционален квадрату времени их обращения вокруг Солнца, логически основываясь на табличных параметрах движения планет. Также Саймон обнаружил, что Планк вывел формулу излучения абсолютно черного тела, верную для длинных и коротких электромагнитных волн, логически синтезировав формулу В.Вина, справедливую для коротких волн, и формулу Рэлея-Джинса, справедливую для длинных волн. При анализе истории формирования кислородной теории горения Лавуазье Саймон обратил внимание на то, что Лавуазье создал эту теорию не на пустом месте. Он логически опирался на исследования английского химика Д.Пристли, который открыл кислород и установил, что в присутствии кислорода вещества горят быстрее и ярче, причем вес вещества до горения меньше веса того же вещества после горения. Для доказательства своей концепции научного открытия Саймон провел следующий эксперимент. Он предложил две исходные формулы – закон излучения Вина и закон излучения Рэлея-Джинса – группе из восьми человек, куда входили физики и прикладные математики. При этом испытуемым не сообщали, откуда взялись и с чем связаны эти формулы. Пятеро из восьми ученых вывели универсальную формулу Планка менее чем за 10 минут. До самого последнего момента никто из них не осознавал, что выводит классическую формулу излучения черного тела (Д.Перкинс, «Как стать гением», 2003). К сожалению, теория научного открытия Саймона разделяется далеко не всеми исследователями.

Индукция Даниэла Канемана. Лауреат Нобелевской премии по экономике за 2002 год Даниэл Канеман (1972) высказал идею о том, что при оценке вероятности неопределенных событий люди не следуют принципам математической теории вероятности, индуктивно основываясь на экспериментах по изучению поведения людей при решении вероятностных задач. Канеман заметил, что, оказываясь в неопределенных ситуациях, требующих принятия вероятностных решений, испытуемые не используют теорему Байеса – наиболее распространенное правило вычисления вероятности события. Примечательно, что еще в 1960 году психологи Вард Эдвардс и Лоренс Филлипс сравнили идеальное поведение, определяемое теоремой Байеса, с фактическим поведением людей и обнаружили существенные различия между ними. Результаты своих исследований они опубликовали лишь в 1966 году. О различии между фактическим поведением людей и требованиями теории вероятности можно было догадаться на основании исследований Б.Рассела. Этот ученый еще в 1948 году в книге «Человеческое познание: его сфера и границы» писал, что человек пользуется логическим приемом индукции, не вычисляя ее вероятность, то есть степень истинности, поскольку сама математика не знает, как ее вычислять.

Индукция Даниэла Канемана и Амоса Тверски. Д.Канеман и А.Тверски пришли к заключению о том, что процесс обучения людей определенным навыкам подчиняется закону регрессии (принципу схождения к среднему) Ф.Гальтона, индуктивно основываясь на том, что парашютисты, выполняюшие однажды отличный прыжок, в следующий раз прыгают всегда хуже. То есть статистика их прыжков демонстрировала схождение к среднему – феномену, который Ф.Гальтон открыл, изучая распределение горошин по размеру в первом и втором поколении. П.Бернстайн в книге «Против богов: укрощение риска» (2000), говоря о начале сотрудничества Д.Канемана и А.Тверски, пишет: «Их сотрудничество началось в середине 1960-х годов, когда оба были ассистентами в Еврейском университете в Иерусалиме. Во время одной из их первых встреч Канеман рассказал Тверски об опыте, который он получил, когда инструктировал по психологии обучения парашютистов-инструкторов. Касаясь темы обучения новичков, он старался провести мысль о том, что поощрение – более эффективное средство обучения, чем ругань. Внезапно один из его слушателей заорал: «Простите, сэр, то, что вы говорите, - это буквально курам на смех… Мой опыт говорит об обратном». Слушатель пояснил, что ученики, которых он хвалил за отличное выполнение прыжка, следующий прыжок почти всегда выполняли гораздо хуже, в то время как те, кого он критиковал, почти всегда в следующий раз приземлялись лучше. Канеман осознал, что этот пример точно укладывается в схему Фрэнсиса Гальтона. Точно так же, как очень крупный горох дает в потомстве горох помельче и, наоборот, в любом деле показатели не могут расти или уменьшаться до бесконечности. Мы колеблемся взад-вперед во всем, что делаем, постоянно приближаясь к среднему для нас качеству. Вполне вероятно, что качество следующего прыжка никак не зависит от того, похвалят ученика за предыдущий прыжок или поругают. «Когда-нибудь вы придете к тому, что будете замечать схождение к среднему везде», - сказал Канеман. Выполняют ли выши дети то, что им сказано, хорошо ли играет баскетболист в сегодняшней игре, много ли ошибок совершит инвестор в этом квартале – будущие характеристики с большой вероятностью отразят схождение к среднему значению, независимо от того, похвалят их или накажут за предыдущее» (П.Бернстайн, 2000).

Глава 19
Индуктивные открытия в области математики

Индукция Пифагора. Древнегреческий математик Пифагор (ок.570-ок.500 гг. до н.э.) открыл теорему, согласно которой в любом прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов, индуктивно обобщив частные случаи этой теоремы, известные древневавилонским и древнеегипетским математикам, а также математикам Китая и Индии. Д.Я.Стройк в книге «Краткий очерк истории математики» (1984) пишет: «Что касается теоремы Пифагора, пифагорейцы приписывали ее своему наставнику и передавали, что он принес в жертву богам сто быков в знак благодарности. Мы уже видели, что эта теорема была известна в Вавилоне времен Хаммурапи, но весьма возможно, что первое общее доказательство было получено в школе пифагорейцев» (Стройк, 1984, с.59). Об этом же пишет Э.Кольман в книге «История математики в древности» (1961): «Так называемая «теорема Пифагора» была известна вавилонянам более чем за тысячу лет до Пифагора. Вавилоняне широко пользовались ею, и она служила источником задач на «квадратные уравнения» (Кольман, 1961, с.54). «Как мы уже знаем, - повторяет Кольман, - эта теорема задолго до Пифагора была известна вавилонянам, а возможно, и египтянам. Однако древние историки Плутарх, Диоген Лаэрций и Прокл приписывают это открытие Пифагору, повторяя легенду, будто Пифагор в благодарность за него принес богам в жертву сто быков («гекатомбу»). Возможно, что Пифагор или его ученики, зная отдельные «священные треугольники» (т.е. прямоугольные треугольники с целочисленными сторонами) египтян и вавилонян, для которых теорема проверяется легко, просто обобщили эту теорему на все прямоугольные треугольники, хотя и без достаточного на это основания» (Кольман, 1961, с.91). Н.Бурбаки также уделяет внимание истории открытия теоремы Пифагора в книге «Очерки по истории математики» (2007): «В большинстве древних цивилизаций (Египет, Вавилония, Индия, Китай) ученые, по-видимому, независимо друг от друга нашли формулировки, касающиеся по меньшей мере некоторых частных случаев «теоремы Пифагора», а индийцы даже имели представление о принципах доказательства этой теоремы, совершенно отличных от встречающихся у Евклида…» (Бурбаки, 2007, с.122). В.И.Арнольд в книге «Истории давние и недавние» (2002) указывает: «Мы сейчас склонны недооценивать познания древних, в особенности догреческих ученых. Теорема Пифагора была известна древним вавилонянам за тысячу (а то и больше) лет до него, вместе с целочисленными треугольниками типа (3, 4, 5)» (Арнольд, 2002, с.72).

Индукция Гиппаса из Метапонта. Один из учеников Пифагора Гиппас пришел к выводу о существовании иррациональных чисел, которые выходят за пределы целых чисел и обыкновенных дробей, индуктивно исходя из того, что число √2 не является ни целым числом, ни обыкновенной дробью. В пользу существования иррациональных чисел говорила несоизмеримость диагонали квадрата и его стороны. Вывод Гиппаса разрушал концепцию Пифагора о нереальности иррациональных чисел, поэтому Пифагор распорядился лишить жизни своего ученика. Здесь мы видим индукцию, оплаченную жизнью. Саймон Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) повествует: «Для Пифагора идея красоты математики состояла в том, что рациональные числа (целые числа и обыкновенные дроби) позволяют объяснить все явления в природе. Эта путеводная философия ослепила Пифагора, не давая ему увидеть существование иррационального числа и, возможно, даже привела к казни одного из его учеников. Легенда рассказывает о том, что один из учеников Пифагора по имени Гиппас на досуге забавлялся с числом √2, пытаясь найти эквивалентную ему обыкновенную дробь. В конце концов, он понял, что такой дроби не существует, т.е. √2 – иррациональное число. Совершив столь важное открытие, Гиппас, должно быть, пришел в неописуемый восторг, чего нельзя было сказать о его учителе. Пифагор определял все происходящее в мире с помощью рациональных чисел, и существование иррациональных чисел ставило под сомнение его идеал. Открытие Гиппаса могло бы повлечь за собой период споров и сомнений, и Пифагору пришлось бы признать новый источник чисел. Но Пифагор не хотел признать свои заблуждения и в то же время не мог разрушить аргументацию Гиппаса силой логики. К своему вечному позору, он приговорил Гиппаса к смерти через утопление» (С.Сингх, 2000). Об этом же говорит А.Морозов в статье «Бесконечность с точностью до триллионного знака» («Независимая газета», 22.01.2003 г.): «Существует легенда, что один из учеников Пифагора Гиппас забавлялся с числом «корень квадратный из 2», пытаясь как раз найти ему эквивалент из простой дроби. И Гиппас внезапно понял, что такого эквивалента не существует. Пифагор же определял все происходящее с помощью рациональных чисел, открытие иррациональных чисел разрушало его учение о гармонии мира. Сейчас бы сказали – Пифагор потерял смысл существования. Поэтому, не сумев опровергнуть аргументацию Гиппаса с помощью математической логики, Пифагор приговорил Гиппаса к смерти через утопление. Иррациональные числа обрели права гражданства в математике только после смерти Пифагора» (А.Морозов, 2003).

Индукция Евклида. Одним из источников геометрических аксиом Евклида (III век до н.э.), послужило индуктивное обобщение повторяющихся правил, которым подчиняются измерения и расчеты земельных участков и строительных конструкций его времени. Евклид изложил эти аксиомы в своем многотомном труде под названием «Начала». Ф.М.Канарев в книге «История научного поиска и его результаты» (2008) указывает: «Вначале идет период накопления наблюдений, измерений, вычислений. И когда их накапливается достаточно много, возникает потребность в обобщении. Первое фундаментальное обобщение сделал Евклид в III веке до нашей эры. Он заметил, что измерения и расчеты земельных участков и строительных конструкций того времени сопровождаются повторяющимися правилами. Он обобщил эти правила в виде аксиом. На их основе он впоследствии разработал геометрию, которую назвали Евклидовой. Удивительно прочными оказались аксиомы Евклида» (Канарев, 2008, с.44). Об этом же пишет Э.Кольман в книге «История математики в древности» (Москва, 1961): «По мнению некоторых историков математики и философов-идеалистов, «Начала» построены без какой бы то ни было помощи индукции, «чисто дедуктивно». Однако индукция, движение от частного к общему, от единичных данных чувственного опыта к рациональному обобщению, к абстракции неизбежно участвовала в образовании основных понятий, их определений, постулатов и аксиом, равно как и в создании самого логического приема дедукции. Ведь все эти геометрические понятия и логические приемы возникли в результате многократно повторявшегося опыта как отражения предметов, свойств и связей действительного материального мира, существующего независимо от сознания. Более того, индукция входит в неявном виде в любое геометрическое доказательство и построение» (Кольман, 1961, с.128).

Индукция Евклида и других математиков античности. Великий древнегреческий математик Евклид и другие математики (в том числе его предшественники) разработали методы математического доказательства теорем благодаря тому, что обобщили (перенесли) на область математики схемы рассуждений, заимствованные из юрисприденции. Здесь индукция весьма похожа на аналогию, но следует подчеркнуть, что аналогия как мыслительная стратегия является частью индуктивной аргументации, поэтому наша трактовка вполне правомерна. Алексей Гладкий в статье «Зачем нужна в школе математика?» (журнал «Знание-сила», 1996, № 2) пишет: «Один из самых ярких примеров деятельности, в которой логические рассуждения стоят на первом плане, дает юрисприденция. Сходство между юридическими и математическими доказательствами прямо-таки бросается в глаза. И вряд ли это сходство случайно: именно искусство судебного доказательства, которое было высоко развито в Древней Греции, послужило, скорее всего, образцом для греческих ученых, открывших искусство математического доказательства. Как писал известный историк Соломон Лурье, начиная с четвертого века до нашей эры, «авторы математических книг черпают свою аргументацию из практики уголовного судопроизводства» (откуда был заимствован, в частности, способ доказательства «от противного»)…» (Гладкий, 1996, с.104). Об этом же повествует доктор философских наук Ю.Шрейдер в статье «Неустранимость человека» (журнал «Знание-сила», 1993, № 7): «Не случайно наука возникла из совершенно определенного культурного феномена – демократии древних Афин. Появление практически публичного обсуждения общественных вопросов и возникновение демократического судопроизводства привели к созданию особой культуры обсуждения, в котором перед участниками стояла необходимость убедительно выражать свои мнения и тщательно их аргументировать. Из умения убеждать выросла риторика, а из умения аргументировать – логика, оказавшаяся необходимым инструментом научного познания. (…) (…) Наука возникла один раз – в Древней Элладе, будучи детищем афинской демократии. Она не могла возникнуть в деспотических азиатских монархиях, где уровень цивилизации был не ниже, чем в Афинах, но авторитет власти стоял выше, чем стремление к истине» (Шрейдер, 1993, с.83). Можно также процитировать американского математика Грегори Чейтина, который в статье «Пределы доказуемости» (журнал «В мире науки», 2006, № 6) аргументирует: «В Древней Греции, чтобы убедить сограждан проголосовать именно так, а не иначе, вы должны были бы привести им свои доводы. Вероятно, именно поэтому греки пришли к мысли, что математические положения нужно доказывать, а не выводить опытным путем» (Чейтин, 2006, с.42).

Индукция Евклида. Евклид при помощи индукции доказал знаменитую теорему о бесконечности множества простых чисел. Герхард Генцен в статье «Непротиворечивость чистой теории чисел» (сборник «Математическая теория логического вывода», редакторы – А.В.Идельсон, Г.Е.Минц, Москва, «Наука», 1967) проводит реконструкцию тех средств, при помощи которых Евклид доказал теорему о бесконечности множества простых чисел: «В качестве примера доказательства из чистой теории чисел я выберу общеизвестное евклидово доказательство теоремы: «Существует бесконечно много простых чисел». Далее Г.Генцен говорит о результатах проведенной реконструкции: «Подробное расчленение евклидова доказательства. Доказательство содержит в несколько завуалированной форме «полную индукцию» (см. место: «повторяя это рассуждение…»)» (там же, с.92). О том, как Евклид построил доказательство упомянутой теоремы, можно понять, если ознакомиться со статьей А.Эвнина «Девятнадцать доказательств теоремы Эвклида» (журнал «Квант», 2001, № 1). А.Эвнин воспроизводит ход рассуждений, на основе которого древнегреческий математик доказал свою теорему: «Предположим, что множество простых чисел конечно и p – самое большое простое число. Рассмотрим число R, которое больше произведения всех простых чисел на единицу: R=2*3*5*…*p+1. Число R не имеет простых делителей, так как при делении на любое простое число дает в остатке 1. Между тем, легко проверить, что наименьший делитель m>1 натурального числа R, большего 1, является простым числом. Полученное противоречие доказывает теорему» (Эвнин, 2001, с.35).

Индукция Абу Бакра аль-Караджи. Весьма распространенным является мнение, что впервые принцип математической индукции явно сформулировал и использовал в качестве средства доказательства Блез Паскаль. В действительности математики обращались к индукции при обосновании теорем задолго до Паскаля. Заслуживает внимания тот факт, что уже иранский математик Абу Бакр аль-Караджи (1000 год) использовал математическую индукцию как основу доказательства теорем. Д.Д.О'Коннор и Е.Ф.Робертсон в статье «Бесконечность» (сетевой журнал «Архив по истории математики», 2002, февраль) пишут: «Математическая индукция стала применяться за сотни лет до того, как метод был четко сформулирован. Она давала способ доказательства верности утверждений для бесконечного числа целых чисел. Например, Аль-Караджи примерно в 1000 году нашей эры использовал нестрогую форму математической индукции в своих доказательствах. Основное, что делал Аль-Караджи, заключалось в проведении доказательства для n=1, затем он проделывал его для n=2, основываясь на результате для n=1, затем для n=3, основываясь на результате для n=2 и так до n=5, пока не замечал, что процесс может быть продолжен до бесконечности. Применяя этот метод, он предложил красивое описание получения биномиальных коэффициентов при помощи треугольника Паскаля. Паскаль не знал о работе Аль-Караджи о треугольнике Паскаля, но он знал, что Мавролико использовал нечто похожее на метод математической индукции в середине XVII века» (Д.Д.О'Коннор и Е.Ф.Робертсон, 2002). Если обратиться к вопросу о применении математической индукции древними греками, то можно процитировать статью Н.В.Лушниковой и М.И.Зайкина «Об одном подходе к характеристике метода математического доказательства» (Труды международной конференции «Современные методы физико-математических наук», том 3, Орел, ОГУ, 2006): «Идея математической индукции была фактически известна уже в древности. Действительно, налицо связь этого метода с античным парадоксом «кучи»: одно зерно не образует кучи; если n зерен не могут образовать кучи, то n+1 зерно не может образовать кучи, а потому куч не существует, что противоречит опыту. (…) Метод математической индукции можно рассматривать как алгоритмическое предписание, состоящее из трех этапов: базы индукции (БИ), шага индукции (ШИ) и индукционного вывода (ИВ)» (Лушникова, Зайкин, 2006, с.126).

Индукция Джироламо Кардано. Д.Кардано (1545) высказал идею о пользе вычислений с комплексными числами, индуктивно основываясь на том, что эти комплексные числа позволяли найти корни уравнения третьей степени в так называемом неприводимом случае. А.Н.Колмогоров в статье «Математика» («Большая российская энциклопедия», 2001) пишет: «Дж.Кардано исследовал уравнения третьей степени, открыв так называемый неприводимый случай, в котором действительные корни уравнения выражаются комплексно. Это заставило Кардано, хотя и очень неуверенно, признать пользу вычислений с комплексными числами» (А.Н.Колмогоров, 2001). В книге «Рассказы о физиках и математиках» (2006) С.Г.Гиндикин указывает: «Кардано решает рассматривать не только отрицательные числа (он называет их «чисто ложными»), но и комплексные (их он называет «поистине софистическими»). Он замечает, что если с ними оперировать по некоторым естественным правилам, то квадратному уравнению, не имеющему действительных корней, можно приписать комплексные корни. Возможно, к комплексным числам Кардано пришел в связи с неприводимым случаем. (Это предполагает, например, Н.Бурбаки). Если в этом случае «не пугаясь» выполнить все действия над возникающими в процессе вычислений комплексными числами, то в результате получатся правильные значения вещественных корней» (Гиндикин, 2006, с.29). Об этом же говорит В.Б.Алексеев в книге «Теорема Абеля в задачах и решениях» (2001): «Исторически комплексные числа появились именно как средство для решения некоторых задач о действительных числах. Так, например, итальянский математик Кардано (1501-1576) при решении кубических уравнений находил правильные действительные корни, используя в промежуточных вычислениях «несуществующие» квадратные корни из отрицательных чисел. Со временем комплексные числа занимали все более важное положение в математике и ее приложениях» (Алексеев, 2001, с.51).

Индукция Симона Стевина. Известный математик и механик Симон Стевин (1585) индуктивно распространил на кольцо многочленов алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя (н.о.д.) двух целых чисел. П.Кон в книге «Свободные кольца и их связи» (Москва, «Мир», 1975) пишет: «Обычный алгоритм Евклида изложен у Евклида, книга VII, предложения 1 и 2, в качестве метода нахождения н.о.д. двух целых чисел. Обобщение этого алгоритма на кольцо многочленов было получено лишь в XVI веке, когда Симон Стевин в своей книге Aritmetic (1585), книга II, проблема LIII, использовал этот алгоритм для нахождения н.о.д. двух многочленов. Он замечает, что это приложение алгоритма Евклида было, по-видимому, новым…» (Кон, 1975, с.147).

Индукция Галилео Галилея. Галилей (1638) высказал идею о равномощности части и целого в бесконечных множествах, индуктивно отталкиваясь от того, что, хотя в натуральном ряду чисел квадратов чисел меньше, чем самих чисел, тем не менее, их количество так же бесконечно, как и количество целых чисел. Рассматривая свойства двух бесконечных рядов натуральных чисел: 1, 2, 3, 4, 5…, 1, 4, 9, 16, 25…, Галилей заметил, что хотя во втором ряду чисел меньше, чем в первом, к нему так же, как и к первому, всегда можно прибавить новое число, новый квадрат, а это значит, что оно бесконечно. Если же обе последовательности бесконечны, рассуждал Галилей, то можем ли мы сказать, что одна бесконечность меньше или больше другой бесконечности? Д.Я.Стройк в книге «Краткий очерк истории математики» (1984) отмечает: «В частности, Галилей, указав на парадоксальное соотношение между множеством квадратов и множеством всех чисел, сделал отсюда важный вывод, что нельзя безоговорочно переносить на бесконечное соотношения, верные для конечных величин» (Стройк, 1984, с.132). Об этом же пишет Ю.П.Петров в книге «Лекции по истории прикладной математики» (2001): «Надо отметить, что уже во времена Галилея было подмечено, что бесконечные множества обладают особыми свойствами, не сводящимися к свойствам множеств конечных. Так, для них несправедливо положение о том, что целое больше своей части. Галилей рассматривал (в 1638 г.) вопрос: каких чисел больше: - квадратов натуральных чисел, или же всех целых чисел – квадратов и не квадратов?» (Петров, 2001, с.110). До Галилея такую же мысль выдвигал Николай Кузанский, а после него Г.Кантор. Джозеф Даубен в статье «Георг Кантор и рождение теории трансфинитных множеств» (журнал «В мире науки», № 8, 1983 г.) пишет: «Фактически Кантор воспользовался указанным Галилеем парадоксом и превратил его в средство количественного сравнения бесконечных множеств. Он назвал два множества эквивалентными, если между элементами этих множеств можно установить взаимно однозначное соответствие» (Д.Даубен, 1983). «Используя принцип взаимно однозначного соответствия, - продолжает Д.Даубен, - Кантор показал, что свойство, которое Галилей рассматривал как парадоксальное, фактически является естественным свойством бесконечных множеств» (Д.Даубен, 1983).

Индукция Джона Непера. Джон Непер (1590) открыл логарифмическое исчисление, индуктивно основываясь на результатах сопоставления арифметической и геометрической прогрессий. Сопоставляя эти прогрессии, Непер заметил, что операциям умножения и деления в геометрической прогрессии соответствуют операции сложения и вычитания в арифметической прогрессии, а операциям возведения в степень и извлечения корня в геометрической прогрессии соответствуют операции умножения и деления в арифметической прогрессии. Непер осознал, что это создает условия для упрощения вычислений. Д.Я.Стройк в книге «Краткий очерк истории математики» (1984) констатирует: «Другим большим усовершенствованием вычислительной техники было изобретение логарифмов. Некоторые математики шестнадцатого столетия в известной мере занимались сопоставлением арифметической и геометрической прогрессий, главным образом с целью облегчить работу со сложными тригонометрическими таблицами. Важным достижением на этом пути мы обязаны шотландскому лорду Джону Неперу, который в 1614 г. напечатал свое «Описание удивительного канона логарифмов». Основной идеей Непера было построение двух последовательностей чисел, связанных таким образом, что когда одна из них возрастает в арифметической прогрессии, другая убывает в геометрической. При этом произведение двух чисел второй последовательности находится в простой последовательности от суммы соответствующих чисел первой последовательности и умножение можно свести к сложению. С помощью такой системы Непер мог значительно облегчить вычислительную работу с синусами» (Стройк, 1984, с.122). Независимо от

Непера логарифмы были открыты математиком Бюрги. В книге «Математика 17 столетия» (1970) А.П.Юшкевич констатирует: «Бюрги – об этом он писал сам – исходил из соображений о соответствии между умножением в геометрической прогрессии и сложением в арифметической, которые он почерпнул, правда, не у Штифеля (так как не знал латыни), а у других авторов, писавших по-немецки» (Юшкевич, 1970, с.55).

Индукция Рене Декарта. Рене Декарт сформулировал основную теорему алгебры, согласно которой число корней алгебраического уравнения равно числу единиц в наивысшем показателе степени данного уравнения, следующим образом. Исследуя большое количество алгебраических уравнений, Декарт обнаружил зависимость числа корней этих уравнений от наивысшего показателя степени. Декарт индуктивно обобщил эту эмпирически подмеченную закономерность и таким образом получил основную теорему алгебры. Независимо от Декарта эту теорему открывали или близко подходили к ее открытию Ф.Виет, А.Жирар, Д.Кардано.

Индукция Баше де Мезириака. Баше де Мезириак (1612) разработал способ решения в целых положительных числах линейного уравнения с двумя неизвестными $ax - by = 1$, где $(a, b = 1)$, индуктивно основываясь на анализе большого количества числовых примеров, дающих решение указанного уравнения. В книге «Математика XVII столетия» (1970), написанной под редакцией А.П.Юшкевича, отмечается: «Баше де Мезириак, не зная о своих индийских предшественниках, подробно разработал и изложил на числовых примерах способ решения в целых положительных числах линейного уравнения с двумя неизвестными $ax - by = 1$, где $(a, b = 1)$. Этот вопрос Баше изложил в замечательном сборнике «Приятных и занимательных задач, рассматриваемых в числах» (1612), неоднократно переиздававшихся вплоть до наших дней, - в последний раз книга вышла в 1959 г.» («Математика XVII столетия», 1970, с.75).

Индукция Пьера Ферма. П.Ферма перенес на случай пространства результаты древнегреческого математика Аполлония, изложенные им в сочинении «Касания». Укажем, что именно обобщение идей Аполлония позволило П.Ферма разработать основы аналитической геометрии, то есть ввести способ изображения кривых различного рода с помощью координат. Б.А.Розенфельд в книге «Аполлоний Пергский» (Москва, МЦНМО, 2004) пишет: «Заметим, что П.Ферма обобщил результаты сочинения Аполлония «Касания» на пространство и доказал, что для четырех сфер можно построить такую сферу, которая касается каждой из них. Построения Ферма допускают интерпретации в конформном пространстве, в геометрии пространственных преобразований Лагерра и в пространственной контактной геометрии» (Розенфельд, 2004, с.162).

Индукция Пьера Ферма. П.Ферма (1637) открыл Великую теорему Ферма, согласно которой уравнение $x^3 + y^3 = z^3$ не имеет никаких решений в целых числах, индуктивно исходя из многочисленных попыток численного решения данного уравнения, которые закончились неудачно. Саймон Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет: «Вместо уравнения Пифагора $x^2 + y^2 = z^2$ Ферма занялся рассмотрением его варианта $x^3 + y^3 = z^3$. Ферма всего лишь изменил степень на единицу, но его новое уравнение, насколько можно было судить, вообще не допускало никаких решений в целых числах. «Методом проб и ошибок» нетрудно было обнаружить, что найти два куба, которые бы в сумме давали еще один куб, не так-то просто. Неужели произведенное Ферма незначительное изменение действительно превращает уравнение, допускающее бесконечно много решений в целых числах, в уравнение, не имеющее ни одного решения в целых числах? Ферма подверг уравнение Пифагора еще большему изменению, попробовав заменить степень 2 на целые числа, большие 3, и обнаружил, что найти решение в целых числах каждого из этих уравнений столь же трудно. И Ферма решил, что вообще не существует трех целых чисел x, y, z, которые удовлетворяли бы уравнению $x (n) + y (n) = z (n)$, где $n = 3, 4, 5…$» (С.Сингх, 2000).

Индукция Пьера Ферма. П.Ферма доказал свою теорему о том, что $x^n + y^n = z^n$ не имеет никаких решений в целых числах для частного случая n=4 методом бесконечного спуска (методом индукции). Данный метод спуска он заимствовал у Евклида. Е.П.Ожигова в книге «Развитие теории чисел в России» (Ленинград, «Наука», 1972) пишет об истоках метода спуска как способа доказательства теорем: «Но, как известно, Ферма не оставил доказательств своих результатов, кроме эскиза метода спуска, который ведет свое начало еще от Евклида» (Ожигова, 1972, с.5). Позже (об этом мы скажем ниже) Леонард Эйлер докажет теорему Ферма для частного случая n=3 тем же методом бесконечного спуска. Г.Д.Дэвенпорт в книге «Высшая арифметика. Введение в теорию чисел» (Москва, «Наука», 1965) пишет: «Простейшим является случай n=4, в котором неразрешимость уравнения была доказана самим Ферма. Ферма получил даже более общий результат: он доказал, что уравнение $x^4 + y^4 = z^2$ не имеет решений в натуральных числах, его доказательство дает простой пример «бесконечного спуска», являющегося особой формой метода доказательства по индукции» (Дэвенпорт, 1965, с.164). Г.Д.Дэвенпорт подчеркивает ценность индукции как средства математического доказательства: «Законы арифметики вместе с принципом индукции (который мы обсудим далее) образуют основу для логического развития теории чисел» (там же, с.10). Читатель, сомневающийся в том, что метод бесконечного спуска является разновидностью метода индукции, легко изменит свою точку зрения после знакомства с работами специалистов, которые не склонны проводить разграничительную линию между двумя указанными методами (стратегиями). Например, Джон Стиллвелл в книге «Математика и ее история» (2004) указывает: «Логический принцип, включенный в метод спуска Ферма, конечно, тот же самый, что и принцип, на котором основана математическая индукция: любое множество натуральных чисел имеет наименьший член» (Стиллвелл, 2004, с.204). Н.Н.Непейвода в книге «Прикладная логика» (1997) подтверждает точку зрения Стиллвелла: «Еще одна переформулировка метода математической индукции была известна еще древним грекам, хотя явно сформулировали ее лишь в XVII веке. Это метод бесконечного спуска» (Непейвода, 1997, с.146).

Индукция Блеза Паскаля. Блез Паскаль (1654) доказал ряд теорем о биномиальных коэффициентах, основываясь на индукции. Последняя выступала у него не только в качестве средства математического исследования, но и в качестве прямого метода доказательства. Г.Вилейтнер в книге «История математики от Декарта до середины XIX столетия» (1960) пишет о Паскале: «Важно заметить еще, что для доказательства своих теорем о биномиальных коэффициентах Паскаль ввел способ «полной индукции». Пока не удалось выяснить, оказал ли в этом отношении на Паскаля влияние Мавролико, воспользовавшийся этим методом доказательства уже в 1575 в работе «Две книги по арифметике» (Вилейтнер, 1960, с.91). Мы уже знаем, что Мавролико оказал заметное влияние на Паскаля, об этом говорят авторы уже цитированной статьи «Бесконечность». Г.Я.Стрельцова в книге «Паскаль и европейская культура» (1994) объясняет, в какой работе французский математик изложил свои знаменитые теоремы о биномиальных коэффициентах: «В «Трактате об арифметическом треугольнике» (1654 г.) он исследует свойства биномиальных коэффициентов при возвышении бинома в любую целую положительную степень (частный случай бинома Ньютона). Важно отметить, что биномиальные коэффициенты Паскаль рассматривал как числа сочетаний. Он находит их, впервые в истории математики сознательно применяя метод полной математической индукции, способ рассуждения от П к П+1» (Г.Я.Стрельцова, 1994). Известный логик Герхард Генцен в статье «Исследования логических выводов» (сборник «Математическая теория логического вывода», редакторы – А.В.Идельсон, Г.Е.Минц, Москва, «Наука», 1967) подчеркивает значение индукции в арифметике: «Так как полная индукция широко применяется в теории чисел, то арифметика без полной индукции имеет, конечно, лишь очень небольшое практическое значение» (Генцен, 1967, с.59).

Индукция Блеза Паскаля и Пьера Ферма. Выдающиеся математики Б.Паскаль и П.Ферма (17 век) разработали математическую теорию вероятности, индуктивно исходя из решения частных задач, связанных с определением вероятности успеха или неудачи в таких азартных играх, как карточная игра и бросание костей. Ряд интересных задач им предложил аристократ Шевалье де Мере. П.Бернстайн в книге «Против богов: укрощение риска» (2000) пишет: «А началось все со странной троицы французов, которые, глядя на игровой стол, заложили теоретические основы измерения вероятности. Одним из них был Блез Паскаль, блистательный молодой повеса, который стал впоследствии религиозным фанатиком и кончил полным отрицанием ценности разума. Другой, Пьер Ферма, преуспевающий адвокат, для которого математика была побочным занятием. Третьим был аристократ Шевалье де Мере, совмещавший свое увлечение математикой с неудержимой страстью к азартным играм; он вошел в историю тем, что сформулировал задачу, решение которой привело двух остальных на тропу открытий. Ни молодой повеса, ни адвокат не нуждались в экспериментах для подтверждения своих гипотез. В отличие от Кардано они с первых шагов работы над теорией вероятностей пользовались индуктивным методом. Теория позволила измерять вероятности в численном виде и отказаться от принятия решений на основе субъективных мнений» (П.Бернстайн, 2000). Эмиль Борель в книге «Вероятность и достоверность» (1969) говорит: «Таким образом, ученые, создавшие исчисление вероятностей (Галилей, Ферма, Паскаль), нашли как раз в игре в кости простой и хорошо подготовленный материал, который значительно облегчил им первые шаги» (Борель, 1969, с.17).

Индукция Джона Граунта (Грауна). Английский исследователь-самоучка Джон Граунт (1662) открыл устойчивость частот определенных событий, индуктивно исходя из результатов анализа таблиц смертности жителей Лондона, которые Граунт составил для выяснения закономерностей демографических массовых явлений. Тем самым Д.Граунт дал начало статистике как одному из направлений теории вероятностей (ТВ). Ю.В.Чайковский в книге «О природе случайности» (2004) указывает: «Первый шаг к математике случайного в статистике сделал упомянутый выше Граунт – в 1662 г. он открыл, что в массовых единообразных записях смертности лондонских жителей имеет место устойчивость частот. Разумеется, сам по себе этот факт был давно известен (например, банкирам), но только Граунт сделал его достоянием науки и широкой публики. Этим он породил ТВ (теорию вероятностей – Н.Н.Б.) как основу статистики, но математическое осмысление феномена началось всерьез лишь через двести лет, когда появилось само понятие устойчивости частоты. (…) Граунт вычислил, что на 14 мальчиков в среднем рождается примерно 13 девочек, и придал этому факту особый смысл: Бог-де предусмотрел повышенную смертность мужчин в войнах, путешествиях, «от руки правосудия» и т.п. Он не был ни математиком, ни философом («homme sans geometrie» [Gouraud, 1848, с.16]), но, тем не менее, оказался одним из основателей ТВ» (Чайковский, 2004, с.57). Примечательно, что работы Граунта по статистике оказали влияние на Гюйгенса. Ю.В.Чайковский отмечает: «Прочтя Граунта, Гюйгенс занялся задачами, по форме игровыми, а по сути статистическими. Вот одна из них: «Мужчина 56 лет женится на женщине 16 лет, сколько времени они могут жить вместе, до смерти одного из них? Если мне обещали 100 франков в конце года, который проживут они оба, за сколько было бы справедливо выкупить это обязательство?» [Майстров, 1980, с.73]. Под справедливой платой здесь понималось ожидаемое (среднее) значение, т.е. игровые задачи ставились там, где не видно равновозможных вариантов. Решение Гюйгенса основано на составленной его братом таблице смертности, которая основывалась на данных Граунта» (там же, с.58). Многие ученые считают Джона Граунта основателем не только статистики, но и демографии и социологии. А.Э.Саак и А.В.Тагаев в книге «Демография» (Таганрог, 2003) пишут: «В отличие от многих других наук демография имеет точную дату рождения. Она ведет свое начало с января 1662 г., когда в Лондоне вышла в свет книга английского купца и капитана, впоследствии майора городской милиции, ученого-самоучки Джона Граунта, имевшая название: «Естественные и политические наблюдения, перечисленные в прилагаемом оглавлении и сделанные на основе бюллетеней о смертности. По отношению к управлению, религии, торговле, росту, воздуху, болезням и другим изменениям названного города. Сочинение Джона Граунта, гражданина Лондона». Тоненькая книжка Граунта (всего 90 страниц) послужила зачатием не одной, а сразу трех наук: статистики, социологии и демографии, которые затем на протяжении трех столетий выясняли между собой «родственные» отношения – кто кому кем приходится. Но сначала прямым «потомком» книги Граунта явилась политическая арифметика – наука, стремившаяся изучать количественные (точнее, статистические) закономерности общественных явлений и процессов» (Саак, Тагаев, 2003, с.7).

Индукция Джона Валлиса. Английский математик Джон Валлис вывел известную формулу, выражающую число в виде бесконечного произведения, индуктивно исходя из частных случаев, которые намекали на существование данной формулы. Д.Стиллвелл в книге «Математика и ее история» (2004) пишет о творческой манере Валлиса, который часто использовал неполную индукцию: «…Рассуждение Валлиса крайне неполное по сегодняшним стандартам. Например, наблюдая модель в формулах для р = 1, 2, 3, он сразу же заявит формулу для всех положительных чисел р «с помощью индукции» и для дробных р «с помощью интерполяции». Его смелость достигла новых высот к концу «Арифметики бесконечного», когда он выводит свою известную формулу о бесконечном произведении п/4 = 2/3 * 4/3 * 4/5 * 6/5 * 6/7 *…» (Стиллвелл, 2004, с.155). О склонности Дж.Валлиса широко использовать индукцию пишет Н.Бурбаки в книге «Функции действительного переменного. Элементарная теория» (Москва, «Наука», 1965). Сравнивая метод работы Валлиса, Ферма и Лейбница, Н.Бурбаки свидетельствует: «Точно так же поступает и Валлис в 1655 году в своей Arithmetica infinitorum (XV a), не зная (неопубликованных) работ Ферма и, по его словам, не зная о методе неделимых ничего, кроме того, что изложено в лекциях Торричелли; правда, Валлис, стремясь к цели, не задерживается на строгом исследовании: как только результат получается для первых m целых чисел, он полагает его верным «по индукции» для любого целого m, корректно переходит от него к m=1/n для целых n, а затем при помощи «индукции», еще более упрощенной, чем первая, к произвольному рациональному m» (Бурбаки, 1965, с.184).

Индукция Джона Валлиса. Д.Валлис, автор известной книги «Арифметика бесконечных», получил новые результаты в области квадратуры кривых, индуктивно распространяя на дробные и рациональные значения показателя степени результаты, известные для целых значений данного показателя. В книге «Математика XVII столетия» (1970), написанной под редакцией А.П.Юшкевича, указывается: «Важная часть «Арифметики» посвящена квадратуре кривых $y = x^n$. Как мы увидим, для натуральных значений a Валлис осуществил это с помощью сумм n – x степеней натуральных чисел, а полученный по неполной индукции результат распространил на дробные и рациональные значения показателя n. Уже здесь Валлис смело и уверенно применил наряду с неполной индукцией оригинальные интерполяции, которыми владел с беспримерным искусством» («Математика XVII столетия», 1970, с.152). А.П.Юшкевич подчеркивает влияние исследований Д.Валлиса на достижения Дж.Грегори и И.Ньютона: «Несомненно влияние «Арифметики бесконечных» на младших современников ее автора, как Дж.Грегори и особенно Ньютона, который в своих первых исследованиях по теории рядов применил как неполную индукцию, так и интерполяции в духе Валлиса» (там же, с.155). Об индуктивном подходе Д.Валлиса пишет также А.Е.Малых в статье «Из истории биномиальной теоремы» («Ярославский педагогический вестник», 2010, № 3): «Близко подошел к открытию биномиального ряда профессор геометрии Оксфордского университета, один из основателей Лондонского Королевского общества (1663) Джон Валлис (1616-1703). В своем «Трактате по алгебре» (De algebra tractatus) он вплотную подошел к открытию биномиального ряда [11]. Основным пунктом исследования ученого было рассмотрение квадратур, соответствующих интегралам вида $\int (1-x^2)\, dx$ при целых положительных n. Используя интерполирование, он получил $\pi/4 = \int (1-x^2)^{1/2} dx$. Неполная математическая индукция привела его к обобщению результата на все дробные, а затем и отрицательные показатели степени» (Малых, 2010, с.28).

Индукция Исаака Барроу. Учитель Ньютона Исаак Барроу высказал идею о взаимно-обратной зависимости между интегрированием и дифференцированием, индуктивно основываясь на том, что если в ряде случаев можно определить путь, пройденный точкой, по времени и скорости ее движения, то можно решить и обратную задачу – по времени и пути определить скорость движения. Г.Вилейтнер в книге «История математики от Декарта до середины XIX столетия» (1960) констатирует: «В своих «Лекциях по оптике и геометрии» (1674) Барроу исходил из механических идей Галилея и Торричелли. Во главу исследования он поставил понятие движения и в одних случаях выводит путь, пройденный точкой, по времени и скорости ее движения, а в других по времени и пути выводит скорость движения. В такой форме у Барроу впервые были сопоставлены две взаимно обратные проблемы интегрирования и дифференцирования, причем для произвольных кривых, т.е., по-нашему, функций. Мы увидим, далее, как на этом фундаменте построил свое исчисление флюксий Ньютон» (Вилейтнер, 1960, с.114).

Индукция Исаака Ньютона. Ньютон открыл биномиальную формулу для дробных и отрицательных показателей степени, исходя из биномиальной формулы математика Дж.Валлиса для целых положительных показателей степени. Когда Ньютон ознакомился с данной формулой Валлиса, он поставил вопрос о ее распространении на случаи дробных и отрицательных показателей степени. Для этого ему пришлось рассмотреть большое количество частных случаев применения формулы Валлиса к дробным и отрицательным показателям степени. Бином Валлиса, относящийся к целым положительным показателям степени, имел меньшую степень общности по сравнению с биномом Ньютона, который включал в себя, в том числе, дробные и отрицательные показатели степени. Следовательно, бином Ньютона был открыт с помощью индуктивных рассуждений. Говоря о том, как Ньютон открыл указанный бином, Д.Пойа в книге «Математическое открытие» подчеркивает: «…Он опирался на примеры и аналогию. Мы могли бы сказать, что он исследовал этот вопрос как физик, «экспериментально» и «индуктивно» (Пойа, 1976). В книге С.И.Вавилова «Исаак Ньютон» (1989) имеется статья историка математики А.П.Юшкевича «Математика в рукописном наследии Исаака Ньютона». В этой статье А.П.Юшкевич пишет: «…По крайней мере, в молодые годы, т.е. в тот период, когда Ньютон закладывал базис всех или почти всех своих позднейших исследований, он, как и большинство его современников, совершенно не руководствовался античными идеалами и критериями математической строгости, о чем свидетельствуют применявшиеся им... необоснованные индуктивные приемы, например, при выводе биномиальной формулы» (С.И.Вавилов, 1989). А.Е.Малых в статье «Из истории биномиальной теоремы» («Ярославский педагогический вестник», 2010, № 3) еще раз дает нам возможность убедиться в важной роли индукции в исследованиях Ньютона. В частности, А.Е.Малых повествует о том, как Ньютон открыл свою биномиальную формулу: «…Ньютон указал, что к такому выводу его привело изучение работ Валлиса, который использовал интерполирование и аналогии, вычисляя площади фигур, связанных с окружностью и гиперболой. Ученый пояснил, что с помощью индукции, проведенной в духе Валлиса, он пришел к открытию мультипликативного правила составления биномиальных коэффициентов» (Малых, 2010, с.29).

Индукция Исаака Ньютона. Изобретение Ньютоном (1669) дифференциального и интегрального исчисления можно объяснить на основе индуктивного обобщения частных способов и методов данного исчисления, разработанных его предшественниками Виетом, Паскалем, Ферма, Кавальери, Валлисом, Кеплером, Грегори, Барроу и другими. Ньютон индуктивно опирался на: 1) метод проведения касательных к кривым, разработанный

Ферма, Грегори и Барроу, 2) теорию бесконечных рядов Валлиса, 3) теорию алгебраических уравнений Виета, 4) метод верхних и нижних интегральных сумм Архимеда, 4) метод бесконечно малого характеристического треугольника Архимеда-Паскаля, 5) правило вычисления неопределенного интеграла Валлиса, 6) идею Барроу о взаимно-обратной зависимости между дифференцированием и интегрированием. «Намек на метод флюксий, - признается Ньютон, - я получил из способа Ферма проведения касательных; применяя его к абстрактным уравнениям прямо и обратно, я сделал его общим. Мистер Грегори и доктор Барроу применяли и улучшали этот метод проведения касательных» (цит. по: С.И.Вавилов, «Исаак Ньютон», 1989). О том, что Паскаль, Грегори и Барроу вплотную подошли к изобретению дифференциального исчисления и что в их исследованиях уже содержались частные результаты этого исчисления, допускающие индуктивное обобщение, свидетельствует признание Г.Лейбница. Д.Я.Стройк в книге «Краткий очерк истории математики» приводит слова Лейбница: «…Глаза Паскаля были закрыты: ибо я тотчас же увидел, что эта теорема приложима вообще ко всем кривым, даже если бы перпендикуляры и не встречались в одном центре…» (Д.Я.Стройк, 1984). Лейбниц продолжает: «…В мои руки попала «Всеобщая геометрия» шотландца Грегори. Я увидел в ней то же самое искусство (хотя затемненное доказательствами на античный лад), и по тому же пути шел Барроу в своих «Лекциях», где я увидел набросок большей части моих теорем» (Стройк, 1984). С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» указывает: «…Паскаль разработал по существу все, что необходимо для построения дифференциального и интегрального исчисления в общем виде. Лейбниц, который делит с Ньютоном славу создателя этой теории, пишет, что когда по совету Гюйгенса он ознакомился с работами Паскаля, его «озарило новым светом», он удивился, насколько был близок Паскаль к построению общей теории и неожиданно остановился, будто «на его глазах была пелена» (Гиндикин, 2006, с.186). Об этом же говорит Э.Картан в статье «Роль Франции в развитии математики» (книга М.А.Акивиса и Б.А.Розенфельда в книге «Эли Картан» (Москва, МЦНМО, 2007): «Те же формулы исчисления бесконечно малых у Лейбница впервые появились в его замечаниях по поводу одной рукописи Паскаля, которая, по собственному выражению Лейбница, «внезапно озарила его» (Картан, 2007, с.298). Мы указали, что значительную помощь в разработке математического анализа Ньютону оказала теория бесконечных рядов Валлиса. Это подтверждается историком математики Д.Я.Стройком, который в книге «Краткий очерк истории математики» (1984) констатирует: «Открытие Ньютоном флюксий стоит в тесной связи с его изучением бесконечных рядов по «Арифметике» Валлиса. При этом Ньютон обобщил биномиальную теорему на случаи дробных и отрицательных показателей и таким образом открыл биномиальный ряд. Это в свою очередь значительно облегчило ему распространение его теории флюксий на «все» функции, будь они алгебраическими или трансцендентными» (Стройк, 1984, с.148). Об этом же пишет А.П.Юшкевич в книге «Математика 17 столетия» (1970): «Несомненно влияние «Арифметики бесконечных» на младших современников ее автора, как Дж.Грегори и особенно Ньютона, который в своих первых исследованиях по теории рядов применил как неполную индукцию, так и интерполяции в духе Валлиса…» (Юшкевич, 1970, с.155). Кроме исследований Валлиса, Ньютон опирался также на математические результаты своего учителя И.Барроу. Вспоминая о своих открытиях в области теории флюксий (дифференциального исчисления), сделанных в 1665 году, Ньютон писал: «В том же году я выяснил кое-что относительно метода моментов и флюксий. И вероятно, что лекции доктора Барроу могли навести меня на рассмотрение образования фигур с помощью движения, хотя я теперь и не помню этого» (Юшкевич, 1970, с.216). А вот что говорит историк науки В.И.Арнольд в книге «Гюйгенс, Барроу, Ньютон и Гук» (1989): «Интегрирование встречается уже у Архимеда, дифференцирование – у Паскаля и Ферма, связь между обеими операциями была известна Барроу. Что же сделал Ньютон в анализе? В чем его основное математическое открытие? Ньютон изобрел ряды Тейлора – основное орудие анализа» (Арнольд, 1989). Как мы знаем, Ньютон изобрел ряды Тейлора, индуктивно основываясь на частных случаях этих рядов, представленных в «Арифметике» Валлиса.

Индукция Исаака Ньютона. И.Ньютон пришел к мысли о разложимости всех функций в степенные ряды и о сходимости этих рядов, индуктивно базируясь на том, что ему удалось разложить в степенные ряды (ряды Тейлора) все элементарные функции – функции синуса, экспоненты, логарифма и т.д. Разлагая эти функции в степенные ряды, Ньютон заметил, что ряды сходятся как геометрическая прогрессия. В.И.Арнольд в книге «Гюйгенс, Барроу, Ньютон и Гук» (1989) отмечает: «Вот что было сделано на самом деле. Во-первых, Ньютон нашел разложения всех элементарных функций – синуса, экспоненты, логарифма и т.д. – в ряды Тейлора и таким образом убедился, что встречающиеся в анализе функции разлагаются в степенные ряды. Эти ряды – один из них так и называется формулой бинома Ньютона (показатель в этой формуле, разумеется, не обязательно натуральное число) – он выписал и постоянно их использовал. Ньютон справедливо считал, что все вычисления в анализе надо проводить не путем кратных дифференцирований, а с помощью разложений в степенные ряды» (Арнольд, 1989, с.32). «Что касается сходимости, - продолжает В.И.Арнольд, - то ряды эти сходятся настолько быстро, что Ньютон, хотя сходимости строго и не доказывал, в ней не сомневался. Он владел понятием сходимости и явно вычислял ряды для конкретных примеров с огромным числом знаков (в том же письме Лейбницу Ньютон пишет, что ему «просто стыдно признаться», с каким числом знаков он проделал эти вычисления). Он заметил, что его ряды сходятся как геометрическая прогрессия, и потому сомнений в сходимости его рядов у него не было» (там же, с.26).

«В истории человечества было немного людей, столь активных в самых различных областях духовной и практической жизни, как Лейбниц. Он занимался горным делом и юриспруденцией, техникой и философией, политикой и организацией научных академий и внес большой личный вклад чуть ли не во все естественные и общественные науки, не говоря уже о математике».

А.П.Юшкевич о Готфриде Лейбнице

Индукция Готфрида Лейбница. Лейбниц изобрел дифференциальное исчисление, также индуктивно обобщив частные случаи этого исчисления, полученные Паскалем, Грегори и Барроу. Особенную помощь в разработке нового исчисления Лейбницу оказал написанный Паскалем «Трактат о синусах четверти круга». Д.Я.Стройк в книге «Краткий очерк истории математики» (1984) указывает: «Лейбниц нашел свое новое исчисление между 1673 и 1676 гг. под личным влиянием Гюйгенса и в ходе изучения Декарта и Паскаля. Его подстегивало то, что он знал, что Ньютон обладал подобным методом» (Стройк, 1984, с.151). Как указывает А.П.Юшкевич в книге «Математика 17 столетия» (1970), «Трактат о синусах четверти круга» оказал значительное влияние на творчество Лейбница, который познакомился с ним по совету Гюйгенса в 1673 г.» (Юшкевич, 1970, с.191). Исходные посылки изобретения Лейбницем дифференциального исчисления хорошо описаны А.П.Юшкевичем в той же книге: «В только что цитированной переписке с Чирнгаузом 1678-1679 гг. Лейбниц довольно подробно и, так сказать, по свежим следам рассказал, как он пришел к дифференциальному и интегральному исчислению. Он указывает три главных источника своего открытия: 1) взятый у Паскаля и существенно обогащенный метод характеристического треугольника; 2) введенное Декартом и его последователями алгебраическое представление геометрических кривых и 3) открытия Валлиса и Меркатора в области бесконечных рядов вместе с собственными исследованиями о суммировании рядов при помощи порождающих их разностей» (Юшкевич, 1970, с.253). О том, что индуктивное обобщение частных случаев дифференциального исчисления, содержавшихся в работах Паскаля, привело Лейбница к указанному исчислению, свидетельствует Н.Бурбаки: «Благодаря счастливому случаю Лейбниц, когда он захотел приобщиться к современной ему математике, встретил Гюйгенса, который тотчас же дал ему сочинения Паскаля. Он был уже подготовлен к их восприятию своими размышлениями о комбинаторном анализе…» (Бурбаки, 2007, с.197).

Индукция Якоба Бернулли. Я.Бернулли (1703) открыл закон больших чисел, согласно которому совокупное действие большого числа случайных факторов приводит к результату, почти не зависящему от случая, индуктивно основываясь на анализе случайных событий, имеющих место в практике азартных игр. Самым простым примером проявления данной закономерности, о котором хорошо знал Я.Бернулли, является многократное подбрасывание монеты. Если число подбрасываний невелико, то орел может выпадать чаще, чем решка, или наоборот. Но если число испытаний становится большим, частота случаев выпадания орла становится равной частоте выпадания решки. Кроме того, на формулировку закона больших чисел повлияло письмо, которое Я.Бурнулли получил от Г.Лейбница. П.Бернстайн в книге «Против богов. Укрощение риска» (2000) пишет: «В 1703 году Готфрид фон Лейбниц в письме к швейцарскому математику Якобу Бернулли заметил, что «природа установила шаблоны, имеющие причиной повторяемость событий, но только в большинстве случаев». Это замечание подтолкнуло Бернулли к открытию закона больших чисел и разработке методов статистической выборки, получивших широкое применение в столь разных областях, как опросы общественного мнения, дегустация вин, управление складскими запасами и тестирование новых лекарств» (П.Бернстайн, 2000). Об индуктивном происхождении закона больших чисел Якова Бернулли пишет также С.Н.Бернштейн в статье «О работах П.Л.Чебышева по теории вероятностей» (сборник статей «Научное наследие П.Л.Чебышева», Москва-Ленинград, издательство Академии наук СССР, 1945, вып.1): «Как известно, теория вероятностей при своем зарождении была далека от общего движения наук о природе, и единственным экспериментом, на котором выросли и уточнились ее важнейшие понятия и основные принципы, были азартные игры. На этой почве Бернулли более 200 лет тому назад открыл свою знаменитую теорему, которая дает ключ к пониманию процесса возникновения массовых закономерностей из независимых индивидуальных случайностей и представляет первую точно доказанную, хотя и весьма частную формулировку закона больших чисел» (Бернштейн, 1945, с.43).

Индукция Джироламо Саккери. Известный итальянский математик Д.Саккери (18 век) сделал заключение о непротиворечивости геометрии, основанной на отказе от аксиомы Евклида о параллельности, индуктивно исходя из того, что логическое выведение множества следствий в такой геометрии ни разу не привело к результатам, обладающим признаком несоответствия (неадекватности). Н.Винер в автобиографическом очерке «Я - математик», представленном в книге «Творец и будущее» (2003), пишет: «В XVIII столетии итальянский математик Саккери потратил много усилий на исследование различных следствий, получающихся при отказе от аксиомы о параллельности, в надежде, что при этом он рано или поздно придет к какому-либо логическому противоречию. Саккери проделал интереснейшую работу и нашел множество новых форм аксиомы о параллельности, но все его усилия оказались тщетными. Чем более он старался найти противоречия среди следствий из отказа от этой аксиомы, тем более содержательной становилась совокупность фактов, получающаяся при таком отказе. Эта все возрастающая совокупность фактов постепенно приобретала характер геометрии, страшно причудливой по сравнению с обычной геометрией Евклида, но, тем не менее, внутренне нисколько не противоречивой» (Винер, 2003, с.342).

Индукция Николая Лобачевского. Н.Лобачевский (1824) пришел к идее о недоказуемости пятого постулата Евклида, индуктивно исходя из многочисленных безуспешных попыток доказать этот постулат, предпринимавшихся в разные времена разными учеными (Ламбертом, Клюгелем, Саккери). А.П.Норден в статье «Открытие Лобачевского и его место в истории новой геометрии» (сборник работ «Об основаниях геометрии», редактор – А.П.Норден, Москва, ГИТТЛ, 1956) пишет: «…Лобачевский присоединяется к общему мнению о том, что постулат Евклида требует проверки, и первоначально мыслит эту проверку в виде доказательства, которое и пытается построить. Однако в отличие от всех своих предшественников он очень скоро понял бесплодность этих попыток и встал на совершенно новый путь. «Напрасное старание со времен Евклида в продолжении двух тысяч лет заставляло меня подозревать, - пишет он в своем сочинении «Новые начала геометрии с полной теорией параллельных», - что в самих понятиях еще не заключается той истины, которую хотели доказывать и которую проверить, подобно другим физическим законам, могут лишь опыты» (Норден, 1956, с.14). Можно сказать, что Н.Лобачевский отталкивался от тех же исходных посылок, что и Д.Саккери: логическое выведение множества следствий в геометрии, в которой не используется аксиома Евклида о параллельности, ни разу не привело к результатам, обладающим признаком несоответствия (неадекватности). О том, что одним из первых безуспешную попытку доказать постулат Евклида о параллельности предпринял Саккери, пишет историк науки В.И.Купцов в книге «Философия и методология науки» (1996). В.И.Купцов отмечает: «Используя этот стандартный прием доказательства, Дж.Саккери стал развертывать систему следствий из своих предположений, стремясь обнаружить их противоречивость. Таким образом он вывел около 40 теорем неевклидовой геометрии, но противоречий не обнаружил» (В.И.Купцов, 1996).

Интересно, что если бы Лобачевский прочитал статью немецкого математика Ф.Миндинга, содержащую формулы тригонометрии геодезических треугольников на поверхностях постоянной отрицательной кривизны и опубликованную в 20-ом томе журнала Крелля за 1837 год, то русский математик смог бы доказать свою неевклидову геометрию. Дело в том, что формулы, представленные в статье Ф.Миндинга, аналогичны формулам геометрии Лобачевского. Другими словами, существует аналогия между этими формулами, и Лобачевский мог бы воспользоваться этой аналогией для обоснования основных теорем своей концепции. Однако эту аналогию провел только Эудженио Бельтрами (1868), причем, именно после сопоставления формул Ф.Миндинга и формул Лобачевского. Э.Р.Розендорн в статье «Поверхности отрицательной кривизны» («Итоги науки и техники», 1989, том 48) пишет: «…Миндинг [147] нашел ряд соотношений между сторонами и углами треугольников, образованных геодезическими линиями, обратив внимание на их аналогию с формулами сферической тригонометрии. Тот факт, что найденные им формулами равносильны тригонометрическим соотношениям на плоскости Лобачевского, остался тогда незамеченным, по-видимому, в силу неудачного стечения обстоятельств и общей неподготовленности подавляющего большинства математиков того времени к восприятию такой идеи. Историки предполагают, что Миндинг не интересовался проблематикой, связанной с неевклидовой геометрией, и что именно эти его работы лишь случайно не попали Н.И.Лобачевскому» (Розендорн, 1989, с.100-101). Об этом же говорит Б.Л.Лаптев в примечаниях к 1-му тому «Избранных трудов» Д.Гильберта (1998): «Миндинг вывел формулы тригонометрии геодезических треугольников на поверхностях постоянной отрицательной кривизны. Эти формулы совпадали с формулами геометрии Лобачевского… (…) Миндинг, по-видимому, не знал работ Лобачевского, не интересовался ими, хотя одна из них на французском языке появилась в том же журнале в 1837 г. (…) Лобачевский же по случайным причинам 20-й том журнала Крелля не брал из библиотеки для просмотра. Таким образом, сопоставление этих двух результатов при жизни Лобачевского не состоялось. Оно произошло через 28 лет благодаря Бельтрами» (Лаптев, 1998, с.559). Аналогия формул Миндинга и формул Лобачевского, позволившая Бельтрами найти обоснование теорем геометрии Лобачевского, - замечательный пример того, как аналогия рождает на свет доказательство математических утверждений, долгое время ускользавшее от ученых. Где же здесь дедукция, мощь и изящество которой описывал еще Декарт?

Индукция Даниила Бернулли. Д.Бернулли (1755) высказал идею о возможности представить любую функцию в виде тригонометрического ряда, индуктивно основываясь на том, что таким рядом можно изобразить уравнение колебания струны. А.П.Юшкевич в книге «Математика 18 столетия» (1972) констатирует: «Вспыхнувший между Даламбером и Эйлером спор вскоре осложнился выступлением Д.Бернулли, который предложил, исходя из физических соображений и принципа колебаний, общее решение задачи в виде тригонометрического ряда (1755). Д.Бернулли утверждал, что любая плоская кривая может быть выражена рядом по синусам, с чем не согласились ни Даламбер, ни Эйлер» (Юшкевич, 1972, с.252). «Общее решение уравнения колебания струны, - поясняет А.П.Юшкевич, - Д.Бернулли представил в виде тригонометрического ряда с неопределенными коэффициентами…» (там же, с.417). «Д.Бернулли, - подчеркивает Юшкевич, - исходил при этом из физических соображений, именно из того факта, что звук, издаваемый струной, состоит из главного тона и бесчисленного множества более слабых обертонов. Но каждому тону струны, как показывало еще исследование Б.Тейлора, соответствует форма струны в виде синусоида…» (там же, с.417). «Д.Бернулли, - подчеркивает Юшкевич, - был убежден, что тригонометрическим рядом можно изобразить любую связную кривую и соответствующую ей функцию» (там же, с.417).

Индукция Иоганна Бернулли и Леонарда Эйлера. Вариационное исчисление, построенное И.Бернулли и Л.Эйлером (его учеником), индуктивно выросло из конкретной задачи о брахистохроне, то есть задачи определения траектории движения материальной точки в поле силы тяжести. В.М.Тихомиров в статье «Конкретные задачи и общая теория экстремума» (сборник статей «Оптимальное управление и дифференциальные игры», Труды института математики и механики УРО РАН, том 10, № 2, Екатеринбург, 2004) указывает: «Вариационное исчисление, как было сказано, родилось «из брахистохроны» - задачи, к решению которой И.Бернулли «приглашал» современных ему математиков. Решение (помимо самого Иоганна) представили его брат Якоб, ученик Иоганна Лопиталь, а также праотцы всей современной математики Ньютон и Лейбниц. В этих решениях были зерна тех идей, которые питали и питают теорию экстремума от самых истоков до наших дней. Иоганн Бернулли решил задачу, базируясь на оптико-механической аналогии, которая вдохновила Гамильтона и Якоби на построение их теории…» (Тихомиров, 2004, с.148). «Это произошло, - продолжает В.М.Тихомиров, - в 1696 г., когда Иоганн Бернулли поставил задачу о брахистохроне, в которой аргументом был бесконечномерный объект – гладкие кривые, соединяющие две заданные точки плоскости. Впоследствии И.Бернулли поставил перед своим студентом Л.Эйлером проблему найти общий подход к задачам типа брахистохроны» (там же, с.144).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер доказал теорему Ферма о сравнении $a^n \equiv 1(\mathrm{mod}\ p)$ индуктивным путем. Г.Вилейтнер в книге «История математики от Декарта до середины XIX столетия» (1960), выделяя основные причины обращения Л.Эйлера к теории чисел, отмечает: «Мощным побудительным стимулом явилась для него так называемая теорема Ферма о сравнении $a^n \equiv 1(\mathrm{mod}\ p)$, значение которой он оценил сразу. Эйлеру принадлежат два доказательства этой теоремы, покоящихся на разных основаниях. Первое [1736 (1741)] использовало тот факт, что все биномиальные коэффициенты, соответствующие показателю степени p, делятся на p, и было проведено с помощью индукции» (Вилейтнер, 1960, с.77). Примечательно, что Л.Эйлер предпринимал попытки доказать при помощи индукции и основную теорему алгебры (теорему о разложимости многочлена на множители). Хотя его доказательство осталось незавершенным, важно, что индукция содержалась в нем в качестве неотъемлемого звена. А.Даан-Дальмедико и Ж.Пейффер в книге «Пути и лабиринты. Очерки по истории математики» (1986) пишут о том, как Эйлер наметил схему доказательства основной теоремы алгебры: «Алгебраическая часть доказательства заключается в том, что уравнение произвольной степени n сводится к уравнению нечетной степени. Для этого Эйлер записывает степень n многочлена P (x) в виде 2^n q, где q нечетно, и далее проводит индукцию по убывающим n, ибо при n=0 результат считается верным. Его идея состоит в том, чтобы разложить многочлен P на два множителя P1, P2 степеней 2^{n-1q}, что и позволит сделать нужный вывод, однако доказательство лишь намечено» (Даан-Дальмедико, Пейффер, 1986, с.349). Об этом же индуктивном доказательстве малой теоремы Ферма, реализованном Эйлером, говорит Е.П.Ожигова в книге «Развитие теории чисел в России» (1972): «Первое доказательство теоремы Ферма Эйлер дает в статье [6], исходя из рассмотрения частных случаев a=2, a=3. Сначала он показывает, что если p – простое нечетное число, то 2^{p-1} всегда делится на p. Это следует из вида коэффициентов разложения $(1+1)^p$. Точно так же доказывается утверждение, что 3^{p-1} всегда делится на простое p, не равное 3. Затем Эйлер доказывает, что если разность a^p – a делится на p, то отсюда следует, что и разность $(a+1)^p$ - (a+1) делится на p. Таким образом, полной математической индукцией доказана теорема: разность a^p – a делится на p» (Ожигова, 1972, с.21).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер обобщил малую теорему Ферма на случай, когда модуль не будет простым. А.Даан-Дальмедико и Ж.Пейффер в книге «Пути и лабиринты» (Москва, «Мир», 1986) отмечают: «Идеи и открытия Ферма в области теории чисел не оказали большого влияния на математику его времени. Но велико было их влияние на последующие поколения математиков. Особый интерес к этим исследованиям проявил Эйлер. Он доказал малую теорему Ферма и обобщил ее на случай, когда модуль не будет простым» (Даан-Дальмедико, Пейффер, 1986, с.157).

Индукция Леонарда Эйлера. Хотя основателем математической теории графов признается Якоб Штейнер, у истоков этого раздела математики стоял и Л.Эйлер, который, занимаясь проблемой кенигсбергских мостов, индуктивно обобщил результаты решения данной проблемы, что и привело к возникновению теории графов. Ф.Харари в книге «Теория графов» (Москва, «Мир», 1973) пишет: «Отцом теории графов (так же как и топологии) является Эйлер (1707-1782), решивший в 1736 г. широко известную в то время задачу, называвшуюся проблемой кенигсбергских мостов. В городе Кенигсберге было два острова, соединенных семью мостами с берегами реки Преголя и друг с другом так, как показано на рис.1.1. (для знакомства с рисунком мы отсылаем читателя к книге Ф.Харари – Н.Н.Б.). Задача состояла в следующем: найти маршрут прохождения всех четырех частей суши, который начинался бы с любой из них, кончался бы на этой же части и ровно один раз проходил по каждому мосту» (Харари, 1973, с.13). «Отправляясь от этого частного случая, - продолжает Ф.Харари, - Эйлер обобщил постановку задачи и нашел критерии существования обхода (специального маршрута) у данного графа, а именно граф должен быть связным и каждая его вершина должна быть инцидентна четному числу ребер» (там же, с.14).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер (1750) нашел формулу, свызывающую число вершин выпуклого многогранника V с числом его ребер E и числом граней F, индуктивно основываясь на анализе таблицы, которую он составил, включив в нее значения величин V, E и F для конкретных многогранников. При этом он обнаружил закономерность, выражаемую формулой V-E+F=2. Эта формула оказалась первым результатом топологии – науки, которая сформировалась во времена А.Пуанкаре. В.Вавилов в статье «Капризная формула» (электронный информационный спутник газеты «Математика», № 11, 1-31 марта 2007 г.) пишет об открытии Эйлера: «Для любого выпуклого многогранника V-E+F=2, где V – число вершин, E – число ребер и F – число граней многогранника. Его работа началась с того, что он составил довольно большую таблицу, в которую выписал значения величин V, E, F для конкретных многогранников (мы ограничимся здесь только таблицей для пяти правильных многогранников, из которой видно, что нужное соотношение выполнено).

Острая наблюдательность позволила Л.Эйлеру в этом массиве чисел обнаружить отмеченную закономерность. В 1751 г. он дал доказательство этой формулы для выпуклых многогранников» (Вавилов, 2007, с.39). В этой же статье В.Вавилов подчеркивает, что Эйлер открыл описанную формулу благодаря числовому эксперименту (а значит, благодаря индукции): «Формула Эйлера является одной из великолепных математических жемчужин. Ее применения разнообразны в самых неожиданных областях и могут составить отдельную книгу в серии «Из жизни замечательных идей». Само открытие формулы покоилось на чистом эксперименте, затем уже были даны различные доказательства самой формулы и ее обобщений (Эйлер, Лежандр, Пуансо, Коши, Люилье, Гессель, Пуанкаре)» (Вавилов, 2007, с.42). Об этой же индукции Эйлера говорит Ю.П.Петров в книге «Лекции по истории прикладной математики» (2001). Имея в виду открытую Эйлером формулу V-E+F=2, Ю.П.Петров отмечает: «Зная методы работы Эйлера (а именно он из всех математиков писал о своих методах наиболее откровенно), нетрудно восстановить тот путь, которым Л.Эйлер пришел к формуле (1). Он начал с подсчета числа вершин, граней и ребер у конкретных многогранников (т.е. он начинал с «конкретного эксперимента»; между прочим, это и есть тот пункт, с которого начинается большинство математических открытий). Экспериментируя с конкретными многогранниками, Л.Эйлер мог составить, например, следующую таблицу:

Многогранники	Г	В	Р
Трехгранная пирамида	4	4	6
Четырехгранная пирамида	5	5	8
Трехгранная призма	5	6	9
Куб	6	8	12
Октаэдр	3	6	12
Икосаэдр	20	12	30
Додэкаэдр	12	20	30

Внимательно рассматривая подобные таблицы, он подметил соотношение (1). Это – обычный путь естествоиспытателя: от конкретного эксперимента – к обобщению» (Петров, 2001, с.142).

Индукция Леонарда Эйлера. Недавно американский математик Эндрю Уайлс (1995) дал полное доказательство Великой теоремы Ферма. Этот результат был удостоен премии Вольфа, присуждаемой математикам за решение значимых математических проблем (денежный эквивалент премии составляет 100 тыс. долларов США). Однако задолго до Э.Уайлса великий Эйлер (1753) доказал указанную теорему Ферма для частного случая n=3. Он провел доказательство методом бесконечного спуска, заимствованным у Ферма. Г.Эдвардс в книге «Последняя теорема Ферма» (1980) пишет о доказательстве Эйлера: «В своем доказательстве Последней теоремы Ферма при n = 3 Эйлер применяет принадлежащий Ферма метод бесконечного спуска. Он показывает, что если можно найти положительные целые числа x, y, z, удовлетворяющие уравнению $x^3 + y^3 = z^3$, то существуют меньшие положительные целые с тем же свойством; таким образом, в случае разрешимости этого уравнения можно было бы найти убывающую бесконечную последовательность таких троек целых положительных чисел. Ясно, что такой последовательности не существует. Следовательно, нельзя найти таких чисел x, y, z» (Г.Эдвардс, 1980). Повторим, что метод бесконечного спуска является разновидностью принципа математической индукции. Снова приведем высказывания специалистов на этот счет. Джон Стиллвелл в книге «Математика и ее история» (2004) указывает: «Логический принцип, включенный в метод спуска Ферма, конечно, тот же самый, что и принцип, на котором основана математическая индукция: любое множество натуральных чисел имеет наименьший член» (Стиллвелл, 2004, с.204). Н.Н.Непейвода в книге «Прикладная логика» (1997) придерживается аналогичной точки зрения: «Еще одна переформулировка метода математической индукции была известна еще древним грекам, хотя явно сформулировали ее лишь в XVII веке. Это метод бесконечного спуска» (Непейвода, 1997, с.146). В книге В.Н.Молодшего «Очерки по вопросам обоснования математики» (1958), в примечаниях подчеркивается: «Известно, что Ферма при доказательстве теорем часто пользовался методом бесконечного спуска, по своему существу эквивалентным методу полной математической индукции» (Молодший, 1958, с.107).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер разработал новый метод определения простоты или сложности числа, индуктивно исходя из обнаружения факта неединственности представления суммой квадратов сложных чисел и единственности представления простых чисел. А.О.Гельфонд в статье «Роль работ Л.Эйлера в развитии теории чисел» (сборник статей «Леонард Эйлер», Москва, изд-во Академии наук СССР, редакторы – М.А.Лаврентьев, А.П.Юшкевич, А.Т.Григорьян, 1958) отмечает: «Неединственность представления суммой квадратов сложных чисел и единственность представления простых натолкнула Эйлера на новый метод определения простоты или сложности числа. Действительно, имея в распоряжении таблицу квадратов натуральных чисел, мы можем определить по этой таблице, сколько раз разность $N-x^2$ будет точным квадратом, и если только для одного $x < \sqrt{N/2}$ она встретится в таблице, утверждать, что N – простое. Такой метод определения простоты числа естественно неизмеримо проще, чем метод последовательных делений числа N на простые до $\sqrt{N}$» (Гельфонд, 1958, с.86).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер высказал предположение, что число 1848 является последним удобным числом, индуктивно основываясь на следующих эмпирических наблюдениях. А.О.Гельфонд в статье «Роль работ Л.Эйлера в развитии теории чисел» (сборник статей «Леонард Эйлер», 1958) пишет: «Число n будет удобное, если для каждого, взаимно простого с n, целого числа x, меньшего $\sqrt{3n}$, сумма $n+x^2$ будет или простое или удвоенное простое, или квадрат простого числа, или, наконец, степень числа 2. Опираясь на этот критерий удобности n, Эйлер нашел 65 удобных чисел, наибольшее из которых 1848. Продолжая свои попытки найти большее, чем 1848, удобные числа, доведя их до значений n, больших 10000, Эйлер не обнаружил новых удобных чисел и высказал предположение, что 1848 – последнее удобное число. Дальнейшие поиски удобных чисел, предпринятые Гауссом, также не дали положительных результатов, но строгое доказательство предположения Эйлера не найдено до настоящего времени. Исследования Эйлера, посвященные вопросам представления чисел значениями квадратичных форм и виду простых делителей, послужили фундаментом для созданной впоследствии Гауссом общей теории квадратичных форм» (Гельфонд, 1958, с.87).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер (1764) индуктивным (эмпирическим) путем нашел степенные ряды для решения уравнений более чем с тремя членами. Этот результат Эйлер получил после того, как Иоганн Ламберт (1764) сообщил ему о своих методах решения трехчленных уравнений вида ax^{x+bx} в степени $\lambda = d$ при помощи рядов, получивших название рядов Ламберта. Г.Вилейтнер в книге «История математики от Декарта до середины XIX столетия» (1960) пишет о том, как Эйлер воспринял два разработанных Ламбертом метода решения трехчленных уравнений вида ax^{x+bx} в степени $\lambda = d$ при помощи «ряда Ламберта»: «Эйлер, которому Ламберт по приезде в Берлин в 1764 сообщил о своей работе, тотчас же сделал из нее отправной пункт новых изысканий. Полуиндуктивным способом он нашел ряды для решения уравнений более чем с тремя и даже с любым числом членов; впрочем, о сходимости, этих рядов он по обыкновению не заботился…» (Вилейтнер, 1960, с.66).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер (1770) разработал метод интегрирующего множителя для уравнений n-го порядка (уравнений произвольной степени), индуктивно исходя из фактов эффективности данного метода при решении уравнений первой и второй степени. А.П.Юшкевич в книге «Математика XVIII столетия» (1972) констатирует: «Систематическую разработку метода интегрирующего множителя предприняли Эйлер и, независимо, но в меньшем объеме, Клеро. С наибольшей полнотой этот метод Эйлер изложил в «Интегральном исчислении». Отыскание множителя для уравнения первого порядка приводит к уравнению в частных производных и в соответствии с этой трудностью Эйлер главное внимание сосредоточил на установлении классов уравнений, обладающих множителем заданного вида. В первом томе вопрос исследуется для уравнений первого порядка, во втором метод распространяется на некоторые случаи уравнений второго порядка и, наконец, в третьем обобщается на уравнения n-го порядка» (Юшкевич, 1972, с.375). Об этом же говорит В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (Киев, 1974): «В применении метода интегрирующего множителя для уравнений первого порядка существенное участие принимали Ник. II Бернулли (1720), А.Клеро (1739 и след.) и Л.Эйлер (с 1732). Большой заслугой Эйлера было установление ряда классов дифференциальных уравнений, обладающих множителем заданного вида. Он же распространил метод интегрирующего множителя на уравнения высших порядков (1770)» (Добровольский, 1974, с.14). Тот же вопрос рассматривает Г.Вилейтнер в книге «История математики от Декарта до середины XIX столетия» (1960), в которой отмечает: «В третьем томе «Оснований интегрального исчисления» (1770) Эйлер распространил понятие интегрирующего множителя на уравнения n-го порядка» (Вилейтнер, 1960, с.174).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер разработал общий метод понижения на единицу порядка линейных дифференциальных уравнений высших порядков, индуктивно основываясь на том, что в 1732 году ему удалось понизить на единицу порядок некоторых однородных уравнений с помощью подстановки показательной функции. В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (Киев, 1974) пишет: «Особенно большой вклад в этом отношении сделал Эйлер. Он обогатил теорию дифференциальных уравнений рядом первоклассных открытий. Так, уже в 1732 г. он предложил метод понижения на единицу порядка некоторых однородных уравнений с помощью подстановки показательной функции. Позже этот прием привел Эйлера к общему методу, который применим для интегрирования линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами» (Добровольский, 1974, с.13).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер получил важные результаты в динамике твердого тела благодаря тому, что индуктивно перенес в нее методы и соотношения сферической тригонометрии. Данная индукция Эйлера весьма похожа на аналогию. Л.Н.Сретенский в статье «Динамика твердого тела в работах Эйлера» (сборник статей «Леонард Эйлер», Москва, издательство Академии наук СССР, 1958) отмечает: «Во всех своих исследованиях по динамике твердого тела Эйлер широко пользовался методами и соотношениями сферической тригонометрии, сводя изучаемую задачу о соотношениях между различными углами пространственной фигуры к решению сферических треугольников, образуемых на сфере единичного радиуса пересечениями плоскостей и различных прямых с этой сферой. Как говорит сам Эйлер, таким путем устраняется необходимость изучения сложных пространственных чертежей» (Сретенский, 1958, с.213).

Индукция Леонарда Эйлера. Л.Эйлер (1774) установил важную теорему будущей математической теории конечных групп, согласно которой порядок подгруппы есть делитель порядка группы, индуктивно основываясь на частном случае этой теоремы, с которым он столкнулся в ходе исследования первообразных корней дифференциального исчисления. А.П.Юшкевич в книге «Математика XVIII столетия» (1972) констатирует: «…Эйлер определил понятие первообразного корня (ввел и самый этот термин), предложил первое доказательство существования его для каждого простого числа, содержащее, однако, существенные пробелы, установил число первообразных корней и дал их важные приложения. Показав, что k делит p – 1, Эйлер на частном примере установил основной факт будущей теории конечных групп: порядок подгруппы есть делитель порядка группы» (Юшкевич, 1972, с.104). А.И.Маркушевич в статье «Основные понятия математического анализа и теории функций в трудах Эйлера» (сборник статей «Леонард Эйлер», Москва, издательство Академии наук СССР, 1958) дает замечательную характеристику индуктивного ума Эйлера: «Когда в наше время говорят об основных понятиях какой-либо математической дисциплины, то обычно представляют эту дисциплину как дедуктивную систему, логически развиваемую из некоторой исходной системы основных понятий, отношений и предложений (аксиом). Ясно, что подобный подход к творчеству Эйлера был бы антиисторическим. В действительности, основные математические понятия в творчестве Эйлера, являвшегося одним из величайших математиков-естествоиспытателей, должны рассматриваться по аналогии с основными понятиями естествознания» (Маркушевич, 1958, с.98).

Индукция Симона Люилье. Французский математик Симон Люилье открыл формулу, аналогичную формуле Эйлера и также свызывающую число вершин выпуклого многогранника V с числом его ребер E и числом граней F, но имеющую вид: V-E+F=4, индуктивно исходя из результатов рассмотрения минералогической коллекции своего друга Пикте. В этой коллекции Люилье нашел многогранник, для которого формула Эйлера V-E+F=2 не верна. Этим многогранником был черный кристалл сернистого свинца, который просвечивал внутри прозрачного кристалла полевого шпата. В.Вавилов в статье «Капризная формула» (электронный информационный спутник газеты «Математика», № 11, 1-31 марта 2007 г.) указывает: «Как отмечал Люилье, свое открытие он сделал, рассматривая минералогическую коллекцию своего друга, в которой заметил двойной кристалл, где внутренний кристалл был непрозрачным, а внешний пропускал свет (например, это мог быть кубик сернистого свинца внутри кристалла полевого шпата). Для «полого куба» имеем: V=16, E=24, F=12 и V-E+F=4!» (Вавилов, 2007, с.40). Об этом же пишет Ю.П.Петров в книге «Лекции по истории прикладной математики» (2001). Имея в виду доказательство формулы Эйлера для выпуклого многогранника, данное Огюстеном Коши в 1811 году (по данным других историков – в 1813 году), Ю.П.Петров говорит: «Однако в 1811 году ни Коши, ни его современники, читавшие и обсуждавшие его доказательство, еще не видели своим умственным взором, что существуют другие многогранники, для которых теорема Эйлера уже не верна. Впервые это увидел Люилье, причем увидел не в переносном смысле, не в своем воображении, а увидел реально, своими глазами, в минералогической коллекции своего друга Пикте, где черный кристалл сернистого свинца просвечивал внутри прозрачного кристалла полевого шпата» (Петров, 2001, с.156). История открытия С.Люилье как нельзя лучше подтверждает слова известного американского математика Мартина Гарднер, который в книге «Есть идея!» (1982) подчеркивает: «Математическая индукция – неоценимое средство исследования почти во всех разделах математики» (Гарднер, 1982, с.167).

Индукция Христиана Гольдбаха. Немецкий математик, друг Эйлера, Х.Гольдбах (1742) сформулировал гипотезу о том, что любое четное число больше двух можно представить в виде суммы двух простых чисел, индуктивно обобщив соответствующий эмпирический материал. Г.Чейтин в статье «Пределы доказуемости» (журнал «В мире науки», 2006, № 6) отмечает: «…Математике не чужды эксперименты. Например, еще в 1742 г. Кристиан Гольдбах опытным путем пришел к предположению, что любое четное число больше двух можно представить в виде суммы двух простых чисел» (Чейтин, 2006, с.45).

Индукция Эдварда Варинга и Карла Якоби. Английский математик Эдвард Варинг (1770) высказал гипотезу о том, что всякое натуральное число есть сумма девяти кубов, индуктивно исходя из отдельных числовых примеров, подтверждающих эту гипотезу. Позже Карл Якоби предпринял определенные усилия для более широкой индуктивной проверки предположения Варинга. Е.П.Ожигова в книге «Шарль Эрмит» (1982) пишет: «Эрмит напоминал, что Якоби, желая узнать, верно ли, что всякое натуральное число есть сумма девяти кубов, следуя предположению, высказанному Варингом, построил с помощью искусного вычислителя таблицы, дававшие все разложения целых чисел на сумму кубов до числа 12000. Эрмит говорил также о значении наблюдения и в самих процессах доказательства математических теорем» (Ожигова, 1982, с.34).

Индукция Жозефа Луи Лагранжа. Ж.Л.Лагранж (1750) пришел к выводу о невозможности решения алгебраического уравнения высокой степени через корни уравнения более низкой степени, индуктивно основываясь на следующем факте. Э.Т.Белл в книге «Творцы математики» (1979) отмечает: «Исследования Лагранжа указывают еще на один значительный факт. Для степеней 2, 3 и 4 общее алгебраическое уравнение решается путем представления решения через корни уравнения более низкой степени, чем рассматриваемое. Этот способ прекрасно и единообразно применим к уравнениям второй, третьей и четвертой степеней, но, когда пытаешься точно так же поступить при решении общего уравнения пятой степени… то разрешающее уравнение (резольвента), вместо того, чтобы иметь степень, меньшую пяти, имеет шестую степень. Таким образом, данное уравнение в этом случае заменяется более трудным. Метод, который работает для степеней 2, 3 и 4, отказывает для степени 5, и пока нет пути, обходящего непрошеное уравнение шестой степени, дорога блокирована. Дальше мы увидим, что способа обойти трудности не существует» (Белл, 1979, с.137). Об этом же говорит И.Депман в книге «Рассказы о старой и новой алгебре» (1967): «Знаменитый французский математик Лагранж в 1750 году установил, что приемы, которые для уравнений второй, третьей и четвертой степени понижали степень решаемого уравнения, для уравнения пятой и дальнейших степеней дают не понижение, а повышение степени» (Депман, 1967, с.92). Аналогичную трактовку можно найти в статье Н.Г.Чеботарева «О значении работ Лагранжа по теории чисел и алгебре» (журнал «Успехи математических наук», 1936, вып.2), в которой указывается: «Лагранж убедился эмпирически, но не мог доказать, что при $\mu \geq 5$ нельзя построить рациональной функции от корней, которая удовлетворяла бы уравнению более низкой, чем μ степени. Этот факт, переведенный на язык теории групп, носит название теоремы Бертрана и выражается так: при $\mu \geq 5$ симметрическая группа степени μ не имеет подгрупп индексов, лежащих между 2 и μ. Эта теорема была впервые высказана и доказана для $\mu=5$ Руффини, который дал первое доказательство невозможности решения уравнений в радикалах» (Чеботарев, 1936, с.25).

Индукция Жозефа Луи Лагранжа. Ж.Л.Лагранж методом бесконечного спуска (а этот метод, как мы уже отмечали, является разновидностью индукции) доказал одну из теоретико-вероятностных теорем. Е.П.Ожигова в книге «Развитие теории чисел в России» (Ленинград, «Наука», 1972) пишет: «…Методом бесконечного спуска Лагранж доказал теорему 1: если сумма четырех квадратов $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = N$ делится на простое число $p>\sqrt{N}$, то это число есть сумма четырех квадратов. Эта теорема аналогична теореме о делителях суммы двух квадратов, доказанной и использованной Эйлером при доказательстве теоремы о двух квадратах» (Ожигова, 1972, с.31).

Индукция Жозефа Луи Лагранжа. Ж.Л.Лагранж обобщил теорему Л.Эйлера, согласно которой если задано простое число p, то всегда можно найти число N, равное сумме трех целых квадратов, не делящихся на p, один из которых равен единице, такое, что N делится на p. Е.П.Ожигова в книге «Развитие теории чисел в России» (1972) повествует: «Теорема 2 Лагранжа гласила: если A – простое нечетное число, а числа B и C – целые положительные или отрицательные, не делящиеся на A, то существуют такие целые числа p и q, что p^2-Bq^2-c делится на A. Это было обобщение теоремы Эйлера: если задано простое число p, то всегда можно найти число N, равное сумме трех целых квадратов, не делящихся на p, один из которых равен единице, такое, что N делится на p [26, стр.229]» (Ожигова, 1972, с.31). Здесь [26] – работа Л.Эйлера (1760).

Индукция Жозефа Луи Лагранжа. Ж.Л.Лагранж (1772) пришел к выводу о разложении функций многих переменных в ряд Тэйлора, индуктивно исходя из разложимости в ряд Тэйлора функций одной переменной. А.П.Юшкевич в книге «Математика XVIII столетия» (1972) указывает: «Важным вкладом в общую теорию явилось обобщение на функции многих переменных ряда Тэйлора, данное Лагранжем в уже упоминавшейся работе «О новом роде исчисления» (1772)…» (Юшкевич, 1972, с.343).

Индукция Жозефа Луи Лагранжа. Ж.Л.Лагранж пришел к идее о применении знаменитого правила множителей при отыскании условного экстремума функции произвольного числа переменных, индуктивно исходя из фактов эффективности данного правила множителей при решении задач вариационного исчисления. Другими словами, проанализировав большой эмпирический материал, Лагранж осознал необходимость переноса правила множителей из вариационного исчисления в область отыскания условного экстремума функции с различным числом переменных. Ю.П.Петров в книге «Лекции по истории прикладной математики» (2001) пишет: «Любопытно отметить, что первоначально знаменитое «правило множителей Лагранжа» было сформулировано именно для вариационных задач, и лишь 9 лет спустя, в «Теории аналитических функций» Лагранж формулирует его для задачи отыскания условного экстремума функции n переменных…» (Петров, 2001, с.185). Укажем, что лауреат Нобелевской премии по экономике за 1975 год Леонид Канторович разработал эффективный математический аппарат теории оптимального производственного планирования, из которой впоследствии вырос целый раздел современной математики – линейное программирование, когда по аналогии перенес в указанную теорию разрешающие множители Лагранжа, обобщенные для решения нерегулярных задач.

Индукция Иоганна Пфаффа. Немецкий математик Иоганн Пфафф (1818) индуктивно обобщил на случай функций многих переменных метод Л.Лагранжа, который для линейных уравнений указал замечательную зависимость между интегрированием уравнений в частных производных и интегрированием некоторых систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Е.П.Ожигова в книге «Александр Николаевич Коркин» (Ленинград, «Наука», 1968) описывает индукцию И.Пфаффа: «Начало общих исследований по теории дифференциальных уравнений в частных производных было положено Лагранжем [67] - [71]. Для линейных уравнений он указал замечательную зависимость между интегрированием уравнений в частных производных и интегрированием некоторых систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа на случай функций многих переменных обобщил Пфафф [72]» (Ожигова, 1968, с.66). Здесь [72] – исследование И.Пфаффа (1818).

Индукция Пьера Лапласа. П.Лаплас (1812) обобщил на несимметричный случай схемы Бернулли центральную предельную теорему теории вероятностей, сформулированную и доказанную А.Муавром (1730). Н.В.Лазакович, С.П.Сташуленок и О.Л.Яблонский в учебном пособии «Курс теории вероятностей» (Минск, 2003) пишут: «В 1912 г. вышел большой трактат П.Лапласа «Аналитическая теория вероятностей», в которой обобщалась теорема Муавра на несимметричный случай схемы Бернулли, и давались применения вероятностных методов к теории ошибок наблюдений» (Лазакович и др., 2003, с.7).

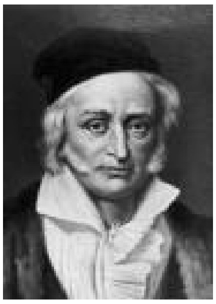
Индукция Симеона (Симона) Пуассона. С.Пуассон распространил на более общую ситуацию предельную теорему Бернулли (1713), а также теорему Муавра-Лапласа. Б.В.Гнеденко и А.Н.Колмогоров в книге «Предельные распределения для сумм независимых случайных величин» (Ленинград, «Гостехиздат», 1949) пишут: «К предельным теоремам Бернулли и Муавра-Лапласа естественно присоединить в качестве основных достижений теории вероятностей до Чебышева еще три предельные теоремы Пуассона, из которых одна обобщает теорему Бернулли, другая – теорему Муавра-Лапласа, а третья приводит к так называемому закону распределения Пуассона» (Гнеденко, Колмогоров, 1949, с.5). О том, что Пуассон обобщил предельную теорему Бернулли, можно догадаться на основании следующего текста из книги Г.Крамера «Математические методы статистики» (Москва, «Мир», 1975): «Таким образом, имеем следующее обобщение теоремы Бернулли, найденное Пуассоном: вероятность того, что частота благоприятных исходов υ/n отличается по модулю от среднего арифметического вероятностей pr, не меньше чем на ε, стремится к нулю при $n\to\infty$, как бы мало ни было ε» (Крамер, 1975, с.232).

Индукция Жана Батиста Фурье. Ж.Б.Фурье (1822) после Д.Бернулли пришел к идее о разложимости любой функции, описывающее произвольное физическое колебание, в совокупность простых синусоидальных составляющих, индуктивно исходя из частных примеров возможности такого разложения функций, которые он нашел в работах своих предшественников. Наиболее серьезным толчком для формулировки данной идеи послужили исследования Леонарда Эйлера (1798), который вывел формулы для вычисления коэффициентов тригонометрического ряда. Примечательно, что до Л.Эйлера эти же формулы получил А.Клеро (1757). Если предшественники Фурье пользовались методом разложения в тригонометрические ряды от случая к случаю, то сам Фурье, обобщив широкий эмпирический материал применения тригонометрических рядов, превратил этот метод в систему. Анатолий Карташкин в статье «Уйти, чтобы вернуться» (журнал «Техника-молодежи», 1984, с.10) пишет: «Был ли Жан Фурье первооткрывателем? Был ли он оригинален в идее замены функции тригонометрическим рядом? Теоретики науки сообщают, что формулы для вычисления коэффициентов ряда были известны еще великому Леонарду Эйлеру, который, по выражению Тибо, писал свои бессмертные произведения с ребенком на коленях и кошкой на спине. Эйлер дал их вывод путем почленного интегрирования в 1777 году, а опубликовал в 1798 году. Еще раньше, до петербургского математика, их указал Клеро (1757 год). Но тот и другой использовали их спорадически, от случая к случаю, а неуклонно нацеленный Фурье сделал их употребление системой. Тригонометрические ряды впервые ввел Эйлер – в 1748 году, но знаменем они стали только после Фурье» (А.Карташкин, 1984). В.П.Хавин в статье «Методы и структура коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 15) подчеркивает: «…Фурье преодолел психологический барьер, мешавший Эйлеру и его современникам поверить в разложимость «произвольных» функций в тригонометрический ряд. Фурье показал на примерах, что функция, определяемая разными «законами» на разных участках (например, кусочно-линейная функция) есть сумма «единого» тригонометрического ряда. И хотя строгого доказательства теорем сходимости оставалось ждать до 1829 г., прорыв, совершенный Фурье, оказался поистине революционным» (Хавин, 1987, с.103).

Индукция Гаспара Монжа. Великий французский математик Гаспар Монж (1760-е годы) заложил основы начертательной геометрии, индуктивно отталкиваясь от геометрического (проекционного) решения задачи построения и расположения фортификационных объектов таким образом, чтобы ничто не попадало под прямой огонь неприятеля. Эту задачу Монж решил, будучи учащимся Мезьерского военного училища. Э.Т.Белл в книге «Творцы математики» (1979) пишет о том, как Монж в студенческий период своей жизни занимался теорией фортификации: «Важной частью учебного курса являлась теория фортификации, задачей которой было спланировать работы так, чтобы ничто не попадало под прямой огонь неприятеля. Обычные вычисления при этом требовали огромного количества арифметических действий. Свое решение задачи такого типа Монж провел за один день. Оно было передано старшему офицеру на просмотр. Скептически относясь к тому, что кто-нибудь может решить задачу своевременно, офицер отказался проверить решение: «Я могу поверить в большие упрощения вычислений, но не в чудеса!» Монж настаивал на проверке, сказав, что он вообще не пользовался арифметикой. Его упорство победило: решение было проверено и найдено правильным. Так зародилась начертательная геометрия» (Белл, 1979, с.153).

Индукция Гаспара Монжа. Г.Монж (1781) построил геометрическую теорию конгруэнций, индуктивно основываясь на результатах математического решения задачи о наиболее рациональных путях перевозки из насыпи в выемку. Л.В.Канторович в статье «Об одной проблеме Монжа» («Записки научных семинаров ПОМИ», 2004, том 312) пишет: «…В мемуаре Монжа 1781 г. в связи с вопросом о наиболее рациональных путях перевозки из насыпи в выемку была поставлена следующая задача: разбить два равновеликих объема на бесконечно малые частицы и сопоставить их между собой так, чтобы сумма произведений длин путей на объем частиц была наименьшей. В связи с этим вопросом Монжем была создана геометрическая теория конгруэнций. Что касается самой данной задачи, то им была высказана, но не доказана строго, теорема о том, что пути перемещения масс образуют семейство нормалей к некоторому семейству поверхностей» (Канторович, 2004, с.16).

Индукция Гаспара Монжа. В геометрии 18-19 веков многие теоремы доказывались на основе принципа непрерывности. Одним из первых потенциал этого принципа как средства доказательства осознал Гаспар Монж. М.Клайн в книге «Математика. Утрата определенности» (1984) пишет: «…Принцип непрерывности не получил достаточно широкого распространения, пока Гаспар Монж (1746-1818), вдохнув в него новую жизнь, не применил этот принцип для доказательства теорем некоторых типов. Монж сначала доказывал общую теорему для особым образом расположенной фигуры, а затем утверждал, что теорема верна и в общем случае, хотя при переходе к общему положению некоторые элементы фигуры становились мнимыми. Так, для доказательства теоремы о кривой и прямой Монж сначала рассмотрел бы случай, когда кривая и прямая пересекаются, а затем стал бы утверждать, что доказанная теорема остается верной и в том случае, когда кривая и прямая не пересекаются, т.е. когда их точки пересечения становятся мнимыми» (Клайн, 1984, с.189). Как ни удивительно, принцип непрерывности содержит в себе элементы индукции, поэтому факты его использования Г.Монжем следует рассматривать как примеры индуктивного доказательства теорем. А.Даан-Дальмедико и Ж.Пейффер в книге «Пути и лабиринты» (1986) приводят отзыв О.Коши о принципе непрерывности, с которым тот выступил на одном из заседаний Парижской академии наук: «Этот принцип, строго говоря, является лишь смелой индукцией, при помощи которой теоремы, установленные вначале при некоторых ограничениях, распространяют на случаи, когда этих ограничений не существует» (Даан-Дальмедико, Пейффер, 1986, с.197). Чуть ниже мы увидим, что принципом непрерывности (своеобразным принципом индукции) широко пользовался создатель проективной геометрии В.Понселе.



«Частично загадка Гаусса объясняется непроизвольной поглощенностью математическими идеями, что само, конечно, требует объяснения. Юношей Гаусс был «охвачен» математикой. Разговаривая с друзьями, он внезапно на ходу замолкал, поглощенный не контролируемыми им мыслями, и останавливался, пристально глядя и забыв об окружающих».

Э.Т.Белл

Индукция Карла Гаусса. К.Гаусс (1801) открыл квадратичный закон взаимности, являющийся краеугольным камнем теории чисел, индуктивно основываясь на результатах исследования таблиц простых чисел, составленных им на заре своей творческой деятельности. Биографам Гаусса известно, что в свое время он составил огромные таблицы простых чисел (ему были известны все простые числа, меньшие пяти миллионов) и самостоятельно, путем внимательного их разглядывания, он и обнаружил указанный закон взаимности. Ф.Клейн в книге «Лекции о развитии математики в XIX столетии» (1937) пишет о том, как Гаусс открыл квадратичный закон взаимности: «Гаусс также нашел его сперва чисто индуктивным путем, исходя из наблюдений над числами, и только затем упорнейшим трудом добился дедуктивного доказательства. С этим характерным для Гаусса методом работы нам еще придется неоднократно встречаться» (Клейн, 1937, с.55). Об этой же индукции пишет Э.Т.Белл в книге «Творцы математики» (1979): «Еще в училище Гаусс начал те исследования по высшей арифметике, которые обессмертили его имя. Его необыкновенные вычислительные способности теперь сильно пригодились. Занявшись непосредственно самими числами, он экспериментировал с ними, открывал по индукции глубокомысленные общие теоремы, доказательства которых даже ему стоили усилий. Именно таким способом он переоткрыл «жемчужину арифметики» - «золотую теорему», к которой Эйлер также пришел индуктивно и которая известна как закон взаимности квадратичных вычетов» (Белл, 1979, с.183). Мы можем сказать, что Гаусс реализовал индукцию с фактором случая, поскольку он открыл указанную теорему, преследуя совсем другую цель – выяснить, сколько цифр содержится в периоде десятичной периодической дроби. «Началом всего исследования, - пишет Э.Т.Белл, - явился простой вопрос: сколько цифр содержится в периоде десятичной периодической дроби? Чтобы пролить на эту задачу некоторый свет, Гаусс вычислил десятичные представления для всех дробей вида 1/n при n от единицы до тысячи. Он нашел не то сокровище, которое искал, а нечто бесконечно большее – закон взаимности квадратичных вычетов» (там же, с.183). Трудно не процитировать К.Гаусса, который в книге «Труды по теории чисел» (Москва, издательство Академии наук СССР, 1959) сам признается в том, что индуктивно открывал различные факты в теории квадратичных вычетов: «Теория квадратичных вычетов может быть сведена к небольшому числу основных теорем, относящихся к прекраснейшим жемчужинам высшей арифметики, которые, как мы знаем, сначала легко получались индуктивным путем, а затем были доказаны различными способами, так что в этом отношении не остается уже желать ничего лучшего» (Гаусс, 1959, с.655).

Индукция Карла Гаусса. Открыв закон взаимности квадратичных вычетов, который он назвал золотой теоремой, Гаусс должен был доказать его. Гаусс нашел несколько доказательств этого закона, но первое доказательство базировалось именно на индуктивных рассуждениях (1796). С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (2001) пишет о том, как Гаусс доказал «золотую теорему»: «Наконец, 8 апреля 1796 г. он находит общее доказательство, которое Кронекер (1823-1891) очень метко назвал «пробой сил гауссова гения». Доказательство проводится двойной индукцией по a и q; Гауссу приходится придумывать существенно различные соображения для рассмотрения восьми (!) различных случаев» (Гиндикин, 2001, с.335). Б.Н.Делоне в статье «Работы Гаусса по теории чисел» (К.Гаусс, «Труды по теории чисел», 1959) дает аналогичное описание первого доказательства закона взаимности квадратичных вычетов: «Доказательство Гаусса основано на полной индукции. Кронекер справедливо называет это доказательство пробой сил гауссова гения. Наибольшую трудность представил для Гаусса тот пункт этого замечательного доказательства, в котором доказывается, что для любого простого числа *a* вида 8n+1, для которых a – квадратичный невычет. Эта лемма как раз и позволяет Гауссу провести полную индукцию» (Делоне, 1959, с.899). Наконец, приведем слова не кого-нибудь, а ученика Гаусса П.Г.Лежен Дирихле. В книге «Лекции по теории чисел» (1936) он пишет о предложенном Гауссом доказательстве указанной «золотой теоремы»: «Вследствие особой важности закона взаимности простых чисел проведем еще одно доказательство этой теоремы, а именно первое из шести доказательств, данных Гауссом. Сделать это будет кстати именно теперь, когда обобщение символа Лежандра дает возможность соединить вместе некоторые из восьми случаев, разобранных Гауссом, и таким образом, значительно сократить и упростить это доказательство. Сущность этого доказательства состоит в применении так называемой полной индукции…» (Дирихле, 1936, с.103).

Индукция Карла Гаусса. К.Гаусс (1805) открыл множество теорем в теории кубических и биквадратичных вычетов таким же индуктивным методом, каким он открывал и формулировал различные математические утверждения в теории квадратичных вычетов. К.Гаусс в книге «Труды по теории чисел» (Москва, издательство Академии наук СССР, 1959) сам говорит об этом: «…Когда я в 1805 г. начал исследовать теорию кубических и биквадратичных вычетов, - предмет намного более трудный, - меня постигла почти такая же судьба, как когда-то в теории квадратичных вычетов. Именно, теоремы, которые полностью исчерпывали рассматриваемые вопросы, и в которых проявляется замечательная аналогия с теоремами, касающимися квадратичных вычетов, сразу находились индуктивно, как только их искали на правильном пути…» (Гаусс, 1959, с.637). В другом месте той же книги К.Гаусс вновь указывает, как ему открывались теоремы в теории кубических и биквадратичных вычетов: «Как только мы вступаем в эту новую область, тотчас же обнаруживается подход к индуктивному нахождению весьма простых и исчерпывающих всю теорию теорем…» (там же, с.655).

Индукция Карла Гаусса. К.Гаусс открыл закон распределения вероятностей результатов измерений (закон распределения ошибок наблюдений), индуктивно основываясь на изучении того, как распределяются результаты геодезических измерений земной поверхности. Можно сказать, что открытый Гауссом закон, по аналогии с которым Д.Максвелл впоследствии сформулирует закон распределения молекул газа по скоростям, имеет своим источником геодезию. П.Бернстайн в книге «Против богов: укрощение риска» (2000) отмечает: «В 1816 году Гаусс получил приглашение руководить геодезическими съемками в Баварии и состыковать их результаты с такими же измерениями, уже выполненными в Дании и Северной Германии. Надо полагать, эта работа была малоинтересна для такого до корней волос теоретика, каким был Гаусс. Ему пришлось покинуть кабинет, работать на пересеченной местности, общаться с чиновниками и прочим людом, включая коллег, интеллектуальный уровень которых был ему неинтересен. Но работа затянулась до 1848 года, и опубликованные, в конце концов, результаты составили шестнадцать томов. Поскольку невозможно обмерить каждый квадратный дюйм земной поверхности, геодезическая съемка представляет собой замеры, выполняемые на заданном расстоянии друг от друга. Анализируя распределение результатов этих замеров, Гаусс заметил, что они имеют разброс, но когда число замеров растет, результаты группируются вокруг некоторой центральной точки. Этой центральной точкой является среднее значение всех результатов измерений, а сами результаты распределяются симметрично по обе стороны от среднего значения. Чем больше измерений выполнялось, тем больше прояснялась картина распределения результатов и тем больше она напоминала колоколообразную кривую, полученную де Муавром 83 годами раньше» (П.Бернстайн, 2000).

Индукция Карла Гаусса. К.Гаусс независимо от Лежандра (хотя и позже) открыл асимптотический закон распределения простых чисел $(x) \approx x / Ln$, индуктивно основываясь на результатах эмпирического анализа таблиц простых чисел, которые он сам же и составлял. А.П.Юшкевич в книге «Математика 18 столетия» (1972) пишет о результатах, полученных Гауссом после решения задачи о построении правильного 17-угольника с помощью циркуля и линейки: «…Удачное решение этой задачи побудило Гаусса посвятить себя математике. Через 10 дней после первого замечательного открытия Гаусс нашел доказательство вновь обнаруженного им квадратичного закона взаимности. В тот же год он индуктивно открыл закон распределения простых чисел: $(x) \approx x / Ln$ при $x = \infty$» (Юшкевич, 1972, с.122). В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25) пишет: «Отметим, что в наследии Гаусса, который просмотрел 3000000 первых чисел натурального ряда в поисках закономерностей в распределении простых, имеется асимптотическая формула X (Log X) $ax^{-R(Log\ Log)}$ в степени R-1 ((R-1)!) для числа целых чисел, меньших X и содержащих R простых множителей, обоснованная в 1900 г. Э.Ландау. Последняя отражает современную точку зрения» (Гурарий, 1988, с.125). Д.Дербишир в книге «Простая одержимость» (Москва, «Астрель», 2010) цитирует письмо Гаусса (1849) к немецкому астроному Йохану Францу Энке: «Одна из первых вещей, которые я сделал, состояла в том, что, обратив внимание на уменьшающуюся частоту, с которой появляются простые числа, я их вычислил в нескольких группах из тысячи чисел и бегло набросал результаты, листок с которыми прилагаю к письму. Я вскоре осознал, что при всех своих флуктуациях эта частота в среднем близка к величине, обратно пропорциональной логарифму…» (Дербишир, 2010, с.79).

Индукция Карла Гаусса. К.Гаусс развил ряд геометрических методов (например, метод конформного отображения), индуктивно основываясь на анализе частных случаев этих методов, содержавшихся в работах Л.Эйлера. Б.Н.Делоне в статье «Эйлер как геометр» (сборник статей «Леонард Эйлер», Москва, издательство Академии наук СССР, 1958) приводит слова В.Коммереля: «Слава и заслуги Гаусса не пострадают, если мы укажем на то, что ряд мыслей и методов, которые Гаусс так блестяще использовал в «Disquisitiones generales» (правда, частично лишь в специальной форме или лишь неполно формулированные), имеются уже у Эйлера, например, сферическое отображение, задание поверхности в параметрической форме, совпадение линейных элементов как условие наложимости, исследование геодезических линий при помощи рассмотрения угла, который они образуют с кривыми некоторого семейства линий на поверхности» (Делоне, 1958, с.180).

Индукция Карла Гаусса. К.Гаусс сформулировал ряд идей в области топологии, которая в его время еще не имела своего названия, индуктивно основываясь на анализе опытов М.Фарадея. С.П.Новиков в статье «Топология в XX веке: взгляд изнутри» (журнал «Успехи математических наук», 2004, том 59, выпуск 5 (359)) пишет: «…Гаусс пришел к ряду нетривиальных топологических наблюдений после анализа опытов Фарадея, где человечество впервые увидело электромагнитные явления. В частности, Гаусс открыл так называемое число зацепления двух замкнутых попарно непересекающихся кривых в трехмерном пространстве, не меняющихся при деформациях без пересечений. Именно Гаусс и поставил задачу о построении точной теории подобных свойств» (Новиков, 2004, с.5). Об отношении Гаусса к индукции как методу исследования свидетельствует следующее высказывание М.Каца и С.Улама, которые в книге «Математика и логика. Ретроспектива и перспектива» (1971) пишут: «Сам Гаусс, когда его спросили, как он пришел к некоторым своим общим идеям, ответил: «Путем планомерного экспериментирования на пальцах». Трудно переоценить наводящую роль примеров и указаний, содержащихся в частных случаях; они в большой мере определяют направления, которых придерживается математик в своих исследованиях» (Кац, Улам, 1971, с.195).

Индукция Карла Гаусса. К.Гаусс посредством математической индукции открыл способ приближенного вычисления определенного интеграла. С чисто вычислительной точки зрения способ К.Гаусса был длинным, поэтому чуть позже Карл Якоби предложил более простой метод приближенного вычисления того же интеграла. Способ К.Гаусса в редакции К.Якоби был распространен Ф.Миндингом (1829) на случай двукратного интеграла. Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (Ленинград, «Наука», 1970), объясняя, почему вопрос о приближенном вычислении двойного интеграла привлек внимание Ф.Миндинга, одновременно раскрывают индукцию короля математиков Карла Гаусса: «Этот вопрос привлек внимание Миндинга благодаря работе К.Г.Якоби «О новом методе Гаусса приближенного вычисления определенного интеграла», опубликованной в первом томе журнала Крелле [131, стр.301-308]. В этой работе Якоби дал простой способ приближенного вычисления интеграла, способ, который был ранее получен Гауссом весьма длинным путем, с помощью метода математической индукции [131, стр.302]» (Галченкова и др., 1970, с.141). Здесь [131] – уже упоминавшаяся работа К.Якоби (1826).

Индукция Фердинанда Эйзенштейна. Ученик Гаусса Ф.Эйзенштейн индуктивно распространил на тернарные квадратичные формы понятие рода, определенное Гауссом для бинарных квадратичных форм. Об этом сообщает А.Пуанкаре в статье «Аналитическое резюме» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974): «В двух заметках, которые я имел честь представить Академии 9 и 16 января 1882 года, я исследовал, каково было истинное значение понятия рода, определенное Гауссом для квадратичных бинарных форм и распространенное Эйзенштейном на квадратичные тернарные формы…» (Пуанкаре, 1974, с.633). Укажем, что понятие рода было введено Гауссом, чтобы выразить тот факт, что классы квадратичных форм с определенным детерминантом распадаются на роды. Некоторое представление о понятии рода может дать один из учеников Гаусса П.Г.Лежен Дирихле, который в книге «Лекции по теории чисел» (Москва-Ленинград, 1936) пишет: «…Мы распределим все начальные формы с равным детерминантом и одинакового вида на роды, а именно, две формы мы отнесем к одному и тому же роду или к двум различным родам, в зависимости от того, будут ли полные характеры этих двух форм тождественны друг другу или нет. Таким образом, род является совокупностью всех начальных форм с равным детерминантом и одинакового вида, для которых каждый из λ характеров С, взятый в отдельности, имеет одну и ту же величину. (…) Итак, род является всегда совокупностью некоторого определенного числа классов форм» (Дирихле, 1936, с.274-275). Можно также обратиться ко 2-му тому книги Дж.Конвея и Н.Слоэна «Упаковки шаров, решетки и группы» (Москва, «Мир», 1990), где авторы замечают: «Род бинарной квадратичной формы обычно указывается через некоторые «характеры», которые можно вычислить, если известны представимые формой числа» (Конвей, Слоэн, 1990, с.461).

Индукция Фердинанда Эйзенштейна. Ф.Эйзенштейн (1851) пришел к выводу о том, что число классов неопределенных тернарных форм всегда равно единице, индуктивно основываясь на анализе таблиц неопределенных тернарных форм, которые имелись в его распоряжении. Дж.Касселс в книге «Рациональные квадратичные формы» (Москва, «Мир», 1982) пишет: «Мейер (1891) был первым, кто получил результаты о числе классов неопределенных форм от n≥3 переменных. Уже Эйзенштейн (1851) заметил на основании своих таблиц неопределенных тернарных форм, что число классов, по-видимому, всегда равно 1» (Касселс, 1982, с.269). «Имеется, - поясняет Дж.Касселс, - несколько таблиц приведенных целых тернарных и кватернарных квадратичных форм, использующих различные определения приведения и целости. По поводу тернарных форм см. Эйзенштейн (1851), Диксон (1930), Джоунс (1935), Брандт и Интрау (1948)» (там же, с.301).

Индукция Адольфа Кетле. Бельгийский ученый А.Кетле выдвинул предположение об универсальности закона распределения вероятностей Гаусса, индуктивно основываясь на фактах его приложимости ко многим физическим и социальным явлениям. П.Бернстайн в книге «Против богов: укрощение риска» (2000) указывает: «Что бы ни брался исследовать Кетле, всюду он видел колоколообразную кривую. Почти всегда «ошибки» или отклонения от среднего послушно распределялись согласно описанному Лапласом и Гауссом нормальному закону, симметрично уменьшаясь по обе стороны от среднего значения. Эта замечательно сбалансированная упорядоченность с пиком, соответствующим среднему значению, убеждала Кетле в правомерности его излюбленного понятия среднего человека. Оно положено в основу всех его выводов, полученных на основе статистических обследований. Например, в одном из обследований проводились измерения объема грудной клетки 5738 солдат шотландской армии. Кетле построил кривую распределения результатов обследования и сравнил его с теоретической нормальной кривой. Они почти идеально совпали. К этому времени уже было установлено, что нормальное распределение, описываемое формулой Гаусса, имеет широкое распространение в природе; теперь подтвердилось, что оно может быть положено в основу описания социальных явлений и физических характеристик людей. Исходя из этого, Кетле пришел к заключению, что совпадение нормального распределения с результатами обследования шотландских солдат указывает на то, что отклонения от среднего значения, скорее всего, не отражали систематических различий в исследуемой совокупности, а носили случайный характер» (П.Бернстайн, 2000).

Индукция Адриена Лежандра. А.Лежандр (1808) открыл асимптотический закон распределения простых чисел, согласно которому количество простых чисел в ряду натуральных чисел до любого заданного числа равно отношению этого числа к его собственному натуральному логарифму, индуктивно основываясь на своих вычислениях. Рассматривая таблицу натуральных чисел от 1 до 400 тысяч, Лежандр определял каждый раз отношение количества простых чисел к количеству всех натуральных чисел. От 1 до 100 имеется 25 простых чисел, то есть четверть всех чисел, от 1 до 1000 их 168, то есть около одной шестой, от 1 до 10000 их 1229, то есть примерно одна восьмая. Продолжая подобные вычисления, Лежандр увидел, что отношение натуральных чисел к простым при переходе от данной степени десяти к последующей все время увеличивается примерно на 2,3. Лежандр сразу же узнал в числе 2,3 логарифм 10 (разумеется, по основанию е). Отсюда и возникло предположение, что количество простых чисел равно заданному числу, деленному на его натуральный логарифм. А.П.Юшкевич в книге «Математика 18 столетия» (1972) пишет: «…Крупным вкладом Лежандра в теорию чисел было исследование функции П(x), выражающей число простых чисел, не превосходящих x. Оценка П(x) интересовала еще Эйлера. Во втором томе второго издания своей книги (1808) Лежандр предложил асимптотическую формулу для функции $П(x) \approx x / \mathrm{Ln}\ x - 1{,}08366$. Сверив результаты, полученные по этой приближенной формуле, с результатами таблиц простых чисел от 10.000 до 1000.000, Лежандр показал, что они очень близки. Он пытался также доказать формулу с помощью интегрального исчисления» (Юшкевич, 1972, с.119).

Индукция Адриена Лежандра. А.Лежандр открыл ряд теорем в теории квадратичных форм, индуктивно исходя из анализа частных случаев этих теорем, с которыми он столкнулся, занимаясь классификацией классов, на которые могут быть разбиты формы с данным определителем (детерминантом). Карл Гаусс в книге «Труды по теории чисел» (Москва, издательство Академии наук СССР, 1959) пишет о том, как Лежандр исследовал классы, на которые могут быть разбиты формы с данным определителем: «Позднее Лежандр открыл, в большинстве случаев индуктивным путем, многие изящные свойства этой классификации, которые мы ниже подкрепим доказательствами» (Гаусс, 1959, с.222). Оценивая индуктивную природу значительной части открытий в теории чисел, К.Гаусс в той же книге замечает: «…В арифметике весьма часто, благодаря какому-нибудь неожиданному случаю, бросаются в глаза на индуктивном пути изящнейшие истины, доказательства которых, однако, скрыты так глубоко, что не поддаются никаким попыткам и оказываются недоступными для остроумнейших изысканий» (там же, с.587). Следует отметить, что А.Лежандр (1785) открыл теорему взаимности квадратичных вычетов, которую К.Гаусс назвал фундаментальной («золотой теоремой»), также индуктивно. Эта же теорема независимо формулировалась Л.Эйлером (1772) и Л.Лагранжем (в форме специальных случаев), а также К.Гауссом (в достаточно общей форме). «Среди вопросов, о которых мы говорили в предыдущем пункте, - отмечает К.Гаусс, - выдающееся место занимает теорема, содержащая почти всю теорию квадратичных вычетов, которую мы в «Арифметических исследованиях» (раздел IV) назвали фундаментальной теоремой. Первым, кто нашел эту чрезвычайно изящную теорему, следует, несомненно, считать Лежандра, хотя еще задолго до этого великие математики Эйлер и Лагранж открыли индуктивным путем многие ее специальные случаи» (там же, с.588).

Индукция Адриена Лежандра. А.Лежандр обобщил теорему Софи Жермен, согласно которой если p – простое число Софи Жермен, то не существует целых чисел x, y, z, отличных от нуля и не делящихся на p таких, что $x^p + y^p = z^p$. П.Рибенбойм в статье «Рекорды простых чисел» (УМН, 1987, том 42, вып.5 (257)) пишет: «Напомню, что p – простое Софи Жермен, если 2p+1 – тоже простое. Такие числа впервые были рассмотрены Софи Жермен, которая доказала прекрасную теорему: если p – простое Софи Жермен, то не существует целых чисел x, y, z, отличных от нуля и не делящихся на p таких, что $x^p + y^p = z^p$. Другими словами, для простых чисел Софи Жермен выполняется первый случай последней теоремы Ферма. Неизвестно, бесконечно ли много простых чисел Софи Жермен. Сейчас я хочу пояснить связь между первым случаем последней теоремы Ферма и простыми типа Софи Жермен. Лежандр следующим образом обобщил теорему Софи Жермен: «если $p > 2$ и 4p+1, или 8p+1, или 10p+1, или 14p+1, или 16p+1 – простое число, то для p выполняется первый случай последней теоремы Ферма. Эта теорема была еще дальше обобщена Дене ([79], 1951): если p – простое число, m не делится на 3, $m \leq 53$ и 2mp+1 – также простое, то для p выполняется первый случай теоремы Ферма» (Рибенбойм, 1987, с.138).

Индукция Огюстена Коши. Как мы уже указали, Л.Эйлер (1750) открыл удивительную формулу, связывающую число вершин, число ребер и число граней многогранника. Согласно данной формуле, для любого выпуклого многогранника $V-E+F=2$, где V – число вершин, E – число ребер и F – число граней многогранника. Эта формула явилась первым математическим соотношением, относящимся к топологии – науке, сложившейся уже во времена А.Пуанкаре. О.Коши счел необходимым дать строгое доказательство указанной формулы Эйлера. Как Коши доказал эту формулу? На основе индукции. Другими словами, его доказательство носило индуктивный характер. А.М.Зубков в статье «Эйлер и комбинаторика» (сборник докладов конференции «Леонард Эйлер и современная математика», 2008) пишет: «После решения задачи о мостах Эйлер, видимо, продолжал размышлять о «геометрии положений», и в 1750 г. в письме Гольдбаху он сообщил о найденной им формуле, связывающей число V вершин, число E ребер и число F граней выпуклого многогранника: $N-E+F=2$. Первое строгое доказательство этой формулы, которую называют теперь формулой Эйлера, опубликовал О.Коши [3] в 1813 г., когда ему было около 20 лет. Доказательство Коши является индуктивным и использует наглядные, а не аналитические соображения» (Зубков, 2008, с.9).

Индукция Огюстена Коши. О.Коши доказал теорему о том, что все замкнутые выпуклые полиэдры неизгибаемы, или, другими словами, выпуклые замкнутые полиэдры однозначно определены и жестки, при помощи индукции. С.Э.Кон-Фоссен в статье «Изгибаемость поверхностей в целом» (журнал «Успехи математических наук», 1936, вып.1), воспроизводя один из фрагментов рассуждений О.Коши при доказательстве названной теоремы, пишет: «То обстоятельство, что при обходе p мы имеем, по крайней мере, четыре перемены знака, Коши доказывает индуктивно, переходя от меньшего числа сторон полигона p к большему. Мы рекомендовали бы читателю самому попытаться восстановить это доказательство или, по крайней мере, доказательство аналогичного предложения для плоских выпуклых замкнутых изометричных полигонов» (Кон-Фоссен, 1936, с.39). Здесь p – число сторон полигона (впрочем, это видно из изложения Кон-Фоссена).

Индукция Огюстена Коши. О.Коши (1815) заложил основы математической теории подстановок вследствие индуктивного обобщения результата, полученного Паоло Руффини (1799). А.Даан-Дальмедико и Ж.Пейффер в книге «Пути и лабиринты. Очерки по истории математики» (1986) пишут: «После Лагранжа исследования в области подстановок продолжались. В 1799 г. Паоло Руффини (1765-1822) показал, что если у функции пяти переменных меньше пяти различных значений, то их у нее самое большее два, что окончательно доказывало невозможность построить вспомогательное уравнение Лагранжа степени, меньшей 5. В 1815 г. Коши обобщил этот результат на все n и заложил тем самым основы самостоятельной теории подстановок. Он предложил удобные обозначения для подстановок, определил произведение двух подстановок, обратную подстановку, порядок подстановки и т.д.» (Даан-Дальмедико, Пейффер, 1986, с.165).

Индукция Огюстена Коши. О.Коши (1815) открыл общее правило умножения двух определителей в математической теории детерминантов, индуктивно обобщив правило умножения двух матриц, открытое К.Гауссом. Это правило К.Гаусс нашел, занимаясь композицией тернарных квадратичных форм, теорию которых он изложил в книге «Арифметические исследования» (1801). А.Даан-Дальмедико и Ж.Пейффер в книге «Пути и лабиринты» (1986) говорит об исследованиях Гаусса, в которых была сформулирована теорема умножения двух матриц: «Таким образом, он получил в этом случае правило умножения двух матриц. Должно быть, это место у Гаусса навело Коши на мысль об общем правиле умножения двух определителей, которое он опубликовал в своем мемуаре 1815 г.» (Даан-Дальмедико, Пейффер, 1986, с.394).

Индукция Огюстена Коши. Прилагая максимум усилий к тому, чтобы разработать строгое обоснование математического анализа, О.Коши столкнулся с необходимостью доказывать существование и единственность решений дифференциальных уравнений. Для этого нужно было найти подходящий метод – метод доказательства этих свойств дифференциальных уравнений. В конце концов, О.Коши остановил свой выбор на процедуре, получившей название метода мажорантных функций. Суть процедуры в том, что одно уравнение мажорируется (приближается) другим уравнением. Поиск уравнения, хорошо мажорирующего исходное уравнение, осуществляется путем эмпирического подбора (перебора). В действительности метод мажорантных функций есть не что иное, как метод последовательных приближений. Всякий раз, когда О.Коши использовал метод мажорирования, он применял метод последовательных приближений. Данный метод имеет индуктивную основу, так как в нем реализуется эмпирический перебор различных мажорант, нахождение лучшей из них, что завершается индуктивным выводом о необходимости ее использования в доказательстве той или иной теоремы существования. Описывая первый этап работы О.Коши над данным методом доказательства теорем, В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (1974) замечает: «Идея этого метода излагается Коши в ряде его работ по так называемому «исчислению пределов» и теснейшим образом примыкает к теории рядов. Впервые о нем автор доложил Туринской академии 11 октября 1831 г.» (Добровольский, 1974, с.40). Эмпирическое (индуктивное) происхождение метода, которым широко пользовался французский математик, описывает Н.Я.Виленкин в книге «Метод последовательных приближений» (1968). «Большая часть способов приближенного решения уравнений, - пишет Н.Я.Виленкин, - основана на идее последовательных приближений. Эта идея применяется не только при решении уравнений, но и для решения ряда практических задач. Пользуются методом последовательных приближений артиллеристы. Если они хотят поразить какую-нибудь цель, то устанавливают соответствующим образом угломер и прицел орудия и производят выстрел. В случае промаха на основании наблюдения точки разрыва снаряда вносятся поправки в установку угломера и прицела, и производится следующий выстрел. После нескольких приближений угломер и прицел устанавливаются так, что цель оказывается пораженной. Иногда последовательные приближения нужны и для определения точки прицела» (Виленкин, 1968, с.10-11). Таким образом, О.Коши доказывал теоремы существования в теории дифференциальных уравнений методом, весьма похожим на тот, который применяют артиллеристы. В методе последовательных приближений с каждым шагом приближений абсолютная величина погрешности уменьшается, по крайней мере, вдвое. Отсюда следует, что после второго шага приближений абсолютная величина погрешности уменьшается, по крайней мере, вчетверо, после третьего – по крайней мере, в восемь раз и т.д. Необходимо отметить, что метод последовательных приближений возник достаточно давно. «Впервые, - констатирует Н.Я.Виленкин, - последовательные приближения встречаются у греческого философа Зенона Элейского, жившего за 500 лет до нашей эры. Этот философ пытался доказать, что в природе не существует движения…» (Виленкин, 1968, с.13-14). Н.Я.Виленкин имеет в виду, что данным методом Зенон пытался доказать, что Ахиллес никогда не догонит черепаху (в силу бесконечной делимости дистанции между ними). В Древнем Вавилоне, используя метод последовательных приближений, разработали способ извлечения квадратных корней. Этот способ применял и александрийский математик Герон! Метод последовательных приближений использовал и Гаусс при определении орбит планет по трем наблюдениям. В средневековой японской математике (1673 г.), как свидетельствует Фуивара (на него ссылается историк математики В.А.Доровольский), подобная идея применялась при решении некоторых кубических уравнений. Ввиду того, что до О.Коши метод последовательных приближений в основном применялся для приближенного решения (интегрирования) дифференциальных уравнений, математики долго не могли привыкнуть к мысли, что этот метод можно рассматривать и использовать и как метод доказательства теорем (теорем существования). В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (1974) пишет о временах Коши: «Любопытно отметить, что авторы в то время смотрели на этот метод не столько как на общий метод доказательства существования и единственности при данных условиях решения дифференциального уравнения, сколько как на один из приближенных методов интегрирования дифференциальных уравнений» (Добровольский, 1974, с.35). Здесь мы имеем весьма примечательную ошибку: ученые, для которых слова «доказательство» и «дедукция» были практически синонимами, с трудом воспринимали процедуру последовательных приближений как средство математического обоснования. Заметим также, что независимо от О.Коши метод последовательных приближений применял для интегрирования уравнений и для доказательства существования их решений Жозеф Лиувилль. Усовершенствование этого метода в свое время было предложено Михаилом Остроградским. Некоторые историки ошибочно приписывали данный метод Э.Пикару, который существенно расширил область его приложений. Сославшись на исследования Коши, Лиувилля и Остроградского, В.А.Добровольский резюмирует: «В свете вышеизложенного трудно согласиться с утверждением Пьера Сергеску о том, что «математика в целом обязана, прежде всего, Пикару конструкцией нового метода умозаключений, метода последовательных приближений» (там же, с.40). «Э.Пикар рассматривал свой вклад по данному вопросу, - поясняет В.А.Добровольский, - как усовершенствование и развитие уже известного метода. Указав, что этот метод дает очень быстро сходящиеся ряды, он отметил также, что эти ряды не всегда сходятся во всей области, где интегралы уравнений непрерывны» (там же, с.40).

Индукция Огюстена Коши. О.Коши (1840) обобщил лемму Ламе из его статьи, посвященной доказательству Великой теоремы Ферма для случая n=7. Е.П.Ожигова в книге «Развитие теории чисел в России» (1972) пишет: «Одно из уравнений работы [9] ведет к доказательству леммы Ламе из его статьи, посвященной доказательству теоремы Ферма для случая n=7: $x^7+y^7=z^7$ невозможно в целых числах. Лемма Ламе [11] была обобщена Коши в рапорте о работе Ламе [12]. Из другой формулы Буняковского легко получить и указанное обобщение Коши [9, стр.491]» (Ожигова, 1972, с.94). Здесь [9] – исследование учителя П.Л.Чебышева В.Я.Буняковского (1841), [11] – работа Г.Ламе (1840), [12] – работа О.Коши (1840).

Индукция Хенрика Абеля. Х.Абель (1821) пришел к выводу о неразрешимости уравнений пятой степени в радикалах, индуктивно исходя из неудачной попытки найти общее решение этих уравнений, которую он предпринял, еще не закончив школу. Н.Виленкин и В.Лишевский в статье «Нильс Хенрик Абель» (журнал «Квант», 1976, № 5) пишут: «После нескольких недель напряженной работы Абелю показалось, что задача решена – искомые формулы получены. Работу юного математика проверяли и Хальмбое, и многие профессора университета в Осло, и крупнейший из скандинавских математиков профессор Копенгагенского университета Деген. Никто из них не смог найти ошибки в его вычислениях. Но Деген дал юноше дельный совет: проверить полученные формулы на конкретных уравнениях. И тут оказалось, что ответы получаются неверными; формулы Абеля были ошибочными» (Виленкин, Лишевский, 1976, с.3). Вернувшись из Копенгагена, Абель снова занялся алгебраическими уравнениями. Анализируя свое решение уравнения пятой степени, он понял, что ложным было не только это решение, но и сам подход к задаче. Н.Виленкин и В.Лишевский отмечают: «Абелю удалось преодолеть эти трудности: он доказал, что общее уравнение пятой степени неразрешимо в радикалах – решения такого уравнения нельзя выразить через его коэффициенты с помощью арифметических действий и извлечения корней. Таким образом, проблема, над которой математики бились веками, к началу 1824 года была полностью решена» (Виленкин, Лишевский, 1976, с.6). Об этом же говорит Ю.И.Мерзляков в послесловии к книге Э.Дальмы «Эварист Галуа – революционер и математик» (1984): «И хотя искусство алгебраических вычислений к XIX веку чрезвычайно возросло – вместе с общим подъемом математической культуры, - самые изощренные попытки решить в радикалах уравнение общего вида (т.е. с буквенными коэффициентами a_0, a_1, …, a_n) при $n \geq 5$ одна за другой терпели неудачу. В конце концов, отчаяние перешло в растущую уверенность, что таких формул просто не существует, потому-то и не удается их найти» (Мерзляков, 1984, с.97). Интересно, что за несколько лет до Абеля аналогичный результат получил итальянский математик Паоло Руффини. В связи с этим теорему о неразрешимости уравнения пятой степени в радикалах теперь называют теоремой Руффини-Абеля.

Индукция Хенрика Абеля. Х.Абель (1826) индуктивно обобщил теорему сложения эллиптических интегралов, установленную Л.Эйлером. Это обобщение теоремы Л.Эйлера было изложено в знаменитом сочинении Х.Абеля «Мемуар об общем свойстве некоторого обширного класса трансцендентных функций» (1826). Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (1970) повествуют: «В конце 1826 г. Абель закончил свой знаменитый «Мемуар об общем свойстве некоторого обширного класса трансцендентных функций», который был представлен в Парижскую Академию наук и опубликован лишь после смерти автора, в 1841 г. [75]. В этом мемуаре была сформулирована и доказана теорема Абеля, представляющая собой широкое обобщение теоремы сложения эллиптических интегралов, установленной Л.Эйлером» (Галченкова и др., 1970, с.133).

Индукция Фердинанда Миндинга. Немецкий математик Ф.Миндинг (1829) индуктивно распространил на случай двукратного интеграла метод вычисления определенного интеграла, разработанный К.Гауссом и изложенный в одной из работ К.Якоби. Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (Ленинград, «Наука», 1970) пишут: «Внимание Миндинга привлекла одна работа К.Г.Якоби о приближенном вычислении определенного интеграла [131]. Миндинг предпринял попытку распространить метод Гаусса в изложении Якоби на случай двукратного интеграла и добился определенного успеха. Результаты своих изысканий Миндинг оформил в виде рукописной работы на латинском языке [1] и в октябре 1829 г. представил ее в Галльский университет как диссертацию на соискание ученой степени доктора философии» (Галченкова и др., 1970, с.13). В другом месте своей книги Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы вновь возвращаются к обсуждению того, как Ф.Миндинг обобщил метод К.Гаусса и изложил свое обобщение на страницах диссертации (1829): «Анализ диссертации Миндинга указывает на ее тесную связь с рассмотренной работой Якоби. По существу, в своей первой научной работе Миндинг распространил принадлежащий Якоби метод приближенного вычисления определенного интеграла на интегралы двойные, в чем достиг определенного успеха» (там же, с.147). Здесь [131] – статья К.Якоби «О новом методе Гаусса приближенного вычисления определенного интеграла» (журнал Крелле, 1826, том 1).

Индукция Фердинанда Миндинга. Ф.Миндинг (1830) высказал предположение о том, что кривые кратчайшего периметра (при заданной охватываемой ими площади) являются геодезическими окружностями, т.е. множествами точек, находящихся на постоянном геодезическом расстоянии от некоторого центра, индуктивно основываясь на том, что такое свойство кривых кратчайшего периметра он обнаружил на поверхностях постоянной кривизны. Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (1970), анализируя одну из математических работ Ф.Миндинга, повествуют: «Миндинг имеет в виду предположение, сделанное им в статье [2] о том, что кривые кратчайшего периметра (при заданной охватываемой ими площади) являются геодезическими окружностями, т.е. множествами точек, находящихся на постоянном геодезическом расстоянии от некоторого центра (подобно обычным окружностям в случае плоскости). Правда, он не был совершенно уверен в справедливости этой догадки в общем случае, так как добавил потом, что «стоит исследовать, всегда ли и в каких случаях имеет место сделанное здесь предположение». Понятно удовлетворение Миндинга, обнаружившего, что его утверждение справедливо, что оно имеет место, по крайней мере, на поверхностях постоянной кривизны» (Галченкова и др., 1970, с.61). Отметим, что данное предположение Ф.Миндинг изложил в статье «Замечание о развертывании кривых линий, принадлежащих поверхностям» (журнал Крелле, 1830).

Индукция Фердинанда Миндинга. Ф.Миндинг (1845, 1858) открыл эффективный метод интегрирования дифференциальных уравнений, индуктивно базируясь на частных примерах, найденных в работах Л.Эйлера. Но в этих работах не было всего, в чем нуждался Ф.Миндинг, поэтому частные примеры Л.Эйлера были дополнены кропотливым эмпирическим поиском, который и привел Ф.Миндинга к методу нахождения интегрирующего множителя с помощью частных решений дифференциальных уравнений. Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (1970) пишут о работе Ф.Миндинга, представленной в 1861 году в Петербургскую Академию наук на соискание Демидовской премии: «В этой работе [42] Миндинг сообщает, что пришел к своему труду, изучая сочинения Эйлера и Якоби. Он основывается на эйлеровских решениях нескольких примеров в «Интегральном исчислении». Эйлер применял способ отыскания общего решения дифференциального уравнения, когда известно несколько частных решений» (Галченкова и др., 1970, с.103). Когда вышло из печати сочинение российского математика С.С.Урусова «Дифференциальные и разностные уравнения» (Москва, 1863), в котором обсуждался метод Ф.Миндинга, он вынужден был пояснить историю своего метода. Р.И.Галченкова и другие авторы в той же книге «Фердинанд Миндинг» (1970) констатируют: «Третье замечание Урусова побудило Миндинга изложить историю развития его идей: «Это было связано с изучением II главы II раздела Institutiones calc. Integr. Эйлера «De integratione aequationum ope multiplicatorum» [283], в котором я искал что-то сверх того, что дается в трактатах об этом предмете, очевидно, мало разработанном. Я нашел большое число любопытных примеров, полученных искусно проведенным вычислением, но я не нашел никакого объяснения причины успеха, которую я особенно желал узнать» [52, столб. 51-52]. После долгих поисков Миндинг пришел, наконец, к открытию связи частных решений уравнения с его интегрирующим множителем» (Галченкова и др., 1970, с.109). Роль стимулирующей подсказки в открытии Ф.Миндингом метода интегрирования дифференциальных уравнений могли сыграть работы Х.Абеля. Р.И.Галченкова и другие авторы указывают: «Изучая мемуар Миндинга [49], Коркин сравнивает его со статьей Абеля [78]. (…) В этой статье указаны некоторые виды интегрирующих множителей для уравнения Эйлера. Коркин пришел к выводу, что именно множители Абеля могли привести Миндинга к его обобщению» (Галченкова и др., 1970, с.118).

«Все его внимание было сосредоточено на занятиях наукой, и при этом он был крайне стеснен в средствах на жизнь, но сохранял бодрость духа, был весел и наделен простодушным юмором, все это не могло не подкупать французских математиков. Его приглашал к себе отобедать даже Коши, очень придирчиво относившийся к молодежи и не жаловавший ее своим вниманием».

Л.И.Брылевская о Михаиле Остроградском

Индукция Михаила Остроградского. М.В.Остроградский (1826) открыл математический метод преобразования тройного интеграла в поверхностный, индуктивно основываясь на частных случаях этого метода, известных К.Гауссу. В работах Гаусса 1813 и 1830 гг. приведены преобразования тройного интеграла к поверхностному и поверхностного к криволинейному не в общем виде, а для рассматриваемых конкретных задач. Однако все выкладки проведены так детально и с такой геометрической отчетливостью, что обобщение их не представляло труда. В общем виде формулы выведены Остроградским (1826, 1831), и Стоксом (1854). Соотношение между тройным и поверхностным интегралами было известно Пуассону (1828), он прибегал к нему многократно, проводя выкладки каждый раз заново и не пользуясь этим соотношением как общей формулой. Формула была переоткрыта Кронекером (1869) и Максвеллом (1873). А.Н.Колмогоров и А.П.Юшкевич в книге «Математика 19 века: чебышевское направление в теории функций» (1987) пишут: «Хотя Гаусс и не дает в своих работах 1813 и 1830 гг. общих формул, преобразующих интегралы по объему в интегралы по поверхности или интеграл по поверхности в криволинейный интеграл, однако в таких деталях и с такой геометрической отчетливостью производит для рассматриваемых им специальных задач все необходимые выкладки, что всякий математик, прочитавший внимательно его работы, мог без затруднений, следуя Гауссу, шаг за шагом выполнять оба преобразования в любой аналогичной задаче» (Колмогоров, Юшкевич, 1987, с.188). «В феврале 1926 года… М.В.Остроградский, - поясняют Колмогоров и Юшкевич, - впервые высказал и доказал точно так, как это делают теперь, теорему о преобразовании объемного интеграла от выражения типа дивергенции в поверхностный интеграл» (там же, с.188).

Индукция Михаила Остроградского. М.В.Остроградский (1834) получил ряд важных результатов в механике, в том числе в теории удара, когда индуктивно распространил метод возможных перемещений Лагранжа на системы с освобожденными связями. Кроме того, М.В.Остроградский индуктивно перенес теорему Карно для случая соударения твердых тел - на произвольные системы. Б.В.Гнеденко в статье «Михаил Васильевич Остроградский» (журнал «Успехи математических наук», 1951, том 6, выпуск 5 (45)) пишет об Остроградском: «Уже в 1834 г. им была развита мысль о распространении метода возможных перемещений на системы с освобожденными связями при условии, чтобы полный момент сил был равен или меньше нуля. Основные полученные при этом результаты Остроградский применил к рассмотрению систем с освобожденными связями из области механики точки, несжимаемой жидкости, к гибкой нерастяжимой нити. К распространению метода возможных перемещений относится также один из позднейших мемуаров Остроградского – «Мемуар об общей теории удара» (1854). В этой работе впервые был дан общий метод нахождения скоростей точек какой угодно системы при ударе о неупругую связь. Между прочим, в этой статье была распространена на произвольные системы с постоянными связями теорема, данная Карно для случая соударения твердых тел и состоящая в том, что при ударе о неупругую связь происходит потеря живой силы, равная живой силе потерянных скоростей. Эта работа обратила внимание уже современных Остроградскому ученых и дала, между прочим, повод к дискуссии в Парижской академии наук о приоритете обобщения теоремы Карно. Но если даже и были какие-нибудь частные обобщения теоремы Карно до работы Остроградского, то никто никогда не оспаривал, что именно ему принадлежит общий способ решения вопросов теории удара» (Гнеденко, 1951, с.16). Об этом же индуктивном обобщении Остроградского пишет И.Б.Погребысский в книге «От Лагранжа к Эйнштейну» (1966). И.Б.Погребысский дает понять, что независимо от Остроградского теорема Карно для неупругого удара обобщалась Ш.Штурмом и О.Коши, что и вызвало дискуссию: «В последних двух параграфах мемуара (мемуара Остроградского за 1854 год – Н.Н.Б.) с помощью выведенных общих соотношений Остроградский обобщает теорему Карно для неупругого удара (у Карно теорема дана для соударения двух тел). Эта часть работы обратила на себя особое внимание, так как вскоре дала повод к дискуссии. А именно, в 1856 г. известный французский математик Ж.Бертран выступил в Парижской академии с «Замечаниями об одном мемуаре г-на Остроградского». Он указал, что в таком же виде теорема Карно была обобщена Ш.Штурмом в его статье, помещенной в тех же «Comptes Rendus» за 1841 г. Но тут же притязания на авторство предъявил и Коши, ссылаясь на свою статью «Об одном новом принципе механики» в «Bulletin de Ferrussac» за 1829 г. и на конкурс механики, который он читал в Политехнической школе в 1828 г.» (Погребысский, 1966, с.222).

Индукция Карла Якоби и Михаила Остроградского. К.Якоби (1836) и М.В.Остроградский (1848) вывели канонические дифференциальные уравнения движения системы свободных точек, а также уравнения движения системы для случая, когда между точками системы существуют связи, индуктивно обобщив канонические дифференциальные уравнения движения В.Гамильтона. Эти уравнения В.Гамильтона отличались тем, что в них на силовую функцию были наложены очень сложные условия. Б.В.Гнеденко в статье «Михаил Васильевич Остроградский» (журнал «Успехи математических наук», 1951, том 6, выпуск 5 (45)) отмечает: «Известно, что Гамильтон показал для случая существования силовой функции возможность представления системы дифференциальных уравнений движения системы в особой форме, носящей теперь название канонической. В его результатах особенную роль играла функция, названная им главной. При всем значении этого открытия оно не могло иметь существенного практического значения для механики, так как Гамильтон наложил на эту функцию очень сложные условия. Якоби в 1836 г. заметил, что результат допускает обобщение, при котором вместо главной функции может рассматриваться любое решение некоторого дифференциального уравнения в частных производных первого порядка. Это замечание Якоби изложил только для систем свободных точек. Никаких дальнейших публикаций на этот счет он не сделал, и только в 1866 г. после смерти и Остроградского и Якоби были изданы лекции Якоби 1842-1843 гг., в которых он распространил этот свой результат на случай, когда между точками системы существуют связи. Понятно, что Остроградский не мог знать об этом исследовании Якоби. В работе 1848 г. «Об интегралах общих уравнений динамики» среди других был получен и только что указанный результат Якоби. Совершенно ясно, что при изложении соответственного отдела механики необходимо в равной мере указывать заслуги и Остроградского и Якоби» (Гнеденко, 1951, с.17).

Индукция Карла Якоби. К.Якоби (1866) индуктивно перенес на многомерное пространство, то есть n-мерное пространство, понятие эллиптических координат, введенное Габриэлем Ламе (1859) для трехмерного пространства. Г.Вилейтнер в книге «История математики от Декарта до середины XIX столетия» (1960) указывает: «Особенное внимание, которое уделял с 1837 Ламе софокусным коническим сечениям, также образующим сеть, привело его впоследствии (1859) к введению эллиптических координат и в пространстве. Якоби в своем курсе динамики (опубликовано в 1866) распространил это понятие на n измерений» (Вилейтнер, 1960, с.404).

Индукция Карла Якоби. К.Якоби (1869) внес весомый вклад в теорию цепных дробей, когда индуктивно обобщил свойства обыкновенных цепных дробей на многомерный случай. Другими словами, К.Якоби построил теорию цепных дробей для многомерного случая в результате индуктивного обобщения обыкновенных цепных дробей для конечномерного случая. О.Н.Карпенков в диссертации «О многомерных цепных дробях модели Клейна» (Москва, 2005) пишет: «Первое знаменитое обобщение обыкновенных цепных дробей на многомерный случай было предложено К.Якоби [63] в 1869 году. Он рассмотрел алгоритм построения приближения произвольных векторов в двумерном пространстве рациональными векторами и обобщил его на векторы в многомерном пространстве. В дальнейшем алгоритм К.Якоби был изучен и модифицирован О.Перроном [48]. Полученные в работах К.Якоби и О.Перрона алгоритмы называются алгоритмами Якоби-Перрона, а рациональные приближения – многомерными цепными дробями (по Якоби и Перрону)» (О.Н.Карпенков, 2005).

Индукция Карла Якоби. К.Якоби индуктивно перенес в динамику (теорию движения тел) ряд идей и методов геометрии, когда обнаружил аналогию между задачей определения геодезических линий на заданной поверхности и задачей о движении точки по этой поверхности при наличии соответствия между метрикой на поверхности, с одной стороны, и лагранжианом механической задачи, с другой стороны. Эту аналогию Карла Якоби впоследствии развил Гастон Дарбу, автор знаменитых «Лекций по общей теории поверхностей» (1889). Именно в этих «Лецкиях…» Г.Дарбу, основываясь на указанной аналогии, и осуществил геометризацию динамики, начатую К.Якоби. Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (1970) приводят цитату из «Лекций по общей теории поверхностей» Г.Дарбу, посвященную способу геометризации динамики, после чего говорят об истоках этой геометризации: «Родословную той трактовки задач механики, которая дана в приведенной цитате, можно проследить примерно с 30-х годов XIX в., с исследований Якоби. В его «Лекциях по динамике» достаточно ясно видна в общем виде аналогия задачи об определении геодезических линий на заданной поверхности и задачи о движении точки по этой поверхности при наличии соответствия между метрикой на поверхности, с одной стороны, и лагранжианом механической задачи, с другой стороны. Но понадобилось еще упрочение, так сказать, многомерной геометрии и развитие теории дифференциальных форм (тут велика роль Римана), чтобы эти кажущиеся сейчас напрашивающимися аналогии послужили основой для систематически построенной теории» (Галченкова и др., 1970, с.198). Расшифровывая аналогию К.Якоби и приводя еще одну цитату из «Лекций…» Г.Дарбу, Р.И.Галченкова и другие авторы поясняют: «Комментарии почти излишни: квадратичная (дифференциальная) форма (на геометрическом языке) дает метрику некоторой поверхности, и аналогичная форма, которая строится по живой силе и силовой функции, характеризует механическую систему; в соответствии с соответствующим минимальным принципом это определяет аналогию двух задач – найти геодезические линии на поверхности и определить фазовые траектории системы» (там же, с.198).

Индукция Виктора Понселе. Выдающийся математик Виктор Понселе открыл в проективной геометрии большое количество теорем, руководствуясь принципом непрерывности. Этот принцип позволял ему вводить понятие мнимого (комплексного) конического сечения путем обобщения понятия вещественного конического сечения. Этот же принцип дал ему возможность сформулировать понятие мнимых (комплексных) циклических точек пересечения фигур в бесконечности в результате обобщения понятия вещественных циклических точек. Мы усматриваем в действиях Понселе проявление индуктивного мышления, так как многие математики оценивали его принцип непрерывности как усиленную форму индукции, которую он маскировал нейтральным термином. Этот принцип оправдывает выведение свойств сложных фигур из простейших путем непрерывного перехода. В книге историка науки А.Н.Боголюбова «Ж.В.Понселе» (1988) цитируется А.Пуанкаре, который объяснял особенности мышления Понселе следующим образом: «Всем известно, что подразумевал Понселе под принципом непрерывности. То, что справедливо для действительной величины, говорил Понселе, должно быть справедливо и для мнимой… Понселе был одним из самых индуктивных умов в этом веке…» (А.Н.Боголюбов, 1988). Такую же характеристику принципу непрерывности Понселе дал в свое время Огюстен Коши. А.Даан-Дальмедико и Ж.Пейффер в книге «Пути и лабиринты» (1986) пишут: «У Понселе никогда не возникало потребности доказать этот принцип, казавшийся ему интуитивно ясным. Вслед за ним геометры широко использовали этот принцип, соблюдая некоторые предосторожности. Однако он был принят далеко не всеми. И даже оспаривался Академией наук. Аналитик О.Л.Коши высказывал по поводу этого принципа горькие замечания, утверждая, что ему недостает логического основания, и признавая за ним лишь некоторую эвристическую ценность. В своем докладе о трактате Понселе на заседании в Академии он сказал: «Этот принцип, строго говоря, является лишь смелой индукцией, при помощи которой теоремы, установленные вначале при некоторых ограничениях, распространяют на случаи, когда этих ограничений не существует. Его применение к кривым второго порядка привело автора к точным результатам» (Даан-Дальмедико, Пейффер, 1986, с.197-198).

Индукция Жозефа Бертрана. Французский математик Жозеф Бертран (1845) перенес на более общую ситуацию теорему О.Коши (1812) о том, что симметрическая группа Gn не имеет подгрупп с индексом i. А.В.Товбин в статье «Обобщение теоремы Бертрана из теории групп подстановок» («Математический сборник», 1942, том 10 (52), № 1-2) отмечает: «Нахождение подгрупп симметрической группы Gn, имеющих наименьшие возможные индексы в последней, так называемая проблема Бертрана, - одна из старейших и важнейших проблем теории групп подстановок. Коши [1] в 1812 г. доказал, что Gn не имеет подгрупп с индексом i, $2 < i < p$, где p – простое число и $p \leq n$. Бертран [2] обобщил эту теорему, доказав, что Gn не имеет подгрупп, индекс которых i, $2 < i < n$, $n > 4$» (Товбин, 1942, с.7).

Индукция Жозефа Лиувилля. Французский математик Жозеф Лиувилль (1847) индуктивно распространил на случай многих неизвестных оригинальный метод решения уравнений, разработанный Пуассоном (1802) и заключающийся в том, что из двух уравнений с двумя неизвестными составляется результант, который сразу дает обе неизвестные. Г.Вилейтнер в книге «История математики от Декарта до середины XIX столетия» (1960) повествует: «Очень оригинален был метод Пуассона (1801/02) – составлять из двух уравнений с двумя неизвестными результант, который дает сразу обе неизвестные. Лиувилль в своем журнале (1847) систематически применял этот способ и распространил его на случай многих неизвестных. Основная идея этого приема встречалась, впрочем, уже у Варинга («Аналитические этюды», 1762; см. стр.51)» (Вилейтнер, 1960, с.381). Об этом же обобщении Ж.Лиувилля пишут Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (Ленинград, «Наука», 1970): «Опираясь на теорию симметрических функций и исследования Вандермонда и Крамера, Пуассон предлагает такой метод отыскания резольвенты, который позволяет для двух уравнений с двумя неизвестными составлять результант, дающий сразу обе неизвестные. Исследования Эйлера, Безу и Пуассона послужили отправным моментом для дальнейших исследований по данному вопросу. Так, Лиувилль распространяет метод Пуассона на случай многих неизвестных, Кэли делает попытку распространить второй метод Эйлера исключения одной переменной из системы двух уравнений на систему уравнений со многими неизвестными [100]» (Галченкова и др., 1970, с.158).

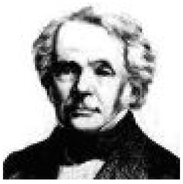
Индукция Жозефа Лиувилля. Жозеф Лиувилль (1855) индуктивно обобщил на неавтономные канонические дифференциальные уравнения теорему о возможности проинтегрировать в квадратурах гамильтонову систему, доказанную Ж.Буром (1855) для автономных канонических уравнений. В.В.Козлов в статье «Интегрируемость и неинтегрируемость в гамильтоновой механике» (журнал «Успехи математических наук», в дальнейшем УМН, 1983, том 38, вып.1 (229)) пишет: «Если гамильтонова система с n степенями свободы имеет n независимых интегралов в инволюции (алгебра A коммутативна), то ее можно проинтегрировать в квадратурах. Это утверждение было сначала доказано Буром для автономных канонических уравнений [63] и затем обобщено Лиувиллем на неавтономный случай [71]» (Козлов, 1983, с.17). Здесь [63] – работа Ж.Бура (1855), [71] – исследование Ж.Лиувилля (1855). Об этом же обобщении Ж.Лиувилля указывается в очерке В.И.Арнольда, В.В.Козлова и А.И.Нейштадта «Математические аспекты классической и небесной механики» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 3), в котором авторы пишут: «Если гамильтонова система с n степенями свободы имеет n независимых интегралов в инволюции (алгебра A коммутативна), то ее можно проинтегрировать в квадратурах. Это утверждение было сначала доказано Буром (E.Bour) для автономных канонических уравнений и затем обобщено Лиувиллем (J.Liouville) на неавтономный случай» (Арнольд, Козлов, Нейштадт, 1985, с.121).

Индукция Вильяма Гамильтона. Английский математик Вильям Гамильтон (1853) индуктивно перенес (обобщил) на пространство размерности больше двух обычные двумерные комплексные числа, которые после работ К.Гаусса стали интерпретировать в виде векторов на плоскости. Т.В.Путята, Б.Л.Лаптев, Б.А.Розенфельд и Б.Н.Фрадлин в книге «Александр Петрович Котельников» (1968) отмечают: «Гамильтон ставил своей целью обобщить на трехмерное пространство обычные комплексные числа, которые часто интерпретируют в виде векторов на плоскости. Однако оказалось, что аналогичную систему с тремя единицами построить нельзя, но можно построить систему чисел с четырьмя единицами, обладающих всеми основными свойствами вещественных и комплексных чисел, за исключением коммутативного закона умножения. Гамильтон назвал эти числа кватернионами…» (Путята и др., 1968, с.28). А.А.Кириллов в книге «Что такое число?» (1993) дает понять, что В.Гамильтон смог правильно обобщить обычные комплексные числа, понимаемые в двумерном случае как вектора на плоскости, лишь когда отказался от своей прежней гипотезы о трехмерности новых чисел (они оказались четырехмерными, почему и названы кватернионами). «Изобретатель кватернионов, знаменитый ирландский математик У.Гамильтон, - пишет А.А.Кириллов, - потратил много лет, пытаясь построить закон умножения трехмерных векторов по образцу умножения комплексных чисел, изображаемых двумерными векторами. Эти попытки, как мы теперь знаем, были обречены на неудачу. И только когда Гамильтон решился отбросить гипотезу о трехмерности новых чисел, ему удалось найти их реализацию. Она оказалась четырехмерной, и поэтому новые числа получили название кватернионов» (Кириллов, 1993, с.29).

Индукция Вильяма Клиффорда. Английский математик Вильям Клиффорд (1876) открыл алгебру, получившую название алгебры Клиффорда, в результате обобщения конструкции кватернионов В.Гамильтона. В.Л.Попов в примечаниях к «Избранным трудам» Г.Вейля (1984) повествует об алгебре Клиффорда: «Она была открыта еще в 1876 г. Клиффордом (1882), который, в свою очередь, получил и исследовал ее, обобщая конструкцию кватернионов, найденную в 1853 г. Гамильтоном (последний пришел к кватернионам, изучая ортогональную группу трехмерного пространства). На построения Клиффорда оказала также явное влияние конструкция алгебр Грассмана» (Попов, 1984, с.475).

Индукция Пафнутия Львовича Чебышева. Математическая теория функций, наименее уклоняющихся от нуля, созданная П.Л.Чебышевым, индуктивно выросла из частной задачи математического описания параллелограмма Уатта – механизма паровой машины Джеймса Уатта, предназначенного для преобразования возвратно-поступательного движения поршня во вращательное движение главного вала. В.В.Данилевский в книге «Русская техника» (Ленинград, 1947) пишет: «До Чебышева человечество широко использовало замечательный механизм – параллелограмм Уатта, заслуженно называемый именем гениального английского механика, изобретшего и введшего его в широкую практику. Однако самая теория этого необычного механизма не была разработанной. Чебышев написал труд «Теория механизмов, известных под названием параллелограммов». Работая в этом направлении, он создал математическую теорию функций, наименее уклоняющихся от нуля, и, опираясь на эту теорию, разработал методику синтеза круговых и прямолинейных направляющих механизмов» (Данилевский, 1947, с.210). Об этом же говорит Ю.П.Петров в книге «Лекции по истории прикладной математики» (2001): «Шарнирные механизмы, известные под названием параллелограммов, широко применялись в паровых машинах того времени. Задачей этих механизмов было обеспечение движения поршня, в наименьшей мере отклоняющегося от прямолинейного. В ходе исследования параллелограммов Чебышев, по его собственным словам, «встретил вопросы анализа, о которых до сих пор знали очень мало». Это были вопросы о построении функций наилучшего приближения. Чебышев глубоко разработал теорию подобных функций и, в частности, открыл знаменитые полиномы, в наименьшей степени уклоняющиеся от нуля…» (Петров, 2001, с.128).

Индукция Густава Кирхгофа. Немецкий физик и математик, один из создателей спектрального анализа Г.Кирхгоф (1847) разработал математическую теорию деревьев, индуктивно исходя из результатов решения задачи нахождения величины силы тока в каждом проводнике и в каждом контуре рассматриваемой электрической цепи. Созданная им теория деревьев есть не что иное, как теория графов, формировавшаяся еще в трудах Л.Эйлера. Ф.Харари в книге «Теория графов» (1973) повествует: «В 1847 г. Кирхгоф [1] разработал теорию деревьев для решения совместной системы линейных алгебраических уравнений, позволяющую найти значение силы тока в каждом проводнике (дуге) и в каждом контуре рассматриваемой электрической цепи. Будучи физиком по образованию, он подходил к решению задач как математик. Абстрагируясь от электрических схем и цепей, которые содержат сопротивления, конденсаторы, индуктивности и т.д., он рассматривал соответствующие комбинаторные структуры, содержащие только вершины и связи (ребра или дуги), причем для связей не нужно указывать, каким типам электрических элементов они соответствуют. Таким образом, в действительности Кирхгоф заменил каждую электрическую цепь соответствующим ей графом и показал, что для решения системы уравнений необязательно рассматривать в отдельности каждый цикл графа электрической цепи. Вместо этого он предложил простую, но эффективную методику (ставшую позднее стандартной процедурой), в соответствии с которой достаточно ограничиться только независимыми простыми циклами графа, определяемыми любым из его «остовных деревьев» (Харари, 1973, с.14).



«В возрасте 68 лет ему удалось сделать основное открытие, которое было послано в 1861 г. в Париж в качестве работы на премию и было погребено в бумагах академии до 1865 г., когда Мебиус опубликовал его. Это – открытие односторонних поверхностей и многогранников, для которых «закон ребер» теряет приложимость и которые не обладают никаким объемом, поддающимся определению».

Ф.Клейн о Мебиусе

Индукция Августа Фердинанда Мебиуса. Немецкий геометр Август Мебиус (1861) выдвинул гипотезу о существовании поверхностей, обладающих одной-единственной стороной, индуктивно исходя из следующего неожиданного наблюдения. М.Гарднер в статье «Нульсторонний профессор» (сборник «Неувязка со временем», 1991) пишет: «Хотя еще в восемнадцатом веке многие математики бились над решением отдельных топологических задач, начало систематической работы в области топологии было положено Августом Фердинандом Мебиусом, немецким астрономом, преподававшим в Лейпцигском университете в первой половине прошлого века. До Мебиуса все думали, что у любой поверхности две стороны, как у листа бумаги. Именно Мебиус совершил обескураживающее открытие: если взять полоску бумаги, перекрутить ее на полоборота, а концы склеить, то получится одностороння поверхность, обладающая не двумя, а одной-единственной стороной! Если вы возьмете на себя труд изготовить такую полоску (топологи называют ее листом Мебиуса) и тщательно присмотритесь к ее «устройству», вы сможете убедиться, что у нее действительно лишь одна сторона и один край» (М.Гарднер, 1991).

Индукция Джеймса Сильвестра и Артура Кэли. Общая теория инвариантов была создана Сильвестром и Кэли при индуктивном обобщении частных случаев этой теории, имевшихся в работах Лагранжа, Гаусса, Коши, Бине и др. Н.Бурбаки в книге «Очерки по истории математики» (2007) отмечает: «…Немного позднее, с появлением арифметической теории квадратичных форм с целыми коэффициентами, Лагранж приводит особый случай (для n = 2) инвариантности дискриминанта при линейных, но не ортогональных преобразованиях переменных, а Гаусс устанавливает для n = 3 «ковариантность» дискриминанта при любом линейном преобразовании. Как только общая формула умножения определителей была доказана Коши и Бине, формула Гаусса немедленно распространялась на случай любого числа переменных. В 1845 г. именно эта формула послужила первым импульсом для общей теории инвариантов» (Бурбаки, 2007, с.126). Кроме того, общая теория инвариантов индуктивно подсказывалась частными случаями инвариантов, содержащимися в проективной геометрии. Герман Вейль в книге «Классические группы, их инварианты и представления» (1947) отмечает: «Теория инвариантов возникла в Англии около середины XIX в. как естественный аналитический инструмент для описания конфигураций и их внутренних геометрических связей в проективной геометрии. Функции и алгебраические соотношения, выражающие их в проективных координатах, должны быть инвариантны относительно всех однородных линейных преобразований» (Вейль, 1947, с.45).

Индукция Джеймса Сильвестра. Дж.Сильвестр при помощи индукции доказал теорему о бесконечности множества простых чисел (называемую теоремой Евклида). А.Эвнин в статье «Девятнадцать доказательств теоремы Эвклида» (журнал «Квант», 2001, № 1) показывает рассуждения Сильвестра, благодаря которым он доказал указанную теорему: «(Сильвестр). Рассмотрим последовательность (a_n), определяемую соотношениями $a_1=2$, $a_{R+1}=a^2_R - a_R + 1$, $R \in N$. Вот первые несколько членов этой последовательности: 2, 3, 7, 43. Докажем по индукции, что для любого $n \in N$ имеет место равенство

$$a_{n+1} = a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_{n+1} \qquad (1).$$

База индукции тривиальна. Индукционный шаг. Соотношение $a_{R+2} = a_1 a_2 \dots a_R a_{R+1} + 1 = a_{R+1} - a_{R+1} + 1$ равносильно тому, что $a_1 a_2 \dots a_R = a_{R+1} - 1$. Из (1) следует, что каждый член последовательности Сильвестра взаимно прост со всеми предыдущими» (Эвнин, 2001, с.35).

Индукция Артура Кэли. Артур Кэли (1858) открыл теорему Кэли-Гамильтона, согласно которой любая квадратная матрица, то есть матрица произвольного порядка, удовлетворяет своему характеристическому уравнению, индуктивно основываясь на том, что эта теорема справедлива для матриц порядка 2. Эти индуктивные посылки казались Артуру Кэли настолько убедительными, что он не считал необходимым строить дедуктивное доказательство теоремы. Теорема Кэли-Гамильтона эквивалентна утверждению, что характеристический многочлен делится без остатка на минимальный многочлен. М.Клайн в книге «Математика. Утрата определенности» (1984) указывает: «Один из выдающихся приверженцев использования алгебраических методов в геометрии, создатель так называемой матричной алгебры Артур Кэли (1821-1895) сформулировал теорему Кэли-Гамильтона. (Для непосвященных сообщим, что матрицей в математике называют прямоугольную таблицу чисел. Если матрица квадратна, то в каждой ее строке и в каждом столбце стоят по n чисел). Кэли проверил, что его теорема выполняется для (2×2)-матриц, и заявил (в работе 1858 г.): «Я не считаю необходимым обременять себя формальным доказательством теоремы в общем случае матрицы любого порядка [т.е. (n×n)-матрицы]» (Клайн, 1984, с.193).

Индукция Артура Кэли. Артур Кэли (1843) индуктивно распространил на систему уравнений со многими неизвестными метод исключения одной переменной из системы двух уравнений, разработанный Леонардом Эйлером. Р.И.Галченкова, Ю.Г.Лумисте и другие авторы в книге «Фердинанд Миндинг» (Ленинград, «Наука», 1970) отмечают: «…Кэли делает попытку распространить второй метод Эйлера исключения одной переменной из системы двух уравнений на систему уравнений со многими неизвестными [100]» (Галченкова и др., 1970, с.158). Чтобы понять суть второго метода исключения одной переменной, разработанный Л.Эйлером и перенесенный А.Кэли на более общую ситуацию, приведем следующую цитату из той же книги «Фердинанд Миндинг» (1970): «В 19-й главе 2-го тома «Введения в анализ» [284] Эйлер не только формулирует указанную теорему, получившую затем имя Безу, но и излагает два метода исключения одного неизвестного из системы двух уравнений с двумя неизвестными. В одном из этих методов Эйлер впервые образует результант с помощью симметрических функций» (Галченкова и др., 1970, с.157). Здесь [100] – работа А.Кэли (1843), [284] – сочинение Л.Эйлера «Введение в анализ бесконечных» (Москва, 1962).

Индукция Артура Кэли. Артур Кэли – еще один математик, который наряду с Л.Эйлером, Г.Кирхгофом и Я.Штейнером может претендовать на честь создания теории графов. А.Кэли пришел к теории графов, индуктивно основываясь на результатах решения чисто практических задач органической химии. Ф.Харари в книге «Теория графов» (1973) рассказывает: «Занимаясь чисто практическими задачами органической химии, Кэли [1] в 1857 г. открыл важный класс графов, называемых деревьями. Он стремился перечислить изомеры предельных (насыщенных) углеводородов C_nH_{2n+2} с данным числом n атомов углерода, некоторые из таких углеводородов показаны на рис.1.4 (для знакомства с данным рисунком мы отсылаем читателя к книге Ф.Харари – Н.Н.Б.) Конечно, Кэли прежде всего сформулировал задачу абстрактно найти число всех деревьев с p вершинами, каждое из которых имеет вершины со степенями 1 и 4. Ему не удалось сразу решить эту задачу, и он стал изменять ее формулировку таким образом, чтобы можно было решить новую задачу о перечислении а) корневых деревьев (в которых выделена одна из вершин), б) всех деревьев, в) деревьев, у которых степени вершин не превышают 4, и, наконец, г) деревьев, у которых степени вершин 1 и 4 (постановка задачи «из химии») (см. Кэли [2])» (Харари, 2003, с.15). Об этом же пишет Г.Шульпин в статье «Подсчитаем число изомеров, или сколь плодотворным оказывается союз математики и химии» (журнал «Наука и жизнь», 1984, № 8): «Большой вклад в теорию графов внес английский математик А.Кэли. Любопытно, что к ней его привела не математика, а химия: ученый исследовал насыщенные углеводороды $CnH2n+2$ с различным числом n атомов углерода. При этом Кэли выделил в особый класс графы, называемые деревьями: по их ребрам нельзя проложить замкнутых, циклических маршрутов. Как раз таковы межатомные связи в молекулах насыщенных углеводородов» (Шульпин, 1984, с.77).

Индукция Бернгарда Римана. Б.Риман (1854) разработал метод параметрического представления пространств большого числа измерений, индуктивно обобщив метод параметрического представления двумерных поверхностей Гаусса. Э.Т.Белл в книге «Творцы математики» (1979) говорит о методе математического представления поверхностей Гаусса: «Другим преимуществом метода является легкость обобщения на пространство любого числа измерений. Достаточно увеличить число параметров и действовать, как выше. У Римана эти простые идеи естественно приводят к обобщению метрической геометрии Пифагора и Евклида. Основы этого обобщения были заложены Гауссом, но их важность для математики и физики не была полностью оценена до нашего столетия» (Белл, 1979, с.214). Об этом же повествует М.Борн в книге «Эйнштейновская теория относительности» (1972): «Гаусс (1827 г.) уже дал набросок теории искривленных поверхностей в форме обобщенной двумерной геометрии, а Риман (1854 г.) обобщил эти представления на дифференцируемые многообразия любого числа измерений» (Борн, 1972, с.311).

Индукция Бернгарда Римана. Б.Риман разработал новое понятие интеграла, отличное от того, что было известно его предшественникам, благодаря индуктивному обобщению (распространению) понятия интеграла Коши на некоторый класс разрывных функций. Одним из оснований такого обобщения послужило то, что широкие классы разрывных функций представимы тригонометрическими рядами, которые естественно считать рядами Фурье для этих функций. Н.К.Бари и Л.А.Люстерник в статье «Работы Н.Н.Лузина по метрической теории функций» (УМН, 1951, том 6, вып.6 (46)) пишут: «Поскольку коэффициенты Фурье некоторой функции представляются через интегралы от нее и поскольку широкие классы разрывных функций представимы тригонометрическими рядами, которые естественно считать рядами Фурье для этих функций, возник вопрос об определении понятия интеграла для таких функций. Так, Риман обобщил понятие интеграла на некоторый класс разрывных функций» (Бари, Люстерник, 1951, с.29). Ф.А.Медведев в книге «Развитие понятия интеграла» (1974) повествует об определении интеграла, данном

Коши: «…Риман взял определение Коши и распространил его на разрывные функции, указав условие, необходимое и достаточное для существования предела интегральных сумм Коши. Это условие интегрируемости, преобразованное Витали и Лебегом, формулируется так: для того чтобы существовал интеграл функции, необходимо и достаточно, чтобы множество точек разрыва функции на интервале имело меру, равную нулю» (Ф.А.Медведев, 1974). Анри Лебег в книге «Интегрирование и отыскание примитивных функций» (Москва-Ленинград, ГТТИ, 1934) заключает: «…Таким образом, интеграл Римана является естественным обобщением интеграла Коши как с аналитической, так и с геометрической точки зрения» (Лебег, 1934, с.38).

Индукция Бернгарда Римана. Б.Риман индуктивно обобщил на случай произвольной алгебраической функции метод униформизации, разработанный Карлом Якоби для отдельных видов алгебраических функций, в частности, для алгебраической функции, определяемой соотношением $\omega^2 = R(z)$, где R – полином третьей или четвертой степени. К.Якоби осуществлял униформизацию с помощью эллиптических и гиперэллиптических интегралов. Ганс Фрейденталь в статье «Пуанкаре и теория автоморфных функций» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) пишет о том, как Якоби униформизировал алгебраическую функцию, определяемую соотношением $\omega^2 = R(z)$: «Якоби удалось рассмотреть гиперэллиптический случай лишь при условии, что род римановой поверхности равен 2, причем он не сумел доказать однозначность полученного решения, но метод Якоби на протяжении последующих 50 лет оставался основным методом теории униформизации. Риман в фундаментальных работах по теории абелевых функций обобщил метод Якоби на случай произвольной алгебраической функции» (Фрейденталь, 1974, с.688). Как известно, задача униформизации различных аналитических зависимостей с помощью автоморфных функций составляет 22-ю проблему Д.Гильберта. Эту проблему решил А.Пуанкаре – математик, создавший теорию автоморфных функций по аналогии с теорией эллиптических функций. А.Пуанкаре в книге «Наука и метод» (1983) пишет об автоморфных функциях: «Я хотел представить эти функции в виде отношения двух рядов, и эта идея была совершенно сознательной и обдуманной; мной руководила аналогия с эллиптическими функциями. Я спрашивал себя, какими свойствами должны обладать эти ряды, если они существуют, и мне без труда удалось построить эти ряды» (А.Пуанкаре, 1983). Другой аналогией, которой руководствовался А.Пуанкаре при построении теории автоморфных функций, была неевклидова геометрия Лобачевского. Впервые Пуанкаре осознал эту аналогию во время одной из геологических экскурсий. В книге «Наука и метод» (1983) Пуанкаре вспоминает об этой экскурсии: «Прибыв в Кутанс, мы сели в омнибус, для какой-то прогулки; в момент, когда я встал на подножку, мне пришла в голову идея, без всяких, казалось бы, предшествовавших раздумий с моей стороны, идея о том, что преобразования, которые я использовал, чтобы определить автоморфные функции, были тождественны преобразованиям неевклидовой геометрии. Из-за отсутствия времени я не сделал проверки, так как, с трудом сев в омнибус, я тотчас же продолжил начатый разговор, но я уже имел полную уверенность в правильности сделанного открытия» (А.Пуанкаре, 1983). Укажем, что общая задача униформизации состоит в том, чтобы отобразить конформно универсальную накрывающую над данной римановой поверхностью на сферу, плоскость или круг.

Индукция Феликса Клейна. Ф.Клейн выдвинул идею о том, что основным атрибутом всякой геометрии является некоторый набор взаимно однозначных преобразований некоторого множества (группа преобразований), индуктивно исходя из следующих фактов. С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (2006) пишет: «Такая точка зрения была навеяна, конечно, проективной геометрией, в которой с самого начала первичными были некоторые преобразования (центральные проектирования), в то время как в евклидовой геометрии (в традиционном изложении) первичны другие объекты: прямые, отрезки, равные фигуры и т.д.» (Гиндикин, 2006, с.390). А.П.Норден в статье «Открытие Лобачевского и его место в истории новой геометрии» (сборник работ «Об основаниях геометрии», редактор – А.П.Норден, Москва, ГИТТЛ, 1956) наиболее убедительно раскрывает индукцию Ф.Клейна: «Клейн обращает внимание на то, что уже движения, которыми пользуются в евклидовой и неевклидовой геометрии для совмещения конгруэнтных фигур, подчиняются условиям, характеризующим группу: результат последовательного выполнения двух движений есть движение и преобразование, обратное движению, также есть движение. Тем же условиям подчиняются и другие геометрические преобразования, например, проективное. Обобщая эти факты, Клейн приходит к расширенному пониманию геометрии, формулируя ее задачу следующим образом: дано многообразие и в нем группа преобразований; нужно исследовать те свойства образов, принадлежащих многообразию, которые не изменяются от преобразований группы» (Норден, 1956, с.20).

Индукция Феликса Клейна и Анри Пуанкаре. Ф.Клейн и А.Пуанкаре индуктивно перенесли в теорию автоморфных функций многие результаты и методы теории эллиптических функций, созданной К.Гауссом, Х.Абелем и К.Якоби. Этот перенос сильно напоминает аналогию, но между индукцией и аналогией нет принципиальных различий. В.В.Голубев в книге «Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений» (Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1950) повествует: «…Автоморфные функции являются аналогом эллиптических функций на плоскости Лобачевского совершенно так же, как полиэдрические функции представляют собой аналог эллиптических функций на плоскости Римана. Эта аналогия автоморфных функций Фукса и Клейна с функциями эллиптическими и была руководящей идеей исследований в этой области творцов теории автоморфных функций Пуанкаре и Клейна» (Голубев, 1950, с.402).

Индукция Карла Вейерштрасса. К.Вейерштрасс (1841) открыл теорему о разложении в степенной ряд функции комплексного переменного, непрерывной и дифференцируемой в круговом кольце, в результате индуктивного обобщения соответствующей теоремы О.Коши о разложении функции в степенной ряд. Следует отметить, что утверждение о разложимости различных функций в степенной ряд формулировал еще Ньютон. А.И.Маркушевич в книге «Очерки по истории теории аналитических функций» (1951) повествует: «К началу сороковых годов относятся первые работы Вейерштрасса по теории функций. Он их не опубликовал своевременно, и они увидели свет впервые в 1894 г. Следует отметить обобщение Вейерштрассом (в 1841 г.) теоремы Коши о разложении функции в степенной ряд на случай функции комплексного переменного, непрерывной и дифференцируемой в круговом кольце. Здесь получается ряд, расположенный вообще по положительным и отрицательным степеням» (Маркушевич, 1951, с.70).

Индукция Карла Вейерштрасса. К.Вейерштрасс при разработке теории гиперэллиптических и абелевых функций индуктивно обобщил на данные функции методы, которые использовали Х.Абель и К.Якоби при построении теории эллиптических функций. В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (1974) пишет о работах Вейерштрасса по теории гиперэллиптических и абелевых функций: «Существенный прогресс по этому кругу вопросов был достигнут в лекциях Вейерштрасса, создавшего новое (второе после Гепеля-Розенгайна) направление в изучении гиперэллиптических и абелевых функций и интегралов. Впрочем, лекции его остались малоизвестными, а опубликовано было лишь несколько статей (1849-1856 гг.) без строгих доказательств. Вейерштрасс дал прямое обобщение методов, которым следовали Абель и Якоби в своих первых трудах по теории эллиптических функций» (Добровольский, 1974, с.353).

Индукция Карла Вейерштрасса и Поля Дюбуа-Реймона. К.Вейерштрасс (1872) и П.Дюбуа-Реймон (1875) сформулировали представление о существовании недифференцируемых функций (функций, не имеющих производных), индуктивно основываясь на обнаружении дифференциального уравнения, описывающего кривую, к которой нельзя провести касательную. Недифференцируемые функции нанесли серьезный удар по вере математиков в могущество математического анализа. Б.Мандельброт в книге «Фрактальная геометрия природы» (2002) отмечает: «…Причиной смерти как старой физики (1900), так и старой математики (1875) является одна и та же расходимость, подорвавшая их веру в то, что непрерывные функции просто обязаны быть дифференцируемыми. Физики отреагировали простым изменением правил игры, математикам же пришлось научиться жить с недифференцируемыми функциями и их формальными производными» (Мандельброт, 2002, с.532). Представление Вейештрасса было индукцией с незавершенной селекцией, так как несмотря на изложение своего открытия в одной из лекций, он не стал его публиковать. Позже это сделал Дюбуа-Реймон. Б.Мандельброт подчеркивает: «Трудно поверить, но Вейерштрасс так и не опубликовал своего открытия, хотя и прочел о нем лекцию в Берлинской академии наук 18 июля 1872 г. Конспект лекции попал-таки в изданное значительно позднее «Собрание сочинений» [588], однако мир узнал об открытии Вейештрасса только в 1875 г. из статьи Дюбуа-Реймона [115] (там же эти функции были впервые названы именем первооткрывателя). Таким образом, год 1875 является не более чем удобной символической датой для обозначения начала Великого кризиса математики» (там же, с.581). Об индуктивном открытии Вейерштрасса, о его недифференцируемых функциях пишет также М.Шредер в книге «Фракталы, хаос, степенные законы» (2001): «Такого рода ущербные «функции», которые непрерывны, хотя ни в одной точке к ним невозможно провести касательную, были впервые построены в прошлом веке немецким математиком Карлом Вейерштрассом лишь для того, чтобы показать своим скептически настроенным коллегам (в том числе ужаснувшемуся Эрмиту), что такие функции действительно существуют. Однако другие авторитеты (и среди них не в последнюю очередь великий австрийский физик Людвиг Больцман) увидели забрезживший новый свет; в 1898 г. Больцман писал в письме к Феликсу Клейну, что недифференцируемые функции могли бы быть изобретены физиками, поскольку в статистической механике имеются проблемы, для решения которых «недифференцируемые функции абсолютно необходимы» (Шредер, 2001, с.30). Н.Я.Виленкин в книге «Рассказы о множествах» (Москва, МЦНМО, 2005) дает понять, что такие функции были открыты не только Вейерштрассом, но и Больцано: «В течение долгого времени никто из математиков не верил, что может существовать непрерывная линия, целиком состоящая из зубцов, изломов и колючек. Велико было изумление математиков, когда удалось построить такую линию, более того, функцию, график которой был такой колючей изгородью. Первым сделал это чешский ученый Больцано. Но его работа осталась неопубликованной, и впервые такой пример опубликовал немецкий математик К.Вейерштрасс» (Виленкин, 2005, с.109-110).

Индукция Гастона Дарбу. Г.Дарбу (1879) вслед за К.Вейерштрассом и П.Дюбуа-Реймоном выдвинул идею о существовании недифференцируемых функций (функций, не имеющих производных), индуктивно исходя из построения бесконечного класса непрерывных функций, не имеющих производной ни в одной точке. Работа Г.Дарбу по данному вопросу окончательно убеждала в том, в чем еще можно было сомневаться при знакомстве с отдельным примером К.Вейерштрасса и П.Дюбуа-Реймона. Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) повествует: «Другой важной для развития теории функций работой Дарбу была его статья «Добавление к мемуару о разрывных функциях» [3], появившаяся в 1879 г., в которой построен бесконечный класс непрерывных функций, не имеющих производной ни в одной точке. Правда, в этом его опередил Дини, но и статья Дарбу имела немаловажное значение для крушения укоренившегося в то время предрассудка, что всякая непрерывная функция дифференцируема всюду, за исключением отдельных значений аргумента. Некоторые примеры недифференцируемых функций, данные Риманом и Вейерштрассом, до этого еще могли рассматриваться как досадные исключения; после результатов Дини и Дарбу эти исключения уже нельзя было игнорировать» (Медведев, 1976, с.20-21).

Индукция Рихарда Юлиуса Дедекинда. Один из создателей теории идеалов, математик, обнаруживший глубокую аналогию между теорией алгебраических чисел и теорией алгебраических функций, Р.Ю.Дедекинд открыл теорему о том, что число линейных множителей группового детерминанта равно частному от деления порядка группы на порядок ее группы коммутаторов, на основе индукции. Об индуктивном способе открытия данной теоремы пишет Г.Фробениус в статье «О простых множителях группового детерминанта» (Г.Фробениус, «Теория характеров и представлений групп», Харьков, ОНТИ, 1937): «Итак, число линейных множителей группового детерминанта равно частному от деления порядка группы на порядок ее группы коммутаторов, и каждый линейный множитель содержится в θ только в первой степени. Эту теорему Дедекинд нашел индукцией» (Фробениус, 1937, с.71).

Индукция Геста Миттаг-Леффлера. Известный шведский математик Г.Миттаг-Леффлер (1876) обобщил на мероморфные функции теорему К.Вейерштрасса о представлении рациональной функции в виде суммы элементарных дробей (теорему о разложении рациональной функции на элементарные дроби). В.Г.Мазья и Т.О.Шапошникова в книге «Жак Адамар: легенда математики» (МЦНМО, 2008) указывают: «В 1876 г. Миттаг-Леффлер доказал свою знаменитую теорему о разложении мероморфных функций, аналогичном разложению рациональных функций на элементарные дроби» (Мазья, Шапошникова, 2008, с.150). В той же книге В.Г.Мазья и Т.О.Шапошникова приводят слова Жака Адамара: «Когда я думаю о проблемах, которые были предметом моих собственных исследований, мне на ум раньше других приходит одно великое имя – Миттаг-Леффлер. Когда я еще был на школьной семье, он сформулировал классическую теорему – прекрасное обобщение одного результата Вейерштрасса» (там же, с.157). Те же авторы поясняют: «Возможность представления рациональной функции в виде суммы элементарных дробей наводит на мысль о проблеме аналогичного представления мероморфных функций с бесконечным количеством полюсов. Простой пример дает формула разложения Эйлера

$$\pi \operatorname{ctg} \pi z = ½ + \sum (1/z-n + 1/z+n)$$

Правильность ее подтвердил Миттаг-Леффлер. Вдохновленный лекциями Вейерштрасса, он доказал свою знаменитую теорему о существовании мероморфных функций с априори заданными полюсами и главными частями этих полюсов (1876)» (там же, с.296). Об этом же сообщает Ганс Виттих в книге «Новейшие исследования по однозначным аналитическим функциям» (Москва, ГИФМЛ, 1960): «При исследовании целых трансцендентных функций $g(z)$ и мероморфных В$|z|<\infty$ функций $\omega(z)$ иногда полезно ориентироваться на многочлены и рациональные функции. Так, Вейерштрасс построил целые трансцендентные функции с наперед заданными нулями, отправляясь от представления многочлена в виде произведения, и Миттаг-Леффлер перенес на мероморфные В$|z|<\infty$ функции теорему о разложении на простые дроби рациональных функций» (Виттих, 1960, с.11).

Индукция Софьи Ковалевской. С.Ковалевская доказала теорему о существовании аналитического решения, удовлетворяющего заданным начальным условиям, для квазилинейной системы уравнений с частными производными первого порядка, используя метод мажорант, то есть метод последовательных приближений. Тем же методом С.Ковалевская доказала аналогичную теорему для общей нелинейной системы любого порядка нормальной формы. Как мы уже отмечали, анализируя достижения Огюстена Коши, метод мажорант (или метод последовательных приближений) имеет индуктивную основу, так как в нем реализуется эмпирический перебор различных мажорант, нахождение лучшей из них, что завершается индуктивным выводом о необходимости ее использования в доказательстве той или иной теоремы существования. Суть процедуры в том, что одно уравнение мажорируется (приближается) другим уравнением. Поиск уравнения, хорошо мажорирующего исходное уравнение, осуществляется путем эмпирического подбора (перебора). В своих доказательствах С.Ковалевская использовала мажоранты, ранее применявшиеся ее учителем К.Вейерштрассом. О.А.Олейник в статье «Теорема С.В.Ковалевской и современная теория уравнений с частными производными» («Соросовский образовательный журнал», 1997, № 8) пишет: «С.В.Ковалевская в своей работе доказала теорему о существовании аналитического решения, удовлетворяющего заданным начальным условиям, сначала для квазилинейной системы уравнений с частными производными первого порядка, а затем для общей нелинейной системы любого порядка нормальной формы путем сведения ее к квазилинейной системе. Известный французский математик А.Пуанкаре (1854-1912) писал: «Ковалевская значительно упростила доказательство и придала теореме окончательную форму». Для доказательства С.В.Ковалевская применила метод мажорант, используя мажоранты вида (4)» (Олейник, 1997, с.117). Отметим, что мажоранты вида (4) – это как раз и есть мажоранты, которые ранее использовал учитель Ковалевской К.Вейерштрасс.

Индукция Софьи Ковалевской. С.Ковалевская обобщила на дифференциальные уравнения с частными производными теорему Коши о существовании аналитического решения, которую французский математик сформулировал и доказал для обыкновенных дифференциальных уравнений. Ю.В.Егоров и М.А.Шубин в обзоре «Линейные дифференциальные уравнения с частными производными. Основы классической теории» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 30) пишут: «Теорема Коши была обобщена С.В.Ковалевской на дифференциальные уравнения с частными производными» (Егоров, Шубин, 1988, с.32).

Индукция Пафнутия Львовича Чебышева. П.Л.Чебышев (1849) посредством индукции доказал одну из теорем Лагранжа, относящуюся к теории сравнений высших степеней. Е.П.Ожигова в монографии «Развитие теории чисел в России» (Ленинград, «Наука», 1972) раскрывает содержание докторской диссертации П.Л.Чебышева «Теория сравнений» (1849): «Сравнения высших степеней. Это один из наиболее интересных и оригинальных разделов «Теории сравнений». В нем Чебышев рассматривает сравнения степени m по простому модулю. Общий вид таких сравнений

$$Ax^m+Bx^{m-1}+Cx^{m-2}+\ldots Hx+S \equiv 0 \pmod{p}, \qquad (4)$$

где P – простое число, A, B, C, … H, S – целые числа. Сначала показано, как это сравнение приводится к виду

$$X^m+B1X^{m-1}+C1X^{m-2}+\ldots+H1X+S1 \equiv 0 \pmod{p}. \quad (5)$$

Методом математической индукции доказана теорема Лагранжа: сравнение (5) при простом модуле p имеет не более m решений» (Ожигова, 1972, с.110).

Индукция Пафнутия Львовича Чебышева. П.Л.Чебышев (1876) индуктивно обобщил тождество Каталана. Е.П.Ожигова в монографии «Развитие теории чисел в России» (Ленинград, «Наука», 1972) пишет: «В заметке [9] Чебышев обобщил тождество, предложенное французским математиком Каталаном, заметившим, что предел суммы 1/n+1+1/n+2+1/n+3+…+1/2n при n→∞, равный Log2, можно получить из тождества 1-1/2+1/3+…-1/2n=1/n+1+1/n+2+…1/2n, которое легко проверить. Чебышев обобщил тождество Каталана, заменив единицы, стоящие в числителях в левой части тождества членами некоторого ряда u_1, u_2, u_3, …u_2n и обозначив $\upsilon x=ux-u_2x$…» (Ожигова, 1972, с.135). Здесь [9] – работа П.Л.Чебышева «Об обобщении формулы Каталана и об одной арифметической формуле, которая отсюда получается» («Собрание сочинений», том 2, СПб., 1907).

Индукция Александра Михайловича Ляпунова. Создатель общей теории устойчивости механических систем А.М.Ляпунов (1894) индуктивно перенес на более общую ситуацию, связанную с поведением динамических систем, метод комплексного времени, впервые использованный С.Ковалевской (1888) при решении уравнений вращения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. В.В.Козлов в статье «Тензорные инварианты квазиоднородных систем дифференциальных уравнений и асимптотический метод Ковалевской-Ляпунова» (журнал «Математические заметки», 1992, том 51, вып.2) пишет: «В классической работе Ковалевской [1] решена задача об условиях мероморфности полного решения уравнений вращения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Метод Ковалевской развит в работе Ляпунова [2], что позволило решить более общую задачу об однозначности общего решения как функции комплексного времени» (Козлов, 1992, с.47). Здесь [1] – работа С.Ковалевской «Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки» (1888), [2] – исследование А.М.Ляпунова «Об одном свойстве дифференциальных уравнений задачи о движении тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку» (1894).

Индукция Александра Михайловича Ляпунова. А.М.Ляпунов, разрабатывая свою теорию фигур равновесия небесных тел, индуктивно (по аналогии) перенес в эту теорию вариационный принцип Вильяма Томпсона (лорда Кельвина) и Питера Тэта, изложенный ими в третьем издании знаменитого «Трактата о натуральной философии» (1883). Академик В.И.Смирнов в работе «Очерк научных трудов А.М.Ляпунова» (А.М.Ляпунов, «Избранные труды», 1948) пишет: «Когда Ляпунов уже готовил к печати свою магистерскую диссертацию, вышло из печати новое издание книги Томпсона и Тэта «Treatise on natural philosophy», в которой упоминается о вопросе устойчивости фигур равновесия. В качестве основы своих исследований они формулируют некоторый вариационный принцип, согласно которому можно судить об устойчивости или неустойчивости. Этот принцип Томпсона и Тэта был положен в основу магистерской диссертации Ляпунова» (Смирнов, 1948, с.423). Далее В.И.Смирнов поясняет смысл вариационного принципа В.Томпсона и П.Тэта: «Принцип Томпсона и Тэта, из которого исходил Ляпунов, состоял в следующем: надо установить, соответствует ли движению фигуры равновесия минимум полной энергии в предположении, что это движение сравнивается с другими движениями, происходящими при действии тех же сил взаимного притяжения и при неизменной величине момента количества движения относительно центра тяжести» (там же, с.426).

Индукция Александра Михайловича Ляпунова. А.М.Ляпунов нашел индуктивные посылки, позволившие ему разработать прямой метод изучения устойчивости систем, в знаменитом мемуаре А.Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» (1880). Н.Г.Четаев в книге «Устойчивость движения» (1990) повествует: «Развитый Ляпуновым прямой метод изучения устойчивости состоит не в интегрировании дифференциальных уравнений возмущенного движения, а в отыскании некоторых функций переменных t, x_1, …, x_n, полные производные которых по времени в силу уравнений (1) обладают некоторыми свойствами. По признанию Ляпунова, на этот метод его натолкнуло изучение важного мемуара Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» (Четаев, 1990, с.15). Здесь уравнение (1) – это дифференциальное уравнение возмущенного движения $dx_s/dt = x_s$ (s=1,…,n). Об этом же Н.Г.Четаев сообщает в комментариях к «Избранным трудам» А.М.Ляпунова (1948): «Существует русский перевод работы А.Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» (ГОНТИ, 1947). Идеи, содержащиеся в этом мемуаре Пуанкаре о применении топографических систем к качественному изучению кривых, определенных дифференциальными уравнениями, Ляпунов развил до алгорифмических методов исследования задач об устойчивости и неустойчивости движения» (Четаев, 1948, с.452). Сам А.М.Ляпунов в книге «Общая задача об устойчивости движения» (Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1950) не оставляет сомнений в том, что он разработал метод исследования устойчивости путем обобщения частных случаев этого метода, содержавшихся в работах А.Пуанкаре. А.М.Ляпунов пишет: «Единственная, сколько мне известно, попытка строгого решения вопроса принадлежит А.Пуанкаре, который в своем во многих отношениях замечательном мемуаре «Sur les courbes definies par les equations differentielles» (Journal de mathematiques; 3 серия, томы 7 и 8; 4 серия, томы 1 и 2) [1], и именно в двух последних его частях, рассматривает вопросы об устойчивости для случая систем дифференциальных уравнений второго порядка, а также останавливается на некоторых близких к ним вопросах, касающихся систем третьего порядка. Хотя Пуанкаре и ограничивается очень частными случаями, но методы, которыми он пользуется, допускают значительно более общие приложения и способны привести еще ко многим новым результатам. Идеями, заключающимися в названном мемуаре, я руководствовался при большей части моих изысканий» (Ляпунов, 1950, с.11). Здесь мемуар А.Пуанкаре «Sur les courbes definies par les equations differentielles» - это его сочинение «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями», опубликованное на русском языке в 1947 году.

Индукция Александра Петровича Котельникова. Отечественный математик А.П.Котельников (1897) индуктивно обобщил на неевклидовы пространства Лобачевского и Римана всю теорию винтового исчисления, которую ранее он разработал по аналогии с векторным исчислением Гамильтона (1853). Т.В.Путята, Б.Л.Лаптев, Б.А.Розенфельд и Б.Н.Фрадлин в книге «Александр Петрович Котельников» (1968) говорят об исследованиях Котельникова, связанных с обобщением винтового исчисления на неевклидовы пространства: «Изложенные результаты Котельникова представляют собой реализацию мыслей Клиффорда, намеченных в его «Предварительном очерке бикватернионов», о винтах неевклидова пространства, причем если Клиффорд имел в виду только пространство Римана, то теория Котельникова в равной степени относится и к пространству Римана, и к пространству Лобачевского» (Путята и др., 1968, с.68). «В своей «Проективной теории векторов», - сообщают те же авторы, - Котельников полностью перенес всю теорию, построенную им в «Винтовом счислении», на неевклидовы пространства Лобачевского и Римана и создал законченную теорию винтов этих пространств, а также нашел весьма важные применения указанной теории к геометрии неевклидовых пространств» (Путята и др., 1968, с.72). Отметим, что «Винтовое счисление» Котельникова было опубликовано в 1895 году, а «Проективная теория векторов» в 1899 году. Об этом же обобщении А.П.Котельникова повествует Н.Н.Макеев в статье «Александр Петрович Котельников (к 145-летию со дня рождения)» («Вестник Пермского университета», 2010, вып.3 (3)): «В своих исследованиях А.П.Котельников постепенно приходит к фундаментальным идеям Н.И.Лобачевского. Еще до 1896 г. у него созрела идея распространения винтового исчисления на неевклидовы пространства» (Макеев, 2010, с.102). Далее Н.Н.Макеев детализирует индукцию А.П.Котельникова: «Им было установлено, что основные положения теории винтов евклидова пространства можно распространить на неевклидовы пространства. Построив для последних понятия винтов: силового, кинематического и винта количества движения, аналогичные понятиям евклидова пространства, он доказывает аналоги теорем о винтовых интегралах и о связи этих интегралов с группами движений. Таким образом, в работе [6] А.П.Котельников полностью переносит теорию, построенную им в магистерской диссертации [4], на пространства Лобачевского и Римана и тем самым создает завершенную теорию винтов для этих пространств» (там же, с.103). Что касается винтового исчисления (математической теории винтов), созданной А.П.Котельниковым по аналогии с векторным исчислением В.Гамильтона, то об этой аналогии (переносе) Н.Н.Макеев говорит следующее: «Большая заслуга А.П.Котельникова состоит в том, что в его работе [4] впервые в полном виде сформулирован так называемый «принцип перенесения». Согласно этому принципу все операции винтового исчисления можно построить в точном соответствии с операциями векторного исчисления, если в последнем все действительные величины заменить комплексными с множителем, обладающим специальными свойствами. Это дает возможность одним уравнением заменить шесть исходных скалярных уравнений механики, и сложные аналитические соотношения приобретают значительную компактность [11]» (Макеев, 2010, с.106).

«Чрезвычайное значение работ Ли для общего развития геометрии невозможно преувеличить; я убежден, что в ближайшие годы оно возрастет еще более».

Ф.Клейн о Софусе Ли

Индукция Софуса Ли. Норвежский математик Софус Ли создал теорию контактных преобразований, индуктивно основываясь на результатах решения конкретных задач геометрии поверхностей и комплексов. Ранее примеры контактных преобразований встречались в анализе и геометрии у Эйлера, Лагранжа, Монжа, Лежандра, Ампера, Понселе. Е.М.Полищук в книге «Софус Ли» (1983) пишет об указанной теории С.Ли: «Обширная теория Ли (ей целиком посвящен второй том трактата [I, 126], не охватывающий, однако, геометрии КП) возникла у него из конкретных задач геометрии поверхностей и комплексов, а затем послужила основой его общих идей в уравнениях с частными производными. Здесь сходятся нити лиевского подхода к проблеме Пфаффа, его теории преобразования дифференциальных уравнений и геометрии их характеристик. Огромный отрыв современной абстрактной теории грипп Ли от ее классики куда менее заметен в теории КП, которые и сегодня, через сто лет после их построения, выглядят свежо и актуально» (Полищук, 1983, с.115).

Индукция Софуса Ли. Софус Ли индуктивно перенес на дифференциальные уравнения идеи математической теории групп Эвариста Галуа. Д.В.Алексеевский, А.М.Виноградов и В.В.Лычагин в обзоре «Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 28) указывают: «Теория Галуа ввела абстрактные группы в математику. Поставив своей целью перенести идеи Галуа на дифференциальные уравнения, Ли был вынужден построить свою теорию «непрерывных групп» (Алексеевский и др., 1988, с.107). Об этом же говорит В.О.Лукащук в автореферате диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Приближенные алгебры Ли малых размерностей, допускаемых обыкновенными дифференциальными уравнениями с малым параметром» (Уфа, 2010): «Групповой анализ дифференциальных уравнений возник в середине XIX века в работах выдающегося норвежского математика Софуса Ли. Основная цель его трудов – перенос теории Абеля-Галуа о разрешимости алгебраических уравнений на обыкновенные дифференциальные уравнения» (Лукащук, 2010, с.3).

Индукция А.В.Бэклунда (Беклунда). Шведский математик А.В.Бэклунд (1876) открыл преобразование, носящее ныне его имя, в результате обобщения преобразования Бианки-Ли, представляющего собой геометрическую конструкцию, переводящую любую поверхность отрицательной постоянной кривизны снова в поверхность той же кривизны. Н.Х.Ибрагимов в статье «К теории групп преобразований Ли-Беклунда» («Математический сборник», 1979, том 109 (151), № 2) отмечает: «Позже Беклунд [4] несколько обобщил построение Бианки и перенес на этот случай результаты Ли, связав это со своими исследованиями условий совместности переопределенных систем дифференциальных уравнений первого порядка. Однако аналитическое выражение полученного им преобразования представляет собой несущественное обобщение преобразования Бианки-Ли» (Ибрагимов, 1979, с.230). Здесь [4] – работа А.В.Бэклунда (1883). В.И.Санюк и Л.В.Хорунжая в статье «Псевдосферические поверхности и уравнение синус-Гордона» («Вестник РУДН», серия физика, 2004, № 12) поясняют смысл преобразования Бэклунда: «С позиции качественного анализа дифференциальных уравнений идея преобразования Бэклунда заключается в том, что оно преобразует одно решение Zn-1 дифференциального уравнения в другое решение Zn, не изменяя формы самого уравнения. Иначе говоря, исходная функция Zn-1 и преобразованная функция Zn удовлетворяет одному и тому же дифференциальному уравнению в частных производных» (Санюк, Хорунжая, 2004, с.32). Со слов указанных авторов, «метод преобразований Бэклунда успешно применяется как в геометрии поверхностей, так и для решений дифференциальных уравнений. Найденные еще в 1876 г. шведским математиком Бэклундом в связи с проблемами дифференциальной геометрии, эти преобразования оказались исторически первыми, с помощью которых были получены многосолитонные решения» (там же, с.31).

Индукция Леопольда Кронекера. Л.Кронекер (1870) индуктивно распространил на произвольные абелевы группы теорему о базисе абелевой группы, впервые сформулированную Шерингом (1869) при рассмотрении гауссовой композиции классов. Б.Н.Делоне в статье «Работы Гаусса по теории чисел» (К.Гаусс, «Труды по теории чисел», 1959) пишет: «Таким образом, теорему о базисе абелевой группы на примере гауссовой композиции классов впервые нашел Шеринг в 1869 г. В 1870 г. Кронекер перенес ее на абелевы группы вообще» (Делоне, 1959, с.955). Определить понятие абелевой группы можно следующим образом. А.Р.Чехлов в диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Абелевы группы с большим числом эндоморфизмов» (Томск, 2003) пишет: «Группа называется абелевой, если групповая операция в ней (записываемая обычно аддитивно) коммутативна. Являясь частью общей теории групп, теория абелевых групп активно взамодействует с теорией модулей, колец, категорий, топологических групп. Поэтому одним из важных направлений в теории абелевых групп является углубление теоретико-модульных результатов, использующее специфику кольца целых чисел. В то же время эта теория является источником идей для смежных областей алгебры и одним из побудителей новых исследований в них» (А.Р.Чехлов, 2003).

Индукция Леопольда Кронекера и Рихарда Дедекинда. Л.Кронекер и Р.Дедекинд обобщили на случай произвольных числовых полей теорию идеальных чисел Э.Куммера, разработанную для круговых полей. Это обобщение было найдено через 30 лет после того, как Э.Куммер построил свою теорию идеальных чисел для круговых полей. Х.Кох в обзоре «Алгебраическая теория чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 62) пишет: «Глубокие и прекрасные результаты Куммера о круговых полях D (ζ) до сих пор служат образцом для исследований в алгебраической теории чисел, но потребовалось почти 30 лет для того, чтобы Кронекером и Дедекиндом было найдено правильное обобщение идеальных чисел Куммера в случае произвольных числовых полей K: следовало определить понятие целого алгебраического числа» (Кох, 1990, с.10).

Индукция Егора Ивановича Золотарева. Русский математик, один из учеников П.Л.Чебышева, Е.И.Золотарев индуктивно обобщил на комплексные числа, зависящие от корней какого угодно уравнения с целыми коэффициентами, теорию идеальных чисел (идеальных множителей), зависящих от корней из единицы, созданную Эрнстом Куммером. В энциклопедическом словаре Ф.А.Брокгауза и И.А.Ефрона (Петербург, 1890-1907) указывается: «В 1871-1877 гг. Золотарев обобщил теорию так называемых идеальных чисел, зависящих от корней из единицы; он распространил ее на комплексные числа, зависящие от корней какого угодно уравнения с целыми коэффициентами. Золотарев приложил затем свою теорию к вопросу интегрального исчисленияпредставляющему обобщение упомянутой выше методы Чебышева (метода интегрирования некоторых алгебраических дифференциалов в конечном виде – Н.Н.Б.). Результаты изложены в докторской диссертации: «Теория целых комплексных чисел с приложением к интегральному исчислению» (СПб., 1874)» (Ф.А.Брокгауз, И.А.Ефрон, 1890-1907). Как известно, выдающийся математик Э.Куммер (1847) сформулировал теорему об однозначности разложения идеальных комплексных чисел на простые множители по аналогии с теоремой об однозначности разложения вещественных чисел на те же простые множители. Эта аналогия стала возможной только после того, как Э.Куммер ввел в математику так называемые идеальные множители. Без этих идеальных объектов аналогия между комплексными и вещественными (действительными) числами нарушалась, то есть не удавалось добиться однозначности разложения комплексных чисел на простые множители. В книге «Развитие теории множеств в 19 веке» (1965) Ф.А.Медведев пишет: «…Как в 1847 г. обнаружил Куммер, даже для достаточно простых полей, например некоторых полей деления круга, нарушается однозначность разложения на простые сомножители, т.е. неразложимые в таких полях числа не обладают тем фундаментальным свойством обычных простых чисел, что произведение двух или более сомножителей не может делиться на простое число, если, по крайней мере, один из сомножителей не делится на это простое число. Тем самым теория делимости целых чисел в полях подобного рода теряла сходство, и притом довольно радикальным образом, с классической теорией делимости. Задавшись целью сделать теорию делимости в кольцах целых чисел полей деления круга подобной обычной, Куммер решил рассматривать те неразложимые числа, которые не обладают отмеченным свойством простых чисел, как разложимые на некоторые идеальные сомножители. Тем самым к изучаемому полю добавлялись некоторые воображаемые элементы – идеальные числа Куммера. Эти идеальные числа не содержались в рассматриваемом поле, а вносились в него как некоторые посторонние элементы…» (Медведев, 1965, с.79).

Индукция Егора Ивановича Золотарева. Е.И.Золотарев (1872) обобщил на случай, когда коэффициенты многочлена – любые вещественные числа, метод Чебышева (способ нахождения значения интеграла, если он берется в конечном виде). Метод Чебышева позволяет при помощи конечного числа алгебраических действий по коэффициентам узнавать, как выразить интеграл в конечном виде. Н.И.Ахиезер в статье «П.Л.Чебышев и его научное наследие» (П.Л.Чебышев, «Избранные труды», Москва, издательство АН СССР, 1955) говорит об этом методе: «Метод Чебышева состоит в применении двух преобразований, причем Чебышев дает верхние грани для числа повторений каждого из этих преобразований» (Ахиезер, 1955, с.857). Далее Н.И.Ахиезер пишет об обобщении метода, принадлежащем Е.И.Золотареву: «Золотарев не только строго обосновал метод Чебышева, но и дал дальнейшее развитие теории. В четвертой главе своей замечательной докторской диссертации «Теория целых комплексных чисел с приложением к интегральному исчислению» [12] Золотарев обобщает метод Чебышева на случай, когда коэффициенты α, β, γ, δ многочлена R(x) – любые вещественные числа» (там же, с.859).

Индукция Александра Николаевича Коркина. А.Н.Коркин (1863) обобщил теорему Пуассона, позволяющую по двум известным интегралам дифференциального уравнения найти третий. Е.П.Ожигова в книге «Александр Николаевич Коркин» (Ленинград, «Наука», 1968) пишет об отчете А.Н.Коркина, который он подготовил по результатам заграничной командировки: «В отчете Коркина содержались многие мысли, впоследствии подробно изложенные в его докторской диссертации [3, K]. Он доказывает теорему Пуассона и дает ее обобщение» (Ожигова, 1968, с.68). Об этом же обобщении теоремы Пуассона, полученном А.Н.Коркиным, Е.П.Ожигова говорит в другом месте своей книги, причем гораздо выше по тексту: «Во время каникул Коркин занимался в основном интегрированием дифференциальных уравнений с частными производными. Особенно его заинтересовала задача найти некоторые отношения между интегралами уравнений первого порядка, линейных относительно частных производных неизвестной функции. Он приводит в своей формулировке теорему Пуассона, позволяющую по двум известным интегралам уравнения найти третий, и дает ее обобщение» (там же, с.30-31). Е.П.Ожигова формулирует теорему Пуассона, которую обобщал А.Н.Коркин и которая была известна еще Лагранжу: «Лагранж упоминает об этой теореме в своей «Аналитической механике», но не приводит ее доказательства. Теорема заключалась в следующем: если известны два интеграла дифференциального уравнения, то можно вывести из них третий интеграл, не прибегая для этого к квадратурам. Таким же образом можно найти четвертый, пятый и другие интегралы и осуществить полное интегрирование уравнений» (там же, с.67).

Индукция Дмитрия Александровича Граве. Один из учеников П.Л.Чебышева Д.А.Граве (1889) обобщил известный метод интегрирования уравнений Якоби-Мейера на случай, когда заданное дифференциальное уравнение содержит явно искомую функцию. Б.Н.Делоне в статье «Дмитрий Александрович Граве (1863-1939)» (Известия АН СССР, серия математическая, 1940, том 4, вып.4-4) отмечает: «Магистерская диссертация Д.А.Граве «Об интегрировании частных дифференциальных уравнений первого порядка» (1889) была написана отчасти под влиянием А.Н.Коркина. В ней он обобщил метод Якоби-Мейера на случай, когда заданное уравнение содержит явно искомую функцию…» (Делоне, 1940, с.349). Об этом же сообщает Е.П.Ожигова в книге «Александр Николаевич Коркин» (1968): «В магистерской диссертации «Об интегрировании частных дифференциальных уравнений первого порядка», защищенной им в Петербургском университете в 1889 г. [78], Граве обобщил второй метод Якоби (или метод Якоби-Майера) на случай, когда заданные уравнения содержат в явном виде искомую функцию…» (Ожигова, 1968, с.76).

Индукция Дмитрия Александровича Граве. Д.А.Граве (1911) обобщил на любые поверхности, имеющие гауссову кривизну постоянного знака, свою собственную схему доказательства теоремы П.Л.Чебышева о том, что наивыгоднейшей проекцией для изображения какой-нибудь части земной поверхности на карте является та, в которой на границе изображения масштаб сохраняет одну и ту же величину. Б.Н.Делоне в статье «Дмитрий Александрович Граве (1863-1939)» (Известия АН СССР, серия математическая, 1940, том 4, вып.4-4) повествует о задачах, над которыми работал известный математик: «Вторая задача, решенная Д.А.Граве в докторской диссертации, была поставлена Чебышевым и касается вопроса о выборе наилучшей проекции для данного участка земной поверхности. Чебышев утверждал без доказательства следующее: «Окончательное решение задачи о наивыгоднейшей проекции карт очень просто: наивыгоднейшая проекция для изображения какой-нибудь части земной поверхности на карте есть та, в которой на границе изображения масштаб сохраняет одну и ту же величину» (Сочинения, том II, стр.242). Дмитрий Александрович дал доказательство этой замечательной теоремы. В 1911 г. он снова вернулся к этой задаче и обобщил свое доказательство на любые поверхности, имеющие гауссову кривизну постоянного знака, и значительно упростил его» (Делоне, 1940, с.349).

Индукция Пауля Гордана. Математика включает в себя множество различных теорий, одной из которых является теория инвариантов. Эта теория выросла на почве теории определителей (детерминантов), теории матриц (матричного исчисления) и теории проективных преобразований, в которой естественным образом возникают инварианты данных преобразований. Во второй половине 19-го века в теории инвариантов активно работали английские математики Артур Кэли, Джеймс Сильвестр, французский математик Шарль Эрмит. Чуть позже в эти исследования включился П.Гордан, который доказал (1868) теорему о существовании конечного базиса в теории инвариантов. Это доказательство было воспринято как блестящий успех, а сам П.Гордан приобрел репутацию короля инвариантов. Как П.Гордан доказал свою теорему о том, что инварианты обладают конечным целым базисом? Он сделал это индуктивно, в результате кропотливого, трудоемкого перебора. Это не удивительно, так как авторитетный алгебраист Кронекер настаивал на конструктивных доказательствах теорем существования. Д.Гильберт впоследствии перекрыл результат

Гордана, доказав более общую теорему другими средствами, но доказательство Гордана все равно остается важной вехой в развитии теории инвариантов. В.В.Прасолов в книге «Многочлены» (2001) пишет: «Теорема Гильберта о базисе появилась в знаменитой работе [Hi2]. В этой работе были предложены совершенно новые методы, с помощью которых удалось доказать существование конечного базиса для инвариантов форм. До этого, в 1868 г., Гордан доказал существование конечного базиса лишь для бинарных форм, причем сделано это было весьма трудоемким перебором» (Прасолов, 2001, с.246). Реконструкция В.В.Прасолова совпадает с реконструкцией Дж.Харриса и Я.Моррисона, которые в книге «Модули кривых» (2004) пишут о том, как работали математики до того, как Д.Гильберт доказал свою теорему о конечности базиса инвариантов: «До этого в основном вычислялись в явном виде конечные базисы кольца инвариантов в различных конкретных примерах. Высшим достижением на этом пути было доказательство Гордана конечной порожденности колец инвариантов группы SL (2, C), действующей на симметрических степенях плоскости C^2. Стоит отметить длину и сложность этого вычисления – они указывают на необходимость другого пути вычисления факторотображения, не использующего явного подсчета инвариантов» (Харрис, Моррисон, 2002, с.247). Доказательство теоремы, основанное на переборе, сближает математику с физикой, в которой подобные схемы доказательства встречаются часто. В качестве примера можно привести способ обоснования теоремы Яна-Теллера. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц в томе 3 «Курса теоретической физики» (2004) пишут о том, как Эдвард Теллер и Герман Ян (1937) доказали теорему, определяющую условия устойчивости симметричных конфигураций молекул и получившую название теоремы Теллера-Яна: «Теорема была доказана Яном и Теллером (1937) путем перебора всех возможных типов симметричных расположений ядер в молекуле и исследования каждого из них указанным выше способом» (Ландау, Лифшиц, 2004, с.494). И.Б.Берсукер, Б.Г.Вехтер и И.Я.Огурцов в статье «Туннельные эффекты в многоатомных системах с электронным вырождением и псевдовырождением» (журнал «Успехи физических наук», 1975, том 116, вып.4) цитируют самого Теллера (отца водородной бомбы): «Доказательство так называемого эффекта Яна-Теллера было получено совсем неэлегантным методом перебора всех симметрий и обсуждением каждой из них, одной за другой» (Берсукер и др., 1975, с.606). Мы не можем вслед за Теллером называть данный метод неэлегантным, так как в этом случае нам пришлось бы назвать неэлегантным и метод последовательных приближений, которым пользовался Коши, Лиувилль, Остроградский, Пикар и другие математики при доказательстве математических утверждений. Тем более что между процедурой перебора и методом последовательных приближений нет существенного различия.

Индукция Людвига Вильгельма Томе. Немецкий математик Л.В.Томе, используя математическую индукцию, дал второе после Л.Фукса доказательство утверждения Фукса о том, что определенная форма уравнения есть необходимая и достаточная, чтобы линейное дифференциальное уравнение обладало регулярным решением. В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (1974) говорит о том, что сделал Л.В.Томе после того, как Л.Фукс предложил свое доказательство: «Немного позже другое доказательство необходимости указанной формы, исходя из одной вспомогательной теоремы Фукса в [153.2], предложил Томе (81) в [265.1], используя для этого метод полной математической индукции, когда соответствующая форма получается для уравнения первого порядка. Он же рассмотрел вопрос о распространении исследования на такие уравнения, которые имеют меньшее число n-h линейно независимых регулярных, по его терминологии, интегралов» (Добровольский, 1974, с.270). В.А.Добровольский так оценивает математические заслуги Людвига Томе: «Ученик Вейерштрасса и Куммера, ближайший друг Г.Кантора Томе был не только коллегой и преемником профессуры у Фукса, но одним из активнейших его последователей и сотрудников по разработке аналитической теории линейных уравнений. Ей он оставался верен всю свою жизнь, начав публикации с 1871 г. и продолжая их в течение дальнейших почти сорока лет и притом исключительно в журнале Крелля» (там же, с.279).

Индукция Якоба Штейнера. Как мы уже отмечали, в 1736 году Л.Эйлер в одном из своих писем формулирует и предлагает решение задачи о семи кенигсбергских мостах, ставшей впоследствии одной из классических задач теории графов. Решая ее, Эйлер нашел критерий существования в графе специального маршрута. В наше время под теорией графов понимается раздел дискретной математики, изучающий свойства графов (сетей). В общем смысле граф представляется как множество вершин (узлов), соединенных ребрами. Теория графов находит применение в химии, информатике и программировании, в коммуникационных и транспортных системах, в экономике и т.д. Наиболее важные теоремы в теории односвязных графов (сетей) сформулировал Якоб Штейнер. Он же дал доказательства этих теорем, причем все его доказательства основывались на индукции. В.Ю.Протасов в книге «Максимумы и минимумы в геометрии» (2005) говорит о том, как Я.Штейнер доказал теоремы в созданной им теории графов (теории сетей): «Как строить такие сети? И вообще, сколько их может быть у данного набора точек? Ведь мы вольны ставить сколько угодно дополнительных вершин! Оказывается, что для данного набора точек существует лишь конечное число сетей Штейнера. Можно построить их все, а затем выбрать из них ту, которая имеет кратчайшую длину. Она и будет кратчайшей системой дорог, связывающей данные точки. Как построение, так и доказательство осуществляется по индукции» (Протасов, 2005, с.24). «Таким образом, - подчеркивает тот же автор, - построение любой сети Штейнера для R точек сводится к аналогичной задаче для R-1 точек. Получаем индуктивный алгоритм» (там же, с.25). Подтверждением сказанного может служить тот факт, что известный специалист в области теории графов Фрэнк Харари в своей книге «Теория графов» (1973) индукцией доказывает множество теорем, в том числе теорему 2.3 – с.31, теорему 4.1 – с.49, теорему 5.19 – с.72, теорему 11.1 (формулу Эйлера для полиэдров) – с.127, теорему 12.6 – с.154, теорему 12.7 (теорему Хивуда) – с.155, теорему 12.35 – с.174, теорему 16.10 – с.241, теорему 16.11 – с.242.

Индукция Джона Хивуда. На протяжении длительного времени лучшие умы математики пытались решить знаменитую топологическую проблему четырех красок. Данную проблему можно свести к вопросу: сколько красок нужно взять для того, чтобы никакие две «сопредельные» страны на карте, имеющие общую границу, не были выкрашены в один цвет? Считается, что проблему поставил Август Фердинанд Мебиус (творец ленты Мебиуса) в 1860 году. Эмпирически было установлено, что для раскраски стран достаточно четырех красок, но строгое доказательство отсутствовало. А.В.Самохин в статье «Проблема четырех красок: неоконченная история доказательства» (Соросовский образовательный журнал, 2000, № 7, с.91-96) подчеркивает значимость данной задачи: «Проблема четырех красок кажется на первый взгляд изолированной задачей, мало связанной с другими разделами математики и практическими задачами. На самом деле это не так. Известно более 20 ее переформулировок, которые связывают эту проблему с задачами алгебры, статистической механики и задачами планирования» (А.В.Самохин, 2000). Частичное решение проблемы было получено Джоном Хивудом, современником А.Кэли, который также занимался этой задачей. Примечательно, что Д.Хивуд доказал теорему, дающую частичное решение проблемы четырех красок, опираясь на математическую индукцию (Хивуд доказал, что достаточно пяти красок). С.Г.Смирнов в книге «Прогулки по замкнутым поверхностям» (2003), описывая схему доказательства Д.Хивуда, повествует: «Теперь мы изложим основную геометрическую процедуру Хивуда. Для заранее выбранной поверхности М с эйлеровой характеристикой х он перебирает все возможные карты на ней, в порядке возрастания числа стран (Г) у этих карт. Рассуждение ведется путем индукции по Г. Основной шаг индукции таков: если мы умеем правильно раскрасить любую карту на М с Г-1 странами с помощью R цветов и если в данной регулярной карте с Г странами нашлась хоть одна страна, число ребер которой меньше, чем R

– тогда и данную карту с Г странами мы можем правильно раскрасить R цветами» (Смирнов, 2003, с.23). Для того, чтобы пояснить понятие эйлеровой характеристики, обратимся к статье Ю.А.Шашкина «Эйлерова характеристика и кратные покрытия» («Математические заметки», 1989, том 46, № 3), где он пишет: «Эйлерова характеристика является простейшим представителем класса аддитивных функций (valuations) на выпуклых множествах или кольцах выпуклости. К этому классу относятся также объемы, смешанные объемы, точки Штейнера и др.» (Шашкин, 1989, с.110).

Индукция Камилла Жордана. Французский математик Камилл Жордан (1874) обобщил на пространство R^n известные формулы Жана Френе (1852), относящиеся к теории кривых двоякой кривизны и играющие важную роль в дифференциальной геометрии. С помощью формул Френе исследуются дифференциально-геометрические свойства кривых линий, а в кинематике – движение материальной точки по криволинейной траектории. Формулы Френе дают разложение производных (по дуге) единичных векторов касательной $\mathfrak{t}$, нормали $\mathfrak{n}$ и бинормали $\mathfrak{b}$ произвольной кривой L по векторам $\mathfrak{t}$, $\mathfrak{n}$, $\mathfrak{b}$. М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (2007) рассказывают, как были открыты формулы Френе: «М.Бартельс (учитель К.Гаусса и Н.Лобачевского – Н.Н.Б.), связывая с каждой точкой пространственной кривой триэдр, который мы в настоящее время называем «триэдром Френе», получил формулы, равносильные формулам Френе, опубликованные учеником Бартельса Карлом Эдуардом Зенфом (1810-1849) в книге «Главные теоремы теории кривых и поверхностей» [Snf] в Дерпте в 1831 г. со ссылкой на то, что эти формулы были получены Бартельсом. (…) Формулы Френе появились позже в работах Жозефа Серре (1819-1885) «О некоторых формулах, относящихся к теории кривых двоякой кривизны» [Srt] в 1851 г. и в статье Жана Фредерика Френе (1816-1900) «О некоторых свойствах кривых двоякой кривизны» [Frn] в 1852 г.; диссертация Френе с этими формулами появилась в 1847 г.» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.144). «Отметим, - продолжают М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд, - что Френе нашел только шесть координатных формул, равносильных двум первым формулам (5.1), а Серре нашел все девять формул, равносильных всем формулам (5.1). Формулы Френе были обобщены на пространство R^n Камилем Жорданом в работе «О теории кривых в пространстве n измерений» [Jo2] в 1874 г.» (там же, с.145).

Индукция Георга Фердинанда Фробениуса. Г.Ф.Фробениус индуктивно перенес на любые конечные группы понятие характеров, впервые введенное Гауссом для квадратичной формы. Г.Ф.Фробениус осуществил этот перенос (обобщение) после того, как в 1896 году Дедекинд предложил ему задачу, относящуюся сразу к двум областям: теории детерминантов (определителей) и теории групп. Г.Фробениус в статье «О групповых характерах» (Г.Фробениус, «Теория характеров и представлений групп», Харьков, ОНТИ, 1937) повествует о событиях 1896 года: «В апреле этого года Дедекинд сообщил мне задачу, к которой он пришел в 1880 году, и которая, по его мнению, должна была бы меня заинтересовать, так как она принадлежит как к теории групп, так и к теории детерминантов, тогда как его самого более детальный ее разбор должен был бы отклонить далеко от его арифметических исследований. Решение этой задачи, которое, как я надеюсь, я изложу в ближайшее время, привело меня к обобщению понятия характеров на любые конечные группы. Это понятие я и хочу здесь изложить, полагая, что его введение будет способствовать значительному развитию и обогащению теории групп» (Фробениус, 1937, с.22). Поскольку характеры конечных абелевых групп ввел Рихард Дедекинд, можно сказать, что Фробениус обобщил результаты Дедекинда в этой области. Э.Баннаи и Т.Ито в книге «Алгебраическая комбинаторика. Схемы отношений» (1987) повествуют: «Н.Кsecurityванака указал нам, что при разработке теории характеров конечных групп Фробениус, по существу, сначала рассматривал представления коммутативных схем отношений, получаемых из рассмотрения классов сопряженности конечных групп, и этот его подход был впоследствии по сути дела забыт, поскольку Шур и другие упростили его. Это означает, что Фробениусу при изучении неабелевых конечных групп был нужен некий коммутативный объект с тем, чтобы обобщить характеры конечных абелевых групп, введенные Дедекндом. Таким образом, схемы отношений, хотя они еще не были к тому времени определены, сыграли сключительно важную роль на самых ранних этапах развития теории представлений конечных групп…» (Баннаи, Ито, 1987, с.326).

Индукция Георга Фердинанда Фробениуса. Г.Ф.Фробениус обобщил теорему Дедекинда (1837) о бесконечности множества простых чисел в арифметических прогрессиях. К этому обобщению он пришел, когда понял, что данную теорему можно сформулировать в терминах полей деления круга. В результате он получил теорему о бесконечном множестве простых чисел, принадлежащих классам подстановок Галуа. Об этом обобщении говорит В.А.Никифировский в статье «Верный слуга королевы» («Вестник РАН», 1994, том 64, № 7): «В связи с первой мировой войной Киевский университет эвакуировался в 1915 г. в Саратов. Здесь жил аспирант Граве Б.Н.Делоне, которому Чеботарев решил сообщить доказанную им еще в Киеве алгебраическую теорему. Внимательно выслушав коллегу, Делоне, в свою очередь, посвятил его в суть своих исследований, рассказал о теореме Дедекинда и ее обобщении, известном под названием теоремы Фробениуса. Последняя стала в дальнейшем темой докторской диссертации Чеботарева» (Никифировский, 1994, с.635). Б.Н.Делоне в статье «Николай Григорьевич Чеботарев» (Известия АН СССР, серия математическая, 1948, том 12, вып.4) более подробно описывает суть обобщения Фробениуса. Говоря о теореме Дирихле, согласно которой в ряду всех натуральных чисел (т.е. в натуральной прогрессии) содержится бесконечно много простых чисел, Б.Н.Делоне констатирует: «Теорема Дирихле может быть высказана в терминах теории поля деления круга на m равных частей так: для любого целого числа α этого поля и любой подстановки S его группы Галуа есть бесконечно много таких простых чисел p, что $\alpha^p \equiv \alpha/S \pmod p$, где α/S есть число, получающееся из α подстановкой S. Фробениус понял, что теорема Дирихле о прогрессии в этой форме обобщается на любые поля алгебраических чисел (если только подстановку S заменить классом подстановок группы Галуа поля)» (Делоне, 1948, с.338).

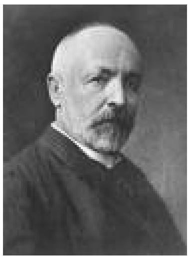
Индукция Георга Фердинанда Фробениуса. Г.Ф.Фробениус (1912) перенес на более общую ситуацию теорему Перрона (1907), согласно которой всякая матрица с положительными элементами имеет положительное собственное значение, которое не меньше, чем модуль любого другого собственного значения. После обобщения теоремы Перрона, принадлежащего Фробениусу, данная теорема стала именоваться теоремой Перрона-Фробениуса и получила следующую формулировку. Ю.А.Альпин и В.С.Альпина в статье «Теорема Перрона-Фробениуса: доказательство с помощью цепей Маркова» («Записки научных семинаров ПОМИ», 2008, том 359) пишут: «Знаменитая теорема Перрона-Фробениуса утверждает, что всякая матрица с неотрицательными элементами имеет неотрицательное собственное значение, которое не меньше, чем модуль любого другого собственного значения. Другими словами, спектральный радиус $p = p\ (A)$ матрицы $A \geq 0$ является ее собственным значением» (Ю.А.Альпин, В.С.Альпина, 2008, с.5). С.А.Минюк и Е.А.Ровба в учебном пособии «Высшая математика» (Гродно, 2004) пишут об индукции Фробениуса: «Положительная матрица является частным случаем неразложимой неотрицательной матрицы. Фробениус обобщил теорему Перрона и на эти матрицы» (Минюк, Ровба, 2004, с.391). Об этом же сообщает Ф.Р.Гантмахер в книге «Теория матриц» (2004): «Перрон в 1907 г. установил замечательные свойства спектра (т.е. совокупности характеристических чисел и собственных векторов) положительных матриц. (…) Положительная матрица является частным видом неразложимой неотрицательной матрицы. Фробениус обобщил теорему Перрона, исследовав спектральные свойства неразложимых неотрицательных матриц» (Гантмахер, 2004, с.339).

Индукция Р.Ентча. Р.Ентч обобщил теорему Перрона о матрицах с положительными элементами на интегральные уравнения определенного вида. М.Г.Крейн и М.А.Рутман в статье «Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха» (УМН, 1948, том 3, вып.1 (23)) констатируют: «Теорема Перрона о матрицах с положительными элементами была перенесена Р.Ентчем [22] на интегральные уравнения φ(S) = λ ∫ K (S, t) φ (t) dt с положительным ядром» (Крейн, Рутман, 1948, с.5).

Индукция Исайи Шура. Известный математик И.Шур индуктивно распространил на ортогональную группу соотношения ортогональности между матричными элементами представлений, которые Ф.Фробениус открыл для представлений конечных групп. К.Шевалле и А.Вейль в статье «Герман Вейль» (Г.Вейль, «Избранные труды», 1984) повествуют: «Еще И.Шур распространил на ортогональную группу посредством введения инвариантной меры на групповом пространстве соотношения ортогональности между матричными элементами представлений, которые Фробениус открыл для представлений конечных групп…» (Шевалле, Вейль, 1984, с.421). Отметим, что впервые инвариантную меру в теории групп Ли стал применять Адольф Гурвиц. О том, что И.Шур, а также Г.Вейль обобщили на некоторые топологические группы многие алгебраические понятия и факты, заимствованные из теории Фробениуса, пишет В.П.Хавин в статье «Методы и структура коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 15): «Теория представлений конечных групп зародилась в работах Фробениуса (начиная с 1896 г.); еще до этого в работе Вебера (1882) появилось понятие характера конечной коммутативной группы. Фробениус доказал ортогональность системы характеров конечной группы. Эти важные чисто алгебраические понятия и факты были обобщены Шуром, а затем Г.Вейлем на некоторые топологические группы» (Хавин, 1987, с.110).

Индукция Исайи Шура. И.Шур (1925) перенес на более общую ситуацию теорему Фробениуса (1897), которая дает полную характеризацию линейных отображений, сохраняющих определитель (детерминант). А.Э.Гутерман в автореферате диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Фробениусовы эндоморфизмы пространств матриц» (Москва, 2008) пишет: «Следующая теорема Фробениуса 1897 г. дает полную характеризацию линейных отображений, сохраняющих определитель. Теорема 2. [Фробениус]. Пусть T:Mn (C) → Mn (C) – бективное линейное преобразование, для которого det T (X) = det X для всех матриц X∈ Mn (C). Тогда преобразование T стандартно и det (PQ) = 1. В 1925 г. Шур [3] обобщил теорему Фробениуса: он заменил условие инвариантности определителя на условие инвариантности всех миноров некоторого фиксированного порядка r» (Гутерман, 2008, с.5). Об этом же сообщают А.Э.Гутерман и А.В.Михалев в статье «Общая алгебра и линейные отображения, сохраняющие матричные инварианты» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2003, том 9, № 1): «В 1925 г. И.Шур [66] обобщил теорему Фробениуса: он заменил условие инвариантности определителя на условие инвариантности всех миноров некоторого фиксированного порядка r» (Гутерман, Михалев, 2003, с.85).

Индукция Исайи Шура. И.Шур обобщил на гладкие кривые, одна из которых плоская и выпуклая, а другая может быть расположена даже в пространстве, лемму Коши о двух изометричных выпуклых ломаных, которую он использовал (1813) при доказательстве теоремы об изгибании поверхностей. Имеется в виду теорема того же Коши, согласно которой два замкнутых выпуклых многогранника, одинаково составленные из равных граней, равны. Лемма, которую обобщал И.Шур, иногда называется «леммой о ненатянутом луке». И.Иванова-Каратопраклиева и И.Х.Сабитов в обзоре «Изгибание поверхностей» (сборник «Итоги науки и техники», 1995, том 8) пишут: «Известно, какое значение для доказательства теоремы Коши имеет лемма Коши о двух изометричных выпуклых ломаных (расположенных на плоскости или на сфере); для нее придумано даже специальное название – «лемма о ненатянутом луке». Многие авторы предложили новые доказательства этой леммы, см. [60], [173], [205], [211]. В [153] рассматривается предложенное Шуром обобщение этой леммы для гладких кривых, одна из которых плоская и выпуклая, а другая может быть расположена даже в пространстве…» (Иванова-Каратопраклиева, Сабитов, 1995, с.139).



«Взлет математики, произошедший после первой мировой войны, развитие топологии, функционального анализа и вообще переосмысление сущности самой математики в трудах Гильберта, Вейля, Бурбаки и многих других – все это последствия того переворота, который был совершен Кантором».

В.Тихомиров о Георге Канторе

Индукция Георга Кантора. Теория линейных точечных множеств (1872), созданная немецким математиком Г.Кантором, индуктивно выросла из его исследований по теории тригонометрических рядов, в частности, при решении задачи классификации множеств точек, на которых сумма тригонометрического ряда не равна нулю. Л.А.Люстерник в статье «Молодость московской математической школы» (УМН, 1967, том 22, вып.1 (133)) пишет: «Отправляясь от мемуара Римана, Г.Кантор доказывает теорему единственности тригонометрических рядов: если сумма f (x) ряда (4) есть тождественный нуль, $f(x) \equiv 0$, то ряд есть нулевой: $a_0 = a_1 = b_1 = \ldots = b_n = \ldots 0$. Далее Кантор доказал, что теорема остается справедливой, если $f(x) = 0$ всюду на периоде $[0, 2\pi]$, кроме конечного числа точек. Естественно возник вопрос: как обстоит дело, если $f(x) = 0$ всюду на $[0, 2\pi]$, кроме исключительного, но уже бесконечного множества точек K. Эта задача приводит к необходимости классифицировать такие множества, она и привела Г.Кантора к созданию теории линейных точечных множеств (т.е. множеств вещественных чисел)» (Люстерник, 1967, с.143). Об этом же пишут А.Н.Колмогоров и А.П.Юшкевич в «Послесловии» (Г.Кантор, «Труды по теории множеств», 1985): «Непосредственный стимул к теоретико-множественным исследованиям сообщили Кантору его занятия теорией тригонометрических рядов. После того, как в одной статье 1870 г. он доказал теорему единственности представления функции сходящимся к ней на отрезке тригонометрическим рядом общего вида, его заинтересовал вопрос о возможности обобщения теоремы на случай, когда сходимость ряда имеет место не во всех точках отрезка. И вот уже в статье 1872 г. [I. I] Кантор обобщил теорему единственности на сравнительно простой, но более широкий класс функций, когда сходимость имеет место всюду, за исключением некоторого класса бесконечных точечных множеств. В этой статье вводятся понятия предельной точки множества и производных множеств различных конечных порядков…» (Колмогоров, Юшкевич, 1985, с.375). А.Зигмунд в 1-ом томе книги «Тригонометрические ряды» (1965) задает вопрос, который дает представление о происхождении теории множеств Кантора: «А разве теория множеств – одно из наиболее важных завоеваний математики девятнадцатого века – не была создана Кантором при попытке решить проблему множеств единственности тригонометрических рядов?» (Зигмунд, 1965, с.7). А вот примечательное высказывание Рене Бэра из его монографии «Теория разрывных функций» (ГИТТЛ, 1932): «По-видимому, и Георг Кантор был приведен к своим общим понятиям теории множеств желанием обобщить некоторые результаты, относящиеся к тригонометрическим рядам» (Бэр, 1932, с.4). Можно также предоставить слово Н.Н.Лузину, который в книге «Интеграл и тригонометрический ряд» (ГИТТЛ, 1951) говорит: «…Между прочим, теория тригонометрических рядов послужила исходным пунктом для работ Г.Кантора» (Лузин, 1951, с.52).

Индукция Георга Кантора. Г.Кантор сформулировал идею о существовании несчетных множеств, имеющих нулевую меру, индуктивно основываясь на обнаружении того, что множество, состоящее из чисел, заключенных в интервале от 0 до 1, является несчетным. То есть это множество сдержит так много чисел, что их невозможно сосчитать. М.Шредер в книге «Фракталы, хаос, степенные законы» (2001) указывает: «Посреди жарких споров, происходивших в XIX столетии вокруг основ математики (и затрагивавших самый смысл понятия числа), Георг Кантор (1845-1918) вознамерился продемонстрировать своим коллегам некое множество, состоящее из чисел, заключенных в интервале от 0 до 1. Это множество имело нулевую меру (т.е. пущенная наугад «стрела» вряд ли «поразила» бы какой-либо из элементов), но в то же время содержало так много чисел, что могло бы с полным правом называться несчетным, как множество всех вещественных чисел между 0 и 1. Многие математики, в том числе и сам Кантор (в течение некоторого времени), сомневались, что такое «безумное» множество вообще может существовать – тем не менее, оно существует, причем процесс его построения весьма прост» (Шредер, 2001, с.220).

Индукция Георга Кантора. Примечательной особенностью теории множеств, созданной Г.Кантором, является то, что многие теоремы доказываются в ней индуктивно. Если рассматриваются бесконечные (трансфинитные) множества, то обоснование теорем для таких множеств строится на основе трансфинитной индукции. Такая индукция отличается от обычной лишь тем, что оперирует трансфинитными числами. В творчестве самого Кантора индуктивные доказательства применялись достаточно часто, хотя не всегда это явно оговаривалось. Вот несколько примеров использования индукции Кантором. В статье «О бесконечных линейных точечных многообразиях» (Г.Кантор, «Труды по теории множеств», 1985) Кантор на основе индукции доказывает теорему о том, что всякое точечное множество первого рода и n-го вида счетно. В указанной статье Кантор пишет: «Для точечных множеств 0-го вида теорема ясна, так как такие множества, очевидно, являются изолированными. Мы теперь намереваемся применить полную индукцию, полагая теорему справедливой для точечных множеств 0-, 1-, 2-го, …, (n-1) -го видов и намереваясь доказать при этом предположении, что она верна и для точечных множеств n-го вида» (Кантор, 1985, с.59). В этой же статье Г.Кантор доказывает при помощи индукции еще одну теорему, что видно из следующих его рассуждений: «Теорема V. Всякое точечное множество P второго рода, для которого $P^{(a)}$ счетно, само является счетным. Доказательство этого предложения проводится с помощью полной индукции так же, как и доказательство теорем III и IV» (Кантор, 1985, с.59). Отметим, что данная статья Г.Кантора впервые опубликована в 1883 году. Г.Кантор в статье «О бесконечных линейных точечных многообразиях» (те же «Труды по теории множеств», 1985) индукцией доказывает еще одну теорему: «…Справедлива и более общая теорема: если γ – какое-либо конечное или принадлежащее второму числовому классу трансфинитное число, а P – произвольное точечное множество в Gn, то всегда I (P в Gn) = I ($P^{(\upsilon)}$ в Gn). Для доказательства применим метод полной индукции» (там же, с.128). Чуть ниже Кантор, обозначая указанную теорему символом (4), пишет о ней: «…Мы можем рассматривать теорему (4) как доказанную при помощи полной индукции» (там же, с.130). Отметим, что данная статья Г.Кантора впервые опубликована в 1884 году. Следовательно, одноименная его статья, опубликованная в 1883 году, – совершенно другой математический труд. Кроме того, в работе «К учению о трансфинитном» (те же «Труды по теории множеств», 1985) Кантор на основе индукции доказывает теорему о том, что между двумя эквивалентными множествами можно установить взаимно однозначное соответствие. В данной работе основатель теории множеств пишет: «…Если какие-нибудь два множества M и N эквивалентны, то между ними можно установить (вообще говоря, многими способами) такое взаимно однозначное и полное соответствие, что в этом соответствии произвольно заданному элементу m из M сопоставляется столь же произвольно выбранный элемент n из N. А теперь для доказательства рассматриваемой теоремы вводится метод полной индукции» (там же, с.301). Тот факт, что Кантор широко пользовался индуктивными доказательствами, известен многим историкам математики. Например, Ф.А.Медведев в книге «Ранняя история аксиомы выбора» (1982) пишет о Канторе: «В частности, доказывая теорему, что всякое множество конечных кардинальных чисел содержит наименьший элемент, он существенно использовал полную индукцию» (Медведев, 1982, с.100). Н.Н.Непейвода в книге «Прикладная логика» (1997) подчеркивает приоритет Кантора в разработке метода трансфинитной индукции: «Первым предложил распространить принцип возвратной индукции на более широкое множество германский математик Г.Кантор в третьей четверти XIX века. Он назвал пополнение натуральных чисел, при котором сохраняется возвратная индукция, - трансфинитными (сверхконечными) или ординальными (порядковыми) числами [10], а принцип индукции для них – трансфинитной индукцией. Таким образом, трансфинитная индукция – обычная возвратная индукция, но для трансфинитных чисел» (Непейвода, 1997, с.153). Можно также отметить, что Кантор намеревался доказать индукцией и свою гипотезу континуума (или, другими словами, континуум-гипотезу). Несмотря на то, что это ему не удалось, сами попытки математика провести именно индуктивное доказательство говорят о том, что он верил в данный метод обоснования теорем. Н.К.Верещагин и А.Шень в книге «Начала теории множеств» (2008) констатируют: «…В работе Кантора 1878 года была сформулирована континуум-гипотеза: всякое подмножество отрезка либо конечно, либо счетно, либо равномощно всему отрезку. (Другими словами, между счетными множествами и множествами мощности континуум нет промежуточных мощностей). Кантор написал, что это может быть доказано «с помощью некоторого метода индукции, в изложение которого мы не будем входить здесь подробнее», но на самом деле доказать это ему не удалось» (Верещагин, Шень, 2008, с.34). Проблему континуум-гипотезы решил американский математик Пол Коэн, удостоенный в 1966 г. за это достижение премии Филдса (аналога Нобелевской премии для математиков). Решение П.Коэна заключалось в том, что он показал невыводимость указанной гипотезы Кантора из совокупности аксиом теории множеств. Другими словами, была продемонстрирована независимость континуум-гипотезы от названных аксиом. Сам П.Коэн, работая в области теории множеств, также пользовался индуктивными доказательствами. В книге «Теория множеств и континуум-гипотеза» (1969) он доказывает при помощи индукции 15 лемм и теорем, в том числе теорему 3 (теорему о полноте исчисления высказываний) – с.30, теорему Левенгейма-Сколема – с.38, лемму 2 – с.186, лемму 5 – с.223, теорему AR – с.300, теорему AN – с.338. Здесь, как и далее, указываются номера страниц, где содержится прямая ссылка на применение индукции при доказательстве.

Индукция Рене Луи Бэра. Не секрет, что теория множеств Кантора на первых этапах своего развития натолкнулась на сопротивление и непонимание многих ученых. Даже такие известные математики, как Эмиль Борель и Анри Лебег, не спешили применять трансфинитные числа и трансфинитную индукцию в своих исследованиях. В противоположность этому другой известный математик Рене Луи Бэр воспринял трансфинитную индукцию как эффективный способ доказательства теоретико-множественных теорем (а также теорем в теории функций действительного переменного) и получил этим способом множество замечательных результатов. Например, благодаря трансфинитной индукции он доказал очень важную теорему о функциях первого класса. Этой теоремой в некотором смысле завершалось изучение функций, являющихся пределами однократных или простых последовательностей непрерывных функций. Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) пишет о Рене Бэре и о его доказательствах, основанных на трансфинитной индукции: «О его первом большом достижении – теореме о функциях первого класса – мы уже говорили (с.37). Здесь добавим, что для ее доказательства Бэру пришлось привлечь новый способ рассуждений – трансфинитную индукцию, до этого использованную только в 1883 г. при доказательстве теоремы Кантора-Бендиксона о представлении несчетного замкнутого множества в виде суммы совершенного и не более чем счетного множества. Этим методом Бэр пользовался затем в ряде работ, и после них трансфинитная индукция заняла прочное место в арсенале математических рассуждений» (Медведев, 1976, с.202). Объяснение смысла теоремы Бэра о функциях первого класса мы находим в статье Е.Г.Ариньша «Об одном обобщении теоремы Бэра» (УМН, 1953, том 8, вып.3 (55)), где он пишет: «Одним из наиболее существенных результатов дескриптивной теории функций является теорема Бэра о функциях первого класса: для того чтобы функция была первого класса Бэра, необходимо и достаточно, чтобы эта функция была точечно разрывна на всяком совершенном множестве» (Ариньш, 1953, с.105). Оценивая заслуги Рене Бэра, А.Лебег говорил: «Бэр первым посвятил всю свою научную деятельность теории функций действительного переменного. Более того, он научил и нас плодотворно посвящать ей свои труды».

Индукция Джузеппе Пеано. Успешное обоснование математического анализа, достигнутое усилиями О.Коши, стимулировало попытки дать строгое аксиоматическое построение других разделов математики. Рано или поздно следовало поставить вопрос о разработке аксиоматической системы арифметики, и это было сделано Юлиусом Дедекиндом. Он описал (1888) основные свойства чисел, которые могли бы стать основой аксиоматического подхода к рациональным числам. Этой работой занимался также Герман Грассман, который высказал интересные идеи в своем «Учебнике арифметики» (1861). Наиболее совершенную аксиоматику арифметики построил Джузеппе Пеано. Используя идеи Дедекинда и Грассмана, он построил в работе «Элементы арифметики» (1889) теорию рациональных чисел (натуральных) из аксиом, описывающих свойства положительных целых (натуральных) чисел. Наконец, логическая структура систем вещественных и комплексных чисел была создана. Для нас принципиальным моментом является то, что Д.Пеано включил в состав аксиом арифметики аксиому индукции. Не это ли обстоятельство свидетельствует о том, что гипотетико-дедуктивное (аксиоматическое) построение математики невозможно без индуктивного метода? Стефен Клини в книге «Введение в метаматематику» (1957) повествует о предложениях, выбранных Д.Пеано в качестве аксиом арифметики: «Эти пять предложений 1-5 с одним отличием были выбраны Пеано [1889, 1891] в качестве аксиом, характеризующих натуральный ряд чисел. Пеано вместо предложения 3 сформулировал принцип математической индукции и поместил его в списке на пятом месте, сдвинув предложения 4 и 5 соответственно на третье и четвертое места» (Клини, 1957, с.26). М.Кац и С.Улам в книге «Математика и логика. Ретроспектива и перспектива» (1971) раскрывают роль индукции в математическом доказательстве, что для нас не менее важно, чем роль индукции в открытии новых теорем: «Если бы в нашем распоряжении не было аксиомы индукции, предложение, что для каждого n

$$1+2+\ldots+n = n(n+1)/2,$$

нельзя было бы доказать, ибо среди всех аксиом арифметики и логики одна лишь аксиома индукции позволяет делать утверждения о всей бесконечной совокупности натуральных чисел» (Кац, Улам, 1971, с.182).

Индукция Эрнста Цермело. В свое время немецкий математик Э.Цермело при помощи индукции доказал основную теорему элементарной теории чисел – теорему об однозначном разложении натурального числа на простые множители. В процессе этого доказательства обоснованию подлежали два утверждения указанной теоремы: а) существование разложения натурального числа на множители и б) однозначность такого разложения. После Э.Цермело это индуктивное доказательство основной теоремы теории чисел повторил Г.Хассе, о чем он пишет в своей книге «Лекции по теории чисел» (1953): «Мы докажем оба утверждения теоремы, а именно а) существование и б) однозначность разложения посредством полной индукции по а, следуя идее, выдвинутой в недавнее время Цермело» (Хассе, 1953, с.12).

Индукция Шарля Эрмита. Выдающийся французский математик Шарль Эрмит индуктивно обобщил на квадратичные формы с любым числом переменных результаты К.Гаусса по теории квадратичных форм. Е.П.Ожигова в книге «Егор Иванович Золотарев» (Ленинград, «Наука», 1966) пишет: «Впервые Золотарев обращается к теории квадратичных форм в своей магистерской диссертации. Содержание этой работы было вызвано к жизни сочинениями

Эрмита, особенно письмами Эрмита к Якоби [117]. Эрмит обобщил в них исследования Гаусса [118] на квадратичные формы с любым числом переменных» (Ожигова, 1966, с.75).

Индукция Вито Вольтерры. В.Вольтерра (1881) пришел к выводу об ограниченных возможностях интеграла Коши-Римана при решении задач математического анализа (теории дифференциального исчисления), индуктивно основываясь на том, что он построил пример ограниченной производной, не интегрируемой по Риману. Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (Москва, «Наука», 1976) пишет: «Интеграл Коши-Римана помог решить многие задачи классического анализа: дать формулы для выражения длины кривой и площади поверхности, найти примитивную функцию по ее производной, определить коэффициенты ортогонального разложения и т.д. для классов функций, достаточно широких, чтобы удовлетворить нужды тогдашней математики и математического естествознания. Но вместе с тем была установлена и его недостаточность. Вольтерра в 1881 г. построил пример ограниченной производной, не интегрируемой по Риману; Шеффер в 1884 г. показал недостаточность интеграла Римана для выражения длины кривой… Словом, назрела потребность в обобщении понятия интеграла» (Медведев, 1976, с.11). В другом месте своей книги Ф.А.Медведев вновь обсуждает этот вопрос: «…Сложилось почти нетерпимое положение после того, как Вольтера в 1881 г. построил пример ограниченной производной, не интегрируемой по Риману: интегрирование не восстанавливало примитивную функцию по ее заведомо существующей и относительно простой производной. Естественно, возникла проблема обобщения понятия интеграла» (там же, с.64). Как известно, понятие интеграла Коши-Римана впоследствии было обобщено Анри Лебегом.

Индукция Вито Вольтерры. В.Вольтерра (1880-е годы) индуктивно перенес на задачи вариационного исчисления методы дифференциального исчисления. Именно в результате этого переноса возникла новая область математики – функциональный анализ. Г.Е.Шилов в статье «Жак Адамар и формирование функционального анализа» (УМН, 1964, том 19, вып.3 (117)) повествует: «Итальянский математик Вито Вольтерра еще в конце восьмидесятых годов [5] рассматривал задачи вариационного исчисления как задачи на экстремум «функций от линии» и стремился перенести на эти задачи методы дифференциального исчисления. Он рассматривал линию как элемент, определяемый бесконечным числом координат (например, значений ординат соответствующей кривой) и по аналогии с понятием частной производной вводил понятие «функциональной производной», которая для классических вариационных задач приводилась к дифференциальному выражению Эйлера» (Шилов, 1964, с.184).

Индукция Чезаре Арцелы. Итальянский математик Ч.Арцела (1896) обобщил на произвольные функционалы на замкнутом и ограниченном семействе равностепенно непрерывных функций теорему Вейерштрасса об условиях, при которых непрерывная функция одного переменного достигает точных граней множества ее значений. Это обобщение теоремы Вейерштрасса содержится в работе Ч.Арцелы «О функциях линий» (1896), в которой итальянский математик, используя аксиому выбора Цермело, закладывал основы теории функционалов. Ф.А.Медведев в книге «Ранняя история аксиомы выбора» (1982) пишет об этой работе Ч.Арцелы: «Еще дальше в отношении цермеловости Арцела идет в четвертом разделе названной работы. Здесь он ввел понятие произвольного функционала на замкнутом и ограниченном семействе (вообще несчетном) равностепенно непрерывных функций и обобщил на него теорему Вейерштрасса, которая приводилась в разд.2 данной главы. Свое обобщение Арцела представил в следующем виде: в указанном семействе («многообразии» по терминологии Арцелы) существует функция, в любой окрестности которой верхняя грань значений функционала является той же самой, что и верхняя часть функционала на всем семействе» (Медведев, 1982, с.62).

Индукция Эрнста Линделефа. Э.Линделеф перенес на более общую ситуацию теорему Эмиля Бореля о конечном покрытии. Данная теорема Бореля формулируется следующим образом: пусть A – ограниченное замкнутое множество и B (C) – множество открытых множеств C, покрывающее A. Тогда в B существует конечное подмножество {C1, … Cʀ}, также покрывающее A. Э.Линделеф обобщил теорему Бореля о покрытии, доказывая теорему Кантора-Бендиксона, согласно которой любое замкнутое множество A не более чем счетно или представимо в виде суммы совершенного и не более чем счетного множеств. Ф.А.Медведев в книге «Ранняя история аксиомы выбора» (1982) пишет о Линделефе: «Не выделяя указанных Лебегом двух частей теоремы Кантора-Бендиксона (об этом он тогда не знал, так как заметка Лебега [3] появилась несколько позднее), он фактически ставит перед собой цель доказать без применения трансфинитных чисел ее первую часть. Для этого он сначала предлагает обобщение теоремы Бореля о конечном покрытии до следующего утверждения. Пусть P – произвольное точечное множество в n-мерном евклидовом пространстве. Пусть каждая его точка P является центром n-мерной сферы радиуса Pp, зависящего от этой точки, так что P покрыто семейством S сфер. Тогда существует счетное подсемейство S1 семейства S, тоже покрывающее P» (Медведев, 1982, с.136). Ф.А.Медведев в той же книге объясняет, почему математическая индукция часто приводит к верным результатам: «Наиболее удачные находки применяются достаточно часто и под воздействием этих тысячекратных повторений постепенно перерастают в нормативные акты математического мышления. Таким актом стал, например, принцип полной математической индукции и, как нам представляется, еще находится в стадии становления принцип трансфинитной индукции» (там же, с.10).

Индукция Эрнста Линделефа. Э.Линделеф (1908) обобщил на римановы поверхности классическую лемму Шварца, позволяющую сравнивать функцию, регулярную в круге, с функцией, осуществляющей тождественное отображение этого круга. Обобщив данную лемму Шварца, Линделеф получил принцип, названный принципом Линделефа, позволяющий сравнивать между собой две функции, регулярные на одной и той же римановой поверхности. А.Ф.Бермант в статье «О некоторых обобщениях принципа Э.Линделефа и их применениях» («Математический сборник», 1947, том 20 (62), № 1) пишет: «Классическая лемма Шварца служит для сравнения, в хорошо известных отношениях, функции, регулярной в круге, с функцией, осуществляющей тождественное отображение этого круга. Принцип Линделефа [1], являющийся распространением леммы Шварца, дает возможность сравнивать между собой, в тех же отношениях, две функции, регулярные на одной и той же римановой поверхности. В случае односвязной поверхности гиперболического типа принцип Линделефа с помощью конформного отображения сводится к самой лемме Шварца» (Бермант, 1947, с.55). Об этом же говорит С.Стоилов во 2-ом томе книги «Теория функций комплексного переменного» (Москва, ИЛ, 1962). В одном из разделов данной книги С.Стоилов пишет: «В этом разделе мы изложим принцип Линделефа, выражающий поведение функции Грина при отображении, определяемом голоморфной функцией. Этот принцип является существенным обобщением леммы Шварца» (Стоилов, 1962, с.90).

Индукция Э.Фрагмена и Э.Линделефа. Э.Фрагмен и Э.Линделеф получили обобщение теоремы о максимуме модуля, которая была известна до их исследований. С.Стоилов в 1-ом томе книги «Теория функций комплексного переменного» (1962) констатирует: «Э.Фрагмен и Э.Линделеф предложили весьма важное обобщение теоремы максимума модуля в том виде, который рассматривался в гл.II, п.28. Это обобщение имеет многочисленные приложения к изучению функций в окрестности особой точки» (Стоилов, 1962, с.260). С.Стоилов в той же книге поясняет смысл теоремы Фрагмена-Линделефа: «Принцип Фрагмена-Линделефа. Если функция f(z) голоморфна в области D и ограничена в каждой точке границы D любым числом, превосходящим постоянную С, то во всякой точке z из D имеет место неравенство $|f(z)|\leq C$» (там же, с.260).

Индукция Н.Левинсона. Н.Левинсон (1938) также получил обобщение принципа максимума модуля для аналитических функций. В.П.Гурарий в статье «К теореме Н.Левинсона о нормальных семействах аналитических функций» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1970, том 19) пишет: «В 1938 г. Н.Левинсон [1] доказал теорему, которая явилась далеко идущим обобщением принципа максимума модуля для аналитических функций. В последние годы эта теорема нашла многочисленные применения в спектральной теории функций и теории операторов. Первоначальное доказательство Н.Левинсона весьма громоздко и сложно» (Гурарий, 1970, с.215).

Индукция Н.Левинсона. Н.Левинсон обобщил одну из теорем Т.Карлемана. С другой стороны, сама теорема Т.Карлемана (1926) являлась обобщением теоремы единственности Дж.Ватсона (1912), которая указывает на возможность восстановления функции P(z) по коэффициентам формального степенного ряда. Если говорить более конкретно, теорема Ватсона – это утверждение о том, при каких условиях функция P(z), обладающая в определенном секторе асимптотическим разложением, однозначно определяется коэффициентами этого разложения. Д.У.Х.Гиллам и В.П.Гурарий в статье «О функциях, однозначно определяемых своими асимптотическими разложениями» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2006, том 40, вып.4) пишут о теореме Т.Карлемана: «Результат Карлемана был в дальнейшем развит Левинсоном и Сьебергом (подробности можно найти, например, в обзоре Содина [14]), получившими максимально общий результат, из которого, в частности, следует распространение теоремы Карлемана на случай, когда сектор заменяется полуполосой» (Гиллам, Гурарий, 2006, с.43). Здесь [14] – работа М.Содина (1996).

Индукция Анисима Федоровича Берманта. А.Ф.Бермант (1947) перенес на более общую ситуацию принцип Линделефа, который, как мы уже сказали, сам является обобщением леммы Шварца. А.Ф.Бермант в статье «О некоторых обобщениях принципа Э.Линделефа и их применениях» («Математический сборник», 1947, том 20 (62), № 1) аргументирует: «Естественно попытаться расширить принцип Линделефа так, чтобы доставляемый им общий метод был применим и к тем важным классам функций, которые ему еще недоступны. Можно надеяться придти к расширению принципа Линделефа, прежде всего, из обобщения леммы Шварца. Настоящая работа исходит из существенного обобщения (в одной ее части) леммы Шварца. Это обобщение вытекает из предложения, аналогичного лемме Шварца, но относящегося к иной геометрической характеристике отображения, чем то, которое используется в лемме Шварца» (Бермант, 1947, с.58). «В целях обобщения принципа Линделефа, - продолжает А.Ф.Бермант, - мы отказываемся при сравнении двух римановых поверхностей от того требования, обязательного в принципе Линделефа, чтобы обе поверхности являлись регулярными отображениями одной и той же области (круга С)» (там же, с.60-61).

Индукция Томаса Стилтьеса. Нидерландский математик Томас Стилтьес перенес результаты осцилляционной теории Штурма-Лиувилля на уравнения, описывающие поведение упругой нити с бусинками. Позже М.Г.Крейн и Ф.Р.Гантмахер (1950) перенесли теорию Штурма-Лиувилля на уравнения, описывающие произвольное распределение масс на нити (струне). Ю.В.Покорный, М.Б.Зверева и С.А.Шабров в статье «Осцилляционная теория Штурма-Лиувилля для импульсных задач» (УМН, 2008, том 63, вып.1 (379)) пишут: «Попытки распространения осцилляционных теорем Штурма на более сложные задачи уже в XIX в. Так, теорема (III-2) была перенесена Стилтьесом (см. [2]) на случай упругой нити с бусинками – в современных терминах это значит, что в уравнении (0.4) (при $q \equiv 0$)

распределение масс m (x) совпадает с конечной комбинацией δ-функций. Спустя почти полвека результат Стилтьеса был расширен (также при $q \equiv 0$) Ф.Р.Гантмахером и М.Г.Крейном [10] на случай произвольного распределения масс» (Покорный и др., 2008, с.114). Здесь [10] – книга Ф.Р.Гантмахера и М.Г.Крейна «Осцилляционные матрицы и ядра и малые колебания механических систем» (Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1950). Отметим, что согласно теореме (III-2), если спектр задачи Штурма-Лиувилля состоит из неограниченной последовательности положительных простых собственных значений и если перенумеровать их в порядке возрастания ($0 < \lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots$), то соответствующие собственные функции $\varphi_0(x)$, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, … обладают определенными свойствами, в том числе тем свойством, что при каждом K ($\in \{1, 2, \ldots\}$) между соседними нулями функции $\varphi_{k+1}(x)$ находится точно один узел функции $\varphi_k(x)$. Уравнение (0.4) – это уравнение общего вида с непрерывными положительными коэффициентами, на которые в свое время были распространены осцилляционные теоремы Штурма, впервые сформулированные им (1836) при исследовании распространения тепла в неоднородном стержне. Для объяснения смысла задачи Штурма-Лиувилля процитируем статью Г.В.Розенблюма, М.З.Соломяк и М.А.Шубина «Спектральная теория дифференциальных операторов» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 64), где авторы пишут: «При рассмотрении колебаний струны возникает простейшая задача на собственные значения для дифференциального оператора. В случае однородной струны здесь достаточно использовать классическую теорию рядов Фурье, а для неоднородной струны возникает необходимость рассмотрения общей задачи Штурма-Лиувилля. Она представляет собой задачу на собственные значения для простейшего одномерного дифференциального оператора с переменными коэффициентами…» (Розенблюм и др., 1989, с.8).

Индукция Джона Литтлвуда. Английский математик Джон Литтлвуд дал индуктивное доказательство аксиомы выбора Цермело. Ф.А.Медведев в книге «Ранняя история аксиомы выбора» (1982) воспроизводит фрагмент рассуждений Дж.Литтлвуда, посредством которых тот доказывал аксиому выбора Цермело (версию этой аксиомы в форме утверждения о существовании выбирающего множества M в случае конечного семейства S бесконечных множеств X): «Таким образом, если в рассуждениях Гильберта существенным был выбор элемента в одном бесконечном множестве, то в доказательстве Литтлвуда существенно лишь проведение индуктивного умозаключения, причем в самом рассуждении, помимо явно сделанного предположения о непустоте произведения двух множеств, молчаливо принята возможность выбора элемента из одного бесконечного множества» (Медведев, 1982, с.22). Далее Ф.А.Медведев замечает, что индуктивные рассуждения использовались и другими математиками в стремлении доказать аксиому выбора Цермело: «Можно было бы привести еще ряд рассуждений подобного рода, но вряд ли они добавят что-либо новое, поэтому ограничимся сказанным в отношении доказательств конечных случаев. В этих попытках доказательств имеется два существенных момента: установление существования некоторого отмеченного элемента в рассматриваемом бесконечном множестве и применение индуктивного перехода отсюда к 1б» (там же, с.23). Здесь 1б – это уже упомянутая версия аксиомы выбора Цермело в форме утверждения о существовании выбирающего множества M в случае конечного семейства S бесконечных множеств X.

Индукция Эмиля Бореля. Выдающийся французский математик Э.Борель обобщил известную теорему Э.Пикара, согласно которой для функции $\omega(z)$, мероморфной во всей конечной плоскости $z \neq \infty$, существует самое большее два значения, которые эта функция может не принимать, иначе она тождественно равняется постоянной. После указанного обобщения данное утверждение стало называться теоремой Пикара-Бореля. Р.Неванлинна в книге «Однозначные аналитические функции» (1941) пишет о том, как Э.Борель доказывал свое обобщение результата Пикара: «Идея ввести производную в качестве функции сравнения принадлежит Борелю [1]. Эта идея является основной в его доказательстве того обобщения теоремы Пикара, которое известно под названием «теоремы Пикара-Бореля»

(Неванлинна, 1941, с.242). Об этом же Р.Неванлинна пишет в статье «О распределении значений однозначных аналитических функций» (УМН, 1939, вып.6): «Исследования Бореля дали теории новое направление. Ему удалось включить теорему Пикара, - которая в отношении как своего содержания, так и своего замечательно простого доказательства, данного Пикаром, оставалась в течение почти двух десятилетий изолированно стоящим результатом, - в порядок вещей, образовавшийся тем временем в теории целых функций, главным образом, трудами Пуанкаре и Адамара. Одновременно Борелю удалось существенно обобщить теорему Пикара для обширных классов функций, изучая для заданной целой функции распределение не только нулей, но, более обще, также а-точек, т.е. тех точек, где функция принимает заданное значение а, причем для а допускались все возможные значения» (Неванлинна, 1939, с.183).

Индукция Эмиля Бореля. Э.Борель сделал первые шаги на пути переноса результатов теории меры и теории функций действительного переменного в современную теорию вероятностей. Именно на этом пути в дальнейшем А.Н.Колмогоров разработал аксиоматический вариант теории вероятностей, что давало решение одной из 23-х проблем Д.Гильберта. Б.В.Гнеденко в предисловии к книге Э.Бореля «Вероятность и достоверность» (Москва, «Наука», 1969) отмечает: «В заключение я считаю необходимым добавить несколько слов относительно научного вклада Э.Бореля в современную теорию вероятностей. В некоторой степени именно ему следует приписать инициативу пересмотра основ этой науки с позиции теории меры и теории функций действительного переменного. Как известно, именно на этом пути А.Н.Колмогоров разработал аксиоматику теории вероятностей и теоретико-множественную интерпретацию всех основных ее понятий, принесших с собой предпосылки ее исключительного прогресса» (Гнеденко, 1969, с.6). Здесь индукция (генерализация) Э.Бореля напоминает аналогию, но не будем забывать, что аналогия – один из фундаментов индуктивной логики.

Индукция Эмиля Бореля. Э.Борель пришел к выводу о несправедливости утверждения А.Пуанкаре о невозможности получить продолжение функции f(z) в нижнюю полуплоскость, отличное от продолжения в смысле Римана и Вейерштрасса, индуктивно исходя из следующих наблюдений. Эмилю Борелю удалось построить функции, которые могут быть эффективно продолжены в указанную нижнюю полуплоскость. Ж.Валирон в книге «Аналитические функции» (Москва, ГИТТЛ, 1957) пишет: «Пуанкаре, представляя произвольную функцию f(z), не продолжаемую в нижнюю полуплоскость, в виде ф(z)+ф(z), где ф(z) и ψ(z) продолжаемы, причем их сумма в нижней полуплоскости равна произвольной функции g(z), хотел извлечь из этого аргумент для доказательства того, что нельзя осуществить естественным образом определенное продолжение функции f(z) в нижнюю полуплоскость, отличное от продолжения в смысле Римана и Вейерштрасса, которое в этом случае, по предположению, невозможно. Борель опроверг возражения, которые Пуанкаре заранее выдвинул против любой попытки расширения понятия естественного продолжения, построив функции, которые могут быть эффективно и совершенно определенным образом продолжены через купюру» (Валирон, 1957, с.72).

Индукция Анри Лебега. Французский математик, создатель математической теории меры, А.Лебег обобщил теорию интегрирования (интеграл) Б.Римана. С.Сакс в книге «Теория интеграла» (Москва, ИЛ, 1949) пишет: «Наиболее замечательным является то, что определение Лебега (определение интеграла, предложенное Лебегом – Н.Н.Б.), очевидно, требует только очень небольшого формального видоизменения в определении интеграла, данном Риманом» (Сакс, 1949, с.13). В другом месте своей книги С.Сакс вновь возвращается к обсуждению данного вопроса: «Мы уже видели в § 1 этой книги, как очень небольшим видоизменением классического определения Римана был получен интеграл Лебега» (там же, с.104).

Индукция Анри Лебега и Уильяма Генри Юнга. А.Лебег и У.Г.Юнг индуктивно распространили на произвольные бесконечные (несчетные) покрытия теорему С.Пинкерле о конечном покрытии, сформулированную для покрытий, состоящих из счетного числа интервалов. Эту теорему С.Пинкерле применил при доказательстве некоторых теорем математического анализа. Согласно данной теореме, которая нередко называется леммой Гейне-Бореля, если отрезок покрыт бесконечным числом интервалов, то среди них можно выбрать конечное число, также покрывающее данный отрезок. Интересно, что после А.Лебега и У.Г.Юнга теорему о покрытии обобщали такие математики, как Данжуа, Фреше, Лузин, Урысон, Александров, Серпинский и т.д. Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) пишет о Сальваторе Пинкерле (1853-1936): «…Пинкерле за несколько лет до Бореля установил своеобразную форму теоремы о конечном покрытии и указал на применение ее для доказательства ряда теорем анализа. В 1895 г. ее в более привычной форме установил Борель для счетных покрытий, а затем У.Г.Юнг и Лебег распространили ее на несчетные покрытия» (Медведев, 1976, с.155). Он же: «Когда в 1926 г. видный американский математик Гильдебрандт [1] попытался проследить исторические судьбы этой теоремы и ее обобщений, то ему пришлось написать статью в полсотни страниц, рассмотреть несколько десятков работ сорока авторов, среди которых оказались Лебег, У.Г.Юнг, Данжуа, Фреше, Лузин, Урысон, Александров, Серпинский и др. Продолжение этого труда Гильдебрандта до сегодняшних дней, видимо, потребовало бы, по крайней мере, удвоения числа источников, а полная история названной теоремы потребовала бы написания целой книги» (Медведев, 1976, с.193). Называя теорему Пинкерле о покрытии теоремой Витали, С.Сакс в книге «Теория интеграла» (1949) также пишет о том, что А.Лебег обобщил данную теорему: «(3.1). Теорема Витали о покрытии. Пусть в пространстве Rm заданы множество A и система замкнутых множеств G, покрывающая в смысле Витали множество A. Тогда из G можно выбрать такую конечную или счетную последовательность попарно не пересекающихся множеств {En}, что |A - ∑ En| = 0» (Сакс, 1949, с.167). «Теорема (3.1) была доказана Г.Витали [3] в несколько менее общей форме: Витали предполагал семейство (G) состоящим из кубов. А.Лебег [5], сохранив общий ход доказательства Витали, показал, что выводы, сделанные Витали, могут быть обобщены…» (там же, с.171). Здесь [3] – работа Г.Витали (1908), [5] – исследование А.Лебега (1910).

Индукция Анри Лебега и Лейтзена Брауэра. А.Лебег и Л.Брауэр (1910-е годы) получили ряд обобщений знаменитой теоремы Жордана о том, что простая замкнутая линия разбивает плоскость на две области. Позже американский математик Дж.Александер (1922) обобщил теорему Жордана до глубокой теоремы двойственности. Г.С.Чогошвили в статье «О соотношениях двойственности в топологических пространствах» (УМН, 1946, том 1, вып.5-6) пишет: «…В теореме Жордана (в теореме, с которой началось, в конце прошлого столетия, это изучение) R есть плоскость, A – простая замкнутая линия, а утверждение состоит в том, что A разбивает R на две области. Важные обобщения этой теоремы, полученные Лебегом и Брауэром в десятых годах этого столетия, завершаются в 1922 г. теоремой Александера, в которой R есть n-мерное сферическое пространство, A – любой кривой конечный полиэдр, а утверждается, что r-мерное число Бетти (по модулю 2) полиэдра A равняется (n-r-1)-мерному числу Бетти B» (Чогошвили, 1946, с.247).

Индукция Анри Лебега. А.Лебег индуктивно обобщил на более широкий класс множеств конструкцию меры К.Жардана, которая применима к евклидовым пространствам любого числа измерений. В результате этого обобщения А.Лебег открыл меру, получившую название «меры Лебега», которая имела более широкую область применения. Сама же мера Жордана явилась обобщением понятия площади и объема. Б.Гелбаум и Дж.Олмстед в книге «Контрпримеры в анализе» (Москва, «Мир», 1967) пишут: «Существует обобщение понятия площади и объема, так называемая мера Жордана, которое применимо к евклидовым пространствам любого числа измерений и даже к более общим пространствам. (См. [38], стр.431). Мера Лебега является обобщением меры Жордана в том смысле, что любое множество, имеющее меру Жордана, измеримо по Лебегу и его мера Жордана совпадает с мерой Лебега. Принципиальным преимуществом меры Лебега над мерой Жордана объясняется широкое применение меры Лебега к предельным процессам» (Гелбаум, Олмстед, 1967, с.188). Об этом же говорит С.Сакс в книге «Теория интеграла» (1949): «Внешняя мера Пеано-Жордана для ограниченного множества E есть точная нижняя грань чисел ∑ |In|, где {In} – любая конечная система сегментов, покрывающих E. Счастливая идея Лебега состояла в замене в этом определении конечной системы сегментов счетной системой» (Сакс, 1949, с.104). С.Сакс добавляет, что Лебегу была известна также идея меры Э.Бореля, которую Лебег распространил на более общую ситуацию: «B-множества были введены вместе с мерой (L), определенной для них, Э.Борелем в 1898 г., но только Лебег несколько лет спустя упростив понятие меры (L) и распространив ее на все множества (G), выяснил важность этой меры для теории интегрирования и особенно для теории дифференцирования» (там же, с.104).

Индукция Анри Лебега. А.Лебег (1902) индуктивно обобщил теорему единственности тригонометрического разложения, представленную в интерпретации (форме) П.Дюбуа-Реймона. При этом А.Лебег уже использовал введенный им интеграл, пришедший на смену интегралу Римана. Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) указывает: «Цикл работ Лебега по тригонометрическим рядам был открыт заметкой 1902 г. «Одна теорема о тригонометрических рядах» [9], в которой он обобщил известную теорему единственности тригонометрического разложения в форме Дюбуа-Реймона, привлекши для этой цели только что введенный им интеграл вместо интеграла Римана» (Медведев, 1976, с.71). Об этом же Ф.А.Медведев сообщает в статье «О работах Анри Лебега по теории функций» (УМН, 1975, том 30, вып.4 (184)): «Такое же превращение, как теории интегрирования и дифференцирования, претерпела в исследованиях Лебега теория тригонометрических рядов. Цикл его работ в этой области открывается заметкой 1902 г. [4], содержащей обобщение теоремы единственности тригонометрического разложения в форме Дюбуа-Реймона на случай, когда для выражения коэффициентов ряда применяется интеграл Лебега» (Медведев, 1975, с.231).

Индукция Анри Лебега. А.Лебег перенес на более общую ситуацию теорему Фейера о суммируемости методом Чезаро тригонометрического ряда Фурье ограниченной R-интегрируемой функции f(x) в точках непрерывности и в точках разрыва первого рода. Ф.А.Медведев сообщает в статье «О работах Анри Лебега по теории функций» (УМН, 1975, том 30, вып.4 (184)): «Обобщив теорему Фейера (1900 г.) о суммируемости методом Чезаро ряда Фурье ограниченной R-интегрируемой функции f(x) в точках непрерывности и в точках разрыва первого рода до теоремы о суммируемости почти всюду этим методом ряда Фурье всякой L-интегрируемой функции ([11], стр.277), Лебег распространил ее и на метод Римана (стр.280)» (Медведев, 1975, с.232).

Индукция Анри Лебега. А.Лебег индуктивно обобщил на случай любого множества положительной меры теорему Кантора, согласно которой если тригонометрический ряд сходится на множестве E, то mE > 0, то его коэффициенты стремятся к нулю. После того, как Лебег обобщил данную теорему Кантора, она стала называться теоремой Кантора-Лебега. Н.К.Бари в книге «Тригонометрические ряды» (1961) пишет об этой теореме: «Название этой теоремы объясняется тем, что Кантор доказал ее для случая, когда ряд сходится на некотором отрезке [a, b], а Лебег обобщил на случай любого множества положительной меры» (Н.К.Бари, 1961, с.174).

Индукция Анри Лебега. А.Лебег (1908, 1910) сформулировал теорему о допустимости почленного интегрирования сходящейся последовательности суммируемых функций, индуктивно обобщив теорему В.Ф.Осгуда о возможности почленного интегрирования сходящихся непрерывных функций. Ф.А.Медведев в статье «О работах Анри Лебега по теории функций» (журнал «Успехи математических наук», 1975, том 30, выпуск 4 (184)) указывает: «В теории лебеговского интегрирования большую роль играет теорема о возможности почленного интегрирования сходящихся функциональных рядов с ограниченными в совокупности остатками. Для функций, интегрируемых в смысле Римана, ее ранее установил Ч.Арцела (1885, 1900 гг.), а для непрерывных функций независимо В.Ф.Осгуд (1897 г.). Не зная результата Арцела, а отправляясь от теоремы Осгуда, Лебег перенес ее на суммируемые функции [3], а затем в 1908-1910 гг. [18], [19] обобщил до теоремы о допустимости почленного интегрирования сходящейся последовательности суммируемых функций, если члены последовательности по абсолютной величине не превосходят некоторую суммируемую функцию» (Медведев, 1975, с.235). Об этой же индукции А.Лебега Ф.А.Медведев пишет в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976), где он говорит о математике Чезаре Арцела: «Ему принадлежит достаточно общая форма одной из основных теорем теории интегрирования – теоремы о возможности почленного интегрирования рядов с равномерно ограниченными остатками (1885 г.); эту теорему впоследствии переоткрыл в более общем виде Лебег, не зная об этом результате Арцела, а лишь опираясь на более частную, к тому же и доказанную позднее теорему Осгуда (1897 г.)» (Медведев, 1976, с.147).

Индукция Анри Лебега. А.Лебег индуктивно распространил теорему Бэра о функциях первого класса на функции любого конечного числа переменных. При этом А.Лебег использовал также метод сведения задач о функциях нескольких переменных к задачам о функциях одного переменного, основанный на применении кривых Пеано, заполняющих n-мерную область Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) сообщает: «Лебег в [2] предложил метод сведения задач о функциях нескольких переменных к задачам о функциях одного переменного, основанный на применении кривых Пеано, заполняющих n-мерную область. При помощи этого метода он относительно просто распространил теорему Бэра о функциях первого класса на функции любого конечного числа переменных. Он отметил также, что аналогично распространяются некоторые другие результаты Бэра и что вообще указанный метод может служить во многих подобных случаях; это подтвердилось развитием теории функций» (Медведев, 1976, с.41). Об этом же обобщении А.Лебега говорит Н.Н.Лузин в книге «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» (Москва, ГИТТЛ, 1953): «Важно заметить, что теорема Бэра о функциях класса 1 отличается такой красотой и настолько удобна для приложений, что ее можно считать за идеал для предложений теории функций. Поэтому нет недостатка в попытках получить обобщение этой теоремы для высших классов. Среди этих попыток мы должны цитировать две главные, которыми мы обязаны Лебегу и Валле-Пуссену» (Лузин, 1953, с.81). Отметим, что теорема Р.Бэра о функциях первого класса утверждает следующее: для того чтобы функция f(x) была класса 1, необходимо и достаточно, чтобы она имела, по крайней мере, одну точку непрерывности на всяком совершенном множестве.

Индукция Вильгельма Бляшке. Австрийский математик В.Бляшке обобщил теорему Дж.Витали о сходимости последовательности аналитических функций. М.А.Лаврентьев и И.И.Привалов в статье «Общий очерк развития теории функций комплексного переменного в СССР за время с 1917-1927 г.» («Математический сборник», 1928, том 35, номер дополнительный) указывают: «С другой стороны, Витали показал, что если последовательность (1) функций, голоморфных и равномерно ограниченных в своей совокупности в области D, сходится на счетном множестве точек E, имеющем предельную точку внутри D, то последовательность (1) сходится в каждой точке области D и притом равномерно во всякой области, внутренней к D» (Лаврентьев, Привалов, 1928, с.13). «В том случае, - продолжают авторы, - когда множество точек E находится внутри области D, первый результат о сходимости последовательности аналитических функций был получен Витали и приведен выше. В силу этого результата при всех дальнейших естественно предполагается, что множество E есть счетное и имеет все свои предельные точки на границе области. Существенное обобщение теоремы Витали было получено Бляшке: пусть функции последовательности (1), голоморфные в круге $|z| <1$, ограничены в своей совокупности. Тогда, если последовательность (1) сходится на счетном множестве точек $E(z_k)$, $|z_k|<1$, таких, что ряд $\sum(1-|z_k|)$ расходится, то последовательность (1) сходится равномерно во всяком круге $|z|\leq g$, $g<1$» (там же, с.15).

Индукция А.Блоха. А.Блох (1926) обобщил теорему Э.Бореля, которая являлась одним из первых результатов многомерной теории распределения значений. Б.В.Шабат в книге «Распределение значений голоморфных отображений» (1982) пишет: «В 1896 г. появился первый результат многомерной теории распределения значений: Э.Борель [1] доказал, что голоморфное отображение комплексной прямой C в комплексное проективное пространство Pn вырождается, если образ выпускает n+2 комплексные гиперплоскости в общем положении. Этот результат довольно долгое время оставался изолированным, пока в 1926 г. А.Блох [1] не получил его обобщение; впрочем, оба эти результата опережали свое время» (Шабат, 1982, с.6).

Индукция А.Блоха. А.Блох обобщил теорему искажения Кебе. А.Гурвиц и Р.Курант в книге «Теория функций» (Москва, «Наука», 1968) повествуют: «Круг теорем, связанных с принципом Линделефа, давал оценки для функций, которые не предполагались однолистными в соответствующих областях. Для теорем искажения Кебе требование однолистности функции f(z) в единичном круге существенно. Однако возможны некоторые обобщения этих теорем, освобожденные от требования однолистности. Среди этих обобщений наиболее известна теорема Блоха, которую мы сформулируем, не приводя ее доказательства: пусть функция f(z) регулярна в круге $|z| < 1$ и удовлетворяет условию $f'(0)=1$. Тогда риманова поверхность, являющаяся взаимно однозначным образом круга $|z| < 1$ при отображении $\zeta=f(z)$, содержит на одном из листов открытый круг радиуса B, где B – некоторая абсолютная положительная постоянная» (Гурвиц, Курант, 1968, с.455).

Индукция Эдуарда Гурса. Французский математик Э.Гурса обобщил на нелинейные уравнения одну из теорем Гастона Дарбу, частный случай которой дает доказательство существования функции Римана. Жак Адамар в книге «Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа» (Москва, «Наука», 1978) аргументирует: «В случае, когда X=0 есть характеристика, можно определить решение дифференциального уравнения, если известны его значения

$$u (X1, \ldots, Xm-2, 0, y) = u0 (X1,\ldots, Xm-2, y),$$
$$u (X1, \ldots, Xm-2, X, 0) = u (X1, \ldots, Xm-2, X)$$

на каждой из поверхностей X=0, y=0. Эти функции могут быть выбраны произвольно при условии, что они не противоречат друг другу на линии пересечения, а именно:

$$u0 (X1, \ldots, Xm-2, 0) = u (X1, \ldots, Xm-2, 0) = u0 (X1, \ldots, Xm-2).$$

Эта теорема включает в себя как частный случай доказательство существования функции Римана (п.40). Она была впервые сформулирована с этой целью Дарбу для m=2 (так что X=0, y=0 представляют собой две линии) в предположении, что обе эти линии X=0, y=0 являются характеристиками, а данные Коши аналитичны. Она была распространена Гурса на нелинейные уравнения при единственном предположении, что начальные касательные в точках их пересечения имеют характеристические направления. Бедон обобщил результаты Дарбу и Гурса на случай M>2 и, следуя Гурса, воспользовался этим для доказательства неопределенности задачи Коши на характеристике» (Адамар, 1978, с.87).

Индукция Поля Монтеля. Французский математик Поль Монтель перенес на более общую ситуацию теорему К.Вейерштрасса об условиях, при которых последовательность непрерывных функций равномерно сходится в замкнутой области. М.А.Лаврентьев и И.И.Привалов в статье «Общий очерк развития теории функций комплексного переменного в СССР за время с 1917-1927 г.» («Математический сборник», 1928, том 35, номер дополнительный) формулируют теорему Вейерштрасса: «Вейерштрасс показал, что если функции fn(z), непрерывные в замкнутой области D′, образуют последовательность, равномерно сходящуюся на границе, то эта последовательность сходится равномерно во всей области D′ и определяет функцию, голоморфную внутри области» (Лаврентьев, Привалов, 1928, с.13). «Первое существенное обобщение теоремы Вейерштрасса, - продолжают М.А.Лаврентьев и И.И.Привалов, - было получено Монтелем: пусть область D ограничена простой замкнутой линией Жордана. Если функции последовательности (1), непрерывные в замкнутой области D′, ограничены в своей совокупности и если последовательность (1) сходится в каждой точке границы, то эта последовательность сходится в каждой точке области D и притом равномерно во всякой области, внутренней к D. Далее Монтель показал, что теорема остается справедливой, если вместо сходимости в каждой точке границы потребовать сходимость в каждой точке любой дуги границы» (там же, с.13). Здесь последовательность (1) – это последовательность аналитических функций f1(z), f2(z),…, fn(z),…, голоморфных внутри области D.

Индукция Поля Монтеля. Поль Монтель (1912) индуктивно обобщил на функции с конечными производными числами теорему Лебега (1903), согласно которой всякая непрерывная функция с ограниченным изменением дифференцируема почти всюду. Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) сообщает: «Здесь же упомянем об обобщении Монтелем одной теоремы Лебега о производной почти всюду. Как мы уже говорили, Лебег в 1903 г. доказал, что всякая непрерывная функция с ограниченным изменением дифференцируема почти всюду. В частности, отсюда вытекало, что дифференцируема почти всюду и всякая функция с ограниченными производными числами. Монтель в 1912 г. [2] обобщил последнее предложение на функции с конечными производными числами» (Медведев, 1976, с.67).

Индукция Поля Монтеля. Поль Монтель (1926) обобщил теорему М.Блоха (Блока), согласно которой любая функция W = f(z) из R покрывает круг с центром на положительной полуоси, радиуса не меньшего абсолютной константы. Аналогичными исследованиями занимался русский математик И.И.Привалов (1928). А.Бермант в статье «Растяжение модулярной функции и задачи о покрытиях» («Математический сборник», 1944, том 15 (57), № 2) пишет: «Обобщая известную теорему А.Блока, П.Монтель [9] и независимо от него И.И.Привалов [10] доказали методом нормальных семейств теорему: пусть дана регулярная последовательность колец Dk с общим центром в точке W=0. Каждому кольцу Dn последовательности можно поставить в соответствие кольцо Dn+p такое, что любая функция из R, не покрывающая Dn, покрывает Dn+p» (Бермант, 1944, с.307). Здесь [9] – это исследование П.Монтеля (1926), [10] – работа И.И.Привалова (1928).

Индукция Поля Монтеля. Поль Монтель распространил на более общие условия теорему Стилтьеса (1894). Данная теорема формулируется следующим образом: дана последовательность функций, голоморфных и ограниченных в своей совокупности внутри области (D). Если эта последовательность сходится равномерно в некоторой внутренней области, то она сходится равномерно всюду внутри (D). П.Монтель в книге «Нормальные семейства аналитических функций» (Москва-Ленинград, ОНТИ, 1936) пишет: «Мы увидим, что теорема Стилтьеса может быть расширена на неограниченные функции при условии, что быстрота сходимости в ядре, где ряд сходится, компенсирует рост максимального модуля функций последовательности» (Монтель, 1936, с.160).

Индукция Поля Монтеля. Поль Монтель обобщил теорему Эдмунда Ландау, которая звучит следующим образом: пусть $f(z)=a_0+a_1z+a_2z^2+\ldots+a_nz^n+\ldots(a_1\neq0)$ есть функция, голоморфная в круге радиуса R и не принимающая в этом круге ни значения нуль, ни значения единица. Число R не может превосходить предела, который зависит только от a_0 и a_1. П.Монтель в книге «Нормальные семейства аналитических функций» (1936) говорит о теореме Э.Ландау: «Эта теорема допускает обширные обобщения: прежде всего, всякое условие, позволяющее исключать постоянные из рассматриваемого семейства, приводит к обобщениям» (Монтель, 1936, с.77).

Индукция Поля Монтеля. Поль Монтель перенес на неограниченные функции определенного вида теорему Бляшке, которая определяет необходимые и достаточные условия для того, чтобы существовала голоморфная функция, ограниченная в круге и обращающаяся в нуль на бесконечном множестве точек zn, для которых все предельные точки находятся на окружности. П.Монтель в книге «Нормальные семейства аналитических функций» (1936) пишет об этой теореме Бляшке: «Теорема Бляшке распространяется на неограниченные функции, являющиеся в круге (d) отношением двух ограниченных функций, из которых обе можно считать по модулю меньше единицы» (Монтель, 1936, с.150).

Индукция Джузеппе Витали. Итальянский математик Дж.Витали (1903) обобщил ту же теорему Стилтьеса, что и П.Монтель. В результате обобщения Дж.Витали получил следующую теорему: если последовательность функций, голоморфных и ограниченных в своей совокупности в области (D), сходится на множестве точек, расположенном полностью внутри (D), то последовательность сходится равномерно всюду внутри этой области.

Индукция Габора Сеге. Выдающийся венгерский математик, учитель Джона фон Неймана, Габор Сеге (1922) распространил известную теорему Кебе-Бибербаха на случай двух диаметрально противоположных отрезков. В.Н.Дубинин в статье «Емкости конденсаторов и принципы мажорации в геометрической теории функций комплексного переменного» («Сибирские электронные математические известия», 2008, том 5) пишет: «Теоремы покрытия при регулярных отображениях составляют важную часть геометрической теории функций комплексного переменного [12]. К первому результату такого рода можно отнести теорему Кебе-Бибербаха об 1/4, суть которой состоит в следующем. Если функция f регулярна и однолистна в круге $|z| < 1$ и удовлетворяет условию $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, то образ круга $|z| < 1$ при отображении f содержит круг с центром в начале и радиуса ¼. Другими словами, любой отрезок с концом в начале координат длины меньшей ¼ содержится в образе круга при указанном отображении. В 1922 году Сеге распространил этот результат на случай двух диаметрально противоположных отрезков и поставил вопрос о длине n радиальных отрезков, расположенных под равными углами» (Дубинин, 2008, с.474). Важное обобщение теоремы Кебе, полученное Габором Сеге, рассматривается также в статье П.М.Тамразова «Теоремы покрытия линий при конформном отображении» («Математический сборник», 1965, том 66 (108), № 4), где автор пишет: «Первым и важнейшим результатом о покрытии отрезков является известная теорема Кебе, окончательное доказательство которой было дано Бибербахом. В дальнейшем было предложено много обобщений теоремы Кебе (см. [1] - [3], там же указана библиография). Сеге высказал известную гипотезу, обобщающую теорему Кебе на случай покрытия n отрезков» (Тамразов, 1965, с.502).

Индукция Иоганна Радона и Отто Никодима. Австрийский математик И.Радон индуктивно обобщил теорему Лебега о необходимых и достаточных условиях для того, чтобы функция, определенная на отрезке [0, 1], выражалась некоторым неопределенным интегралом. О.Никодим перенес ту же теорему Лебега на более общие условия. После того, как И.Радон обобщил указанную теорему Лебега, она стала называться теоремой Радона, а после того, как ту же теорему обобщил Отто Никодим, она стала именоваться теоремой Радона-Никодима. Таким образом, теорема Радона-Никодима, нашедшая применение в различных математических теориях, является обобщением теоремы Лебега. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Теорема Радона-Никодима. В 1904 г. Лебег [2, стр.157] получил необходимые и достаточные условия для того, чтобы функция, определенная на отрезке [0, 1], выражалась некоторым неопределенным интегралом. В следующем году Витали [1] охарактеризовал такие функции как хорошо знакомые нам теперь абсолютно непрерывные функции. Эти результаты были обобщены Радоном [2, стр.1349] для определенной в евклидовом пространстве меры Бореля μ. Общая теорема была доказана Никодимом [7; 8, стр.168]» (Данфорд, Шварц, с.256). Здесь [2] – работа И.Радона (1913), [7] – исследование О.Никодима (1929). Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) поясняет: «Радону не удалось построить теорию дифференцирования, обобщавшую изложенную в лебеговском мемуаре, но зато он без нее сумел обобщить теорему Лебега о представлении вполне аддитивной и абсолютно непрерывной функции интегралом от ее производной, открыв тем самым новый подход к самому понятию производной функции множества» (Медведев, 1976, с.182-183). О том, что Радон и Никодим обобщили теорему Лебега, говорят также А.Н.Колмогоров и С.В.Фомин в монографии «Элементы теории функций и функционального анализа» (2004): «Теорема Радона-Никодима представляет собой, очевидно, естественное обобщение теоремы Лебега о том, что абсолютно непрерывная функция есть интеграл от своей производной» (Колмогоров, Фомин, 2004, с.375).

Индукция Иоганна Радона. И.Радон (1913) распространил на более общую ситуацию теорему Ф.Рисса (1909) об общем виде линейного функционала. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) говорят об указанной теореме Ф.Рисса: «Рисс сформулировал свою теорему в 1909 г. (Ф.Рисс [7]). С тех пор он дал несколько различных ее доказательств (Ф.Рисс [3, 10, 11]. Новое доказательство и тоже для C [0, 1] было предложено Хелли [1]. Радон [2, стр.1333] обобщил эту теорему на компактное множество в E^n, причем выразил линейный функционал через интеграл по некоторой регулярной мере, а не с помощью интеграла Стилтьеса» (Данфорд, Шварц, 1962, с.414). Здесь [2] – работа И.Радона (1913). Следует отметить, что И.Радон открыл так называемое «преобразование Радона» - конструкцию интегральной геометрии, которая легла в основу компьютерной томографии. А.Алексеев в статье «Компьютерный томограф: физический прибор для медицинской диагностики» (журнал «Наука и жизнь», 1984, № 7) пишет: «Принципы, на которых построена работа томографа, универсальны, и появились они вне всякой связи с медицинской диагностикой. Первым теоретически доказал, что основная задача томографии имеет решение, австрийский математик Иоганн Радон в 1917 году. Занимался он теоретической интегральной геометрией и, наверное, не задумывался над тем, как можно применить открытые им преобразования. Одно из них, названное преобразованием Радона, позволяет провести математическое воссоздание образа объекта по бесконечному набору его проекций, а это как раз и требуется для томографии» (Алексеев, 1984, с.27).

Индукция Иоганна Радона. И.Радон (1919) индуктивно обобщил на плоские контуры с «ограниченным вращением» без точек возврата результаты исследований А.Корна (1902) и С.Зарембы (1904) по теории граничных интегральных уравнений. В.Г.Мазья в статье «Граничные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27) пишет о том, как развивалась теория граничных интегральных уравнений: «Первыми в этом направлении были исследования Корна [152], Зарембы [190] и Карлемана [118], изучивших методами теории потенциала краевые задачи для уравнения Лапласа при наличии конечного числа угловых точек на границе. В 1919 г. Радон [178] обобщил результаты работ [152], [190] на плоские контуры с «ограниченным вращением» без точек возврата. Соответствующие интегральные операторы рассматривались им в пространстве C непрерывных функций»

(Мазья, 1988, с.183). Здесь [152] – исследование А.Корна (1902), [190] – работа С.Зарембы (1904), [178] – статья И.Радона «О краевых задачах для логарифмического потенциала» (журнал «Успехи математических наук», 1946, том 1, вып.3-4). Кстати, в данной статье И.Радон сам раскрывает свое обобщение: «Указанное обобщение интегральных уравнений было недавно рассмотрено Ф.Риссом; я изложил это обобщение в моей предыдущей статье «О линейных функциональных преобразованиях и функциональных уравнениях», развив его, насколько это требуется для задач теории потенциала» (Радон, 1946, с.96). Далее И.Радон повествует: «Основной результат нашего исследования таков: метод интегральных уравнений в его рассматриваемом здесь обобщении применим и приводит, в частности, к доказательству неймановских разложений, если граница состоит из кривых упомянутого общего типа, - они подробно исследуются в главе I под названием «кривых ограниченного вращения», не имеющих точек заострения. Тем самым, в частности, получают обоснование результаты Корна и Заремба, но рассмотренные здесь случаи имеют значительно более общий характер, так как, например, граничные кривые могут здесь содержать всюду плотное множество угловых точек» (там же, с.97).

Индукция Арно Данжуа. Французский математик Арно Данжуа (1912) индуктивно обобщил метод интегрирования Лебега таким образом, что оказалась разрешимой проблема нахождения примитивной F (x) по точной конечной производной. Другими словами, интеграл Данжуа был введен, прежде всего, для решения одной из основных задач классического интегрального исчисления – задачи восстановления первообразной по точной конечной производной (как известно, интеграл Лебега решает эту задачу лишь при условии суммируемости производной). Позже А.Данжуа и А.Я.Хинчин (1916) построили еще более общий интеграл, который носит название интеграла Данжуа в широком смысле и который связан с аппроксимативной дифференцируемостью. А.Н.Колмогоров в статье «О процессе интегрирования Данжуа» (А.Н.Колмогоров, «Избранные труды», 1985) сообщает: «Интегрирование в смысле Данжуа (им самим названное «тотализацией») является обобщением классического метода интегрирования, понимаемого как построение первообразной к данной функции. Это есть вполне естественный и логичный путь обобщения, который, если угодно, можно рассматривать как последнее звено цепи, имеющей своим началом ньютоновское понимание интеграла» (Колмогоров, 1985, с.97). Польский математик Станислав Сакс считает, что, обобщая метод интегрирования Лебега, А.Данжуа использовал идеи Рене Бэра. С.Сакс в книге «Теория интеграла» (Москва, ИЛ, 1949) пишет: «Так, разве идея интегрирования Данжуа не является в сущности только поразительным применением идеи, руководящей Бэром? Если Бэр путем итерации предельного перехода расширяет класс функций, то Данжуа, отправляясь от интеграла Лебега, строит трансфинитную иерархию методов интегрирования, последовательные этапы которой связаны с двумя операциями: одна из них точно соответствует обобщенному интегралу Коши, другая – обобщенному интегралу Гарнака-Жардана» (Сакс, 1949, с.8). А.Данжуа в своем докладе, подготовленном по случаю вручения ему золотой медали имени М.В.Ломоносова («Вестник АН СССР», 1971, № 5, с.57-64), говорит о своей склонности к обобщению различных математических результатов: «Вот еще одно принципиальное обстоятельство, которое мне многократно помогало. Коль скоро установлен некоторый новый результат или обращено внимание на некоторый ранее известный результат, органически связанный с изучаемыми явлениями, я стараюсь использовать его как своеобразный пьедестал для того, чтобы окинуть единым взором всю проблематику. Очень часто это позволяет обобщить или усовершенствовать результат. Из-за этого я много раз переделывал текст своих мемуаров в процессе их печатания, несмотря на неудовольствие издателей» (А.Данжуа, 1971).

Индукция Арно Данжуа, Поля Монтеля и Николая Лузина. А.Данжуа, П.Монтель и Н.Н.Лузин распространили на произвольные функции (для функций одного действительного переменного) основные теоремы лебеговской теории дифференцирования аддитивной функции сегмента ограниченной вариации. С.Сакс в одной из глав своей книги «Теория интеграла» (1949) указывает: «В предыдущих параграфах этой главы мы имели дело с лебеговской теорией дифференцирования аддитивной функции сегмента ограниченной вариации. Для функций одного действительного переменного эта теория была распространена на произвольные функции Монтелем, Лузиным и особенно Данжуа. Недавно теоремы Данжуа, которые принадлежат уже к классическим результатам теории, получили дальнейшее обобщение» (Сакс, 1949, с.201).

Индукция Адольфа Гурвица. Один из учителей Д.Гильберта Адольф Гурвиц, занимаясь теорией бинарных квадратичных форм, получил на основе индукции ряд важных результатов в этой теории. В частности, А.Гурвиц индуктивно обнаружил связь между теоретико-числовыми функциями определенного вида и классами бинарных квадратичных форм. Д.Гильберт в статье «Адольф Гурвиц» (Д.Гильберт, «Избранные труды», том 2, 1998) пишет о Гурвице: «Годы, проведенные в Кенигсберге, были для Гурвица временем напряженной работы. Прежде всего, он продолжил начатые им ранее под влиянием Клейна исследования о соотношениях между числами классов (числами классов бинарных квадратичных форм – Н.Н.Б.), причем Гурвицу удалось индуктивно придти к заключению о теоретико-числовых функциях, связанных с ними, и затем в общем виде доказать правильность своей догадки» (Гильберт, 1998, с.438).

Индукция Адольфа Гурвица. Адольф Гурвиц индуктивно обобщил на формы с произвольно большим числом переменных известный закон взаимности Эрмита для теории инвариантов двух переменных. Д.Гильберт в статье «Адольф Гурвиц» (Д.Гильберт, «Избранные труды», том 2, 1998) повествует: «В циюрихский период, не уступавший по продуктивности кенигсбергскому, Гурвиц непрестанно расширял область своей творческой активности, которая, в конце концов, охватила все разделы чистой математики. Среди работ, относящихся к новым темам, можно особо отметить следующие. К теории инвариантов – работа, в которой Гурвиц среди прочего нашел обобщения известного закона взаимности Эрмита для теории инвариантов двух переменных на формы с произвольно большим числом переменных» (Гильберт, 1998, с.439).

Индукция Адольфа Гурвица. Адольф Гурвиц выдвинул гипотезу о существовании инвариантной меры для любой группы Ли, индуктивно исходя из удачного построения (1897) инвариантной меры для ортогональной группы. В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25) отмечает: «Поначалу, когда только складывалось представление об инвариантной мере (Пуанкаре, Э.Картан), группа преобразований была отделена от пространства, на котором имелась мера. Впервые инвариантная мера на самой группе рассматривалась Гурвицем в 1897 г. для ортогональной группы. Он же предположил факт существования инвариантной меры для любой группы Ли. Однако идеи Гурвица начали развиваться лишь в середине двадцатых годов, в связи с распространением теории Фробениуса представлений конечных групп на компактные группы Ли» (Гурарий, 1988, с.142).

Индукция Адольфа Гурвица. Адольф Гурвиц (1907) перенес на общие функции теорему Штурма о нулях тригонометрического ряда, согласно которой вещественная периодическая функция имеет, по крайней мере, столько же нулей, сколько и гармоника наименьшего порядка ее ряда Фурье. В.И.Арнольд в статье «Астроидальная геометрия гипоциклоид и гессианова топология гиперболических многочленов» (УМН, 2001, том 56, вып.6 (342)) пишет: «Известно много доказательств теоремы Штурма-Гурвица, но все они мало проясняют суть дела. Сам Штурм рассматривал только тригонометрические многочлены, т.е. вещественные части обычных многочленов на окружности. В этом случае теорема следует из принципа аргумента теории функций комплексного переменного, так как отсутствие младших гармоник означает присутствие корня большой кратности в нуле, т.е. внутри круга, ограниченного рассматриваемой окружностью. Значит, аргумент имеет большое приращение, а вещественная часть – много нулей. Гурвиц перенес теорему на общие функции» (Арнольд, 2001, с.8).

Индукция Адольфа Гурвица. Адольф Гурвиц (1902) обобщил три биномиальных тождества Абеля, которые послужили началом формирования степенных рядов в комплексной области. Дж.Риордан в книге «Комбинаторные тождества» (Москва, «Наука», 1982) указывает: «Полиномиальные обобщения трех биномиальных тождеств Абеля впервые появляются в 1902 г. в работе Гурвица []. Из всех возможных обобщений биномиальных тождеств они, по-видимому, являются самыми важными» (Риордан, 1982, с.32).

Индукция М.Де Франкиса. М.Де Франкис (1913) перенес на более общую ситуацию классическую теорему А.Гурвица, согласно которой число голоморфных автоморфизмов римановой поверхности рода g>1 не превосходит 84 (g-1). И.А.Медных в статье «Классификация голоморфных отображений римановых поверхностей малых родов с точностью до эквивалентности» («Сибирский математический журнал», 2010, том 51, № 6) пишет: «Классическая теорема Гурвица [1] утверждает, что число голоморфных автоморфизмов римановой поверхности рода g>1 не превосходит 84 (g-1). Макбет [2] показал, что оценка точная и достигается для бесконечного числа значений рода g. Обозначим через Hol (Sg, Sg′) множество всех голоморфных отображений римановой поверхности Sg рода g на риманову поверхность Sg′, где g ≥ g′ > 1. Обобщение теоремы Гурвица получено де Франкисом [3], который установил, что число элементов Hol (Sg, Sg′) конечно и ограничено сверху константой, зависящей только от g» (Медных, 2010, с.1379). Здесь [3] – исследование М.Де Франкиса (1913). Следует отметить, что впоследствии теорема самого Де Франкиса была обобщена Т.М.Бандманом (1981). «Теореме де Франкиса, - поясняет И.А.Медных, - также посвящена серия работ испанских математиков [11, 12]. Теорема де Франкиса для римановых поверхностей конечного типа и ее обобщение на многомерный случай получены в [13, 14]» (там же, с.1379). Здесь [13] – работа Т.М.Бандмана «Сюръективные голоморфные отображения проективных многообразий» («Сибирский математический журнал», 1981, том 22).

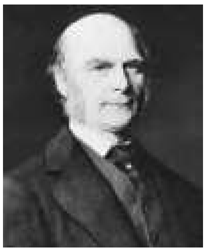
Индукция Германа Минковского. Крупный немецкий математик, предложивший рассматривать пространство и время как единый четырехмерный континуум, Г.Минковский индуктивно обобщил созданную Гауссом теорию бинарных квадратичных форм с целочисленными коэффициентами на формы произвольно большого числа переменных. Д.Гильберт в статье «Герман Минковский» (Д.Гильберт, «Избранные труды», том 2, 1998) указывает: «В своих исследованиях по арифметике («Disquitiones arithmeticae») Гаусс создал теорию бинарных квадратичных форм с целочисленными коэффициентами и, тем самым, наиболее существенную часть современной теории квадратичных числовых полей. Обобщение гауссовой теории возможно в двух направлениях: как теории квадратичных форм произвольно большого числа переменных и как теории разложимых форм высокого порядка, т.е. как теории числовых полей произвольной степени. Работа над темой, предложенной на соискание Grand Prix, привела Минковского к обобщению в первом направлении: в последующие годы Минковский сосредоточил все силы на исследовании теории квадратичных форм и тесно связанных с ней вопросов» (Гильберт, 1998, с.444).

Индукция Германа Минковского. Г.Минковский (1885) доказал формулу для веса любого рода положительно определенных форм, используя индукцию по числу переменных. Другими словами, Г.Минковский индуктивно доказал упомянутую формулу для веса любого рода. Дж.Касселс в книге «Рациональные квадратичные формы» (1982), говоря о том, что исследованиям Г.Минковского предшествовали работы Ф.Эйзенштейна по обобщению формулы Дирихле о числе классов квадратичных форм на формы от большого числа переменных, повествует: «В работе Эйзенштейна (1852), опубликованной незадолго до его смерти, он показал, что в некоторых очень частных случаях вес рода может быть получен чисто элементарным способом. (…) В своей инаугурационной диссертации Минковский (1885) дал формулу для веса любого рода положительно определенных форм. Его доказательство основано на индукции по числу переменных и использует лемму 6.2 нашей гл.9. Его формула для n>2 представляет собой довольно простое выражение, умноженное на сходящееся бесконечное произведение, взятое по всем простым числам p» (Касселс, 1982, с.398). Инаугурационная диссертация Г.Минковского – прекрасный пример того, насколько эффективными могут быть индуктивные доказательства в математике.

Индукция Германа Минковского. Г.Минковский, занимаясь развитием теории квадратичных форм с заданным детерминантом, индуктивно обобщил трансцендентный метод Дирихле, примененный к бинарным квадратичным формам, на квадратичные формы произвольного числа переменных. Д.Гильберт в статье «Герман Минковский» (Д.Гильберт, «Избранные труды», том 2, 1998) отмечает: «Гауссова теория квадратичных форм была существенно дополнена Дирихле, которому на основе развитого им трансцендентного метода удалось получить выражения для некоторых классов бинарных квадратичных форм с заданным детерминантом. Напрашивается вывод – обобщить метод Дирихле…» (Гильберт, 1998, с.445). Далее Д.Гильберт объясняет, что это обобщение реализовано Г.Минковским: «Пользуясь трансцендентным методом, предложенным Дирихле для бинарных квадратичных форм, Минковский определил число квадратичных форм произвольного числа переменных в классе форм одного и того же рода, т.е. решил актуальную задачу, без которой дальнейшее продвижение было невозможно. Полученные им результаты составили основное содержание инаугурационной диссертации, за которую Минковскому 30 июля 1885 г. философским факультетом Кенигсбергского университета была присуждена докторская степень» (там же, с.445).

Индукция Германа Минковского. Г.Минковский индуктивно перенес на квадратичные формы идеи А.Гурвица и Д.Гильберта относительно возможности перевести каждое тернарное диофантово уравнение рода нуль в квадратичное уравнение с помощью рационального однозначно обратимого преобразования. Г.Минковский решил, что то же самое можно сделать и с квадратичной формой, то есть перевести с помощью преобразования определенную квадратичную форму с рациональными числовыми коэффициентами в другую такую же квадратичную форму или в рациональное кратное такой формы. Д.Гильберт в статье «Герман Минковский» (Д.Гильберт, «Избранные труды», том 2, 1998) рассказывает: «Нельзя не упомянуть еще об одной работе Минковского, которую я отношу к юношескому периоду его математического творчества, поскольку она также принадлежит к области квадратичных форм; я имею в виду ту работу, в которой Минковский установил условия, при которых квадратичная форма с рациональными числовыми коэффициентами может быть с помощью преобразования переведена в другую такую же квадратичную форму или в рациональное кратное такой формы. Внешним стимулом к этой работе Минковского послужила выполненная Гурвицем и мной работа по тернарным диофантовым уравнениям рода нуль [2]. Проведенное Гурвицем и мной исследование показало, что каждое тернарное диофантово уравнение рода нуль может быть переведено в квадратичное уравнение с помощью рационального однозначно обратимого преобразования... Но при этом Минковский превратил исходную проблему в полную теорию инвариантов квадратичных форм в теоретико-числовом смысле [3]» (Гильберт, 1998, с.446).

Индукция Гельмута Хассе. Немецкий математик, один из создателей теории полей классов, Г.Хассе (1934) индуктивно обобщил на произвольные поля алгебраических чисел идеи, содержавшиеся в разработанной Г.Минковским теории квадратичных форм над полем рациональных чисел. С.С.Демидов и А.Н.Паршин в примечаниях к тому 2 «Избранных трудов» Д.Гильберта (1998) указывают: «Г.Хассе перенес теорию Минковского квадратичных форм над полем рациональных чисел на произвольные поля алгебраических чисел…» (Демидов, Паршин, 1998, с.587).



«И все же он был блистательной и харизматической личностью. Он исследовал Южную Африку, изучал близнецов, увлекался статистикой и мечтал об Утопии. Сегодня он не менее знаменит, чем воспетый им Дарвин, и эту известность нельзя свести лишь к дурной славе».

Мэтт Ридли о Френсисе Гальтоне

Индукция Френсиса Гальтон. Ф.Гальтон открыл закон регрессии к среднему, нашедший широкое применение в математической статистике, индуктивно основываясь на анализе составленной им таблицы распределения большого количества экземпляров сладкого стручкового гороха в первом и втором поколении. П.Бернстайн в книге «Против богов: укрощение риска» (2000) пишет об этой таблице: «Как свидетельствует приведенная ниже таблица распределения горошин первого и второго поколений по диаметру, эксперимент выявил кое-что еще.

Диаметр высеянных горошин и их потомства (в сотых долях дюйма)

Исходные горошины	15	16	17	18	19	20	21
Средний диаметр горошин второго поколения	15,4	15,7	16,0	16,3	16,6	17,0	17,3

Заметьте, что разброс диаметров среди родительских семян больше, чем у потомства. Средний диаметр родительских горошин был 0,18 дюйма с разбросом от 0,15 до 0,21 дюйма, или по 0,03 дюйма справа и слева от среднего значения. Средний диаметр выращенных горошин оказался равным 0,163 дюйма с разбросом от 0,154 до 0,173 дюйма, или по 0,01 дюйма справа и слева от среднего значения. Потомство распределено в более узком интервале, чем родительское поколение. На основе этого эксперимента Гальтон предложил общий принцип, получивший название регрессии, или схождения к среднему. «Схождение, - писал Гальтон, - это тенденция идеально среднего второго поколения отойти от родительского типа, возвращаясь к тому, что можно грубовато, но, по-видимому, верно назвать усредненным наследственным типом». Если бы этот процесс схождения не срабатывал, то есть если бы (в нашем случае) большие горошины продуцировали бы еще большие, а малые – еще меньшие, то в мире не осталось бы никого, кроме карликов и гигантов. Природа из поколения в поколение становилась бы все более причудливой, стремясь к абсолютной нестабильности или выходя за такие пределы, о которых не хочется и думать» (П.Бернстайн, 2000).

Индукция Френсиса Гальтона и его ученика Ватсона. Ф.Гальтон (1874) выдвинул предположение о существовании случайных ветвящихся процессов, индуктивно исходя из результатов анализа ветвящихся цепей фамилий английских аристократов. Г.Секей в книге «Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике» (2003) указывает: «В первой половине прошлого века было замечено следующее интересное явление: некоторые знаменитые аристократические и простые фамилии постепенно исчезали. Эту проблему с математической точки зрения изучали И.Ж.Бьенеме в 1845 г. и де Кондолье в 1873 г. В 1874 г. Гальтон и Ватсон опубликовали важнейшую статью, посвященную этому вопросу. Ветвящиеся цепочки фамилий стали первым примером случайного ветвящегося процесса.

Процессы такого типа появляются в химии, физике и некоторых других областях» (Секей, 2003, с.134). Об этом же пишут В.Н.Андреев и А.Я.Иоффе в книге «Эти замечательные цепи» (1987): «Говорят, что научное изучение ветвящихся случайных процессов началось с загадки английских пэров. В середине прошлого века английская королева Елизавета, обнаружившая заметное уменьшение потомков старинных родовитых фамилий, обратилась к известному ученому – естествоиспытателю и математику Ф.Гальтону с просьбой выяснить причину столь печального явления. Гальтон основательно разобрался в генеалогических древах именитых пэров и сформулировал задачу определения вероятностных характеристик ветвящихся процессов. Впоследствии эту задачу удалось решить ученику Гальтона – Ватсону. С тех пор описание какой-либо системы с помощью ветвящегося процесса стало называться моделью Гальтона-Ватсона» (Андреев, Иоффе, 1987, с.151).

Индукция Эмиля Пикара. Французский математик, один из тех, кто разработал метод последовательных приближений как средство доказательства теорем, Э.Пикар индуктивно обобщил понятие абелевых интегралов (интегралов от алгебраических функций) на функции от двух переменных. Это обобщение возможно двумя способами: через интегралы от полных дифференциалов и через двойные интегралы. Э.Пикар использовал обобщение через интегралы от полных дифференциалов. А.Пуанкаре в статье «Аналитическое резюме» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) пишет: «Когда мы переходим к функциям двух переменных, понятие этих интегралов (абелевых интегралов – Н.Н.Б.) и их периодов может обобщаться двумя различными путями: через интегралы от полных дифференциалов и через двойные интегралы. Я не буду много говорить о первом способе обобщения. В самом деле, он принадлежит не мне: Пикар извлек из него первые и наиболее красивые результаты. Я лишь привлек внимание [84] после заметки Пикара к некоторым деталям» (Пуанкаре, 1974, с.611).

Индукция Эмиля Пикара. Эмиль Пикар получил ряд важных результатов в теории классификации алгебраических поверхностей и в теории их бирациональных преобразований, используя индукцию. А.Пуанкаре в статье «Analysis situs» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 2, 1972) пишет: «Классификация алгебраических кривых по родам основывается по Риману на классификации замкнутых действительных поверхностей, проведенной с точки зрения Analysis situs. Немедленная индукция показывает, что классификация алгебраических поверхностей и теория их бирациональных преобразований тесно связаны с классификацией замкнутых действительных поверхностей, проведенной с точки зрения Analysis situs, в пространстве пяти измерений. Это было уже указано Пикаром в одном из мемуаров, премированном Академией наук» (Пуанкаре, 1972, с.458).

Индукция Эмиля Пикара. Эмиль Пикар обобщил одну из теорем Вейерштрасса. В результате этого обобщения была сформулирована теорема, которая легла в основу теории распределения значений, созданной Р.Неванлинной. Позднее историки установили, что независимо от Вейерштрасса ту же теорему, обобщенную Пикаром, сформулировал русский математик Ю.В.Сохоцкий (1842-1927). А.В.Бицадзе в книге «Основы теории аналитических функций комплексного переменного» (Москва, «Наука», 1969) пишет: «Существенным обобщением теоремы Сохоцкого-Вейерштрасса является следующее утверждение, принадлежащее Пикару: в любой окрестности существенно особой точки аналитическая функция $f(z)$ принимает любое конечное значение α (причем бесконечное число раз), за исключением, быть может, одного» (Бицадзе, 1969, с.141).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре сформулировал теорему, связывающую число вершин, ребер и граней многогранника в многомерном пространстве, индуктивно обобщив эквивалентную теорему Эйлера о многограннике, полученную им для трехмерного случая. А.Тяпкин и А.Шибанов в книге «Пуанкаре» (1982) пишут: «Еще Л.Эйлером была высказана замечательная теорема о многогранниках: если к числу вершин любого многогранника прибавить число его граней и вычесть из этой суммы число ребер, то в итоге всегда будет получаться цифра два. Метод триангуляции позволяет обобщить теорему Эйлера на любую фигуру, даже на округлую, ведь нарисованные на ее поверхности треугольные ячейки можно считать гранями воображаемого многогранника. Расчеты по формуле Эйлера снова дадут цифру. Каждой внешней форме тела можно сопоставить, таким образом, число, топологический инвариант, значение которого определяется только видом поверхности. Для сферы и тора, например, эти числа различны. Пуанкаре обобщил теорему Эйлера на многомерные фигуры, то есть доказал формулу, связывающую число вершин, ребер и граней непредставимого воображением многогранника в многомерном пространстве. И в многомерной геометрии появился числовой топологический инвариант, предельно простой по смыслу и удобный в употреблении» (А.Тяпкин, А.Шибанов, 1982). Отметим, что А.Пуанкаре рассматривал индукцию в качестве важного средства научного исследования. Г.Вейль в статье «Математика и логика» (Г.Вейль, «Избранные труды», 1984) отмечает: «Защищая математическую индукцию, Пуанкаре показал, что она является необходимым и несводимым к другим инструментом математического рассуждения» (Вейль, 1984, с.339).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно распространил на случай приведения абелевых интегралов к другим абелевым интегралам две теоремы Вейерштрасса о приведении абелевых интегралов к эллиптическим интегралам. А.Пуанкаре в статье «Аналитическое резюме» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) констатирует: «Мое внимание снова было привлечено к этому вопросу (вопросу о свойствах абелевых интегралов – Н.Н.Б.) мемуаром Ковалевской, где были ссылки на две теоремы Вейерштрасса о приведении абелевых интегралов к эллиптическим. Эти две теоремы были сообщены берлинским профессором в письмах различным ученым, но их доказательства не были опубликованы. Я дал [82] два различных доказательства этих двух предложений; я все еще не знаю, совпадают ли мои методы с методами Вейерштрасса. Оба доказательства заимствованы из арифметики, и этому не следует удивляться, так как вся проблема в действительности чисто арифметическая» (Пуанкаре, 1974, с.617). Далее А.Пуанкаре говорит о том, как он обобщил указанные теоремы Вейерштрасса. Имея в виду два своих доказательства теорем Вейерштрасса, А.Пуанкаре отмечает: «Я использовал преимущества этих двух методов, чтобы обобщить обе теоремы Вейерштрасса и распространить их на случай приведения абелевых интегралов к другим абелевым интегралам» (Пуанкаре, 1974, с.617). Кстати, приведенные выдержки из статьи А.Пуанкаре «Аналитическое резюме» дают понять, что он доказал указанные теоремы Вейерштрасса, используя идеи теории чисел (арифметики), то есть сумев по аналогии перенести в теорию абелевых интегралов теоретико-числовые рассуждения (идеи из совершенно другой области). Это говорит о том, что перенос (аналогия) играет фундаментальную роль в поиске математического доказательства тех или иных теорем. Без этого переноса никакая дедукция не приблизит нас к искомому доказательству, следовательно, слова «математическое доказательство» и «дедуктивные рассуждения» не являются словами-синонимами. Мнение о том, что доказательство найдено дедуктивно, возникает ввиду того, что на стадии подготовки текста к публикации математик обычно придает своим рассуждениям (основанным в действительности на аналогии) строго дедуктивную форму, стирающую следы действительного творческого процесса. Г.Вейль в книге «Математическое мышление» (1989) аргументирует: «В самом деле, когда Гильберт прокладывал новые пути в теории числовых полей, он руководствовался аналогией, имеющейся между ней и положением вещей в области алгебраических функций, которое с помощью своих методов раскрыл Риман. Конечно, для доказательства аналогия была совершенно бесполезна» (Вейль, 1989, с.268). В свете только что сказанного относительно роли аналогии в разработке схемы математического доказательства становится ясно, что утверждение Г.Вейля о бесполезности аналогии для доказательства вкорне ошибочно. Большинство математических доказательств строится на основе редукции (сведения) утверждения, подлежащего доказательству, к другому утверждению, которое часто заимствуется из совершенно другого раздела математики (из другой математической теории). А прежде чем реализовать подобную редукцию, нужно сначала обнаружить аналогию между утверждениями, относящимися к разным теориям.

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре распространил на автоморфные функции (функции Фукса) метод построения, заимствованный из теории эллиптических функций. Жак Адамар в книге «Неевклидова геометрия в теории автоморфных функций» (Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1951) пишет: «Геометрическая теория фуксовой группы позволяет построить функции, инвариантные для этой группы. Метод, которым Пуанкаре строит подобные функции, после того как образована та или другая группа, весьма прост и аналогичен приему, употребляемому для этой цели в теории эллиптических функций» (Адамар, 1951, с.80). Кроме того, А.Пуанкаре индуктивно перенес в теорию автоморфных функций способ построения групп преобразований, который содержится в неевклидовой геометрии Лобачевского. Именно поэтому любой математик нашего времени знает, что теория групп преобразований автоморфных функций аналогична теории групп преобразований неевклидовой геометрии, построенной Н.И.Лобачевским. Отмечая тот факт, что геометрия Лобачевского помогла А.Пуанкаре разработать теорию автоморфных функций, Жак Адамар в той же книге подчеркивает: «…Открытие Лобачевского пронизывает насквозь все замечательное творение Пуанкаре, для которого оно, по мысли самого Пуанкаре, явилось фундаментом. Мы уверены, что открытие Лобачевского еще будет играть большую роль и на дальнейших этапах развития рассмотренной нами теории» (там же, с.125).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно распространил на гиперфуксовы группы (гиперфуксовы подстановки) ранее разработанную классификацию фуксовых групп. В данной классификации фуксовы группы (подстановки) подразделяются на эллиптические, гиперэллиптические и параболические подстановки. А.Пуанкаре в статье «Аналитическое резюме» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) объясняет: «Я хотел внести свой вклад в изучение этих групп (фуксовых групп – Н.Н.Б.) и начал с занятий самими подстановками. Я выяснил [81], что классификация на эллиптические, гиперболические и параболические подстановки распространялась на гиперфуксовы подстановки. Классификация фуксовых групп на семейства равным образом применима к гиперфуксовым группам. Если мы оставим в стороне смешанные семейства, то мы будем различать группы первого семейства, в которых содержатся эллиптические подстановки, группы второго семейства, которые не содержат эллиптических, но содержат параболические подстановки, и группы третьего семейства, которые допускают только гиперболические подстановки» (Пуанкаре, 1974, с.622).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно перенес на общий случай свои результаты, полученные при исследовании тех алгебраических форм, которые не меняются при заданной линейной подстановке, а также при исследовании непрерывных групп, образованных этими подстановками. В ходе этих исследований А.Пуанкаре использовал так называемые скобки Якоби (аналог скобок Пуассона, нашедших применение в квантовой механике). Эти скобки Якоби до Пуанкаре применял знаменитый Софус Ли, создавший теорию групп для дифференциальных уравнений по аналогии с теорией групп Галуа для алгебраических уравнений. А.Пуанкаре в статье «Аналитическое резюме» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) пишет: «Оставалось найти кубические кватернарные формы, которые не изменяются при различных линейных подстановках, не переместимых между собой. Я пришел к этому с помощью метода, который основан на употреблении «скобок Якоби» и который в аналогичной проблеме использовал Софус Ли. Метод этот не ограничен кубическими кватернарными формами и он позволил найти, каковы те поверхности, которые не изменяются при двух гомологичных и не переместимых преобразованиях. В дальнейшем я распространил эти результаты [125] на общий случай…» (Пуанкаре, 1974, с.624).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно обобщил на произвольные формы результаты своего учителя Шарля Эрмита в теории приведения бинарных квадратичных форм к каноническому виду. Данные исследования Эрмита относятся к теории эквивалентности форм, посвященной изучению подстановок, которые воспроизводят некоторую квадратичную форму. Кроме того, А.Пуанкаре обобщил теорему Жордана, утверждающую, что лишь конечное число классов алгебраических форм эквивалентно заданной форме с дискриминантом, отличным от нуля. А.Пуанкаре в статье «Аналитическое резюме» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) поясняет: «Перейдем теперь к формам порядка, большего двух [122]. Первая проблема, которую тут приходится решать, - это приведение этих форм и изучение условий их эквивалентности. Решение было найдено Эрмитом; хотя ученый – геометр говорил лишь о бинарных формах и квадратичных формах, его метод применяется без того, чтобы в нем нужно было что-либо менять, к совершенно произвольной форме. Этим именно путем Жордан, распространяя на очень общий случай теорему Эрмита, доказал, что всякий раз, когда дискриминант не нуль, все формы, которые имеют те же алгебраические инварианты, разбиваются на конечное число классов. Я сам обобщил теорему Жордана, доказав, что она продолжает выполняться, лишь бы некоторые инварианты не обращались в нуль все сразу» (Пуанкаре, 1974, с.631). Следует указать, что впервые метод приведения квадратичной формы к каноническому виду был описан Луи Лагранжем (1759). О том, что А.Пуанкаре индуктивно обобщил теорему Жордана, пишет Андре Вейль в статье «Пуанкаре и арифметика» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974): «Очевидно, под влиянием Эрмита Пуанкаре посвятил многие свои первые работы алгебраической и арифметической теории форм, в особенности кубических тернарных и кватернарных форм. Размышления на эту тему привели Пуанкаре, в частности, к доказательству и обобщению теоремы Жордана, согласно которой лишь конечное число классов алгебраических форм эквивалентно заданной форме с дискриминантом, отличным от нуля (Oeuvres, t. V, p.299-305)» (Вейль, 1974, с.682).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно перенес на любое дифференциальное уравнение с алгебраическими коэффициентами метод интегрирования, разработанный Шарлем Эрмитом при исследовании уравнения Ламе (Эрмит показал, что общее решение уравнения Ламе всегда есть однозначная функция). В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (1974) говорит об исследованиях Эрмита по уравнению Ламе: «Это важное исследование Эрмита имело фундаментальное значение, так как представляло первый и притом, по замечанию Шлезингера, [254.10, 164], образцовый пример метода интегрирования, который позже был обобщен Пуанкаре на любое дифференциальное уравнение с алгебраическими коэффициентами и состоял в том, что зависимая и независимая переменные подобного дифференциального уравнения представлялись как однозначные функции некоторого параметра, т.е. по существу применялся метод униформизации» (Добровольский, 1974, с.348).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно распространил на комплексные числа определенного вида метод исследования распределения простых чисел, разработанный П.Л.Чебышевым, который работал в действительной области чисел (П.Л.Чебышев относился с недоверием к теории функций комплексного переменного). А.Пуанкаре в статье «Аналитическое резюме» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974), завершив обсуждение своих исследований в теории приведения квадратичных форм, говорит: «В другом круге идей я пытался распространить элегантный метод Чебышева на изучение распределения простых чисел. Я выяснил, что он может быть применен почти без изменения к комплексным числам вида a+b √-1 [134, 135]. С точки зрения вещественных чисел это позволяет сравнивать распределение простых чисел вида 4n+1 с распределением простых чисел вида 4n+3» (Пуанкаре, 1974, с.633).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно распространил на случай произвольных аналитических соотношений между двумя переменными полученную при работе над теорией автоморфных функций теорему о том, что любое алгебраическое соотношение между двумя переменными можно униформизировать с помощью автоморфных функций от одной переменной. Д.Гильберт в статье «Математические проблемы» (сборник «Проблемы Гильберта», редактор – П.С.Александров, 1969) поясняет: «Как доказал первым Пуанкаре, любое алгебраическое соотношение между двумя переменными можно униформизировать с помощью автоморфных функций от одной переменной: если задано любое алгебраическое уравнение, связывающее две переменные, то всегда можно найти такие однозначные автоморфные функции от одной переменной, подстановка которых в данное уравнение обращает его в тождество относительно этой переменной. Впоследствии Пуанкаре занялся обобщением этого фундаментального предложения на случай не алгебраического, а произвольного аналитического соотношения между двумя переменными…» (Гильберт, 1969, с.56).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре пришел к выводу об ошибочности своего первоначального предположения о том, что любая гомологическая сфера гомеоморфна S^3, индуктивно базируясь на обнаружении контрпримера к этому предположению. Это подтолкнуло его к формулировке идеи о том, что построенное им многообразие определенного вида не может быть настоящей сферой. В.В.Прасолов, А.Б.Сосинский в книге «Узлы, зацепления, косы и трехмерные многообразия» (1997) пишут: «Среди различных гомологических сфер наиболее знаменита гомологическая сфера Пуанкаре, фундаментальная группа которой конечна. Пуанкаре сначала высказал предположение, что любая гомологическая сфера гомеоморфна S^3. Но вскоре он сам построил контрпример и воспользовался фундаментальной группой для доказательства того, что построенное им многообразие не будет настоящей сферой» (Прасолов, Сосинский, 1997, с.163).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре (1887) обобщил теорию вычетов Коши на случай двойных интегралов, то есть на случай двух переменных. Г.Вейль в книге «Математическое мышление» (1989) указывает: «…В связи с теорией абелевых функций нельзя хотя бы кратко не остановиться на работах Пуанкаре, подготовивших создание общей теории аналитических функций многих переменных, - я имею в виду предложенное Пуанкаре обобщение теории вычетов Коши на случай двойных интегралов…» (Вейль, 1989, с.272). Об этом же пишут Л.А.Айзенберг и А.П.Южаков в книге «Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе» (1979): «Якоби [277] еще в 1830 г. фактически использовал понятие кратного вычета как коэффициента при минус первых степенях кратного ряда Лорана. Попытки обобщить понятие вычета на функции двух комплексных переменных встречаются в работах Коши, Дидона [247], Пикара [329, 330], Пуанкаре [331]. Однако началом теории многомерных вычетов следует считать мемуар Пуанкаре [332], где он обобщил интегральную теорему Коши на функции двух комплексных переменных, доказав, что они выражаются через периоды абелевых интегралов, а также обосновал с помощью двойных вычетов обобщение разложения Лагранжа для двух переменных, найденное Стилтьесом [354]» (Айзенберг, Южаков, 1979, с.333). Здесь [247] – работа М.Ф.Дидона (1873), [329] – работа Э.Пикара (1886), [277] – исследование К.Якоби (1830), [330] – исследование Э.Пикара (1886), [331] – работа А.Пуанкаре (1886), [332] – работа А.Пуанкаре (1887). П.Дольбо в статье «Общая теория многомерных вычетов» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 7) отмечает: «Пуанкаре впервые распространил понятие вычета замкнутой мероморфной дифференциальной формы на случай многих переменных (1887) [55]» (Дольбо, 1985, с.229).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре разработал качественную теорию дифференциальных уравнений, индуктивно обобщив результаты исследований Шарля Брио и Жана Буке, которые качественными методами исследовали дифференциальные уравнения, решениями которых являются эллиптические функции. А.Пуанкаре перенес метод Брио-Буке на уравнения, решениями которых являются более сложные функции. А.Тяпкин и А.Шибанов в книге «Пуанкаре» (1982) повествуют: «В одной из своих монографий Брио и Буке отмечали: «Случаи, когда можно интегрировать дифференциальное уравнение, в высшей степени редкие и должны рассматриваться как исключения. Но можно рассмотреть дифференциальное уравнение как определяющее функцию и заняться изучением свойств этой функции по данному дифференциальному уравнению». Из самого дифференциального уравнения авторы предлагали извлекать информацию о той неизвестной функции, которая является его решением. Этот новый подход превращал все не решенные до сих пор дифференциальные уравнения в неисчерпаемый источник новых трансцендентных функций. К сожалению, не было примеров подобных открытий на этом заманчивом, многообещающем пути. Сами Брио и Буке продемонстрировали свой метод на известных эллиптических функциях, установив их основные свойства, которые уже были объектом исследования многих математиков. Анри Пуанкаре, со студенческих лет находившийся под большим влиянием идей Брио и Буке, решил воспользоваться их рекомендацией, разработанным ими методом. Приняв в качестве определения искомой функции линейное дифференциальное уравнение с алгебраическими коэффициентами, он пришел к первому важному результату: функция, являющаяся решением такого уравнения, должна оставаться неизменной при дробно-линейных преобразованиях переменной величны, от которой она зависит. Это свойство функции сразу же позволяло отнести ее к разряду особого рода периодических функций, если пересмотреть и расширить понятие периодичности» (А.Тяпкин, А.Шибанов, 1982). Ю.А.Данилов в статье «Нелинейная динамика: Пуанкаре и Мандельштам» (Ю.А.Данилов, «Прекрасный мир науки», Москва, «Прогресс-Традиция», 2008) детализирует достижения Пуанкаре на пути качественного исследования динамических систем: «Обобщив и специализировав результаты Брио и Буке, а также свои собственные, Пуанкаре обнаружил существование особых точек четырех видов (седел, узлов, фокусов и центров – все названия принадлежат ему), изучил их расположение на плоскости, ввел понятия цикла без контакта и предельного цикла. Тем самым им было выковано оружие, которое через много лет было обнаружено в математическом арсенале учеником Л.И.Мандельштама – А.А.Андроновым – и стало математическим образом, адекватным автоколебаниям» (Ю.А.Данилов, 2008).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно обобщил метод получения конечных уравнений движения голономной системы, разработанный К.Якоби для системы с ограниченным числом степеней свободы. А.Пуанкаре перенес метод Якоби на голономные системы с большим числом степеней свободы. В.Г.Веретенников и В.А.Синицын в книге «Метод переменного действия» (2005) указывают: «Если известно решение задачи Коши (закон изменения обобщенных координат и импульсов как функция времени и начального состояния), то действие вычисляется через начальные значения обобщенных координат, импульсов и время. Последующее исключение начальных обобщенных импульсов дает выражение главной функции. Однако в результате возникает порочный круг: для написания конечных уравнений движения (закона движения) нужна функция W, а для составления этой функции нужно знать конечные уравнения движения. (…) Этот порочный круг разорвал Якоби, показавший, что конечные уравнения могут быть написаны при помощи произвольного полного интеграла S уравнения Гамильтона-Якоби (прием расширения множества, в которое включено одно из понятий, участвовавших в непредикативном определении). Дальнейшее обобщение метода Якоби дал Пуанкаре. В задаче возмущенного движения он предложил [92] увеличить число степеней свободы голономной системы так, чтобы стало возможно применять метод вариации постоянных и каноническую форму уравнений возмущенной системы» (Веретенников, Синицын, 2005, с.220). Здесь [92] – статья А.Пуанкаре «Об обобщении метода Якоби» (книга «Последние работы Пуанкаре», Москва-Ижевск, 2001).

Индукция Анри Пуанкаре и Поля Пенлеве. А.Пуанкаре (1889) перенес на более общую ситуацию теорему Г.Брунса о существовании неинтегрируемых систем в задаче трех тел. Это же, но несколько другое, обобщение получил Поль Пенлеве (1900). А.П.Рябушко в книге «Движение тел в общей теории относительности» (Минск, «Высшая школа», 1979) указывает: «Сначала пытались, кроме известных десяти первых интегралов ньютоновых уравнений движения, найти еще неизвестные интегралы и с их помощью, как это делалось в случае двух тел, получить решение задачи трех тел. Было сделано много неудачных попыток в этом направлении, пока в 1887 г. Брунс не доказал, что десять классических интегралов являются единственными независимыми алгебраическими интегралами общей задачи трех тел. Затем Пуанкаре (1889) и Пенлеве (1900) обобщили эту теорему (см. [В.209, гл.14])» (Рябушко, 1979, с.147). О том, что П.Пенлеве получил обобщение теоремы Г.Брунса, пишет Е.Т.Уиттекер в книге «Аналитическая динамика» (Москва, Едиториал УРСС, 2004): «Теорему Брунса обобщил Пенлеве, доказав, что всякий интеграл задачи n-тел, являющийся алгебраической функцией от скоростей и какой угодно функцией от координат, есть комбинация классических интегралов» (Уиттекер, 2004, с.489). Обобщение П.Пенлеве рассматривает также С.Л.Зиглин, который в своей докторской диссертации «Проблема дополнительных первых интегралов в гамильтоновой механике» (Москва, 1983) констатирует: «Было предпринято много безуспешных попыток найти алгебраические первые интегралы, функционально независимые с классическими, пока в 1887 году Г.Брунс [78] не доказал отсутствие таких первых интегралов в задаче трех тел. Впоследствии П.Пенлеве обобщил этот результат на случай произвольного числа тел и на интегралы, алгебраически зависящие только от скоростей и произвольным образом зависящие от координат. Замечательно, что в теоремах Брунса и Пенлеве, в отличие от более поздних исследований, не наложено никаких ограничений на массы тел» (С.Л.Зиглин, 1983).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре (1897) распространил на широкий класс поверхностей известный метод Неймана, разработанный для решения задач теории потенциала для выпуклых поверхностей. Л.Н.Сретенский в комментариях к «Избранным трудам» А.М.Ляпунова (1948) констатирует: «Метод Неймана, замечательный по своей простоте и ясности содержания, долгое время не мог быть применен к поверхностям иным, чем выпуклые. Но была полная уверенность в приложимости принципа Неймана к решению задач теории потенциала для весьма широкого класса поверхностей. (…) Первый существенный успех в распространении метода Неймана на невыпуклые поверхности был достигнут А.Пуанкаре в его работе «La methode de Neumann et le probleme de Dirichlet» (Acta Mathematica, t.XX, 1897, pp.59-142). А.Пуанкаре указал путь доказательства принципа Неймана для весьма широкого класса поверхностей» (Сретенский, 1948, с.470). Далее Л.Н.Сретенский поясняет суть метода Неймана: «Метод решения задачи Дирихле с помощью отыскания плотности двойного слоя, предложенный Нейманом, не только давал доказательство существования решения задачи Дирихле, но и указывал способ вычисления решений уравнения Лапласа по граничным значениям. Как известно, сходимость рядов метода Неймана была доказана вначале лишь для выпуклых поверхностей, но считалось, что сходимость этих рядов может быть установлена и для поверхностей общего вида» (там же, с.458). Хотелось бы отметить, что А.Пуанкаре одним из первых обратил внимание на то, что если математика развивается путем обобщения различных теорем, то вряд ли оправданно называть ее дедуктивной наукой. В книге «О науке» (Москва, «Наука», 1990) А.Пуанкаре рассуждает: «Противоречие поразит нас еще больше, если мы откроем какую-нибудь математическую книгу: на каждой странице автор будет выражать намерение обобщить уже известную теорему. Значит ли это, что математический метод ведет от частного к общему и каким образом можно называть его тогда дедуктивным?» (А.Пуанкаре, 1990). С А.Пуанкаре мог бы согласиться У.У.Сойер, который в книге «Прелюдия к математике» (Москва, «Просвещение», 1965) подчеркивает: «Читая математические публикации, невольно поражаешься обилию работ, которые содержат попытку обобщить уже известный результат. Обобщение – это, вероятно, самый легкий и самый очевидный путь расширения математических знаний» (Сойер, 1965, с.84).

Индукция Анри Пуанкаре. А.Пуанкаре индуктивно перенес в теорию замкнутых геодезических кривых метод аналитического продолжения, который давно применялся математиками в алгебраической геометрии под названием принципа сохранения числа решений. Л.А.Люстерник и Л.Г.Шнирельман в книге «Топологические методы в вариационных задачах» (Москва, Государственное издательство, 1930) отмечают: «Пуанкаре применил к теории замкнутых геодезических другой метод: метод аналитического продолжения. Он заключается в следующем; в исследуемое уравнение вводится параметр и изучается изменение решения уравнения в зависимости от введенного параметра. Аналогичный метод применялся давно в алгебраической геометрии под названием принципа сохранения числа решений. Требовалось найти число элементов пересечения некоторых алгебраических многообразий. В уравнения, определяющие эти многообразия, вводятся параметры. Они подбираются так, чтобы для некоторой системы значений параметров мы получили бы многообразия, распавшиеся на линейные. Для последнего случая задача о числе элементов пересечения решается непосредственно» (Люстерник, Шнирельман, 1930, с.10). Оценивая значение шага А.Пуанкаре, связанного с переносом метода аналитического продолжения из одной области в другую, те же авторы заключают: «…Мы имеем дело с произвольным обобщением чисто алгебраического метода на трансцендентный случай» (там же, с.11).

Индукция Е.Мартинелли. Е.Мартинелли (1953) индуктивно распространил интегральную формулу Коши на голоморфные функции n комплексных переменных. При этом Е.Мартинелли использовал двойственность Александера-Понтрягина. Л.А.Айзенберг и А.П.Южаков в книге «Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе» (1979) отмечают: «Идея применения двойственности Александера-Понтрягина принадлежит Мартинелли, который использовал ее при распространении интегральной формулы Коши на голоморфные функции n комплексных переменных и интегралы кратности $n+L$, $0 \leq L \leq n-1$ [309], а также при обобщении логарифмического вычета [310]» (Айзенберг, Южаков, 1979, с.333). Здесь [309] – работа Е.Мартинелли (1953), [310] – исследование Е.Мартинелли (1955), [354] – исследование Т.Стилтьеса (1885). Г.Вейль в статье «Топология и абстрактная алгебра как два способа понимания математики» (Г.Вейль, «Математическое мышление», 1989) объясняет смысл интегральной теоремы Коши: «Топологическая часть интегральной теоремы Коши утверждает, что на любом односвязном многообразии всякий интеграл (не только в малом, но и в большом) гомологичен нулю, т.е. равенство $F(\gamma) = 0$ выполняется для любой замкнутой кривой γ на таком многообразии. В этом нетрудно усмотреть прямо-таки определение «односвязности». Теоретико-функциональная часть интегральной теоремы Коши утверждает, что интеграл от аналитической функции является «топологическим интегралом» в нашем определении. Здесь мы с необходимостью приходим к определению порядка связности» (Г.Вейль, 1989).

Индукция Ивара Бендиксона. Норвежский математик Ивар Бендиксон (1901) индуктивно обобщил на случай функций, предполагаемых лишь непрерывными со своими первыми производными, теоремы Пуанкаре (1885, 1886), полученные им в теории кривых, определяемых дифференциальными уравнениями (в качественной теории дифференциальных уравнений). В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (Киев, 1974) пишет: «Важное значение в развитии рассматриваемой теории имела большая работа [98.5], где автор обобщил наиболее важные из теорем Пуанкаре на случай, когда функции X1, X2 (n=2 для системы (5.12)) предполагаются лишь непрерывными со своими первыми производными. Здесь рассмотрены важные новые понятия – интегральной кривой, проходящей через особую точку, узловой области и другие очень существенные при изучении интегральных кривых в окрестности особых точек» (Добровольский, 1974, с.130). Здесь (5.12) – это уравнение, которое изучалось в докторской диссертации Пуанкаре, защищенной в 1879 г. В диссертации рассматривались дифференциальные уравнения в окрестности особой точки. Об этом же В.А.Добровольский пишет в другом месте своей книги, говоря о Пуанкаре: «Его результаты о возможном поведении и формах характеристик уравнения первого порядка, указанные в работах [237.4-5], были через 15 лет обобщены Бендиксоном в [98.5], а его идеи по теории устойчивости послужили исходной точкой капитальных исследований Ляпунова» (там же, с.127-128). Об этом же обобщении И.Бендиксона пишут Е.Леонтович и А.Майер в статье «Общая качественная теория» (дополнение к книге А.Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями», Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1947): «Результаты, полученные Пуанкаре о возможном поведении и формах характеристик уравнения первого порядка и их соотношении между собой, изложенные в первых двух его мемуарах, были обобщены в работе норвежского математика Бендиксона, применившего методы теории множеств. При этом выяснилось, что основные результаты Пуанкаре о ходе характеристик на плоскости являются в сущности следствиями двух теорем: теоремы о существовании и единственности решения и теоремы о непрерывности зависимости решения от начальных условий» (Леонтович, Майер, 1947, с.267). Сам Ивар Бендиксон в статье «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» (УМН, 1941, вып.9), говоря о том, что Пуанкаре доказал ряд очень важных теорем, с помощью которых можно полностью определить свойства действительных интегральных кривых дифференциальных уравнений вида dx/x = dy/y, замечает: «При изучении особых точек Пуанкаре опирался на ранее полученное им разложение интегралов дифференциального уравнения в ряд. В этой статье я, прежде всего, покажу, что наиболее важные из теорем, доказанных Пуанкаре, можно распространить на тот случай, когда относительно функций X и Y предполагается лишь, что они непрерывны вместе со своими первыми производными по x и по y» (Бендиксон, 1941, с.191). Укажем, что данная статья И.Бендиксона опубликована в отечественном журнале «Успехи математических наук» (1941) уже после смерти норвежского математика. Впервые же она была напечатана в 1901 году в журнале «Acta Mathematica» (том 24, с.1-30).

Индукция Поля Пенлеве. Французский математик Поль Пенлеве обобщил на алгеброидные функции теорему Пикара (1879), гласящую, что всякая целая функция f принимает любое конечное комплексное значение, за исключением, быть может, одного. Имеется и усиленный вариант теоремы Пикара, согласно которому всякая однозначная аналитическая функция в произвольной окрестности изолированной существенно особой точки принимает любое конечное комплексное значение, за исключением, быть может, одного. Теорема Пикара лежит у истоков теории распределения значений Р.Неванлинны. А.А.Гольдберг, Б.Я.Левин и И.В.Островский в обзоре «Целые и мероморфные функции» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 85) пишут: «Под влиянием запросов теории дифференциальных уравнений Пенлеве доказал обобщение теоремы Пикара на алгеброидные функции. Впоследствии для этих функций была построена теория распределения значений, аналогичная неванлинновской» (Гольдберг и др., 1991, с.139).

Индукция Поля Пенлеве. Поль Пенлеве (1888) распространил на более общую ситуацию теорему Б.Римана о стирании особенностей, расположенных на дуге кривой, на которой функция непрерывна и в окрестности которой она аналитична (голоморфна). А.В.Покровский в докторской диссертации «Устранимые особенности решений эллиптических уравнений» (Москва, 2009) повествует о Б.Римане: «…Он сформулировал теорему о стирании особенностей, расположенных на дуге кривой, на которой функция непрерывна и в окрестности которой она аналитична (голоморфна). Риман не привел строгого доказательства этого утверждения, которое без дополнительных ограничений на дугу может оказаться и неверным. Однако, как показал П.Пенлеве [101] (1888), оно справедливо при условии спрямляемости дуги, которое, по-видимому, неявно подразумевалось Риманом. Этот результат является частным случаем доказанной П.Пенлеве более общей теоремы об устранимости компактов с конечной длиной по Хаусдорфу для голоморфных функций, непрерывно продолжаемых на множество своих особенностей. Другим важным результатом, который был установлен в упомянутой работе П.Пенлеве, была устранимость компактов с нулевой длиной (по хаусдорфу) для ограниченных голоморфных функций» (А.В.Покровский, 2009).

Индукция Джена Шази. Французский математик и астроном Джен Шази индуктивно распространил на комплексную область результаты И.Бендиксона и Э.Пикара о разложении интеграла некоторого дифференциального уравнения первого порядка, полученные ими в действительной области (в теории функций действительного переменного). В.А.Добровольский в книге «Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений» (1974) пишет: «Шази один из первых применил метод асимптотических рядов к исследованию интегралов нелинейных уравнений в работах 1912 г. Так, обобщая с помощью этого метода одну теорему Пенлеве, а также распространяя результаты Бендиксона [98.5] и Пикара [235.17, 2-е изд., 257-267] о разложении интеграла некоторого дифференциального уравнения первого порядка с действительной области на комплексную, Шази удалось доказать, что общий интеграл уравнения $y''' = yy'' - 2y'^2$, (9.12), не обладающий ни полюсами, ни алгебраическими критическими точками, обнаруживает логарифмическую (трансцендентную) критическую точку. Те же результаты Бендиксона и Пикара Шази обобщил на комплексную область и на изучение некоторого уравнения второго порядка, применяя метод последовательных приближений, строя асимптотическое представление интеграла этого уравнения и исследуя его» (Добровольский, 1974, с.237).

Индукция Адольфа Кнезера. Выдающийся математик А.Кнезер (1900) построил геометрическую теорию вариационного исчисления в результате того, что индуктивно распространил на общие вариационные задачи понятия и законы теории геодезических линий на поверхности, созданной К.Гауссом Г.Дарбу. Другими словами, А.Кнезер индуктивно перенес в вариационное исчисление теорию геодезических линий на поверхности (теорию конформного отображения поверхностей) Гаусса и Дарбу. П.С.Александров, А.В.Дорофеева и С.С.Демидов в примечаниях к тому 2 «Избранных трудов» Д.Гильберта (1998) указывают: «Вейерштрасс рассмотрел простейшую задачу вариационного исчисления об экстремуме интеграла с закрепленными границами, взятого вдоль плоской кривой. В конце XIX в. появилось большое число статей, учебников, диссертаций, в которых развивались и обобщались его идеи. В результате была создана теория поля экстремалей, представляющая собой гибкий метод для перенесения результатов Вейерштрасса на общие вариационные задачи. Среди работ этого направления выделяется геометрическая теория Кнезера, основанная на плодотворной мысли распространить на общие вариационные задачи понятия и законы теории геодезических линий на поверхности. Аналогично гауссовой криволинейной системе координат на поверхности Кнезер ввел в рассмотрение поля экстремалей и трансверсалей. Так впервые был создан аппарат для решения задач об экстремуме интегралов с подвижными границами» (Александров, Дорофеева, Демидов, 1998, с.595). Об этом же говорится в книге «Математика 19 века: чебышевское направление в теории функций» (редакторы – А.Н.Колмогоров и А.П.Юшкевич, 1987): «Геометрическая теория Кнезера построена им в учебнике 1900 г. Она основана на плодотворной мысли о распространении на общие вариационные задачи понятий и законов теории геодезических линий на поверхности, развитой главным образом в работах Гаусса и Дарбу. В своих работах по геодезии и геофизике Гаусс подошел к проблеме построения общей теории поверхностей. В 1812-1816 гг. он изучал геодезические линии эллиптического сфероида. В 1816 г., обобщая проблемы картографии, Гаусс пришел к общему вопросу о конформном отображении произвольных поверхностей друг на друга…» («Математика 19 века», 1987, с.218).

Индукция Адольфа Кнезера. А.Кнезер (1912) обобщил классическую теорему Мухопадхаяя (1909) о четырех вершинах, согласно которой функция кривизны на овале имеет ≥4 локальных экстремумов (вершин). О.Р.Мусин в статье «Экстремумы кривизны и теоремы о 4 вершинах для многоугольников и многогранников» («Записки научных семинаров ПОМИ», 2001, том 280) констатирует: «Опубликованная Мухопадхаяя в 1909 г. [13] классическая теорема о 4 вершинах утверждает следующее: функция кривизны на овале имеет ≥4 локальных экстремумов (вершин). Как известно, всякая непрерывная функция на компакте имеет, по крайней мере, 2 (локальных) экстремума: максимум и минимум. Оказывается, у функции кривизны их ≥4. Несмотря на то, что публикация была в малоизвестном журнале, она оказалась замеченной и почти сразу же появились ее обобщения. В 1912 г. А.Кнезер (A.Kneser) показал, что выпуклость не является необходимым условием и доказал теорему о 4 вершинах для простой замкнутой плоской кривой. В знаменитой книге В.Бляшке [8] (первая публикация – 1916 г.) наряду с другими обобщениями приведен «относительный» вариант теоремы о 4 вершинах» (Мусин, 2001, с.253). Здесь [8] – книга В.Бляшке «Круг и шар» (Москва, «Наука», 1967).

Индукция Сергея Табачникова. Отечественный математик С.Л.Табачников также получил обобщение теоремы Мухопадхаяя (Махападхайя) – Кнезера. С.Л.Табачников в статье «Вокруг четырех вершин» (УМН, 1990, том 45, вып.1 (271)) аргументирует: «Классическая теорема Махападхайя-Кнезера [1, 2] утверждает, что плоская замкнутая несамопересекающаяся кривая имеет не менее четырех вершин, т.е. точек экстремума кривизны. В последнее время эта теорема вновь привлекает внимание в связи с исследованиями по проективной и симплектической топологии []. В заметке обсуждается задача, обобщающая теорему о четырех вершинах, приводятся два доказательства этой теоремы…» (Табачников, 1990, с.191). Здесь [1] – работа С.Махападхайя (1909), [2] – исследование А.Кнезера (1912).

Индукция Бертрана Рассела. Английский математик и философ, лауреат Нобелевской премии по литературе за 1950 год Бертран Рассел (1902) сделал вывод о существовании в теории множеств парадоксов, ставящих под сомнение непротиворечивость творения Кантора, индуктивно исходя из обнаружения такого множества, благодаря которому в теории множеств доказуемы две противоположные теоремы. Н.М.Нагорный в статье «От Кантора к Маркову: восхождение к конструктивности» (сайт «Соционет», 12.02.2008 г.) отмечает: «Речь пойдет о противоречиях, имеющихся в самом «канторовском учении». Об одном из них писал Б.Рассел в 1902 г. в своем письме к Г.Фреге. Рассел сообщал в нем, что обнаружил его в книге Фреге, вышедшей в свет еще в 1892 г. Но ни Фреге, ни сам Кантор этого в свое время не заметили. Рассел привел в письме конкретный пример множества М, такого, что в рамках канторовского учения одновременно доказуемы (!) две теоремы… Разумеется, после этого – в полном соответствии с правилами логики – в канторовском учении может быть доказано любое утверждение» (Н.М.Нагорный, 2008). Об этом же пишет С.Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000): «Выхода из этого противоречия не было. Работа Рассела нанесла серьезный урон мечтам о математической системе, свободной от сомнений, противоречий и парадоксов. Он написал Фреге, рукопись книги которого уже находилась в печати. Письмо Рассела практически свело на нет работу всей жизни Фреге, но, несмотря на смертельный удар, Фреге опубликовал свой magnus opus, невзирая на сообщение Рассела, и только добавил постскриптум ко второму тому: «Вряд ли что-нибудь может быть более нежелательным для ученого, чем сомнения в своей правоте в тот самый момент, когда он завершает свой труд. Именно в таком положении я оказался, получив письмо от мистера Бертрана Рассела в тот момент, когда моя работа уже должна выйти из печати». По иронии судьбы, обнаруженное Расселом противоречие выросло из столь любимых Фреге множеств» (С.Сингх, 2000). Приведем также цитату из книги А.А.Френкеля и И.Бар-Хиллела «Основания теории множеств» (1966): «В 1902 г. Бертран Рассел поразил философов и математиков, указав антиномию, относящуюся к самым началам теории множеств и показывающую, что в основаниях этой дисциплины что-то неблагополучно. Но антиномия Рассела потрясла основы не только теории множеств: в опасности оказалась и сама логика. Требовалось лишь легкое изменение в формулировке, чтобы перевести антиномию Рассела в противоречие, которое можно было бы сформулировать в терминах самых основных логических понятий» (Френкель, Бар-Хиллел, 1966, с.12).

Индукция Андрея Андреевича Маркова. А.А.Марков (1907) открыл теорему о математическом ожидании суммы случайных величин для зависимых друг от друга величин по аналогии с теоремой А.Пуанкаре и Ж.Бертрана о математическом ожидании суммы случайных величин для независимых друг от друга величин. Основанием для проведения данной аналогии послужила мысль А.А.Маркова о реальном существовании зависимых друг от друга величин. Эта мысль возникла у него индуктивно, как обобщение результатов статистического анализа чередования (появления) в словах поэмы «Евгений Онегин» гласных и согласных букв. Рассматривая это чередование букв, А.А.Марков понял, что он нашел конкретный пример случаев, связанных между собой цепной зависимостью. 20 тысяч букв в романе Пушкина «Евгений Онегин» - это 20 тысяч связанных испытаний, каждое из которых дает гласную или согласную букву. А.Н.Колмогоров в статье «Теория вероятностей и ее применения», представленной в книге «Математика и естествознание в СССР» (1938) пишет: «Еще печальнее судьба исследований Маркова, посвященных схеме течения случайных явлений, называемой теперь всюду схемой «цепей Маркова». В исследованиях самого Маркова эта схема трактуется чисто теоретически, в качестве же ее иллюстрации разбирается проблема чередования гласных и согласных в тексте «Евгения Онегина». Лишь около 1930 г. результаты Маркова получили широкую известность (частично были переоткрыты заново) и сделались теоретической основой весьма общих и важных концепций статистической физики» (А.Н.Колмогоров, 1938). Г.Секей в книге «Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике» (2003) констатирует: «Понятие марковской цепи принадлежит русскому математику А.А.Маркову, чьи первые статьи по этому вопросу были опубликованы в 1906-1908 гг. (см. список литературы ниже). Марков использовал новое понятие для статистического анализа распределения букв в знаменитой поэме Пушкина «Евгений Онегин». «Цепь Маркова» (это название было предложено А.Я.Хинчиным) – важнейшее математическое понятие, возникшее (по крайней мере, частично) при решении лингвистических проблем» (Секей, 2003, с.137). Л.Е.Майстров в книге «Теория вероятностей. Исторический очерк» (1967) пишет о Маркове: «В работе «Замечательный случай испытаний, связанных в цепь», которая помещена в конце его книги «Исчисление вероятностей», Марков исследует чередование гласных и согласных букв в русском языке. Для этого он берет последовательность из 20000 букв из «Евгения Онегина». Он пишет, что эту последовательность с некоторым приближением можно рассматривать как простую цепь. Марков исследовал также 100000 букв из «Детских годов Багрова-внука» С.Т.Аксакова. Он искал вероятность того, что наугад взятая буква из русского текста будет гласной. Эта вероятность зависит от того, гласной или согласной будет предшествующая буква. Для «Евгения Онегина» вероятность появления гласной после гласной равна $\alpha = 0, 128$, гласной после согласной – $\beta = 0, 663$» (Майстров, 1967, с.258). А.Ф.Лапко и Л.А.Люстерник в статье «Из истории советской математики» (УМН, 1967, том 22, вып.6 (138)) приводят воспоминания А.А.Маркова-младшего о своем отце: «Беллетристику отец любил. В годы моего детства он охотно мне читал вслух. Когда отец для статистики чередования гласных и согласных в русском языке использовал текст «Евгения Онегина», кто-то из литературоведов писал: «Академик Марков в бессмертном произведении увидел лишь чередование гласных и согласных» (Лапко, Люстерник, 1967, с.19).

Индукция Андрея Андреевича Маркова. А.А.Марков (1908) перенес на более общую ситуацию теорему о моментах, доказанную П.Л.Чебышевым. М.Кац в книге «Вероятность и смежные вопросы в физике» (Москва, «Мир», 1965) сообщает: «Теорема о моментах была впервые доказана Чебышевым. Она была существенно обобщена Марковым (см., например, его книгу «Исчисление вероятностей», С.-Пб., 1908, которая, по моему мнению, до сих пор является одной из лучших и наиболее ярких книг по теории вероятностей)» (Кац, 1965, с.221).

Индукция Х.Хамбургера. Х.Хамбургер (1920, 1921) обобщил теорию непрерывных дробей (теорию моментов), разработанную Т.Стилтьесом. Заметим, что Т.Стильесу были известны результаты, полученные П.Л.Чебышевым и А.А.Марковым в теории моментов. У.Джоунс и В.Трон в книге «Непрерывные дроби» (Москва, «Мир», 1985) пишут: «Х.Хамбургер (1889-1956) в серии статей [1920, 1921] распространил теорию Стилтьеса с интервала $0 \leq t < \infty$ на интервал $-\infty < t < \infty$. Хамбургер обучался как в Геттингене, так и в Мюнхене (где получил докторскую степень) и поэтому был знаком с работами по непрерывным дробям, которые были выполнены в этих двух центрах» (Джоунс, Трон, 1985, с.29).

Индукция Эмми Нетер. Эмми Нетер построила теорию некоммутативных алгебр, индуктивно исходя из частных случаев этой теории, содержавшихся в работах Молина, Фробениуса, Диксона, Веддерберна и т.д. Г.Вейль в книге «Математическое мышление» (1989) пишет: «Теория некоммутативных алгебр и их представлений была построена Эмми Нетер на новой, чисто концептуальной основе с использованием всех результатов, накопленных в течение десятилетий замечательными по богатству высказанных в них идей трудами Молина, Фробениуса, Диксона, Веддерберна и других авторов» (Вейль, 1989, с.289). Г.Вейль добавляет: «Способность Эмми Нетер прояснять существо дела проявилась, например, в ее теории скрещенного произведения, в которой почти все основные факты были обнаружены Диксоном и Брауэром» (там же, с.290).

Индукция Эмми Нетер. Эмми Нетер перенесла на коммутативные дедекиндовы кольца теорию идеалов (теорию делимости), известную для колец алгебраических чисел. Л.А.Бокуть, И.В.Львов и В.К.Харченко в статье «Некоммутативные кольца» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 18) отмечают: «Классическая теория чисел изучает теорию делимости, или теорию идеалов, в кольцах целых алгебраических чисел. Правильно понятые свойства этих колец привели к понятию коммутативного дедекиндова кольца и к перенесению теории делимости с колец целых алгебраических чисел на коммутативные дедекиндовы кольца. Это было сделано Э.Нетер и явилось одним из начал современной алгебры» (Бокуть и др., 1988, с.11).

Индукция Эмми Нетер. Эмми Нетер (1929) обобщила на алгебры обнаруженную Круллем (1926) связь между понятиями абелевой группы с операторами и линейного представления групп. Н.Бурбаки в книге «Алгебра» (часть 3, «Модули, кольца, формы», 1966), перечисляя наиболее важные достижения в теории групп, колец и алгебр, констатирует: «С другой стороны, Крулль в 1926 г. обнаружил связь между понятиями абелевой группы с операторами и линейного представления групп; эта точка зрения была обобщена на алгебры и детально развита в 1929 г. в фундаментальной работе Э.Нетер; эта работа по важности рассмотренных идей и ясности изложения заслуживает того, чтобы вместе с мемуаром Штейница о полях считаться одним из краеугольных камней современной линейной алгебры» (Бурбаки, 1966, с.320).

Индукция Макса Дойринга. Ученик Эмми Нетер Макс Дойринг (1958) обобщил на простые алгебры над алгебраическими числовыми полями теорию идеалов алгебраических числовых полей. Х.Кох в обзоре «Алгебраическая теория чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 62) пишет: «Можно построить теорию идеалов для простых алгебр над алгебраическими числовыми полями, которая обобщает теорию идеалов алгебраических числовых полей (Дойринг [82])» (Кох, 1990, с.159). Здесь [82] – работа М.Дойринга (1958). Виктор Фишман в главе 3 своей книги «Формула жизни», опубликованной в журнале «Заметки по еврейской истории» (№ 5 (108), март 2009 г.) пишет о том, как М.Дойринг готовил свою докторскую диссертацию, подсказанную ему исследованиями Э.Нетер: «Докторскую диссертацию Дойринга по одному из разделов арифметической теории алгебраических функций Нетер рассматривала лишь как первую ступень большой и интересной работы. Идея этой работы вызрела во время бесед с этим интересным молодым человеком. И теперь она уже не смогла бы точно сказать, она ли первая предложила рассматривать строение аддитивной группы нормального поля как модуль Галуа, или это он сам сделал такой вывод из их беседы. Она очень хорошо видела дальнейший ход научных поисков. Отсюда – прямой путь к теории идеалов в конечных алгебрах. Но это она полностью оставит ему. То, что сейчас составляет главный смысл ее забот, лежит где-то рядом с этим. Она будет помогать советами Дойрингу, у него достаточно таланта. Более того, Эмма уверена, что уровень его таланта вполне соответствует высокому уровню этой новой задачи. Она же должна довести до конца свою, именно свою мультипликативную теорию идеалов в коммутативных кольцах» (В.Фишман, 2009).

Индукция Наиля Ибрагимова. Российский математик Н.Х.Ибрагимов (1969) обобщил на случай инвариантных вариационных задач известную теорему Э.Нетер (1918) о том, что каждой непрерывной симметрии физической системы соответствует некоторый закон сохранения. Н.Х.Ибрагимов в статье «Инвариантные вариационные задачи и законы сохранения» (журнал «Теоретическая и математическая физика», 1969, том 1, № 3) пишет о теореме Э.Нетер: «Теорема Нетер [1] дает удобный способ получения законов сохранения для уравнений математической физики, возникающих из вариационного принципа. Согласно этой теореме, из инвариантности вариационного интеграла относительно r – параметрической непрерывной группы преобразований следует существование r независимых законов сохранения» (Ибрагимов, 1969, с.350). Описывая основную цель своей статьи, Н.Х.Ибрагимов констатирует: «Обобщается теорема Нетер о законах сохранения для инвариантных вариационных задач. В качестве примера найдены все законы сохранения для уравнений Дирака» (там же, с.350). Картину дополняет А.В.Захаров, который в кандидатской диссертации «Решение обратной задачи динамики в ОТО по алгебрам первых интегралов» (УФА, 1987) пишет: «Ибрагимов Н.Х. [39] и Шаповалов В.Н. [70] обобщают теорему Нетер для преобразований, образующих группы Ли-Беклунда, параметры которых могут содержать производные динамических величин любого порядка. Ибрагимов Н.Х. [40], а также Кандотти и другие [80] показали, что инвариантность экстремальных значений функции действия системы является не только достаточным, но и необходимым условием существования нетеровских интегралов» (А.В.Захаров, 1987). Здесь [39] – работа Н.Х.Ибрагимова «Инвариантные вариационные задачи и законы сохранения» (журнал «Теоретическая и математическая физика», 1969, том 1, № 3), [40] – статья В.Н.Шаповалова «Симметрия и интегрирование уравнения Гамильтона-Якоби свободной частицы в римановом пространстве» («Известия вузов», серия физика, 1978, № 6).

Индукция В.И.Фущича, И.Ю.Кривского и В.М.Симулика. Украинские математики В.И.Фущич, И.Ю.Кривский и В.М.Симулик (1989) обобщили теорему Э.Нетер о законах сохранения на случай произвольных преобразований инвариантности уравнений математической физики. Данные математики в статье «Нелиевские симметрии и нетеровский анализ законов сохранения для уравнения Дирака» (препринт № 84.49 Института математики

АН УССР, Киев, 1989) говорят о своей работе: «Сформулировано и доказано обобщение теоремы Нетер о законах сохранения на случай произвольных преобразований инвариантности уравнений математической физики. Найдены новые алгебры инвариантности уравнения Дирака…» (Фущич и др., 1989). Перечисляя работы исследователей, занимавшихся обобщением теоремы Э.Нетер, авторы указывают: «Только сравнительно недавно [14] теорема Нетер обобщена на случай преобразований из групп Ли-Беклунда, а в [15, 16] теорема Нетер обобщена для произвольных нелиевских преобразований инвариантности, которые включают преобразования Ли-Беклунда в качестве частного случая» (Фущич и др., 1989). Здесь [14] – книга Н.Х.Ибрагимова «Группы преобразований в математической физике» (Москва, «Наука», 1983), [16] – статья И.Ю.Кривского «Теорема Нетер о законах сохранения для нелиевских преобразований инвариантности» (сборник «Теоретико-групповые исследования уравнений математической физики», Киев, Институт математики АН УССР, 1985).

Индукция Феликса Хаусдорфа. Немецкий математик Ф.Хаусдорф в книге «Теория множеств» (Москва-Ленинград, ОНТИ, 1937) посредством индукции доказывает утверждение II – с.53, утверждение III – с.53, теорему без номера – с.96 (где автор пишет: «Доказательство проводится методом трансфинитной индукции»), теорему о том, что метрическое произведение метрических пространств есть метрическое пространство – с.108. На стр.194 Хаусдорф пишет: «…Борелевские множества пространства D суть пересечения D с соответствующими борелевскими множествами пространства R. Индуктивное доказательство этого очевидно». Также индуктивно в книге Ф.Хаусдорфа доказывается утверждение о том, что каждое множество Rε (x) содержит предшественников всех своих элементов – с.202, теорема VI – с.250 (согласно данной теореме, если пространство A есть множество GII, то для каждой бэровской функции f существует такое плотное в A множество C = Gb, что функция j (x/c) непрерывна). Хаусдорф пишет об этой теореме: «Теорема верна для непрерывных функций (C=A) и будет индуктивно доказана для всех бэровских функций…» (Хаусдорф, 1937, с.250). Аналогично, на основе индукции доказывается теорема VII – с.254 (согласно которой f(x) есть бэровская функция fξ(x) тогда и только тогда, когда множество M есть Mξ, а N есть Nξ. При этом и множество C есть Nξ).

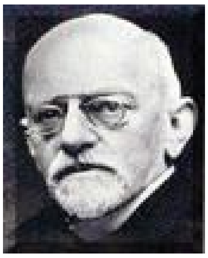
Индукция Феликса Хаусдорфа. Феликс Хаусдорф (1914) ввел в математику понятие топологического пространства в результате следующего процесса обобщения (индукции и абстрагирования). Дж.Л.Келли в книге «Общая топология» (1968) повествует: «Путь, по которому эволюционировала общая топология, во многом характерен для математики. Сначала замечается сходство некоторых ситуаций, аналогии и повторения в рассуждениях. Затем предпринимаются попытки выделить понятия и методы, общие для различных примеров; при условии, что анализ достаточно глубок, есть надежда найти теорию, которая охватывает многие или даже все наши примеры и достойна самостоятельного изучения. Именно на этом пути после длительного экспериментирования было получено понятие топологического пространства. Оно – естественный продукт непрерывного процесса консолидации, абстрагирования и обобщения» (Келли, 1968, с.152).

Индукция Феликса Хаусдорфа. Феликс Хаусдорф (1918) ввел в науку понятие дробной размерности (размерности Хаусдорфа), а вместе с этим открыл и множества фрактальной (дробной) размерности, индуктивно обобщив понятие α-размерности Каратеодори в N-мерном пространстве, близкое к понятию метрической размерности. А.Ф.Булат и В.И.Дырда в книге «Фракталы в геомеханике» (2005) пишут: «…Уместно кратко охарактеризовать в историческом плане работы математического характера, посвященные возникновению и развитию идей дробной размерности, или размерности Хаусдорфа [19]. В 1914 г. К.Каратеодори [20] вводит понятие α-меры в N-мерном пространстве, близкое к понятию метрической размерности, которая может быть и дробной. Однако первой математической работой по теории фрактальных множеств по праву считается статья Ф.Хаусдорфа, опубликованная в 1918 году [21], в которой впервые была обобщена α-размерность Каратеодори с целочисленных значений на любые положительные, включая и дробные, а также приведены примеры множеств фрактальной размерности. В его оригинальной работе множества не назывались еще фракталами, а сама идея дробной размерности в работах самого Хаусдорфа дальше не развивалась» (Булат, Дырда, 2005, с.21).

Индукция Феликса Хаусдорфа. Феликс Хаусдорф (1923) перенес на более общую ситуацию неравенство Юнга (1912), которое само является обобщением теоремы Парсеваля и леммы Римана-Лебега. Й.Берг и Й.Лефстрем в книге «Интерполяционные пространства» (Москва, «Мир», 1980) пишут: «Неравенство Хаусдорфа-Юнга (теорема 1.2.1) является обобщением теоремы Парсеваля и леммы Римана-Лебега. (…) Первоначально оно было получено Юнгом [1] в 1912 г. (для тора T) при четных p', а затем для произвольных p Хаусдорфом [1] в 1923 г.» (Берг, Лефстрем, 1980, с.31).

Индукция Рональда Фишера. Английский математик Рональд Фишер (1925) разработал дисперсионный анализ как один из важных методов математической статистики, индуктивно исходя из результатов математического изучения воздействия на урожай различных переменных: вида удобрений, количества осадков, времени посадки, генетических особенностей растений. Джеймс Гудвин в книге «Исследование в психологии: методы и планирование» (2004) повествует: «Начиная с 1920 г. на протяжении около 15 лет Фишер работал на экспериментальной сельскохозяйственной станции в английском городе Ротамстед. Он участвовал в исследовании воздействия на урожай различных переменных, например вида удобрений, уровня осадков, времени посадки, а также генетических особенностей растений. Фишер опубликовал статью «Исследование сельскохозяйственных культур. VI. Эксперименты по изучению реакции картофеля на углекислый калий и азот». В ходе исследований он открыл дисперсионный анализ и использовал его для анализа полученных данных. Особенно он подчеркивал важность использования факторных планов «так как при раздельных (однофакторных) экспериментах мы никогда не обнаружим взаимодействий между различными компонентами». Сельскохозяйственные урожаи зависят от сложных комбинаций факторов, и их раздельное изучение не позволяет оценить взаимодействие между ними» (Гудвин, 2004, с.304).

Индукция Ивара Фредгольма. И.Фредгольм создал теорию интегральных уравнений в результате того, что индуктивно перенес в эту теорию основные теоремы линейной алгебры. Кроме того, построив теорию интегрального уравнения вида $\mu \int R(x, y)\, \varphi(y)\, dy = f(x)$, $a \le x \le B$, И.Фредгольм обобщил теорию этого уравнения на системы интегральных уравнений, а также на случай ядра со слабой особенностью. З.Пресдорф в обзоре «Линейные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27) пишет «…Фредгольм доказал, что для уравнения (3) (для уравнения $\mu \int R(x, y)\, \varphi(y)\, dy = f(x)$, $a \le x \le B$ – Н.Н.Б.) с непрерывным ядром справедливы основные теоремы линейной алгебры. Построенную теорию уравнения (3) Фредгольм обобщил на системы интегральных уравнений, а также на случай ядра со слабой особенностью» (Пресдорф, 1988, с.8). Необходимо отметить, что отдельные виды интегральных уравнений были известны и до Фредгольма. З.Пресдорф в том же обзоре повествует: «Первые примеры интегральных уравнений появились в первой половине прошлого века, например, в работах Фурье (1811), Абеля (1826) и Лиувилля (1837). Интегральные уравнения стали предметом особого внимания математиков после того, как Нейману (1877) удалось свести задачу Дирихле для уравнения Лапласа к интегральному уравнению 2-го рода и решить это уравнение с помощью метода последовательных приближений» (там же, с.7). Напомним, что задача Дирихле для уравнения Лапласа – это задача о краевых условиях для уравнения Лапласа, когда искомая функция задана на ограниченной области и известны ее значения на границе. Что касается аналогии, которую использовал И.Фредгольм при построении теории интегральных уравнений, то о ней пишут Л.А.Люстерник и В.И.Соболев в книге «Элементы функционального анализа» (Москва, «Наука», 1965): «Общеизвестны аналогии между теорией линейных обыкновенных дифференциальных и линейных разностных уравнений, с одной стороны, и теорией систем линейных алгебраических уравнений, - с другой. Еще более последовательно эти аналогии выявились в исторически позже возникшей теории линейных интегральных уравнений» (Люстерник, Соболев, 1965, с.8).



«То, что во главе геттингенской математики идейно стоял Гильберт, было бесспорным для всех. Но Гильберт всегда избегал всякой организационной и тем более административной деятельности, чем, может быть, и сохранил себя всецело для науки, славы и ничем не омраченного почитания со стороны своих учеников и многочисленных друзей».

П.С.Александров

Индукция Давида Гильберта. Д.Гильберт построил математическую теорию полей классов, индуктивно исходя из анализа частных случаев этой теории, содержавшихся в работах его предшественников, одновременно используя и обобщая результаты К.Гаусса в теории квадратичных числовых полей и результаты Э.Куммера, создавшего арифметику целых чисел полей деления круга за счет использования понятия идеальных множителей (идеальных чисел). Г.Вейль в книге «Математическое мышление» (1989) пишет о Гильберте: «…Отправляясь от гауссовой теории родов в квадратичных полях и исследований Куммера, он шаг за шагом продвигался вперед, отправляясь от простейших примеров, и по ходу дела вводил необходимые понятия, доказывал теоремы о них и, в конечном счете, сумел обозреть весь ландшафт полей классов. (…) Завершение работы Гильберт оставил своим преемникам. По-видимому, еще далек тот день, когда у нас будет более или менее полная теория относительно числовых полей Галуа» (Вейль, 1989, с.236).

Индукция Давида Гильберта. Д.Гильберт пришел к выводу, что будущие математики, которые займутся поисками доказательства общего закона взаимности, должны будут формулировать его в терминах символа норменного вычета, индуктивно исходя из того, что предложенная самим Гильбертом формулировка закона взаимности для квадратичного поля в таких терминах оказалась весьма эффективной (плодотворной). С.В.Востоков в примечаниях к 1-му тому «Избранных трудов» Д.Гильберта (1998) указывает: «Именно формулировка закона взаимности для квадратичного поля с помощью введения символа норменного вычета дала Гильберту основание считать, что и общий закон взаимности нужно формулировать в терминах символа норменного вычета» (Востоков, 1998, с.533). Об этом же говорит Г.Вейль в книге «Математическое мышление» (1989). Имея в виду формулу, имеющую вид бесконечного произведения, с помощью которой Гильберт выразил общий закон взаимности, Г.Вейль пишет: «Формула (3) – первый настоящий успех, который принесла идея норменного символа; по-видимому, он и придал Гильберту уверенность в том, что высшие законы взаимности надлежит формулировать в терминах норменных вычетов» (Вейль, 1989, с.231).

Индукция Давида Гильберта. Д.Гильберт индуктивно перенес на развитую Куммером теорию L-х степенных вычетов в поле L-го корня из единицы найденное им доказательство общего закона взаимности для квадратичных вычетов. При этом Д.Гильберт понял, что после такого переноса мы получаем в свое распоряжение новое доказательство закона взаимности Куммера для L-х степенных вычетов. Д.Гильберт в статье «О теории относительно квадратичных числовых полей» (Д.Гильберт, «Избранные труды», том 1, 1998) пишет: «Если изложенное в данной работе доказательство общего закона взаимности для квадратичных вычетов перенести на развитую Куммером теорию L-х степенных вычетов в поле L-го корня из единицы, то получится новое доказательство закона взаимности Куммера для L-х степенных вычетов, которое существенно отличается как от доказательства Куммера, так и от данного мною ранее доказательства тем, что в нем не используется связанный с делением круга частный закон взаимности Эйзенштейна» (Гильберт, 1998, с.179).

Индукция Давида Гильберта. Д.Гильберт (1909) сформулировал идею о том, что каждое натуральное число представимо в виде суммы четырех чисел произвольных фиксированных степеней, индуктивно обобщив гипотезу Лагранжа о том, что каждое натуральное число представимо в виде суммы четырех квадратов целых чисел. Ю.В.Нестеренко в книге «Теория чисел» (2008) указывает: «Ж.Лагранж установил (1770), что каждое натуральное число представимо в виде суммы четырех квадратов целых чисел. Впоследствии Д.Гильберт обобщил (1909) это утверждение, заменив суммы квадратов суммами произвольных фиксированных степеней, решив тем самым знаменитую проблему Варинга» (Нестеренко, 2008, с.4).

Индукция Давида Гильберта. Одним из достижений Д.Гильберта был перенос ряда идей А.Гарнака из теории алгебраических кривых (плоских кривых) на пространственные кривые. При этом Гильберт доказал теорему, получившую название теоремы Гарнака-Гильберта и звучащую следующим образом: пусть Cn – неприводимая алгебраическая кривая порядка n, лежащая на поверхности H. Тогда число полных действительных ветвей кривой Cn не превосходит $\frac{1}{4}(n-2)^2+1$ при n четном и $\frac{1}{4}(n-1)(n-3)+1$ при n нечетном. Для нас важно, что Гильберт доказал эту теорему индуктивным построением. Д.А.Гудков в статье «Топология вещественных проективных алгебраических многообразий» журнал «Успехи математических наук», 1974, том 29, вып.4 (178) пишет об исследованиях Д.Гильберта: «Было естественно попытаться перенести результаты, полученные А.Гарнаком для плоских кривых, на пространственные кривые. Этим вопросом занимался Д.Гильберт в упомянутой уже работе [10] от 1891 г.» (Гудков, 1974, с.26). «Затем, - пишет Д.А.Гудков о Гильберте, - построением по индукции доказывает существование кривых Cn на поверхности второго порядка H с максимальным числом ветвей, указанным в последней теореме. Такие кривые назовем M-кривыми» (там же, с.27). Вообще, многие теоремы в геометрии при переходе от плоского случая к пространственному доказываются индукцией по числу измерений. Л.И.Головина и И.М.Яглом в книге «Индукция в геометрии» (1961) пишут: «…Доказательства «двумерных» теорем иногда основываются на аналогичных «одномерных». Это обстоятельство делает возможным использование в некоторых геометрических задачах индукции по числу измерений, заключающейся в последовательном переходе от одномерного к двумерному, а затем к трехмерному пространству; примеры такого рода и собраны в настоящем параграфе. При этом индукция по числу измерений часто используется одновременно с обычной индукцией, а иногда она может быть заменена обыкновенной индукцией» (Головина, Яглом, 1961, с.73-74). «Свойства фигур в n-мерном пространстве, - подчеркивают те же авторы, - часто доказываются с помощью математической индукции по числу измерений пространства…» (там же, с.76). Можно добавить, что индукция используется как средство доказательства и в более сложных геометрических теориях нашего времени: в теории некомпактных четырехмерных многообразий или в теории неодносвязных многообразий. Лауреат премии Филдса за 1962 г. Джон Милнор поясняет, как конструируются доказательства теорем в этих геометрических теориях. В статье «О достижениях Майкла Фридмана» (сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», редактор - В.М.Тихомиров, 1991) он пишет: «Доказательства этих результатов чрезвычайно трудны. Основная идея, которую для малых размерностей использовали Мебиус и Пуанкаре, а для высоких размерностей Смейл и Уоллес, заключается в том, чтобы строить заданное четырехмерное многообразие по индукции, начиная с четырехмерного диска и последовательно добавляя ручки» (Милнор, 1991, с.51). Высказывание Д.Милнора позволяет понять, что такие выдающиеся математики, как Мебиус и Пуанкаре, не избегали применения индукции при доказательстве теорем. Этого не избегал и Стивен Смейл (лауреат премии Филдса за 1966 год).

Индукция Давида Гильберта. Д.Гильберт перенес в теорию интегральных уравнений многие идеи, заимствованные из теории алгебраических уравнений (из линейной алгебры). Основанием для этого переноса послужила аналогия между двумя разными теориями. Б.М.Левитан и И.С.Саргсян в книге «Введение в спектральную теорию» (Москва, «Наука», 1970) пишут: «По-видимому, уже давно была замечена аналогия между задачами линейной алгебры и теории колебаний. Однако только Д.Гильберт стал систематически пользоваться этой аналогией в своих основополагающих работах по теории интегральных уравнений. В результате возникло гильбертово пространство L2, а затем и общее гильбертово пространство» (Левитан, Саргсян, 1970, с.7). Об этой же аналогии Д.Гильберта и ряда других математиков пишут Н.Данфорд и Дж.Шварц в монографии «Линейные операторы. Общая теория» (1962): «Когда Гильбертом, Шмидтом, Ф.Риссом и другими учеными была развита теория интегральных уравнений и смежные с ней вопросы и выяснилась аналогия всего этого с соответствующими алгебраическими вопросами, стало ясно, что функцию надо рассматривать как вектор или как точку в «пространстве» функций» (Данфорд, Шварц, 1962, с.93).

Индукция Давида Гильберта. Д.Гильберт индуктивно распространил на самосопряженные операторы в бесконечномерном гильбертовом пространстве теорему о том, что всякую эрмитову матрицу (в том числе всякую эрмитову квадратичную форму) можно диагонализовать при помощи подходящего выбора базиса. Поскольку данная теорема использовалась и обобщалась также Джоном фон Нейманом, она называется теоремой Гильберта-Неймана. В.Хатсон и Дж.Пим в книге «Приложения функционального анализа и теории операторов» (1983), говоря о том, что данная теорема выросла на почве исследования уравнений, содержащих самосопряженные операторы, пишут об этих уравнениях: «Сердцевиной любого обсуждения таких уравнений является один результат – спектральная теорема. Эта теорема, принадлежащая Гильберту и фон Нейману, позволяет объединить великое множество внешне различных результатов и представляет собой одно из главных достижений теории линейных операторов. Общеизвестна важность результата, утверждающего, что всякую эрмитову матрицу (а тем самым и всякую эрмитову квадратичную форму) можно диагонализовать при помощи подходящего выбора базиса; превосходное изложение этого конечномерного результата дано в книге Халмоша [1948]. Спектральная теорема представляет собой, в сущности, далеко идущее обобщение этого результата на случай самосопряженных операторов в бесконечномерном гильбертовом пространстве Н» (Хатсон, Пим, 1983, с.249). Об этой же индукции (генерализации) великого Гильберта говорит М.С.Лившиц в статье «О спектральном разложении линейных несамосопряженных операторов» («Математический сборник», 1954, том 34 (76), № 1): «Известно, что каждую конечную матрицу можно при помощи унитарного преобразования привести к треугольному виду. Если исходная матрица является самосопряженной, то она приводится к диагональной матрице с вещественными элементами. Распространив последний результат на самосопряженные операторы, действующие в бесконечномерных пространствах, Д.Гильберт заложил основы спектральной теории операторов» (Лившиц, 1954, с.145). Тот же вопрос рассматривает А.Ю.Пирковский в книге «Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов» (Москва, МЦНМО, 2010): «В курсе линейной алгебры обычно доказывают, что каждая эрмитова матрица диагонализируется в подходящем ортонормированном базисе. На языке операторов это означает, что каждый самосопряженный оператор $T \in B(H)$ в конечномерном гильбертовом пространстве Н имеет вид $T=\sum \lambda_k E_k$, где E_k – проекторы на попарно ортогональные подпространства. Спектральная теорема является обобщением этого утверждения на бесконечномерный случай. Она утверждает, говоря неформально, что любой самосопряженный (и, более общим образом, любой нормальный оператор T в гильбертовом пространстве H можно в некотором смысле разложить по проекторам)» (Пирковский, 2010, с.115).

Индукция Давида Гильберта. Давид Гильберт (1931) пришел к выводу о необходимости прекращения работы над своей программой доказательства непротиворечивости математики ее собственными формальными средствами, индуктивно исходя из теоремы Геделя о неполноте (1931), которая показала, что даже в простейших арифметических системах существуют утверждения, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть. Т.Редже в книге «Этюды о Вселенной» (1985) пишет: «Если бы, как считал Гильберт, вся математика сводилась к системе аксиом, то эти последние можно было бы ввести в вычислительную машину, способную по нашему приказу напечатать любые утверждения, следующие из этих аксиом. При этом все возможные теоремы выдавались бы машиной, что делало бы работу математика бессмысленной, сводя ее к роли оператора вычислительного центра. Был бы создан математический робот, мы достигли бы вершины абстрактной логики и имели электронного оракула, способного ответить на любой вопрос. Но, даже если отвлечься от затрат бумаги, необходимой для того, чтобы напечатать миллионы ненужных (хотя и верных) теорем, дойти до вершины все равно не удалось бы. Появившаяся в 1931 г. работа Геделя, произведя эффект разорвавшейся интеллектуальной бомбы, заставила фон Неймана прервать курс лекций в Геттингене, а Гильберта прекратить работу над своей программой» (Т.Редже, 1985). Констанс Рид в книге «Гильберт» (1977) пишет: «В высшей степени остроумной работе Геделя Гильберт рассудком распознал, что цель, достижению которой он посвятил столько усилий с начала этого столетия, - дать окончательный неопровержимый ответ Кронекеру, Брауэру и всем, кто пытался ограничить методы математики, - не может быть достигнута. Классическая математика должна была быть непротиворечивой и, по-видимому, так на самом деле и было; однако эта непротиворечивость никогда не могла быть математически доказана, на что он надеялся и в чем он был уверен» (К.Рид, 1977).

Индукция Давида Гильберта. Давид Гильберт в книге «Основания геометрии» (Москва-Ленинград, ОГИЗ, 1948) при помощи индукции доказывает теорему № 68, согласно которой в поле, порождаемом единицей, $p_1, \ldots, p_n$, всякая никогда (т.е. ни при какой системе действительных значений переменных) не отрицательная функция является суммой квадратов. Д.Гильберт говорит об этой теореме: «Доказательство мы будем вести по методу математической индукции. Рассмотрим поле, которое получается из R путем приобщения одного квадратного корня. Выражение, стоящее под этим квадратным корнем, представляет собою некоторую рациональную функцию $f_1(p_1, \ldots, p_n)$» (Гильберт, 1948, с.188). Д.Гильберт понимал значимость индукции в математическом исследовании, что видно из следующего его высказывания: «…Сущность заключения по полной индукции, - как это показал уже Дедекинд и как это снова подтверждает моя теория доказательства – в том и состоит, что оно применимо не только к отдельным, имеющим конечное значение случаям, но, прежде всего, к тем случаям, в которых рекурсия относится к выражениям с любыми связанными переменными (с «все» и «существует»); в таком случае оказывается, что полная индукция является источником понятия математической переменной, к которому с помощью только конечных методов невозможно подойти» (там же, 396).

Индукция Давида Гильберта и Пауля Бернайса. Давид Гильберт и Пауль Бернайс посредством индукции доказали ряд важнейших законов арифметических действий (закон коммутативности сложения, закон коммутативности умножения, закон ассоциативности умножения, закон дистрибутивности и т.д.). Д.Гильберт и П.Бернайс в книге «Основания математики» (том 1, Москва, «Наука», 1979), доказывая закон коммутативности сложения, пишут: «Непосредственно из определения сложения может быть извлечен закон ассоциативности, согласно которому для произвольных цифр a, b, c имеет место равенство a+(b+c) = (a+b)+c. Закон коммутативности, который гласит, что для любых a и b a+b=b+a, получается не столь прямо. Для его доказательства мы воспользуемся методом полной индукции» (Гильберт, Бернайс, 1979, с.49). Доказывая один из законов дистрибутивности и закон коммутативности умножения, Д.Гильберт и П.Бернайс аргументируют: «Второй закон дистрибутивности, согласно которому всегда имеет место равенство (b+c)a = (ba) + (ca), может быть выведен из законов для сложения с помощью описанного выше метода полной индукции. С помощью этого метода может быть также установлен и закон коммутативности умножения» (там же, с.50). Обосновывая закон ассоциативности умножения, выдающиеся математики констатируют: «Закон правой дистрибутивности a(b+c) = ab+ac получается полной индукцией n с использованием закона ассоциативности сложения. Из закона правой дистрибутивности и закона коммутативности умножения получается закон левой дистрибутивности (b+c)a = ba+ca. С помощью закона правой дистрибутивности полной индукцией по c мы получаем, наконец, закон ассоциативности умножения a(bc) = (ab)c» (там же, с.377).

Индукция Герхарда Генцена. Как известно, доказав свою знаменитую теорему о неполноте, Курт Гедель одновременно показал, что нельзя обосновать истинность арифметики средствами самой арифметики. Результат Геделя давал отрицательное решение 2-й проблемы Д.Гильберта (общее число проблем Гильберта составляет 23) и одновременно наводил на мысль, что программа Гильберта доказать истинность и непротиворечивость математики финитными средствами, содержащимися в ней самой, невыполнима. Решить эту задачу можно было лишь за счет существенного снижения требований, которые первоначально предъявил Гильберт. В 1936 году это давно разыскиваемое доказательство (и именно за счет снижения указанных требований) нашел ассистент Гильберта Герхард Генцен. Доказательство Генцена считают важным результатом, оно упоминается во многих историко-математических работах. Как Генцен провел свое доказательство непротиворечивости арифметики? Он сделал это при помощи трансфинитной индукции. Д.Гильберт и П.Бернайс в книге «Основания математики» (том 2, 1982) подчеркивают: «В генценовском доказательстве непротиворечивости формализма (z) появляется другой тип выхода за рамки (zm). Этот выход происходит в связи с обоснованием одного конкретного обобщения принципа полной индукции. Речь идет об одном специальном способе умозаключений, применяемом в канторовской теории множеств, который называется трансфинитной индукцией, потому что он представляет собой распространение обычного принципа индукции для конечных чисел на «трансфинитные» порядковые числа» (Гильберт, Бернайс, 1982, с.440). Об этом же Д.Гильберт и П.Бернайс пишут в другом месте своей книги: «…Генцен показал, что с помощью некоторого обобщения методов теории доказательств – а именно при использовании обобщенной индукции до первого ε-числа – может быть доказана непротиворечивость арифметического формализма…» (там же, с.624). А.А.Френкель и И.Бар-Хиллел в книге «Основания теории множеств» (1966) указывают: «Фактически уже через несколько лет после опубликования результатов Геделя Генцену удалось доказать непротиворечивость арифметики с помощью лишь одного нового метода, выходящего за рамки арифметики в собственном смысле слова, - с помощью так называемой трансфинитной индукции до первого ε-числа. Метод этот является финитным в некотором вполне определенном расширенном смысле…» (Френкель, Бар-Хиллел, 1966, с.370-371). Н.В.Михайлова в монографии «Системный синтез программ обоснования современной математики» (2008) рассматривает тот же вопрос: «Задача установления непротиворечивости классической формальной арифметики была впервые решена учеником Гильберта немецким математиком Герхардом Генценом только в 1936 году, причем средствами, не укладывающимися в финитную установку Гильберта. Он использовал аксиому трансфинитной индукции, в которой, в отличие от обычной индукции, использующейся в математике, рассуждения ведутся не по натуральным числам, а по ординальным числам, обозначающим бесконечные совокупности чисел» (Михайлова, 2008, с.258-259).

Индукция Вильгельма Аккермана. Немецкий математик, ученик Д.Гильберта, Вильгельм Аккерман доказал непротиворечивость арифметики с помощью той же трансфинитной индукции, которую использовал Г.Генцен. В.Аккерман получил этот результат после Г.Генцена. Д.Гильберт и П.Бернайс в книге «Основания математики» (том 2, Москва, «Наука», 1982) повествуют: «Однако когда Генцен показал, что с помощью некоторого обобщения методов теории доказательств – а именно, при использовании обобщенной индукции до первого ε-числа – может быть доказана непротиворечивость арифметического формализма, Аккерман обнаружил, что связанный с гильбертовским подходом метод при соответствующем расширении этого метода также может дать полное доказательство непротиворечивости» (Гильберт, Бернайс, 1982, с.624). Об этом же сообщает Р.Л.Гудстейн в книге «Математическая логика» (1961): «Доказательства непротиворечивости формализованной арифметики были даны Г.Генценом (G.Gentzen, Math. Annalen, т.CXII, 1936) и В.Аккерманом (W.Ackermann, CXVII, 1940); оба доказательства, и Генцена и Аккермана, используют трансфинитную индукцию по ординальным числам вплоть до ε0 (наименьшего ординального числа, удовлетворяющего условию $\omega^{\varepsilon = \varepsilon}$)» (Гудстейн, 1961, с.146).

Индукция Эли Картана. Французский математик Э.Картан доказал ряд утверждений в теории простых комплексных групп методом перебора. В частности, таким методом он доказал теорему о том, что каждой целочисленной линейной форме Ψ соответствует некоторое неприводимое представление. Герман Вейль в работе «Теория представлений непрерывных полупростых групп при помощи линейных преобразований» (Г.Вейль, «Избранные труды», 1984) отмечает: «Теорема 6. Каждой целочисленной линейной форме Ψ, которую не превосходит никакая эквивалентная ей форма, соответствует некоторое неприводимое представление, старший вес которого есть Ψ. Эта теорема была доказана уже Э.Картаном. Но его конструкция основана на явном перечислении всех простых групп и должна проводиться для каждой группы отдельно» (Вейль, 1984, с.191). Как правило, метод перебора требует значительных усилий и времени, но Э.Картан был вычислителем, не боявшимся трудностей, поэтому мог получать на этом пути замечательные результаты. Известно, что ученик Вейерштрасса Вильгельм Киллинг дал классификацию комплексных простых групп Ли. При этом Киллинг заметил, что многими свойствами простых групп Ли обладают полупростые группы, то есть группы, локально изоморфные прямым произведениям простых групп. Занимаясь классификацией комплексных простых групп Ли, Киллинг предложил доказательства ряда теорем в этой области, но не все доказательства были точными. Э.Картан исправил эти неточности в своей диссертации (1894), в которой он проводил весьма трудоемкие вычисления. М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (2007) пишут: «Тщательное сравнение диссертации Картана и работы Киллинга [Kil2] произвел Томас Хокинс [Haw3], который отметил все случаи, когда Картан исправил ошибки или упущения Киллинга. В частности, Хокинс указал, что при рассмотрении группы E8 Картан, который «был искусным и не боящимся трудностей вычислителем», проверил выполнение тождества Якоби для всех 2511496 сочетаний из 248 базисных элементов алгебры Ли этой группы по 3. Киллинг этих вычислений не проводил» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.44).

Индукция Эли Картана. Э.Картан для определения связности вдоль кривой обобщил понятие развертывания линии на плоскость, которое в свое время ввел Ф.Г.Миндинг. А.П.Норден в статье «Открытие Лобачевского и его место в истории новой геометрии» (сборник работ «Об основаниях геометрии», 1956) констатирует: «К работам Гаусса непосредственно примыкают работы его ученика Фердинанда Готлибовича Миндинга (1806-

1885). В центре их стоит проблема изгибания и внутренней геометрии поверхности. Мы остановимся на четырех из них. В первых двух работах Миндинг вводит понятие развертывания линии на плоскость, которое было использовано впоследствии Леви-Чивита и обобщено Картаном для определения связности вдоль кривой» (Норден, 1956, с.17).

Индукция Эли Картана. Э.Картан (1925) обобщил принцип двойственности классической проективной геометрии на геометрии других простых групп Ли. М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (2007) повествуют о его работах: «В 1925 г. вышла также статья «Принцип двойственности и теория простых и полупростых групп» [82], в которой принцип двойственности классической проективной геометрии обобщается на геометрии других простых групп Ли и формулируется принцип тройственности для одной из таких групп» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.14).

Индукция Эли Картана. Э.Картан индуктивно перенес на системы гиперкомплексных чисел над полем действительных чисел теоремы российского математика Федора Эдуардовича Молина, относящиеся к области ассоциативных алгебр. Е.П.Ожигова в монографии «Развитие теории чисел в России» (1972) пишет: «Э.Картан распространил результаты Молина на системы гиперкомплексных чисел над полем действительных чисел. Многие европейские ученые, в частности, Г.Вейль, признавали большое значение трудов Молина» (Ожигова, 1972, с.293). Сам же Ф.А.Молин (1892) перенес на ассоциативные алгебры понятия простоты и полупростоты, введенные В.Киллингом для алгебр Ли (Софуса Ли). Впоследствии американский математик Джозеф Веддерберн (Веддербарн) (1907) индуктивно распространил на произвольные поля чисел теоремы Ф.Э.Молина и Э.Картана, сформулированные в конечномерной ассоциативной алгебре для полей комплексных чисел. В.А.Андрунакиевич и Ю.М.Рябухин в книге «Радикалы алгебр и структурная теория» (Москва, «Наука», 1979) пишут: «Обобщив результаты Молина и Картана на случай алгебр над произвольным полем, Веддербарн сводит изучение конечномерных ассоциативных алгебр к изучению нильпотентных и полупростых алгебр, изучение полупростых алгебр – к изучению простых алгебр, а изучение простых алгебр – к изучению тел» (Андрунакиевич, Рябухин, 1979, с.9).

Индукция Эли Картана. Э.Картан (1927) перенес на n-мерные многообразия результаты, полученные Морисом Жане (1926) для двумерных многообразий с аналитической метрикой при решении проблемы погружения риманова пространства V^n в виде n-мерной поверхности в евклидово пространство R^n достаточно большой размерности. Эту проблему поставил еще Людвиг Шлефли. Джон Нэш в статье «Проблема вложений для римановых многообразий» (журнал «Успехи математических наук», 1971, том 26, вып.4 (160)) пишет: «В 1926 г. Жане [7] решил локальную проблему для двумерных многообразий с аналитической метрикой, а Картан [8] сразу же распространил этот результат на n-мерные многообразия, рассматривая эту проблему как приложение своей теории пфаффовых форм» (Нэш, 1971, с.173). М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (МЦНМО, 2007) детализируют обобщение Э.Картана: «Утверждение Шлефли о возможности локального погружения было доказано Морисом Жане (1888-1984) в работе «О возможности погружения данного риманова пространства в евклидово пространство» [Jan]. Результаты Жане были уточнены Картаном в работе [104] с тем же названием, что и работа [Jan]. В то время как Жане записывал задачу о погружении в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, для исследования которой он применял чрезвычайно сложные методы, Картан решил эту задачу с помощью разработанной им теории систем уравнений Пфаффа в инволюции» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.189).

Индукция Альфонса Демулена. Бельгийский геометр А.Демулен (1904) обобщил на неевклидовы пространства метод подвижного репера (метод подвижного триэдра), который ранее применялся Альбером Рибокуром, Гастоном Дарбу и Эли Картаном в евклидовых пространствах. М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (2007) повествуют: «Подвижный триэдр был применен к теории поверхностей пространства R^3 впервые Альбером Рибокуром (1845-1893) в его «Исследовании элассоидов, или поверхностей нулевой средней кривизны» [Rib] в 1884 г. Рибокур называл «элассоидами» поверхности, которые в настоящее время называются минимальными. Систематически метод подвижного триэдра применялся к теории поверхностей пространства R^3 Дарбу в книге [Da]» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.145). «Метод подвижного репера, - поясняют М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд, - был обобщен на пространства, отличные от евклидова, бельгийским геометром Альфонсом Демуленом (1869-1947) в работах «О применении подвижного тетраэдра отнесения в кэлиевой геометрии» [Dem1] 1904 г. и «Принципы внутренней аналлагматической и линейчатой геометрии» [Dem2] 1905 г. В первой из них Демулен рассматривал неевклидовы геометрии» (там же, с.146). Известно, что Э.Картан разработал метод подвижного репера для произвольных многообразий по аналогии с методом подвижного репера Гастона Дарбу для поверхностей. Кроме того, нельзя не отметить, что метод подвижного репера (подвижного трехгранника) впервые появился в работах Л.Эйлера, о чем помнят далеко не все историки науки. Л.Н.Сретенский в статье «Динамика твердого тела в работах Эйлера» (сборник статей «Леонард Эйлер», Москва, издательство Академии наук СССР, 1958) констатирует: «…Эйлер ввел в теоретическую механику исключительно ценную идею – рассматривать движение твердого тела с помощью системы координат, связанной с телом и, тем самым, вместе с ним перемещающейся. Эта идея подвижного трехгранника оказала неоценимые услуги теоретической механике, астрономии и впоследствии дифференциальной геометрии» (Сретенский, 1958, с.223). Укажем, что Эйлер ввел метод подвижного трехгранника при решении задачи о составлении уравнений движения твердого тела с одной неподвижной точкой.

Индукция Эмиля Коттона. Эмиль Коттон (1905) обобщил метод подвижного триэдра на произвольные пространства, обладающие группами преобразований. М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (2007) указывают: «…Э.Вессио в работе «Минимальные кривые линии» [Ves] применил подвижный триэдр к изучению мнимых изотропных линий пространства R^3, называвшихся в то время «минимальными кривыми». Эти линии имеют нулевую длину дуги, вследствие чего обычные формулы Френе для них неприменимы. И, наконец, в том же 1905 г. Эмиль Коттон (1872-1950) опубликовал статью «Обобщение теории подвижного триэдра» [Cot], в которой была выдвинута идея обобщения метода подвижного триэдра на произвольные пространства, обладающие группами преобразований» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.148).

Индукция Эриха Келера. Эрих Келер (1935) перенес на более общую ситуацию теорию систем в инволюции, построенную Э.Картаном для уравнений Пфаффа. М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (2007) констатируют: «Теория систем в инволюции, построенная Картаном для уравнений Пфаффа, была обобщена в 1934 г. Эрихом Келером (1906-1970) на системы, состоящие не только из уравнений Пфаффа, но и из внешних дифференциальных уравнений различных порядков, в книге «Введение в теорию систем дифференциальных уравнений» [Kah2]» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.135).

Индукция Джино Фано. Итальянский математик Джино Фано (1915) перенес на трехмерные квартики V_4 метод раскручивания бирациональных автоморфизмов плоскости P^2 (метод изучения рациональных поверхностей), разработанный Максом Нетером (1871). В.А.Исковских в статье «Антиканонические модели трехмерных алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1979, том 12) пишет: «Можно ли распространить методы изучения рациональных поверхностей на трехмерные многообразия с обильным антиканоническим классом? В небольшой заметке [29] Фано сделал попытку дать утвердительный ответ на этот вопрос. Он распространил метод Нетера «раскручивания» бирациональных автоморфизмов плоскости P^2 на трехмерные квартики V_4 и полные пересечения квадрики и кубики $V_6 = F_2 \cap F_3$ в P^5» (Исковских, 1979, с.61). Здесь [29] – работа Д.Фано (1915). Для того, чтобы понять суть метода и результатов М.Нетера, которые переносил Д.Фано на трехмерные алгебраические многообразия с каноническими кривыми (сечениями), обратимся к статье В.А.Исковских «Бирациональные автоморфизмы трехмерных алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1979, том 12), в которой указывается: «В 1871 г. М.Нетер опубликовал работу [31], в которой дал набросок доказательства одной из своих знаменитых теорем: группа бирациональных автоморфизмов Cr (P^2) плоскости P^2 над алгебраически замкнутым полем R порождена квадратичными и линейными проективными преобразованиями» (Исковских, 1979, с.159). Ввиду того, что Д.Фано перенес метод М.Нетера на трехмерные квартики, специалисты стали называть его методом Нетера-Фано. В.А.Исковских в только что цитированной статье поясняет: «Метод Нетера-Фано понижения степени бирационального автоморфизма позволяет не только описывать образующие (а иногда и соотношения) групп бирациональных автоморфизмов, но также доказывать нерациональность некоторых классов многообразий (или, более общо, несуществование бирациональных отображений между некоторыми отдельными многообразиями)» (там же, с.161). О попытках Д.Фано перенести метод М.Нетера на многообразия размерности 3 пишет также А.В.Пухликов в статье «Бирационально жесткие многообразия. Многообразия Фано» (УМН, 2007, том 62, вып.5 (377)): «Фано начал с попытки воспроизвести с рассуждения Нетера в размерности 3. Первым объектом его исследований была трехмерная квартика $V = V_4 \subseteq P^4$. На гладкой трехмерной квартике нет ненулевых глобальных регулярных дифференциальных форм и, более общо, ковариантных тензоров, так что в терминах дифференциальной геометрии решить проблему рациональности квартики не удается. Фано стремился описать группу бирациональных автоморфизмов квартики Bi rV. Рассуждая по схеме Нетера, для бирационального автоморфизма X:V → V он рассмотрел собственный прообраз линейной системы гиперплоских сечений V относительно х…» (Пухликов, 2007, с.28).

Индукция Федора Эдуардовича Молина. Российский математик Ф.А.Молин (1892) перенес на ассоциативные алгебры понятия простоты и полупростоты, введенные В.Киллингом для алгебр Ли (Софуса Ли). М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (2007) отмечают: «В 1892 г. Федор Эдуардович Молин (1861-1941) защитил в Дерпте (ныне Тарту) диссертацию «О системах высших комплексных чисел» [Mol]. В этой работе Молин перенес понятия простоты и полупростоты, применявшиеся Киллингом к алгебрам Ли, на ассоциативные алгебры, и нашел условие полупростоты комплексных ассоциативных алгебр в виде невырожденности квадратичной формы…» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.63).

Индукция Джозефа Веддерберна (Веддербарна). Американский математик Д.Веддерберн (1907) индуктивно распространил на произвольные поля чисел теоремы Ф.Э.Молина и Э.Картана, сформулированные в конечномерной ассоциативной алгебре для полей комплексных чисел. В.А.Андрунакиевич и Ю.М.Рябухин в книге «Радикалы алгебр и структурная теория» (Москва, «Наука», 1979) пишут: «Обобщив результаты Молина и Картана на случай алгебр над произвольным полем, Веддербарн сводит изучение конечномерных ассоциативных алгебр к изучению нильпотентных и полупростых алгебр, изучение полупростых алгебр – к изучению простых алгебр, а изучение простых алгебр – к изучению тел» (Андрунакиевич, Рябухин, 1979, с.9). Далее В.А.Андрунакиевич и Ю.М.Рябухин детализируют обобщение Веддерберна (а также Э.Картана): «Еще в 1893 году русский алгебраист Молин, изучая конечномерные ассоциативные алгебры над полем комплексных чисел, заметил, что в любой конечномерной алгебре существует наибольший нильпотентный идеал (классический радикал) и доказал по существу, что фактор-алгебра по этому идеалу является конечной прямой суммой алгебр матриц. К 1910 году Картан и Веддербарн перенесли результаты Молина на алгебры над полем действительных чисел, а затем и на алгебры над произвольным полем. Позднее классический радикал был применен и для изучения неассоциативных конечномерных алгебр» (там же, с.29).

Индукция Ф.Шоттки и Х.Юнга. Ф.Шоттки и Х.Юнг (1909) обобщили на случай кривых произвольного рода нетривиальное тождество для матрицы периодов римановой поверхности рода 4, полученное Ф.Шоттки (1888). В.М.Бухштабер и И.М.Кричевер в статье «Интегрируемые уравнения, теоремы сложения и проблема Римана-Шоттки» (УМН, 2006, том 61, вып.1 (367)) повествуют: «Нетривиальное тождество для матрицы периодов римановой поверхности рода 4 было получено Шоттки в 1888 году. Поскольку для g = 4 пространство Mg имеет коразмерность 1, то соответствующее соотношение Шоттки давало, по крайней мере, локальное решение проблемы характеризации соответствующих многообразий Якоби. Доказательство того, что многообразие, выделяемое соотношением Шоттки, неприводимо, было получено Игусой лишь в 1981 году [10]. Обобщения этого соотношения на случай кривых произвольного рода были сформулированы в качестве гипотезы в 1909 году в совместной работе Шоттки и Юнга [11] и доказаны в работе Фаркаша и Рауха [12]» (Бухштабер, Кричевер, 2006, с.28). Здесь [10] – исследование Дж.Игуса (1981), [11] – работа Ф.Шоттки и Х.Юнга (1909), [12] – исследование Х.Фаркаша и Х.Рауха (1970). Отметим, что соотношения Шоттки-Юнга дают локальное решение проблемы Римана-Шоттки, которая заключается в следующем. В.М.Бухштабер и И.М.Кричевер в той же статье указывают: «Кратко, проблема Римана-Шоттки – это задача описания якобианов алгебраических кривых среди всех главно-поляризованных абелевых многообразий…» (там же, с.26).

Индукция Германа Вейля. Г.Вейль (1919) разработал теорию пространства линейной связности в результате индуктивного обобщения концепции пространства Б.Римана. Кроме того, Г.Вейль по аналогии перенес в свою теорию обобщенный закон параллельного переноса Т.Леви-Чивиты. Во 2-ом томе «Математической энциклопедии» (1977), написанной под редакцией И.М.Виноградова, констатируется: «В 1919 г. Г.Вейль, развивая идею параллельного переноса Т.Леви-Чивита и обобщая риманову концепцию пространства, рассмотрел пространство линейной связности – многообразие, в котором задан закон параллельного переноса касательных векторов вдоль кривых. В пространстве линейной связности определяются понятия геодезической, тензора кривизны, группы голономии. Риманово пространство является частным случаем пространства линейной связности, для которого группа голономии содержится в ортогональной группе» («Математическая энциклопедия», 1977, с.249). Об этом же говорит Эли Картан в статье «Теория групп и геометрия» (сборник работ «Об основаниях геометрии», редактор – А.П.Норден, ГИТТЛ, 1956): «Открытый в 1917 году Леви-Чивита в пространстве Римана параллельный перенос направил внимание ученых по новому руслу. Обобщая понятие параллелизма Леви-Чивита и развивая до конца руководящую идею Римана путем введения относительности в понятие длины, Вейль пришел к построению метрических пространств более общих, чем пространства Римана» (Картан, 1956, с.489).

Индукция Германа Вейля. Г.Вейль пришел к выводу, что применение интегрирования на компактных группах Ли позволяет установить теорему конечности базиса инвариантов, которую ранее Давид Гильберт доказывал совершенно другим способом, индуктивно исходя из исследований А.Гурвица. Один из учителей Д.Гильберта А.Гурвиц первым установил, что при доказательстве теоремы конечности для SLn (C) вместо дифференциальных операторов можно использовать интегральные методы. Г.Вейль развил эту находку А.Гурвица. Т.Спрингер в книге «Теория инвариантов» (Москва, «Мир», 1981) пишет о том, как А.Гурвиц открыл возможность для реализации новых схем доказательств теоремы конечности базиса инвариантов, отличных от тех, что использовались Д.Гильбертом: «Между тем Гурвиц в [1, стр.550] обнаружил, что в доказательстве теоремы конечности для SLn (C) вместо дифференциальных операторов можно использовать интегральные методы. Развитие этого замечания привело Г.Вейля к пониманию того, что применение интегрирования на компактных группах Ли и «унитарного трюка» позволяет установить теорему конечности (в форме следствия 2.4.11) для непрерывных конечномерных представлений комплексных полупростых групп Ли (это ясно видно по работе Вейля [2, стр.642-643]. Случай конечных групп рассматривала Э.Нетер [1]» (Спрингер, 1981, с.52). Чтобы вспомнить, как сам Д.Гильберт доказывал теорему конечности базиса инвариантов, приведем еще один фрагмент из книги Т.Спрингера «Теория инвариантов»: «Теорема конечности для SLn (C) долгое время казалась недоступной, пока Гильберт в [2] не дал ее доказательства, введя в алгебру совершенно новые методы. Существенно новым элементом в работе Гильберта было использование (в современной терминологии) нетеровости полиномиальных алгебр. Он использовал, однако, в доказательстве теоремы конечности и традиционную технику теории инвариантов, а именно так называемый дифференциальный оператор Кэли Ω, действующий на функциях от n × n-матриц (Xij)…» (там же, с.51).

Индукция Германа Вейля. Г.Вейль доказал многие теоремы в теории представлений непрерывных полупростых групп методом перебора, которым до него широко пользовался Эли Картан в теории простых комплексных групп. Метод перебора позволяет изучить каждую отдельную группу, после чего делается индуктивный вывод о свойствах всей совокупности рассмотренных групп. Ряд математиков критикуют данный способ доказательства, но в действительности его роль в математике фундаментальна, поскольку он представляет собой не что иное, как полную индукцию (обобщение, базирующееся на рассмотрении всех элементов той или иной совокупности). У.Фейт в статье «Некоторые следствия классификации простых конечных групп» (УМН, 1983, том 38, вып.3 (231)) констатирует: «Доказательство утверждения, которое проводится разбором всех случаев, часто является доказательством без понимания сути дела и поэтому не вполне удовлетворительно. Оно может быть названо «доказательством на истощение», где термин одинаково применим как к исследователю, так и к предмету исследования. Тем не менее, этот метод может быть очень мощным средством для открытия результатов и имеет почтенные прецеденты в истории. После того, как Киллинг и Э.Картан классифицировали простые комплексные алгебры, Вейль и другие доказали много теорем этим методом. (…) Аналогичная вещь произошла после классификации конечных групп отражений. В настоящее время имеется большая теория таких групп, включающая много результатов, которые доказываются только разбором случаев» (Фейт, 1983, с.127). Утверждение У.Фейта о том, что Г.Вейль доказал методом перебора большое количество теорем после того, как Э.Картан дал полную классификацию простых комплексных групп, можно дополнить замечанием о том, что сам Эли Картан доказал ряд теорем тем же методом перебора. Еще раз процитируем Германа Вейля, который в работе «Теория представлений непрерывных полупростых групп при помощи линейных преобразований» (Г.Вейль, «Избранные труды», 1984) приводит один из примеров того, как Э.Картан использовал метод сплошного скрининга (перебора): «Теорема 6. Каждой целочисленной линейной форме Ψ, которую не превосходит никакая эквивалентная ей форма, соответствует некоторое неприводимое представление, старший вес которого есть Ψ. Эта теорема была доказана уже Э.Картаном. Но его конструкция основана на явном перечислении всех простых групп и должна проводиться для каждой группы отдельно» (Вейль, 1984, с.191). В отличие от У.Фейта известный российский математик В.А.Успенский высоко оценивает метод перебора как одно из средств математического доказательства. В книге «Простейшие примеры математических доказательств» (МЦНМО, 2009) В.А.Успенский так определяет одну из задач своей книги: «Мы преследовали и еще одну, практическую цель: приучить читателя не бояться доказательств методом перебора. Ведь хотя осуществление доказательства методом перебора может потребовать времени намного большего, чем проведение какого-нибудь хитроумного короткого доказательства, зато поиск такого хитроумного короткого доказательства может затянуться надолго…» (Успенский, 2009, с.11-12).

Индукция Германа Вейля. Г.Вейль доказал теорему о возможности построить конечную тригонометрическую сумму, показатели которой взяты из показателей Фурье непрерывной почти периодической функции f(x), благодаря тому, что обобщил известный метод суммирования рядов Фурье периодических функций, разработанный российским математиком В.А.Стекловым. Теорему, доказанную Г.Вейлем, можно сформулировать следующим образом: пусть $f(x) \sim \sum A p e^{i\Delta} p^{x}$ – непрерывная почти периодическая функция. Для каждого положительного $\varepsilon>0$ можно построить конечную тригонометрическую сумму P(x), показатели которой взяты из показателей Фурье функции f(x) и для которой $\operatorname{Sup} |f(x) - P(x)| < \varepsilon \; - \infty < x < \infty$. Б.М.Левитан в статье «Некоторые вопросы теории почти периодических функций» (УМН, 1947, том 2, вып.5 (21)) пишет о доказательстве указанной теоремы, предложенном Г.Вейлем: «Изложенное доказательство теоремы о приближении принадлежит Г.Вейлю. Оно является обобщением известного метода суммирования рядов Фурье периодических функций, принадлежащего Стеклову» (Левитан, 1947, с.179).

Индукция Германа Вейля и других ученых. Спектральная теория дифференциальных операторов, созданная Г.Вейлем и другими учеными, индуктивно выросла из описания частот малых колебаний механических систем. Перед нами конкретный пример рождения математической теории из задач физики. Г.В.Розенблюм, М.З.Соломяк и М.А.Шубин в статье «Спектральная теория дифференциальных операторов» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 64) пишут: «Спектральная теория операторов в конечномерном пространстве впервые возникла при описании частот малых колебаний механических систем (см. [6]). При рассмотрении колебаний струны возникает простейшая задача на собственные значения для дифференциального оператора. В случае однородной струны здесь достаточно использовать классическую теорию рядов Фурье, а для неоднородной струны возникает необходимость рассмотрения общей задачи Штурма-Лиувилля. Она представляет собой задачу на собственные значения для простейшего одномерного дифференциального оператора с переменными коэффициентами…» (Розенблюм и др., 1989, с.8).

Индукция Германа Вейля. Герман Вейль (1940) обобщил на случай негладких векторных полей известную теорему Г.Гельмгольца о том, что всякое гладкое векторное поле может быть представлено в виде суммы двух слагаемых, первое из которых есть соленоидальное поле, а второе – безвихревое. И.А.Боровиков в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Нестандартные краевые задачи и прямые разложения функциональных пространств» (Москва, 2010) пишет: «Известно, что всякое гладкое векторное поле может быть представлено в виде суммы соленоидального поля (поля без источников) и некоторого потенциального поля. Это утверждение часто называют теоремой Гельмгольца, в частности, в учебнике по математическому анализу [1]. Приведем формулировку этой теоремы из данного учебника. Теорема. Любое гладкое в области D евклидова ориентированного пространства K^3 поле F можно разложить в сумму F = Fi + F2 безвихревого поля Fi и соленоидального поля F2. Доказательство этого факта сводится к решению задачи Дирихле для уравнения Пуассона в области D» (И.А.Боровиков, 2010). «С современной точки зрения, - продолжает И.А.Боровиков, - важно получить аналоги теоремы Гельмгольца для функций не гладких, а, например, только суммируемых в области. Обобщение этой теоремы на случай негладких полей было получено в 1940 году Г.Вейлем [2]. Он показал, что всякое поле из L2 обладает тем же свойством» (И.А.Боровиков, 2010). Здесь [1] – учебник В.А.Зорина «Математический анализ» (Москва, «Наука», 1984), [2] – исследование Г.Вейля (1940). Укажем, что поле из L2 – это поле из пространства Лебега.

Индукция Германа Вейля, Иоахима Вейля и Ларса Альфорса. Г.Вейль (1943), его сын И.Вейль и Л.Альфорс (1941) обобщили на случай произвольной римановой поверхности M с параболическим исчерпанием вторую основную теорему теории распределения значений Р.Неванлинны, которая была доказана А.Картаном (1933). Х.Фудзимото в статье «Теория Неванлинны и минимальные поверхности» (сборник «Итоги науки и техники», 2003, том 90) повествует: «Теперь мы можем сформулировать вторую основную теорему для голоморфных кривых в P^n (C), которая впервые была доказана А.Картаном [12] для случая M=C, N=n и обобщена Г.Вейлем, Дж.Вейлем [66] и Л.Альфорсом [3] на случай произвольной римановой поверхности M с параболическим исчерпанием и Е.И.Ночкой [1] на случай произвольного $N \geq n$. Пусть f – невырожденная голоморфная кривая в P^n (C), определенная на открытой римановой поверхности с параболическим исчерпанием τ. Рассмотрим гиперплоскости H1, …, Hq в P^n (C), находящиеся в N-подобщем положении. Пусть ω (j), $1 \leq j \leq q$, и υ – веса Ночки для этих гиперплоскостей, где $q \geq 2N - n + 1$. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует множество E с конечной логарифмической мерой…» (Фудзимото, 2003, с.146). Здесь [12] – работа А.Картана (1933), [66] – работа Г.Вейля (1943), [3] – исследование Л.Альфорса (1941).

Индукция Германа Вейля. Г.Вейль в книге «Классические группы, их инварианты и представления» (1947) доказывает при помощи индукции большое количество математических утверждений. В частности, математическая индукция применяется при обосновании положения об алгебраической независимости полиномов, т.е. того факта, что между ними не существует никакой рациональной зависимости. «Такое доказательство, - аргументирует Г.Вейль, - становится уже необходимым при оперировании в произвольном числовом поле вместо области комплексных чисел. Мы проведем доказательство с помощью двойной индукции по числу n и степени полинома F» (Вейль, 1947, с.53). Также индукцией доказываются предложение 1 – с.68, первая теорема без номера – с.83, вторая теорема без номера – с.83, лемма (II.10.C) – с.87, теорема (II.17.A) (вторая основная теорема для ортогональной группы) – с.109, теорема (VI.1.A) – с.230, лемма (VIII.2.A) – с.253, лемма (VII.6.A) – с.276, теорема (VIII.12.A) – с.360, теорема (VIII.12.A) – с.360, теорема (VIII.14.A) – с.368. Первая теорема без номера – это утверждение о том, что каждый частный ортогональный инвариант, зависящий от m векторов x^1, x^2,…, x^m в n-мерном векторном пространстве, выражается через m^2 скалярных произведений ($x^2 x^\beta$). Согласно второй теореме без номера, нечетных инвариантных форм от n-1 векторов в n-мерном пространстве не существует, каждый же четный инвариант от n-1 векторов выражается через их скалярные произведения. Что касается леммы (II.10.C), то о ней Г.Вейль пишет: «Доказательство первой части состоит в классическом индуктивном построении декартовой системы координат, возможном в предположении, что поле R вещественно и пифагорово» (Вейль, 1947, с.87). Согласно теореме (II.17.A), то есть второй основной теореме для ортогональной группы, каждое соотношение между скалярными произведениями является алгебраическим следствием соотношений типа J. Об этой теореме автор говорит: «Здесь мы предпочтем… дать прямое алгебраическое доказательство, основанное на индукции от n-1 к n и сохраняющее силу при любом основном поле» (Вейль, 1947, с.109). Согласно теореме (VI.1.A), называемой первой основной теоремой для симплектической группы, все векторные инварианты симплектической группы, зависящие от произвольного числа ковариантных и контрвариантных векторов, выражаются через базисные инварианты типа [x, y], [ξx], [ζη]. О лемме (VIII.2.A) автор пишет: «Мы проведем доказательство индукцией по размерности n и сделаем сперва несколько неопределенное предположение, что A достаточно близка к единичной матрице» (Вейль, 1947, с.253). Согласно теореме (VIII.12.A), группа U (n) унимодулярных унитарных преобразований односвязна. Согласно теореме (VIII.14.A), инварианты (абсолютные), соответствующие заданному множеству представлений конечной или компактной группы Ли, обладают конечным целым рациональным базисом. Проводя доказательство данной теоремы, Г.Вейль отмечает: «…Индукцией по степени докажем, что каждый инвариант выражается через базис (14.1)» (Вейль, 1947, с.386).

Индукция Бартеля Ван дер Вардена. Математикам известна теорема Рамсея (сформулированная английским математиком Фрэнком Рамсеем), звучащая следующим образом: если n – достаточно большое число и все целые числа от 1 до n напечатаны на странице одним из двух произвольно выбираемых для каждой цифры цветов, то всегда существует одноцветная последовательность с определенным числом членов, являющаяся арифметической прогрессией. Некоторые исследователи называют ее теоремой Ван дер Вардена, так как он (1927) впервые доказал эту теорему. Доказательство базируется на двойной индукции. Р.Грэм и Д.Спенсер в статье «Теория Рамсея» (журнал «В мире науки», 1990, № 9, с.70-76) объясняют, как Ван дер Варден доказал теорему Рамсея: «Ван дер Варден призвал на помощь своих коллег Эмиля Артина и Отто Шрейера: «Мы пришли в кабинет Артина на факультет математики Гамбургского университета и попытались найти доказательство. Мы рисовали на доске какие-то рисунки. У нас было состояние, которое немцы называют Einfalle (озарение), когда в голову приходят неожиданные идеи. Несколько раз такие новые идеи направляли обсуждение в новое русло, и одна из них, в конце концов, привела к решению». Оказалось, однако, что Ван дер Варден не смог доказать этот результат для двух красок, не доказав его для случая, когда одновременно используется произвольное число красок. В своем доказательстве Ван дер Варден применил особый вид математической индукции» (Р.Грэм, Д.Спенсер, 1990). «Чтобы доказать теорему Рамсея для арифметических прогрессий, - говорят те же авторы, - Ван дер Варден применил более тонкую, двойную индукцию» (Р.Грэм, Д.Спенсер, 1990). Б.Ван дер Варден в статье «Как было найдено доказательство гипотезы Баудета», которая содержится в качестве дополнения в книге Р.Грэхема (Р.Грэма) «Начала теории Рамсея» (1984) дает весьма подробное изложение всех шагов доказательства теоремы Рамсея, которую он называет гипотезой Баудета. В данной статье Р.Ван дер Варден предваряет разработанную схему доказательства следующим рассуждением, показывающим, что историки математики знали бы больше, если бы сами математики откровенно рассказывали о своих удачах и ошибках: «Одна из основных трудностей в психологии творчества состоит в том, что большинство математиков, публикуя свои результаты, сопровождают их сжатыми доказательствами и не рассказывают, как они пришли к этим результатам. Во многих случаях они даже не помнят своих исходных идей. Сверх того, трудно излагать наши расплывчатые идеи и практические прикидки таким образом, чтобы другие могли понять их. Я, например, привык выражаться краткими намеками, которые один и могу понимать» (Ван дер Варден, 1984, с.77). Далее Р.Ван дер Варден демонстрирует, как индукция помогла доказать более сильную теорему, нежели исходная теорема Рамсея (гипотеза Баудета): «Теперь мы старались доказать «сильную гипотезу» уже для произвольных R и L индуктивным переходом от L-1 к L. Это значит, что мы пытались найти такую границу N = N (L,R), что если целые от 1 до N разделены на R классов, то один из классов содержит арифметическую прогрессию длины L. Артин расчитывал – и он оказался прав – на преимущество доказательства по индукции при обобщении от двух до R классов. Он обосновывал это тем, что мы теперь можем стараться доказывать сильную гипотезу для произвольного фиксированного значения и длины L при том предположении индукции, что это имеет место для всех R при длине L-1. Это значило, что с самого начала мы обладали очень сильным предположением индукции, что дает определенное преимущество» (Ван дер Варден, 1984, с.80).

Индукция Джона Фолкмана. Джон Фолкман (1960-е годы) обобщил теорему И.Шуры (1916), согласно которой для каждого конечного раскрашивания множества Z* существует одноцветное решение уравнения X+Y=Z. Р.Грэхем в книге «Начала теории Рамсея» (1984) пишет: «В 1916 г. Шур [Sc1] доказал теорему, являющуюся, по-видимому, наиболее ранним результатом ясно выраженного рамсеевского типа. Теорема 9.1. Для каждого конечного раскрашивания множества Z* существует одноцветное решение уравнения X+Y=Z» (Грэхем, 1984, с.61). «В конце шестидесятых годов, - продолжает Р.Грэхем, - по крайней мере, три автора [Sa; GR1; F1] независимо обнаружили следующее обобщение теоремы Шура. Этот результат обычно именуется теоремой Фолкмана в честь Джона Фокмана, последнего в этом списке, а в действительности он первым представил доказательство. (…) Теорема Фолкмана. Для каждого конечного раскрашивания множества Z^+ существует сколь угодно большое подмножество $A \subseteq Z^+$ с одноцветным множеством FS (A)» (там же, с.62).

«Ему пришлось испытать материальные трудности, даже нужду, давать ради куска хлеба насущного частные уроки, кочевать по разным городам страны, но куда бы ни забрасывала его судьба, главным делом везде оставалась «королева всех наук» - математика».

В.А.Никифировский о Николае Чеботареве

Индукция Николая Чеботарева. Русский математик Н.Г.Чеботарев продуктивно работал в теории чисел, теории групп и других областях математической науки. Н.Г.Чеботарев ворвался в когорту классиков теории алгебраических чисел, когда доказал гипотезу Фробениуса о плотностях простых чисел, принадлежащих к данному классу подстановок группы Галуа алгебраического поля. Не секрет, что Эмиль Артин нашел доказательство общего закона взаимности, когда по аналогии заимствовал из работ Чеботарева прием присоединения полей деления круга, который сам Чеботарев планировал использовать для доказательства того же закона. Чеботарев доказывал многие теоремы индуктивно, ничуть не сомневаясь в правомерности и ценности подобных доказательств. Приведем ряд примеров. Н.Г.Чеботарев в книге «Теория Галуа» (1936) индуктивно доказывает теорему о том, что уравнение f(x)=0 разрешимо в радикалах тогда и только тогда, если его группа Галуа есть разрешимая группа. Чеботарев говорит об этой теореме: «Будем доказывать теорему индуктивно, т.е. предположив, что теорема справедлива в случае, если ряд (4.4) состоит из R-1 звеньев, докажем ее для случая R звеньев. Случай, когда R=1, соответствует циклической группе, так что в этом случае уравнение разрешимо в радикалах» (Чеботарев, 1936, с.59). В статье «Определение плотности совокупности простых чисел, принадлежащих к заданному классу подстановок» (Н.Г.Чеботарев, «Собрание сочинений», том 1, 1949) отечественный математик посредством индукции доказывает «главную теорему», согласно которой плотность совокупности простых чисел, принадлежащих к отделу $S\lambda$, равна $R\lambda * n\lambda / n$. Об этой теореме автор пишет: «Для доказательства изберем индуктивный путь…» (Чеботарев, 1949, с.32). В той же статье Н.Г.Чеботарев на основе индукции доказывает утверждение о равномерности распределения совокупности простых чисел: «Убедимся в равномерности распределения совокупности простых чисел, принадлежащих к отделу подстановки S, по комплексам. Для этого изберем индуктивный путь. Именно, сначала убедимся в этом для совокупности простых чисел, принадлежащих к тождественной подстановке в Ω (x)» (там же, с.50).

Индукция Николая Чеботарева. Н.Г.Чеботарев (1923) индуктивно обобщил на случай произвольного расширения Галуа поля рациональных чисел известную теорему Дирихле о существовании бесконечного множества простых чисел в арифметической прогрессии определенного вида. Такое обобщение становится естественным, если сформулировать теорему Дирихле как утверждение о том, что каждому автоморфизму поля σ принадлежит бесконечно много простых чисел. З.И.Боревич и И.Р.Шафаревич в книге «Теория чисел» (1985) излагают такую формулировку теоремы Дирихле, при которой ее обобщение, предложенное Н.Г.Чеботаревым, становится очевидным: «Теорема Дирихле будет означать теперь, что каждому автоморфизму σ принадлежит бесконечно много простых чисел (с одной и той же плотностью распределения по всем автоморфизмам). В такой формулировке теорема

Дирихле допускает обобщение на случай произвольного расширения Галуа поля рациональных чисел. Это обобщение, известное как закон плотности Н.Г.Чеботарева, состоит в следующем» (Боревич, Шафаревич, 1985, с.377). Далее авторы поясняют: «В 1923 г. Н.Г.Чеботарев показал [52], что плотность множества простых чисел, принадлежащих данному классу сопряженных автоморфизмов, равна отношению числа элементов в классе к порядку группы G. В частности, каждому классу принадлежит бесконечно много простых чисел» (там же, с.377). Р.Пирс в книге «Ассоциативные алгебры» (1986), говоря о теореме плотности Чеботарева, указывает: «Эта теорема является обобщением теоремы Дирихле о существовании простых чисел в арифметических прогрессиях» (Пирс, 1986, с.448).

Индукция Н.Г.Чеботарева, Э.Артина и Г.Хассе. Н.Г.Чеботарев, Э.Артин и Г.Хассе индуктивно обобщили теорию символа норменного вычета, построенную Д.Гильбертом для случая n=2, на произвольное число n. И.Р.Шафаревич в статье «Общий закон взаимности» («Математический сборник», 1950, том 26 (68), № 1) отмечает: «Теория символа норменного вычета, развитая Гильбертом для случая n = 2, была обобщена на произвольное n благодаря работам Н.Г.Чеботарева, Артина (E.Artin) и Хассе (H.Hasse)» (Шафаревич, 1950, с.113).

Индукция Николая Чеботарева. Н.Г.Чеботарев индуктивно перенес на представление группы Ли, заданное инфинитезимальными операторами определенного вида, понятие меры группы Ли. Н.Г.Чеботарев в статье «О представлениях групп Ли, не имеющих меры» (Н.Г.Чеботарев, «Собрание сочинений», том 2, 1949) пишет: «Настоящая статья возникла после беседы с И.М.Гельфандом о возможности переноса понятия меры группы Ли на представления, отличные от просто транзитивных (т.е. так называемых параметрических групп). Понятие меры (или интегрального инварианта) [5] может быть перенесено на представление группы Ли, заданное инфинитезимальными операторами…» (Чеботарев, 1949, с.339).

Индукция Николая Чеботарева и Льва Понтрягина. Н.Г.Чеботарев (1942) обобщил алгоритм Штурма на произвольные квазиполиномы (функции определенного вида, использующиеся для решения некоторых вопросов теории регулирования машин, причем важен эффективный критерий того, что все корни подобных функций лежат в так называемой левой полуплоскости). Что касается Л.С.Понтрягина, то он обобщил на квазиполиномы теорему Эрмита-Билера. Б.Я.Левин в книге «Распределение корней целых функций» (Москва, ГИТТЛ, 1956) пишет: «Квазиполиномы зависят лишь от конечного числа параметров, и поэтому естественно предполагать, что для них существует эффективный метод решения этой задачи (задачи нахождения указанного критерия – Н.Н.Б.). В 1942 г. Н.Г.Чеботарев нашел такой эффективный критерий для весьма частного случая квазиполиномов [3]. В другой работе Н.Г.Чеботарев [5], обобщив на квазиполиномы алгоритм Штурма, дал общий принцип решения этой задачи для произвольных квазиполиномов. Однако применение этого общего принципа требовало обобщения теоремы Эрмита-Билера на квазиполиномы. Л.С.Понтрягин [1] обобщил в 1942 г. теорему Эрмита-Билера на квазиполиномы вида $P(z, e^z)$, где $P(z, u)$ – полином от двух переменных» (Левин, 1956, с.396). Отметим, что теорема Эрмита-Билера определяет условия, при которых многочлен $\omega(z) = P(z) + iQ(z)$, где $P(z)$ и $Q(z)$ – вещественные многочлены, не будет иметь корней в замкнутой нижней полуплоскости $\operatorname{Im} z \leq 0$. Об этом же обобщении метода (алгоритма) Штурма говорится в книге Н.Г.Чеботарева и Н.Н.Меймана «Проблема Рауса-Гурвица для полиномов и целых функций» (1949). Описывая содержание своей книги, Н.Г.Чеботарев и Н.Н.Мейман отмечают: «В седьмой главе дается решение проблемы Рауса-Гурвица для квазиполиномов. Это решение отличается от решений, данных в четвертой и пятой главах, своей эффективностью, т.е. представляет собой алгоритм, который может быть приведен для каждого примера при помощи конечного числа действий. Оно основано на некотором обобщении метода Штурма» (Чеботарев, 1949, с.4). «…Чеботарев [24], -

подчеркивают те же авторы, - предложил метод, являющийся обобщением известного метода Штурма» (там же, с.266).

Индукция Г.Ландсберга. Г.Ландсберг (1892) перенес на более общую ситуацию теорему Э.Галуа (1828), описывающую связь между сходимостью периодической непрерывной дроби и сходимостью двойственной к ней непрерывной дроби. У.Джоунс и В.Трон в главе 3 «Периодические непрерывные дроби» своей книги «Непрерывные дроби» (Москва, «Мир», 1985) указывают: «Другой важный результат, который рассмотрен в этой главе, - это связь между сходимостью периодической непрерывной дроби и сходимостью двойственной к ней непрерывной дроби (§ 3.3, теорема 3.4). Галуа [1828/9] впервые доказал эту теорему для правильных непрерывных дробей, и поэтому она носит его имя. Ландсберг в работе [1892] обобщил ее для K (an/bn) с произвольными рациональными числами an и bn. Теорема для самого общего случая была доказана Прингсхеймом [1900]» (Джоунс, Трон, 1985, с.63).

Индукция Жака Адамара. Ж.Адамар (1894) обобщил на последовательности числовых рядов теорему Абеля-Дюбуа-Реймона, согласно которой каков бы ни был сходящийся (расходящийся) ряд с положительными членами, существует другой такой же ряд, сходящийся (расходящийся) медленнее. В.Г.Мазья и Т.О.Шапошникова в книге «Жак Адамар: легенда математики» (2008) констатируют: «В 1894 г. появилась статья Адамара [I.19] о сходимости числовых рядов с положительными членами, опубликованная в журнале «Acta Mathematica». Это была первая публикация Адамара в иностранном журнале. Отправным пунктом статьи был результат Абеля, согласно которому для любого расходящегося ряда ∑un с положительными членами можно построить такую последовательность φ(n), сходящуюся к нулю, что ряд ∑un φ(n) расходится. Дюбуа-Реймон дополнил этот результат, показав, что, как бы медленно ни сходился ряд ∑un с положительными членами, его члены всегда можно умножить на элементы такой последовательности φ(n), стремящейся к бесконечности, что ряд ∑un φ(n) будет сходиться. Говоря не вполне точно, можно как вывод из обеих теорем сформулировать следующую закономерность. Каков бы ни был сходящийся (расходящийся) ряд с положительными членами, существует другой такой же ряд, сходящийся (расходящийся) медленнее. Адамар обобщает этот факт на последовательности рядов, доказывая, что всегда можно найти сходящийся (расходящийся) ряд, который сходится (расходится) медленнее каждого из сходящихся (расходящихся) рядов, образующих данную последовательность» (Мазья, Шапошникова, 2008, с.367).

Индукция Жака Адамара. Ж.Адамар использовал математическую индукцию при доказательстве леммы Коши о сравнении расстояний между концами двух выпуклых ломаных на плоскости или сфере. Мы уже говорили о том, что Коши (1813) применял эту лемму, иногда называемую «леммой о ненатянутом луке», при доказательстве теоремы об однозначной определенности выпуклых многогранников своей разверткой. И.Х.Сабитов в статье «Вокруг доказательства леммы Лежандра-Коши о выпуклых многоугольниках» («Сибирский математический журнал», 2004, том 45, № 4) говорит о доказательстве указанной леммы, предложенном Ж.Адамаром: «В завершение мы предлагаем аналитическое толкование метода доказательства леммы 2, предложенного в [4], прямым использованием индукции и без выхода к нестрого выпуклым ломаным» (Сабитов, 2004, с.895). Здесь [4] книга Ж.Адамара «Элементарная геометрия» (Москва, «Учпедгиз», 1958). Далее И.Х.Сабитов подчеркивает роль индукции в доказательстве «леммы о ненатянутом луке»: «Лемма 2, таким образом, является обобщением соответствующего свойства треугольников, и ее доказательство естественно искать с использованием индукции по числу сторон. В случае, когда хотя бы для одной пары соответствующих углов в многоугольниках Q1 и Q2 имеем равенство, индукционный переход осуществляется легко» (там же, с.896). Интересно, что до Ж.Адамара индуктивное доказательство этой леммы дал сам Коши. «…Лемму 2, - поясняет

И.Х.Сабитов, - можно доказать, как и Коши, индукцией по числу сторон, но при этом в общем случае нужно применять деформацию ломаной, изменяющую значения ее двух углов, а не одного, как это было у Коши» (там же, с.918).

Индукция Жака Адамара. Ж.Адамар (1901) перенес на более общую ситуацию теорему А.Пуанкаре о том, что если у двумерного аналитического отображения в окрестности неподвижной точки матрица Якоби имеет вещественные собственные числа разных знаков, то у этого отображения существуют инвариантные кривые определенного вида. А.А.Боголюбов в кандидатской диссертации «Поведение решений в окрестности инвариантного тора существенно нелинейной системы дифференциальных уравнений» (Санкт-Петербург, 2009) пишет: «Понятие инвариантного многообразия ввел Пуанкаре, в его работах это были инвариантные кривые. Он доказал, что если у двумерного аналитического отображения в окрестности неподвижной точки матрица Якоби имеет вещественные собственные числа разных знаков, то у этого отображения существуют инвариантные кривые определенного вида. Ж.Адамар [34] доказал аналогичное утверждение для C^1-отображения. Он использовал метод, основанный на изучении преобразований графиков функций из некоторого функционального пространства под действием исходного отображения» (А.А.Боголюбов, 2009). Здесь [34] – исследование Ж.Адамара (1901). Говоря о геометрических методах поиска интегральных многообразий, А.А.Боголюбов в той же диссертации указывает: «В их основе лежит так называемый метод преобразования графика, впервые примененный Ж.Адамаром [34] при обобщении упомянутой теоремы Пуанкаре для двумерных систем на C^1 случай» (А.А.Боголюбов, 2009). Отметим, что Жак Адамар высоко оценивал деятельность математиков по обобщению теорем, считая такую деятельность механизмом развития математического знания. В.Г.Мазья и Т.О.Шапошникова в книге «Жак Адамар: легенда математики» (МЦНМО, 2008) приводят слова Шолема Мандельброта, дяди знаменитого Бунуа Мандельброта (создателя фрактальной геометрии): «Сколько раз он (Адамар – Н.Н.Б.) формулировал на семинаре принцип, который сейчас представляется нам очевидным, но в тот момент таковым не казался: «Обобщайте, чтобы упрощать или чтобы лучше понять!» Он ясно и быстро видел, что некоторая теорема из теории аналитических функций представляет собой не что иное, как вариант некоторой топологической теоремы, что другую теорему можно было бы сформулировать в терминах теории функционалов и тогда она могла бы породить новые результаты в нескольких областях математики, априори не связанных между собой» (Мазья, Шапошникова, 2008, с.174-175).

Индукция Жака Адамара. Ж.Адамар (1923) обобщил на гиперболические уравнения с числом переменных, большим двух, результаты Б.Римана (1860), полученные им в теории решения задачи Коши для линейного гиперболического уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. В.М.Бабич в статье «Анзатц Адамара, его аналоги, обобщения, приложения» (журнал «Алгебра и анализ», 1991, том 3, вып.5) повествует: «В классической работе Б.Римана «О распространении волн конечной амплитуды» (1860) была введена «функция Римана», являющаяся по современной терминологии фундаментальным решением задачи Коши для линейного гиперболического уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Естественно встал вопрос об обобщении результатов Б.Римана на уравнения с числом переменных, большим двух. К такого рода проблеме приводила как логика развития теории уравнений с частными производными, так и теория волновых явлений. В начале века эту проблему в существенном решил виднейший французский математик Адамар. Ему удалось предложить для линейных гиперболических уравнений второго порядка замечательно простую и точную конструкцию. Она позволяет определить особенности фундаментального решения с любой степенью точности» (Бабич, 1991, с.1). В.Г.Мазья и Т.О.Шапошникова в книге «Жак Адамар: легенда математики» (2008) детализируют обобщение Ж.Адамара. Авторы сообщают, что непосредственными предшественниками Адамара, на чьи исследования он опирался и чьи результаты он обобщал, были Кирхгоф, Бельтрами и Вольтерра (особенно Вольтерра): «Непосредственными предшественниками Адамара были Кирхгоф, Бельтрами и Вольтерра. В их работах, выполненных в конце XIX в., была развита математическая теория световых (или акустических) волн, описываемых задачей Коши для волнового уравнения. В работе [I.239, с.66] Адамар писал: «Пораженный, как все геометры, красотой результатов Вольтерра, я вознамерился перенести их на линейные дифференциальные уравнения в частных производных с переменными коэффициентами, иначе говоря, на распространение волн в неоднородных средах» (Мазья, Шапошников, 2008, с.434). Об этом же Адамар говорит в предисловии к своим «Лекциях о задаче Коши для линейных уравнений в частных производных», прочитанным в Йельском университете в 1920 году: «Исходным пунктом этих исследований послужили работы Римана, Кирхгофа и, особенно, фундаментальные труды Вольтерра о сферических и цилиндрических волнах. Я стремился продолжить работу итальянского геометра, видоизменив и расширив ее так, чтобы можно было применить ее ко всем нормальным гиперболическим уравнениям, а не к единственному из них» (цит. по: Мазья, Шапошникова, 2008, с.438). Здесь [I.239] – работа Ж.Адамара (1924). Наконец, сам Ж.Адамар не оставляет сомнений в том, что он обобщил результаты Кирхгофа, Римана и Вольтерра. В книге «Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа» (Москва, «Наука», 1978) Жак Адамар говорит: «Предметом этих лекций является обобщение методов Кирхгофа, Римана и в особенности Вольтерра применительно к любому линейному гиперболическому (нормальному) уравнению с любым числом m независимых переменных. Исследуем, как поступают три упомянутых автора. Можно считать, что все они исходят из одной и той же формулы. Действительно, можно сказать, что есть только одна формула (которую можно назвать основной формулой) во всей теории линейных уравнений с частными производными, к какому бы типу они ни принадлежали» (Адамар, 1978, с.67).

Индукция Мориса Фреше. Известный французский математик, один из учеников Ж.Адамара, Морис Фреше индуктивно распространил на функционалы, то есть в область функционального анализа теорему Вейерштрасса о приближении непрерывных функций полиномами. П.Леви в книге «Конкретные проблемы функционального анализа» (1967) констатирует: «Фреше распространил на функционалы теорему Вейерштрасса о приближении непрерывных функций полиномами. При этом замечательным оказалось то обстоятельство, что для получения любого непрерывного функционала в виде предела последовательности функциональных полиномов достаточно использовать регулярные функциональные полиномы. Теорема Фреше применима к любому функциональному пространству типа L…» (Леви, 1967, с.96). Если говорить вообще о том, как Морис Фреше закладывал основы функционального анализа, то следует подчеркнуть, что он индуктивно переносил на функционалы многие идеи Ж.Адамара из обычного математического анализа, а именно из теории функций действительного (вещественного) переменного. П.Леви в той же книге «Конкретные проблемы функционального анализа» (1967) пишет: «…Фреше, распространяя на функциональный анализ идеи Адамара, относящиеся к обычному анализу, попытался вложить в само определение вариации возможность применения формулы дифференцирования сложной функции» (Леви, 1967, с.54-55). О том, что М.Фреше реализовывал программу Адамара по переносу идей классического анализа на бесконечномерные пространства, говорит и Г.Е.Шилов в статье «О некоторых вопросах анализа в гильбертовом пространстве» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1967, том 1, вып.2): «Как известно, в начале века Жак Адамар выдвинул широкую программу распространения классического анализа на бесконечномерные пространства. Функции с аргументом, меняющимся в бесконечномерном пространстве, были названы Адамаром функционалами (отсюда – «функциональный анализ»)» (Шилов, 1967, с.81). Примечательно, что в отличие от М.Фреше итальянский математик Вито Вольтерра строил здание функционального анализа путем переноса на функционалы результатов теории функций комплексного (мнимого) переменного.

Индукция Мориса Фреше. Морис Фреше ввел в математику понятие метрического пространства в результате обобщения некоторых свойств расстояния в евклидовом пространстве любого числа измерений. Джон Окстоби в книге «Мера и категория» (Москва, «Мир», 1974) пишет: «Метрическим пространством называется множество X вместе с функцией расстояния, или метрикой, $P(x, y)$, определенной для всех пар точек из X и удовлетворяющей таким условиям:
(1) $P(x, y) \geq 0$, $P(x, x) = 0$;
(2) $P(x, y) = P(y, x)$;
(3) $P(x, z) \leq P(x, y) + P(y, z)$;
(4) если $P(x, y) = 0$, то $x = y$.
Это понятие (введенное Фреше) возникает в результате естественного обобщения некоторых свойств расстояния в евклидовом пространстве любого числа измерений» (Окстоби, 1974, с.71).

Индукция Мориса Фреше. Морис Фреше (1906) распространил на случай метрического пространства (пространства, в котором определено понятие предела) известную теорему Асколи-Арцела. Смысл данной теоремы можно изложить словами А.Н.Колмогорова и С.В.Фомина, которые в монографии «Элементы теории функций и функционального анализа» (1976) пишут: «Теорема 4 (Арцела). Для того чтобы семейство Ф непрерывных функций, определенных на отрезке [a, b], было предкомпактно в C [a, b], необходимо и достаточно, чтобы это семейство было равномерно ограничено и равностепенно непрерывно» (Колмогоров, Фомин, 1976, с.110). Обобщение теоремы Асколи-Арцела, полученное Морисом Фреше, описывается в книге Н.Данфорда и Дж.Шварца «Линейные операторы. Общая теория» (1962), где отмечается: «Важная теорема 4.7 известна под названием теоремы Арцела-Асколи, хотя многими авторами используется лишь одно из этих имен. В случае пространства C [0, 1] Асколи [2, стр.545-549] применил конструкцию, которая по существу эквивалентна достаточному условию бикомпактности. Арцела [2] доказал необходимость этого условия. Обе работы используют геометрическую терминологию, и извлечь из них эти результаты нелегко. Однако Арцела [3, стр.56-60] дал очень ясное изложение этой и смежных с нею теорем. Обобщение на случай, когда областью определения служит некоторое пространство, в котором определено понятие предела (скажем, метрическое пространство), было дано Фреше [1]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.416). Здесь [1] – работа М.Фреше (1906).

Индукция Мориса Фреше. Морис Фреше обобщил на компактные множества в пространствах (L) принцип вложенных отрезков (промежутков) Коши-Кантора, который является теоремой классического анализа. Согласно данной теореме, называемой иногда принципом непрерывности Кантора, если последовательность замкнутых множеств {P} на [a, b] такова, что $P\upsilon+1 \subseteq P\upsilon$, то существует точка, общая всем Pυ. Ф.А.Медведев в книге «Ранняя история аксиомы выбора» (1982) говорит о том, как М.Фреше обобщал указанный принцип вложенных отрезков Коши-Кантора: «Более интересным нам представляется обобщение Фреше этой теоремы в следующем году на компактные множества в пространствах (L). Фреше [1, с.7] доказывает это обобщение прямым обращением к аксиоме выбора, впрочем, не называя ее, а просто выбирая в каждом из компактных и замкнутых множеств Pυ, удовлетворяющих условию $P\upsilon+1 \subseteq P\upsilon$, по элементу и рассматривая затем бесконечную последовательность таких различных элементов. Предел этой последовательности и дает ему нужный элемент» (Медведев, 1982, с.187).

Индукция Мориса Фреше. Морис Фреше (1915) индуктивно перенес на абстрактные пространства математическую теорию меры Лебега, изложенную в той форме, которую ей придал Радон. П.Леви в книге «Конкретные проблемы функционального анализа» (1967) указывает: «В 1915 г. Фреше обратил внимание на то обстоятельство, что теорию меры в той форме, которую ей придал Радон, можно распространить на абстрактные пространства. Созданная таким образом теория меры в абстрактных пространствах была развита впоследствии Даниэлем; к ней неоднократно возвращался и автор. Эта теория, которую в настоящее время можно назвать классической теорией меры, является с некоторых точек зрения более удовлетворительной, чем та, с которой мы имели дело в предыдущих пунктах» (Леви, 1967, с.310-311).

Индукция Мориса Фреше. Морис Фреше (1928) обобщил утверждение В.В.Немыцкого и П.С.Александрова об условиях компактности множеств в пространстве Гильберта (пространстве L_2). В результате М.Фреше получил теорему, которая легла в основу теории компактности семейств функций. В.В.Немыцкий в статье «Метод неподвижных точек в анализе» (УМН, 1936, вып.1) отмечает: «В основе теории компактности семейств функций лежит теорема Фреше, которая явилась обобщением данного мною и П.С.Александровым условия компактности множеств в пространстве Гильберта (пространстве L_2), сообщенного нами Фреше. Теорема Фреше. Для того, чтобы множество E полного метрического пространства было компактным, необходимо и достаточно, чтобы при любом $\varepsilon>0$ нашлось компактное множество F такое, что какова бы ни была точка $X \subseteq E$, имелась бы точка $y \subseteq F$, для которой $p(x, y) <\varepsilon$» (Немыцкий, 1936, с.156).

Индукция Леонида Тонелли. Итальянский математик Л.Тонелли (1914, 1920) обобщил на функционалы понятие полунепрерывности снизу или сверху, которое ранее использовал Р.Бэр по отношению к обычным функциям. Л.Тонелли индуктивно распространил на функционалы известные теоремы существования максимума или минимума из области вариационного исчисления. В.Вольтерра в книге «Теория функционалов; интегральных и интегро-дифференциальных уравнений» (Москва, «Наука», 1982) пишет: «…Тонелли [76], [77] обобщил на функционалы понятие полунепрерывности снизу (или сверху), введенное ранее Бэром для обычных функций» (В.Вольтерра, 1982, с.58). «Полунепрерывные функционалы, - поясняет В.Вольтерра, - составляют большую часть тех функционалов, которые рассматриваются в вариационном исчислении, и Тонелли распространил на них ранее известные теоремы существования максимума или минимума и, таким образом, поставил вариационное исчисление на свое естественное место в функциональном анализе, где оно составляет одну из наиболее важных и наиболее старых глав, и сделал его независимым от теории дифференциальных уравнений» (там же, с.58). Здесь [76] – исследование Л.Тонелли (1914), [77] – еще одно исследование Л.Тонелли (1920).

Индукция Дмитро Помпейю. Румынский математик Дмитро Помпейю (1905) обобщил классическую теорему Вейерштрасса о поведении однозначной функции в окрестности изолированной существенно особой точки. С.Стоилов в работе «Лекции о топологических принципах теории аналитических функций» (Москва, «Наука», 1964) сообщает: «Первое обобщение классической теоремы Вейерштрасса о поведении однозначной функции в окрестности изолированной существенно особой точки было дано в 1905 г. Помпейю. Оно заключается в том, что однозначная функция в области, где она имеет множество E особых точек (кроме полюсов) линейной меры нуль, в окрестности любой точки множества E принимает значение, сколь угодно близкое к любому заданному значению. Позже эта теорема была независимо найдена Безиковичем» (Стоилов, 1964, с.202). Сформулируем теорему Вейерштрасса, которую обобщал Д.Помпейю: в изолированной существенно особой точке однозначная ветвь аналитической функции является полностью неопределенной.

Индукция Константина Каратеодори. К.Каратеодори обобщил на случай функционального пространства теорему Вейерштрасса о том, что непрерывная функция, определенная на замкнутом множестве n-мерного пространства, достигает максимума в некоторой точке этого множества. К.Каратеодори в книге «Конформное отображение» (1934) указывает: «Теорема Вейерштрасса о том, что непрерывная функция, определенная на замкнутом множестве n-мерного пространства, достигает максимума в некоторой точке этого множества, в известных условиях может быть обобщена на функциональное пространство, элемент которого определяется не заданием чисел, а заданием функции» (Каратеодори, 1934, с.76).

Индукция Стефана Банаха. Выдающийся польский математик С.Банах (1922) распространил на более общую ситуацию метод последовательных приближений, усовершенствованный Э.Пикаром и предназначенный для доказательства различных теорем существования и единственности. В.В.Немыцкий в статье «Метод неподвижных точек в анализе» (УМН, 1936, вып.1) пишет: «Наиболее элементарным и в то же время очень плодотворным приемом при доказательствах теорем существования и единственности является принцип, сформулированный в 1922 г. Банахом и впервые примененный к доказательству теорем существования Каччополи в 1930 г. Этот принцип является результатом геометрической обработки идеи Пикара – метода последовательных приближений» (Немыцкий, 1936, с.145). Мы уже не раз говорили о том, что метод последовательных приближений, называемый методом Пикара, разрабатывался в 19-ом веке Гауссом, Коши, Лиувиллем и т.д. Тем не менее процитируем В.В.Немыцкого, поясняющего суть этого метода и раскрывающего его главную особенность – принцип внесения все новых поправок: «Метод Пикара состоит в том, что мы строим ряд, который должен давать решение, не сразу, как в методе формальных разложений, а постепенно, шаг за шагом, начиная от начальных условий задачи, причем самый способ построения ряда носит характер внесения все новых поправок в уже полученные приближенные результаты. (…) Метод Пикара, если судить по количеству работ, является в настоящее время господствующим методом для доказательства теорем существования, и этим методом были передоказаны все классические теоремы, полученные методом мажорант» (там же, с.142).

Индукция Стефана Банаха. С.Банах (1924) обобщил на класс функций определенного вида фундаментальную теорему А.Лебега (1904) о дифференцировании аддитивной функции множества и аддитивной (и ограниченной) вариации функции сегмента. Согласно данной теореме А.Лебега, которую обобщал С.Банах, аддитивная функция множества почти всюду обобщенно дифференцируема, а аддитивная и имеющая ограниченную вариацию функция сегмента почти всюду дифференцируема в обыкновенном смысле. С.Сакс в книге «Теория интеграла» (1949) пишет об этой теореме А.Лебега: «Настоящая теорема доказана А.Лебегом [1, стр.128] сначала для непрерывных функций одного действительного переменного, а позже [5, стр.408-425] для аддитивных функций множества в Rm. (…) Недавно Ф.Рисс [6; 7] дал изящное доказательство теоремы Лебега для функции действительного переменного. Наконец, С.Банах [4, стр.177] распространил теорему на класс функций сегмента, несколько более общий, чем класс функций ограниченной вариации» (Сакс, 1949, с.177). Здесь [1] – работа А.Лебега (1904), [4] – исследование С.Банаха (1924).

Индукция Стефана Банаха. С.Банах (1931) доказал теорему о существовании нигде не дифференцируемых функций благодаря тому, что индуктивно (по аналогии) перенес в область доказательства данной теоремы метод категорий, восходящий к Рене Бэру и развитый в качестве весьма общего метода А.Лебегом (1917). Здесь индукция больше похожа на аналогию (перенос), но мы уже знаем, что рассуждения по аналогии образуют составную часть индуктивной аргументации. Джон Окстоби в книге «Мера и категория» (1974) отмечает: «Известно много примеров нигде не дифференцируемых функций. Первый такой пример построил Вейерштрасс. Одно из наиболее простых доказательств существования нигде не дифференцируемых функций дал Банах (1931) [12, стр.431]. Оно опирается на метод категорий. Банах показал, что в смысле категории почти все непрерывные функции нигде не дифференцируемы…» (Окстоби, 1974, с.81). Ф.А.Медведев в статье «О работах Анри Лебега по теории функций» (УМН, 1975, том 30, вып.4 (184)) говорит об истоках метода категорий как средства доказательства теорем: «Метод категорий наряду с методами мощности и меры применяется для доказательства многих теорем существования. Он тоже восходит к Р.Бэру, но, видимо, впервые был осознан как весьма общий метод доказательств Лебегом в 1917 г. [22], хотя широкое распространение получил только после работ польских математиков в тридцатых годах текущего столетия» (Медведев, 1975, с.234).

Индукция Стефана Банаха. С.Банах (1937) распространил на случай бикомпактного метрического пространства теорему Ф.Рисса (1909) об общем виде линейного функционала, которую ранее обобщал несколько иначе И.Радон (1913). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут об указанной теореме Ф.Рисса: «Дальнейшее обобщение этой теоремы было сделано в 1937 г., когда Банах (в приложении II к монографии Сакса [1]) доказал ее для C(S) в предположении, что S есть бикомпактное метрическое пространство. При тех же предположениях эта теорема была доказана и Саксом [4]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.415). Здесь [4] – исследование С.Сакса (1938). Напомним, что теорема Ф.Рисса об общем виде линейного функционала – это утверждение о том, что для любого линейного ограниченного функционала f на гильбертовом пространстве H существует единственный вектор $y \in H$ такой, что $f(x)=(x, y)$ для любого $x \in H$. При этом норма линейного функционала f совпадает с нормой y. Теорема также означает, что пространство всех линейных ограниченных функционалов над H изоморфно пространству H.

Индукция Антония Зигмунда. А.Зигмунд (1924) перенес на более общую ситуацию теорему Племеля-Привалова об инвариантности классов Гельдера $H\alpha$, $0<\alpha<1$ относительно одномерного сингулярного интеграла с ядром Коши на замкнутых гладких жордановых кривых. Е.Г.Гусейнов в статье «Теорема Племеля-Привалова для обобщенных классов Гельдера» («Математический сборник», 1992, том 183, № 2) констатирует: «Обобщение теоремы Племеля-Привалова для модулей непрерывности (м.н.) было дано А.Зигмундом в работе [6], в которой в случае окружности была получена оценка (которую мы не будем показывать, чтобы не перегружать внимание читателя – Н.Н.Б.). Л.Г.Магнарадзе [7] обобщил данный результат на кусочно-гладкие кривые, а А.А.Бабаев, В.В.Салаев [8] на К-кривые. Неулучшаемость оценки А.Зигмунда в случае окружности была доказана Н.К.Бари, С.Б.Стечкиным [9]» (Гусейнов, 1992, с.21). Здесь [6] – работа А.Зигмунда (1924), [7] – исследование Л.Г.Магнарадзе (1947), [8] – работа А.А.Бабаева и В.В.Салаева (1965).

Индукция Антония Зигмунда. А.Зигмунд (1927) распространил на более общую ситуацию теорему С.Качмажа (1925) об условиях, при которых ортогональный ряд определенного вида является почти всюду суммируемым. А.В.Ефимов в статье «Обобщение одной теоремы Качмажа» («Математические заметки», 1967, том 1, № 4) указывает: «В 1925 г. С.Качмаж доказал следующую теорему (см., например, [1], теорема 5.8.5): теорема Качмажа. Для того, чтобы ортогональный ряд (1) из L2 был почти всюду (C, 1) – суммируем, необходимо и достаточно, чтобы подпоследовательность $\{S2^n(X)\}$ частичных сумм ряда (1) сходилась почти всюду. Позднее (в 1927 г.) А.Зигмунд получил обобщение этой теоремы на случай $(C, \alpha > 0)$ – суммируемости (см., например, [2], теорема 2.7.3) и риссовской суммируемости ([2], теорема 2.8.7)» (Ефимов, 1967, с.399).

Индукция Антония Зигмунда. А.Зигмунд (1945) обобщил теорему Джексона, дающую оценку сверху для наилучших приближений, если известны дифференциальные свойства аппроксимируемой функции. С.Б.Стечкин в статье «О порядке наилучших приближений непрерывных функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1951, том 15, вып.3) пишет о своей работе: «§ 2 посвящен обобщению теоремы Джексона. Как известно, Джексон (6), (7) (см. также (5), стр.296) доказал следующую теорему: если f имеет непрерывную r-ую производную $f^{(r)}$, то $En\ [f] \leq C_6\ (r)n^{-r}\ \omega\ (1/n,\ f^{(r)})$. Таким образом, теорема Джексона дает оценку сверху для наилучших приближений, если известны дифференциальные свойства аппроксимируемой функции. В 1945 г. А.Зигмунд (16) обобщил эту теорему для одного частного случая…» (Стечкин, 1951, с.221).

Индукция Антония Зигмунда. А.Зигмунд (1952) перенес на случай пространств L^p известное неравенство С.Н.Бернштейна, играющее основную роль при решении вопросов, касающихся связи между дифференциальными свойствами функции f(x) и быстротой, с которой стремятся к нулю ее наилучшие приближения En(f) при помощи тригонометрических полиномов порядка n. Н.К.Бари в статье «Обобщение неравенств С.Н.Бернштейна и А.А.Маркова» (Известия АН СССР, серия математическая, 1954, том 18, вып.2) говорит об известном неравенстве С.Н.Бернштейна для тригонометрических полиномов: «Это неравенство играет основную роль при решении вопросов, касающихся связи между дифференциальными свойствами функции f(x) и быстротой, с которой стремятся к нулю ее наилучшие приближения En(f) при помощи тригонометрических полиномов порядка n. Им пользуются также при изучении сходимости рядов Фурье и рядов, сопряженных к ним. А.Зигмунд (8) перенес неравенство С.Н.Бернштейна на пространства L^p ($p \geq 1$)…» (Бари, 1954, с.159). Здесь (8) – работа А.Зигмунда [1952].

Индукция Антония Зигмунда. А.Зигмунд получил обобщение интерполяционной теоремы Ж.Марцинкевича. Впоследствии эта теорема обобщалась А.Кальдероном, М.Котляром, С.Г.Крейном, Е.М.Семеновым и т.д. Ю.А.Брудный, С.Г.Крейн и Е.М.Семенов в статье «Интерполяция линейных операторов» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 24) пишут: «Важную роль сыграла статья Зигмунда [786], в которой дано доказательство и обобщение результата Марцинкевича. Напомним, что Марцинкевич опубликовал формулировку своей теоремы, относящейся к «диагональному» случаю. Основная идея доказательства была изложена им незадолго до своей преждевременной гибели в письме к Зигмунду (см. предисловие последнего в [569]). Независимо обобщение теоремы Марцинкевича получил также М.Котляр [352]. Из последующих результатов укажем, прежде всего, работу Кальдерона [333], который распространил теорему Марцинкевича на случай пространств Лоренца и квазилинейных операторов (см. также [470]» (Брудный и др., 1986, с.17). Здесь [786] – работа А.Зигмунда (1956), [352] – работа М.Котляра (1955), [333] – исследование А.Кальдерона (1966).

Индукция Раймонда Пэли. Английский математик Раймонд Пэли обобщил на произвольные ортонормированные системы, ограниченные в совокупности, одну из теорем Харди-Литтлвуда (1926). В.И.Коляда в статье «О некоторых обобщениях теоремы Харди-Литтлвуда-Пэли» («Математические заметки», 1992, том 51, вып.3) пишет: «В 1926 году Харди и Литтлвудом была установлена оценка нормы функции $f \in L^p\ [0,\ 2\pi]$ ($2 < p < \infty$) через ее коэффициенты Фурье по тригонометрической системе [1, с.165]. Впоследствии Пэли распространил теорему Харди-Литтлвуда на произвольные ортонормированные системы, ограниченные в совокупности [1, с.182]» (Коляда, 1992, с.24). Позже Дж.Литтлвуд (1954) предпринимал попытки обобщить теорему Р.Пэли, о чем В.И.Коляда пишет: «Обобщениям теоремы Пэли была посвящена работа Литтлвуда [10]» (там же, с.28). Здесь [1] – книга А.Зигмунда «Тригонометрические ряды» (Москва, «Мир», 1965), [10] – работа Дж.Литтлвуда (1954). Отметим, что Р.Пэли – математик, который совместно с Норбертом Винером написал известную книгу «Преобразование Фурье в комплексной области» (Москва, «Наука», 1964).

Индукция Рольфа Неванлинны. Известная теория распределения значений, созданная выдающимся финским математиком Р.Неванлинной (1920-е годы), индуктивно выросла из двух теорем, открытых до исследований Р.Неванлинны: теоремы Сохоцкого-Вейерштрасса о плотности образа проколотой окрестности существенно особой точки и теоремы Пикара о том, что образ проколотой окрестности существенно особой точки на сфере может выпускать самое большее две точки. Непосредственными исходными посылками теории Неванлинны послужили факты относительно распределения значений целых (голоморфных) функций, накопленные в работах А.Пуанкаре, Ж.Адамара, Э.Бореля и т.д. Б.В.Шабат в книге «Распределение значений голоморфных отображений» (1982) повествует: «Первый результат теории распределения значений голоморфных функций относится к 1868 г.: в магистерской диссертации Юлиана Васильевича Сохоцкого доказана теорема, по которой «в полюсе бесконечного порядка» функция непременно «должна принимать всевозможные значения». Под полюсом бесконечного порядка Ю.В.Сохоцкий понимал существенно особую точку, а под значением в этой точке – предельное значение по сходящейся к ней последовательности точек, так что его результат – та самая классическая теорема Сохоцкого о плотности образа проколотой окрестности существенно особой точки, которая в нашей литературе долго приписывалась К.Вейерштрассу. Следующий результат принадлежит Э.Пикару, доказавшему в 1879 г., что на самом деле образ проколотой окрестности существенно особой точки на сфере может выпускать самое большее две точки. В работах А.Пуанкаре, Ж.Адамара, Э.Бореля и др. был накоплен ряд фактов, приведших к созданию теории распределения значений голоморфных функций. Триумф этой теории приходится на 20-е годы нашего столетия и связан с работами скончавшегося в мае 1980 г. финского математика Рольфа Неванлинны, который, в частности, выделил главные результаты в виде двух основных теорем. Первая из них сравнительно проста и выражает факты типа теоремы Сохоцкого, а вторая, более глубокая – факты типа теоремы Пикара» (Шабат, 1982, с.5).

Индукция Рольфа Неванлинны. Р.Неванлинна распространил на более общую ситуацию теорему Пикара-Бореля, согласно которой существует самое большее два значения, которые может не принимать мероморфная функция, иначе она тождественно равняется постоянной. Это другая формулировка теоремы Э.Пикара о том, что образ проколотой окрестности существенно особой точки на сфере может выпускать самое большее две точки. Теорема Пикара-Бореля, обобщенная Р.Неванлинной, стала называться соотношением дефектов (теоремой о дефектах). Говоря о различиях между теоремой Пикара-Бореля и теоремой о дефектах, Р.Неванлинна в книге «Однозначные аналитические функции» (1941) подчеркивает: «Несмотря на это различие, соотношение дефектов все же следует рассматривать как целесообразное обобщение теоремы Пикара-Бореля…» (Неванлинна, 1941, с.271).

Индукция Рольфа Неванлинны. Р.Неванлинна обобщил теорему Ж.Лиувилля, согласно которой функция, которая не имеет особых точек на всей расширенной комплексной плоскости, должна быть постоянной. Другая формулировка: ограниченная во всей плоскости целая функция постоянна. Р.Неванлинна в книге «Однозначные аналитические функции» (ОГИЗ, 1941) пишет о своем обобщении: «Как следствие из предыдущих теорем мы можем вывести следующую теорему, которую можно рассматривать как обобщение классической теоремы Лиувилля. Теорема 3. Если функция $\omega(z)$, однозначнаяи аналитическая вне гармонического нульмножества α_ω выпускает в области $z \neq \alpha_z$ значения, образующие множество α_ω положительной гармонической меры, то функция $\omega(z)$ тождественно равняется постоянной» (Неванлинна, 1941, с.145).

Индукция К.Кунути, ИТимура, С.Каметани, М.Цудзи, Т.Курода, М.Оцуки. Указанные японские математики обобщили теорию распределения значений, построенную Р.Неванлинной, на более общую ситуацию. С.Стоилов во 2-ом томе книги «Теория функций комплексного переменного» (Москва, ИЛ, 1962) сообщает: «Исследователи, принадлежащие преимущественно к японской математической школе, обобщили теорию распределения значений на функции, мероморфные на плоскости, за исключением множества нулевой гармонической меры, и углубили изучение свойств множеств предельных значений мероморфной функции в окрестности такого множества» (Стоилов, 1962, с.191-192).

Индукция Эмиля Артина. Мы указали, что Эмиль Артин нашел доказательство общего закона взаимности, когда по аналогии заимствовал из работ Н.Г.Чеботарева прием присоединения полей деления круга. Это заимствование следует рассматривать как проявление аналогии – процедуры, использующейся на ранних этапах построения математического доказательства. Здесь мы хотим отметить, что тот же Э.Артин, решая 17-ю проблему Гильберта, использовал индукцию. Это дает нам основание считать, что 17-ю проблему Гильберта нельзя было решить, не используя индуктивных доказательств. Данная проблема Гильберта есть задача представления рациональной функции от n переменных в виде суммы квадратов рациональных функций. В исследовании Э.Артина индукция применялась при доказательстве теоремы о возможности представить рациональную функцию указанным способом. Ю.И.Манин в статье «К семнадцатой проблеме Гильберта» (сборник «Проблемы Гильберта», 1969) пишет: «Доказательство Артина основано на тщательном анализе упорядоченных полей и связи упорядоченности с множеством сумм квадратов» (Манин, 1969, с.196). Э.Артин, решая 17-ю проблему Гильберта, использовал следующее утверждение: если $f < 0$ при каком-нибудь упорядочении поля k (x1, …, xn), то f принимает отрицательные значения (в смысле единственной структуры порядка в k). Здесь k – подполе поля вещественных чисел, f – определенная функция. Ю.И.Манин в той же статье говорит об этом математическом утверждении, использованном Э.Артином при доказательстве гипотезы Гильберта: «Последнее утверждение относится к совместимости упорядочения со специализациями и устанавливается индукцией по числу переменных n. Основную роль в этой индукции играет теорема Штурма для формальных вещественных полей» (там же, с.199).

Индукция Эмиля Артина. Эмиль Артин выдвинул гипотезу о том, что форма произвольной степени от определенного числа переменных над некоторым классом числовых полей всегда имеет нетривиальный нуль, индуктивно обобщив частные случаи этой гипотезы, известные Мейеру, Хассе и другим математикам. К.Айерленд и М.Роузен в книге «Классическое введение в современную теорию чисел» (1987) пишут: «В 1884 г. Мейер смог доказать, что квадратичная форма над полем рациональных чисел от пяти или более переменных имеет рациональный нуль, если она имеет вещественный нуль. Хассе смог доказать, что тот же самый результат, соответствующим образом обобщенный, верен над любым полем алгебраических чисел. Исходя из этого и из других рассмотрений, Артин пришел к гипотезе о том, что над некоторым классом числовых полей форма степени d от $n>d^2$ переменных всегда имеет нетривиальный нуль. Он также высказал аналогичные гипотезы для других типов полей» (Айерленд, Роузен, 1987, с.183). «Для случая, когда основное поле есть поле рациональных функций над конечным полем, - поясняют те же авторы, - гипотеза Артина, упомянутая выше, была доказана Карлитцом [11]» (там же, с.183).

Индукция Эмиля Артина. Эмиль Артин (1927) индуктивно обобщил на кольца, удовлетворяющие условиям обрыва возрастающих и убывающих цепей идеалов, структурную теорему Веддерберна (Веддерборна). Согласно данной теореме, любое абстрактное кольцо изоморфно кольцу эндоморфизмов (внутренних преобразований в себя) векторного пространства конечной размерности, если особые структуры правых идеалов этого абстрактного кольца минимальны, а структура всех его идеалов вообще состоит только из двух элементов. Другая формулировка теоремы: всякая полупростая алгебра изоморфна прямому произведению матричных алгебр над телами и, наоброт, прямое произведение матричных алгебр над телами – полупростая алгебра. Р.Пирс в книге «Ассоциативные алгебры» (Москва, «Мир», 1986) повествует: «Было бы несправедливо приписывать заслугу создания структурной теоремы одному Веддерберну. Еще в 1893 г. Ф.Э.Молин опубликовал результат, по существу равносильный теореме Веддерберна для конечномерных комплексных алгебр. Статья Веддерберна [76], посвященная строению полупростых алгебр, появилась в 1907 г. В ней изучаются конечномерные алгебры над произвольными полями. В 1927 г. Эмиль Артин обобщил результат Веддерберна на кольца, удовлетворяющие обоим условиям обрыва возрастающих и убывающих цепей идеалов» (Пирс, 1986, с.75). Об этом же обобщении (переносе) Э.Артина пишут Ю.А.Дрозд и В.В.Кириченко в книге «Конечномерные алгебры» (Киев, 1980): «Новый период в развитии теории конечномерных алгебр открывается работами Веддерберна, которому принадлежат фундаментальные результаты этой теории: описание строения полупростых алгебр над произвольным полем, теорема о поднятии факторалгебры по радикалу, теорема о коммутативности конечных тел и др. В работах алгебраистов немецкой школы, возглавляемой Э.Нетер, Э.Артином, Р.Брауэром, теория полупростых алгебр обрела современную форму, и большнство ее результатов было перенесено на кольца с условием минимальности (артиновы кольца)» (Дрозд, Кириченко, 1980, с.3). Приведем также слова В.А.Андрунакиевич и Ю.М.Рябухина, которые в книге «Радикалы алгебр и структурная теория» (1979) поясняют: «В 1927 году Артин [1] показал, что, систематически изучая минимальные левые идеалы и взаимосвязи между ними, можно перенести понятие радикала, полупростой алгебры и соответствующие теоремы Веддербарна на все ассоциативные кольца и алгебры, которые удовлетворяют одновременно и условию максимальности и условию минимальности для левых идеалов» (Андрунакиевич, Рябухин, 1979, с.10). Все сказанное подтверждается в статье Л.А.Бокутя, И.В.Львова и В.К.Харченко «Некоммутативные кольца» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 18), где констатируется: «Кольца матриц естественно возникают в теории простых конечномерных алгебр и простых артиновых колец. Ф.Э.Молин (1893) доказал, что простая конечномерная алгебра над полем комплексных чисел изоморфна алгебре матриц над С. Обобщая этот и последующие результаты, Э.Артин в 1927 году установил, по существу, что простое лево (право) артиново кольцо изоморфно кольцу матриц над телом» (Бокуть и др., 1988, с.14).

Индукция Марка Августа Цорна. Известный математик, чьим именем названа лемма Цорна (аналог аксиомы выбора Цермело), Марк Август Цорн перенес на альтернативные алгебры теорему Веддерберна, являющуюся основной в теории ассоциативных алгебр. Согласно данной теореме, в произвольной ассоциативной алгебре A существует полупростая подалгебра U, дополнительная к максимальному нильпотентному идеалу V. И.Л.Кантор и А.С.Солодовников в книге «Гиперкомплексные числа» (Москва, «Наука», 1973) пишут об обобщении Марка Цорна: «Результаты, полученные в теории ассоциативных алгебр, послужили моделью для дальнейших исследований. Многие последующие работы состояли в доказательстве того, что утверждение теоремы Ведерберна справедливо для других классов алгебр (хотя для всех алгебр, как мы только что видели, оно не может быть верным) и в перечислении простых алгебр этих классов. Было доказано (М.Цорн), что теорема Ведерберна обобщается на альтернативные алгебры, т.е. на более широкий класс алгебр, чем ассоциативные» (Кантор, Солодовников, 1973, с.142). Те же авторы формулируют теорему Ведерберна, которую обобщил М.Цорн: «Теперь мы можем сформулировать основную теорему в теории ассоциативных алгебр. Теорема Ведерберна. В произвольной ассоциативной алгебре A существует полупростая подалгебра U, дополнительная к максимальному нильпотентному идеалу V» (там же, с.140-141).

Индукция Э.Леви. Э.Леви распространил теорему Веддерберна на алгебры Ли (алгебры, названные в честь Софуса Ли). И.Л.Кантор и А.С.Солодовников в книге «Гиперкомплексные числа» (1973) указывают: «Основные теоремы о структуре алгебр Ли были получены одним из крупнейших математиков XX века Э.Картаном. Им была найдена, в частности, классификация простых алгебр Ли. Распространение теоремы Ведерберна на алгебры Ли получил Э.Леви; при этом понятие нильпотентного идеала оказалось нужным заменить на более широкое понятие разрешимого идеала» (Кантор, Солодовников, 1973, с.143).

«Н.Н.Лузин обладал исключительным талантом вовлекать в научное творчество своих учеников. Как мы видели, самая форма преподавания носила у него такой характер, что, в сущности, вообще терялась грань между учением и научным исследованием. Но, кроме этого, он умел с исключительным успехом своим личным воздействием внушить учащимся мысль, что каждый из них не только может, но и должен сам творить науку».

В.В.Голубев и Н.К.Бари

Индукция Николая Николаевича Лузина. Русский математик, основатель знаменитой математической школы, Н.Н.Лузин (1911) пришел к выводу, что если коэффициенты тригонометрического ряда стремятся к нулю, то это условие еще не является достаточным для сходимости этого ряда на множестве положительной меры, индуктивно исходя из следующей находки. Н.Н.Лузин нашел (построил) степенной ряд с коэффициентами, стремящимися к нулю, и расходящийся в каждой точке единичного круга, в результате чего получил тригонометрический ряд, расходящийся почти всюду, хотя его коэффициенты стремятся к нулю. Н.К.Бари и Л.А.Люстерник в статье «Работы Н.Н.Лузина по метрической теории функций» (УМН, 1951, том 6, вып.6 (46)) пишут: «В своей первой печатной работе [1] Н.Н.Лузин построил степенной ряд с коэффициентами, стремящимися к нулю, и расходящийся в каждой точке единичного круга, и как следствие этого получил тригонометрический ряд, расходящийся почти всюду, хотя его коэффициенты стремятся к нулю. Этот факт казался в свое время крайне неожиданным, так как даже такие крупные специалисты в области тригонометрических рядов, как Фату, предполагали, что ряд с коэффициентами, стремящимися к нулю, может расходиться лишь на множестве меры нуль. Построенный Н.Н.Лузиным пример расходящегося ряда вызвал большой интерес и явился началом многочисленных исследований» (Бари, Люстерник, 1951, с.35). Об этой же индукции Н.Н.Лузина пишет Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976): «В 1906 г. Фату [4, с.398], установив, что существуют тригонометрические ряды со стремящимися к нулю коэффициентами, которые расходятся на всюду плотном множестве нулевой меры, поставил вопрос о возможности существования подобных рядов, которые расходились бы на множестве положительной меры. Он высказал предположение, что такие ряды существуют, но доказать это не сумел. На вопрос Фату утвердительный ответ дал в 1912 г. Лузин, построив пример тригонометрического ряда со сходящимися к нулю коэффициентами, но расходящегося почти всюду. Тогда же Штейнгауз, преобразовав пример Лузина, получил пример подобного ряда, расходящегося уже в каждой точке» (Медведев, 1976, с.174-175). Наконец, тот же факт рассматривается в книге Н.К.Бари «Тригонометрические ряды» (1961), в которой она пишет: «Возникает вопрос, должен ли тригонометрический ряд с коэффициентами, стремящимися к нулю, сходиться на множестве положительной меры. Этот вопрос был поставлен Фату (Fatou [1]) и первый ответ на него был дан Н.Н.Лузиным. Именно Н.Н.Лузин построил пример тригонометрического ряда с коэффициентами, стремящимися к нулю, и расходящегося почти всюду. Затем Штейнгауз (Steinhaus [1]) дал пример тригонометрического ряда с коэффициентами, стремящимися к нулю, и расходящегося в каждой точке» (Н.К.Бари, 1961, с.175).

Индукция Николая Николаевича Лузина. Н.Н.Лузин индуктивно перенес в дескриптивную теорию функций такие геометрические методы, как метод решета и метод проектирования. Н.К.Бари и Л.А.Люстерник в статье «Работы Н.Н.Лузина по метрической теории функций» (УМН, 1951, том 6, вып.6 (46)) отмечают: «Н.Н.Лузин умел находить в самых сложных и отвлеченных вопросах простое геометрическое ядро, которое во многих случаях и подсказывало решение задачи. Этот геометрический стиль свойствен и другим работам Н.Н.Лузина. Достаточно указать на яркие геометрические методы, которые он ввел в дескриптивную теорию функций (метод решета, метод проектирования и другие). Эти геометрически-конструктивные методы многочисленные ученики Н.Н.Лузина переносили в самые разные области математики, казалось бы, очень далекие от теории функций действительного переменного» (Бари, Лузин, 1951, с.43). Об этом же пишет В.А.Успенский в статье «Вклад Н.Н.Лузина в дескриптивную теорию множеств и функций: понятия, проблемы, предсказания» (УМН, 1985, том 40, вып.3 (243)): «Понятие решета и просеивания сквозь решето Н.Н.Лузин ввел в мемуаре [19] и в дальнейшем систематически их использовал. Попытка Н.Н.Лузина хотя бы частично приписать понятие решета Лебегу… была отвергнута самим Лебегом в [33]. Это понятие оказалось важным техническим средством исследования множеств первого проективного уровня, а также источником ряда глубоких проблем, поставленных Н.Н.Лузиным, о чем будет сказано ниже» (Успенский, 1985, с.108). Необходимо также указать, что Н.Н.Лузин по аналогии распространил методы метрической теории функций в теорию функций комплексного переменного. «Методы метрической теории функций в московской математической школе, - поясняют Н.К.Бари и Л.А.Люстерник, - широко применялись в самых разнообразных областях. Мы уже отметили, что сам Н.Н.Лузин переносил их в теорию функций комплексного переменного» (там же, с.44). Изучение материалов, освещающих деятельность Н.Н.Лузина, позволяет понять важную роль метода проб и ошибок в математическом доказательстве. Этот метод пропагандировал среди своих учеников сам Н.Н.Лузин, понимавший, что именно таким образом строятся доказательства теорем. П.Л.Ульянов в статье «О развитии результатов Д.Е.Меньшова по теории ортогональных рядов» (УМН, 1992, том 47, вып.5 (287)) пишет: «Н.Н.Лузин настойчиво внедрял следующий метод работы (он и сам работал таким образом, и приучал к этому своих учеников): берясь за какую-нибудь проблему, надлежит смотреть на нее с различных точек зрения. Надо пытаться доказывать гипотезу и одновременно опровергать ее. Если доказательство не выходит, надо переходить к опровержению гипотезы, к построению противоречащего примера. Если не получается построение, - надо снова вернуться к доказательству. И пока не получится результат, нельзя покидать данную область» (Ульянов, 1992, с.45).

Индукция Николая Николаевича Лузина. Н.Н.Лузин перенес в теорию множеств высших классов результаты А.Данжуа, касающиеся рассеянных множеств. Н.Н.Лузин в книге «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» (1953) рассуждает: «Данжуа ввел в теорию множеств важное понятие рассеянного множества и показал его фундаментальную роль в теории счетных множеств; это понятие в дальнейшем обобщалось и углублялось в работах по топологии. Мы перенесем эти идеи Данжуа в теорию множеств высших классов. Используя их, можно постигнуть сущность теоремы Бэра, касающейся класса 1, и искать аналогии ей в теории высших классов» (Лузин, 1953, с.103). Поясняя понятие рассеянного множества, Н.Н.Лузин пишет: «Данжуа называет рассеянным всякое счетное множество, которое не содержит никакой части, плотной на себе» (там же, с.104). Н.Н.Лузин часто использовал в своем творчестве аналогию, что можно проиллюстрировать следующим примером. Н.Н.Лузин в той же книге указывает: «Так как в научных исследованиях аналогия часто служит весьма ценным и даже необходимым инструментом для дальнейшего продвижения этих исследований, то мы, естественно, приходим к тому, чтобы рассматривать аналитические множества, неизмеримые B, как элементы класса Ω продолженной классификации Бэра-Валле-Пуссена. Эта бьющая в глаза аналогия между аналитическими множествами, неизмеримыми B, и элементами гипотетического класса Ω может оказать ценные услуги, направляя нас на открытие новых феноменов, которые затем останется доказать» (Лузин, 1953, с.200).

Индукция Николая Николаевича Лузина. Н.Н.Лузин распространил на семейство проективных множеств теорему о том, что всякое множество, просеянное при помощи аналитического решета, есть аналитическое множество. Н.Н.Лузин в книге «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» (1953), говоря об указанной теореме, аргументирует: «Таким образом, мы не выходим из границ семейства аналитических множеств, производя операцию, состоящую во взятии просеянного множества, если только решето аналитическое. В дальнейшем мы дадим этой теореме значительное расширение, распространив ее на семейство проективных множеств (стр.289)» (Лузин, 1953, с.182).

Индукция Николая Николаевича Лузина. Н.Н.Лузин при помощи индукции доказал существование проективных множеств всякого класса и рода. Н.Н.Лузин в книге «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» (1953) рассуждает: «Прежде всего, на стр.146 мы построили универсальное аналитическое множество U. Его дополнение CU есть, очевидно, универсальное аналитическое дополнение, так как каждое линейное аналитическое дополнение (и, в частности, каждое множество, измеримое В) можно получить, пересекая CU параллельно к оси OY. Установив это, применим метод простой индукции. Итак, допустим, что мы построили Un-1 , лежащее в плоскости XOT и являющееся универсальным множеством типа (An-1). Его дополнение Cun-1 есть, очевидно, универсальное множество типа (CFn-1)» (Лузин, 1953, с.293).

Индукция Николая Николаевича Лузина. Н.Н.Лузин (1947) перенес на локальный случай теорему Фейера, утверждающую, что если аналитическая в D функция $\omega = f(z)$ отображает D на риманову поверхность конечной площади, то ее ряд Тейлора $\sum anz^n$ сходится почти всюду на единичной окружности C. Е.П.Долженко и Г.Ц.Тумаркин в статье «Н.Н.Лузин и теория граничных свойств аналитических функций» (УМН, 1985, том 40, вып.3 (243)) констатируют: «В 1947 г. Н.Н.Лузин опубликовал так называемую локальную форму теоремы Фейера, утверждающей, что если аналитическая в D функция $\omega = f(z)$ отображает D на риманову поверхность конечной площади (при этих условиях ее тейлоровские коэффициенты необходимо стремятся к нулю), то ее ряд Тейлора $\sum anz^n$ сходится почти всюду на единичной окружности C. Теорема Лузина полностью обобщает этот результат на локальный случай. Именно, если граница жордановой области $g \subseteq D$ имеет с границей D общую дугу α, а функция $f(z)$ аналитична в D и отображает g на риманову поверхность конечной площади, и тейлоровские коэффициенты функции f стремятся к нулю, то ее ряд Тейлора сходится почти всюду на α [8]» (Долженко, Тумаркин, 1985, с.77). Здесь [8] – статья Н.Н.Лузина «О локализации принципа конечной площади» (ДАН СССР, 1947, том 56, № 5).

Индукция Николая Николаевича Лузина. Н.Н.Лузин и его ученики решили ряд важных проблем в теории функций комплексного переменного за счет того, что перенесли в эту теорию результаты и методы теории функций действительного (вещественного) переменного. Е.П.Долженко и Г.Ц.Тумаркин в статье «Н.Н.Лузин и теория граничных свойств аналитических функций» (УМН, 1985, том 40, вып.3 (243)) приводят фрагмент письма Н.Н.Лузина (1947), адресованного А.И.Маркушевичу: «Таким образом, речь шла о переносе и адаптации методов действительного переменного в области комплексного переменного. Моя задача как лица, отдавшего много времени функциям действительного переменного, состояла в формулировании проблем комплексного переменного по типу проблем действительного переменного и разрешении их методами, выработанными в арсенале функций действительного переменного» (Долженко, Тумаркин, 1985, с.71). Сказанное дополняет наше предыдущее утверждение о том, что Н.Н.Лузин распространил методы метрической теории функций в теорию функций комплексного переменного.

Индукция Николая Николаевича Лузина. Н.Н.Лузин обобщил теорему П.Пенлеве (1888) об устранимости компактов с конечной длиной для голоморфных функций, непрерывно продолжаемых на множество своих особенностей. В результате Н.Н.Лузин получил теорему об устранимости неспрямляемых жордановых дуг. Е.П.Долженко и Г.Ц.Тумаркин в статье «Н.Н.Лузин и теория граничных свойств аналитических функций» (УМН, 1985, том 40, вып.3 (243)) повествуют: «Н.Н.Лузина интересовали проблемы, связанные с устранимостью особенностей аналитических функций, непрерывных на множестве своих неизолированных особенных точек. (…) Н.Н.Лузиным был опубликован один результат об устранимости неспрямляемых жордановых дуг, обобщающий теорему П.Пенлеве» (Долженко, Тумаркин, 1985, с.77). Об этом же говорит В.С.Федоров в статье «Труды Н.Н.Лузина по теории функций комплексного переменного» (УМН, 1952, том 7, вып.2 (48)): «Еще П.Пенлеве доказал в 1888 г., что f(z) будет голоморфной в области D всякий раз, когда кривая γ спрямляемая. Н.Н.Лузин указал, что теорема П.Пенлеве распространяется и на некоторые неспрямляемые жордановы кривые γ» (Федоров, 1952, с.14). Следует отметить, что теорема П.Пенлеве, которую обобщал Н.Н.Лузин, сама является обобщением теоремы Б.Римана, изложенной в его докторской диссертации (1851). А.В.Покровский в диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Устранимые особенности решений эллиптических уравнений» (2009) пишет о Б.Римане: «…Он сформулировал теорему о стирании особенностей, расположенных на дуге кривой, на которой функция непрерывна и в окрестности которой она аналитична (голоморфна). Риман не привел строгого доказательства этого утверждения, которое без дополнительных ограничений на дугу может оказаться и неверным. Однако, как показал П.Пенлеве [101] (1888), оно справедливо при условии спрямляемости дуги, которое, по-видимому, неявно подразумевалось Риманом. Этот результат является частным случаем доказанной П.Пенлеве более общей теоремы об устранимости компактов с конечной длиной по Хаусдорфу для голоморфных функций, непрерывно продолжаемых на множество своих особенностей. Другим важным результатом, который был установлен в упомянутой работе П.Пенлеве, была устранимость компактов с нулевой длиной (по Хаусдорфу) для ограниченных голоморфных функций» (А.В.Покровский, 2009).

Индукция Михаила Яковлевича Суслина. Выдающийся математик, один из учеников Н.Н.Лузина, М.Я.Суслин доказал при помощи трансфинитной индукции теорему о том, что два аналитических множества, взаимно дополнительные одно к другому, измеримы B (измеримы по Борелю). Н.Н.Лузин в книге «О некоторых новых результатах дескриптивной теории функций» (Москва-Ленинград, изд-во АН СССР, 1935) пишет о том, как математики, в том числе сам Н.Н.Лузин, ошибочно пытались исключить трансфинитные числа из теории множеств и теории функций: «Другая попытка исключения трансфинитного была сделана лично мною, но не для всяких вообще математических рассуждений, а лишь для некоторой группы их, именно для тех, на которых была основана теория аналитических множеств. После возражений Э.Бореля было естественно желать освободить от подозрительных рассуждений эту теорию. Это освобождение протекло очень легко и было сделано немедленно. Но лишь один пункт, именно теорема Суслина: «Два аналитических множества, взаимно дополнительные одно к другому, измеримы B», продолжал держаться упорно и доставил много забот. Это важное предложение было доказано Суслиным с помощью очень сложной конструкции, в которой трансфинитная индукция играла исключительно важную роль и была совершенно неизбежна в этом рассуждении. Употребление существенно трансфинитной индукции, которую нельзя свести к «полной индукции» обыкновенной арифметики, преследующей лишь по всем натуральным числам, весьма характерно для рассуждения Суслина, которое без этого употребления не могло состояться» (Лузин, 1935, с.22). В.И.Игошин в статье «Страницы биографии Михаила Яковлевича Суслина» (УМН, 1996, том 51, вып.3 (309)) пишет о значимости работ М.Я.Суслина для отечественной математики: «Всего два-три года продолжалась самостоятельная творческая деятельность Михаила Яковлевича Суслина. Под его именем опубликованы лишь три маленькие заметки, причем при жизни – только одна. Но столь фундаментальные открытия сделаны в одной из них и столь глубокие идеи заложены в другой, что без преувеличения можно сказать: они оказали революционное воздействие на развитие в XX веке одного из фундаментальных разделов математики – теории множеств. В единственной опубликованной при его жизни заметке [1] М.Я.Суслин открыл новый класс множеств (названных позже суслинскими), который стал на много лет важнейшим объектом исследований дескриптивной теории множеств. Это открытие вывело Московскую школу теории множеств и функций на ведущие позиции в мире, предоставило ей новую перспективную тематику для исследований, выделив ее из традиционной тематики французской математической школы, значительно расширило возможности математического анализа как науки» (Игошин, 1996, с.3).

Индукция Михаила Яковлевича Суслина. М.Я.Суслин индуктивно распространил на аналитические множества известную теорему Александрова-Хаусдорфа, согласно которой всякое несчетное борелевское множество содержит несчетный компакт. К.Деллашери в книге «Емкости и случайные процессы» (Москва, «Мир», 1975) пишет: «Теорема Александрова-Хаусдорфа утверждает, что всякое несчетное борелевское множество содержит несчетный компакт (распространение этого результата на аналитические множества принадлежит Суслину)» (Деллашери, 1975, с.31). «Теорема Александрова-Хаусдорфа и ее обобщение, принадлежащее Суслину, - поясняет К.Деллашери, - установлены их авторами при изучении мощности борелевских и аналитических множеств (см. название статьи [33] Серпинского, точно определяющее цель работы): со времен Кантора было известно, что несчетный компакт в пространстве R^n имеет мощность континуума» (там же, с.58). Здесь [33] – работа В.Серпинского (1924).

Индукция К.Деллашери. К.Деллашери (1975) обобщил теорему Александрова-Хаусдорфа на случайные множества. К.Деллашери в книге «Емкости и случайные процессы» (1975), а именно в параграфе 3 главы VI «Случайные множества» аргументирует: «Мы завершаем этот параграф одним вариантом теоремы 17 для I-системы b^d, который представляет собой обобщение на случайные множества теоремы Александрова-Хаусдорфа, сформулированной в II-Т4» (Деллашери, 1975, с.168).

Индукция Э.Коллингвуда, Ф.Багемила и В.Зейделя. Э.Коллингвуд, Ф.Багемил и В.Зейдель перенесли на более общую ситуацию теорему Лузина-Привалова, которую можно сформулировать следующим образом: пусть на границе C круга D лежит множество E, в каждой точке которого мероморфная в D функция f (z) имеет нулевой радиальный предел. Если на некоторой дуге $\gamma \subseteq C$ множество E имеет вторую категорию и метрически плотно (т.е. пересечение E с любой открытой дугой $\alpha \subseteq \gamma$ имеет положительную меру), то $f(z) \equiv 0$. Е.П.Долженко и Г.Ц.Тумаркин в статье «Н.Н.Лузин и теория граничных свойств аналитических функций» (УМН, 1985, том 40, вып.3 (243)) констатируют: «Теорема Лузина-Привалова для случая радиальных пределов обобщалась на случай криволинейных граничных пределов. При этом семейство радиусов заменялось семейством кривых, получающихся из семейства радиусов гомеоморфным отображением замкнутого круга на себя (Э.Коллингвуд, Ф.Багемил, В.Зейдель)» (Долженко, Тумаркин, 1985, с.74).

Индукция Ивана Матвеевича Виноградова. Советский математик И.М.Виноградов (1917) индуктивно обобщил на случай поиска (нахождения) числа целых точек в произвольных областях метод Г.Вороного (1903), поволяющий находить число целых точек с положительными координатами под гиперболой. А.А.Карацуба в статье «Теория чисел - одна, но пламенная страсть» (сборник статей «Теория чисел, алгебра, математический анализ и их приложения», редакторы – Е.Ф.Мищенко и В.С.Владимиров, 1991) пишет об исследованиях И.М.Виноградова: «Следующий цикл работ Виноградова посвящен вопросу асимптотического поведения числа «целых точек» в плоских областях. В 1903 г. Г.Вороной разработал метод, с помощью которого доказал, что остаточный член в асимптотической формуле Дирихле, выражающей число целых точек с положительными координатами под гиперболой, не превосходит по порядку корня кубического из главного члена (метод Вороного с аналогичным результатом перенесен В.Серпинским на проблему Гаусса). Иван Матвеевич в 1917 г. рассмотрел более общую проблему: нахождение асимптотических формул для числа целых точек в произвольных плоских областях. Он разработал арифметический метод, позволивший доказать теорему о числе целых точек в плоских областях, которые могут быть составлены из конечного числа криволинейных трапеций» (Карацуба, 1991, с.93).

Индукция Ивана Матвеевича Виноградова. Плодотворные результаты, полученные И.М.Виноградовым в теории тригонометрических сумм, индуктивно выросли из его работы «О среднем значении числа классов чисто коренных форм отрицательного определителя», опубликованной в сборнике «Сообщения Харьковского математического общества» (1918, том 16, № 1-2). В этой статье И.М.Виноградов использовал разложение дробной доли арифметической функции в конечный ряд Фурье с наилучшей оценкой остаточного члена. Впоследствии этот прием стал восприниматься как стандартный и само собой разумеющийся. Е.А.Бурлакова в диссертации «История формирования метода тригонометрических сумм в работах И.М.Виноградова по распределению целых точек в областях трехмерного пространства» (Москва, 2009) пишет: «Первым важнейшим шагом, сделанным И.М.Виноградовым в работе [14] в процессе выделения главного члена асимптотики из суммы дробных долей арифметической функции, явилось использование разложения дробной доли в конечный ряд Фурье с наилучшей оценкой остаточного члена. Следует сказать, что, начиная с этой работы, данный прием стал восприниматься как стандартный и само собой разумеющийся. А между тем менно с этого приема и берет свое начало метод тригонометрических сумм И.М.Виноградова, понимаемый как метод систематического использования тригонометрических сумм при выводе оценок и асимптотических формул для различных арифметических функций и их средних значений в аналитической теории чисел. Другим важнейшим элементом статьи [14] явились первые в истории чисел нетривиальные оценки тригонометрических сумм, дающие для них степенное понижение и относящиеся к широкому классу функций, связанных с центральными проблемами теории чисел» (Е.А.Бурлакова, 2009). Здесь [14] – статья И.М.Виноградова «О среднем значении числа классов чисто коренных форм отрицательного определителя», (сборник «Сообщения Харьковского математического общества», 1918, том 16, № 1-2). Индуктивное происхождение метода тригонометрических сумм подтверждается тем, что для оценки этих сумм применяется метод итераций (метод последовательных приближений), а метод последовательных приближений является эмпирическим методом. Говоря об истории метода тригонометрических сумм, Е.А.Бурлакова в своей диссертации повествует: «С 1935 года И.М.Виноградов начинает исследования тригонометрических сумм от многочлена с вещественными иррациональными коэффициентами. Впервые такие суммы в 1914 году стал рассматривать известный немецкий математик Герман Вейль при изучении некоторых вопросов, относящихся к небесной механике. Поэтому И.М.Виноградов стал называть их «суммами Вейля», благодаря чему это название стало общепринятым. Для оценки этих сумм Г.Вейль предложил метод итераций, позволяющих последовательно понижать степень многочлена в экспоненте слагаемых суммы. Заметим, что в случае n=2 этот прием впервые использовал К.Гаусс еще в начале XIX века при оценке «сумм Гаусса». В 20-х годах прошлого столетия Г.Харди и Дж.Литтлвуд указанным методом получили степенное понижение в оценке «сумм Вейля» (Е.А.Бурлакова, 2009).

Индукция Анатолия Алексеевича Карацубы. Ученик И.М.Виноградова А.А.Карацуба (1975) доказал посредством индукции теорему И.М.Виноградова о среднем значении модуля тригонометрической суммы. Г.И.Архипов в статье «О среднем значении сумм Г.Вейля» («Математические заметки», 1978, том 23, № 6) объясняет суть индуктивного доказательства, предложенного А.А.Карацубой: «Доказательство проводится по p-адической схеме А.А.Карацубы, основанной на его идее о сведении задачи на неполную систему вычетов к полной системе. Наиболее простой вариант такого доказательства приведен в учебнике А.А.Карацубы по аналитической теории чисел [3]. В нем теорема о среднем выводится из неравенства А.А.Карацубы [3, стр.62-64] последовательной индукцией по параметрам τ и P» (Архипов, 1978, с.785-786). Здесь [3] – книга А.А.Карацубы «Основы аналитической теории чисел» (Москва, «Наука», 1975). Об этом же Г.И.Архипов и А.А.Карацуба говорят в статье «Новая оценка интеграла И.М.Виноградова» (Известия АН СССР, серия математическая, 1978, том 42, № 4). В данной статье авторы называют теорему о среднем значении модуля тригонометрической суммы основной теоремой: «Доказательство основной теоремы. Без ограничения общности можно считать $R = n\tau$, $n \geq 2$. Проведем доказательство индукцией по параметру τ» (Архипов, Карацуба, 1978, с.758). В этой же статье Г.И.Архипов и А.А.Карацуба достаточно подробно описывают способ доказательства указанной теоремы о среднем, разработанный А.А.Карацубой в ходе теоретико-числовых исследований: «При этих исследованиях была разработана и с успехом применялась новая p-адическая схема метода И.М.Виноградова, удачно использующая специфику p-адической метрики для этого класса задач. Отметим, что p-адический подход к таким задачам впервые применил Ю.В.Линник (11) - (13), однако его схема не давала возможности достаточно полно использовать преимущества p-адической метрики. Основой новой p-адической схемы является следующее рекуррентное неравенство (см. лемму 1): $J \leq a\ TJ_1 + bJ_2$, где a и b – явно указанные величины, T – число решений некоторой полной системы сравнений, J_1 и J_2 – величины той же природы, что и J, только с меньшими значениями параметров (см. (5)-(8), (14)-(16)). Из этого рекуррентного неравенства оценка для J получается по индукции» (Архипов, Карацуба, 1978, с.751-752). Что касается значимости самой теоремы о среднем значении модуля, то здесь уместно привести слова Г.И.Архипова из его работы «Теорема о среднем значении модуля кратной тригонометрической суммы» («Математические заметки», 1975, том 17, № 1): «Теорема И.М.Виноградова о среднем является основной в известном методе тригонометрических сумм И.М.Виноградова» (Архипов, 1975, с.143).

Индукция А.А.Карацубы, Г.И.Архипова и В.Н.Чубарикова. Г.И.Архипов, А.А.Карацуба и В.Н.Чубариков в статье «Верхняя граница модуля кратной тригонометрической суммы» («Труды МИАН СССР», 1977, том 143) посредством индукции доказывают многие леммы. Так, например, на основе индукции доказываются лемма 7 (лемма о полных кратных рациональных тригонометрических суммах и кратных тригонометрических интегралах) – с.15, лемма 8 – с.17 (при доказательстве этой леммы авторы пишут: «Проведем индукцию по числу переменных многочлена»). Аналогично доказываются формула, относящаяся к утверждению б – с.18 (о ней в статье говорится «Доказательство этой формулы проведем по индукции»), лемма 12 – с.20 (относительно этой леммы авторы пишут: «Доказательство проведем индукцией по числу переменных многочлена»), лемма 13 – с.21 (где индукцией доказывается утверждение б, о чем математики говорят: «Доказательство утверждения б проведем по индукции»), лемма 16 – с.23 (о которой сообщается: «Доказательство проведем индукцией по сумме $\sum u_j$»). Г.И.Архипов, А.А.Карацуба и В.Н.Чубариков в монографии «Кратные тригонометрические суммы» («Труды МИАН СССР», 1980, том 151) вновь демонстрируют эффективность индуктивных доказательств в теории кратных тригонометрических сумм, которая в случае однократных сумм совпадает с классической теорией И.М.Виноградова. В данной монографии при помощи индукции доказываются основная теорема – с.21, лемма 2 – с.54, формула, относящаяся к лемме 3 – с.55, лемма 7 – с.58, утверждение б, относящееся к лемме 8 – с.59, лемма 12 – с.64. Доказывая лемму 12, авторы пишут: «Доказательство леммы 12 в основном проводится аналогично одномерному случаю. Кратность влечет за собой появление новых параметров, поэтому здесь приходится привлекать многомерную индукцию и для сохранения точности по-новому подбирать числовые множители» (Архипов и др., 1980, с.64).

Индукция А.А.Карацубы, Г.И.Архипова и В.Н.Чубарикова. Г.И.Архипов, А.А.Карацуба и В.Н.Чубариков в статье «Особые случаи кратных тригонометрических сумм» (Известия АН СССР, серия математическая, 1983, том 47, № 4) индуктивно доказывают основную лемму (лемму об оценке для тригонометрической суммы в случае, когда промежутки суммирования в тригонометрической сумме сильно отличаются друг от друга), а также теорему об оценке кратной тригонометрической суммы. Доказывая основную лемму, авторы аргументируют: «Необходимо сразу отметить, что основной случай леммы, при котором промежутки суммирования в тригонометрической сумме сильно отличаются друг от друга, доказывается путем индукционного перехода к суммам с меньшим числом переменных» (Архипов и др., 1983, с.761). Детализируя свой подход, авторы пишут: «…Мы не будем далее описывать схему доказательства второй основной леммы. Отметим только, что имеется принципиальная возможность начинать индукцию с $r = 1$, а не с $r = 2$, как мы здесь делаем» (там же, с.762). «В этом случае, - продолжают математики, - доказательство леммы мы проведем индукцией по параметру r. Предположение индукции будет состоять в том, что утверждение леммы справедливо для всех r, меньших некоторого натурального числа r_0» (там же, с.764). Реализуя индуктивное доказательство теоремы об оценке кратной тригонометрической суммы, Г.И.Архипов, А.А.Карацуба и В.Н.Чубариков в той же статье констатируют: «…В § 7 доказывается теорема об оценке кратной тригонометрической суммы; доказательство ведется индукцией по числу переменных; при этом мы существенно пользуемся результатом § 5, который является базой индукции…» (там же, с.707).

Индукция Тарайоши Митсуи и Тирао Тутудзавы. Т.Митсуи (1960) перенес метод тригонометрических сумм И.М.Виноградова на поля алгебраических чисел. Это позволило ему распространить на указанные поля теорему о представимости почти всех четных чисел суммами двух простых. Что касается Т.Тутудзавы, то он (1955, 1975) обобщил на поля алгебраических чисел теорему Шнирельмана, относящуюся к ослабленной проблеме Гольдбаха. Б.М.Бредихин в статье «Разбиение на слагаемые с простыми числами» (сборник «Итоги науки и техники», 1978, том 16) указывает: «Тутудзава [231, 232] перенес метод и теорему Шнирельмана, относящиеся к ослабленной проблеме Гольдбаха, на поля алгебраических чисел. Митсуи [191, 192] обобщил метод тригонометрических сумм И.М.Виноградова на поля алгебраических чисел и перенес на эти поля теорему о представимости почти всех четных чисел суммами двух простых» (Бредихин, 1978, с.21). Здесь [231, 232] – работы Т.Тутудзавы (1975, 1955), [191, 192] – исследования Т.Митсуи (1960).

Индукция Сергея Натановича Бернштейна. В 1908 году советский математик С.Н.Бернштейн решил 19-ю проблему Гильберта, а именно доказал, что все решения регулярных задач вариационного исчисления являются аналитическими функциями. При этом основным средством доказательства являлся метод последовательных приближений. Это тот самый метод, который применял О.Коши при доказательстве существования и единственности решений дифференциальных уравнений. Повторим, что данный метод имеет индуктивную основу, так как в нем реализуется эмпирический перебор различных операторов, нахождение лучшего из них, что завершается индуктивным выводом о необходимости его использования в доказательстве той или иной теоремы существования. С.Н.Бернштейн называл такой способ доказательства методом Пикара, но мы уже говорили, что задолго до Пикара его использовали Гаусс, Коши, Лиувилль и т.д. Начиная с 1908 года, Сергей Натанович Бернштейн работал над усовершенствованием своего способа доказательства аналитического характера решений эллиптических уравнений (лежавшего в основе решения 19-й проблемы Гильберта). Результаты своих исследований С.Н.Бернштейн изложил в статье «Доказательство теоремы Гильберта об аналитическом характере решений эллиптических уравнений без использования нормальных рядов» (журнал «Успехи физических наук», 1941, вып.8), в которой он пишет: «В то время как первое доказательство существенно опиралось на нормальные ряды, без которых, по-видимому, невозможно обойтись, применяя метод последовательных приближений Пикара внутри круга, второе доказательство, которое мы здесь воспроизводим, состоит в применении метода последовательных приближений внутри кольца, заключенного между двумя концентрическими окружностями…» (Бернштейн, 1941, с.82).

Индукция Сергея Натановича Бернштейна. С.Н.Бернштейн (1908) обобщил теорему Д.Гильберта о том, что все минимальные поверхности, а также все поверхности положительной кривизны, накладывающиеся на аналитическую поверхность (например, на эллипсоид), являются аналитическими. В результате этого обобщения С.Н.Бернштейн получил теорему, согласно которой всякая функция вещественных переменных, удовлетворяющая аналитическому дифференциальному уравнению с частными производными, есть функция аналитическая относительно переменной X1. Доказательство этой теоремы, предложенное С.Н.Бернштейном, и было решением 19-ой проблемы Гильберта. С.Н.Бернштейн в книге «Аналитическая природа решений дифференциальных уравнений эллиптического типа» (Харьков, изд-во Харьковского университета, 1956) пишет: «…Укажем, что все минимальные поверхности, а также все поверхности положительной кривизны, накладывающиеся на аналитическую поверхность (например, на эллипсоид), аналитичны. Эта теорема, обобщающая теорему Пикара и предугаданная Гильбертом, является частным случаем следующего положения, которое сформулировано мною в статье «Sur La deformation des surfaces», помещенной в 1905 году в Mathematische Annalen…» (Бернштейн, 1956, с.11). Далее С.Н.Бернштейн формулирует свою теорему, являющуюся обобщением теоремы Гильберта, которая, в свою очередь, обобщает теорему Пикара: всякая функция вещественных переменных, удовлетворяющая аналитическому дифференциальному уравнению с частными производными, есть функция аналитическая относительно переменной X1.

Индукция Сергея Натановича Бернштейна. С.Н.Бернштейн (1915) индуктивно распространил на произвольные поверхности неположительной кривизны теорему Ж.Лиувилля о постоянстве ограниченной гармонической функции. М.И.Вишик, А.Д.Мышкис и О.А.Олейник в статье «Дифференциальные уравнения с частными производными» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) сообщают: «Еще в 1915 г. С.Н.Бернштейн распространил теорему Лиувилля о постоянстве ограниченной гармонической функции на произвольные поверхности неположительной кривизны К. В дальнейшем С.Н.Бернштейн показал, что этот же результат останется справедливым, если от функции u (x, y), определяющей поверхность, требовать только, чтобы u (x, y) = 0 ([x] + [y]) при [x] + [y] → ∞. Это утверждение содержится, в частности, в его работе [159]» (Вишик, Мышкис, Олейник, 1959, с.598).

Индукция Сергея Натановича Бернштейна. С.Н.Бернштейн (1923) обобщил на случай произвольных целых функций конечной степени, ограниченных на вещественной оси, свое неравенство для производной от тригонометрической суммы. Н.И.Ахиезер в статье «Работы академика С.Н.Бернштейна по конструктивной теории функций» (УМН, 1951, том 6, вып.1 (41)) повествует: «Включение целых функций конечной степени (коротко: ЦФКС) в орбиту исследований С.Н. относится к 1923 г., когда С.Н.обобщил свое неравенство для производной от тригонометрической суммы на произвольные ЦФКС, ограниченные на вещественной оси. Тогда же С.Н. отметил, что это обобщение должно оказаться полезным при построении теории наилучшего приближения функций на всей оси посредством ЦФКС» (Ахиезер, 1951, с.27).

Индукция Сергея Натановича Бернштейна. С.Н.Бернштейн (1927) доказал предельную теорему Лапласа благодаря тому, что индуктивно (по аналогии) перенес в область доказательства этой теоремы схему рассуждений Пирсона, которую сам Пирсон использовал в других целях. Перед нами пример великой роли аналогии (переноса) в доказательстве математических теорем. Мы называем данную аналогию индукцией, поскольку между двумя этими процедурами нет принципиальных различий. С.Н.Бернштейн в монографии «Теория вероятностей» (Москва-Ленинград, Государственное издательство, 1927) формулирует предельную теорему Лапласа: «Теорема Лапласа. Если производится весьма большое число независимых опытов n, при каждом из которых вероятность наступления события A равна p, то вероятность P (n, t0, t1), что число m появлений события A удовлетворит неравенству $t_0 \sqrt{npq} < m - np < t_1 \sqrt{npq}$ имеет пределом $1/\sqrt{2\pi} \int e^{-t^2/2} dt$, когда n бесконечно возрастает» (Бернштейн, 1927, с.223). Далее С.Н.Бернштейн объясняет, как он доказал предельную теорему Лапласа: «Идея данного нами доказательства обобщенной теоремы Лапласа заимствована у Пирсона, который, однако, использовал ее для другой цели, а именно для установления новых типов кривых распределения вероятностей, обобщающих кривую Лапласа (допустивши при этом некоторые математические неправильности)» (там же, с.246).

Индукция Сергея Натановича Бернштейна. С.Н.Бернштейн разработал общий метод наилучших приближений непериодических функций алгебраическими многочленами в результате индуктивного обобщения эквивалентного метода, введенного известным отечественным математиком С.М.Никольским. В книге «Воспоминания» (2003) С.М.Никольский пишет: «К этому времени я добил свою задачу об асимптотической оценке наилучших приближений непериодических функций алгебраическими многочленами. Метод совсем отличный от метода уже упомянутого выше отношения определителей, о котором я уже говорил и за который брался А.О.Гельфонд. Таким образом, задача с определителями тоже была решена косвенным путем. Я до сих пор не осознал истинную аналитическую связь между этими двумя способами. (…) Впоследствии этот мой результат Сергей Натанович обобщил на производные любого порядка своим методом, тем самым приобщаясь к колмогоровскому направлению» (Никольский, 2003, с.47).

Индукция Сергея Натановича Бернштейна. С.Н.Бернштейн (1944) обобщил на суммы зависимых величин теорему А.М.Ляпунова, представляющую собой весьма общую форму предельной теоремы теории вероятностей (закона ошибок Гаусса). С.Н.Бернштейн в статье «Распространение предельной теоремы теории вероятностей на суммы зависимых величин» (УМН, 1944, вып.10) пишет: «Изучение достаточных (и необходимых) условий приложимости предельной теоремы (или закона Гаусса) к сумме весьма большого числа независимых величин было предметом многих важных работ Чебышева, Ляпунова, Маркова и в последнее время Линдеберга и П.Леви. В частности, в своей работе «Nouvelle forme du theoreme sur la limite de probabilite» А.М.Ляпунов придал рассматриваемой теореме очень общую форму, содержащую как частный случай тот часто встречающийся в приложениях случай, когда предполагается только, что максимум каждого члена суммы Sn очень мал сравнительно с квадратным корнем из математического ожидания квадрата Sn. Не имея в виду продвинуть здесь более глубоко уже значительно изученный вопрос о сумме независимых величин, мы ограничимся в первой главе только доказательством теоремы Ляпунова, представив его в виде, легко поддающемся обобщению, которое будет проведено в следующих главах для случая сумм зависимых величин» (Бернштейн, 1944, с.65). Отметим, что до С.Н.Бернштейна предельная теорема теории вероятностей обобщалась на простые цепи зависимых испытаний А.А.Марковым (1907).

Индукция Георгия Максимовича Адельсона-Вельского. Российский математик Г.М.Адельсон-Вельский (1944) обобщил теорему С.Н.Бернштейна о порядке роста значений функции двух переменных, чей график в трехмерном пространстве значений аргументов и функций имеет отрицательную кривизну. Примечательно, что это обобщение теоремы С.Н.Бернштейна позволило Г.М.Адельсону-Вельскому совместно с А.С.Кронродом (1945) решить проблему Н.Н.Лузина: доказать, что моногенная в некоторой области функция аналитична в этой области, пользуясь только ее качественными свойствами. Отсюда следует, что обобщение теорем открывает возможность для решения различных математических проблем, на первый взгляд, никак не связанных с исходной теоремой. Г.М.Адельсон-Вельский в заметке «Автобиография» (сайт израильского города Ашдод, 2005) указывает: «Первая научная работа была сделана мной в 1944 г., когда я был студентом 4-го курса. Я обобщил одну теорему С.Н.Бернштейна о порядке роста значений функции двух переменных, чей график в трехмерном пространстве значений аргументов и функций имеет отрицательную кривизну, заменив это требование другим, не предполагающим существования производных у рассматриваемых функций: отсутствием ограниченных связных частей во множестве точек любой плоскости этого трехмерного пространства, полученного в результате исключения точек ее пересечения с графиком рассматриваемой функции. Работа получила 3-ю премию на конкурсе студенческих научных работ. Этот подход и его результат были использованы в следующем году в совместном с А.С.Кронродом решении проблемы, поставленной Лузиным: доказать, что моногенная в некоторой области функция аналитична в этой области, пользуясь только ее качественными свойствами, а не интегралом Коши. За эту работу мы получили премию Московского математического общества» (Г.М.Адельсон-Вельский, 2005). Отметим, что А.С.Кронрод – тот математик, в работах которого А.Н.Колмогоров нашел подсказку для решения 13-й проблемы Д.Гильберта. А.Г.Витушкин в статье «Полвека – как один день» (УМН, 2002, том 57, вып.1 (343)) пишет о том, как А.Н.Колмогоров приблизился к решению 13-й проблемы Гильберта: «Решающим результатом была работа Колмогорова о возможности представления непрерывной функции нескольких переменных суперпозицией функций от трех переменных (1956 г.). Колмогоров рассказывал, что идея конструкции появилась у него, когда он, по привычке просматривать иногда старые журналы, обратил внимание на статью Кронрода, в которой среди прочего рассматривались функциональные деревья» (Витушкин, 2002, с.197). Для полноты изложения заметим, что Г.М.Адельсон-Вельский обобщал теорему С.Н.Бернштейна, изложенную им в статье «Об одной геометрической теореме и ее приложениях к уравнениям в частных производных эллиптического типа» («Собрание сочинений», том 3, 1960, с.251-258). Сам С.Н.Бернштейн усилил эту теорему в статье «Усиление теоремы о поверхностях отрицательной кривизны» (Известия АН СССР, 1942, том 6).

Индукция Г.М.Адельсона-Вельского и Ю.А.Шрейдера. Г.М.Адельсон-Вельский и Ю.А.Шрейдер (1957) доказали одну из теорем о свойствах группы, на которой существует банахово среднее, за счет обобщения рассуждений Б.Секефальви-Надя. Г.М.Адельсон-Вельский и Ю.А.Шрейдер в статье «Банахово среднее на группах» (УМН, 1957, том 12, вып.6 (78)) пишут: «Теорема 1. Если на группе G существует банахово среднее и группа G обладает ограниченным представлением в кольце операторов в гильбертовом пространстве, то группа G обладает эквивалентным данному унитарным представлением. Доказательство можно провести, обобщая рассуждения Б.С.-Надя [2]» (Адельсон-Вельский, Шрейдер, 1957, с.131). Здесь [2] – исследование Б.Секефальви-Надя (1948). В этой же статье авторы пришли к выводу о возможности перенести на полугруппы теорему о том, что на всякой группе G, удовлетворяющей определенному условию, существует банахово среднее (теорему 2). «Заметим, - пишут математики, - что понятие банахова среднего и теорема 2 могут быть перенесены на полугруппы. С помощью этого понятия могут быть также обобщены результаты А.А.Маркова о существовании интегрального инварианта [6]» (там же, с.135). Здесь [6] – работа А.А.Маркова («Доклады АН СССР», 1937, том 17).

Индукция Хермана (Германа) Андреаса Волда. Херман Андреас Волд (1938) обобщил на процессы с дискретным параметром результаты отечественного математика А.Я.Хинчина, описывающие основные свойства стационарных вероятностных процессов для случая непрерывного параметра. Дж.Дуб в книге «Вероятностные процессы» (1956) указывает: «Основные свойства стационарных в широком смысле вероятностных процессов были указаны (для случая непрерывного параметра) Хинчиным [2, 1934] еще тогда, когда не было ясно, что эта теория является лишь новым аспектом теории однопараметрических групп унитарных операторов. Волд [1, 1938] перенес результаты Хинчина на процессы с дискретным параметром» (Дуб, 1956, с.573). Здесь [2] – статья А.Я.Хинчина «Теория корреляции стационарных стохастических процессов» (УМН, 1938, № 5), [1] – работа Х.Волда (1938).

Индукция Гарольда (Харальда) Крамера. Г.Крамер (1941) обобщил на векторный случай результаты А.Я.Хинчина (1934), который ввел стационарные случайные функции второго порядка и дал гармоническое разложение их ковариаций. Мишель Лоэв в книге «Теория вероятностей» (Москва, ИЛ, 1962) повествует: «Стационарные случайные функции второго порядка были введены Хинчиным (1934), который дал гармоническое разложение их ковариаций. Слуцкий (1937) получил первое гармоническое разложение таких случайных функций. Колмогоров (1941), применив методы исследования гильбертова пространства, подробно изучил случайные стационарные последовательности второго порядка. Крамер (1941) обобщил результаты Хинчина на векторный случай и получил (1942) теорему разложения в функциональных пространствах, которая по существу эквивалентна гармоническому разложению стационарных случайных функций второго порядка…» (Лоэв, 1962, с.486-487).

Индукция Гарольда (Харальда) Крамера. Г.Крамер обобщил теорему Линдеберга-Леви. Г.Крамер в монографии «Математические методы статистики» (Москва, «Мир», 1975) аргументирует: «В параграфе 21.11 мы рассматривали сумму большого числа независимых двумерных величин, имеющих одно и то же распределение. Мы доказали, что если эту сумму разделить на квадратный корень из числа слагаемых, то распределение этой нормированной суммы стремится к некоторому нормальному распределению, когда число слагаемых стремится к бесконечности. Непосредственное обобщение доказательства этой теоремы показывает, что эта теорема справедлива для величин любого числа измерений. Это обобщение теоремы Линдеберга-Леви на случай n измерений является простейшим случаем центральной предельной теоремы для величин в Rn. Общая форма этой теоремы утверждает, что при некоторых условиях сумма большого числа независимых n-мерных случайных величин распределена асимптотически нормально» (Крамер, 1975, с.348).

Индукция Г.Кулфорда. Г.Кулфорд (1966) обобщил теорему Г.Крамера о достаточных условиях состоятельности и асимптотической эффективности оценок максимального правдоподобия. А.В.Прохоров в «Дополнении» ко второму изданию книги Г.Крамера «Математические методы статистики» (1975) пишет: «Непосредственное обобщение теоремы Крамера о достаточных условиях состоятельности и асимптотической эффективности оценок максимального правдоподобия дано Кулфордом (1966), который исследовал проблему оценки параметров распределения по группированным выборкам (уточнение и многомерное обобщение этих результатов см. в работе Бодина (1970))» (Прохоров, 1975, с.632). Здесь имеется в виду работа Н.А.Бодина «Оценка параметров распределения по группированным выборкам» («Труды МИАН СССР», 1970, том CXI). Необходимо отметить, что имеется русский перевод книги Г.Кулфорда «Введение в теорию оценивания» (Москва, «Наука», 1966).

Индукция Кийоси (Кийоши) Ито. Выдающийся японский математик, лауреат премии Вольфа за 1987 год, лауреат премии Гаусса за 2006 год Кийоси Ито (1944) индуктивно перенес на более общую ситуацию стохастический интеграл по винеровскому процессу, предложенный Н.Винером (1930). Так появился на свет знаменитый стохастический интеграл К.Ито. А.В.Скороход в статье «Об одном обобщении стохастического интеграла» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1975, том 20, вып.2) пишет: «Стохастический интеграл по винеровскому процессу, предложенный Н.Винером (см., например, [1]) был обобщен в нескольких направлениях. Г.Крамер [2] построил общую теорию стохастических интегралов по случайным мерам с ортогональными значениями (изложение этой теории можно найти, например, в [3], гл.4, § 4). К.Ито распространил определение интеграла Винера $\int f(t)d\omega(t)$ на такие случайные функции $f(t)$, что $f(s)$ при $s \leq 1$ не зависит от приращений $\omega(u) - \omega(t)$ при $u>t$ и $\int f^2(t)dt < \infty$» (Скороход, 1975, с.223). Здесь [1] – работа Н.Винера (1930), [2] – исследование Г.Крамера (1940), [4] – работа К.Ито (1944). Об этом же сообщает Г.Маккин в книге «Стохастические интегралы» (Москва, «Мир», 1972). При этом Г.Маккин говорит об интеграле Винера, описывающем броуновское (диффузионное) движение частицы: «Ито [1] распространил этот интеграл на широкий класс (неупреждающих) функционалов $e = e(t)$ от броуновской траектории, для которых $P[\int e^2 dt<\infty]=1$, и создал мощный аппарат соответствующих дифференциалов» (Маккин, 1972, с.12). Чуть ниже по тексту Г.Маккин снова возвращается к обсуждению вопроса о том, как был обобщен интеграл Винера: «Ито [1] перенес этот интеграл на широкий класс броуновских функционалов $e = e(t)$, зависящих от траектории $t \rightarrow b(t)$ неупреждающим образом…» (там же, с.33-34).

Индукция Норберта Винера. Выдающийся математик, основатель кибернетики Норберт Винер (1949) индуктивно обобщил (перенес) на нестационарные случайные процессы методы решения задач, развитые в теории стационарных случайных процессов. Такой же перенос идей и методов из одной области в другую реализовали Л.А.Заде и Р.Рагаццини (1950). А.М.Яглом в статье «Корреляционная теория процессов со случайными стационарными n-ми приращениями» («Математический сборник», 1955, том 37 (79), № 1) пишет: «Именно в связи с задачами об экстраполировании и фильтрации и возникла настоятельная потребность в обобщении понятия стационарного случайного процесса, позволяющем перенести развитые для стационарных процессов методы решения этих задач на часто встречающиеся на практике существенно нестационарные процессы. Первые такие обобщения были рассмотрены в работах, ориентированных непосредственно на читателя прикладника; так, в книге [7], наряду с экстраполированием стационарных случайных процессов, разбирается экстраполирование процессов, n-я производная которых стационарна, а в работе [15]… допускается, что $\xi(t)$ представимо в виде суммы стационарного процесса и некоторого многочлена, степень которого не превосходит заданного числа n. Оба эти обобщения естественно укладываются в общее понятие процессов со случайными стационарными n-ми приращениями, детальному изучению которого и посвящена настоящая статья. При этом будет показано, что почти все результаты современной корреляционной теории стационарных случайных процессов могут быть перенесены и на указанные более общие процессы…» (Яглом, 1955, с.141). Здесь [7] – работа Н.Винера (1949), [15] – исследование Л.А.Заде и Р.Рагаццини (1950).

Индукция Ричарда Фейнмана. Выдающийся физик, лауреат Нобелевской премии за 1965 год Ричард Фейнман (1948) изобрел свой знаменитый континуальный интеграл, то есть интеграл по пространству функций, для представления решений дифференциального уравнения (конкретно уравнения Шредингера) благодаря тому, что индуктивно обобщил теоретико-вероятностную формулу М.Каца, которая дает представление в виде интеграла по мере Винера для решения уравнения теплопроводности с потенциалом. А.В.Скороход в статье «Юрий Львович Далецкий и бесконечномерный стохастический анализ» (сборник «Юрий Львович Далецкий. Воспоминания коллег, учеников, друзей и родственников», Киев, 2008) пишет: «Интеграл Фейнмана был отчасти инспирирован известной в теории вероятностей формулой М.Каца. Для решения уравнения теплопроводности с потенциалом эта формула дает представление в виде интеграла по мере Винера. Фейнман предложил определенную процедуру для представления решения уравнения Шредингера, описывающего движение частицы в некотором потенциальном поле. Это же представление использовало некоторый квазимарковский процесс с комплексозначными вероятностями перехода. Решение записывалось как предел некоторой величины, зависящей от параметра, являющегося разбиением отрезка (0; 1)» (Скороход, 2008, с.89). Ряд фактов, освещающих процесс открытия Р.Фейнманом знаменитого континуального интеграла, можно почерпнуть из статьи Ю.Л.Далецкого «Континуальные интегралы, связанные с операторными эволюционными уравнениями» (УМН, 1962, том 17, вып.5 (107)), где он повествует: «Как известно, Р.Фейнман впервые применил континуальные интегралы, т.е. интегралы по пространству функций, для представления решений дифференциального уравнения. В его работе [1] очень отчетливо сформулированы соображения, приводящие к такому представлению для уравнения Шредингера. (…) Хотя рассуждения Фейнмана и были нестрогими, но они имели важное эвристическое значение. Строго математически подобная конструкция была осуществлена М.Кацем [2] в применении к более простому случаю диффузии классической частицы» (Далецкий, 1962, с.3).

Индукция Юрия Львовича Далецкого. Ю.Л.Далецкий обобщил на случай квазимер теорему М.Каца, о чем Ю.Л.Далецкий пишет в статье «Интегрирование в функциональных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия Математика, математический анализ, 1967). В частности, в данной работе он отмечает: «Известный результат М.Каца гласит, что если $V(x, t)$ – непрерывная ограниченная функция, то функция $p(t_0, t_1, x_0, x_1) = \int \exp\{\int V(x(\tau), \tau)d\tau\} m^w (x_0, x_1)^{(dx)}$ является фундаментальным решением задачи Коши для уравнения $d\psi/dt = \Delta\psi+V(x, t)\psi$» (Далецкий, 1967, с.97). «Решение диффузионного уравнения на основании теоремы М.Каца, - продолжает Ю.Л.Далецкий, - может быть представлено в виде винеровского интеграла от функционала $\varphi(x(*)) = \exp \int V(x(t), t)dt$» (там же, с.112). Далее Ю.Л.Далецкий подчеркивает: «В работах Ю.Л.Далецкого на случай квазимер была обобщена теорема М.Каца» (там же, с.110).

Индукция Юрия Львовича Далецкого. Ю.Л.Далецкий (1950-е годы) индуктивно перенес на бесконечномерные пространства метод Крылова-Боголюбова асимптотического расщепления эволюционных уравнений с медленно меняющимися коэффициентами. Кроме того, Ю.Л.Далецкий распространил на бесконечномерные пространства метод интегральных многообразий, принадлежащий Боголюбову и Митропольскому. Я.И.Белопольская, Ю.М.Березанский, Ю.В.Богданский и другие в книге «Юрий Львович Далецкий. Воспоминания коллег, учеников, друзей и родственников» (Киев, Институт прикладного системного анализа НТУУ «КПИ», 2008) пишут: «В 1950 году Ю.Л.Далецкий приступил к исследованию асимптотических методов для дифференциальных уравнений с малым параметром в банаховых пространствах. Он перенес на бесконечномерные пространства метод Крылова-Боголюбова асимптотического расщепления эволюционных уравнений с медленно меняющимися коэффициентами, а также конструкцию Боголюбова-Митропольского интегральных многообразий» (Белопольская и др., 2008, с.7-8).

Индукция Ю.Л.Далецкого, И.И.Гихмана, А.В.Скорохода и других ученых. Ю.Л.Далецкий (1967), И.И.Гихман (1947), А.В.Скороход (1968) и другие математики индуктивно перенесли на бесконечномерные пространства теорию стохастических дифференциальных уравнений в конечномерном пространстве, разработанную К.Ито, И.И.Гихманом и т.д. Я.И.Белопольская и Ю.Л.Далецкий в статье «Уравнения Ито и дифференциальная геометрия» (УМН, 1982, том 37, вып.3 (225)) пишут: «Теория стохастических дифференциальных уравнений в конечномерном пространстве была построена в работах К.Ито, И.И.Гихмана, А.В.Скорохода и других математиков (см. [1]-[7] и имеющуюся там библиографию и исторические комментарии). В ряде последующих работ эта теория была перенесена и на бесконечномерные пространства – гильбертовы, а затем и банаховы [8]-[12] (см. также [46]-

[48])» (Белопольская, Далецкий, 1982, с.95). Здесь [1] – исследование К.Ито (1946), [2] – работа И.И.Гихмана «Об одной схеме образования случайных процессов» («Доклады АН СССР», 1947, том 58), [5] – работа И.И.Гихмана и А.В.Скорохода «Стохастические дифференциальные уравнения» (Киев, «Наукова думка», 1968), [8] – статья Ю.Л.Далецкого «Бесконечномерные эллиптические операторы и связанные с ними параболические уравнения» (УМН, 1967, том 22, вып.4), [10] – статья Я.И.Белопольской «Диффузионные процессы в банаховых пространствах и банаховых многообразиях» (журнал «Теория вероятностей и математическая статистика», 1973, том 9). О том, что Ю.Л.Далецкий обобщил на случай бесконечномерных гильбертовых пространств, а также на случай банаховых пространств теорию стохастических уравнений, пишет также Я.И.Белопольская. В частности, Я.И.Белопольская в статье «Памяти учителя» (сборник «Юрий Львович Далецкий. Воспоминания коллег, учеников, друзей и родственников», Киев, 2008) констатирует: «В поисках техники, позволяющей развивать теорию уравнений в частных производных второго порядка в бесконечномерных пространствах, Ю.Л.Далецкий заинтересовался теорией стохастических дифференциальных уравнений, развитию бесконечномерного варианта которой были посвящены в течение долгих лет работы его самого [15] и его учеников [16]-[17]. В этих работах были получены результаты, позволившие распространить результаты конечномерной теории стохастических уравнений сначала на бесконечномерные гильбертовы пространства, а затем и на широкий класс банаховых пространств и многообразий» (Белопольская, 2008, с.26).

Индукция Юрия Львовича Далецкого. Ю.Л.Далецкий и другие ученые индуктивно распространили на случай нелинейных уравнений важный вариант известной формулы для возмущенного эволюционного оператора (другой вариант этой формулы был открыт Х.Троттером). Я.И.Белопольская, Ю.М.Березанский, Ю.В.Богданский и другие в книге «Юрий Львович Далецкий. Воспоминания коллег, учеников, друзей и родственников» (2008) отмечают: «Используя мультипликативное представление эволюционного оператора линейных дифференциальных уравнений, независимо позднее переоткрытого Е.Нельсоном, Ю.Л.Далецкий получил важный вариант известной формулы для возмущенного эволюционного оператора, другой вариант которой был найден независимо Х.Троттером. Позже Ю.Л.Далецкий и его ученики обобщили это мультипликативное представление, распространив его на случай нелинейных уравнений и применили его к функциональным интегралам в пространстве ветвящихся траекторий» (Белопольская и др., 2008, с.8).

Индукция Ю.Л.Далецкого, Я.И.Шнайдермана и Х.Х.Куо. Ю.Л.Далецкий и Я.И.Шнайдерман (1969) индуктивно перенесли на случай бесконечномерного риманова многообразия построение Ито-Маккина. Данное построение представляет собой построение диффузионного процесса на гладком конечномерном многообразии, дополненное находкой Г.Маккина, который заметил в связи с построением броуновского движения на группе Ли, что преобразование стохастического уравнения Ито, которое определяется формулой Ито, имеет дифференциально-геометрическую природу, связанную с экспоненциальным отображением. Х.Х.Куо (1972) обобщил построение Ито-Маккина на случай, когда моделью многообразия является уже не гильбертово, а абстрактное винеровское пространство Л.Гросса. Я.И.Белопольская и Ю.Л.Далецкий в статье «Уравнения Ито и дифференциальная геометрия» (УМН, 1982, том 37, вып.3) пишут: «Уже в работах по теории стохастических уравнений в линейных пространствах было выяснено, что она может быть изложена в виде, не зависящем от размерности пространства. Это оказалось справедливым и для гладких многообразий. Описанное выше построение Ито-Маккина было перенесено авторами [19] на случай бесконечномерного риманова многообразия. Х.Х.Куо [20] обобщил это построение на случай, когда моделью многообразия является уже не гильбертово, а абстрактное винеровское пространство Л.Гросса (см. [21]» (Белопольская, Далецкий, 1982, с.97). Здесь [19] – работа Ю.Л.Далецкого и Я.И.Шнайдермана «Диффузия и квазиинвариантные меры на бесконечномерных группах Ли» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1969, том 9, № 2), [20] – работа Х.Х.Куо (1972).

Индукция Акивы Моисеевича Яглома. Советский математик А.М.Яглом (1955) построил общую теорию линейного экстраполирования процессов со случайными стационарными n-ми приращениями благодаря тому, что перенес в данную теорию результаты А.Н.Колмогорова (1941) и М.Г.Крейна (1945), посвященные интерполированию и экстраполированию стационарных случайных последовательностей. Кроме того, А.М.Яглом обобщил некоторые результаты Л.А.Заде и Р.Рагаццини (1950). А.М.Яглом в статье «Корреляционная теория процессов со случайными стационарными n-ми приращениями» («Математический сборник», 1955, том 37 (79), № 1) перечисляет основные моменты (идеи) своей работы: «Далее полученные результаты используются для построения общей теории линейного экстраполирования процессов со случайными стационарными n-ми приращениями; помимо перенесения на такие процессы основных результатов А.Н.Колмогорова [10] и М.Г.Крейна [11], здесь особо отмечается общая формула для «спектральной характеристики» экстраполирования (см. теорему 8а и формулу (2.50)) и указывается связь этой характеристики с «ядром» экстраполяционной формулы» (Яглом, 1955, с.142). «Наконец, в последнем параграфе, - поясняет А.М.Яглом, - выводятся явные формулы для экстраполирования и фильтрации заданных на конечном интервале $\xi(t)$ со случайными стационарными n-ми приращениями, имеющих рациональную спектральную плотность (этот вывод обобщает некоторые результаты Заде и Рагаццини [15], М.Г.Крейна [12], [19] и автора [16], а также даются явные формулы для интерполирования $\xi(t)$)» (там же, с.142). Здесь [10] – статья А.Н.Колмогорова «Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей» («Известия АН СССР», 1941, том 5, № 1), [11] – работа М.Г.Крейна «Об одной экстраполяционной проблеме А.Н.Колмогорова» («Доклады АН СССР», 1945, том 46, № 8), [12] – статья М.Г.Крейна «Об одной аппроксимационной задаче теории экстраполяции и фильтрации стационарных случайных процессов» («Доклады АН СССР», 1954, том 94, № 1), [19] – работа М.Г.Крейна «Об одном методе эффективного решения обратной краевой задачи» («Доклады АН СССР», 1954, том 94, № 6), [15] – исследование Л.А.Заде и Р.Рагаццини (1950).

Индукция Джозефа Лео Дуба. Американский математик Дж.Л.Дуб (1957) обобщил знаменитую теорему Фату о радиальных и некасательных пределах. Марсель Брело в книге «О топологиях и границах в теории потенциала» (1974) пишет о развитии классической теории потенциала: «Кроме того, в классической теории были введены некоторые границы и, прежде всего, граница Мартина (см. книгу Константинеску и Корня [1]), а также понятие разреженности на этой границе (Наим [1]), с помощью которого Дуб [3, 4] получил окончательное обобщение знаменитой теоремы Фату о радиальных и некасательных пределах» (Брело, 1974, с.6). Здесь [3] – работа Дж.Л.Дуба (1957), [4] – работа Дж.Л.Дуба (1959). Для того, чтобы пояснить суть границы Мартина, обратимся к статье М.Г.Шура «Граница Мартина для линейного эллиптического оператора второго порядка» (Известия АН СССР, серия математическая, 1963, том 27), где автор указывает: «В 1941 г. появилась замечательная работа Мартина (14), в которой изучалась первая краевая задача для оператора Лапласа в произвольной области D m-мерного эвклидова пространства Rm. Из совокупности всех гармонических в D функций Мартин выделил класс минимальных положительных функций и показал, что любая неотрицательная гармоническая в D функция представима в виде некоторого интеграла по множеству минимальных функций. Эта работа Мартина послужила отправной точкой для многих дальнейших исследований, причем в большинстве из них рассматривался только случай оператора Лапласа в пространствах Грина [см., например, (7), (15)]» (Шур, 1963, с.45).

Индукция Джозефа Лео Дуба. Дж.Л.Дуб (1957) индуктивно (по аналогии) перенес результаты Мартина о положительных супергармонических функциях в область исследования финального поведения броуновского движения в произвольной области евклидова пространства. Дж.Л.Дуб догадался о возможности такого переноса, когда осознал аналогию между результатами Мартина и финальным поведением броуновского движения. Е.Б.Дынкин в статье «Эксцессивные функции и пространство выходов марковского процесса» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1970, том 15, вып.1) пишет: «Мы решаем две тесно связанные между собой задачи: а) описать все эксцессивные функции, соответствующие данному марковскому процессу; б) охарактеризовать финальное поведение траекторий процесса (т.е. их поведение, когда t стремится к моменту обрыва ζ). Связь между этими задачами, открытая Дубом в 1957 году [1], позволила ему применить результаты Мартина [8] о положительных супергармонических функциях к изучению финального поведения броуновского движения в произвольной области евклидова пространства» (Дынкин, 1970, с.38). Об этой же аналогии, обнаруженной Дж.Л.Дубом, говорит П.А.Мейер в монографии «Вероятность и потенциалы» (Москва, «Мир», 1973): «Фундаментальные работы Дуба и Ханта в течение приблизительно десяти последних лет показали, что определенные направления теории потенциала (изучение ядер, удовлетворяющих «полному принципу максимума») и некоторые ветви теории вероятностей (теория марковских полугрупп и процессов) образуют в действительности единую теорию. При этом не в чисто формальном смысле. Вероятностные методы заметно улучшили понимание некоторых фундаментальных идей теории потенциала (например, это касается понятий выметания, тонкости, полярных множеств). Более того, они привели к большому числу новых результатов в теории потенциала» (Мейер, 1973, с.9).

Индукция Г.А.Ханта, Х.Куниты и Т.Ватанабе. Г.А.Хант (1960), Х.Кунита и Т.Ватанабе (1965) индуктивно перенесли на различные типы марковских процессов с непрерывным временным параметром результаты Дж.Л.Дуба, который обнаружил аналогию между теорией границ Мартина и теорией марковских цепей и экстраполировал теорию Мартина в область исследования граничных задач, возникающих при рассмотрении броуновского блуждания. Следует отметить, что Т.Ватанабе независимо от Дж.Л.Дуба обратил внимание на аналогию, существующую между теорией Мартина и концепцией марковских процессов. М.Г.Шур в статье «О границе Мартина для некоторого класса марковских процессов» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1968, том 13, вып.1) отмечает: «Дуб и Ватанабе в своих известных работах (см., например, [7]) указали на связь теории границ Мартина с теорией марковских цепей. Дуб же обратил внимание на приложения теории Мартина к граничным задачам, возникающим при рассмотрении броуновского блуждания. Позже эти результаты были перенесены на различные типы марковских процессов с непрерывным временным параметром ([2], [9], [11]), причем наиболее общая ситуация была изучена Кунитой и Ватанабе в [11]» (Шур, 1968, с.170). Здесь [7] – работа Дж.Л.Дуба (1959), [9] – исследование Г.А.Ханта (1960), [11] – исследование Х.Куниты и Т.Ватанабе (1965), [2] – статья М.Г.Шура «Граница Мартина для линейного эллиптического оператора второго порядка» («Известия АН СССР», серия математическая, 1963, том 27, № 1).

Индукция Михаила Григорьевича Шура. Отечественный математик М.Г.Шур (1962) индуктивно перенес на произвольные эллиптические операторы теорию потенциала Мартина, позволяющую описывать множество всех положительных решений краевой задачи для оператора Лапласа. М.И.Фрейдлин в статье «Марковские процессы и дифференциальные уравнения» (сборник «Итоги науки», серия Теория вероятностей, математическая статистика, 1967) констатирует: «Задача описания множества всех положительных решений краевой задачи впервые рассматривалась Мартином [120]. Мартином рассматривался случай оператора Лапласа. (На произвольные эллиптические операторы теория перенесена М.Г.Шуром [87, 88]. Им была предложена некоторая конструкция, с помощью которой каждое положительное решение представлялось как линейная комбинация (континуальная) базисных решений. Базисные решения естественным образом отождествляются с точками границы Мартина – пополнением области в специальной метрике, связанной с оператором, делающей область компактом. Конструкция Мартина оказалась чрезвычайно полезной и интересной для теории марковских процессов» (Фрейдлин, 1967, с.50). Здесь [87] – работа М.Г.Шура «О границе Мартина для линейных эллиптических операторов» («Доклады АН СССР», 1962, том 144, № 2), [88] – статья М.Г.Шура «Граница Мартина для линейного эллиптического оператора второго порядка» («Известия АН СССР», серия математическая, 1963, том 27, № 1).

Индукция Михаила Григорьевича Шура. М.Г.Шур (1977) обобщил на все функции, интегрируемые по некоторой подходящей мере υ, эргодическую теорему Чакона-Орнштейна. М.Г.Шур в статье «Эргодическая теорема для марковских процессов» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1977, том 22, вып.4) повествует: «В заметке [8] была доказана эргодическая теорема, служащая уточненной версией теоремы Чакона-Орнштейна. Настоящая работа отвечает на два вопроса, возникающие в связи с основным результатом [8]: а) можно ли этот результат распространить на все функции, интегрируемые по некоторой подходящей мере υ, и б) можно ли предположение о наличии процесса, двойственного основному, заменить более простым условием? На каждый из этих вопросов дается положительный ответ (см. теоремы 1 и 3)» (Шур, 1977, с.712). Здесь [8] – работа М.Г.Шура «Эргодическая теорема для марковских процессов» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1976, том 21, вып.2).

Индукция Михаила Григорьевича Шура. М.Г.Шур (1988) перенес на более общую ситуацию известную теорему А.Авеса (Авеза), сформулированную им в 1973 году и рассматривающую симметричные блуждания на дискретной группе. М.Г.Шур в статье «К предельным теоремам для отношений, порожденных случайными блужданиями в однородных пространствах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1988, том 33, вып.4) пишет: «В § 8 мы занимаемся поиском обобщений хорошо известной теоремы Аве [1], в которой речь идет о симметричных блужданиях на дискретной группе без каких-либо предположений типа лиувиллевости, возвратности и т.п. Наша теорема 8.1 предлагает такое обобщение в случае несингулярного симметричного блуждания с R=1, происходящего на группе X(G=X)…» (Шур, 1988, с.707). Здесь [1] – исследование А.Авеса (1973).

Индукция Юрия Васильевича Прохорова. Ю.В.Прохоров (1952) обобщил на широкий класс дискретных распределений известное асимптотическое разложение, уточняющее центральную предельную теорему при выполнении условия Крамера. С.П.Новиков, В.В.Сазонов и Л.Д.Фаддеев в статье «Юрий Васильевич Прохоров (к семидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 2000, том 55, вып.5 (335)), перечисляя основные работы Ю.В.Прохорова, указывают: «Из других работ Ю.В.Прохорова в области классических предельных теорем следует отметить работу 1952 г., в которой известное асимптотическое разложение, уточняющее центральную предельную теорему при выполнении условия Крамера, было обобщено на широкий класс дискретных распределений…» (Новиков и др., 2000, с.188).

Индукция Анатолия Скорохода. Советский математик А.В.Скороход (1956) индуктивно перенес на случай цепи Маркова ряд результатов Ю.В.Прохорова (1953). Дж.Дуб в книге «Вероятностные процессы» (1956) пишет: «Очень важным является вопрос о предельном переходе от функционалов, заданных на последовательности сумм независимых или связанных в цепь Маркова случайных величин, к функционалам, заданным на предельном процессе с непрерывным временем. Для сумм независимых величин наиболее окончательный результат по этому вопросу был получен Прохоровым [4, 1953]. Скороход [2, 1956] перенес эти исследования на случай цепи Маркова» (Дуб, 1956, с.582). Здесь [4] – статья

Ю.В.Прохорова «Распределение вероятностей в функциональных пространствах» (УМН, 1953, том 8, № 3), [2] – работа А.В.Скорохода «Об одном классе предельных теорем для цепей Маркова» («Доклады АН СССР», 1956, том 106).

Индукция Анатолия Скорохода. А.В.Скороход (1966) обобщил знаменитую формулу К.Ито, дающую преобразование стохастических интегралов по винеровским процессам. А.В.Скороход в статье «О локальном строении непрерывных марковских процессов» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1966, том 11, вып.3), а именно в пункте 5 данной статьи под названием «Обобщенная формула Ито» говорит: «Этот пункт посвящен выводу одной формулы, обобщающей формулу Ито преобразования стохастических интегралов по винеровским процессам (см. теорему 7.2 из [5], стр.310-311)» (Скороход, 1966, с.392). Здесь [5] – книга Е.Б.Дынкина «Марковские процессы» (Москва, «Физматгиз», 1963). О своем обобщении формулы К.Ито А.В.Скороход сообщает также в статье «Однородные марковские процессы без разрывов второго рода» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1967, том 12, вып.2), где он говорит: «Установим теперь одну формулу преобразования стохастических интегралов и М-функционалов, обобщающую формулу Ито, а также формулу преобразования интегралов по пуассоновской мере [5], [6]» (Скороход, 1967, с.264). Здесь [5] – работа К.Ито (1951), [6] – статья И.И.Гихмана и А.Я.Дороговцева «Об устойчивости решений стохастических дифференциальных уравнений» («Украинский математический журнал», 1965, том 17, № 6).

Индукция Анатолия Скорохода. А.В.Скороход (1975) обобщил ряд результатов общей теории стохастических интегралов по случайным мерам с ортогональными значениями, построенной Г.Крамером. Нам известно, что сам Г.Крамер (1940) обобщил стохастический интеграл по винеровскому процессу, введенный Н.Винером (1930). А.В.Скороход в статье «Об одном обобщении стохастического интеграла» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1975, том 20, вып.2) пишет: «В настоящей работе предлагается такое обобщение интеграла по гауссовой мере с ортогональными значениями, аналогичное интегралу Г.Крамера, но пригодное уже и для случайных интегрируемых функций» (Скороход, 1975, с.223). «Для построения интеграла в этой работе, - поясняет А.В.Скороход, - будут использоваться некоторые обобщения кратных винеровских интегралов. Интеграл будет строиться как «случайный линейный функционал» в абстрактном гильбертовом пространстве и роль кратных винеровских интегралов будут играть ортогональные полиномы от случайных гауссовых величин в гильбертовом пространстве…» (там же, с.224).

Индукция Ульфа Гренандера. Ульф Гренандер (1961) индуктивно перенес на случайные процессы основные понятия и методы математической статистики, изложенные в книге Г.Крамера «Математические методы статистики» (1948). А.М.Яглом в предисловии к книге У.Гренандера «Случайные процессы и статистические выводы» (Москва, ИЛ, 1961) пишет: «Цель работы Гренандера состоит в аккуратном перенесении на случайные процессы основных статистических понятий и методов, собранных, например, в хорошо известной нашим читателям книге Г.Крамера «Математические методы статистики». При этом обнаруживается, что в некоторых случаях мы с самого начала сталкиваемся с весьма значительными трудностями, которые и по сей день остаются еще непреодоленными; кое-что, однако, удается перенести без особых усилий» (Яглом, 1961, с.6). Сам Ульф Гренандер в своей монографии говорит: «Цель этой диссертации отчасти состоит в том, чтобы показать возможность приложения статистических понятий и методов к случайным процессам…» (Гренандер, 1961, с.8). «Рассмотрение статистических проблем в настоящей работе, - детализирует У.Гренандер, - опирается на идеи, содержащиеся в «Математических методах статистики» Г.Крамера – статистические методы мы строим на основе строгой математической теории вероятностей» (там же, с.8).

Индукция Евгения Борисовича Дынкина. Е.Б.Дынкин (1963) обобщил конструкцию Н.Винера, который при решении задачи нахождения класса операторов, каждому из которых соответствует марковский процесс в евклидовом пространстве определенной размерности, поступал следующим образом. Н.В.Крылов в статье «О квазидиффузионных процессах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1966, том 11, вып.3) пишет о Н.Винере: «Впервые подобной задачей занимался еще в 1923 году Н.Винер, который по оператору Лапласа Δ построил процесс броуновского движения (винеровский процесс). При этом построении он пользовался свойствами фундаментального решения параболического уравнения $du/dt = \Delta u$. Обобщение конструкции Н.Винера привело к построению марковского процесса в случае, когда оператор имеет ограниченные гельдеровские коэффициенты, равномерно невырожденную матрицу $(a_{ij}(x))$ и $c(x) \geq 0$ ([1], гл.5, § 6). Оказалось, что такой процесс является диффузионным с производящим оператором L» (Крылов, 1966, с.424). Здесь [1] – монография Е.Б.Дынкина «Марковские процессы» (Москва, «Физматгиз», 1963).

Индукция Мишеля Лоэва. М.Лоэв (1962) обобщил на широкий класс последовательностей $\{a_n\}$ результат Ю.В.Прохорова (1950), который нашел необходимое и достаточное условие для усиленного закона больших чисел (УЗБЧ) с последовательностью нормирующих постоянных $a_n=n$. А.И.Мартикайнен в статье «О необходимых и достаточных условиях для усиленного закона больших чисел» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1979, том 24, вып.4) пишет: «В 1950 году Ю.В.Прохоров [1] нашел необходимое и достаточное условие для УЗБЧ с последовательностью нормирующих постоянных $a_n=n$, формулируемое следующим образом: $\sum P(\mathrm{I}S2^n - S2^{n-1} - m(S2^n - S2^{n-1})\mathrm{I} \geq \varepsilon 2^n) < \infty$ $\varepsilon > 0$. Лоэв [9] отметил, что этот результат легко обобщается на более широкий класс последовательностей $\{a_n\}$» (Мартикайнен, 1979, с.814). Здесь [1] – статья Ю.В.Прохорова «Об усиленном законе больших чисел» («Известия АН СССР», серия математическая, 1950, том 14, вып.6).

Индукция Валентина Владимировича Петрова. В.В.Петров (1954) распространил известную теоретико-вероятностную теорему Крамера на случай неодинаково распределенных величин. В.В.Петров в статье «Обобщение предельной теоремы Крамера» (УМН, 1954, том 9, вып.4 (62)) отмечает: «Настоящая заметка, представляющая собой усиление результатов автора [3], содержит обобщение теоремы Крамера на неодинаково распределенные величины, из которого следует теорема Крамера» (Петров, 1954, с.196). Теорема Крамера обобщалась многократно, в связи с чем можно упомянуть статью Г.П.Чистякова «Обобщение теорем Г.Крамера и Ю.В.Линника-В.П.Скитовича» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1970, том 15, вып.2), а также работу В.П.Скитовича «Еще об обобщении теоремы Крамера» («Вестник Ленинградского государственного университета», 1958, № 1). Для того, чтобы раскрыть смысл теоремы Крамера, обратимся к 1-му тому книги В.Феллера «Введение в теорию вероятностей и ее приложения» (1964), где автор пишет: «Мы начнем с известной теоремы, высказанной П.Леви и доказанной в 1936 г. Г.Крамером. К сожалению, ее доказательство опирается на теорию аналитических функций и потому несколько выходит за рамки нашей трактовки теории характеристических функций. Теорема 1. Пусть X1 и X2 – независимые случайные величины, сумма которых распределена нормально. Тогда X1 и X2 имеют нормальное распределение. Другими словами, нормальное распределение может быть разложено только на нормальные компоненты» (Феллер, 1964, с.600).

Индукция Александра Мартикайнена и Валентина Петрова. А.И.Мартикайнен и В.В.Петров (1977) нашли один из вариантов теоремы об усиленном законе больших чисел благодаря тому, что индуктивно обобщили теорему Ю.В.Прохорова (1950), дающую необходимые и достаточные условия применимости усиленного закона больших чисел. А.И.Мартикайнен и В.В.Петров в статье «О необходимых и достаточных условиях для закона повторного логарифма» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1977, том 22, вып.1) пишут об одном из вариантов теоремы об усиленном законе больших чисел, который они нашли: «Эта теорема является обобщением одной теоремы Ю.В.Прохорова [5], указывающей необходимые и достаточные условия применимости усиленного закона больших чисел для случая $a_n=n$. Другое обобщение теоремы Ю.В.Прохорова получено М.Лоэвом [6]…» (Мартикайнен, Петров, 1977, с.25). Здесь [5] – статья Ю.В.Прохорова «Об усиленном законе больших чисел» («Известия АН СССР», 1950, том 14, № 6), [6] – монография М.Лоэва «Теория вероятностей» (Москва, ИЛ, 1962).

Индукция Леонида Викторовича Розовского. Л.В.Розовский (1997) индуктивно распространил на случай неограниченных случайных величин знаменитую теорему А.Н.Колмогорова о законе повторного логарифма. Л.В.Розовский в статье «О законе повторного логарифма для сумм независимых случайных величин с конечными дисперсиями» («Записки научных семинаров ПОМИ», 1997, том 244) пишет: «Основной целью настоящей заметки является нахождение простых, но в то же время достаточно общих новых условий, которые позволяют распространить фундаментальную теорему А.Н.Колмогорова ([1; 2, гл. VII, теорема 1]) на случай неограниченных случайных величин. В этом смысле статья продолжает исследования из работы [3], в которой помимо прочего можно найти краткую справку по истории вопроса» (Розовский, 1997, с.257). Здесь [1] – исследование А.Н.Колмогорова (1929), [3] – работа А.И.Мартикайнена «Об одностороннем законе повторного логарифма» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1985, том 30, № 4).

Индукция В.С.Варадарайна. Индийский математик В.С.Варадарайн (1961) обобщил теорему Ю.В.Прохорова о сохранении полных метризуемых пространств функторами вероятностных мер. Ю.В.Садовничий в докторской диссертации «О топологических и категорных свойствах функторов единичного шара борелевских мер» (Москва, 2003) отмечает: «В 1961 году появилась обстоятельная статья В.С.Варадарайна [7]. В ней, в частности, теорема Прохорова о сохранении полных метризуемых пространств функторами вероятностных мер была обобщена следующим образом: положительный конус M+ T-аддитивных бэровских мер сохраняет класс полных метризуемых пространств» (Ю.В.Садовничий, 2003). Сам В.С.Варадарайн в статье «Меры на топологических пространствах» («Математический сборник», 1961, том 55 (97), № 1) пишет: «Следующая теорема является обобщением одной теоремы А.Н.Колмогорова и Ю.В.Прохорова, установленной ими для полных сепарабельных метрических пространств ([14], стр.119). Теорема 6. Пусть X – топологическое пространство и u_0 – U-база такая, что: 1) $X\in u_0$ и 2) если $U1\in u_0$, $U2\in u_0$, то $U1\cap U2\in u_0$. Тогда если $m\in M^+$ (X) и $\{m\alpha\}$ – сеть в M^+ (X), то достаточным условием для сходимости $m\alpha\to m$ будет выполнение соотношения $m\alpha(A) \to m(A)$ для всех $A\in u_0$» (Варадарайн, 1961, с.59). А вот еще один результат В.С.Варадарайна, обобщающий одну из теорем Ю.В.Прохорова. В.С.Варадарайн в той же статье «Меры на топологических пространствах» аргументирует: «Ю.В.Прохоровым было доказано, что если X – полное сепарабельное метрическое пространство, то множество $F \subseteq M\delta$ (X) относительно компактно тогда и только тогда, когда оно плотно. Ясно, что в этом случае $M\delta$ (X) = Mt (X). Нами получены две теоремы, существенно обобщающие теорему Ю.В.Прохорова» (Варадарайн, 1961, с.96).

Индукция Юрия Владимировича Линника. Советский математик Ю.В.Линник (1938) индуктивно обобщил теорему Фробениуса (1882), согласно которой над полем всех реальных чисел только кватернионы и их подалгебры обладают одновременно свойствами ассоциативности и отсутствием делителей нуля. Ю.В.Линник в статье «Обобщение теоремы Фробениуса и установление связи ее с теоремой Гурвица о композиции квадратичных форм» (Известия АН СССР, серия математическая, 1938, том 2, вып.1) констатирует: «Фробениус в 1882 г. показал, что над полем всех реальных чисел только кватернионы и их подалгебры обладают одновременно свойствами ассоциативности и отсутствием делителей нуля (среди всех линейных алгебр с конечным базисом). В 1898 г. Гурвицом было установлено отсутствие композиции в смысле Гаусса у квадратичных форм с числом переменных более 8. Целью настоящей работы является такое обобщение теоремы Фробениуса, из которого последнее обстоятельство вытекает как следствие и получает интерпретацию с помощью неассоциативных алгебр» (Линник, 1938, с.41).

Индукция Юрия Линника и Иосифа Островского. Ю.В.Линник и И.В.Островский распространили на многомерный случай две теоретико-вероятностных теоремы А.Я.Хинчина. Согласно первой теореме А.Я.Хинчина, всякий закон F, имеющий неразложимые компоненты, можно представить в виде F = G*G1*G2*…, где закон G не имеет неразложимых компонент, а законы G1, G2, … - неразложимые (их множество может быть конечно или счетно). Вторая теорема А.Я.Хинчина гласит: класс I_0 является собственным подклассом класса безгранично делимых законов (класс I_0 – это класс законов, не имеющих неразложимых компонент). Ю.В.Линник и И.В.Островский в книге «Разложения случайных величин и векторов» (Москва, «Наука», 1972), обозначая первую теорему А.Я.Хинчина символом 3.4.1, а вторую его теорему – символом 3.5.1, пишут: «Покажем теперь, что теоремы 3.4.1 и 3.5.1 А.Я.Хинчина распространяются на многомерный случай. Обобщением теоремы 3.4.1 является следующая теорема. Теорема 6.2.6. Всякий n-мерный закон P, имеющий неразложимые компоненты, можно представить в виде $P=P^{(0)} * P^{(1)} * P^{(2)} * \ldots$, где закон $P^{(0)}$ не имеет неразложимых компонент, а законы $P^{(1)}$, $P^{(2)}$, … - неразложимые (их множество может быть конечным или счетным)» (Линник, Островский, 1972, с.246). «Перенесем на многомерный случай, - продолжают отечественные математики, - теорему 3.5.1 А.Я.Хинчина. Теорема 6.2.7. Класс I_{0n} является собственным подклассом класса – мерных безгранично делимых законов» (там же, с.247). Отметим, что вторая теорема А.Я.Хинчина ранее обобщалась К.Р.Партасарати и С.Варадханом (1963).

Индукция Иосифа Владимировича Островского. И.В.Островский (1961) обобщил результаты М.Г.Крейна о распределении значений функций, представимых абсолютно сходящимися рядами простейших дробей. Данные результаты были изложены в работе лауреата премии Вольфа за 1982 год М.Г.Крейна «К теории целых функций экспоненциального типа» (Известия АН СССР, серия математическая, 1947, том 11). В частности, И.В.Островский обобщал теоремы относительно распределения значений мероморфных при $|z| < \infty$ функций, представимых в виде тригонометрического ряда, который справа предполагается сходящимся абсолютно. И.В.Островский в статье «Связь роста мероморфной функции с распределением ее значений по аргументам» (Известия АН СССР, серия математическая, 1961, том 25, вып.2) пишет: «В работах М.Г.Крейна (6) и М.В.Келдыша (5) изучалось распределение значений функций, представимых абсолютно сходящимися рядами простейших дробей… В настоящей работе обобщаются результаты работы (6). Замечу, что к основным результатам работы я пришел, отправляясь от попыток снять излишние ограничения в основной теореме работы (6)» (Островский, 1961, с.280). Здесь (6) – работа М.Г.Крейна «К теории целых функций экспоненциального типа» [Известия АН СССР, 1947, том 11], (5) – статья М.В.Келдыша «О рядах по рациональным дробям» [«Доклады АН СССР», 1954, том 94, № 3].

Индукция Иосифа Владимировича Островского. И.В.Островский (1961) обобщил классическую теорему Шоттки. И.В.Островский в статье «Связь роста мероморфной функции с распределением ее значений по аргументам» (Известия АН СССР, серия математическая, 1961, том 25, вып.2), а именно в параграфе 2 говорит: «…В этом параграфе мы выведем из теоремы 5 один результат, который можно рассматривать как некоторое обобщение классической теоремы Шоттки» (Островский, 1961, с.322).

Индукция Иосифа Владимировича Островского. И.В.Островский (1965) перенес на более общую ситуацию, а именно на многомерный случай теорему Ю.В.Линника о делителях свертки гауссовского распределения и пуассоновского распределения. Независимо от И.В.Островского аналогичное обобщение теоремы Ю.В.Линника получил Р.Кюппан (1966). Г.М.Фельдман и А.Е.Фрынтов в статье «О разложении свертки распределений Гаусса и Пуассона на локально компактных абелевых группах» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1979, том 13, вып.4) пишут: «Основным результатом настоящей работы является доказательство аналога для групп теоремы Ю.В.Линника о делителях свертки гауссовского распределения и пуассоновского распределения на R. Соответствующий результат установлен нами при следующем ограничении: мы считаем, что группа G, классом смежности которой является носитель гауссовского распределения, имеет конечную размерность. При этом предположении имеет место теорема 1. Пусть гауссовское распределение υ и пуассоновское распределение π на группе X имеют только гауссовские и пуассоновские делители соответственно. Тогда их свертка μ=υ*π имеет своими делителями только свертки гауссовского распределения и пуассоновского распределения. Для группы X=R эта теорема была открыта Ю.В.Линником [4], а затем была обобщена на группу R^n независимо И.В.Островским [5] и Кюппаном [6]» (Фельдман, Фрынтов, 1979, с.93). Здесь [4] – работа Ю.В.Линника (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1957, том 2, № 1), [5] – исследование И.В.Островского (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1965, том 10, № 4), [6] – работа Р.Кюппана (1966). Сам И.В.Островский говорит о своем обобщении теоремы Линника на многомерный случай следующее. В статье «Многомерный аналог теоремы Ю.В.Линника о разложениях композиции законов Гаусса и Пуассона» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1965, том 10, вып.4) он пишет: «Ю.В.Линник [3] [4] (стр.122) доказал следующую теорему, содержащую и теорему Крамера и теорему Райкова: если сумма двух независимых случайных величин распределена по закону, являющемуся композицией законов Гаусса и Пуассона, то и каждая из этих величин распределена по закону, являющемуся композицией законов Гаусса и Пуассона, то и каждая из этих величин распределена по закону, являющемуся композицией законов Гаусса и Пуассона. В работе [1] Крамер показал также, что установленная им теорема имеет многомерный аналог: если сумма двух независимых n-мерных случайных векторов распределена по n-мерному закону Гаусса, то и каждый из этих векторов распределен по n-мерному закону Гаусса. Многомерный аналог теоремы Райкова был получен в работе Тейчера [5]. В настоящей заметке устанавливается многомерный аналог теоремы Ю.В.Линника» (Островский, 1965, с.742). Здесь [1] – исследование Г.Крамера (1936), [5] – работа Х.Тейчера (1954).

Индукция Иосифа Владимировича Островского. И.В.Островский распространил на более общий случай одну из теорем Д.Пойа (1913), того самого Пойа, который является автором книги «Математика и правдоподобные рассуждения» (1975). В.С.Азарин, А.А.Гольдберг, А.И.Ильин и другие в статье «Иосиф Владимирович Островский (к семидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 2005, том 60, вып.1 (361)) пишут: «В 1913 г. Д.Пойа доказал, что если при всех достаточно больших n отрезки Sn имеют только отрицательные нули, то f(z) – целая функция нулевого порядка. В работах И.В.Островского этот результат углублялся и обобщался в различных направлениях» (Азарин и др., 2005, с.187).

Индукция Иосифа Владимировича Островского. И.В.Островский совместно с А.М.Улановским обобщил теорему Леви-Райкова-Марцинкевича об аналитическом продолжении преобразования Фурье конечной меры. В.С.Азарин, А.А.Гольдберг, А.И.Ильин и другие в статье «Иосиф Владимирович Островский (к семидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 2005, том 60, вып.1 (361)) констатируют: «В частности, согласно теореме П.Леви, Д.А.Райкова и Й.Марцинкевича, если преобразование Фурье конечной меры аналитически продолжается на интервал (0, ir) комплексной плоскости, то оно допускает аналитическое продолжение в полосу $\{t:0 < \mathrm{Im}t < r\}$. И.В.Островским и А.М.Улановским получены далеко идущие обобщения этой теоремы, в частности, на растущие функции и распределения» (Азарин и др., 2005, с.187).

Индукция Джона (Дьерди) Пойа. Д.Пойа обобщил теорему Н.Я.Сонина. Ф.Трикоми в книге «Дифференциальные уравнения» (Москва, ИЛ, 1962) пишет: «…При помощи построения подходящей вспомогательной монотонной функции, аналогичной функции υ(x), довольно легко установить следующую элегантную теорему Сонина-Пойа. Пусть коэффициенты p(x) и P(x) уравнения (16) непрерывны вместе с их производными первого порядка в некотором интервале [a, b]; пусть произведение p(x) P(x) является неубывающей (невозрастающей) функцией x в этом интервале, а функция p(x) на нем не обращается в нуль. Тогда возможные максимумы и минимумы любого решения y(x) уравнения (16) внутри интервала (a, b) таковы, что соответствующие значения |y| образуют невозрастающую (неубывающую) последовательность» (Трикоми, 1962, с.130-131). Далее Ф.Трикоми сообщает: «Эта теорема, доказанная первоначально Н.Я.Сониным для случая $p(x)\equiv1$, была недавно обобщена Пойа на случай уравнений вида (16)» (там же, с.130). Здесь уравнение вида (16) – это уравнение, которое получается путем преобразований линейного однородного уравнения второго порядка $A(x)y''+B(x)y'+C(x)y=0$.

Индукция Пала Турана. Венгерский математик П.Туран (1934) доказал теорему Харди-Рамануджана в результате того, что индуктивно перенес в теорию чисел метод доказательства слабого закона больших чисел, то есть метод, заимствованный из теории вероятностей. Этот перенос больше похож на аналогию, но сошлемся на то, что аналогия является разновидностью индуктивных рассуждений. Марк Кац в книге «Статистическая независимость в теории вероятностей, анализе и теории чисел» (Москва, ИЛ, 1963) повествует о том, как П.Туран доказал теорему Харди-Рамануджана, то есть утверждение о том, что почти каждое целое m имеет приближенно Log Logm простых делителей, которое в 1917 г. было доказано Харди и Рамануджаном: «Доказательство, приведенное выше, предложено П.Тураном, и оно гораздо проще первоначального доказательства Харди-Рамануджана. Как читатель может заметить, прием Турана является прямым аналогом доказательства слабого закона больших чисел, которое мы дали в п.1 гл.2. Это еще один пример, когда идеи, заимствованные из одной области, приводят к плодотворным применениям в другой» (Кац, 1963, с.109). О доказательстве П.Турана, основанном на аналогии, пишет также И.П.Кубилюс в статье «Вероятностные методы в теории чисел» (УМН, 1956, том 11, вып.2 (68)): «С другой стороны, теорема Харди и Рамануджана представляет собой аналог теоретико-вероятностного закона больших чисел. Поэтому, естественно, возникает мысль об использовании для ее доказательства соображений, аналогичных употребляемым в доказательстве закона больших чисел. Такое доказательство было найдено в 1934 г. П.Тураном [13]» (Кубилюс, 1956, с.34). «Нетрудно усмотреть в доказательстве П.Турана, - поясняет И.П.Кубилюс, - аналог метода Чебышева для доказательства закона больших чисел. П.Туран [14] обобщил также теорему Харди и Рамануджана на более широкий класс сильно аддитивных арифметических функций» (там же, с.35).

Индукция Ионаса Кубилюса. Известный литовский математик, академик Литовской Академии наук, И.П.Кубилюс индуктивно перенес на семейства сильно аддитивных арифметических функций многие результаты теории сложения независимых величин и некоторые идеи теории марковских процессов. Другими словами, И.П.Кубилюс распространил в теорию чисел идеи и методы теории вероятностей. Ю.В.Линник в статье «Теория чисел» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) пишет: «Вероятностная теория чисел представлена работами И.П.Кубилюса [6-11]. И.П.Кубилюс систематически распространяет на семейства сильно аддитивных арифметических функций теоремы и асимптотические оценки теории сложения независимых величин и некоторые результаты теории марковских процессов. Особенно интересен данный им аналог теоремы А.Н.Колмогорова о марковских процессах в теории простых чисел…» (Линник, 1959, с.139). Сам И.П.Кубилюс пишет о своем переносе в книге «Вероятностные методы в теории чисел» (1962) следующее: «Перенесение в теорию чисел идей и методов теории вероятностей позволяет по-новому подойти к некоторым вопросам арифметики, снабжает теорию чисел новым арсеналом тонких методов исследования и приводит к новым, иногда весьма неожиданным результатам» (Кубилюс, 1962, с.10).

Индукция Ионаса Кубилюса. И.П.Кубилюс обобщил теорему Эрдеша-Каца. И.П.Кубилюс в статье «Вероятностные методы в теории чисел» (УМН, 1956, том 11, вып.2 (68)) констатирует: «Применяя теорию суммирования независимых случайных величин, мы докажем теперь весьма общую теорему о распределении значений сильно аддитивных функций, охватывающую довольно широкий класс таких функций и содержащую в себе как частный случай теорему Эрдеша и Каца» (Кубилюс, 1956, с.43).

Индукция Б.Рамачандрана. Индийский математик Б.Рамачандран обобщил на случай линейных форм со счетным числом слагаемых известную теорему В.П.Скитовича-Г.Дармуа. Ю.В.Линник и И.В.Островский в книге «Разложения случайных величин и векторов» (1972) пишут: «Перенесение теоремы В.П.Скитовича-Г.Дармуа на случай линейных форм со счетным числом слагаемых может быть основано на теореме 7.2.1 о счетных α-разложениях. Это перенесение осуществлено Б.Рамачандраном (см. [3], стр.170-180)» (Линник, Островский, 1972, с.332).

Индукция К.Р.Партасарти (Партасарати), С.Варадхана, В.В.Сазонова и других ученых. К.Р.Партасарти, С.Варадхан, В.В.Сазонов и другие ученые (1962, 1964) обобщили на абелевы группы теорему Леви-Хинчина из математической теории вероятностей. Мы уже указывали, что ранее эту теорему обобщали А.Н.Колмогоров и Б.В.Гнеденко. В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25), говоря о публикации Берлинга (1960-е годы), в которой было дано элегантное доказательство теоремы Леви-Хинчина, отмечает: «Почти одновременно с этой публикацией появились результаты Партасарти, Рао, Варадхана и В.В.Сазонова, в которых теорема Леви-Хинчина распространялась на абелевы группы» (Гурарий, 1988, с.114). Отметим, что имеется совместная работа К.Р.Партасарти и В.В.Сазонова «К представлению безгранично делимых распределений на локально компактной абелевой группе» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1964, том 9, вып.1), в которой излагается обобщение теоремы Леви-Хинчина на случай абелевых групп. Еще раз процитируем Г.Секея, который в книге «Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике» (Москва, «Мир», 1990) поясняет суть теоремы Леви-Хинчина: «Легко показать, что функция распределения суммы X1 + X2 + … + X n всегда безгранично делима, если X1, X2, … - произвольные независимые одинаково распределенные случайные величины, принимающие неотрицательные целочисленные значения, и N – случайная величина с пуассоновским распределением, не зависящая от всех Xi. В то же время из теоремы Леви-Хинчина следует, что всякое безгранично делимое распределение, сосредоточенное на неотрицательных целых числах, представимо именно таким образом» (Секей, 1990, с.194-195). Обобщение теоремы Хинчина рассматривается также в статье Л.З.Лифшица, И.В.Островского и Г.П.Чистякова «Арифметика вероятностных законов» (сборник «Итоги науки и техники», 1975, том 12). В данной статье, в частности, указывается: «Фундаментальную роль в проблеме описания класса I_0 (класса законов, не имеющих неразложимых компонент – Н.Н.Б.) играет следующая теорема. Теорема А.Я.Хинчина. Класс I_0 является собственным подклассом класса безгранично делимых законов. Эта теорема так же, как и теорема о факторизации, была получена А.Я.Хинчиным [69] в одномерном случае, а позднее обобщена в работе Партасарати, Рао и Варадхана [181]» (Лифшиц и др., 1975, с.11). Здесь [69] – статья

А.Я.Хинчина «Об арифметике законов распределения» («Бюллетень МГУ», 1937), [181] – работа К.Р.Партасарати, Р.Ранга Рао, С.Р.С.Варадхана (1963).

Индукция Вячеслава Сазонова и Нодара Канделаки. Отечественные математики В.В.Сазонов и Н.П.Канделаки (1964) обобщили на случайные элементы, принимающие значения из гильбертова пространства, известную теорему Линдеберга-Феллера. Ю.Л.Далецкий в статье «Интегрирование в функциональных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия Математика, математический анализ, 1967) указывает: «Н.П.Канделаки и В.В.Сазонов перенесли на случай распределений в гильбертовом пространстве теорему Линдеберга-Феллера [45]» (Далецкий, 1967, с.86). В.В.Сазонов и Н.П.Канделаки в статье «К центральной предельной теореме для случайных элементов, принимающих значения из гильбертова пространства» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1964, том 9, вып.1) констатируют: «Вопрос об обобщении центральной предельной теоремы на случайные элементы со значениями в бесконечномерных пространствах рассматривался в работах [1], [2], [3] и других. Настоящая работа продолжает это исследование. В ней обобщается теорема Линдеберга-Феллера на случайные элементы, принимающие значения из гильбертова пространства. Нормировка частичных сумм производится посредством ограниченных линейных операторов» (Сазонов, Канделаки, 1964, с.43). Здесь [3] – работа Ю.В.Прохорова «Сходимость случайных процессов и предельные теоремы теории вероятностей» (ТВП, 1956, том 1, вып.2). Об этом же В.В.Сазонов пишет в автореферате своей докторской диссертации «Исследования по многомерным и бесконечномерным и предельным теоремам теории вероятностей» («Математические заметки», 1968, том 4, № 5): «В первом параграфе первой главы обобщается теорема Линдеберга-Феллера на случайные величины со значениями в гильбертовом сепарабельном пространстве. Для случая одинаково распределенных слагаемых соответствующий результат впервые был получен Е.Мурье [1] (см. также [2])» (Сазонов, 1968, с.612). Здесь [1] – исследование Е.Мурье (1953).

Индукция Вячеслава Васильевича Сазонова. В.В.Сазонов (1964) перенес на более общую ситуацию теоремы Ю.В.Прохорова, изложенные им в статье «О случайных мерах на компакте» («Доклады АН СССР», 1961, том 138, № 1). В.В.Сазонов в работе «О распределениях в пространствах, двойственных к упорядоченным линейным пространствам» («Труды МИАН СССР», 1964, том 71) пишет: «В этой заметке обобщаются результаты Ю.В.Прохорова о случайных мерах на компактах (см. [1]). Целью этого обобщения является нахождение той естественной ситуации, в которой верны указанные результаты. Приводимые теоремы могут быть получены методом, схожим с методом Прохорова» (Сазонов, 1964, с.102). Здесь [1] – вышеупомянутая статья Ю.В.Прохорова «О случайных мерах на компакте» («Доклады АН СССР», 1961, том 138, № 1).

Индукция Вячеслава Сазонова и Валерия Тутубалина. В.В.Сазонов и В.Н.Тутубалин (1966) распространили на случай абелевых локально компактных групп со второй аксиомой счетности три основных теоремы из теории суммирования серий бесконечно малых вещественных случайных величин. В.В.Сазонов и В.Н.Тутубалин в статье «Распределение вероятностей на топологических группах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1966, том 11, вып.1) поясняют: «В основе теории суммирования серий бесконечно малых вещественных случайных величин лежат следующие три результата: теорема о сопровождающих безгранично делимых распределениях (из которой, в частности, следует, что совокупность безгранично делимых распределений совпадает с совокупностью пределов композиций бесконечно малых распределений), представление характеристической функции безгранично делимого распределения, условия сходимости безгранично делимых распределений в терминах представлений их характеристических функций (см. [11]). Указанные основные результаты обобщаются в гл.4 на случай абелевых локально компактных групп со второй аксиомой счетности» (Сазонов, Тутубалин, 1966, с.6). Чуть ниже

В.В.Сазонов и В.Н.Тутубалин вновь обсуждают вопрос об обобщении трех основных теорем из теории суммирования серий бесконечно малых вещественных случайных величин: «Мы покажем, как можно обобщить классические теоремы о сопровождающих безгранично делимых распределениях, о представлении характеристических функций безгранично делимых распределений, а также о сходимости таких распределений. Между этими обобщениями частично сохраняется и та связь, на основе которой строится красивая и содержательная теория сходимости композиций бесконечно малых распределений в классическом случае. Наше изложение будет следовать, в основном, работе [21]» (там же, с.22). Здесь [21] – статья К.Р.Партасарати, Р.Ранга Рао, С.Варадхана «Распределения вероятностей на локально-компактных абелевых группах» (сборник «Математика», 1965, том 9, вып.2). Следует заметить, что В.Н.Тутубалин еще в 1963 году обобщил классическую теорию суммирования независимых случайных величин. В статье «Предельное поведение композиций мер в некоторых однородных пространствах» (Известия АН СССР, серия математическая, 1963, том 27, вып.6) В.Н.Тутубалин говорит о своем исследовании: «В работе рассматривается задача об обобщении классической теории суммирования независимых случайных величин на случай, когда случайные величины могут принимать значения из некоторой группы» (Тутубалин, 1963, с.1301). Чуть ниже в той же статье отечественный математик вновь обсуждает данный вопрос: «Настоящая работа представляет собой попытку обобщить классическую теорию суммирования независимых случайных величин на случай, когда рассматриваемые случайные величины принимают не числовые, а матричные значения (и вместо суммирования чисел в качестве групповой операции рассматривается перемножение матриц)» (там же, с.1301).

Индукция Вячеслава Сазонова и Валерия Тутубалина. В.В.Сазонов и В.Н.Тутубалин (1966) распространили на случайные величины со значениями из группы ранее известную теорему о том, что для ряда из независимых обычных (принимающих действительные значения) случайных величин сходимости по распределению, по вероятности и с вероятностью 1 эквивалентны. В.В.Сазонов и В.Н.Тутубалин в одной из глав статьи «Распределение вероятностей на топологических группах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1966, том 11, вып.1) аргументируют: «Хорошо известно, что для ряда из независимых обычных (т.е. принимающих действительные значения) случайных величин сходимости по распределению, по вероятности и с вероятностью 1 эквивалентны. Настоящая глава посвящена распространению этого результата на случайные величины со значениями из группы» (Сазонов, Тутубалин, 1966, с.10).

Индукция А.Тортра и И.Чисара. А.Тортра и И.Чисар (1966) обобщили на некомпактные группы общий принцип сходимости Б.М.Клосса (1954, 1964), состоящий в том, что в компактных группах любая последовательность композиций нарастающего числа распределений сходится, если произвести соответствующие сдвиги элементов этой последовательности на неслучайные элементы. В.В.Сазонов и В.Н.Тутубалин в статье «Распределение вероятностей на топологических группах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1966, том 11, вып.1) пишут об общем принципе сходимости Б.М.Клосса: «Это утверждение состоит в том, что в компактных группах любая последовательность композиций нарастающего числа распределений сходится, если произвести соответствующие сдвиги элементов этой последовательности на неслучайные элементы. Среди локально компактных групп только компактные обладают этим свойством. Обобщение этого результата на некомпактные группы было произведено Тортра [8] и Чисаром [5]. Их результаты являются, с другой стороны, обобщением классического результата П.Леви (см. [9]) об условии сходимости (после соответствующих сдвигов) ряда из независимых вещественных случайных величин, которое выражается в терминах функций концентрации» (Сазонов, Тутубалин, 1966, с.4). Здесь [5] – исследование И.Чисара (1966), [8] – работа А.Тортра (1966).

Индукция Владимира Михайловича Золотарева. В.М.Золотарев (1967) обобщил теорему Линдеберга-Феллера за счет замены условия равномерной предельной пренебрегаемости более слабым требованием. В статье «Обобщение теоремы Линдеберга-Феллера» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1967, том 12, вып.4) В.М.Золотарев говорит о своей работе, опубликованной на французском языке в 1967 году: «По-видимому, первым законченным результатом была теорема 3 работы автора [2], в которой известная теорема Линдеберга-Феллера обобщалась за счет замены условия равномерной предельной пренебрегаемости более слабым требованием. Ниже будет доказана теорема, которую можно рассматривать как реализацию замысла П.Леви в случае, когда суммы случайных величин имеют ограниченные дисперсии, т.е. теорема, максимально обобщающая теорему Линдеберга-Феллера в рамках схемы суммирования независимых случайных величин» (Золотарев, 1967, с.666). Здесь [2] – работа В.М.Золотарева (1967).

Индукция Андрея Львовича Рухина. Российский математик А.Л.Рухин (1969) обобщил теорему С.Н.Бернштейна о том, что независимость случайных величин определяется гауссовым распределением, на ситуацию, когда случайные величины принимают значения из локально компактной абелевой группы. Г.М.Фельдман в статье «Гауссовские распределения в смысле Бернштейна на группах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1986, том 31, вып.1) пишет: «Известная теорема С.Н.Бернштейна гласит: пусть ξ и η – две независимые случайные величины, имеющие равные дисперсии. Для того, чтобы величины ξ + η и ξ – η также были независимы, необходимо и достаточно, чтобы каждая из величин ξ и η имела гауссовское распределение [4, с.394-395]. (…) Задачу о перенесении этой характеризации гауссовского распределения на группы впервые рассмотрел А.Л.Рухин в [3] (см. также [5])» (Фельдман, 1986, с.48). Здесь [4] – том 4 «Собрания сочинений» С.Н.Бернштейна (Москва, «Наука», 1964). Сам А.Л.Рухин в статье «Об одной теореме С.Н.Бернштейна» («Математические заметки», 1969, том 6, № 3) пишет: «Хорошо известен следующий результат С.Н.Бернштейна, доказанный им в 1941 г. (см. [1]). Пусть ξ и η – две независимые случайные величины, имеющие равные дисперсии. Для того, чтобы величины ξ1 = ξ + η и η1 = ξ – η также были независимы, необходимо и достаточно, чтобы каждая из величин ξ и η имела гауссовское распределение. Целью настоящей заметки является распространение этого результата на случай, когда случайные величины ξ и η принимают значения из некоторой локально компактной абелевой группы» (Рухин, 1969, с.301).

Индукция Андрея Львовича Рухина. А.Л.Рухин (1970) перенес на более общую ситуацию теорему Д.А.Райкова о разложении пуассоновского распределения на R. Г.М.Фельдман и А.Е.Фрынтов в статье «О разложении свертки распределений Гаусса и Пуассона на локально компактных абелевых группах» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1979, том 13, вып.4) отмечают: «В [2] было получено следующее обобщение теоремы Д.А.Райкова о разложении пуассоновского распределения на R: для того чтобы пуассоновское распределение на группе X имело своими делителями только пуассоновские распределения, необходимо и достаточно, чтобы X_0 в представлении (1) был элементом либо бесконечного, либо второго порядка. Затем в [3] был установлен аналог для групп теоремы Крамера о разложении гауссовского распределения на R…» (Фельдман, Фрынтов, 1979, с.93). Здесь [2] – работа А.Л.Рухина, опубликованная в «Трудах МИАН СССР» (1970), [3] – статья Г.М.Фельдмана, представленная в журнале «Теория вероятностей и ее применения» (1977, том 22, № 1).

Индукция Лайоша Токача. Л.Токач (1971) обобщил классическую теорему Бертрана (1887) о баллотировке. Л.Токач в книге «Комбинаторные методы в теории случайных процессов» (Москва, «Мир», 1971) повествует: «В этой книге будет показано, что для широкого класса случайных величин и широкого класса случайных процессов результаты в явном виде можно получить просто и элементарными методами, если использовать обобщение классической теоремы о баллотировке. Эта теорема, относящаяся к 1887 г., связана с именем Бертрана. Интересно отметить, однако, что теорема Бертрана эквивалентна более раннему результату в теории азартных игр, полученному Муавром в 1708 г.» (Токач, 1971, с.6). Далее Л.Токач формулирует указанную теорему Бертрана: «Следующая теорема, которая достойна названия классической теоремы о баллотировке, относится к 1887 г. Теорема 1. Если при баллотировке кандидат **А** набирает **а** голосов, а кандидат **В** набирает **в** голосов, причем **а** ≥ **μв**, где **μ** – неотрицательное целое число, то вероятность того, что при последовательном подсчете бюллетеней число голосов, поданных за А, все время более чем в **μ** раз превосходит число голосов, поданных за **В,** равна **Р = а - μв/а+в** в предположении, что все возможные избирательные протоколы равновероятны» (там же, с.8). Чуть ниже Л.Токач вновь говорит о своем обобщении: «Итак, мы получили теорему 5 постепенным обобщением классической теоремы о баллотировке. В свою очередь, теорема о баллотировке немедленно следует из теоремы 5» (там же, с.13).

Индукция Виктора Макаровича Круглова. В.М.Круглов обобщил теоремы о необходимых и достаточных условиях сходимости сумм серий независимых случайных величин к законам Гаусса и Пуассона на случай, когда величины принимают значения в гильбертовом пространстве. Ю.В.Линник и И.В.Островский в книге «Разложения случайных величин и векторов» (1972) констатируют: «В §§ 3, 4 были изучены необходимые и достаточные условия сходимости сумм серий независимых случайных величин к законам Гаусса и Пуассона. В.М.Круглову удалось обобщить эти теоремы на случай, когда величины принимают значения в гильбертовом пространстве» (Линник, Островский, 1972, с.390).

Индукция Геннадия Михайловича Фельдмана. Г.М.Фельдман (1977) получил обобщение теоремы Марцинкевича о существовании у произвольного гауссовского распределения на Т (торе – Н.Н.Б.) негауссовского делителя. Г.М.Фельдман в статье «О гауссовских распределениях на локально компактных абелевых группах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1978, том 23, вып.3) пишет: «В [8] получено следующее обобщение теоремы Марцинкевича о существовании у произвольного гауссовского распределения на Т негауссовского делителя: для того чтобы любое гауссовское распределение μ, носитель которого совпадает с Х, имело негауссовский делитель, необходимо и достаточно, чтобы группа Х была изоморфна группе вида R^n XT, $n \geq 0$» (Фельдман, 1978, с.560). Здесь [8] – работа Г.М.Фельдмана «О разложении гауссовского распределения на группах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1977, том 22, вып.1). Укажем, что Х – локально компактная сепарабельная абелева группа.

Индукция Геннадия Михайловича Фельдмана. Г.М.Фельдман (1984) перенес на более общую ситуацию теорему И.В.Островского (1965), согласно которой на группе R^n любое безгранично делимое распределение можно представить в виде конечной или бесконечной свертки распределений класса I_0. Г.М.Фельдман в статье «Обобщенное распределение Пуассона класса I_0 на группах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1984, том 29, вып.2) констатирует: «И.В.Островским в работе [11] было доказано, что на группе R^n любое безгранично делимое распределение можно представить в виде конечной или бесконечной свертки распределений класса I_0. Этот результат допускает такое обобщение. Теорема 4. Для того чтобы любое безгранично делимое распределение на группе Х можно было представить в виде конечной или бесконечной свертки распределений класса I_0, необходимо и достаточно, чтобы группа Х была изоморфна группе $R^n \times D$, где $n \geq 0$, а D – дискретная группа, не содержащая элементов конечного порядка р при $p \neq 2$» (Фельдман, 1984, с.230). Здесь [11] – работа И.В.Островского «О разложениях безгранично делимых законов без гауссовской компоненты» («Доклады АН СССР», 1965, том 161, № 1). Описывая одно из полученных обобщений теоремы Островского-Кюппана, Г.М.Фельдман в статье «К обобщенному распределению Пуассона на группах» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1983, том 17, вып.1) отмечает: «Основным результатом настоящей работы является теорема 1. Пусть мера F на группе X такова, что меры F^{*n} и F^{*m} взаимно сингулярны при любых $n\neq m$. Тогда е $F)\in I_0$. Эта теорема является новой и для группы R. Ее можно рассматривать как обобщение теоремы И.В.Островского-Кюппана о том, что если мера F на R^n сосредоточена на независимом множестве точек E, то $e(F)\in I_0$ [2]» (Фельдман, 1983, с.87). Здесь [2] – книга Ю.В.Линника и И.В.Островского «Разложение случайных величин и векторов» (Москва, «Наука», 1972).

Индукция Г.М.Фельдмана и М.В.Миронюка. Г.М.Фельдман и М.В.Миронюк (2005) распространили на случай, когда случайные величины принимают значения в конечной абелевой группе, теорему С.С.Хейде (1970), которая сама является обобщением теоремы Скитовича-Дармуа, утверждающей, что независимость двух линейных форм от независимых случайных величин характеризует гауссово распределение. М.В.Миронюк и Г.М.Фельдман в статье «Об одной характеризационной теореме на конечных абелевых группах» («Сибирский математический журнал», 2005, том 46, № 2) повествуют: «Согласно классической теореме Скитовича-Дармуа независимость двух линейных форм от независимых случайных величин характеризует гауссовское распределение. Близкий к теореме Скитовича-Дармуа результат был доказан Хейде, где условие независимости линейных форм заменяется симметрией условного распределения одной линейной формы при фиксированной второй. Настоящая статья посвящена аналогу теоремы Хейде для случая, когда случайные величины принимают значения в конечной абелевой группе, а коэффициенты линейных форм – автоморфные группы» (Миронюк, Фельдман, 2005, с.403).

Индукция Н.В.Крылова и Б.Л.Розовского. Отечественные математики Н.В.Крылов и Б.Л.Розовский (1979) обобщили классическую теорему К.Ито о существовании сильного решения у стохастического уравнения определенного вида со случайными коэффициентами. Н.В.Крылов и Б.Л.Розовский в статье «Об эволюционных стохастических уравнениях» (сборник «Итоги науки и техники», 1979, том 14) указывают: «Отметим, что в конечномерном случае наши результаты несколько обобщают классическую теорему Ито о сильной разрешимости стохастических уравнений с зависимыми от случая коэффициентами, удовлетворяющими условиям Липшица [23], [18]…» (Крылов, Розовский, 1979, с.78). Здесь [23] – работа К.Ито «О стохастических дифференциальных уравнениях» (сборник переводов иностранных статей «Математика», 1957, том 1, № 1). Об этом же Н.В.Крылов и Б.Л.Розовский пишут, раскрывая содержание §3 своей статьи: «Здесь получена теорема, обобщающая известную теорему Ито о существовании и единственности сильных решений у стохастического уравнения со случайными коэффициентами, удовлетворяющих условиям Липшица» (там же, с.102). Указанная теорема К.Ито обобщалась и другими математиками. Н.В.Крылов и Б.Л.Розовский в той же статье отмечают: «Обобщения результатов Ито на случай интегрирования по семимартингалу были получены Казамаки [65], Долеан-Дэд [58], Проттером [86], Гальчуком [16], Лебедевым [29] и другими» (там же, с.110).

Индукция Николая Владимировича Крылова. Н.В.Крылов (1984) доказал разрешимость стохастических уравнений К.Ито в многомерном евклидовом пространстве благодаря тому, что индуктивно (по аналогии) перенес в область доказательства этой теоремы знаменитый метод ломаных Эйлера. Н.В.Крылов в статье «Простое доказательство существования решения уравнения Ито с монотонными коэффициентами» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1990, том 35, вып.3) отмечает: «Надо сказать, что первоначальные доказательства разрешимости таких уравнений (стохастических уравнений Ито в многомерном евклидовом пространстве – Н.Н.Б.) были довольно сложными. Они использовали многочисленные и разнообразные приемы, в частности, урезание коэффициентов (совершенно нетривиальное), их сглаживание и переход к пределу методом монотонности. В [3] автору удалось показать, что метод ломаных Эйлера подходит для доказательства разрешимости, что для случая липшицевых коэффициентов было известно еще из работы [5]» (Крылов, 1990, с.576). Здесь [3] – работа Н.В.Крылова «Экстремальные свойства решений стохастических уравнений» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1984, том 29, № 2).

Индукция Николая Владимировича Крылова. Н.В.Крылов (1993) нашел новое доказательство знаменитой формулы К.Ито благодаря тому, что перенес в область обоснования данной формулы несколько приемов, которые использовались ранее по отдельности в тех же целях. Поскольку Н.В.Крылов скомбинировал эти приемы, мы можем говорить о синтезе разных методов при реализации математического доказательства. Н.В.Крылов в статье «Об одном доказательстве формулы Ито» («Труды Математического института РАН», 1993, том 202) пишет: «Имеется несколько различных доказательств формулы Ито. Цель настоящей заметки – дать еще одно для случая многомерного винеровского процесса. В нем мы комбинируем различные хорошо известные приемы, каждый из которых в том или ином виде уже применялся для доказательства формулы Ито, однако, как нам кажется, представленная ниже их комбинация является новой и заслуживающей интереса» (Крылов, 1993, с.170).

Индукция Леонида Витальевича Канторовича. Метод последовательных приближений, имеющий индуктивное происхождение и являющийся одним из средств доказательства теорем существования, нашел большое применение в трудах Л.В.Канторовича (лауреата Нобелевской премии по экономике за 1975 год). Л.В.Канторович перенес метод мажорант Коши из теории дифференциальных уравнений в функциональный анализ (теорию банаховых пространств). Развивая теорию векторных решеток (полуупорядоченных пространств), Л.В.Канторович и в ней применял данный метод. Отмечая значимость метода последовательных приближений, Л.В.Канторович в статье «Об одном классе функциональных уравнений» (Доклады АН СССР, 1936, том 4, № 5) подчеркивает: «При доказательстве существования решения различных классов функциональных уравнений в анализе весьма часто применяется способ последовательных приближений; при этом доказательство сходимости этих приближений основывается на том, что данное уравнение может быть мажорировано некоторым уравнением простого вида. Такого рода доказательства встречаются в теории бесконечных систем линейных уравнений и в теории интегральных и дифференциальных уравнений. Рассмотрение полуупорядоченных пространств и операций в них позволяет с большой легкостью развить в абстрактной форме полную теорию функциональных уравнений упомянутого вида» (Л.В.Канторович, 1936). Примечательно, что метод Ньютона (метод нахождения корней алгебраических уравнений), который также был перенесен Л.В.Канторовичем в область функционального анализа (в область нелинейных уравнений) и использовался как средство доказательства, представляет собой разновидность метода последовательных приближений. Стивен Смейл в статье «Алгоритмы решения уравнений» (сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», 1991) пишет: «Если какой-нибудь алгоритм и зарекомендовал себя как пригодный для решения нелинейных систем, так это метод Ньютона и его многочисленные модификации. По существу, уже греки применяли этот метод для вычисления квадратных корней; и сегодня он остается лучшим для этой цели. И в теории нелинейных функциональных уравнений в банаховых пространствах метод Ньютона также занимает центральное место» (Смейл, 1991, с.265-266). «На современную трактовку метода Ньютона, - продолжает С.Смейл, - решающим образом повлияли работы и точка зрения Канторовича. (…) Эта трактовка привлекает своей простотой, общностью и минимальностью предположений» (там же, с.266). С.Смейл подчеркивает: «И метод Ньютона, и кусочно-линейные алгоритмы можно считать методами последовательных приближений» (там же, с.272).

Индукция Леонида Витальевича Канторовича. Л.В.Канторович (1936) обобщил на класс регулярных операторов К-пространства (пространства Канторовича) известную теорему Ф.Рисса, относящуюся к конкретному пространству функционалов. С.С.Кутателадзе, В.Л.Макаров, И.В.Романовский и Г.Ш.Рубинштейн в очерке «Леонид Витальевич Канторович» (Новосибирск, изд-во Института математики, 2002) пишут: «Леонид Витальевич строил теорию операторов в К-пространствах, выделяя в качестве основного класс регулярных операторов, т.е. таких линейных операторов, которые представимы в виде разности двух положительных линейных операторов. Он доказал, что совокупность регулярных операторов, отображающих одно К-пространство в другое, также образует К-пространство («О некоторых классах линейных операций», 1936). Этот результат представляет собой далеко идущее обобщение теоремы Ф.Рисса, относящейся к конкретному пространству функционалов» (Кутателадзе и др., 2002, с.20).

Индукция Леонида Витальевича Канторовича. Л.В.Канторович (1956) сформулировал некоторые теоремы об интегральных операторах, индуктивно обобщив предложения об интегралах типа потенциала, которые использовались С.Л.Соболевым при доказательстве его «теорем вложения». Л.В.Канторович в статье «Об интегральных операторах» (УМН, 1956, том 11, вып.2 (68)) пишет: «Цель этой статьи – установление некоторых теорем об интегральных операторах, представляющих по существу обобщение тех предложений об интегралах типа потенциала, которые были использованы С.Л.Соболевым [1], [2] при доказательстве основных теорем о пространствах функций многих переменных, так называемых «теорем вложения». Эти теоремы, имеющие в настоящее время фундаментальное значение в математической физике, представляют в то же время основные факты собственно функционального анализа» (Канторович, 1956, с.3).

Индукция Владимира Васильевича Голубева. Выдающийся отечественный математик и аэромеханик, ученик Н.Е.Жуковского, В.В.Голубев (1916) индуктивно распространил на случай функций f (z), аналитических и ограниченных в произвольной области G жордановой спрямляемой границей L, теорему П.Фату (1906) о существовании предела функций, если функция определенного вида аналитична в единичном круге. Е.П.Долженко и С.В.Колесников в статье «О работах В.В.Голубева по теории функций комплексного переменного» (сборник «Владимир Васильевич Голубев», Москва, «Знание», 1984) пишут: «П.Фату в 1906 г. доказал, что если функция f (z) аналитична в единичном круге D: [z] < 1, то почти в каждой точке ζ границы L этого круга существует предел f (ζ) функций f (z), когда z → ζ изнутри D по любому пути, не касательному к L (такие пределы называются также угловыми пределами функции f). (…) Используя полученное им обобщение формулы Сохоцкого, В.В.Голубев распространил этот результат Фату на случай функций f (z) аналитических и ограниченных в произвольной области G жордановой спрямляемой границей L. Этот результат Голубева обычно называют обобщенной теоремой Фату» (Долженко, Колесников, 1984, с.29). Об этом же обобщении пишут С.М.Белоцерковский, А.Ю.Ишлинский, П.Я.Кочина и Б.В.Шабат в статье «Владимир Васильевич Голубев (к столетию со дня рождения)» (УМН, 1985, том 40, вып.1 (241)). Говоря о магистерской диссертации В.В.Голубева «Однозначные аналитические функции с совершенным множеством особых точек» (1916), данные авторы отмечают: «В диссертации развиваются два основных направления: изучение функций, аналитических в областях со спрямляемыми границами, и функций со всюду разрывным множеством особых точек. В первом направлении В.В.Голубеву принадлежит обобщение с круга на такие области теоремы Фату о существовании почти всюду граничных значений ограниченных функций» (Белоцерковский и др., 1985, с.227). Отметим, что В.В.Голубев обобщал теорему Фату, которая является одной из центральных в теории граничных значений функций комплексного переменного. Е.М.Чирка в статье «Теоремы Линделефа и Фату в C^n» («Математический сборник», 1973, том 92 (134), № 4) указывает: «В теории граничных значений функций комплексного переменного одной из центральных является теорема Фату, которая утверждает, что ограниченные голоморфные функции (в достаточно хороших областях) почти всюду на границе имеют некасательные предельные значения» (Чирка, 1973, с.622). После В.В.Голубева указанная теорема обобщалась многими другими математиками, в том числе лауреатом премии Вольфа за 1992 год и премии Абеля за 2006 год Леннартом Карлесоном. В книге «Избранные проблемы теории исключительных множеств» (1971) Л.Карлесон сообщает: «Наиболее известная теорема об исключительных множествах – это теорема Фату о существовании граничных значений функции, ограниченной и аналитической в единичном круге. Этот результат был обобщен в различных направлениях; ниже в п.2 будет дан один очень общий его вариант» (Карлесон, 1971, с.47).

Индукция Луиса Морделла и Андре Вейля. В свое время А.Пуанкаре сформулировал математическую гипотезу о том, что ранг кривой над полем рациональных чисел всегда конечен. Ранг кривой – это, грубо говоря, наименьшее число рациональных точек на кривой, отправляясь от которых все остальные точки той же кривой можно получить с помощью теоремы сложения для эллиптических функций, униформизующих эту кривую. Доказать гипотезу Пуанкаре сумел английский математик Луис Джоэл Морделл. Доказательство не было простым, но успех дела решил примененный Морделлом метод бесконечного спуска (тот самый метод спуска, которым воспользовался Л.Эйлер при доказательстве Великой теоремы Ферма для n=3). Сомневаться в индуктивном характере доказательства Морделла не приходится, так как метод спуска, как мы уже отмечали, является разновидностью процедуры математической индукции. И.Г.Башмакова в книге «Диофант и диофантовы уравнения» (1972) пишет о гипотезе Пуанкаре: «Это утверждение получило название гипотезы Пуанкаре. Оно было доказано только в 1922 году английским математиком Л.Дж.Морделлом. Это был самый выдающийся результат со времен Пуанкаре. Теорему о том, что ранг кривой рода 1 над полем рациональных чисел всегда конечен, он получил при помощи метода спуска Ферма» (Башмакова, 1972, с.63). Примечательно, что тем же методом спуска (индуктивным методом) выдающийся математик Андре Вейль доказал обобщенную гипотезу Пуанкаре о конечности ранга эллиптической кривой над произвольным полем K. Доказательство, проведенное А.Вейлем, послужило стимулом для К.Зигеля и К.Малера, которые использовали метод спуска при обосновании других теорем. А.Вейль в статье «Арифметика алгебраических многообразий» (журнал «Успехи математических наук», 1937, вып.3) указывает: «Морделл, натолкнувшись снова на метод спуска, получил в 1922 г. первый важный результат в этом направлении: ранг кривой рода 1 есть конечное число. Он ограничился случаем, когда область рациональности совпадает с телом целых чисел. Тем же методом я доказал в своей диссертации в 1929 г. теорему о конечности ранга для любого рода и любой области рациональности. Зигель, комбинируя этот результат с методом диофантовых приближений Туэ-Зигеля, доказал, что число целых (в заданном алгебраическом теле) решений уравнения f (x, y) = 0 рода > 0 всегда конечно. Малер, перенося метод Зигеля на p-адические тела (для рода 1), показал, что этот же результат имеет место, если рассматривать рациональные решения, знаменатели которых содержат лишь наперед заданные простые числа в конечном числе» (Вейль, 1937, с.102). А.Вейль отмечает, что метод спуска как способ доказательства математических утверждений он почерпнул именно из работ Л.Морделла, что исследования Л.Морделла вдохновили его на доказательство обобщенной гипотезы Пуанкаре. Говоря о ранге кривой над полем рациональных чисел, А.Вейль в статье «Пуанкаре и арифметика» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) говорит: «То, что ранг этот всегда конечен не только для кривых над полем рациональных чисел, но и над любым полем алгебраических чисел с характеристикой, отличной от нуля, я доказал в своей диссертации, вдохновленной доказательством Морделла для рода 1. Недавно эти результаты получили дальнейшее существенное развитие в диссертации Нерона» (Вейль, 1974, с.686). Повторно сошлемся на книгу Н.Н.Непейводы «Прикладная логика» (1997), где отмечается: «Еще одна переформулировка метода математической индукции была известна еще древним грекам, хотя явно сформулировали ее лишь в XVII веке. Это метод бесконечного спуска» (Непейвода, 1997, с.146).

Индукция М.Нетера, Ф.Энриквеса, Г.Кастельнуово и Ф.Севери. М.Нетер, Ф.Энриквес, Г.Кастельнуово и Ф.Севери обобщили на двумерный случай (на случай поверхности) знаменитую теорему Римана-Роха, являющуюся одним из основных инструментов алгебраической геометрии и сформулированную первоначально для плоского случая. А.Л.Смирнов в докторской диссертации «Теорема Римана-Роха для операций в когомологиях алгебраических многообразий» (Санкт-Петербург, 2006) говорит о теореме Римана-Роха: «Эта теорема стала одним из основных инструментов алгебраической геометрии. Ряд авторов предприняли попытки обобщить теорему Римана-Роха на двумерную ситуацию. Цель такого обобщения состояла в том, чтобы вычислить размерность полной линейной системы, связанной с дивизором D, на проективной алгебраической поверхности X» (А.Л.Смирнов, 2006). «История этого этапа, - продолжает А.Л.Смирнов, - отражена в книге Оскара Зариского [41], а к его основным участникам относятся Макс Нетер, Фредерико Онриквес, Гвидо Кастельнуово и Франческо Севери. Основными результитатами стали теорема Римана-Роха для поверхностей…» (А.Л.Смирнов, 2006).

Индукция Сринивасы (Сринивазы) Рамануджана. Индийский математик-самоучка С.Рамануджан открыл теоремы о сравнениях для p(n), индуктивно основываясь на числовых примерах, которые свидетельствовали в пользу справедливости указанных теорем. В.И.Левин в книге «Рамануджан – математический гений Индии» (1968) цитирует математика Годфри Харди, который работал совместно с Рамануджаном в Кембриджском университете: «Его проникновение в алгебраические формулы, преобразования бесконечных рядов и т.п. было просто поразительным. Я не знаю никого, кто мог бы в этом сравниться с ним, разве только Эйлер или Якоби. Он использовал, в значительно большей степени, чем современный математик, индуктивные и наводящие соображения, отправляющиеся от численных примеров; все его теоремы о сравнениях для p(n) были, в частности, получены таким образом. Хорошая память, терпение и виртуозность вычислителя сочетались в нем с силой обобщения…» (В.И.Левин, 1968). Аналогичное высказывание Г.Харди содержится в его книге «Двенадцать лекций о Рамануджане» (Москва, ИКИ, 2002), где Г.Харди говорит о Рамануджане: «Он намного чаще, чем большинство современных математиков, действовал индукцией от численных примеров; все свойства разбиений, связанные со сравнениями, были открыты им таким способом. Свою память, терпение, вычислительное искусство он соединил с умением обобщать…» (Харди, 2002, с.25). Об этом же пишет В.И.Арнольд в книге «Истории давние и недавние» (Москва, «Фазис», 2002): «Открытия Рамануджана делимости чисел разбиений состоят, например, в следующем: числа $p\ (5\ n + 4)$ [это 5, 30, 135, …] делятся на 5. Математика – экспериментальная наука, и свои открытия Рамануджан сделал, экспериментируя с приведенной выше последовательностью» (Арнольд, 2002, с.80).

Индукция Льюиса Фрая Ричардсона. Английский математик и физик Л.Ф.Ричардсон выдвинул предположение о существовании фракталов – объектов с дробным количеством измерений, индуктивно исходя из фрактальной природы длины береговой линии Англии, которую он безуспешно пытался измерить. А.Семенов в статье «Проще надо быть, господа хорошие!» (журнал «Знание-сила», 1998, № 1) пишет: «Еще более простой вопрос – «какова длина береговой линии Англии» - задал семьдесят лет назад специалист по гидродинамике Льюис Фрай Ричардсон. До сего дня на него нет ответа. Ричардсон заметил, что в разных справочниках фигурируют различные цифры, а когда он сам попробовал определить нужную длину, то обнаружил, что она зависит от масштаба карты. И это очевидно: чем подробнее карта, тем более изрезанной изображается на ней береговая линия и больше получается ее длина. Но Ричардсон установил свящь между масштабом и длиной, так что одним числом смог выражать степень «гладкости» береговой линии. Теперь его работа считается пионерской в специальном разделе математики, занимающемся фракталами – объектами с дробным, а не целочисленным количеством измерений. Ныне фрактал – одна из наиболее популярных «фигур» в математике» (А.Семенов, 1998). Этот же факт фрактальной природы длины береговой линии различных областей нашей планеты послужил индуктивной посылкой для фрактальной концепции Б.Мандельброта. Ф.А.Цицин в статье «Астрономическая картина мира: новые аспекты» (сборник «Астрономия и современная картина мира», редактор – В.В.Казютинский, 1996) отмечает: «Началось же осознание фрактальности мира, как почти все крупнейшие обобщения, - с частного вопроса, с мысленного опыта математика Б.Мандельброта: длина участка береговой линии между городами Портленд и Калис (штат Мэн, США) оказалась зависящей от того, как ее измерять… В чем дело? Разумеется, можно было сказать, что это было заранее очевидно и тривиально; более того, на соответствующих математических моделях давно известно… Те, кто так рассуждал и на этом останавливался, в бесконечном множестве «аналогичных случаев» до Мандельброта, и не заметили, не открыли фрактальность Вселенной…» (Ф.А.Цицин, 1996). Об этом же говорит Джеймс Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (2001): «Что можно считать главным, скажем, в линии побережья? Мандельброт задал такой вопрос в статье «Какова длина береговой линии Великобритании?», ставшей поворотным пунктом в мышлении ученого. С феноменом береговой линии он столкнулся, изучая малоизвестную работу английского ученого Льюиса Ф.Ричардсона, вышедшую после смерти автора. Последнему удалось отыскать множество поразительных вещей, ставших впоследствии элементами хаоса» (Глейк, 2001, с.124).

Индукция Вильяма Бернсайда. В.Бернсайд выдвинул гипотезу о том, всякая некоммутативная простая конечная группа должна содержать четное число элементов, индуктивно основываясь том, что четное число элементов было обнаружено во многих семействах некоммутативных простых групп, открытых к началу XX века. Указанная гипотеза В.Бернсайда называется обычно теоремой Томпсона-Фейта, так как именно Дж.Томпсон и У.Фейт (1962) доказали эту гипотезу, однако не следует забывать, что сама формулировка этой гипотезы принадлежит именно В.Бернсайду. Д.Горенстейн в статье «Грандиозная теорема» (журнал «В мире науки», 1986, № 2) повествует: «Многие семейства некоммутативных простых групп были открыты уже к началу века, и в каждой такой группе, так же как и в пяти спорадических группах Матье, оказалось четное число элементов. Этот факт вскоре привел к естественной гипотезе: всякая некоммутативная простая конечная группа должна содержать четное число элементов. Однако проверить эту ставшую к тому времени знаменитой гипотезу удалось лишь в 1962 году. Это сделали Дж.Томпсон и У.Фейт, работавшие тогда в Чикагском университете» (Д.Горенстейн, 1986).

Индукция Эрнста Штейница. Немецкий математик Эрнст Штейниц обобщил на случай векторных рядов в пространстве R^m теорему Б.Римана об условно сходящихся рядах. С.В.Севастьянов в диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Геометрические методы и эффективные алгоритмы в теории расписаний» (Новосибирск, 2000) повествует: «Оказывается, на заре нашего столетия известный математик Э.Штейниц доказал лемму [131] о том, что в пространстве R^m существует такая константа С, что всякое семейство векторов в R^m не более чем единичной длины и с нулевой суммой может быть просуммировано в шаре радиуса С. Эту лемму Штейниц использовал для получения обобщения теоремы Римана об условно сходящихся рядах» (Севастьянов, 2000, с.7). Чуть ниже С.В.Севастьянов детализирует обобщение Э.Штейница: «Известная теорема Римана о числовых рядах гласит, что если числовой ряд $\sum a_i$ сходится к числу а и существует перестановка $(\pi_1, \pi_2, \ldots)$ натуральных чисел $\{1, 2, \ldots\}$, для которой числовой ряд $\sum a_{\pi_i}$ сходится к числу a', отличному от а, то всякая числовая прямая (включая ∞) является областью сумм для числового ряда $\{a_1, a_2, \ldots\}$. Штейниц обобщил теорему Римана на случай векторных рядов в прострастве R^m, доказав, что область сумм векторного ряда является линейным многообразием» (там же, с.7). Об этом же пишут И.М.Глазман и Ю.И.Любич в книге «Конечномерный линейный анализ в задачах» (Москва, «Наука», 1969): «Предложение 327 содержит частичное обобщение теоремы Римана об условно сходящихся числовых рядах. В действительности теорема Римана обобщается на векторные ряды в полном объеме. Это обобщение (теорема Штейница) гласит: если $N \subseteq E$ есть область безусловной сходимости условно сходящегося векторного ряда $\sum X_R$, то суммы всевозможных сходящихся рядов, образованных из данного с помощью перестановки его членов, заполняют класс по модулю N^1» (Глазман, Любич, 1969, с.83).

Индукция Пауля Кебе. Немецкий математик П.Кебе (1910) обобщил теорему Б.Римана, согласно которой любую односвязную риманову поверхность можно конформно отобразить на однолистную полную плоскость (либо на однолистную плоскость с выколотой точкой). А.Гурвиц и Р.Курант в монографии «Теория функций» (1968) отмечают: «Теорема 3. Любую односвязную риманову поверхность можно конформно отобразить на конечный или бесконечный круг. Эту теорему, являющуюся обобщением теоремы Римана (см. § 1 гл.6), Кебе назвал «общим принципом униформизации» (Гурвиц, Курант, 1968, с.545). П.Кебе высоко оценивал полученное им обобщение теоремы Римана. Норберт Винер в книге «Я-математик» (2001) пишет о П.Кебе: «Рассказывают, что, приехав по какому-то случаю посмотреть сильно пострадавшую от времени «Тайную вечерю» Леонардо да Винчи, он будто бы сказал: «Какая жалость, что этой картине суждено погибнуть. Но зато моя теорема об униформизации аналитических функций будет жить вечно!» (Н.Винер, 2001).

Индукция Макса Дена и других ученых. Известный математик, решивший в 1901 году третью проблему Д.Гильберта, Макс Ден доказал при помощи индукции знаменитую теорему Жордана о том, что простая замкнутая кривая на плоскости разбивает эту плоскость на две части (на две компоненты). Теорема Жордана неоднократно обобщалась, одно из важных обобщений предложил американский математик Дж.Александер (1922), который сформулировал свою теорему двойственности. Кроме М.Дена индуктивное доказательство теоремы Жордана разработал Н.Леннс (1903, 1911). Л.Зибенман в статье «Возвращение к теореме Осгуда-Шенфлиса» (УМН, 2005, том 60, вып.4 (364)) повествует о теореме Жордана: «Изложение Жордана 1887 г. предполагает справедливость (JCT) для случая PL-жордановых кривых; этот случай обсуждал А.Шенфлис в 1896 г. [66] (см. [38]). Индуктивное доказательство для PL-жордановых кривых берет начало у Н.Леннса в 1903, 1911 г. (см. [30]) и также у М.Дена (см. [34]), оно намечено в первом замечании к разделу 7» (Зибенман, 2005, с.72). Здесь (JCT) – это теорема Жордана, а PL-кривые – это кривые на кусочно линейных поверхностях.

Индукция Эриха Гекке. Немецкий математик, один из ассистентов Д.Гильберта Эрих Гекке (1917) обобщил на поля алгебраических чисел предельные формулы Кронекера. Затем эти исследования продолжили Г.Герглотц (1923), К.Майер (1957), Д.Цагир (1975). О.М.Фоменко в статье «Приложения теории модулярных форм к теории чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1977, том 15) пишет: «Многие авторы переносили формулы Кронекера на поля алгебраических чисел. Начало положил Гекке в работе 1917 года [284], его работу продолжили Герглотц [287] и Мейер [448]. Эти работы, посвященные вещественным квадратичным полям, систематизировал и продолжил Цагир [694]» (Фоменко, 1977, с.47). Формулы Кронекера обобщались также Л.Голдстейном (1973), о чем О.М.Фоменко пишет: «Гольдстейн [261] обобщил предельные формулы Кронекера на случай ряда Эйзенштейна относительно любой фуксовой группы первого рода Г (Г – дискретная подгруппа группы SL (2, Z) с конечным инвариантным объемом)» (там же, с.47). Здесь [287] – работа Г.Герглотца (1923), [448] – работа К.Майера (1957), [694] – исследование Д.Цагира (1975), [261] – исследование Л.Годстейна (1973). Для того, чтобы объяснить суть предельных формул Кронекера, обратимся к статье А.П.Новикова «Предельная формула Кронекера в квадратично-вещественном поле» (Известия АН СССР, серия математическая, 1980, том 44, № 4), где он говорит: «Предельными формулами Кронекера принято называть формулы, представляющие свободный член лорановского разложения различных дзета-функций в их полюсе в точке 1. Классическая предельная формула Кронекера относится к двумерной функции Эпштейна, частные случаи которой являются дзета-функциями абсолютных и лучевых классов квадратично-мнимых полей. Формула представляет свободный член соответствующей дзета-функции логарифмом модуля модулярного дискриминанта или Q-функции. Необходимость предельной формулы Кронекера для дзета-функций Дедекинда поля алгебраических чисел возникает при попытке сосчитать значение L-рядов поля, которое связано с числом классов абелевых расширений поля и играет в арифметике поля важную роль» (Новиков, 1980, с.886).

Индукция Эриха Гекке. Эрих Гекке перенес на более общую ситуацию классическое функциональное уравнение для обычной дзета-функции. М.Н.Сабитова в кандидатской диссертации «Корни Артина абелевых многообразий и представления группы Вейля-Делиня» (Москва, 2008) пишет: «В 20-х гг. прошлого века Гекке обобщил классическое функциональное уравнение для обычной дзета-функции на случай L-функции с характерами групп идеалов полей алгебраических чисел (см. [68]). Спустя 30 лет Тэйт в своей диссертации обобщил результаты Гекке, - он вывел функциональное уравнение для L-функций с мультипликативными характерами локальных полей…» (М.Н.Сабитова, 2008).

Индукция Пауля Финслера. П.Финслер (1918) обобщил риманову геометрию, которую можно понимать как теорию инвариантов квадратичной дифференциальной формы, на случай, когда квадрат элемента длины дуги кривой является произвольной однородной функцией от дифференциалов локальных координат точки. Обобщение П.Финслера отчасти основывалось на аналогии, суть которой поясняет В.И.Близникас в статье «Пространства Финслера и их обобщения» (сборник «Итоги науки», серия математика, алгебра, топология, 1969): «Идеи Римана до сих пор определяют пути развития дифференциальной геометрии обобщенных пространств. В основе этих идей лежит возможность геометризации теории дифференциальных инвариантов относительно некоторой группы преобразований. Эта геометризация опирается на аналогию постольку, поскольку изучаемые типы инвариантов встречаются в дифференциальной геометрии евклидова пространства (или некоторого другого пространства Клейна). Обобщение состоит в отказе от тех или иных соотношений, характерных для геометрии Клейна (в частности, евклидовой). Первое обобщение римановой геометрии (теории инвариантов квадратичной дифференциальной формы) принадлежит Финслеру [203-204], который считал, что квадрат элемента длины дуги кривой является произвольной однородной функцией от дифференциалов локальных координат точки» (Близникас, 1969, с.73). Здесь [203] – исследование П.Финслера (1918), [204] – работа П.Финслера (1951). Поясняя механизм возникновения различных геометрий в XX веке, В.И.Близникас аргументирует: «Геометрия кратных интегралов возникла как обобщение финслеровой геометрии, а геометрия дифференциальных уравнений – как обобщение геометрии геодезических пространства Римана и пространства Финслера. Все эти типы финслеровых пространств и различных их обобщений сводятся к понятию пространства опорных элементов с данным фундаментальным дифференциально-геометрическим объектом [88-91]» (там же, с.73). Здесь [88] – статья Б.Л.Лаптева «Производная Ли в пространстве опорных элементов» («Труды семинара по векторному и тензорному анализу», МГУ, 1956, вып.10), [91] – статья Б.Л.Лаптева «Пространство опорных элементов» («Труды 4-го Всесоюзного математического съезда», Ленинград, 1961, том 2). Об этом же обобщении П.Финслера говорит А.Д.Александров в статье «Геометрия и топология в Советском союзе» (УМН, 1947, том 2, вып.5 (21)): «Еще Риман указал, что бесконечно малое расстояние dS в каком-либо многообразии можно было бы задавать не только квадратичной формой, но любой функцией дифференциалов координат dX^i с единственным условием, чтобы она была положительно однородной первой степени… Такое обобщение римановой геометрии было впервые детально рассмотрено Финслером (Finsler) в 1918 г., и поэтому пространства с такой общей метрикой dS называются финслеровыми» (Александров, 1947, с.16).

Индукция О.Варги и А.Рапчака. Венгерские математики О.Варга и А.Рапчак перенесли на финслеровы пространства классические результаты О.Веблена, создавшего основы дифференциальных инвариантов. В.И.Близникас, А.П.Норден, Б.Н.Шапуков и А.П.Широков в статье «Научное наследие Бориса Лукича Лаптева» (сборник «Итоги науки и техники», серия проблемы геометрии, 1989, том 21) пишут: «Веблен создал систематические основы дифференциальных инвариантов и доказал так называемые теоремы о замене и приведении для римановых пространств. Например, если некоторый инвариант риманова пространства является функцией от компонент метрического тензора и его частных производных до некоторого порядка p, то этот инвариант можно всегда представить как некоторую функцию от вполне определенных тензорных аргументов, которые Веблен назвал нормальными тензорами (теорема о замене). Некоторые из этих нормальных тензоров удается выразить через тензор кривизны и его ковариантные производные до порядка (p-1), вычисленные в нормальной системе координат (теорема приведения). Аналогичные теоремы Веблен доказал и для пространств аффинной связности (без кручения). Эти классические результаты Веблена венгерские математики Варга и Рапчак обобщили для финслеровых пространств» (Близникас и др., 1989, с.33).

Индукция Дж.Линдеберга и П.Мирберга. Дж.Линдеберг (1918) и П.Мирберг (1933) перенесли на более общую ситуацию теорему Коши-Римана о том, что гармоническая или аналитическая функция, однозначная и ограниченная в окрестности изолированной точки z=a, должна быть гармонична (соответственно аналитична) и в этой точке. Р.Неванлинна называет эту теорему Коши-Римана теоремой об устранимых особенностях. Р.Неванлинна в книге «Однозначные аналитические функции» (ОГИЗ, 1941) повествует: «Классическая теорема Коши-Римана, которой мы уже неоднократно пользовались (гл.1, § 3), говорит, что гармоническая или аналитическая функция, однозначная и ограниченная в окрестности изолированной точки z=a, должна быть гармонична, соответственно аналитична и в этой точке. Весьма важным является вопрос о том, насколько далеко может быть обобщена эта теорема об «устранимых особенностях». Насколько мощным должно быть замкнутое множество α, чтобы существовала функция, однозначная и ограниченная в окрестности этого множества, для которой, по крайней мере, часть этого множества представляла бы особенность? Для гармонических функций этот вопрос полностью решается следующей теоремой [1]: теорема 2. Пусть α – замкнутое множество плоскости z. Если оно гармонической меры нуль, то всякая функция, однозначная, ограниченная и гармоническая в его окрестности, гармонична в каждой точке множества α» (Неванлинна, 1941, с.142). Здесь [1] – работы Дж.Линдеберга (1918) и П.Мирберга (1933).

Индукция Фредерика Рисса, Жана Лере и других ученых. Выдающийся венгерский математик Ф.Рисс (1918) индуктивно перенес на нормированные пространства теорию линейных интегральных уравнений И.Фредгольма. Французский математик, лауреат премии Вольфа за 1979 год Жан Лере (1950) распространил теорию Фредгольма на локально выпуклые пространства (ЛВП), а Вильямсон (1954) – на линейные топологические пространства (ЛТП). С точки зрения специалистов, основой для обобщения теории Фредгольма является свойство компактности линейных интегральных операторов. Ю.И.Любич в обзорной статье «Линейный функциональный анализ» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 19) констатирует: «Свойство компактности ценно потому, что именно оно является базой для адекватного обобщения теории Фредгольма. Для ормированных пространств такое обобщение осуществил Ф.Рисс (1918), для ЛВП – Лере (1950) и для произвольных ЛТП – Вильямсон (1954). Классческая теория Фредгольма легко охватывается этими обобщениями, поскольку линейные интегральные операторы при обычных предположениях компактны в соответствующих функциональных пространствах…» (Любич, 1988, с.185). О том, что теория интегральных уравнений Фредгольма явилась отправным пунктом (индуктивной посылкой) для созданной Ф.Риссом теории линейных операторов в гильбертовом пространстве, пишет З.Пресдорф в обзоре «Линейные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27): «Теория линейных интегральных уравнений, построенная Фредгольмом и развитая в работах Гильберта, Шмидта, Карлемана и др., явилась отправным пунктом для теории линейных операторов в гильбертовых и банаховых пространствах» (Пресдорф, 1988, с.8). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) подчеркивают, что благодаря обобщению теории интегральных уравнений Фредгольма Ф.Рисс создал спектральную теорию вполне непрерывных операторов: «Спектральная теория вполне непрерывных операторов в том виде, как она излагается в этом параграфе, была заложена Ф.Риссом и представляет собою обобщение некоторых результатов из работ Фредгольма по теории линейных интегральных уравнений» (Данфорд, Шварц, 1962, с.617). В другом месте своей книги Н.Данфорд и Дж.Шварц еще более ясно говорят об обобщении теории интегральных уравнений Фредгольма, полученном Ф.Риссом: «Аксиомы, тесно связанные с аксиомами линейного нормированного пространства, были введены в 1916 г. Беннетом [1] при обобщении им метода Ньютона для вычисления корней. Ф.Рисс [4] обобщил многое из построенной Фредгольмом теории интегральных уравнений, используя аксиомы полного линейного нормированного пространства…» (там же, с.99). Здесь [4] – исследование Ф.Рисса (1918). Наконец, М.Нагумо в книге «Лекции по современной теории уравнений в частных производных» (Москва, «Мир», 1967) рассматривает тот же вопрос: «Теория Рисса-Шаудера является обобщением фредгольмовской теории интегральных уравнений на случай банаховых пространств» (Нагумо, 1967, с.57). Чуть ниже по тексту М.Нагумо вновь подчеркивает: «Рисс и Шаудер распространили теорию Фредгольма для интегральных уравнений на случай банаховых пространств» (там же, с.69).

Индукция Фредерика Рисса. Ф.Рисс (1944, 1945) перенес на случай не взаимно однозначных преобразований первую часть знаменитой эргодической теоремы Биркгофа. А.Г.Постников и И.И.Пятецкий в статье «Нормальные по Бернулли последовательности знаков» (Известия АН СССР, серия математическая, 1957, том 21, вып.4) пишут о работе Ф.Рисса, опубликованной в 1944-1945 годах: «В работе (1) доказывается следующая теорема, являющаяся распространением на случай не взаимно однозначных преобразований первой части эргодической теоремы Биркгофа…» (далее авторы излагают теорему, содержание которой мы не будем показывать ввиду его сложности). П.Халмош в книге «Гильбертово пространство в задачах» (1970) дает понять, что Ф.Рисс совместно с Б.Секефальви-Надем перенесли основную эргодическую теорему, доказанную Джоном фон Нейманом для унитарных операторов, на случай произвольных сжатий. П.Халмош пишет: «Основная эргодическая теорема для унитарных операторов была впервые доказана фон Нейманом [2]. Распространение ее на произвольные сжатия получено Риссом и Секефальви-Надем [1]. Доказательство, использующее унитарные продолжения, принадлежит Секефальви-Надю [2]» (Халмош, 1970, с.316). Здесь [2] – работа Джона фон Неймана (1932), [1] – исследование Ф.Рисса и Б.Секефальви-Надя (1943), [2] – исследование Б.Секефальви-Надя (1955). Сами Ф.Рисс и Б.Секевальфи-Надь в книге «Лекции по функциональному анализу» (1979) говорят о своем обобщении (генерализации): «Даже раньше, чем было обнаружено свойство сжатий, о котором шла речь, одному из авторов этой книги удалось в 1938 г. распространить эргодическую теорему на произвольные операторы, удовлетворяющие условию (29) даже в функциональных пространствах L^p ($p>1$), а при некоторых дополнительных предположениях – и в пространстве L» (Рисс, Секевальфи-Надь, 1979, с.432). Здесь условие (29) – это линейные, всюду определенные операторы U с ограниченными (в совокупности) степенями U^R, т.е. такие, что $\|U^R\| \leq C$ ($R=1, 2, \ldots$).

Индукция Фредерика Рисса. Ф.Рисс (1945) доказал при помощи индукции так называемую максимальную эргодическую теорему. Патрик Биллингслей в книге «Эргодическая теория и информация» (Москва, «Мир», 1969) описывает схему доказательства, которую использовал Ф.Рисс: «Доказательство максимальной эргодической теоремы завершается следующей комбинаторной леммой.

Лемма. Назовем член Cu конечной последовательности чисел C0, C1,…, Cn-1 лидером, если хотя бы одна из сумм Cu, Cu+Cu+1,…, Cu+…+Cn-1 положительна. Тогда сумма лидеров неотрицательна. Доказательство получается индукцией по числу n элементов последовательности. Для n=1 результат тривиален» (Биллингслей, 1969, с.37). «Приведенное нами доказательство максимальной эргодической теоремы, - поясняет П.Биллингслей, - принадлежит Риссу [1]» (там же, с.40). Здесь [1] – статья Ф.Рисса «Sur La theorie ergodique» («Comm. Math. Helvetici», 1945, том 17).

Индукция Фредерика Рисса. Ф.Рисс обобщил теорему Хаусдорфа-Юнга. Н.К.Бари и Д.Е.Меньшов в комментариях к книге Н.Н.Лузина «Интеграл и тригонометрический ряд» (ГИТТЛ, 1951) отмечают: «Теорема Хаусдорфа-Юнга была обобщена Ф.Риссом. Он доказал, что если {φn(x)} – произвольная система ортогональных, нормированных функций, ограниченных в своей совокупности, и {Cn} – последовательность коэффициентов Фурье функции f(x) по этой системе, то 1) если $|f(x)|^{p}$ суммируема, ряд $\sum|Cn)|^{p'}$ сходится, и 2) если для некоторой последовательности {Cn} ряд $\sum|Cn)|^{p}$ сходится, существует f(x) такая, что $|f(x))|^{p'}$ суммируема и числа Cn являются ее коэффициентами Фурье по рассматриваемой системе» (Бари, Меньшов, 1951, с.483). Отметим, что смысл теоремы Хаусдорфа-Юнга поясняется в статье С.В.Бочкарева «Теорема Хаусдорфа-Юнга-Рисса в пространствах Лоренца и мультипликативные неравенства» («Труды МИАН», 1997, том 219).

Индукция Вигго Бруна. Норвежский математик Вигго Брун (1919) доказал теорему о том, что ряд, составленный из величин, обратных простым-близнецам, сходится к некоторой константе (константе Бруна), за счет того, что обобщил и модифицировал метод решета Эратосфена. Напомним, что решето Эратосфена является инструментом нахождения простых чисел среди множества натуральных чисел. Греческий ученый Эратосфен, описавший данный метод, известен тем, что одним из первых вычислил окружность Земли, пользуясь методами геометрии. Эратосфен заведовал Александрийской библиотекой (после смерти Каллимаха). В.И.Зенкин в книге «Распределение простых чисел» (Калининград, 2008) пишет о том, как В.Брун доказал теорему о сходимости ряда, составленного из величин, обратных простым-близнецам: «Доказательство заключается в применении решета Бруна, являющегося развитием метода решета Эратосфена. Идея В.Бруна состоит в том, что из последовательности a_n «выписываются» числа с малыми простыми делителями, после чего остаются «почти простые» числа, содержащие только очень большие простые делители и произведения простых близнецов. Затем оценивается количество оставшихся чисел» (Зенкин, 2008, с.63). Здесь обобщение В.Бруна больше похоже на аналогию (перенос), но с точки зрения специалистов индуктивные рассуждения, понимаемые широко, включают аналогию в качестве частного приема. В дальнейшем метод решета Эратосфена-Бруна был развит советским математиком Ю.В.Линником, решившим на основе данного метода ряд задач теории чисел. А.А.Копанева в кандидатской диссертации «Развитие вероятностной теории чисел в трудах отечественных математиков» (Москва, 2009) отмечает: «…В 1941 г. Ю.В.Линник опубликовал статью, которая несла в себе оригинальную арифметическую процедуру «просеивания», развивая при этом метод решета Вигго Бруна» (А.А.Копанева, 2009).

Индукция Эдуарда Хелли. Э.Хелли (1923) доказал при помощи индукции свою знаменитую теорему Хелли, нашедшую применение в различных областях математики. Данную теорему можно сформулировать следующим образом: пусть K – семейство из не менее чем n+1 выпуклых множеств в n-мерном аффинном пространстве R^n, причем K конечно или каждое множество из K компактно. Тогда, если каждые n+1 из множеств семейства K имеют общую точку, то существует точка, общая всем множествам семейства K. Известные математики Л.Данцер, Б.Грюнбаум и В.Кли в книге «Теорема Хелли и ее применения» (1968) пишут о том, как Э.Хелли доказал свою теорему: «Представляется целесообразным рассмотреть различные подходы к теореме; они дают ей разное освещение и во многих случаях ведут к различным обобщениям. Собственное доказательство Хелли [1] опирается на теорему отделимости выпуклых множеств и проводится индукцией по числу измерений пространства. (По существу, то же доказательство было дано Кенигом [1]). Среди многих других это доказательство привлекает нас как наиболее геометричное и интуитивно естественное» (Данцер и др., 1968, с.19). Жизнь Э.Хелли была яркой и необычной. В 1914 году грянула первая мировая война и он был отправлен воевать с Россией, получил тяжелое ранение, после чего шесть лет провел в русских госпиталях. В.Протасов в статье «Теорема Хелли и вокруг нее» (журнал «Квант», 2009, № 3) пишет о Хелли: «Лишь в 1920 году ему удалось вернуться в Вену, где он (после шестилетнего перерыва!) возвращается к научным занятиям и получает ряд сильных результатов. Несмотря на это, устроиться на преподавательскую работу он не смог: все места в университетах были заняты молодыми, и тридцатисемилетний инвалид войны оказался никому не нужным. Но Хелли не сдается: зарабатывает репетиторством, пишет «решебники», даже работает в банке, а после – в страховой компании» (Протасов, 2009, с.10). О значимости теоремы Хелли, которую сам Хелли доказал индукцией, пишут В.Г.Болтянский и П.С.Солтан в статье «Комбинаторная геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1981, том 19): «Теорема Хелли принадлежит к числу самых замечательных (и богатых приложениями и обобщениями) результатов комбинаторной геометрии. Хелли опубликовал ее в 1923 году [85] (после возвращения из русского плена); несколько раньше Радон, которому Хелли сообщил формулировку своей теоремы, опубликовал (отметив авторство Хелли) другое ее доказательство [189]. Впоследствии были найдены многие другие доказательства этой замечательной теоремы, десятки результатов, являющихся непосредственными или более отдаленными следствиями теоремы Хелли, ряд обобщений этой теоремы в различных направлениях и великое множество новых постановок задач и нерешенных проблем» (Болтянский, Солтан, 1981, с.228).

Индукция Людвига Данцера, Бранко Грюнбаума и Виктора Кли. Л.Данцер, Б.Грюнбаум и В.Кли в своей книге «Теорема Хелли и ее применения» (1968) излагают индуктивное доказательство двух теорем, связанных с теоремой Хелли: теоремы Радона и теоремы Каратеодори. Как известно, согласно теореме Радона, каждое множество из n+2 или более точек в R^n может быть представлено как объединение двух непересекающихся множеств, выпуклые оболочки которых имеют общую точку. Что касается теоремы Каратеодори, сформулированной в 1907 году, то она утверждает: если $X \subseteq R^n$, то каждая точка, принадлежащая conv X, есть выпуклая комбинация n+1 (или меньшего числа) точек, принадлежащих X. (Поясним, что выпуклой оболочкой conv X множества X в линейном пространстве называется пересечение всех выпуклых множеств, содержащих X). Л.Данцер, Б.Грюнбаум и В.Кли в книге «Теорема Хелли и ее применения» (1968) аргументируют: «Мы уже отмечали тесную связь теоремы Хелли с теоремами Каратеодори и Радона. В действительности каждая из этих трех теорем может быть выведена из любой другой (с использованием опорных гиперплоскостей, а иногда без их помощи) и каждая может быть доказана «прямо» индукцией по числу измерений (с использованием опорных гиперплоскостей или теоремы отделимости)» (Данцер и др., 1968, с.23). Отметим, что теорема Радона была доказана А.А.Марковым (1939), а теорема Каратеодори – самим К.Каратеодори (1907).

Индукция Р.Де-Сантиса. Р.Де-Сантис (1957) предложил одно из обобщений теоремы Хелли и теоремы Радона. Л.Данцер, Б.Грюнбаум и В.Кли в книге «Теорема Хелли и ее применения» (1968) пишут об исследованиях Р.Де-Сантиса: «Доказательство Де-Сантиса [1] его обобщения теоремы Хелли базируется на обобщении теоремы Радона, которое применяется к множествам плоскостей в линейном пространстве» (Данцер и др., 1968, с.42). Здесь [1] – работа Р.Де-Сантиса (1957).

Индукция Бранко Грюнбаума. Б.Грюнбаум (1961) предложил два обобщения теоремы Хелли, которые можно выразить в виде двух теорем: 1) если К – конечное семейство из не менее чем g (n, j) выпуклых множеств в R^n и каждые g (n, j) множеств семейства К имеют не менее чем j-мерное пересечение, то пересечение πК имеет размерность не меньшую j; 2) если К – конечное семейство из не менее чем n+1-j выпуклых подмножеств в R^n и пересечение каждых n+1-j множеств семейства К содержит j-мерную плоскость, то πК также содержит j-мерную плоскость. Л.Данцер, Б.Грюнбаум и В.Кли в своей книге «Теорема Хелли и ее применения» (1968) пишут о двух только что приведенных теоремах, принадлежащих Б.Грюнбауму: «Теоремы 4.1 и 4.2 являются прямым обобщением теоремы Хелли, так как в каждой из них свойство пересечения всего семейства К следует из предположения о наличии того же свойства у некоторых подсемейств К» (Данцер и др., 1968, с.46).

Индукция Альфреда Хорна и Виктора Кли. А.Хорн и В.Кли входят в список математиков, которые также занимались обобщением теоремы Хелли. А.Хорн изложил свое обобщение в 1949 году, а В.Кли – в 1951. Л.Данцер, Б.Грюнбаум и В.Кли в своей книге «Теорема Хелли и ее применения» (1968) отмечают: «Единственным настоящим обобщением теоремы Хелли в вопросе существования общих трансверсалей является следующий результат Хорна [1] и Кли [1]: 4.3. Для целых $1 \leq j \leq n+1$ и семейства К, состоящего из не менее чем j компактных выпуклых множеств в R^n, следующие три утверждения эквивалентны:
a^o. Каждые j множеств семейства К имеют общую точку;
b^o. Каждая плоскость коразмерности j-1 в R^n имеет транслят, пересекающий все множества из Kj;
c^o. Каждая плоскость коразмерности j-2 в R^n принадлежит плоскости коразмерности j-1, пересекающей все множества из К» (Данцер и др., 1968, с.46). Здесь [1] – исследование А.Хорна (1949), [1] – работа В.Кли (1951).

Индукция Оскара Перрона. Немецкий математик О.Перрон (1928) обобщил теорему А.М.Ляпунова об условной устойчивости, которая оказалась весьма важной при изучении гиперболических инвариантных множеств динамических систем. В.А.Плисс в статье «О жизни и творчестве Александра Михайловича Ляпунова» («Вестник Санкт-Петербургского университета», 2007, серия 1, вып.2) пишет: «Предполагая, что все собственные числа матрицы коэффициентов линейного приближения имеют ненулевые действительные части, Перрон доказывает теорему об условной устойчивости, пользуясь терминологией Ляпунова. Для доказательства этой теоремы О.Перрон вводит систему интегральных уравнений, представляющую собой простое применение упоминавшихся уже формул Коши к системе (1) (системе уравнений возмущенного движения – Н.Н.Б.). Далее он решает эту систему с помощью метода последовательных приближений. Эти приближения оказываются, естественно, такими же, что и у А.М.Ляпунова, и с той же расстановкой пределов интегрирования. По существу, теорема Перрона есть обобщение теоремы А.М.Ляпунова, достигнутое его же методами. Эта теорема с некоторыми ее обобщениями, предпринятыми самим О.Перроном, оказалась весьма важной при изучении гиперболических инвариантных множеств динамических систем, или, как сейчас чаще говорят, при изучении гиперболических хаосов» (Плисс, 2007, с.9).

Индукция Стефана Качмажа. Известный польский математик Стефан Качмаж (1929) перенес на произвольные ортонормированные системы известную теорему Колмогорова-Селиверстова (1924) об условиях сходимости тригонометрического ряда Фурье определенного вида. В ряде исследований указанная теорема называется также теоремой Колмогорова-Селиверстова-Плесснера. Т.П.Лукашенко в статье «Об аналогах теоремы Колмогорова-Селиверстова-Плесснера для неортогональных систем функций» («Математические заметки», 2000, том 67, вып.1) пишет: «После результата Л.Карлесона теорема Колмогорова-Селиверстова-Плесснера, связывавшая сходимость с ростом констант Лебега, потеряла свое значение в теории тригонометрических рядов, но распространенная в 1929 году С.Качмажем в [6] на общие ортогональные ряды, осталась важным результатом теории таких рядов, связывающим сходимость с поведением функций Лебега…» (Лукашенко, 2000, с.87). Отметим, что теорема Колмогорова-Селиверстова обобщалась также С.Б.Стечкиным (1953). Если же рассматривать данную теорему в обобщенном виде, который она приобрела после исследований С.Качмажа, то такая теорема, называемая Т.П.Лукашенко теоремой Качмажа, была распространена К.Тандори (1976) на неортогональные системы функций. Т.П.Лукашенко в той же статье констатирует: «Заметим, что еще в 1976 году К.Тандори в [16] перенес на некоторые счетные неортогональные системы функций на отрезке теорему Качмажа» (там же, с.88).

Индукция Стефана Качмажа. Стефан Качмаж (1933) обобщил на пространства Орлича теорему С.Мазура (1929) о гомеоморфности всех пространств Lp и Lp ($1 \leq p < \infty$). М.И.Кадец в статье «Доказательство топологической эквивалентности всех сепарабельных бесконечномерных пространств Банаха» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1967, том 1, вып.1) пишет: «В 1928 г. М.Фреше [1] поставил вопрос: гомеоморфны ли все сепарабельные бесконечномерные пространства Банаха? В 1929 г. С.Мазур [2] показал, что все пространства Lp и Lp ($1 \leq p < \infty$) гомеоморфны. Это был исторически первый пример не изоморфных, но гомеоморфных пространств Банаха. В 1933 г. С.Качмаж обобщил результат Мазура на пространства Орлича [3]» (Кадец, 1967, с.61).

Индукция Гвидо Фубини. Итальянский математик Гвидо Фубини обобщил тот факт, что площадь между графиками двух функций вычисляется с помощью разбиения на параллельные «дольки» (этот факт известен из элементарного анализа). В результате Г.Фубини получил свою известную формулу (теорему), позволяющую выразить меру плоского измеримого множества А в виде интеграла от линейной меры множеств, лежащих на перпендикулярах к одной из осей. Дж.Окстоби в книге «Мера и категория» (Москва, «Мир», 1974) пишет: «Из элементарного анализа известно, что площадь между графиками двух функций $f \leq g$ $\int|f(x) - g(x)|\,dx$. Таким образом, площадь вычисляется с помощью разбиения на параллельные «дольки». Обобщение этой формулы, которое позволяет выразить меру плоского измеримого множества А в виде интеграла от линейной меры множеств, лежащих на перпендикулярах к одной из осей, называется теоремой Фубини» (Окстоби, 1974, с.93).

Индукция Борге Христиана Йессена. Датский математик Б.Х.Йессен (1930) обобщил теорему Фубини на случай бесконечного числа сомножителей. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) указывают: «Йессен [2] впервые обобщил теорему Фубини на случай бесконечного числа сомножителей. Тот же самый вопрос, но без использования топологии рассматривался Дж.Нейманом [4]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.256). Здесь [2] – исследование Б.Х.Йессена (1930).

Индукция Поля Леви. Французский математик П.Леви перенес на более общую ситуацию известную теорему Б.Римана об условно сходящихся рядах. Обобщенную теорему Римана доказал Д.О.Шклярский. Об этом можно догадаться на основании статьи Б.Н.Делоне и Л.А.Люстерника «От редакции» (УМН, 1944, вып.10), в которой указывается: «Статья

Д.О.Шклярского содержит принадлежащее автору доказательство обнаруженного впервые П.Леви обобщения теоремы Римана об условно сходящихся рядах: если менять всевозможными способами порядок членов в условно сходящемся ряде векторов в n-мерном пространстве, то совокупность сумм образует R-мерное линейное многообразие, $0 \leq R \leq n$, причем существуют ряды, у которых R принимает любое значение между 0 и n» (Делоне, Люстерник, 1944, с.4).

Индукция Поля Леви. П.Леви индуктивно обобщил на бесконечномерный случай классический оператор Лапласа. Этим обобщением впоследствии интересовались многие математики, в том числе известный отечественный математик Ю.Л.Далецкий. Я.И.Белопольская в статье «Памяти учителя» (сборник «Юрий Львович Далецкий. Воспоминания коллег, учеников, друзей и родственников», Киев, 2008) пишет: «Существует несколько вариантов обобщения классического оператора Лапласа на бесконечномерный случай. Один из них, приведенный в работе П.Леви и называемый оператором Лапласа-Леви, всегда был интересен Юрию Львовичу» (Белопольская, 2008, с.25).

Индукция Поля Леви. П.Леви (1938) обобщил результаты исследований Хельге фон Коха (1904), которые заключались в построении непрерывной кривой, не имеющей касательной ни в одной из своих точек. А.В.Тетенов в автореферате докторской диссертации «Структурные теоремы в теории самоподобных фракталов» (Новосибирск, 2010) повествует: «В 1904 году Хельге фон Кох строит непрерывную кривую, не имеющую касательной ни в одной из своих точек. Эта конструкция, в отличие от функции Вейерштрасса, носит чисто геометрический характер. В 1905 году Э.Чезаро указывает на ее самоподобие» (Тетенов, 2010, с.4). «В 1938 году, - продолжает А.В.Тетенов, - П.Леви публикует исследование свойств самоподобных кривых. Он показывает, что построение кривой Коха может быть обобщено и рассматривает кривые, состоящие из n подобных частей; во второй части своей работы он строит примеры симметричных кривых на плоскости, имеющих размерность 2 и являющихся первыми примерами тайлов, т.е. самоподобных множеств, которыми можно замостить всю плоскость» (там же, с.5).

Индукция Кароля Борсука. Польский математик К.Борсук перенес на многомерный случай следующий факт, обнаруженный им в 1932 году. В.Г.Болтянский и В.П.Солтан в статье «Задача Борсука» («Математические заметки», 1977, том 22, № 5) пишут: «Пусть F – метрическое пространство диаметра $h > 0$. Числом Борсука a (F) называется наименьшее из таких натуральных чисел K, что F может быть представлено в виде объединения K множеств, диаметр каждого из которых меньше h. Если F – шар n-мерного евклидова пространства, то $a(F) = n + 1$. Это было установлено (в иных терминах) в 1930 г. Л.А.Люстерником и Л.Г.Шнирельманом [1] и независимо в 1932 г. Борсуком [2]. В работе [3] Борсук установил, что для любого ограниченного подмножества F евклидовой плоскости справедливо неравенство $a(F) \leq 3$, так что круг – одна из фигур, для которых a (F) принимает наибольшее значение. Борсук предположил, что это сохраняется и в n-мерном случае…» (Болтянский, Солтан, 1977, с.621).

Индукция Кароля Борсука. К.Борсук (1937) распространил на класс всех метрических пространств теорему С.Эйленберга (1936) о продолжении частичных отображений в сферу. Напомним, что Самуэль Эйленберг – лауреат премии Вольфа за 1986 год. А.Н.Дранишников в статье «Теорема Эйленберга-Борсука для отображений в произвольный комплекс» («Математический сборник», 1994, том 185, № 4) указывает: «В 30-х годах С.Эйленберг доказал следующую теорему [1], распространенную затем К.Борсуком [2] на класс всех метрических пространств. Теорема Эйленберга. Пусть Z – метрический компакт размерности $\dim Z = n$. Тогда для любого непрерывного отображения $\varphi: A \rightarrow S^k$ замкнутого подмножества $A \subseteq Z$ в k-мерную сферу S^k существует компакт $X \subseteq Z$ размерности $\dim X \leq n-k-1$ такой, что отображение φ имеет продолжение $\varphi':Z - X \to S^k$» (Дранишников, 1994, с.81). Здесь [1] – работа С.Эйленберга (1936), [2] – исследование К.Борсука (1937).

Индукция М.Х.Ньюмана, А.С.Шварца, М.Накаоки, А.Ю.Воловикова. М.Х.Ньюман (1952), А.С.Шварц (1961), М.Накаоки (1970), А.Ю.Воловиков (1982) получили ряд различных обобщений теоремы Борсука-Улама. Теорема Борсука-Улама обобщалась и другими учеными. С.А.Богатый в статье «Циклические системы, конфигурационные пространства и теорема Борсука-Улама-Манкхольма-Фенна-Коннета-Коэна-Ласка» («Труды Математического института им.В.А.Стеклова», 1996, том 212) сообщает: «Знаменитая теорема Борсука-Улама утверждает, что для всякого непрерывного отображения $f:S^n \to R^m$ n-мерной сферы S^n в m-мерное евклидово пространство R^m при $n \geq m$ существует такая точка $x \in S^n$, что f(x) = f(-x), где –x означает точку, диаметрально противоположную точке x. (…) (…) Целый ряд авторов [1-15] обобщили указанную теорему на случай свободного действия группы Zp – группы вычетов по простому модулю p» (Богатый, 1996, с.46). Здесь [2] – работа А.С.Шварца «Род расслоенного пространства» («Труды Московского математического общества», 1961, том 10), [15] – статья А.Ю.Воловикова «Отображения свободных Zp-пространств в многообразия» (Известия АН СССР, 1982, том 46).

Индукция Г.О.Торина. Г.О.Торин (1938) перенес на более общую ситуацию известную интерполяционную теорему М.Рисса (1926). Л.Д.Кудрявцев и С.М.Никольский в статье «Пространства дифференцируемых функций многих переменных и теоремы вложения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 26), ошибаясь с годом, когда Г.О.Торин получил данное обобщение, тем не менее, правильно описывают ход событий: «Исторически первая интерполяционная теорема была получена М.Риссом в 1926 году, а в 1948 году Ториным было получено ее обобщение, которое называется теперь теоремой о выпуклости Рисса-Торина» (Кудрявцев, Никольский, 1988, с.121-122). С.Г.Крейн, Ю.И.Петунин и Е.М.Семенов в книге «Интерполяция линейных операторов» (Москва, «Наука», 1978) поясняют смысл различных интерполяционных теорем: «Теоремы, которые устанавливают интерполяционность одной тройки банаховых пространств относительно другой, называются интерполяционными теоремами. Исторически первая интерполяционная теорема была получена М.Риссом и Ториным, и вся теория интерполяции линейных операторов первоначально развивалась в направлении обобщения этой теоремы» (Крейн и др., 1978, с.37).

Индукция Таге Карлемана. Шведский математик Таге Карлеман (1926) обобщил теорему единственности Дж.Ватсона (1912). Заметим, что теорема единственности Ватсона указывает на возможность восстановления функции P(z) по коэффициентам формального степенного ряда. Более конкретная формулировка теоремы: теорема Ватсона – это утверждение о том, при каких условиях функция P(z), обладающая в определенном секторе асимптотическим разложением, однозначно определяется коэффициентами этого разложения. Д.У.Х.Гиллам и В.П.Гурарий в статье «О функциях, однозначно определяемых своими асимптотическими разложениями» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2006, том 40, вып.4) говорят о теореме единственности Дж.Ватсона: «Карлеман, см. [3], распространил результат теоремы единственности Ватсона на более общую ситуацию. Он заменил n! в оценках (1) последовательностью положительных чисел mn и, предполагая некоторую регулярность роста чисел mn, когда $n \to \infty$, указал необходимые и достаточные условия единственности» (Гиллам, Гурарий, 2006, с.35). Здесь [3] – исследование Т.Карлемана (1926).

Индукция Таге Карлемана. Таге Карлеман (1939) обобщил одну из теорем Е.Холмгрена. А.Мышкис в статье «Об областях единственности решения системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных» («Математический сборник», 1946, том 19 (61), № 3) констатирует: «Холмгреном [1] доказана следующая теорема: пусть {fνμ} и

$\{g\nu\mu\}$ – функции, аналитические в области G, а L – аналитическая дуга без особых точек (т.е. $|x'| + |y'| \neq 0$), ни в какой своей точке не касающаяся характеристических направлений уравнения (1). Тогда решение уравнения (1), равное нулю на L, тождественно равно нулю в некоторой области, содержащей L. Карлеман [2] обобщил эту теорему, отказавшись от условий аналитичности и потребовав от $\{f\nu\mu\}$ лишь существования двух непрерывных частных производных, а от L – непрерывной дифференцируемости три раза функций x(t) и y(t)» (Мышкис, 1946, с.489). Здесь [2] – работа Т.Карлемана (1939). Отметим, что (1) – уравнение в частных производных, в котором независимые переменные вещественны и число их равно двум.

Индукция Аврона Дуглиса. Ученик Р.Куранта Аврон Дуглис обобщил одну из теорем Т.Карлемана (теорему единственности решения задачи Коши для неаналитического случая), сформулированную им при рассмотрении задачи Коши для некоторых систем уравнений первого порядка с двумя независимыми переменными. Карло Миранда в книге «Уравнения с частными производными эллиптического типа» (Москва, ИЛ, 1957) замечает: «Напомним, наконец, что Карлеман [1, 5] рассматривал задачу Коши для некоторых систем первого порядка с двумя независимыми переменными. Он доказал теорему единственности решения даже в неаналитическом случае. Этот результат был недавно обобщен Дуглисом [2]» (Миранда, 1957, с.206).

Индукция Г.М.Голузина, В.И.Крылова и М.М.Лаврентьева. Отечественные математики Г.М.Голузин и В.И.Крылов (1933) обобщили известную формулу Т.Карлемана (1926), позволяющую восстановить аналитическую функцию одного комплексного переменного по ее известным значениям на части границы. М.М.Лаврентьев (1962) обобщил формулу Карлемана-Голузина-Крылова на многомерный случай. Т.Ишанкулов в статье «О возможности обобщенно-аналитического продолжения в область функций, заданных на куске ее границы» («Сибирский математический журнал», 2000, том 41, № 6) отмечает: «Формула восстановления аналитической функции одного комплексного переменного по ее известным значениям на части границы получена Т.Карлеманом [3] в 1926 г. Идея Карлемана была развита и обобщена Г.М.Голузиным и В.И.Крыловым [4]. Формулы Карлемана-Голузина-Крылова обобщены в многомерном пространстве М.М.Лаврентьевым [5]» (Ишанкулов, 2000, с.1356). Здесь [3] – работа Т.Карлемана (1926), [4] – статья Г.М.Голузина и В.И.Крылова «Обобщенная функция Карлемана и приложение ее к аналитическому продолжению функций» («Математический сборник», 1933, том 40, № 2), [5] – книга М.М.Лаврентьева «О некоторых некорректных задачах математической физики» (Новосибирск, 1962). Об этом же сообщает А.В.Нелаев в статье «Об интегральных представлениях и граничных свойствах функций многих комплексных переменных, голоморфных в круговых областях C^n» (Материалы конференции «Математика. Компьютер. Образование», 2002): «В 1926 году шведский математик Таге Карлеман [12] впервые получил для специального вида плоской области интегральную формулу, которая, в отличие от классической интегральной формулы Коши, восстанавливала в области голоморфную функцию не по всей границе, а лишь по некоторой ее части. В честь этого результата в дальнейшем целый ряд формул аналогичного характера в одно- и многомерном анализе (в последнем случае если восстановление идет по части границы Шилова области) стали именовать формулами Карлемана. В 1933 году Г.М.Голузин и В.И.Крылов [4] обобщили результат Т.Карлемана на односвязные плоские области» (Нелаев, 2002, с.112).

Индукция Саломона Бохнера. Американский математик австро-венгерского происхождения С.Бохнер (1933) перенес теорию почти-периодических функций, разработанную Г.Бором (1926), на векторно-значные (абстрактные) функции со значениями в банаховом пространстве. Б.М.Левитан и В.В.Жиков в книге «Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения» (Москва, изд-во МГУ, 1978) констатируют: «В 1933 г. вышла важная работа С.Бохнера, посвященная перенесению теории почти-периодических функций на векторно-значные (абстрактные) функции со значениями в банаховом пространстве» (Левитан, Жиков, 1978, с.5). Об этом же указанные авторы пишут чуть ниже: «Распространение теории почти-периодических функций на векторно-значные (абстрактные) функции принадлежит Бохнеру [27]. Работе Бохнера предшествовала важная работа Мушенхаупта [93], в которой по существу рассмотрен один частный класс абстрактных почти-периодических функций со значениями в специальном гильбертовом пространстве» (там же, с.18).

Индукция Саломона Бохнера. С.Бохнер (1939) обобщил теорему Радона-Никодима, которая сама является обобщением теоремы Лебега (1904) о необходимых и достаточных условиях для того, чтобы функция, определенная на отрезке [0, 1], выражалась некоторым неопределенным интегралом. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Обобщение теоремы Радона-Никодима на конечно аддитивные меры было получено в работах Бохнера [3] и Бохнера и Филлипса [1]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.256). Здесь [3] – работа С.Бохнера (1939), [1] – исследование С.Бохнера и Р.Филлипса (1941).

Индукция Саломона Бохнера. С.Бохнер (1942) перенес на векторные функции теорему Н.Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье. Это обобщение С.Бохнер получил совместно с Р.С.Филлипсом. Намек на то, что С.Бохнер получил указанное обобщение результата Норберта Винера, содержится в статье А.Г.Баскакова «Теорема Винера и асимптотические оценки элементов обратных матриц» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1990, том 24, вып.3), в которой автор сообщает: «Теоремы этой заметки получены с использованием следующих конструкций и леммы, доказательство которой опирается на теорему Бохнера-Филлипса [6], являющуюся обобщением теоремы Н.Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье [7]» (Баскаков, 1990, с.64). Мы не будем далее продолжать цитировать статью А.Г.Баскакова, так как для нас важно лишь содержащееся в статье указание на обобщение теоремы Н.Винера. Кстати, в данной статье [6] – работа С.Бохнера и Р.С.Филлипса (1942), [7] – книга Ж.Кахана «Абсолютно сходящиеся ряды Фурье» (Москва, «Мир», 1976). Об этом же обобщении А.Г.Баскаков пишет в статье «Асимптотические оценки элементов матриц обратных операторов и гармонический анализ» («Сибирский математический журнал», 1997, том 38, № 1). Имея в виду доказательство своих теорем об асимптотических условиях убывания функций определенного вида, А.Г.Баскаков говорит в названной статье: «Их доказательство существенно использует результаты Аллана [1] и теорему Бохнера-Филлипса [2], являющиеся обобщением на векторные функции известной теоремы Н.Винера [3] об абсолютно сходящихся рядах Фурье» (Баскаков, 1997, с.15). О том, что С.Бохнер обобщил теорему Винера-Пэйли, а также теорему Планшереля, пишет В.П.Гурарий в статье «Преобразование Фурье в L^2 (- ∞, ∞) с весом» («Математический сборник», 1962, том 58 (100), № 4): «Хорошо известно, что для L^2 (- ∞, ∞) ($\varphi(x)=1$) теорема Планшереля и теорема Винера-Пэйли были перенесены Бохнером на случай полиномиально растущего веса» (Гурарий, 1962, с.439).

Индукция А.Алексевича. Американский математик А.Алексевич (1950) обобщил ряд теорем С.Банаха. В частности, А.Алексевич распространил на более общую ситуацию теорему С.Банаха о сгущении особенностей. Эти же теоремы обобщали на полиномы операторов в пространствах Фреше (F-пространствах) Станислав Мазур и Владислав Орлич. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут о теоремах С.Банаха, обозначаемых символами 1.17 и 1.18, в том числе о его теореме о сгущении особенностей: «Алексевич [1] занимался систематическим изучением условий, при которых справедливы теоремы, аналогичные теоремам 1.17 и 1.18, и теорема о сгущении особенностей для классов непрерывных отображений между метрическими пространствами. Его условия таковы, что из них могут быть получены как эти теоремы, так и некоторые обобщения теорем Сакса [2, 3] о последовательностях мер. Алексевич [1, II] рассматривал также эти результаты в пространствах, в которых установлены некоторые абстрактные понятия предела. Мазур и Орлич [2] (см. также Алексевич [1, I]) обобщили эти три теоремы на полиномы операторов в F-пространствах» (Данфорд, Шварц, 1962, с.95). Здесь [1] – работа А.Алексевича (1950), [2] – исследование С.Мазура и В.Орлича (1934), [3] – работа С.Сакса (1933).

Индукция Станислава Мазура и Владислава Орлича. Польские математики С.Мазур и В.Орлич (1933) перенесли одну из теорем С.Банаха на пространства Фреше (F-пространства). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) говорят о теореме С.Банаха, обозначаемой символом 1.14: «Хотя частный случай теоремы 1.14 использовался раньше, для общего B-пространства она впервые была доказана Банахом [3, стр.151]. Мазур и Орлич [1, стр.153] обобщили эту теорему и теорему 1.16 на F-пространства» (Данфорд, Шварц, 1962, с.96). Здесь [3] – работа С.Банаха (1922), [1] – исследование С.Мазура и В.Орлича (1933).

Индукция Владислава Орлича. В.Орлич обобщил на произвольные полные ортонормированные системы результат Н.Н.Лузина, который впервые построил почти всюду расходящийся тригонометрический ряд. П.Л.Ульянов в предисловии к книге Г.Алексича «Проблемы сходимости ортогональных рядов» (Москва, ИЛ, 1963) говорит об Алексиче, о его книге: «Так, автор даже не упомянул, что Н.Н.Лузиным впервые был построен почти всюду расходящийся тригонометрический ряд (с коэффициентами, сходящимися к нулю) и что этот результат был потом обобщен В.Орличем на произвольные полные ортонормированные системы» (Ульянов, 1963, с.6).

Индукция Владислава Орлича. В.Орлич (1927) распространил на более общую ситуацию теорему Меньшова (1924) об условиях, при которых ортогональный ряд определенного вида сходится почти всюду при любой перестановке его членов. П.Л.Ульянов в редакторских примечаниях, содержащихся в книге Г.Алексича «Проблемы сходимости ортогональных рядов» (1963) говорит об указанной теореме Меньшова, обозначаемой символом 2.5.4: «На самом деле теорема 2.5.4 доказана впервые Меньшовым [4]. Орлич в указанной автором (Г.Алексичем – Н.Н.Б.) работе [1] сам говорит, что эта теорема установлена Меньшовым (который опубликовал ее в январе 1924 года в C.r. Acad. Sci., 178 (1924), стр. 301-303) и что Орлич лишь обобщает теорему Меньшова» (Ульянов, 1963, с.114). Здесь [1] – исследование В.Орлича (1927). Раскрывая значение теоремы Меньшова, которую обобщил В.Орлич, П.Л.Ульянов добавляет: «Здесь следует отметить, что хотя теорема 2.5.4 и проста, но именно эта теорема Д.Е.Меньшова явилась началом общей теории безусловной сходимости ортогональных рядов» (там же, с.112).

Индукция Станислава Мазура. С.Мазур (1933) обобщил на случай вещественных линейных нормированных пространств теорему отделимости Асколи (1932), сформулированную им для сепарабельных пространств. В результате С.Мазур получил теорему, согласно которой содержащее внутреннюю точку выпуклое множество в вещественном линейном нормированном пространстве может быть отделено от любой невнутренней по отношению к нему точки. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) констатируют: «Доказательство теоремы 1.12, по существу, принадлежит Мазуру [1, стр.73], доказавшему, что содержащее внутреннюю точку выпуклое множество в вещественном линейном нормированном пространстве может быть отделено (в смысле определения 1.9) от любой невнутренней по отношению к нему точки. Это обобщает аналогичный результат, полученный Асколи [1, стр.206] для сепарабельных пространств. Эйдельгайт [1] обобщил этот результат на случай двух выпуклых множеств, обладающих внутренними точками, но не имеющих общей внутренней точки» (Данфорд, Шварц, 1962, с.498). Здесь [1] – работа С.Мазура (1933), [1] – исследование Г.Асколи (1932).

Индукция Б.Дж.Петтиса. Б.Дж.Петтис (1950) обобщил некоторые результаты Банаха, Фрейденталя и Лоренца. Н.Данфорд и Дж.Шварц в одном из параграфов своей книги «Линейные операторы. Общая теория» (1962) повествуют: «Петтис [5] доказал теоремы, обобщающие некоторые из результатов Банаха [7], Фрейденталя [2] и Лоренца [3]; в применении к линейным пространствам они содержат большую часть результатов этого параграфа» (Данфорд, Шварц, 1962, с.98). В другом месте своей книги Н.Данфорд и Дж.Шварц вновь обсуждают вопрос о том, какие теоремы Банаха были обобщены Петтисом: «Петтисом [5, стр.300] было дано весьма широкое обобщение теоремы 1.13 на линейные топологические пространства. Им была доказана также справедливость некоторого обобщения теоремы 1.17 для последовательности непрерывных гомоморфизмов между двумя топологическими группами» (там же, с.95). Здесь [5] – исследование Б.Дж.Петтиса (1950).

Индукция Р.Ф.Аренса и Е.Майкла. Р.Ф.Аренс (1946, 1952) и Е.Майкл (1952) обобщили на более общие топологические группы многие теоремы из области банаховых алгебр (В-алгебр). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Спектральная теория» (1966) отмечают: «Мы закончим упоминанием о том, что Аренс [2, 9] и Майкл [2] распространили многие результаты, относящиеся к В-алгебрам, на более общие топологические алгебры» (Данфорд, Шварц, 1966, с.38). Здесь [2] – работа Р.Ф.Аренса (1946), [9] – исследование того же Р.Ф.Аренса (1952), [2] – работа Е.Майкла (1952).

Индукция Станислава Сакса. Известный польский математик С.Сакс обобщил теорему Витали-Хана, после чего она стала именоваться теоремой Витали-Хана-Сакса о сходящейся последовательности обобщенных мер. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Хан [2] доказал, что если {fn} есть последовательность интегрируемых по Лебегу функций, определенных на отрезке [0, 1], и если Lim ∫fn(s)ds существует для каждого измеримого множества E, то эти неопределенные интегралы (неопределенные интегралы от fn – Н.Н.Б.) равностепенно непрерывны относительно n и сходятся к некоторой функции множества, непрерывной относительно меры Лебега. Другое доказательство этой теоремы было предложено Банахом [6, стр.152]. Важная теорема 7.2 (теорема Витали-Хана, обобщенная Саксом – Н.Н.Б.) является обобщением этой теоремы и доказана Саксом [3] для случая скалярных мер, хотя его доказательство является совершенно общим. Фактически Саксом доказано, что эта теорема справедлива и при несколько более слабых предположениях» (Данфорд, Шварц, 1962, с.255). Здесь [2] – работа Х.Хана (1922), [3] – исследование С.Сакса (1933).

Индукция Станислава Сакса. С.Сакс перенес на произвольные функции теорему Данжуа-Юнга. Ф.Рисс и Б.Секефальви-Надь в книге «Лекции по функциональному анализу» (Москва, «Мир», 1979) пишут: «Следующая весьма общая теорема, описывающая поведение четырех производных чисел какой угодно функции, представляет известный интерес, хотя и не понадобится нам в дальнейшем. Для непрерывных функций эту теорему впервые доказали независимо друг от друга Данжуа и Г.Юнг; позднее Г.Юнг обобщила ее на измеримые функции; наконец, Сакс показал, что теорема эта справедлива для совершенно произвольных функций» (Рисс, Секевальфи-Надь, 1979, с.27). Ф.Рисс и Б.Секефальви-Надь формулируют теорему Данжуа-Юнга, которую обобщил С.Сакс: «В любой точке, за исключением точек некоторого множества меры нуль, могут осуществляться лишь следующие возможности: два смежных производных числа либо оба конечны и равны, либо хотя бы одно из них бесконечно; два противоположных производных числа либо оба конечны и равны, либо одно из них, именно то, которое является верхним производным числом, равно ∞, а другое равно -∞» (там же, с.28).

Индукция Станислава Сакса. С.Сакс посредством индукции доказывает знаменитую теорему Егорова, согласно которой последовательность измеримых функций, сходящаяся почти всюду на некотором множестве, сходится равномерно на достаточно большом его подмножестве. С.Сакс в книге «Теория интеграла» (1949) пишет о теореме Егорова: «Для доказательства достаточно рассмотреть случай, когда множество E само имеет конечную меру. При этом предположении мы можем на основании теоремы (9.6) определить по индукции последовательность $\{E_R\}_{R=1, 2, \dots}$ измеримых множеств…» (Сакс, 1949, с.36). Отметим, что здесь теорема (9.6) – это и есть теорема Егорова. Кроме того, С.Сакс при помощи индукции доказывает известную теорему Витали о покрытии, о которой он пишет: «Сначала мы докажем теорему в частном случае, когда:

(i) параметр регулярности всех множеств (G) превосходит фиксированное число $\alpha>0$ и

(ii) множество A ограничено, т.е. содержится в открытой сфере S.

Очевидно, мы можем дополнительно предположить, что все множества (G) также содержатся в S. Если эти условия выполнены, мы можем определить последовательность {En} по индукции…» (Сакс, 1949, с.167-168). Здесь последовательность {En} – это конечная или счетная последовательность попарно не пересекающихся множеств. В той же книге «Теория интеграла» С.Сакс использует индукцию при доказательстве одной из теорем Н.Н.Лузина, о чем говорит: «(2.3). Теорема Лузина. Пусть функция f измерима и конечна почти всюду на сегменте J=[a, b]. Тогда существует непрерывная функция F, такая, что F′(x)=f(x) почти всюду на J. Доказательство. Определим по индукции последовательность функций {Gn}n = 0, 1, …, каждая из которых непрерывна и почти всюду дифференцируема, и последовательность замкнутых множеств {Pn}n = 0, 1, …, лежащих в сегменте J…» (Сакс, 1949, с.312).

Индукция Р.Д.Андерсона и В.Л.Кли. Р.Д.Андерсон и В.Л.Кли (1952) распространили на более общую ситуацию теорему Г.Хадвигера (1946) о том, что любое множество с гладкой границей может быть разбито на n+1 часть меньшего диаметра. А.Ю.Иванов в докладе «О разбиении множеств на меньшие части в многомерных пространствах с гельдеровыми нормами» (сборник тезисов Международной конференции по современному анализу, Донецк, 2011) сообщает: «В 1946 г. Г.Хадвигер показал, что любое множество с гладкой границей может быть разбито на n+1 часть меньшего диаметра. Затем в 1952 г. Р.Д.Андерсон и В.Л.Кли распространили этот результат на некоторый подкласс множества фигур постоянной ширины с нерегулярными точками на границе…» (Иванов, 2011, с.54).

Индукция Антония Растона. А.Ф.Растон (1954) распространил на операторы Ф.Рисса классическую теорию компактных операторов в банаховых пространствах, построенную Ф.Риссом. З.Пресдорф в обзоре «Линейные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27) пишет: «В 1954 г. Растон ввел понятие операторов Рисса и перенес на них, в основном, всю классическую теорию Ф.Рисса, относящуюся к операторам вида $I - \lambda S$, где S компактный оператор» (Пресдорф, 1988, с.35).

Индукция Марстона Морса. Теория критических точек функций и функционалов, построенная американским математиком М.Морсом (1921), индуктивно выросла из частных результатов этой теории, известных А.Пуанкаре, Э.Хопфу и Д.Биркгофу. М.Горески и Р.Макферсон в книге «Стратифицированная теория Морса» (1991) повествуют: «Как и большинство математических продвижений, теория Морса имела своих предшественников. Так, неравенства Морса для векторных полей в размерности два, т.е. половина теоремы Хопфа об индексе, были известны еще Пуанкаре (1885). Первое указание на связь между критическими точками функции и топологией ее области определения содержится в принципе минимакса Биркгофа, дающем выражение нижней границы числа седловых точек функции, определенной на двумерном многообразии, в терминах количества относительных минимумов и гомологий этого многообразия. Работа Морса была инспирирована результатами Биркгофа, однако продвинулась настолько дальше своих предтеч, что может считаться качественно новой» (Горески, Макферсон, 1991, с.34). Дополняя изложенное, приведем также слова Д.Б.Фукса, который в предисловии к книге Дж.Милнора «Теорема об h-кобордизме» (1969) говорит: «В 1935 году М.Морс заметил, что числа критических точек различных индексов гладкой функции на многообразии могут быть использованы для изучения геометрических свойств этого многообразия. Например, если на замкнутом многообразии M существует гладкая функция, имеющая всего две критические точки: максимум и минимум, то это многообразие гомеоморфно сфере; если M – многообразие с краем, край которого dM есть объединение двух открытых непересекающихся подмножеств N1 и N2, и если на M задана гладкая функция, принимающая значения между 0 и 1, равна 0 на N1 и 1 на N2 и не имеющая критических точек, то N1 диффеоморфно N2 и M диффеоморфно N1×[0, 1]» (Фукс, 1969, с.5).

Индукция Марстона Морса. М.Морс (1921) построил рекуррентную непериодическую геодезическую в результате того, что индуктивно (по аналогии) перенес на более общую ситуацию методы символической динамики, разработанные Жаком Адамаром (1898) при исследовании геодезических линий на поверхностях отрицательной кривизны. Здесь мы вновь приравниваем индукцию к аналогии, не усматривая существенных различий между этими интеллектуальными стратегиями. Р.Боуэн в статье «Символическая динамика для гиперболических потоков» (книга Р.Боуэна «Методы символической динамики», 1979) пишет: «Пусть M – конечное множество элементов (называемых символами) с дискретной топологией, а ∑м = ΠM – множество всех бесконечных в обе стороны последовательностей символов с топологией прямого произведения. В символической динамике изучают динамику дифференцируемого потока, связывая ее с гомеоморфизмом сдвига δ:∑м→∑м. Такой подход впервые применил Адамар [9] в 1898 г., установив соответствие между геодезическими на поверхности отрицательной кривизны и некоторыми последовательностями символов. Позднее Марстон Морс, используя это соответствие, построил рекуррентную непериодическую геодезическую [13], [14], [15]» (Боуэн, 1979, с.106). Здесь [13] – работа М.Морса (1921), [14] – работа М.Морса (1921), [15] – исследование М.Морса (1966).

Индукция Марстона Морса. М.Морс перенес на более общую ситуацию теорему Данжуа-Аландера. С.Стоилов в работе «Лекции о топологических принципах теории аналитических функций» (Москва, «Наука», 1964) формулирует теорему Данжуа-Аландера: «Рассмотрим функцию F(z), мероморфную в жордановой области D и на ее контуре C. Предположим, что на C функции F(z) и F′(z) не имеют ни нулей, ни полюсов. Если на C |F(z)|=const и число различных полюсов функции F(z) в D совместно с числом ее различных нулей равно m, то производная F′(z) имеет в D точно m-1 нулей, отличных от нулей функции F(z). Это утверждение было выведено Данжуа из более общей теоремы и составляет ее наиболее важный частный случай» (Стоилов, 1964, с.173). Далее С.Стоилов отмечает: «В своей книге «Топологические методы в теории функций комплексного переменного» Марстон Морс дал обобщение теоремы Данжуа-Аландера (указанный частный случай теоремы Данжуа)…» (там же, с.175).

Индукция Марстона Морса. М.Морс обобщил одну из теорем Радо. В книге «Топологические методы теории функций комплексного переменного» (Москва, ИЛ, 1951) М.Морс поясняет теорему Радо, которую он подверг обобщению: «Теорема Радо утверждает, что не существует (1, m)-значного отображения ω=f(z) области G в себя, если m>1 и число граничных кривых V>1» (Морс, 1951, с.116). Далее М.Морс описывает суть своего обобщения теоремы Радо: «Наше обобщение теоремы Радо ограничивается случаем, когда V>2, и состоит в следующем: теорема 25.1. Если число граничных кривых превосходит 2, n(∞)=0 и образы граничных кривых (g) локально просты, то при m>1 общий угловой порядок образов граничных кривых не может быть равным (2-V)m ни для какого внутреннего преобразования, определенного в G» (там же, с.117).

Индукция Марстона Морса. М.Морс перенес на более общую ситуацию одну из теорем Е.Титчмарша. М.Морс книге «Топологические методы теории функций комплексного переменного» (1951) приводит теорему Е.Титчмарша, которую он обобщил: «Интересную теорему приводит Титчмарш (стр.122). Кривая, на которой модуль |F(z)| равен положительной константе, называется линией уровня f(z). Теорему 25.2. Если f аналитична внутри и на границе области, ограниченной жордановой кривой уровня C, и имеет n нулей внутри C, то f' имеет n-1 нулей внутри C и нигде на C не обращается внуль» (Морс, 1951, с.118). Далее М.Морс показывает, как он обобщил теорему Е.Титчмарша: «Приводимое ниже обобщение теоремы 25.2 носит более глубокий характер и состоит в том, что f(z) предполагается не аналитической, а лишь реализующей внутреннее отображение R. Сильное условие аналитичности f на C заменено условием локальной простоты образа C при отображении f. Вывод о том, что f'≠0 на C заменен выводом о локальной взаимной однозначности f в каждой точке C» (Морс, 1951, с.119).

Индукция Марстона Морса. М.Морс совместно с Томпкинсом индуктивно (эмпирически, путем прямого подсчета) доказали одну из теорем, касающуюся свойств последовательности гармонических поверхностей. Р.Курант в книге «Принцип Дирихле, конформные отображения и минимальные поверхности» (Москва, ИЛ, 1953) констатирует: «Теорема 3.7. Пусть $X^{(n)}$ – последовательность гармонических поверхностей со спрямляемыми границами. Предположим, что $X^{(n)}$ равномерно сходится к поверхности X со спрямляемой границей, причем так, что длина Ln границы $X^{(n)}$ сходится к длине L границы X, тогда площадь An поверхности $X^{(n)}$ будет стремиться к площади A поверхности X. Доказательство. Морс и Томпкинс непосредственно подсчитали интеграл, определяющий площадь» (Курант, 1953, с.128).

Индукция Джеймса Александера. Американский математик Дж.Александер (1922) сформулировал свою знаменитую теорему двойственности благодаря индуктивному обобщению теоремы Жордана о разбиении плоскости замкнутой кривой. Л.С.Понтрягин в статье «Топологические теоремы двойственности» (УМН, 1947, том 2, вып.2 (18)) пишет: «Совершенно независимо от теоремы двойственности Пуанкаре-Веблена появилась теорема двойственности Александера, являющаяся обобщением теоремы Жордана о разбиении плоскости замкнутой кривой. (…) Теорема эта дала сильный толчок развитию топологических теорем двойственности. Прежде всего, оказалось, что она может быть усилена аналогично тому, как теорема Пуанкаре была усилена Вебленом. Роль индексов пересечений здесь играют коэффициенты зацепления» (Понтрягин, 1947, с.21). Об этом же Л.С.Понтрягин пишет в статье «О моих работах по топологии и топологической алгебре» (Труды МИАН СССР, 1984, том 168): «Всем хорошо известна теорема Жордана о том, что замкнутая кривая, расположенная на плоскости без самопересечения, разбивает плоскость ровно на две части, внутреннюю и внешнюю. Далеко идущим обобщением этой простой теоремы Жордана, которая, однако, доказывается не просто, является теорема двойственности Александера» (Понтрягин, 1984, с.236). Следует сказать, что Дж.Александер непосредственно обобщал не теорему Жордана, а теорему Брауэра (1910), которая сама являлась обобщением результата Жордана. Причем Дж.Александер пришел к мысли о переносе теоремы Брауэра на более общую ситуацию в процессе доказательства, которое опять же стимулировалось доказательством, предложенным Брауэром. А.В.Чернавский в статье «Теорема Жордана» (сборник «Математическое просвещение», 1999, серия 3, вып.3) пишет: «Доказательство, данное Брауэром в 1910 году, привело Дж.Александера к идее доказательства, основанного на гомологических свойствах множеств. Суть состоит в том, что если два множества связны и пересекаются по двум связным множествам, то их объединение разбивает плоскость на две компоненты» (Чернавский, 1999, с.155). «По-видимому, - продолжает А.В.Чернавский, - доказательство, данное Александером, привело его к идее обобщения теоремы Жордана-Брауэра на подмножества сферы произвольной размерности – к теореме двойственности Александера. Теперь этот результат является элементарным следствием точной последовательности пары и двойственности Пуанкаре» (там же, с.156). Отметим, что впоследствии теорема двойственности Александера индуктивно обобщалась многими математиками, в том числе основателем топологической школы в России Павлом Сергеевичем Александровым. П.С.Александров и В.В.Федорчук в статье «Основные моменты в развитии теоретико-множественной топологии» (УМН, 1978, том 33, вып.3 (201)) отмечают: «П.С.Александров распространил (1927) формулу двойственности (1) Александера на более общий случай, когда Р есть любой компакт в S^n. Для случая n = 2 эквивалентный результат содержится еще в работе Брауэра [67] 1912 г. Таким образом, теорема двойственности Александера положила начало развития большой области топологии, теории топологической двойственности, о которой мы еще много будем говорить ниже» (Александров, Федорчук, 1978, с.5).

Индукция Дж.Александера и Дж.Йорка. Дж.Александер и Дж.Йорк получили обобщение теоремы Э.Хопфа о бифуркации фазового портрета динамической системы. Отметим, что сам Э.Хопф сформулировал свою теорему в результате обобщения на многомерный случай теоремы А.А.Андронова о бифуркации, соответствующей двумерному случаю. Л.Ниренберг в монографии «Лекции по нелинейному функциональному анализу» (Москва, «Мир», 1977), перечисляя достижения теории бифуркаций, пишет: «Другой фундаментальный результат – теорема Хопфа о бифуркации, которая описывает, как семейство периодических решений ответвляется от семейства равновесных решений. В последние годы этот результат был распространен на бесконечномерный случай и усилен; см., например, [80], где также даны дальнейшие ссылки на литературу. Недавно Дж.К.Александер и Дж.А.Йорк [81] доказали важное обобщение теоремы Хопфа о бифуркации, являющееся глобальным в том смысле, что периодические орбиты существуют не только в окрестности точки бифуркации» (Ниренберг, 1977, с.7).

Индукция Соломона Лефшеца. Американский математик Соломон Лефшец (1921, 1924) обобщил на трехмерные алгебраические многообразия известную теорему Макса Нетера, которая утверждает, что на «общей» поверхности степени, большей 3, в трехмерном комплексном проективном пространстве P^3 любая алгебраическая кривая высекается некоторой поверхностью из P^3. Б.Г.Мойшезон в статье «Об алгебраических классах гомологий на алгебраических многообразиях» (Известия АН СССР, серия математическая, 1967, том 31, вып.2) отмечает: «Известная теорема Нетера утверждает, что на «общей» поверхности степени, большей, чем 3, в трехмерном комплексном проективном пространстве P^3 любая алгебраическая кривая высекается некоторой поверхностью из P^3 [см. (1), (2), (3)]. Легко видеть, что поверхности степени m в P^3 можно рассматривать как гиперплоские сечения P^3 в его проективном вложении, соответствующем многочленам степени m. Лефшец (2) с помощью своей теории исчезающих циклов обобщил теорему Нетера с P^3 на трехмерные алгебраические многообразия, являющиеся полными пересечениями…» (Мойшезон, 1967, с.225). Здесь (1) – работа С.Лефшеца [1924], (2) – работа того же С.Лефшеца [1921].

Индукция Х.Титца (Титце). Х.Титц обобщил на случай любого метрического пространства теорему Лебега о продолжении непрерывных функций, определенных на границе так называемой «замкнутой области». Отметим, что до Х.Титца эту теорему обобщал на n-мерное евклидово пространство Л.Брауэр, а после Х.Титца она была распространена на любое нормальное пространство Павлом Самуиловичем Урысоном. А.В.Архангельский в примечаниях к книге Дж.Л.Келли «Общая топология» (Москва, «Наука», 1968) пишет о теореме Х.Титца, которая называется теоремой о продолжении непрерывных отображений:

«История этой теоремы такова. Для плоскости X она была доказана Лебегом в начале текущего столетия, а для случая, когда X есть n-мерное евклидово пространство, - немного позже Брауэром. Титц обобщил теорему на случай любого метрического пространства. Урысон впервые доказал ее для любого нормального пространства, и это обобщение, очевидно, является окончательным (если теорема верна для пространства X, то X нормально)» (Архангельский, 1968, с.318). Об этом же говорит А.П.Комбаров в диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Топологические свойства типа нормальности и счетной паракомпактности в произведениях и экспоненциальных пространствах» (Москва, 2007): «Хорошо известно, что Титце доказал теорему о продолжении только для метрических пространств [139], иными словами, Титце доказал нормальность метрических пространств, а до Титце частный случай теоремы Титце-Урысона для плоскости В был получен Лебегом [112], занимавшимся задачей Дирихле и в связи с этой задачей рассматривавшим продолжения непрерывных функций, определенных на границе так называемой «замкнутой области» (А.П.Комбаров, 2007).

Индукция Х.Титца (Титце). Х.Титц обобщил одну из теорем Феликса Клейна, который доказал ее для групп, действующих на гиперболическом пространстве. М.Громов в книге «Знак и геометрический смысл кривизны» (Ижевск, РХД, 2000) повествует: «Понятие теоремы о свободности обращает нас к Феликсу Клейну, который доказал ее для групп, действующих на гиперболическом пространстве H^3 с $K = -1$. Обобщение для подгрупп $\Gamma \subseteq SLn$, действующих на многообразии $SLn/SO(n)$ с $K \leq 0$ – это известный результат Титца. Обобщение для переменной строго отрицательной кривизны принадлежит Эберлейну» (Громов, 2000, с.68).

Индукция Х.Титца (Титце). Х.Титц (1955) обобщил ряд Лорана на случай произвольной двусвязной области. П.К.Суетин в статье «Ряды по многочленам Фабера и некоторые их обобщения» (сборник «Итоги науки и техники», 1975, том 5), произнося фамилию Титца как «Тиц», пишет: «Поскольку ряды по многочленам Фабера являются некоторым обобщением рядов Тейлора на случай произвольной односвязной области, то естественно поставить вопрос о построении аналогичного обобщения ряда Лорана на случай произвольной двусвязной области. Такое обобщение было указано в работе Тица [56]…» (Суетин, 1975, с.113). Здесь [56] – исследование Х.Титца (1955). Укажем, что многочлены Фабера – это многочлены, определяемые с помощью разложения определенного вида, где весовая функция g (z) является аналитической в области D и положительной в бесконечности. Эти многочлены играют важную роль при исследовании асимптотических свойств ортогональных многочленов в комплексной области.

Индукция Павла Самуиловича Урысона. Советский математик Павел Урысон (1921) открыл индуктивное определение размерности пространства, основываясь на кропотливом анализе различных вариантов определения этой размерности и выборе того из них, который был адекватным и позволял решить проблему. Другими словами, вывод Урысона о том, что определение размерности должно быть индуктивным, сам представлял собой индукцию, которая базировалась на методе проб и ошибок. А.Ф.Лапко и Л.А.Люстерник в статье «Из истории советской математики» (УМН, 1967, том 22, вып.6 (138)) пишут о пробах и ошибках Урысона: «Очень скоро предметом его размышлений стало общее определение размерности; все лето 1921 г. прошло в напряженных попытках найти «настоящее» определение, причем Павел Самуилович переходил от одного варианта к другому, постоянно строя примеры, показывавшие, почему тот или иной вариант надо отбросить. Это были два месяца всепоглащающих размышлений. Наконец, в одно утро, в конце августа Павел Самуилович проснулся с готовым, окончательным и всем теперь хорошо известным индуктивным определением размерности» (Лапко, Люстерник, 1967, с.100). Следует указать, что подсказкой открытия П.С.Урысона могла служить статья Анри Пуанкаре «Почему пространство имеет три измерения?», опубликованная в 1912 году, в которой предлагался индуктивный подход к определению размерности. Вряд ли П.С.Урысон не был знаком с этой работой Пуанкаре. Данная подсказка, которую можно представить как своеобразную аналогию, стимулировала движение мысли Урысона в правильном направлении. В.В.Федорчук в статье «Тождество Урысона и размерность многообразий» (УМН, 1998, том 53, вып.5 (323)) отмечает: «В 1912 г. в философском журнале появилась статья Пуанкаре [92], в которой он, не приводя точных формулировок, наглядно описал индуктивный подход к определению размерности, основанный на разбиении топологического пространства подмножествами более низкой размерности. Смерть Пуанкаре в том же 1912 г. помешала ему превратить эту важную идею в точное определение размерности» (Федорчук, 1998, с.75). Есть весьма убедительное свидетельство того, что П.С.Урысон все-таки был знаком со статьей А.Пуанкаре, которая подсказывала путь к верной идее. Ю.М.Смирнов в статье «Павел Сергеевич Александров и развитие топологии в СССР» (УМН, 1984, том 39, вып.5 (239)) пишет: «Таким образом, П.С.Александров и П.С.Урысон явились основателями советской топологии! Как пишет сам Павел Сергеевич, серьезное влияние на них имели работы А.Пуанкаре, в частности, его знаменитая статья 1911 г. «Почему пространство имеет три измерения?», работы Лебега 1911 г., работы Брауэра 1913 г. – в основном по теории размерности…» (Смирнов, 1984, с.3-4). А вот что говорит сам П.С.Александров в предисловии к книге В.Гуревича и Г.Волмэна «Теория размерности» (Москва, 1948): «От статьи Пуанкаре идет сама проблема определения размерности для достаточно широкого класса точечных множеств, и в ней дан первый набросок индуктивной формы этого определения» (Александров, 1948, с.5).

Индукция Павла Самуиловича Урысона. Павел Урысон доказал посредством математической индукции неравенство $\dim A \geq \mathrm{Dim}\, A$, являющееся частью его теоремы об эквивалентности (используемой для обоснования совпадения размерности полиэдра с его элементарно геометрическим числом измерений). П.С.Александров в предисловии к книге В.Гуревича и Г.Волмэна «Теория размерности» (Москва, ИЛ, 1948) пишет о том, как П.С.Урысон доказал вышеупомянутое неравенство: «Равенство $\mathrm{Dim}\, F = \dim F$ и установление таким образом возможности пользоваться «вторым» определением размерности принадлежит только Урысону; и Менгер, доказывая неравенство

$$(1)\ \dim A \geq \mathrm{Dim}\, A,$$

нужное ему для доказательства совпадения размерности полиэдра с его элементарно геометрическим числом измерений, даже не ставит вопроса об обратном неравенстве. Между прочим, неравенство (1) есть более легкая из двух частей урысоновской теоремы об эквивалентности, доказываемая почти автоматической индукцией…» (Александров, 1948, с.10). П.С.Александров в предисловии к книге П.С.Урысона «Труды по топологии и другим областям математики» (Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1951) подчеркивает значимость теоремы эквивалентности П.С.Урысона, доказанной индуктивно: «Выход, найденный П.С.Урысоном, имел самые большие последствия для теории размерности: он заключался в доказательстве знаменитой теоремы, что индуктивно определенная размерность компакта равна наименьшему такому числу n, для которого можно найти покрытие кратности n+1 сколь угодно малыми по диаметру замкнутыми множествами (мы говорим, что кратность системы множеств равна K, если существует K и не больше множеств, входящих в данную систему и имеющих непустое пересечение). Теорема эквивалентности не только позволила доказать равенство $\dim R^n = n$ для любого n, но явилась поворотной точкой в развитии теории размерности и значительной части всей вообще топологии…» (Александров, 1951, с.14-15).

Индукция Павла Самуиловича Урысона. Павел Урысон доказал при помощи индукции основные результаты в построенной им индуктивной теории размерности. П.С.Урысон в своем мемуаре «О канторовых многообразиях» (П.С.Урысон, «Труды по топологии и другим областям математики», 1951) пишет: «Так как размерность определена по индукции, то apriori ясно, что всякая общая теорема, касающаяся размерности, может быть доказана только по индукции» (Урысон, 1951, с.269). В частности, П.С.Урысон доказывает посредством индукции следующие основные теоремы своей теории размерности: 1) размерность есть топологический инвариант, 2) если множества С и С1 локально тождественны в окрестности точки X, то эта точка имеет одну и ту же размерность относительно каждого из них; 3) размерность не изменится, если ограничить класс ε-определяющих множеств замкнутыми относительно С множествами, 4) всякое множество, расположенное в E^n, имеет размерность, не большую, чем n, 5) соотношение между множествами L и M и т.д. Например, доказывая последнюю из приведенных теорем, П.С.Урысон пишет: «Теорема. Каковы бы ни были множества L и M, всегда имеет место соотношение dim (L U M) ≤ dim L + dim M +1. Доказательство будем вести по индукции. Теорема, очевидно, верна при dim L + dim M = -2» (Урысон, 1951, с.445).

Индукция Павла Самуиловича Урысона. Павел Урысон обобщил классическую теорему Фрагмена-Брауэра. П.С.Александров в предисловии к книге В.Гуревича и Г.Волмэна «Теория размерности» (1948) пишет: «В конце гл. VI доказывается, что совместная граница двух и более областей в n-мерном пространстве есть всегда (n-1)-мерное канторово многообразие. Эта теорема, которой Урысон придавал очень большое значение, доказана им с преодолением значительных трудностей для случая n=3 (для случая n=2 теорема была давно известна под названием «классической теоремы Фрагмена-Брауэра»). Первое доказательство для любого n было дано мною в 1927 г.» (Александров, 1948, с.16).

Индукция Лейтзена Брауэра. Голландский математик Л.Брауэр (1913) независимо от П.С.Урысона сформулировал математически строгое индуктивное определение размерности, индуктивно (да простит нам читатель неизбежное в данном случае повторение терминов!) основываясь на идее Пуанкаре о возможности индуктивного подхода к определению этой размерности. Как мы уже сказали, Пуанкаре опубликовал эту идею в 1912 году (в год своей смерти), сообщив, что число измерений пространства можно устанавливать путем разбиения данного пространства множествами более низкой размерности. Именно этой идеей и воспользовался Л.Брауэр, переведя ее на язык математических символов. Это в чем-то аналогично истории знаменитой формулы S = k Ln W, показывающей, что величина энтропии окружающего мира пропорциональна логарифму вероятности. Считается, что эту фундаментальную формулу вывел Людвиг Больцман, недаром именно она высечена на постаменте его надгробного памятника (на Венском кладбище). Но Больцман говорил лишь о том, что энтропия пропорциональна вероятности, а формулу вывел его последователь Макс Планк. Идея, опубликованная Пуанкаре в 1912 году и подсказывающая, как индуктивно определить размерность пространства, относится к формуле Л.Брауэра так же, как идея Больцмана о пропорциональности энтропии и вероятности относится к формуле S = k Ln W, выведенной М.Планком. О том, что Пуанкаре до Брауэра и Урысона давал наглядное объяснение индуктивного способа определения размерности, пишет В.В.Федорчук во многих своих работах. В статье «Основы теории размерности» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 17) В.В.Федорчук говорит: «В 1912 г. появилась статья Пуанкаре [21], в которой в научно-популярной форме излагалась глубокая идея о возможности индуктивного определения числа измерений пространства, основанного на разбиении пространства множествами более низкой размерности. В 1913 г. эта идея Пуанкаре получила точный математический смысл в уже упомянутой работе Брауэра [12], который дал определение размерностного инварианта, совпадающего для полных метрических пространств с большой индуктивной размерностью Ind, и доказал равенство Ind R^n = n» (Федорчук, 1988, с.114). Об этом же говорится в статье В.В.Федорчука, М.Левина и Е.В.Щепина «О брауэровском определении размерности» (УМН, 1999, том 54, вып.2 (326)): «Идея индуктивного определения размерности восходит к работе А.Пуанкаре [1]. Ее можно сформулировать следующим образом: пространство имеет размерность ≤ n, если его можно как угодно разбивать подпространствами размерности ≤ n – 1. Для того, чтобы превратить эту идею в строгое определение, необходимо определить, что значит «как угодно» и что значит «разбивает». Первую попытку дать такое определение предпринял Л.Брауэр [2] в 1913 году, а вторую – П.Урысон десять лет спустя» (Федорчук и др., 1999, с.193). Наконец, эти же обстоятельства формирования индуктивной концепции размерности описывает П.С.Александров в статье «Пуанкаре и топология» (УМН, 1972, том 27, вып.1 (163)). Говоря о статье А.Пуанкаре «Почему пространство имеет три измерения?», П.С.Александров отмечает: «Статья эта замечательна тем, что в ней более в литературной, чем в строго научной форме – ставится проблема и излагается идея одного из основных понятий теоретико-множественной топологии – проблема и идея общего индуктивного определения размерности; идея Пуанкаре заключается в том, что если пространство имеет размерность n, то его можно разбить на (сколь угодно мелкие) части посредством подпространств размерности n-1. Первым математиком, который этим очень неопределенным наглядным высказываниям Пуанкаре придал (в работе 1913 г.) строгую и законченную форму, был Брауэр» (Александров, 1972, с.155).

Индукция Лейтзена Брауэра. Л.Брауэр индуктивно обобщил на случай многомерной сферы теорему К.Жордана о том, что непрерывный и однозначный образ окружности делит плоскость на две части. В.Тихомиров в статье «Математика в первой половине XX века» (журнал «Квант», 1999, № 1) указывает: «Рождение топологии сопровождалось великими свершениями. Вот несколько примеров. Окружность делит плоскость на две части: нельзя точку, лежащую вне круга, соединить с его центром и не пересечь окружность. Французский математик Жордан в XIX веке доказал, что гомеоморфный (т.е. непрерывный и взаимно однозначный) образ окружности также делит плоскость на две части. Голландский математик Брауэр обобщил этот результат на случай гомеоморфного образа многомерной сферы. При этом он использовал и развил исходные идеи Пуанкаре» (Тихомиров, 1999, с.9).

Индукция Льва Тумаркина и Витольда Гуревича. Российский математик Л.А.Тумаркин (1925) и польский математик В.Гуревич (1927) индуктивно распространили знаменитое тождество П.Урысона и его индуктивную теорию размерности на сепарабельные метрические пространства. Как известно, тождество Урысона – это формула dim X = ind X = Ind X, выражающая совпадение трех размерностных инвариантов dim, ind, Ind для компактных метрических пространств X. В.В.Федорчук в статье «Тождество Урысона и размерность многообразий» (УМН, 1998, том 53, вып.5 (323)) пишет: «Теперь о судьбе тождества Урысона при дальнейшем развитии теории размерности. В 1925-27 гг. Л.А.Тумаркин ([100], [101]) и польский математик Гуревич ([27], [28]) распространили теорию размерности (в том числе и тождество Урысона) на сепарабельные метрические пространства» (Федорчук, 1998, с.77). Здесь [100] – работа Л.А.Тумаркина (1925), [101] – исследование Л.А.Тумаркина (1926), [27] – исследование В.Гуревича (1927), [28] – исследование В.Гуревича (1927). В.В.Федорчук в обзорной статье «Основы теории размерности» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 17) подчеркивает, что Л.А.Тумаркин и В.Гуревич перенесли теорию размерности Урысона на произвольные метрические пространства со счетной базой: «После того, как основы общей теории размерности были заложены в работах П.С.Урысона и Менгера, дальнейшее ее развитие, помимо уже упомянутых результатов П.С.Александрова, связано с распространением Гуревичем и Л.А.Тумаркиным в 1925-1926 гг. теории размерности метрических компактов на произвольные метрические пространства со счетной базой…» (Федорчук, 1988, с.115). Об этом обобщении Л.А.Тумаркина пишут также П.С.Александров и А.Н.Колмогоров в статье «Лев Абрамович Тумаркин» (УМН, 1964, том 19, вып.4 (118)): «Еще будучи студентом Московского университета, Л.А.Тумаркин начал свою научную деятельность и получил свои первые блестящие результаты в области топологии. Эти результаты состояли в том, что Л.А.Тумаркину простым и чрезвычайно остроумным методом удалось доказать, что все основные факты, составляющие содержание урысоновской теории размерности, доказанные П.С.Урысоном лишь для компактов, сохраняют свою силу и для любых метризуемых пространств со счетной базой» (Александров, Колмогоров, 1964, с.219). Обобщение Л.А.Тумаркина рассматривается также в статье Ю.А.Рожанской и В.В.Степанова «Очерк развития топологии в СССР за 10 лет» («Математический сборник», 1928, том 35, номер дополнительный), в которой отмечается: «Распространение основных результатов урысоновской теории размерности на некомпактные метрические пространства со II аксиомой счетности (незамкнутые множества) сделано Л.А.Тумаркиным (33), (34), (35)» (Рожанская, Степанов, 1928, с.52).

Индукция Льва Тумаркина. Л.А.Тумаркин перенес на класс бесконечномерных пространств собственную теорему о том, что всякий компакт размерности n содержит канторово многообразие той же размерности. П.С.Александров и А.Н.Колмогоров в статье «Лев Абрамович Тумаркин» (УМН, 1964, том 19, вып.4 (118)) отмечают: «Очень значительным достижением Л.А.Тумаркина (опять-таки полученным им одновременно с В.Гуревичем и независимо от него) является теорема, утверждающая, что всякий компакт размерности n содержит канторово многообразие той же размерности (т.е. континуум размерности n, связность которого не нарушается при удалении из него произвольного множества размерности $\leq$ n-2). Эта теорема представляет собой положительное решение проблемы, поставленной П.С.Урысоном, над которой П.С.Урысон много думал и которой придавал большое значение. Несомненно, что теорема о канторовых многообразиях, доказанная Л.А.Тумаркиным, принадлежит к самым глубоким фактам теории размерности. И до сих пор в самых новых исследованиях мы встречаемся с вопросами, непосредственно связанными с этой теоремой, ее усилениями и перенесением ее на новые классы пространств, в частности на бесконечномерные. Одно из таких перенесений принадлежит самому Л.А.Тумаркину и получено им в самые последние годы» (Александров, Колмогоров, 1964, с.219-220).

Индукция Якова Давидовича Тамаркина. Отечественный математик Я.Д.Тамаркин (1912) обобщил на дифференциальный оператор произвольного порядка теорему равносходимости спектральных разложений по собственным и присоединенным функциям и разложений в обычные тригонометрические ряды Фурье, которая была установлена В.А.Стекловым (1909), а также Е.Гобсоном и А.Хааром. Указанное обобщение теоремы равносходимости В.А.Стеклова и других ученых получил также американский математик Маршалл Стоун. Л.П.Кувардина в автореферате кандидатской диссертации «Теоремы равносходимости для интегральных операторов с инволюцией» (Саратов, 2009) пишет: «Впервые теорема равносходимости спектральных разложений по собственным и присоединенным функциям и разложений в обычные тригонометрические ряды Фурье была установлена в работах В.А.Стеклова, Е.Гобсона, А.Хаара для случая дифференциального оператора Штурма-Лиувилля. Позже Я.Д.Тамаркин и М.Стоун распространили этот результат на дифференциальный оператор произвольного порядка…» (Кувардина, 2009, с.3). Об этом же обобщении Я.Д.Тамаркина сообщает А.П.Хромов в статье «Теоремы равносходимости для интегро-дифференциальных и интегральных операторов» («Математический сборник», 1981, том 114 (156), № 3). При этом А.П.Хромов пишет о дифференциальных операторах с определенными краевыми условиями, которые изучал Биркгоф в 1908 году: «Я.Д.Тамаркин [4], [5] для таких операторов нашел обобщение теоремы равносходимости разложений по собственным и присоединенным функциям и в тригонометрический ряд Фурье, доказанной первоначально для уравнений второго порядка В.А.Стекловым [7]» (Хромов, 1981, с.378). Здесь [4] – работа Я.Д.Тамаркина (1912), [5] – исследование Я.Д.Тамаркина «О некоторых общих задачах теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений» (Петроград, 1917), [7] – работа В.А.Стеклова (1909). Наконец, трактовка Л.П.Кувардиной и А.П.Хромова совпадает с описанием О.И.Амвросовой, которая в кандидатской диссертации «Теоремы равносходимости для операторов со степенными особенностями в краевых условиях»

(Саратов, 1985) указывает: «Теорема Тамаркина (Стоуна) обобщала теоремы равносходимости, доказанные ранее для краевых задач второго порядка Е.Гобсоном, В.А.Стекловым и А.Хааром» (О.И.Амвросова, 1985). Отметим, что Я.Д.Тамаркин был тем ученым, который оказал максимально возможную поддержку творцу кибернетики Норберту Винеру на этапе его первых шагов в математике. Именно поэтому Н.Винер в очерке «Я - математик», который содержится в книге «Творец и будущее» (2003) с благодарностью вспоминает о замечательном русском исследователе: «В Амхерсте я часто виделся с одним из своих геттингенских знакомых Я.Д.Тамаркиным. Ему нравились мои работы, и он был одним из самых горячих и преданных моих защитников. Тамаркину больше, чем кому бы то ни было, я обязан тем, что в Америке ко мне постепенно начали относиться как к серьезному ученому» (Н.Винер, 2003). «Сколько раз, работая потом над своими статьями, - вспоминает Н.Винер, - я сожалел о том, что не могу больше пользоваться самоотверженной помощью Тамаркина» (Н.Винер, 2003).

Индукция Августа Петровича Хромова. А.П.Хромов (1981) перенес теорему о равносходимости Я.Д.Тамаркина на интегральные операторы, ядра которых обобщают свойства функций Грина оператора специального вида с регулярными краевыми условиями. О.И.Амвросова в кандидатской диссертации «Теоремы равносходимости для операторов со степенными особенностями в краевых условиях» (Саратов, 1985) пишет: «А.П.Хромов распространил теорему о равносходимости Тамаркина на интегральные операторы, ядра которых обобщают свойства функций Грина оператора (0.1) – (0.2) с регулярными краевыми условиями. А.П.Хромов показал, что такие операторы в определенном смысле являются каноническими в классе интегральных операторов, для которых имеет место равносходимость разложений по собственным и присоединенным функциям с тригонометрическим рядом Фурье» (О.И.Амвросова, 1985).

Индукция Августа Петровича Хромова. А.П.Хромов (1966) обобщил полученные М.В.Келдышем (1951) асимптотические формулы для собственных значений оператора L, порождаемого дифференциальным выражением $L(y)=y^{(n)}$. М.А.Наймарк в книге «Линейные дифференциальные операторы» (Москва, «Наука», 1969) констатирует: «В работе М.В.Келдыша (Келдыш [1]) получены асимптотические формулы для собственных значений оператора L, порождаемого дифференциальным выражением $L(y)=y^{(n)}$ и распадающимися краевыми условиями, т.е. такими краевыми условиями, которые содержат значения функции только в одном или только в другом конце интервала. А.П.Хромов (см. Хромов [2]) распространил асимптотические формулы М.В.Келдыша для собственных чисел на случай более общего дифференциального выражения $L(y)= y^{(n)} +p_2(x) * y^{(n-2)} +\ldots+p_n(x)y$ и нашел те классы функций, которые могут разлагаться в равномерно сходящиеся ряды по собственным и присоединенным функциям соответствующего оператора L» (Наймарк, 1969, с.100). Здесь [1] – статья М.В.Келдыша «О собственных значениях и собственных функциях некоторых классов несамосопряженных уравнений» («Доклады АН СССР», 1951, том 77, № 11), [2] – статья А.П.Хромова «Разложение по собственным функциям обыкновенных линейных дифференциальных операторов с нерегулярными распадающимися краевыми условиями» («Математический сборник», 1966, том 70, № 3).

Индукция Гарольда (Харальда) Бора. Теория аналитических почти-периодических функций была создана Г.Бором (братом известного физика Нильса Бора) в результате обобщения фактов, содержащихся в теории рядов Дирихле. Б.М.Левитан в монографии «Почти-периодические функции» (1953) отмечает: «В третьем мемуаре Г.Бор развил теорию аналитических почти-периодических функций. Эта теория имеет много общего с теорией рядов Дирихле. Интересно отметить, что последняя теория послужила Г.Бору отправным пунктом при построении общей теории почти-периодических функций» (Левитан, 1953, с.15).

Индукция Абрама Безиковича. Российский математик А.С.Безикович (1926, 1932) распространил теорию почти-периодических функций Г.Бора на тот случай, который позволил ему доказать аналог теоремы Рисса-Фишера. Данная теорема определяет условия, при которых тригонометрический ряд является рядом Фурье периодической периода 2π функции f(x) с интегрируемым квадратом. До А.С.Безиковича теория Г.Бора обобщалась В.В.Степановым и Г.Вейлем. Б.М.Левитан в книге «Почти-периодические функции» (1953), излагая теорему Рисса-Фишера, подчеркивает: «Вот почему естественно и теорию почти-периодических функций обобщить на суммируемые по Лебегу функции. Первый крупный шаг в этом направлении был сделан В.В.Степановым. Следующее обобщение указал Г.Вейль. Наконец, Безикович рассмотрел такое обобщение почти-периодических функций, которое позволило ему доказать аналог теоремы Рисса-Фишера. Перечисленные обобщения были затем подробно рассмотрены в совместной работе Бора и Безиковича» (Левитан, 1953, с.189). В другом месте своей книги Б.М.Левитан вновь обсуждает обобщение, которое получил А.С.Безикович: «С другой стороны, в теории периодических функций имеет место теорема Рисса-Фишера, гласящая, что каждый тригонометрический ряд $\sum a_k e^{irx}$ со сходящейся суммой квадратов модулей коэффициентов Фурье есть ряд Фурье с интегрируемым квадратом. Вот почему естественно искать такое обобщение почти-периодичности, для которого справедлива теорема, аналогичная теореме Рисса-Фишера. Такое обобщение было предложено Безиковичем…» (там же, с.248).

Индукция А.Безиковича и А.Варда. А.Безикович распространил на аддитивные функции сегмента в пространстве произвольного числа измерений результаты А.Данжуа, которые сами представляли собой обобщение лебеговской теории дифференцирования аддитивной функции сегмента ограниченной вариации (А.Данжуа переносил теорию Лебега на произвольные функции). С.Сакс в книге «Теория интеграла» (1949) отмечает: «Наконец, недавние исследования Безиковича и Варда сделали возможным распространение существенной части результатов Данжуа, в частности, соотношения между двусторонними производными числами, на аддитивные функции сегмента в пространстве Rm произвольного числа измерений» (Сакс, 1949, с.201-202). В дальнейшем А.Вард (1935, 1937) перенес результаты А.Безиковича на совершенно произвольные аддитивные функции сегмента, о чем говорит С.Сакс: «А.С.Безикович начал эти исследования (исследования по обобщению результатов Данжуа – Н.Н.Б.), установив между сильными и обыкновенными производными числами абсолютно непрерывных функций сегмента соотношения, аналогичные найденным Данжуа для производных чисел функции одного переменного. А.Вард [2; 5] распространил этот результат на совершенно произвольные аддитивные функции сегмента» (там же, с.202). Здесь [2] – работа А.Варда (1935), [5] – работа того же А.Варда (1937).

Индукция Герберта Федерера. Г.Федерер распространил на более общие пространства теорему Безиковича о шаровых покрытиях R^n. Это обобщение, полученное Г.Федерером, отличается от того, что принадлежит А.П.Морсу (1947). Г.Федерер в книге «Геометрическая теория меры» (Москва, «Наука», 1987) пишет: «В 2.8.9-2.8.15 мы упрощаем и распространяем на более общие пространства теорему Безиковича [B4] о шаровых покрытиях в R^n; обобщение этой теоремы, полученное в [M3], совершенно отлично от нашего, хотя некоторые леммы аналогичны» (Федерер, 1987, с.62). Здесь [B4] – исследование А.С.Безиковича (1945), [M3] – работа А.П.Морса (1947).

Индукция Герберта Федерера. Г.Федерер обобщил на произвольные римановы многообразия хаусдорфову теорию меры, сформулированную для евклидовых пространств. При этом Г.Федерер описывает и процедуру, позволяющую реализовать данное обобщение. Г.Федерер в книге «Геометрическая теория меры» (Москва, «Наука», 1987) отмечает: «Опишем теперь простую процедуру, с помощью которой большая часть теории хаусдорфовой меры может быть обобщена с евклидовых пространств на произвольные римановы многообразия (определенные в соответствии с [HE, с.47] или [KN, с.154] или [ST, с.85, 173]» (Федерер, 1987, с.301). О полученном Г.Федерером обобщении теории меры Лебега автор говорит и в начале своей монографии: «В работах [F 7, 8, 9, 12, 16, 17] и [DF] уже обобщена на произвольные размерности m большая часть теории площади Лебега, т.е. мотивированные классическим вариационным исчислением исследования непрерывных отображений, основанные на теории меры» (там же, с.17). Здесь [F 7, 8, 9, 12] – работы Г.Федерера (1948, 1951, 1952, 1955), [DF] – исследование Г.Федерера и М.Демерса (1959).

Индукция Вацлава Серпинского. Выдающийся польский математик В.Серпинский распространил на более общую ситуацию теорему С.Мазуркевича о том, что всякое аналитическое множество есть проекция униформного (однозначного) аналитического дополнения. Н.Н.Лузин в книге «О некоторых новых результатах дескриптивной теории функций» (Москва-Ленинград, изд-во АН СССР, 1935) пишет: «Давно уже было известно после исследований С.Мазуркевича и В.Серпинского, что всякое аналитическое множество есть A′2 (т.е. проекция униформного аналитического дополнения. Мы напомним обозначения § 22: Ф2 – есть семейство всех проекций униформных аналитических дополнений; CA′2 – есть семейство дополнений к множествам, образующим семейство A′2; и B′2 – есть семейство всех множеств, входящих одновременно в A′2 и в CA′2). Это составляет основной результат С.Мазуркевича. Серпинский распространил его на все те множества, которые получаются из аналитических множеств и их дополнений путем двух операций:
1° сумма счетного (конечного) числа неперекрывающихся множеств (т.е. сумма в узком смысле);
2° произведение счетного (конечного) числа множеств» (Лузин, 1935, с.55). Об этом же Н.Н.Лузин сообщает в книге «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» (1953), где он говорит о теореме С.Мазуркевича: «Сам Мазуркевич ограничился тем, что вывел из своей теоремы лишь следующий результат: всякое множество E, являющееся разностью двух аналитических множеств, есть проекция однозначного аналитического дополнения. Серпинский указал, что применение двух предыдущих лемм позволяет получить следующий более общий результат: всякое множество, которое можно получить, отправляясь от аналитических множеств и их дополнений и повторяя счетное множество раз операцию взятия суммы или общей части, есть проекция однозначного аналитического дополнения» (Лузин, 1953, с.286).

Индукция Г.А.Сухомлинова. Отечественный математик Г.А.Сухомлинов (1937) перенес на комплексные банаховские пространства знаменитую теорему Хана-Банаха о продолжении линейных функционалов. Д.А.Райков в примечаниях к книге Л.Люмиса «Введение в абстрактный гармонический анализ» (Москва, ИЛ, 1956) сообщает: «Теорему Хана-Банаха о продолжении линейных функционалов впервые распространил на комплексные банаховские пространства (в своей кандидатской диссертации, защищенной 5 января 1937 г.) Г.А.Сухомлинов [61]» (Райков, 1956, с.229). Формулировку теоремы Хана-Банаха можно почерпнуть из книги И.М.Глазмана и Ю.И.Любича «Конечномерный линейный анализ в задачах» (Москва, «Наука», 1969), в которой авторы пишут: «Любой линейный функционал g, определенный на подпространстве, можно продолжить на все пространство с сохранением нормы (теорема Хана-Банаха). Это – центральная теорема рассматриваемой теории» (Глазман, Любич, 1969, с.212). Интересно, что теорема Хана-Банаха доказывается при помощи трансфинитной индукции! Роман Сикорский в книге «Булевы алгебры» (Москва, «Мир», 1969) говорит: «Теорема Хана-Банаха о продолжении линейных функционалов, которая является одной из наиболее важных теорем в функциональном анализе, доказывается в каждом учебнике с помощью трансфинитной индукции или другого эквивалентного аксиоме выбора утверждения» (Сикорский, 1969, с.339).

Индукция Кирилла Александровича Ситникова. Советский математик К.А.Ситников (1954) обобщил на произвольные подмножества евклидовых пространств классические теоремы двойственности Джеймса Александера. Уильям Масси в книге «Теория гомологий и когомологий» (1981) пишет о гомологиях с компактными носителями локально компактных пространств: «Основная идея построения теории гомологий такого типа принадлежит Стинроду и Эйленбергу [14]. Эти гомологии были использованы К.А.Ситниковым [48] в 1954 г. для распространения классических теорем двойственности Александера на произвольные (не обязательно замкнутые или открытые) подмножества евклидовых пространств» (Масси, 1981, с.242). Здесь [14] – книга С.Эйленберга и Н.Стинрода «Основания алгебраической топологии» (1952), изданная на русском языке в 1958 году.

Индукция Юрия Михайловича Смирнова. Ю.М.Смирнов (1950) нашел простое доказательство теоремы о том, что всякий n-мерный неприводимо циклический бикомпакт является канторовым многообразием, благодаря тому, что индуктивно перенес в область решения указанной проблемы методы, изложенные В.Гуревичем и Г.Волмэном в книге «Теория размерности» (1948). Данная индукция больше похожа на аналогию, но поскольку аналогия является частью индуктивных рассуждений в широком смысле этого слова, наша интерпретация вполне корректна. Ю.М.Смирнов в статье «О неприводимо циклических бикомпактах» (УМН, 1950, том 5, вып.6 (40)) пишет: «В настоящей заметке я, пользуясь методами, примененными для других целей В.Гуревичем и Г.Волмэном в их книге «Теория размерности» (ГИИЛ, 1948), даю простое доказательство следующего общего предложения: Теорема. Всякий n-мерный неприводимо циклический бикомпакт является канторовым многообразием» (Смирнов, 1950, с.157).

Индукция Юрия Михайловича Смирнова. Ю.М.Смирнов (1951) распространил на более общую ситуацию теорему метризации П.С.Урысона, т.е. его теорему о необходимых и достаточных условиях того, чтобы компактное топологическое пространство было метризуемо. Как известно, в данной теореме первым условием метризации является нормальность пространства, а вторым – наличие в пространстве счетной базы. Ю.М.Смирнов в статье «О метризации топологических пространств» (УМН, 1951, том 6, вып.6 (46)) говорит о себе: «Автору настоящей статьи удалось дать в заметке [11] решение общей проблемы метризации, которое, удовлетворяя, как кажется, требованиям простоты и естественности, является в то же время обобщением урысоновской теоремы о метризации компактных пространств и поэтому могло бы считаться окончательным» (Смирнов, с.101). Здесь [11] – работа Ю.М.Смирнова «Необходимое и достаточное условие метризуемости топологического пространства» («Доклады АН СССР», 1951, том 77, № 2).

Индукция Юрия Михайловича Смирнова. Ю.М.Смирнов (1951) обобщил теорему Эдуарда Чеха о монотонности для размерности dim в совершенно нормальных пространствах. П.С.Александров, В.В.Федорчук и В.И.Зайцев в статье «Основные моменты в развитии теоретико-множественной топологии» (УМН, 1978, том 33, вып.3 (201)) указывают: «Чех также доказал теорему монотонности для размерности dim в совершенно нормальных пространствах. Ю.М.Смирнов [255] обобщил это утверждение следующим образом: если подпространство X_0 нормально расположено в нормальном пространстве X, то $\dim X_0 \leq \dim X$. Отсюда вытекает монотонность размерности dim по всем финально-компактным подпространствам» (Александров и др., 1978, с.25). Здесь [255] – статья Ю.М.Смирнова «О нормально расположенных множествах нормальных пространств» («Математический сборник», 1951, том 29).

Индукция Юрия Михайловича Смирнова. Ю.М.Смирнов (1962) перенес на случай пространств, обладающих базой, распадающейся в сумму счетного числа звездно-конечных покрытий, теорему польского математика Витольда Гуревича о том, что гильбертов параллелепипед не является суммой счетного числа конечномерных пространств. Эта теорема изложена в книге В.Гуревича и Г.Воллмена «Теория размерности» (Москва, ИЛ, 1948, с.75). Кроме того, Ю.М.Смирнов обобщил на случай полных метрических пространств теорему Е.Г.Скляренко, изложенную им в статье «Несколько замечаний о бесконечномерных пространствах» («Доклады АН СССР», 1959, том 126, № 6). Ю.М.Смирнов в статье «О трансфинитной размерности» («Математический сборник», 1962, том 58 (100), № 4) повествует о своих обобщениях: «В § 2 на случай пространств, обладающих базой, распадающейся в сумму счетного числа звездно-конечных покрытий, обобщается одна теорема Гуревича. Наконец, теорема Скляренко из работы [3] распространяется на случай полных метрических пространств» (Смирнов, 1962, с.415). Здесь [3] – работа Е.Г.Скляренко «Несколько замечаний о бесконечномерных пространствах» («Доклады АН СССР», 1959, том 126, № 6).

Индукция Мирослава Катетова. Чешский математик Мирослав Катетов (1951) распространил на метрические пространства теорему Витольда Гуревича о том, что компакт X имеет размерность ≤ n тогда и только тогда, когда существует нульмерное отображение $f:X \to Q^n$ компакта X в n-мерный куб Q^n. Кроме того, М.Катетов обобщил на метрические пространства теорему Урысона-Менгера о разложимости n-мерного пространства в сумму n+1 нульмерного подпространства. П.С.Александров, В.В.Федорчук и В.И.Зайцев в статье «Основные моменты в развитии теоретико-множественной топологии» (УМН, 1978, том 33, вып.3 (201)) отмечают: «Еще одна теорема Гуревича утверждает, что компакт X имеет размерность ≤ n тогда и только тогда, когда существует нульмерное отображение $f:X \to Q^n$ компакта X в n-мерный куб Q^n. Катетов [128] дал аналог этой теоремы для метрических пространств: метрическое пространство X размерности $\dim X \leq n$ обладает вполне нульмерным отображением в пространство со счетной базой Y размерности $\dim Y \leq n$. Применяя эту теорему, Катетов доказал [128] тождество $\dim X = \operatorname{Ind} X$ для метрического пространства X. Он же распространил на метрические пространства теорему Урысона-Менгера о разложимости n-мерного пространства в сумму n+1 нульмерного подпространства» (Александров и др., 1978, с.25). Здесь [128] – работа М.Катетова «О размерности метрических пространств» («Доклады АН СССР», 1951, том 79, № 2).

Индукция Вячеслава Васильевича Степанова. В.В.Степанов распространил знаменитую эргодическую теорему Дж.Биркгофа с компактных на локально компактные пространства. А.Д.Мышкис и О.А.Олейник в статье «Вячеслав Васильевич Степанок (к столетию со дня рождения)» (УМН, 1990, том 45, вып.6 (276)) пишут: «В.В.Степанов одним из первых в нашей стране понял значение метрической теории общих динамических систем, начатой трудами Пуанкаре и Биркгофа, и сделал существенный вклад в нее. Так, он распространил знаменитую эргодическую теорему Биркгофа с компактных на локально компактные пространства с мерой, конечной на компактных множествах (что дало возможность, в частности, естественно применять эту теорему в R^n)» (Мышкис, Олейник, 1990, с.162). Вряд ли будет ошибкой сказать, что обобщение указанной теоремы Биркгофа, полученное В.В.Степановым, облегчалось тем, что он был учеником Н.Н.Лузина, развивавшего метрическую теорию функций и множеств. А.Д.Мышкис и О.А.Олейник в той же статье отмечают: «В.В.Степанов принадлежал к первому поколению учеников Н.Н.Лузина, был постоянным участником собраний математической молодежи, проходивших на квартире Лузина» (там же, с.161). Понимание сути эргодических теорем облегчается тем, что закон больших чисел Бернулли, впервые строго доказанный П.Л.Чебышевым, тоже можно рассматривать как эргодическую теорему. Мишель Лоэв в книге «Теория вероятностей» (Москва, ИЛ, 1962) аргументирует: «Таким образом, закон больших чисел Бернулли можно рассматривать как первую эргодическую теорему со сходимостью по вероятности, а доказательство Чебышева – как некоторое усиление этой теоремы (сходимость в ср. кв.).

Усиленный закон больших чисел Бореля можно рассматривать как первую «наилучшую» эргодическую теорему – теорему с п.н. сходимостью» (Лоэв, 1962, с.432).

Индукция Вячеслава Васильевича Степанова. В.В.Степанов (1926) обобщил на разрывные функции теорию почти-периодических функций, построенную Г.Бором (братом лауреата Нобелевской премии по физике Нильса Бора) для непрерывных функций. Той же проблематикой занимались Герман Вейль (1926) и Абрам Безикович (1926, 1932). Б.М.Левитан в книге «Почти-периодические функции» (Москва, ГИТТЛ, 1953) повествует: «В своих исследованиях Г.Бор рассматривал только непрерывные функции. Распространение теории почти-периодической функции на разрывные (суммируемые) функции оказалось нелегкой задачей. Первый и очень существенный шаг в этом направлении сделал В.В.Степанов. Дальнейшее обобщение почти-периодических функций указал Г.Вейль. Наконец, Безикович рассмотрел, по-видимому, наиболее широкий класс почти-периодических функций. В классе функций Безиковича возможно обобщение теоремы Рисса-Фишера» (Левитан, 1953, с.16).

Индукция С.Какутани, Ф.Рисса, Дж.Биркгофа, В.Эберлейна и других ученых. С.Какутани, Ф.Рисс, К.Иосида (1938) и Е.Лорч обобщили на линейные операторы, действующие в банаховом пространстве, известную статистическую эргодическую теорему Джона фон Неймана. Е.Хилле и Р.С.Филлипс перенесли данную теорему фон Неймана на случай производящих операторов сильно непрерывных полугрупп операторов. Дж.Биркгоф, В.Эберлейн, М.М.Дей и Л.Алаоглу распространили теорему фон Неймана на произвольные полугруппы операторов. А.Г.Баскаков в статье «Теория представлений банаховых алгебр, абелевых групп и полугрупп в спектральном анализе линейных операторов» (журнал «Современная математика. Фундаментальные направления», 2004, том 9) пишет: «Статистическая эргодическая теорема фон Неймана положила начало исследованиям по ее обобщениям в различных направлениях. Вначале Виссером, К.Иосидой, С.Какутани, Ф.Риссом (1938) и Е.Лорчем (обзор этих работ и некоторых последующих имеется в монографиях [43, 96, 144]) была получена статистическая эргодическая теорема для линейного оператора T, действующего в банаховом пространстве и удовлетворяющего условию $\sup (n\geq 1) \|T^n\| < \infty$. Затем эта теорема обобщалась Е.Хилле и Р.С.Филлипсом для производящих операторов сильно непрерывных полугрупп операторов, Т.Като и К.Иосидой для псевдорезольвент. М.М.Дей, Л.Алаоглу, Дж.Биркгоф и В.Эберлейн (см. [43, 96, 144]) распространили ее на произвольные полугруппы операторов. Основное предположение доказываемых в этих статьях теорем связано со слабой компактностью последовательностей эргодических средних…» (Баскаков, 2004, с.43). Здесь [43] – книга Н.Данфорда и Дж.Т.Шварца «Линейные операторы» (Москва, ИЛ, 1962), [96] – книга Е.Хилле и Р.С.Филлипса «Функциональный анализ и полугруппы» (Москва, ИЛ, 1962). Об этом же пишет М.Лоэв в книге «Теория вероятностей» (1962). Имея в виду эргодическую теорему Джона фон Неймана, М.Лоэв подчеркивает: «…Иосида и Какутани распространили теорему Неймана на преобразования банаховых пространств и применили их к цепям Маркова» (Лоэв, 1962, с.431).

Индукция Джона Кингмана. Джон Кингман обобщил эргодическую теорему Биркгофа-Хинчина таким образом, что получил так называемую субаддитивную эргодическую теорему Кингмана. Я.Г.Синай в книге «Современные проблемы эргодической теории» (Москва, «Физматлит», 1995) пишет: «Таким образом, эргодическая теорема Биркгофа-Хинчина утверждает существование временных средних. Доказательство этой теоремы приводиться здесь не будет. Имеется много ее обобщений, из которых мы приведем формулировку так называемой субаддитивной эргодической теоремы Кингмана, представляющей собой важное усиление эргодической теоремы Биркгофа-Хинчина» (Синай, 1995, с.16-17).

Индукция Нельсона Данфорда и Джакоба Шварца. Американские математики Н.Данфорд и Дж.Шварц (1962) распространили на полугруппы, удовлетворяющие определенному условию (полугруппы положительных сжимающих операторов в L1), локальную эргодическую теорему, доказанную Норбертом Винером (отцом кибернетики) для полугрупп, сохраняющих меру преобразований в L1. В.Ф.Гапошкин в статье «Локальная эргодическая теорема для групп унитарных операторов и стационарных процессов второго порядка» («Математический сборник», 1980, том 111 (153)) указывает: «Локальной эргодической теоремой называется следующее утверждение: $\mathrm{Lim}\ \delta f\,(t;\, x) = f(x)$ п.в. (здесь под знаком Lim следует поставить символ $t \to 0+$ - Н.Н.Б.). Она доказана, в частности, для полугрупп, сохраняющих меру преобразований в L1, в работе Винера [2] и распространена на полугруппы, удовлетворяющие условию (1), или полугруппы положительных сжимающих операторов в L1 в работах [1], [3]» (Гапошкин, 1980, с.249). Здесь [2] – работа Н.Винера (1939), [1] – монография Н.Данфорда и Дж.Шварца «Линейные операторы. Общая теория» (Москва, изд-во иностранной литературы, 1962). Сами Н.Данфорд и Дж.Шварц в своей книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) констатируют: «Первое доказательство статистической эргодической теоремы было дано Дж.Нейманом [11] после того, как Купменом [1] было замечено, что отображения, сохраняющие меру, на пространстве S с мерой приводят к унитарным операторам в L2(S). Доказательство Дж.Неймана было основано на спектральной теории унитарных операторов в гильбертовом пространстве. Было дано много обобщений этой эргодической теоремы как для более общих B-пространств, так и для более общих операторов» (Данфорд, Шварц, 1962, с.773). «Ряд обобщений статистической эргодической теоремы - продолжают Н.Данфорд и Дж.Шварц, - для групп или полугрупп операторов более общих, чем дискретная полугруппа $\{T^n \mid n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\}$, был получен в статьях Алаоглу и Биркгофа [1, 2], Г.Биркгофа [8], Дэя [8, 10], Данфорда [9, 11], Эберлейна [3, 4] и Винера [3]» (там же, с.773).

Индукция Нельсона Данфорда и Джакоба Шварца. Н.Данфорд и Дж.Шварц перенесли на более общую ситуацию эргодическую теорему Э.Хопфа, которая является обобщением эргодической теоремы Дж.Л.Дуба. С другой стороны, следует упомянуть, что теорема Дж.Л.Дуба является не чем иным, как обобщением эргодической теоремы Биркгофа-Хинчина, которую также обобщал С.Какутани. К.Иосида в монографии «Функциональный анализ» (1967) пишет о методе, с помощью которого Дж.Л.Дуб доказывал свою теорему, являющуюся обобщением эргодической теоремы Биркгофа-Хинчина: «Какутани [6] заметил, что метод Дуба можно применить с тем же результатом и в том случае, когда функция f ограничена и B-измерима. Далее Э.Хопф [2] доказал эту теорему в предположении, что f является m-интегрируемой. Данфорд и Дж.Шварц [4] обобщили результат Хопфа, доказав, что утверждение (28) справедливо для линейных операторов Tt, не увеличивающих норм ни в L^1, ни в L^∞, не предполагая положительности Tt…» (Иосида, 1967, с.533). Здесь [6] – исследование С.Какутани (1940), [2] – работа Э.Хопфа (1954), [4] – книга Н.Данфорда и Дж.Шварца «Линейные операторы. Общая теория» (Москва, ИЛ, 1962). Поясним, что утверждение (28) – это математическое выражение индивидуальной эргодической теоремы Дж.Биркгофа и А.Я.Хинчина.

Индукция Нельсона Данфорда и Джакоба Шварца. Н.Данфорд и Дж.Шварц распространили на случай векторных мер теорему Радона-Никодима, которая сама является обобщением теоремы Лебега (1904) о необходимых и достаточных условиях для того, чтобы функция, определенная на отрезке [0, 1], выражалась некоторым неопределенным интегралом. Теорему Радона-Никодима обобщал также С.Бохнер (1939). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Обобщения теоремы Радона-Никодима на случай векторных мер рассматриваются в § IV.8, дополнительные замечания к этому можно найти в § IV.12» (Данфорд, Шварц, 1962, с.256).

Индукция Нельсона Данфорда и Джакоба Шварца. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) используют индукцию при доказательстве теоремы П.С.Урысона о продолжении по непрерывности. В частности, доказывая теорему Урысона, американские математики аргументируют: «Применяя к f1 и μ1 рассуждение, которое мы провели для f0 и μ0, и продолжая его по индукции, мы получим последовательность Fi, i=1, 2,…, вещественных непрерывных функций, определенных на X…» (Данфорд, Шварц, 1962, с.26).

Индукция Нельсона Данфорда и Джакоба Шварца. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Спектральная теория» (1966) при помощи индукции доказывают известное неравенство Жака Адамара. В частности, американские математики в своей монографии пишут о неравенстве Адамара: «Заметим, что это неравенство можно интерпретировать как утверждение, что объем n-мерного параллелепипеда никогда не превосходит объема прямоугольного параллелепипеда со сторонами той же длины. Это неравенство очевидно для n=1 и легко может быть проверено для n=2. Предположим, что оно справедливо для n-1, и продолжим по индукции» (Данфорд, Шварц, 1966, с.178).

Индукция Нельсона Данфорда. Н.Данфорд перенес на класс линейных операторов в банаховом пространстве известное ранее спектральное представление, полученное для самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. К.Иосида в книге «Функциональный анализ» (1967) пишет: «Спектральное представление, полученное для самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве, может быть с некоторыми модификациями распространено на определенный класс линейных операторов в банаховом пространстве. Эти результаты, принадлежащие Данфорду, можно рассматривать как обобщение «теории элементарных делителей» для бесконечномерных пространств» (Иосида, 1967, с.485).

Индукция Н.Данфорда и Б.Дж.Петтиса. Н.Данфорд и Б.Дж.Петтис (1940) обобщили на пространство с мерой некоторые результаты И.М.Гельфанда (1938). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) отмечают: «Гельфандом [2] было дано представление вполне непрерывного оператора, отображающего L1 [0, 1] в общее B-пространство, а также общего оператора, отображающего L1 [0, 1] в некоторое пространство, являющееся рефлексивным или сепарабельным сопряженным пространством. Эти последние результаты Данфордом и Петтисом [1] были обобщены на пространство с мерой» (Данфорд, Шварц, 1962, с.583). Здесь [2] – работа И.М.Гельфанда (1938), [1] – исследование Н.Данфорда и Б.Дж.Петтиса (1940).

Индукция Владимира Петровича Гурария. Отечественный математик В.П.Гурарий (1958) обобщил результаты Н.И.Ахиезера (1954), который, в свою очередь, перенес на более общую ситуацию теорему Планшереля и теорему Винера-Пэйли. В.П.Гурарий в статье «Преобразование Фурье в L^2 (- ∞, ∞) с весом» («Математический сборник», 1962, том 58 (100), № 4) пишет о результатах Н.И.Ахиезера, которые он обобщил: «В работе Н.И.Ахиезера [1] доказаны теорема Планшереля и теорема Винера-Пэйли в предположении, что вес φ(x) продолжается на всю комплексную плоскость как целая функция нулевого рода, корни которой лежат в полосе» (Гурарий, 1962, с.439). «Обобщение результатов Н.И.Ахиезера в том частном случае, когда вес φ(x) – целая функция нулевой степени и класса A, было нами получено ранее и изложено без подробных доказательств в [3]» (там же, с.439). Здесь [1] – статья Н.И.Ахиезера «Об одном обобщении преобразования Фурье и теоремы Винера-Пейли» («Доклады АН СССР», 1954, том 96, № 5), [3] – работа В.П.Гурария «О спектре растущих функций» («Доклады АН СССР», 1958, том 121, № 5).

Индукция С.Ллойда, Р.Нагеля, Р.Сато и А.Г.Баскакова. С.Ллойд (1976) обобщил эргодические теоремы Ю.А.Шрейдера (1967) и Р.Сайна (1970). Р.Нагель перенес указанные эргодические теоремы на аменабельные полугруппы операторов, Р.Сато – на полугруппы операторов в локально выпуклом топологическом пространстве, А.Г.Баскаков – на банаховы модули. А.Г.Баскаков в статье «Теория представлений банаховых алгебр, абелевых групп и полугрупп в спектральном анализе линейных операторов» (журнал «Современная математика. Фундаментальные направления», 2004, том 9) пишет о результатах Ю.А.Шрейдера (1967) и Р.Сайна (1970): «Ими было установлено, что эргодические (Tn) сходятся в сильной операторной топологии тогда и только тогда, когда неподвижные точки оператора T разделяют неподвижные точки сопряженного оператора T*. Обобщения теорем Ю.А.Шрейдера и Р.Сайна были получены С.Ллойдом [166], которым было снято ограничение sup $(n\geq1)$ $\|T^n\| < \infty$ и расширен класс эргодических средних, Р.Нагелем [175] для аменабельных полугрупп операторов, Р.Сато [187] для полугрупп операторов в локально выпуклом топологическом пространстве и независимо автором [12] для банаховых модулей и, в частности, для полугрупп операторов (см. пример 2.1.6), а также для линейных операторов (раздел 2.4)…» (Баскаков, 2004, с.43). Здесь [166] – работа С.Ллойда (1976), [175] – исследование Р.Нагеля (1973), [187] – исследование Р.Сато (1978), [12] – работа А.Г.Баскакова (1980).

Индукция Анатолия Григорьевича Баскакова. А.Г.Баскаков (1980) обобщил на случай банаховых модулей эргодические теоремы, сформулированные ранее Ю.А.Шрейдером (1967), Р.С.Сайном (1970) и С.П.Ллойдом (1976). А.Г.Баскаков в статье «Об общих эргодических теоремах в банаховых модулях» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1980, том 14, вып.3) пишет о своей работе: «В заметке для банаховых модулей сформулирована одна общая эргодическая теорема, обобщающая соответствующие утверждения статей Ю.А.Шрейдера [1], Сайна [2] и Ллойда [3]» (Баскаков, 1980, с.63). Здесь [1] – работа Ю.А.Шрейдера «Банаховы функционалы и эргодические теоремы» («Математические заметки», 1967, том 2, № 4), [2] – исследование Р.С.Сайна (1970), [3] – исследование С.П.Ллойда (1976).

Индукция Владимира Вячеславовича Вьюгина. В.В.Вьюгин (1996) перенес эргодическую теорему Биркгофа на случай произвольной хаотической последовательности. В.А.Успенский и В.В.Вьюгин в статье «Становление алгоритмической теории информации в России» (журнал «Информационные процессы», 2010, том 10, № 2) пишут: «…Знаменитую эргодическую теорему Биркгофа в течение десяти лет не удавалось перенести на случай произвольной хаотической последовательности. Наконец, в 1996 г. В.В.Вьюгин сумел осуществить этот перенос [13], [57]. И он же выяснил причины того, почему этот перенос давался с таким трудом. Оказалось, во-первых, что эргодическая теорема неустойчива в том смысле, что для индивидуальной последовательности она перестает быть верна при сколь угодно медленном росте дефекта случайности начальных отрезков этой последовательности [14]. Оказалось, во-вторых, что предельный переход, присутствующий в эргодической теореме (а также в сходной с ней квазиэргодической теореме фон Неймана) неэффективен…» (Успенский, Вьюгин, 2010, с.148). Здесь [13] – статья В.В.Вьюгина «Эффективная сходимость по вероятности и эргодическая теорема для индивидуальных случайных последовательностей» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1997, том 42, № 1), [14] – работа В.В.Вьюгина «Проблемы устойчивости универсальных схем сжатия информации» (журнал «Проблемы передачи информации», 2003, том 39, № 1).

Индукция Александра Игоревича Буфетова. А.И.Буфетов (1999) обобщил эргодические теоремы для действий свободных групп, полученные Р.И.Григорчуком (1986) и независимо А.Нево и Э.М.Стайном (1994). А.И.Буфетов в статье «Эргодические теоремы для действий нескольких отображений» (УМН, 1999, том 54, вып.4 (328)) говорит о своих теоремах:

«Теоремы 1, 3 обобщают эргодические теоремы для действий свободных групп, полученные Р.И.Григорчуком [1], [2] и независимо А.Нево и Э.М.Стайном [3], а также эргодические теоремы для действий свободных полугрупп, принадлежащие Р.И.Григорчуку [2]» (Буфетов, 1999, с.160). Здесь [1] – работа Р.И.Григорчука «Индивидуальная эргодическая теорема для действий свободных групп» («Тезисы Табовской школы по теории функций», 1986), [2] – статья Р.И.Григорчука «Эргодические теоремы для действий свободной группы и свободной полугруппы» («Математические заметки», 1999, том 65, № 5), [3] – исследование А.Нево и Е.М.Стайна (1994). Об этом же обобщении А.И.Буфетов говорит в статье «Операторные эргодические теоремы для действий свободных полугрупп и групп» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2000, том 34, вып.4): «Теорема 1 обобщает эргодические теоремы Григорчука [7, 8], Нево [16] и Нево-Стайна [18] для сохраняющих меру действий свободных полугрупп и групп» (Буфетов, 2000, с.3).

Индукция Лазаря Ароновича Люстерника. Советский математик Л.А.Люстерник разработал когомологический метод решения задач вариационного исчисления в целом благодаря индуктивному обобщению и синтезу идей и методов, содержавшихся в исследованиях Л.С.Понтрягина, А.Н.Колмогорова, Дж.Александера и П.С.Александрова. Л.А.Люстерник использовал (ассимилировал) теорию двойственности Понтрягина, теорию колец когомологий А.Н.Колмогорова и Дж.Александера и работы П.С.Александрова, посвященные гомологическим свойствам расположения замкнутых множеств в компактах. С.И.Альбер в статье «Топология функциональных многообразий и вариационное исчисление в целом» (УМН, 1970, том 25, вып.4 (154)) пишет: «Теория двойственности Л.С.Понтрягина, теория колец когомологий, построенная А.Н.Колмогоровым и Дж.Александером, результаты П.С.Александрова о гомологических свойствах расположения замкнутых множеств в компактах дали тот топологический аппарат, на основе которого Л.А.Люстерником был создан основной когомологический метод решения задач вариационного исчисления в целом» (Альбер, 1970, с.58). Заметим, что созданный Л.А.Люстерником метод представлял собой крупный вклад в решение 23-й проблемы Д.Гильберта, которую великий немецкий математик сформулировал как задачу развития методов вариационного исчисления. Наряду с Л.А.Люстерником существенный вклад в решение данной проблемы внесли также Л.Г.Шнирельман и американский математик Марстон Морс.

Индукция Лазаря Ароновича Люстерника. Л.А.Люстерник обобщил на случай многообразия, гомеоморфного n-мерной сфере, свою собственную теорему о трех геодезических линиях. А.Д.Александров в статье «Геометрия и топология в Советском союзе» (УМН, 1947, том 2, вып.5 (21)) указывает: «В недавнее время Люстерник обобщил теорему о трех геодезических на случай многообразия, гомеоморфного n-мерной сфере: на всяком таком многообразии существует, по крайней мере, n+1 замкнутых геодезических. Доказательство основано на более общих топологических методах, чем те, какие применяются в случае двумерного многообразия» (Александров, 1947, с.48).

Индукция В.И.Соболева и Э.С.Цитланадзе. Советские математики В.И.Соболев (1943) и Э.С.Цитланадзе (1946) перенесли на более общую ситуацию теорему Л.А.Люстерника о том, что на каждой сфере четные положительные функционалы имеют не менее счетного числа критических точек. М.А.Красносельский в книге «Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений» (1956) повествует: «Л.А.Люстерник, изучая четные положительные функционалы в гильбертовом пространстве, обнаружил замечательный факт: на каждой сфере такие функционалы имеют не менее счетного числа критических точек. Иначе говоря, градиент четного функционала имеет на сфере не менее счетного числа собственных векторов. Теорема Л.А.Люстерника явилась обобщением того факта, что квадратичный слабо непрерывный функционал имеет счетную систему критических точек. Результат Л.А.Люстерника в дальнейшем обобщался различными авторами, причем наиболее существенные результаты были получены В.И.Соболевым [63] и Э.С.Цитланадзе [70]. Первый из них освободился от предположения Л.А.Люстерника об однородности функционала, второй обобщил теорему на случай функционалов, заданных в регулярных банаховых пространствах с базисом и с дифференцируемой нормой» (Красносельский, 1956, с.356). Здесь [63] – работа В.И.Соболева (1941), [70] – исследование Э.С.Цитланадзе (1946). Об этом же говорится в статье Л.А.Люстерника, В.Г.Челидзе и Г.С.Чогошвили «Элизбар Семенович Цитланадзе» (УМН, 1972, том 27, вып.6 (168)): «…Элизбар Семенович обобщает на бесконечномерный случай известную теорему Л.А.Люстерника-Л.Г.Шнирельмана о категории множеств проективной сферы в n-мерном пространстве» (Люстерник и др., 1972, с.258).

Индукция А.Шапиро и Дж.Уайтхеда. А.Шапиро и Дж.Уайтхед (1958) обобщили на конечное число кривых известную лемму Макса Дена. Эту лемму можно сформулировать следующим образом: пусть в трехмерном многообразии M расположена двумерная клетка D с самопересечениями, имеющая границей простую замкнутую полигональную C без особых точек; тогда существует двумерная клетка D_0 с границей C, кусочно линейно вложенная в M. Необходимо сказать, что А.Шапиро и Дж.Уайтхед доказали лемму Дена, используя схему рассуждений Папакирьякопулоса, который внес вклад в комбинаторную топологию трехмерных многообразий. А.В.Чернавский в статье «Геометрическая топология многообразий» (сборник «Итоги науки», серия алгебра, топология, 1963) пишет: «В 1957 г. ряд старых проблем был решен Папакирьякопулосом, работы которого представляют собой связующее звено между геометрическим и гомотопическим подходом к комбинаторной топологии 3-многообразий. Основное место занимают три результата: лемма Дена, теорема сферы и теорема о петле. Используя основное построение Папакирьякопулоса, Шапиро и Уайтхед [218] дали очень простое доказательство леммы Дена и обобщили ее на конечное число кривых» (Чернавский, 1963, с.173). Здесь [218] – исследование А.Шапиро и Дж.Уайтхеда (1958).

Индукция Феликса Браудера и других математиков. Ф.Браудер (1965) индуктивно перенес вариационные методы Л.А.Люстерника на бесконечномерные многообразия, то есть на бесконечномерные банаховы пространства. Если банаховы пространства – это полные линейные нормированные (векторные) пространства, то бесконечномерные пространства – это пространства, в которых существует бесконечное число линейно независимых векторов. С.И.Альбер в статье «Топология функциональных многообразий и вариационное исчисление в целом» (УМН, 1970, том 25, вып.4 (154)) отмечает: «После построения [21], [51] теории банаховых многообразий в большом числе работ [39], [59], [56] - [58] теория категорий Люстерника-Шнирельмана и вариационные методы Л.А.Люстерника были распространены на бесконечномерные многообразия» (Альбер, 1970, с.62). Здесь [39] – работа Ф.Е.Браудера (1965), [59] – работа И.Т.Шварца (1964), [56] – исследование Р.Палаиса (1966), [58] – исследование того же Р.Палаиса (1966).

«Джонни всегда был трудоголиком; он обладал огромной энергией и выносливостью, скрывающейся за неслишком волевой наружностью. Каждый день он начинал работать еще до завтрака. И даже во время званых вечеров в своем доме он мог вдруг оставить гостей, отлучиться где-нибудь на полчаса, чтобы записать что-то, пришедшее ему на ум»

Станислав Улам о Джоне фон Неймане

Индукция Джона фон Неймана. Д.фон Нейман (1926) доказал теорему о минимаксе, являющуюся важной теоремой математической теории игр, благодаря тому, что индуктивно (по аналогии) перенес в область решения данной задачи теорему Брауэра о неподвижной точке. Ю.А.Данилов в книге «Джон фон Нейман» (1981) пишет: «Необычайно широкий математический кругозор фон Неймана, его поразительная осведомленность о состоянии дел в самых различных областях математики и виртуозное владение всем арсеналом средств современной математики позволяли ему обнаруживать «неожиданную помощь», которую один из разделов математики может оказать другому, а аксиоматический метод и склонность к абстрактному мышлению, необычная даже для математика его ранга, - доискиваться до первопричин каждого такого открытия. Так, топологическая теорема Брауэра о неподвижной точке позволила фон Нейману доказать теорему о минимаксе…» (Ю.А.Данилов, 1981). Для того, чтобы вкратце пояснить суть теоремы о минимаксе, обратимся к М.Перельмана и М.Амусьи «Самый быстрый ум эпохи» (сетевой журнал «Заметки по еврейской истории», № 41 от 18 апреля 2004 года), в которой они указывают: «…Фон Нейман открывает совершенно новую область исследований: в 1928 г. он пишет статью «К теории стратегических игр», в которой доказывает знаменитую теорему о минимаксе, ставшую краеугольным камнем созданной позже теории игр. Работа эта возникла из обсуждений наилучшей стратегии при игре в покер двух, в простейшем случае игроков. В ней рассматривается ситуация, когда по правилам игры выигрыш одного игрока равен проигрышу другого. При этом каждый игрок может выбирать из конечного числа стратегий – последовательностей действий и считает, что противник всегда поступает наилучшим для себя образом. Теорема фон Неймана утверждает, что в такой ситуации существует «устойчивая» пара стратегий, для которых минимальный проигрыш одного игрока совпадает с максимальным выигрышем другого. Устойчивость стратегий означает, что каждый из игроков, отклоняясь от оптимальной стратегии, лишь ухудшает свои шансы и ему приходится вернуться к оптимальной стратегии» (М.Перельман, М.Амусья, 2004).

Индукция Джона фон Неймана. Джон фон Нейман (1934) обобщил на случай абстрактных групп теорию почти-периодических функций, созданную Г.Бором (1926). Б.М.Левитан в монографии «Почти-периодические функции» (ГИТТЛ, 1953), сравнивая различные направления, в которых обобщалась теория Г.Бора, констатирует: «Обобщению другого рода теория почти-периодических функций подверглась в работе Неймана. Он рассматривает числовые функции, аргументом которых является не число, а элемент абстрактной группы. Для выделения класса почти-периодических функций Нейман использовал одну важную теорему Бохнера…» (Левитан, 1953, с.16). Об этом же говорит В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25), перечисляя две работы фон Неймана, выполненные в сотрудничестве с другими учеными: «Во второй, написанной совместно с Бохнером, теория почти периодических функций распространяется на функции, принимающие значения в общих линейных пространствах. Эта работа имела значение для дальнейшего развития понятия почти периодичности, приведшего к рассмотрению почти периодических операторов и представлений» (Гурарий, 1988, с.211). Другими словами, Джон фон Нейман индуктивно распространил на функции, принимающие значения в общих линейных пространствах, результаты известной теории почти периодических функций Харольда Бора (1925). Отметим, что Х.Бор – младший брат знаменитого физика, лауреата Нобелевской премии Нильса Бора. Интересно, что изучая почти-периодические функции на группах, фон Нейман надеялся найти решение пятой проблемы Д.Гильберта, но эта надежда не оправдалась. «Теория почти-периодических функций на группах, - пишет Б.М.Левитан об исследованиях фон Неймана, - была построена в надежде расширить класс групп, на которых существует достаточное число линейных представлений и тем самым решить для этих групп пятую проблему Гильберта» (Левитан, 1953, с.296).

Индукция Джона фон Неймана. Джон фон Нейман обобщил на случай почти-периодических функций на группе теорему С.Бохнера об условиях, при которых непрерывная функция f(x) (-∞<x<∞) является почти-периодической по Х.Бору. К.Иосида в книге «Функциональный анализ» (1967) пишет: «Бохнер [4] показал, что непрерывная функция f(x) (-∞<x<∞) является почти-периодической по Бору тогда и только тогда, когда выполняется следующее условие: для всякой последовательности вещественных чисел {an} система функций {fan(x); fan (x) = f(x+an)} вполне ограничена в топологии равномерной сходимости в интервале (-∞, ∞). Это утверждение было обобщено фон Нейманом [4] на почти-периодические функции на группе» (Иосида, 1967, с.455). Примечательно, что к обобщению теории почти периодических функций на произвольную абстрактную группу фон Неймана отчасти привело то, что С.Бохнер использовал теорему Витали-Хана-Сакса в качестве определения почти периодических функций. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут о теореме Витали-Хана-Сакса, обозначаемой символом 7.2: «Теорема 7.2 была использована Бохнером [4] в качестве определения почти периодических функций. Это привело Дж.Неймана и Бохнера (Дж.Нейман [9], Бохнер и Дж.Нейман [1]) к обобщению этой теории на произвольную абстрактную группу…» (Данфорд, Шварц, 1962, с.420). Здесь [9] – работа Джона фон Неймана (1934).

Индукция Джона фон Неймана. Джон фон Нейман ввел понятие специальных потоков в результате обобщения понятия секущей поверхности А.Пуанкаре. Б.М.Гуревич в статье «Построение возрастающих разбиений для специальных потоков» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1965, том 10, вып.4) констатирует: «Впервые специальные потоки появились в работе Дж.Неймана [4] как обобщение известного понятия «секущей поверхности» Пуанкаре…» (Гуревич, 1965, с.693). Сказанное можно детализировать. Е.А.Барбашин в статье «О гомеоморфизмах динамических систем» («Математический сборник», 1951, том 29 (71), № 3) пишет: «При изучении динамических систем еще А.Пуанкаре пользовался понятием так называемой секущей поверхности. Секущей поверхностью динамической системы мы называем замкнутое множество F фазового пространства, обладающее тем свойством, что всякая траектория проходит через F и все точки F при подходящем выборе времени t (см. § 2) возвращаются периодически в F через одинаковый для всех точек промежуток времени» (Барбашин, 1951, с.501).

Индукция Джона фон Неймана. Д.фон Нейман (1938) индуктивно перенес в теорию гильбертовых пространств две важнейшие операции теории векторных пространств: образование прямой суммы и образование тензорного произведения. Фон Нейман в статье «О бесконечных тензорных произведениях» (Д.Нейман, «Избранные труды по функциональному анализу», том 1, 1987) пишет о переносе понятия прямой суммы в теорию гильбертовых пространств: «Это обобщение кажется очень естественным и удобным потому, что допускает различные интересные приложения. Так, с его помощью автор достиг успеха в описании всех колец операторов при помощи колец, которые Ф.Дж.Мюррей и автор назвали «факторами» и для которых существует развитая количественная теория (см. [7], где изучаются «факторы»). Эти исследования позволяют обобщить теорию редукции унитарных представлений групп на все гильбертовы пространства (включая сепарабельные гильбертовы пространства) и связать их с упомянутой выше теорией факторов» (Нейман, 1987, с.203). Далее фон Нейман говорит о переносе в теорию гильбертовых пространств понятия тензорных произведений: «По-видимому, следует указать на то, что если обобщение прямой суммы происходит в направлении теории меры Лебега-Стилтьеса, то обобщение тензорных произведений ведет к более высоким теоретико-множественным мощностям («алефы» Кантора), а совсем не к проблемам теории меры» (там же, с.204). Отметим, что факторы, о которых говорит фон Нейман, можно определить как слабозамкнутые самосопряженные алгебры операторов гильбертова пространства с тривиальным центром.

Индукция Джона фон Неймана. Джон фон Нейман обобщил ряд результатов спектральной теории ограниченных линейных операторов, построенной Давидом Гильбертом, на неограниченные линейные операторы. В результате фон Нейман создал теорию неограниченных операторов. Рихард Курант в статье «Математика в современном мире» (сборник статей «Математики о математике», Москва, «Знание», 1982) пишет: «Иногда плодотворные открытия в математике возникают совершенно неожиданно, без особых видимых усилий: новые горизонты появляются при абстрагировании от конкретного материала и раскрытии существенных по своей структуре элементов. (…) Один из последних примеров плодотворного применения абстракции – это обобщение Джоном фон Нейманом и рядом других ученых «спектральной» теории Давида Гильберта, обобщение, которое и привело от частного случая «ограниченных» линейных операторов к «неограниченным» операторам» (Р.Курант, 1982). Об этом же говорят Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман в книге «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» (1966): «Спектральное разложение ограниченного самосопряженного оператора было впервые получено Д.Гильбертом, а обобщение на неограниченные самосопряженные операторы принадлежит Нейману» (Ахиезер, Глазман, 1966, с.253). Сравнивая дедукцию и индукцию, Р.Курант отдает предпочтение второму методу, о чем говорит в той же статье «Математика в современном мире»: «…Дедуктивный метод, отправляющийся от аксиом, на первый взгляд довольно догматических, позволяет при изучении математики быстро овладеть значительными ее «территориями». Однако конструктивный метод Сократа, идущий от частного к общему и избегающий догматического подхода, прокладывает независимой творческой мысли несравненно более надежный путь» (Р.Курант, 1982). Кстати, Р.Курант отводит индукции важную роль не только в открытии новых математических истин, но и в их доказательстве. Р.Курант и Г.Роббинс в книге «Что такое математика?» (2000) пишут: «Мы примем принцип индукции без колебаний (так же как мы принимаем все правила обыкновенной логики) и будем его рассматривать как основной принцип, на котором строится математическое доказательство» (Курант, Роббинс, 2000, с.36). «Раз только правильная гипотеза сформулирована, - подчеркивают те же авторы, - принципа математической индукции часто бывает достаточно, чтобы теорема была доказана» (там же, с.40). О том, что фон Нейман обобщил ряд теорем спектральной теории ограниченных линейных операторов, построенной Д.Гильбертом и другими учеными, на неограниченные линейные операторы, можно догадаться из следующего замечания, сделанного Ю.А.Даниловым в книге «Джон фон Нейман» (Москва, «Знание», 1981): «Чтобы вдохнуть жизнь в свою схему квантовой механики, фон Нейману предстояло обобщить результаты своих предшественников (и, прежде всего, Д.Гильберта, Э.Шмидта и Ф.Рисса) на случай неограниченных операторов» (Ю.А.Данилов, 1981).

Индукция Джона фон Неймана. Дж.фон Нейман (1935) обобщил на случай неограниченных операторов одну из теорем Германа Вейля (1909), сформулированную им в теории ограниченных операторов. Н.Данфорд и Дж.Шварц в монографии «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут о поведении линейных операторов при возмущении: «При возмущении могут происходить неожиданные явления. Например, Вейль [2] показал, что если T – самосопряженный оператор (у которого точечный спектр может отсутствовать) в сепарабельном гильбертовом пространстве, то можно найти такой самосопряженный вполне непрерывный оператор K, что оператор T+K имеет полную систему собственных векторов. Этот результат был обобщен на неограниченный оператор T Дж.Нейманом [6, стр.11], который показал, что норма оператора K может быть сколь угодно малой» (Данфорд, Шварц, 1962, с.651). Здесь [2] – работа Г.Вейля (1909), [6] – исследование Дж.Неймана (1935). Об этом же обобщении теоремы Г.Вейля, полученном фон Нейманом, говорит Тосио Като в книге «Теория возмущений линейных операторов» (Москва, «Мир», 1972): «Один из важных результатов теории возмущений непрерывных спектров был получен Вейлем и позже обобщен фон Нейманом. Соответствующая теорема утверждает, что любой самосопряженный оператор H в сепарабельном гильбертовом пространстве H можно превратить в самосопряженный оператор H+A с чисто точечным спектром, добавив к нему подходящий «малый» оператор A. (…) Более точно, справедлива теорема 2.1. Пусть H – самосопряженный оператор в сепарабельном гильбертовом пространстве H. Для любого $\varepsilon>0$ существует самосопряженный оператор $A \in B_2(H)$ с $\|A\|_2<\varepsilon$, такой, что оператор H+A имеет чисто точечный спектр» (Като, 1972, с.648).

Индукция Джона фон Неймана. Дж.фон Нейман (1946) пришел к выводу о целесообразности применения метода Монте-Карло при решении различных вычислительных задач, исходя из удачных случаев его применения при моделировании нейтронной диффузии в расщепляемом материале и в ряде других ситуаций. Г.Секей в книге «Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике» (1990) пишет о методе Монте-Карло: «Хотя идея этого метода довольно стара, его настоящее применение началось лишь с появлением компьютеров, когда Д.Нейман, С.Улам и Э.Ферми использовали метод Монте-Карло для приближенного решения трудных вычислительных задач, связанных с ядерными реакциями. Название метода объясняется тем, что в нем применяются последовательности случайных чисел, в качестве которых могли бы выступать регулярно объявляемые результаты игр, проводимых в казино, например, в Монте-Карло. Однако на практике случайные числа, необходимые для метода, выдает сам компьютер» (Г.Секей, 1990). Об этом же пишет А.Тепляков в статье «Моделируя жизнь» (сайт «Математическое моделирование в ядерной геофизике»): «Метод Монте-Карло – это метод решения различных задач с помощью генерации случайных последовательностей. Приемы метода Монте-Карло были известны и до 40-х годов, но не получили широкого распространения из-за больших объемов вычислений. Появление ЭВМ сделало их практически применимыми. Произошло это во многом благодаря Джону фон Нейману, указавшему на ряд перспективных задач, в которых целесообразно применять методы имитационного моделирования, например, предсказание погоды, анализ запасов нефти и гидродинамические расчеты» (А.Тепляков, сайт «Математическое моделирование в ядерной геофизике»). Конечно, помимо индукции здесь была и аналогия, так как в связи с отсутствием у Джона фон Неймана в 1940-е годы генератора случайных чисел он по аналогии догадался использовать генератор случайностей, заложенный в игровых аппаратах казино.

Индукция Курта Отто Фридрихса. Известный математик, ученик Р.Куранта, Курт Фридрихс обобщил на многомерный случай теорему Германа Вейля, описывающую известный признак дискретности спектра оператора Шредингера. М.Ш.Бирман в статье «О спектре сингулярных граничных задач» («Математический сборник», 1961, том 55 (97), № 2) указывает: «В настоящее время теоретико-операторные методы систематически применяются к исследованию спектральных свойств сингулярных граничных задач. Первые результаты в этом направлении получил еще К.Фридрихс в известной работе [28]. Пользуясь развитым им аппаратом квадратичных форм, К.Фридрихс, в частности, перенес на многомерный случай известный признак Г.Вейля дискретности спектра оператора Шредингера» (Бирман, 1961, с.125).

Индукция Наума Ильича Ахиезера и Израиля Марковича Глазмана. Советские математики Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман перенесли теоремы Фредгольма из теории интегральных уравнений в теорию гильбертовых пространств. Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман в книге «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» (1966) пишут: «Читатель, знакомый с теорией интегральных уравнений, конечно, заметит, что доказанные нами предложения являются обобщением двух теорем Фредгольма. Справедливо также обобщение третьей теоремы Фредгольма. Оно формулируется следующим образом: размерности собственных подпространств вполне непрерывных операторов A и A* в H, принадлежащих собственным значениям λ и λ', одинаковы. Эта теорема будет доказана в следующем пункте»

(Ахиезер, Глазман, 1966, с.178). Здесь H – гильбертово пространство. Справедливости ради нужно отметить, что честь обобщения теории интегральных уравнений Фредгольма принадлежит Фредерику Риссу, который благодаря этому обобщению создал спектральную теорию вполне непрерывных операторов. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) подчеркивают: «Спектральная теория вполне непрерывных операторов в том виде, как она излагается в этом параграфе, была заложена Ф.Риссом и представляет собою обобщение некоторых результатов из работ Фредгольма по теории линейных интегральных уравнений» (Данфорд, Шварц, 1962, с.617).

Индукция Наума Ильича Ахиезера и Израиля Марковича Глазмана. Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман в книге «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» (Москва, «Наука», 1966) посредством индукции доказывают теорему Джона фон Неймана, согласно которой если пространство H сепарабельно и A, B – ограниченные самосопряженные операторы в нем с одним и тем же непрерывным спектром, то найдется унитарный оператор U такой, что оператор $K=B-UAU^{-1}$ будет вполне непрерывным. Доказывая эту теорему, Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман в указанной книге пишут: «Если бы, по крайней мере, одна из последовательностей $\{r_R\}^\infty$, $\{s_R\}^\infty$ содержала все натуральные числа, теорема была бы доказана. Однако это условие здесь не выполнено. Поэтому продолжим построение, а именно определим индуктивно две последовательности $\{u_R\}^\infty$ и $\{\upsilon_R\}^\infty$ натуральных чисел…» (Ахиезер, Глазман, 1966, с.326). Следует отметить, что Н.И.Ахиезер – один из авторов функции Клебша-Гордона-Бейкера-Ахиезера, которая является центральным понятием в алгебро-геометрической схеме конечнозонного интегрирования (в теории интегрируемых систем). Н.И.Ахиезер привлек внимание математиков к аналогии между дифференциальными и разностными операторами. А.Л.Лукашов в докторской диссертации «Ортогональные и экстремальные полиномы на нескольких отрезках» (Саратов, 2004) пишет: «Теория интегрируемых систем является одним из самых бурно развивающихся разделов математики (см., например, обзоры [129, 281]), причем центральным понятием в алгебро-геометрической схеме конечнозонного интегрирования является понятие функции Клебша-Гордона-Бейкера-Ахиезера. Работа Н.И.Ахиезера [15], которая обычно цитируется в связи с этим, называется «Континуальный аналог ортогональных многочленов на системе интервалов» и является одной из многих работ, использующих и развивающих аналогии между дифференциальными и разностными операторами. (…) (…) Одним из самых последних примеров использования аналогий между спектральными теориями дифференциальных и разностных операторов является построение теории обратной задачи рассеяния для операторов Якоби (см. [376]) для случаев, аналогичных наиболее исследованным в обратной задаче для операторов Штурма-Лиувилля (почти периодических и быстро убывающих потенциалов)» (А.Л.Лукашов, 2004).

Индукция Наума Ильича Ахиезера, С.Агмона и других ученых. Н.И.Ахиезер (1952) и С.Агмон (1951) распространили на случай целой функции конечной степени, растущей на вещественной оси и имеющей мажоранту на последовательности точек, известную теорему М.Картрайт о целой функции конечной степени, ограниченной на последовательности точек. Б.Я.Левин в статье «Обобщение теоремы Картрайт о целой функции конечной степени, ограниченной на последовательности точек» (Известия АН СССР, серия математическая, 1957, том 21, вып.4) пишет о математиках, которые по-разному обобщали теорему М.Картрайт: «Известны различные обобщения этой теоремы [см. (2), (3), (4), (5)]. В работах С.Агмона (8) и Н.И.Ахиезера (9) даются обобщения теоремы М.Картрайт на случай целой функции конечной степени, растущей на вещественной оси и имеющей мажоранту на последовательности точек. Настоящая работа примыкает по постановке вопроса к упомянутой работе Н.И.Ахиезера, и основной результат настоящей работы представляет собою существенное обобщение результатов Н.И.Ахиезера» (Левин, 1957, с.549). Здесь (8) – исследование С.Агмона [1951], (9) – статья Н.И.Ахиезера «Целые функции, имеющие майоранту на последовательности вещественных точек» (Известия АН СССР, 1952, том 16).

Отметим, что женщина-математик М.Картрайт внесла существенный вклад в науку, по крайней мере, в работе, выполненной совместно с Дж.Литтлвудом, она получила результаты, которые помогли лауреату премии Филдса за 1966 год Стивену Смейлу открыть знаменитую «подкову» - гиперболическое множество, встречающееся в любой системе со сложной динамикой, т.е. в системе, допускающей грубые (трансверсальные) гомоклинические траектории Пуанкаре. С.П.Кузнецов в книге «Динамический хаос» (2001) пишет о значении работ М.Картрайт и Дж.Литтлвуда: «Интересно, что на Смейла оказала влияние упоминавшаяся выше работа Картрайт и Литтлвуда о неавтономном генераторе Ван-дер-Поля» (Кузнецов, 2001, с.18).

Индукция Израиля Марковича Глазмана. И.М.Глазман (1950) обобщил на случай граничной задачи, связанной с сингулярным квази-дифференциальным уравнением любого порядка с вещественными коэффициентами, теорию Вейля-Стоуна, дающей решение граничной задачи, связанной с дифференциальным уравнением второго порядка типа Штурма-Лиувилля. И.М.Глазман в статье «К теории сингулярных дифференциальных операторов» (УМН, 1950, том 5, вып.6 (40)) пишет о своей работе: «В статье выясняется вопрос об альтернативе Вейля (альтернативе: случай предельного круга – случай предельной точки – Н.Н.Б.) для случая уравнений высших порядков, после чего дается обобщение теории Вейля-Стоуна на случай граничной задачи, связанной с сингулярным квази-дифференциальным уравнением любого порядка с вещественными коэффициентами» (Глазман, 1950, с.102-103). Чтобы понять, в чем заключались результаты Г.Вейля и М.Стоуна, которые подверглись обобщению, приведем еще один фрагмент статьи И.М.Глазмана, где он указывает: «В 1909 г. Г.Вейль исследовал граничную задачу, связанную с дифференциальным уравнением второго порядка типа Штурма-Лиувилля на полуоси [2]. Это исследование позволило впервые обнаружить характерные черты будущей теории неограниченных симметрических операторов. После создания этой теории результаты Вейля были истолкованы с более общей точки зрения М.Стоуном [12]» (там же, с.102). Здесь [2] – исследование Г.Вейля, [12] – работа М.Стоуна (1932). О том, что И.М.Глазман обобщил одну из теорем Г.Вейля, пишут также Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Спектральная теория» (1966): «Теорема 11 для операторов второго порядка была найдена Г.Вейлем, обобщение принадлежит Глазману [1]» (Данфорд, Шварц, 1966, с.755). Здесь [1] – статья И.М.Глазмана «К теории сингулярных дифференциальных операторов» (УМН, 1950, том 5, вып.6 (40)).

Индукция Израиля Марковича Глазмана. И.М.Глазман (1963) перенес на случай произвольного линейного замкнутого оператора A и любого вполне непрерывного оператора K теорему Германа Вейля (1909), согласно которой если к самосопряженному оператору A прибавить вполне непрерывный самосопряженный оператор K, то непрерывный спектр оператора A не изменится. Обобщая данную теорему, И.М.Глазман избавился от требования (условия) самосопряженности этих операторов. Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман в книге «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» (1966) пишут: «Г.Вейлю принадлежит следующая замечательная теорема 1. Если к самосопряженному оператору A прибавить вполне непрерывный самосопряженный оператор K, то непрерывный спектр оператора A не изменится, т.е. E (A+K) = E (A)» (Ахиезер, Глазман, 1966, с.320). Далее те же авторы отмечают: «Заметим, что теорема Вейля обобщается на случай произвольного линейного замкнутого оператора A и любого вполне непрерывного оператора K, т.е. требование о самоспряженности этих операторов можно отбросить» (там же, с.321). Укажем, что И.М.Глазман впервые изложил это обобщение теоремы Г.Вейля в монографии «Прямые методы качественного спектрального анализа сингулярных дифференциальных операторов» («Физматгиз», 1963).

Индукция Александра Яковлевича Повзнера. А.Я.Повзнер (1948) обобщил теорему Бохнера о позитивных функциях и теорему Планшереля. А.Я.Повзнер в статье «О дифференциальных уравнениях типа Штурма-Лиувилля на полуоси» («Математический сборник», 1948, том 23 (65), № 1), приводя результаты, логически ведущие к распространению теоремы Бохнера и теоремы Планшереля на более общий случай, аргументирует: «Перечисленные выше результаты дают возможность, как мы уже указывали, обобщить теорему Бохнера о позитивных функциях и теорему Планшереля. Теоремы, обобщающие теорему Бохнера, доказаны в заметках автора ([5], [6])» (Повзнер, 1948, с.5). Здесь [5] – работа А.Повзнера «Об уравнениях типа Штурма-Лиувилля и позитивных функциях» («Доклады АН СССР», 1944, том 43, № 9), [6] – статья А.Повзнера «Об уравнениях типа Штурма-Лиувилля на полуоси» («Доклады АН СССР», 1946, том 53, № 4).

Индукция Михаила Самуиловича Лившица и других ученых. М.С.Лившиц и его сотрудники (1951-1956) обобщили на абстрактные операторы (несамосопряженные операторы) алгебраическую теорему И.Шура о приведении матрицы к треугольному виду унитарным преобразованием. И.Ц.Гохберг и М.Г.Крейн в книге «Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве» (Москва, «Наука», 1965) говорят о развитии теории линейных операторов в 1950-е годы: «В этот же период (1951-1956 гг.) М.С.Лившиц и группа его сотрудников начали развивать новое глубокое направление в теории несамосопряженных операторов. Путеводной звездой этих исследований была идея обобщения на абстрактные операторы алгебраического результата И.Шура о приведении матрицы к треугольному виду унитарным преобразованием. Эти исследования привели М.С.Лившица к созданию теории характеристической матрицы-функции и треугольных моделей несамосопряженного оператора» (Гохберг, Крейн, 1965, с.10).

Индукция Белы Секефальви-Надя. Известный венгерский математик Б.Секефальви-Надь (1946, 1952) распространил на случай банаховых пространств (B-пространств) теоремы Ф.Реллиха (1936-1941), сформулированные им при изучении структуры спектра возмущенного оператора в окрестности изолированного собственного значения невозмущенного оператора. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) констатируют: «В серии из пяти статей Реллих [2] изучал структуру спектра возмущенного оператора в основном в окрестности изолированного собственного значения невозмущенного оператора. В первой заметке [2; I] рассматриваются ограниченные самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве, в третьей заметке предположение ограниченности отброшено; в обоих случаях возмущение зависит от параметра аналитически. Секефальви-Надь [2, 4] дал иные доказательства некоторых из этих результатов и распространил их на случай B-пространств…» (Данфорд, Шварц, 1962, с.651). Здесь [2] – серия статей Ф.Реллиха за разные годы (1936, 1939, 1940, 1941), [2] – исследование Б.Секефальви-Надя (1951), [4] – его же работы (1946, 1947).

Индукция Н.Ароншайна и К.Т.Смита. Американские математики Н.Ароншайн и К.Т.Смит (1954) обобщили на банаховы пространства известную теорему Джона фон Неймана (1935), согласно которой любой вполне непрерывный оператор A в пространстве H (гильбертовом пространстве – Н.Н.Б.) обладает нетривиальным инвариантным подпространством. Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман в книге «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» (1966) формулируют теорему фон Неймана, которую обобщили Н.Ароншайн и К.Т.Смит: «…Возникает вопрос, не имеет ли каждый вполне непрерывный оператор нетривиального инвариантного подпространства. Положительный ответ на этот вопрос был дан в 1935 г. Нейманом. В настоящем пункте мы изложим его замечательную теорему. Теорема 1. Любой вполне непрерывный оператор A в пространстве H обладает нетривиальным инвариантным подпространством» (Ахиезер, Глазман, 1966, с.204). Далее авторы, дополняя указанную теорему фон Неймана аналогичной теоремой об условиях, при которых непрерывный оператор A обладает инвариантным подпространством G, пишут: «Изложенные в этом пункте результаты Неймана были впервые опубликованы в статье Ароншайна и Смита, посвященной обобщению теоремы Неймана на банаховы пространства» (там же, с.208). Отметим, что Н.Ароншайн и К.Т.Смит изложили свое обобщение теоремы фон Неймана на банаховы пространства в статье «Invariant subspace of completely continuous operators» (Ann. Math., 1954, том 60). Об обобщении Н.Ароншайна и К.Т.Смита пишет также В.М.Кадец в книге «Курс функционального анализа» (Харьков, ХНУ, 2004): «В различных банаховых пространствах (например, в L1) известны примеры непрерывных операторов без нетривиальных инвариантных подпространств. Известны и положительные результаты, среди которых первым была теорема фон Неймана: у любого компактного оператора в гильбертовом пространстве существует нетривиальное инвариантное подпространство. Теорема фон Неймана была доказана в 30-х годах, но опубликована впервые была через 20 лет Ароншайном и Смитом, распространившими результат на случай банахова пространства» (Кадец, 2004, с.386).

Индукция Ф.И.Маутнер. Ф.И.Маутнер (1953) обобщил на произвольные сингулярные самосопряженные эллиптические дифференциальные операторы с частными производными теорему Вейля-Кодаиры о спектральном представлении для сингулярных самосопряженных обыкновенных дифференциальных операторов. Кроме Маутнера, теорема Вейля-Кодаиры обобщалась Гордингом и Браудером. Н.Данфорд и Дж.Шварц в монографии «Линейные операторы. Спектральная теория» (1966) пишут: «В § 6 содержится теория эллиптических дифференциальных уравнений с частными производными и связанных с ними граничных задач. Он начинается сравнительно элементарным доказательством принципа дифференцируемости слабых решений. На его основе дается краткое доказательство обобщения Маутнера-Гординга-Браудера на произвольные сингулярные самосопряженные эллиптические дифференциальные операторы с частными производными теоремы Вейля-Кодаиры о спектральном представлении для сингулярных самосопряженных обыкновенных дифференциальных операторов» (Данфорд, Шварц, 1966, с.799). Отметим, что Ф.И.Маутнер изложил свое обобщение теоремы Вейля-Кодаиры в статье «О разложениях по собственным функциям» (УМН, 1955, том 10, № 4 (66)). Впервые эта статья Ф.И.Маутнера была опубликована за рубежом в 1953 году.

Индукция А.Бернштейна, А.Робинсона и П.Халмоша. А.Бернштейн, А.Робинсон (1966) и П.Халмош (1966) перенесли на более общую ситуацию теорему фон Неймана о существовании у нормальных операторов нетривиального инвариантного подпространства, обобщенную Н.Ароншайном и К.Т.Смитом. П.Халмош в книге «Гильбертово пространство в задачах» (1970) аргументирует: «Самый простой способ – с помощью спектральной теоремы показать, что у нормальных операторов всегда существуют нетривиальные инвариантные подпространства. Первый глубокий результат такого рода состоит в том, что нетривиальные инвариантные подпространства всегда есть у вполне непрерывных операторов (Ароншайн и Смит [1]). Эта теорема получила дальнейшие обобщения (Бернштейн и Робинсон [1], Халмош [12], но все они тесно связаны с полной непрерывностью» (Халмош, 1970, с.101). Здесь [1] – работа А.Бернштейна и А.Робинсона (1966), [12] – исследование П.Халмоша (1966).

Индукция Б.Мисры, Д.Шпайзера, Г.Таргонского и Дж.Вейдмана. Б.Мисра, Д.Шпайзер, Г.Таргонский (1963), а также Дж.Вейдман (1970) перенесли на случай несамосопряженных неограниченных операторов критерий унитарной эквивалентности самосопряженных неограниченных операторов карлемановским операторам, установленный Джоном фон Нейманом (1935). В.Б.Коротков в статье «Об унитарной эквивалентности линейных операторов интегральным операторам» («Математические заметки», 1976, том 19, № 4) указывает: «Критерий унитарной эквивалентности самосопряженных неограниченных операторов карлемановским операторам был получен Дж.Нейманом [5]. На случай несамосопряженных неограниченных операторов этот результат был распространен в [6]-[9]» (Коротков, 1976, с.602). Здесь [6] – работа Б.Мисры, Д.Шпайзера и Г.Таргонского (1963), [8] – исследование Дж.Вейдмана (1970), [9] – статья В.Б.Короткова «Об интегральных операторах» («Доклады АН СССР», 1970, том 195, № 6). Об этом же В.Б.Коротков пишет в статье «Критерий унитарной эквивалентности неограниченных операторов интегральным операторам» («Математические заметки», 1978, том 23, № 2): «В 1935 г. Дж.Нейман [3] доказал следующую теорему. Теорема. Плотно определенный в L2 (a, b) самосопряженный оператор T унитарно эквивалентен карлемановскому оператору тогда и только тогда, когда O принадлежит предельному спектру оператора T. В работе Б.Мизры, Д.Шпайзера, Г.Таргонского [4] этот результат был распространен на случай нормальных операторов в L2 (a, b)» (Коротков, 1978, с.272).

Индукция Виталия Борисовича Короткова. Отечественный математик В.Б.Коротков (1970) также получил обобщение теоремы Джона фон Неймана об условиях, при которых самосопряженный неограниченный оператор унитарно эквивалентен карлемановскому оператору. Аналогичное обобщение принадлежит Вайдману (1970). В.Б.Коротков в статье «Критерий унитарной эквивалентности неограниченных операторов интегральным операторам» («Математические заметки», 1978, том 23, № 2) пишет о своем обобщении: «В [5] было доказано следующее обобщение теоремы Дж.Неймана. Теорема. Пусть мера μ не является чисто атомической и пусть T – плотно определенный в сепарабельном гильбертовом пространстве L2 (x, μ) линейный оператор. Для того, чтобы оператор T был унитарно эквивалентен карлемановскому оператору, необходимо и достаточно, чтобы оператор T имел замыкание и точка O принадлежала предельному спектру сопряженного оператора T*. Близкий к этой теореме результат был получен И.Вайдманом [6]» (Коротков, 1978, с.272). Здесь [5] – работа В.Б.Короткова «Классификация и характеристические свойства карлемановских операторов» («Доклады АН СССР», 1970, том 190, № 6), [6] – исследование Иоахима (Джоахима) Вейдмана (1970). Аналогичный вопрос рассматривается В.Б.Коротковым в книге «Интегральные операторы» (Новосибирск, «Наука», 1983), где автор отмечает: «Во второй постановке задача о характеристических свойствах карлемановских операторов изучалась Дж.Нейманом. Им установлен следующий классический результат [87]: неограниченный самосопряженный оператор в L2 унитарно эквивалентен карлемановскому оператору тогда и только тогда, когда предельный спектр этого оператора содержит O. Эта теорема Дж.Неймана была распространена на случай неограниченных нормальных операторов Б.Мизрой, Д.Шпайзером, Д.Таргонским [8]. На случай произвольных несамосопряженных операторов теорема Дж.Неймана обобщена одновременно и независимо в работах [54, 55] и в работе И.Вайдмана [18]» (Коротков, 1983, с.6). Здесь [54] – работа В.Б.Короткова «О характеристических свойствах интегральных операторов с ядрами карлемановского типа» («Сибирский математический журнал», 1970), [55] – статья В.Б.Короткова «Классификация и характеристические свойства карлемановских операторов» («Доклады АН СССР», 1970, том 190, № 6).

Индукция Иоахима (Джоахима) Вейдмана. Дж.Вейдман (1968) распространил на случай неограниченных замкнутых операторов теорему Б.Мисры, Д.Шпайзера и Г.Таргонского (1963) о том, что каждый ограниченный сильный карлемановский оператор в L2 (a, b) является оператором Гильберта-Шмидта. В.Б.Коротков в статье «Характеристическое свойство сильных интегральных самосопряженных операторов» («Математические заметки», 1970, том 8, № 5) пишет: «Как было показано в [5], каждый ограниченный сильный карлемановский оператор в L2 (a, b) является оператором Гильберта-Шмидта. В [6] этот результат был распространен на случай неограниченных замкнутых операторов» (Коротков, 1970, с.654). Здесь [5] – исследование Б.Мисры, Д.Шпайзера (Спейсера) и Г.Таргонского (1963), [6] – работа Дж.Вейдмана (Вайдмана) (1968). Об этом же В.Б.Коротков говорит в книге «Интегральные операторы» (1983): «В работе Б.Мизры, Д.Шпайзера и Д.Таргонского [81] показано, что каждый ограниченный сильный карлемановский оператор является оператором Гильберта-Шмидта. На случай неограниченных операторов этот результат распространен в работах [54, 55] и [17, 18]» (Коротков, 1983, с.6). Здесь [17] и [18] – исследования Дж.Вейдмана (1968, 1970).

Индукция Маршалла Стоуна. Американский математик М.Стоун (1935) индуктивно обобщил на произвольный набор функций теорему Вейерштрасса (1883) о возможности равномерного приближения непрерывной функции нескольких переменных последовательностью полиномов (многочленов). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) аргументируют: «Продолжая исследование пространства C(S), мы рассмотрим некоторые важные специальные свойства этого пространства как алгебры. Одним из этих свойств является хорошо известная теорема Вейерштрасса об аппроксимации, утверждающая, что скалярная функция, непрерывная на замкнутом интервале вещественных чисел, есть предел равномерно сходящейся на этом интервале последовательности полиномов. Эта важная теорема имеет несколько далеко идущих обобщений: наиболее замечательным среди них является теорема Стоуна, которая будет нами рассмотрена» (Данфорд, Шварц, 1962, с.295). О.П.Солдатова и А.С.Каюкова в статье «Аппроксимативный анализ с использованием нейронной сети HRBF с произвольными функциями активации» (электронный научный журнал «Исследовано в России», 2006, № 9) пишут: «Теорема Вейерштрасса утверждает, что непрерывную функцию нескольких переменных на замкнутом ограниченном множестве можно равномерно приблизить последовательностью полиномов [2]. Сильным обобщением теоремы о возможности равномерного приближения непрерывных функций многочленами является теорема Стоуна: достаточно взять произвольный набор функций, разделяющих точки, построить кольцо многочленов от них, и получим плотное в алгебре компактного пространства множество функций» (Солдатова, Каюкова, 2006, с.342). А.Н.Горбань в статье «Функции многих переменных и нейронные сети» («Соросовский образовательный журнал», 1998, № 12) поясняет: «Теорема Стоуна обобщает теорему Вейерштрасса по двум направлениям. Во-первых, рассматриваются функции на произвольном компакте, но не это самое важное. Во-вторых, доказано утверждение, новое даже для функций одного переменного (не говоря уже о многих): плотно не только множество многочленов от координатных функций, но вообще кольцо многочленов от любого набора функций, разделяющих точки. Следовательно, например, плотно множество тригонометрических многочленов» (Горбань, 1998, с.107). В.М.Тихомиров в статье «Теория приближений» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 14) говорит о теореме Вейерштрасса, которую обобщил М.Стоун: «В 1885 году Вейерштрассом [253] было доказано, что всякая непрерывная функция на конечном отрезке допускает аппроксимацию с любой точностью алгебраическими полиномами. Принято подчеркивать фундаментальную роль этого открытия в теории приближений» (Тихомиров, 1987, с.132). «Теорема Вейерштрасса, - продолжает В.М.Тихомиров, - оказалась отправной точкой для проблематики, связанной с аппроксимацией комплексных функций. И, наконец, обобщение Стоуном теоремы Вейерштрасса явилось одним из краеугольных камней, на которых зиждется здание теории банаховых алгебр» (там же, с.132). Математик В.М.Кадец называет теорему М.Стоуна необычайно красивой и полезной. В одном из параграфов своей книги «Курс функционального анализа» (Харьков, 2004) В.М.Кадец говорит: «В этом параграфе мы познакомимся с необычайно красивым и одновременно весьма полезным обобщением теоремы Вейерштрасса о приближении функции многочленами. Это обобщение, придуманное Стоуном (M.H.Stone), применимо к функциям не только на отрезке, но и на любом компакте» (Кадец, 2004, с.479).

Индукция М.Розенблюма и Т.Като. М.Розенблюм и Т.Като обобщили на случай любых ядерных возмущений собственную теорему о том, что при слабых возмущениях абсолютно непрерывная часть спектра самосопряженного оператора не изменяется. Н.И.Ахиезер и И.М.Глазман в книге «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» (1966) констатируют: «…При произвольных вполне непрерывных возмущениях самосопряженного оператора абсолютно непрерывная часть его спектра, в отличие от непрерывной части, может не сохраняться. Однако при более слабых возмущениях и, в частности, при возмущениях конечномерных, абсолютно непрерывная часть спектра не изменяется. Этот результат, а также его обобщение на случай любых ядерных возмущений, принадлежит М.Розенблюму и Т.Като» (Ахиезер, Глазман, 1966, с.330).

Индукция Косаку Иосиды. Японский математик Косаку Иосида построил теорию полугрупп непрерывных линейных операторов для общих локально выпуклых линейных топологических пространств в результате обобщения теорем М.Стоуна, относящихся к однопараметрической группе унитарных операторов в гильбертовом пространстве. К.Иосида в книге «Функциональный анализ» (Москва, «Мир», 1967), а именно в главе IX «Аналитическая теория полугрупп», пишет: «Основные результаты теории полугрупп, как будет далее показано, представляют собой естественное обобщение теорем Стоуна [2], относящихся к однопараметрической группе унитарных операторов в гильбертовом пространстве. (…) В этой главе теория полугрупп непрерывных линейных операторов будет развита не только для банаховых пространств, но и для общих локально выпуклых линейных топологических пространств» (Иосида, 1967, с.320). Здесь [2] – работа М.Стоуна (1932).

Индукция Косаку Иосиды. Косаку Иосида (1936) сформулировал теорему о том, что связная группа, вложенная в некоторую банахову алгебру (В-алгебру), является группой Ли в том случае, если она локально бикомпактна, благодаря тому, что обобщил аналогичный результат, сформулированный Джоном фон Нейманом в теории матричных групп. К.Иосида в книге «Функциональный анализ» (1967) пишет о себе: «Иосида [11] доказал, что связная группа, вложенная в некоторую В-алгебру, является группой Ли в том и только в том случае, когда она локально бикомпактна. Этот результат обобщает соответствующий результат фон Неймана [6] по теории матричных групп…» (Иосида, 1967, с.407). Здесь [11] – исследование К.Иосиды (1936).

Индукция Косаку Иосиды. Косаку Иосида обобщил на случай непрерывных комплексных функций, заданных на бикомпактной группе, знаменитую теорему Петера-Вейля-Неймана. В книге «Функциональный анализ» (1967), а именно в главе XI, К.Иосида пишет: «Теперь можно обобщить результаты Петера-Вейля-Неймана, изложенные в предыдущем параграфе (в параграфе 11 «Теорема двойственности для некоммутативных бикомпактных групп» - Н.Н.Б.), распространив их на непрерывные комплексные функции f(x), заданные на бикомпактной группе G» (Иосида, 1967, с.457). Теорему Петера-Вейля-Неймана мы поясним словами К.Иосиды, который в той же монографии аргументирует: «Рассмотрим вполне ограниченную топологическую группу G, метризованную с помощью функции расстояния, удовлетворяющей условию dis (x, y) = dis (axb, ayb). Пусть f(g) – комплексная ограниченная равномерно непрерывная функция, заданная на группе G. Тогда функцию f(g) можно аппроксимировать равномерно на группе G линейными комбинациями матричных элементов унитарного равномерно непрерывного матричного представления D(g)′ группы G» (там же, с.454).

Индукция Косаку Иосиды. К.Иосида обобщил ряд результатов Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова (1937), полученных ими в теории динамических систем с инвариантной мерой. Независимо от К.Иосиды это же обобщение получил, как мы знаем, С.В.Фомин и М.В.Бебутов. К.Иосида в монографии «Функциональный анализ» (1967), а именно в параграфе 4 «Эргодическое разложение марковского процесса с локально бикомпактным фазовым пространством» (в главе XIII), пишет: «Целью этого параграфа является разложение пространства S на так называемые эргодическую часть и диссипативную часть. Это разложение можно рассматривать как обобщение результатов Крылова-Боголюбова, относящихся к детерминированному обратимому процессу переноса в бикомпактном метрическом пространстве S (см. Крылов-Боголюбов [1]). Возможность такого обобщения для бикомпактного метрического пространства S при условии (1) была указана в работе Иосида [17], и это обобщение было получено независимо М.Бебутовым [1]. Распространение результатов на случай локально бикомпактного пространства S было дано К.Иосида [19]» (Иосида, 1967, с.539). Здесь [1] – исследование Н.М.Крылова и Н.Н.Боголюбова (1937), [17] – исследование К.Иосиды (1940), [1] – работа М.В.Бебутова (1942), [19] – работа К.Иосиды (1948).

Индукция М.Нагумо. Японский математик М.Нагумо (1936) перенес в банахову алгебру, а именно на функции со значениями из банаховой алгебры (В-алгебры), основные теоремы Коши из теории функций комплексной переменной. К.Иосида в монографии «Функциональный анализ» (1967) указывает: «Понятие банаховой алгебры ввел в анализ Нагумо [1]. Он показал, что теоремы Коши теории функций комплексной переменной могут быть распространены на функции со значениями из В-алгебры, и применил эту теорию к исследованию резольвенты ограниченного линейного оператора в окрестности изолированной особой точки» (Иосида, 1967, с.407). Здесь [1] – работа М.Нагумо (1936).

Индукция Гаррета Биркгофа. Американский математик Гаррет Биркгоф, сын основателя теории динамических систем Джорджа Биркгофа, в своей книге «Теория структур» (1952) доказывает на основе индукции значительное количество математических утверждений. Теория структур возникла в 20-30 годах XX века, и в настоящее время она представляет собой вполне оформившуюся математическую дисциплину с большим содержанием и существенной проблематикой. Теория структур многое заимствовала у теории групп и колец, о чем говорит А.И.Мальцев в очерке «Группы и другие алгебраические системы» (А.И.Мальцев, «Избранные труды», том 1, 1976): «Значительное число теорем теории групп и теории колец является высказываниями о расположении подгрупп, инвариантных подгрупп и идеалов, вследствие чего эти теоремы могут быть переформулированы как теоремы о структурах подгрупп или идеалов. При некоторых ограничениях аналогичные теоремы имеют место и для общих структур. Таким путем в теорию структур были перенесены некоторые важные теоремы из теории групп, теории колец и других дисциплин. С другой стороны, использование аппарата теории структур оказалось полезным, наоборот, при нахождении свойств конкретных структур, например, в теории групп и теории колец» (Мальцев, 1976, с.419-420). Итак, Г.Биркгоф в своей книге «Теория структур» (1952) доказывает при помощи индукции теорему 2 (из главы 2) – с.41, лемму 1 (из главы 2) – с.55, теорему 1 (из главы 3) – с.57, теорему 5 (из главы 3) – с.66, лемму 1 (из главы 5) – с.106, лемму 3 (из главы 5) – с.111, теорему 4 (из главы 6) – с.131, теорему 6 (из главы 6) – с.133, теорему 12 (теорему Орэ из главы 6) – с.141, лемму без номера (из главы 8) – с.166, теорему 4 (из главы 8) – с.173, теорему 13 (из главы 8) – с.186, теорему 5 (из главы 9) – с.198, теорему 12 (из главы 9) – с.206, теорему 5 (из главы 10) – с.222, лемму без номера (из главы 11) – с.250, теорему 5 (из главы 13) – с.285, теорему 9 (из главы 13) – с.288, теорему 8 (из главы 14) – с.305, лемму 1 (из главы 14) – с.323. Таким образом, в указанной книге Г.Биркгофа 20 лемм и теорем обосновываются индуктивно.

Индукция Торальфа Сколема. Норвежский математик и логик Торальф Сколем (1919) обобщил теорему Леопольда Левенгейма (1915). В результате математика обогатилась теоремой Левенгейма-Сколема, согласно которой если множество предложений в счетном языке первого порядка имеет бесконечную модель, то оно имеет счетную модель. Эквивалентная формулировка: каждая модель счетной сигнатуры имеет счетную элементарную подмодель. Дж.Булос и Р.Джеффри в книге «Вычислимость и логика»

(Москва, «Мир», 1994) пишут: «В 1919 г. Сколем существенно обобщил результат Левенгейма, доказав теорему, из которой непосредственно следует не только теорема Левенгейма, но и доказанное в главе 12 более сильное утверждение о том, что если счетное множество предложений выполнимо, то существует и единая интерпретация со счетной областью, в которой все предложения из этого множества истинны. Теорема Сколема (1919 г.) гласит, что всякая интерпретация обладает элементарно эквивалентной ей подинтерпретацией со счетной областью» (Булос, Джеффри, 1994, с.202). В другом месте своей книги Дж.Булос и Р.Джеффри вновь обсуждают содержание теоремы Левенгейма-Сколема: «Например, известнейшая теорема Левенгейма-Сколема… гласит: если предложение S истинно в некоторой интерпретации, то оно истинно и в некоторой интерпретации со счетной областью (Левенгейм, 1915 г.)» (там же, с.200).

Индукция Курта Геделя. К.Гедель (1931) доказал свои знаменитые теоремы о неполноте благодаря тому, что индуктивно перенес в область решения проблемы полноты и непротиворечивости языка арифметики диагональный метод доказательства Кантора, использованный им в теории множеств. Другими словами, К.Гедель решил в отрицательном смысле 2-ю проблему Д.Гильберта (проблему доказательства непротиворечивости аксиом арифметики) за счет того, что распространил в математическую логику диагональный метод Кантора, относящийся к теории множеств. О том, что К.Гедель применил диагональный метод Кантора для обоснования своих теорем о неполноте, пишут многие специалисты. Так, Н.В.Михайлова в монографии «Системный синтез программ обоснования современной математики» (2008) отмечает: «Различные типы бесконечности, присутствующие в теории Кантора, имеют значение и для доказательства теоремы Геделя о неполноте. Заметим, что для доказательства своих теорем Курт Гедель пользовался расширением «диагонального доказательства» Кантора. (…) Специалист по компьютерной математике А.А.Зенкин настаивает на том, что с помощью своего диагонального метода «Кантор в действительности доказывает, причем строго математически, именно потенциальный, то есть принципиально не завершаемый характер бесконечности множества всех действительных чисел» (Михайлова, 2008, с.203-204). В другом месте своей монографии Н.В.Михайлова, ссылаясь на анализ теорем Геделя, проведенный Германом Вейлем, вновь обсуждает данный вопрос: «Как отмечает в своем анализе первой теоремы Геделя о неполноте Герман Вейль, «парадоксальность» входит в «конструкцию Геделя» в виде «диагонального процесса», с помощью которого Кантор доказывал, что континуум несчетен [29, с.225]. Именно при помощи процесса, аналогичного диагональной процедуре Кантора, Курт Гедель в рамках рассматриваемой системы сформулировал предложение, которое нельзя ни доказать, ни опровергнуть средствами самой этой системы, если она, разумеется, непротиворечива» (Михайлова, 2008, с.204). М.Кац и С.Улам в книге «Математика и логика. Ретроспектива и перспектива» (Москва, «Мир», 1971) указывают: «При помощи процесса, аналогичного диагональному методу Кантора (упомянутому выше), Гедель в рамках рассматриваемой системы сформулировал предложение, которое нельзя ни доказать, ни опровергнуть средствами самой этой системы» (Кац, Улам, 1971, с.183). Аналогичную информацию можно найти в книге Дэвида Дойча «Структура реальности» (2001), где автор пишет: «Для доказательства своих теорем Гедель пользовался замечательным расширением «диагонального доказательства» Кантора, о котором я упоминал в главе 6» (Дойч, 2001, с.238). Наконец, тот же самый факт подчеркивается Я.В.Шрамко, который в статье «Теорема Кантора и «фигуры умолчания» в научной дискуссии» («Вестник Московского университета», 2003, № 5) указывает: «Диагональный метод Кантора играет ключевую роль не только при доказательстве несчетности континуума (множества действительных чисел), но и в знаменитой теореме Геделя о неполноте, в теории общерекурсивных и частично рекурсивных функций, для установления неразрешимости исчисления предикатов и для решения многих других важных математических задач» (Я.В.Шрамко, 2003). Суть диагонального метода подробно описывается в книге В.А.Успенского «Простейшие примеры математических доказательств» (Москва, МЦНМО, 2009), где отечественный математик говорит о числовых последовательностях следующее: «Если каждую последовательность a1, a2, a3, … записать в строку, а эти строки расположить друг под другом, то получится таблица, в которой члены αm, m, лежащие в основе наших рассуждений, будут расположены на диагонали. Поэтому примененный метод доказательства называется диагональным методом. Диагональный метод был изобретен в XIX веке основателем теории множеств великим математиком Георгом Кантором» (Успенский, 2009, с.18-19). Следует, однако, отметить, что диагональный метод изобрел не Кантор, а его предшественники, но великая заслуга Кантора заключалась в том, что он по аналогии воспользовался этим ранее известным методом, адаптировав его для решения проблем теории множеств. Ф.А.Медведев в книге «Развитие теории множеств в 19 веке» (1965) сообщает, что Г.Кантор почерпнул диагональный метод из исследований Пауля Дюбуа-Реймона, который на основе этого метода доказал недостаточность счетной шкалы логарифмических функций для сравнения порядков роста всех непрерывных функций. Когда Г.Кантор применял диагональный метод при доказательстве теоремы о невозможности взаимно однозначного соответствия между действительными и натуральными числами (то есть теорему о том, что мощность континуума превосходит мощность любого счетного множества), создатель теории множеств действовал по аналогии с работой Дюбуа-Реймана, в которой тем же методом обосновывалась теорема об отсутствии взаимно однозначного соответствия между множеством порядков роста логарифмических функций и множеством порядков роста всех непрерывных возрастающих функций.

Индукция Курта Геделя. К.Гедель индуктивно перенес в область доказательства своей теоремы о неполноте силлогизм, связанный с парадоксом Эпименида. Другими словами, К.Гедель доказал теорему о неполноте системы арифметики по аналогии с тем, как в далекие времена доказывался парадокс Эпименида. М.Волькенштейн в статье «Красота науки» (журнал «Наука и жизнь», 1988, № 9) отмечает: «В 1931 году Гедель доказал свою знаменитую теорему о неполноте (см., например, Ю.И.Манин, «Природа», № 12, 1975 г., стр.80). Доказательство связано с классическим парадоксом Эпименида: критянин Эпименид говорит, что все критяне лжецы. Если он говорит правду, то, будучи сам критянином, он лжет. Парадокс можно переформулировать: «Данное утверждение ложно». Эти слова правдивы только в том случае, когда они ложны» (Волькенштейн, 1988, с.18). Можно смело утверждать, что К.Гедель индуктивно обобщил парадокс Эпименида (аналог парадокса лжеца) на случай произвольной логической системы. Доктор физико-математических наук В.Б.Злоказов в статье «Вера и знание» (журнал «Химия и жизнь», 2003, № 1) пишет о теореме Геделя: «Но эта не столь давно доказанная теорема – любопытная вещь, поскольку представляет собой математический парафраз «парадокса лжеца»: Гедель, в сущности, обобщил этот парадокс на случай произвольной логической системы» (Злоказов, 2003, с.28).

Индукция Курта Геделя. К.Гедель в статье «Совместимость аксиомы выбора и обобщенной континуум-гипотезы с аксиомами теории множеств» (УМН, 1948, том 3, вып.1 (23)) посредством индукции доказывает многие утверждения. Он пишет об индуктивном методе доказательства теорем: «…Доказательства теорем известного рода могут быть проведены общим методом. И так как для доказательства свойств 1) и 2) модели Δ необходимо применение этого метода лишь к конечному числу случаев, общие метаматематические рассуждения могут быть полностью опущены, если только мы потрудимся провести доказательства для каждого случая в отдельности» (Гедель, 1948, с.97). В примечаниях к последней фразе К.Гедель говорит: «В частности, полные индукции, применяемые в доказательствах теорем 1.16, M1, M2, нужны лишь до некоторого натурального числа, например, до 20» (там же, с.97). Ниже К.Гедель пишет о теореме M1: «Доказательство M1 является индуктивным, индукция идет по числу логических операторов в φ» (там же, с.103). Доказывая предложение 7.161, согласно которому всякий класс ординальных чисел вполне упорядочен посредством E, К.Гедель аргументирует: «Это непосредственно следует из 7.16 и 6.7 и дает нам возможность доказывать свойства ординальных чисел посредством трансфинитной индукции. (…) Под индуктивным доказательством всегда будет подразумеваться reductio ad absurdum существования наименьшего ординала, не обладающего рассматриваемым свойством» (там же, с.116). К.Гедель в той же статье рассуждает: «Посредством индукции доказывается 7.611. Если G строго монотонна, то $G'\alpha \geq \alpha$ при $\alpha \in D'(G)$. Отсюда следует, что никакие два различных ординала не могут быть изоморфны относительно E» (там же, с.118). На странице 142 К.Гедель индуктивно доказывает предложение 12.6, о котором говорит: «Доказательство будет произведено путем индукции по $\eta = \mathrm{Max}\ \{\alpha\beta\}$» (там же, с.142).

Индукция Стефена Клини. Выдающийся математик С.Клини (1936) обобщил на класс общерекурсивных функций теоремы Геделя о неполноте, доказанные им для класса примитивно рекурсивных функций. Скажем сразу, что общерекурсивные функции – это всюду определенные вычислимые функции. Л.Д.Беклемишев в статье «Теоремы Геделя о неполноте и границы их применимости» (УМН, 2010, том 65, вып.5 (395)) пишет: «С.Клини [12] был, по-видимому, одним из первых, кто переосмыслил результаты Геделя с точки зрения более общей теории вычислимости. Фактически, уже в этой ранней работе Клини (в работе 1936 года – Н.Н.Б.) содержатся основные идеи подхода к теоремам Геделя на основе развиваемой им теории рекурсии, которые легли в основу практически всех дальнейших исследований вокруг теорем Геделя. Там же Клини дал и общую теоретико-рекурсивную версию первой теоремы о неполноте (в семантическом варианте). С точки зрения эволюции формулировок она занимает промежуточное положение между неформальными комментариями Геделя к своим теоремам и более совершенными абстрактными формулировками, которые можно найти как у самого Клини в позднейших работах [13] - [15], так и у других авторов, например, Р.Смальяна [16] и В.А.Успенского [17]» (Беклемишев, 2010, с.69). Здесь [12] – работа С.Клини (1936), [13] – работа С.Клини (1943), [15] – исследование С.Клини (1952), [16] – исследование Р.М.Смальяна (1961), [17] – работа В.А.Успенского (1974), [18] – исследование Дж.Б.Россера. Сформулируем две доказанные Геделем теоремы о неполноте словами Л.Д.Беклемишева, который в той же статье говорит: «Простейшая формулировка первой теоремы Геделя о неполноте говорит о том, что существует предложение, не доказуемое и не опровержимое в рамках рассматриваемой теории P. Вторая теорема Геделя утверждает, что в качестве такого предложения можно взять формализацию в P утверждения о ее собственной непротиворечивости» (там же, с.64).

Индукция Альфреда Тарского и его учеников. Польско-американский математик А.Тарский и его последователи обобщили на все формальные системы теоремы Геделя о неполноте, которые он сформулировал для такой формальной системы, как система аксиом арифметики Пеано. Таким образом, А.Тарский перенес утверждение, содержащееся в теоремах Геделя, за пределы арифметики. Л.Д.Беклемишев в статье «Теоремы Геделя о неполноте и границы их применимости» (УМН, 2010, том 65, вып.5 (395)) поясняет: «А.Тарский инициировал систематическое исследование вопросов разрешимости для теорий первого порядка. В рамках этой программы в школе Тарского были получены весьма широкие обобщения результатов Геделя. С одной стороны, были найдены очень слабые арифметические теории, такие как арифметика Робинсона Q, для которых была установлена существенная неразрешимость. Тем самым теорема Геделя-Россера была распространена на более широкий класс теорий. С другой стороны, развитый Тарским метод интерпретаций позволил перенести эти результаты на другие языки, отличные от арифметического» (Беклемишев, 2010, с.70). Отметим, что теорема Геделя-Россера – это первая теорема Геделя о неполноте, обобщенная Дж.Б.Россером (1936), который модифицировал конструкцию Геделя таким образом, что установил неполноту теории T уже при условии ее обычной непротиворечивости.

Индукция Алана Тьюринга. Английский математик А.Тьюринг разработал доказательство неразрешимости проблемы остановки вычислительной машины в момент нахождения истины, индуктивно распространив (сумев перенести) в область указанной проблемы остановки схему доказательства теоремы о неполноте, взятую из работ К.Геделя. Здесь индукция весьма похожа на аналогию, но повторим, что аналогия – часть индуктивных рассуждений. Роджер Пенроуз в книге «Новый ум короля» (Москва, 2003) пишет: «Я уже упоминал, что Тьюринг разработал свое доказательство неразрешимости проблемы остановки после изучения работ Геделя. Оба доказательства имеют много общего…» (Пенроуз, 2003, с.105).

Индукция Алонзо Черча. Выдающийся американский математик Алонзо Черч понимал, что без индукции многие математические утверждения остаются без доказательства и теряют свою силу («повисают в воздухе»). А.Черч внес существенный вклад в развитие идей, начало которым положил Курт Гедель. После того, как Гедель (1931) доказал, что никакая формальная система вроде теории арифметики не может быть полной, А.Черч (1936) доказал более сильное утверждение, а именно теорему о том, что не существует никакого алгоритма, который по утверждению автоматически проверял бы, верно ли это утверждение или, напротив, ошибочно. Эта теорема А.Черча имеет массу приложений в прикладных областях математики. А.А.Разборов в статье «О сложности вычислений» (сборник «Математическое просвещение», 1999, серия 3, вып.3) пишет по этому поводу: «Мы сегодня занимаемся вычислениями, поэтому для нас более интересна теорема Черча (1936). Он доказал, что не существует никакого алгоритма, который по утверждению автоматически проверял бы, является это утверждение доказуемым или нет» (Разборов, 1999, с.128). Об отношении А.Черча к индукции говорит то, что в своей книге «Введение в математическую логику» (1960) он при помощи индукции доказывает следующие теоремы: утверждение 150 – с.91, утверждение 151 – с.92 (об этом утверждении автор говорит: «Таким образом, метатеорема 151 доказана посредством математической индукции»), утверждение 158 – с.95 (где автор отмечает: «Мы предоставляем читателю проведение деталей доказательства методом математической индукции…»), утверждение 224 – с.115, утверждение 226 – с.116, утверждение 228 – с.117. Относительно этого утверждения А.Черч пишет: «Для того чтобы доказать 228 в общем случае, мы применяем математическую индукцию…» (Черч, 1960, с.117). Также индукцией доказываются утверждение 340 – с.180 (при доказательстве которого автор пишет: «Мы применяем индукцию по числу вхождений символов…»), утверждение 421 – с.217 (где автор пишет: «…Рассуждение может быть завершено математической индукцией, что мы предоставляем читателю»), лемма без номера – с.225 (автор пишет об этой лемме: «Мы докажем лемму математической индукцией по K»), утверждение 452 – с.231, утверждение 55.15 – с.322 (о котором Черч говорит: «Доказательство проводится в метаязыке методом математической индукции»).

Индукция Алонзо Черча. А.Черч (1938) выдвинул гипотезу о том, что любой алгоритм для эффективного исполнителя может быть реализован при помощи программы для регистровой машины или для любой другой заранее выбранной реализации эффективного исполнителя (машины Тьюринга, машины Поста и т.д.), индуктивно исходя из опыта работы ученых с различными программами и алгоритмами. С.И.Николенко и Е.О.Степанов в книге «Математическая логика и теория алгоритмов» (Санкт-Петербург, 2007) пишут об этой гипотезе (тезисе) А.Черча: «Напоследок еще раз подчеркнем, что тезис Черча – это утверждение чисто экспериментального характера. Он в принципе не может быть доказан, потому что связывает формализованные понятия (связанные с конкретной версией эффективного исполнителя) с неформализованным понятием алгоритма для произвольного эффективного исполнителя. Подтверждается он исключительно общефилософскими соображениями и значительным опытом работы с различными реализациями эффективных исполнителей, как идеальными (регистровые машины), так и реальными (компьютеры), который накопило человечество. Такой опыт показывает, что каким бы образом не был описан алгоритм (в виде блок-схемы, псевдокода, программы для конкретного идеального или реального вычислительного устройства), его всегда можно реализовать и для любого наперед заданного исполнителя…» (Николенко, Степанов, 2007, с.260).

Индукция Абрахама Робинсона. Выдающийся математик Абрахам Робинсон (1960) построил новый раздел математики – нестандартный анализ, показавший возможность доказательства многих теорем математического анализа на основе понятия бесконечно малых величин (а не понятия предела, введенного О.Коши), индуктивно отталкиваясь от частного случая этого нестандартного анализа, содержавшегося в статье Т.А.Сколема (1934). Эта статья Т.А.Сколема называлась «О нехарактеризуемости числового ряда конечным или счетно бесконечным множеством высказываний с одними лишь числовыми переменными». Работа Сколема послужила индуктивной посылкой оригинальных (пионерских) исследований А.Робинсона. С.Альбеверио, Й.Фенстад, Р.Хеэг-Крон и Т.Линдстрем в книге «Нестандартные методы в стохастическом анализе и математической физике» (Москва, «Мир», 1990) пишут: «Основополагающим» мемуаром для нестандартного анализа является статья Т.А.Сколема 1934 года «О нехарактеризуемости числового ряда конечным или счетно бесконечным множеством высказываний с одними лишь числовыми переменными» (Scolem [1]). Цель Сколема была, как показывает заглавие, в некотором смысле деструктивной. Но глубокая идея не может быть только негативной. В 1960 году Абрахам Робинсон превратил нестандартный метод в новое и эффективное математическое средство. Это был действительно замечательный шаг вперед. Робинсон перенес анализ Сколема с арифметики на действительные числа и увидел, как это дает подходящие рамки для развития анализа с помощью бесконечно малых и бесконечно больших чисел; см. его книгу (Robinson [1]), а также второй том его избранных трудов (Robinson [2])» (Альбеверио и др., 1990, с.11). Ряд авторов подтверждают, что Сколем действительно построил пример нестандартной модели арифметики, которая послужила образцом для А.Робинсона. Например, А.Д.Тайманов в предисловии к книге А.Робинсона «Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры» (Москва, «Наука», 1967) пишет: «В работе Сколема построен пример нестандартной модели арифметики…» (Тайманов, 1967, с.9).

Индукция Абрахама Робинсона. Абрахам Робинсон обобщил теорему Э.Артина, утверждающую о представимости определенных функций в виде суммы квадратов (дающую положительное решение 17-ой проблемы Гильберта). А.Робинсон, раскрывая содержание своей монографии «Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры» (Москва, «Наука», 1967), пишет: «Седьмая глава посвящена метаматематической теории идеалов, в то время как в восьмой главе рассматриваются многообразия метаматематических идеалов. Алгебраические многообразия, таким образом, включаются сюда как частный случай. Эти же методы применяются в теории дифференциальных идеалов и при обобщении теоремы Артина о семнадцатой проблеме Гильберта относительно представления определенных функций в виде суммы квадратов» (Робинсон, 1967, с.18-19).

Индукция Абрахама Робинсона. А.Робинсон (1956) перенес на более общую ситуацию одну из теорем Альфреда Тарского (1954). А.Робинсон в книге «Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры» (1967) пишет о теореме А.Тарского: «Доказательство теоремы 3.2.9 было дано Лосем [2] и А.Робинсоном [10]. Это есть обобщение теоремы 3.2.4, принадлежащей Тарскому [3]» (Робинсон, 1967, с.127). Здесь [10] – исследование А.Робинсона (1956), [3] – работа А.Тарского (1954). А.Робинсон формулирует указанную теорему Тарского, которую он обобщил: «3.2.4. Теорема. Пусть {Mν}=φ – множество подобных структур таких, что для любых Mμ Mν из φ или Mμ ее Mν, или Mν ее Mμ (так что φ

– линейно упорядоченное множество). Тогда объединение M=∪{Mv} есть элементарное расширение каждого Mv φ» (Робинсон, 1967, с.89).

Индукция Джона Алана Робинсона. Джон Робинсон (1965) изобрел метод резолюций – алгоритм доказательства, применяющийся во многих системах искусственного интеллекта, индуктивно обобщив на логику первого порядка правило однолитерных дизъюнктов Девиса и Патнема. Ч.Чень и Р.Ли в книге «Математическая логика и автоматическое доказательство теорем» (Москва, «Наука», 1983) пишут: «Метод резолюций, в сущности, - это обобщение правила однолитерных дизъюнктов Девиса и Патнема…» (Чень, Ли, 1983, с.77). «Единичная резолюция, - подчеркивают Ч.Чень и Р.Ли, - это по существу обобщение однолитерного правила Девиса и Патнема (см. § 4.6) на логику первого порядка» (там же, с.133).

Индукция Гаиси Такеути. Японский математик Г.Такеути при помощи индукции доказал теорему Геделя о неполноте – ту самую теорему, которая заставила Д.Гильберта отказаться от своей программы полной формализации математики. Г.Такеути в книге «Теория доказательств» (Москва, «Мир», 1978), а именно в параграфе 10 «Теорема о неполноте» пишет: «В этом параграфе мы докажем неполноту системы PA. Это знаменитый результат Геделя. На самом деле мы докажем неполноту произвольной аксиоматизируемой системы, содержащей PA в качестве подсистемы» (Такеути, 1978, с.85). Далее Г.Такеути формулирует утверждение (1), обозначаемое как предложение 10.6, которое необходимо ему для доказательства теоремы Геделя о неполноте: «Предложение 10.6 (Гедель). (1) Графики всех примитивно рекурсивных функций можно выразить в языке Ln так, что переводы их определяющих равенств будут выводимы в системе PA. Таким образом, теорию примитивно рекурсивных функций можно развить внутри формальной системы арифметики. Мы можем поэтому считать, что система PA (или любое ее расширение) в действительности содержит функциональные символы для всех примитивно рекурсивных функций и их определяющие равенства, а также предикатные символы для всех примитивно рекурсивных отношений» (там же, с.86). Ниже Г.Такеути констатирует: «Утверждение (1) доказывается индукцией по определению примитивно рекурсивных функций (т.е. индукцией по их построению)» (там же, с.87). В процессе доказательства теоремы Геделя о неполноте Г.Такеути формулирует еще одно предложение, именуемое утверждением (2), которое составляет одно из важных звеньев его схемы доказательства: «(2) Пусть R – примитивно рекурсивное n-местное отношение. Оно может быть представлено в PA некоторой формулой R′ (a1, …, an), а именно f′ (a1, …, an) = 0′, где f – характеристическая функция отношения R. Тогда для всякой n-ки чисел (m1, …, mn), если R (m1, …, mn) истинно, то формула R′ (m′1, …, m′n) выводима в PA» (там же, с.87). Г.Такеути показывает, как он обосновывает данное утверждение: «Доказательство утверждения (2) проводится следующим образом. Мы показываем, что для всякой примитивно рекурсивной функции f (от n аргументов) и для любых чисел m1, …, mn, p, если f (m1, …, mn) = p, то формула f′ (m′1, …, m′n) = p′ выводима в PA. Доказательство проводится индукцией по построению функции f (согласно ее определяющим равенствам)» (Такеути, 1978, с.87). Отметим, что в книге Г.Такеути система PA – это система принципов арифметики.

Индукция Григория Ефимовича Минца. Отечественный математик Г.Е.Минц обобщил (1967) на классическое исчисление предикатов знаменитую теорему Эрбрана, которая после изобретения ЭВМ позволила автоматически, в рамках машинных программных средств, доказывать математические теоремы. Г.Е.Минц в статье «Теорема Эрбрана» (сборник «Математическая теория логического вывода», редакторы – А.В.Идельсон, Г.Е.Минц, Москва, «Наука», 1967) пишет: «Целью настоящей статьи является формулирование и доказательство обобщения теоремы Эрбрана на классическое исчисление предикатов с равенством и функциональными символами. При доказательстве мы будем использовать основную теорему Г.Генцена [6] об устранимости сечения в исчислении LK» (Минц, 1967, с.311). Ниже Г.Е.Минц говорит: «Теперь мы можем сформулировать утверждение, являющееся обобщением теоремы Эрбрана на секвенции. Теорема 7.1. Для того чтобы очищенная секвенция S была LK^{δ} -выводима, необходимо и достаточно, чтобы нашлось такое m, что LK^{δ} -выводима секвенция R (m, S)» (там же, с.341).

Индукция Роджера Линдона. Р.Линдон доказал теорему Эрбрана-Генцена на основе математической индукции. Напомним, что согласно данной теореме, для любой общезначимой предваренной секвенции S существует такая не содержащая кванторов общезначимая секвенция P, что S выводима из P посредством одних только кванторных правил A-, A+, E-, E+. Р.Линдон в книге «Заметки по логике» (Москва, «Мир», 1968), доказывая теорему Эрбрана-Генцена, аргументирует: «Поскольку мы можем воспользоваться очевидной индукцией по длине доказательства, достаточно будет предположить, что D оканчивается пропозиционального правила, одна из посылок которого получена посредством кванторного правила…» (Линдон, 1968, с.104).

Индукция Пера Мартин-Лефа. Один из учеников А.Н.Колмогорова, известный логик П.Мартин-Леф предложил оригинальное построение теории борелевских множеств и теории меры, широко используя в своих построениях индукцию (в том числе трансфинитную). А.Г.Драгалин в предисловии к книге П.Мартин-Лефа «Очерки по конструктивной математике» (Москва, «Мир», 1975) пишет об исследованиях Мартин-Лефа, сумевшего доказать конструктивную версию теоремы Гейне-Бореля и теоремы Бэра о категории: «Значительный интерес представляет также оригинальное построение теории борелевских множеств и теории меры (гл. 3 и 4). Автор привлекает для построения этих теорий так называемые обобщенные индуктивные определения (в терминологии автора – определения по трансфинитной индукции). Эта идея, восходящая к Брауэру, позволяет Мартин-Лефу придать рассматриваемым конструктивным теориям такое же изящество, которое присуще их классическим прообразам» (Драгалин, 1975, с.6).

Индукция Пера Мартин-Лефа. П.Мартин-Леф при помощи индукции доказывает известный логический закон исключенного третьего. П.Мартин-Леф в монографии «Очерки по конструктивной математике» (1975), доказывая этот логический закон, рассуждает: «Закон исключенного третьего выражает рефлексивность отношения включения, т.е. тот факт, что $A \subseteq A$ для любого борелевского множества A. (…) (…) Доказательство закона исключенного третьего. Трансфинитной индукцией по бэровскому классу A. Базис. Если A – простое множество, то A, CA – аксиома. Шаг индукции. Допустим, что $A = \cup An$ и An, CAn уже доказано для всех n. По $\cup$-введению мы получаем тогда A, CAn для всех n, $\cap$-введение дает затем A, CA, что и требовалось» (Мартин-Леф, 1975, с.94).

Индукция Джорджа Макки. Американский математик Джордж Макки (1950-е годы) индуктивно распространил на более общую ситуацию процедуру построения неприводимых унитарных представлений групп, разработанную лауреатом Нобелевской премии Юджином (Евгением) Вигнером в квантовой физике для группы Пуанкаре. Кроме того, Д.Макки обобщил теорему Стоуна-фон Неймана. Н.Харт в книге «Геометрическое квантование в действии» (1985) пишет: «Макки обобщил работы Вигнера и создал то, что сейчас называют механизмом Макки (или методом малых групп Вигнера). Механизм Макки детально изучался физиками. Кроме развития техники индуцирования Макки обобщил теорему Стоуна-фон Неймана и положил начало исследованию пространства G как самостоятельного объекта» (Харт, 1985, с.314). Об этом же говорят В.Д.Ляховский и А.А.Болохов в книге «Группы симметрии и элементарные частицы» (1983): «Процедура построения неприводимых унитарных представлений групп, содержащих нетривиальную разрешимую нормальную подгруппу, называется методом малой группы. Он был разработан Е.П.Вигнером [7] специально для группы Пуанкаре. В пятидесятых годах Г.Макки предпринял детальное систематическое исследование индуцированных представлений, и в частности метода малой группы, получившего широкое распространение в теории групп и квантовой физике» (Ляховский, Болохов, 1983, с.302). Сказанное можно дополнить утверждением о том, что Дж.Макки перенес результаты теории индуцированных представлений конечных групп (результаты И.М.Гельфанда и М.А.Наймарка) на сепарабельные унимодулярные локально компактные группы. Л.Люмис в монографии «Введение в абстрактный гармонический анализ» (1956) повествует: «Русские математики опубликовали ряд работ (из которых мы указали только одну [14]), посвященных исследованию неприводимых представлений некоторых конечномерных групп Ли. Макки [36] удалось охватить многие из этих специальных результатов предложенным им обобщением теории индуцированных представлений конечных групп на сепарабельные унимодулярные локально компактные группы» (Люмис, 1956, с.222). Здесь [14] – статья И.М.Гельфанда и М.А.Наймарка «Унитарные представления группы Лоренца» (Известия АН СССР, 1947, том 11).

Индукция Джорджа Макки. Джордж Макки индуктивно перенес на произвольные локально компактные абелевы группы теорему М.Стоуна, которая сама является обобщением теоремы К.Вейерштрасса о том, что непрерывную функцию нескольких переменных на замкнутом ограниченном множестве можно равномерно приблизить последовательностью полиномов. Как мы уже говорили, М.Стоун (1935), обобщая теорему Вейерштрасса, установил, что достаточно взять произвольный набор функций, разделяющих точки, построить кольцо многочленов от них, и в результате мы получим плотное в алгебре компактного пространства множество функций. В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25) пишет об обобщении Дж.Макки: «Заметим, наконец, что теорема, которую мы назвали теоремой Стоуна-Макки, была открыта Стоуном и перенесена Макки на произвольные локально компктные абелевы группы (см. [207], [86], [189], [23], [93])» (Гурарий, 1988, с.73). Говоря о многочисленных приложениях теоремы Стоуна, В.П.Гурарий отмечает: «Появившаяся в начале 30-х гг. теорема Стоуна [207] сразу привлекла внимание и благодаря своим связям с квантовой механикой (ее основными принципами), и благодаря многочисленным применениям, которые эта теорема нашла в эргодической теории, здесь в первую очередь нужно упомянуть работы Хопфа [177], [54]» (Гурарий, 1988, с.75). Детализируя связь теоремы Стоуна-Макки с квантовой механикой, В.П.Гурарий констатирует: «Теорема Стоуна-Макки имеет непосредственное отношение к вопросу об однозначном определении «оператора координаты» X и «оператора мпульса» P, связанных имеющим фундаментальное значение в квантовой механике соотношением коммутации Гейзенберга…» (там же, с.72).

Индукция Лорана Шварца. Французский математик, лауреат премии Филдса за 1950 год Лоран Шварц распространил на положительно определенные обобщенные функции в пространстве K известную теорему С.Бохнера, согласно которой всякая непрерывная положительно определенная функция является преобразованием Фурье положительной меры. И.М.Гельфанд и Н.Я.Виленкин в книге «Некоторые применения гармонического анализа. Оснащенные гильбертовы пространства» (1961) повествуют: «Л.Шварц обобщил теорему С.Бохнера на положительно определенные обобщенные функции в пространстве K. Чтобы сформулировать полученную им теорему, введем понятие меры степенного роста. Назовем положительную меру μ мерой степенного роста, если интеграл $\int (1+ [\lambda^2])^{-pd\mu(\lambda)}$ сходится при некотором $p \geq 0$. Теорема Бохнера-Шварца состоит в том, что класс положительно определенных обобщенных функций, являющихся функционалами в пространстве K, совпадает с классом преобразований Фурье положительных мер степенного роста» (Гельфанд, Виленкин, 1961, с.178).

Индукция Лорана Шварца. Лоран Шварц (1958) перенес ряд результатов математической теории полугрупп на локально выпуклые линейные топологические пространства. К.Иосида в монографии «Функциональный анализ» (1967) констатирует: «Распространение теории полугрупп на локально выпуклые линейные топологические пространства, рассмотренное в этой книге, было предложено Л.Шварцем [3]» (Иосида, 1967, с.343). Здесь [3] – исследование Л.Шварца (1958). Чтобы понять, как возникла математическая теория полугрупп, обратимся к кандидатской диссертации С.В.Здобновой «Абстрактная стохастическая задача Коши с генератором полугруппы класса (1, А) и с генератором К-конволюционной полугруппы» (Екатеринбург, 2006), в которой она поясняет: «В 1903 году Адамар заметил ([48]), что задача Коши для волнового уравнения приводит к некоторым группам преобразований. При этом из групповых свойств вытекают определенные теоремы сложения, которым подчиняются элементарные решения (функция Римана, функция Грина и т.д.), служащие для построения решения задачи Коши, и обратно, эти теоремы сложения в свою очередь обусловливают групповые свойства. В тех задачах, которые изучал Адамар, фигурировали уравнения гиперболического типа, описывающие явления обратимого характера, поэтому там возникали именно группы преобразований; в случае уравнений параболического типа, соответствующих необратимым явлениям, вместо групп появляются полугруппы» (С.В.Здобнова, 2006).

Индукция Б.Костанта и Л.Ауслендера. Б.Костант и Л.Ауслендер (1967) индуктивно обобщили на разрешимые группы типа I результаты российского математика А.А.Кириллова, который начал строить неприводимые представления, исходя из орбит, и достиг успеха в этом направлении для нильпотентных групп Ли. Здесь имеются в виду орбиты в пространстве, дуальном к алгебре Ли. Нужно отметить, что данное обобщение можно без риска ошибиться приписать также французскому математику Ж.Диксмье (1966). Н.Харт в книге «Геометрическое квантование в действии» (1985) отмечает: «Как мы видели в тексте книги, результаты Кириллова в компактном случае естественно продолжают работы Бореля-Вейля-Хирцебруха. В нильпотентном случае они основаны на обобщении Макки теоремы Стоуна-фон Неймана. Роль Костанта в этот период неадекватно отражена в его опубликованных работах. Его лекции в МТИ оказали гораздо большее влияние. Костант и Ауслендер немедленно обобщили результаты Кириллова на разрешимые группы типа 1» (Харт, 1985, с.315). Бертрам Костант в статье «Квантование и унитарные представления» (УМН, 1973, том 28, вып.1 (169)) пишет: «Мы обнаружили, что если подходящим образом обобщить и сделать строгим то, что физики имеют в виду под квантованием функции, то можно построить теорию, которая позволяет существенно продвинуться в построении всех унитарных неприводимых представлений связной группы Ли. В компактном случае эта теория включает теорему Бореля-Вейля. Обобщая результаты А.А.Кириллова о нильпотентных группах, Л.Ауслендер и я показали, что эта теория позволяет построить все неприводимые унитарные представления разрешимой группы типа I (критерий принадлежности группы типа I также просто формулируется в терминах этой теории)» (Костант, 1973, с.163). А.А.Кириллов в статье «Метод орбит в теории унитарных представлений групп Ли» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1968, том 2, вып.1) поясняет индукцию Б.Костанта, Л.Ауслендера и Ж.Диксмье: «В работе автора [2] метод орбит был положен в основу теории представлений нильпотентных групп Ли. Оказалось, что связь между орбитами и представлениями можно установить с помощью трех разных подходов: 1) с помощью конструкции индуцированного представления; 2) с помощью инфинитезимальных характеров; 3) с помощью характеров как обобщенных функций на группе G. В той же работе было отмечено, что обнаруженная связь между орбитами и представлениями не является привилегией нильпотентных групп Ли. Каждый из указанных подходов переносится (с соответствующими модификациями) на более широкие классы групп. В частности, очень интересные обобщения первого подхода получены недавно Ж.Диксмье [3] и Л.Ауслендером и Б.Костантом [4]. Эти обобщения связаны с понятием голоморфно индуцированного представления, впервые введенного И.М.Гельфандом и М.И.Граевым в [15]» (Кириллов, 1968, с.96). Здесь [3] – работа Ж.Диксье (1966), [4] – исследование Л.Ауслендера и Б.Костанта (1967). О том, какой метод исследования применялся А.А.Кирилловым в его теории, можно догадаться на основании следующего его замечания, содержащегося в статье «Унитарные представления нильпотентных групп Ли» (УМН, 1962, том 17, вып.4 (106)): «В отличие от теории представлений полупростых групп, где главным орудием является разложение представлений на неприводимые компоненты относительно максимальной компактной подгруппы, в теории представлений нильпотентных групп основную роль играет индуктивный метод, сводящий изучение представлений данной группы к рассмотрению групп меньшей размерности. Очень удобным для этого метода аппаратом является теория индуцированных представлений, развитая Макки» (Кириллов, 1962, с.58). Именно в данной статье А.А.Кириллов описывает новый способ построения неприводимых унитарных представлений при помощи орбит в некотором конечномерном линейном пространстве.

Индукция Родиона Осиевича Кузьмина. Р.О.Кузьмин (1930) индуктивно распространил в область доказательства трансцендентности числа $2^{\sqrt{2}}$ метод А.О.Гельфонда, включающий использование интерполяционного ряда Ньютона, посредством которого сам Гельфонд доказал (1929) трансцендентность числа α^{β}. Как известно, указанный метод А.О.Гельфонда позволил ему решить 7-ю проблему Д.Гильберта. Информацию о том, как Р.О.Кузьмин перенес метод Гельфонда на доказательство трансцендентности числа $2^{\sqrt{2}}$, можно найти в статье Н.И.Фельдмана и А.Б.Шидловского «Развитие и современное состояние теории трансцендентных чисел» (УМН, 1967, том 22, № 3). Об этом же пишет А.О.Гельфонд в книге «Трансцендентные и алгебраические числа» (1952): «Р.О.Кузьмин [1] перенес этот метод доказательства трансцендентности чисел (метод, разработанный А.О.Гельфондом – Н.Н.Б.), с небольшими изменениями, на случай действительных показателей и доказал, что при алгебраическом, не равном нулю или единице α^{1p}, где $p > 0$ – целое рациональное и не равно квадрату целого числа, будет числом трансцендентным. В частности, это относится к числу $2^{\sqrt{2}}$» (Гельфонд, 1952, с.130). Примечательно, что, используя тот же метод А.О.Гельфонда (применение интерполяционных рядов Ньютона), Карл Зигель доказал, что хотя бы один из периодов эллиптической функции Вейерштрасса с алгебраическими инвариантами является трансцендентным числом.

Индукция Михаила Федоровича Субботина. М.Ф.Субботин (1931) распространил на более общую ситуацию теорему Д.Пойа, согласно которой наименьшее выпуклое множество, вне которого f есть голоморфная функция, совпадает с зеркальным отражением в вещественной оси индикаторной диаграммы функции F. Обобщение, данное М.Ф.Субботиным, способствовало переносу указанной теоремы на целые функции произвольного конечного порядка. А.А.Гольдберг, Б.Я.Левин и И.В.Островский в обзоре «Целые и мероморфные функции» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 85) пишут об этой теореме Пойа: «Теорема Пойа широко применяется при определении положения особенностей степенного ряда на окружности круга сходимости степенного ряда, в вопросах интерполяции, исследованиях по дифференциальным уравнениям бесконечного порядка и др. Поэтому естественно было искать обобщение этой теоремы на целые функции произвольного конечного порядка. Первый результат в этом направлении принадлежит М.Ф.Субботину [205], [383]» (Гольдберг и др., 1991, с.23). Здесь [205] – статья М.Ф.Субботина «Об определении особых точек аналитической функции» («Математический сборник», 1916, том 30, № 3), [383] – работа М.Ф.Субботина (1931). А.А.Гольдберг, Б.Я.Левин и И.В.Островский в том же обзоре поясняют содержание теоремы Пойа: «Одной из важнейших теорем, относящихся к целым функциям экспоненциального типа, является теорема Пойа (1929), утверждающая, что наименьшее выпуклое множество, вне которого f есть голоморфная функция, совпадает с зеркальным отражением в вещественной оси индикаторной диаграммы функции F» (там же, с.22).

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов перенес на более общую ситуацию теорему Н.Н.Лузина (1915) о том, что для любой измеримой и почти всюду конечной 2π-периодической функции существует тригонометрический ряд, почти всюду суммируемый к ней методами Абеля-Пуассона и Римана. Е.П.Долженко и П.Л.Ульянов в статье «Дмитрий Евгеньевич Меньшов (к 100-летию со дня рождения)» (УМН, 1992, том 47, вып.5 (287)) пишут: «В 1915 г. Н.Н.Лузин показал, что для любой измеримой и почти всюду конечной 2π-периодической функции существует тригонометрический ряд, почти всюду суммируемый к ней методами Абеля-Пуассона и Римана. И.И.Привалов распространил эту теорему Н.Н.Лузина на методы Чезаро (C, α) при всех α>1» (Долженко, Ульянов, 1992, с.8).

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов (1916) распространил на более общую ситуацию классическое неравенство С.Н.Бернштейна для тригонометрических полиномов из теории приближения функций. А.Л.Лукашов в докторской диссертации «Ортогональные и экстремальные полиномы на нескольких отрезках» (Саратов, 2004) аргументирует: «Поскольку тема неравенств для производных полиномов слишком обширна, чтобы дать о ней хоть сколько-нибудь полные сведения, ограничимся лишь сведениями, имеющими непосредственное отношение к рассматриваемым в диссертационной работе вопросам. Еще в 1916 г. И.И.Привалов [317, 318] обобщил неравенство Бернштейна на случай, когда вместо полного периода рассматривается некоторое его замкнутое подмножество положительной меры» (А.Л.Лукашов, 2004). Об этом же обобщении И.И.Привалова пишет Н.К.Бари в статье «Обобщение неравенств С.Н.Бернштейна и А.А.Маркова» (Известия АН СССР, серия математическая, 1954, том 18, вып.2): «Как известно, И.И.Привалов (11) изучал возможность переноса неравенства С.Н.Бернштейна (0.1) на случай, когда рассматривается не весь отрезок [-π, π], а лишь некоторый отрезок [a, b] меньшей длины» (Бари, 1954, с.159). Здесь (11) – работа И.И.Привалова «Интеграл Коши» (Саратов, 1919).

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов (1926) обобщил теорему А.Я.Хинчина, которая уточняла и дополняла теорему Монтеля. Речь идет о теореме Монтеля, кторая, как мы отметили выше, переносила на более общую ситуацию теорему К.Вейерштрасса об условиях, определяющих равномерную сходимость последовательности непрерывных функций в замкнутой области D. М.А.Лаврентьев и И.И.Привалов в статье «Общий очерк развития теории функций комплексного переменного в СССР за время с 1917-1927 г.» («Математический сборник», 1928, том 35, номер дополнительный) пишут об этой теореме Монтеля: «Эти результаты Монтеля были существенно дополнены А.Я.Хинчиным, который показал, что если D ограничена спрямляемой кривой, то теорема (теорема Вейерштрасса, обобщенная Монтелем – Н.Н.Б.) остается в силе, если вместо сходимости на дуге потребовать сходимость на любом множестве точек меры, большей нуля. В случае спрямляемой границы и ограниченности функции внутри области нет надобности предполагать непрерывность этой функции в замкнутой области D′, так как по теореме Фату, обобщенной В.В.Голубевым, значения такой функции на границе существуют почти во всех точках…» (Лаврентьев, Привалов, 1928, с.13-14). «Теорема А.Я.Хинчина, - продолжают авторы, - была обобщена И.И.Приваловым, который показал, что предложение остается в силе, если в условиях А.Я.Хинчина заменить требование: «функции последовательности (1) ограничены в своей совокупности» одним из следующих: функции последовательности (1) равномерно выпускают континуум или функции последовательности (1) однолистны и последовательность (1) сходится в некоторой точке Z_0, лежащей внутри D» (там же, с.14). Здесь последовательность (1) – это последовательность аналитических функций $f_1(z)$, $f_2(z)$,…, $f_n(z)$,…, голоморфных внутри области D.

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов (1926) обобщил теорему Дж.Витали о сходимости последовательности аналитических функций. Отметим, что до

И.И.Привалова эту же теорему переносил на более общую ситуацию Вильгельм Бляшке. М.А.Лаврентьев и И.И.Привалов в статье «Общий очерк развития теории функций комплексного переменного в СССР за время с 1917-1927 г.» («Математический сборник», 1928, том 35, номер дополнительный) пишут об упомянутой теореме Дж.Витали: «И.И.Привалов обобщил эту теорему, показав, что она остается в силе, если вместо условия «функции fn(z) (n=1, 2,…) ограничены в своей совокупности», потребовать, чтобы выполнялось одно из двух: а) существует число k, не зависящее от g, и такое, что $\int Ln^+ |fn(ge^{\theta i})| d\theta<k$ (n=1, 2,…), в) последовательность функций (1) равномерно выпускает линейный континуум. Далее И.И.Привалов распространил эту теорему на тот случай, когда область D голоморфизма функций fn(z) есть любая область» (Лаврентьев, Привалов, 1928, с.15).

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов получил обобщение одной из теорем А.Блоха. И.И.Привалов в статье «Об областях, образованных из точек, изображающих общие значения пары аналитических функций» («Математический сборник», 1930, том 37, №№ 1-2) пишет: «Как частный случай основной теоремы § 2 получаем распространение известной теоремы Блоха на пары функций: дано семейство пар (f, g) функций, голоморфных в области D, без постоянного предела, $f(z_0)=g(zo)$, сумма которых не принимает значения единица. Для каждой пары (f, g) существует круг постоянного радиуса такой, что он покрывается этой парой» (Привалов, 1930, с.82).

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов (1930) распространил на более общий случай одну из теорем Анри Картана, изложенную им в диссертации (1928). Данная теорема утверждает, что если дано семейство пар функций f(z) и g(z) в области D, голоморфных, не обращающихся в нуль, сумма которых не принимает значения единица, то можно выбрать из этого семейства бесконечную последовательность пар, удовлетворяющую определенным условиям. И.И.Привалов в статье «Об областях, образованных из точек, изображающих общие значения пары аналитических функций» («Математический сборник», 1930, том 37, №№ 1-2) аргументирует: «Чтобы получить обобщение основной теоремы, доказанной в § 2, необходимо предварительно распространить предложение А.Картана, содержание которого указано в § 1, на более общий случай. Это предложение А.Картана в обобщенном виде может быть формулировано так: дано семейство пар (f, g) функций, голоморфных в области D и таких, что каждая функция f(z) и g(z) может принимать значение нуль не более чем в q точках, а их сумма значение 1 не более, чем в q точках. Из этого семейства можно выбрать бесконечную последовательность пар, для которой имеет место одно из следующих заключений…» (Привалов, 1930, с.84). Читателя, желающего ознакомится с указанными заключениями, мы отсылаем к оригинальной статье И.И.Привалова.

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов получил ряд обобщений известной теоремы Адамара о трех сферах (трех окружностях), которая описывает поведение голоморфной функции. И.И.Привалов в статье «К общей теории гармонических и субгармонических функций» («Математический сборник», 1936, том 1 (43), № 1) говорит о своем обобщении данной теоремы Адамара: «Известно следующее предложение о трех сферах, представляющее обобщение предложения Адамара о трех окружностях: если функция u(p) логарифмически субгармоническая внутри сферического кольца $R1<OP<R2$, то ее максимальное значение $\mu p(u)$ на сфере радиуса p, $R1<p<R2$, есть функция логарифмически выпуклая в интервале $R1<p<R2$ относительно Lnp (при p=2) и относительно $1/p^{p-2}$ (в случае $p\geq3$)» (Привалов, 1936, с.111). А вот еще одно обобщение той же теоремы Адамара, предложенное И.И.Приваловым. «…Мы можем, - рассуждает И.И.Привалов в той же статье, - высказать теорему о трех сферах в другой эквивалентной форме: если функция υ(p) субгармоническая внутри сферического кольца $R1<OP<R2$, то ее максимальное значение $\mu p(\upsilon)$ на сфере радиуса p, $R1<p<R2$, есть функция выпуклая в интервале $R1<p<R2$

относительно Lnp (при p=2) и относительно $1/p^{p-2}$ (в случае p≥3). Это предложение о трех сферах было выведено мною как предельное из теоремы о среднем значении» (там же, с.111). Для того, чтобы пояснить содержание теоремы Адамара о трех кругах, которую обобщал И.И.Привалов, обратимся к книге Е.Титчмарша «Теория функций» (1980), где указывается: «Теорема Адамара о трех окружностях. Пусть f(z) – однозначная аналитическая функция, регулярная при $r_1<|z|<r_3$. Пусть $r_1<r_2<r_3$ и пусть M_1, M_2, M_3 – максимумы функции |f(z)| на окружностях $|z|=r_1$, $|z|=r_2$, $|z|=r_3$. Тогда $M_2^{\log (r3/r1)} \leq M_1^{\log (r3/r1)} \leq M_3^{\log (r2/r1)}$» (Титчмарш, 1980, с.181).

Индукция Ивана Ивановича Привалова. И.И.Привалов обобщил на субгармонические функции одну из теорем Лиувилля. В книге «Субгармонические функции» (ОНТИ, 1937), а именно в параграфе 4, который называется «Обобщение теоремы Лиувилля», И.И.Привалов пишет: «В части I гл.III § 9 была рассмотрена теорема Лиувилля для гармонических функций в пространстве любого числа p≥2 измерений. В настоящем параграфе мы видели, как широко обобщается это предложение для класса субгармонических функций во всей плоскости» (Привалов, 1937, с.180). Об этом же отечественный математик говорит практически в самом начале своей монографии: «Итак, мы приходим к следующему обобщению теоремы Лиувилля: субгармоническая функция во всей плоскости, отличная от константы, не может быть ограниченной сверху» (там же, с.46).

Индукция И.И.Привалова, Б.М.Пчелина, М.Николеску. И.И.Привалов и Б.М.Пчелин (1937), а также М.Николеску (1936) обобщили на полигармонические функции известную теорему Лиувилля о том, что аналитическая или гармоническая функция, ограниченная на всей плоскости, есть константа. М.Б.Балк и М.Ф.Зуев в статье «О полианалитических функциях» (УМН, 1970, том 25, вып.5 (155)) констатируют: «Известная теорема Лиувилля (о том, что аналитическая или гармоническая функция, ограниченная на всей плоскости, есть константа) была в прошлом различными авторами перенесена на полигармонические функции ([28], [29]). Отсюда тривиальным образом вытекает справедливость аналогичной теоремы для полианалитических функций» (Балк, Зуев, 1970, с.214). Здесь [28] – статья И.И.Привалова и Б.М.Пчелина «К общей теории полигармонических функций» («Математический сборник», 1937, том 2 (44)), [29] – работа М.Николеску (1936).

Индукция Нины Карловны Бари. Российская женщина-математик Н.К.Бари (1953, 1954) обобщила неравенства С.Н.Бернштейна и А.А.Маркова из теории приближения функций, распространив их на случай пространств L^p (p≥1). В.С.Виденский в статье «Бэра бери, Бари» (к 100-летию со дня рождения Н.К.Бари)» (сборник «Историко-математические исследования», 2002, серия 2, вып.7 (42)) вспоминает о событиях 1950-х годов: «Накануне летних каникул в июне 1959 г. мне неожиданно на работу в Стекловский институт позвонила Нина Карловна. С тех пор, как университет переехал на Ленинские горы, мы с ней виделись очень редко. Между тем, она с 1953 г. стала заниматься теорией приближения функций и опубликовала ряд работ на эту тему. В частности, она в метрике L обобщила неравенства Бернштейна и Маркова для тригонометрических полиномов на отрезке длиной, меньшей, чем период [8]» (А.А.Виденский, 2002). Здесь [8] – статья Н.К.Бари «Обобщение неравенств С.Н.Бернштейна и А.А.Маркова» (Известия АН СССР, серия математическая, 1954, том 18, вып.2). Сама Н.К.Бари достаточно ясно говорит о своих результатах в указанной статье «Обобщение неравенств С.Н.Бернштейна и А.А.Маркова»: «В статье доказывается, что некоторые хорошо известные неравенства, связывающие максимум модуля тригонометрического полинома и максимум модуля его производной, сохраняют силу, если вместо нормы в пространстве C рассматривать норму в пространстве L^p (p≥1)» (Н.К.Бари, 1954, с.159).

Индукция Нины Карловны Бари. Н.К.Бари (1956) обобщила теорему И.И.Привалова о функциях, удовлетворяющих условию Липшица. Н.К.Бари в статье «О локальном наилучшем приближении периодических функций тригонометрическими полиномами» («Ученые записки Московского университета», 1956, вып.181) пишет об одной из своих теорем: «В частности, получается теорема, которая должна рассматриваться как перенос на отрезок [a, b] и на пространство L^p классической теоремы И.И.Привалова [5] о функциях, удовлетворяющих условию Липшица α, 0<α<1 (теорема 14, § 6)» (Бари, 1956, с.109).

Индукция Б.Сегре и Дж.Тодда. Б.Сегре (1934) и Дж.Тодд (1937) обобщили на случай произвольных объемлющих многообразий размерности 3 и 4 результаты теории пересечений в проективном пространстве, построенной итальянским математиком Франческо Севери (1902). У.Фултон в книге «Теория пересечений» (1989) отмечает: «Совершенно общие пересечения в проективном пространстве были рассмотрены в работе [Severy 2]. Сегре ([Segre B. 1]) и Тодд ([Todd 3]) обобщили их на случай произвольных объемлющих многообразий размерности 3 и 4 и распространили результаты Севери от численных равенств до равенств по модулю рациональной эквивалентности» (Фултон, 1989, с.214).

Индукция Хайнца Хопфа. Известный швейцарский математик Хайнц Хопф (1925) при помощи индукции доказал важную теорему о том, что сумма индексов особых точек векторного поля на замкнутом ориентируемом многообразии представляет собой инвариант этого многообразия, а именно его эйлерову характеристику. Эту теорему в свое время сформулировал Жак Адамар в заметке, которая была представлена в учебнике Таннери по теории функций (1910). Впервые Х.Хопф изложил свое доказательство названной теоремы в докладе, с которым он выступил 25 сентября 1925 года в Данциге на годичном собрании немецкого математического общества. Х.Хопф в статье «Некоторые личные воспоминания, относящиеся к предыстории современной топологии» (УМН, 1966, том 21, вып.4 (130)) повествует о своем докладе и о доказанной в нем теореме: «В связи с упомянутой здесь работой о векторных полях я хотел бы сделать следующее замечание. Ее основная теорема, состоящая в том, что сумма индексов особых точек векторного поля на замкнутом ориентируемом многообразии (в предположении, что векторное поле содержит лишь конечное число особых точек) представляет собой инвариант этого многообразия, именно, его эйлерову характеристику, содержится, без доказательства и без упоминания эйлеровой характеристики, в указанной выше заметке Адамара. В то время (1910 г.) эта теорема еще не была доказана, и в соответствующем месте заметки обнаруживается взаимное непонимание Брауэра и Адамара. Первое по времени доказательство может считаться принадлежащим Лефшецу (1923 г.). Мое доказательство – должен предостеречь любознательных! – основывается на весьма громоздкой индукции» (Хопф, 1966, с.9).

Индукция Хайнца Хопфа и Шень-Шеня Чженя. Хайнц Хопф, который в период времени с 1955 по 1958 годы был президентом Международного математического союза, индуктивно обобщил в 1925 году на поверхности более высоких размерностей теорему Гаусса-Бонне, которую правильно было бы называть теоремой Кронекера-Ван Дейка. Позже, а именно в 1944 году создатель теории характеристических классов для комплексных векторных расслоений Ш.Ш.Чжень (Черн) индуктивно перенес данную теорему на произвольное 2m-мерное замкнутое ориентированное риманово многообразие. С.Е.Степанов в статье «Теорема Гаусса-Бонне» («Соросовский образовательный журнал», 2000, том 6, № 9) пишет: «Название теоремы, вынесенное нами в заголовок, содержит имена двух известных математиков XIX века. На самом же деле теорема принадлежит двум другим математикам прошлого века: Л.Кронекеру и В. ван Дейку. Первый в 1869 году доказал, что интеграл от гауссовой кривизны замкнутой ориентированной поверхности M2, принадлежащей E3, равен степени описанного нами в [1] гауссова отображения M2 → S2, умноженной на 2π. Второй в 1888 году установил, что степень гауссова отображения равна эйлеровой характеристике поверхности М2, чем и завершил доказательство предложения, ныне называемого теоремой Гаусса-Бонне. Первый шаг в обобщении глобальной теоремы Гаусса-Бонне на поверхности более высоких размерностей был сделан Х.Хопфом, который перенес в 1925 году результат Л.Кронекера на случай гиперповерхности M_{n-1} евклидова пространства E_{n-1}. Завершили доказательство обобщенной теоремы С.Алендорфер (1939 год) и Ф.Фенкель (1940 год). А в 1944 году американский математик Чжень Шень-Шень перенес эту теорему на произвольное 2m-мерное замкнутое ориентированное риманово многообразие M_{2m}» (Степанов, 2000, с.121). Об этом же говорят Ш.Кобаяси и К.Номидзу во 2-ом томе книги «Основы дифференциальной геометрии» (1981): «Первый шаг в обобщении теоремы Гаусса-Бонне на многообразия высших размерностей был сделан Хопфом» (Кобаяси, Номидзу, 1981, с.325). «Черн [23] распространил теорему Гаусса-Бонне, - пишут те же авторы, - на случай неопределенной римановой метрики» (там же, с.327). Как отмечает Валентина Кириченко в диссертации «Теорема Гаусса-Бонне и формула присоединения для редуктивных групп» (США, Торонто, 2004), «классическая теорема Гаусса-Бонне утверждает, что эйлерова характеристика компактной ориентируемой гиперповерхности в R^n совпадает с точностью до знака со степенью ее отображения Гаусса» (Кириченко, 2004, с.1). Отметим, что создатель теории характеристических классов для комплексных векторных расслоений Ш.Ш.Чжень (Черн), перенесший теорему Гаусса-Бонне на произвольное замкнутое риманово многообразие, в 2002 году был удостоен российской премии им. Н.И.Лобачевского. Кроме того, учреждена в виде награды медаль им. Черна (к которой прилагается, помимо всего прочего, 250 тысяч долларов), присуждаемая наиболее успешным математикам. Так, например, в 2010 году лауреатом медали Черна и соответствующей денежной премии стал Луис Ниренберг, построивший в 1975 году теорию псевдодифференциальных операторов.

Индукция Хайнца Хопфа. Х.Хопф (1929) обобщил на случай конечных комплексов формулу Соломона Лефшеца, выражающую число неподвижных точек эндоморфизма топологического пространства, а именно формулу для числа пересечения замкнутых (конечномерных) ориентируемых топологических многообразий. С.А.Богатый, Д.Л.Гонсалвес и Х.Цишанг в статье «Теория совпадения: проблема минимизации» («Труды Математического института им.В.А.Стеклова», 1999, том 225) пишут: «В период с 1923 по 1927 гг. в серии работ [102-105] Лефшец изучал проблему совпадения отображений $f1$, $f2:M \to N$ замкнутых ориентируемых многообразий одинаковой размерности n. Несмотря на то, что он интересовался теорией неподвижной точки, применявшиеся им методы, обусловленные знанием им алгебраической геометрии, естественно приводили к случаю совпадения. Рассматривая в $M \times N$ графики двух отображений, он определил целое число, называемое числом пересечения, и дал для него формулу» (Богатый и др., 1999, с.55). «В 1929 г. Хопф [77] в задаче о неподвижной точке, - поясняют те же авторы, - расширил результат Лефшеца на конечные комплексы (не только многообразия)» (там же, с.57).

Индукция Хайнца Хопфа. Х.Хопф (1935) перенес на общий случай отображений сферы S^{2n-1} в S^n свой метод вычисления гомотопических групп сфер, впервые разработанный в 1931 году для отображений сферы S^3 в S^2. П.Дж.Хилтон и С.Уайли в книге «Теория гомологий. Введение в алгебраическую топологию» (1966) отмечают: «В 1931 г. Хопф открыл новую область исследований в алгебраической топологии – вычисление гомотопических групп сфер, доказав, что существует бесконечно много гомотопических классов отображений сферы S^3 в S^2. В 1935 г. он распространил свой метод на общий случай отображений сферы S^{2n-1} в S^n. Суть этого метода заключается в отнесении каждому гомотопическому классу отображений некоторого целого числа, называемого теперь инвариантом Хопфа» (Хилтон, Уайли, 1966, с.355). Чтобы объяснить понятие гомотопии, обратимся к книге М.И.Монастырского «Топология калибровочных полей и конденсированных сред» (1995), в которой автор отмечает: «Понятие гомотопии интуитивно можно представлять в одномерном случае следующим наглядным образом. Возьмем две резиновые нити, закрепленные в двух точках и расположенные на какой-нибудь области, например, на квадрате. Говорят, что две кривые – «нити» - гомотопны друг другу, если одну из них можно перетянуть в другую» (Монастырский, 1995, с.101).

Индукция С.Аллендорфера и В.Фенхеля. С.Аллендорфер (1939) и В.Фенхель (1940) перенесли теорему Гаусса-Бонне на более общую ситуацию, чем Х.Хопф. Ш.Кобаяси и К.Номидзу во 2-ом томе книги «Основы дифференциальной геометрии» (1981) пишут о распространении теоремы Гаусса-Бонне усилиями названных математиков: «Дальнейшее обобщение было получено Аллендорфером [1] и Фенхелем [1] независимо» (Кобаяси, Номидзу, 1981, с.326). Здесь [1] – работа С.Аллендорфера (1939), [1] – исследование В.Фенхеля (1940). «В 1943 г. Аллендорфер и Вейль [1] получили теорему Гаусса-Бонне для произвольного риманова многообразия, доказав обобщенную формулу Гаусса-Бонне для куска риманова многообразия, изотермически вложенного в евклидово пространство» (там же, с.327). Х.Рунд в книге «Дифференциальная геометрия финслеровых пространств» (1981) указывает: «Отметим в заключение, что хорошо известное обобщение формулы Гаусса-Бонне для 2р-мерных финслеровых пространств, данное Аллендорфером и Вейлем, может быть приспособлено к специальному классу финслеровых пространств, а именно к тем пространствам, для которых тензор кривизны Sijhk тождественно обращается в нуль» (Рунд, 1981, с.153).

Индукция Виктора Вагнера и Юрия Аминова. В.В.Вагнер (1938) перенес теорему Гаусса-Бонне на неголономное векторное поле в трехмерном евклидовом пространстве E^3. Ю.А.Аминов (1970) распространил ту же теорему на произвольное векторное поле в E^3. Ю.А.Аминов в статье «Многомерное обобщение формулы Гаусса-Бонне для векторных полей в евклидовом пространстве» («Математический сборник», 1987, том 134 (176)) пишет: «Хорошо известно обобщение формулы Гаусса-Бонне на многомерные римановы пространства, данное в работах В.Фенхеля, К.В.Аллендорфера и А.Вейля. В работе [1] В.В.Вагнер, используя идею параллельного переноса на неголономном многообразии, построил обобщение формулы Гаусса-Бонне для строго неголономного векторного поля в трехмерном евклидовом пространстве E^3. В работе [2] на основе аналога сферического образа поверхности было построено другое обобщение этой формулы, пригодное для произвольного векторного поля в E^3» (Аминов, 1987, с.135). Здесь [1] – исследование В.В.Вагнера (1938), [2] – работа Ю.А.Аминова «Некоторые глобальные вопросы геометрии векторного поля» («Украинский геометрический сборник», 1970, вып.8).

Индукция Стефана Кон-Фоссена. Отечественный математик С.Кон-Фоссен обобщил теорему Гаусса-Бонне на незамкнутые полные римановы многообразия. И.Я.Бакельман, А.Л.Вернер и Б.Е.Кантор в книге «Введение в дифференциальную геометрию «в целом» (Москва, «Наука», 1973) пишут: «Следующая теорема является обобщением теоремы Гаусса-Бонне на незамкнутые полные римановы многообразия. Теорема 6 (С.Э.Кон-Фоссен). Пусть F – полное двумерное незамкнутое связное риманово многообразие класса C^R ($R \geq 2$) и $x(F) > -\infty$. Тогда, если существует полная кривизна $\omega(F)$, то $\omega(F) \leq 2\pi x(F)$» (Бакельман и др., 1973, с.241).

Индукция Нормана Стинрода. Американский математик Н.Стинрод перенес на более общую ситуацию классификационную теорему Хопфа. Для этого ему пришлось ввести так называемые стинродовы квадраты, обобщающие когомологические операции Понтрягина. О.Я.Виро и Д.Б.Фукс в статье «Гомологии и когомологии» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 24) пишут: «Само собой разумеется, стинродовы квадраты придумал Стинрод. Они впервые появились в 1947 г. в его работе [25]. Не все знают, однако, что Стинрод ввел стинродовы квадраты не просто так, а преследуя определенную цель – обобщение классификационной теоремы Хопфа» (Виро, Фукс, 1988, с.238). С содержанием классификационной теоремы Хопфа можно ознакомиться по книге П.С.Александрова «Введение в гомологическую теорию размерности и общую комбинаторную топологию» (Москва, «Наука», 1975). Что касается происхождения стинродовых квадратов, то П.С.Александров и В.Г.Болтянский в статье «Топология» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, Москва, ГИФМЛ, 1959) пишут об этом следующее: «Л.С.Понтрягин впервые применил к гомотопическим задачам не только сами группы когомологий, но и операции в этих группах: в работе [38] он использовал произведение классов когомологий (в смысле Колмогорова-Александера). А в [40] построил новые когомологические операции, сыгравшие впоследствии огромную роль в топологии. Исходя из этих работ Л.С.Понтрягина, американский математик Стинрод определил затем (Ann. Math. 48, № 2 (1947), 290-320) более общую операцию («стинродовский квадрат»)» (Александров, Болтянский, 1959, с.270).

Индукция Шень-Шеня Чженя (Черна). Выдающийся китайский математик, лауреат премии Вольфа за 1983 год и премии им.Н.Лобачевского за 2002 год Ш.Ш.Чжень (Черн) обобщил на случай знакоопределенной гауссовой кривизны теорему Ж.Адамара о том, что компактное ориентированное n-мерное многообразие, погруженное в евклидово пространство со всюду положительной гауссовой кривизной, при определенных условиях является выпуклой гиперповерхностью. Это же обобщение принадлежит Р.Лашофу. Е.А.Олин в статье «О локально выпуклых гиперповерхностях в пространствах Финслера-Адамара» («Доклады Национальной академии наук Украины», 2008, № 11) пишет: «Ж.Адамар доказал следующую теорему: теорема [1]. Пусть φ – погружение компактного ориентированного n-мерного многообразия M в евклидово пространство E^{n+1}, $n \geq 2$, со всюду положительной гауссовой кривизной. Тогда φ (M) есть выпуклая гиперповерхность. Чжень и Лашоф обобщили эту теорему на случай знакоопределенной гауссовой кривизны [1]» (Олин, 2008, с.24). Об этом же говорит А.А.Борисенко в статье «О локально выпуклых гиперповерхностях в многообразиях Адамара» («Математические заметки», 2000, том 67, вып.4): «Ж.Адамар доказал следующую теорему. Пусть φ – погружение компактного ориентированного n-мерного многообразия в евклидово пространство E^{n+1} ($n \geq 2$) со всюду положительной гауссовой кривизной. Тогда F (M) есть выпуклая гиперповерхность [1]. Чжень и Лашоф [2] обобщили эту теорему» (Борисенко, 2000, с.498). Здесь [2] – исследование С.С.Черна и Р.К.Лашофа (1957).

Индукция Шень-Шеня Чженя (Черна). Ш.Ш.Чжень (1960-е годы) перенес на голоморфные отображения определенного вида (голоморфные отображения из Cт в Pft) первую основную теорему из теории распределения значений, построенной Р.Неванлинной. То же самое обобщение получил Г.Левин. Отметим, что в теории Р.Неванлинны первой основной теоремой является знаменитая теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, утверждающая, что множество значений непостоянной голоморфной функции ω = f (z), заданной на всей плоскости z, всюду плотно в плоскости ω. Б.В.Шабат в книге «Распределение значений голоморфных отображений» (1982) указывает: «После двадцатилетнего перерыва в 60-х годах, в связи с общим возрастанием интереса к многомерному комплексному анализу, возродился интерес к многомерной теории распределения значений. Появились статьи Чженя [1], [2] и Г.Левина [1], в которых первая основная теорема была распространена на голоморфные отображения из Cт в Pft, а также большой цикл работ В.Штолля ([1] - [9]), в которых начался сстематический штурм многомерного случая» (Шабат, 1982, с.6).

Индукция И.Сатаки и К.Ситона. И.Сатаки (1957) индуктивно распространил теорему Гаусса-Бонне на римановы орбиобразия (орбифолды), а К.Ситон (2004) перенес данную теорему, а также теорему Пуанкаре-Хопфа на римановы орбиобразия с краем. А.В.Багаев в автореферате диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Группы автоморфизмов некоторых классов геометрических структур на орбиобразиях» (Нижний Новгород, 2007) пишет: «Первой работой по римановой геометрии орбиобразий является статья И.Сатаки [5], где он распространил теорему Гаусса-Бонне на римановы орбиобразия. К.Ситон [4] обобщил теоремы Гаусса-Бонне и Пуанкаре-Хопфа на римановы орбиобразия с краем» (Багаев, 2007, с.2). Что касается происхождения понятия орбифолда, то И.А.Медных в работе «Классификация голоморфных отображений римановых поверхностей малых родов с точностью до эквивалентности» («Сибирский математический журнал», 2010, том 51, № 6) указывает: «Понятие орбифолда (или римановой поверхности с сигнатурой) возникло в классических работах Кебе по теории униформизации [17, 18]. В дальнейшем оно было развито в [19] и получило свое идейное завершение в [20]» (Медных, 2010, с.1381). Здесь [19] – исследование И.Сатаки (1956), [20] – исследование В.Терстона (1978).

Индукция Эберхарда Хопфа (Гопфа). Немецкий математик Э.Хопф (1931) индуктивно распространил теорему Гильберта-Бернштейна на нелинейные эллиптические уравнения второго порядка с любым числом независимых переменных. Напомним, что теорема Гильберта-Бернштейна – это утверждение об аналитичности решений линейных эллиптических уравнений. С.Н.Бернштейн и И.Г.Петровский в статье «О первой краевой задаче (задаче Дирихле) для уравнений эллиптического типа и о свойствах функций, удовлетворяющих этим уравнениям» (УМН, 1941, вып.8) пишут: «Еще в 1908 г. Е.Е.Леви (E.Levi) дал доказательство аналитичности всех решений линейных эллиптических систем с частными производными по двум независимым переменным и аналитическими коэффициентами. При этом предполагалось только, что эти решения непрерывны вместе с их производными до тех порядков, какие входят в рассматриваемые уравнения. Определение эллиптичности для систем будет дано позже. В 1931 г. Э.Гопф [2] распространил теорему Гильберта-Бернштейна на нелинейные эллиптические уравнения второго порядка с любым числом независимых переменных» (Петровский, Бернштейн, 1941, с.23).

Индукция Эберхарда Хопфа (Гопфа). Э.Хопф (1942) обобщил на многомерный случай теорему А.А.Андронова о бифуркации рождения предельного цикла из неустойчивого фокуса. Н.А.Якушкин в кандидатской диссертации «Приложение обобщенной производной Шварца к исследованию бифуркаций потери устойчивости» (Обнинск, 2008) отмечает: «В своей вышедшей в 1942 году работе Э.Хопф [84] обобщил результаты А.А.Андронова, относящиеся к бифуркации рождения предельного цикла из неустойчивого фокуса, на случай семейств векторных полей, определенных в R^n» (Н.А.Якушкин, 2008). Об этом же говорят Дж.Марсден и М.Мак-Кракен в книге «Бифуркация рождения цикла и ее приложения» (Москва, «Мир», 1980): «Основная работа Хопфа [1] появилась в 1942 г. Хотя термин «бифуркация Пуанкаре-Андронова-Хопфа» (а иногда сюда также включают и Фридрихса) был бы более точным, название «бифуркация Хопфа» кажется нам более распространенным. Самый существенный вклад Хопфа – обобщение результата с двумерного случая на высшие размерности» (Марсден, Мак-Кракен, 1980, с.8).

Индукция Эберхарда Хопфа (Гопфа). Э.Хопф перенес на многомерный случай геометрический метод гороциклов, который был использован Г.А.Хедлундом при доказательстве теоремы о перемешивании для случая постоянной кривизны и двух измерений (теоремы о перемешивании для двумерного случая). Э.Хопф в статье «Статистика геодезических линий на многообразиях отрицательной кривизны» (УМН, 1949, том 4, вып.2 (30)) пишет: «Теорема о перемешивании для случая постоянной кривизны и двух измерений была также недавно доказана Хедлундом. Независимо от этого несколько позже появилось мое теоретико-потенциальное доказательство, устанавливающее перемешивание в широком смысле. Между тем анализ хедлундова доказательства обнаружил большое значение геометрического метода гороциклов и возможность его обобщения. В дальнейшем этот метод будет изложен в более простом виде и перенесен на случай n измерений. Теорема об эргодичности используется здесь также, как и у Хедлунда» (Хопф, 1949, с.131). Объясняя суть гороцикла, Э.Хопф отмечает: «Гороцикл определяется как ортогональная траектория поля асимптотических друг к другу геодезических. Он представляет собою лежащую в единичном круге евклидову окружность, касающуюся единичной окружности в своей бесконечно удаленной точке» (там же, с.150).

Индукция Эберхарда Хопфа (Гопфа). Э.Хопф перенес на более общую ситуацию известную теорему А.Пуанкаре о возвращении. Согласно данной теореме, система из материальных точек, обладающих массами и движущихся по законам механики, через некоторое время обязательно должна вернуться в состояние, весьма близкое к первоначальному. Но Э.Хопф исходил не из этой формулировки теоремы о возвращении, а из абстрактной формулировки, которая гласит: при сохраняющем меру отображении пространства на себя почти каждая точка вернется в свою начальную окрестность. В.В.Немыцкий и В.В.Степанов в книге «Качественная теория дифференциальных уравнений» (Москва-Ленинград, ОГИЗ, 1947) констатируют: «Теоремы Гопфа (E.Hopf) являются обобщением второй части теоремы Пуанкаре о возвращении – на случай, если мера всего пространства R равна бесконечности. Очевидно, в этом случае нельзя утверждать, что при наличии инвариантной меры почти все движения устойчивы по Пуассону» (Немыцкий, Степанов, 1947, с.372).

Индукция Эберхарда Хопфа (Гопфа). Э.Хопф (1954) обобщил на случай марковских процессов максимальную эргодическую теорему. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) повествуют: «Важным шагом в доказательстве как индивидуальной эргодической теоремы, так и винеровских эргодических теорем является максимальная эргодическая теорема (лемма 6.7). Доказательство этого результата было дано Иосидой и Какутани [1], хотя аналогичный результат был установлен в статье Дж.Биркгофа. Основным в нашем изложении было обобщение максимальной эргодической теоремы на марковские процессы (особенно лемма 6.2); эти результаты принадлежат Э.Хопфу [2]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.774). Здесь [2] – работа Э.Хопфа (1954). «Теория марковских процессов, - поясняют Н.Данфорд и Дж.Шварц, - есть обобщение теории точечных преобразований» (там же, с.774). Следует сказать, что Э.Хопф обобщал не что иное, как эргодическую теорему Биркгофа-Хинчина. Об этом легко догадаться при знакомстве со статьей Н.И.Портенко, А.В.Скорохода и В.М.Шуренкова «Марковские процессы» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 46), в которой (в одном из пунктов статьи) авторы пишут: «Последняя из рассматриваемых в этом пункте абстрактных эргодических теорем принадлежит Хопфу [10] и является операторным обобщением теоремы Биркгофа-Хинчина» (Портенко и др., 1989, с.189).

Индукция Марка Каца. Марк Кац так же, как и его предшественники, включая Э.Хопфа, обобщил теорему А.Пуанкаре о возвращении. М.Кац в книге «Вероятность и смежные вопросы в физике» (Москва, «Мир», 1965) пишет: «…Согласно теореме Пуанкаре о возвращаемости (Wiederkehrsarz), замкнутая механическая система должна (если только она не находилась в некотором исключительном начальном состоянии) вернуться, в конце концов, как угодно близко к своему исходному состоянию. (…) Стараясь отвергнуть это возражение, Больцман указал на то, что промежутки времени между возвращениями (так называемые циклы Пуанкаре) чудовищно велики (он, как говорят, ответил: «Долго же вам придется ждать!»). Теорема Пуанкаре настолько проста и настолько фундаментальна, что мы прервем наше изложение, чтобы доказать и обобщить ее» (Кац, 1965, с.83). Напомним, что Марк Кац невольно причастен к изобретению знаменитого континуального интеграла Ричарда Фейнмана. Дело в том, что выдающийся физик, лауреат Нобелевской премии за 1965 год Р.Фейнман (1948) изобрел свой континуальный интеграл, то есть интеграл по пространству функций, для представления решений дифференциального уравнения (конкретно уравнения Шредингера) благодаря тому, что индуктивно обобщил теоретико-вероятностную формулу М.Каца, которая дает представление в виде интеграла по мере Винера для решения уравнения теплопроводности с потенциалом.

Индукция Н.Чейфи. Н.Чейфи (1968) получил обобщение теоремы Э.Хопфа о бифуркации рождения цикла. Подобный результат получали и другие математики. Дж.Марсден и М.Мак-Кракен в книге «Бифуркация рождения цикла и ее приложения» (1980) костатируют: «Многие авторы получили обобщения теоремы Хопфа. В частности, Чейфи [1] исключил условие о том, что собственное значение $\lambda(\mu)$ пересекает мнимую ось с ненулевой скоростью. В этом случае рождение периодической орбиты происходит, однако число рождающихся семейств периодических орбит невозможно предсказать, используя только условия на собственные значения. Результат Чейфи дает хорошее описание поведения потока вблизи точки бифуркации…» (Марсден, Мак-Кракен, 1980, с.76). Здесь [1] – работа Н.Чейфи (1968).

Индукция Альфреда Хаара. Венгерский математик А.Хаар (1933) индуктивно обобщил на все компактные группы результаты Г.Вейля (1925), полученные в теории представлений компактных групп Ли, а также результаты И.Шура в теории представлений непрерывных групп G (для группы вращений трехмерного пространства). Джон фон Нейман в статье «Почти периодические функции на группе» (Д.Нейман, «Избранные труды по функциональному анализу», том 1, 1987) пишет: «Для конечных групп G Фробениус и Шур дали полную теорию всех представлений [21, 22]. Для непрерывных групп G близкие результаты были получены Шуром для группы вращений трехмерного пространства и значительно более общие – Вейлем для всех компактных групп Ли [30]. Эти результаты были обобщены Хааром [11, с.166-169] на все компактные группы. Мы разовьем это обобщение дальше…» (Нейман, 1987, с.121). Здесь [21] – исследование И.Шура (1905), [22] – исследование И.Шура (1924), [30] – работа Г.Вейля (1925), [11] – работа А.Хаара (1933). Отметим, что после того, как Альфред Хаар (1933) ввел инвариантную меру для локально-компактных групп, фон Нейман, по аналогии опираясь на этот результат, смог частично решить 5-ю проблему Д.Гильберта. Напомним, что в 1900 году Давид Гильберт в числе 23-х математических проблем, подлежащих решению, поставил проблему (представленную под номером пять) построить теорию непрерывных групп преобразований (теорию групп Ли) без предположения о дифференцируемости функций, определяющих группу. Именно эту проблему смог частично решить фон Нейман. Л.С.Понтрягин в книге «Жизнеописание» (1998) пишет: «Работа Хаара была опубликована в американском журнале «Annals of Mathematics», где членом редакции был фон Нейман. Последний сразу же воспользовался замечательным результатом Хаара, решив при помощи него пятую проблему Гильберта для компактных групп. Я, конечно, мог использовать результат Хаара уже после Неймана. Для компактных групп я получил результат несколько более сильный, чем у Неймана, но это уже не было решением проблемы Гильберта, так как она была решена Нейманом» (Л.С.Понтрягин, 1998).

Индукция Пауля Турана. Известный венгерский математик Пауль Туран (1934) доказал теорему Харди-Рамануджана, согласно которой для любой положительной неограниченно возрастающей при $n \to \infty$ функции ψ (n) частота, выражаемая определенной формулой, стремится к единице при $n \to \infty$. Как он это сделал? Любопытно, что он смог доказать указанную теорему благодаря тому, что перенес на эту теорему метод доказательства закона больших чисел. Другими словами, П.Туран распространил в область доказательства одной из теорем теории чисел метод доказательства, заимствованный из теории вероятностей. Он обнаружил аналогию между теоремой Харди-Рамануджана и законом больших чисел Бернулли. И.Кубилюс в книге «Вероятностные методы в теории чисел» (1962) приводит аргументы, которыми руководствовался П.Туран при доказательстве теоремы Харди-Рамануджана: «С другой стороны, теорема Харди и Рамануджана представляет собою аналог теоретико-вероятностного закона больших чисел. Поэтому естественно напрашивается мысль об использовании для ее доказательства соображений, аналогичным употребляемым в доказательстве закона больших чисел. Такое доказательство было найдено в 1934 г.

П.Тураном [93]» (Кубилюс, 1962, с.13). «Нетрудно усмотреть в доказательстве П.Турана, - продолжает И.Кубилюс, - аналог метода Чебышева для доказательства закона больших чисел» (там же, с.13). Здесь индукция, реализованная П.Тураном, весьма похожа на аналогию, что может свидетельствовать о том, что математические теоремы успешно доказываются после того, как удается обнаружить аналогию между разными предложениями и методами математики и применить в одной области идеи, заимствованные из другой. Как здесь не поспорить с Германом Вейлем, который писал в своей книге «Математическое мышление» (1989), что аналогия бесполезна в доказательстве?

Индукция Освальда Тайхмюллера (Тейхмюллера). О.Тайхмюллер (1930-е годы) индуктивно распространил на отображения замкнутых римановых поверхностей результаты Г.Грецша (Гретча), полученные при изучении плоских квазиконформных отображений. Фредерик Геринг в статье «Некоторые вопросы теории квазиконформных отображений» (сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», редактор – В.М.Тихомиров, 1991) пишет: «Плоские квазиконформные отображения изучаются уже почти шестьдесят лет. Они появились в конце 1920-х годов в работах Грецша, который рассматривал задачу определения возможно более близкого к конформному гомеоморфизма между парой топологически эквивалентных плоских конфигураций с одним конформным инвариантом [G14]. Позднее они появились под названием квазиконформных в одной работе Альфорса о накрывающих поверхностях [A1]. В конце 1930-х годов Тайхмюллер далеко распространил исследования Грецша на отображения замкнутых римановых поверхностей и получил весьма естественное пространство параметров для поверхностей фиксированного рода g, а именно пространство, гомеоморфное R^{6g-6} [T1]» (Геринг, 1991, с.115). «В последующие годы, - продолжает Ф.Геринг, - Альфорс, Берс и их последователи существенно обобщили результаты Тайхмюллера и с успехом использовали квазиконформные отображения во многих областях комплексного анализа, включая клейновы группы и топологию поверхностей [A5, B6, E1, K2]» (там же, с.115). Об этом же говорит Георг Шумахер в статье «Теория пространств Тейхмюллера. Подход с точки зрения пространств модулей кэлеровых многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 69): «Квазиконформные отображения были введены Гретцем в 1928 г. Им была доказана теорема типа Пикара и решены элементарные задачи об экстремальных отображениях, которые неявно приводят к теоремам Тейхмюллера» (Шумахер, 1991, с.285). Новую жизнь в теорию Тайхмюллера вдохнул американский математик Липман Берс, который обнаружил аналогию (параллелизм) между теорией конформных структур на поверхностях, разработанной Тайхмюллером, и теорией автоморфизмов поверхностей, построенной Уильямом Терстоном (лауреатом премии Филдса за 1982 год). Д.В.Аносов в предисловии к книге А.Кэссона и С.Блейлера «Теория автоморфизмов поверхностей по Нильсену и Терстону» (Москва, «Фазис», 1998) указывает: «Собственно, первоначально цель теории Тайхмюллера состояла в исследовании конформных структур на поверхностях, а отображения последних являлись вспомогательным средством. Однако после того, как У.Терстон предложил в начале 70-х годов свой подход к изучению автоморфизмов поверхностей, Л.Берс немедленно указал, что теория Тайхмюллера доставляет другой подход к тем же вопросам и что фактически ряд результатов Терстона явно или неявно содержится в ней. Тем самым теория Тайхмюллера была отчасти как бы переориентирована на исследование не только конформных структур (а также фуксовых и клейновых групп), но и автоморфизмов поверхностей» (Д.В.Аносов, 1998).

Индукция Освальда Тайхмюллера (Тейхмюллера). О.Тайхмюллер (1939) сформулировал принцип, согласно которому решение некоторых экстремальных задач геометрической теории функций связано с некоторым квадратичным дифференциалом, индуктивно исходя из частных случаев этого принципа, содержавшихся в работах Г.Гретча. Кроме того, этот принцип подсказывался результатами исследований по квазиконформным отображениям самого О.Тайхмюллера. Д.Дженкинс в книге «Однолистные функции и конформные отображения» (1962) пишет: «Тейхмюллер [164] высказал принцип, состоящий в том, что решение некоторых экстремальных задач геометрической теории функций связано с некоторым квадратичным дифференциалом. Если в такой задаче предполагается, что фиксирована некоторая точка, и нет никаких других ограничений, то квадратичный дифференциал будет иметь в этой точке простой полюс» (Дженкинс, 1962, с.83). «Тейхмюллер, - продолжает Д.Дженкинс, - пришел к этому принципу, выделив то общее, что было свойственно многочисленным результатам Греча [49-66], и на основании своих работ по квазиконформным отображениям. Однако он нигде не сформулировал явно какой-либо общий результат, воплощающий этот принцип» (там же, с.83). Здесь [164] – работа О.Тайхмюллера (1939), [49] – исследование Г.Гретча (1928), [66] – исследование Г.Гретча (1934).

Индукция Освальда Тайхмюллера (Тейхмюллера). О.Тайхмюллер (1939) перенес на мероморфные функции теорему А.Вимана (1905), согласно которой для целой функции порядка g<1/2 имеет место Lim μ (r, f) = ∞, т.е. существует последовательность окружностей |z| = rn → ∞, на которой f(z) равномерно относительно arg z стремится к ∞. Кроме того, О.Тайхмюллер обобщил на мероморфные функции теорему Вимана-Валирона, содержание которой читатель может почерпнуть в любом учебнике по теории функций комплексного переменного. А.А.Гольдберг и И.В.Островский в статье «Новые исследования о росте и распределении значений целых и мероморфных функций рода нуль» (УМН, 1961, том 16, вып.4 (100)), обозначая теорему Вимана и теорему Вимана-Валирона символами 1 и 2, указывают: «В 1939 г. О.Тейхмюллер [28] положил начало исследованиям о возможности перенесения теорем 1 и 2 на мероморфные функции» (Гольдберг, Островский, 1961, с.54). В той же статье авторы повторяют свою мысль: «Содержание большинства результатов, полученных за последнее десятилетие, сводится в основном к перенесению теорем 1 и 2 на мероморфные функции…» (там же, с.54).

Индукция Ларса Альфорса и Германа Вейля. Лауреат премии Филдса за 1936 год Ларс Альфорс индуктивно перенес на присоединенные кривые вторую основную теорему Р.Неванлинны из его теории распределения значений голоморфных функций. Согласно данной теореме, сумма дефектов любого набора значений голоморфной (мероморфной) функции не превосходит двух. Герман Вейль и его сын Иоахим Вейль распространили эту теорему на кривые, у которых область определения – риманова поверхность. Вторая основная теорема Р.Неванлинны обобщалась также Кнезером и Штоллем. Поскольку данная теорема впервые была доказана для голоморфных кривых А.Картаном, И.М.Дектярев в статье «Многомерная теория распределения значений» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 9) называет эту теорему теоремой Картана. Описывая эволюцию названной теоремы, И.М.Дектярев констатирует: «В дальнейшем теорема Картана была перенесена Альфорсом на присоединенные кривые, Г.Вейлем и И.Вейлем – на кривые, у которых область определения – риманова поверхность, Кнезером и Штоллем – на отображения в проективные пространства многообразий высоких размерностей с заданным исчерпанием» (Дектярев, 1986, с.55).

Индукция Ларса Альфорса. Ларс Альфорс (1930) индуктивно перенес метод экстремальной метрики в область доказательства предположения А.Данжуа о целых функциях. Другими словами, лауреат премии Филдса Л.Альфорс доказал предположение А.Данжуа о целых функциях благодаря тому, что перенес в область решения данной проблемы метод экстремальной метрики, заимствованный из книги А.Гурвица и Р.Куранта «Теория функций» (1922). Впервые этот метод использовал Г.Греч (Гретч, Грецш) как метод теории однолистных функций. Здесь индукция Альфорса может рассматриваться и как аналогия, подобное рассмотрение будет корректным, поскольку аналогия – составной элемент индуктивных рассуждений. Джеймс Дженкинс в книге «Однолистные функции и конформные отображения» (1962) пишет: «Вскоре после того, как Греч начал свою работу, Альфорс [3] нашел поразительное применение метода экстремальной метрики, доказав предположение Данжуа о целых функциях. Использование этого метода было подсказано ему книгой Гурвица-Куранта [77, стр.351]. Несмотря на то, что подход Альфорса тоже представляет собой усовершенствование рассуждений, связывающих длину и площадь, он не столь искусствен, как подход Греча. Работа Альфорса привлекла к этому методу большое внимание» (Дженкинс, 1962, с.17). Здесь [3] – работа Л.Альфорса (1930), [77] – книга А.Гурвица и Р.Куранта «Теория функций» (1922). Д.Дженкинс в той же книге поясняет суть метода экстремальной метрики: «Метод экстремальной метрики нашел первые применения в задачах теории функций и конформных отображений, довольно далеких от центральных проблем теории однолистных функций. В своей простейшей форме этот метод включает возможность с помощью неравенства Шварца геометрически установить определенные оценки длины кривых и площади некоторой заметаемой ими области. Доказательства такого типа можно отнести к простым доказательствам, использующим изопериметрический метод. (…) Как уже отмечалось, Греч первый использовал этот метод как метод теории однолистных функций. Он отмечает, что такое использование было подсказано ему работой Фабера» (там же, с.16). Суть предположения А.Данжуа о целых функциях можно понять, если обратиться к книге Е.Титчмарша «Теория функций» (1980), где автор пишет: «Данжуа было высказано предположение, что целая функция конечного порядка p не может иметь более 2p асимптотических значений. Карлеман доказал, что такая функция не может иметь более 5p асимптотических значений, и в конце концов Альфорс доказал гипотезу Данжуа полностью» (Титчмарш, 1980, с.286).

Индукция Ларса Альфорса. Ларс Альфорс обобщил на произвольные клейновы группы результаты Липмана Берса, полученные им в ходе доказательства того, что фуксова группа конечно порождена тогда и только тогда, когда она представляет топологически компактную риманову поверхность с конечным числом выколотых точек. Ирвин Кра в книге «Автоморфные формы и клейновы группы» (1975) пишет: «Широко известна история о происхождении влияния квазиконформности на клейновы группы. Оказывается, что Л.Гринберг предложил Берсу и Альфорсу доказать, используя квазиконформные отображения, что фуксова группа конечно порождена тогда и только тогда, когда она представляет (топологически) компактную риманову поверхность с конечным числом выколотых точек. Берс доказал это, используя технику и результаты теории пространства Тейхмюллера и теории квазиконформных отображений. К тому времени как Берс опубликовал этот результат, квазиконформность исчезла из доказательства. Впоследствии Альфорс обобщил (нетривиальным образом) результаты Берса на произвольные клейновы группы. И снова квазиконформные отображения служили только побудителем» (Кра, 1975, с.6).

Индукция Отто Фростмана. Шведский математик, бывший генеральный секретарь Международного математического союза в период 1971-1975 годов, Отто Фростман обобщил теорему Л.Альфорса о сумме дефектов набора значений мероморфной функции. Как мы показали выше, сама теорема Л.Альфорса является обобщением второй основной теоремы Р.Неванлинны из его теории распределения значений голоморфных функций. Р.Неванлинна в книге «Однозначные аналитические функции» (ОГИЗ, 1941) пишет: «Естественно поставить вопрос: для сколь мощных множеств значений a дефект δ(a) может быть положительным без того, чтобы характеристика становилась ограниченной? Эта проблема была полностью решена О.Фростманом. Он доказал следующую теорему, обобщающую прежнюю теорему Альфорса (Ahlfors [8]) и еще раз показывающую значение множеств гармонической меры нуль: множество D дефектных значений функции неограниченного вида, мероморфной в единичном круге, имеет внутреннюю гармоническую меру нуль, т.е. каждое замкнутое подмножество множества D является гармоническим нульмножеством» (Неванлинна, 1941, с.276). Теорема Альфорса, которую обобщал О.Фростман, формулируется следующим образом. Р.Неванлинна в той же книге дает эту формулировку: «Множество дефектных значений функции неограниченного вида, мероморфной в единичном круге, имеет h-меру нуль для каждой функции меры h, для которой интеграл (20) сходится» (там же, с.277).

Индукция Липмана Берса и других ученых. Л.Берс и другие математики обобщили на различные классы уравнений типа минимальных поверхностей теорему С.Н.Бернштейна, утверждающую, что любое целое решение уравнения минимальных поверхностей на плоскости является линейной функцией. А.Н.Кондрашов в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «О проблеме конформного типа подмногообразий псевдоевклидова пространства» (Волгоград, 2000) говорит о результатах изучения разными учеными поверхностей нулевой средней кривизны в псевдоримановых многообразиях: «Ведя исследования в этом направлении, разные авторы получали результаты, обобщающие теорему Бернштейна и другие структурные теоремы для минимальных поверхностей. Так, например, в работах Л.Берса [41, 42], В.М.Миклюкова [27, 29], И.С.С.Ниче [55, 56], Р.Оссермана [57], Р.Финна [45] - [48] теорема Бернштейна была распространена на различные классы уравнений типа минимальных поверхностей. В статьях Л.Саймона [52], В.М.Кессельмана [11] были получены геометрические обобщения теоремы Бернштейна для поверхностей с квазиконформным гауссовым образом, а в работе В.Г.Ткачева [58] данная теорема была установлена для двумерных p-минимальных поверхностей» (А.Н.Кондрашов, 2000). Здесь [41] – работа Л.Берса, [27] и [29] – иследования В.М.Миклюкова (1979, 1996), [55] – работа Р.Оссермана (1957), [45] – исследование Р.Финна (1953), [11] – работа В.М.Кессельмана (1984). В.М.Миклюков в статье «Об одном новом подходе к теореме Бернштейна и близким вопросам уравнений типа минимальной поверхности» («Математический сборник», 1979, том 108 (150), № 2) пишет: «Хорошо известна теорема С.Н.Бернштейна [1], утверждающая, что если решение φ (x1, x2) целое, т.е. определено во всей плоскости переменных (x1, x2), то оно является линейным. Этот результат был получен С.Н.Бернштейном как следствие одного общего утверждения о поверхностях неположительной гауссовой кривизны. В работах [2], [3], [4], [14] теорема С.Н.Бернштейна была распространена на некоторые специальные классы квазилинейных уравнений» (Миклюков, 1979, с.268). Здесь [1] – С.Н.Бернштейн (1960), [2] – Р.Финн (1954), [3] – Л.Берс (1954), [4] – Х.Дженкинс (1956), [14] – Л.Саймон (1977). Л.Саймон в статье «Уравнение минимальных поверхностей» (сборник «Итоги науки и техники», 2003, том 90) сам описывает свое обобщение: «Упомянем работу [97], в которой автор показал (используя идею Де Джорджи [20] редукции размерности и двумерные оценки кривизны [5]), что теорема Бернштейна обобщается на случай $n = 3$ для вариационных уравнений типа уравнения минимальных поверхностей» (Саймон, 2003, с.333). Здесь [97] – работа Л.Саймона (1977).

Индукция Эннио Де Джорджи, Фредерика Альмгрена и других ученых. Лауреат премии Вольфа за 1990 год Эннио Де Джорджи, а также Фредерик Альмгрен и другие математики обобщили теорему С.Н.Бернштейна на случай решений уравнения минимальной поверхности в R^n. В.М.Миклюков в книге «Геометрический анализ. Дифференциальные формы, почти-решения, почти квазиконформные отображения» (Волгоград, 2007) указывает: «Теорема С.Н.Бернштейна, опубликованная впервые в 1915 году в «Сообщениях Харьковского математического общества», т.15, п.1, 38-45, находилась в центре математических интересов на протяжении всего XX-го века. В работах Флеминга, Де Джорджи, Альмгрена и Саймона теорема С.Н.Бернштейна была обобщена на случай решений уравнения минимальной поверхности в R^n, $n \leq 7$, а в работе Бомбьери, Де Джорджи и Джусти [14] было показано, что утверждение неверно в размерностях $n \geq 8$» (Миклюков, 2007, с.257).

Индукция Вильяма Феллера. Выдающийся американский математик, член Национальной Академии наук США, Вильям Феллер (1941) индуктивно перенес многие теоремы о гармонических функциях на функции, удовлетворяющие эллиптическим уравнениям 2-го порядка с переменными коэффициентами. И.Г.Петровский в статье «О некоторых проблемах теории уравнений с частными производными» (УМН, 1946, том 1, вып.3-4) пишет: «В предположении, что имеет место единственность решения задачи Дирихле, Адельсон-Вельский и Кронрод показали недавно, что решение этой задачи для линейного эллиптического уравнения 2-го порядка зависит непрерывно от коэффициентов этого уравнения. Определяя для линейного эллиптического уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами соответствующую метрику, Феллер [25] перенес многие теоремы о гармонических функциях на функции, удовлетворяющие этим эллиптическим уравнениям» (Петровский, 1946, с.57). Об этом же сообщает Карло Миранда в книге «Уравнения с частными производными эллиптического типа» (Москва, ИЛ, 1957): «Весьма интересны и, возможно, заслуживают дальнейшего развития исследования Феллера [1], который, исходя из того факта, что любой самосопряженный оператор mu при m>2 и c=0 можно с точностью до множителя считать вторым дифференциальным параметром в некотором римановом пространстве, распространил на решения уравнения mu=0 многие свойства гармонических функций, в том числе свойства потенциалов простого и двойного слоя, лежащие в основе сведения краевых задач к интегральным уравнениям» (Миранда, 1957, с.59).

Индукция Жана Лере и Юлия Шаудера. Известный французский математик, лауреат премии Вольфа за 1979 год Жан Лере и польский математик Юлий Шаудер индуктивно перенесли на случай большого числа независимых переменных значительную часть результатов советского математика С.Н.Бернштейна относительно существования решения задачи Дирихле для нелинейных эллиптических уравнений (для случая двух независимых переменных). И.Г.Петровский в статье «О некоторых проблемах теории уравнений с частными производными» (УМН, 1946, том 1, вып.3-4) указывает: «Фундаментальные результаты относительно существования решения Дирихле для нелинейных эллиптических уравнений принадлежат С.Н.Бернштейну в случае двух независимых переменных. Шаудер и Лерей перенесли значительную их часть на случай большего числа независимых переменных [28]» (Петровский, 1946, с.57).

Индукция Жана Лере и Юлия Шаудера. Помимо всего прочего, Ж.Лере и Ю.Шаудер обобщили метод аналитического продолжения по параметру, систематически применявшийся С.Н.Бернштейном при исследовании задачи Дирихле для нелинейных эллиптических уравнений. М.И.Вишик, А.Д.Мышкис и О.А.Олейник в статье «Дифференциальные уравнения с частными производными» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) отмечают: «На априорных оценках основан метод продолжения по параметру, систематически применявшийся С.Н.Бернштейном при исследовании задачи Дирихле для нелинейных эллиптических уравнений. В более поздних работах Лере и Шаудера был разработан метод непрерывного продолжения по параметру, являющийся обобщением метода Бернштейна аналитического продолжения по параметру» (Вишик, Мышкис, Олейник, 1959, с.593).

Индукция Жана Лере и Юлия Шаудера. Ж.Лере и Ю.Шаудеру принадлежит достаточно важное обобщение, о котором пишет М.А.Красносельский в книге «Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений» (1956): «Лере и Шаудер обобщили понятие брауэровой степени отображения на некоторые классы отображений в банаховых пространствах; новое понятие позволило сформулировать более общие, чем известные ранее, признаки существования неподвижных точек» (Красносельский, 1956, с.87).

Индукция Жана Лере. Ж.Лере перенес на случай обобщенных функций теоремы существования решения задачи Коши, сформулированные И.Г.Петровским для систем уравнений первого порядка и для систем уравнений Коши-Ковалевской. Л.Гординг в книге «Задача Коши для гиперболических уравнений» (Москва, ИЛ, 1961) пишет о теоремах существования для различных форм задачи Коши применительно к гиперболическим системам: «Мы начнем с простейшего случая систем первого порядка. Для этих систем, а также для систем Коши-Ковалевской, теория задачи Коши в ее классической форме принадлежит, по существу, Петровскому. Его результаты были обобщены Лере на случай задачи Коши для обобщенных функций. Лере также распространил теорию на более общие системы» (Гординг, 1961, с.113).

Индукция Жана Лере. Мы уже говорили об этом, но еще раз подчеркнем, что Жан Лере индуктивно перенес на случай, когда операторы действуют в локально выпуклых пространствах, основную часть теории Рисса-Шаудера уравнений с вполне непрерывными (компактными) операторами в банаховых пространствах. С.Н.Крачковский и А.С.Диканский в статье «Фредгольмовы операторы и их обобщения» (сборник «Итоги науки», серия математика, математический анализ, 1969) пишут: «Основная часть теории Рисса-Шаудера уравнений с вполне непрерывными (компактными) операторами в банаховых пространствах была перенесена Лере [142] на случай, когда операторы действуют в локально выпуклых пространствах. Другой метод перенесения теории Рисса-Шаудера на локально-выпуклые пространства был предложен Альтманом [68, 69, 4], который, определяя непрерывность в терминах последовательностей, а не окрестностей, доказал, что оператор, сопряженный с вполне непрерывным, вполне непрерывен. Это позволило ему обобщить известные для банаховых пространств результаты о разрешимости сопряженных уравнений на локально выпуклые пространства» (Крачковский, Диканский, 1969, с.53). Здесь [142] – исследование Ж.Лере (1950), [68] и [69] – работы М.Альтмана (1953, 1954).

Индукция Дж.Биркгофа, О.Келлога и Ю.Шаудера. Дж.Биркгоф, О.Келлог (1922) и Ю.Шаудер (1927, 1930) перенесли на случай бесконечномерных функциональных пространств теорему Брауэра о неподвижной точке. Об этом можно догадаться при чтении статьи М.Г.Крейна и М.А.Рутмана «Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха» (УМН, 1948, том 3, вып.1 (23)), в которой математики констатируют: «Ввиду того, что Биркгофу, Келлогу и Шаудеру [39а] (см. об этом [31]) удалось перенести теорему Брауэра на случай бесконечномерных функциональных пространств, естественно возник вопрос, нельзя ли теорему Ентча доказать, опираясь на топологические методы» (Крейн, Рутман, 1948, с.5). Здесь имеется в виду теорема Р.Ентча об условиях, при которых интегральное уравнение с положительным ядром имеет одну и только одну неотрицательную фундаментальную функцию, а соответствующее этой функции характеристическое число λ является простым и наименьшим по модулю корнем детерминанта Фредгольма. Следует указать, что Ю.Шаудер обобщил также теорему о неподвижной точке (принцип Шаудера) на случай некомпактных множеств, расположенных в нормированном пространстве. В.В.Немыцкий в статье «Метод неподвижных точек в анализе» (УМН, 1936, вып.1) констатирует: «Принцип Шаудера был обобщен им на случай некомпактных множеств, расположенных в нормированном пространстве. Это обобщение основано на применении следующей леммы Мазура. Лемма Мазура. Пусть Z – компактное множество в некотором линейном нормированном полном пространстве R. Тогда наименьшее замкнутое выпуклое тело, заключающее Z, компактно» (Немыцкий, 1936, с.155). История обобщений теоремы Брауэра о неподвижной точке рассматривается также в монографии Н.Данфорда и Л.Шварца «Линейные операторы. Общая теория» (1962): «Дж.Биркгоф и Келлог [1] первыми обобщили эту теорему на бесконечномерные векторные пространства, доказав, что бикомпактные выпуклые множества в C^n [0, 1] и в L2 [0, 1] обладают Fp-свойством, и применив эти результаты к дифференциальным и интегральным уравнениям. Шаудер обобщил эту теорему сперва на бикомпактные выпуклые множества в B-пространстве с базисом [1], а затем и на произвольные B-пространства [2]. Тихонову [1] осталось сделать обобщение на локально выпуклые линейные топологические пространства, в которых теорема такого типа применяется к слабым топологиям точно так же, как в случае B-пространства, - к сильной топологии» (Данфорд, Шварц, 1962, с.508). Здесь [1] – работа Дж.Биркгофа и О.Келлога (1922), [1] и [2] – исследования Ю.Шаудера (1927, 1930). Наконец, об исследованиях Дж.Биркгофа и О.Келлога, посвященных обобщению теоремы Брауэра о неподвижной точке, пишет Карло Миранда в книге «Уравнения с частными производными эллиптического типа» (Москва, ИЛ, 1957): «Началом этих исследований является одна заметка Биркгофа и Келлога, написанная в 1922 г., и заметка П.Леви, относящаяся к 1920 г. Первая из этих заметок касается обобщения на случай абстрактного пространства теоремы о неподвижной точке Брауэра. Этот вопрос позднее был глубоко изучен Шаудером [1, 2, 4] и другими авторами» (Миранда, 1957, с.165).

Индукция Джорджа Биркгофа. Американский математик Дж.Биркгоф индуктивно распространил на случай произвольной многомерной римановой сферы результат А.Пуанкаре (1905) о существовании периодических геодезических кривых на выпуклой двумерной сфере. В.В.Козлов в статье «Вариационное исчисление в целом и классическая механика» (УМН, 1985, том 40, вып.2 (242)) указывает: «Задача о существовании периодических геодезических в случае односвязного M намного сложнее. В 1905 г. Пуанкаре установил существование таких кривых на выпуклой двумерной сфере. Позже этот результат был распространен Биркгофом на случай произвольной многомерной римановой сферы» (Козлов, 1985, с.41). Об этом же пишут Д.Громол, В.Клингенберг и В.Мейер в книге «Риманова геометрия в целом» (1971): «Пуанкаре впервые доказал существование периодической для любой аналитической римановой метрики на S^2, а Биркгоф распространил этот результат на S^n. Лишь в 1951 году Л.А.Люстерник и А.И.Фет доказали, что на каждом компактном римановом многообразии M существует периодическая геодезическая» (Громол, Клингенберг, Мейер, 1971, с.259). Обращаясь к эволюции понятия геодезической линии, отметим, что это понятие берет свое начало в исследованиях П.Лапласа. В.В.Трофимов и А.Т.Фоменко в обзорной статье «Риманова геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 2002, том 76) указывают: «Термин «геодезическая линия» впервые был применен Лапласом во втором томе «Небесной механики» к геодезическим линиям на земной поверхности, рассматривавшейся как эллипсоид вращения. Затем этот термин был распространен сначала на все квадрики, а потом на любые поверхности Ж.Лиувиллем в работе «Теорема, относящаяся к интегрированию уравнения геодезических линий» (Трофимов, Фоменко, 2002, с.39).

Индукция Джорджа Биркгофа. Дж.Биркгоф перенес на потоки в абстрактных пространствах многие понятия и результаты теории автономных систем дифференциальных уравнений, построенной А.Пуанкаре. В.В.Редкозубов в кандидатской диссертации «О предельных множествах отображений графов» (Москва, 2005) указывает: «Известно, что автономная система дифференциальных уравнений, удовлетворяющая условиям единственности и продолжаемости решений, определяет поток – однопараметрическую группу преобразований фазового пространства. Дж.Д.Биркгоф, развивая идеи Пуанкаре, заметил [1], что многие понятия и результаты теории автономных систем дифференциальных уравнений могут быть перенесены на потоки в абстрактных пространствах. Он ввел важное понятие минимального множества, классифицировал движения по форме их возвращения, заложив тем самым основы общей теории топологических систем» (В.В.Редкозубов, 2005). Здесь [1] – книга Дж.Биркгофа «Динамические системы» (Москва-Ленинград, «Гостехиздат», 1941). В.В.Немыцкий в статье «Топологические вопросы теории динамических систем» (УМН, 1949, том 4, вып.6 (34)) поясняет: «Наши исторические замечания на эту тему начнем с цитаты из статьи Дж.Биркгофа, Some unsolved, problems of theoretical dynamics, Science Dec. 1941 г., 34, № 2452. «Возможность распространить теорию и определение «рекуррентных движений», а также связанного с ними класса центральных движений на случай абстрактных пространств, рассматривавшихся в «общем анализе», была указана настоящей статьи в его лекциях по динамическим системам в Чикагском коллоквиуме в 1920 г. Основная часть его работы в абстрактном фазовом пространстве послужила предметом недавних исследований американских математиков и исследований мощной русской математической школы» (Немыцкий, 1949, с.102). Следует также указать, что Дж.Биркгоф и П.Смит (1927) сформулировали и доказали основные теоремы в теории дискретных динамических систем по аналогии с теоремами из теории непрерывных динамических систем. В.В.Немыцкий в статье «Обобщения теории динамических систем» (УМН, 1950, том 5, вып.3 (37)) констатирует: «Еще Биркгоф и Смит [5] в 1927 г. ввели для дискретных систем все понятия, аналогичные соответствующим понятиям для непрерывных систем: инвариантное множество, динамические предельные множества, минимальные множества, периодичность и тому подобные, и доказали основные теоремы» (Немыцкий, 1950, с.51). Здесь [5] – исследование Дж.Биркгофа и П.Смита (1928). Напомним, что в математике потоки – это динамические системы с непрерывным временем, тогда как каскады – это динамические системы с дискретным временем.

Индукция Михаила Лаврентьева. Советский математик, создатель гидродинамической теории кумулятивного взрыва, М.А.Лаврентьев индуктивно распространил на решения некоторых эллиптических систем уравнений с двумя независимыми переменными теорему Пикара о том, что вблизи существенно особой точки аналитическая функция принимает все значения, за исключением самое большее двух. Независимо от М.А.Лаврентьева теорема Пикара обобщалась немецким математиком Х.Гретшем. И.Г.Петровский в статье «О некоторых проблемах теории уравнений с частными производными» (УМН, 1946, том 1, вып.3-4) отмечает: «Теорема Пикара о том, что вблизи существенно особой точки аналитическая функция принимает все значения, за исключением самое большее двух, была распространена H.Grotzsch [34] и М.А.Лаврентьевым [32] на решения некоторых эллиптических систем уравнений с двумя независимыми переменными» (Петровский, 1946, с.59).

Индукция Михаила Лаврентьева. М.А.Лаврентьев (1934) обобщил на случай комплексной плоскости классическую теорему Вейерштрасса о равномерном приближении любой непрерывной функции полиномами. В.А.Садовничий в статье «О математических работах М.В.Келдыша» (книга «Келдыш М.В. Творческий портрет по воспоминаниям современников», Москва, «Наука», 2002) пишет: «Фундаментальным работам Келдыша, в которых окончательно решается вопрос о равномерных полиномиальных приближениях на замкнутых областях, предшествовала блестящая работа Михаила Алексеевича Лаврентьева 1934 г., в которой было получено предельно широкое обобщение классической теоремы Вейерштрасса. Любая непрерывная функция на ограниченном замкнутом множестве тогда и только тогда есть равномерный предел полиномов, когда множество не разбивает плоскость, т.е. дополнение к множеству связно, и это множество не содержит областей, т.е. оно нигде не плотно. Это классическое обобщение классической теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении любой непрерывной функции полиномами, но перенесенное на случай комплексной плоскости» (В.А.Садовничий, 2002).

Индукция Михаила Лаврентьева и Лазаря Люстерника. М.Лаврентьев и Л.Люстерник (1935) обобщили на случай условного экстремума функций в общем линейном пространстве правило множителей Эйлера-Лагранжа, играющее большую роль в вариационном исчислении. М.Лаврентьев и Л.Люстерник в книге «Основы вариационного исчисления» (том 1, часть II, Москва-Ленинград, ОНТИ, 1935) аргументируют: «Правило множителей Эйлера-Лагранжа, выведенное для случая условного экстремума функций n переменных (§ 16) и изопериметрической задачи, может быть распространено путем обобщения методов § 16 на случай условного экстремума функций в общем линейном пространстве» (Лаврентьев, Люстерник, 1935, с.160).

Индукция Михаила Лаврентьева и Лазаря Люстерника. М.Лаврентьев и Л.Люстерник (1935) обобщили на функционалы, зависящие от высших производных или от многих функций, теорему Осгуда, которая играет существенную роль при доказательстве сходимости приближенных решений вариационных задач. М.Лаврентьев и Л.Люстерник в книге «Основы вариационного исчисления» (том 1, часть II, 1935) пишут: «Теорема Осгуда и ее дальнейшие обобщения наряду с большим самостоятельным значением, как мы увидим ниже, играет основную роль при доказательстве сходимости некоторых приближенных решений вариационных задач» (Лаврентьев, Люстерник, 1935, с.345). «Без существенного изменения тех же методов, - рассуждают те же авторы, - теорема Осгуда может быть распространена на функционалы, зависящие от высших производных или от многих функций. Имеются также существенные результаты, обобщающие теорему Осгуда для задач на условный экстремум. Наряду с обобщением теоремы Осгуда на функционалы более общего вида большой интерес представляет задача возможного уточнения теоремы Осгуда для простейшего случая: найти условия, возможно близкие к условиям, достаточным для сильного экстремума, при соблюдении которых имело бы место заключение теоремы Осгуда» (там же, с.349).

Индукция Мстислава Всеволодовича Келдыша. Академик М.В.Келдыш (1951) обобщил известные тауберовы теоремы Харди и Литтлвуда. Впоследствии теорему М.В.Келдыша, являющуюся обобщением результатов Харди и Литтлвуда, перенес на более общую ситуацию украинский математик Б.И.Коренблюм. И.Ц.Гохберг и М.Г.Крейн в книге «Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве» (Москва, «Наука», 1965) повествуют об одной из теорем Коренблюма: «Это предложение (и еще более общее) Б.И.Коренблюм [1] получил, обобщая своим методом тауберову теорему М.В.Келдыша [1, 2], в которой на функцию ф(x) и число p накладывались более жесткие требования, а именно требовалось существование производной ф′(x) такой, что aф(x) <xф′(x)<βф(x), где ф и β – константы, удовлетворяющие условиям 0<β<a+1 и p= [β]+1. Теорема М.В.Келдыша в свою очередь явилась обобщением известных тауберовых теорем Харди и Литтлвуда (см. Харди [1])» (Гохберг, Крейн, 1965, с.342). Здесь [1] – работа Б.И.Коренблюма «Общая тауберова теорема для отношения функций» («Доклады АН СССР», 1953, том 88, № 5), [1] – статья М.В.Келдыша «О собственных значениях и собственных функциях некоторых классов несамосопряженных уравнений» («Доклады АН СССР», 1951, том 77, № 1), [2] – статья М.В.Келдыша «Об одной тауберовой теореме» («Труды МИАН», 1951, том 38).

Индукция Андрея Николаевича Тихонова. А.Н.Тихонов (1935) индуктивно обобщил на некоторые классы операторов, действующих в линейных топологических (ненормированных) пространствах, принцип Шаудера, утверждающий существование неподвижной точки. Согласно принципу Шаудера, любой вполне непрерывный оператор, переводящий непустое замкнутое выпуклое ограниченное подмножество банахова пространства в себя, имеет, по крайней мере, одну неподвижную точку. Поскольку принцип неподвижной точки формулировался разными математиками (Шаудером, Брауэром), он называется и принципом Шаудера, и принципом Брауэра. Известный голландский математик Л.Брауэр сформулировал теорему о том, что если X – выпуклое компактное подмножество конечномерного пространства, а отображение f:X → X, то существует неподвижная точка f. М.А.Красносельский в статье «Некоторые задачи нелинейного анализа» (УМН, 1954, том 9, вып.3 (61)) пишет: «Наиболее простым и наиболее важным после принципа сжатых отображений является принцип существования неподвижной точки, принадлежащий Шаудеру [53a]. Этот принцип явился четким оформлением методов доказательства теорем существования, разработанных в статье Биркгофа и Келлога [3]» (Красносельский, 1954, с.80). «Принцип Шаудера, - продолжает М.А.Красносельский, - был обобщен А.Н.Тихоновым [50] на некоторые классы операторов, действующих в линейных топологических (ненормированных) пространствах» (там же, с.80). Здесь [53a] – работа Ю.Шаудера (1930),

[50] – работа П.Н.Тихонова [1935], [3] – исследование Д.Биркгофа и О.Келлога (1922). Об этом же М.А.Красносельский пишет в книге «Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений» (Москва, ГИТТЛ, 1956): «Первые доказательства теорем существования решений топологическими методами принадлежат Биркгофу и Келлогу [7]. Основная идея доказательства Биркгофа и Келлога была сформулирована Ю.Шаудером [71] в форме принципа неподвижной точки. Обобщение принципа Шаудера на случай преобразований линейных топологических (но не нормированных) пространств предложил А.Н.Тихонов [65]» (Красносельский, 1956, с.11). Об этом же говорит В.В.Немыцкий в статье «Метод неподвижных точек в анализе» (УМН, 1936, вып.1): «Остановимся теперь очень кратко на некоторых обобщениях принципа Шаудера и их приложениях. Среди таких обобщений наиболее интересны обобщения самого Шаудера на случай так называемой «слабой сходимости» и обобщение Тихонова на неметрические пространства» (Немыцкий, 1936, с.168). Принцип неподвижной точки был известен еще Пуанкаре, с работами которого был хорошо знаком Д.Биркгоф. В.В.Немыцкий и В.В.Степанов в книге «Качественная теория дифференциальных уравнений» (1947) пишут: «Можно сказать, что Биркгоф положил основание общей теории динамических систем, выделив в них особенно интересные классы движений – центральные и рекуррентные движения. Биркгоф также продолжил изыскания Пуанкаре о существовании периодических решений в окрестности данного периодического решения. Он еще больше, чем Пуанкаре, пользуется топологическими методами (принцип неподвижной точки и др.)» (Немыцкий, Степанов, 1947, с.9). То, что Пуанкаре понимал важное значение теоремы о неподвижной точке, подтверждает П.С.Александров в статье «Пуанкаре и топология» (УМН, 1972, том 27, вып.1 (163)): «В частности, что касается специально теорем о существовании неподвижных точек при тех или иных непрерывных отображениях, то Пуанкаре уже понимал значение этих теорем как средства доказательства теорем существования в анализе. Это видно хотя бы по тем огромным усилиям, которые он затратил на доказательство своей «последней геометрической теоремы» - о существовании неподвижной точки для определенного класса непрерывных отображений плоского кругового кольца на себя» (Александров, 1972, с.150). «…Сейчас для нас важно констатировать, - подчеркивает П.С.Александров, - как глубоко мог Пуанкаре предвидеть значение топологических теорем типа «теорем о неподвижных точках» для анализа и для небесной механики, и отметить его как основоположника «метода неподвижных точек» (там же, с.150).

Индукция Андрея Николаевича Тихонова. А.Н.Тихонов обобщил теорему П.С.Урысона о том, что всякое нормальное пространство со счетным базисом гомеоморфно подмножеству гильбертова параллелепипеда. А.Д.Александров в статье «Геометрия и топология в Советском союзе» (УМН, 1947, том 2, вып.4 (20)) пишет: «Прежде всего, следует указать замечательную и, я бы сказал, неожиданную теорему Урысона о том, что всякое нормальное пространство со счетным базисом гомеоморфно подмножеству гильбертова параллелепипеда, т.е. пространства, где точками являются последовательности чисел x_1, x_2, … с условием $x_n \leq 1/n$…» (Александров, 1947, с.13). «Далее, - продолжает А.Д.Александров, - теорема Урысона показывает, что гильбертов параллелепипед является универсальным пространством для всех пространств указанного типа. В этом смысле она была обобщена Тихоновым» (там же, с.13).

Индукция Сизуо (Шизуо) Какутани. Американский математик японского происхождения С.Какутани (1940) обобщил теорему совместного непрерывного продолжения, сформулированную К.Борсуком (1933). Такое же обобщение теоремы К.Борсука получил Дж.Дугунджи (1951). А.Брудный и Ю.Брудный в статье «Совместные продолжения липшицевых функций» (УМН, 2005, том 60, вып.6 (306)) пишут: «Понятие (и термин) совместного непрерывного продолжения было введено в 1933 г. Борсуком [7]. Теорема продолжения Борсука была затем обобщена последовательно Какутани [22] и Дугунджи [17]. Теорема Дугунджи утверждает, что для любого замкнутого подпространства S метрического пространства M существует оператор линейного продолжения с единичной нормой, действующий из Cb (S, X) в Cb (M, X). Здесь Cb (M, X) – банахово пространство X-значных непрерывных функций на M с равномерной нормой, а X – произвольное банахово пространство» (А.Брудный, Ю.Брудный, 2005, с.55). Здесь [7] – исследование К.Борсука (1933), [22] – работа С.Какутани (1940), [17] – исследование Дж.Дугунджи (1951).

Индукция Сизуо (Шизуо) Какутани. С.Какутани (1941) сформулировал топологическую теорему о неподвижной точке для многозначных отображений, индуктивно обобщив топологическую теорему Брауэра (1910) о неподвижной точке для однозначных непрерывных отображений. В.И.Данилов в работе «Лекции о неподвижных точках» (Москва, издательство РЭШ, 2006) указывает: «Теорема Брауэра имеет массу эквивалентных переформулировок, полезных в тех или иных ситуациях. Некоторые переформулировки приведены в упражнениях. Здесь же мы более подробно остановимся на обобщении (переформулировке) теоремы Брауэра, принадлежащем Какутани и важном для экономических приложений. Обобщение состоит в том, что вместо однозначных непрерывных отображений допускаются и многозначные. Дело в том, что многие естественные объекты в матэкономике появляются как решения задачи максимизации функций (или предпочтений), а решение таких задач в общем случае многозначное» (Данилов, 2006, с.10). Теорема о неподвижной точке нашла широкое применение в математической теории игр и математической экономике (при доказательстве существования экономического равновесия). Джон фон Нейман использовал теорему Брауэра о неподвижной точке для доказательства достижимости равновесия в теории игр, а лауреаты Нобелевской премии по экономике Джон Нэш, Жерар Дебре и Кеннет Эрроу использовали эквивалентную ей теорему Какутани о неподвижной точке при доказательстве существования экономического равновесия. О том, что теорема Брауэра о неподвижной точке помогла фон Нейману доказать возможность равновесных ситуаций в теории игр (доказать теорему о минимаксе), пишет сам фон Нейман. Ю.А.Данилов, однофамилец В.И.Данилова, в книге «Джон фон Нейман» (1981) цитирует фон Неймана: «В 1935 г. я обобщил теорему о минимаксе (имея в виду ее приложения в теории цен и производства), воспользовавшись в еще более явном виде методом неподвижной точки» (Ю.А.Данилов, 1981).

Индукция Сизуо (Шизуо) Какутани. С.Какутани (1941) перенес на случай бикомпактных хаусдорфовых пространств известную теорему Ф.Рисса (1909) об общем виде линейного функционала, которую ранее, как мы знаем, обобщал И.Радон (1913), а позже переносил на случай бикомпактного метрического пространства знаменитый Стефан Банах (1937). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) говорят о теореме Ф.Рисса об общем виде линейного функционала: «В 1941 г. Какутани [9, стр.1009] обобщил эту теорему на бикомпактные хаусдорфовы пространства, видоизменив рассуждения, проводимые в некоторых неопубликованных заметках Дж.Неймана» (Данфорд, Шварц, 1962, с.415).

Индукция Сизуо (Шизуо) Какутани. С.Какутани (1968) перенес на более общую ситуацию теорему советского математика М.В.Бебутова об универсальности динамической системы сдвигов в пространстве непрерывных функций. В.М.Алексеев и С.В.Фомин в статье «Михаил Валерьевич Бебутов» (УМН, 1970, том 25, вып.3 (153)) пишут о результатах М.В.Бебутова: «Его работы продолжают до сих пор быть источником новых исследований. Так, например, теорема М.В.Бебутова об универсальности динамической системы сдвигов в пространстве непрерывных функций совсем недавно была обобщена С.Какутани. Ранняя смерть не позволила реализовать многие замыслы, которые были у М.В.Бебутова и о которых он неоднократно говорил своим друзьям» (Алексеев, Фомин, 1970, с.239). Теорема М.В.Бебутова обобщена в работе С.Какутани «Aproof of Bebutov's theorem» (Jour. Diff. equat. 1968, том 4, № 2).

Индукция Алексея Логинова. Теорема о неподвижной точке относится к числу результатов, которые многократно подвергались обобщению, и цепь этих обобщений, возможно, не имеет завершения в ближайшем будущем. Далее мы приводим одно из таких обобщений. А.И.Логинов в статье «Одно обобщение теоремы Маркова-Какутани о неподвижной точке» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1980, том 14, вып.2) пишет: «Известная теорема Маркова-Какутани (см. [2]) утверждает, что любое коммутативное семейство непрерывных аффинных отображений выпуклого компакта в вещественном локально выпуклом пространстве имеет общую неподвижную точку. Мы докажем, что аналогичное утверждение остается справедливым и в более общем случае квазиаффинных отображений» (Логинов, 1980, с.65).

Индукция Гарольда Херста (Харста). Английский гидролог Гарольд Херст (1940-е годы) разработал метод нормированного размаха, являющийся эффективным математическим методом анализа временных рядов, индуктивно исходя из анализа временного ряда, отражавшего изменение уровня воды в реке Нил за большой промежуток времени. При этом Г.Херст получил показатель (критерий) предсказуемости временного ряда, равный 0,7, а не 0,5, как предполагалось на основании модели случайных блужданий. Критерий предсказуемости Херста был назван показателем Херста. Э.Петерс в книге «Фрактальный анализ финансовых рынков» (2004) указывает: «Большинство гидрологов начинает с предположения о том, что приток воды является случайным процессом – совершенно разумное предположение, когда имеешь дело с комплексной экосистемой. Херст, однако, изучил 847-летние записи, которые вели египтяне о разливах Нила, с 622 г. н.э. до 1469 г. н.э. Эти записи не показались ему случайными. Разливы больше среднего, вероятнее всего, сопровождались, большими разливами. Затем процесс резко менялся, и разлив был меньше среднего, а за ним следовали другие разливы меньше среднего. Короче говоря, казалось, что имели место циклы, но их продолжительность была непериодична. Стандартный анализ показал отсутствие статистически существенных взаимосвязей между наблюдениями, так что Херст разработал свою собственную методологию» (Петерс, 2004, с.62). Отметим, что в 1970-ые годы Б.Мандельброт по аналогии перенес метод нормированного размаха Херста в область экономики, где стал использовать его при анализе экономических временных рядов, отражающих изменение цен. А.Е.Сериков в статье «Фрактальный анализ временных рядов» (журнал «Социология», 2006, № 22) раскрывает суть метода нормированного размаха: «Существует более простой и осмысленный способ фрактального анализа динамических рядов – так называемый метод накопленного отклонения, или метод нормированного размаха. Он основан на интерпретации Мандельбротом работ английского гидролога Гарольда Херста, исследовавшего закономерности изменения уровня воды в реке Нил. Согласно этому методу, анализируются не суммы самих данных, составляющих динамический ряд, а размах суммы отклонений этих данных от среднего арифметического, нормированный путем деления на стандартное отклонение. Суммы отклонений подсчитываются для различных периодов и для различного количества последовательных моментов наблюдений, которые выступают в качестве масштаба измерения» (там же, с.173-174).

Индукция С.Эйленберга и С.Маклейна. Выдающиеся американские математики С.Эйленберг и С.Маклейн (1942) получили большое количество новых результатов в чистой алгебре, когда индуктивно перенесли в нее идеи и методы алгебраической топологии. Уточняя достижение названных математиков, заметим, что они перенесли на любые линейно связные пространства результаты Г.Хопфа, который указал явные формулы, определяющие группы гомологий асферичного полиэдра по его фундаментальной группе. М.М.Постников в статье «Исследования по гомотопической теории непрерывных отображений» (Труды МИАН СССР, 1955, том 46) констатирует: «В 1941-1942 гг. Хопф опубликовал серию работ [12], в которых, дополняя результат Гуревича, указал явные формулы, определяющие группы гомологий асферичного полиэдра по его фундаментальной группе, и рассмотрел, но полностью не решил, вопрос об определении n-мерной группы гомологий полиэдра, асферичного в размерностях, меньших n, по его фундаментальной и n-мерной гомотопической группам. В дальнейшем этим вопросом занимались Фрейденталь [10] и Экман [3], но существенно новых результатов не получили. Наконец, Эйленберг и Маклейн ([6] и [7]), перейдя к когомологиям, перенесли результаты Хопфа на любые линейно связные пространства и полностью выяснили частично решенный Хопфом вопрос об определении n-мерных групп гомологий и когомологий пространства, асферичного в размерностях, меньших n, по его фундаментальной и n-мерной гомотопическим группам» (Постников, 1955, с.40). Здесь [12] – работа Г.Хопфа (1945), [10] – работа Г.Фрейденталя (1946), [3] – исследование Б.Экмана (1946), [6]-[7] – исследования С.Эйленберга и С.Маклейна (1945, 1950).

Индукция Анри Картана и Самуэля Эйленберга. Чистая алгебра обогащалась идеями и методами трех математических областей: теории когомологий групп, теории алгебр Ли и теории ассоциативных алгебр. Именно поэтому мы выделяем еще одну индукцию С.Эйленберга, которую он реализовал совместно с А.Картаном, - разработку единой теории когомологий. Итак, С.Эйленберг и А.Картан создали единую теорию когомологий (и гомологий) за счет того, что индуктивно перенесли в алгебру идеи и методы теории когомологий групп, теории алгебр Ли и концепции ассоциативных алгебр. А.Картан и С.Эйленберг в книге «Гомологическая алгебра» (1961) пишут: «Вторжение методов алгебраической топологии в алгебру происходит в трех направлениях – через теории когомологий групп, алгебр Ли и ассоциативных алгебр. Эти три теории, несмотря на наличие далеко идущего параллелизма, долгое время развивались независимо друг от друга. Мы излагаем здесь единую теорию когомологий (а также и гомологий), включающую в себя все три упомянутые теории; каждая из этих трех теорий получается из общей теории соответствующей специализацией. Такая унификация обладает всеми обычными преимуществами. Три различных доказательства заменяются одним» (Картан, Эйленберг, 1961, с.9). Не последнюю роль в этом обобщении, над которым работали, помимо А.Картана и С.Эйленберга, многие другие ученые, играла аналогия, о чем пишут М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (Москва, МЦНМО, 2007): «По аналогии с теорией гомологий алгебр Ли, построенной Картаном, Г.П.Хохшильд в работе [Hoc], С.Эйленберг и С.Маклейн в работе [EM] и К.Шевалле и Эйленберг в работе [ChE] разработали теорию когомологий для произвольных алгебр, групп и коммутативных колец. Все аспекты этой теории были изложены Анри Картаном и Эйленбергом в книге «Гомологическая алгебра» [CaE]» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.209).

Индукция Анри Картана и Ганса Грауэрта. А.Картан (1951) и Г.Грауэрт (1958) обобщили теорему К.Ока (1939), согласно которой любая псевдовыпуклая область в C^n является областью голоморфности. В частности, Г.Грауэрт обобщил данную теорему на случай любых строго псевдовыпуклых комплексных многообразий. Правда, эти обобщения отодвинули на задний план метод интегральных представлений. Г.М.Хенкин в статье «Метод интегральных представлений в комплексном анализе» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 7) указывает: «В пятидесятые годы А.Картан (1951) и Грауэрт (1958), пользуясь теорией пучков Лере (1945), не только получили ряд далеко идущих обобщений теорем Ока, но и полностью изгнали из многомерного комплексного анализа конструктивный метод интегральных представлений» (Хенкин, 1985, с.29). В другом месте своей статьи Г.М.Хенкин пишет о теореме К.Ока: «Грауэрт получил принципиальное обобщение теоремы Ока 3.6 на случай любых строго псевдовыпуклых комплексных многообразий (см. [47], [54], [59])» (там же, с.54). Ю.Лайтерер в статье «Голоморфные векторные расслоения и принцип Ока-Грауэрта» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 10) отмечает: «В 1957 году Грауэрт [24], [25], [26] доказал, что теорема Ока справедлива для функций со значениями в произвольной комплексной группе Ли» (Лайтерер, 1986, с.76).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1922) пришел к выводу о существовании функций с «нехорошим» поведением тригонометрических рядов, соответствующих данным функциям, индуктивно основываясь на построении функции, тригонометрический ряд Фурье которой неограниченно расходится почти всюду. Н.Ю.Антонов в автореферате диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Сходимость почти всюду рядов Фурье и смежные вопросы» (Екатеринбург, 2009) указывает: «В 1922 году А.Н.Колмогоров [30], исследуя проблему Лузина, построил пример суммируемой функции, ряд Фурье которой расходится почти всюду (о дальнейших результатах в этом направлении см. далее). Как отмечено в [30], построенная функция не принадлежит классу L^2 ($[0, 2\pi]$)» (Антонов, 2009, с.4). В другом месте своей работы Н.Ю.Антонов вновь говорит об открытии молодого А.Н.Колмогорова: «Как уже отмечалось, А.Н.Колмогоровым [30] в 1922 году был построен пример функции из класса L ($[0, 2\pi]$), тригонометрический ряд Фурье которой неограниченно расходится почти всюду. Чуть позднее им же [32] была показана возможность построения суммируемой функции с рядом Фурье, расходящимся в каждой точке. Эти примеры Колмогорова послужили идейной основой для получения в дальнейшем многими авторами различных примеров интегрируемых функций с наложенными на них дополнительными условиями и «нехорошим» поведением последовательностей частичных сумм их тригонометрических рядов Фурье, а также рядов Фурье по другим ортогональным системам» (там же, с.7). Пример функции с расходящимся тригонометрическим рядом сделал А.Н.Колмогорова известным на Западе. Б.М.Писаревский и В.Т.Харин в книге «Беседы о математике и математиках» (2004) повествуют: «Вскоре, летом того же 1922 года, А.Н.Колмогоров выполнил работу, которая сделала его всемирно известным математиком в 19 лет. Он построил пример интегрируемой по Лебегу функции, ряд Фурье которой расходился почти всюду. Впечатление, произведенное этой работой на математиков, хорошо иллюстрируется воспоминанием В.И.Арнольда, которому выдающийся французский математик М.Фреше говорил в 1965 году: «О, Колмогоров! Это тот замечательный молодой человек, который построил почти всюду расходящийся ряд Фурье!» Этот знаменитый пример заложил основы нового большого направления в теории тригонометрических рядов» (Писаревский, Харин, 2004, с.68). Необходимо отметить, что индукция сыграла важную роль не только в формировании вывода А.Н.Колмогорова (1922) о существовании функций с «нехорошим» поведением тригонометрических рядов, но и в доказательстве соответствующей теоремы. В частности, П.Л.Ульянов в статье «А.Н.Колмогоров и расходящиеся ряды Фурье» (УМН, 1983, том 38, вып.4 (232)) индуктивно доказывает теорему Колмогорова о том, что существует функция такая, что ее тригонометрический ряд Фурье расходится почти всюду. При доказательстве данной теоремы он пишет: «Доказательство. По индукции найдем возрастающую последовательность натуральных чисел n1<n2<…<nR так, чтобы выполнялись условия…» (Ульянов, 1983, с.58).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров получил общие теоремы о произвольных операциях над множествами в результате обобщения теорем об А-множествах, сформулированных П.С.Александровым. А.Н.Колмогоров в статье «Воспоминания о П.С.Александрове» (УМН, 1986, том 41, вып.6) говорит: «…Мне удалось получить результаты в дескриптивной теории функций, представлявшиеся мне чрезвычайно важными: я начал разработку общей теории операций над множествами. Поскольку моя работа в этом направлении не входила в планы Николая Николаевича (Лузина – Н.Н.Б.), я отнес первый набросок теории операций П.С.Урысону, а он направил меня с ним к Павлу Сергеевичу Александрову. Это было вполне разумно, так как мои общие теоремы о произвольных операциях над множествами были естественным обобщением теорем об А-множествах, принадлежащих Александрову» (А.Н.Колмогоров, 1986).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1929) перенес на более общую ситуацию закон повторного логарифма, открытый А.Я.Хинчиным (1923). Н.Н.Боголюбов, Б.В.Гнеденко и С.Л.Соболев в предисловии к книге А.Н.Колмогорова «Теория информации и теория алгоритмов» (Москва, «Наука», 1987) пишут: «В 1928 г. А.Н.Колмогорову удалось указать необходимые и достаточные условия для закона больших чисел – задача, в решение которой значительный вклад внесли П.Л.Чебышев и А.А.Марков (старший). Через год появилась большая работа, в которой был доказан закон повторного логарифма для сумм независимых случайных величин при весьма широких условиях, наложенных на слагаемые. За несколько лет перед этим закон повторного логарифма был открыт А.Я.Хинчиным сначала для схемы Бернулли, а затем перенесен на схему Пуассона» (Боголюбов и др., 1987, с.9). Об этом же сообщают Г.Пешкир и А.Н.Ширяев в статье «Неравенства Хинчина и мартингальное расширение сферы их действия» (УМН, 1995, том 50, вып.5 (305)): «…Принципиальный факт о возможности распространения закона повторного логарифма на случайные последовательности более общей структуры был получен в 1929 г. А.Н.Колмогоровым [78]» (Пешкир, Ширяев, 1987, с.9).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1933) индуктивно перенес многие идеи и понятия теории функций и теории множеств в математическую теорию вероятностей. В результате ему удалось построить аксиоматическую теорию вероятностей. По сути дела, это было решение 6-й проблемы Д.Гильберта. Ф.А.Медведев в книге «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX-XX вв.» (1976) указывает: «Как и в случае с функциональным анализом, из теории множеств и функций в теорию вероятностей переносились не только общие идеи и методы, но и относительно частные понятия, приемы исследования, техника рассуждений. При этом, если при переносе их в функциональный анализ, как правило, требовалась значительная работа по переосмысливанию, обобщению, учету специфики рассматриваемых функциональных пространств – достаточно напомнить, например, переосмысливание теоремы Больцано-Вейерштрасса, - то в аналогичной работе для теории вероятностей нередко был достаточен простой перевод на другой математический язык. Так, после того, как случайные события были интерпретированы в виде множеств, теоретико-вероятностные понятия несовместимости событий, их одновременной реализации, наступления, по крайней мере, одного события из некоторой их совокупности, противоположного события, невозможного события, превратились соответственно в непересечение множеств, их пересечение, сумму, дополнение множества, его пустоту. Тем самым аппарат основных операций над множествами чуть ли не автоматически превращался в схемы теоретико-вероятностных рассуждений…» (Медведев, 1976, с.188). Об этом же обобщении (переносе) А.Н.Колмогорова пишет В.М.Золотарев в статье «Вероятностные метрики» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1983, том 28, вып.2): «1933 год – особый год в истории теории вероятностей. В этом году была опубликована на немецком и русском языках монография Андрея Николаевича Колмогорова «Основные понятия теории вероятностей», которая подвела черту под многолетними поисками аксиоматического фундамента этой науки. Вместе с аксиоматикой Колмогорова в теорию вероятностей вошли (претерпев в атмосфере новых концепций и новой проблематики соответствующую трансформацию) многие понятия и методы теории множеств, теории меры и тесно связанных с ними топологии и функционального анализа. Наиболее яркими примерами здесь могут служить понятия компактности множества и расстояния в множестве, нашедшие в теории вероятностей вторую жизнь в форме понятий слабой компактности и метрик в пространствах случайных величин и их распределений» (Золотарев, 1983, с.264).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1942) открыл энергетический (частотный) спектр гидродинамической турбулентности, получивший название «колмогоровского спектра», индуктивно исходя из результатов анализа гидродинамических экспериментов ряда исследователей. Я.Г.Синай в статье «Воспоминания об А.Н.Колмогорове», представленной в книге «Колмогоров в воспоминаниях учеников» (2006) пишет: «Во время прогулки я стал расспрашивать А.Н. об истории его работ по турбулентности, выполненных перед самой войной. Эти работы пользуются необычайной известностью. Такие понятия, как, например, «колмогоровский спектр», известны сейчас каждому физику. Тем более удивительно, что эти работы были выполнены математиком, значительную часть времени посвятившим себя достаточно отвлеченным разделам этой науки. Ответ Колмогорова меня поразил. Он сказал, что свои законы подобия он вывел, полгода анализируя результаты экспериментов. Тогда его квартира была завалена рулонами бумаги, и он буквально ползал по полу, исследуя их» (Синай, 2006, с.207). Об этом же говорит В.И.Арнольд в статье «А.Н.Колмогоров и естествознание» (УМН, 2004, том 59, вып.1 (355)): «Из рассказов очевидцев я знаю, что колмогоровские законы подобия в теории турбулентности были им получены не из соображений размерности (которыми их сейчас объясняют), а путем выстилания всех полов на даче в Комаровке бумажными простынями с тысячами экспериментальных данных (полученных, как он мне рассказывал, но не написал, в основном, от Прандтля)» (Арнольд, 2004, с.29).

Индукция А.Н.Колмогорова и Б.В.Гнеденко. А.Н.Колмогоров и Б.В.Гнеденко распространили на более общую ситуацию теорему Леви-Хинчина из математической теории вероятностей (она имеет большое значение и в теории стохастических процессов). В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25) отмечает: «Кульминационным пунктом теории функций класса N (R^n) явилась теорема Леви-Хинчина, которая первоначально была доказана для n=1, а затем перенесена на N (R^n) А.Н.Колмогоровым и Б.В.Гнеденко» (Гурарий, 1988, с.114). Г.Секей в книге «Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике» (Москва, «Мир», 1990) поясняет суть теоремы Леви-Хинчина: «Легко показать, что функция распределения суммы X1 + X2 + … + X n всегда безгранично делима, если X1, X2, … - произвольные независимые одинаково распределенные случайные величины, принимающие неотрицательные целочисленные значения, и N – случайная величина с пуассоновским распределением, не зависящая от всех Xi. В то же время из теоремы Леви-Хинчина следует, что всякое безгранично делимое распределение, сосредоточенное на неотрицательных целых числах, представимо именно таким образом» (Секей, 1990, с.194-195).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1948) индуктивно перенес на комплексные функции, то есть функции комплексного переменного, результаты венгерского математика Альфреда Хаара (1918), полученные им для функций действительного переменного при разработке теории наилучшего приближения функций многочленами (полиномами). Как известно, основы этой теории были заложены П.Л.Чебышевым. Конкретно, А.Н.Колмогоров переносил на комплексные функции теорему Хаара об условиях единственности многочлена наилучшего приближения функции действительного переменного. А.Н.Колмогоров в статье «Замечание по поводу многочленов П.Л.Чебышева, наименее уклоняющихся от заданной функции» (А.Н.Колмогоров, «Избранные труды», 1985) аргументирует: «В 1918 г. А.Хаару [1] удалось довести условия единственности многочлена наилучшего приближения до чрезвычайной общности. Результат Хаара не послужил, однако, в течение тридцати лет со времени его опубликования исходным пунктом каких-либо новых исследований конкретного аналитического характера. (…) Работа Хаара, как и вся классическая теория наилучших приближений, относится к действительным функциям. В этой заметке я показываю, что теорема Хаара легко переносится на комплексные функции. Это делает ее применимой, например, к вопросу наилучшего приближения непрерывной комплексной функции на любом замкнутом ограниченном множестве комплексной плоскости обыкновенными многочленами (см. [4])» (Колмогоров, 1985, с.296). Об этом же обобщении А.Н.Колмогорова повествуют С.М.Лозинский и И.П.Натансон в статье «Метрическая и конструктивная теория функций вещественной переменной» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959): «А.Н.Колмогоров [] перенес известную теорему Хаара об единственности многочлена наилучшего приближения на более общий случай, когда приближающие «многочлены» суть линейные комбинации данных n комплексозначных функций…» (Лозинский, Натансон, 1959, с.358). Аналогичное описание можно найти в кандидатской диссертации С.А.Азизова «Некоторые специальные задачи линейного и нелинейного наилучшего приближения» (Куляб, 1983), где автор указывает: «Известна классическая теорема А.Хаара [8, 25, 58], которая дает необходимые и достаточные условия единственности полинома наилучшего приближения в вещественном пространстве G (Q). Впервые А.Н.Колмогоров [25, 32] распространил этот результат на случай комплексной полиномиальной аппроксимации. Для наиболее общего класса пространств решение проблемы Хаара дал С.Б.Стечкин [57]» (С.А.Азизов, 1983). Отметим, что впервые статья А.Н.Колмогорова «Замечание по поводу многочленов П.Л.Чебышева, наименее уклоняющихся от заданной функции» была опубликована в журнале «Успехи математических наук» (1948, том 3, вып.1).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров индуктивно распространил метод Ньютона-Канторовича, являющийся разновидностью метода последовательных приближений (итерационной процедурой), в область доказательства существования решения уравнений при построении так называемой КАМ-теории в механике. Здесь индукция снова напоминает аналогию, но последняя, как мы знаем, - неотъемлемый компонент индуктивной логики. А.Н.Колмогоров применил метод Ньютона-Канторовича в работе «О сохранении условно периодических движений для малых возмущений функции Гамильтона» («Доклады АН СССР», 1954, том 98). Данная работа А.Н.Колмогорова положила начало теории устойчивости движения в классической механике при наличии малых (аналитических) возмущений гамильтониана интегрируемой системы. Б.Т.Поляк в статье «Метод Ньютона и его роль в оптимизации и вычислительной математике» («Труды ИСА РАН», 2006, том 28) пишет об эволюции метода Ньютона: «В 1948 г. Л.В.Канторович опубликовал важную работу [25], где было дано обобщение метода для уравнений в функциональных пространствах (метод Ньютона-Канторовича)» (Поляк, 2006, с.49-50). «Более того, - продолжает Б.Т.Поляк, - метод Ньютона-Канторовича как способ доказательства существования решения был вскоре использован Колмогоровым, Арнольдом и Мозером [1] при построении знаменитой КАМ-теории в механике» (там же, с.51). Здесь [25] – статья Л.В.Канторовича «О методе Ньютона для функциональных уравнений» («Доклады АН СССР», 1948, том 59, вып.7), [1] – работа В.И.Арнольда «Малые знаменатели и проблема устойчивости в классической и небесной механике» (УМН, 1963, том 18, вып.6).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1957) совместно с В.И.Арнольдом нашел решение 13-ой проблемы Гильберта, который считал, что вещественная алгебраическая функция z (a, b, c), заданная условием z (7) + az (3) + bz (2) + cz + 1 = 0, не представима суперпозициями непрерывных функций от двух переменных, индуктивно исходя из следующего факта. А.Н.Колмогоров обнаружил, что Гильберт не прав, и при n > 3 любая непрерывная функция от n переменных представима суперпозицией функций от 3 переменных. Отметим, что в выражении z (7) + az (3) + bz (2) + cz +1 = 0 числа, заключенные в скобках, обозначают степень, в которую возводится одночлен или двучлен. Д.В.Аносов, А.А.Болибрух, В.А.Васильев и другие в статье «Владимир Игоревич Арнольд» (журнал «Успехи математических наук», 1997, том 52, выпуск 5 (317)) пишут об Арнольде, одновременно раскрывая сущность индуктивной находки Колмогорова: «Мировую известность ему принесла его студенческая работа [37], [41], завершившая начатое А.Н.Колмогоровым решение 13-й проблемы Гильберта: верно ли, что вещественная алгебраическая функция z (a, b, c), заданная условием z (7) + az (3) + bz (2) + cz + 1 = 0, не представима суперпозициями непрерывных функций от двух переменных? Никто не сомневался, что ответ на этот вопрос положителен, пока А.Н.Колмогоров не обнаружил, что при $n > 3$ любая непрерывная функция от n переменных представима суперпозицией функций от 3 переменных. Владимир Игоревич показал, что границу 3 можно еще уменьшить, и функции от трех переменных сводятся к суперпозициям функций от двух, тем самым дав отрицательный ответ на вопрос Гильберта. Этот результат составил содержание кандидатской диссертации В.И.Арнольда» (Аносов, Болибрух, Васильев, 1997, с.235). Примечательно, что А.Н.Колмогоров разработал индуктивное (именно индуктивное!) доказательство теоремы, дающей отрицательное решение 13-й проблемы Гильберта. Другими словами, в этом доказательстве индуктивные рассуждения играли важную роль. Б.Гелбаум и Дж.Олмстед в книге «Контпримеры в анализе» (1967) пишут о теореме А.Н.Колмогорова, давшей отрицательное решение 13-й проблемы Гильберта (не будем строго судить авторов, которые ошибочно назвали 13-ю проблему Гильберта седьмой по счету): «Эта теорема принадлежит А.Н.Колмогорову [25]. Она разрешает знаменитую седьмую проблему Д.Гильберта и формулируется в этом случае следующим образом: каждую непрерывную функцию $f\ (x_1, x_2,\ldots x_n)$ n действительных переменных, $0 \leq x_1, x_2,\ldots,x_n \leq 1$ можно представить в виде суммы (внешняя сумма приведенной выше формулы) 2n+1 суперпозиций непрерывных функций одного переменного и суммы (внутренняя сумма указанной формулы) n непрерывных функций одного переменного. Доказательство этой теоремы в высшей степени остроумно, но доступно каждому читателю, который готов терпеливо проследить за довольно длинной цепью индуктивных рассуждений» (Гелбаум, Олмстед, 1967, с.48). Здесь [25] – статья А.Н.Колмогорова «О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозицией непрерывных функций меньшего числа переменных» («Доклады АН СССР», 1956, том 108). Конечно, кроме индукции в рассуждениях Колмогорова присутствовала и аналогия, так как он по аналогии воспользовался исследованиями Александра Семеновича Кронрода, который изучал функциональные деревья (деревья функций). А.Г.Витушкин в статье «Полвека как один день» (журнал «Успехи математических наук», 2002, том 57, выпуск 1 (343)) повествует: «Решающим результатом была работа Колмогорова о возможности представления непрерывной функции нескольких переменных суперпозицией функций от трех переменных (1956 г.). Колмогоров рассказывал, что идея конструкции появилась у него, когда он, по привычке просматривать иногда старые журналы, обратил внимание на статью Кронрода, в которой среди прочего рассматривались функциональные деревья. Дерево функции – это пространство компонент ее уровней. Дерево одномерно и ациклично и потому гомеоморфно укладывается на плоскость. Значения функции естественным образом переносятся на ее дерево, и тем самым функция от многих переменных оказывается в определенном смысле функцией только от двух переменных. При построении суперпозиций потребовалось введение еще одной переменной, тем самым образовались суперпозиции функций от трех переменных» (Витушкин, 2002, с.197).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1958) индуктивно перенес в теорию динамических систем понятие энтропии, заимствованное из теории информации К.Шеннона. Н.Е.Тимофеева в автореферате диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Построение оценок энтропии стационарных случайных процессов» (Ярославль, 2010) указывает: «Математическое понятие энтропии впервые ввел К.Шеннон в 1948 г. Он использовал его для измерения количества информации, показал, что энтропия определяет границу степени сжатия текста. В 50-е гг. А.Н.Колмогоров перенес понятие энтропии на динамические системы и доказал, что энтропия есть инвариант динамической системы: изоморфные динамические системы имеют одинаковую энтропию ([11]). Он применил понятие энтропии для решения задачи об изоморфности сдвигов Бернулли» (Тимофеева, 2010, с.3). Н.Н.Боголюбов, Б.В.Гнеденко и С.Л.Соболев в статье «Андрей Николаевич Колмогоров (к восьмидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1983, том 38, вып.4 (232)) пишут о его творчестве: «Успех был обеспечен введением совершенно нового метрического инварианта, навеянного теорией информации – энтропии динамической системы. Эта заметка (заметка, в которой А.Н.Колмогоров впервые распространил на динамические системы энтропийный подход – Н.Н.Б.) открыла длинный ряд исследований у нас и за рубежом, завершившийся в последние годы теоремами Орнстейна, утверждающими, что для достаточно быстро перемешивающих динамических систем инвариант Колмогорова полностью определяет систему с точностью до метрического изоморфизма (так что, например, автоморфизмы Бернулли с равными энтропиями метрически изоморфны)» (Боголюбов и др., 1983, с.17). Конечно, здесь индукция А.Н.Колмогорова весьма похожа на аналогию, но в данной ситуации можно воспользоваться мыслью, высказанной А.И.Уемовым, который в книге «Аналогия в практике научного исследования» (1970) пишет: «В некоторых случаях разграничительная линия между аналогией и индукцией является довольно смутной» (Уемов, 1970, с.251).

Индукция Андрея Николаевича Колмогорова. А.Н.Колмогоров (1960-е годы) пришел к идее алгоритмической сложности, согласно которой сложность конструктивных объектов (различных физических систем) определяется количеством шагов алгоритма, необходимых для полного описания объекта, индуктивно исходя из результатов исследования сложности литературных текстов. Он пытался выяснить, какая доля сложности приходится на содержание текста. В.Успенский в очерке «Предварение для читателей «Нового литературного обозрения» к семиотическим посланиям Андрея Николаевича Колмогорова» (журнал «Новое литературное обозрение», 1997, № 24) пишет: «В начале шестидесятых Колмогоров приступил к созданию последнего из своих математических шедевров – к созданию колмогоровской теории сложности, называемой сейчас теорией колмогоровской сложности. Эта теория позволяет оценивать уровень сложности тех или иных объектов, прежде всего, текстов (т.е. конечных цепочек букв). Колмогорова интересовал, в частности, вопрос о сложности литературных текстов, в том числе о том, какая доля сложности приходится на содержание текста, а какая – на те или иные литературные приемы; литературные же приемы – такие как рифма, метр и т.п. – легче всего формализуются и вычленяются в поэзии» (В.Успенский, 1997). «Колмогоров был первым, - поясняет В.Успенский, - кто предложил мерить сложность вещи числом и указал способ такого измерения: сложность вещи есть длины наиболее короткого ее описания. Как и все гениальные формулировки, эта формулировка кажется очевидной – но лишь после, а никак не до ее провозглашения. (…) Создание теории сложности объектов было последним крупным математическим достижением Колмогорова» (В.Успенский, 1997). А.Н.Колмогоров ценил принцип математической индукции, о котором говорит в книге «Математика – наука и профессия» (Москва, «Наука», 1988): «Понимание и умение правильно применять принцип математической индукции является хорошим критерием логической зрелости, которая совершенно необходима математику» (Колмогоров, 1988, с.31).

Индукция Павла Сергеевича Александрова. Один из создателей отечественной топологической школы, учитель Л.С.Понтрягина, П.С.Александров пришел к идее о том, что все В-множества любого класса являются А-множествами, индуктивно основываясь на результатах анализа многочисленных схем образования множеств все более высоких классов. Эти схемы П.С.Александров рисовал на огромных листах бумаги, которые чем-то напоминали паруса лодки. А.Н.Колмогоров в статье «Воспоминания о П.С.Александрове» (УМН, 1986, том 41, вып.6) говорит: «Мне запомнились вытащенные откуда-то Павлом Сергеевичем огромные листы бумаги со схемами образования множеств все более высоких классов, созерцание которых, в конце концов, привело Павла Сергеевича к тому результату, что все В-множества любого класса являются А-множествами. Эти листы раскладывались по полу и Павел Сергеевич вместе со мной ползал по ним, желая сделать наглядным получение В-множеств высоких (хотя бы и трансфинитных) порядков в результате однократного применения А-операции» (А.Н.Колмогоров, 1986). Это напоминает, как А.Н.Колмогоров

(1942) открыл энергетический (частотный) спектр гидродинамической турбулентности, получивший название «колмогоровского спектра». Еще раз процитируем Я.Г.Синая, который в статье «Воспоминания об А.Н.Колмогорове», представленной в книге «Колмогоров в воспоминаниях учеников» (2006) пишет о Колмогорове: «Он сказал, что свои законы подобия он вывел, полгода анализируя результаты экспериментов. Тогда его квартира была завалена рулонами бумаги, и он буквально ползал по полу, исследуя их» (Синай, 2006, с.207).

Индукция Павла Сергеевича Александрова. П.С.Александров индуктивно перенес на случай неметризуемых бикомпактов понятие канторова многообразия. П.С.Александров и В.Г.Болтянский в статье «Топология» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) пишут: «О бикомпактах (без предположения метризуемости) идет речь лишь в работе П.С.Александрова [104] (где на случай неметризуемых бикомпактов переносится понятие канторова многообразия и доказывается, что всякий n-мерный бикомпакт содержит n-мерное канторово многообразие)…» (Александров, Болтянский, 1959, с.245).

Индукция Павла Сергеевича Александрова. П.С.Александров (1947) обобщил закон двойственности Александера (1922) на любое замкнутое множество. Он сделал это после того, как Л.С.Понтрягин (1927) обобщил тот же закон двойственности на любое многообразие. А.Д.Александров в статье «Геометрия и топология в Советском союзе» (УМН, 1947, том 2, вып.4 (20)) указывает: «Закон двойственности Александера был доказан им в 1922 г. В 1927 г. Понтрягин получил более общий закон, относящийся уже не только к сфере, а к любому многообразию. Тот же результат независимо, но несколько позже был получен ван-Кампеном (Van Kampen, США). Одновременно П.С.Александров, используя свой общий метод приближения замкнутых множеств комплексами, обобщил закон Александера на случай, когда вместо многогранника P рассматривается любое замкнутое множество» (Александров, 1947, с.42). Аналогичную трактовку можно найти в статье Ю.М.Смирнова «Об основных результатах П.С.Александрова» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 1998, том 4, № 1), в которой автор говорит: «Впоследствии в 1947 году Павел Сергеевич обобщил закон двойственности Понтрягина на произвольные (а не только замкнутые) множества евклидовых пространств [94]. Дальнейшие сильные обобщения законов двойственности были получены другим учеником Павла Сергеевича – К.А.Ситниковым» (Смирнов, 1998, с.4).

Индукция Павла Сергеевича Александрова. П.С.Александров обобщил на случай любых нормальных пространств знаменитую теорему Хайнца Хопфа о классификации отображений любого компакта на сферу. П.С.Александров в предисловии к книге В.Гуревича и Г.Волмэна «Теория размерности» (1948) пишет о содержании главы VIII данной книги: «В частности, в этой главе можно познакомиться с превосходным доказательством знаменитой теоремы Хопфа о классификации отображений любого компакта на сферу. Все эти результаты, впрочем, легко обобщаются на случай любых нормальных пространств, с чем читатель может познакомиться по уже упоминавшейся моей статье, посвященной гомологической теории размерности, которая появится в одном из ближайших выпусков «Успехов математических наук» (Александров, 1948, с.17).

Индукция Павла Сергеевича Александрова. П.С.Александров применяет индукцию в качестве средства доказательства теорем во многих своих работах. Так, в статье «О понятии пространства в топологии» (УМН, 1947, том 2, вып.1 (17)) он использует индукцию при доказательстве леммы 2 – с.48, леммы 3 – с.48, теоремы 1 – с.49. Согласно лемме 2, всякое проекционное множество X можно дополнить до полного проекционного множества. Теорема 1 постулирует, что каждое проекционное множество объемлет некоторое минимальное проекционное множество. П.С.Александров завершает доказательство этой теоремы словами: «Таким образом, индукция идет дальше до тех пор, пока не получим минимального проекционного множества, объемлемого всеми предыдущими, значит, в частности, и проекционным множеством X» (Александров, 1947, с.49). В статье «О бикомпактных расширениях топологических пространств» (Математический сборник, 1939, том 5 (47), № 2) П.С.Александров пишет: «Трансфинитной индукцией легко доказывается лемма II. Всякая центрированная система замкнутых (открытых) множеств пространства R содержится, по крайней мере, в одной максимальной центрированной системе замкнутых (открытых) множеств пространства R» (Александров, 1939, с.407). В статье «О размерности замкнутых множеств» (УМН, 1949, том 4, вып.6 (34)) П.С.Александров при помощи индукции доказывает лемму 1 – с.54, лемму 2 – с.54, теорему 5 – с.66, теорему 3 – с.77. О теореме 3 автор пишет: «Переходя к доказательству теоремы 3, займемся, прежде всего, тем ее частным случаем, когда $K^n = [T^n]$, К0 = T^n. Доказательство поведем индукцией по n…» (Александров, 1949, с.77). П.С.Александров и П.С.Урысон в статье «О компактных топологических пространствах» (Труды МИАН СССР, 1950, том 31), в которой изложены результаты, полученные в 1922 году, индукцией доказывают теорему 6 – с.44. Согласно данной теореме, бикомпакт, удовлетворяющий условию (H), имеет мощность, не превосходящую мощности континуума. В статье «Элементарное доказательство существенности тождественного отображения симплекса» (УМН, 1957, том 12, вып.5 (77)) П.Александров и Б.Пасынков доказывают теорему о том, что тождественное отображение замкнутого симплекса на себя существенно, с помощью леммы 1 (леммы Шпернера), а лемму Шпернера доказывают посредством индукции. Авторы пишут об этой лемме: «Доказательство будем вести индукцией по числу измерений n симплекса T^n. При n=0 предложение очевидно» (Александров, Пасынков, 1957, с.176).

Индукция Павла Сергеевича Александрова. П.С.Александров нашел доказательство теоремы о том, что множества четвертого класса Бореля имеют мощность континуума, индуктивно основываясь на результатах перебора различных вариантов (способов) доказательства, один из которых оказался успешным. Здесь мы видим, что П.С.Александров разработал метод доказательства указанной теоремы методом проб и ошибок, что говорит о важной роли этого метода в поиске необходимых доказательных аргументов. В книге «Дело академика Николая Николаевича Лузина» (редакторы – С.С.Демидов и Б.В.Левшин, СПб., РХГИ, 1999) приводятся слова Н.Н.Лузина, обращенные к П.С.Александрову: «Вы знаете, что когда я жил на даче, вы являлись ко мне с ворохом листков, с бесконечным множеством попыток ошибочных. Я исправлял и т.д., и потом все это возвращал вам. И только потом это было сформулировано против моего ожидания в действительно точное доказательство того, что множества четвертого класса Бореля действительно имеют мощность континуума. Это ваша заслуга. И я вас попросил, потому что вы были воодушевлены вообще, потому что вас талант к этому двигал, чтобы вы сделали общее доказательство для борелевских множеств» (Лузин, 1999, с.160). «Наконец, - продолжает Н.Н.Лузин, - после бесед, которые продолжались в течение нескольких месяцев, Вами было сформулировано доказательство – нота трансфинитного характера. Ваши таблицы, которые Вы предоставляли по поводу множеств четвертого и пятого [классов], Вы их сравнивали с парусами, которые могут покрыть всю лодку» (там же, с.161).

Индукция Иосифа Мееровича Либермана. Можно привести еще один пример математического доказательства, найденного методом проб и ошибок. Российский математик, ученик академика А.Д.Александрова (однофамильца П.С.Александрова), И.М.Либерман (1941) разработал доказательство одной из теорем А.Д.Александрова, также индуктивно базируясь на результатах перебора различных схем доказательства этой теоремы. Об этом пишет сам А.Д.Александров в статье «Тупость и гений» (журнал «Квант», 1982, № 11-12): «Помню, предложил я Иосифу Либерману одну теорему доказать, была у меня хорошая гипотеза. Тогда он был студентом – талантливый был парень! – и стал бы крупным геометром, если бы не война: он погиб в августе 1941 г., а в июле в форме морского офицера защитил диссертацию – уже на втором году аспирантуры – такой был талант. Так вот, предложил я ему доказать теорему. Встречаемся через некоторое время, он говорит: доказал, и рассказывает. А я его зацепил: в этом месте почему вы так утверждаете? Ошибка – ушел Иосиф. Опять встречаемся – исправил он ошибку, но дальше опять ошибки. Так я его почти целый год гонял. Но потом он еще подучил топологию и доказал не только мою теорему, но и более сильную, которую уже сам сформулировал. Таких историй долгих поисков можно рассказать множество» (А.Д.Александров, 1982). Отметим, что И.М.Либерман доказал указанную теорему А.Д.Александрова в статье «О некоторых характеристических свойствах выпуклых тел» («Математический сборник», 1943, том 13 (55), № 2-3).

Индукция Гергия Северьяновича Чогошвили. Советский математик Г.С.Чогошвили (1946) обобщил закон двойственности Александера-Понтрягина на случай множеств, которые не обязательно являются открытыми множествами, но представляют собой любой «ретракт». А.Д.Александров в статье «Геометрия и топология в Советском союзе» (УМН, 1947, том 2, вып.4 (20)) пишет о теоремах двойственности, формулировавшихся до Чогошвили: «Во всех приведенных теоремах устанавливается связь между группами Бетти замкнутого множества P и его дополнения, т.е. открытого множества R-P. Первый шаг в обобщении законов двойственности на случай других множеств P сделан был в самое недавнее время Г.С.Чогошвили. Он обобщает закон Александера-Понтрягина на тот случай, когда P не есть обязательно открытое множество, но любой «ретракт», т.е. множество, допускающее такую окрестность, которая может быть в него непрерывно деформирована» (Александров, 1947, с.44).

Индукция Рихарда Куранта. Выдающийся немецкий математик Рихард Курант (1929) перенес на более общую ситуацию теорему Коши о независимости интеграла от выбора пути интегрирования. Р.Курант в книге «Геометрическая теория функций комплексной переменной» (ОНТИ, 1934) пишет о теореме Коши, которую он обобщил: «Обыкновенно теорему Коши формулируют так: интеграл $\int f(z)dz$ от регулярной аналитической функции f(z), взятый по какой-нибудь замкнутой кусочно-гладкой кривой C, целиком расположенной в односвязной области G, в которой функция f(z) регулярна, равен нулю» (Курант, 1934, с.41). «Для справедливости теоремы Коши, - продолжает Р.Курант, - существенную роль играет предположение об односвязности рассматриваемой области G. Если функция f(z) регулярна внутри u на контуре некоторой n-связной области G, ограниченной n простыми замкнутыми кривыми, то имеет место следующее обобщение теоремы Коши: если f(z) регулярная аналитическая функция внутри и на контуре некоторой n-связной области G, ограниченной простыми кривыми, то интеграл $\int f(z)dz$, взятый в положительном направлении по всему контуру области G, будет равен нулю» (там же, с.48). Примечательно, что Р.Курант, рассматривая многолистные поверхности Римана, нашел еще одно обобщение теоремы Коши, о чем он говорит: «Но теорема Коши остается справедливой также и для всякой конечной, лежащей на поверхности Римана области, состоящей из конечного числа листов и ограниченной кусочно-гладкими кривыми, если только функция регулярна и однозначна во всей этой области, включая и ее границы» (там же, с.176).

Индукция Рихарда Куранта. Рихард Курант (1929) обобщил знаменитую теорему Б.Римана о конформном отображении. Р.Курант в книге «Геометрическая теория функций комплексной переменной» (ОНТИ, 1934) аргументирует: «…Имеет место следующая теорема, которая называется «теоремой Римана о конформном отображении» и принадлежит к важнейшим теоремам теории функций: всякую односвязную область G, которая отлична от всей плоскости z и от плоскости z с одной выключенной точкой, можно взаимно однозначным образом и конформно отобразить при помощи некоторой аналитической функции на внутренность единичного круга (центр которого лежит в начале координат, а радиус равен единице) и притом так, чтобы некоторой определенной точке в области G и некоторому определенному направлению в этой точке соответствовали начало координат и направление вещественной положительной оси. (…) Таким образом, теорема Римана дает геометрический принцип для построения аналитических функций, осуществление которого мы рассмотрим в следующей главе. Только в главе VIII мы обобщим, уже на другой основе, эту теорему возможно широким образом» (Курант, 1934, с.185). «Докажем, - рассуждает Р.Курант, - что при конечном n возможно взаимно однозначно и конформно отобразить любую незамкнутую n-кратно связную подобную однолистной область на полную плоскость за исключением n круговых дыр («круговая область»). (…) (…) Излагаемая теорема представляет обобщение теоремы Римана о конформном отображении, притом в формулировке, которую мы ей дали в главе VI в конце § 2» (там же, с.347). Отметим, что глава VIII книги Р.Куранта «Геометрическая теория функций комплексной переменной» называется «Обобщение теоремы Римана о конформном отображении».

Индукция Рихарда Куранта. Р.Курант в книге «Принцип Дирихле, конформные отображения и минимальные поверхности» (Москва, ИЛ, 1953) при помощи индукции доказывает теорему об условиях, при которых существует решение задачи Дугласа. Р.Курант в указанной книге формулирует эту теорему: «Теорема 4.1. Для существования решения задачи Дугласа достаточно, чтобы точная нижняя грань d интегралов Дирихле для невырожденных допустимых поверхностей X была строго меньше точной нижней грани d* интегралов Дирихле для поверхностей низшего типа, натянутых на контур γ» (Курант, 1953, с.135). Далее Р.Курант пишет о своем доказательстве теоремы, дающей решение задачи Дугласа: «Доказательство теоремы 4.1 мы разобьем на два шага. Сначала мы покажем, что система кривых γ, для которой задача IV не имеет решения, является границей поверхностей Xn, составляющих последовательность, стремящуюся к вырождению. (…) Второй шаг будет состоять в доказательстве того, что из существования стремящейся к вырождению минимизирующей последовательности вытекает соотношение d=d′+d″, противоречащее условию Дугласа d<d′ +d″. Доказательство будет проведено по индукции с применением леммы 4.2 и теоремы о полунепрерывности, которая обобщает на K-связные области теорему 3.1. Последнюю мы будем доказывать одновременно с теоремой 4.1, снова пользуясь индукцией» (Курант, 1953, с.147). Поясним, что в задаче Дугласа требуется построить минимальную поверхность с заданной эйлеровой характеристикой и заданным характером ориентируемости. Джесси Дуглас, именем которого названа эта задача, - лауреат премии Филдса за 1936 год, получивший данную премию за решение задачи Плато. Эта задача может быть сформулирована следующим образом: пусть кривая вращается вокруг оси, заметая некоторую поверхность вращения. Вопрос: что представляет собой поверхность вращения, имеющая наименьшую возможную площадь (задача сводится к выбору функции, для которой интеграл, выражающий площадь поверхности вращения, минимален).

Индукция Рихарда Куранта. В той же книге «Принцип Дирихле, конформные отображения и минимальные поверхности» (Москва, ИЛ, 1953) Р.Курант при помощи индукции доказывает важную теорему 3.1, которую он формулирует следующим образом: «Теорема 3.1. Если dn является точной нижней гранью интеграла D[x] при условии, что вектор x отображает окружность β на кривую γn, то d≤Lim inf dn. Иными словами, минимум d в рассматриваемой задаче является полунепрерывной снизу функцией кривой γ, если сходимость понимать в смысле Фреше» (Курант, 1953, с.101). Доказывая теорему 4.1, о которой уже упоминалось, Р.Курант одновременно доказывает теорему 3.1, причем делает это посредством индукции, что видно из следующей аргументации Р.Куранта: «Второй шаг будет состоять в доказательстве того, что из существования стремящейся к вырождению минимизирующей последовательности вытекает соотношение d=d′+d″, противоречащее условию Дугласа d<d′ +d″. Доказательство будет проведено по индукции с применением леммы 4.2 и теоремы о полунепрерывности, которая обобщает на K-связные области теорему

3.1. Последнюю мы будем доказывать одновременно с теоремой 4.1, снова пользуясь индукцией» (там же, с.147).

Индукция Р.Куранта, К.Фридрихса и Г.Леви. Р.Курант, К.Фридрихс и Г.Леви (1928) решили различные задачи для простейших уравнений эллиптического и гиперболического типов, используя метод конечных разностей, который уходит своими корнями в теорию алгебраических уравнений и, безусловно, имеет индуктивное происхождение. Отметим, что анализ бесконечно малых создавался Лейбницем и другими математиками по аналогии с исчислением конечных разностей. К.Л.Рыбников в книге «История математики» (1974) пишет: «Математики 17 и 18 вв. много внимания уделяли развитию исчисления конечных разностей. В работах П.Ферма и И.Барроу, Г.Лейбница, Дж.Валлиса, И.Ньютона и др. сформировалась эта область математики. Изобретатели анализа бесконечно малых ввели многочисленные аналогии между конечными разностями и дифференциалами, используя их для дальнейшего развития дифференциального исчисления» (Рыбников, 1974, с.222). «Подобное использование аналогий и параллельное развитие дифференциального исчисления и исчисления конечных разностей, - поясняет К.Л.Рыбников, - было характерно для анализа 18 в. Особенное распространение эта черта получила к середине века, что ярко продемонстрировал, например, Эйлер в своем «Дифференциальном исчислении» (1755)» (там же, с.223). Об этом же пишет Ф.Аткинсон в книге «Дискретные и непрерывные граничные задачи» (Москва, «Мир», 1968): «При разработке теории разностных и дифференциальных уравнений в отдельности между результатами обнаруживается много аналогий. Возникающие аналогии представляют для нас главный интерес в той мере, в какой они применимы к граничным задачам. Следует подчеркнуть, что эти аналогии являются результатом специализации единой ситуации в двух различных направлениях» (Аткинсон, 1968, с.13). Эта точка зрения подтверждается И.С.Кацем и М.Г.Крейном, которые в предисловии к указанной книге Ф.Аткинсона говорят: «Дискретная граничная задача появляется, когда к линейному рекуррентному соотношению (конечно-разностному уравнению) присоединяется некоторое граничное условие, а континуальная – когда граничное условие задается для линейного дифференциального уравнения. Возникающие между этими задачами аналогии были обнаружены еще во времена Эйлера и Лагранжа» (Кац, Крейн, 1968, с.5).

Индукция Витольда Гуревича. Известный польский математик В.Гуревич в книге «Теория размерности» (1948), написанной совместно с Г.Волмэном, доказывает многие теоремы при помощи индукции. Приведем ряд примеров. В.Гуревич пишет: «Для любых двух подпространств А, В пространства Х

$$\mathrm{Dim}\ (A\ U\ B) \leq 1+\mathrm{dim}A+\mathrm{dim}B.$$

Доказательство (двойной индукцией по размерностям подпространств А и В)» (Гуревич, Волмэн, 1948, с.51). Похожий пример. В.Гуревич в той же книге аргументирует: «Пусть Х – пространство, М – его подмножество размерности ≤ 0, а U1, U2…, Ur – открытые множества, покрывающие М. Тогда существуют открытые множества V1, V2, …, Vr, покрывающие М, такие, что $Vi \subseteq Ui$, i=1, 2, …r; $Vi \cap Vj = 0$, $i \neq j$. Доказательство. Доказательство проведем индукцией по числу множеств Ui» (там же, с.81). Приведем еще одну теорему, которую В.Гуревич совместно с Г.Волмэном доказывает индуктивно. В.Гуревич пишет: «Теорема VI. Пусть f – непрерывное замкнутое отображение пространства Х в пространстве Y, и dimX\dimY = R, R>0. Тогда существует точка пространства Y, полный прообраз которой имеет размерность $\geq R$. Доказательство. Для удобства доказательства представим утверждение теоремы в следующей форме: если для каждого $y \in Y$

$$\mathrm{dim}f^{-1}\ (y) \leq m, \text{ то}$$

$$\mathrm{dim}X \leq m+\mathrm{dim}Y.$$

Очевидно, можно предположить, что Y конечномерно. Мы докажем теорему индукцией по размерности пространства Y, сохраняя m фиксированным» (там же, с.127).

Индукция Дмитрия Константиновича Фаддеева. Д.К.Фаддеев (1930-е годы) перенес на более общую ситуацию теорему Эйзенштейна (ученика Гаусса) о целочисленных квадратичных двойничных формах, которые являются ковариантами целочисленных кубических двойничных форм. Необходимость обобщения и способ обобщения данной теоремы ему подсказал Б.Н.Делоне. В статье «Таблица чисто вещественных областей 4-го порядка» (Известия АН СССР, серия математическая, 1935, вып.10) Б.Н.Делоне совместно с И.Соминским и К.Биллевичем повествует: «Несколько лет тому назад на одном семинаре в Ленинградском университете я поставил задачу обобщить теорему Эйзенштейна о целочисленных квадратичных двойничных формах, которые являются ковариантами целочисленных кубических двойничных форм. Для этого я предложил геометризировать саму теорему Эйзенштейна, воспользовавшись теорией побочных решеток Клейна. Последнее сделал в своей прекрасной работе О.К.Житомирский, соединив теорию Клейна с моей теорией 1926 г., геометризирующей и связывающей классы кубических двойничных форм с кубическими кольцами. Затем, на основании предложенной мною схемы, теорема Эйзенштейна была обобщена Д.К.Фаддеевым на области 4-го порядка. Сейчас Д.К.Фаддеев разрабатывает новую замечательную идею гиперкомплексных резольвент, которая позволяет ему обобщать теорему Эйзенштейна на области с более общими группами» (Делоне и др., 1935, с.1267). Об этом же Б.Н.Делоне говорит в монографии «Теория иррациональностей третьей степени» («Труды Математического института им.В.А.Стеклова», 1940, том 11), написанной совместно с Д.К.Фаддеевым: «Эйзенштейн в 1841 г. [21] дал любопытную классификацию кубических двойничных форм по их квадратичным ковариантам, которая была затем усовершенствована в работах Арндта [1-4]. На моих семинарах в Ленинградском университете я не раз указывал, что эта теория Эйзенштейна может быть, во-первых, рассматриваема как классификация кубических колец по квадратичным областям, во-вторых, геометризирована и, в-третьих, обобщена на области высших порядков» (Делоне, Фаддеев, 1940, с.5). «Подробно, - продолжает Б.Н.Делоне, - обобщение на области 4-й степени проделал Д.К.Фаддеев [59]. В настоящее время я и Фаддеев [62] строим эту теорию для полей любой степени» (там же, с.5).

Индукция Ивана Георгиевича Петровского. Российский математик И.Г.Петровский (1945) индуктивно распространил на гиперболические операторы результат, установленный Э.И.Фредгольмом (1900) для эллиптических операторов. Создатель теории линейных интегральных уравнений Эрик Ивар Фредгольм установил, что фундаментальные решения однородных эллиптических операторов можно выразить в терминах «алгебраических» интегралов. М.Атья, Р.Ботт и Л.Гординг в статье «Лакуны для гиперболических дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами» (УМН, 1971, том 26, вып.2 (158)) указывают: «То, что фундаментальные решения однородных эллиптических операторов можно выразить в терминах «алгебраических» интегралов, было обнаружено Фредгольмом (1900), результаты которого были распространены на гиперболические операторы Герглоцем [16] и И.Г.Петровским [23]» (Атья, Ботт, Гординг, 1971, с.87).

Индукция Ивана Георгиевича Петровского. И.Г.Петровский (1940) при решении задачи Дирихле для оператора Лапласа с любым числом независимых переменных применил тот же метод конечных разностей, который определил успех исследований Р.Куранта, К.Фридрихса и Г.Леви (1928). Мы не можем сомневаться в индуктивном происхождении метода конечных разностей, поскольку он входит составной частью в теорию алгебраических уравнений, а эта теория была эмпирически создана математиками средневекового Востока. И.Г.Петровский обобщил исследования Р.Куранта, К.Фридрихса и Г.Леви (1928), о чем пишет О.А.Ладыженская в статье «Метод конечных разностей в теории уравнений с частными производными» (УМН, 1957, том 12, вып.5 (77)): «В 1928 г. вышла из печати совместная работа Р.Куранта, К.Фридрихса и Г.Леви [5], в котором методом конечных разностей были решены различные задачи для простейших уравнений эллиптического и гиперболического типов. Именно, для оператора Лапласа рассмотрены задачи Дирихле и задача о собственных функциях x. Доказательство сходимости решений разностных уравнений принципиально отличается от данного в работе Л.А.Люстерника. Оно базируется на некоторых «суммарных» алгебраических тождествах, установленных авторами…» (Ладыженская, 1957, с.125). «Обобщения на многомерные эллиптические уравнения, - продолжает О.А.Ладыженская, - начались с работы [7] И.Г.Петровского (1940 г.), в которой решается методом конечных разностей задача Дирихле для оператора Лапласа с любым числом независимых переменных» (там же, с.126).

Индукция Ивана Георгиевича Петровского. И.Г.Петровский индуктивно перенес на уравнения в комплексной области понятие функции последования Пуанкаре, которое ранее применялось в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Ю.С.Ильяшенко в комментариях к «Избранным трудам» И.Г.Петровского (Москва, «Наука», 1987) пишет: «Одно из основных понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений – это функция последования Пуанкаре. И.Г.Петровский перенес это понятие на уравнения в комплексной области и ввел «комплексную функцию последования». Это позволяет для каждого решения определить «группу монодромии», изучая которую можно многое узнать о расположении решений, близких к данному. Родственное понятие определяется в общей теории слоений под названием «группы голономии» (Ильяшенко, 1987, с.404). Объяснение сущности функции последования Пуанкаре можно найти в докторской диссертации Н.В.Пескова «Нелинейная динамика молекулярных процессов в гетерогенных системах» (Москва, 2003), в которой указывается: «Важную роль в исследовании периодических и апериодических осциллирующих решений играет функция последования Пуанкаре. Для построения функции последования используется поверхность в фазовом пространстве, трансверсальная к фазовым траекториям. В качестве такой поверхности часто используется секущая (гипер) плоскость» (Н.В.Песков, 2003).

Индукция Ольги Александровны Ладыженской. Ученица И.Г.Петровского О.А.Ладыженская использовала метод конечных разностей при доказательстве ряда теорем существования в теории гиперболических и параболических уравнений. В частности, доказала основную теорему И.Г.Петровского о решении задачи Коши для общих нелинейных гиперболических систем. Мы называем доказательство Ладыженской индуктивным, поскольку метод конечных разностей есть вычислительный эмпирический метод, применявшийся во времена Эйлера для открытия математических истин, а не для их доказательсва. Давая общую характеристику метода конечных разностей (метода сеток), О.А.Ладыженская в статье «Метод конечных разностей в теории уравнений с частными производными» (УМН, 1957, том 12, вып.5 (77)) пишет: «Метод конечных разностей является не только одним из наиболее употребительных в настоящее время методов вычисления приближенных решений тех или иных задач для уравнений в частных производных, но и весьма общим и сравнительно простым методом доказательства теорем существования и исследования дифференциальных свойств решений этих задач» (Ладыженская, 1957, с.123). М.И.Вишик, А.Д.Мышкис и О.А.Олейник в статье «Дифференциальные уравнения с частными производными» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) поясняют суть метода конечных разностей: «Основная идея метода сеток (метода конечных разностей) состоит в замене производных, входящих в уравнение, на отношения конечных приращений, после чего заданное дифференциальное уравнение переходит в систему алгебраических (в линейном случае) уравнений; решение этой последней системы должно аппроксимировать решение исходного дифференциального уравнения. Этот метод широко применяется как для доказательства теорем существования, так и для численного решения дифференциальных уравнений…» (Вишик, Мышкис, Олейник, 1959, с.594). «При доказательстве теорем существования методом сеток, - поясняют те же авторы, - основным моментом является выбор конечноразностной схемы (т.е. способа замены производных на отношения приращений), которая обеспечивала бы компактность семейства решений конечноразностных уравнений (при изменений h) в некоторой норме; эта компактность и дает возможность переходить к пределу при h → 0» (там же, с.595).

Индукция Ольги Александровны Ладыженской. О.А.Ладыженская индуктивно перенесла на параболические уравнения теоремы единственности А.Н.Тихонова, доказанные им в 1935-1937 годах для уравнения теплопроводности. А.Н.Тихонов установил, что задача Коши для уравнения теплопроводности имеет единственное решение в классе функций, удовлетворяющих определенным условиям. Отметим, что задачу переноса результатов А.Н.Тихонова с уравнения теплопроводности на параболические уравнения перед О.А.Ладыженской в свое время поставил ее учитель И.Г.Петровский. Н.Г.Косарев в статье «Золотарев Григорий Наумович. К 75-летию со дня рождения» («Вестник Ивановского государственного университета», 2005, вып.3) указывает: «В 1946 году академиком И.Г.Петровским была поставлена проблема: перенести теоремы Тихонова и Тэклинда на параболические (позже их назвали параболическими в смысле Петровского) уравнения и системы таких уравнений. Первый результат в этом направлении был получен О.А.Ладыженской, распространившей теорему единственности Тихонова на параболические по Петровскому уравнения с постоянными коэффициентами» (Косарев, 2005, с.110). Об этом же пишет Г.Е.Шилов в статье «Об условиях корректности задачи Коши для систем дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами» (УМН, 1955, том 10, вып.4 (66)). При этом Г.Е.Шилов говорит о теореме А.Н.Тихонова, которая описывает условия, обеспечивающие корректность задачи Коши для уравнения теплопроводности: «Обобщение этого результата на случай любого параболического уравнения было опубликовано в 1950 г. О.А.Ладыженской [2] и на случай параболической системы в 1953 г. С.Д.Эйдельманом [3]» (Шилов, 1955, с.90). Здесь [3] – работа С.Д.Эйдельмана «Оценка решений параболических систем и некоторые их приложения» («Математический сборник», 1953, том 33 (75), № 2). Сама О.А.Ладыженская в статье «О единственности решения задачи Коши для линейного параболического уравнения» («Математический сборник», 1950, том 27 (69), № 2) указывает: «…И.Г.Петровским [2] доказана корректность постановки задачи Коши в классе ограниченных функций для общих линейных параболических систем, коэффициенты которых зависят от времени t. В связи с этим И.Г.Петровским была поставлена задача распространить результаты А.Н.Тихонова на такого рода системы. Мне удалось это сделать для случая одного уравнения» (Ладыженская, 1950, с.175).

Индукция О.А.Ладыженской и Н.Н.Уральцевой. О.А.Ладыженская и Н.Н.Уральцева (1960-е годы) распространили на случай уравнений со многиими независимыми переменными метод априорных оценок С.Н.Бернштейна и метод получения поточечных оценок функций с помощью интегральных неравенств, разработанный Е.Де Джорджи (лауреатом премии Вольфа за 1990 год). Н.Н.Уральцева в статье «Кафедре математической физики СПбГУ – 50 лет» («Вестник Санкт-Петербургского университета», серия 1, вып.3, 2006) пишет: «В начале шестидесятых годов ими (Ладыженской и Уральцевой – Н.Н.Б.) было проведено исчерпывающее исследование многомерных регулярных вариационных задач и уравнений дивергентной структуры. Полученные результаты фактически завершали решение 19-й и 20-й проблем Гильберта, связанных с разрешимостью многомерных вариационных задач и гладкостью решений эллиптических уравнений. В основе этих исследований было распространение на случай многих независимых переменных априорных оценок С.Н.Бернштейна, а также развитие идей Е. Де Джорджи получения поточечных оценок функций с помощью интегральных неравенств, содержащих множества уровне этих функций. В 1962 году Н.Н.Уральцева применила эту технику к недивергентным квазилинейным эллиптическим уравнениям и получила C^{1+2} - оценку решения через максимум модуля его градиента – факт, известный ранее только для специального класса уравнений с двумя независимыми переменными» (Уральцева, 2006, с.5). О.А.Ладыженская и Н.Н.Уральцева в книге «Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа» (1973) не оставляют сомнений в том, что при доказательстве теорем об ограниченных функциях они по аналогии воспользовались методом поточечных оценок функций с помощью интегральных неравенств, разработанных Эннио Де Джорджи. Говоря о теоремах, определяющих условия, когда ограниченные функции, т.е. решения различных задач и их производных удовлетворяют условию Гельдера, О.А.Ладыженская и Н.Н.Уральцева пишут: «Первая теорема такого типа была установлена Де Джорджи в работе [11]. Приводимые ниже теоремы установлены в наших работах, посвященных изучению эллиптических и параболических уравнений. Способ их доказательства является развитием метода Де Джорджи» (Ладыженская, Уральцева, 1973, с.114). Наконец, этот же вопрос обсуждает Юрген Мозер в статье «Минимальные решения вариационных задач на торе» (Ю.Мозер, «КАМ-теория и проблемы устойчивости», Ижевск, 2001). Говоря о теории регулярности вариационных задач, построенной Ладыженской и Уральцевой, Ю.Мозер замечает: «В наиболее подходящем для нас виде эта сложная теория представлена в книге Ладыженской и Уральцевой [15]. Она основана на фундаментальной работе Де Джорджи (De Giorgi) [4], который разработал первый подход к получению поточечных оценок решений эллиптических дифференциальных уравнений в частных производных. Эти оценки используются для доказательства непрерывности по Гельдеру решений. Этот метод получил развитие в работах многих математиков…» (Мозер, 2001, с.338). Здесь мы снова сталкиваемся с примером великой роли аналогии (переноса) в доказательстве теорем.

Индукция Ольги Олейник и Станислава Кружкова. Советские математики О.А.Олейник и С.Н.Кружков (1960) обобщили теорему Дж.Нэша (1958), дающую априорную оценку для решений линейных равномерно параболических уравнений определенного вида. О.А.Олейник и С.Н.Кружков в статье «Квазилинейные параболические уравнения второго порядка со многими независимыми переменными» (УМН, 1961, том 16, вып.5 (101)) говорят: «Ниже мы изложим некоторые обобщения [33] теоремы Нэша. Эти результаты в дальнейшем будут использованы для доказательства разрешимости краевых задач и задачи Коши для квазилинейных параболических уравнений. Аналогичное обобщение теоремы Нэша для решений линейных эллиптических уравнений было получено в работе [38]» (Олейник, Кружков, 1961, с.124). Здесь [33] – работа С.Н.Кружкова «Об априорной оценке решений линейных параболических уравнений и решении краевых задач для некоторого класса квазилинейных параболических уравнений» («Доклады АН СССР», 1961, том 138, № 5), [38] – статья О.А.Олейник и С.Н.Кружкова «О некоторых нелинейных задачах для уравнений эллиптического типа» (УМН, 1960, том 15, вып.5). Об обобщении указанной теоремы Дж.Нэша сообщают также А.М.Ильин, А.С.Калашников и О.А.Олейник в статье «Линейные уравнения второго порядка параболического типа» (УМН, 1962, том 17, вып.3 (105)): «Ниже мы сформулируем теорему, которая дает априорную оценку константы Гельдера для решения параболического уравнения. Эта теорема является обобщением теоремы Дж.Нэша [39]. Доказательство этой теоремы содержится в работах [39] и [18]» (Ильин и др., 1962, с.31). Здесь [39] – работа Дж.Нэша (1958), [18] – статья О.А.Олейник и С.Н.Кружкова «Квазилинейные параболические уравнения второго порядка со многими независимыми переменными» (УМН, 1961, том 16, вып.5).

Индукция Ольги Олейник и Евгения Радкевича. О.А.Олейник и Е.В.Радкевич (1978) перенесли на более общую ситуацию одну из теорем С.Тэклинда. Л.М.Кожевникова в докторской диссертации «Качественные свойства решений псевдодифференциальных эллиптических и параболических уравнений в неограниченных областях» (Стерлитамак, 2009) пишет: «Теоремы единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности в классах растущих функций были впервые установлены Е.Хольмгреном [125], А.Н.Тихоновым [107], С.Тэклиндом [133]. Предельно широкие классы функций, в которых имеет место единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности, были найдены в работе С.Тэклинда [133]» (Л.М.Кожевникова, 2009). Далее Л.М.Кожевникова подчеркивает: «Обобщение теоремы С.Тэклинда на случай первой смешанной задачи и задачи Коши для общего вырождающегося параболического уравнения второго порядка и параболических систем методом введения параметра проведено О.А.Олейник, Е.В.Радкевичем в работе [90]» (Л.М.Кожевникова, 2009). Здесь [125] – работа Е.Хольмгрена (1924), [107] – статья А.Н.Тихонова «Теоремы единственности для уравнения теплопроводности» («Математический сборник», 1935, том 42 (84), № 2), [133] – исследование С.Тэклинда (1936), [90] – статья О.А.Олейник и Е.В.Радкевича «Метод введения параметра для исследования эволюционных уравнений» (УМН, 1978, том 33, № 5 (203)).

Индукция Льва Семеновича Понтрягина. Рассматривая достижения Г.Кантора, мы отметили, что многие теоремы в теории множеств доказываются на основе индукции. Не менее важно то, что в теории групп ситуация аналогичная: здесь теоремы по большей части также доказываются индуктивно. Это можно проиллюстрировать на примере работ Л.С.Понтрягина, заслуги которого всем известны. Возьмем книгу Л.С.Понтрягина «Непрерывные группы» (1973). В этой работе он изложил результаты, за которые в 1941 году был удостоен Сталинской премии. В названной книге Понтрягин при помощи индукции доказывает широкий круг теорем. В частности, индукцией доказывается лемма Урысона – с.77 (согласно данной лемме, для всяких двух непересекающихся замкнутых множеств E и F нормального пространства R существует непрерывная числовая функция, заданная на h, удовлетворяющая определенным условиям), соотношение (4) – с.116, утверждение без номера – с.120. Данное утверждение и механизм его доказательства мы опишем словами Л.С.Понтрягина: «Оказывается, что для произвольной подгруппы H топологической группы G можно выбрать такую линейно независимую систему векторов (10), что H есть совокупность всех векторов вида (11). Если при этом подгруппа H дискретна, то t = 0. Доказательство будем вести индуктивно по размерности векторной группы G» (Понтрягин, 1973, с.120). Также при помощи индукции доказываются соотношение (12) – с.180, теорема 46 – с.270, теорема 51 – с.278, лемма 2 – с.339, теорема 80 – с.372, теорема 95 – с.433, утверждение о том, что алгебра Q имеет хотя бы одну собственную линейную форму – с.457, теорема 105 – с.462, теорема 106 – с.471. Согласно теореме 46, бикомпактная локально связная группа X со счетным топологическим базисом распадается в прямую сумму конечной подгруппы и конечного или счетного числа подгрупп, изоморфным K. Согласно теореме 51, коммутативная группа бикомпактного происхождения распадается в прямую сумму бикомпактной подгруппы и элементарной подгруппы. Из теоремы 80, как указывает Понтрягин, следует единственность универсальной накрывающей группы. Теорема 95 утверждает, что существует полная связная односвязная группа Ли G, алгебра Ли которой изоморфна заданной алгебре R. Завершая доказательство теоремы 95, Понтрягин пишет: «Этим самым индукция проведена и теорема 95 доказана» (Понтрягин, 1973, с.433). Что касается утверждения о том, что алгебра G имеет хотя бы одну собственную линейную форму, то относительно этого утверждения автор пишет: «Покажем теперь, что алгебра Q имеет хотя бы одну собственную линейную форму. Доказательство будем вести индуктивно по размерности алгебры Q» (там же, с.457). Проводя доказательство теоремы 105, автор сначала доказывает соотношение (22), о котором говорит: «Соотношение (22) будем доказывать индуктивно» (там же, с.462). Индуктивные доказательства применялись и в других работах Понтрягина. Так, в его статье «Теория топологических коммутативных групп» (журнал «Успехи математических работ», 1936, вып.2) при помощи индукции доказывается лемма 1 – с.180, лемма 6 – с.183. В статье «Пересечения в многообразиях» (УМН, 1947, том 2, вып.1) при помощи индукции доказываются утверждение о свойствах индексов следов пересечения – с.152, теорема [1:35] – с.70, лемма [1:56] – с.79, теорема [3:24] – с.104-105, формула [3:27] – с.106, лемма [3.31] – с.108, теорема [3:32] – с.108, теорема [4:2]

– с.122, теорема [4.32] – с.129. В статье «Гомологии в компактных группах Ли» (УМН, 1968, том 23, вып.6 (142)) индуктивно доказываются теорема 2 – с.177, теорема 3 – с.178.

Индукция Льва Семеновича Понтрягина. Л.С.Понтрягин (1927) обобщил на случай общих многообразий закон двойственности Джеймса Александера (1922), сформулированный им для сферического пространства. Ю.А.Рожанская и В.В.Степанов в статье «Очерк развития топологии в СССР за 10 лет» («Математический сборник», 1928, том 35, номер дополнительный) повествуют: «Работы Л.С.Понтрягина связаны с упомянутым принципом двойственности Александера, который состоит в следующем: пусть S^n - сферическое пространство, M^n - лежащий в нем комплекс, S^n - M^n - дополнительное пространство. Тогда i-ое число Бетти (mod 2) для M^n равно (n-i-1)-му числу Бетти для S^n -M^n. Л.С.Понтрягин (26), (27) обобщает этот принцип двойственности на тот случай, когда S^n есть общее многообразие, а не сферическое пространство» (Рожанская, Степанов, 1928, с.60).

Индукция Льва Семеновича Понтрягина. Л.С.Понтрягин (1930) индуктивно обобщил на произвольные модули гипотезу П.С.Александрова о том, что обычная размерность эквивалентна гомологической размерности по модулю 2 (mod 2). Л.С.Понтрягин в статье «О моих работах по топологии и топологической алгебре» (Труды МИАН СССР, 1984, том 168) пишет: «Александров выдвинул гипотезу, что обычная размерность эквивалентна гомологической размерности по mod 2. Я сразу увидел, что таким образом, как по mod 2, размерность можно определить по любому другому модулю. И сразу же построил множества F1 и F2, каждое из которых имело обычную размерность, равную 2 [5]» (Понтрягин, 1984, с.241). Здесь [5] – работа Л.С.Понтрягина (1930).

Индукция Льва Семеновича Понтрягина. Л.С.Понтрягин нашел числа Бетти четырех классических серий компактных групп Ли в результате того, что индуктивно перенес в область решения данной проблемы метод деформаций по градиентным траекториям, разработанный американским математиком Марстоном Морсом. Л.С.Понтрягин обобщил этот подход Морса, получивший название прямого геометрического метода. Благодаря этому обобщению отечественный математик решил проблему, поставленную Э.Картаном. Р.В.Гамкрелидзе в статье «Математические работы Л.С.Понтрягина» (сборник «Итоги науки и техники», 1998, том 60) отмечает: «Картан предложил найти числа Бетти четырех классических серий компактных групп Ли, одновременно предложив и примерный путь решения задачи методом внешних форм. Через пару месяцев Л.С. завершил одну из красивейших своих работ, построив явно базы гомологий всех перечисленных групп» (Гамкрелидзе, 1998, с.20). «Замечу только, - продолжает Р.В.Гамкрелидзе, - что Л.С. получил свои результаты не методом, предложенным Картаном, а прямым геометрическим методом, обобщающим метод Морса деформаций по градиентным траекториям с тем только отличием, что он допускал наличие не только изолированных критических точек, но целых гладких многообразий из критических точек. Позже он применил этот метод для вычисления групп гомологий грассмановых многообразий» (там же, с.20).

Индукция Льва Семеновича Понтрягина. Л.С.Понтрягин (1942) обобщил на случай квазиполиномов известную теорему Эрмита-Билера. Этому предшествовали исследования Н.Г.Чеботарева, который обобщил на квазиполиномы алгоритм Штурма. Напомним, что теорема Эрмита-Билера сводится к утверждению об условиях, при которых многочлен W(z) = P (z) + iQ (z), где P(z) и Q(z) – вещественные многочлены, не имеет корней в замкнутой нижней полуплоскости Imz ≤ 0. Б.Я.Левин в книге «Распределение корней целых функций» (Москва, ГИТТЛ, 1956) пишет: «В 1942 г. Н.Г.Чеботарев нашел такой эффективный критерий (критерий того, что все корни функции определенного вида лежат в левой полуплоскости – Н.Н.Б.) для весьма частного случая квазиполиномов [3]. В другой работе Н.Г.Чеботарев [5], обобщив на квазиполиномы алгоритм Штурма, дал общий принцип решения этой задачи для произвольных квазиполиномов. Однако применение этого общего принципа требовало обобщения теоремы Эрмита-Билера на квазиполиномы. Л.С.Понтрягин [1] обобщил в 1942 г. теорему Эрмита-Билера на квазиполиномы вида P (z, e^z), где P (z, u) – полином от двух переменных» (Левин, 1956, с.396). Здесь [3] – работа Н.Г.Чеботарева «О целых функциях с вещественными перемежающимися корнями» («Доклады АН СССР», 1942, том 35), [1] – работа Л.С.Понтрягина «О нулях некоторых элементарных трансцендентных функций» («Известия АН СССР», 1942, том 6).

Индукция Льва Семеновича Понтрягина. Л.С.Понтрягин (1958) построил математическую теорию оптимального управления, индуктивно исходя из математического решения частной задачи, которую перед ним и его коллегами поставил один из специалистов по самолетам: как математически описать процесс преследования одного самолета другим. Л.С.Понтрягин в книге «Жизнеописание» (1998) пишет: «Как-то в Стекловский институт пришел специалист по самолетам и сформулировал нам следующую интересную задачу. Он сказал: «Если один самолет преследует другой, то летчик обычно умеет это делать. Но нам хотелось бы иметь математическую теорию, описывающую преследование одного самолета другим самолетом». Такая теория преследования и убегания была впоследствии нами построена, хотя не для самолетов, а для более простых объектов, и составила математическую теорию дифференциальных игр. Игровой эта задача является потому, что поведение каждого из объектов, как преследующего, так и преследуемого, заранее неизвестно. В каждом самолете сидит пилот, который, скажем, в каждый момент времени может изменить его поведение по своему усмотрению. Дифференциальные – потому что движение самолета дается дифференциальными уравнениями. Игровой элемент задачи на первых порах представлялся нам непреодолимой трудностью. Поэтому мы упростили задачу, сделав ее неигровой. И пришли к третьей задаче, которой занялись раньше, чем второй. Мы стали рассматривать один управляемый объект вместо двух и считать, что вся наша задача заключается в том, чтобы перевести его из одного состояния в другое наиболее быстрым способом. Говоря в «самолетных» терминах, можно сказать: как управлять самолетом, чтобы, учитывая всю обстановку, перейти из одного пункта в другой наибыстрейшим образом. Это привело нас к математической теории оптимального управления, которая явилась главным достижением всей нашей деятельности. Центральным результатом математической теории оптимального управления является так называемый принцип максимума, сформулированный мною, а затем доказанный в частном случае Р.В.Гамкрелидзе и в общем случае В.Г.Болтянским. Сама формулировка принципа максимума является серьезным открытием и он носит мое имя, а именно часто говорят и пишут: принцип максимума Понтрягина. К 1958 году принцип максимума был сформулирован и доказан, так что я мог доложить его на своем пленарном докладе на конгрессе в Эдинбурге 1958 года» (Л.С.Понтрягин, 1998). Об этом же пишет Р.В.Гамкрелидзе в статье «Математические работы Л.С.Понтрягина» (сборник «Итоги науки и техники», 1998, том 60): «Непосредственным поводом, побудившим Л.С. заняться задачей оптимизации, послужил визит двух полковников Военно-воздушных сил в Стекловку, которые сформулировали задачу об оптимальном развороте самолета. Она сводилась к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений пятого порядка с тремя скалярными управляющими параметрами, два из которых входили линейно и были ограничены по модулю, следовательно, не могли быть найдены классическим путем, как решения уравнения Эйлера» (Гамкрелидзе, 1998, с.7). Конечно, кроме индукции, в рассуждениях Понтрягина присутствовала и аналогия, поскольку он перенес в теорию оптимального управления классические понятия вариационного исчисления и уравнения Гамильтона, всем известные из механики. С.С.Демидов и А.Н.Паршин в примечаниях к тому 2 «Избранных трудов» Д.Гильберта (Москва, «Факториал», 1998) замечают: «Из вариационного исчисления вырос новый раздел математики – теория оптимального управления. Начало этой теории у нас было положено принципом максимума Л.С.Понтрягина…» (Демидов, Паршин, 1998, с.591). Об этом же говорит Л.Э.Эльсгольц в статье «К двадцать третьей проблеме Гильберта» (сборник статей «Проблемы Гильберта», 1969): «…Основные задачи теории оптимальных процессов формулируются почти так же, как некоторые вариационные задачи на условный экстремум» (Эльсгольц, 1969, с.233).

Индукция Льва Семеновича Понтрягина. Л.С.Понтрягин сформулировал принцип максимума (основной принцип теории оптимального управления), индуктивно опираясь на результаты, известные в классическом вариационном исчислении. Е.С.Левитин, А.А.Милютин и Н.П.Осмоловский в статье «Условия высших порядков локального минимума в задачах с ограничениями» (УМН, 1978, том 33, вып.6 (204)) пишут: «В частности, мы знаем, что принцип максимума Понтрягина родствен методу множителей Лагранжа в задачах анализа» (Левитин и др., 1978, с.86). Ю.В.Егоров в статье «Необходимые условия оптимальности управления в банаховых пространствах» («Математический сборник», 1964, том 64 (106), № 1) указывает: «Для случая, когда B1 и B2 – конечномерные пространства, в книге [1] сформулировано необходимое условие оптимальности управления в форме принципа максимума Понтрягина. Это условие естественно обобщает принципы классического вариационного исчисления» (Егоров, 1964, с.79). Здесь [1] – книга Л.С.Понтрягина, В.Г.Болтянского, Р.В.Гамкрелидзе и Е.Ф.Мищенко «Математическая теория оптимальных процессов» (Москва, «Физматгиз», 1961). Н.Н.Красовский в статье «Оптимальное управление в обыкновенных динамических системах» (УМН, 1965, том 20, вып.3 (123)) подчеркивает: «Принцип максимума, приспособленный для детерминированных задач программного управления, соответствует методу канонических уравнений Гамильтона в классическом вариационном исчислении» (Красовский, 1965, с.159). Необходимо признать, что определенной подсказкой (импульсом) для работ Л.С.Понтрягина в данном направлении послужили идеи А.А.Фельдбаума. Н.Н.Красовский в той же статье констатирует: «Справедливо напомнить здесь, что толчком для исследований Л.С.Понтрягина и его школы послужила постановка задачи об оптимальном управлении, данная А.А.Фельбаумом на совместных семинарах математиков и специалистов в области автоматического регулирования» (там же, с.157). Об этом же говорится в книге «Институт проблем управления имени В.А.Трапезникова Российской Академии наук» (Москва, 2004), изданной по случаю 65-летия данного института: «В 1953 г. А.А.Фельдбаум доказал свою знаменитую теорему об n-интервалах. Несколько позже именно этот фундаментальный результат стал отправным пунктом в разработке теории открытого Л.С.Понтрягиным принципа максимума (в общем виде строгое доказательство принципа максимума принадлежит В.Г.Болтянскому). В 1955 г. на нескольких семинарах в Математическом институте АН СССР, которые шли под руководством Л.С.Понтрягина, Александр Аронович Фельдбаум подробно рассказывал о полученных им результатах».

Индукция А.А.Милютина и А.Я.Дубовицкого. А.А.Милютин и А.Я.Дубовицкий (1978) обобщили принцип максимума Л.С.Понтрягина на случай стационарных последовательностей допустимых траекторий. А.Я.Дубовицкий и А.А.Милютин в статье «Необходимые условия экстремума в некоторых линейных задачах со смешанными ограничениями» (сборник статей «Вероятностные процессы и управление», Москва, «Наука», 1978) пишут о своей работе: «Вводится понятие стационарной последовательности, для которой обобщается принцип максимума, полученный в [2], [3]» (Дубовицкий, Милютин, 1978, с.42). «В настоящей работе, - поясняют те же авторы, - результат [1] (о существовании регулярного принципа максимума) обобщается в трех направлениях.

а) Мы не предполагаем существования оптимальной траектории.

б) Результат оказывается верным не только для максимизирующих последовательностей, но и для любых стационарных последовательностей допустимых траекторий.

в) Предположения 1.1.-1.4 значительно ослабляются.

Схема работы следующая. Сначала мы обобщаем принцип максимума, полученный в [2], [3], на случай стационарных последовательностей… Это обобщение представляется нам интересным уже само по себе» (там же, с.44). Резюмируя свой подход, авторы замечают: «Принцип максимума стационарной последовательности является прямым обобщением принципа максимума Л.С.Понтрягина на случай стационарных последовательностей» (там же, с.68). Здесь [1] – статья А.М.Тер-Киркорова «Некоторые линейные задачи теории оптимального управления с фазовыми ограничениями» («Журнал вычислительной математики и математической физики», 1975, том 15, № 1), [2] – работа А.Я.Дубовицкого и А.А.Милютина «Принцип максимума для задач оптимального управления со смешанными ограничениями типа равенства и неравенства в классе вариаций малых по абсолютной величине» («Доклады АН СССР», 1969, том 189, № 6), [3] – книга А.Я.Дубовицкого и А.А.Милютина «Необходимые условия слабого экстремума в общей задаче оптимального управления» (Москва, «Наука», 1971).

Индукция Ричарда Беллмана. Американский математик Р.Беллман создал метод динамического программирования благодаря тому, что индуктивно перенес в область решения многошаговых задач оптимального управления уравнение Гамильтона-Якоби в частных производных, предназначенное для описания процесса распространения возбуждений в вариационном исчислении. Н.Н.Красовский в статье «Оптимальное управление в обыкновенных динамических системах» (УМН, 1965, том 20, вып.3 (123)) указывает: «Другой подход, приспособленный для задач синтеза оптимальных систем с обратной связью, развивается по пути, получившему наименование «метод динамического программирования». Этот метод соответствует известным в вариационном исчислении рассуждениям о распространении возбуждений [19] и приводит к уравнениям типа уравнений Гамильтона-Якоби в частных производных. (…) (…) Для широкого круга детерминированных и стохастических проблем оптимального управления этот метод начал развиваться в пятидесятых годах в работах Беллмана и его сотрудников. Уравнения Гамильтона-Якоби вида (15) для задач оптимального управления поэтому часто называют уравнениями Беллмана» (Красовский, 1965, с.159). Результаты Р.Беллмана первоначально встречали возражения, но Н.Н.Красовский подчеркивает: «Однако представляется, что заслуга Беллмана состоит в том, что он впервые и систематически применил аппарат уравнений вида (15) к задачам оптимального управления, развил его для большого круга задач «оптимального синтеза» (там же, с.159). Здесь уравнение вида (15) – это уравнение $\min_u H\ [d\upsilon/dx,\ x,\ u] = 0$. Описанная индукция Р.Беллмана весьма похожа на аналогию (перенос), но поскольку аналогия является частью индуктивных рассуждений, наша аргументация сохраняет свою корректность.

Индукция Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова. Н.Н.Боголюбов и Н.М.Крылов (1931) обобщили на случай последовательностей функций, равнонепрерывных и ограниченных в их совокупности, знаменитую теорему Ч.Арцелы. Н.М.Крылов и Н.Н.Боголюбов в статье «О некоторых теоремах, касающихся существования интегралов дифференциальных уравнений с частными производными гиперболического типа» (Известия АН СССР, серия математическая, 1931, вып.3) пишут: «Относительно последовательностей функций равнонепрерывных и ограниченных в их совокупности (или, как принято говорить, равноограниченных) можно установить такую теорему, которая представляет обобщение известной теоремы Арцела для случая функций одного переменного» (Боголюбов, Крылов, 1931, с.333). Для того, чтобы пояснить смысл теоремы Чезаре Арцелы, которую обобщали Н.Н.Боголюбов и Н.М.Крылов, обратимся к монографии А.Н.Колмогорова и С.В.Фомина «Элементы теории функций и функционального анализа» (1976), где авторы пишут: «Теорема 4 (Арцела). Для того чтобы семейство Ф непрерывных функций, определенных на отрезке [a, b], было предкомпактно в C [a, b], необходимо и достаточно, чтобы это семейство было равномерно ограничено и равностепенно непрерывно» (Колмогоров, Фомин, 1976, с.110).

Индукция Виктора Владимировича Немыцкого. В.В.Немыцкий (1946, 1948) обобщил теорию динамических систем Дж.Биркгофа (1927) на случай произвольной коммутативной локально компактной группы преобразований полного метрического пространства. Независимо от В.В.Немыцкого к такому же обобщению теории Дж.Биркгофа пришел Н.Я.Виленкин. Похожее обобщение предложил также Е.А.Барбашин (1946). Напомним, что в своей концепции динамических систем Дж.Биркгоф (1927) использовал для классификации движений такие понятия, как устойчивость по Пуассону, рекуррентность, центральные движения, причем теория Дж.Биркгофа позволяет использовать методы топологии и теории множеств и тесно связана с понятием однопараметрической группы преобразований некоторого топологического пространства самого в себя. В.В.Немыцкий в статье «К теории орбит общих динамических систем» («Математический сборник», 1948, том 23 (65), № 2) пишет о возможности обобщения теории Дж.Биркгофа: «Основное содержание теории динамических систем не связано с тем, что мы имеем дело с однопараметрической группой преобразований, и остается в силе, если рассматривать более широкий класс групп преобразований. Еще в 1938 г. Л.И.Рубинштейн в своей дипломной работе [4] обобщил ряд положений общей теории динамических систем на случай группы преобразований полного метрического пространства, зависящей от n параметров. Настоящая работа имеет целью указать на возможность обобщения теории динамических систем на случай рассмотрения любой коммутативной локально ломпактной со счетной базой группы преобразований полного метрического пространства. Это обобщение тем более представляется интересным, что рассматриваемая теория включает в себя и топологические вопросы классификации решений широкого класса вполне интегрируемых систем Пфаффа. В этой работе я изучаю лишь топологические свойства «орбит» подобной группы преобразований. Совершенно независимо от меня Н.Я.Виленкин пришел к этой же широкой концепции. В самое последнее время Е.А.Барбашин в своей заметке [6] предложил другое обобщение теории динамических систем, которое в известной мере перекрывается с моим. Краткое изложение некоторых результатов настоящей работы опубликовано мною в ДАН в 1946 г. [7]» (Немыцкий, 1948, с.162). Поясняя свой подход к обобщению теории Дж.Биркгофа, В.В.Немыцкий в той же статье указывает: «Различные теоремы о минимальных множествах для динамических систем Биркгофа могут быть, конечно, перенесены и на случай общих динамических систем» (там же, с.185). Здесь [4] – дипломная работа Л.И.Рубинштейна «О поверхностях, удовлетворяющих интегрируемой системе дифференциальных уравнений в полных дифференциалах» (1938), [6] – работа Е.А.Барбашина «О поведении точек при гомеоморфных преобразованиях пространства» («Доклады АН СССР», 1946, том 51, № 1), [7] – статья В.В.Немыцкого «Общие динамические системы» («Доклады АН СССР», 1946, том 53, № 6).

Индукция Виктора Владимировича Немыцкого. В.В.Немыцкий (1960) обобщил на негладкие динамические системы теоремы Бендиксона о поведении траекторий динамических систем в окрестности изолированной стационарной точки. Л.С.Сугаипова в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Применение аксиоматического метода для исследования автономных систем на плоскости» (Москва, 2004) пишет: «В теории динамических систем, намеченной Пуанкаре и получившей широкое развитие в работах Биркгофа, уже изучались свойства решений дифференциальных уравнений при условии единственности решений без рассмотрения самих уравнений. М.Бебутов [17] доказал существование локального сечения динамической системы в локально-компактном метрическом пространстве в окрестности нестационарной точки. В.В.Немыцкий рассматривал множества кривых с единственностью, но без дифференцируемости. Он перенес на них ([8, 9]) многие свойства траекторий автономных систем дифференциальных уравнений. В частности, он доказал, что на плоскости предельное множество ограниченной траектории, не содержащее стационарных точек, является простой замкнутой кривой. В [9] на негладкие динамические системы обобщаются результаты Бендиксона о поведении траекторий в окрестности изолированной стационарной точки» (Л.С.Сугаипова, 2004). Здесь [8] – статья В.В.Немыцкого «Структура одномерных предельных интегральных многообразий на плоскости и в трехмерном пространстве»

(«Вестник МГУ», серия математическая, 1948, № 10), [9] – работа В.В.Немыцкого «Некоторые общие теоремы о расположении интегральных кривых на плоскости» («Вестник МГУ», серия математическая, 1960, № 6).

Индукция Михаила Валерьевича Бебутова. М.В.Бебутов (1939) распространил на случай динамических систем, определенных в локально компактном пространстве, теоремы В.В.Немыцкого (1934-1936), сформулированные им в теории неустойчивых динамических систем. Эти теоремы были доказаны В.В.Немыцким для n-мерного пространства. В.В.Немыцкий в статье «Топологические вопросы теории динамических систем» (УМН, 1949, том 4, вып.6 (34)) пишет о своих теоремах в теории динамических систем: «В дальнейшем М.В.Бебутов перенес первоначально доказанные для n-мерного пространства теоремы на случай локально компактного пространства (см. М.В.Бебутов, Об отображении траектории динамической системы на семейство параллельных прямых, Бюллетень Московского государственного университета, т.II, вып.3 (1939)). Наконец, Монтгомери и Циппин в 1937 г. перенесли мои теоремы на случай n-параметрической группы» (Немыцкий, 1949, с.125). Это же обобщение М.В.Бебутова рассматривается в книге В.В.Немыцкого и В.В.Степанова «Качественная теория дифференциальных уравнений» (ОГИЗ, 1947), в которой авторы отмечают: «В.В.Немыцкий изучил движения одного класса динамических систем, которые по своим свойствам противоположны устойчивым системам, это вполне неустойчивые системы. В работе В.В.Немыцкого такого рода системы рассматриваются в пространстве E^n, где они заданы системой дифференциальных уравнений $dx_i/dt=x_i (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ $(i=1, 2, \ldots, n)$, правые части которых определены для всех значений переменных и удовлетворяют условиям единственности. Позднее эти результаты были обобщены М.В.Бебутовым на общие динамические системы М, определенные в локально-компактном метрическом пространстве R…» (Немыцкий, Степанов, 1947, с.323).

Индукция Михаила Валерьевича Бебутова. М.В.Бебутов (1941, 1942) перенес на случай динамических систем, возникающих при рассмотрении цепей Маркова с компактным пространством состояний, методы Н.М.Крылова и Н.Н.Боголюбова, развитые при построении теории конечных инвариантных мер компактных динамических систем. В.М.Алексеев и С.В.Фомин в статье «Михаил Валерьевич Бебутов» (УМН, 1970, том 25, вып.3 (153)) повествуют: «В работах [9] и [10] изучаются динамические системы специального вида, а именно те, которые возникают при рассмотрении цепей Маркова с компактным пространством состояний. На эту ситуацию Михаил Валерьевич распространил методы, развитые Н.М.Крыловым и Н.Н.Боголюбовым в теории компактных динамических систем, и получил теоремы о разложении пространства состояний такой марковской цепи на эргодические множества и об описании всех отвечающих ей инвариантных мер» (Алексеев, Фомин, 1970, с.238). Здесь [9] – работа М.В.Бебутова «Цепи Маркова с компактным пространством состояний» («Доклады АН СССР», 1941, том 30, № 6), [10] – статья М.В.Бебутова, опубликованная на иностранном языке в «Математическом сборнике» (1942, том 10 (52)).

Индукция Дена Монтгомери и Лео Зиппина (Циппина). Американские математики Д.Монтгомери и Л.Зиппин (1937) перенесли на случай n-параметрической группы теорию вполне неустойчивых динамических систем, построенную В.В.Немыцким. В.В.Немыцкий в статье «Обобщения теории динамических систем» (УМН, 1950, том 5, вып.3 (37)), перечисляя различные направления развития теории динамических систем, говорит об одном из этих направлений (достижений): «В этом направлении, прежде всего, надо отметить работу Монтгомери и Ципина [5]. В этой работе авторы обобщают теорию вполне неустойчивых систем на случай общей динамической системы, определенной парой $[V^k, R^n]$, где V^k - k-параметрическая векторная группа, а R^n - n-мерное евклидово пространство» (Немыцкий, 1950, с.55). Об этом же В.В.Немыцкий пишет чуть ниже: «В 1937 г. выходит работа

Montgomery and Zippin, Translation groups of three-space, Amer. Journ. of Mathem., 59, № 1 (1937), в которой эти авторы перенесли на случай n-параметрической группы мою теорию вполне неустойчивых систем» (там же, с.58). Отметим, что Д.Монтгомери и Л.Зиппин – это математики, которые в 1952 году решили знаменитую пятую проблему Д.Гильберта. Частичное решение данной проблемы до названных ученых давал Джон фон Нейман. Любопытно, что фон Нейман дал это частичное решение благодаря тому, что по аналогии перенес в область решения 5-й проблемы Гильберта, а именно в область компактных групп, идею венгерского математика А.Хаара о введении инвариантной меры для локально-компактных групп. Сама 5-я проблема Гильберта заключалась в том, чтобы построить теорию непрерывных групп преобразований (теорию групп Ли) без предположения о дифференцируемости функций, определяющих группу.

Индукция Сергея Васильевича Фомина. Советский математик С.В.Фомин (1943) обобщил на случай некомпактных динамических систем с произвольным полным метрическим фазовым пространством основные теоремы, установленные Н.Н.Боголюбовым и Н.М.Крыловым (1939) при разработке теории инвариантных мер компактных динамических систем. Как мы ранее уже отмечали, одну из теорем Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова обобщили на некомпактные динамические системы Станислав Улам и Джон Окстоби (1939). С.В.Фомин в статье «О мерах, инвариантных относительно некоторой группы преобразований» (Известия АН СССР, серия математическая, 1950, том 14, вып.3) повествует: «Н.Н.Боголюбовым и Н.М.Крыловым (1) для динамических систем с компактным фазовым пространством были установлены следующие теоремы:

I. Во всякой компактной динамической системе существует хотя бы одна (конечная) инвариантная мера.

II. Совокупность всех инвариантных мер на данной динамической системе является выпуклым замыканием множества транзитивных мер.

III. Для каждой транзитивной инвариантной меры μ существует такое инвариантное множество $E\mu$ (эргодическое множество), что $\mu (E\mu) = 1$ и $\mu' (E\mu) = 0$ для всякой транзитивной инвариантной меры μ', отличной от μ.

Отсюда, в частности, следует, что всякая инвариантная мера неразложима. Улам (Ulam) и Окстоби (Oxtoby) (3) обобщили теорему I на случай некомпактной динамической системы на полном метрическом пространстве со 2-й аксиомой счетности. Остальные результаты Боголюбова и Крылова были обобщены на некомпактные динамические системы в (4). Здесь мы, ограничиваясь для простоты случаем компактного пространства, рассмотрим возможности обобщения перечисленных результатов в другом направлении, а именно на группы преобразований, более или менее произвольные, а не только однопараметрические. Мы увидим, что в этом направлении указанные результаты допускают довольно далеко идущие обобщения» (Фомин, 1950, с.265). Здесь (1) – работа Н.Крылова и Н.Боголюбова [1937], (3) – исследование Дж.Окстоби и С.Улама [1939], (4) – статья С.В.Фомина «О конечных инвариантных мерах в динамических системах» («Математический сборник», 1943, том 12 (54), № 1). О том, что С.В.Фомин перенес на более общую ситуацию теорию Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова, можно догадаться и по его первой статье, посвященной данному вопросу, - «О конечных инвариантных мерах в динамических системах» («Математический сборник», 1943, том 12 (54), № 1). В данной работе С.В.Фомин аргументирует: «Конечные инвариантные меры в динамических системах с компактным фазовым пространством были в свое время полностью изучены Боголюбовым и Крыловым [1]. После этого Улам и Окстоби ([2], теорема 1) установили необходимые и достаточные условия существования конечной инвариантной меры в динамической системе с произвольным полным метрическим фазовым пространством, удовлетворяющим второй аксиоме счетности. Мы покажем, что в том случае, когда выполнены условия упомянутой теоремы Улама и Окстоби, справедливы все утверждения о структуре множества инвариантных мер, доказанные Боголюбовым и Крыловым для компактных динамических систем» (Фомин, 1943, с.99). С.В.Фомин в той же статье пишет о теореме, согласно которой множество Т-транзитивных точек имеет максимальную вероятность: «Доказательство этой теоремы, данное Боголюбовым и Крыловым [1] для компактного фазового пространства, от компактности не зависит и может быть без всяких изменений перенесено на общий случай» (там же, с.106). Здесь [1] – работа Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова (1937). Отметим, что С.В.Фомин – автор замечательной книги «Элементы теории функций и функционального анализа» (1976), написанной совместно с А.Н.Колмогоровым.

Индукция Сергея Васильевича Фомина. Помимо переноса теории Боголюбова и Крылова (1937) на случай некомпактного фазового пространства, С.В.Фомин (1950) распространил также теоремы Боголюбова и Крылова на группы преобразований пространства, более общие, чем однопараметрические. С.В.Фомин в статье «О мерах, инвариантных относительно некоторой группы преобразований» (Известия АН СССР, серия математическая, 1950, том 14, вып.3) констатирует: «Целью настоящей работы является, в основном, перенесение главнейших результатов, полученных Н.Н.Боголюбовым и Н.М.Крыловым (1) для компактных динамических систем, на случай более общих групп преобразований пространства. Этой задаче посвящен § 2» (Фомин, 1950, с.261). В той же статье С.В.Фомин объясняет, как он пришел к теореме 3, согласно которой если S – компактная группа преобразований пространства R, то в R существует конечная мера, инвариантная относительно S: «Теорема 3 представляет собою обобщение на случай произвольной коммутативной группы преобразований теоремы Крылова-Боголюбова о существовании инвариантной меры для компактной динамической системы (т.е. для однопараметрической группы преобразований компакта). Как это показано в недавних работах В.В.Немыцкого, на случай локально компактных коммутативных групп преобразований («общие динамические системы», по терминологии В.В.Немыцкого) могут быть перенесены, в основном, все факты и понятия топологической теории динамических систем. Это можно сделать и для всей теории инвариантной меры» (там же, с.269). Таким образом, С.В.Фомин обобщил теорию конечных инвариантных мер динамических систем Боголюбова-Крылова на случай локально компактных коммутативных групп преобразований пространства. Определенной подсказкой о возможности такого обобщения послужила мысль В.В.Немыцкого, изложенная выше. О своем обобщении теории Боголюбова-Крылова С.В.Фомин сообщает также в работе «О динамических системах с инвариантной мерой» (УМН, 1952, том 7, вып.6 (52)), которая является авторефератом его докторской диссертации: «Н.Н.Боголюбовым и Н.М.Крыловым для инвариантных мер в компактных динамических системах были получены следующие основные результаты: во всякой такой системе R существует хотя бы одна инвариантная мера; всякая инвариантная мера на R может быть представлена как интеграл по множеству всех неразложимых инвариантных мер, которые можно определить на R и для каждой неразложимой инвариантной меры в R существует инвариантное подмножество – эргодическое множество, соответствующее данной неразложимой мере, - на котором эта мера целиком сосредоточена; сумма этих эргодических множеств исчерпывает все R, за исключением, может быть, множества, имеющего меру нуль в любой инвариантной мере. Нами рассмотрена возможность перенесения этих результатов на конечные инвариантные меры в некомпактных динамических системах» (Фомин, 1952, с.231).

Индукция Сергея Васильевича Фомина и Марка Ароновича Наймарка. С.В.Фомин и М.А.Наймарк (1955) перенесли на более общую ситуацию результат А.Н.Колмогорова (1944), который решил задачу о разложении унитарных представлений на неприводимые для случая счетных групп. С.В.Фомин и М.А.Наймарк в статье «Непрерывные прямые суммы гильбертовых пространств и некоторые их применения» (УМН, 1955, том 10, вып.2 (64)) указывают: «Задача о разложении унитарных представлений на неприводимые была решена для счетных групп А.Н.Колмогоровым. Эти результаты были доложены им на заседании Московского математического общества 4 февраля 1944 г. Методы А.Н.Колмогорова могут быть перенесены и на более общий случай» (Фомин, Наймарк, 1955, с.114). Кстати, в данной статье авторы вновь обсуждают вопрос об обобщении теории Крылова-Боголюбова. Они обобщают ее на случай мер, инвариантных относительно некоторой произвольной группы автоморфизмов компакта. Отечественные математики пишут: «В своей известной работе [17] Н.Н.Боголюбов и Н.М.Крылов доказали, что всякая инвариантная мера, определенная в компактной динамической системе, может быть представлена в виде интеграла $\mu(A) = \int \upsilon(A)\, dm(\upsilon)$, взятого по множеству N всех неразложимых инвариантных мер υ, где m – мера, определенная на этом множестве и зависящая от исходной инвариантной меры μ. В этом параграфе мы, пользуясь теоремой о разложении унитарных представлений на неприводимые, обобщим указанный результат Боголюбова и Крылова на меры, инвариантные относительно некоторой произвольной группы автоморфизмов компакта» (Фомин, Наймарк, 1955, с.134).

Индукция С.В.Фомина и Ю.Л.Далецкого. С.В.Фомин и Ю.Л.Далецкий (1965) предложили распространить на классы обобщенных мер теорию преобразования Фурье, построенную А.Н.Колмогоровым, Ю.В.Прохоровым, В.В.Сазоновым, И.М.Гельфандом и Н.Я.Виленкиным для мер в линейных топологических пространствах. Ю.Л.Далецкий и С.В.Фомин в статье «Обобщенные меры в функциональных пространствах» (журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1965, том 10, вып.2) пишут: «С точки зрения применения метода Фурье к уравнениям в функциональных производных желательно перенести теорию преобразования Фурье, развитую А.Н.Колмогоровым [14], Ю.В.Прохоровым [15], В.В.Сазоновым [16], И.М.Гельфандом и Н.Я.Виленкиным [17] для мер в линейных топологических пространствах, на те или иные классы обобщенных мер. В общих чертах путь должен быть таким же, что и при построении преобразования Фурье для обобщенных функций, а именно при этом следует рассматривать обобщенные меры как функционалы на некотором классе основных функций в соответствующем линейном пространстве» (Далецкий, Фомин, 1965, с.342).

Индукция Сергея Васильевича Фомина. С.В.Фомин (1968) предложил перенести теорию обобщенных функций на случай бесконечного числа переменных. С.В.Фомин в статье «Дифференцируемые меры в линейных пространствах» (УМН, 1968, том 23, вып.1 (139)) аргументирует: «Если пытаться распространить теорию обобщенных функций на случай бесконечного числа переменных, то целесообразно, видимо, рассматривая параллельно объекты двух типов – функции точки (функционалы) и функции множества (распределения), и вводить основные операции анализа для объектов как одного, так и другого типа. В качестве первого шага в этом направлении мы рассмотрим так называемые дифференцируемые меры в линейных топологических пространствах» (Фомин, 1968, с.221).

Индукция Гарри Раймонда Питта. Американский математик Гарри Питт (1942) обобщил на n-параметрические группы преобразований теорему Биркгофа, которая играет важную роль в теории конечных инвариантных мер динамических систем Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова. Та же теорема Биркгофа была распространена С.В.Фоминым (1950) на любые локально компактные коммутативные группы преобразований. С.В.Фомин в статье «О мерах, инвариантных относительно некоторой группы преобразований» (Известия АН СССР, серия математическая, 1950, том 14, вып.3) отмечает: «В частности, теорему Биркгофа, которая играет существенную роль в теории Крылова-Боголюбова, обобщил на n-параметрические группы преобразований Pitt (6); тем же самым способом она может быть перенесена на любые локально компактные коммутативные группы преобразований» (Фомин, 1950, с.270). Здесь (6) – исследование Х.Р.Питта (1942).

Индукция Константина Петровича Персидского. Советский математик К.П.Персидский перенес на более общую ситуацию метод А.М.Ляпунова, которым тот пользовался при исследовании критических случаев устойчивости для преобразования изучаемых уравнений к простейшему виду. О.А.Жаутыков в статье «Константин Петрович Персидский (к пятидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1954, том 9, вып.1 (59)) указывает: «Как известно, при исследовании критических случаев А.М.Ляпунов пользовался некоторыми преобразованиями с целью свести изучаемые уравнения к простейшему виду. Эти преобразования являются решениями некоторых дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка. К.П.Персидский, обобщая и развивая эту идею А.М.Ляпунова, дал глубокие исследования о характере решения конечной, а также счетной системы уравнений в частных производных первого порядка…» (Жаутыков, 1954, с.154).

Индукция Константина Петровича Персидского. К.П.Персидский обобщил теоремы А.М.Ляпунова о неустойчивости. Данные теоремы не следует путать с известными теоремами устойчивости, сформулированными А.М.Ляпуновым и составившими основу его математической теории устойчивости. О.А.Жаутыков в статье «Константин Петрович Персидский (к пятидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1954, том 9, вып.1 (59)) пишет: «Как известно, А.М.Ляпунов ясно указывал в 16-м параграфе своего мемуара «Общая задача об устойчивости движения» на возможность значительного обобщения своих теорем о неустойчивости. И в этом направлении К.П.Персидским были получены существенные результаты» (Жаутыков, 1954, с.152). К.П.Персидский работал над обобщением основных теорем Ляпунова наряду с такими представителями Казанской математической школы, как Н.Г.Четаев, И.Г.Малкин и т.д. А.В.Лакеев в докторской диссертации «Развитие метода сравнения для управляемых систем и вычислительная сложность вспомогательных задач» (Иркутск, 2002) отмечает: «В классической работе [120] А.М.Ляпуновым с помощью введения некоторой вспомогательной функции (названной впоследствии функцией Ляпунова) были даны критерии наличия в изучаемой системе наиболее важных динамических свойств: устойчивости, асимптотической устойчивости, неустойчивости. Дальнейшее развитие метода функций Ляпунова было дано в 30-х годах в работах казанских математиков и механиков Н.Г.Четаева [182], И.Г.Малкина [123, 124], К.П.Персидского [148, 149], получивших обобщение основных теорем Ляпунова с ослаблением некоторых требований к функциям Ляпунова. Это расширило класс функций, решающих задачу устойчивости…» (А.В.Лакеев, 2002).

Индукция Орынбека Жаутыкова. Советский математик, ученик К.П.Персидского О.А.Жаутыков обобщил на многомерный случай систем дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений теорему Пуанкаре о периодических и аналитических по параметру решениях. М.З.Арсланов, Г.И.Бижанова и Р.Г.Бияшев в статье «О развитии математики и информатики в Казахстане» («Математический журнал», выпускаемый в Казахстане, 2006, том 6, № 2 (20)) пишут: «О.А.Жаутыков обобщил теорему Пуанкаре о периодических и аналитических по параметру решениях на бесконечномерный случай систем дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений, дал оценки областей изменения параметров и разработал способы построения их решений» (Арсланов и др., 2006, с.6).

Индукция Николая Гурьевича Четаева. Советский математик Н.Г.Четаев (1929) перенес на более общую ситуацию ряд теорем А.Пуанкаре. В.В.Румянцев в статье «Метод функций Ляпунова в теории устойчивости движения» (сборник «Механика в СССР за пятьдесят лет», том 1, Москва, «Наука», 1968) пишет: «Теоремы Пуанкаре о числе реальных ветвей кривой равновесий, проходящих через точку бифуркации, и о законе смены устойчивости были обобщены Н.Г.Четаевым (1931) при исследовании эллипсоидов, производных от фигур равновесия вращающейся жидкости» (Румянцев, 1968, с.34). Об этом же В.В.Румянцев сообщает в статье «Беззаветное служение науке и образованию (к 100-летию со дня рождения члена-корреспондента АН СССР Н.Г.Четаева)» («Вестник РАН», 2003, том 73, № 1). В данной статье он говорит о Четаеве: «В 1929 г. опубликовал большую работу, в которой, дав обобщение двух теорем Пуанкаре о числе реальных ветвей кривой равновесия, проходящих через точку бифуркации, и о смене устойчивости, доказал существование устойчивой последовательности фигур равновесия, производной от критического эллипсоида Маклорена и распространяющейся в сторону больших значений угловой скорости вращения [6]» (Румянцев, 2003, с.57).

Индукция Николая Гурьевича Четаева. Н.Г.Четаев обобщил теорему Лагранжа об условиях равновесия механической системы, а также теорему Пуанкаре-Ляпунова о периодических движениях. В.В.Румянцев в примечаниях к книге Н.Г.Четаева «Устойчивость движения» (1990) констатирует: «В пункте 68 Н.Г.Четаев дает доказательство своей фундаментальной теоремы, которая обобщает теорему Лагранжа для равновесий и теорему Пуанкаре-Ляпунова для периодических движений (Четаев Н.Г. Об одной задаче Коши // ПММ. – 1945. – Т.9, вып.2. – с.139-142)» (Румянцев, 1990, с.175). Теорема Н.Г.Четаева, обобщающая перечисленные результаты Лагранжа, Пуанкаре и Ляпунова, звучит следующим образом: если невозмущенное движение устойчиво, то уравнения в вариациях, будучи приводимыми, должны иметь знакоопределенную квадратичную форму, полная производная по времени от которой в силу уравнений в вариациях есть нуль.

Индукция Николая Гурьевича Четаева. Н.Г.Четаев перенес на более общую ситуацию первую теорему Ляпунова о неустойчивости. А.М.Ковалев в статье «Решение задач неустойчивости с использованием метода дополнительных функций» («Доклады Национальной Академии наук Украины», 2009, № 11) указывает: «В теории устойчивости движения случаи неустойчивости наряду с критическими случаями относятся к наиболее трудным. А.М.Ляпунов в своей знаменитой монографии [1] двумя первыми теоремами практически исчерпывающим образом охватил свойства устойчивости и асимптотической устойчивости. Более сложным оказалось свойство неустойчивости, которому посвящены две следующие теоремы А.М.Ляпунова. Н.Г.Четаев [2] обобщил первую теорему Ляпунова о неустойчивости и обозначил направление, в котором продолжилось изучение вопросов неустойчивости» (Ковалев, 2009, с.21). Здесь [1] – монография А.М.Ляпунова «Общая задача об устойчивости движения» (Москва-Ленинград, 1950), [2] – книга Н.Г.Четаева «Устойчивость движения» (Москва, 1990). Об этом же А.М.Ковалев сообщает в статье «Инвариантность и неустойчивость» (журнал «Механика твердого тела», 2010, вып.40): «Н.Г.Четаев [2] обобщил первую теорему Ляпунова о неустойчивости и обозначил направление, в котором продолжилось изучение вопросов неустойчивости» (Ковалев, 2010, с.3). Ж.Ла-Салль и С.Лефшец в книге «Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова» (1964) формулируют теорему Ляпунова, которую обобщил Н.Г.Четаев: «Таким образом, установлена следующая теорема Ляпунова: состояние консервативной системы, в которой потенциальная энергия имеет изолированный максимум, является неустойчивым положением равновесия. Эта теорема была обобщена Н.Г.Четаевым» (Ла-Салль, Лефшец, 1964, с.71).

Индукция Николая Гурьевича Четаева. Н.Г.Четаев обобщил основной принцип аналитической механики – принцип виртуальных перемещений Даламбера-Лагранжа – таким образом, чтобы он не противоречил принципу наименьшего принуждения, сформулированному К.Гауссом. В.В.Румянцев в статье «Беззаветное служение науке и образованию (к 100-летию со дня рождения члена-корреспондента АН СССР Н.Г.Четаева)» («Вестник РАН», 2003, том 73, № 1) пишет: «Большой цикл работ Н.Г.Четаева посвящен принципу Гаусса и его обобщениям и видоизменениям. Здесь, прежде всего, следует напомнить, что при рассмотрении нелинейных неголономных связей Аппель и Делассю пришли к выводу о несовместимости принципа Даламбера-Лагранжа с принципом Гаусса наименьшего принуждения. Это обстоятельство побудило Н.Г.Четаева дать обобщение основного понятия аналитической механики – понятия виртуальных перемещений, при котором оба принципа оказались совместимыми» (Румянцев, 2003, с.59). Об этом же говорят

И.С.Загузов, В.Н.Головинский и В.Н.Калабухов в учебном пособии «Введение в специальность (механика)» (Самара, изд-во «Самарский университет», 2002): «Большие работы в области неголономной механики, связанные с применением и обобщением вариационного принципа Гаусса, проводил Н.Г.Четаев (1902-1959). Он обобщил понятие о возможных перемещениях, что позволило устранить противоречие между принципом Гаусса и принципом Даламбера-Лагранжа, возникшее в аналитической механике при переходе от исследований линейных неголономных систем к нелинейным неголономным системам» (Загузов и др., 2002, с.20).

Индукция Николая Гурьевича Четаева. Н.Г.Четаев доказал посредством индукции известную теорему А.Гурвица о необходимых и достаточных условиях отрицательности вещественных частей всех корней полинома с вещественными коэффициентами. Данный результат А.Гурвица также называется теоремой Гурвица о неравенствах, дающих необходимые и достаточные условия для того, чтобы полином f(z) имел все корни с отрицательными вещественными частями. Н.Г.Четаев в книге «Устойчивость движения» (1990), доказывая теорему А.Гурвица, рассуждает: «Стало быть, если критерий Гурвица справедлив для полиномов степени n, то он будет справедлив для полиномов (D1=a>0) и полиномов степени n+1, ибо каждый гурвицев полином степени n+1 можно построить из некоторого гурвицева полинома степени n, как полином F1 строился из f(z). Для полиномов первой, второй степени критерий Гурвица, очевидно, справедлив; метод математической индукции дает, что он будет справедлив всегда» (Четаев, 1990, с.70).

Индукция Анатолия Дмитриевича Мышкиса. А.Д.Мышкис распространил на дифференциальные включения и полудинамические системы в R^n известную теорему Пуанкаре-Бендиксона о точке покоя внутри замкнутой траектории динамической системы. И.И.Ворович, А.Ю.Ишлинский, М.А.Красносельский и другие в статье «Анатолий Дмитриевич Мышкис (к семидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1990, том 45, вып.4 (274)) отмечают: «Ряд результатов А.Д.Мышкиса посвящен многозначным отображениям и дифференциальным включениям. Известная теорема Пуанкаре-Бендиксона о точке покоя внутри замкнутой траектории распространена на дифференциальные включения и полудинамические системы в R^n. Это потребовало обобщения теоремы Какутани о неподвижной точке» (Ворович и др., 1990, с.180).

Индукция В.И.Зубова, А.В.Бабина, М.И.Вишика, Е.А.Барбашина и других ученых. В.И.Зубов, А.В.Бабин и М.И.Вишик распространили обобщенный прямой метод Ляпунова на дифференциальные уравнения в частных производных. Кроме того, Е.А.Барбашин, В.И.Зубов, А.А.Мовчан и другие исследователи перенесли метод обобщенных функций Ляпунова на общие системы в метрическом и топологическом пространствах, в пространстве сходимости Фреше, в множестве, наделенном некоторой структурой предпорядка. О.В.Дружинина и А.А.Шестаков в статье «Обобщенный прямой метод Ляпунова исследования устойчивости и притяжения в общих временных системах» («Математический сборник», 2002, том 193, № 10) пишут: «Обобщенный прямой метод Ляпунова стал одним из основных методов исследования динамических и качественных свойств решений различных типов эволюционных уравнений. Крупные достижения в развитии обобщенного метода Ляпунова принадлежат Н.Г.Четаеву [3], В.В.Румянцеву [11], [10], К.П.Персидскому [12], Н.Н.Красовскому [13], В.И.Зубову [14], В.М.Матросову [15] и другим ученым, предложившим обобщения и модификации базовых теорем Ляпунова с ослаблением многих требований к классическим функциям Ляпунова. Указанные исследования расширили классы функций Ляпунова для решения задач устойчивости. Область применимости обобщенного прямого метода Ляпунова была распространена и на счетные и другие бесконечные системы дифференциальных уравнений (К.П.Персидский [12]), на дифференциальные уравнения в частных производных (В.И.Зубов [14], А.В.Бабин и М.И.Вишик [7], А.А.Мовчан [16]). В работах Е.А.Барбашина [17], В.И.Зубова [14], А.А.Мовчана [16] и других ученых метод обобщенных функций Ляпунова распространен на общие системы в метрическом и топологическом пространствах, в пространстве сходимости Фреше, в множестве, наделенном некоторой структурой предпорядка» (Дружинина, Шестаков, 2002, с.17). Здесь [3] – книга Н.Г.Четаева «Устойчивость движения» (Москва, ГИТТЛ, 1955), [10] – статья В.В.Румянцева «О развитии исследований в СССР по теории устойчивости движения» (журнал «Дифференциальные уравнения», 1983, том 19, № 5), [13] – монография Н.Н.Красовского «Некоторые задачи теории устойчивости движения» (Москва, «Физматгиз», 1959), [14] – работа В.И.Зубова «Методы Ляпунова и их применение» (Ленинград, изд-во ЛГУ, 1957), [15] - книга В.М.Матросова «Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем» (Москва, «Физматлит», 2001), [16] – статья А.А.Мовчана «Устойчивость процессов по двум метрикам» (журнал «Прикладная математика и механика», 1960, том 24, № 6), [17] – статья Е.А.Барбашина «К теории обобщенных динамических систем» («Ученые записки МГУ», 1948, том 135, № 2). Об этом же говорит А.В.Лакеев в докторской диссертации «Развитие метода сравнения для управляемых систем и вычислительная сложность вспомогательных задач» (Иркутск, 2002): «Начиная с работ К.П.Персидского [151], М.Г.Крейна [93], Х.Л.Массера [248], метод функций Ляпунова распространяется на дифференциальные уравнения в банаховом пространстве (см. также Н.А.Бобылев, С.В.емельянов, С.К.Коровин [23]), а в работах Е.А.Барбашина [15, 16], В.И.Зубова [57], А.А.Мовчана [143, 144] – также на динамические, обобщенные динамические и общие системы или процессы в метрическом пространстве» (А.В.Лакеев, 2002). Здесь [23] – работа Н.А.Бобылева, С.В.Емельянова, С.К.Коровина «Несколько замечаний об устойчивости бесконечномерных систем» (сборник трудов «Проблемы нелинейной динамики и управления», Москва, ИСА РАН, 1999), [15] – работа Е.А.Барбашина «О гомоморфизмах динамических систем» («Доклады АН СССР», 1948, том 61, № 3), [16] – статья Е.А.Барбашина «К теории обобщенных динамических систем» («Ученые записки МГУ», 1948, том 135, № 2), [57] – статья В.И.Зубова «Вопросы теории второго метода Ляпунова, построение общего решения и области асимптотической устойчивости» (журнал «Прикладная математика и механика», 1955, том 19, № 2).

Индукция Николая Красовского и Евгения Барбашина. Н.Н.Красовский и Е.А.Барбашин (1952) обобщили теорему А.М.Ляпунова об асимптотической устойчивости за счет замены требования знакоопределенности производной условием ее знакопостоянства. В.М.Матросов и А.И.Маликов в статье «Развитие идей А.М.Ляпунова за 100 лет: 1892-1992» («Известия вузов», серия математика, 1993, № 4 (371)) пишут: «Первые обобщения теоремы А.М.Ляпунова об асимптотической устойчивости связаны, во-первых, с ослаблением требований на функцию $\upsilon(t, x)$ и, во-вторых, со смягчением требования знакоопределенности производной $\upsilon(t, x)$» (Матросов, Маликов, 1993, с.10). «Для автономных систем, - продолжают те же авторы, - Е.А.Барбашиным и Н.Н.Красовским [1952] доказано, что в условиях теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости требование знакоопределенности производной $\upsilon'(x)$ функции $\upsilon(x)$ может быть заменено условием ее знакопостоянства, если производная $\upsilon'(x)$ может обращаться в нуль лишь в множестве M, не содержащем целых полутраекторий, кроме $x=0$. Позднее аналогичная теорема была опубликована А.П.Тузовым [1955]. Н.Н.Красовским [1959] теорема распространена на периодические системы ($f(t+\omega, x) = f(t, x)$, $\omega>0$)» (там же, с.11). Ю.Ф.Долгий в статье «О семинаре «Устойчивость движений, управление и нелинейные колебания» («Известия Уральского государственного университета», серия математика, механика, информатика, 1999, вып.2, № 14) пишет о Красовском: «В своих исследованиях того времени (1959-1960 гг. – Н.Н.Б.) он развил дальше прямой метод Ляпунова, доказав хорошо известные в настоящее время теоремы, обобщающие классическую теорему Ляпунова об асимптотической устойчивости движений и разработав методы оптимальной стабилизации движений» (Ю.Ф.Долгий, 1999).

Индукция Д.Блэкуэлла, А.Дворецкого, А.Вальда, Дж.Вольфовица. Д.Блэкуэлл (1950), а также А.Дворецкий, А.Вальд и Дж.Вольфовиц (1951) обобщили теорему Ляпунова о множестве значений векторной меры. С.Карлин и В.Стадден в монографии «Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике» (1976) повествуют: «Теореме Ляпунова о множестве значений векторной меры уделено много внимания в различных работах. Другие доказательства теоремы Ляпунова см. у Халмоша [1948] и Блэкуэлла [1951]. Мы считаем, что доказательство, приведенное здесь, является новым и наиболее простым. Оно опирается на технику геометрии порожденных моментных пространств в духе данной книги. Теорема Ляпунова была обобщена и применена к различным статистическим задачам Блэкуэллом [1950], Дворецким, Вальдом, Вольфовицем [1951] и другими» (Карлин, Стадден, 1976, с.271). Поясняя упомянутую теорему Ляпунова, те же авторы пишут: «Теорема Ляпунова утверждает, что если $\mu_1, \ldots, \mu_n$ – конечные безатомные меры, то множество точек в n-мерном евклидовом пространстве, имеющих вид $(\mu_1(C), \ldots, \mu_n(C))$, при С, пробегающем все В, является выпуклым и замкнутым» (там же, с.268).

Индукция Дж.Хейла, Дж.Уолкера, К.Дафермоса, Дж.Болла и других ученых. Дж.Хейл, Дж.Уолкер, К.Дафермос, Дж.Болл и другие математики перенесли на более общую ситуацию теорему Ж.П.Ла-Салля о локализации положительного предельного множества, согласно которой положительное предельное множество решения уравнения содержится в наиболее инвариантном подмножестве нейтрального множества, а решение с предкомпактной положительной траекторией приближается к этому подмножеству при возрастании времени. Результат Ла-Салля формулируется также как теорема о локализации траекторий установившихся движений с помощью обобщенных функций Ляпунова. А.А.Шестаков в книге «Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами» (Москва, Едиториал УРСС, 2007) пишет о теореме Ла-Салля: «Эта теорема Ла-Салля о локализации положительного предельного множества и ее многочисленные обобщения, принадлежащие Дж.Хейлу, Дж.Уолкеру, К.Дафермосу, Дж.Боллу и другим ученым, составляют содержание обобщенного прямого метода Ляпунова исследования устойчивоподобных свойств решений распределенных систем. Из теорем о локализации положительного предельного множества легко следуют как теоремы об устойчивости, так и теоремы о неустойчивости» (А.А.Шестаков, 2007). Напомним, что прямой метод Ляпунова – это метод изучения свойств устойчивости и притяжения решений обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

Индукция Александра Андреевича Шестакова. А.А.Шестаков (1990) распространил теорему Ж.П.Ла-Салля о локализации предельного множества на класс абстрактных динамических систем с запаздыванием, систем на пространствах Фреше, а также на класс эволюционных уравнений в банаховых пространствах. А.Л.Зуев в докторской диссертации «Управление и стабилизация движения бесконечномерных механических систем с упругими элементами» (Донецк, 2008) отмечает: «Монография А.А.Шестакова [75] посвящена развитию прямого метода Ляпунова для задач локализации предельных множеств динамических процессов с распределенными параметрами. Приведены обобщения теоремы Ла-Салля о локализации предельного множества (принципа инвариантности [77, с.75-76], [78]) для классов абстрактных динамических систем с запаздыванием, систем на пространствах Фреше (пространствах сходимости), эволюционных уравнений в банаховых пространствах» (Зуев, 2008, с.25). Здесь [75] – книга А.А.Шестакова «Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами» (Москва, «Наука», 1990), [77] – книга Ж.Ла-Салля и С.Лефшеца «Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова» (Москва, «Мир», 1964). Теорема Ла-Салля обобщалась также Дж.Кушнером и М.де Гласом. Ю.Н.Меренков в докторской диссертации «Математическое моделирование и качественный анализ математических моделей динамических систем» (Москва, 2003) констатирует:

«Результат Ж.П.Ла-Салля [162] перенесен в работе Дж.Кушнера [157] на стохастические потоки, порожденные непрерывным справа однородным сильно марковским процессом, в работах М.де Гласа [142] и А.А.Шестакова [116] на потоки, порожденные нечеткими дифференциальными моделями» (Ю.Н.Меренков, 2003).

Индукция Владимира Васильевича Филиппова. В.В.Филиппов (1966, 1993) перенес на более общую ситуацию знаменитую теорему Пуанкаре-Бендиксона. Л.С.Сугаипова в кандидатской диссертации «Применение аксиоматического метода для исследования автономных систем на плоскости» (Москва, 2004) пишет: «В [2], [20] В.В.Филиппов распространил некоторые результаты качественной теории дифференциальных уравнений на пространства решений, удовлетворяющие аксиоматике Zaremba. В частности, он обобщил теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказал, что предельное множество ограниченной полутраектории содержит стационарную точку или замкнутую траекторию, дал определение индекса стационарной точки на плоскости» (Л.С.Сугаипова, 2004). Здесь [2] – монография В.В.Филиппова «Пространства решений обыкновенных дифференциальных уравнений» (Москва, 1993), [20] – статья В.В.Филиппова «О стационарных точках и некоторых геометрических свойствах решений обыкновенных дифференциальных уравнений» («Доклады РАН», 1992, том 323, № 6). Сам В.В.Филиппов в статье «О теореме Пуанкаре-Бендиксона и компактных семействах пространств решений обыкновенных дифференциальных уравнений» («Математические заметки», 1993, том 53, вып.2) пишет: «В [1] (см. также [2]) было получено обобщение теоремы Пуанкаре-Бендиксона для возмущенного автономного случая в рамках развитой в [1-10] теории. В этой статье будет сделан следующий шаг в обобщении теоремы Пуанкаре-Бендиксона. Будет существенно ослаблено условие автономности» (Филиппов, 1993, с.140). Здесь [1] – статья В.В.Филиппова «Теория задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с точки зрения общей топологии» (книга «Общая топология. Отображения топологических пространств», Москва, изд-во МГУ, 1966), [2] – монография В.В.Федорчука и В.В.Филиппова «Общая топология. Основные конструкции» (Москва, изд-во МГУ, 1988).

Индукция Владимира Васильевича Филиппова. В.В.Филиппов обобщил одну из классических теорем Н.Н.Лузина. В.В.Филиппов в статье «О теореме Лузина и правых частях дифференциальных включений» («Математические заметки», 1985, том 37, № 1) пишет: «В настоящей работе мы получим обобщение классической теоремы Н.Н.Лузина для ситуации, встречающейся в теории дифференциальных включений (см. [1]), а также сделаем несколько замечаний о классификации функций, составляющих правые части дифференциальных включений» (Филиппов, 1985, с.93). В.В.Филиппов формулирует теорему, которая обобщает теорему Н.Н.Лузина: «Прежде всего, получим обобщение теоремы Лузина. Теорема 1. Пусть $F\in\Phi$. $F\in\Phi m$ тогда и только тогда, когда для любого $\varepsilon>0$ найдется такое замкнутое подмножество $H\subseteq[a, b]$ меры $>b-a-\varepsilon$, на котором отображение F полунепрерывно сверху» (там же, с.94).

Индукция Сергея Львовича Соболева. С.Л.Соболев (1930-е годы) разработал новый метод решения задачи Коши для общего гиперболического уравнения второго порядка благодаря тому, что обобщил классическую формулу Кирхгофа для волнового уравнения. А.В.Бицадзе, В.С.Виноградов, А.А.Дезин и В.А.Ильин в статье «Уравнения в частных производных» («Труды МИАН СССР», 1987, том 176) констатируют: «На основе далеко идущего обобщения классической формулы Кирхгофа для волнового уравнения С.Л.Соболевым в тридцатые годы был предложен новый метод решения задачи Коши для общего гиперболического уравнения второго порядка, оказавшийся весьма плодотворным, в частности, при изучении глобального поведения разрывов решений» (Бицадзе и др., 1987, с.280).

Индукция Сергея Львовича Соболева. С.Л.Соболев (1959) распространил свои теоремы вложения на классы абстрактных дифференциальных функций, а именно на классы функций со значениями из банахова пространства. С.М.Никольский в статье «О теоремах вложения, продолжения и приближения дифференцируемых функций многих переменных» (УМН, 1961, том 16, вып.5 (101)) указывает: «Недавно С.Л.Соболев [55] обобщил свои теоремы вложения на классы абстрактных дифференциальных функций, точнее, функций со значениями из банахова пространства» (Никольский, 1961, с.110). Здесь [55] – статья С.Л.Соболева «Некоторые обобщения теорем вложения» (Fund. Math. 1959, том 47, № 3). Напомним, что первоначально С.Л.Соболев (1920-1930-е годы) сформулировал свои теоремы вложения для классов функций (пространств Соболева), играющих важную роль в математическом анализе. Этим классам функций соответствуют обобщенные решения основных видов линейных уравнений в частных производных второго порядка (волновое уравнение, уравнение Лапласа и уравнение теплопроводности). Таким образом, созданная С.Л.Соболевым многомерная теория вложений классов дифференцируемых функций возникла в связи с решением им задач математической физики.

Индукция Сергея Львовича Соболева. Создатель теории обобщенных функций С.Л.Соболев достаточно часто опирался на индукцию при доказательстве различных математических утверждений. В статье «Об одном классе интегродифференциальных уравнений для нескольких независимых переменных» (Известия АН СССР, серия математическая, 1937, том 1, вып.4) С.Л.Соболев индукцией доказывает формулу (36) – с.528. Переходя к доказательству этой формулы, автор пишет: «Воспользуемся методом полной индукции. Предположив справедливость формулы (36) для n, установим ее справедливость для n+1» (Соболев, 1937, с.528). Также в указанной статье С.Л.Соболев посредством индукции доказывает формулу (41) – с.531. Он пишет об этой формуле: «Доказательство ее можно провести, например, методом полной индукции, и мы на нем не будем останавливаться» (там же, с.531). В статье «Об одной теореме функционального анализа» («Математический сборник», 1938, том 4 (46), № 3) С.Л.Соболев использует индукцию при доказательстве теоремы функционального анализа, согласно которой пространство функций n переменных, у которых производные до порядка υ интегрируемы с квадратом, есть часть пространства функций, имеющих непрерывные производные до определенного порядка. Проводя доказательство этой теоремы, С.Л.Соболев пользуется одним неравенством, о котором говорит: «Неравенство (1, 5) для случая n=1 доказано F.Riesz'ом [6]. В том случае, когда n >1, мы докажем это неравенство, пользуясь полной индукцией и применяя прием, использованный Л.А.Люстерником [7] для доказательства другой теоремы» (Соболев, 1938, с.472). В статье «Некоторые новые задачи теории уравнений в частных производных гиперболического типа» («Математический сборник», 1942, том 11 (53), № 3) С.Л.Соболев индукцией доказывает лемму без номера – с.162, формулу (2, 22) – с.173. В статье «Некоторые замечания о численном решении интегральных уравнений» (Известия АН СССР, серия математическая, 1956, том 20, вып.4) отечественный математик при помощи индукции доказывает теорему о том, что в любом промежутке $\alpha \leq z \leq \beta$ ограниченное решение уравнения (93), удовлетворяющее условию $K(x, y, \alpha) = \varphi(x, y)$, единственно. Прямая ссылка на применение индукции при доказательстве содержится на стр.433.

Индукция Вильгельма Магнуса. Немецкий математик В.Магнус (1930) доказал знаменитую теорему о свободе индуктивно. Также при помощи индукции он доказал не менее важную теоретико-групповую теорему о разрешимости проблемы слов. Теорема о свободе определяет условия, при которых подмножество Y множества X является базисом свободной подгруппы группы G, а теорема о разрешимости проблемы слов гласит, что для любой группы с одним определяющим соотношением разрешима проблема слов. Д.Коллинз и Х.Цишанг в статье «Комбинаторная теория групп и фундаментальные группы» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 58), говоря о том, как В.Магнус доказал теорему о свободе и теорему о разрешимости проблемы слов, пишут: «Как будет следовать из нашего обсуждения, Магнус доказал несколько более сильный результат. Обе теоремы доказаны индукцией по длине соотношения тем способом, который мы сейчас проиллюстрируем (для более полного изучения всех деталей см. [125])» (Коллинз, Цишанг, 1990, с.65). Здесь [125] – книга Р.Линдона и П.Шуппа «Комбинаторная теория групп» (Москва, «Мир», 1980). Приведем отдельные замечания о схеме рассуждений В.Магнуса, содержащиеся в указанной статье Д.Коллинза и Х.Цишанга и позволяющие понять роль индукции в обосновании упомянутых теорем. «Тот же метод индукции, - подчеркивают авторы, - дает решение проблемы слов для групп с одним соотношением» (там же, с.65). «В наших предыдущих рассмотрениях, - пишут Д.Коллинз и Х.Цишанг при воспроизведении схемы доказательства двух названных теорем В.Магнуса, - опускались начальные шаги индукции, в частности, ситуация, когда R (R – слово в свободной группе – Н.Н.Б.) включает всего один порождающий элемент. Этот случай практически всегда требует отдельных рассуждений, впрочем, обычно довольно простых» (там же, с.66). Р.Линдон и П.Шупп в книге «Комбинаторная теория групп» (1980) не оставляют сомнений в том, что доказательство теоремы о свободе и теоремы о разрешимости проблемы слов было индуктивным: «Группы с одним определяющим соотношением G = (X; r) привлекли к себе большое внимание. Исторически впервые ими заинтересовались по той причине, что таковы фундаментальные группы 2-многообразий. Эти группы представляют собой также естественное расширение класса свободных групп, с которыми они обнаруживают определенное сходство; выяснилось, что в определенной степени они допускают явное описание. Наиболее ранние результаты, относящиеся к классу всех групп с одним определяющим соотношением, были доказаны Магнусом более или менее единообразным методом. Этот метод использовал индуктивное рассуждение, которое требовало перехода к более широкому классу групп» (Линдон, Шупп, 1980, с.148). Переходя к демонстрации магнусова способа обоснования теоремы о свободе, Р.Линдон и П.Шупп пишут: «Доказательство теоремы о свободе. Для проведения доказательства методом математической индукции требуется доказать на первый взгляд более сильный результат 5.2. Понятно, что теорема о свободе содержится как частный случай в предложении 5.2» (там же, с.159). Для знакомства с содержанием предложения 5.2 мы отсылаем читателя к книге Р.Линдона и П.Шуппа.

Индукция Вильгельма Магнуса. Для того, чтобы осознать мощь индукции в реализации доказательств, разрабатываемых в математической теории групп вообще и в исследованиях В.Магнуса и его коллег в частности, достаточно проанализировать книгу В.Магнуса, А.Карраса Д.Солитэра «Комбинаторная теория групп» (1974). В данной книге В.Магнус с соавторами отмечают, что если индукция одного вида, ранее дававшая положительные результаты, вдруг оказывается неприменимой, то следует обратиться к индукции другого вида, но суть основной процедуры доказательства при этом не меняется. «Математическая индукция по порядку группы, - говорит В.Магнус и его коллеги, - весьма полезная в теории конечных групп, неприменима в случае групп бесконечных. В этом случае можно часто использовать индукцию по длине слов, представляющих элементы группы» (Магнус и др., 1974, с.17). Кстати, в этой книге В.Магнус достаточно ясно показывает, как он доказал теорему о разрешимости проблемы слов. Обозначая данную теорему символом 4.14, В.Магнус аргументирует: «Теорема 4.14. Проблема слов для группы G = ‹a1,…,an; R (a1,…,an)› разрешима. Более того, разрешима обобщенная проблема слов в группе G. (замечание: группа G может быть бесконечно порожденной). Доказательство. Как показывают замечания, предшествующие формулировке теоремы 4.14, необходимо установить лишь разрешимость обобщенной проблемы слов для максимальных собственных подмножеств образующих. Мы сделаем это индукцией по длине определяющего слова R» (Магнус и др., 1974, с.286). Ниже мы показываем, насколько высока частота использования индуктивных доказательств в названной работе В.Магнуса, А.Карраса и Д.Солитэра.

№	Название статьи или книги	Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве
1.	В.Магнус, А.Каррас, Д.Солитэр, книга «Комбинаторная теория групп» (1974)	Теорема 1.2 – с.43, теорема 1.3 – с.45, лемма 1.1 – с.69, лемма 2.2 – с.99, теорема 2.12 – с.114, теорема 2.13 – с.116, следствие 2.13.2 – с.116, следствие 2.13.2 – с.116, лемма 3.1 – с.130, теорема 3.1 – с.133, теорема 3.4 – с.144, теорема 4.1 – с.193, следствие 4.1.1 – с.196, следствие 4.1.4 – с.197, следствие 4.1.5 – с.198, теорема 4.2 – с.200, теорема 4.4 – с.212, следствие 4.4.2 – с.216, теорема 4.6 – с.223, лемма 4.6 – с.245, теорема 4.9 – с.251, теорема 4.10 – с.262, теорема 4.11 – с.272, теорема 4.12 – с.278, теорема 4.13 – с.280, лемма 4.9 – с.284, теорема 4.14 – с.286, следствие 4.14.2 – с.291, теорема 5.3 – с.306, следствие 5.3 – с.307, теорема 5.4 – с.308, теорема 5.6 – с.322, следствие 5.7 – с.324, лемма 5.4 – с.325, лемма 5.6 – с.330, лемма 5.8 – с.333, теорема 5.8 – с.334, теорема 5.12 – с.351, теорема 5.13А – с.354, теорема 5.13В – с.356, лемма 5.9 – с.360, теорема 5.14 – с.361, теорема 5.16 – с.370, следствие 5.16 – с.372, теорема 5.17 – с.372, теорема 5.18 – с.374, лемма 5.12 – с.396, теорема 4.14 – с.286.

Индукция Николая Семеновича Романовского. Н.С.Романовский (1972) перенес теорему В.Магнуса о свободе на более общую ситуацию (на группы в многообразиях разрешимых и нильпотентных групп данных ступеней). Н.С.Романовский в статье «Теорема о свободе для групп с одним определяющим соотношением в многообразиях разрешимых и нильпотентных групп данных ступеней» («Математический сборник», 1972, том 89 (131), № 1) пишет: «Хорошо известна следующая теорема Магнуса о свободе [1]: если группа G задана порождающими x_1, x_2, … и одним определяющим соотношением $r = 1$, причем r не сопряжено ни с каким словом от x2, … проверяется эффективно, оно равносильно тому, что в циклически редуцированной форме r содержит x_1. В настоящей заметке устанавливаются аналоги теоремы Магнуса для групп, заданных одним определяющим соотношением в многообразиях разрешимых и нильпотентных групп данных ступеней» (Романовский, 1972, с.93). Для того, чтобы объяснить понятие слова в теории групп, обратимся к книге В.Магнуса, А.Карраса и Д.Солитэра «Комбинаторная теория групп» (Москва, «Наука», 1974), в которой они пишут: «Слово используется для представления формального произведения элементов группы точно так же, как полином с целочисленными коэффициентами употребляется для представления формальной алгебраической комбинации элементов из некоторой области целостности. Аналогично тому, как переменным данного полинома можно приписывать значения элементов из некоторой группы и вычислять значение слова в этой группе» (Магнус, Каррас, Солитэр, 1974, с.13).

Индукция В.Крулля и О.Ю.Шмидта. В.Крулль (1925) и О.Ю.Шмидт (1912) обобщили на некоторые классы алгебраических систем теорему Р.Ремака (1911), согласно которой любые два прямых разложения конечной группы обладают изоморфными продолжениями. В.Лиманский в статье «Свободные операции на локально нильпотентных многообразиях групп» («Украинский математический вестник», 2007, том 4, № 3) отмечает: «Задача изучения условий, при которых любые два прямых разложения группы обладают изоморфными продолжениями, - классическая в алгебре. Еще Ремак [16] установил справедливость указанного свойства для прямых разложений конечной группы. В.Крулль [13], О.Ю.Шмидт [12], А.Г.Курош [3] распространили теорему Ремака на другие классы алгебраических систем» (Лиманский, 2007, с.379). Здесь [16] – работа Р.Ремака (1911), [13] – исследование В.Крулля (1925), [12] – исследование О.Ю.Шмидта (1912), [3] – работа

А.Г.Куроша (1943). Отметим, что Отто Юльевич Шмидт, обобщивший теорему Ремака, был весьма разносторонним исследователем: он организовал одну из первых экспедиций на Северный полюс для создания там первой дрейфующей станции, он же разработал известную космогоническую теорию холодного происхождения планет Солнечной системы. Кстати, именно О.Ю.Шмидт скептически отнесся к теории А.Чижевского о влиянии космических факторов (прежде всего, электромагнитного излучения Солнца) на ход истории человечества (здесь он явно ошибся).

Индукция Александра Геннадьевича Куроша. Советский математик А.Г.Курош (1930-е годы) индуктивно обобщил на группы с обрывом убывающих нормальных цепочек теорему Ремака-Шмидта, утверждающую центральный изоморфизм двух любых прямых разложений с неразложимыми множителями группы, обладающей композиционным рядом. Теорема Ремака-Шмидта обобщалась также В.Коржинеком. А.Г.Курош в статье «Изоморфизмы прямых разложений» (Известия АН СССР, 1943, том 7) говорит: «Общеизвестна основная теорема Ремака-Шмидта, утверждающая центральный изоморфизм двух любых прямых разложений с неразложимыми множителями группы, обладающей композиционным рядом. Эта теорема справедлива для любых операторных групп и остается пока самым общим результатом для групп с произвольной системой операторов. Для групп без операторов ее обобщали Курош, перенося на группы с обрывом убывающих нормальных цепочек, а затем Коржинек (1), доказавший существование центрально изоморфных продолжений для любых двух прямых разложений группы, если только центр этой группы удовлетворяет условию обрыва убывающих цепочек подгрупп» (Курош, 1943, с.185). Здесь (1) – работа В.Коржинека (1938).

Индукция Александра Геннадьевича Куроша. А.Г.Курош (1934) сформулировал теорему о подгруппах свободного произведения групп в результате индуктивного обобщения аналогичной теоремы Нильсона-Шрейера о подгруппах свободных групп. А.И.Мальцев в статье «К истории алгебры в СССР за первые 25 лет» (А.И.Мальцев, «Избранные труды», том 1, 1976) повествует: «В теории некоммутативных абстрактных групп после уже упоминавшейся теоремы Шмидта о прямых разложениях вторым крупным достижением у нас стала теорема А.Г.Куроша (1933-1934 гг.) о подгруппах свободного произведения групп. Она является обобщением аналогичной теоремы Нильсона-Шрейера о подгруппах свободных групп, но доказывается независимо от последней и является ныне одной из фундаментальных теорем общей теории групп» (Мальцев, 1976, с.478-479).

Индукция Александра Геннадьевича Куроша. А.Г.Курош (1937) индуктивно обобщил теорему Жордана-Гельдера на композиционные системы, вполне упорядоченные по возрастанию (для случая групп с любой системой операторов). Отметим, что теорема Жордана-Гельдера утверждает следующее: всякие два композиционных ряда группы имеют одинаковую длину, а факторы этих двух рядов совпадают с точностью до порядка, т.е. совокупность этих факторов есть инвариант самой группы. А.Г.Курош в статье «Композиционные системы в бесконечных группах» («Математический сборник», 1945, том 16 (58)) пишет о себе: «В работе автора [1] теорема Жордана-Гельдера (а также ее обобщение, данное Шрейером) была для случая групп с любой системой операторов распространена на композиционные (соответственно, нормальные) системы, вполне упорядоченные по возрастанию, причем дополнительно предполагалось, что всякая подгруппа, входящая в такую систему, содержится в конечном нормальном ряду группы, целиком принадлежащем к этой системе, т.е. «достижима внутри этой системы» (Курош, 1945, с.59).

Индукция О.Головина. Отечественный математик О.Головин (1939) обобщил на бесконечные прямые разложения группы теорему В.Коржинека (1937) о существовании центрально изоморфных продолжений двух любых конечных прямых разложений группы, в центре которой имеет место обрыв убывающих цепочек подгрупп. В свою очередь, теорема В.Коржинека представляла собой обобщение теоремы Ремака-Шмидта. М.И.Граев в статье «К теории полных прямых произведений групп» («Математический сборник», 1945, том 17 (59), № 1) констатирует: «Коржинек [2], обобщая (в случае групп без операторов) теорему Ремака-Шмидта, доказал теорему о существовании центрально изоморфных продолжений двух любых конечных прямых разложений группы, в центре которой имеет место обрыв убывающих цепочек подгрупп. Головин [1] распространил эту теорему на бесконечные прямые разложения группы» (Граев, 1945, с.87). Здесь [2] – исследование В.Коржинека (1937), [1] – статья О.Головина «Множители без центров в прямых разложениях групп» («Математический сборник», 1939, том 6 (48), № 3).

Индукция Марка Иосифовича Граева. М.И.Граев (1945) индуктивно перенес на группы, распадающиеся в полные прямые произведения подгрупп, теоремы об изоморфных продолжениях двух разложений группы в прямое произведение. М.И.Граев в статье «К теории полных прямых произведений групп» («Математический сборник», 1945, том 17 (59), № 1) пишет о своей работе: «Основная цель этой работы – перенести на группы, распадающиеся в полные прямые произведения подгрупп, теоремы об изоморфных продолжениях двух разложений группы в прямое произведение. В теории прямых произведений групп [3] дается необходимое и достаточное условие существования общего продолжения данного прямого разложения группы G с любым другим прямым разложением этой группы» (Граев, 1945, с.87). Здесь [3] – книга А.Куроша «Теория групп» (Москва-Ленинград, 1944).

Индукция Сергея Антоновича Чунихина. С.А.Чунихин демонстрирует плодотворность индуктивных доказательств различных математических утверждений в своей статье «О специальных группах» («Математический сборник», 1929, том 36, № 2). Предваряя формулировку и обоснование ряда интересующих его теорем, он пишет: «Для изучения специальных групп мы применяем метод индукции, пользуясь при этом результатом О.Ю.Шмидта [1]. Сущность этого приема заключается в том, что, желая установить принадлежность групп некоторого типа к классу групп специальных, мы предполагаем, по индукции, все подгруппы рассматриваемой группы специальными (все эти подгруппы, по условию, такого же типа, как и сама группа)» (Чунихин, 1929, с.135). Здесь [1] – статья О.Ю.Шмидта «Группы, все подгруппы которых специальные» («Математический сборник», 1924, том 31, № 3). Далее С.А.Чунихин доказывает посредством индукции три теоремы. В частности, доказывая теорему I, российский математик пишет: «Предполагая по индукции все подгруппы рассматриваемой группы G специальными (они такого же типа, как и сама G), с помощью леммы 1 замечаем, что в данном случае не существует числа b, удовлетворяющего сравнению вида (D). Таким образом, предложение доказано. Началом для индукции могут служить неабелевы группы 135 порядка» (там же, с.136). Аналогично доказывается следующая теорема, о которой С.А.Чунихин говорит: «Теорема II. Если индексы главного ряда группы G простые числа p_1, p_2, … p_k такие, что $p' \neq 1$ (mod pi), где p′ - всякий простой делитель порядка коммутанта группы и i=1, 2, 3, …k, то группа специальная. В силу леммы 2 возможно применение метода индукции» (там же, с.136). Приведем излагаемое С.А.Чунихиным доказательство третьей теоремы: «Теорема III. Если индексы главного ряда группы – простые числа, расположенные в невозрастающей последовательности, то группа специальная. Очевидно (лемма 2), что и у любой подгруппы нашей группы будет существовать, по крайней мере, один главный ряд, удовлетворяющий условиям предложения. Следовательно, метод индукции применим» (там же, с.136).

Индукция Сергея Антоновича Чунихина. С.А.Чунихин (1949) предложил ряд обобщений известной теоремы Силова-Холла о разрешимых группах. В статье «О П-свойствах конечных групп» («Математический сборник», 1949, том 25 (67)) С.А.Чунихин, описывая основные результаты своих исследований, отмечает: «Во-вторых, дается три обобщения упомянутой выше теоремы Силова-Холла о разрешимых группах, в том числе и ее обобщение на так называемые относительно разрешимые и П-отделимые группы, причем оказывается, что исследуемые группы относятся к группам, у которых композиционные длины как их самих, так и их подгрупп, достаточно велики» (Чунихин, 1949, с.322). Чтобы дать представление о значимости теоремы Силова, которую обобщал С.А.Чунихин, приведем высказывание С.А.Чунихина из его статьи «О существовании и сопряженности подгрупп у конечной группы» («Математический сборник», 1953, том 33 (75), № 1): «…На первом месте по силе, общности и практическому значению находится классическая теорема Силова, являющаяся, бесспорно, одной из самых центральных теорем теории групп. Вокруг теоремы Силова создалась обширная литература, содержащая много аналогов и обобщений этой теоремы. В ряде предыдущих статей [1] - [11] мы тоже получили несколько теорем, названных нами теоремами типа Силова и дающих условия существования подгрупп, порядки которых взаимно просты с их индексами» (Чунихин, 1953, с.111). Здесь [1] - [11] – серия статей С.А.Чунихина, опубликованных в «Докладах АН СССР» в период времени с 1947 по 1952 гг. и посвященных обобщению теорем типа Силова.

Индукция Сергея Антоновича Чунихина. С.А.Чунихин (1950) перенес на более общую ситуацию известную факторизационную теорему Шура-Цассенхауза (1937). Б.В.Казачков в статье «О теореме Шура-Цассенхауза для счетных локально конечных групп» («Математический сборник», 1960, том 50 (92), № 4) повествует: «В теории конечных групп известна следующая факторизационная теорема Шура-Цассенхауза [1]: Пусть конечная группа G обладает инвариантной подгруппой R, порядок которой взаимно прост с ее индексом в G. Тогда: 1) если подгруппа R разрешима, то она дополняема в G, причем все ее дополнения сопряжены между собой; 2) если фактор-группа G/R разрешима, то R также дополняема в G, причем все ее дополнения разрешимы и сопряжены между собой. Эта теорема неоднократно и существенно обобщалась для конечных групп в ряде работ С.А.Чунихина (см., например, [2]). Одно из ее обобщений дано в нашей работе [3]. Ниже дается перенесение указанной теоремы на счетные локально конечные группы» (Казачков, 1960, с.499). Здесь [1] – исследование Х.Цассенхауза (1937), [2] – статья С.А.Чунихина «О силовских свойствах конечных групп» («Доклады АН СССР», 1950, том 73, № 1), [3] – работа Б.В.Казачкова «О теоремах типа Силова» («Доклады АН СССР», 1951, том 80, № 1).

Индукция Сергея Антоновича Чунихина. С.А.Чунихин (1953), помимо теоремы Шура-Цассенхауза, перенес также на более общую ситуацию теорему, обратную теореме Ф.Холла о разрешимых группах, а также три теоремы О.Орэ о максимальных подгруппах разрешимых групп. С.А.Чунихин в статье «О существовании и сопряженности подгрупп у конечной группы» («Математический сборник», 1953, том 33 (75), № 1) говорит о своих результатах: «При этом удается обобщить утверждения теоремы Шура ([18], стр.125, предложение 25), теоремы, обратной теореме Ф.Холла о разрешимых группах [19], и трех теорем Орэ о максимальных подгруппах разрешимых групп [20]» (Чунихин, 1953, с.111). Здесь [18] – работа Х.Цассенхауза (1937), [19] – работа Ф.Холла (1928), [20] – исследование О.Орэ (1939).

Индукция Сергея Николаевича Черникова. С.Н.Черников (1938) перенес на случай произвольной бесконечной группы одну из теорем Фробениуса, сформулированную им для конечных групп. Отметим, что ту же теорему Фробениуса обобщал на случай «регулярных» бесконечных групп А.И.Узков (1936). С.Н.Черников в статье «Перенесение одной теоремы Фробениуса на бесконечные группы» («Математический сборник», 1938, том 3 (45), № 2) пишет: «В работе А.И.Узкова обобщается для случая так называемых «регулярных» бесконечных групп следующая теорема Фробениуса: если A есть инвариантный комплекс элементов конечной группы G порядка g, то число элементов этой группы, n-я степень которых входит в состав комплекса A, делится на общий наибольший делитель чисел g и n»

(Черников, 1938, с.413). Далее С.Н.Черников говорит о своей работе: «В §§ 4 и 5 дается обобщение теоремы Фробениуса для случая произвольной бесконечной группы. В формулировке теоремы мы следуем А.И.Узкову; в доказательстве используется теорема Фробениуса для конечных групп» (там же, с.413).

Индукция Сергея Николаевича Черникова. С.Н.Черников (1944) перенес на более общую ситуацию классическую теорему Кронекера-Капелли, которая задает критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Согласно данной теореме, система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы, составленный из коэффициентов системы, не изменяется при расширении этой матрицы столбцом свободных членов. С.Н.Черников изложил свой результат в статье «Обобщение теоремы Кронекера-Капелли о системе линейных уравнений» («Математический сборник», 1944, том 15 (57), № 3).

Индукция Сергея Николаевича Черникова. С.Н.Черников (1951) распространил на локально разрешимые группы теорему О.Ю.Шмидта (1945), согласно которой разрешимая группа с условием минимальности на абелевы подгруппы является конечным расширением прямой суммы конечного числа квазициклических групп. Г.А.Носков, В.Н.Ремесленников и В.А.Романьков в статье «Бесконечные группы» (сборник «Итоги науки и техники», 1979, том 17) отмечают: «О.Ю.Шмидт (1945 г.) под влиянием известной теоремы С.Н.Черникова доказал, что разрешимая группа с условием минимальности на абелевы подгруппы является конечным расширением прямой суммы конечного числа квазициклических групп. (черниковской группой). С.Н.Черников (1951 г.) обобщил это утверждение на локально разрешимые группы» (Носков и др., 1979, с.82).

Индукция Отто Шрейера и Ханса (Ганса) Цассенхауза. О.Шрейер и Х.Цассенхауз обобщили на алгебры определенного вида теорему Жордана-Гельдера, о которой мы уже говорили. Г.Биркгоф в книге «Теория структур» (1952) пишет: «Было сделано два рода обобщений теоремы Жордана-Гельдера на алгебры, не удовлетворяющие условиям, налагаемым на цепи. Первое обобщение принадлежит Шрейеру и Цассенхаузу…» (Биркгоф, 1952, с.133).

Индукция Ойстина Орэ. Ойстин Орэ (1936) индуктивно перенес в теорию дедекиндовых структур теорему Шмидта, которая утверждает изоморфизм двух любых прямых разложений с неразложимыми множителями, т.е. существование изоморфных продолжений для произвольных прямых разложений. Отметим, что теорема Шмидта называется также теоремой Ремака-Шмидта. Ремак доказал эту теорему для любых конечных групп, Шмидт – для групп, обладающих главным рядом, причем допускалась произвольная система операторов. О переносе данной теоремы на дедекиндовы структуры пишет А.Г.Курош в книге «Теория групп» (Москва, «Наука», 1967): «Оказалось, далее, что теорию прямых разложений целесообразно развивать в рамках теории дедекиндовых структур. Перенесение на дедекиндовы структуры самой теоремы Шмидта указал Орэ [2]» (Курош, 1967, с.270-271). Здесь [2] – работа О.Орэ (1936).

Индукция Ойстина Орэ. Ойстин Орэ (1935, 1937) перенес в теорию структур теорему Жордана-Гельдера из теории групп. Повторим, что согласно теореме Жордана-Гельдера, всякие два композиционных ряда группы имеют одинаковую длину, а факторы этих двух рядов совпадают с точностью до порядка, т.е. совокупность этих факторов есть инвариант самой группы. Для того, чтобы убедиться в том, что О.Оре переносил указанную теорему в теорию структур, достаточно привести короткое замечание А.И.Узкова, который в статье «О теореме Жордана-Гельдера» («Математический сборник», 1938, том 4 (46), № 1) сообщает: «Вопросу о перенесении одной из фундаментальных теорем теории групп – теоремы

Жордана-Гельдера – в теорию структур уже посвящено несколько работ [1]» (Узков, 1938, с.31). Здесь [1] – это две работы О.Оре (1935, 1937).

Индукция Ойстина Орэ. Ойстин Орэ в книге «Теория графов» (Москва, «Наука», 1980) доказывает многие теоремы при помощи индукции. В частности, на основе индукции доказываются: теорема 3.4.7 – с.75 (эта теорема формулируется следующим образом: пусть G – граф с гамильтоновым циклом. Если для всех вершин a_i, связанных с a_0 гамильтоновой цепью, $P(a_1) + P(a_i) > n$, то a_0 есть гамильтонов центр), теорема 5.4.3 – с.114, теорема 7.10.1 – с.179, теорема 8.1.3 – с.186 (согласно данной теореме, две вершины ориентированно-циклически-реберно связаны тогда и только тогда, когда они взаимно связаны). Также посредством индукции доказываются теорема 10.2.3 – с.220, теорема 13.4.1 – с.271, теорема 13.5.4 (теорема Рамсея) – с.276. О.Оре пишет о теореме Рамсея: «Общая теорема Рамсея может быть получена индукцией по r; мы лишь наметим доказательство» (Оре, 1980, с.276). Аналогично, при помощи индукции доказывается теорема 14.1.4 – с.285, теорема 15.4.1 (теорема Уитни) – с.308. Теорема Уитни гласит: пусть G – конечный связный граф, отличный от графов, изображенных на рис. 15.4.1 и 15.4.2 книги О.Оре «Теория графов». Тогда любой реберный изоморфизм графа G на другой граф индуцируется вершинным изоморфизмом.

Индукция Пола Эрдеша. Лауреат премии Вольфа за 1983 год Пол Эрдеш (1973) обобщил на все плоские нормальные карты теорему Коцига (1955), согласно которой во всяком эйлеровом многограннике найдется ребро веса не более 13, а если еще и нет 3-вершин, то веса не более 11. О.В.Бородин в статье «Совместное обобщение теорем Лебега и Коцига о комбинаторике плоских карт» (журнал «Дискретная математика», 1991, том 3, вып.4) пишет о теореме Лебега, уточняющей утверждение О.Оре о том, что всякая плоская нормальная карта содержит грань порядка не более 5: «Из теоремы Лебега также следует существование в плоских нормальных картах вершины степени не более 5, однако не следует существования ребра с ограниченной суммой степеней концевых вершин (называемой весом). Лишь в 1955 г. Коциг [4] доказал, что во всяком эйлеровом многограннике найдется ребро веса не более 13, а если еще и нет 3-вершин, то веса не более 11. Обе границы – 13 и 11 – достижимы. Эрдеш [5] предположил, что теорема Коцига допускает перенос на все плоские нормальные карты, что было подтверждено в [6]» (Бородин, 1991, с.24). Здесь [5] – работа П.Эрдеша (1973), [6] – исследование О.В.Бородина (1989).

Индукция Александра Илларионовича Узкова. А.И.Узков (1939) индуктивно перенес на классы ассоциативных колец, удовлетворяющих ряду условий, некоторые результаты Х.Брандта (1926, 1928) об идеалах коммутативных колец. Аналогичное обобщение получил японский математик К.Асано. А.И.Мальцев в статье «К истории алгебры в СССР за первые 25 лет» (А.И.Мальцев, «Избранные труды», том 1, 1976) пишет: «В конце 30-х годов А.И.Узков у нас и Асано в Японии, анализируя работу Брандта, показали, что ряд его результатов об идеалах коммутативных колец переносится и на классы ассоциативных колец, удовлетворяющих ряду условий. Эта работа открыла у нас уже в послевоенные годы большую серию по «перенесению» результатов одной области теории колец (и групп) в более широкие области» (Мальцев, 1976, с.481). А.И.Узков в статье «Абстрактное обоснование брандтовой теории идеалов» («Математический сборник», 1939, том 6 (48), № 2) сам раскрывает свое обобщение (перенос): «В настоящей статье абстрактно выделяется тот класс колец, на которые брандтова теория может быть перенесена, а затем показывается, что, в частности, теория Брандта с небольшими изменениями имеет место в любой алгебре. При этом оказывается возможным не вносить существенных изменений в те методы, которыми пользовались Брандт и Артин для доказательства основных теорем» (Узков, 1939, с.264).

Индукция К.Асано. К.Асано (1938) обобщил на произвольные области главных идеалов результаты О.Оре (1932) и других ученых, занимавшихся исследованием кольца линейных дифференциальных операторов. П.Кон в книге «Свободные кольца и их связи» (Москва, «Мир», 1975) отмечает: «Первое абстрактное исследование кольца линейных дифференциальных операторов было выполнено Оре [32], который ввел понятие «собственного кольца». Обобщение этих результатов на произвольные области главных идеалов было сделано Асано [38]; результаты этих и многих других работ были суммированы в гл.3 книги Джекобсона [43]» (Кон, 1975, с.187). Здесь [32] – исследование О.Оре (1932), [38] – исследование К.Асано (1938), [43] – монография Н.Джекобсона «Теория колец» (1943), опубликованная на русском языке в 1947 году.

Индукция Аскольда Ивановича Виноградова. А.И.Виноградов (1955) обобщил на случай степеней любого фиксированного простого числа теорему Ю.В.Линника о представлении натуральных чисел суммой двух простых и ограниченного абсолютной константой количества степеней числа два. Б.М.Бредихин в статье «Разбиение на слагаемые с простыми числами» (сборник «Итоги науки и техники», 1978, том 16) пишет: «А.И.Виноградов [42, 43, 45] обобщил теорему Ю.В.Линника о представлении натуральных чисел суммой двух простых и ограниченного абсолютной константой количества степеней числа два на случай степеней любого фиксированного простого числа p» (Бредихин, 1978, с.15). Здесь [42] – исследование А.И.Виноградова (1955), [43] – исследование А.И.Виноградова (1956), [45] – работа А.И.Виноградова (1956).

Индукция Аскольда Ивановича Виноградова. А.И.Виноградов (1981) совместно с Л.А.Тахтаджяном обобщил асимптотическую формулу И.М.Виноградова-К.Гаусса для среднего значения числа классов чисто коренных квадратичных форм отрицательного определителя. Эта формула была открыта К.Гауссом и доказана И.М.Виноградовым (1917). А.И.Виноградов и Л.А.Тахтаджян в статье «Аналоги формулы Виноградова-Гаусса в критической полосе» («Труды МИАН СССР», 1981, том 158) сообщают: «В настоящей работе мы показываем, как, используя довольно простые соображения из спектральной теории автоморфных функций, можно дать аналитическое обобщение формулы Виноградова-Гаусса. Основой такого обобщения является классическая формула, принадлежащая Дирихле…» (Виноградов, Тахтаджян, 1981, с.45).

Индукция Филиппа Холла. Американский математик Филипп Холл (1935) обобщил на бесконечные группы одну из теорем Фробениуса из теории конечных групп. А.Г.Курош в книге «Теория групп» (1967), обсуждая результаты, полученные математиками в одном из разделов теории групп, пишет: «В качестве примера результатов такого рода укажем на следующую теорему Фробениуса, играющую в теории конечных групп весьма заметную роль. Если число К есть делитель порядка конечной группы G, то число элементов этой группы, удовлетворяющих уравнению $X^R = 1$ (т.е элементов, порядки которых являются делителями К), делится на К. Эта теорема многократно обобщалась, в том числе и для случая бесконечных групп; наиболее сильные из этих обобщений принадлежат Ф.Холлу [3]» (Курош, 1967, с.427). Здесь [3] – работа Ф.Холла (1935).

Индукция Филиппа Холла. Филипп Холл распространил классическую теорему Силова о свойствах конечных групп на разрешимые группы при произвольном П. Здесь П – это свойство групп, характеризующее их связь с множеством простых чисел. С.А.Чунихин в статье «О П-свойствах конечных групп» («Математический сборник», 1949, том 25 (67)) констатирует: «С другой стороны, нужно отметить результат Ф.Холла (Ph. Hall), обнаружившего справедливость теоремы Силова для разрешимых групп при произвольном П…» (Чунихин, 1949, с.321). Нелишне будет напомнить, что теорема Силова, которую обобщал Ф.Холл, состоит из четырех частей, о чем пишет С.А.Чунихин в той же статье: «Теорема Силова для конечных групп делится, как известно, на четыре части:

α) теорема о существовании подгрупп;

β) теорема о сопряженности подгрупп;
γ) теорема о вложении подгрупп;
δ) теорема о числе подгрупп» (там же, с.332).

Индукция Л.Ауслендера и Г.Баумслага. Л.Ауслендер и Г.Баумслаг (1967) перенесли на более общую ситуацию теорему Ф.Холла о представимости произвольной конечно-порожденной нильпотентной группы G матрицами над кольцом Z целых чисел. Ю.И.Мерзляков в статье «Линейные группы» (сборник «Итоги науки», серия математика, алгебра, топология, геометрия, 1971) констатирует: «Обобщая теорему Ф.Холла о представимости произвольной конечно-порожденной нильпотентной группы G матрицами над кольцом Z целых чисел, Ауслендер и Баумслаг [122] анонсировали такую представимость для голоморфа Hol G. Идя в другом направлении, Ауслендер [121] представил матрицами над Z произвольную полициклическую группу (представимость над полем нулевой характеристики была установлена Вангом еще в 1956 г.)» (Мерзляков, 1971, с.76). Здесь [122] – исследование Л.Ауслендера и Г.Баумслага (1967), [121] – работа Л.Ауслендера (1967).

Индукция Ричарда Радо. Известный математик, член Лондонского королевского общества Ричард Радо (1942) обобщил на независимые системы различных представителей в векторных евклидовых пространствах теорему Ф.Холла (1935) о паросочетаниях в двудольных графах, получившую название теоремы Ф.Холла о свадьбах. Л.Ловас и М.Пламмер в книге «Прикладные задачи теории графов» (Москва, «Мир», 1998) указывают: «Очень мало работ по теории паросочетаний было опубликовано в годы Второй мировой войны. Однако в 1942 г. появилась статья Радо, в которой он обобщил теорему Ф.Холла (теорему о свадьбах – Н.Н.Б.) на независимые системы различных представителей в векторных евклидовых пространствах и тем самым установил первую взаимосвязь между паросочетаниями и матроидами» (Ловас, Пламмер, 1998, с.18). Желая пояснить теорему Ф.Холла о свадьбах, которую обобщал Ричард Радо, обратимся к книге Р.Уилсона «Введение в теорию графов» (1977), в которой отмечается: «Теорема о свадьбах, доказанная Филиппом Холлом в 1935 г., отвечает на следующий вопрос, известный под названием задачи о свадьбах: рассмотрим некоторое конечное множество юношей, каждый из которых знаком с несколькими девушками; спрашивается, при каких условиях можно женить юношей так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке?» (Уилсон, 1977, с.144). «…Можно сформулировать, - продолжает Р.Уилсон, - следующее очевидное утверждение: необходимое условие для существования решения в задаче о свадьбах состоит в том, что R юношей из данного множества должны быть знакомы (в совокупности), по меньшей мере, с R девушками (для всех целых R, удовлетворяющих неравенствам $1 \leq R \leq m$, где через m обозначено общее число юношей). (…) Поразительно, что это очевидное необходимое условие является в то же время и достаточным. В этом и состоит теорема Холла о свадьбах; вследствие ее важности мы дадим три доказательства теоремы Холла» (там же, с.145).

Индукция Пола Ричарда Халмоша. Американский математик венгерского происхождения Пол Халмош совместно с В.Вогеном доказал теорему Ф.Холла о свадьбах, используя математическую индукцию. Р.Уилсон в книге «Введение в теорию графов» (1977) пишет: «…Мы дадим три доказательства теоремы Холла. Первое из них принадлежит Халмошу и Вогену. Теорема 25 А (Ф.Холл, 1935). Решение задачи о свадьбах существует тогда и только тогда, когда любые R юношей из данного множества знакомы в совокупности, по меньшей мере, с R девушками ($1 \leq R \leq m$). Доказательство. Как было отмечено выше, необходимость условия очевидна. Для доказательства достаточности воспользуемся индукцией и допустим, что утверждение справедливо, если число юношей меньше m. (Ясно, что при $m=1$ теорема верна)» (Уилсон, 1977, с.146).

Индукция Пола Ричарда Халмоша. Известно, что в свое время Пол Халмош (1944) ввел в группе всех автоморфизмов отрезка [0, 1] с лебеговской мерой слабую топологию и доказал плотность в данной группе множества циклических перестановок элементов двоичных разбиений отрезка [0, 1] с лебеговской мерой. Как П.Халмош достиг этого? Благодаря тому, что индуктивно перенес в область доказательства указанной теоремы категорный подход Бэра (Бера), который ранее применяли С.Банах и В.Гуревич в теории функциональных пространств. Кстати, Дж.Окстоби и С.Улам использовали категорный подход Бэра при доказательстве теоремы о том, что в группе H (M, μ) всех гомеоморфизмов M, сохраняющих меру μ, снабженной равномерной топологией, эргодические гомеоморфизмы образуют всюду плотное множество типа Gδ. А.Б.Каток и А.М.Степин в статье «Метрические свойства гомеоморфизмов, сохраняющих меру» (УМН, 1970, том 25, вып.2 (152)) пишут: «Значение теоремы Бера и категорного подхода применительно к функциональным пространствам видно уже из работ С.Банаха [2] и В.Гуревича (см., например, [3]). Центральным моментом при доказательстве категорных теорем в этих работах является использование некоторого аппроксимационного утверждения (приближение непрерывной функции кусочно-линейной, теорема об ε-сдвигах). Роль такого утверждения в работе Окстоби-Улама играет теорема о плотности в H (M, μ) специального класса гомеоморфизмов, имеющих множество большой меры, состоящее из периодических точек одного периода. В 1944 г. П.Халмош в [4], [5] применил категорный подход к чисто метрической ситуации. Он ввел в группе u всех автоморфизмов отрезка [0, 1] с лебеговской мерой слабую топологию и доказал плотность в u множества циклических перестановок элементов двоичных разбиений отрезка [0, 1]. Последний факт аналогичен аппроксимационному утверждению Окстоби и Улама и представляется нам более простым. Из него следует теорема о «массивности» в u множества эргодических автоморфизмов» (Каток, Степин, 1970, с.194). Здесь [2] – работа С.Банаха (1931), [4] – исследование П.Р.Халмоша (1944), [5] – исследование П.Р.Халмоша (1944). Описанная индукция П.Халмоша сильно напоминает аналогию (перенос), но повторим, что аналогия – частный вариант индуктивных рассуждений, если рассматривать последние достаточно широко.

Индукция Натана Джекобсона. Н.Джекобсон (1945) обобщил на радикальные кольца теорему Ч.Гопкинсона (1939) о том, что всякое нильколько с условием минимальности для левых идеалов нильпотентно. В.А.Андрунакиевич в статье «К определению радикала кольца» (Известия АН СССР, 1952, том 16) отмечает: «Как известно (7), Гопкинсом была доказана теорема о том, что всякое нильколько с условием минимальности для левых идеалов нильпотентно. Позже эта теорема была обобщена Джекобсоном (5), который доказал, что она остается верной и для радикальных колец» (Андрунакевич, 1952, с.223). Здесь (7) – исследование Ч.Гопкинса [1939], (5) – исследование Н.Джекобсона [1945].

Индукция Натана Джекобсона. Н.Джекобсон обобщил на бесконечномерные алгебры структурную теорему Веддерберна (Веддербарна). Наиболее простая формулировка данной теоремы: всякая полупростая алгебра изоморфна прямому произведению матричных алгебр над телами и, наоброт, прямое произведение матричных алгебр над телами – полупростая алгебра. Р.Пирс в книге «Ассоциативные алгебры» (Москва, «Мир», 1986) отмечает: «Теорема плотности Джекобсона часто рассматривается как обобщение структурной теоремы Веддерберна на бесконечномерные алгебры. Однако она оказывается весьма полезным инструментом и в обсуждаемых вопросах в конечномерных алгебрах» (Пирс, 1986, с.275).

Индукция Эллиса Роберта Колчина. Американский математик Эллис Роберт Колчин (1948) распространил классическую теорему Софуса Ли о линейных разрешимых группах на случай характеристики $\neq 0$. В настоящее время данная теорема называется теоремой Ли-Колчина. Клод Шевалле во 2-ом томе своей книги «Теория групп Ли» (Москва, ИЛ, 1958) пишет: «…Работы Е.Р.Колчина [см. его мемуар «Algebraic matric groups and the Picard-Vessiot theory of homogeneous linear ordinary differential equations», Ann. of Math., 49 (1948)] и особенно тот факт, что ему удалось распространить теорему Ли о линейных разрешимых группах на случай характеристики $\neq 0$, позволяют надеяться, что на этом пути будут получены важные результаты» (Шевалле, 1958, с.6). О значимости работ Э.Р.Колчина можно судить по тому, что его подход использовал и развивал известный французский математик Арман Борель – родственник Эмиля Бореля. Е.А.Сопкина в кандидатской диссертации «Групповые подсхемы редуктивных групп» (Санкт-Петербург, 2006) отмечает: «В своих работах [38, 39] Э.Колчин изучил строение коммутативных алгебраических групп (теорема Ли-Колчина), а также свойства замкнутых подгрупп, компоненты связности единицы и др. При этом все доказательства были проведены на языке алгебраической геометрии, без использования алгебр Ли, и не зависели от характеристики основного поля. Этот же подход позднее использовал А.Борель [25]» (Е.А.Сопкина, 2006). Здесь [38] и [39] – работы Э.Р.Колчина (1946), [25] – исследование А.Бореля (1956).

Индукция Эллиса Роберта Колчина. Эллис Роберт Колчин обобщил теорию Пикара-Вессио на случай голономных систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных. А.Г.Хованский в книге «Топологическая теория Галуа» (Москва, МЦНМО, 2008) повествует о результатах Эмиля Пикара, Эрнста Вессио и Эллиса Колчина: «Пикар с каждым линейным дифференциальным уравнением связал его группу Галуа, которая является группой Ли (и, более того, является алгебраической матричной группой). Пикар и Вессио показали, что именно эта группа отвечает за разрешимость уравнений в квадратурах, Колчин развил теорию алгебраических групп, придал теории Пикара-Вессио законченный вид и обобщил ее на случай голономных систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных» (Хованский, 2008, с.3). Об этом же А.Г.Хованский пишет в статье «Многомерные результаты о непредставимости функций в квадратурах» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2003, том 37, вып.4): «Колчин обобщил теорию Пикара-Вессио на случай голономных систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных» (Хованский, 2008, с.84). О том, что Э.Р.Колчин перенес теорию Пикара-Вессио на широкий класс расширений дифференциальных полей, сообщают также А.В.Михалев и Е.В.Панкратьев в статье «Дифференциальная и разностная алгебра» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 25): «Основу теории Пикара-Вессио составляет доказанная Колчиным теорема о соответствии Галуа между промежуточными дифференциальными полями и алгебраическими подгруппами дифференциальной группы Галуа. (…) В дальнейшем теория Пикара-Вессио была обобщена Колчиным на более широкий класс расширений дифференциальных полей, названных им сильно нормальными расширениями. Группа дифференциальных автоморфизмов такого расширения представляет собой алгебраическую группу» (Михалев, Панкратьев, 1987, с.98).

Индукция Эллиса Роберта Колчина. Эллис Роберт Колчин (1978) обобщил на случай произвольных дифференциально-алгебраических групп теорию женщины-математика П.Дж.Кассиди, которая занималась классификацией структур дифференциальных алгебраических групп на аффинной прямой и плоскости. А.В.Михалев и Е.В.Панкратьев в статье «Дифференциальная и разностная алгебра» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 25) говорят об исследованиях П.Дж.Кассиди 1970-1980-х годов: «В [146] получена классификация структур дифференциальных алгебраических групп на аффинной прямой и плоскости. Кассиди рассматривала только аффинные дифференциально-алгебраические группы. Колчин [285] обобщил ее теорию на случай произвольных дифференциально-алгебраических групп. Он ввел также понятия дифференциально-алгебраических колец, идеалов, модулей и алгебр Ли» (Михалев, Панкратьев, 1987, с.116). Здесь [146] – работа П.Дж.Кассиди (1981), [285] – исследование Э.Р.Колчина (1978).

Индукция Б.Неймана. Б.Нейман (1958) индуктивно обобщил на любые группы, у которых всякий элемент конечного порядка обладает конечным числом сопряженных, теорему об изоморфизме силовских р-подгрупп. А.Г.Курош в книге «Теория групп» (Москва, «Наука», 1967) указывает: «Б.Нейман [24] показал, что теорема об изоморфизме силовских р-подгрупп легко обобщается со случая локально нормальных групп на любые FC-группы и даже на любые группы, у которых всякий элемент конечного порядка обладает конечным числом сопряженных. На первый из этих двух случаев обобщается и утверждение о локальной сопряженности силовских р-подгрупп, но на второй случай оно не может быть перенесено» (Курош, 1967, с.507). Здесь [24] – работа Б.Неймана (1958). Б.Нейман известен теми проблемами, которые он поставил перед математиками и которые потребовали приложения весьма значительных усилий. Одной из таких проблем является проблема конечности базиса, которую решил в 1969 году российский математик Сергей Иванович Адян. Он нашел простые примеры многообразий групп, которые не имеют конечного базиса. Информацию о том, как С.И.Адян решил указанную проблему, поставленную Б.Нейманом, можно почерпнуть из статьи Л.Д.Беклемишева, И.Г.Лысенка, А.А.Мальцева, С.П.Новикова и других «Сергей Иванович Адян» (УМН, 2006, том 61, вып.3 (369)).

Индукция Ирвинга Капланского. Один из учеников создателя теории категорий Саундерса Маклейна, американский математик польского происхождения И.Капланский индуктивно перенес на случай модулей над некоторыми ассоциативными кольцами многие основные результаты об абелевых группах. А.Г.Курош в книге «Теория групп» (1967) отмечает: «Теория абелевых групп развивалась в последние годы весьма интенсивно. Вскоре после выхода второго издания настоящей книги появилась монография Капланского [4], в которой многие основные результаты об абелевых группах получили новые доказательства и были перенесены на случай модулей над некоторыми ассоциативными кольцами» (Курош, 1967, с.549). Заметим, что теория модулей – это теория операторных абелевых групп с областью операторов Σ, то есть теория, представляющая самостоятельную ветвь общей алгебры. Что касается самой теории абелевых групп, то ее можно охарактеризовать следующим образом. А.Р.Чехлов в докторской диссертации «Абелевы группы с большим числом эндоморфизмов» (Томск, 2003) отмечает: «Группа называется абелевой, если групповая операция в ней (записываемая обычно аддитивно) коммутативна. Являясь частью общей теории групп, теория абелевых групп активно взаимодействует с теорией модулей, колец, категорий, топологических групп. Поэтому одним из важных направлений в теории абелевых групп является углубление теоретико-модульных результатов, использующее специфику кольца целых чисел. В то же время эта теория является источником идей для смежных областей алгебры и одним из побудителей новых исследований в них» (А.Р.Чехлов, 2003).

Индукция Ирвинга Капланского. И.Капланский (1949) обобщил на некоммутативные группы так называемую теорему об автоморфизмах. Данная теорема гласит: если непрерывный автоморфизм Т компактной абелевой группы Х эргодичен, то порожденный им автоморфизм U группы характеров С не имеет конечных траекторий. Если U не имеет конечных траекторий, то Т имеет стандартный тип n (где n конечно или бесконечно) и, следовательно, является перемешивающим в сильном смысле. П.Р.Халмош в книге «Лекции по эргодической теории» (Ижевск, 1999) пишет об этой теореме: «Из доказанной теоремы непосредственно вытекает, что для непрерывных автоморфизмов компактных абелевых групп эргодичность равносильна перемешиванию. Эта теорема была обобщена на некоммутативные группы, см. Kaplansky, Can. J. Of Math., 1949, стр.111» (Халмош, 1999, с.72). Описанное обобщение И.Капланского было опубликовано в «Канадском математическом журнале».

Индукция Ирвинга Капланского. И.Капланский перенес на операторы в гильбертовых пространствах теорему Н.Джекобсона (1935) о том, что при подходящих условиях конечности всякий оператор С=PQ-QP, коммутирующий с Р, обязательно нильпотентен. И.Капланский достиг этой цели путем замены нильпотентности квазинильпотентностью. П.Халмош в книге «Гильбертово пространство в задачах» (1970) повествует: «Первая общая теорема такого рода принадлежит Джекобсону [1], который доказал, что при подходящих условиях конечности всякий оператор C=PQ-QP, коммутирующий с P, обязательно нильпотентен. Это утверждение можно считать обобщением теоремы о скалярных коммутаторах, поскольку единственный скалярный нильпотентный оператор – нулевой. В бесконечномерных гильбертовых пространствах условие конечности не выполняются. Капланский предположил, что если заменить нильпотентность соответствующим ее обобщением (а именно квазинильпотентностью), то теорему Джекобсона можно будет распространить на операторы в гильбертовых пространствах, и оказалось, что он был прав. Доказательство независимо друг от друга получили Клейнеке [1] и Широков [1]» (Халмош, 1970, с.132). Здесь [1] – работа Н.Джекобсона (1935), [1] – исследование Д.Клейнеке (1957), [1] – статья Ф.В.Широкова «Доказательство гипотезы Капланского» (УМН, 1956, том 11).

Индукция Ирвинга Капланского. И.Капланский (1951) перенес на случай бикомпактного хаусдорфова пространства известную теорему Стоуна-Вейерштрасса. Напомним, что данная теорема возникла в результате того, что Маршалл Стоун (1935, 1937) обобщил теорему Вейерштрасса (1883) о возможности равномерного приближения непрерывной функции нескольких переменных последовательностью полиномов (многочленов). Следует отметить, что И.Капланский обобщил теорему Стоуна-Вейерштрасса таким образом, что функции определенного вида принимают значения из некоторой С*-алгебры, то есть дал некоммутативное обобщение указанной теоремы. Обобщение теоремы Стоуна-Вейерштрасса получил также Р.Ф.Аренс (1949). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Аренс [4] дал некоторое обобщение теоремы Стоуна-Вейерштрасса для случая, когда областью значений служит некоторая абелева группа с определенными структурными и топологическими свойствами. Капланский [1, стр.228-233] доказал соответствующую теорему для случая, когда S есть бикомпактное хаусдорфово пространство, а функции в точке S∈S принимают значения из некоторой С*-алгебры As, зависящей от s. Это есть некоторое «некоммутативное» обобщение теоремы Стоуна-Вейерштрасса» (Данфорд, Шварц, 1962, с.419). Здесь [4] – работа Р.Ф.Аренса (1949), [1] – исследование И.Капланского (1951). Что касается исследований М.Стоуна, получившего обобщение теоремы Вейерштрасса, то Н.Данфорд и Дж.Шварц в той же книге пишут об этом: «Стоуновское обобщение теоремы Вейерштрасса для вещественных функций содержится в его работе [1, стр.465-469], где в основном пространство непрерывных функций рассматривается как некоторая алгебра» (там же, с.418). Здесь [1] – работа М.Стоуна (1937).

Индукция Ирвинга Капланского. И.Капланский распространил на общие локально компактные коммутативные группы тауберову теорему в ее общей форме, согласно которой замкнутый идеал есть ядро своей оболочки, если последняя – пустая. Л.Люмис в книге «Введение в абстрактный гармонический анализ» (Москва, ИЛ, 1956) пишет: «Тауберова теорема в ее общей форме 37А утверждает, что замкнутый идеал есть ядро своей оболочки, если последняя – пустая, и тем самым представляет собой положительное решение частного случая общей задачи о том, при каких условиях замкнутый идеал групповой алгебры L^1 (G) служит ядром своей оболочки. (…) Положительная теорема справедлива также для одноточечных оболочек. Для вещественной прямой это доказал Сегал [44], а на общие локально компактные коммутативные группы, опираясь на теорию их строения, распространил Капланский [27]» (Люмис, 1956, с.188).

Индукция Авраама Карраса, Дональда Солитера и других ученых. А.Каррас, Д.Солитер (1970) и другие математики обобщили на свободные произведения с объединенной подгруппой одну из теорем Куроша (1934). Речь идет о теореме Куроша, определяющей условия, при которых любая подгруппа H группы G может быть представлена в виде свободного произведения $H = (* \lambda \in \Lambda H \lambda)* F$. Чтобы обобщить данную теорему Куроша, потребовалось провести большой эмпирический анализ, на который ушло много времени. Д.Коллинз и Х.Цишанг в статье «Комбинаторная теория групп и фундаментальные группы» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 58) указывают: «Обобщение теоремы Куроша на свободные произведения с объединенной подгруппой получить было не так просто. Первая попытка была предпринята Х.Нейман [144], но лишь после работ Карраса и Солитера [115], Басса и Серра [183] были выработаны необходимые для этого подходы» (Коллинз, Цишанг, 1990, с.48). Здесь [144] – исследование Х.Нейман (1948), [115] – исследование А.Карраса и Д.Солитера (1970), [183] – работа Ж.П.Серра (1977).

Индукция Альфреда Реньи. Известный венгерский математик Альфред Реньи (1948) индуктивно обобщил на множества, состоящие из составных чисел, метод большого решета, использованный до этого Ю.В.Линником (1941) при исследовании определенных множеств простых чисел. М.Б.Барбан в статье «Метод «большого решета» и его применения в теории чисел» (УМН, 1966, том 21, вып.1 (127)) повествует: «В 1941 г. появилась заметка Ю.В.Линника «Большое решето» [10]. В этой заметке фактически содержался удивительный по своей силе и простоте получения результат: все последовательности $\sum T$ (F, Z) равнораспределены, если F – множество простых чисел интервала (M, 2M), причем от последовательности зависит лишь величина Z. Уже это имело серьезные применения в теории наименьшего невычета и оценках L-функций характеров по простым модулям (см. §1). В 1948 г. вышла важная работа А.Реньи [11], развивающая метод «большого решета». В первую очередь А.Реньи обобщил метод «большого решета» на случай множества F, состоящего из составных чисел» (Барбан, 1966, с.56). В другом месте своей статьи М.Б.Барбан вновь говорит об обобщении А.Реньи: «Как уже упоминалось во введении, в работе [11] А.Реньи дал простое, но очень важное обобщение метода «большого решета». Именно, он показал, что практически тот же самый прием позволяет изучать $\sum T$ (y, z) для общих последовательностей» (там же, с.69). Об этом же пишет А.Ф.Лаврик в статье «Обзор по большому решету Ю.В.Линника и плотностной теории нулей L-функций» (УМН, 1980, том 35, вып.2 (212)): «Реньи [11] - [13] существенно обобщил и усилил результат Ю.В.Линника по большому решету. И на этой основе он впервые показал, что: а) каждое достаточно большое число представляется в виде суммы простого числа и числа, имеющего конечное число простых сомножителей…» (Лаврик, 1980, с.59).

Индукция Андре Вейля. Лауреат премии Вольфа за 1979 год Андре Вейль (1928) индуктивно перенес на случай абелевых многообразий любой размерности теорему Луиса Морделла о конечной порожденности группы рациональных точек эллиптической кривой. Барри Мазур в докладе «О математических открытиях Герда Фальтингза» (сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», редактор – В.М.Тихомиров, 1991) констатирует: «В своей диссертации А.Вейль обобщил теорему Морделла о конечной порожденности группы рациональных точек эллиптической кривой на случай абелевых многообразий любой размерности» (Мазур, 1991, с.41). В.А.Демьяненко в статье «Рациональные точки одного класса алгебраических кривых» (Известия АН СССР, 1966, том 30, вып.6) пишет: «Известно, что точки кривой первого рода, рациональные над заданным полем K, образуют коммутативную группу. Л.Морделл (1) доказал высказанное Пуанкаре предположение о конечности числа образующих этой группы над абсолютной областью рациональности R (1). А.Вейль (2) показал, что теорема о конечности числа образующих справедлива для абелевых многообразий не только над R (1), но и над любым полем алгебраических чисел конечной степени» (Демьяненко, 1966, с.1373). Об этом же обобщении А.Вейля говорит Ханспетер Крафт в статье «Алгебраические кривые и диофантовы уравнения» (сборник «Живые числа», Москва, «Мир», 1985). Имея в виду теорему Луиса Морделла о конечной порожденности группы рациональных точек эллиптической кривой, Х.Крафт пишет: «Сформулированная выше теорема Морделла была обобщена в двух различных направлениях: вместо рациональных точек стали рассматривать точки с координатами из заданного числового поля, а вместо эллиптических кривых – поверхности произвольной размерности (так называемые абелевы многообразия). Начало этим обобщениям было положено А.Вейлем, и окончательный результат называют сейчас теоремой Морделла-Вейля» (Х.Крафт, 1985). Можно также процитировать С.А.Степанова, который в обзоре «Диофантовы уравнения» («Труды МИАН СССР», 1984, том 168) указывает: «…Метод бесконечного спуска Ферма (когда он применим) приводит, в конце концов, к противоречию и тем самым позволяет установить неразрешимость соответствующего уравнения. Именно этим методом Эйлеру [51] удалось доказать неразрешимость уравнения Ферма $x^n + y^n = z^n$ для n=3 и n=4. История вопроса подробно изложена в книге Эдвардса [31]. В дальнейшем этот метод был использован Морделлом (см. [67]) при доказательстве гипотезы Пуанкаре о том, что группа рациональных точек на эллиптической кривой $y^2 = 4x^2 - g2x – g3$ конечно порождена, а также А.Вейлем [83], давшим обобщение теоремы Морделла на абелевы многообразия произвольной размерности» (Степанов, 1984, с.33). Здесь [83] – исследование А.Вейля (1928).

Индукция Андре Вейля. Как известно, Эмиль Артин (1924) ввел дзета-функции для случая алгебраических кривых по аналогии с дзета-функциями Б.Римана для алгебраических чисел. Тот же Э.Артин предположил, что для введенных им дзета-функций справедлив аналог гипотезы Римана, согласно которой все нетривиальные нули дзета-функции имеют действительную часть, равную одной второй. Другая формулировка гипотезы: все нетривиальные нули дзета-функции лежат в комплексной плоскости на критической прямой, параллельной мнимой оси и проходящей на действительной оси через ½. Этот аналог гипотезы Римана для случая алгебраических кривых (конкретно для кривых рода 1) доказал Х.Хассе (1933). Обобщение Андре Вейля (1942), на котором мы в данном случае акцентируем внимание, состоит в том, что он индуктивно распространил схему доказательства Х.Хассе на более широкий класс объектов. Д.Дербишир в книге «Простая одержимость» (Москва, «Астрель», 2010) пишет: «В 1933 году работавшему в Магдебургском университете в Германии Хельмуту Хассе удалось для определенной категории полей доказать результат, аналогичный гипотезе Римана. В 1942 году Андре Вейль распространил это доказательство на гораздо более широкий класс объектов, а затем предположил – в знаменитых трех «гипотезах Вейля», - что подобные результаты должны иметь место для еще более широкого класса. В 1973 году бельгийский математик Пьер Делинь получил сенсационное достижение, принесшее ему Филдсовскую премию – он доказал гипотезы Вейля, тем самым, по существу, завершив программу исследований, начало которой положил Артин» (Дербишир, 2010, с.327). Отметим, что знаменитая гипотеза Римана о нулях дзета-функции до сих пор не доказана, а тот, кто найдет ее доказательство, будет вознагражден американским Институтом Клея (размер вознаграждения – 1 млн долларов США).

Индукция Андре Вейля. Андре Вейль обобщил на произвольные кэлеровы многообразия известную теорему Пуанкаре, согласно которой любому дивизору на комплексном торе отвечает тэта-функция. Некоторые математики (например, Серж Ленг) сожалеют о том, что после полученного Вейлем обобщения указанной теоремы Пуанкаре она стала менее доступна для понимания рядового читателя. Впрочем, это не является сигналом к тому, чтобы отказаться от обобщения различных математических утверждений. С.Ленг в книге «Введение в алгебраические и абелевы функции» (Москва, «Мир», 1976) пишет: «В мае 1949 года А.Вейль дал толчок развитию теории тэта-функций своим известным докладом в семинаре Бурбаки. Я следую ему в доказательстве теоремы Пуанкаре, согласно которому любому дивизору на комплексном торе отвечает тэта-функция. К сожалению, когда сам Вейль включил эту теорему в свою монографию о кэлеровых многообразиях, он обобщил ее до результата, годного для всех таких многообразий. Теорема выиграла в глубине, но потеряла в доступности для неискушенного читателя» (Ленг, 1976, с.7). Суть понятия тэта-функции можно пояснить, если обратиться к статье Д.В.Егорова «Тэта-функции на многообразии Кодаиры-Терстона» («Сибирский математический журнал», 2009, том 50, № 2), в которой он отмечает: «Классическая тэта-функция, как известно, с геометрической точки зрения является сечением линейного голоморфного расслоения над комплексным тором» (Егоров, 2009, с.320).

Индукция Андре Вейля. А.Вейль (1940) распространил одну из теорем Бохнера на непрерывные положительно определенные функции, заданные на произвольной локально бикомпактной абелевой группе. Согласно данной теореме Бохнера, для того чтобы функция $P(t)$ ($\infty<t<\infty$) допускала представление в виде $P(t)=\int e^{i\lambda h}\,dv(\lambda)$ с действительной, неубывающей и ограниченной $v(\lambda)$, необходимо и достаточно, чтобы она была непрерывной и положительно определенной. Ф.Рисс и Б.Секевальфи-Надь в книге «Лекции по функциональному анализу» (1979) пишут: «…А.Вейль обобщил теорему Бохнера на непрерывные положительно определенные функции $P(x)$, заданные на произвольной локально бикомпактной абелевой группе G» (Рисс, Секевальфи-Надь, 1979, с.415). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Спектральная теория» (1966) поясняют, что А.Вейль обобщал теорему С.Бохнера о необходимых и достаточных условиях, определяющих существование конечной неотрицательной меры μ, определенной на борелевских множествах вещественной прямой. Кроме А.Вейля, эта теорема С.Бохнера исследовалась и обобщалась Д.А.Райковым (1940), А.Картаном и Р.Годманом (1947), Л.Х.Люмисом (1956). Н.Данфорд и Дж.Шварц в своей монографии говорят об упомянутой теореме С.Бохнера: «Обобщения теоремы Бохнера на локально компактные группы были даны А.Вейлем [1; § 30], Райковым [3], Картаном и Годманом [1, 2] и Люмисом [1; стр.142]» (Данфорд, Шварц, 1966, с.442). Здесь [1] – книга А.Вейля «Интегрирование в топологических группах и его применения» (Москва, ИЛ, 1950), [3] – статья Д.А.Райкова «Положительно определенные функции на коммутативных группах с инвариантной мерой» («Доклады АН СССР», 1940, том 28), [1] – исследование А.Картана и Р.Годмана (1947), [1] – монография Л.Х.Люмиса «Введение в абстрактный гармонический анализ» (Москва, ИЛ, 1956).

Индукция Андре Вейля. А.Вейль (1963) обобщил на случай неприводимых равномерных решеток в произвольной полупростой группе Ли теорему А.Сельберга (1962), согласно которой любую равномерную решетку в группе SLn (R) можно сопряжением превратить в подгруппу, состоящую из матриц с алгебраическими коэффициентами. Г.А.Маргулис в статье «Арифметические свойства дискретных подгрупп» (УМН, 1974, том 29, вып.1 (175)) указывает: «Долгое время не существовало примеров неарифметических неприводимых решеток в полупростых группах Ли, отличных от SL2 (R). Возникла гипотеза, впервые высказанная А.Сельбергом, что если $H \neq SL2$ (R) – полупростая группа Ли, то любая неприводимая решетка Г в H является арифметической подгруппой… Сельберг [39] получил первый результат в направлении доказательства этой гипотезы, доказав, что любую равномерную решетку в группе SLn (R) можно сопряжением превратить в подгруппу, состоящую из матриц с алгебраическими коэффициентами. После этого А.Вейль [40] перенес этот результат Сельберга на неприводимые равномерные решетки в произвольной полупростой группе Ли» (Маргулис, 1974, с.51). Здесь [39] – статья А.Сельберга «О дискретных группах в многомерных симметрических пространствах» (сборник переводов «Математика», 1962, 6:3), [40] – статья А.Вейля «О дискретных подгруппах групп Ли» (сборник переводов «Математика», 1963, 7:1).

Индукция Андре Вейля. А.Вейль распространил на случай произвольных локально-компактных абелевых групп теорему Хаусдорфа-Юнга, которая сама является обобщением теоремы Парсеваля и леммы Римана-Лебега. Й.Берг и Й.Лефстрем в книге «Интерполяционные пространства» (Москва, «Мир», 1980) пишут: «Ф.Рисс [1] в 1923 г. доказал аналог теоремы Хаусдорфа-Юнга для произвольных ортогональных систем. (…)

А.Вейль распространил теорему Хаусдорфа-Юнга далее на случай произвольных локально-компактных абелевых групп» (Берг, Лефстрем, 1980, с.31).

Индукция Андре Вейля, Горо Шимуры и Ютаки Таниямы. Андре Вейль, а также Г.Шимура и Ю.Танияма (1955) индуктивно перенесли на многомерный случай абелевых многообразий определенного вида теорию комплексного умножения, построенную Л.Кронекером, Г.Вебером, Т.Такаги, Г.Хассе. Ю.И.Манин в статье «К двенадцатой проблеме Гильберта» (сборник «Проблемы Гильберта», 1969) замечает: «В 1955 г. появились работы А.Вейля, Г.Шимуры и И.Таниямы, в которых теория комплексного умножения обобщалась на многомерный случай абелевых многообразий с «большим» кольцом эндоморфизмов» (Манин, 1969, с.161). Об этом же говорит А.Н.Паршин в статье «Арифметика алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки», 1970, 1971): «Классическая теория комплексного умножения эллиптических функций была в последнее время предметом ряда семинаров и лекций [98, 112]. Как известно, эта теория и теорема Кронекера-Вебера послужили Гильберту отправным пунктом при формулировке его 12-ой проблемы. (…) Часть поставленной Гильбертом задачи была решена А.Вейлем, Шимурой и Таниямой [430, 416]. Они обобщили теорию комплексного умножения на класс абелевых многообразий с «достаточно большим» кольцом эндоморфизмов (многообразий CM-типа)» (Паршин, 1971, с.124). Здесь [430] – работа Ю.Таниямы (1961). Сказанное подтверждается Х.Кохом, который в обзоре «Алгебраическая теория чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 62) констатирует: «Порождение полей классов значениями трансцендентных функций уже отмечалось Гильбертом в его двенадцатой проблеме (Гильберт [128]). Он пишет: «Распространение теоремы Кронекера на тот случай, когда вместо области рациональных чисел или мнимого квадратичного поля произвольное алгебраическое поле взято в качестве области рациональности, представляется мне очень важным. Я считаю эту проблему одной из наиболее глубоких и далеко идущих в теории чисел и теории функций» (перевод из [128]). С точки зрения комплексного умножения наиболее естественным обобщением является замена эллиптических кривых абелевыми многообразиями. Такое обобщение было получено Шимурой и Таниямой для CM-полей, т.е. чисто мнимых квадратичных расширений вполне вещественных числовых полей, но лишь частичное, поскольку получаются не все абелевы расширения» (Кох, 1990, с.130-131). Укажем, что И.Танияма (Ю.И.Манин пишет его инициалы в традициях 1970-х годов) – это знаменитый японский математик Ютака Танияма, который обнаружил аналогию между модулярными и эллиптическими функциями. Эта аналогия была одной из базовых для Эндрю Уайлса, когда он работал над доказательством великой теоремы Ферма.

Индукция Андре Вейля. А.Вейль (1964) разработал метод вычисления чисел Тамагавы, в котором индукция занимает важное место. В.П.Платонов в статье «Арифметическая теория алгебраических групп» (УМН, 1982, том 37, вып.3 (225)) указывает: «В работах Вейля [18], [19] был развит метод вычисления чисел Тамагава, использующий индукцию, вычеты некоторых аналогов дзета-функций и формулу суммирования Пуассона, который позволил доказать эту гипотезу (гипотезу А.Вейля о том, что для односвязной группы G число Тамагава τ (G) = 1 – Н.Н.Б.) для многих классических и некоторых исключительных групп» (Платонов, 1982, с.11). Здесь [18] – работа А.Вейля (1964), [19] – работа А.Вейля (1969). Заметим, что число Тамагавы – это объем однородного пространства, ассоциированного с группой аделей связной линейной алгебраической группы G, определенной над глобальным полем K. В.П.Платонов в той же статье подчеркивает: «Число Тамагава является весьма тонким арифметическим инвариантом группы G, и его вычисление представляет значительный интерес. Это в особенности стало ясно после того, как Кнезер и Тамагава независимо заметили, что для G = SO (f), где f – невырожденная квадратичная форма с рациональными коэффициентами, равенство τ (G) = 2 совпадает по существу с одним из основных результатов Зигеля по аналитической теории квадратичных форм (формула для веса рода)…» (там же, с.11).

Индукция Андре Вейля. А.Вейль доказал посредством индукции обобщенную формулу Зигеля для веса рода, справедливую для общих линейных алгебраических групп и описывающую меру Тамагавы. Дж.Касселс в книге «Рациональные квадратичные формы» (1982) пишет о том, как Андре Вейль доказал указанную обобщенную формулу Зигеля: «Так как O в степени + (V) есть дискретная подгруппа в OA в степени +, то множество OA в степени +/ O в степени + (V) наследует меру, которую мы также будем обозначать через τ. Теорема 4.1. Имеем τ (OA в степени +/O в степени + (V)) = 2. Доказательства имеются у Вейля (1961) и Кнезера (1974). Как уже отмечалось, понятие числа Тамагавы имеет смысл и для других алгебраических групп. Доказательство Вейля использует индукцию, для которой нужны и другие группы, кроме ортогональных» (Касселс, 1982, с.403). Здесь V – квадратичное пространство размерности n над Q, O в степени + (V) – собственная ортогональная группа, τ – мера Тамагавы на подгруппе группы O в степени + (V), оставляющая инвариантным фиксированное подпространство U пространства V.

Индукция Андре Вейля. А.Вейль с достаточно высокой частотой использует индуктивные доказательства в своей книге «Основы теории чисел» (1972), в которой он излагает теорию алгебраических чисел, в том числе теорию полей классов, применяя аналитические соображения, основанные на понятии дзета-функции. Напомним, что теория полей классов – это теория, дающая описание всех абелевых расширений (конечных расширений Галуа с абелевой группой Галуа) поля K, принадлежащего либо к полю алгебраических чисел, либо к конечному расширению поля p-адических чисел либо к полю алгебраических функций одной переменной либо к полю формальных степенных рядов над конечным полем. Ниже приводится таблица, отражающая количество индуктивных доказательств, излагаемых А.Вейлем в названной книге.

№	**Название статьи или книги**	**Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве**
1.	А.Вейль, книга «Основы теории чисел» (Москва, «Мир», 1972)	Теорема 1 (из главы 1 § 1) – с.24, предложение 2 (из главы 1 § 2) – с.28, лемма 3 (из главы 1 § 3) – с.33, следствие 2 (из главы 1 § 4) – с.39, лемма 5 (из главы 1 § 4) – с.42, предложение 3 (из главы 2 § 1) – с.54, предложение 4 (из главы 2 § 2) – с.55, предложение 9 (из главы 2 § 3) – с.63, предложение 10 (из главы 2 § 4) – с.65, лемма 1 (из главы 3 § 2) – с.81, предложение 2 (из главы 3 § 2) – с.82, предложение 3 (из главы 7 § 2) – с.156, предложение 3 (из главы 8 § 1) – с.196, предложение 5 (из главы 8 § 1) – с.198, предложение 7 (из главы 8 § 2) – с.202, предложение 16 - (из главы 8 § 6) – с.219, предложение 1 (из главы 9 § 1) – с.224, лемма 2 (из главы 9 § 3) – с.236, предложение 5 (из главы 9 § 4) – с.248, предложение 11 (из главы 9 § 4) – с.250, лемма 2 (из главы 10 § 3) – с.267, предложение 8 (из главы 12 § 3) – с.306, теорема 3 (из главы 12 § 3) – с.308, следствие 2 (из главы 12 § 4) – с.314, предложение 13 (из главы 12 § 4) – с.318, предложение 9 (из главы 13 § 6) – с.355, теорема 5 (из главы 13 § 8) – с.363.

Индукция Горо Шимуры. Американский математик японского происхождения Горо Шимура (1967) индуктивно распространил на весьма широкий класс кривых, униформизируемых арифметическими группами, известное из теории модулярных функций конгруэнц-соотношение, пригодное для доказательства мероморфности функционального уравнения дзета-функции компактной кривой, униформизируемой некоторым классом арифметических групп. А.Н.Паршин в статье «Арифметика алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки», 1970, 1971) повествует: «Эйхлер (см. [227]) заметил, что известное в теории модулярных функций еще со времен Кронекера конгруэнц-соотношение можно использовать для доказательства мероморфности и функционального уравнения дзета-функции компактной кривой, униформизируемой некоторым классом арифметических групп. Шимуре удалось распространить это на некомпактный случай [415] и со временем обобщить на весьма широкий класс кривых, униформизируемых арифметическими группами [427, 217]» (Паршин, 1971, с.128). Здесь [227] – работа М.Эйхлера (1963), [217] – работа Г.Шимуры (1967), [427] – исследование Г.Шимуры (1967).

Индукция Ютаки Таниямы. Японский математик Ютака Танияма (1955) выдвинул гипотезу о том, что каждой модулярной функции соответствует эллиптическая кривая, что между модулярными и эллиптическими функциями существует фундаментальная взаимосвязь, индуктивно исходя из результатов вычисления членов степенных рядов, соответствующих тем и другим функциям. В ходе этих вычислений Ю.Танияма обнаружил совпадение членов двух разных рядов. Саймон Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет о задачах, которые Ю.Танияма предложил участникам международного математического симпозиума, проходившего в Токио в 1955 году: «Четыре задачи были предложены Таниямой и указывали на любопытную связь между модулярными формами и эллиптическими уравнениями. Эти невинные задачи, в конце концов, привели к перевороту в теории чисел. Танияма смог вычислить несколько первых членов М-ряда некоторой модулярной формы и понял, что эти члены совпадают с членами Е-ряда хорошо известной эллиптической кривой. Танияма вычислил еще несколько членов каждого ряда, и М-ряд модулярной формы и Е-ряд эллиптической кривой полностью совпали» (С.Сингх, 2000). «Это открытие, - продолжает С.Сингх, - было поразительным, потому что не было никакой видимой причины, по которой модулярную форму можно было связать с эллиптической кривой. Однако математические ДНК (Е- и М-ряды), составляющие самую сущность обоих математических объектов, оказались тождественными. Открытие Таниямы было глубоким по двум причинам. Во-первых, оно наводило на мысль о существовании фундаментальной взаимосвязи между модулярными формами и эллиптическими кривыми – разными объектами математического мира. Во-вторых, оно означало, что математикам, которые уже знали М-ряд модулярной формы, нет необходимости вычислять Е-ряд для соответствующей эллиптической кривой, поскольку он в точности совпадает с М-рядом» (С.Сингх, 2000). Со слов С.Сингха, «Танияма исследовал несколько других модулярных форм, и в каждом случае М-ряд в точности совпадал с Е-рядом эллиптической кривой. Танияма начал размышлять над тем, не может ли каждая модулярная форма находиться в соответствии с некоторым кубическим уравнением. Может быть, у каждой модулярной формы есть такая же ДНК, как у некоторой эллиптической кривой? Именно с этой гипотезой и были связаны задачи, которые Танияма предложил вниманию участников симпозиума» (С.Сингх, 2000). Отметим, что именно гипотеза Таниямы о связи модулярных и эллиптических функций позволила доказать великую теорему Ферма.

Индукция Х.Иошиды. Х.Иошида (1980) перенес гипотезу Таниямы на двумерный случай. Х.Иошида предположил, что дзета-функция двумерного абелева многообразия над полем рациональных чисел совпадает с точностью до конечного числа эйлеровых множителей с дзета-функцией Андрианова некоторой параболической формы веса 2 для некоторой конгруенц-подгруппы модулярной группы Зигеля рода 2. Данное обобщение Х.Иошиды весьма похоже на аналогию, которой, разумеется, предшествовал глубокий эмпирический анализ. А.Н.Андрианов в статье «Действие операторов Гекке на тета-ряды Масса и дзета-функции» (журнал «Алгебра и анализ», 2007, том 19, № 5) пишет: «Очевидная важность знаменитой гипотезы Шимуры-Таниямы, связывающей дзета-функции Хассе эллиптических кривых и дзета-функции Гекке эллиптических модулярных форм, делает вполне естественным поиск ее многомерных обобщений. В 1980 г. Х.Иошида [11, с.243] сформулировал двумерный аналог гипотезы Шимуры-Таниямы. Он предположил, что дзета-функция двумерного абелева многообразия над полем рациональных чисел совпадает с точностью до конечного числа эйлеровых множителей с дзета-функцией Андрианова некоторой параболической формы веса 2 для некоторой конгруенц-подгруппы модулярной группы Зигеля рода 2. Иошида привел также пример, подтверждающий эту гипотезу» (Андрианов, 2007, с.3).

Индукция М.Нагаты. М.Нагата (1958) пришел к выводу об ошибочности гипотезы Д.Гильберта о конечной порожденности алгебры инвариантов произвольного поля (поля, более обширного, чем подгруппы Л.Маурера), индуктивно исходя из обнаружения примера группы, для которой алгебра инвариантов не допускает конечного числа порождающих. Тем самым М.Нагата дал отрицательное решение 12-й проблемы Гильберта. И.В.Аржанцев в статье «Алгебры инвариантов и 14-я проблема Гильберта» (материалы летней школы «Современная математика», Дубна, 19-30 июля 2007 г.) пишет о попытках математиков доказать гипотезу Гильберта о конечной порожденности алгебры инвариантов произвольного поля: «В первой половине XX века было получено несколько положительных результатов в этом направлении. (Некоторые из них мы рассматриваем в этом курсе). Однако в 1958 г. на конгрессе в Эдинбурге М.Нагата – весьма неожиданно – привел пример группы, для которой алгебра инвариантов не допускает конечного числа порождающих, см. например [2]. Достаточно недавно Р.Стейнбергу удалось упростить аргументы Нагаты и заменить в его контрпримере тонкие соображения из алгебраической геометрии плоских кривых вполне элементарными рассуждениями [3]» (Аржанцев, 2007, с.4).

Индукция Карла Людвига Зигеля. Лауреат премии Вольфа за 1978 год Карл Зигель индуктивно обобщил на случай функций нескольких переменных теорию автоморфных функций одной переменной А.Пуанкаре (1881). А.Вейль в статье «Пуанкаре и арифметика» (А.Пуанкаре, «Избранные труды», том 3, 1974) отмечает: «…Пуанкаре, пользуясь средствами арифметики, построил первый пример дискретной группы и автоморфных функций. Известно достаточно широкое обобщение этих результатов Пуанкаре на случай теории автоморфных функций нескольких переменных. Здесь, прежде всего, необходимо назвать работы Зигеля» (Вейль, 1974, с.683).

Индукция Карла Людвига Зигеля. Карл Зигель (1929) индуктивно обобщил и применил к исследованию совокупности Е-функций, удовлетворяющих линейным дифференциальным уравнениям, классические идеи Ш.Эрмита (1873) и Ф.Линдемана (1882). Речь идет об идеях названных математиков, позволивших им доказать трансцендентность числа e и π. А.Б.Шидловский в статье «О критерии алгебраической независимости значений одного класса целых функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1959, том 23, вып.1) пишет: «Метод Зигеля может быть применен к совокупности Е-функций, удовлетворяющих линейным дифференциальным уравнениям, коэффициенты которых являются рациональными функциями от z. (…) Этот метод является непосредственным обобщением известных классических идей и результатов Эрмита (4) и Линдемана (5). Существенную роль в нем играет также идея Туэ (6) из теории приближения алгебраических чисел рациональными дробями» (Шидловский, 1959, с.36). Здесь [4] – работа Ш.Эрмита (1873), [5] – исследование Ф.Линдемана (1882), [6] – работа А.Туэ (1909).

Индукция Карла Зигеля. Выше мы указали, что Андре Вейль, используя метод спуска (индуктивный метод), доказал обобщенную гипотезу Пуанкаре о конечности ранга эллиптической кривой над произвольным полем K. Карл Зигель индуктивно обобщил (перенес) схему доказательства, примененную А.Вейлем, на обоснование других теорем. А.Вейль в статье «Арифметика алгебраических многообразий» (журнал «Успехи математических наук», 1937, вып.3) указывает: «Морделл, натолкнувшись снова на метод спуска, получил в 1922 г. первый важный результат в этом направлении: ранг кривой рода 1 есть конечное число. Он ограничился случаем, когда область рациональности совпадает с телом целых чисел. Тем же методом я доказал в своей диссертации в 1929 г. теорему о конечности ранга для любого рода и любой области рациональности. Зигель, комбинируя этот результат с методом диофантовых приближений Туэ-Зигеля, доказал, что число целых (в заданном алгебраическом теле) решений уравнения f (x, y) = 0 рода > 0 всегда конечно. Малер, перенося метод Зигеля на p-адические тела (для рода 1), показал, что этот же результат имеет место, если рассматривать рациональные решения, знаменатели которых содержат лишь наперед заданные простые числа в конечном числе» (Вейль, 1937, с.102). А.Н.Паршин в статье «Арифметика алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки», 1970, 1971) отмечает: «Центральным результатом теории целых точек на кривых является теорема конечности Зигеля, обобщающая известный результат Туэ и обобщенная затем Малером и Ленгом [287, 172] на произвольные подкольца конечного типа глобальных полей» (Паршин, 1971, с.126). Картину дополняет И.Г.Башмакова, которая в книге «Диофант и диофантовы уравнения» (1972) пишет: «Еще в 1923 году Л.Дж.Морделл показал, что уравнение $Ey^2 = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ имеет только конечное число целых рациональных решений. Наиболее общий результат тут был получен немецким математиком К.Л.Зигелем, который, применив методы А.Туэ и методы Морделла-Вейля, показал, что число целых точек кривой f (x, y) = 0 над полем k алгебраических чисел, если род кривой p>0, всегда конечно» (И.Г.Башмакова, 1972). Относительно работ по данной тематике Акселя Туэ можно сказать следующее. Н.П.Долбилин в статье «Многогранный Делоне» (журнал «Квант», 2010, № 1-2) отмечает: «Что касается диофантовых уравнений степени 3 и выше, глубокий и неожиданный результат был получен норвежским математиком Акселем Туэ в 1908 году. Туэ доказал, что диофантово уравнение вида f (x, y) = C, где f (x, y) – однородный многочлен степени 3 или выше, может иметь лишь конечное число целых решений. Здесь предполагается, что многочлен f (x, y) не раскладывается в произведение многочленов в степени 2 и ниже» (Н.П.Долбилин, 2010).

Индукция Карла Зигеля. Карл Зигель (1935) обобщил формулы Дирихле для числа классов бинарных форм данного определителя. До К.Зигеля данные формулы последовательно обобщались другими математиками. Получив свои обобщенные формулы, К.Зигель позднее распространил их на неопределенные формы. Дж.Касселс в книге «Рациональные квадратичные формы» (1982) повествует: «Цель этого приложения – дать лишь краткий обзор двух отчасти связанных друг с другом направлений исследований. Первое из этих направлений восходит к Дирихле и к найденным им формулам для числа классов бинарных форм данного определителя. Хотя сами формулы даются элементарными выражениями, никакого действительно элементарного доказательства для них не было найдено (см. замечания). (…) Поэтапно формулы Дирихле обобщались, и в 1935 г. Зигель дал общие и глубокие формулы для веса данного рода положительно определенных форм, а также формулы для веса представлений числа (и даже формы) таким родом. Позднее он распространил свои формулы и на неопределенные формы» (Касселс, 1982, с.391).

Индукция Теодора Шнейдера (Шнайдера). Немецкий математик Теодор Шнейдер, разделяющий с А.О.Гельфондом честь решения седьмой проблемы Гильберта, индуктивно обобщил на многочлены от многих переменных метод Акселя Туэ (метод приближения алгебраических чисел рациональными дробями, являющийся разновидностью методов диофантова анализа). В.Г.Спринджук в статье «Достижения и проблемы теории диофантовых приближений» (УМН, 1980, том 35, вып.4 (214)) повествует: «Существенное техническое развитие метода Туэ дал Шнайдер [285], применивший идеи Туэ к многочленам от многих переменных и опиравшийся на существование сколь угодно большого числа «сильных» приближений» (Спринджук, 1980, с.18). Поясним, что метод Туэ состоит в том, что для каждого целого числа строятся вспомогательные целочисленные многочлены, удовлетворяющие определенному равенству. Метод Туэ предполагает, что из одного приближения можно получить целую серию новых приближений, взаимодействие которых доступно контролю. Аксель Туэ почерпнул идею этого метода из исследований Ш.Эрмита и Ф.Линдемана. В.Г.Спринджук в той же статье указывает: «Работа Туэ содержала новую конструктивную идею, абстрагированную из исследований Эрмита и Линдемана о трансцендентности значений в алгебраических точках экспоненциальной функции» (там же, с.17). Необходимо указать, что К.Зигель также обобщал метод А.Туэ. А.О.Гельфонд в книге «Трансцендентные и алгебраические числа» (1952) сообщает: «К.Зигель не только уточнил метод А.Туэ, но и распространил его на случай приближения алгебраического числа α числом ζ также алгебраическим, высоты H и степени n. Высотой алгебраического числа ζ мы называем максимум модуля коэффициентов того неприводимого в рациональном поле уравнения, которому ζ удовлетворяет, если все коэффициенты этого уравнения целые и их общий наибольший делитель равен единице» (Гельфонд, 1952, с.11).

Индукция Курта Малера. К.Малер (1934) индуктивно перенес на случай квазицелых точек с координатами из произвольного конечного расширения поля рациональных чисел Q теорему К.Зигеля о конечности числа целых точек на кривых рода $g \geq 1$. С.А.Степанов в книге «Арифметика алгебраических кривых» (1991) повествует: «Метод А.Туэ получил свое дальнейшее развитие в работах К.Л.Зигеля, установившего на его основе знаменитую теорему о конечности числа целых точек на кривых рода $g \geq 1$. Затем результат Зигеля был перенесен К.Малером на случай квазицелых точек с координатами из произвольного конечного расширения поля рациональных чисел Q» (Степанов, 1991, с.8). В другом месте своей книги С.А.Степанов вновь обсуждает данное обобщение К.Малера: «В случае кривых рода 1 результат Зигеля был распространен Малером [79a] на квазицелые точки (координаты которых являются квазицелыми числами относительно некоторого заданного множества S = {p1, …, p8} p1, …, p8)» (там же, с.232). Здесь [79a] – исследование К.Малера (1934).

Индукция Курта Малера. К.Малер (1946) перенес на произвольные звездные тела большое количество результатов Г.Минковского о критических решетках, относящихся к разделу так называемой геометрии чисел. Дж.Касселс в книге «Введение в геометрию чисел» (Москва, «Мир», 1965) указывает: «В серии важных работ [4, 5] Малер обобщил большое количество работ Минковского о критических решетках на произвольные звездные тела и дал ряд других приложений своего критерия компактности. Малер [13] рассматривал также критические решетки множеств, не являющихся звездными телами, но здесь мы на этом останавливаться не будем» (Касселс, 1965, с.156). Здесь [4] – работа К.Малера (1946), [5] – исследование К.Малера (1946).

Индукция К.А.Макбета и К.А.Роджерса. К.А.Макбет и К.А.Роджерс (1955) распространили на широкий класс точечных множеств теорему Минковского-Главки, которая изначально была сформулирована для решеток. Согласно данной теореме, существуют решетки Λ, допустимые для симметричного звездного тела Y с конечным объемом V (Y), определитель которых сколь угодно близок к V (Y). Дж.Касселс в книге «Введение в геометрию чисел» (Москва, «Мир», 1965) сообщает: «С другой стороны, как показали Макбет и Роджерс [1], теорему Минковского-Главки можно распространить на более общие точечные множества, чем решетки. Достаточно, чтобы Λ было любым множеством точек с тем условием, что отношение числа точек множества Λ, лежащих в шаре $|X| < R$, к объему шару стремилось бы к конечному ненулевому пределу d при $R \to \infty$» (Касселс, 1965, с.218).

Индукция В.Левека. В.Левек (1956) обобщил теорему Туэ-Зигеля-Рота на случай произвольного конечного расширения К S = {p}. С.А.Степанов в книге «Арифметика алгебраических кривых» (1991) констатирует: «Обобщение теоремы Туэ-Зигеля-Рота на случай произвольного конечного расширения К поля S = {p}, где p – произвольный архимедов простой дивизор поля К, было предложено Левеком [68а]» (Степанов, 1991, с.307). Здесь [68а] – работа В.Левека (1956).

Индукция В.Шмидта. В.Шмидт (1970) обобщил на многомерный случай метод А.Туэ и его же теорему о конечности числа целочисленных решений норменного диофантова уравнения norm (ax + by) = a степени m ≥ 3. С.А.Степанов в книге «Арифметика алгебраических кривых» (1991) указывает: «Недавно метод А.Туэ был распространен В.Шмидтом [146е] на случай нескольких переменных, что позволило ему получить многомерное обобщение результата Туэ о конечности числа целочисленных решений норменного диофантова уравнения (уравнения Туэ) norm (ax + by) = a степени m ≥ 3» (Степанов, 1991, с.8). «Обобщение метода Туэ на многомерный случай (В.Шмидт [146а]), - поясняет С.А.Степанов, - позволило изучить структуру множества целочисленных решений широкого класса норменных уравнений с произвольным числом неизвестных» (там же, с.6). Об этом же С.А.Степанов говорит в обзоре «Диофантовы уравнения» («Труды МИАН СССР», 1984, том 168): «Широкое обобщение теоремы Туэ на случай уравнений многих неизвестных было дано В.Шмидтом (см. [73]), доказавшим конечность числа целочисленных решений x = (x1,…, xn) норменного уравнения Norm (x1α1 +…+ xn αn) = m, где α1,…, αn – алгебраические числа поля К…» (Степанов, 1984, с.39).

Индукция Бориса Николаевича Делоне. Советский математик Б.Н.Делоне получил ряд важных результатов в теории диофантовых уравнений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 = 1$ благодаря кропотливому эмпирическому анализу способов решения данного уравнения. Удачный метод решения был найден в качестве обобщения результатов этого анализа. Н.П.Долбилин в статье «Многогранный Делоне» (журнал «Квант», 2010, № 1-2) пишет: «Успех явился результатом, как говорил Делоне, нескольких тысяч часов интенсивной работы. Борис Николаевич любил добавлять, что решение трудной математической проблемы отличается от решения олимпиадной задачи тем, что «олимпиадная задача требует 5 часов, а проблема – 5 тысяч часов». Следует отметить, что ему удалось добиться крупного успеха в теории диофантовых уравнений, несмотря на чрезвычайно тяжелые политические и жизненные условия, существовавшие в Киеве в то время» (Н.П.Долбилин, 2010). Оценивая значимость решения, полученного Б.Н.Делоне, Н.П.Долбилин отмечает: «Борис Николаевич решил исследовать давно стоявшую проблему решения неопределенных кубических уравнений. Как оказалось в дальнейшем, работы Делоне обозначили едва ли не первый после Эйлера и Лагранжа серьезный прогресс в направлении конкретного исследования диофантовых уравнений более высокого порядка, а именно уравнений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 = 1$, где слева – форма 3-й степени с целыми коэффициентами и с отрицательным дискриминантом» (Н.П.Долбилин, 2010). Эмпирический анализ, приводящий к решению сложной проблемы, как правило, предшествует абстрактным дедуктивным построениям, о чем весьма красноречиво сказал В.А.Уфнаровский в статье «Комбинаторные и асимптотические методы в алгебре» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 57): «Любуясь изящными доказательствами, ведущими нас на самые вершины пиков математических достижений, мы нередко задаем себе один и тот же вопрос: как же до этого можно было догадаться? И это неудивительно: вся эта изящность – результат шлифовки довольно грубых, технически сложных и запутанных рассуждений, когда работа велась в терминах совершенно элементарных объектов и формул, того, что называют «счетом» и что редко проникает в математические статьи со своим истинным весом» (Уфнаровский, 1990, с.7).

Индукция Мартина Эйхлера. Мартин Эйхлер (1938) обобщил на L-функции с абелевыми характерами результаты К.Хея (1929), который определил дзета-функцию (с единичным характером) алгебры с делением над полем алгебраических чисел и доказал ее продолжимость и функциональное уравнение. А.Н.Андрианов в статье «Дзета-функции простых алгебр с неабелевыми характерами» (УМН, 1968, том 23, вып.4 (142)) пишет: «Тематика, связанная с изучением дзета-функций алгебр над полями алгебраических чисел, концентрируется пока вокруг двух основных вопросов: доказательства аналитической продолжимости ζ-функций на всю комплексную плоскость (непосредственное определение дает их аналитичность в некоторой полуплоскости) и доказательства функционального уравнения. Впервые дзета-функции алгебр были рассмотрены в диссертации Хея ([10]; [2], гл. VII). Хей определил дзета-функцию (с единичным характером) алгебры с делением над полем алгебраических чисел и доказал ее продолжимость и функциональное уравнение. Эйхлер [3] обобщил эти результаты на L-функции с абелевыми характерами. Метод, использованный Хеем и Эйхлером, является вариантом метода Гекке, примененного им для изучения L-функций полей алгебраических чисел, и основан на интегральном представлении дзета-функции с помощью тэта-рядов» (Андрианов, 1968, с.4). Здесь [10] – работа К.Хея (1929), [3] – исследование М.Эйхлера (1938). О значимости работ М.Эйхлера свидетельствует следующий факт, описанный А.Н.Андриановым в статье «Об одном совете Ю.В.Линника, операторах Гекке и тета-функциях» («Записки научных семинаров ПОМИ», 1996, том 226). «Однажды, в начале аспирантуры, - пишет А.Н.Андрианов, - я решил спросить моего руководителя (Ю.В.Линника – Н.Н.Б.), одного из ведущих ученых в этой области, что мне следовало бы почитать по аналитической теории чисел. Его ответ был настолько поразительным, что я запомнил его почти дословно. Он сказал: «По аналитической теории чисел читать ничего не надо. Она окончена. Все, что там еще можно сделать, мы сделаем без Вас. Вы лучше учите алгебраические методы. Недавно Мартин Эйхлер получил замечательный результат о кватернарных квадратичных формах, недоступный современным аналитическим методам. Постарайтесь понять его доказательство» (Андрианов, 1996, с.5).

Индукция Х.Леопольдта. Х.Леопольдт (1950-е годы) обобщил на случай абелевых полей результаты, полученные Э.Куммером в арифметике круговых полей. Кроме того, Х.Леопольдт и Т.Кубота нашли p-адический вариант для L-функций Дирихле. Х.Кох в обзоре «Алгебраическая теория чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 62) пишет: «Во введении к главе 1 уже упоминалась фундаментальная работа Куммера, опубликованная в середине прошлого столетия, посвященная арифметике круговых полей. Эта работа составляла основную часть теории абелевых полей до тех пор, пока Леопольдт, вдохновленный работами Хассе, в особенности книгой [118], не обобщил в пятидесятых годах нашего столетия большинство существовавших тогда результатов о круговых полях на случай абелевых полей, и вместе с Куботой нашел p-адический аналог для L-функций Дирихле» (Кох, 1990, с.224). Здесь [118] – работа Хельмута Хассе (1952). Можно сказать, что Х.Леопольдт действовал по аналогии с тем, как Хельмут Хассе разработал p-адический аналог теории квадратичных форм. О сути результатов Х.Хассе пишет А.А.Панчишкин в статье «Локальные и глобальные методы в арифметике» (сборник «Математическое просвещение», 2008, серия 3, вып.12): «Возникновение p-адических чисел в работах Гензеля было связано с проблемой решения сравнений по модулю p^n, а применение их к теории квадратичных форм его учеником Хассе привело к элегантной формулировке теории квадратичных форм над рациональными числами, не использующей рассмотрений в кольцах вычетов $Z/p^n Z$, работать с которыми затруднительно из-за наличия в них делителей нуля» (Панчишкин, 2008, с.58).

Индукция Кенкичи Ивасавы. Японский математик К.Ивасава (1972) обобщил на L-функции Дирихле результаты Х.Леопольдта и Т.Куботы (1964), полученные при введении и исследовании p-адического аналога дзета-функции Эйлера-Римана. Ю.В.Осипов в статье «P-адические дзета-функции и числа Бернулли» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1980, том 93) пишет: «Известно, что дзета-функция Римана ζ (s) принимает в целых отрицательных точках рациональные значения. Используя метод p-адической интерполяции Малера, Кубота и Леопольдт [5] доказали, что функцию ζ (s) можно продолжить с плотного подмножества {-1, -2, -3, …} $\subseteq$ Xp до непрерывной Qp-значной функции ζ* (r), заданной на Xp и имеющей в точке r=1 простой полюс. Эта функция носит название дзета-функции Куботы-Леопольдта. Ивасава [3] обобщил результаты Куботы-Леопольдта, построив p-адические L-функции L* (r, χ) для L-функций Дирихле» (Осипов, 1980, с.192). Необходимо отметить, что К.Ивасава в своих исследованиях по теории расширений полей алгебраических чисел опирался на аналогию с теорией расширений полей рациональных функций. В.А.Бабайцев в статье «О некоторых вопросах теории Г-расширений полей алгебраических чисел» (Известия АН СССР, серия математическая, 1976, том 40, № 3) пишет о круговых Г-расширениях R, где R – поле алгебраических чисел конечной степени над полем рациональных чисел Q: «Изучение таких расширений было начато К.Ивасавой, который руководствовался аналогией между свойствами круговых Г-расширений числовых полей и Г-расширений рациональных функций от одной переменной над конечным полем, которые получаются расширением поля констант [см. (1), (2)]. Интересные связи между гипотезами о строении модуля Тэйта полей алгебраических чисел и некоторыми вопросами теории расширений с заданными точками ветвления были найдены Л.В.Кузьминым в работе (3)» (Бабайцев, 1976, с.477). Здесь (2) – книга И.Р.Шафаревича «Дзета-функция» (Москва, изд-во МГУ, 1969).

Индукция Леонида Викторовича Кузьмина. Отечественный математик Л.В.Кузьмин (1989) обобщил (распространил) теорию К.Ивасавы на некоторые новые поля алгебраических чисел. Л.В.Кузьмин в статье «Некоторые замечания о L-адическом регуляторе» (Известия АН СССР, серия математическая, 1989, том 53, № 4) констатирует: «Рассматриваемые в этой работе гипотезы возникли из попытки автора распространить теорию Ивасавы на поля алгебраических чисел, не являющихся полями СМ-типа. В последующих работах мы дадим ряд приложений полученных здесь результатов. В частности, мы покажем, как обобщить «формулу Гурвица» из [7] на случай L-расширений полей, не являющихся полями СМ-типа» (Кузьмин, 1989, с.783). Здесь [7] – статья Л.В.Кузьмина «Некоторые теоремы двойственности для круговых Г-расширений полей алгебраических чисел СМ-типа» (Известия АН СССР, серия математическая, 1979, том 43, № 3).

Индукция Владимира Георгиевича Журавлева. В.Г.Журавлев (1980) перенес на случай тотально-вещественного одноклассного основного поля результаты отечественного математика А.Н.Андрианова (1971, 1974), который построил дзета-функции с эйлеровским произведением и с функциональным уравнением риманова типа для модулярных форм Зигеля рода 2. В.Г.Журавлев в статье «Операторы Гекке симплектической группы рода 2 над вещественным полем» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1980, том 100) констатирует: «Для модулярных форм Зигеля рода 2 А.Н.Андрианов [1], [2] построил дзета-функции с эйлеровским произведением и с функциональным уравнением риманова типа. Ранее в работе [3] была построена теория Гекке для GL2 над тотально-вещественным полем. Конструкции работ [1], [2] носят алгебраический характер и не зависят от особенностей кольца целых рациональных чисел. В настоящей работе мы опишем схему перенесения результатов А.Н.Андрианова на случай тотально-вещественного одноклассного основного поля» (Журавлев, 1980, с.48). Здесь [1] – статья А.Н.Андрианова «Ряды Дирихле с эйлеровским произведением в теории зигелевых модулярных форм рода 2» («Труды МИАН», 1971, том 112), [2] – статья А.Н.Андрианова «Эйлеровы произведения, отвечающие модулярным формам Зигеля рода 2» (УМН, 1974, том 29, № 3). О своем обобщении результатов А.Н.Андрианова В.Г.Журавлев говорит также в статье «Эйлеровы произведения для модулярных форм Гильберта-Зигеля рода 2» («Математический сборник», 1982, том 117 (159), № 4): «Для модулярных форм Зигеля рода 2 А.Н.Андрианов [1], [2] построил дзета-функции с эйлеровским произведением, которые можно продолжить на всю комплексную плоскость. При этом дзета-функции удовлетворяют функциональному уравнению риманова типа. (…) (…) Цель настоящей статьи – перенесение основных конструкций А.Н.Андрианова на случай одноклассного тотально-вещественного поля» (Журавлев, 1982, с.449).

Индукция А.Рейха, С.М.Гонека, Б.Багчи, К.Матсумото, Р.Качинскайте, А.Лауринчикаса и других ученых. А.Рейх (1977), С.М.Гонек (1979), Б.Багчи (1981), К.Матсумото (1999), Р.Качинскайте (2004), А.Лауринчикас (1996) и другие математики обобщили на другие классические дзета-функции теорему российского математика С.М.Воронина (1975) об универсальности дзета-функции Римана ζ (s). В.Гарбаляускене, Й.Генис и А.Лауринчикас в статье «Дискретная универсальность L-функций эллиптических кривых» («Сибирский математический журнал», 2008, том 49, № 4) пишут: «Напомним, что С.М.Воронин доказал [5] универсальность дзета-функции Римана ζ (s). Многие математики, среди которых Рейх, Гонек, Багчи, Матсумото, Стеудинг, Шварц, Мишу, Бауэр, Гарункштис, Слежявичене, Качинскайте, Генис и др., улучшали и обобщали теорему Воронина для других классических дзета-функций и некоторых классов рядов Дирихле» (Гарбаляускене и др., 2008, с.769). Здесь [5] – статья С.М.Воронина «Теорема об «универсальности» дзета-функции Римана» (Известия АН СССР, 1975, том 39, № 3). А.Лауринчикас, К.Матсумото и Й.Стеудинг в статье «Универсальность L-функций, связанных с новыми формами» (Известия РАН, серия математическая, 2003, том 67, № 1) поясняют смысл теоремы С.М.Воронина об универсальности дзета-функции Римана: «С.М.Воронин доказал [1] (см. также [2] - [5]) замечательное свойство универсальности дзета-функции Римана, именно, что всякая функция, аналитическая и не имеющая нулей в круге $\{S \in C: |S| < r,\ r > 1/4\}$, непрерывная вплоть до границы этого круга, может быть приближена с желаемой точностью сдвигами $\zeta(s)$ в полосе $1/2<\delta<1$» (Лауринчикас и др., 2003, с.83).

Индукция Андрея Борисовича Шидловского. А.Б.Шидловский (1961) индуктивно обобщил на произвольные Е-функции, удовлетворяющие линейному дифференциальному уравнению первого порядка, теорему Линдемана-Вейерштрасса (1885), которая утверждает трансцендентность широкого класса чисел. Н.И.Фельдман и А.Б.Шидловский в статье «Развитие и современное состояние теории трансцендентных чисел» (УМН, 1967, том 22, № 3) пишут: «В 1961 г. А.Б.Шидловский [107] обобщил теорему Линдемана-Вейерштрасса на случай произвольной Е-функции, удовлетворяющей линейному дифференциальному уравнению первого порядка» (Фельдман, Шидловский, 1967, с.60).

Индукция Андрея Борисовича Шидловского. А.Б.Шидловский (1959, 1965) распространил на неоднородный случай, то есть на случай совокупности функций, удовлетворяющих системе линейных неоднородных дифференциальных уравнений, метод Карла Зигеля (1929), разработанный им для доказательства трансцендентности и алгебраической независимости значений в алгебраических точках ряда функций, принадлежащих некоторому широкому классу функций (Е-функций). Н.И.Фельдман и А.Б.Шидловский в статье «Развитие и современное состояние теории трансцендентных чисел» (УМН, 1967, том 22, № 3) отмечают: «В 1965 г. А.Б.Шидловский [111] распространил на неоднородный случай метод доказательства алгебраической независимости функций, которым пользовался К.Зигель при исследовании функций Бесселя» (Фельдман, Шидловский, 1967, с.60). Об этом же говорится в книге Н.И.Фельдмана «Седьмая проблема Гильберта» (1982): «Очень значительное усиление и развитие метод Зигеля получил в выполненных в Московском университете работах А.Б.Шидловского [37:2-8]. В результате была получена теорема, содержащая необходимое и достаточное условие трансцендентности значений Е-функций» (Фельдман, 1982, с.29). А.Б.Шидловский в статье «О критерии алгебраической независимости значений одного класса целых функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1959, том 23, вып.1) поясняет: «Метод Зигеля состоит из двух частей: функциональной, где строится совокупность линейных приближающих форм от заданных Е-функций с отличным от нуля детерминантом, и арифметической, где осуществляется переход от функциональных линейных форм к числовым формам с отличным от нуля детерминантом и доказывается основная лемма о ранге совокупности значений рассматриваемых функций в алгебраических точках. При доказательстве нашей теоремы существенной перестройке и обобщению подвергнута функциональная часть метода, а его арифметическая часть осталась почти без всяких изменений. В этом доказательстве используются почти все рассуждения, на которых основано доказательство теоремы Зигеля (2)» (Шидловский, 1959, с.40). Отметим, что Е-функции представляют собой степенные ряды, у которых коэффициенты принадлежат некоторому алгебраическому числовому полю конечной степени над полем Q рациональных чисел. Бесселевы функции являются простейшими примерами Е-функций.

Индукция Алана Бэйкера (Бейкера). Английский математик, лауреат премии Филдса за 1970 год Алан Бэйкер (1966) получил нетривиальные эффективные оценки линейных форм от любого числа логарифмов алгебраических чисел, индуктивно обобщив метод построения вспомогательной трансцендентной функции, разработанный советским математиком А.О.Гельфондом (1934) при решении 7-ой проблемы Д.Гильберта. В.Г.Спринджук в статье «Достижения и проблемы теории диофантовых приближений» (УМН, 1980, том 35, вып.4 (214)) объясняет суть метода А.О.Гельфонда, с помощью которого он достиг важной цели – решения 7-ой проблемы Гильберта, доказав, что если отношение логарифмов алгебраических чисел не является числом рациональным, то оно трансцендентно: «Для достижения этих целей А.О.Гельфонд ввел новый метод, идейная основа которого близка методу Туэ-Зигеля оценки рациональных приближений к алгебраическим числам. Аналогично построению вспомогательного многочлена, имеющего в специальных точках нули высокой кратности, как это делалось по методу Туэ-Зигеля, А.О.Гельфонд строил вспомогательную трансцендентную функцию…» (Спринджук, 1980, с.25). Далее В.Г.Спринджук описывает задачу, поставленную Гельфондом и решенную А.Бэйкером благодаря обобщению метода Гельфонда: «Он (Гельфонд – Н.Н.Б.) указывал на исключительную важность получения нетривиальных эффективных оценок линейных форм от любого числа логарифмов алгебраических чисел [16]. Эту задачу решил А.Бэйкер [111], усовершенствовав указанный выше первый способ А.О.Гельфонда доказательства неравенств вида (49). Вместо вспомогательной функции (50) он использовал функцию от многих комплексных переменных…» (Спринджук, 1980, с.26). Говоря о рассуждении А.Бэйкера, с помощью которого тот решил названную задачу А.О.Гельфонда, В.Г.Спринджук констатирует: «Очевидно, такое рассуждение является непосредственным обобщением рассуждений А.О.Гельфонда, и кажется удивительным, что потребовалось более тридцати лет и смена поколений в теории чисел, чтобы осуществить это обобщение» (там же, с.27). «Как только Бэйкер дал свое обобщение результатов А.О.Гельфонда, - подчеркивает В.Г.Спринджук, - аналогичные обобщения охватили р-адический случай, дав целую серию новых арифметических фактов» (там же, с.31). Об этом же обобщении, принадлежащем А.Бейкеру, пишет Дж.В.С.Касселс в статье «Точные результаты в арифметике кривых высоких родов» (УМН, 1985, том 40, вып.4 (244)): «Мы сначала обсудим целые точки (т.е. точки с целыми координатами) на алгебраических кривых. Знаменитая теорема Зигеля утверждает, что число таких точек конечно, за исключением некоторого класса кривых рода 0, а этот исключительный случай хорошо изучен. Как бы то ни было, теорема Зигеля неэффективна. В конце 60-х годов Бейкер предпринял наступление на диофантовы задачи, которое привело к эффективным теоремам конечности для тех случаев, в которых ранее были известны только неэффективные (или же вообще ничего не было известно). Центральными у него являются оценки для приближения нуля линейными комбинациями логарифмов. Доказательство использует обобщение конструкции Гельфонда, первоначально работающей с одной переменной, на функции многих комплексных переменных (см., например, [6])» (Касселс, 1985, с.43).

Индукция Сергея Александровича Степанова. С.А.Степанов (1970) разработал индуктивное доказательство теоремы А.Вейля об оценке рациональных сумм Вейля с простым знаменателем. До этого А.Вейль доказывал ту же теорему средствами алгебраической геометрии. В статье «Об оценке сумм Вейля с простым знаменателем» (Известия АН СССР, серия математическая, 1970, том 34, вып.5) С.А.Степанов посредством индукции доказывает большое количество лемм, ведущих к упомянутой теореме А.Вейля. В частности, индуктивно доказываются: лемма 1 – с.1017, лемма 2 – с.1018, лемма 3 – с.1020, лемма 4 – с.1020, лемма 5 – с.1021, лемма 6 – с.1022, лемма 7 – с.1023, лемма 8 – с.1023, лемма 9 – с.1025, лемма 10 – с.1025, лемма 12 – с.1029. Здесь приведены номера страниц, на которых содержатся прямые указания об использовании индукции. Способ доказательства теоремы А.Вейля, предложенный С.А.Степановым, применялся и совершенствовался рядом математиков, в том числе лауреатом премии Филдса за 1974 год Энрико Бомбьери. С.А.Степанов в работе «Уравнения над конечными полями» («Математические заметки», 1977, том 21, № 2) говорит о своем индуктивном методе доказательства теоремы А.Вейля: «В работе Э.Бомбьери мой метод был значительно упрощен за счет отказа от явных конструкций и привлечения некоторых фактов из теории алгебраических функций. Следует, однако, отметить, что явные конструкции обладают тем преимуществом, что с их помощью в некоторых случаях удается получить более сильные оценки, чем те, которые эквивалентны гипотезе Артина-Римана…» (Степанов, 1977, с.277).

Индукция Сергея Александровича Степанова. С.А.Степанов (1980) доказал посредством индукции теорему, выражающую тот факт, что при любом натуральном S (порядке циклической группы Галуа) имеет место равенство Давенпорта-Хассе. С.А.Степанов в статье «К доказательству соотношений Давенпорта-Хассе» («Математические заметки», 1980, том 27, № 1) пишет о данной теореме: «Докажем теорему индукцией по S. Для S = 1 утверждение теоремы очевидно» (Степанов, 1980, с.5). Отметим, что соотношения Давенпорта-Хассе, о которых идет речь, были опубликованы в 1934 году.

Индукция Дж.Касселса. Замечательный пример рождения математических гипотез на базе анализа большого (а в ряде случаев чрезвычайно большого!) фактического материала, который в дальнейшем подвергается индуктивному обобщению, можно найти в той же статье Дж.В.С.Касселса «Точные результаты в арифметике кривых высоких родов» (УМН, 1985, том 40, вып.4 (244)). Воспроизведем один из фрагментов его рассуждений: «Можно принять в качестве опытного факта, что обычно при исследовании заданной кривой 1 можно тем или иным способом определить ее группу рациональных точек. Недавно Бремнер и я [12] пустились в систематическое исследование кривых $Y^2 = X(X^2 + P)$, где P – простое, $P \equiv 5 \pmod 8$. Из гипотезы следует, что группа порождена точкой (X, Y) = (O, 0) порядка 2 и одной образующей бесконечного порядка. Мы смогли доказать это для всех P < 1000, но некоторые образующие включали большие числа, например, при P = 877 было:

$$X = \frac{375\ 494\ 528\ 127\ 162\ 193\ 105\ 504\ 069\ 942\ 092\ 792\ 346\ 201}{6\ \ 215\ 987\ 776\ 871\ 505\ 425\ 463\ 220\ 780\ 697\ 238\ 044\ 100},$$

$$Y = \frac{256\ 256\ 267\ 988\ 926\ 809\ 388\ 776\ 834\ 045\ 513\ 089\ 648\ 669}{490\ 078\ 023\ 219\ 787\ 588\ 802\ 933\ 995\ 928\ 925\ 096}$$

$$\frac{153\ 204\ 356\ 603\ 464\ 786\ 949}{061\ 616\ 470\ 779\ 979\ 261\ 000}.$$

Можно не говорить, что эти числа были найдены с использованием карманного калькулятора, а не прямолинейным перебором» (Касселс, 1985, с.45).

Индукция Дона Цагира (Цагера). Известный немецкий математик Дон Цагир (1984) при помощи индукции доказывает теорему П.Л.Чебышева (1850) о том, что асимптотический закон распределения простых чисел, открытый А.Лежандром и К.Гауссом, корректен с относительной ошибкой, не превышающей 11%. Об этом можно догадаться при чтении статьи Д.Цагира «Первые 50 миллионов простых чисел» (УМН, 1984, том 39, вып.6 (240)), в которой автор пишет: «Первый выдающийся результат на пути к обоснованию асимптотического закона был получен Чебышевым (16) в 1850 г., который показал, что для достаточно большого x

$$0{,}89\ x/\mathrm{Log}x < \pi\ (x) < 1{,}11\ x/\mathrm{Log}x$$

т.е. асимптотический закон корректен с относительной ошибкой, не превышающей 11%. В своем доказательстве Чебышев использовал биномиальные коэффициенты, само же доказательство настолько красиво, что я не могу не привести его (с некоторыми заслуживающими внимания константами), хотя бы в краткой и упрощенной форме. С одной стороны, докажем, что $\pi\ (x) < 1{,}7\ x/\mathrm{Log}x$. Это неравенство справедливо для $x < 1200$. Предположим по индукции, что наше неравенство справедливо для $x < n$, и рассмотрим средний биномиальный коэффициент…» (Цагир, 1984, с.184). Отметим, что Дон Цагир – ученый, под руководством которого выдающийся российский математик, лауреат премии Филдса за 1998 год Максим Концевич подготовил в 1992 году свою кандидатскую диссертацию.

Индукция К.Чандрасекхарана. Индийский математик, бывший президент Международного математического союза, К.Чандрасекхаран в книге «Введение в аналитическую теорию чисел» (Москва, «Мир», 1974) посредством индукции доказывает одну из теорем Лагранжа. К.Чандрасекхаран пишет об этой теореме: «Теорема 7 (Лагранж). Сравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n \equiv 0$ (modp), $(a_0, p) = 1$, имеет не более n решений. Доказательство. Докажем теорему индукцией по n. Для n=1 утверждение теоремы справедливо, поскольку $(a_0, p) = 1$» (Чандрасекхаран, 1974, с.28).

Индукция П.Хилтона и В.Ледермана. П.Хилтон и В.Ледерман (1960) индуктивно перенесли теорему Жордана-Гельдера в теорию категорий, основы которой были заложены С.Эйленбергом и С.Маклейном. А.Х.Лившиц, М.С.Цаленко и Е.Г.Шульгейфер в статье «Теория категорий» (сборник «Итоги науки», 1962, 1963) пишут: «Основным результатом Хилтона и Ледермана является перенесение на рассматриваемые категории теоремы Жордана-Гельдера» (Лившиц и др., 1963, с.93).

Индукция Ефима Григорьевича Шульгейфера. Советский математик Е.Г.Шульгейфер (1960) индуктивно перенес в теорию категорий Эйленберга-Маклейна идеи общей теории радикалов, уже сформулированные в математической концепции ассоциативных колец. Независимо от Шульгейфера этот индуктивный перенос был совершен С.А.Амицуром. А.Х.Лившиц, М.С.Цаленко и Е.Г.Шульгейфер в статье «Теория категорий» (сборник «Итоги науки», 1962, 1963) отмечают: «В работе Е.Г.Шульгейфера [44] построена общая теория радикалов в категориях, являющаяся перенесением общей теории радикалов ассоциативных колец» (Лившиц и др., 1963, с.104). Здесь [44] – работа Е.Г.Шульгейфера (1960), которую мы сейчас процитируем. Е.Г.Шульгейфер в статье «К общей теории радикалов в категориях» («Математический сборник», 1960, том 51 (93), № 4) пишет: «В конце предисловия к работе [2] А.Г.Курошем было отмечено, что излагаемое им построение общей теории радикалов для колец полностью переносится «на любой класс алгебраических образований, если для них имеет смысл понятие ядра гомоморфизма с обычными свойствами». Таким образом, наша задача в основном свелась к тому, чтобы показать, что при некоторых ограничениях, налагаемых на категорию K, отображения в категории K обладают в основном теми же свойствами, какими обладают гомоморфизмы групп, колец и некоторых классов универсальных алгебр. В частности, в § 2 будет показано, что для отображений в рассматриваемой нами категории К имеет место некоторый аналог второй теоремы об изоморфизме. Возможность построения общей теории радикалов в категориях была отмечена еще Амицуром в его работе [3], в которой он указывает, что все проводимое им построение общей теории радикалов для колец может быть перенесено на структурно упорядоченные бикатегории в смысле Маклейна [4], на которые Амицуром накладывается целый ряд дополнительных предположений. Однако большое число этих предположений и отсутствие анализа их зависимости друг от друга не позволяет считать построение теории радикалов в категориях, предложенное Амицуром, окончательным» (Шульгейфер, 1960, с.487). Здесь [2] – статья А.Г.Куроша «Радикалы колец и алгебр» («Математический сборник», 1953, том 33), [3] – работа С.А.Амицура (1954), [4] – работа С.Маклейна (1950).

Индукция Юрия Михайловича Рябухина. Отечественный алгебраист Ю.М.Рябухин (1964) также может претендовать на авторство в переносе основных конструкций общей теории радикалов Куроша в теорию категорий. В.А.Андрунакиевич и Ю.М.Рябухин в книге «Радикалы алгебр и структурная теория» (1979) пишут: «Теоретико-категорный подход позволил Лившицу в работе [1] выяснить истоки двойственности между радикальностью и полупростотой. В том же 1964 году Рябухин [4] показал, что при достаточно малом наборе аксиом в теорию категорий переносятся все основные понятия, методы, конструкции и результаты общей теории радикалов Куроша (см. также Рябухин [1])» (Андрунакиевич, Рябухин, 1979, с.25). «К настоящему времени, - поясняют те же авторы, - теория радикалов в категориях развита до такого уровня, что позволяет переносить в категории (а значит, в качестве приложения, и в любые конкретные категории колец, алгебр и групп) большинство известных результатов и конструкций теории радикалов ассоциативных алгебр, даже если они внешне тесно связаны со спецификой ассоциативных алгебр. Так, например, Сулиньский [1] в 1966 году перенес в категории понятие радикала Брауна-Маккоя, а Рябухин [1] в 1967 году – понятие наднильпотентного (слабо специального) радикала» (там же, с.25).

Индукция М.А.Красносельского и М.Г.Крейна. Советские математики М.А.Красносельский и М.Г.Крейн (лауреат премии Вольфа за 1982 год) индуктивно распространили на неэрмитовы операторы теорему Карлемана-Эрмита, сформулированную в теории эрмитовых операторов и утверждающую, что для всех точек комплексной плоскости дефектное число эрмитова оператора одинаково. С.Г.Михлин в статье «Линейные интегральные уравнения» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) сообщает: «В случае гильбертова пространства дефектным числом оператора А в точке λ комплексной плоскости называется размерность ортогонального дополнения к множеству R (А-λI) значений оператора А-λI. Основная теорема Карлемана-Неймана заключается в том, что для всех λ из верхней или нижней полуплоскости дефектное число эрмитова оператора А одинаково. Эта теорема перенесена на неэрмитовы операторы А М.А.Красносельским [2] (А – произвольный замкнутый оператор) и М.Г.Крейном [124]…» (Михлин, 1959, с.664).

Индукция Марка Александровича Красносельского. М.А.Красносельский индуктивно перенес на случай произвольных, допускающих замыкание эрмитовых операторов с необязательно плотной областью определения, теорему Неймана об условиях существования самосопряженных и максимальных расширений эрмитова оператора. М.А.Красносельский, М.А.Наймарк и Г.Е.Шилов в статье «Функциональный анализ» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) указывают: «Основная теорема Неймана об условиях существования самосопряженных и максимальных расширений эрмитова оператора А и об общем виде таких расширений была доказана самим Нейманом в предположении, что область определения оператора А плотна во всем пространстве. Самосопряженные расширения некоторых специальных видов операторов с неплотной областью определения изучались М.А.Наймарком. В статье М.А.Красносельского [7] теорема Неймана перенесена на случай произвольных, допускающих замыкание эрмитовых операторов с необязательно плотной областью определения» (Красносельский, Наймарк, Шилов, 1959, с.684).

Индукция М.А.Красносельского, И.А.Бахтина и В.Я.Стеценко. М.А.Красносельский, И.А.Бахтин и В.Я.Стеценко (1962) обобщили теорему С.Банаха о непрерывности интегрального оператора. Результат, полученный М.А.Красносельским и его коллегами, можно также рассматривать и как обобщение теоремы Крейна-Рутмана (1948) о непрерывности положительного функционала на телесном конусе. М.А.Красносельский, П.П.Забрейко, Е.И.Пустыльник и П.Е.Соболев в книге «Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций» (Москва, «Наука», 1966) пишут о теореме, которая была сформулирована в статье И.А.Бахтина, М.А.Красносельского и В.Я.Стеценко в статье «О непрерывности линейных положительных операторов» (СМЖ, 1962, том 3, № 1): «В этой работе установлено, что линейный оператор А, действующий из банахова пространства Е1 с воспроизводящим конусом К1 в банахово пространство Е2 с нормальным конусом К2, непрерывен, если АК1$\subseteq$К2. Это последнее утверждение является, с одной стороны, обобщением теоремы С.Банаха [1] о непрерывности интегрального оператора и, с другой стороны, теоремы М.Г.Крейна (см. М.Г.Крейн и М.А.Рутман [1]) о непрерывности положительного функционала на телесном конусе» (Красносельский и др., 1966, с.31). Здесь [1] – статья М.Г.Крейна и М.А.Рутмана «Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха» (УМН, 1948, том 3, вып.1).

Индукция М.Брело и Дж.Дени. М.Брело и Дж.Дени (1945) перенесли на случай приближения гармоническими функциями на произвольном компакте Е теорему М.В.Келдыша (1941) о том, что любая функция, непрерывная в области D и гармоническая на множестве внутренних точек D, допускает равномерное приближение гармоническими многочленами. А.А.Гончар в статье «О равномерном приближении непрерывных функций гармоническими» (Известия АН СССР, серия математическая, 1963, том 27, вып.6) пишет: «Вопрос о возможности равномерного приближения непрерывных функций гармоническими многочленами был исследован в работах М.В.Келдыша и М.А.Лаврентьева. М.В.Келдышем (1) была решена общая задача об условиях на замкнутую область D, при которых любая функция, непрерывная в D и гармоническая на множестве внутренних точек D, допускает равномерное приближение гармоническими многочленами; соответствующий результат в работе (1) сформулирован в терминах устойчивости D всякой разрешимой задачи Дирихле. В работах Брело (2) и денни (3) теорема Келдыша была перенесена на случай приближения гармоническими функциями на произвольном компакте Е…» (Гончар, 1963, с.1239). Здесь (1) – статья М.В.Келдыша «О разрешимости и устойчивости задачи Дирихле» (УМН, 1941, вып.8), (2) – работа М.Брело [1945], (3) – исследование Дж.Дени [1945].

Индукция А.А.Нудельмана и П.А.Шварцмана. Советские математики А.А.Нудельман и П.А.Шварцман (1958) перенесли на случай унитарных матриц теорему В.Б.Лидского (1950), устанавливающую в наглядной геометрической форме связь между собственными числами суммы эрмитовых матриц и собственными числами слагаемых. А.С.Маркус в статье «Собственные и сингулярные числа суммы и произведения линейных операторов» (УМН, 1964, том 19, вып.4 (118)) пишет: «В работе [1] В.Б.Лидский доказал следующую теорему, устанавливающую в наглядной геометрической форме связь между собственными числами суммы эрмитовых матриц и собственными числами слагаемых. Пусть А и В – эрмитовы матрицы n-го порядка и К1 (соответственно К2) – выпуклая оболочка всевозможных векторов вида $\{\lambda j\ (B) + \lambda Rj\ (A)\}^{n}$ (соответственно $\{\lambda j\ (A) + \lambda Rj\ (B)\}^{n}$, где К1, К2, …, Кn – произвольная перестановка чисел 1, 2, …, n. Тогда вектор $\{\lambda j\ (A+B)\}^{n}$ содержится в пересечении К1 и К2. В [1] была установлена также аналогичная теорема о собственных числах произведения положительно определенных матриц. Эта теорема была позднее перенесена на случай унитарных матриц А.А.Нудельманом и П.А.Шварцман [3]» (Маркус, 1964, с.93). Здесь [1] – работа В.Б.Лидского «О собственных значениях суммы и произведения симметрических матриц» («Доклады АН СССР», 1950, том 75, № 6), [3] – статья А.А.Нудельмана и П.А.Шварцмана «О спектре произведения унитарных матриц» (УМН, 1958, том 13, вып.6 (84)).

Индукция Александра Семеновича Маркуса. Советский математик А.С.Маркус (1966) индуктивно распространил на операторы в банаховом пространстве теорему М.В.Келдыша (1951) о том, что компактный оператор А в гильбертовом пространстве является полным, если собственные значения невозмущенного оператора достаточно быстро стремятся к нулю. Данная теорема М.В.Келдыша обычно называется теоремой полноты для вполне непрерывных операторов в гильбертовом пространстве. При ее обобщении на операторы в банаховом пространстве необходимо было заменить понятие самосопряженности операторов понятием их квазиконсервативности. И.Ю.Любич в статье «Линейный функциональный анализ» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 19) указывает: «При обобщении теоремы Келдыша на операторы в банаховом пространстве (А.С.Маркус, 1966) самосопряженность адекватно заменяется квазиконсервативностью» (Любич, 1988, с.247). Об этом же говорят И.Ц.Гохберг и М.Г.Крейн в книге «Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве» (Москва, «Наука», 1965): «В недавнем сообщении А.С.Маркуса [5] приведено обобщение теоремы М.В.Келдыша на случай банахова пространства» (Гохберг, Крейн, 1965, с.321). Обобщение указанной теоремы М.В.Келдыша содержится в статье А.С.Маркуса «Некоторые признаки полноты системы корневых векторов линейного оператора в банаховом пространстве» («Математический сборник», 1966, том 70 (112), № 4), в которой математик пишет: «Основной целью настоящей статьи является установление некоторых признаков полноты системы корневых векторов и суммируемости рядов Фурье по этой системе для линейного оператора в банаховом пространстве. Эти признаки являются обобщениями или аналогами приведенных теорем М.В.Келдыша и В.Б.Лидского» (Маркус, 1966, с.526).

Индукция Александра Семеновича Маркуса. А.С.Маркус обобщил на операторы в банаховом пространстве некоторые теоремы В.Б.Лидского (1962), в том числе его теорему, определяющую условия суммируемости тригонометрических рядов методом Абеля по главным векторам несамосопряженных операторов. А.С.Маркус в своей работе «Некоторые признаки полноты системы корневых векторов линейного оператора в банаховом пространстве» («Математический сборник», 1966, том 70 (112), № 4) говорит: «В работе В.Б.Лидского [4] были установлены для случая гильбертова пространства некоторые условия суммируемости разложений по корневым векторам методом Абеля. Нетрудно проверить, что основные рассуждения из доказательства теоремы 3 в работе [4] сохраняют силу в банаховом пространстве…» (Маркус, 1966, с.541). Чуть ниже А.С.Маркус говорит о своем обобщении теоремы В.Б.Лидского более конкретно: «В.Б.Лидский [4] показал, что если А – оператор с вполне непрерывной резольвентой и ряд Фурье вектора x по системе корневых векторов оператора А суммируем методом Абеля порядка $\alpha=1$, то решение задачи Коши

$$du/dt + Au = 0 \ (t>0),\ u(0) = x \qquad (5.4)$$

разлагается в ряд Фурье по системе корневых векторов оператора А. Пользуясь этим, он указал условия, обеспечивающие сходимость ряда Фурье для решения задачи (5.4). Здесь мы приведем некоторые обобщения этого результата» (там же, с.552). Здесь [4] – работа В.Б.Лидского «О суммируемости рядов по главным векторам несамосопряженных операторов» («Труды Московского математического общества», 1962, том 11).

Индукция Рудольфа Ван Кампена. Р.Ван Кампен (1935) индуктивно обобщил теорему двойственности Александера (1922) на произвольные локально компактные коммутативные группы. Напомним, что Л.С.Понтрягин (1934) обобщил ту же теорему двойственности на дискретные и компактные абелевы группы. А.А.Кириллов в статье «Введение в теорию представлений и некоммутативный гармонический анализ» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 22) пишет: «Ярким достижением в теории представлений и гармоническом анализе стал принцип двойственности, найденный Л.С.Понтрягиным в 1934 г. для дискретных и компактных абелевых групп в связи с его топологическими исследованиями и обобщенный Ван Кампеном в 1935 г. на произвольные локально компактные коммутативные группы. Хотя этот результат относится к коммутативному гармоническому анализу, он сыграл и продолжает играть весьма важную роль и в некоммутативном гармоническом анализе» (Кириллов, 1988, с.9).

Индукция Тадао Таннаки и Марка Крейна. Японский математик Т.Таннака и советский математик, лауреат премии Вольфа за 1982 год М.Г.Крейн индуктивно обобщили теорему двойственности Л.С.Понтрягина на более общую ситуацию (на случай некоммутативных локально компактных групп). А.Х.Назиев в кандидатской диссертации «К-алгебры и двойственность» (Москва, 1987) констатирует: «Теорема двойственности для коммутативных отделимых локально компактных групп была получена Л.С.Понтрягиным в 1934 году [35], см. также [36]. С тех пор неоднократно предпринимались попытки обобщить эту теорему на различные категории некоммутативных локально компактных групп. Первое обобщение такого рода было получено Т.Таннакой [47] и М.Г.Крейном [18]. Т.Таннака установил, что любая отделимая компактная группа с точностью до изоморфизма определяется своей представляющей алгеброй, а М.Г.Крейн дал для представляющих алгебр абстрактную характеризацию» (Назиев, 1987, с.4).

Индукция Марка Крейна. Лауреат премии Вольфа за 1982 год М.Г.Крейн (1938) обобщил на случай любой системы Чебышева теорему Д.Джексона (1924) о том, что подпространство алгебраических полиномов степени n является множеством единственности (в смысле метрики L1) для любой непрерывной функции. А.Л.Гаркави в статье «О размерности многогранников наилучшего приближения для дифференцируемых функций» (Известия АН СССР, 1959, том 23) пишет: «Случай, когда W есть многообразие непрерывных функций, а B - пространство L1, впервые рассматривался в работе Д.Джексона (2), который показал, что подпространство алгебраических полиномов степени n является множеством единственности (в смысле метрики L1) для любой непрерывной функции. После этого М.Г.Крейн (6) указал, что этот результат обобщается на случай любой системы Чебышева…» (Гаркави, 1959, с.94-95). Здесь (2) – работа Д.Джексона [1924], (6) – исследование М.Г.Крейна [1938].

Индукция Марка Крейна и Давида Мильмана. М.Г.Крейн и его коллега Д.П.Мильман (1940) индуктивно распространили на бесконечномерный случай теорему Г.Минковского о представлении точек многогранников через крайние точки. В.М.Тихомиров в статье «Выпуклый анализ» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 14) пишет: «Теорема Минковского об отделимости явилась предшественницей теорем типа Хана-Банаха и общих результатов об отделимости в теории линейных топологических пространств, его же теорема о представлении точек многогранников через крайние точки была распространена М.Г.Крейном и Д.П.Мильманом [118] на бесконечномерный случай. Эти и многие другие факты выпуклой геометрии в бесконечномерной редакции явились мощным орудием всего современного анализа» (Тихомиров, 1987, с.25). Здесь [118] – работа М.Г.Крейна и Д.П.Мильмана (1940). Примечательно, что теорема Крейна-Мильмана, являющаяся обобщением указанной теоремы Г.Минковского, доказывается посредством индукции. В.М.Тихомиров в статье «Геометрия выпуклости» (журнал «Квант», 2003, № 4) пишет о теореме Крейна-Мильмана, согласно которой выпуклый компакт является выпуклым замыканием своих крайних точек: «Доказательство теоремы Крейна-Мильмана сохраняется в конечномерном случае. Его надо проводить по индукции» (Тихомиров, 2003, с.9). «В бесконечномерном случае, - добавляет В.М.Тихомиров, - применяется особая индукция, а геометрическая суть остается прежней» (там же, с.9). Следует отметить, что посредством индукции доказывается и близкая по содержанию теорема Каратеодори, согласно которой если точка принадлежит выпуклой оболочке системы из конечного числа точек, то она либо совпадает с одной из точек системы, либо принадлежит отрезку, соединяющему две точки из системы, либо принадлежит треугольнику с вершинами из той же системы. В.М.Тихомиров в той же статье «Геометрия выпуклости» говорит: «Теорема Каратеодори также обобщается на n-мерное пространство: каждая точка, принадлежащая выпуклой оболочке конечной системы точек, расположенных в n-мерном пространстве, принадлежит выпуклой оболочке системы из не более чем n+1 точки системы. Доказательство этого результата проводится индукцией по размерности. Можно посоветовать читателю продумать его в трехмерном пространстве» (Тихомиров, 2003, с.9).

Индукция Марка Крейна. М.Г.Крейн обобщил на ограниченные целые функции конечной степени теорему Фейера-Рисса, согласно которой неотрицательный тригонометрический многочлен можно представить в определенной форме, причем тригонометрический многочлен S(x) может быть выбран так, чтобы все его корни лежали в замкнутой верхней полуплоскости. Б.Я.Левин в книге «Распределение корней целых функций» (Москва, ГИТТЛ, 1956) пишет о теореме Фейера-Рисса: «М.Г.Крейн [5] обобщил эту теорему на ограниченные целые функции конечной степени, показав, что целая функция конечной степени R, ограниченная и неотрицательная на вещественной оси, представляется в виде квадрата модуля целой функции степени R/2, корни которой лежат в замкнутой верхней полуплоскости» (Левин, 1956, с.566). Здесь [5] – статья М.Г.Крейна «О представлении функций интегралами Фурье-Стилтьеса» («Ученые записки Куйбышевского педагогического института», 1943, вып.7).

Индукция М.Г.Крейна и М.А.Рутмана. М.Г.Крейн и М.А.Рутман (1948) обобщили на вполне непрерывные линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в банаховом пространстве, классические теоремы Перрона, Фробениуса и Ентча о существовании собственных векторов у положительных матриц и линейных интегральных операторов с положительными ядрами. П.П.Забрейко и С.В.Смицких в статье «Об одной теореме М.Г.Крейна-М.А.Рутмана» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1979, том 13, вып.3) пишут: «Классические утверждения Перрона, Фробениуса, Ентча и др. о существовании собственных векторов у положительных матриц и линейных интегральных операторов с положительными ядрами были перенесены М.Г.Крейном и М.А.Рутманом на вполне непрерывные линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в банаховом пространстве [1]. Теорема Крейна-Рутмана послужила отправным пунктом исследования многочисленных авторов (см., например, [2] - [8]). Основное направление этих исследований было связано с попытками получить аналогичные результаты для широких классов линейных положительных операторов, не обладающих свойством полной непрерывности» (Забрейко, Смицких, 1979, с.81). Здесь [1] – статья М.Г.Крейна и М.А.Рутмана «Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха» (УМН, 1948, том 3, вып.1 (23)). Кстати, в этой статье указывается, что М.А.Рутман получил обобщение теоремы Р.Ентча еще в 1937 году в своей кандидатской диссертации. М.Г.Крейн и М.А.Рутман в названной статье обясняют, как был решен вопрос о том, нельзя ли теорему Ентча доказать топологическими методами и обобщить ее: «Положительный ответ на этот вопрос был получен в 1937 г. в кандидатской диссертации М.А.Рутмана [38a, b], которому топологическими методами удалось полностью обобщить предложение II на случай линейных вполне непрерывных операторов A, действующих в каком-либо банаховом пространстве…» (Крейн, Рутман, 1948, с.5). Здесь предложение II – это теорема Р.Ентча, утверждающая следующее: пусть K – телесный конус, а A – линейное преобразование, переводящее всякий вектор ($\neq 0$) из K во внутренний вектор из K. Тогда в K найдется одно и только одно собственное направление преобразования A, и этому направлению будет отвечать простое положительное собственное число, большее модуля всякого иного собственного числа преобразования. Об упомянутом обобщении М.Г.Крейна и М.А.Рутмана пишут также А.В.Боровских, К.П.Лазарев и Ю.В.Покорный в статье «О ядрах Келлога в разрывных задачах» («Труды Математического института РАН», 1995, том 211): «В работе М.Г.Крейна и М.А.Рутмана [14] наиболее принципиальный момент из [6, 9] – теорема Енча [13] – был перенесен на общие банаховы пространства, что дало начало современной теории положительных операторов в пространстве с конусом (см. [15])» (Боровских и др., 1995, с.105). Здесь [15] – книга М.А.Красносельского «Положительные решения операторных уравнений» (Москва, Физматгиз, 1962).

Индукция М.Г.Крейна и М.А.Рутмана. М.Г.Крейн и М.А.Рутман (1948) обобщили на случай бесконечномерного абстрактного пространства одну из теорем Фробениуса. Эта теорема формулируется следующим образом: неразложимая неотрицательная матрица A = $||a_{ik}||^n$ всегда имеет положительное характеристическое число r, которое является простым корнем характеристического уравнения. Модули всех других характеристических чисел не превосходят числа r. «Максимальному» характеристическому числу r соответствует собственный вектор z с положительными координатами. В.Б.Лидский в примечаниях к книге Ф.Р.Гантмахера «Теория матриц» (2004) пишет об этой теореме Фробениуса: «Теорема Фробениуса была обобщена на случай бесконечномерного абстрактного пространства в работе [282] и впоследствии нашла многочисленные новые приложения в ряде важных задач, в частности, в теории переноса [267]» (Лидский, 2004, с.535). Здесь [282] – уже известная нам статья М.Г.Крейна и М.А.Рутмана «Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха» (УМН, 1948, том 3, вып.1 (23)). Этот же вопрос рассматривается в книге Н.Данфорда и Дж.Шварца «Линейные операторы. Спектральные операторы» (Москва, «Мир», 1974), где авторы говорят о теореме Крейна-Рутмана: «Эту теорему можно рассматривать как обобщение классической теоремы о положительных матрицах, принадлежащей Фробениусу и Перрону. В свою очередь, теорема Крейна-Рутмана обобщалась разными способами» (Данфорд, Шварц, 1974, с.217).

Индукция М.Г.Крейна и С.И.Зуховицкого. М.Г.Крейн и С.И.Зуховицкий (1950) обобщили на случай задач приближения вектор-функций, а также на случай задач приближения гиперкомплексных функций теоремы А.Н.Колмогорова о наилучшем приближении комплексных функций комплексными многочленами. В свою очередь, сам А.Н.Колмогоров получил эти теоремы в результате обобщения критерия А.Хаара о наилучшем приближении вещественных функций (функций действительного переменного). С.И.Зуховицкий и М.Г.Крейн в статье «Замечание об одном возможном обобщении теорем А.Хаара и А.Н.Колмогорова» (УМН, 1950, том 5, вып.1) пишут: «До недавней статьи А.Н.Колмогорова [2] оставался необнаруженным тот факт, что критерий Хаара сохраняет силу и для случая наилучшего приближения комплексных функций комплексными многочленами. При установлении этого обобщения А.Н.Колмогоров попутно нашел комплексный аналог известной теоремы П.Л.Чебышева ([3], [4]), устанавливающей характеристический признак многочлена, наименее уклоняющегося от данной функции. Цель настоящей заметки – показать, что при соответствующем истолковании символов и соотношений, которыми пользовался А.Н.Колмогоров, его рассуждениям можно придать большую общность. Слегка дополняя или видоизменяя рассуждения А.Н.Колмогорова, мы получим характеристики и условия единственности «многочленов наилучшего приближения» нового типа» (Зуховицкий, Крейн, 1950, с.217). Ниже они добавляют: «Сперва (§§ 1, 2, 3) мы обобщим результаты А.Н.Колмогорова на случай задач приближения вектор-функций, а затем (§ 4) – на случай задач приближения гиперкомплексных функций» (там же, с.217). Перенося на случай приближения вектор-функций результаты А.Н.Колмогорова, математики замечают: «Ниже мы докажем, что критерий Хаара-Колмогорова существования для любой непрерывной функции единственного наименее уклоняющегося от нее многочлена полностью обобщается на случай приближения вектор-функций B-многочленами (см. теорему 3). Однако предварительно мы обобщим на этот случай некоторые другие результаты А.Н.Колмогорова, которые сами по себе представляют интерес» (там же, с.219). Об этом же С.И.Зуховицкий сообщает в работе «О приближении действительных функций в смысле П.Л.Чебышева» (УМН, 1956, том 11, вып.2 (68)): «В статье [22] А.Н.Колмогоров дал доказательство обобщенной теоремы Хаара, рассматривая задачу приближения в комплексной области, и, наконец, в совместной с М.Г.Крейном работе [23] мы обобщили теорему А.Хаара и А.Н.Колмогорова на случай приближения вектор-функций векторными многочленами в конечномерном пространстве любого числа измерений» (Зуховицкий, 1956. с.149). После М.Г.Крейна и С.И.Зуховицкого (1950) теоремы А.Н.Колмогорова о наилучшем приближении комплексных функций комплексными многочленами обобщались рядом других математиков. А.В.Покровский в статье «О наилучшем несимметричном приближении в пространствах непрерывных функций» (Известия РАН, серия математическая, 2006, том 70, вып.4) указывает: «С другой стороны, в 1948 г. А.Н.Колмогоров [14] установил свой известный критерий приближения непрерывных комплекснозначных функций на компакте $Q \subseteq C$ полиномами одного комплексного переменного степени не выше n, который в дальнейшем обобщался в работах многих авторов, в частности, для равномерных аппроксимаций непрерывных функций f на произвольном компакте Q со значениями в банаховом пространстве Y ($f \in C$ (Q, Y)) элементами замкнутых выпуклых подмножеств в C (Q, Y) – С.И.Зуховицким и М.Г.Крейном (1950, $Y=C^n$), С.И.Зуховицким и С.Б.Стечкиным (1956, Y – гильбертово пространство), И.Зингером (1957), В.Н.Никольским (1963), А.Л.Гаркави (1964) и В.К.Дзядыком (1977)» (Покровский, 2006, с.177).

Индукция Марка Крейна. Одной из индуктивных посылок теории положительных операторов в полуупорядоченных пространствах, созданной М.Г.Крейном (1950), было обобщение результатов американского математика О.Келлога, изучавшего спектральные свойства струны. Г.А.Чмелева в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Математическое моделирование сетеподобных податливых систем на основе теории полуупорядоченных пространств» (Ставрополь, 2005) пишет: «Для спектральных свойств струны О.Келлогом было показано, что свойство положительности является ключевым для доказательства нетривиальных осцилляционных спектральных свойств. В дальнейшем эта идея была развита М.Г.Крейном. Она позволила установить аналогичные свойства для спектра собственных частот стержня и многоопорной балки. Соответствующие методы, развитые для доказательства этих свойств, явились обобщением идеи О.Келлога и привели Крейна М.Г. к созданию теории положительных операторов в полуупорядоченных пространствах» (Г.А.Чмелева, 2005). Детализируя это обобщение, следует сказать, что М.Г.Крейн совместно с Ф.Р.Гантмахером (1950) перенесли на математические модели весьма непростых упругих систем осцилляционные спектральные теоремы, впервые сформулированные Ж.Штурмом (1836) и развитые Ж.Лиувиллем. Другими словами, М.Г.Крейн и Ф.Р.Гантмахер распространили на сложные упругие системы осцилляционную теорию Штурма-Лиувилля, возникшую на базе исследования распространения тепла в стержне. Результаты О.Келлога играли в этом обобщении не последнюю роль. Ю.В.Покорный и В.Л.Прядиев в статье «Некоторые вопросы качественной теории Штурма-Лиувилля на пространственной сети» (УМН, 2004, том 59, вып.3 (357)) подчеркивают: «Развитая в [4] идеология, базирующаяся на фундаментальном результате Келлога об осцилляционных ядрах-функциях Грина, послужила основой для переноса подобных результатов на более широкие классы задач, в том числе для дифференциальных уравнений старших порядков. Достаточно высокая активность в этом направлении, связанная с именами М.Г.Крейна, П.Д.Калафати, С.Карлина, Л.Коллатца, А.Ю.Левина, Г.Д.Степанова и др. (см. комментарии в [5]), привела к осцилляционным спектральным теоремам для математических моделей весьма непростых упругих систем типа цепочек стержней» (Покорный, Прядиев, 2004, с.117). Здесь [4] – книга Ф.Р.Гантмахера и М.Г.Крейна «Осцилляционные матрицы и ядра и малые колебания механических систем» (Москва, Гостехиздат, 1950). Об этом же пишут А.В.Боровских, К.П.Лазарев и Ю.В.Покорный в статье «О ядрах Келлога в разрывных задачах» («Труды Математического института РАН», 1995, том 211): «Для распространения осцилляционной теории на несамосопряженные дифференциальные операторы потребовалась модификация результатов Келлога на случай несимметричных ядер, что было сделано в работах Ф.Р.Гантмахера [9] и М.Г.Крейна [6, 7]. Последний при этом ввел в употребление новый класс ядер, более узкий, чем ядро Келлога…» (Боровских и др., 1995, с.104-105). Наконец, факт обобщения М.Г.Крейном осцилляционных теорем Ж.Штурма рассматривается Н.Н.Боголюбовым, И.Ц.Гохбергом и Г.Е.Шиловым в статье «Марк Григорьевич Крейн (к шестидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1968, том 23, вып.3 (141)), в которой авторы пишут: «…Он выделил и изучил широкие классы обыкновенных дифференциальных уравнений, решения которых обладают осцилляционными свойствами. Тем самым впервые была создана общая теория, обобщающая на уравнения произвольного порядка (четного или нечетного) классические работы Штурма об осциллировании решений уравнений второго порядка» (Боголюбов и др., 1968, с.199).

Индукция Марка Крейна и других ученых. М.Г.Крейн (1951) распространил на чебышевские системы, называемые Т-системами, многие результаты геометрической теории классической проблемы моментов. Этот же перенос (обобщение) реализовали и другие математики. С.Карлин и В.Стадден в книге «Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике» (1976) указывают: «Многие разделы геометрической теории классической проблемы моментов и ее ответвлений в анализе (см. Карлин и Шепли [1953], М.Г.Крейн [1951], Рогозинский [1958], П.Розенблюм [1951]) могут быть распространены на Т-системы. Эта возможность была обнаружена почти одновременно различными математиками, работавшими в этой области. Первое систематическое рассмотрение геометрической теории было предпринято Крейном [1951]…» (Карлин, Стадден, с.14). С.Карлин и В.Стадден в той же книге поясняют смысл чебышевской системы: «Чебышевская система (сокращенно Т-система) состоит из множества непрерывных функций $\{ui(t)\}^{n}$ i=0, определенных на вещественном интервале [a, b] и характеризующихся тем свойством, что любая нетривиальная вещественная линейная комбинация $\sum aiui(t)$ имеет, самое большее, n различных нулей на [a, b]» (там же, с.9).

Индукция Марка Крейна. М.Г.Крейн распространил на ограниченные целые функции конечной степени теорему Фейера-Рисса. Данная теорема гласит: неотрицательный тригонометрический многочлен определенного вида можно представить в форме $T\ (X) = |S(X)|^2$ $(-\infty < x < \infty)$, причем тригонометрический многочлен S (X) может быть выбран так, чтобы все его корни лежали в замкнутой верхней полуплоскости. Б.Я.Левин в книге «Распределение корней целых функций» (1956) повествует о теореме Фейера-Рисса: «М.Г.Крейн [5] обобщил эту теорему на ограниченные целые функции конечной степени, показав, что целая функция конечной степени R, ограниченная и неотрицательная на вещественной оси, представляется в виде квадрата модуля целой функции степени R/2, корни которой лежат в замкнутой верхней полуплоскости» (Левин, 1956, с.566).

Индукция Марка Крейна. М.Г.Крейн (1973) обобщил на линейные пространства, натянутые на так называемые чебышевские системы функций, квадратурную формулу Гаусса. Аналогичное обобщение получил американский математик С.Карлин (1976). С.В.Пухов и Е.А.Сухарева в статье «Системы функций с ограниченным числом нулей и квадратурные формулы типа Гаусса» («Вестник Ивановского государственного университета», 2003, вып.3) пишут: «Отечественный математик М.Г.Крейн (см. [2]), а также американский математик С.Карлин (см. [1]) получили обобщения квадратурной формулы Гаусса для линейных пространств, натянутых на так называемые чебышевские системы функций» (Пухов, Сухарева, 2003, с.1). Здесь [1] – работа С.Карлина (1976), [2] – книга М.Г.Крейна и

А.А.Нудельмана «Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи» (Москва, «Наука», 1973).

Индукция Михаила Бирмана и Марка Крейна. М.Ш.Бирман и М.Г.Крейн (1962) распространили на случай унитарных операторов теорему Розенблюма-Като. После этого обобщения указанный результат стал называться теоремой Бирмана-Крейна. В.М.Бабич, В.С.Буслаев, А.М.Вершик и другие в статье «Михаил Шлемович Бирман» (УМН, 2010, том 65, вып.3 (393)) пишут: «Важный вклад в теорию рассеяния был сделан в работах М.Ш., совместных с Марком Григорьевичем Крейном. Они распространили теорему Розенблюма-Като на случай унитарных операторов. Это соответствует принципу инвариантности для дробно-линейной функции φ. Теорема Бирмана-Крейна показывает, что для пары самосопряженных операторов А, В волновые операторы W± (B, A) существуют, если разность резольвент ядерная. Этот результат уже непосредственно применим к оператору Шредингера» (В.М.Бабич и др., 2010). Раскрывая смысл теоремы Розенблюма-Като, которую обобщили М.Ш.Бирман и М.Г.Крейн, авторы той же статьи отмечают: «Поясним основные идеи теории рассеяния. В работах Т.Като и М.Розенблюма был установлен следующий фундаментальный факт. Пусть А и В – самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве H, Pac (A) – ортопроектор на абсолютно непрерывное подпространство Hac (A) оператора А. Предположим, что $A\text{-}B \in G_1$, где G_1 – класс ядерных операторов. Тогда существуют сильные пределы S - $\mathrm{Lim}\ e^{iBt}\ e^{-iAt}\ Pac(A) = W\pm\ (B, A)$, называемые волновыми операторами. Операторы W± изометричны на Hac (A) и BW± = W±A. Отсюда выводится, что абсолютно непрерывные части операторов А и В унитарно эквивалентны» (В.М.Бабич и др., 2010). Отметим, что М.Ш.Бирман и М.Г.Крейн изложили свое обобщение теоремы Розенблюма-Като в статье «К теории волновых операторов и операторов рассеяния» («Доклады АН СССР», 1962, том 144, № 3). Более ясное (доступное) изложение теоремы Розенблюма-Като, подвергнутой обобщению отечественными математиками, можно найти в статье самого М.Ш.Бирмана «Об условиях существования волновых операторов» (Известия АН СССР, серия математическая, 1963, том 27), где он пишет: «В теории возмущений самосопряженных операторов в последние годы возникло новое направление, начало которому положили важные работы М.Розенблюма (1) и Т.Като (2), (3). В этих работах было показано, что при возмущении самосопряженного оператора ядерным абсолютно непрерывная часть оператора сохраняется с точностью до унитарной эквивалентности. Было установлено также, что унитарную эквивалентность абсолютно непрерывных частей исходного и возмущенного оператора осуществляют, в частности, так называемые волновые операторы» (Бирман, 1963, с.883). Здесь (1) – работа М.Розенблюма [1957], (2) – исследование Т.Като [1957], (3) – исследование Т.Като [1957].

Индукция Михаила Бирмана. М.Ш.Бирман (1961) перенес на случай полуограниченных возмущений известную теорему Германа Вейля о том, что вполне непрерывные возмущения не меняют спектра сгущения самосопряженного оператора. М.Ш.Бирман в статье «О спектре сингулярных граничных задач» («Математический сборник», 1961, том 55 (97), № 2) говорит о своей работе: «В § 1 работы приведены некоторые результаты, относящиеся к качественной теории возмущений спектра самосопряженных операторов в абстрактном гильбертовом пространстве. Так, теоремы 1.1 и 1.2, по существу, представляют собой перенесение теоремы Вейля о спектре сгущения на случай полуограниченных возмущений» (Бирман, 1961, с.126). Поясняя теорему Вейля о спектре сгущения, которую он обобщил, М.Ш.Бирман подчеркивает: «Путь к исследованию спектра сгущения указывает известная теорема Вейля, согласно которой вполне непрерывные возмущения не меняют спектра сгущения самосопряженного оператора» (там же, с.125).

Индукция Селима Крейна и Евгения Семенова. Отечественные математики С.Г.Крейн и Е.М.Семенов (1973) распространили известную интерполяционную теорему Ж.Марцинкевича на класс симметричных пространств. Е.В.Горохов в кандидатской диссертации «Интерполяционные теоремы и теоремы об эквивалентных нормах в пространствах гладких элементов» (Воронеж, 1984) указывает: «Другим стимулом многочисленных исследований явилась знаменитая интерполяционная теорема Ж.Марцинкевича, доказательство которой было восстановлено и опубликовано А.Зигмундом [34]. Отметим здесь лишь результаты С.Г.Крейна и Е.М.Семенова [16], получивших обобщения теоремы Ж.Марцинкевича в классе симметричных в смысле Е.М.Семенова пространств…» (Е.В.Горохов, 1984). Здесь [16] – статья С.Г.Крейна и Е.М.Семенова «Интерполяция операторов ослабленного типа» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1973, том 7, вып.2).

Индукция Бориса Яковлевича Левина. Украинский математик Б.Я.Левин (1951) обобщил на функции от нескольких переменных известную теорему Лагерра-Полиа. Данная теорема дает полную характеристику целых функций, равномерно приближаемых многочленами со всеми вещественными корнями. Б.Я.Левин в книге «Распределение корней целых функций» (1956) пишет о теории операторов, сохраняющих неравенства между целыми функциями: «Распространение теории на функции от нескольких переменных дало возможность обобщить на функции от нескольких переменных известную теорему Лагерра-Полиа, изложенную в главе VIII (см. [8], [9] и [15])» (Левин, 1956, с.452). Здесь [8] и [9] – работы Б.Я.Левина (1951), [15] – исследование Б.Я.Левина (1953).

Индукция Александра Львовича Гаркави. А.Л.Гаркави (1961) обобщил на выпуклые множества двойственную теорему о наилучшем приближении, установленную С.М.Никольским (1946). А.Л.Гаркави в статье «Теория наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия математика, математический анализ, 1969) пишет: «А.Л.Гаркави [44] обобщил на выпуклые множества двойственную теорему о наилучшем приближении, установленную впервые С.М.Никольским [126] для линейных множеств. Геометрический смысл теоремы Гаркави состоит в том, что наилучшее приближение элемента X элементами выпуклого множества G равно максимуму расстояний от точки X до гиперплоскостей, опорных к множеству G и разделяющих X и G» (Гаркави, 1969, с.98). Здесь [44] – работа А.Л.Гаркави (1961), [126] – исследование С.М.Никольского (1946). А.Л.Гаркави в статье «Теоремы двойственности для приближений посредством элементов выпуклых множеств» (УМН, 1961, том 16, вып.4 (100)) детализирует свое индуктивное обобщение: «В работах ряда авторов, исследовавших задачу наилучшего приближения элементов банахова пространства B посредством элементов некоторого подпространства $L \subseteq B$, получены теоремы (называемые часто «теоремами двойственности»), которые устанавливают связь между наилучшим приближением элемента $y \in B$ и значениями линейных функционалов на этом элементе (см. [1] - [6]). Первые результаты в этом направлении принадлежат М.Г.Крейну [1] и С.М.Никольскому [2]. Наиболее полные теоремы установил Ф.Бонсалл [6]. В настоящей заметке мы обобщаем эти теоремы на случай, когда совокупностью аппроксимирующих элементов является произвольное выпуклое множество пространства B» (Гаркави, 1961, с.141). Здесь [1] – исследование М.Г.Крейна (1938), [2] – работа С.М.Никольского (1946), [5] – работа С.Я.Хавинсона (1953), [6] – исследование Ф.Бонсалла (1956). Об этом же пишет С.Я.Хавинсон в статье «Соотношения двойственности в теории аналитической емкости» (журнал «Алгебра и анализ», 2003, том 15, вып.1): «Исходным пунктом при рассмотрении подобных процессов (процессов аппроксимации – Н.Н.Б.) является двойственность между задачами наилучшего приближения и экстремумами некоторых линейных функционалов на приближаемых элементах, установленная в классических работах М.Г.Крейна [36] и С.М.Никольского [37] и являющаяся следствием теоремы Хана-Банаха. В работе [38] А.Л.Гаркави распространил соотношения двойственности на случай аппроксимации элементами выпуклого множества в нормированном пространстве» (Хавинсон, 2003, с.8).

Индукция Александра Львовича Гаркави. А.Л.Гаркави (1964) обобщил на бесконечномерные подпространства теорему об очистке С.Б.Стечкина (1956), установленную для пространства абстрактных функций C (Q, Y). Повторим, что истоки теоремы об очистке уходят в исследования Валле-Пуссена. Похожее обобщение получил П.Ж.Лорен. А.Л.Гаркави в статье «Теория наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия математика, математический анализ, 1969) указывает: «В работе [56] А.Л.Гаркави получил обобщение некоторого аналога теоремы об очистке для бесконечномерного подпространства, установленного С.Б.Стечкиным [140] для пространства абстрактных функций C (Q, Y). Лорен [242] перенес основные теоремы на случай приближения относительно полунормы, определяемой симметричным множеством функционалов из X*. Из приведенных результатов видно, что основные теоремы чебышевского приближения (за исключением теоремы Хаара), по существу, обобщаются и на произвольные банаховы пространства» (Гаркави, 1969, с.92). Здесь [56] – исследование А.Л.Гаркави (1964), [140] – исследование С.Б.Стечкина (1956), [242] – работа П.Ж.Лорена (1967).

Индукция Александра Львовича Гаркави. А.Л.Гаркави (1986) перенес на случай функций со значениями в строго выпуклом банаховом пространстве теорему единственности Д.Джексона о приближении в среднем. Имеется в виду теорема Д.Джексона (1921), согласно которой в лебеговом пространстве L1 [a, b] чебышевская система функций обладает свойством единственности относительно многообразия CL1 ∈ L1 [a, b]. А.Л.Гаркави в статье «О единственности наилучшего в среднем приближения векторнозначных функций» («Математические заметки», 1986, том 39, № 3) пишет о своем исследовании (и своем обобщении): «В работе изучается проблема единственности элемента наилучшего интегрального приближения непрерывной векторнозначной функции. (…) Основным результатом является обобщение теоремы единственности Джексона о приближении в среднем [1] на случай функций со значениями в строго выпуклом банаховом пространстве» (Гаркави, 1986, с.337). Здесь [1] – исследование Д.Джексона (1921).

Индукция Семена Яковлевича Хавинсона. Отечественный математик С.Я.Хавинсон перенес на более общую ситуацию известную теорему Д.Джексона (1921), которая гласит, что в лебеговом пространстве L1 [a, b] чебышевская система функций обладает свойством единственности относительно многообразия CL1 ∈ L1 [a, b]. А.Л.Гаркави в статье «Теория наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия математика, математический анализ, 1969) отмечает: «Наиболее интересные результаты С.Я.Хавинсона связаны с развитием и обобщением известной теоремы Джексона, утверждающей, что в лебеговом пространстве L1 [a, b] чебышевская система функций обладает свойством единственности относительно многообразия CL1 ∈ L1 [a, b]. С.Я.Хавинсон показал, что теорема Джексона остается справедливой и для вещественного пространства L1 ([a, b], μ) с произвольной конечной мерой μ, носитель которой S (μ) совпадает с [a, b]» (Гаркави, 1969, с.85).

Индукция Семена Яковлевича Хавинсона. С.Я.Хавинсон (1967) перенес на конечномерные выпуклые множества установленный И.Зингером критерий наилучшего элемента (этот критерий связывает элементы наилучшего приближения с существованием линейных независимых экстремальных функционалов определенного вида). А.Л.Гаркави в статье «Теория наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия математика, математический анализ, 1969) констатирует: «Критерий Зингера на конечномерные выпуклые множества перенес С.Я.Хавинсон [163]» (Гаркави, 1969, с.98). С.Я.Хавинсон распространил также на выпуклые множества теоремы об очистке, восходящие к работам Валле-Пуссена и развитые С.Б.Стечкиным и А.Л.Гаркави: «На выпуклые множества, - пишет в той же статье А.Л.Гаркави, - были также распространены теоремы об очистке (С.Я.Хавинсон [163])» (там же, с.98). Здесь [163] – работа С.Я.Хавинсона (1967).

Индукция Джозефа Леонарда Уолша. Д.Л.Уолш индуктивно обобщил на произвольные жордановы кривые, не разбивающие плоскость, известную теорему Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке, доказанную Вейерштрассом в 1885 году. С.Н.Мергелян в статье «Равномерные приближения функций комплексного переменного» (УМН, 1952, том 7, вып.2 (48)) говорит об этой теореме: «В 1885 г. К.Вейерштрасс доказал основную теорему о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке. Установление этой теоремы наряду с первыми исследованиями в области рядов Фурье сыграло огромную роль в формировании понятия непрерывной функции и послужило одновременно отправным пунктом для многочисленных исследований, связанных с аналитическим изображением функций…» (Мергелян, 1952, с.32). «Впервые теорема Вейерштрасса, - продолжает С.Н.Мергелян, - была обобщена Уолшем [1], который перенес ее на произвольные жордановы кривые, не разбивающие плоскость. Содержащееся в результате Уолша топологическое ограничение на множество оказалось не по существу, и в 1930 г. указанная теорема подверглась дальнейшему усилению» (там же, с.33).

Индукция Джозефа Леонарда Уолша. Д.Л.Уолш распространил многочлены Фабера на случай, когда множество определенного вида состоит из нескольких изолированных частей. П.К.Суетин в статье «Ряды по многочленам Фабера и некоторые их обобщения» (сборник «Итоги науки и техники», 1975, том 5), констатирует: «В 1958 г. Дж.Уолш [57] обобщил многочлены Фабера на тот случай, когда множество K состоит из нескольких изолированных частей. В последующем это обобщение Уолша было рассмотрено в работах П.Я.Киселева [18]-[19]» (Суетин, 1975, с.110). Напомним, что многочлены Фабера – это многочлены, определяемые с помощью разложения определенного вида, где весовая функция g (z) является аналитической в области D и положительной в бесконечности. Эти многочлены играют важную роль при исследовании асимптотических свойств ортогональных многочленов в комплексной области.

Индукция Андрея Андреевича Маркова. Известный математик А.А.Марков-младший в статье «О свободных топологических группах» (Известия АН СССР, 1945, том 9, вып.1) 10 раз использует индукцию при доказательстве различных математических результатов, необходимых ему для построения теории свободных топологических групп. В частности, посредством математической индукции он доказывает следующие математические утверждения: лемму 14 – с.14, лемму 18 – с.16, лемму 21 – с.17, лемму 23 – с.18, лемму 27 – с.20, лемму 28 – с.21, лемму 32 – с.22, лемму 42 – с.26, лемму 43 – с.27, лемму 47 – с.32. Примечательно, что А.А.Марков построил теорию свободных топологических групп по аналогии с теорией дискретных групп. В указанной статье «О свободных топологических группах» А.А.Марков сам раскрывает свою аналогию: «Между теорией дискретных групп и теорией топологических групп существует глубокая аналогия, иллюстрируемая следующей схемой:

группа	топологическая группа
подгруппа	замкнутая подгруппа
нормальный делитель	замкнутый нормальный делитель
фактор-группа	топологическая фактор-группа
изоморфизм	топологический изоморфизм
гомоморфизм	непрерывный гомоморфизм и открытый непрерывный гомоморфизм

Здесь в левом столбце стоят теоретико-групповые понятия, в правом столбце – соответствующие понятия теории топологических групп. С помощью этой схемы соответствия мы можем, исходя из основных теорем о дискретных группах, формулировать ряд аналогичных теорем теории топологических групп» (Марков, 1945, с.4). Отметим, что А.А.Марков, о котором мы сейчас говорим, - сын математика А.А.Маркова, разработавшего теорию зависимых случайных величин, т.е. теорию цепей Маркова. Мы уже отмечали, что он (1907) создал данную теорию, индуктивно основываясь на результатах анализа статистики чередования гласных и согласных букв в романе А.С.Пушкина «Евгений Онегин».

Индукция Андрея Андреевича Маркова. Доля индуктивных доказательств велика и в других математических работах А.А.Маркова. Так, в статье «Основы алгебраической теории кос» (Труды МИАН СССР, 1945, том 16) А.А.Марков посредством индукции доказывает следующие утверждения: лемму 3 – с.12, теорему 3 – с.15, лемму 8 – с.23, лемму 17 – с.31. В обзорной статье «Теория алгорифмов» («Труды МИАН СССР», 1954, том 42) математик на основе индукции доказывает следующие результаты: в § 3 «Нормальные алгорифмы» главы 2 лемму 7.1 – с.59, в § 4 «Примеры нормальных алгорифмов» той же главы лемму 6.1 – с.63, лемму 16.4 – с.83. В § 1 «Распространения алгорифмов» главы 3 А.А.Марков индуктивно доказывает лемму 2.15 – с.97, в § 3 «Композиция алгорифмов» той же главы утверждение 5.1 – с.118, утверждение 5.2 – с.118, утверждение 5.3 – с.118, в § 4 «Объединение алгорифмов» главы 3 теорему 4.1 – с.123, в § 5 «Разветвление алгорифмов» той же главы теорему 4.1 – с.129, в § 7 «Перевод алгорифма» главы 3 лемму 3.7 – с.147, лемму 3.8 – с.147, лемму 3.9 – с.147. В § 2 «Ассоциативное исчисление с неразрешимой проблемой эквивалентности» главы 6 на основе индукции доказываются утверждение 1.11 – с.212, в § 6 «Ассоциативное исчисление G1» той же главы лемма 2.1 – с.256, лемма 2.2 – с.256, лемма 2.3 – с.256, лемма 2.4 – с.256, в § 10 «Проблема представимости матриц» главы 6 лемма 7.2 – с.326, в § 11 «Проблемы распознавания свойств ассоциативных исчислений» той же главы лемма 11.7 – с.362. Таким образом, в указанной обзорной статье, которая по объему претендует на то, чтобы называться монографией, А.А.Марков при помощи индукции доказывает 20 лемм и теорем, что является веским доводом в пользу фундаментальной роли индукции в математических доказательствах! В другой своей работе, а именно в статье «О нормальных алгорифмах, связанных с вычислением булевых функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1967, том 31) А.А.Марков, используя индукцию, доказывает 8 лемм. В частности, индуктивно доказываются лемма 1.5 – с.171, лемма 1.4 – с.175, лемма 1.8 – с.183, лемма 1.30 – с.187, лемма 3.5 – с.191, лемма 3.6 – с.191, лемма 2.3 – с.199, лемма 2.10 – с.200.

Индукция Андрея Андреевича Маркова. А.А.Марков-младший перенес на более общую ситуацию теорему о существовании инвариантных мер в динамических системах, которая в свое время была сформулирована и доказана Н.Крыловым и Н.Боголюбовым и независимо Андре Вейлем. М.Г.Крейн и М.А.Рутман в статье «Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха» (УМН, 1948, том 3, вып.1 (23)) пишут о теореме А.А.Маркова о существовании инвариантных мер: «Теорема А.А.Маркова, в свою очередь, явилась обобщением теоремы, доказанной сперва Н.Крыловым и Н.Боголюбовым [27а], а затем независимо А.Вейлем [9], теоремы о существовании инвариантных мер в динамических системах» (Крейн, Рутман, 1948, с.27).

Индукция Андрея Андреевича Маркова. А.А.Марков-младший (1938) обобщил на случай небикомпактных пространств теорему Ф.Рисса об общем виде линейного функционала. Эта теорема обобщалась И.Радоном (1913), С.Банахом (1937), С.Какутани (1941). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Несколько раньше, в 1938 г., первая попытка обобщить этот результат (теорему Ф.Рисса об общем виде линейного функционала – Н.Н.Б.) на небикомпактные пространства была сделана в работе Маркова [2], который рассматривал ограниченные непрерывные функции на некотором пространстве, удовлетворяющем аксиоме отделимости нормального пространства, но без предположения о замкнутости точек» (Данфорд, Шварц, 1962, с.415). Напомним, что теорема Ф.Рисса об общем виде линейного функционала – это утверждение о том, что для любого линейного ограниченного функционала f на гильбертовом пространстве H существует единственный вектор $y \in H$ такой, что f(x)=(x, y) для любого $x \in H$. При этом норма линейного функционала f совпадает с нормой y. Теорема также означает, что пространство всех линейных ограниченных функционалов над H изоморфно пространству H. П.Халмош в книге «Гильбертово пространство в задачах» (Москва, «Мир», 1970) называет данную теорему Ф.Рисса теоремой Рисса о представлении линейного функционала и пишет о ней: «Теорема Рисса о представлении линейного функционала утверждает, что каждому ограниченному линейному функционалу ξ в гильбертовом пространстве H соответствует такой вектор g из H, что $\xi(f)=(f, g)$ для любого $f \in H$» (Халмош, 1970, с.12).

Индукция Петра Константиновича Рашевского. Советский математик П.К.Рашевский (1938) обобщил на произвольные вполне неголономные многообразия теорему Каратеодори (1909), утверждающую соединимость любых двух точек на контактном многообразии допустимой кривой. Независимо от П.К.Рашевского это же обобщение получил математик Чжоу (1939). А.М.Вершик и В.Я.Гершкович в обзорной статье «Неголономные динамические системы. Геометрия распределений и вариационные задачи» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 16) пишут: «Если динамике «прямейших» (т.е. классической неголономной механике) посвящено много работ в основном 20-40-х гг., то о динамике «кратчайших», т.е. вариационных неголономных задач написано столь мало, что основные работы мы можем здесь перечислить. Началом развития этих работ следует считать работу Каратеодори (1909), доказавшего соединимость любых двух точек на контактном многообразии допустимой кривой. (Без доказательств это утверждение можно найти в более ранних работах, например, у Герца). Любопытно, что Константину Каратеодори эта теорема понадобилась в связи с обоснованием термодинамики, а точнее, в связи с точным определением термодинамической энтропии. Хотя эта теорема носит кинематический характер, она может быть использована для определения вариационной (неголономной) метрики, называемой иногда метрикой Карно-Каратеодори. Обобщение теоремы на произвольное вполне неголономное многообразие было дано почти одновременно последователем Каратеодори – Чжоу в 1939 г. и независимо П.К.Рашевским в 1938 [46]» (Вершик, Гершкович, 1987, с.10).

Индукция Гарольда Коксетера. Г.Коксетер (1951) перенес на случай четырехмерного пространства E^4 одну из теорем О.Лапорта (1948). В.Ф.Игнатенко в статье «Геометрия алгебраических поверхностей с симметриями» (сборник «Итоги науки и техники», серия проблемы геометрии, 1980, том 11) пишет: «Фундаментальная область группы G определяется m плоскостями симметрии и является симплициальным конусом с вершиной в их общей точке O. На единичной сфере с центром O она задает сферический (m-1) – симплекс. Лапорт [131] доказал, что в E^3 число N (G) равно отношению параметра сферического треугольника к его площади. Коксетер [103] обобщил этот результат на случай пространства E^4» (Игнатенко, 1980, с.204).

Индукция Герберта Буземана. Американский математик Г.Буземан обобщил на финслеровы метрики теорию минимальных поверхностей, разработанную Дж.Хедлундом в процессе изучения минимальных геодезических на торе. Ю.Мозер в статье «Минимальные решения вариационных задач на торе» (книга Ю.Мозера «КАМ-теория и проблемы устойчивости», Ижевск, НИЦ РХД, 2001) пишет о теории минимальных поверхностей: «Фактически, для n=1 такая теория была разработана Дж.Хедлундом [13] (G.Hedlund), который изучал минимальные геодезические (геодезические класса A) на торе. Результаты были обобщены Г.Буземаном (H.Buseman) на финслеровы метрики и G-пространства. Современное изложение этих идей можно найти у Бангерта [3] (Bangert), где есть ссылки на другие публикации» (Мозер, 2001, с.339).

«…Конформизм, этот подлый дух приспособленчества, противен настоящей науке, потому что она требует готовности подвергнуть сомнению и пересмотреть любые научные взгляды, научные положения, как бы ни казались они прочно установленными. Она требует дерзости мысли и дерзости в том, чтобы открыто выступить с дерзкой мыслью, как это было с открытием неевклидовой геометрии».

А.Д.Александров

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров – выдающийся советский математик, внесший значительный вклад в теорию выпуклых тел, теорию двумерных многообразий ограниченной кривизны, теорию функций действительного переменного, теорию нерегулярных римановых пространств, где разработал свой метод разрезывания и склеивания. А.Д.Александров решил знаменитую проблему Германа Вейля, поставленную в 1918 году: доказать, что всякое двумерное риманово многообразие положительной кривизны, гомеоморфное сфере, изометрично замкнутой выпуклой поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. Ю.Ф.Борисов, В.А.Залгаллер, С.С.Кутателадзе и другие в статье «Первый геометр России XX века» (А.Д.Александров, «Избранные труды», том 1, 2006) пишут: «Научные идеи академика А.Д.Александрова будут долго жить в трудах его учеников и последователей. Неповторимое обаяние, сочетание молодости духа и мудрости опыта, яростный темперамент и тонкий ум, самоотверженность и нежность Александра Даниловича стали дорогими воспоминаниями и утешением тех, кто имел счастье быть рядом с ним» (Борисов и др., 2006, с.23). А.Д.Александров достаточно часто применял математическую индукцию при доказательстве теорем. Приведем некоторые из его работ, в которых математическое доказательство строилось на основе индукции. В статье «К теории смешанных объемов выпуклых тел. Новые неравенства между смешанными объемами и их приложения» (А.Д.Александров, «Избранные труды», том 1, 2006) А.Д.Александров посредством индукции доказывает теорему о существовании неравенства OB для многогранников, если эти многогранники примитивны и аналогичны друг другу и если z – произвольная система чисел, отнесенных к нормалям этих многогранников. Прямая ссылка на применение индукции при доказательстве содержится на стр.69. Впервые данная статья была опубликована в 1937 году. В статье «Существование почти везде второго дифференциала выпуклой функции и некоторые связанные с ним свойства выпуклых поверхностей» (А.Д.Александров, «Избранные труды», том 1, 2006) А.Д.Александров при помощи индукции доказывает теорему о том, что всякая выпуклая функция имеет обобщенный второй дифференциал почти везде в области ее определения для функций n переменных. Прямая ссылка на применение индукции при доказательстве содержится на стр.177. Указанная статья впервые была опубликована в 1939 году. Аналогично, в статье «Существование выпуклого многогранника и выпуклой поверхности с заданной метрикой» (А.Д.Александров, «Избранные труды», том 1, 2006) математик посредством индукции доказывает теорему о том, что если имеется изометрическое отображение одного замкнутого выпуклого многогранника на другой многогранник, то это отображение можно осуществить движением или движением и отражением. Прямая ссылка на применение индукции при доказательстве содержится на стр.222. Об этой теореме Александров пишет: «Доказательство нашей теоремы будем вести индукцией по числу вершин комплекса K. Для комплексов с тремя вершинами легко доказать, что любая их метризация реализуется дважды покрытым треугольником» (Александров, 2006, с.222). В этой же статье А.Д.Александров доказывает индукцией теорему о том, что для всякой выпуклой метрики существует реализующий ее выпуклый многогранник. Об этой теореме Александров пишет: «Доказательство этой теоремы будем вести индукцией по числу вершин комплекса, на котором задается метрика» (Александров, 2006, с.229). Впервые данная статья А.Д.Александрова опубликована в 1942 году. В книге «Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей» (1948) А.Д.Александров при помощи индукции доказывает лемму 3 – с.86 (о которой он пишет: «Доказательство будем вести индукцией по n и m»), лемму А – с.193, теорему о жесткости – с.203. Об этой теореме А.Д.Александров пишет: «Теорему о жесткости мы докажем индукцией по числу вершин многогранника» (Александров, 1948, с.203). Также индукцией доказывается теорема реализуемости – с.215 (о которой математик говорит: «…Мы можем доказывать теорему индукцией по числу вершин»).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров доказал теорему о существовании выпуклого тела, для которого аддитивная и неотрицательная функция множества на единичной сфере является поверхностной функцией этого тела, следующим образом. Теорема была доказана путем обобщения метода, примененного Г.Минковским в случае многогранников. Перед нами пример доказательства, основанного на обобщении (переносе). Такой перенос возможен в случае аналогии между решаемыми задачами. Следовательно, представляется уязвимым для критики утверждение Германа Вейля о бесполезности аналогии при доказательстве теорем. А.Д.Александров в статье «Геометрия и топология в Советском союзе» (УМН, 1947, том 2, вып.4 (20)) повествует: «Александров, а также Фенхель и Иессен доказали: для всякой вполне аддитивной и неотрицательной функции множества на единичной сфере S, удовлетворяющей условиям (1) и (2), существует, и притом единственное, с точностью до параллельного переноса выпуклое тело, для которого эта функция является его поверхностной функцией. (…) Доказательство Александрова проводится прямым обобщением метода, примененного Минковским в случае многогранников» (Александров, 1947, с.67). Здесь мы не будем пояснять условия (1) и (2), отсылая читателя к оригинальной статье А.Д.Александрова.

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров (1947) индуктивно обобщил на случай выпуклых поверхностей внешне ограниченной кривизны результат Герглотца (1943), который усилил теорему Кон-Фоссена об однозначной определенности замкнутых выпуклых поверхностей. А.В.Погорелов в статье «Однозначная определенность выпуклых поверхностей» («Труды МИАН СССР», 1949, том 29) повествует: «В 1943 г. Герглотц несколько усилил теорему Кон-Фоссена об однозначной определенности замкнутых выпуклых поверхностей, ослабив условие трехкратной дифференцируемости до требования двукратной дифференциемости, и снял требование положительности гауссовой кривизны. В 1947 г. А.Д.Александров обобщил результат Герглотца на случай выпуклых поверхностей внешне ограниченной кривизны…» (Погорелов, 1949, с.6). Об этом же пишет Н.В.Ефимов в статье «Геометрия «в целом» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959): «В 1943 г. Герглотц новым методом, основанным на некоторой интегральной формуле, получил однозначную определенность овалоидов в классе C^2; при этом было снято требование положительности кривизны. В 1948 г. А.Д.Александров, обобщив формулу Герглотца, доказал однозначную определенность овалоидов в классе однократно дифференцируемых поверхностей с условием Липшица на первые производные» (Ефимов, 1959, с.930).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров (1949) индуктивно перенес на случай гомеоморфного сфере многообразия ограниченной кривизны одну из теорем Люстерника-Шнирельмана, а также теорему Марстона Морса о существовании для любой пары точек бесконечного числа соединяющих их геодезических. Н.В.Ефимов в статье «Геометрия «в целом» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) констатирует: «В статье [60] А.Д.Александров обобщил на случай гомеоморфного сфере многообразия ограниченной кривизны теорему Люстерника-Шнирельмана о трех замкнутых геодезических и теорему Морса о существовании для любой пары точек бесконечного числа соединяющих их геодезических. Как известно, теоремы Люстерника-Шнирельмана и Морса относятся к регулярным римановым пространствам…» (Ефимов, 1959, с.937). Ю.Г.Решетняк в статье «Двумерные многообразия ограниченной кривизны» («сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 70) поясняет, что А.Д.Александров перенес теорему Люстерника-Шнирельмана на случай (в теорию) квазигеодезических линий: «Понятие квазигеодезических было введено А.Д.Александровым [8]. Некоторые известные результаты о геодезических допускают распространение на случай двумерных многообразий ограниченной кривизны, если вместо геодезических рассматривать квазигеодезические. В частности, получены такого рода обобщения знаменитой теоремы Люстерника и Шнирельмана о трех замкнутых геодезических [9], теоремы Кон-Фоссена [54] о строении геодезической в области, кривизна которой мала [17] и некоторые другие» (Решетняк, 1989, с.179). При обобщении ряда теорем Люстерника-Шнирельмана и Морса А.Д.Александров использовал теоремы, изложенные им в статье «Квазигеодезические» («Доклады АН СССР», 1949, том 69, № 6). Об этом он совместно с Ю.Д.Бураго пишет в другой работе с тем же названием «Квазигеодезические» («Труды МИАН СССР», 1965, том 76): «Содержащиеся в [1] теоремы были в дальнейшем использованы А.Д.Александровым [2] для обобщения теорем Люстерника-Шнирельмана [3] и Морса [4] на случай нерегулярных многообразий» (Александров, Бураго, 1965, с.49). Здесь [1] – статья А.Д.Александрова «Квазигеодезические» («Доклады АН СССР», 1949, том 69, № 6), [2] – работа А.Д.Александрова «Квазигеодезические на многообразиях, гомеоморфных сфере» («Доклады АН СССР», 1959, том 70, № 4), [3] – исследование Л.А.Люстерника и Л.Г.Шнирельмана «Топологические методы в вариационных задачах и их приложения к дифференциальной геометрии поверхностей» (УМН, 1947, том 2, вып.1). Сам А.Д.Александров в книге «Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей» (1948) пишет о своем обобщении: «…Обобщение теоремы о трех замкнутых геодезических на любые замкнутые выпуклые поверхности оказывается возможным, если вместо геодезических рассматривать квазигеодезические» (Александров, 1948, с.302).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров (1948) обобщил на все выпуклые поверхности теорему Гаусса, согласно которой площадь сферического изображения области на регулярной поверхности зависит только от внутренней метрики этой поверхности. Другая формулировка теоремы Гаусса: площадь сферического изображения области на регулярной поверхности равна внутренней интегральной кривизне этой области. А.В.Погорелов в книге «Изгибание выпуклых поверхностей» (Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1951) сообщает: «Известна теорема Гаусса о том, что внешняя кривизна регулярной выпуклой поверхности равна ее внутренней интегральной кривизне, т.е. интегралу от гауссовой кривизны по площади поверхности. А.Д.Александрову [1] принадлежит обобщение этой теоремы на случай общих выпуклых поверхностей» (Погорелов, 1951, с.45). Сам А.Д.Александров в книге «Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей» (Москва-Ленинград, ОГИЗ, 1948) пишет: «Связь площади сферического изображения с внутренней метрикой поверхности была открыта Гауссом. Знаменитая теорема Гаусса, являющаяся одним из краеугольных камней теории поверхностей, состоит в том, что площадь сферического изображения области на регулярной поверхности зависит только от внутренней метрики этой поверхности. В частности, площадь сферического изображения геодезического треугольника равна сумме его углов минус π. Наша задача состоит в том, чтобы обобщить теорему Гаусса на все выпуклые поверхности, а для этого нужно сначала изучить свойства сферического изображения выпуклых поверхностей» (Александров, 1948, с.153). «…Обобщение теоремы Гаусса на любые выпуклые поверхности, - поясняет А.Д.Александров, - должно состоять в доказательстве того, что площадь сферического изображения элементарного множества на выпуклой поверхности равна его кривизне. Но как площадь сферического изображения, так и кривизна являются аддитивными функциями, поэтому теорему достаточно доказать для основных множеств» (там же, с.163).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров (1948) распространил на более общую ситуацию теорему жесткости О.Коши, согласно которой если у невырожденного замкнутого выпуклого многогранника грани жесткие, то и сам он жесткий. В результате этого обобщения отечественный математик получил следующую теорему: при стационарности длин ребер развертки многогранник не допускает никаких деформаций, кроме бесконечно малых движений. А.Д.Александров в книге «Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей» (1948) говорит о своей теореме: «Указанная теорема о жесткости является обобщением известной теоремы, доказанной еще Коши. Именно, Коши доказал, что если у невырожденного замкнутого выпуклого многогранника грани жесткие, то и сам он жесткий. Обобщение состоит в том, что мы не требуем жесткости граней: в нашем случае грани могли бы ломаться; мы требуем только, чтобы все длины ребер какой-нибудь развертки многогранника были стационарны» (Александров, 1948, с.192). Примечательно, что Александров доказывает свою теорему по аналогии с тем, как Коши доказывает собственную теорему жесткости. Это говорит о том, что, вопреки мнению Германа Вейля, аналогия плодотворна не только в рождении новых теорем, но и в их обосновании. «Наша обобщенная теорема о жесткости, - пишет А.Д.Александров, - будет доказана в §§ 4-5 тем же методом, каким Коши доказал свою теорему» (там же, с.192).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров перенес на нормальные пространства теорему Рисса об интегральном представлении линейных функционалов. Отметим, что В.С.Варадарайн (Варадараян) (1961) перенес данную теорему Рисса на тихоновские пространства. Согласно названной теореме Рисса, для произвольного бикомпакта X интегральное представление ∫ M (X)→(C (X)) является аффинным и метрическим (сохраняющим нормы) изоморфизмом между пространством всех борелевских мер на X и пространством всех неотрицательных линейных функционалов на C (X). В.В.Федорчук в статье «Вероятностные меры в топологии» (УМН, 1991, том 46, вып.1 (277)) отмечает: «Теорема Рисса об интегральном представлении линейных функционалов была перенесена на произвольные пространства. Для нормальных пространств это сделал А.Д.Александров, для тихоновских – В.С.Варадараян [9]» (Федорчук, 1991, с.44). Здесь [9] – статья В.С.Варадараяна «Меры на топологических пространствах» («Математический сборник», 1961, том 55, № 1). Об этом же сообщает Ю.В.Садовничий в докторской диссертации «О топологических и категорных свойствах функторов единичного шара борелевских мер» (Москва, 2003): «Знаменитая теорема Рисса об интегральном представлении линейных функционалов позволила перевести многие вопросы теории меры на язык функционального анализа и топологии. (…) Теорема Рисса была перенесена и на некомпактные пространства. Для нормальных пространств это сделал А.Д.Александров [7], для тихоновских – В.С.Варадарайн [7]» (Ю.В.Садовничий, 2003).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров перенес на случай выпуклых поверхностей в пространствах постоянной кривизны наиболее важные теоремы созданной им теории выпуклых поверхностей. А.В.Погорелов в книге «Внешняя геометрия выпуклых поверхностей» (Москва, «Наука», 1969) отмечает: «А.Д.Александров перенес основные результаты построенной им теории выпуклых поверхностей на случай выпуклых поверхностей в пространствах постоянной кривизны (см. § 12, гл.1). В частности, он доказал соответствующие теоремы о реализуемости абстрактно заданной метрики выпуклыми поверхностями в таких пространствах» (Погорелов, 1969, с.309).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров доказал одну из теорем единственности замкнутых выпуклых поверхностей с заданной функцией главных радиусов кривизны, руководствуясь аналогией (переносом). Ввиду того, что аналогия – часть индуктивных рассуждений, мы называем перенос А.Д.Александрова индукцией. В частности, А.Д.Александров доказал указанную теорему, определяющую условия, при которых две замкнутые выпуклые поверхности S' и S'' в E^3 равны и могут быть совмещены параллельным переносом, благодаря тому, что по аналогии перенес в область ее доказательства схему рассуждений, при помощи которой С.Э.Кон-Фоссен доказал теорему об однозначной определенности регулярных овалоидов своей метрикой. И.Я.Бакельман, А.Л.Вернер и Б.Е.Кантор в книге «Введение в дифференциальную геометрию «в целом» (Москва, «Наука», 1973) пишут о том, как А.Д.Александров доказал упомянутую теорему: «Впервые теорема 1 была доказана А.Д.Александровым [3б] в 1939 г. при условии, что S′, S″ и φ аналитичны. Это доказательство в известном смысле является аналогом доказательства теоремы С.Э.Кон-Фоссена [47а, б] об однозначной определенности регулярных овалоидов своей метрикой. В своей основе эти доказательства строятся на изучении индексов особых точек специальных векторных полей на S^2. Изучение свойств этих векторных полей проводится средствами теории аналитических функций» (Бакельман и др., 1973).

Индукция Александра Даниловича Александрова. А.Д.Александров (1939) индуктивно распространил на класс общих выпуклых поверхностей одну из теорем Г.Минковского. И.Я.Бакельман, А.Л.Вернер и Б.Е.Кантор в книге «Введение в дифференциальную геометрию «в целом» (1973) отмечают: «Решение задачи Минковского сводится к интегрированию на сфере простейшего эллиптического уравнения Монжа-Ампера вида $ZxxZyy\text{-}Z^2xy = \varphi(x, y)$. Эта задача имеет глубокую связь с теорией обобщенных решений уравнений Монжа-Ампера. Первое решение этой проблемы было дано самим Г.Минковским [58] в 1903 г. Он сформулировал и решил аналог этой задачи в классе выпуклых многогранников, а затем получил решение исходной задачи предельным переходом от многогранников. При этом не было установлено, что предельная поверхность регулярна, а удовлетворение уравнению $R1R2 = f(n)$ Минковский понимал в некотором обобщенном смысле. Это был первый подход к теории обобщенных решений уравнений Монжа-Ампера. В 1939 г. А.Д.Александров [3b, u] в новой постановке распространил теорему Минковского на класс общих выпуклых поверхностей» (Бакельман и др., 1973, с.300). Здесь [3b] – статья А.Д.Александрова «Применение теоремы об инвариантности области к доказательствам существования» (ИАН СССР, серия математическая, 1939, том 3).

Индукция Алексея Васильевича Погорелова. Выдающийся советский геометр А.В.Погорелов индуктивно распространил на случай, когда вместо объемлющего евклидова пространства берется трехмерное риманово пространство, теорему Вейля и теорему об однозначной определенности овалоидов. Н.В.Ефимов в статье «Геометрия «в целом» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) пишет: «…А.В.Погорелов в работе [40] обобщил теорему Вейля и теорему об однозначной определенности овалоидов на случай, когда вместо объемлющего евклидова пространства берется трехмерное риманово пространство» (Ефимов, 1959, с.933).

Индукция Алексея Васильевича Погорелова. Хотя мы вскользь указали на то, что А.В.Погорелов перенес на более общий случай теорему об однозначной определенности овалоидов, необходимо детализировать это обобщение А.В.Погорелова и выделить его в качестве отдельного индуктивного вывода. Д.В.Алексеевский, А.М.Виноградов и В.В.Лычагин в обзоре «Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 28) повествуют: «Жесткость, т.е. однозначную определенность формы гладкой овальной поверхности, в 1934 г. установил Кон-Фоссен. Другое, короткое и изящное доказательство дал Герглотц [108]. А.В.Погорелов [22] показал, что требования гладкости здесь можно снять, доказав, что всякая замкнутая выпуклая поверхность, т.е. граница ограниченного выпуклого тела, однозначно с точностью до движения определена своей внутренней метрикой» (Алексеевский и др., 1988, с.227). Здесь [108] – исследование Г.Герглотца (1942), [22] – работа А.В.Погорелова (1951).

Индукция Алексея Васильевича Погорелова. А.В.Погорелов (1955, 1956) перенес на более общую ситуацию теорему Карла Гаусса о том, что кривизна внутренней метрики поверхности равна площади ее сферического отображения. Ю.Д.Бураго в статье «Геометрия поверхностей в евклидовых пространствах» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 48) отмечает: «Одним из основных соотношений между внутренней и внешней геометрией гладких поверхностей в E^3 является теорема Гаусса о том, что кривизна внутренней метрики поверхности равна площади ее сферического отображения. Хотя теорема Гаусса и обобщается на поверхности в E^n, $n>3$, ее роль в теории таких поверхностей несравненно менее существенна, чем для поверхностей в E^3. (…) Тонкие, хотя и не совсем окончательные результаты по обобщению теоремы Гаусса получены А.В.Погореловым еще в 1955-56 гг.» (Бураго, 1989, с.83).

Индукция Алексея Васильевича Погорелова. А.В.Погорелов обобщил на случай любой замкнутой выпуклой поверхности теорему Л.А.Люстерника и Л.Г.Шнирельмана о существовании трех простых замкнутых квазигеодезических. А.Д.Александров и В.А.Залгаллер в монографии «Двумерные многообразия ограниченной кривизны (основы внутренней геометрии поверхностей)» («Труды МИАН СССР», 1962, том 63) пишут: «А.В.Погорелов установил существование трех простых замкнутых квазигеодезических на любой замкнутой выпуклой поверхности (обобщение теоремы Л.А.Люстерника и Л.Г.Шнирельмана). В двумерном многообразии ограниченной кривизны квазигеодезическая определяется как линия, у которой сумма вариаций правого и левого поворота совпадает с ее абсолютной кривизной» (Александров, Залгаллер, 1962, с.16).

Индукция Алексея Васильевича Погорелова. А.В.Погорелов (1969) перенес на трехмерное сферическое и трехмерное гиперболическое пространства теоремы А.Д.Александрова о гладкости и строгой выпуклости выпуклых поверхностей в E^3 с ограниченной удельной кривизной. А.Д.Милка в обзоре «Кратчайшие на выпуклых гиперповерхностях» (сборник «Итоги науки и техники», 1984, том 16) констатирует: «Известны теоремы А.Д.Александрова о гладкости и строгой выпуклости выпуклых поверхностей в E^3 с ограниченной удельной кривизной [2]. Эти теоремы играют большую роль в исследовании вопроса о регулярности выпуклых поверхностей; они были распространены А.В.Погореловым на трехмерные сферическое и гиперболическое пространства [41]» (Милка, 1984, с.172). Здесь [2] – статья А.Д.Александрова «Гладкость выпуклой поверхности с ограниченной гауссовой кривизной» («Доклады АН СССР», 1942, том 36, № 7), [41] – книга А.В.Погорелова «Внешняя геометрия выпуклых поверхностей» (Москва, «Наука», 1969).

Индукция Алексея Васильевича Погорелова. А.В.Погорелов (1971) обобщил результат К.Ергенса (1954) и Е.Калаби (1958), которые доказали, что всякая несобственная выпуклая аффинная сфера является эллиптическим параболоидом. В.Н.Кокарев в автореферате диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Геометрические методы в получении и решении уравнений типа Монжа-Ампера на компактных и некомпактных многообразиях» (Новосибирск, 2010) пишет: «В 1954 году К.Ергенс доказал, что при $n=2$ всякая несобственная выпуклая аффинная сфера является эллиптическим параболоидом. В 1958 году Е.Калаби распространил этот результат на $n=3$, 4, 5, а А.В.Погорелов в 1971 году на все n» (Кокарев, 2010, с.15). Об этом же В.Н.Кокарев пишет в статье «Об уравнении несобственной выпуклой аффинной сферы: обобщение теоремы Ергенса» («Математический сборник», 2003, том 194, № 11): «Несобственная выпуклая аффинная сфера в подходящей системе координат задается в виде $z = z\ (x,\ y)$, где функция $z\ (x,\ y)$ удовлетворяет уравнению $z_{xx} z_{yy} - z^2_{xy} = 1$. В работе [1] К.Ергенс доказал, что все полные решения этого уравнения являются квадратичными полиномами. Следовательно, все несобственные выпуклые аффинные сферы – эллиптические параболоиды, если в определение аффинной сферы включить требование полноты. Этот результат был обобщен по размерности Е.Калаби [2] и А.В.Погореловым [3]» (Кокарев, 2003, с.65).

Индукция С.Ченга и Ш.Т.Яу. Американский математик китайского происхождения, лауреат премии Филдса за 1982 год Шин-Тан Яу совместно с С.Ченгом (1976) доказал многомерный вариант теоремы, определяющей условия, при которых существует регулярная (по крайней мере, K+1 раз дифференцируемая) поверхность F, которая в точке с внешней нормалью x имеет гауссову кривизну u(x). Ш.Т.Яу со своим коллегой достиг этого благодаря тому, что перенес в область доказательства названной теоремы методы, разработанные А.В.Погореловым. В.А.Александров, Н.В.Коптева и С.С.Кутателадзе в статье «Сложение Бляшке и выпуклые многогранники» («Труды семинара по векторному и тензорному анализу», 2005, том 26) пишут о теореме, доказанной Ш.Т.Яу совместно с С.Ченгом на основе методов А.В.Погорелова: «Многомерные варианты этой теоремы потребовали значительных усилий и породили обширную литературу, см., например, [5]. Впервые эти теоремы были доказаны А.В.Погореловым [13, 14]. Немного позже они были передоказаны С.Ченгом и Ш.Т.Яу [21], причем последний получил за этот цикл работ Филдсовскую премию за 1980 год. Так что порой на эти многомерные теоремы ссылаются как на «теоремы Погорелова, за которые Яу получил Филдсовскую премию» (Александров и др., 2005, с.10). Здесь [13] – статья А.В.Погорелова «Регулярное решение n-мерной проблемы Минковского» («Доклады АН СССР», 1971, том 199), [14] – книга А.В.Погорелова «Многомерная проблема Минковского» (Москва, «Наука», 1975), [21] – исследование Ш.Т.Яу и С.Ченга (1976). В только что цитированной статье авторы допустили одну ошибку – Ш.Т.Яу получил премию Филдса не в 1980, а в 1982 году. Перенос методов А.В.Погорелова, осуществленный Ш.Т.Яу, очень похож на аналогию, но мы уже говорили о том, что аналогия – частный случай индуктивных рассуждений.

Индукция Шин-Тан Яу (Яо). Шин-Тан Яу (1976) доказал гипотезу Е.Калаби, высказанную им в 1954 году, благодаря тому, что индуктивно перенес в область доказательства гипотезы Е.Калаби результаты советского математика А.В.Погорелова, а именно априорные оценки вторых производных для комплексного уравнения Монжа-Ампера. Гипотеза Е.Калаби утверждает, что для заданной формы, которая представляет первый класс Черна многообразия M, существует кэлерова метрика на M определенного вида. Другая формулировка этой гипотезы: если первый класс Чженя (Черна) компактного кэлерова многообразия равен нулю, то она допускает риччи-плоскую кэлерову метрику. Аналитически эта гипотеза сводится к решению комплексного уравнения Монжа-Ампера для вещественной функции. Тот факт, что Ш.Т.Яу использовал (заимствовал) результаты А.В.Погорелова, а именно априорные оценки вторых производных для уравнения Монжа-Ампера, описывается в статье А.А.Борисенко «А.В.Погорелов – математик удивительной силы» (А.В.Погорелов, «Избранные труды», том 1, Киев, 2008). Возникает вопрос, как же математики вообще находят те или иные оценки производных, позволяющие доказать теорему? Как ни странно, они находят их индуктивно. В качестве примера рассмотрим одну математическую работу М.И.Фрейдлина, в которой для доказательства теоремы он использует оценки старших производных, найденные индукцией. М.И.Фрейдлин в статье «Квазилинейные параболические уравнения и меры в функциональном пространстве» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1967, том 1, вып.3) пишет: «Теорема 2. Предположим, что функции δij(x), bi(x), φi(t, x, υ), f(x) имеют R непрерывных ограниченных производных по x и υ. Тогда существует априорная оценка $|\partial^l u/\partial x_1^{R1}\ldots\partial x_n^{Rn}|$ при R1+…+Rn=L≤R, зависящая только от максимумов модулей функций δij(x), bi(x), φi(t, x, υ) и их первых L частных производных. Доказательство проведем при R=n=1. Оценки старших производных получаются индукцией по R; увеличение размерности влечет за собой только большую громоздкость выкладок» (Фрейдлин, 1967, с.79).

Индукция Сергея Оловянишникова. С.П.Оловянишников (1941) перенес на более общую ситуацию известную теорему О.Коши (1813) об изгибании поверхностей. Е.П.Сенькин в статье «Изгибание выпуклых поверхностей» (сборник «Итоги науки и техники», серия проблемы геометрии, 1978, том 10) повествует: «Первая теорема об изгибании поверхностей «в целом» принадлежит Коши [2]. В 1813 г. Коши доказал, что два замкнутых выпуклых многогранника, одинако составленные из равных граней, равны. Этот классический результат был долгое время в стороне от дифференциально-геометрической теории поверхностей. (…) В 1941 г. С.П.Оловянишников дал окончательное обобщение теоремы Коши, доказав, что всякая замкнутая выпуклая поверхность, изометричная замкнутому выпуклому многограннику, сама есть равный ему многогранник [17]» (Сенькин, 1978, с.194).

Индукция Николая Владимировича Ефимова. Выдающийся отечественный математик, лауреат премии им.Лобачевского за 1951 год Н.В.Ефимов (1948) распространил на более общую ситуацию теорему Д.Гильберта (1901) о том, что в трехмерном евклидовом пространстве не существует полной регулярной поверхности с отрицательной и постоянной гауссовой кривизной. Д.В.Алексеевский, А.М.Виноградов и В.В.Лычагин в обзоре «Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 28) констатируют: «Теорема Гильберта была обобщена Н.В.Ефимовым [9] - [11], который доказал, что полное 2-мерное риманово многообразие, гауссова кривизна которого не превосходит некоторой фиксированной отрицательной константы, нельзя реализовать в виде поверхности 3-мерного евклидова пространства. Это весьма тонкий и трудно доказываемый результат» (Алексеевский и др., 1988, с.229). Здесь [9] – работа Н.В.Ефимова (1948), [11] – исследование Н.В.Ефимова (1964). Об этом же обобщении Н.В.Ефимова пишет Ю.А.Аминов в обзоре «Проблемы вложений: геометрические и топологические аспекты» (сборник «Итоги науки и техники», 1982, том 13): «По известной теореме Гильберта плоскость Лобачевского не погружается регулярно и изометрично в трехмерное евклидово пространство E^3. В работе [25] Н.В.Ефимов усилил эту теорему, доказав непогружаемость класса С4 в Е3 полуплоскости Лобачевского, т.е. бесконечной области на плоскости Лобачевского, ограниченной полной геодезической» (Аминов, 1982, с.119). Этот же вопрос рассматривают Ш.Кобаяси и К.Номидзу во 2-ом томе книги «Основы дифференциальной геометрии» (1981), где они указывают: «Гильберт [2] доказал, что полная поверхность постоянной отрицательной кривизны не может быть C^4- изометрически погружена в R^3, что упомянуто и в примечании 15. Результат Гильберта был обобщен Ефимовым [1] на полную поверхность ограниченной отрицательной кривизны» (Кобаяси, Номидзу, 1981, с.322). Здесь [2] – работа Д.Гильберта (1901), [1] – исследование Н.В.Ефимова (1964). Наконец, обобщение Н.В.Ефимова описывается Э.Р.Розендорном в книге «Теория поверхностей» (Москва, «Физматлит», 2006): «Принципиально важный шаг в исследовании поверхностей постоянной отрицательной кривизны в целом в самом начале XX в. был сделан Д.Гильбертом [34]: он доказал, что если $K= - a^2$ с постоянным $a \neq 0$ на всей C^n - гладкой поверхности (см. ниже, §6, п.1° и §15) при достаточно большом n (в его рассуждениях фактически использовалось $n \geq 5$), то у поверхности обязательно есть край. Н.В.Ефимов обобщил результаты Д.Гильберта на поверхности переменной кривизны $K<0$ [48, 49]»

Индукция Эмиля Ренольдовича Розендорна. Э.Р.Розендорн (1966) обобщил на класс слабо нерегулярных поверхностей теорему Н.В.Ефимова о непогружаемости в Е3 полных метрик с медленно изменяющейся отрицательной кривизной. Эта теорема изложена Н.В.Ефимовым в статье «Поверхности с медленно изменяющейся отрицательной кривизной» (УМН, 1966, том 21, вып.5). Э.Р.Розендорн в работе «Слабо нерегулярные поверхности отрицательной кривизны» (УМН, 1966, том 21, вып.5 (131)) пишет: «В третьей главе рассматриваются полные поверхности. В § 9 получено обобщение на класс слабо нерегулярных поверхностей теоремы Н.В.Ефимова о непогружаемости в Е3 полных метрик с медленно изменяющейся отрицательной кривизной…» (Розендорн, 1966, с.61).

Индукция Виктора Андреевича Топоногова. В.А.Топоногов (1958) обобщил на многомерные римановы многообразия (римановы метрики) теорему А.Д.Александрова о сравнении углов в треугольнике. Согласно данной теореме, углы треугольника, образованного кратчайшими линиями на выпуклой гиперповерхности, измеряемые на поверхности, не меньше соответствующих углов плоского треугольника со сторонами той же длины. В.А.Александров, А.А.Борисенко, Ю.Ф.Борисов, Ю.Д.Бураго и другие в статье «Виктор Андреевич Топоногов» (УМН, 2006, том 61, вып.2 (368)) пишут: «В декабре 1958 года В.А.Топоногов защитил в Московском университете кандидатскую диссертацию, в которой теорема А.Д.Александрова о сравнении углов была перенесена на многомерные римановы многообразия» (Александров и др., 2006, с.153). Отметим, что В.А.Топоногов обобщал на римановы многообразия теорему А.Д.Александрова об углах треугольника вместе с другой его теоремой – теоремой об условиях выпуклости. Об этом говорит А.Д.Милка в обзоре «Кратчайшие на выпуклых гиперповерхностях» (сборник «Итоги науки и техники», 1984, том 16). Перечисляя ключевые результаты теории выпуклых поверхностей на римановых многообразиях, А.Д.Милка отмечает: «Основой для этих результатов служит теорема сравнения Александрова-Топоногова, являющаяся обобщением на римановы метрики фундаментальной теоремы А.Д.Александрова об условии выпуклости [45], [39]» (Милка, 1984, с.157). В другом месте своего обзора А.Д.Милка вновь говорит о том, как В.А.Топоногов обобщил теоремы А.Д.Александрова об условиях выпуклости и об углах треугольника: «Заметим, что теоремы А.Д.Александрова были обобщены по размерности – путем приближения произвольной выпуклой гиперповерхности регулярными – а также перенесены на римановы многообразия В.А.Топоноговым [45]» (там же, с.163). Здесь [39] – это статья А.Д.Милки «Кратчайшие линии на выпуклых поверхностях» («Математические заметки», 1984, том 35, № 4), которая одновременно является авторефератом его докторской диссертации с тем же названием. [45] – это статья В.А.Топоногова «Римановы пространства кривизны, ограниченной снизу» (УМН, 1959, том 14, вып.1). Обобщение, полученное В.А.Топоноговым, рассматривается также в статье В.Н.Берестовского и И.Г.Николаева «Многомерные обобщенные римановы пространства» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 70), где они отмечают: «На многомерный случай обобщение теоремы А.Д.Александрова имеется лишь для гладких римановых многообразий. Именно, теорема, принадлежащая В.А.Топоногову [26], утверждает выполнение требуемой оценки углов треугольника в целом в полных односвязных римановых многообразиях, секционные кривизны которых допускают оценку $K\delta \geq K'$ во всех точках для всех двумерных направлений δ в касательном пространстве в соответствующей точке» (Берестовский, Николаев, 1989, с.232).

Индукция Виктора Андреевича Топоногова. В.А.Топоногов (1964) перенес на римановы пространства известную теорему Кон-Фоссена о строении регулярной двумерной метрики с неотрицательной кривизной, содержащей прямую линию. Чуть позже, а именно в 1967 году А.Д.Милка обобщил теорему Кон-Фоссена на нерегулярные многомерные метрики. А.Д.Милка в обзоре «Кратчайшие на выпуклых гиперповерхностях» (сборник «Итоги науки и техники», 1984, том 16) пишет: «Обратимся теперь к обобщению по размерности теоремы Кон-Фоссена. Известно, что в [46] В.А.Топоноговым эта теорема была распространена на римановы пространства. Немногим позже автором в [22] теорема была перенесена на нерегулярные многомерные метрики» (Милка, 1984, с.189). Здесь [46] – статья В.А.Топоногова «Метрическое строение римановых пространств неотрицательной кривизны, содержащих прямые линии» («Сибирский математический журнал», 1964, том 4, № 6), [22] – статья А.Д.Милки «Метрическое строение одного класса пространств, содержащих прямые линии» («Украинский геометрический сборник», 1967, вып.4).

Индукция Анатолия Михайловича Васильева. А.М.Васильев (1951) распространил на пространства, в которых действуют бесконечномерные псевдогруппы преобразований, метод продолжений и охватов Г.Ф.Лаптева, являющийся обобщением метода подвижного репера Картана. Сам же метод подвижного репера Картана, как мы знаем, был заимствован Картаном из исследований Гастона Дарбу. Но знал ли сам Дарбу, что истоки метода подвижного репера можно найти в работах Л.Эйлера, который ввел метод подвижного трехгранника? М.А.Акивис и Б.А.Розенфельд в книге «Эли Картан» (Москва, МЦНМО, 2007) пишут: «Метод продолжений и охватов Г.Ф.Лаптева, обобщающий метод подвижного репера Картана, был распространен Анатолием Михайловичем Васильевым (1923-1987) на пространства, в которых действуют бесконечномерные псевдогруппы преобразований, в статьях [Вас1] и [Вас2] и в книге [Вас3]. Метод Васильева охватывает еще более широкий круг дифференциально-геометрических исследований» (Акивис, Розенфельд, 2007, с.179). Объясняя суть метода продолжений и охватов Г.Ф.Лаптева, те же авторы подчеркивают: «В 1953 г. Герман Федорович Лаптев (1909-1972) в статье [Лап3] разработал «метод продолжений и охватов» - общий метод дифференциально-геометрических исследований многообразий, погруженных в однородные пространства или в пространства со связностями. Этот метод основан на теории представлений групп Ли и на методе подвижного репера Картана» (там же, с.175). Здесь [Вас1] – статья А.М.Васильева «Инвариантные аналитические методы в дифференциальной геометрии» («Доклады АН СССР», 1951, том 79, № 1).

Индукция Людмилы Всеволодовны Келдыш. Известная женщина-математик, сестра М.В.Келдыша (бывшего президента АН СССР), Л.В.Келдыш в монографии «Топологические вложения в евклидово пространство» («Труды МИАН СССР», 1966, том 81) доказывает многие теоремы посредством индукции. В параграфе 2 главы 1 Л.В.Келдыш пишет: «Теорема 2.3. Для любой ломаной $L \subseteq E^n$ существует изотопия E^n на себя, неподвижная вне произвольной окрестности L и переводящая L в отрезок прямой. Докажем теорему индукцией по числу r звеньев ломаной…» (Келдыш, 1966, с.18-19). Также индукцией доказывается теорема 3.1 из параграфа 3 главы 1. Автор пишет об этой теореме: «Докажем теорему индукцией по кратности покрытия {Ki}, т.е. по наименьшему r, для которого существует непустое пересечение Ki ∩ … ∩ Kir» (там же, с.20). В параграфе 1 главы 2 Л.В.Келдыш вновь демонстрирует силу индуктивного доказательства: «Лемма 1.1. Конечная сумма прямых в E^2 разбивает E^2 на конечное число выпуклых областей. Докажем лемму индукцией по числу прямых L_1, L_2, … L_k» (там же, с.46). Аналогичные рассуждения проводятся в том же параграфе при доказательстве теоремы 1.1: «Теорема 1.1. Плоский полиэдральный простой замкнутый контур С разбивает плоскость на две области – внутреннюю и внешнюю – и является их общей границей. Мы докажем теорему индукцией по числу n звеньев контура С. Если n=3, то теорема верна, так как С – граница двумерного симплекса и дополнение к его замыканию связно» (там же, с.48). В параграфе 2 главы 2 Л.В.Келдыш посредством индукции доказывает следующее утверждение: «Теорема 2.1. Суперпозиция конечного числа полулинейных гомеоморфизмов E^2 на себя есть полулинейный гомеоморфизм E^2 на себя. Достаточно доказать теорему для двух полулинейных гомеоморфизмов, так как далее она легко получается индукцией по числу гомеоморфизмов» (там же, с.51). В том же параграфе индуктивно доказывается лемма 2.1, согласно которой P – плоский замкнутый полиэдр, ограниченный простым замкнутым контуром и содержащий не менее двух двумерных симплексов, содержит, по крайней мере, два двумерных симплекса, удовлетворяющих определенным условиям. Л.В.Келдыш пишет об этой лемме: «Мы докажем лемму индукцией по числу n двумерных симплексов, содержащихся в P» (там же, с.53). В параграфе 2 главы 2 Л.В.Келдыш аргументирует: «Теорема 2.2. Пусть P – полиэдральная плоская область, ограниченная полиэдральным замкнутым контуром С, и U – произвольная окрестность P. Существует полулинейная изотопия $F_t:E^2 \rightarrow E^2$ от тождественного отображения, переводящая P в двумерный симплекс, а С – в его границу и неподвижная вне U. Докажем теорему индукцией по числу n этих симплексов» (там же, с.54). Ниже индукцией доказывается теорема 2.3 – с.56, а в параграфе 3 главы 2 - лемма 3.3. Л.В.Келдыш пишет о лемме 3.3: «Докажем лемму индукцией по числу K – полиэдральных контуров Ci, составляющих границу p» (там же, с.56). В параграфе 3 главы 3 индуктивно доказывается теорема 3.1 (теорема Ван-Кампена). Л.В.Келдыш говорит о ней: «Мы докажем теорему индукцией по числу n областей υAj и υBj, содержащихся в D» (там же, с.94). В параграфе 1 главы 5 индукцией доказывается теорема 1.2 (теорема Брауна), о которой математик пишет: «Докажем теорему индукцией по числу элементов Ki» (там же, с.142). Точно так же, в параграфе 3 главы 5 при помощи индукции доказывается теорема 3.2 (теорема Брауна и Глюка), согласно которой для того, чтобы пара непересекающихся цилиндрических (n-1)-мерных сфер в S^n (E^n) ограничивала кольцо, необходимо и достаточно, чтобы существовал стабильный гомеоморфизм сферы S^n (E^n) на себя, переводящий одну из этих сфер в другую. Л.В.Келдыш говорит об этой теореме: «Мы докажем теорему индукцией по числу гомеоморфизмов fi» (там же, с.153). Аналогично обосновывается теорема 5.3 (теорема Ньюмена). Приведем фрагмент текста из монографии Л.В.Келдыш, показывающий, каким образом проводится доказательство этой теоремы: «Теорема Ньюмена (5.3) [61]. Звездная (n-1)-мерная сфера S^{n-1}, которая является подполиэдром звездной n-мерной сферы S^n, разбивает S^n на области, замыкания которых являются звездными n-элементами. Ньюмен дал непосредственное доказательство этой теоремы, показав, что звездная сфера S^{n-1} вложена в S^n цилиндрически. Мы приведем здесь значительно более простое доказательство, основанное на теореме 4.1. Докажем теорему индукцией по n» (там же, с.175).

Индукция Данило Блануши. Хорватский математик Д.Блануша (1953) перенес на изометрическое вложение односвязного полного n-мерного пространства Hn постоянной кривизны в гильбертово пространство доказанную Л.Бибербахом (1932) теорему о том, что односвязная полная поверхность H_2 постоянной отрицательной кривизны может быть изометрически вложена в гильбертово пространство. Ш.Кобаяси и К.Номидзу во 2-ом томе книги «Основы дифференциальной геометрии» (1981) отмечают: «Проблема изометрического вложения становится легче, если пространство, в которое производится вложение, может иметь бесконечную размерность. Бибербах [4] доказал, что односвязная полная поверхность H_2 постоянной отрицательной кривизны может быть изометрически вложена в гильбертово пространство. Это было обобщено Бланушей [1] на изометрическое вложение односвязного полного n-мерного пространства Hn постоянной кривизны в гильбертово пространство» (Кобаяси, Номидзу, 1981, с.323). Здесь [4] – исследование Л.Бибербаха (1932), [1] – исследование Д.Блануши (1953).

Индукция Андре Лихнеровича. Французский математик А.Лихнерович (1959) обобщил на случай компактных кэлеровых многообразий постоянной скалярной кривизны теорему Мацусимы. Ш.Кобаяси и К.Номидзу во 2-ом томе книги «Основы дифференциальной геометрии» (1981) констатируют: «Теорема Мацусимы была обобщена на случай компактных кэлеровых многообразий постоянной скалярной кривизны Лихнеровичем [8]» (Кобаяси, Номидзу, 1981, с.306). Здесь [8] – исследование А.Лихнеровича (1959). Более подробная информация об этом обобщении А.Лихнеровича содержится в статье Д.В.Беклемишева «Дифференциальная геометрия пространств с почти комплексной структурой» (сборник «Итоги науки», серия Геометрия, 1965, том 2), в которой автор пишет: «В работе [81] Мацусима доказал следующую теорему: в компактном келеровом пространстве Эйнштейна с положительной скалярной кривизной контрвариантный аналитический вектор единственным образом может быть разложен в сумму вида $\upsilon^i + \varphi^i_a \omega^a$, где υ и ω – векторы Киллинга. Если такое разложение справедливо для аналитических векторов компактного келерова многообразия, то алгебра Ли всех аналитических векторов есть прямое произведение простых коммутативных подалгебр. Теорема Мацусимы двумя разными способами передоказана Яно [146]. Она обобщена Саваки на компактные почти келеровы пространства Эйнштейна [109] и на компактные K-пространства Эйнштейна [108]. На компактные келеровы пространства постоянной положительной скалярной кривизны теорема обобщена Лихнеровичем [71]» (Беклемишев, 1965, с.191). Здесь [71] – А.Лихнерович (1957), [108] – С.Саваки (1961), [109] – С.Саваки (1962).

Индукция Алексея Викторовича Чернавского. А.В.Чернавский (1964) перенес на конечнократные открытые отображения теоремы Ньюмена, Монтгомери и Смита, касающиеся периодических преобразований многообразий. Это было сделано на семинаре Л.В.Келдыш. А.В.Чернавский в статье «О работах Л.В.Келдыш и ее семинара» (УМН, 2005, том 60, вып.4 (364)) говорит о своих результатах: «…А.В.Чернавский [31] выяснил структуру открытых отображений многообразий с дискретными прообразами точек. Оказалось, что к ним может быть до некоторой степени применена гомологическая техника Смита, разработанная для периодических преобразований. Это дало возможность перенести на конечнократные открытые отображения теоремы Ньюмена, Монтгомери и Смита, касающиеся периодических преобразований многообразий» (Чернавский, 2005, с.16). Об этом же А.В.Чернавский пишет чуть ниже: «Большим событием для наших топологов был приезд в Москву М.Ньюмена, теорема которого о периодических преобразованиях была существенно обобщена на семинаре Келдыш» (там же, с.30). Здесь [31] – статья А.В.Чернавского «Конечнократные открытые отображения многообразий» («Математический сборник», 1964, том 65, № 3).

Индукция Юрия Бураго, Владимира Мазьи и других ученых. Ю.Д.Бураго, В.Г.Мазья (1967) и другие математики обобщили на более широкий класс кривых, описываемый в терминах вариации угла определенного вида, созданную Иоганном Радоном (1919) теорию потенциала в пространстве непрерывных функций. В.Г.Мазья в статье «Граничные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27) пишет: «Долгое время после работы Радона [178] существовало мнение, что он обобщил теорию потенциала в пространстве непрерывных функций «до ее естественных пределов» [179]. Однако в шестидесятых годах в работах Крала, Ю.Д.Бураго, В.Г.Мазьи и В.Д.Сапожниковой [4] - [6], [31], [153], [154] было показано, что теорию Радона можно перенести на более широкий класс кривых, описываемый в терминах вариации угла, под которым подмножества границы видны из произвольной ее точки» (Мазья, 1988, с.186). Здесь [178] – работа И.Радона (1919), опубликованная на русском языке в виде статьи «О краевых задачах логарифмического потенциала» (УМН, 1946, том 1), [4] – исследование Ю.Д.Бураго и В.Г.Мазьи (1967), [5] – исследование В.Д.Сапожниковой (1962), [31] – работа И.Крала (1964). Отметим, что Юрий Дмитриевич Бураго – учитель Григория Перельмана, который в 2002 году доказал гипотезу А.Пуанкаре о топологической эквивалентности трехмерного пространства и трехмерной сферы, за что был удостоен медали Филдса (2006), а также денежной премии Института Клея (США) в размере 1 млн долларов, от которой отказался. В.Г.Мазья – выдающийся математик (он один из авторов замечательной книги «Жак Адамар – легенда математики» (2008)).

Индукция Юрия Бураго. Ю.Д.Бураго совместно с Б.В.Калининым (1995) обобщили на пространства Александрова с кривизнами, ограниченными снизу или сверху, теорему М.Х.Ньюмана (1931). Ю.Д.Бураго и Б.В.Калинин в статье «Замечания к теореме Ньюмана» («Сибирский математический журнал», 1995, том 36, № 5) отмечают: «Наша цель – дать обобщение теоремы Ньюмана, охватывающее такие геометрически интересные объекты, как пространства Александрова с кривизнами, ограниченными снизу (или сверху), и позволяющее получать геометрические оценки постоянной Ньюмана» (Бураго, Калинин, 1995, с.1010). Далее авторы поясняют теорему Ньюмана, одновременно сообщая, что одно из обобщений данной теоремы получил А.В.Чернавский (1964): «Известная теорема Ньюмана [1] состоит в следующем. Пусть M – топологическое многообразие с метрикой d. Тогда существует $E = E(M, d) > 0$ такое, что любое действие гомеоморфизмами конечной группы G на M является тривиальным,если $d(rx, x) < E$ для всех $r \in G$, $x \in M$. Ряд авторов обобщали эту теорему и упрощали ее доказательство (см. [2-5]). Наиболее существенное обобщение принадлежит А.В.Чернавскому [3], который доказал аналогичную теорему, предполагая, что вместо действия конечной группы имеется непрерывное разбиение M, индуцированное конечнократным открыто-замкнутым отображением» (Бураго, Калинин, с.1010).

Индукция Юрия Бураго, Михаила Громова и Григория Перельмана. Ю.Бураго, М.Громов и Г.Перельман (1992) обобщили на случай полных римановых многообразий секционной кривизны ≥ K теорему В.А.Топоногова о сравнении углов в геодезических треугольниках. В.Н.Берестовский в статье «Гипотеза Пуанкаре и связанные с ней утверждения» («Известия Вузов», серия математика, 2007, № 9 (544)) отмечает: «В статье [110] доказано далеко идущее обобщение теоремы В.А.Топоногова о сравнении углов в геодезических треугольниках для полных римановых многообразий секционной кривизны ≥ K» (Берестовский, 2007, с.30). Здесь [110] – статья Ю.Бураго, М.Громова и Г.Перельмана «Пространства А.Д.Александрова с ограниченными снизу кривизнами» (УМН, 1992, том 47, вып.2). Позже мы покажем, насколько часто авторы данной статьи использовали индукцию при доказательстве различных лемм и теорем, имеющих отношение к пространствам А.Д.Александрова.

Индукция Х.Рауха. Х.Раух обобщил на произвольные римановы многообразия классическую теорему сравнения Жака Штурма для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Данная теорема сравнения Штурма позволяет по коэффициентам уравнений определенного вида судить о взаимном расположении нулей их решений. В.В.Трофимов и А.Т.Фоменко в обзорной статье «Риманова геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 2002, том 76) пишут: «Классическая теорема Штурма для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка допускает обобщение на произвольные римановы многообразия – это так называемая теорема сравнения Рауха» (Трофимов, Фоменко, 2002, с.82). М.Громов весьма высоко оценивает исследования Х.Рауха. В книге «Знак и геометрический смысл кривизны» (Ижевск, РХД, 2000) М.Громов указывает: «Современный период в глобальной римановой геометрии начинается, согласно М.Берже (см. [1], [2]), с работы Рауха в начале пятидесятых, который среди прочего доказал, что если секционные кривизны замкнутого односвязного риманова многообразия V достаточно близки к кривизнам круговой сферы, то V гомеоморфно сфере» (Громов, 2000, с.58).

Индукция Марселя Берже. Французский математик М.Берже (1962) обобщил на случай фокальных точек экспоненциального отображения относительно геодезической теорему сравнения Х.Рауха (1951). Е.А.Олин в статье «О локально выпуклых гиперповерхностях в пространствах Финслера-Адамара» («Доклады Национальной академии наук Украины», 2008, № 11) указывает: «Изначально теорема Рауха была доказана для сравнения длин якобиевых полей при экспоненциальном отображении относительно точки. Используя теорему Рауха, можно показать отсутствие сопряженных точек в многообразиях неположительной кривизны. Затем Берже обобщил эту теорему на случай фокальных точек экспоненциального отображения относительно геодезической» (Олин, 2008, с.26).

Индукция Т.Франкеля, А.А.Борисенко, К.Кенмотсу, С.Ксиа. Т.Франкель (1961) обобщил на римановы многообразия положительной секционной кривизны теорему Жака Адамара (1897) о том, что на полной поверхности положительной гауссовой кривизны каждая геодезическая линия должна пересекаться с произвольной замкнутой геодезической. При этом Т.Франкель получил две теоремы об условиях пересечения двух геодезических подмногообразий в n-мерном римановом многообразии положительной секционной кривизны. А.А.Борисенко (1981) обобщил первую из этих теорем Т.Франкеля на K-седловые подмногообразия в римановом подмногообразии положительной секционной кривизны. Что касается К.Кенмотсу и С.Ксиа, то они (1995) перенесли обе теоремы Т.Франкеля на римановы многообразия частично положительной кривизны. А.А.Борисенко в статье «Внешняя геометрия параболических и седловых многомерных подмногообразий» (УМН, 1998, том 53, вып.6 (324)) пишет: «Адамар доказал, что на полной поверхности положительной гауссовой кривизны каждая геодезическая должна пересекаться с произвольной замкнутой геодезической [36]. В 1961 году Т.Франкель обобщил эту теорему на римановы многообразия положительной секционной кривизны. Он показал, что два компактных вполне геодезических подмногообразия F_1, F_2 в n-мерном римановом многообразии M^n положительной секционной кривизны пересекаются, если сумма их размерностей не меньше n [36]. В 1966 году как следствие этой теоремы Т.Франкель показал, что если M^n есть полное связное риманово многообразие положительной секционной кривизны и F^L есть L-мерное вполне геодезическое компактное подмногообразие, где $2L \geq n$, то гомоморфизм фундаментальных групп $\pi 1\ (F^L) \rightarrow \pi 1\ (M^n)$ есть сюръекция [36]. В 1981 году первая теорема Франкеля была обобщена на К-седловые подмногообразия в римановом подмногообразии положительной секционной кривизны [10]. Недавно К.Кенмотсу и С.Ксиа обобщили теоремы Франкеля на римановы многообразия частично положительной кривизны [37]. Мы докажем обобщение этих теорем для К-седловых подмногообразий» (Борисенко, 1998, с.32). Здесь [36] – работа Ж.Адамара (1897), [30] – исследование Т.Франкеля (1961), [31] – работа Т.Франкеля (1966), [10] – работа А.А.Борисенко (1981), [37] – исследование К.Кенмотсу и С.Ксиа (1995).

Индукция Д.Громолла и В.Мейера (Майера). Д.Громолл и В.Мейер (1969) доказали теорему об условиях, при которых для любой римановой метрики на компактном односвязном дифференцируемом многообразии M существует бесконечно много замкнутых геодезических, благодаря тому, что индуктивно перенесли в область решения данной проблемы подход, разработанный В.Клингенбергом (1965). Этот подход заключался в использовании теории Морса на гильбертовых многообразиях (а не теории Морса на пространстве замкнутых кривых на римановом многообразии). В.Клингенберг в книге «Лекции о замкнутых геодезических» (1982) отмечает: «Оглядываясь назад, можно сказать, что очень важной оказалась предложенная автором в 1965 г. (см. Клингенберг [3]) переформулировка теории Морса на пространстве замкнутых кривых на римановом многообразии. Последняя при этом рассматривается в рамках теории Морса на гильбертовых многообразиях, построенной в 1964 г. Пале и Смейлом [1]. Поразительное применение этого нового подхода было предложено в 1969 г. Громолом и Мейером [2]. Они доказали, что для любой римановой метрики на компактном односвязном дифференцируемом многообразии M существует бесконечно много замкнутых геодезических, если последовательность рациональных чисел Бетти пространства ЛМ параметризованных замкнутых кривых не ограничена» (Клингенберг, 1982, с.18). Здесь индукция больше похожа на аналогию, но в данном случае уместно процитировать А.И.Уемова, который в книге «Аналогия в практике научного исследования» (1970) пишет: «В некоторых случаях разграничительная линия между аналогией и индукцией является довольно смутной» (Уемов, 1970, с.251).

Индукция Дж.Чигера и Д.Громолла. Дж.Чигер и Д.Громолл (1971) обобщили на случай неотрицательной кривизны Риччи одну из теорем В.А.Топоногова, которую он изложил в статье «Метрическое строение римановых пространств неотрицательной кривизны, содержащих прямые линии» («Сибирский математический журнал», 1964, том 4, № 6). А.А.Борисенко в работе «Внешняя геометрия сильно параболических многомерных подмногообразий» (УМН, 1997, том 52, вып.6 (318)) констатирует: «В.А.Топоногов доказал: если на полном некомпактном римановом многообразии M^n неотрицательной секционной кривизны существует К линейно независимых прямых, то M^n есть риманово произведение $M^n = M^{n-k} \times E^k$, где E^k изометрично евклидову пространству, M^{n-k} – полное риманово многообразие неотрицательной секционной кривизны [27]. На случай неотрицательной кривизны Риччи теорема была обобщена Чигером и Громоллом [43]» (Борисенко, 1997, с.27). Здесь [27] – статья В.А.Топоногова «Метрическое строение римановых пространств неотрицательной кривизны, содержащих прямые линии» («Сибирский математический журнал», 1964, том 4, № 6).

Индукция Анатолия Игнатьевича Медяника. А.И.Медяник (1970) обобщил на случай гиперповерхностей одну из теорем А.Д.Александрова, о чем пишет Ю.Г.Лумисте в статье «Дифференциальная геометрия подмногообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1975, том 13): «А.И.Медяник [125] дает обобщение на случай гиперповерхностей следующей теоремы А.Д.Александрова: если даны две аналитические замкнутые выпуклые поверхности, индикатрисы Дюпена которых в точках с параллельными внешними нормалями не могут быть помещены одна внутри другой параллельным переносом, то эти поверхности равны и параллельно расположены» (Лумисте, 1975, с.291). Здесь [125] – статья А.И.Медяника «Усиление теоремы единственности для аналитических замкнутых выпуклых гиперповерхностей N-мерного евклидова пространства» («Украинский геометрический сборник», 1970, вып.9).

Индукция Александра Иоффе и Владимира Тихомирова. А.Д.Иоффе и В.М.Тихомиров (1974) перенесли на более общую ситуацию теорему Люстерника о касательном многообразии к множеству нулей дифференцируемого оператора, которая, как известно, существует в двух вариантах: теоремы о накрывании и теоремы об оценке расстояния. Об этом обобщении пишут А.В.Дмитрук, А.А.Милютин и Н.П.Осмоловский в статье «Теорема Люстерника и теория экстремума» (УМН, 1980, том 35, вып.6 (216)). Указанный перенос теоремы Люстерника на более общий случай содержится в книге А.Д.Иоффе и В.М.Тихомирова «Теория экстремальных задач» (Москва, «Наука», 1974). А.В.Дмитрук, А.А.Милютин и Н.П.Осмоловский в той же статье отмечают, что теорема Люстерника, представленная в форме теоремы о накрывании и теоремы об оценке расстояния, изначально доказывалась посредством итерационной процедуры (методом последовательных приближений), называемой методом Ньютона, и все обобщения этой теоремы строились так, чтобы итерационная процедура оставалась применимой. «Дело в том, - пишут они, - что Л.А.Люстерник, доказывая свою теорему о касательном многообразии, предложил некий итерационный процесс, который является решающим звеном доказательства этих двух эквивалентных теорем. Более того, любую из известных их модификаций можно доказывать, прибегая к доказательству Л.А.Люстерника. По сути, вся история обобщений теоремы Люстерника свелась к тому, что находились новые формулировки под известный процесс доказательства. В этом смысле мы можем сказать, что публикация теоремы Люстерника имела исключительное значение» (Дмитрук и др., 1980, с.12).

Индукция Вильгельма Клингенберга. Немецкий математик В.Клингенберг (1978) обобщил на произвольные односвязные многообразия знаменитую теорему Люстерника-Шнирельмана (1929) о существовании трех замкнутых геодезических на поверхности рода сферы. В.Клингенберг в книге «Лекции о замкнутых геодезических» (1982) говорит об этом обобщении дважды: в начале своей монографии, кратко описывая ее содержание, и в главе 5, непосредственно посвященной теореме Люстерника-Шнирельмана. В начале книги немецкий математик замечает: «Глава 5 начинается с подробного доказательства теоремы о трех геодезических, которая является долгожданным обобщением на произвольные односвязные многообразия классического результата Люстерника и Шнирельмана о замкнутых геодезических на поверхностях, диффеоморфных S^2» (Клингенберг, 1982, с.20). Непосредственно в главе 5 В.Клингенберг пишет: «Мы начнем с доказательства теоремы о трех замкнутых геодезических. Эта теорема является обобщением на произвольные компактные односвязные римановы многообразия классического результата Люстерника и Шнирельмана [1], доказавших существование трех замкнутых геодезических на поверхности рода сферы. Суть этой теоремы состоит в том, что всегда существуют, по крайней мере, три относительно короткие замкнутые геодезические…» (там же, с.301).

Индукция Евгения Поликарповича Сенькина. Е.П.Сенькин (1972) обобщил на случай выпуклых гиперповерхностей в R^n классическую теорему А.В.Погорелова об однозначной определенности ограниченной замкнутой выпуклой поверхности в R^3 ее внутренней метрикой. М.В.Коробков в автореферате диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Некоторые теоремы жесткости в анализе и геометрии» (Новосибирск, 2008) пишет: «Отправной точкой можно считать известную теорему Коши об однозначной определенности выпуклого многогранника своей разверткой. В дальнейшем проблемами однозначной определенности выпуклых поверхностей внутренней метрикой занимались Минковский, Гильберт, Вейль, Бляшке, Кон-Фоссен и другие известные математики. Но наибольших успехов в этом направлении добились академик А.Д.Александров и его ученики. Упомянем ставшую уже классической теорему А.В.Погорелова об однозначной определенности ограниченной замкнутой выпуклой поверхности в R^3 ее внутренней метрикой (см., напрмер, [20]). Этот результат был обобщен на случай выпуклых гиперповерхностей в R^n Е.П.Сенькиным [24]» (Коробков, 2008, с.8). Здесь [20] – это книга А.В.Погорелова «Внешняя геометрия выпуклых поверхностей» (Москва, «Наука», 1969), [24] – статья Е.П.Сенькина «Неизгибаемость выпуклых гиперповерхностей» («Украинский геометрический сборник», издательство Харьковского университета, 1972, вып.12).

Индукция Анатолия Дмитриевича Милки. Украинский математик А.Д.Милка (1971) обобщил на сферическое и гиперболическое пространства лемму Буземана-Феллера. А.Д.Милка в обзоре «Кратчайшие на выпуклых гиперповерхностях» (сборник «Итоги науки и техники», 1984, том 16) пишет: «Лемма Буземана и Феллера. Пусть X, Y – две точки, расположенные вне выпуклого тела с границей F, и X^-, Y^- - соответствующие проекции на F этих точек. Тогда расстояние между точками X и Y не меньше расстояния между точками X^- и Y^-. Распространение этой леммы на сферическое (и при некотором обобщенном понимании проектирования) и гиперболическое пространства дано в [25]» (Милка, 1984, с.159). Здесь [25] – статья А.Д.Милки «О лемме Буземана и Феллера в сферическом и гиперболическом пространствах» («Украинский геометрический сборник», 1971, вып.10).

Индукция Анатолия Дмитриевича Милки. А.Д.Милка (1984) обобщил на выпуклые гиперповерхности теоремы А.Д.Александрова о гладкости и строгой выпуклости выпуклых поверхностей с ограничениями на удельную кривизну. А.Д.Милка (1975) обобщил также теорему А.В.Погорелова о регулярности выпуклой гиперповерхности с регулярной внутренней метрикой. Это ему удалось сделать за счет снятия геометрического требования гладкости гиперповерхности. А.Д.Милка в обзоре «Кратчайшие на выпуклых гиперповерхностях» (сборник «Итоги науки и техники», 1984, том 16) говорит о своих результатах: «Распространены на выпуклые гиперповерхности теоремы А.Д.Александрова о гладкости и строгой выпуклости выпуклых поверхностей с ограничениями на удельную кривизну; как следствие усилена теорема А.В.Погорелова о регулярности выпуклой гиперповерхности с регулярной внутренней метрикой [43] – в теореме снято внешне геометрическое требование гладкости гиперповерхности» (Милка, 1984, с.157). Здесь [43] – статья А.Д.Милки «Регулярность выпуклых гиперповерхностей с регулярной метрикой» («Доклады АН СССР», 1975, том 224, № 1). Об этом же, то есть о переносе на выпуклые гиперповерхности ряда теорем А.Д.Александрова, А.Д.Милка пишет и в другом месте своего обзора: «Известны теоремы А.Д.Александрова о гладкости и строгой выпуклости выпуклых поверхностей в E^3 с ограниченной удельной кривизной [2]. Эти теоремы играют большую роль в исследовании вопроса о регулярности выпуклых поверхностей; они были распространены А.В.Погореловым на трехмерные сферическое и гиперболическое пространства [41]. Цель настоящего параграфа – перенести указанные теоремы и некоторые важные следствия на выпуклые гиперповерхности в R. Тем самым будет дано решение проблемы, долгое время остававшейся открытой и указанной, например, Буземаном [10]» (Милка, 1984, с.172). Здесь [2] – статья А.Д.Александрова «Гладкость выпуклой поверхности с ограниченной гауссовой кривизной» («Доклады АН СССР», 1942, том 36, № 7), [41] – книга

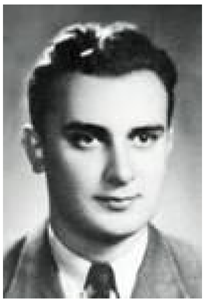
А.В.Погорелова «Внешняя геометрия выпуклых поверхностей» (Москва, «Наука», 1969), [10] – книга Г.Буземана «Выпуклые поверхности» (Москва, «Наука», 1964).

Индукция Анатолия Дмитриевича Милки. А.Д.Милка (1984) перенес на выпуклые гиперповерхности лемму И.М.Либермана (1941) о выпуклости следа геодезической на проектирующем цилиндре или конусе. Кроме того, А.Д.Милка (1967) распространил на многомерные нерегулярные выпуклые метрики теорему С.Э.Кон-Фоссена о строении регулярной двумерной метрики с неотрицательной кривизной, содержащей прямую линию. А.Д.Милка в обзоре «Кратчайшие на выпуклых гиперповерхностях» (сборник «Итоги науки и техники», 1984, том 16) перечисляет свои достижения: «Обобщена на выпуклые гиперповерхности в римановом пространстве лемма И.М.Либермана. Обобщена на многомерные нерегулярные выпуклые метрики теорема С.Э.Кон-Фоссена о строении регулярной двумерной метрики с неотрицательной кривизной, содержащей прямую линию [18]» (Милка, 1984, с.157). Здесь [18] – статья С.Э.Кон-Фоссена «Полная кривизна и геодезические линии на односвязных открытых полных поверхностях» (сборник «Некоторые вопросы дифференциальной геометрии в целом», Москва, «Физматгиз», 1959). Что касается леммы И.М.Либермана, которую обобщал А.Д.Милка, то она изложена в статье И.М.Либермана «Геодезические линии на выпуклых поверхностях» («Доклады АН СССР», 1941, том 32, № 5). В другом месте своего обзора А.Д.Милка вновь обсуждает свои результаты, полученные путем обобщения теорем других математиков: «Сначала доказывается аналог леммы Либермана для выпуклых гиперповерхностей в римановом многообразии. Затем обобщается на многомерные нерегулярные метрики с неотрицательной кривизной теорема Кон-Фоссена о прямой линии. Подчеркнем особое значение леммы Либермана в становлении и развитии теории общих выпуклых поверхностей в пространстве с постоянной кривизной; собственно, этой леммой было начато эффективное развитие внешне геометрического раздела теории. Обобщение леммы Либермана, которое излагается далее, можно рассматривать как новую теорему сравнения в римановой геометрии» (там же, с.186).

Индукция Александра Андреевича Борисенко. Известный украинский математик А.А.Борисенко (1977) обобщил на случай R-мерной секционной кривизны теорему Черна-Кейпера (1952) о том, что компактное L-мерное риманово многообразие неположительной 2-мерной секционной кривизны нельзя изометрично погрузить в евклидово пространство E^{2L-1}. Ю.А.Аминов в обзоре «Проблемы вложений: геометрические и топологические аспекты» (сборник «Итоги науки и техники», 1982, том 13) пишет о работе А.А.Борисенко (1977), в которой он получил данное обобщение теоремы Черна-Кейпера: «Доказано следующее обобщение теоремы Черна-Кейпера: компактное L-мерное риманово многообразие ML неположительной R-мерной кривизны не погружается изометрически в евклидово пространство размерности L+p при $p \leq L-1/R-1$. (…) В этой же работе обобщается теорема Альмгрена о минимальных поверхностях, гомеоморфных сфере в сферическом пространстве S^3» (Аминов, 1982, с.125). А.А.Борисенко в статье «Полные L-мерные поверхности неположительной внешней кривизны в римановом пространстве» («Математический сборник», 1977, том 104, № 4) сам раскрывает свое обобщение: «Черн, Кейпер, Отзуки доказали, что компактное L-мерное риманово многообразие неположительной 2-мерной секционной кривизны нельзя изометрично погрузить в евклидово пространство неположительной 2-мерной секционной кривизны нельзя изометрично погрузить в евклидово пространство E^{2L-1} (см. [2]). Невозможность локального изометрического вложения L-мерного риманова многообразия строго отрицательной кривизны в E^{2L-1} доказана в [3]. Обобщим эти факты на случай R-мерной секционной кривизны» (Борисенко, 1977, с.560).

Индукция А.А.Борисенко и Д.И.Власенко. А.А.Борисенко и Д.И.Власенко (1997) перенесли на нерегулярные гиперповерхности теорему С.Хейенорта (1952). Позже А.А.Борисенко (2000) перенес данную теорему на компактный случай, когда объемлющим пространством является многообразие Адамара. А.А.Борисенко в статье «О локально выпуклых гиперповерхностях в многообразиях Адамара» («Математические заметки», 2000, том 67, вып.4) повествует: «Хейенорт доказал следующую теорему. Пусть $f:N^n \rightarrow E^{n+1}$, $n \geq 2$, - топологическое погружение связного многообразия N^n. Если f локально выпукло во всех точках и имеет хотя бы одну точку локальной строгой опорности, а N^n полно в индуцированной этим погружением метрике, то f есть вложение, а $F = f\ (N^n)$ – граница выпуклого тела [3]. В пространстве Лобачевского для h – локально выпуклых (т.е. таких, что в каждой точке гиперповерхности есть окрестность, которая лежит по одну сторону орисферы) регулярных гиперповерхностей эта теорема обобщалась в [4], для нерегулярных гиперповерхностей - в [5]. Наша цель обобщить эту теорему для компактного случая, когда объемлющим пространством является полное односвязное риманово многообразие неположительной секционной кривизны. Такое многообразие мы будем называть многообразием Адамара» (Борисенко, 2000, с.498). Здесь [3] – работа С.Хейенорта (1952), [5] – исследование А.А.Борисенко и Д.И.Власенко (1997).

Индукция Виталия Сергеевича Макарова. Ученик Б.Н.Делоне В.С.Макаров (1989) решил вторую половину 18-ой проблемы Д.Гильберта для случая пространства Лобачевского благодаря тому, что индуктивно распространил в область решения данной проблемы метод разбиения равными многогранниками, разработанный венгром К.Берецким (1974) для нужд теории упаковок n-мерного пространства Лобачевского. Здесь индукция больше похожа на аналогию, но сошлемся на то, что индуктивные рассуждения, понимаемые широко, включают в себя аналогию в качестве частного случая. В.С.Макаров в статье «Об одном неправильном разбиении n-мерного пространства Лобачевского конгруэнтными многогранниками» («Труды МИАН СССР», 1991, том 196) пишет: «В начале 1989 г. после одного из моих докладов по теории правильных разбиений пространства Лобачевского Λ^n ко мне обратился В.А.Ефремович с вопросом по поводу решения второй половины восемнадцатой проблемы Гильберта (см. [1, с.51]) в случае пространства Лобачевского (в случае евклидова пространства она решена в [2]; см. [1, с.202]). А именно: существуют ли такие неправильные разбиения Λ^n конгруэнтными многогранниками, которые нельзя перестановкой многогранников превратить в правильные. (Напомним, что разбиение называется правильным, если группа его симметрии действует на нем транзитивно). Мне тут же вспомнилось разбиение, построенное К.Берецким [3] для нужд теории упаковок n-мерного пространства Лобачевского равными многогранниками. Это построение мы обсуждали с ним в Будапеште в марте 1983 г. Но ни он, ни я тогда не обратили внимания на то, что это разбиение фактически дает ответ на вопрос Д.Гильберта. Возможно, что на этот факт не обратил внимания и никто другой. Это и побудило меня к данной публикации. Насколько мне известно, работа К.Берецкого опубликована лишь на венгерском языке…» (Макаров, 1991, с.93). Здесь [2] – исследование К.Рейнхардта (1928), [3] – работа К.Берецкого (1974). Отметим, что лауреат премии Абеля за 2009 год Михаил Громов и лауреат премии Вольфа за 1990 год Илья Пятецкий-Шапиро «в долгу» перед В.С.Макаровым, поскольку они (1990) доказали существование неарифметических групп в n-мерном пространстве Лобачевского (Λ^n) за счет того, что по аналогии воспользовались методом склейки, разработанным В.С.Макаровым (1965).



«Известный советский математик Сергей Мергелян в шестнадцать лет поступил на второй курс физико-математического факультета. Еще студентом был принят в аспирантуру. За полтора года написал кандидатскую работу. Однако ученый совет решил присудить 20-летнему соискателю степень доктора наук – настолько высок был уровень диссертации».

Виктор Пекелис в книге «Твои возможности, человек!»

Индукция Сергея Мергеляна. Армянский математик С.Н.Мергелян (1945) перенес на более общую ситуацию известную теорему М.В.Келдыша (1945), согласно которой любая непрерывная функция на замыкании и аналитическая на множестве внутренних точек аппроксимируется равномерно сходящимся рядом полиномов тогда и только тогда, когда дополнение к замыканию области есть область, содержащая бесконечно удаленную точку. Академик РАН В.А.Садовничий в статье «О математических работах М.В.Келдыша» (книга «Келдыш М.В. Творческий портрет по воспоминаниям современников», Москва, «Наука», 2002) повествует: «Классическая теорема Келдыша (1945 г.) звучит очень просто: «Любая непрерывная функция на замыкании и аналитическая на множестве внутренних точек аппроксимируется равномерно сходящимся рядом полиномов тогда и только тогда, когда дополнение к замыканию области есть область, содержащая бесконечно удаленную точку». Это, бесспорно, теорема для любого учебника. Ее окончательное оформление и решение этой проблемы было получено в 1945 г. учеником Келдыша С.Н.Мергеляном. Он доказал, что теорема Келдыша верна вообще, для любого замкнутого ограниченного множества, которое не разбивает плоскость, т.е. не обязательно «для замыкания области» (В.А.Садовничий, 2002).

Индукция Сергея Мергеляна. С.Н.Мергелян (1951) решил в общем виде задачу приближения многочленами любой функции, когда индуктивно обобщил теорему М.А.Лаврентьева о континуумах, на которых возможно равномерное приближение многочленами произвольных непрерывных функций. М.М.Лаврентьев, В.Л.Береснев, А.А.Боровков и другие в статье «Михаил Алексеевич Лаврентьев (к 100-летию со дня рождения)» («Сибирский математический журнал», 2000, том 41, № 5) пишут: «Михаил Алексеевич нашел топологические условия, необходимые и достаточные для того, чтобы заданное множество могло служить множеством сходимости некоторой последовательности многочленов, сходящейся всюду в данной области. Важнейшим результатом в этой области стала следующая теорема М.А.Лаврентьева, доказательство которой было опубликовано в 1934 г. Пусть K – связный компакт комплексной плоскости. Для того, чтобы каждая функция f Є C (K) была пределом равномерно сходящейся последовательности полиномов, необходимо и достаточно, чтобы K было нигде не плотным и обладало связным дополнением. Эта теорема полностью характеризует континуумы, на которых возможно равномерное приближение многочленами произвольных непрерывных функций, и является одним из наиболее фундаментальных результатов в этой области. Впоследствии она была обобщена С.Н.Мергеляном, который показал, что ограниченность континуума и связность его дополнения необходимы и достаточны для возможности приближения многочленами любой функции, непрерывной на этом континууме и аналитической в его внутренних точках» (Лаврентьев, Береснев, Боровков, 2000, с.971).

Индукция Эррета Бишопа. Американский математик Эррет Бишоп (1958) перенес на приближения, осуществляемые на римановых поверхностях, известную теорему С.Н.Мергеляна о плотности множества всех многочленов в A (F). В.П.Хавин в статье «Пространства аналитических функций» (сборник «Итоги науки», 1966) пишет: «Бишоп в статьях [160], [9], [10] доказал теорему, аналогичную теореме братьев Рисс, для компактных множеств в C^1, не разбивающих C^1. Исходя из этих своих результатов, Бишоп дал новое доказательство известной теоремы С.Н.Мергеляна [62] о плотности множества всех многочленов в А (F). Бишопу принадлежит также обобщение теоремы С.Н.Мергеляна, относящееся к приближениям на римановых поверхностях ([161], см. также С.Я.Гусман [26])» (Хавин, 1966, с.124). Здесь [160] – работа Э.Бишопа (1958), [161] – его же исследование (1958). Теорема, которую обобщил Э.Бишоп, содержится в статье С.Н.Мергеляна «Равномерные приближения функций комплексного переменного» (УМН, 1952, том 7, № 2).

Индукция Е.Б.Саффа, Д.Д.Уорнера и Дж.Карлссона. Е.Б.Сафф (1972) обобщил классическую теорему сходимости Монтессуса де Баллора (Монтессу де Болора). Д.Д.Уорнер (1974) сделал то же самое. Дж.Карлссон (1976) перенес упомянутую теорему на сходимость по мере Нуталла и по емкости Поммеренке. Дж.Карлссон У.Джоунс и В.Трон в монографии «Непрерывные дроби» (Москва, «Мир», 1985) констатируют: «Классическая теорема сходимости сходимости Монтессуса де Баллора (теорема 5.21) была обобщена Саффом в работе [1972] и далее обобщена Уорнером [1974, 1976]. Карлссон [1976] распространил эти теоремы на сходимость по мере Нуталла и по емкости Поммеренке. Галлуччи и Джоунс [1976] обобщили теорему 5.22 на таблицы Ньютона-Паде» (Джоунс, Трон, 1985, с.197).

Индукция Андрея Александровича Гончара. Российский математик А.А.Гончар (1963) нашел новые необходимые и достаточные условия, которым должно удовлетворять множество Е для того, чтобы любая функция, непрерывная на Е, допускала равномерное приближение посредством функций, гармонических на Е. Как А.А.Гончар достиг этого результата? Благодаря тому, что перенес в область решения данной проблемы известные результаты С.Н.Мергеляна и А.Г.Витушкина по вопросу равномерной аппроксимации непрерывных функций на замкнутых множествах в плоскости комплексного переменного посредством аналитических функций. А.А.Гончар в статье «О равномерном приближении непрерывных функций гармоническими» (Известия АН СССР, серия математическая, 1963, том 27, вып.6) повествует о том, как он нашел упомянутые выше необходимые и достаточные условия : «Все результаты настоящей работы получены по аналогии с известными результатами С.Н.Мергеляна (5), (6) и А.Г.Витушкина (7) по проблеме равномерной аппроксимации непрерывных функций на замкнутых множествах в плоскости комплексного переменного посредством аналитических (или рациональных) функций. В связи с этой аналогией интересно отметить следующее: задача о возможности равномерной аппроксимации произвольной непрерывной функции на компакте Е в плоскости комплексного переменного посредством аналитических на Е (или рациональных с полюсами вне Е) функций тесно связана с задачей о возможности равномерной аппроксимации на Е произвольной вещественной непрерывной функции посредством вещественных частей аналитических на Е (или рациональных) функций…» (Гончар, 1963, с.1241). Здесь (5) – работа С.Н.Мергеляна «Равномерное приближение функций комплексного переменного» (УМН, 1952, том 7, вып.2), (7) – исследование А.Г.Витушкина (1959).

Индукция Андрея Александровича Гончара. А.А.Гончар (1975) обобщил на класс мероморфных функций определенного вида теорему А.А.Маркова-старшего (1895), утверждающую, что для марковской функции δ чебышевская непрерывная дробь равномерно сходится внутри области $D = C \setminus [\alpha, \beta]$, где $[\alpha, \beta]$ – выпуклая оболочка S. А.А.Гончар и С.П.Суетин в статье «Об аппроксимациях Паде мероморфных функций марковского типа» (сборник «Современные проблемы математики», 2004, вып.5) пишут: «Классическая теорема Маркова [3] утверждает, что для марковской функции δ чебышевская непрерывная дробь (2) равномерно сходится внутри (на компактных подмножествах) области $D = C \setminus [\alpha, \beta]$, где $[\alpha, \beta]$ – выпуклая оболочка S. В 1975 году в работе [4] одним из авторов настоящей статьи было получено обобщение теоремы Маркова на класс мероморфных функций вида

$$f = \delta + r \qquad (8)$$

где r – рациональная функция с комплексными коэффициентами (r – «рациональное возмущение» марковской функции δ)» (Гончар, Суетин, 2004, с.6). Здесь [3] – статья А.А.Маркова «Два доказательства сходимости некоторых непрерывных дробей», впервые опубликованная на французском языке в 1895 году и содержащаяся в книге А.А.Маркова «Избранные труды по теории непрерывных дробей и теории функций, наименее уклоняющихся от нуля» (Москва, Гостехиздат, 1948), [4] – статья А.А.Гончара «О сходимости аппроксимаций Паде для некоторых классов мероморфных функций» («Математический сборник», 1975, том 97 (139)). Об этом же обобщении теоремы А.А.Маркова пишут А.А.Болибрух, А.Г.Витушкин, В.С.Владимиров и другие в статье «Андрей Александрович Гончар (к семидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 2002, том 57, вып.1 (343)): «Не будет преувеличением сказать, что именно А.А.Гончар разработал основы современной теории аппроксимаций Паде и на многие годы вперед определил главные направления исследований в этой области. Для диагональных аппроксимаций Паде Андрей Александрович получил естественное обобщение классической теоремы Маркова…» (Болибрух и др., 2002, с.186).

Индукция Андрея Александровича Гончара. А.А.Гончар (1975) обобщил на случай интерполяционных последовательностей рациональных функций с конечным числом свободных полюсов известную теорему Монтессу де Болора о сходимости классических аппроксимаций Паде в кругах мероморфности функции, заданной своим разложением в степенной ряд. Эту теорему М. де Болора обобщал также Е.Б.Сафф (1972). С.П.Суетин в статье «Аппроксимации Паде и эффективное аналитическое продолжение степенного ряда» (УМН, 2002, том 57, вып.1 (343)) пишет об указанной теореме Монтессу де Болора: «Различные обобщения этой теоремы Монтессу де Болора на случай интерполяционных последовательностей рациональных функций с конечным числом свободных полюсов содержатся в работах Саффа [72] и А.А.Гончара [73], [16]» (Суетин, 2002, с.119). Здесь [72] – работа Е.Б.Саффа (1972), [73] – статья А.А.Гончара «О сходимости обобщенных аппроксимаций Паде мероморфных функций» («Математический сборник», 1975, том 98 (140), № 4), [16] – статья А.А.Гончара «Полюсы строк таблицы Паде и мероморфное продолжение функций» («Математический сборник», 1981, том 115 (157), № 4). Для того, чтобы объяснить суть аппроксимаций Паде, обратимся к той же статье С.П.Суетина, где он отмечает: «Как известно, аппроксимации Паде – это локально наилучшие рациональные аппроксимации заданного степенного ряда. Они конструируются непосредственно по его коэффициентам и позволяют осуществлять эффективное аналитическое продолжение этого ряда за пределы его круга сходимости, а их полюсы в определенном смысле локализуют особые точки (в том числе полюсы и их кратности) продолженной функции в соответствующей области сходимости и на ее границе» (Суетин, 2002, с.46).

Индукция А.А.Гончара и С.П.Суетина. А.А.Гончар и С.П.Суетин (2004) с помощью компьютерных расчетов (в результате эмпирического анализа, проведенного с использованием компьютеров) обнаружили новое свойство, связанное с асимптотическим поведением полюсов диагональных аппроксимаций Паде. Затем те же математики предположили и впоследствии убедились, что это свойство (эта закономерность) имеет место в широком классе мероморфных функций. А.А.Гончар и С.П.Суетин сами раскрывают механизм математического творчества в статье «Об аппроксимациях Паде мероморфных функций марковского типа» (сборник «Современные проблемы математики», 2004, вып.5): «Многие замечательные свойства аппроксимаций Паде и их обобщений были открыты сначала эмпирически в результате численных расчетов и лишь затем строго обоснованы. Именно так была сделана и эта работа: сначала с помощью компьютерных расчетов было обнаружено новое свойство, связанное с асимптотическим поведением полюсов диагональных аппроксимаций Паде, а затем, с целью доказательства того, что соответствующая закономерность имеет место в достаточно широком классе мероморфных функций, были получены новые формулы сильной асимптотики для диагональных аппроксимаций Паде и их знаменателей» (Гончар, Суетин, 2004, с.4).

Индукция Сергея Павловича Суетина. С.П.Суетин (2002) обобщил на случай m-строки таблицы Паде степенного ряда одну из теорем Е.Фабри (1896) «об отношении», которая фактически устанавливает связь между асимптотическим поведением конечного полюса первой строки таблицы Паде и особыми точками функции f на границе круга голоморфности D_0 (f). Согласно данной теореме Фабри, если для коэффициентов сходящегося степенного ряда определенного вида имеет место соотношение Lim Cn/Cn+1 = a, то z = a – особая точка суммы этого ряда на границе его круга сходимости $|z| < R_0$, $R_0 = |a|$. С.П.Суетин в статье «Аппроксимации Паде и эффективное аналитическое продолжение степенного ряда» (УМН, 2002, том 57, вып.1 (343)) говорит о своей работе: «Главным результатом является обобщение классической теоремы Фабри «об отношении» на случай m-строки таблицы Паде степенного ряда. В основе доказательства обобщенного варианта теоремы Фабри лежит модификация классического метода Агмона, учитывающего связь между опорной функцией и индикатором для соответственно нижней и верхней функций, ассоциированных по Борелю» (Суетин, 2002, с.63). О возможности распространения теоремы Фабри говорил еще А.А.Гончар. В.И.Буслаев в докторской диссертации «Рекуррентные соотношения и рациональные аппроксимации» (Москва, 2007) пишет: «Теорема Суетина дает положительный ответ на ранее высказанную гипотезу Гончара о возможности распространения теоремы Фабри на случай строк таблицы аппроксимаций Паде» (Буслаев, 2007, с.6).

Индукция Виктора Ивановича Буслаева. В.И.Буслаев (2007) перенес указанную теорему Е.Фабри на еще более общую ситуацию, чем С.П.Суетин. В докторской диссертации «Рекуррентные соотношения и рациональные аппроксимации» (Москва, 2007) В.И.Буслаев аргументирует: «В диссертации дается положительный ответ на гипотезу Гончара о возможности распространения теоремы Фабри на случай строк таблицы наиболее естественных обобщений конструкции классических аппроксимаций Паде, а именно: на случай строк таблицы многоточечных аппроксимаций Паде, аппроксимаций Паде ортогональных разложений и аппроксимаций Паде-Фабера» (Буслаев, 2007, с.6).

Индукция Джона Тейта. Лауреат премии Вольфа за 2003 год и премии Абеля за 2010 год Джон Тейт (1952) перенес на более общую ситуацию закон взаимности Эмиля Артина (1926). Х.Кох в обзоре «Алгебраическая теория чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 62) повествует: «В связи с вычислением группы Брауэра локальных и глобальных полей стало ясным, что технически лучше всего формулировать теорию полей классов с помощью когомологии групп. В частности, Тейт [255] в 1952 году обобщил закон взаимности Артина, получив теорему о группах когомологии произвольных нормальных расширений локальных и глобальных полей (см. Хассе [113] по поводу более подробного изложения истории теории полей классов» (Кох, 1990, с.109). Здесь [255] – исследование Дж.Тейта (1952). Примечательно, что российский математик И.Р.Шафаревич (1949) доказал общий закон взаимности, то есть решил 9-ю проблему Д.Гильберта, благодаря тому, что обнаружил аналогию между символом норменного вычета (α, β)/p в поле алгебраических чисел и вычетом абелева дифференциала αdβ в точках римановой поверхности. Здесь достаточно привести слова Ю.И.Манина, который в статье «К двенадцатой проблеме Гильберта» (сборник «Проблемы Гильберта», 1969) пишет: «Гильберт придает исключительное значение аналогии между алгебраическими числами и алгебраическими функциями и предлагает искать на этом пути общую формулировку закона взаимности для L-х степеней. Эта задача была решена И.Р.Шафаревичем в работе [10]. Он обнаружил, в частности, что для символа норменного вычета существует удивительная явная конструкция, аналогичная конструкции вычета дифференциала на римановой поверхности» (Манин, 1969, с.161). Вообще, история открытия и обобщения закона взаимности, уходящая своими истоками в исследования Эйлера, Лежандра и Гаусса, весьма интересна. Х.Кох в том же обзоре «Алгебраическая теория чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 62) пишет: «Выше уже упоминалось, что Гаусс рассматривал числа в кольце $Z\ [\sqrt{-1}]$ и сформулировал биквадратичный закон взаимности. Якоби и Эйзенштейн дали первые доказательства биквадратичного и кубического законов взаимности. На основе своей теории идеальных чисел Куммер сформулировал и доказал закон взаимности для символа вычета p-ой степени в круговых полях $Q\ (\zeta p)$, если p – регулярное простое число, т.е. число классов $Q\ (\zeta p)$ взаимно просто с p. Такаги исследовал случай произвольного простого числа p. В своей девятой проблеме Гильберт поставил вопрос о «наиболее общем законе взаимности в алгебраическом числовом поле». В некотором смысле ответ на этот вопрос дан общим законом взаимности Артина, но в более прямом смысле эта проблема была решена Шафаревичем и, в более точной форме, независимо Брюкнером и Востоковым» (Кох, 1990, с.118).

Индукция Игоря Ростиславовича Шафаревича. И.Р.Шафаревич решил обратную задачу Галуа для разрешимых групп с использованием индуктивных доказательств. В этом легко убедиться, прочитав три его статьи, в которых содержится это решение: «О построении полей с заданной группой Галуа порядка L^a» (Известия АН СССР, 1954, том 18, вып.3), «О задаче погружения полей» (Известия АН СССР, 1954, том 18, вып.5), «Построение полей алгебраических чисел с заданной разрешимой группой Галуа» (Известия АН СССР, 1954, том 18, вып.6). В статье «О построении полей с заданной группой Галуа порядка L^a» (Известия АН СССР, 1954, том 18, вып.3) И.Р.Шафаревич при помощи индукции доказывает теорему 3 – с.286 (где автор указывает: «Доказательство ведется индукцией по степени n функций f1, …, fk»), первое соотношение без номера – с.289 (о котором математик говорит: «Проще всего доказать это соотношение индукцией по c»), второе соотношение без номера – с.289, теорему 6 – с.295 (математик говорит о ней: «Доказательство проведем для любого числа образующих d индукцией по классу c»). Согласно теореме 6, над каждым полем алгебраических чисел существует расширение с наперед заданной группой Галуа порядка L^a. В статье «Построение полей алгебраических чисел с заданной разрешимой группой Галуа» (Известия АН СССР, серия математическая, 1954, том 18, вып.6) И.Р.Шафаревич при помощи индукции доказывает теорему 2 – с.555 (о которой он пишет: «Само утверждение мы будем доказывать индукцией по S»), лемму 5 – с.565 (о которой математик замечает: «Мы докажем лемму индукцией по S»), теорему 5 – с.565 (относительно которой автор говорит: «…Мы можем доказывать теорему индукцией по r при фиксированном и произвольном b»). Согласно теореме 2, для того чтобы шольцево поле K с инвариантами, равными 1, можно было погрузить в такое поле K с группой Галуа над L, необходимо и достаточно, чтобы все инварианты обращались в 1. В статье «О задаче погружения полей» (Известия АН СССР, 1954, том 18, вып.5) И.Р.Шафаревич на основе индукции доказывает теорему 8 – с.416, теорему 10 – с.417 (о которой автор пишет: «Доказательство будем вести индукцией по c, а при фиксированном c – индукцией по r»).

Индукция Игоря Ростиславовича Шафаревича. И.Р.Шафаревич в обзорной статье «Основы алгебраической геометрии» (УМН, 1969, том 24, вып.6 (150)) использует индукцию при доказательстве большого количества теорем. В частности, в этой статье индукцией доказываются следствие 2 (из § 6 главы 1) – с.54, теорема 2 (из § 2 главы 2) – с.75, теорема 4 (из § 3 главы 2) – с.84, лемма 2 (из § 3 главы 2) – с.86, теорема 1 (из § 1 главы 3) – с.114, теорема 5 (из § 2 главы 3) – с.125, лемма 2 (из § 1 главы 4) – с.156, лемма 1 (из § 1 главы 4) – с.156, лемма 2 (из § 1 главы 4) – с.164, теорема 3 (из § 3 главы 4) – с.180.

Индукция Игоря Ростиславовича Шафаревича. И.Р.Шафаревич (1962) индуктивно перенес на алгебраические многообразия, определенные над полем алгебраических функций от одной переменной с алгебраически замкнутым полем констант K, классическую теорему

Эрмита о конечности числа расширений поля алгебраических чисел, имеющих заданную степень и точки ветвления. А.Н.Паршин и И.Р.Шафаревич в статье «Арифметика алгебраических многообразий (в отделе алгебры МИАН)» (Труды МИАН СССР, 1984, том 168) отмечают: «…Важной задачей диофантовой геометрии является классификация алгебраических многообразий, определенным над полем К. Мы ограничимся случаем, когда X – алгебраическая кривая и K – конечное расширение поля Q или поле алгебраических функций от одной переменной с алгебраически замкнутым полем констант К. В [52] И.Р.Шафаревич предположил, что в этой ситуации справедливо далеко идущее обобщение классической теоремы Эрмита о конечности числа расширений поля алгебраических чисел, имеющих заданную степень и точки ветвления. Гипотеза И.Р.Шафаревича состоит в том, что существует лишь конечное число алгебраических кривых X над K, имеющих заданный род g > 1и множество точек плохой редукции S» (Паршин, Шафаревич, 1984, с.86-87).

Индукция Анатолия Георгиевича Витушкина. Российский математик А.Г.Витушкин решил 13-ю проблему Гильберта для гладких функций благодаря тому, что по аналогии воспользовался неравенствами И.Г.Петровского и О.А.Олейник, дающими оценку сверху числа Бетти вещественных алгебраических проективных многообразий любой размерности. Как известно, 13-я проблема Гильберта сводится к утверждению о невозможности решения общего уравнения седьмой степени с помощью функций, зависящих только от двух аргументов. Гильберт предлагал математикам доказать это утверждение. Специалисты были немало удивлены, когда А.Н.Колмогоров и В.И.Арнольд обнаружили математические факты, противоречащие этому утверждению, и доказали теорему, обратную гипотезе Гильберта. Роль А.Г.Витушкина состояла в доказательстве невозможности представления функций от n переменных в виде суперпозиций гладких функций от К переменных без потери гладкости. В.И.Арнольд пишет в книге «Что такое математика?» (2008): «Основным техническим средством, которое использовал Витушкин, были оценки топологической сложности вещественных алгебраических многообразий, ранее полученные И.Г.Петровским и О.А.Олейник в их работах о другой (шестнадцатой) проблеме Гильберта, о которой я расскажу ниже» (Арнольд, 2008, с.36). Следует, однако, подчеркнуть, что кроме аналогии А.Г.Витушкин при решении 13-ой проблемы Гильберта для гладких функций использовал индукцию, а именно индуктивный способ доказательства лемм, ведущих к решению данной проблемы. А.Г.Витушкин и Г.М.Хенкин в статье «Линейные суперпозиции функций» (УМН, 1967, том 22, вып.1 (133)), где излагается решение 13-й проблемы Гильберта для гладких функций, при помощи индукции доказывают лемму 2.3.4 – с.93, лемму 2.7.1 – с.103, лемму 3.4.1 – с.114, лемму 3.4.2 – с.114. Относительно леммы 3.4.1 авторы пишут: «Проведем доказательство индукцией по числу s. Пусть для определенности K>1. Проверив утверждение леммы s=1 и сделав соответствующее индуктивное предположение для суперпозиций порядка s-1, имеем…» (Витушкин, Хенкин, 1967, с.114). Далее авторы приводят математическое неравенство, которое мы не будем воспроизводить, чтобы не перегружать внимание читателя. Большое количество индуктивно доказанных лемм в данной статье говорит о том, что без индукции А.Г.Витушкин не решил бы 13-ю проблему Гильберта для гладких функций. Индуктивные доказательства можно найти и в других работах А.Г.Витушкина. Так, в статье «Аналитическая емкость множеств в задачах теории приближений» (УМН, 1967, том 22, вып.6 (138)) А.Г.Витушкин индукцией доказывает лемму 3 – с.155, теорему 1 (которая относится к параграфу 2) – с.179. Согласно лемме 3, с любой точностью можно равномерно приблизить на всей плоскости непрерывную финитную функцию f(z) функцией φ(z), аналитической в некоторой окрестности множества. В статье «Оценка длины кода сигналов с конечным спектром в связи с задачами звукозаписи» (Известия АН СССР, серия математическая, 1974, том 38, № 4) В.И.Буслаев и А.Г.Витушкин индукцией доказывают лемму 4 – с.876.

Индукция Алексея Ивановича Кострикина. Как известно, советский математик А.И.Кострикин (1958, 1959) нашел доказательство ограниченной проблемы Бернсайда (ОПБ) для случая простого показателя благодаря тому, что использовал аналогию между теорией групп и теорией колец, обнаруженную Вильгельмом Магнусом в 1930-е годы. Наиболее важным для нас моментом является то обстоятельство, что в статье «О проблеме Бернсайда» (Известия АН СССР, серия математическая, 1959, том 23), в которой излагается решение ОПБ, А.И.Кострикин пять раз применяет индукцию при доказательстве различных теорем и лемм. В частности, индуктивно доказывается теорема о том, что произвольное кольцо Ли, удовлетворяющее n-му условию Энгеля и имеющее характеристику $p \geq n$, локально нильпотентно (стр.5), теорема № 2 о том, что в произвольном кольце Ли с n-м условием Энгеля и характеристикой $p>n$ существует элемент второго порядка (стр.13), теорема № 3 о том, что энгелево кольцо с образующими второго порядка нильпотентно (стр.15). Также на основе индукции доказываются лемма 3.2 – стр.19, лемма 3.5 – стр.25. Отметим, что ослабленную (ограниченную) проблему Бернсайда сформулировал тот же Вильгельм Магнус (1950) – математик, выявивший аналогию между теорией групп и теорией колец. Эта проблема сводится к вопросу: существует ли максимальная конечная периодическая группа с данным числом порождающих ее элементов m и фиксированным периодом n? Полное решение ОПБ получил российский математик Е.И.Зельманов (1989), за что был награжден медалью Филдса.

Индукция Алексея Ивановича Кострикина. Несложно найти другие работы А.И.Кострикина, в которых превалирует индуктивный способ доказательства теорем. Так, в статье «О связи между периодическими группами и кольцами Ли» (Известия АН СССР, серия математическая, 1957, том 21, вып.3) А.И.Кострикин посредством индукции доказывает теорему 3 – с.298. Об этой теореме А.И.Кострикин пишет: «Доказательство теоремы будем вести по индукции относительно степени n компоненты Zn (x, y)» (Кострикин, 1957, с.298). В статье «Кольца Ли, удовлетворяющие условию Энгеля» (Известия АН СССР, серия математическая, 1957, том 21) А.И.Кострикин при помощи индукции доказывает теорему 7 – с.529. В статье «Квадраты присоединенных эндоморфизмов в простых p-алгебрах Ли» (Известия АН СССР, серия математическая, 1967, том 31) А.И.Кострикин индуктивно доказывает предложение 6.1 – с.482. В статье «Градуированные алгебры Ли конечной характеристики» (Известия АН СССР, серия математическая, 1969, том 33) А.И.Кострикин и И.Р.Шафаревич индукцией доказывают равенство (6) – с.260, равенство (3) – с.314, теорему 2 – с.315. Об отношении А.И.Кострикина к математической индукции можно судить по следующему его высказыванию, которое можно найти в его книге «Введение в алгебру» (Москва, «Наука», 1994): «Уверенность в том, что мы когда-нибудь достигнем цели, нам дает общий принцип, широко используемый в математике, а именно принцип математической индукции» (Кострикин, 1994, с.38).

Индукция П.С.Новикова и С.И.Адяна. Большой вклад в теорию групп внес английский алгебраист Уильям Бернсайд, который, в частности, связал теорию групп с теорией графов (он ввел понятие графа на группе). Еще большую известность ему принесла постановка вопроса, получившего название проблемы Бернсайда: всякая ли группа периода n с m порождающими ее элементами конечна? В 1968 году отечественные математики П.С.Новиков и С.И.Адян получили отрицательное решение проблемы Бернсайда. В 1999 году С.И.Адян был удостоен за эту работу Государственной премии РФ. Что касается П.С.Новикова, то, по мнению В.И.Арнольда, его исследования вполне заслуживали медали Филдса. Впрочем, лауреатом премии Филдса в 1970 году стал его сын С.П.Новиков. Как же П.С.Новиков и С.И.Адян доказали ряд теорем, из которых вытекает отрицательное решение проблемы Бернсайда? Их доказательство осуществлялось двойной индукцией. С.И.Адян в статье «Проблема Бернсайда о периодических группах и смежные вопросы» (сборник статей «Современные проблемы математики», выпуск 1, МИАН, 2003) пишет: «В работах

П.С.Новикова и С.И.Адяна, опубликованных в 1959-1975 гг., был создан новый метод исследования периодических групп, основанный на классификации периодических слов посредством сложной совместной индукции. Метод был создан для решения известной проблемы Бернсайда о периодических группах, но он позволил авторам решить и ряд других трудных проблем теории групп» (Адян, 2003, с.5). С.И.Адян пишет о том, какими средствами он совместно с П.С.Новиковым нашел доказательство теоремы о том, что для любого нечетного периода n ≥ 4381 и любого числа порождающих m ≥ 2 свободная периодическая группа B (m, n) бесконечна: «Для доказательства этой теоремы авторами была создана новая теория, суть которой заключается в классификации периодических слов данного нечетного периода в групповом алфавите, а также преобразований таких слов на базе периодических соотношений. Характерной особенностью теории является доказательство большого числа утверждений совместной индукцией по натуральному параметру, причем определения используемых понятий вводятся попутно в ходе той же индукции» (там же, с.7-8). В другом месте своей статьи С.И.Адян подчеркивает свою мысль: «Характерной особенностью созданной в [4] теории является то, что почти все утверждения этой теории, включая определения основных понятий, вводятся и доказываются одной совместной индукцией по натуральному параметру, который называется рангом» (там же, с.8). Здесь [4] – это серия из трех статей П.С.Новикова и С.И.Адяна под названием «О бесконечных периодических группах» (Известия АН СССР, 1968, №№ 32 (1), 32 (2), 32 (3). Об индукции, примененной П.С.Новиковым и С.И.Адяном при решении проблемы Бернсайда, пишут Л.Д.Беклемишев, И.Г.Лысенок, А.А.Мальцев, С.П.Новиков и другие в статье «Сергей Иванович Адян (к семидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 2006, том 61, вып.3 (369)): «Решение проблемы Бернсайда, безусловно, один из наиболее выдающихся и глубоких математических результатов прошедшего столетия. В то же время, этот результат – один из наиболее трудных (только изложение индуктивного перехода в рассматриваемой сложной индукции заняло целый выпуск 32 тома «Известий», который даже пришлось удлинить на 30 страниц)» (Беклемишев и др., с.183).

Индукция С.И.Адяна и В.Г.Дурнева. Покажем леммы и теоремы, доказываемые индуктивно в статье данных авторов «Алгоритмические проблемы для групп и полугрупп» (УМН, 2000, том 55, вып.2 (232)). По-видимому, наиболее полезно было бы привести эти результаты в виде таблицы, что мы, собственно говоря, и делаем.

№	**Название статьи или книги**	**Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве**
1.	С.И.Адян, В.Г.Дурнев, статья «Алгоритмические проблемы для групп и полугрупп» (УМН, 2000, том 55, вып.2 (232))	Основная лемма – с.15, лемма 2.4 – с.15, лемма 2.10 – с.19, лемма 2.13 – с.20, лемма 3.5 – с.26, лемма 4.3 – с.35, лемма 5.1 – с.42, лемма 5.2 – с.44, лемма 5.3 – с.44, неравенство (18) – с.50, основная лемма, связанная с леммой 6.1 – с.54, лемма 6.3 – с.60, лемма 6.5 – с.60, лемма 7.1 – с.68, теорема 7.4 (теорема Магнуса о свободе) – с.69-70, теорема 7.6 – с.71

Индукция Геннадия Семеновича Маканина. Один из учеников С.И.Адяна Г.С.Маканин (1982) нашел алгоритм, распознающий разрешимость произвольного уравнения в свободной группе. Теорема о существовании такого алгоритма называется теоремой Маканина. В статье «Уравнения в свободной группе» (Известия РАН, 1982, том 46, № 6), в которой излагается данная теорема, Г.С.Маканин доказывает ее при помощи индукции. Доказательство включает несколько этапов, которым соответствуют определенные леммы и теоремы, ведущие к конечному результату. В частности, посредством индукции доказывается лемма 9.3, о которой математик пишет: «Докажем утверждение леммы для последовательности (9.16) индукцией по числу подпоследовательностей в этой последовательности. Если число подпоследовательностей равно нулю, то утверждение выполнено тривиальным образом» (Маканин, 1982, с.1261). При помощи индукции доказывается также теорема 10.3, о которой автор говорит: «Доказательство теоремы 10.3 проведем индукцией по числу пар основ уравнения Ω» (там же, с.1266). Кроме того, индуктивно доказываются леммы 10.4, 10.5, 10.6, 10.7, о которых Г.С.Маканин пишет: «При доказательстве следующих четырех лемм мы будем пользоваться индуктивным предположением: для уравнения, у которого число пар основ меньше n, теорема 10.3 выполнена» (там же, с.1266). Р.И.Григорчук и П.Ф.Курчанов в статье «Некоторые вопросы теории групп, связанные с геометрией» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 58) высоко оценивают теорему, открытую и доказанную Г.С.Маканиным: «Теория уравнений в свободных группах особенно интенсивно развивалась на стыке 70-80-х годов, в основном, в трудах Московской математической школы. Центральный результат, полученный в эти годы, - теорема Г.С.Маканина [32], утвержающая существование алгоритма, распознающего разрешимость произвольного уравнения в свободной группе» (Григорчук, 1990, с.192).

Индукция Александра Александровича Кириллова. Российский математик А.А.Кириллов в статье «Унитарные представления нильпотентных групп Ли» (УМН, 1962, том 17, вып.4 (106)) при помощи индукции доказывает следующие математические утверждения: теорему 5.1 – с.76, теорему 5.2 – с.78, лемму 5.2 – с.81, теорему 7.1 – с.89, теорему 7.2 – с.90, теорему 7.4 – с.94, предложение 4 – с.98. Согласно теореме 5.1, каждое неприводимое унитарное представление T нильпотентной группы Ли мономиально, то есть индуцировано одномерным представлением некоторой подгруппы. Теорема 7.1 утверждает, что всякое неприводимое унитарное представление нильпотентной группы Ли может быть реализовано в пространстве функций m переменных так, что образом инфинитезимального группового кольца A будет алгебра Dm всех дифференциальных операторов с полиномиальными коэффициентами. Что касается теоремы 7.2, то А.А.Кириллов пишет о ней: «Доказательство проведем опять с помощью индукции по размерности группы» (Кириллов, 1962, с.90). Аналогично автор высказывается относительно предложения 4: «Мы проведем доказательство по индукции, используя результаты §§ 6-7, а также две леммы Диксмье об инвариантных многочленах на G» (там же, с.98). В статье «О числе решений уравнения $x^2=0$ в треугольных матрицах над конечным полем» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1995, том 29, вып.1) А.А.Кириллов посредством индукции доказывает теорему 1 – с.85.

Индукция Александра Александровича Кириллова. А.А.Кириллов получил многие результаты в теории нильпотентных и других классов групп при помощи метода орбит, который он сам и разработал. Объяснение сущности метода орбит можно найти в статье А.А.Кириллова «Метод орбит в теории унитарных представлений групп Ли» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1968, том 2, вып.1). Примечательно, что значительная часть теорем, открытых А.А.Кирилловым на основе метода орбит, доказывается посредством индукции. В книге «Лекции по методу орбит» (Новосибирск, 2002) А.А.Кириллов пишет: «Главное условие успешного применения метода орбит – это правильная геометрическая формулировка. Когда такая формулировка найдена, доказательства почти всех результатов, указанных в руководстве для пользователя, становятся технически простыми. Для нильпотентных групп доказательства основаны на индукции по размерности группы» (Кириллов, 2002, с.194). В одном из разделов своей монографии А.А.Кириллов вновь обсуждает схему доказательства теорем, полученных в рамках метода орбит: «В этом разделе мы докажем большинство результатов, представленных в «руководстве для пользователя». Доказательство проводится индукцией по размерности G. Иногда это довольно длинный, хотя и прямой путь. Конечно, более концептуальные доказательства были бы лучше, но на настоящий момент такие доказательства получены лишь для части результатов» (там же, с.197).

Индукция Ильи Пятецкого-Шапиро и Игоря Шафаревича. Отечественный математик, лауреат премии Вольфа за 1990 год И.И.Пятецкий-Шапиро (1971) совместно с И.Р.Шафаревичем обобщили на алгебраические поверхности типа K^3 теорему Торелли, согласно которой риманова поверхность восстанавливается по матрице периодов, то есть поверхность определяется периодами дифференциальной формы. И.И.Пятецкий-Шапиро и И.Р.Шафаревич в статье «Теорема Торелли для алгебраических поверхностей типа К3» (Известия АН СССР, 1971, том 35) пишут: «На поверхности типа К3 нет одномерных голоморфных дифференциальных форм, но зато, как и на двумерном абелевом многообразии, существует единственная с точностью до постоянного множителя двумерная голоморфная форма. Вопрос о том, определяют ли периоды этой дифференциальной формы поверхность, носит название теоремы Торелли. Естественно ставить его для поляризованных поверхностей, т.е. фиксировать в двумерной группе гомологий класс гиперплоских сечений поверхности» (Пятецкий-Шапиро, Шафаревич, 1971, с.530). Хорошее пояснение сути теоремы Торелли дают В.С.Куликов и П.Ф.Курчанов в обзоре «Комплексные алгебраические многообразия: периоды интегралов, структуры Ходжа» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 36): «В 1914 г. Р.Торелли показал [107], что якобиево многообразие алгебраической кривой однозначно определяет кривую. Другими словами, это означает, что алгебраическая кривая X может быть однозначно восстановлена по ее поляризованной структуре Ходжа на H^1 (X, C), то есть по образу при отображении периодов. Вопросы о том, в какой степени образ многообразия при отображении периодов определяет это многообразие, принято называть проблемами Торелли» (Куликов, Курчанов, 1989, с.99).

Индукция Ильи Пятецкого-Шапиро. И.И.Пятецкий-Шапиро (1979) перенес на более общую ситуацию так называемую теорему об однократности, которая для n=1 является классической теоремой Дирихле, а для n=2 является теоремой Ранкина. А.А.Панчишкин в статье «Модулярные формы» (сборник «Итоги науки и техники», 1981, том 19) повествует: «Недавно на случай G = GLn над глобальным полем была перенесена теорема об однократности [186], которая тесно связана с теорией о необращении в нуль: $L(S, \pi, r_n) \neq 0$, если Re (S) = 1 и π – параболическое представление GLn (A_F) (Жаке и Шалайка [126]. Отметим, что для n=1, F=Q это классическая теорема Дирихле. Для n=2 теорема была установлена Ранкином в случае, когда F=Q и π соответствует параболической форме Рамануджана (см. в [41])» (Панчишкин, 1981, с.147). Здесь [186] – работа И.И.Пятецкого-Шапиро (1979).

Индукция Алексея Постникова и Ильи Пятецкого-Шапиро. А.Г.Постников и И.И.Пятецкий-Шапиро (1957) обобщили на распределения, соответствующие произвольной схеме Бернулли, теорию равномерного распределения дробных долей функции {α 2 в степени x}. А.Г.Постников и И.И.Пятецкий-Шапиро в статье «Нормальные по Бернулли последовательности знаков» (Известия АН СССР, серия математическая, 1957, том 21, вып.4) пишут: «В работе показано, как теория равномерного распределения дробных долей функции {α 2 в степени x} переносится на распределения, соответствующие произвольной схеме Бернулли» (Постников, Пятецкий, 1957, с.501). В другом месте своей статьи математики вновь говорят о своем обобщении: «Естественно перенести на общую схему Бернулли факты, доказанные для равномерного распределения дробных долей {α 2 в степени x}. Этому и посвящена настоящая статья» (там же, с.506).

Индукция Алексея Постникова и Ильи Пятецкого-Шапиро. А.Г.Постников и И.И.Пятецкий-Шапиро (1957) доказали теорему, согласно которой с вероятностью, равной единице, последовательность исходов является нормальной по Бернулли последовательностью знаков, благодаря тому, что обобщили способ доказательства, разработанный Д.А.Райковым для другого случая. А.Г.Постников и И.И.Пятецкий в статье «Нормальные по Бернулли последовательности знаков» (Известия АН СССР, серия математическая, 1957, том 21, вып.4) пишут о своем доказательстве указанной теоремы, которую они называют теоремой 1: «Теорема 1 является, таким образом, следствием усиленного закона больших чисел для цепей Маркова. Мы даем здесь другое доказательство теоремы 1, базирующееся на эргодической теореме Биркгофа-Хинчина. Такой способ был дан Д.А.Райковым [см. (3)] для случая равномерного распределения, и он допускает широкое обобщение» (Постников, Пятецкий, 1957, с.506). Здесь (3) – статья Д.А.Райкова «О некоторых арифметических свойствах суммируемых функций» («Математический сборник», 1936, том 1 (43), вып.3).

Индукция Алексея Георгиевича Постникова. А.Г.Постников (1966) доказал критерий равномерного распределения дробных долей показательной функции, сформулированный И.И.Пятецким-Шапиро (1951), за счет того, что обобщил прием, с помощью которого И.М.Виноградов оценил тригонометрическую сумму с многочленом. Другими словами, А.Г.Постников индуктивно перенес данный прием И.М.Виноградова в область доказательства критерия И.И.Пятецкого-Шапиро. А.Г.Постников в работе «Эргодические вопросы теории сравнений и теории диофантовых приближений» («Труды МИАН СССР», 1966, том 82) говорит о том, как можно доказать критерий И.И.Пятецкого-Шапиро, сформулированный им в статье «О законах распределения дробных долей показательной функции» (Известия АН СССР, 1951, том 15): «Эта теорема может быть выведена непосредственно из эргодической теории, приводим это доказательство. А.Г.Постников доказал этот критерий методом тригонометрических сумм [28], точнее, посредством перенесения приема, с помощью которого И.М.Виноградов оценил тригонометрическую сумму с многочленом, на тригонометрическую сумму с показательной функцией. Этот метод изложен в параграфе, посвященном равномерному распределению дробных долей матричной показательной функции» (Постников, 1966, с.6).

Индукция Андрея Николаевича Тюрина. А.Н.Тюрин (1978) обобщил теорему Торелли на некоммутативный случай. В статье «Исследования по геометрии алгебраических многообразий в отделе алгебры МИАН» («Труды МИАН СССР», 1984, том 168) А.Н.Тюрин указывает: «В работе [36] А.Н.Тюрин получил аналог теоремы Торелли для некоммутативного случая» (Тюрин, 1984, с.105). Здесь [36] – статья А.Н.Тюрина «О периодах квадратичных дифференциалов» (УМН, 1978, том 33, вып.6). Отметим, что обобщением теоремы Торелли занимался также Вячеслав Валентинович Никулин, к числу его работ относится статья «Аналог теоремы Торелли для куммеровых поверхностей якобианов» (Известия АН СССР, серия математическая, 1974, том 38, вып.1).

Индукция Е.Л.Стаута (Стоута). Е.Л.Стаут (1963) перенес на более общую ситуацию теорему Л.Карлесона, которая определяет необходимые и достаточные условия того, чтобы множество последовательности точек единичного круга U было интерполяционным. В.П.Хавин в статье «Пространства аналитических функций» (сборник «Итоги науки», 1966) пишет об указанной теореме Леннарта Карлесона (который, кстати, является лауреатом премии Вольфа за 1992 год): «Этот результат Карлесона (см. ниже изящную работу Ньюмэна [269], результат которой, правда, не столь окончателен) был затем обобщен Статом [302], рассмотревшим аналогичную интерполяционную задачу для конечносвязной плоской области с невырожденными граничными компонентами» (Хавин, 1966, с.132). Здесь [302] – исследование Е.Л.Стаута (1963).

Индукция Е.Л.Стаута (Стоута). Е.Л.Стаут (1977) перенес на произвольные ограниченные области с гладкой границей теорему М.Л.Аграновского и Р.Е.Вальского. В.И.Кузоватов в статье «О функциях со свойством одномерного голоморфного продолжения вдоль некоторого семейства комплексных прямых» («Труды XLIII краевой научной студенческой конференции по математике и компьютерным наукам», Красноярск, СФУ, 2010) указывает: «На комплексной плоскости С результаты о функциях с одномерным свойством голоморфного продолжения тривиальны, поэтому результаты работы (работы В.И.Кузоватова – Н.Н.Б.) существенно многомерны. Первый результат, относящийся к нашей теме, был получен М.Л.Аграновским и Р.Е.Вальским в [2], изучавшими функции с одномерным свойством голоморфного продолжения в шаре. Доказательство основывалось на свойствах группы автоморфизмов шара. Е.Л.Стаутом в [1], использовавшим комплексное преобразование Радона, теорема Аграновского и Вальского была перенесена на произвольные ограниченные области с гладкой границей» (Кузоватов, 2010, с.66). Здесь [2] – статья М.Л.Аграновского и Р.Е.Вальского «Максимальность инвариантных алгебр функций» («Сибирский математический журнал», 1971, том 12, № 1).

Индукция Сержа Ленга. Американский математик С.Ленг (1962, 1965) индуктивно перенес на произвольные подкольца конечного типа глобальных полей теорему Карла Зигеля о конечности числа точек на кривых. Как известно, Карл Зигель, применив методы А.Туэ и Л.Морделла-А.Вейля, показал, что число целых точек кривой над полем алгебраических чисел, если род кривой больше нуля, всегда конечно. А.Н.Паршин в статье «Арифметика алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки», 1970, 1971) отмечает: «Центральным результатом теории целых точек на кривых является теорема конечности Зигеля, обобщающая известный результат Туэ и обобщенная затем Малером и Ленгом [287, 172] на произвольные подкольца конечного типа глобальных полей» (Паршин, 1971, с.126).

Индукция Сержа Ленга. Серж Ленг, а также лауреат премии Филдса за 1954 год Жан-Пьер Серр (1968) индуктивно перенесли на многообразия произвольной размерности теорию полей классов, построенную Ф.К.Шмидтом (1936) и Е.Виттом (1937). А.Н.Паршин в статье «Поля классов и алгебраическая К-теория» (УМН, 1975, том 30, вып.1 (181)) пишет: «Как известно, классическая теория полей классов была обобщена Ленгом и Ж.Серром на многообразия произвольной размерности [2]. При этом, однако, пришлось отказаться от существенной ее части, связанной с группами иделей и билинейными символами» (Паршин, 1975, с.253). Мы полагаем, что не стоит удивляться тому, что при таком обобщении теории полей классов пришлось отказаться от существенной ее части, поскольку история математики знает и другие аналогичные случаи. Например, такие же потери понес Джон фон Нейман, когда индуктивно перенес на произвольные группы теорию почти периодических функций, созданную Харольдом Бором. Герман Вейль в книге «Классические группы, их инварианты и представления» (1947) указывает: «Имея перед собой теорию компактных групп и боровский пример некомпактной группы, Дж.Нейман построил теорию «почти периодических представлений», их ортогональности и полноты для совершенно произвольной группы. За эту общность ему, конечно, пришлось заплатить дорогой ценой: ограничением понятия функции до зачастую весьма узкой области почти периодических функций» (Вейль, 1947, с.265). Возвращаясь к обобщению С.Ленга и Ж.П.Серра, заметим, что их предшественники Ф.К.Шмидт и Е.Витт построили теорию полей классов для поля функций от одной переменной над конечным полем по аналогии с теорией числовых полей. Здесь мы вновь встречаемся с аналогией между теорией алгебраических функций и теорией алгебраических чисел, которую обнаружили еще Ю.Дедекинд и Г.Вебер (1882). Ж.Серр в книге «Алгебраические группы и поля классов» (1968) отмечает: «Теория полей классов для поля функций от одной переменной над конечным полем была впервые построена Ф.К.Шмидтом и Виттом по аналогии с теорией числовых полей, т.е. путем утомительного вычисления индексов. В 1940 г. Вейль сделал попытку получить заново эти результаты с геометрической точки зрения; на это указывает его заметка относительно гипотезы Римана…» (Серр, 1968, с.221). Об этой же аналогии Ф.К.Шмидта и Е.Витта пишет Клод Шевалле в книге «Введение в теорию алгебраических функций от одной переменной» (Москва, ГИФМЛ, 1959): «Во-первых, аналогия между алгебраическими функциями и алгебраическими числами становится более глубокой, если рассматривать алгебраические функции над конечным полем констант. В этом случае на поля алгебраических функций можно перенести теорию полей классов, а также трансцендентную теорию дзета-функции и L-рядов (см. F.K.Schmidt, «Analytische Zahlentheorie in Korpern der Charakteristik p», Math. Zeits., 33, 1931, 1-32)» (Шевалле, 1959, с.8).

Индукция Александра Юрьевича Ольшанского. А.Ю.Ольшанский (1979), доказывая теорему о существовании нетеровой группы, которая не является почти полициклической, то есть опровергая прежнюю гипотезу Рене Бэра о почти полицикличности любой нетеровой группы, использует совместную индукцию. Образец использования этой процедуры доказательства он нашел в работе П.С.Новикова и С.И.Адяна «О бесконечных периодических группах» (Известия АН СССР, 1968, том 32, №№ 1, 2, 3), на которую постоянно ссылается, обозначая ее символом (6). Таким образом, схема доказательных индуктивных рассуждений, содержащаяся в данной работе П.С.Новикова и С.И.Адяна, послужила примером для подражания и дальнейшего использования. А.Ю.Ольшанский в статье «Бесконечная простая нетерова группа без кручения» (Известия АН СССР, серия математическая, 1979, том 43, вып.6) так характеризует свою работу: «…Особенностью статьи является доказательство большого числа лемм сложной совместной индукцией по натуральному параметру i, который, следуя примеру работ (6), мы называем рангом. Кроме того, как и в (6), построение группы осуществляется последовательным добавлением определяющих соотношений новых рангов, а периодические слова играют важную роль. Для нескольких сложных понятий употреблены названия, введенные С.И.Адяном и П.С.Новиковым (6)» (Ольшанский, 1979, с.1329). В указанной статье А.Ю.Ольшанский при помощи индукции доказывает лемму 10.2 – с.1385, лемму 11.5 – с.1387, лемму 11.6 – с.1387, лемму 11.7 – с.1387, лемму 5.3 – с.1342, лемму 8.4 – с.1367, лемму 8.7 – с.1369.

Индукция Израиля Моисеевича Гельфанда. По мере развития теории групп обнаруживались связи этого раздела математики с теорией множеств, теорией ассоциативных колец, теорией идеалов и т.д. Возникали все более абстрактные и, тем не менее, допускающие массу приложений ветви (направления) в теории групп. Идеи и методы одного направления переносились в другие и наоборот, в результате чего происходило их взаимное обогащение. Так, например, отечественный математик И.М.Гельфанд (лауреат премии Вольфа за 1978 год) построил теорию нормированных некоммутативных колец по аналогии с теорией колец линейных операторов в гильбертовом пространстве. Несмотря на повышение степени абстрактности теории групп индуктивные доказательства продолжали и продолжают играть в ней центральную роль. Если проанализировать работы И.М.Гельфанда, многие из которых написаны им в соавторстве с другими математиками, то можно обнаружить, что доказательства теорем посредством индукции встречаются в них на каждом шагу. Например, И.М.Гельфанд, Д.А.Райков и Г.Е.Шилов в статье «Коммутативные нормированные кольца» (журнал «Успехи математических наук», 1946, том 1, вып.2 (12)) при помощи индукции доказывают теорему о том, что всякий идеал множества I содержится в максимальном идеале – с.55. Это характерно и для их одноименной книги «Коммутативные нормированные кольца» (1960). В данной книге индукция применяется при доказательстве теоремы о том, что совокупность максимальных идеалов кольца, соответствующих непрерывным характерам, всюду плотна в пространстве данного кольца - с.189, при доказательстве леммы о том, что для каждого покрытия пространства максимальных идеалов регулярного кольца существуют определенные элементы - с.224. Аналогично, индукция используется для того, чтобы разложить в прямую сумму инвариантных подпространств пространство, в котором задано представление кольца определенного вида - с.274. Здесь мы упрощаем формулировку теорем, чтобы не перегружать внимание читателя. Продолжая наш анализ, укажем, что И.М.Гельфанд и М.А.Наймарк в статье «Унитарные представления классических групп» («Труды МИАН СССР», 1950, том 36) посредством индукции доказывают теорему 2 – с.46, теорему 2 со штрихом – с.97. Согласно первой теореме, все представления основной серии представлений комплексной унимодулярной группы являются неприводимыми. Согласно второй теореме, все представления каждой из основных вырожденных серий унитарных представлений группы проективных преобразований определенного многообразия являются неприводимыми. В статье «Центр инфинитезимального группового кольца» («Математический сборник», 1950, том 26 (68), № 1) И.М.Гельфанд доказывает при помощи индукции теорему 2 – с.107. Данная теорема понадобилась автору для нахождения центра кольца K, называемого инфинитезимальным групповым кольцом. Согласно теореме 2, совокупность элементов кольца образует центр кольца K. В статье «Унитарные представления вещественной унимодулярной группы (основные невырожденные серии)» (Известия АН СССР, 1953, том 17, вып.3) И.М.Гельфанд и М.И.Граев индукцией доказывают теорему 1 – с.230, лемму 1 – с.230. И.М.Гельфанд, С.И.Гельфанд и И.Н.Бернштейн в статье «Дифференциальные операторы на кубическом конусе» (УМН, 1972, том 27, вып.1 (163)) на основе индукции доказывают лемму 5 – с.189, лемму 6 – с.189, лемму 7 – с.190. Те же авторы в статье «Клетки Шуберта и когомологии пространств G/P» (УМН, 1973, том 28, вып.3 (171)), в которой излагается способ вычисления гомологий с помощью клеточного разбиения (клеток Шуберта), 10 раз используют индукцию при доказательстве предложений, лемм и теорем. В частности, на основе индукции доказываются лемма 2.5 – с.9, предложение 2.7 – с.9, предложение 2.8 – с.10, теорема 3.4 – с.13, лемма 3.5 – с.14, теорема 3.12 – с.16, теорема 3.15 – с.17, лемма без номера – с.17, теорема 3.17 – с.19, утверждение 2 – с.20. Такое огромное количество индуктивных доказательств, содержащихся в одной работе, ставит под сомнение идею о том, что математическое доказательство преимущественно носит дедуктивный характер. И.М.Гельфанд и А.Н.Варченко в статье «О функциях Хевисайда конфигурации гиперплоскостей» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1987, том 21, вып.4) 7 раз применяют индукцию в процессе доказательства математических результатов. В частности, индуктивно доказываются следствие 2 – с.3 (об этом следствии авторы пишут: «Следствие легко выводится индукцией по размерности объемлющего пространства из наблюдения Орлика, Соломона…»), теорема 9 – с.8 (об этой теореме математики говорят: «Доказательство индукцией по размерности конфигурации»), теорема 14 – с.11 (об этой теореме авторы высказываются аналогично: «Доказательство индукцией по размерности конфигурации»), теорема 17 – с.12 (доказательство этой теоремы поясняется фразой: «Доказательство индукцией по размерности пространства»), теорема 18 – с.13 (здесь авторы указывают: «Доказательство проводится индукцией по размерности конфигурации и легко следует из теоремы 17…»), лемма 7 – с.15 (об индуктивном доказательстве леммы свидетельствуют следующие слова: «Доказательство проводится индукцией по размерности конфигурации, при этом надо спускаться на аффинную локализацию нульмерного ребра флага и использовать лемму 5»), лемма 8 - с.15.

Индукция Израиля Моисеевича Гельфанда и Марка Ароновича Наймарка. И.М.Гельфанд и М.А.Наймарк индуктивно перенесли в теорию бесконечномерных представлений классических непрерывных групп теорию характеров, которая ранее использовалась в теории конечномерных представлений групп. М.А.Красносельский, М.А.Наймарк и Г.Е.Шилов в статье «Функциональный анализ» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) отмечают: «И.М.Гельфандом и М.А.Наймарком были описаны семейства (так называемые основные и дополнительные серии) неприводимых унитарных представлений комплексных классических групп, которые содержат все с точностью до эквивалентности неприводимые унитарные представления этих групп» (Красносельский, Наймарк, Шилов, 1959, с.684). Они же: «И.М.Гельфанд и М.А.Наймарк показали, что для построенных ими представлений можно определить понятие характера и, следовательно, распространить на эти представления теорию характеров конечномерных представлений» (там же, с.710). Еще более ясно этот результат И.М.Гельфанда и М.А.Наймарка описывается в статье М.Г.Крейна и Г.Е.Шилова «Марк Аронович Наймарк (к пятидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1960, том 15, вып.2 (92)), где авторы отмечают: «М.А.Наймарк и И.М.Гельфанд распространили на эти представления (бесконечномерные неприводимые унитарные представления комплексных классических групп – Н.Н.Б.) теорию характеров, известную ранее только для конечномерных представлений. В частности, они показали, что неприводимые представления определяются своими характерами с точностью до эквивалентности. Эти результаты М.А. были перенесены в дальнейшем Хариш-Чандра и Годманом на общие неприводимые представления (в банаховом пространстве) любых полупростых групп Ли» (Крейн, Шилов, 1960, с.232).

Индукция И.М.Гельфанда и М.А.Наймарка. И.М.Гельфанд и М.А.Наймарк перенесли на комплексные унимодулярные группы классическую формулу Планшереля. М.А.Наймарк в предисловии к книге Л.Люмиса «Введение в абстрактный гармонический анализ» (1956) говорит: «…Возникла задача построения неприводимых унитарных представлений различных конкретных классов групп. Для случая комплексных классических групп эта задача была решена в работах И.М.Гельфанда и М.А.Наймарка, причем для комплексной унимодулярной группы (т.е. группы всех комплексных матриц данного порядка с определителем, равным единице) ими была выведена формула, обобщающая классическую формулу Планшереля и являющаяся основой построения гармонического анализа на такой группе» (Наймарк, 1956, с.4). Об этом же сообщают М.Г.Крейн и Г.Е.Шилов в статье «Марк Аронович Наймарк (к пятидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1960, том 15, вып.2 (92)): «М.А.Наймарк и И.М.Гельфанд перенесли на комплексные классические группы формулу Планшереля. Ее смысл оказался здесь в том, что она дает фактическое разложение регулярного представления комплексной группы в непрерывную сумму неприводимых представлений…» (Крейн, Шилов, 1960, с.232). Необходимо отметить, что теорема Планшереля и формула Парсеваля обобщались Е.Титчмаршом. Это обобщение можно найти в его монографии «Введение в теорию интегралов Фурье» («Гостехиздат», 1948). И.А.Ибрагимов и Ю.В.Линник в книге «Независимые стационарные связанные величины» (Москва, «Наука», 1965) пошут о теоремах Е.Титчмарша, полученных в результате генерализации теоремы Планшереля и формулы Парсеваля: «Эти теоремы, принадлежащие Е.Титчмаршу, суть распространения теоремы Планшереля и формулы Парсеваля с показателя р=2 на общий показатель р. Их доказательство можно найти в книге [129], гл.IV» (Ибрагимов, Линник, 1965, с.506). Здесь [129] - монография Е.Титчмарша «Введение в теорию интегралов Фурье» («Гостехиздат», 1948).

Индукция И.М.Гельфанда и Б.М.Левитана. И.М.Гельфанд и Б.М.Левитан полностью решили задачу о восстановлении дифференциального оператора второго порядка по его спектральным функциям, индуктивно отталкиваясь от исследования В.А.Марченко, который впервые доказал, что дифференциальный оператор второго порядка однозначно определяется его спектральной функцией. М.А.Красносельский, М.А.Наймарк и Г.Е.Шилов в статье «Функциональный анализ» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) пишут: «В другой постановке важный результат получил В.А.Марченко [8], впервые доказавший, что дифференциальный оператор второго порядка однозначно определяется его спектральной функцией $\rho(\lambda)$. Эта теорема В.А.Марченко послужила отправным пунктом в работе Б.М.Левитана [50] и И.М.Гельфанда [44], в которой было дано, по существу, полное решение задачи о восстановлении дифференциального оператора второго порядка по его спектральным функциям $\rho(\lambda)$» (Красносельский, Наймарк, Шилов, 1959, с.758).

Индукция И.М.Гельфанда и Д.А.Райкова. И.М.Гельфанд и Д.А.Райков распространили на локально компактные абелевы группы теорему С.Бохнера, согласно которой всякая непрерывная положительно определенная функция является преобразованием Фурье положительной меры. Ранее теорема Бохнера переносилась лауреатом премии Филдса Лораном Шварцем на положительно определенные обобщенные функции в пространстве K. В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25) констатирует: «…Бохнер был первым, показавшим, что класс P (R) непрерывных положительно определенных функций исчерпывается преобразованиями Фурье положительных конечных борелевских мер на R (1932), причем соответствие между функциями класса P (R) и мерами из M (R) взаимно однозначно. Одновременно этот результат в ослабленной форме получен А.Я.Хинчиным и поэтому он иногда называется теоремой Бохнера-Хинчина. После упомянутых исследований Гельфанда-Райкова и Годемана [174] стало ясно, что естественной сферой распространения теоремы Бохнера на R являются локально компактные абелевы группы…» (Гурарий, 1988, с.94). О том, что Д.А.Райков, а также знаменитый Андре Вейль обобщили теорему С.Бохнера, пишет также Дж.Л.Дуб в книге «Вероятностные процессы» (Москва, ИЛ, 1956): «Укажем еще, что поскольку теорема Бохнера [1, 1932; 3, 1933] об общем виде положительно определенной функции на прямой или на N-мерном пространстве допускает обобщение на случай положительно определенной функции на произвольной коммутативной топологической группе с мерой Хаара (см. работы Вейля и Райкова, цитированные в обзоре А.М.Яглома [5, 1952]), то и основные результаты о спектральном представлении корреляционной функции R(t) и самого вероятностного процесса X(t) автоматически обобщаются на случай однородных вероятностных полей на таких группах» (Дуб, 1956, с.584). Здесь [5] – работа А.М.Яглома «Введение в теорию стационарных случайных функций» (УМН, 1952, том 7, № 5 (51)).

Индукция И.М.Гельфанда и Н.Я.Виленкина. И.М.Гельфанд и Н.Я.Виленкин (1961) обобщили теорему М.Стоуна. Ю.М.Березанский, И.М.Гали и Ю.Г.Кондратьев в статье «Теорема Стоуна для аддитивной группы гильбертова пространства» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1977, том 11, вып.4) отмечают: «Прямое обобщение теоремы Стоуна для локально компактной коммутативной группы X (см. [1]) на случай, когда X не локальна компактна, не имеет места. В том случае, когда X – аддитивная группа гильбертова пространства, один из возможных путей ее обобщения, по существу, содержится в [2] (стр. 451-455) и состоит в усилении требования непрерывности представления. Подобно тому, как обычная теорема Стоуна вытекает из теоремы Бохнера о положительно определенных (по) функциях, это ее обобщение вытекает из теоремы Р.А.Минлоса-В.В.Сазонова [3] о положительно определенных функциях на гильбертовом пространстве» (Березанский и др., 1977, с.68). Здесь [2] – книга И.М.Гельфанда и Н.Я.Виленкина «Некоторые применения гармонического анализа. Оснащенные гильбертовы пространства» (Москва, «Физматгиз», 1961).

Индукция И.М.Гельфанда, М.И.Граева, И.И.Пятецкого-Шапиро, Л.Д.Фаддеева и других ученых. И.М.Гельфанд, М.И.Граев, И.И.Пятецкий-Шапиро, Л.Д.Фаддеев, Р.Ленглендс и другие ученые получили ряд обобщений результатов А.Сельберга, заложившего основы гармонического анализа на гиперболическом пространстве. А.Сельберг (лауреат премии Филдса за 1950 год) разработал этот гармонический анализ в попытках найти пути к доказательству знаменитой гипотезы Римана о нулях дзета-функции. В.В.Головчанский в кандидатской диссертации «Асимптотическое поведение спектральной функции автоморфного лапласиана» (Владивосток, 2006) пишет: «Основы гармонического анализа на гиперболическом пространстве были заложены в основополагающей работе А.Сельберга [28]. Мотивом для его создания послужили задачи аналитической теории чисел и, в первую очередь, гипотеза Римана. Хотя гипотеза Римана с привлечением новых идей работы [28] так и не была доказана, однако эта работа послужила толчком как в развитии теории, очерченной самим Сельбергом, так и в разработке далеко идущих обобщений этой теории (Л.Д.Фаддеев [12], В.Релькe [26], И.М.Гельфанд, М.И.Граев, И.И.Пятецкий-Шапиро [5], Р.П.Ленглендс [21], Хариш-Чандра [17])» (В.В.Головчанский, 2006). Здесь [12] – работа Л.Д.Фаддеева (1967), [5] – исследование И.М.Гельфанда, М.И.Граева и И.И.Пятецкого-Шапиро (1966), [21] – работа Р.Ленглендса (1976), [17] – исследование Хариш-Чандры (1968).

Индукция Марка Наймарка и других ученых. М.А.Наймарк (1943) распространил на унитарные представления локально компактных абелевых групп известную теорему М.Стоуна, согласно которой если {U(t), t≥0} – сильно непрерывная полугруппа унитарных операторов в гильбертовом пространстве, то существует единственный (быть может, неограниченный) самосопряженный оператор B, такой, что $U(t)=e^{i+B}$, t≥0. Независимо от М.А.Наймарка упомянутая теорема М.Стоуна обобщалась В.Амброзом (1944), Р.Годманом (1944), Е.Арну (1946), Р.Филлипсом (1951). Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Спектральная теория» (1966) пишут об указанной теореме М.Стоуна: «Теорема Стоуна была распространена на унитарные представления локально компактных абелевых групп Наймарком [1], Амброзом [4], Годманом [5], Арну [1] и Филлипсом [5]» (Данфорд, Шварц, 1966, с.441). Здесь [1] – статья М.А.Наймарка «Положительно определенные операторные функции на коммутативной группе» (Известия АН СССР, серия математическая, 1943, том 7), [4] – исследование В.Амброза (1944), [5] – исследование Р.Годмана (1944), [1] – работа Е.Арну (1946), [5] – работа Р.Филлипса (1951).

Индукция Марка Наймарка. М.А.Наймарк (1953) обобщил на несамосопряженный случай метод спектрального анализа операторов, разработанный Г.Вейлем (1910). Н.Данфорд и Дж.Шварц в монографии «Линейные операторы. Спектральные операторы» (Москва, «Мир», 1974) пишут: «Метод, использованный в § 1 для спектрального анализа оператора второго порядка, в основном принадлежит М.А.Наймарку [10-12]. Разумеется, он является просто распространением на несамосопряженный случай идеи, хорошо известной в теории самосопряженных операторов (см. Вейль [5]); однако в несамосопряженном случае необходимо так видоизменить рассуждения, чтобы совершенно избежать какой-либо зависимости от теоремы о спектральном разложении, а это приводит к существенному усложнению теории. Наймарк заметил, что его метод можно обобщить также на операторы более высокого порядка» (Данфорд, Шварц, 1974, с.577). Здесь [10] – работа М.А.Наймарка «Исследование спектра и разложение по собственным функциям сингулярных несамосопряженных дифференциальных операторов второго порядка» (УМН, 1953, том 8, № 4), [11] – статья М.А.Наймарка «О разложении по собственным функциям несамосопряженных сингулярных дифференциальных операторов второго порядка» («Доклады АН СССР», 1953, том 89), [5] – исследование Г.Вейля (1910).

Индукция Хариш-Чандры. Хариш-Чандра индуктивно перенес на произвольные неприводимые представления в пространстве Банаха произвольной полупростой группы Ли понятие характера, введенное И.М.Гельфандом и М.А.Наймарком для бесконечномерных представлений классических непрерывных групп. М.А.Красносельский, М.А.Наймарк и Г.Е.Шилов в статье «Функциональный анализ» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959), обсуждая ключевые свойства неприводимых представлений групп, указывают: «При этом неприводимое представление определяется своим характером однозначно с точностью до унитарной эквивалентности. Этот результат о существовании характера был в дальнейшем перенесен Хариш-Чандрой, а затем Годманом на произвольные неприводимые представления в пространстве Банаха произвольной полупростой группы Ли…» (Красносельский, Наймарк, Шилов, 1959, с.710). «Следует отметить, - пишут те же авторы, - что построение И.М.Гельфандом и М.А.Наймарком теории представлений только классических групп не было существенным ограничением и было вызвано желанием не усложнять теорию вопросами, связанными со структурой комплексных полупростых групп

Ли. Обобщение теории на произвольные комплексные полупростые группы было проведено в большом цикле работ Хариш-Чандра. Одним из наиболее важных результатов этих работ Хариш-Чандра является уже упоминавшаяся теорема о существовании характера…» (там же, с.711). Кроме того, Хариш-Чандра индуктивно перенес на произвольные вещественные полупростые группы результаты И.М.Гельфанда и М.И.Граева, посвященные представлениям вещественной унимодулярной группы произвольного порядка. М.А.Красносельский, М.А.Наймарк и Г.Е.Шилов в статье «Функциональный анализ» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) поясняют: «Теория представлений вещественных полупростых групп значительно менее разработана, что объясняется более сложной алгебраической структурой этих групп. Первая работа, посвященная представлениям вещественной группы, именно унимодулярной группы вещественных матриц второго порядка, была опубликована в 1947 г. Баргманом. Затем, начиная с 1953 г., были опубликованы работы И.М.Гельфанда [53, 58, 60] и М.И.Граева [9, 11, 12], посвященные представлениям вещественной унимодулярной группы произвольного порядка» (Красносельский, Наймарк, Шилов, 1959, с.713-714). Они же: «Результаты И.М.Гельфанда и М.И.Граева были перенесены в работах Хариш-Чандра на произвольные вещественные полупростые группы» (там же, с.715).

Индукция Георгия Евгеньевича Шилова. Г.Е.Шилов (1951) обобщил на случай бикомпактной коммутативной группы теорему Фейера из классической теории рядов Фурье. Г.Е.Шилов в статье «Однородные кольца функций» (УМН, 1951, том 6, вып.1 (41)) поясняет: «Задачей ближайших пунктов является доказательство теоремы, обобщающей известную теорему Фейера из классической теории рядов Фурье [6]» (Шилов, 1951, с.98). «…Теорема Фейера, - аргументирует Г.Е.Шилов, - может быть обобщена даже на некоммутативные группы [8]. Мы указываем далее простую конструкцию, обеспечивающую возможность обобщения теоремы Фейера на интересующий нас случай бикомпактной коммутативной группы» (там же, с.98).

Индукция Георгия Евгеньевича Шилова. Г.Е.Шилов (1953) обобщил на случай кольца с конечным числом образующих известную теорему И.М.Гельфанда, изложенную им в статье «Коммутативные нормированные кольца» (УМН, 1946, том 1, вып.2 (12)). Эта статья была написана И.М.Гельфандом совместно с Д.А.Райковым и Г.Е.Шиловым. Г.Е.Шилов в работе «О разложении коммутативного нормированного кольца в прямую сумму идеалов» («Математический сборник», 1953, том 32 (74), № 2) указывает: «…Мы показываем, что любая аналитическая функция f (λ1, λ2, … λn), определенная в области G $\subseteq$ m (R), совпадает на множестве m (R) с некоторой функцией X (M), где X$\in$R. Это предложение обобщает на случай кольца с конечным числом образующих известную теорему И.М.Гельфанда ([1], §9)» (Шилов, 1953, с.354). Здесь [1] – работа И.М.Гельфанда, Д.А.Райкова и Г.Е.Шилова «Коммутативные нормированные кольца» (УМН, 1946, том 1, вып.2 (12)).

Индукция Георгия Евгеньевича Шилова. Г.Е.Шилов (1953) обобщил на однородные пространства функций критерии компактности множеств, сформулированные А.Н.Колмогоровым и М.Риссом для функциональных пространств Ф.Рисса. Позже отечественный математик Ю.И.Грибанов (1965) перенес указанный критерий компактности на банаховы пространства функций, являющихся совершенными пространствами. Ю.И.Грибанов в статье «Два критерия компактности множеств в банаховых пространствах функций» («Ученые записки Казанского государственного университета», 1965, том 125, книга 2) констатирует: «Критерии А.Н.Колмогорова и М.Рисса компактности множеств в функциональных пространствах Ф.Рисса обобщались многими математиками на различные пространства функций. Одно интересное обобщение теоремы М.Рисса на однородные пространства функций было указано Г.Е.Шиловым [1]. В настоящей заметке критерии А.Н.Колмогорова и М.Рисса обобщаются на банаховы пространства функций, являющиеся совершенными пространствами [2]» (Грибанов, 1965, с.32). Здесь [1] – статья Г.Е.Шилова «Критерий компактности в однородном пространстве функций» («Доклады АН СССР», 1953, том 92, вып.1).

Индукция Георгия Евгеньевича Шилова. Г.Е.Шилов (1966) перенес на более общую ситуацию теорему Е.Гальярдо (1958), согласно которой суммируемая функция f (x1,…, xn), обладающая всеми суммируемыми производными n-ого порядка (в смысле С.Л.Соболева), является непрерывной. Г.Е.Шилов в статье «К теории обобщенных функций» («Известия вузов», серия Математика, 1966, № 5 (54)) пишет об указанной теореме Е.Гальярдо: «Мы обобщаем теорему Гальярдо не только заменой в условии обычной функции на обобщенную», но и уменьшением количества нужных производных» (Шилов, 1966, с.124).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. В книге «Приключения математика» (2001) С.Улам указывает: «Что касается публикаций, то в наше время математики почти что вынуждены утаивать то, как они получают свои результаты» (Улам, 2001, с.240). С нашей точки зрения, это никак не может относиться к отечественному математику А.И.Мальцеву, который никогда не скрывал факт использования индукции как при формулировке теорем, так и при их доказательстве. А.И.Мальцев успешно работал и получал блестящие результаты в различных областях математики. Его достижения удостоены Государственной премии СССР (1946), а также Ленинской премии (1964) за цикл работ по приложению математической логики к алгебре и теории моделей. Как заметил Б.И.Плоткин, «А.И.Мальцев был великим алгебраистом. Ему принадлежат выдающиеся открытия в разнообразнейших разделах алгебры, но, пожалуй, самое замечательное его открытие – это открытие новых связей между алгеброй и математической логикой, между разными частями самой алгебры. Он принадлежал к тем редким ученым, кто соединяет разные отделы науки в одну науку». Возьмем на себя труд перечислить работы А.И.Мальцева, в которых теоремы доказывались на основе индукции.

1. В статье «Исследования в области математической логики» («Избранные труды», том 2, Москва, «Наука», 1976) при помощи индукции доказывается теорема, согласно которой для того, чтобы система формул была непротиворечива, необходимо и достаточно, чтобы каждая конечная подсистема данной системы была непротиворечива – с.5.

2. В статье «К общей теории алгебраических систем» («Математический сборник», 1954, том 35, № 1) отечественный математик индукцией доказывает теорему о том, что конгруэнтности инвариантны относительно всех трансляций системы, т.е. для того, чтобы эквивалентность была конгруэнтностью, достаточно, чтобы она была инвариантна относительно главных трансляций системы - с.24.

3. В статье «О включении ассоциативных систем в группы» («Математический сборник», 1940, том 8, № 2) А.И.Мальцев индукцией доказывает теорему 1 – с.252, лемму 4 – с.259 (согласно данной лемме, никакая неприводимая схема S длины n не может следовать из схем, длина которых меньше n/2).

4. В статье «Об изоморфном представлении бесконечных групп матрицами» («Математический сборник», 1940, том 8, № 3) А.И.Мальцев использует индукцию при доказательстве следующих результатов: теорема 1 – с.407 (согласно данной теореме, для того чтобы абелева группа могла быть изоморфно представлена матрицами степени n над некоторым полем характеристики нуль, необходимо и достаточно, чтобы каждая ее примарная компонента была прямым произведением не более n квазициклических групп), лемма 2 – с.411 (согласно данной лемме, если всякая конечная часть смешанной системы

равенств и неравенств совместна, то совместна и вся система). Об этой лемме автор пишет: «Доказательство проводится индуктивно по мощностям системы S» (Мальцев, 1940, с.411).

5. В статье «О разрешимых алгебрах Ли» (Известия АН СССР, серия математическая, 1945, том 9, вып.5) выдающийся алгебраист при помощи индукции доказывает теорему 4 – с.334 (согласно данной теореме, все максимальные коммутативные семирегулярные подалгебры расщепляемой разрешимой алгебры переводятся друг в друга внутренними автоморфизмами, производимыми элементами коммутанта). Об этой теореме автор пишет: «…Доказательство можно вести методом полной индукции…» (Мальцев, 1945, с.334).

6. В статье «Топологические разрешимые группы» («Математический сборник», 1946, том 19, № 2) математик, используя индукцию, доказывает лемму 1 – с.166 (об этой лемме автор пишет: «Доказательство будем вести индукцией по размерности N…»), лемму 2 – с.167 (согласно данной лемме, если локально-компактная разрешимая группа G допускает цепочку нормальных делителей, все факторы которой являются коммутативными, связными группами Ли, то G – группа ЛИ). Об этой лемме автор говорит: «Доказательство будем вести индукцией по сумме S размерностей фактор-групп цепочки» (Мальцев, 1946, с.167). Также индукцией доказывается теорема 1 – с.169 (согласно этой теореме, каждая окрестность единицы связной разрешимой локально-компактной группы G содержит нормальный делитель, фактор-группа по которому есть группа Ли). Об этой теореме математик говорит: «…Применяем индукцию по K, предполагая, что теорема уже доказана для групп с цепочкой коммутантов длины, меньшей K» (Мальцев, 1946, с.169). Аналогично, индукцией доказывается теорема 3 – с.172 (в ходе доказательства этой теоремы автор сначала доказывает одно из утверждений, о котором пишет: «Доказательство будем вести индукцией по размерности L, считая, что для всех групп, допускающих прямое разложение LxK, где L имеет меньшую размерность, утверждение уже доказано»).

7. В статье «Обобщенно нильпотентные алгебры и их присоединенные группы» («Математический сборник», 1949, том 25, № 3) А.И.Мальцев индукцией доказывает лемму 1 – с.355 (о которой автор пишет: «…Применяем индукцию, считая лемму верной для групп с меньшей длиной центрального ряда»), теорему 5 – с.364 (согласно данной теореме, для каждого трансфинитного числа α существуют косые ZD-алгебры класса α).

8. В статье «Об одном классе однородных пространств» (Известия АН СССР, серия математическая, 1949, том 13, вып.1) он при помощи индукции доказывает следующие математические утверждения: теорема 1 – с.13 (о которой автор повествует: «…Мы можем применить индукцию и считать, что для групп с меньшим значением L теорема уже доказана»), теорема 2 – с.14 (об этой теореме математик говорит: «…Мы сделаем индуктивное предположение, что для пространств с транзитивно действующими группами размерности, меньшей, чем у G, теорема справедлива»). Также индукцией доказывается лемма 4 – с.19 (при доказательстве данной леммы автор пишет: «Мы можем сделать индуктивное предположение, что для групп с меньшей длиной центрального ряда лемма доказана»), лемма 5 – с.20 (в процессе доказательства этой леммы автор пишет: «Далее применяем индукцию»), лемма 6 – с.22, теорема 6 – с.24 (об этой теореме автор пишет: «Далее рассуждаем индуктивно, считая, что для групп размерности, меньшей r, теорема доказана»).

9. В статье «Нильпотентные группы без кручения» (Известия АН СССР, серия математическая, 1949, том 13, вып.3) А.И.Мальцев индукцией доказывает следующие результаты: теорема 2 – с.203 (согласно данной теореме, все факторы возрастающего центрального ряда чистой нильпотентной группы являются чистыми абелевыми группами). Об этой теореме автор говорит: «Доказательство – индуктивное, по длине верхнего

центрального ряда G». Также индукцией доказывается теорема 3 – с.203 (согласно данной теореме, если фактор-группа по коммутанту нильпотентной группы G полная, то группа G и все члены ее нижнего центрального ряда являются также полными), лемма без номера – с.206 (об этой лемме Мальцев пишет: «Теперь перейдем к непосредственному доказательству леммы, которое будет вестись индукцией по длине нижнего центрального ряда»). В данной статье есть еще один результат, доказываемый индуктивно. «Легко заметить, - пишет А.И.Мальцев, - что всякая группа, обладающая возрастающим центральным рядом, локально нильпотентна. Доказательство можно провести индукцией по длине верхнего центрального ряда» (Мальцев, 1949, с.212).

10. В статье «Об алгебрах с тождественными определяющими соотношениями» («Математический сборник», 1950, том 26, № 1) А.И.Мальцев индукцией доказывает лемму без номера – с.31 (о которой автор говорит: «Доказательство проводится индукцией по числу t неприводимых слагаемых в разложении основного пространства B»), теорему 1 – с.20 (об этой теореме математик пишет: «Доказательство проводится индукцией по классу алгебры»).

11. В статье «О некоторых классах бесконечных разрешимых групп» («Математический сборник», 1951, том 28, № 3) А.И.Мальцев на основе индукции доказывает теорему 3 – с.574 (при доказательстве этой теоремы автор пишет: «Разрешимые группы характеризуются тем свойством, что их ряд последовательных коммутантов заканчивается через конечное число шагов единицей. Поэтому доказательство теоремы 3 можно вести индукцией по номеру обращающегося в единицу коммутанта»). Также индукцией доказывается теорема 4 – с.576 (согласно которой каждая разрешимая группа G типа A3 обладает подгруппой конечного индекса, коммутант которой нильпотентен). Доказывая данную теорему, автор указывает: «…Полагаем H0 = G и далее рассуждаем индуктивно» (Мальцев, 1951, с.576). Аналогично, индукцией доказывается теорема 6 – с.581 (о которой автор пишет: «Доказательство утверждения в общем случае проводится индукцией по числу примарных сомножителей, на которые разлагается группа H»). Примечательно доказательство теоремы 8 – с.583 (о которой автор говорит: «Доказательство индукцией по длине цепочуи коммутантов»).

12. В статье «Аналитические лупы» («Математический сборник», 1955, том 36, № 3) он при помощи индукции доказывает теорему 5 – с.575.

13. В статье «Регулярные произведения моделей» (Известия АН СССР, серия математическая, 1959, том 23, вып.4) индукцией доказывается теорема 1 – с.491 (согласно данной теореме, существует финитный процесс, позволяющий для каждой формулы определенного вида построить формулами с предикатными символами и формулы со свободными предметными переменными). Также индукцией доказывается теорема 3 – с.496 (согласно данной теореме, если фактор-группа F/A свободной группы F по ее нормальному делителю есть R-группа, то F0 = F [A,A] также R-группа).

14. В статье «Аксиоматизируемые классы локально свободных алгебр некоторых типов» («Избранные труды», том 2, Москва, «Наука», 1976, впервые опубликовано в «Сибирском математическом журнале», 1962, том 3, № 5) А.И.Мальцев индукцией доказывает следующую теорему: для того, чтобы алгебра сигнатуры была локально абсолютно свободной, необходимо и достаточно, чтобы в ней были истинны формулы определенного вида (стр.218). Также индукцией доказываются две леммы (стр.221 и 222).

15. В докладе «Некоторые вопросы теории классов моделей» («Избранные труды», том 2, Москва, «Наука», 1976, впервые опубликовано в сборнике «Труды IV Всесоюзного математического съезда», 1963) А.И.Мальцев индукцией доказывает теорему, согласно которой формула тогда и только тогда истинна в ультрапроизведении, когда совокупность

номеров тех моделей, в которых истинна формула, принадлежит системе непустых множеств D (фильтру) (стр.259).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев (1934) перенес на случай произвольной мощности теорему К.Геделя о непротиворечивости счетной системы предложений исчисления высказываний, каждая конечная подсистема которой непротиворечива. Кроме того, А.И.Мальцев обобщил теорему Сколема о невозможности характеризации натурального ряда с помощью счетной системы предложений узкого исчисления предикатов. В статье «Анатолий Иванович Мальцев (к столетию со дня рождения)» («Владикавказский математический журнал», 2009, том 11, вып.4) указывается: «В 1934 г. Мальцев отправляет А.Н.Колмогорову свою первую научную работу, где он переносит на случай произвольной мощности знаменитую теорему Геделя о непротиворечивости счетной системы предложений исчисления высказываний, каждая конечная подсистема которой противоречива, а также получает широкое обобщение теоремы Сколема о невозможности характеризации натурального ряда с помощью счетной системы предложений узкого исчисления предикатов. Колмогоров, прочитав рукопись, телеграммой вызывает Анатолия Ивановича в Москву и предлагает поступить к нему в аспирантуру по специальности «Алгебра». Сама работа была опубликована в Математическом сборнике в 1936 г. на немецком языке» («Владикавказский математический журнал», 2009, с.5). Примечательно, что теорема Сколема, которую обобщал А.И.Мальцев, содержалась в той самой статье Сколема под названием «О нехарактеризуемости числового ряда конечным или счетно бесконечным множеством высказываний с одними лишь числовыми переменными» (1934), которая послужила одной из индуктивных посылок идеи Абрахама Робинсона (1960) о построении нового раздела математики – нестандартного анализа, показавшего возможность доказательства многих теорем математического анализа на основе понятия бесконечно малых величин (а не понятия предела, введенного О.Коши). Об этом пишут С.Альбеверио, Й.Фенстад, Р.Хеэг-Крон и Т.Линдстрем в книге «Нестандартные методы в стохастическом анализе и математической физике» (Москва, «Мир», 1990).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев (1945) обобщил на произвольные группы Ли теорему Э.Картана о максимальных компактных подгруппах полупростых групп Ли, доказанную самим Э.Картаном. В.П.Платонов в статье «Группы Ли» (Труды МИАН СССР, 1985, том 169) пишет: «Ключевую роль в исследованиях глобального строения связных групп Ли сыграла теорема Э.Картана (1930) о существовании группы Ли в целом с заданной вещественной алгеброй Ли. Сам Э.Картан почти исчерпывающим образом изучил полупростые группы Ли и получил их полную классификацию с точностью до локального изоморфизма. Он доказал важную теорему о максимальных компактных подгруппах полупростых групп Ли… Крупным вкладом в теорию групп Ли явилось полученное А.И.Мальцевым в работе [14] обобщение этого результата Э.Картана на произвольные группы Ли» (Платонов, 1985, с.53). Здесь [14] – работа А.И.Мальцева (1945).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев (1945) индуктивно перенес на произвольные полупростые группы теорему Шура об абелевых подгруппах максимальной размерности группы всех неособенных матриц. А.И.Мальцев в статье «Коммутативные подалгебры полупростых алгебр Ли» (Известия АН СССР, 1945, том 9, вып.4) пишет о своей работе: «В работе находятся коммутативные подалгебры максимальной размерности всех простых комплексных алгебр Ли. Тем самым теорема Шура об абелевых подгруппах максимальной размерности группы всех неособенных матриц переносится на произвольные полупростые группы» (Мальцев, 1945, с.291).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев распространил на аналитические альтернативные лупы классическую теорию Софуса Ли. В.М.Глушков и А.Г.Курош в статье

«Общая алгебра» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) указывают: «В работе А.И.Мальцева [41] классическая теория С.Ли обобщается на аналитические альтернативные лупы. Находящиеся в соответствии с такими лупами алгебры являются бинарно лиевыми (любые два элемента алгебры порождают лиеву подалгебру)» (Глушков, Курош, 1959, с.179).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев обобщил на любое совершенное поле К теорему К.Жордана о существовании и единственности нормальной формы матрицы линейного преобразования, определенного над любым подполем К поля комплексных чисел С. Далалян С.Г. в статье «Об обобщенной жордановой нормальной форме второго рода матрицы линейного преобразования над произвольным полем» («Тезисы докладов Международной конференции «Мальцевские чтения», Новосибирск, 2009) пишет: «В учебнике «Основы линейной алгебры» А.И.Мальцева [1] мелким шрифтом излагается обобщение теоремы К.Жордана о существовании и единственности нормальной формы матрицы линейного преобразования, определенного над любым подполем К поля комплексных чисел С. В примечании указывается, что это обобщение верно для любого совершенного поля К» (Далалян, 2009, с.118).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев (1956, 1959) индуктивно распространил на классы многоосновных моделей, на проективные и квазиуниверсальные классы моделей свою локальную теорему для классов групп, обладающих центральными системами (1941). Речь идет о результате, доказанном в работе А.И.Мальцева «Об одном общем методе получения локальных теорем теории групп» («Ученые записки Ивановского педагогического института», 1941, том 1, № 1), – о его локальной теореме для языка узкого исчисления предикатов произвольной сигнатуры, согласно которой произвольное множество формул выполнимо (непротиворечиво) тогда и только тогда, когда непротиворечиво любое конечное подмножество этих формул. Н.Н.Бузина в статье «Краткий очерк научной, педагогической и общественной деятельности академика А.И.Мальцева» (А.И.Мальцев, «Избранные труды», том 1, Москва, «Наука», 1976) констатирует: «Опираясь на свой локальный метод, А.И.Мальцев доказал [8] ряд глубоких теорем теории групп и других алгебраических систем. В свое время большое впечатление на алгебраистов произвела доказанная в этой работе локальная теорема для классов групп, обладающих центральными системами. А.И.Мальцев неоднократно возвращался к общей локальной теореме [44, 55], распространяя ее на классы многоосновных моделей, на проективные и квазиуниверсальные классы моделей, что значительно расширило область применимости этой теоремы» (Бузина, 1976, с.5). Здесь [8] – статья А.И.Мальцева «Об одном общем методе получения локальных теорем теории групп» («Ученые записки Ивановского педагогического института», 1941, том 1, № 1), [44] – работа А.И.Мальцева «О представлении моделей» («Доклады АН СССР», 1956, том 108, № 1), [55] – статья А.И.Мальцева «Модельные соответствия» («Известия АН СССР», серия математическая, 1959, том 23, № 3). Об этом же обобщении А.И.Мальцева пишут П.С.Александров, Ю.Л.Ершов, М.И.Каргаполов и другие в статье «Анатолий Иванович Мальцев» (УМН, 1968, том 23, вып.3 (141)). Имея в виду работу А.И.Мальцева «Об одном общем методе получения локальных теорем теории групп» («Ученые записки Ивановского педагогического института», 1941, том 1, № 1), авторы отмечают: «В свое время большое впечатление на алгебраистов произвела доказанная в этой работе локальная теорема для классов групп, обладающих центральными или разрешимыми системами. А.И.Мальцев неоднократно возвращался к общей локальной теореме [50], [62], распространяя ее на классы многоосновных моделей, на проективные и квазиуниверсальные классы моделей, что значительно расширило область применимости этой теоремы» (Александров и др., 1968, с.160).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев (1959) перенес на случай регулярных произведений теорему А.Мостовского о сохранении разрешимости элементарной теории при прямых произведениях. П.С.Александров, Ю.Л.Ершов, М.И.Каргаполов и другие в статье «Анатолий Иванович Мальцев» (УМН, 1968, том 23, вып.3 (141)) констатируют: «В [63] теорема А.Мостовского о сохранении разрешимости элементарной теории при прямых произведениях распространяется на регулярные произведения» (Александров и др., 1968, с.163). Здесь [63] – работа А.И.Мальцева «Регулярные произведения моделей» (Известия АН СССР, серия математическая, 1959, том 23).

Индукция Анатолия Ивановича Мальцева. А.И.Мальцев перенес в теорию моделей многие результаты, заимствованные из алгебры. Н.Н.Бузина в работе «Краткий очерк научной, педагогической и общественной деятельности академика А.И.Мальцева» (А.И.Мальцев, «Избранные труды», том 1, 1976) пишет о цикле работ Мальцева 1956-159 годов: «Эти работы насыщены свежими идеями, каждая из них является замечательным вкладом в науку. Круг вопросов, рассматриваемых в этих работах, чрезвычайно широк. В теорию моделей вводятся понятия, которые ранее обычно изучались в алгебре: операции порождения, производные операции и предикаты, прямые и подпрямые произведения, регулярное произведение; обобщается понятие определяющих соотношений. С этой целью используется язык теории категорий; в терминах категорий даются характеристики различных классов алгебр и моделей» (Бузина, 1976, с.8).

Индукция Виктора Михайловича Глушкова. Советский математик, один из ученых, стоявших у истоков работ по искусственному интеллекту в СССР, В.М.Глушков (1956) индуктивно распространил на произвольные топологические группы операцию нильпотентного умножения, введенную для абстрактных групп О.Н.Головиным. Об этом пишет сам В.М.Глушков в статье «Нильпотентные произведения топологических групп» (УМН, 1956, том 11, вып.3 (69)): «Целью настоящей заметки является распространение на произвольные топологические группы операции нильпотентного умножения, введенной для абстрактных групп О.Н.Головиным [1]» (Глушков, 1956, с.119). Об этом же обобщении В.М.Глушков и А.Г.Курош пишут в статье «Общая алгебра» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959): «В.М.Глушков [14] ввел понятие свободного нильпотентного произведения топологических групп, обобщающее понятие нильпотентного произведения, введенного О.Н.Головиным для абстрактных (дискретных) групп, и доказал теоремы существования и единственности для такого рода произведений» (Глушков, Курош, 1959, с.177).

Индукция Виктора Михайловича Глушкова. В.М.Глушков индуктивно перенес на локально нильпотентные группы без кручения, полные над простыми (не содержащими собственных замкнутых подполей) топологическими полями, ряд результатов А.И.Мальцева, полученных им при исследовании топологических групп, являющихся проективными пределами полных (в смысле неограниченной извлекаемости корня) дискретных нильпотентных групп без кручения В.М.Глушков и А.Г.Курош в статье «Общая алгебра» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) пишут о Мальцеве: «В работах [27, 28] А.И.Мальцев показал, что всякой полной локально нильпотентной группе без кручения можно сопоставить локально нильпотентную алгебру Ли над полем рациональных чисел так, что вводя в этой алгебре новую операцию по формуле Кэмпбелла-Хаусдорфа, мы получаем группу, абстрактно изоморфную исходной группе. При таком соответствии между алгеброй и группой подалгебрам соответствуют полные подгруппы, а идеалы – полные нормальные делители. В работе [25] А.И.Мальцев перенес эти результаты на топологические группы, являющиеся проективными пределами полных (в смысле неограниченной извлекаемости корня) дискретных нильпотентных групп без кручения» (Глушков, Курош, 1959, с.179). Далее В.М.Глушков и А.Г.Курош поясняют: «Как показал В.М.Глушков, на локально нильпотентные группы без кручения, полные над простыми (не содержащими собственных замкнутых подполей) топологическими полями, переносятся только что цитированные результаты А.И.Мальцева» (там же, с.179).

Индукция Виктора Михайловича Глушкова. В.М.Глушков распространил на бесконечномерные лиевы алгебры, обладающие центральной системой, и в частности, на локально нильпотентные лиевы алгебры, теорему Биркгофа о существовании для нильпотентных конечномерных лиевых алгебр точного представления треугольными матрицами над основным полем. В.М.Глушков и А.Г.Курош в статье «Общая алгебра» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) отмечают: «В работе В.М.Глушкова [12] теорема Биркгофа о существовании для нильпотентных конечномерных лиевых алгебр точного представления треугольными матрицами над основным полем распространяется на бесконечномерные лиевы алгебры, обладающие центральной системой, и в частности, на локально нильпотентные лиевы алгебры» (Глушков, Курош, 1959, с.190).

Индукция Виктора Михайловича Глушкова. В.М.Глушков перенес на любые группы теорему Э.Картана, доказанную им для полупростых групп и утверждающую, что всякая группа Ли гомеоморфна прямому произведению своей максимальной компактной подгруппы на евклидово пространство. Е.Б.Дынкин в статье «Теория групп Ли» (сборник «Математика в СССР за сорок лет», том 1, 1959) пишет: «Всякая группа Ли гомеоморфна прямому произведению своей максимальной компактной подгруппы на евклидово пространство. Эта теорема, доказанная Э.Картаном для полупростых групп и распространенная А.И.Мальцевым на любые группы, сводит изучение топологии произвольных групп Ли к изучению топологии компактных групп» (Дынкин, 1959, с.225). Следует отметить, что В.М.Глушков широко пользовался математической индукцией при доказательстве теорем и лемм. Так, в статье «О некоторых вопросах теории нильпотетных и локально нильпотентных групп без кручения» (Математический сборник, 1952, том 30 (72), № 1) В.М.Глушков посредством индукции доказывает теорему 6 – с.84, лемму 1 – с.90, лемму 3 – с.95. Согласно теореме 6, в полной локально нильпотентной группе без кручения все члены нижнего центрального ряда являются полными группами. В статье «Локально нильпотентные группы без кручения, полные над простыми топологическими полями» (Математический сборник, 1955, том 37 (79), № 3) В.М.Глушков индукцией доказывает лемму 1.4.1 – с.480, предложение а) – с.493 (данное предложение относится к теореме 3.2). В статье «К теории нильпотентных локально бикомпактных групп» (Известия АН СССР, серия математическая, 1956, том 20, выпуск 4) В.М.Глушков применяет индукцию при доказательстве леммы 1.8 – с.517, леммы 1.9 – с.518, леммы 1.10 – с.519, предложения P(i) – с.520, теоремы 2.5.1 – с.525, теоремы 3.7 – с.534. В статье «Абстрактная теория автоматов» (УМН, 1961, том 16, вып.5 (101)) советский математик использует индукцию при доказательстве теоремы 15 – с.28, теоремы 22 – с.35. Интересно, что В.М.Глушков впервые заинтересовался проблемой искусственного интеллекта, когда знакомился с докторской диссертацией А.И.Ширшова. Диссертация Анатолия Илларионовича Ширшова содержала большое количество уравнений, и проверка их требовала много времени. В связи с этим В.М.Глушков пришел к выводу о создании ЭВМ, проверяющей математическую часть научного исследования по аналогии с тем, как это делает человек. В.Моев в статье «Мосты» и «башни» академика Глушкова» (журнал «Знамя», 1985, № 10) пишет: «Первый толчок к работе над искусственным интеллектом дала ему докторская диссертация А.И.Ширшова. Хотя речь в ней шла совершенно о другом – алгебраический труд с множеством уравнений. Диссертация готовилась к защите, и Глушкову ее передали как оппоненту. К таким поручениям он относился, как вспоминают, на редкость добросовестно. Сел проверять одно уравнение за другим. Изнурительный труд! И поскольку Глушков – это Глушков, он задался вопросом: нельзя ли иначе? Родилась его идея «алгоритма очевидности», благодаря которой – первый такой случай! – проверка диссертации Ширшова с помощью ЭВМ быстренько закончилась, а работы над искусственным интеллектом начались» (В.Моев, 1985).

Индукция Анатолия Илларионовича Ширшова. Известный советский математик А.И.Ширшов, чья диссертация подтолкнула В.М.Глушкова к работам по искусственному интеллекту, индуктивно перенес одну из теорем А.Г.Куроша на важнейшие классы свободных алгебр. В частности, А.И.Ширшов перенес в указанную область теорему А.Г.Куроша (1947) о том, что всякая подалгебра свободной неассоциативной алгебры свободна. А.И.Ширшов в статье «Подалгебры свободных лиевых алгебр» («Математический сборник», 1953, том 33 (75), № 2) пишет: «В работе А.Г.Куроша [1] доказывается, что всякая подалгебра свободной неассоциативной алгебры свободна. Естественно было бы исследовать возможность перенесения этой теоремы на важнейшие классы приведенных свободных алгебр, общее определение которых дано в работе А.И.Мальцева [2]» (Ширшов, 1953, с.441). Здесь [1] – работа А.Г.Куроша (1947), а [2] – исследование А.И.Мальцева (1950).

Индукция Анатолия Илларионовича Ширшова. А.И.Ширшов (1957) перенес на альтернативные кольца теорему Левицкого о нильпотентности ассоциативного нилькольца индекса n с конечным числом образующих. Об этом обобщении А.И.Ширшова можно догадаться на основании следующего высказывания, содержащегося в статье К.А.Жевлакова «Об альтернативных и йордановых кольцах» («Математические заметки», 1968, том 3, № 5): «После того, как А.И.Ширшов [15] обобщил на альтернативные кольца теорему Левицкого о нильпотентности ассоциативного нилькольца индекса n с конечным числом образующих, встал вопрос: а нельзя ли в формулировке этой теоремы отказаться от конечности числа образующих, т.е. справедливо ли в альтернативных кольцах утверждение, обобщающее теорему Нагата-Хигмана: ассоциативное нилькольцо индекса n нильпотентно, если в его аддитивной группе нет элементов конечного порядка, меньшего чем n [19, 24]» (Жевлаков, 1968, с.607). Здесь [15] – статья А.И.Ширшова «О некоторых неассоциативных нилькольцах и алгебраических алгебрах» («Математический сборник», 1957, том 41).

Индукция Анатолия Илларионовича Ширшова. В работах А.И.Ширшова нетрудно найти теоремы, доказываемые на основе математической индукции. Так, в статье «Подалгебры свободных лиевых алгебр» (Математический сборник, 1953, том 33 (75), № 2) А.И.Ширшов посредством индукции доказывает лемму 1 – с.444, лемму 2 – с.444. В статье «О специальных J-кольцах» (Математический сборник, 1956, том 38 (80), № 2) А.И.Ширшов доказывает индукцией лемму 3 – с.153, лемму 4 – с.154. В работе «О некоторых неассоциативных нилькольцах и алгебраических алгебрах» (Математический сборник, 1957, том 41 (83), № 3) А.И.Ширшов посредством индукции доказывает лемму 3 – с.383, лемму 4 – с.384, теорему 2 – с.386, теорему 3 – с.388, лемму 7 – с.390, лемму 8 – с.391, лемму 9 – с.391. Согласно теореме 2, обертывающее ассоциативное кольцо A(I) полуспециального ниль-J-кольца I ограниченного индекса с конечным числом образующих, не содержащее элементов второго порядка в аддитивной группе, нильпотентно. Об этой теореме А.И.Ширшов говорит: «Доказательство теоремы 2 проведем по индукции, предположив ее справедливость в случае, если число образующих кольца I равно R-1» (Ширшов, 1957, с.386). В статье «О свободных кольцах Ли» (Математический сборник, 1958, том 45 (87), № 2) российский математик индукцией доказывает теорему 3 – с.118, лемму 2 – с.115, лемму 3 – с.115, лемму 4 – с.116. Согласно лемме 2, каждый элемент свободного Σ-операторного кольца Ли LΣR с множеством R свободных образующих представим в виде линейной комбинации правильных слов с коэффициентами из кольца Σ.

Индукция Михаила Ивановича Каргаполова. М.И.Каргаполов (1973) обобщил на случай конечно порожденных почти разрешимых групп собственную гипотезу о том, что элементарная теория конечно порожденной нильпотентной группы разрешима тогда и только тогда, когда группа почти абелева. Эту гипотезу М.И.Каргаполов впервые сформулировал в 1969 году. Г.А.Носков в автореферате докторской диссертации «Алгоритмические и метрические проблемы в теории бесконечных групп» (Омск, 2010) указывает: «Широкое внимание привлек класс разрешимых групп. А.И.Мальцев доказал неразрешимость элементарной теории конечно порожденной свободной разрешимой неабелевой группы (1960). В статье члена-корреспондента АН СССР М.И.Каргаполова и его учеников была выдвинута гипотеза: элементарная теория конечно порожденной нильпотентной группы разрешима тогда и только тогда, когда группа почти абелева (1969). Гипотеза была доказана Ю.Л.Ершовым (1972). М.И.Каргаполов в докладе на Международной конференции по теории групп (Канберра, 1973 г.) обобщил гипотезу на конечно порожденные почти разрешимые группы» (Г.А.Носков, 2010).

Индукция Александра Александровича Михалева. А.А.Михалев (1985) обобщил на суперверхалгебры Ли теорему А.И.Ширшова о свободе подалгебры свободной алгебры Ли. Кроме А.А.Михалева обобщением теоремы Ширшова занимался также А.Штерн. А.Л.Чернятьев в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Нормальные базисы и символическая динамика» (Москва, 2008) пишет: «С помощью комбинаторики слов А.И.Ширшов [35] доказал теорему о свободе подалгебры свободной алгебры Ли. Для супералгебр это обобщили А.А.Михалев [25] и А.Штерн [36]» (А.Л.Чернятьев, 2008). А.А.Михалев в статье «Подалгебры свободных цветных супералгебр Ли» (сборник «Математические заметки», 1985, том 37, № 5) сам описывает свое обобщение: «В работе А.Г.Куроша [1] доказано, что всякая подалгебра свободной неассоциативной алгебры свободна. А.И.Ширшов [2] доказал, что всякая подалгебра любой свободной алгебры Ли свободна. В предлагаемой работе доказывается (теорема 3.3), что всякая однородная подалгебра свободной цветной супералгебры Ли (в частности, свободной супералгебры Ли является свободной) является свободной» (Михалев, 1985, с.653). Здесь [2] – работа А.И.Ширшова «Подалгебры свободных лиевых алгебр» («Математический сборник», 1953, том 33, № 2).

Индукция С.В.Пчелинцева, С.П.Мищенко и А.Я.Белова. Отечественные математики С.В.Пчелинцев (1984), С.П.Мищенко (1990) и А.Я.Белов (1988) перенесли на более общую ситуацию известную теорему А.И.Ширшова о высоте ассоциативных алгебр. А.Я.Белов в статье «Проблемы бернсайдовского типа, теоремы о высоте и о независимости» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2007, том 13, № 5) говорит о том, как обобщалась теорема Ширшова о высоте: «Теорема о высоте была распространена на некоторые классы колец, близкие к ассоциативным. С.В.Пчелинцев [20] доказал ее для альтернативного случая и случая (-1, 1), С.П.Мищенко [19] получил аналог теоремы о высоте для алгебр Ли с разреженным тождеством. В [2] теорема о высоте была доказана для некоторого класса колец, асимптотически близкого к ассоциативным, куда входят, в частности, альтернативные и йордановы PI-алгебры» (Белов, 2007, с.22). Здесь [20] – статья С.В.Пчелинцева «Теорема о высоте для альтернативных алгебр» («Математический сборник», 1984, том 124, № 4), [19] – статья С.П.Мищенко «Вариант теоремы о высоте для алгебр Ли» («Математические заметки», 1990, том 47, № 4), [2] – работа А.Я.Белова «О базисе Ширшова относительно свободных алгебр сложности n» («Математический сборник», 1988, том 135, № 31). С.П.Мищенко в статье «Вариант теоремы о высоте для алгебр Ли» («Математические заметки», 1990, том 47, № 4) описывает значение теоремы о высоте А.И.Ширшова: «Тридцать лет назад в статье [1] была доказана теорема об ограниченности высоты конечно порожденной ассоциативной PI-алгебры. Этот результат А.И.Ширшова позволил упростить доказательства многих утверждений и явился ускорителем развития теории ассоциативных алгебр» (Мищенко, 1990, с.83).

Индукция Станислава Улама. Один из создателей математической теории ветвящихся процессов, нашедшей применение при описании размножения нейтронов в ядерном реакторе, Станислав Улам использовал трансфинитную индукцию, когда делал первые шаги на математическом поприще. В книге «Приключения математика» (2001) С.М.Улам, вспоминая свою юность, описывает ситуацию использования индукции при доказательстве одной из теорем: «Ближе к концу первого курса Куратовский упомянул на своей лекции еще об одной задаче в теории множеств. Это была проблема, связанная с существованием субтрактивных, т.е. не вполне счетно-аддитивных функций в теории множеств. Помню, что размышлял над этим вопросом недели напролет. Я все еще словно ощущаю то напряжение, с каким я обдумывал его, и то количество попыток, которые я сделал. Я поставил самому себе ультиматум – если я смогу решить эту задачу, то останусь математиком, в противном случае стану заниматься электротехникой. Через несколько недель способ решения был найден. Я в волнении поспешил к Куратовскому, чтобы рассказать о нем – о своем решении с применением трансфинитной индукции. Математики уже не раз использовали трансфинитную индукцию, но в целях иного рода. То применение, которое нашел ей я, было, на мой взгляд, новым» (Улам, 2001, с.29-30). Отметим, что упоминаемый С.Уламом Казимир Куратовский – выдающийся польский математик, внесший значительный вклад в теорию множеств. Чтобы понять, как сам К.Куратовский относился к индуктивным доказательствам, достаточно прочитать книгу «Теория множеств» (1970), написанную К.Куратовским совместно с А.Мостовским. В этой книге 35 теорем доказываются при помощи индукции!

Индукция Станислава Улама и Джона Окстоби. С.Улам и Дж.Окстоби (1939) перенесли на случай некомпактной динамической системы на полном метрическом пространстве со 2-й аксиомой счетности одну из теорем Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова (1937), установленную ими в теории инвариантных мер динамических систем с компактным фазовым пространством. Отметим, что остальные теоремы, сформулированные Н.Н.Боголюбовым и Н.М.Крыловым в указанной теории инвариантных мер динамических систем, были обобщены советским математиком Сергеем Васильевичем Фоминым (1943) на случай некомпактных динамических систем с произвольным полным метрическим фазовым пространством. Кроме того, С.В.Фомин (1950) распространил теоремы Боголюбова и Крылова на группы преобразований пространства, более общие, чем однопараметрические. С.В.Фомин в статье «О мерах, инвариантных относительно некоторой группы преобразований» (Известия АН СССР, серия математическая, 1950, том 14, вып.3) повествует: «Н.Н.Боголюбовым и Н.М.Крыловым (1) для динамических систем с компактным фазовым пространством были установлены следующие теоремы:

I. Во всякой компактной динамической системе существует хотя бы одна (конечная) инвариантная мера.

II. Совокупность всех инвариантных мер на данной динамической системе является выпуклым замыканием множества транзитивных мер.

III. Для каждой транзитивной инвариантной меры μ существует такое инвариантное множество $E\mu$ (эргодическое множество), что $\mu(E\mu) = 1$ и $\mu'(E\mu) = 0$ для всякой транзитивной инвариантной меры μ', отличной от μ.

Отсюда, в частности, следует, что всякая инвариантная мера неразложима. Улам (Ulam) и Окстоби (Oxtoby) (3) обобщили теорему I на случай некомпактной динамической системы на полном метрическом пространстве со 2-й аксиомой счетности. Остальные результаты Боголюбова и Крылова были обобщены на некомпактные динамические системы в (4)» (Фомин, 1950, с.265). Здесь (1) – работа Н.Крылова и Н.Боголюбова [1937], (3) – исследование Дж.Окстоби и С.Улама [1939], (4) – статья С.В.Фомина «О конечных инвариантных мерах в динамических системах» («Математический сборник», 1943, том 12 (54), № 1).

Индукция Станислава Улама. С.Улам нашел одну из формул распределения простых чисел благодаря следующему неожиданному наблюдению. А.К.Дьюдни в статье «Просеивание числового песка в поисках простых чисел» (журнал «В мире науки», 1988, № 9) пишет: «Иногда своего рода формула возникает как результат наблюдения визуальных закономерностей. Одну из таких закономерностей случайно открыл Станислав Улам, американский математик, поляк по происхождению. Сидя как-то на скучной лекции, он, ни о чем не думая, начал рисовать решетку из горизонтальных и вертикальных линий. В одной из полученных таким образом клеток он поставил единицу и стал нумеровать остальные клетки по спирали, расходящейся от первой клетки: 543, 612, 789. Когда спираль совершила уже несколько оборотов, Улам начал обводить кружками простые числа, не преследуя никакой определенной цели. Однако вскоре заметил, как на его глазах возникает довольно любопытная закономерность. Откуда ни возьмись, стали появляться прямые линии. Улам, конечно, сразу понял, что такие линии говорят о закономерности, которую можно облечь в формулу для простых чисел» (А.К.Дьюдни, 1988). Об этом же говорит Ю.В.Матиясевич в статье «Формулы для простых чисел» (журнал «Квант», № 5, 1975). К сожалению, цитируя Ю.В.Матиясевича, мы не можем показать те рисунки, на которые он ссылается: «Интерес к представлению простых чисел в виде значений квадратных многочленов недавно возродился в связи с неожиданным наблюдением С.М.Улама. Начав на спирали из всех натуральных чисел (рис.1) отмечать простые числа, Улам с удивлением обнаружил, что простые числа выстраиваются по диагоналям, образуя довольно длинные цепочки. (…) Еще более удивительным оказалось то, что закономерность эта наблюдалась и тогда, когда спираль была продолжена (с помощью компьютера) до больших чисел – на рис.2 светлыми точками отмечены простые числа на спирали из первых 10000 чисел» (Ю.В.Матиясевич, 1975).

Индукция Клода Шевалле. В 1935 году во Франции появилась знаменитая математическая группа Бурбаки, возникшая подобно творческому объединению поэтов или художников. В состав этой группы вошли молодые французские математики Андре Вейль, Жан Дельсарт, Жан Дьедонне, Анри Картан, Клод Шевалле. Они решили выполнить программу Гильберта, о которой мы уже говорили, и изложить математику с единой аксиоматической точки зрения. Этот аксиоматический подход к исследованию устраивал не всех математиков. В частности, создатель фрактальной геометрии Бенуа Мандельброт не испытывал к нему особых симпатий и отказался работать в рамках той программы, которую наметили бурбакисты. Возможно, именно поэтому он смог открыть фракталы – множества, обладающие дробной размерностью. Однако, несмотря на всю свою приверженность к поиску аксиоматических основ любой математической теории члены группы Бурбаки открывали и доказывали свои новые результаты, широко используя индукцию. Для того чтобы убедиться в этом, достаточно заглянуть в их работы. Например, трехтомный труд Клода Шевалле «Теория групп Ли» насквозь пронизан индуктивными доказательствами, позволяющими автору получать нужные результаты простыми и естественными средствами. Так, в томе 1 книги К.Шевалле «Теория групп Ли» (1948) при помощи индукции доказываются предложение 2 (из главы 1 § 2) – с.15, предложение 1 (из главы 1 § 3) – с.20, предложение 2 (из главы 1 § 4) – с.24, предложение 3 (из главы 2 § 4) – с.56, теорема 3 (из главы 2 § 7) – с.74, теорема 1 (из главы 3 § 7) – с.135 (об этой теореме автор пишет: «Доказательство для общего случая мы проведем индукцией по m»), лемма 1 (из главы 3 § 9) – с.143. Аналогично, в томе 2 книги К.Шевалле «Теория групп Ли» (1958) посредством индукции доказываются предложение 6 (из главы 1 § 2) – с.25, предложение 10 (из главы 1 § 3) – с.32, теорема 3 (из главы 1 § 5) – с.60, предложение 2 (из главы 1 § 8) – с.96, теорема 7 (из главы 1 § 8) – с.102, предложение 6 (из главы 2 § 6) – с.156, лемма 2 (из главы 2 § 11) – с.205, теорема 16 (из главы 2 § 14) – с.242. Клод Шевалле не перестает пользоваться индуктивными доказательствами и в томе 3 книги «Теория групп Ли» (1958), где на основе индукции доказывает лемму 1 – с.70, предложение 8 – с.129, предложение 9 – с.131, предложение 1 – с.142, предложение 13 – с.153, предложение 17 – с.160, предложение 23 – с.169, теорему 4 (теорему Леви-Мальцева) – с.172 (об этой теореме Шевалле говорит: «Мы докажем эту теорему индукцией по размерности r радикала r алгебры g»), теорему 5 (теорему Адо) – с.195 (где автор подчеркивает: «Теперь будем доказывать теорему Адо индукцией по размерности r алгебры g»), лемму 1 – с.200, лемму 2 – с.201, лемму 4 – с.203, предложение 8 – с.222, следствие 2 – с.253, предложение 3 – с.257, предложение 19 – с.283 (об этом предложении Шевалле говорит: «Доказательство будем вести индукцией по размерности n алгебры a»). Примечательно, что Клод Шевалле применил индукцию и при доказательстве теоремы Витта, определяющей условия существования унитарного преобразования пространства E, с помощью которого два подпространства V, W одинаковой размерности переводятся одно в другое. Ж.Дьедонне в книге «Геометрия классических групп» [57] повествует об этом доказательстве теоремы Витта: «Доказательство, которое мы наметим, принадлежит Шевалле [1]. Будем доказывать теорему индукцией по размерности m подпространств V и W. Применяя предположение индукции к (m-1) – мерному подпространству U пространства V, мы можем с самого начала считать, что υ (x) = x при x Є U» [57, с.39].

Кстати, аксиоматическое построение теории, которое часто воспринимается как продукт исключительно гипотетико-дедуктивной деятельности математика, не является препятствием для активного использования доказательств по индукции. Это связано с тем, что сами аксиомы выбираются индуктивно (эмпирически). Н.Я.Виленкин в книге «Индукция и комбинаторика» (1976) пишет: «В математике роль индукции в значительной степени состоит в том, что она лежит в основе выбираемой аксиоматики. После того, как длительная практика показала, что прямой путь всегда короче кривого или ломаного, естественно было сформулировать аксиому: для любых трех точек A, B и C выполняется неравенство [AB]+[BC]≥[AC]» (Виленкин, 1976, с.5).

Индукция Клода Шевалле. К.Шевалле обобщил понятие кольца частных данного коммутативного кольца R по мультипликативно-замкнутой системе S его элементов на случай наличия в S делителей нуля. А.И.Узков в статье «О кольцах частных коммутативных колец» («Математический сборник», 1948, том 22 (64), № 3) пишет: «Шевалье (C.Chevalley) недавно опубликовал работу [1], в которой понятие кольца частных данного коммутативного кольца R по мультипликативно-замкнутой системе S его элементов обобщается на случай наличия в S делителей нуля. При этом он формулирует определение кольца частных в предположении, что в R имеет место постулат обрыва возрастающих цепочек идеалов. Цель этой заметки – показать возможность освободиться от такого ограничения, используя определение кольца частных и его конструкцию, вполне аналогичные обычным» (Узков, 1948, с.439).

Индукция Клода Шевалле. К.Шевалле построил теорию алгебраических групп над произвольным полем нулевой характеристики в результате индуктивного обобщения методов алгебр Ли. В.П.Платонов в статье «Алгебраические группы» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 11) указывает: «Первоначально изучение структуры алгебраических групп над комплексным полем проводилось по аналогии с теорией групп Ли методом алгебр Ли. В середине 20-го века методы алгебр Ли были существенно усовершенствованы и обобщены Шевалле, что позволило ему построить теорию алгебраических групп над произвольным полем нулевой характеристики [58, 59]» (Платонов, 1974, с.15). К.Шевалле обобщил на случай алгебраически незамкнутых полей нулевой характеристики результаты А.И.Мальцева о разрешимых алгебрах Ли. В.П.Платонов в статье «Группы Ли» (Труды МИАН СССР, 1985, том 169) констатирует: «С другой стороны, К.Шевалле в [23, т.2, 3] построил теорию алгебраических групп Ли над произвольным полем нулевой характеристики; в частности, обобщил результаты Мальцева о разрешимых алгебрах Ли на случай алгебраически незамкнутых полей нулевой характеристики» (Платонов, 1985, с.56). Здесь [23] – работы К.Шевалле (1948-1958). К.Шевалле индуктивно перенес в теорию конечных абстрактных простых групп методы теории полупростых групп и алгебр Ли. В.Л.Попов в комментариях и примечаниях к «Избранным трудам» Г.Вейля (1984) пишет о базисе алгебры Ли над Z, называемом базисом Шевалле, который также называется базисом

Картана-Вейля: «Существование указанного базиса послужило для Шевалле отправной точкой определения так называемых групп Шевалле и перенесения в теорию конечных абстрактных простых групп методов теории полупростых групп и алгебр Ли; в частности, на этом пути Шевалле открыл новые конечные простые группы (те из конечных простых групп, которые его конструкция связывает с классическими простыми группами Ли и с исключительной группой Ли типа G2, были известны еще со времен работ Диксона, остальные же особые простые группы Ли привели к новым конечным простым группам)» (Попов, 1984, с.467).

Индукция Клода Шевалле и Андре Вейля. К.Шевалле и А.Вейль (1946) разработали в алгебраической геометрии теоретико-множественную проекцию в качестве важного инструмента исследований, обобщив на абстрактный случай классическую операцию проектирования в аффинных и проективных пространствах. М.Бальдассари в книге «Алгебраические многообразия» (1961) отмечает: «…Теоретико-множественная проекция является одним из новейших инструментов алгебраической геометрии. Она представляет собой обобщение на абстрактный случай классической операции проектирования в аффинных и проективных пространствах. Это обобщение было систематически изложено Шевалле [3] и А.Вейлем [a] как метод, дающий абстрактное определение фактор-пространства и особенно удобный для упрощения формулировок теории пересечений» (Бальдассари, 1961, с.40).

Индукция Жана Дьедонне. Ж.Дьедонне (1952) обобщил одну из теорем советского математика В.Л.Шмульяна, изложенную им в статье «О принципе вкладок в пространстве типа (В)» («Математический сборник», 1939, том 5 (47)). Н.Данфорд и Дж.Шварц в монографии «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Теорема 6.2 принадлежит В.Л.Шмульяну [5]. Другое доказательство было предложено Кли [4], а обобщение на более общие пространства сделано Дьедонне [15]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.504). Здесь [5] – статья В.Л.Шмульяна «О принципе вкладок в пространстве типа (В)» («Математический сборник», 1939, том 5 (47)), [15] – статья Ж.Дьедонне «Sur un theoreme de Smulian» (Arch. Math. 1952, том 3).

Индукция Жана Дельсарта и Бориса Левитана. Французский математик Ж.Дельсарт (1938, 1957) и российский математик Б.М.Левитан (1945) разработали теорию гипергрупп (теорию операторов обобщенного сдвига) за счет перенесения в нее идей и методов теории представлений групп. В теорию гипергрупп переносятся многие теоремы и из других разделов математики. Г.Л.Литвинов в статье «Гипергруппы и гипергрупповые алгебры» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 26) указывает: «На случай гипергрупп переносятся идеи и методы теории представлений групп, причем представления гипергрупп удобно трактовать как представления соответствующих гипергрупповых алгебр. С помощью теории представлений для гипергрупп удается обобщить принцип двойственности Л.С.Понтрягина, построить аналог преобразования Фурье, получить теорему Планшереля и формулу обращения» (Литвинов, 1985, с.57). «Еще в ранних работах Б.М.Левитана [47-50], - отмечает Г.Л.Литвинов, - для широкого класса коммутативных семейств операторов обобщенного сдвига построены банаховы «гипергрупповые» алгебры суммируемых функций, получены аналоги теоремы Планшереля, теоремы Бохнера о представлении положительно определенных функций, закона двойственности Понтрягина. Однако в некоторых важных случаях вместо банаховых алгебр приходится рассматривать гипергрупповые алгебры другой природы» (там же, с.61). Здесь [47] – работа Б.М.Левитана (1945), [56] – книга Б.М.Левитана «Теория операторов обобщенного сдвига» (Москва, «Наука», 1973). Кроме того, Б.М.Левитан перенес на случай компактных гипергрупп теорему Петера-Вейля (теорему об аппроксимации функций на компактной топологической группе представляющими функциями), о чем пишет в своем обзоре тот же Г.Л.Литвинов: «Обобщение теоремы Петера-Вейля на случай компактных гипергрупп дано Б.М.Левитаном…» (там же, с.94). Об обобщении формул

Фурье-Планшереля на операторы обобщенного сдвига Б.М.Левитан говорит в статье «Применение операторов обобщенного сдвига к линейным дифференциальным уравнениям второго порядка» (УМН, 1949, том 4, вып.1 (29)). Отмечая тот факт, что М.Г.Крейн и независимо от него Д.А.Райков доказывали формулы Фурье-Планшереля при помощи теории нормированных колец И.М.Гельфанда, Б.М.Левитан пишет: «Естественно, что доказательство, основанное на таком общем методе, каким является теория нормированных колец, должно было перенестись и на более общие операции, чем групповые. И действительно, я распространил формулы Фурье-Планшереля на операторы обобщенного сдвига» (Левитан, 1949, с.48).

Индукция Леонида Вайнермана и Григория Литвинова. Российские математики Л.И.Вайнерман и Л.Л.Литвинов (1981) обобщили на класс некоммутативных гипергрупп теорему Планшереля и формулу обращения для коммутативных операторов обобщенного сдвига, доказанную Б.М.Левитаном (1945). Г.Л.Литвинов в статье «Гипергруппы и гипергрупповые алгебры» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 26) констатирует: «Теорему Планшереля и формулу обращения для коммутативных операторов обобщенного сдвига впервые доказал Б.М.Левитан [47-50], см. также [3, 7, 136, 169]. В [17] получено обобщение теоремы Планшереля и формулы обращения на некоторый класс некоммутативных (вообще говоря) гипергрупп» (Литвинов, 1985, с.97). Здесь [17] – работа Л.И.Вайнермана и Г.Л.Литвинова «Формула Планшереля и формула обращения для операторов обобщенного сдвига» («Доклады АН СССР», 1981, том 257, № 4).

Индукция Леонида Вайнермана. Л.И.Вайнерман (1974) обобщил на неунимодулярный случай результаты построенной Г.И.Кацем (1963, 1965) теории двойственности в категории унимодулярных кольцевых групп. Л.И.Вайнерман в статье «Характеризация объектов, двойственных к локально компактным группам» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1974, том 8, вып.1) пишет: «В работе [1] Г.И.Кац ввел понятие унимодулярной кольцевой группы, обобщающее как понятие унимодулярной локально компактной группы, так и понятие двойственного к ней объекта, а также построил теорию двойственности в категории унимодулярных кольцевых групп. Естественным является вопрос о перенесении основных фактов этой теории на неунимодулярный случай» (Вайнерман, 1974, с.75). Здесь [1] – статья Г.И.Каца, опубликованная в «Трудах Московского математического общества» (1963, том 12).

Индукция Ричарда Брауэра. Р.Брауэр (1940-е годы) пришел к выводу о существовании глубокой взаимосвязи между строением группы и централизаторами ее инволюций, индуктивно исходя из обнаружения этой взаимосвязи для ряда конечных простых групп. Так же индуктивно (эмпирически, путем кропотливых вычислений) Р.Брауэр склонился к заключению о возможности восстановить всю исходную конечную простую группу, зная только централизаторы инволюций. Справедливость этого заключения подтверждалась важными частными случаями, которые исследовал Р.Брауэр. Д.Горенстейн в статье «Грандиозная теорема» (журнал «В мире науки», 1986, № 2) пишет: «Легко показать, что инволюции есть в каждой группе с четным числом элементов. Поэтому, согласно теореме Томпсона-Фейта, всякая некоммутативная простая группа содержит инволюции. Брауэр начал с того, что вычислил централизаторы инволюций в некоторых из 18 регулярных семейств, и обнаружил, что они имеют такое же внутреннее строение, как исходная группа, но в зачаточной форме. Тогда Брауэр заинтересовался, можно ли восстановить всю исходную группу, зная только централизаторы инволюций, и через какое-то время пришел к утвердительному ответу на этот вопрос в некоторых важных частных случаях» (Д.Горенстейн, 1986). Об этом же Д.Горенстейн говорит в книге «Конечные простые группы» (1985): «Пионером в исследовании конечных простых групп был Ричард Брауэр, который начал их изучать в конце 40-х годов. Он первым понял глубокую и крайне важную взаимосвязь между строением группы и централизаторами (D4) ее инволюций (элементов порядка 2; D5), установив как количественные, так и качественные соотношения. В качестве примера первых он показал, что имеется лишь конечное число простых групп с заданным централизатором инволюции [46]» (Горенстейн, 1985, с.10).

Индукция Роберта Стейнберга. Американский математик Р.Стейнберг (1968) перенес на более общую ситуацию теорему Сержа Ленга (1956) из теории конечных групп типа Ли. Р.У.Картер в статье «О теории представлений конечных групп типа Ли над алгебраически замкнутым полем характеристики нуль» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 77) пишет о свойствах конечных групп типа Ли: «В этой ситуации справедлива важная теорема Ленга [71]. Теорема Ленга утверждает, что если К – алгебраическое замкнутое поле характеристики р, G – связная замкнутая подгруппа в GLn (К), а отображение $F{:}G \rightarrow G$ задается посредством $F\ (aij) = (a^{q}\ ij)$, $q = p^{e}$, $e \geq 1 \in Z$, то отображение $i{:}G \rightarrow G$, определяемое формулой $L\ (g) = g^{-1}\ F\ (g)$, сюръективно. Обобщение теоремы Ленга получено Стейнбергом [111]. Это обобщение утверждает, что если G – любая связная группа над алгебраически замкнутым полем К характеристики р и $F{:}G \rightarrow G$ – любой сюръективный гомоморфизм такой, что группа G^{F} конечна, то отображение $L{:}G \rightarrow G$, определенное формулой $L\ (g) = g^{-1}\ F\ (g)$, сюръективно. Мы будем называть этот результат теоремой Ленга-Стейнберга. Ввиду исключительной важности этой теоремой в теории конечных групп типа Ли мы приведем несколько примеров ее использования» (Картер, 1991, с.19). Читатель, желающий ознакомиться с этими примерами, может найти их в статье Р.У.Картера. Здесь [71] – работа С.Ленга (1956), [111] – исследование Р.Стейнберга (1968).

Индукция Роберта Стейнберга. Р.Стейнберг, в честь которого названо одно из 18 бесконечных семейств простых конечных групп, демонстрирует пронизанность математической теории групп индуктивными доказательствами в своей известной книге «Леции о группах Шевалле» (1975). Это видно из следующей таблицы.

№	**Название статьи или книги**	**Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве**
1.	Р.Стейнберг, книга «Лекции о группах Шевалле» (1975)	Лемма 4 – с.13, лемма 5 – с.13, следствие без номера – с.14, лемма 6 – с.14, лемма 10 – с.17, лемма 15 – с.27, лемма 17 – с.28, лемма 18 – с.29, теорема 4 (теорема Брюа и Шевалле) – с.36, лемма 29 – с.47, теорема 7 – с.61, лемма 38 – с.67, следствие 3 – с.79, теорема 13 – с.84, теорема 15 – с.93, лемма 43 – с.95, теорема 17 (теорема Картана) – с.102, лемма 49 – с.106, теорема 23 – с.119, теорема 26 – с.123, теорема 27 – с.125, теорема 29 – с.144, теорема Ли-Колчина – с.153, теорема 32 – с.163, лемма 80 – с.212, лемма 82 – с.217, теорема (12) - с.245, лемма (32) – с.249, теорема (36) – с.250, теорема (38) – с.251.

Индукция Жан-Пьера Серра. Лауреат премии Филдса за 1954 год Жан-Пьер Серр открыл путь для решения многих задач алгебраической геометрии, когда по аналогии перенес в нее идеи и методы теории алгебраических пучков Лере и топологии Зарисского. Жан Дьедонне в статье «Современное развитие математики» (сборник «Математика», 1966, № 3) констатирует: «Далее в своей знаменитой статье «Когерентные алгебраические пучки» Серр открыл, что те же самые методы, которые работали столь успешно в аналитическом случае, можно применить аналогичным образом в более алгебраической и «абстрактной» ситуации, а именно к алгебраической геометрии над произвольным полем, если воспользоваться топологией Зариского для перенесения всей геометрической техники «кольцованных пространств» на алгебраические многообразия в смысле А.Вейля. Как известно, А.Гротендик с большой энергией развил эту идею, открыв новую эру в алгебраической геометрии с таким обилием новых концепций, методов и проблем, что несколько поколений математиков вполне могут найти дело своей жизни в разработке увлекательных возможностей этой обширной и далеко еще не разведанной территории» (Ж.Дьедонне, 1966). Об этой же индукции Жан-Пьера Серра пишет А.Н.Паршин в комментариях и примечаниях к «Избранным трудам» Г.Вейля (1984). А.Н.Паршин замечает, что аналогичные результаты получил Александр Гротендик. «С другой стороны, - поясняет А.Н.Паршин, - были получены многочисленные применения результатов Ходжа, Вейля и Кодаиры в алгебраической геометрии, прежде всего, в работах самого Кодаиры, Д.Спенсера и др.: 1) критерий алгебраичности келеровых многообразий (условие Ходжа на келерову метрику); 2) теорема двойственности для когомологий пучков; 3) теорема Римана-Роха-Хирцебруха; 4) теорема об обращении в нуль когомологий; 5) теория деформаций комплексных структур. Впоследствии большинство этих результатов были перенесены усилиями французской школы (Ж.П.Серр, А.Гротендик и др.) в абстрактную алгебраическую геометрию» (Паршин, 1984, с.486).

Индукция Жан-Пьера Серра. В монографии «Алгебраические группы и поля классов» (1968) Ж.П.Серр неоднократно применяет индукцию при построении математических доказательств, что свидетельствует о невозможности обойтись без нее в теории полей классов и в теории алгебраических групп, суть которых французский математик излагает в своем труде.

№	Название статьи или книги	Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве
1.	Ж.П.Серр, книга «Алгебраические группы и поля классов» (1968)	лемма 18 – с.217, предложение 7 – с.234, следствие без номера – с.234, следствие без номера – с.235, лемма 4 – с.238, предложение 9 – с.240, теорема 1 – с.241, предложение 11 – с.243, теорема 2 – с.244, теорема 3 – с.245, теорема 4 – с.246, предложение 13 – с.255, лемма 8 – с.266.

Индукция Жан-Пьера Серра. Жан-Пьер Серр индуктивно перенес на канонические отображения абелевых многообразий определенного типа схему рассуждений, использованную Джоном Тэйтом для доказательства своей гипотезы о биективности канонического отображения абелевых многообразий над полем конечного типа над простым подполем. За счет этого переноса Ж.П.Серр доказал биективность указанных канонических отображений. А.Н.Паршин в статье «Минимальные модели кривых рода 2 и гомоморфизмы абелевых многообразий, определенных над полем конечной характеристики» (Известия АН СССР, 1972, том 36, вып.1) сообщает: «Для конечных полей Тейт доказал биективность (1) в работе (22). Часть его доказательства применима для любого основного поля, в котором выполняется некоторая гипотеза конечности для изогений абелевых многообразий. Она состоит, грубо говоря, в том, что существует лишь конечное число абелевых многообразий, изогенных заданному и имеющих поляризацию ограниченной степени. Серр заметил, что, принимая эту гипотезу для абелевых многообразий размерности 2, можно методом Тейта доказать биективность (1), если dim A = dim B = 1» (Паршин, 1972, с.67). Об этом же говорится в статье А.Н.Паршина и И.Р.Шафаревича «Арифметика алгебраических многообразий (в отделе алгебры МИАН)» (Труды МИАН СССР, 1984, том 168): «Отметим, прежде всего, что часть доказательства Тейта в [20] переносится на произвольные основные поля, в которых выполняется гипотеза конечности для изогений абелевых многообразий. Эта гипотеза состоит в том, что имеется лишь конечное число, с точностью до изоморфизма, абелевых многообразий, изогенных заданному и имеющих поляризацию ограниченной степени. Серр заметил, что, принимая эту гипотезу для абелевых многообразий размерности

2, можно методом Тейта доказать биективность (1) для эллиптических кривых X и Y [21]. Это замечание было использовано А.Н.Паршиным в [22] для доказательства биективности (1) в случае, когда основное поле – поле алгебраических функций от одной переменной с конечным полем констант характеристики $\neq 2$» (Паршин, Шафаревич, 1984, с.77). Перед нами пример того, насколько эффективным может оказаться перенос метода рассуждений с одной задачи на другую при разработке доказательства теорем.

Индукция Армана Бореля. Французский математик, племянник знаменитого Эмиля Бореля, который внес вклад в различные разделы математики, А.Борель индуктивно распространил на случай алгебраических групп над произвольным алгебраически замкнутым полем значительную часть классической теории групп Ли. Он достиг этого результата, когда приступил к глубокому изучению максимальных связных разрешимых подгрупп (подгрупп Бореля). Н.Бурбаки в книге «Группы и алгебры Ли» (часть 2, «Группы Кокстера и системы Титса», 1972) указывает: «С работы А.Бореля по линейным алгебраическим группам начался новый этап в развитии теории групп Ли, который должен был привести к значительному ее расширению. А.Борель продемонстрировал важность максимальных связных разрешимых подгрупп (названных потом «подгруппами Бореля») в группе Ли и сделал их основным рабочим инструментом, позволяющим перенести обширную часть классической теории на случай алгебраических групп над произвольным алгебраически замкнутым полем…» (Бурбаки, 1972, с.291).

Индукция Армана Бореля. А.Борель в книге «Линейные алгебраические группы» (1972) при помощи индукции доказывает следующие математические утверждения: предложение без номера – с.12 (о котором он пишет: «Утверждение (a) следует из стандартного рассуждения, использующего нетерову индукцию»), предложение без номера – с.111, теорему без номера – с.113, следствие без номера – с.155, предложение 9.3 – с.157, предложение без номера – с.158, теорему 10.4 – с.164, теорему 10.6 – с.167, следствие 11.5 – с.179, следствие 11.6 – с.180, лемму без номера – с.192, лемму без номера – с.194, предложение без номера – с.219, предложение без номера – с.221, предложение 14.10 – с.229, предложение 15.2 – с.237, следствие 15.7 – с.241, теорему 15.9 – с.243, предложение 17.8 – с.251.

Индукция Армана Бореля. А.Борель индуктивно обобщил на поля конечной характеристики, где алгебра Хопфа может и не быть свободной, известную теорему Хопфа, утверждающую, что алгебра когомологий над полем характеристики нуль любого пространства с непрерывным умножением, обладающим единицей, является свободной суперкоммутативной алгеброй. С.П.Новиков в очерке «Алгебраическая топология» (сборник «Современные проблемы математики», вып.4, Москва, МИАН, 2004) повествует: «А.Борель ввел в 1954 г. важное понятие «алгебр Хопфа»: согласно теореме Хопфа, алгебра когомологий над полем характеристики нуль любого пространства с непрерывным умножением, обладающим единицей, является свободной суперкоммутативной алгеброй, т.е. тензорным произведением внешней алгебры на алгебру полиномов. Как указал Борель, доказательство Хопфа основывается на чисто алгебраических свойствах этих алгебр, которые он формализовал и назвал этот класс алгебр «алгебрами Хопфа», обобщив затем теорему Хопфа на поля конечной характеристики, где алгебра Хопфа может и не быть свободной» (Новиков, 2004, с.12).

Индукция Армана Бореля и Георга Люстига. А.Борель и Г.Люстиг (1977) обобщили на случай произвольных редуктивных групп локальную гипотезу Р.Ленглендса. А.А.Панчишкин в статье «Модулярные формы» (сборник «Итоги науки и техники», 1981, том 19) повествует: «Локальная гипотеза Ленглендса может быть обобщена на случай произвольных редуктивных групп [60, 162]. При этом вместо комплексных представлений группы Вейля рассматриваются классы гомоморфизмов $\alpha : W_{F'} \to G$ над группой Галуа, удовлетворяющих некоторым дополнительным условиям» (Панчишкин, 1981, с.158). Здесь [60] – работа А.Бореля (1977), [162] – исследование Г.Люстига (1977). Вот как А.А.Панчишкин разъясняет смысл локальной гипотезы Р.Ленглендса: «Пусть F – локальное поле, n ≥ 1. Существует взаимно однозначное соответствие между классами изоморфных неприводимых n-мерных комплексных представлений δ группы Вейля W_F и неприводимыми параболическими (суперкаспидальными) представлениями π группы GLn (E)…» (там же, с.157).

Индукция Георга Люстига. Георг Люстиг использовал индукцию при описании всех каспидальных унипотентных характеров групп G^F. Р.У.Картер в статье «О теории представлений конечных групп типа Ли над алгебраически замкнутым полем характеристики нуль» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 77) указывает: «Используя совершенно замечательные индукционные соображения, Люстиг смог описать все каспидальные унипотентные характеры групп G^F» (Картер, 1991, с.106).

Индукция Михио (Мишио) Судзуки. Американский математик М.Судзуки в своей книге «Строение группы и строение структуры ее подгрупп» (Москва, изд-во иностранной литературы, 1960) доказывает большое количество теорем и промежуточных утверждений, ведущих к обоснованию этих теорем, посредством индукции. Отметим, что исследования М.Судзуки подготовили успех Дж.Томсона и У.Фейта, которые воспользовались схемой доказательства М.Судзуки для того, чтобы решить проблему разрешимости всякой конечной группы нечетного порядка. Мы считаем целесообразным представить теоремы, доказываемые в названной книге М.Судзуки посредством индукции, в виде таблицы, включив в нее фрагменты рассуждений американского математика, свидетельствующие о реализации индуктивных доказательств.

М.Судзуки - «Строение группы и строение структуры ее подгрупп» (1960)			
№	Теорема, доказываемая индуктивно	Фрагменты рассуждений математика, свидетельствующий о применении индукции	Номер стра-ницы
1	Теорема 9	«Используя индукцию по порядку g группы G, мы можем предположить, что утверждение справедливо для групп меньшего порядка»	Стр.25
2	Теорема 10	«Снова проводя индукцию по порядку группы G, мы должны лишь доказать, что пересечение двух максимальных подгрупп M и L оказывается максимальной подгруппой в M»	Стр.27
3	Предложение 1.5	«Проведем индукцию по показателю степени n»	Стр.30
4	Теорема 14	«Вновь используя индукцию, мы предположим справедливость теоремы для групп меньшего порядка»	Стр.36
5	Теорема 20	«Мы докажем это индукцией по α»	Стр.48
6	Теорема 23	«Применяя индукцию по r, мы покажем только, что N_1 имеет дополнение в G»	Стр.53
7	Теорема 25	«Мы докажем существование в G/H дополнения к U, используя индукцию по порядку g группы G»	Стр.57
8	Теорема Л.Е.Садовского	«Доказательство этого факта удается провести индукцией по длине несократимого представления g′ через образующие группы G′»	Стр.67
9	Предложение	«Мы хотим доказать наше предложение, проведя	Стр.74

	2.6	индукцию по порядку группы G»	
10	Предложение 2.8	«Докажем наше предложение индукцией по порядку группы G»	Стр.76
11	Предложение 2.9	«Используя индукцию, мы докажем, что G = X × P»	Стр.78
12	Теорема 10 (из главы 2)	«Используя индукцию, мы можем легко доказать следующую теорему (Судзуки [1], Цаппа [9])»	Стр.81
13	Предложение 2.12 (из главы 2)	«Это предложение мы докажем, проведя индукцию по порядку группы»	Стр.83
14	Предложение 2.15 (из главы 2)	«Докажем условия (1)-(3), используя индукцию по порядку факторгруппы G/H»	Стр.86
15	Предложение 3.4 (из главы 3)	«Используя индукцию, убеждаемся, что каждая максимальная подгруппа из G содержит только одну подгруппу порядка p»	Стр. 118
16	Предложение 3.5 (из главы 3)	«Проведя индукцию по порядку группы G, мы сумеем показать, что S является центром своего нормализатора»	Стр. 118
17	Предложение 3.7 (из главы 3)	«Проведя сначала индукцию по порядку группы G, докажем, что G обладает инвариантным силовским 2-дополнением»	Стр. 120
18	Предложение 4.4 (из главы 4)	«Докажем нашу лемму индукцией по порядку группы G»	Стр. 146
19	Предложение 4.5 (из главы 4)	«Мы вновь проведем индукцию по порядку группы G»	Стр. 148

Индукция Джона Томпсона и Уолтера Фейта. Лауреат премии Филдса за 1970 год, премии Вольфа за 1992 год и премии Абеля за 2008 год Джон Томпсон совместно с У.Фейтом (1962) доказал теорему о разрешимости всякой конечной группы нечетного порядка (теорему о том, что всякая некоммутативная простая конечная группа должна содержать четное число элементов) методом сплошного перебора, благодаря внимательному анализу свойств конечных групп, относящихся к классу групп нечетного порядка. Структура этого доказательства была индуктивно подсказана им исследованиями М.Судзуки, который доказал ряд важных результатов при исследовании простых групп нечетного порядка, в которых централизатор любого неединичного элемента предполагается абелевым. Д.Горенстейн в книге «Конечные простые группы» (Москва, «Мир», 1985) пишет: «Истоки локального анализа содержатся в доказательстве разрешимости групп нечетного порядка – еще одно подтверждение необычайной важности теоремы Томпсона-Фейта. (Намеки на этот метод появились в докторской диссертации Томпсона, в которой он доказал знаменитую гипотезу Георга Фробениуса о нильпотентности (D9) конечной группы с автоморфизмом простого периода, оставляющим неподвижным лишь единичный элемент). Когда Томпсон и Фейт начинали свою работу над общей проблемой о группах нечетного порядка, они уже концептуально представляли себе структуру доказательства, опираясь на частный случай, успешно разобранный несколько ранее Судзуки, исследовавшим простые группы нечетного порядка, в которых централизатор любого неединичного элемента предполагается абелевым» (Горенстейн, 1985, с.23). Книга Д.Горенстейна полна высказываний, свидетельствующих о существенной роли метода перебора и обобщения в исследовании Джона Томпсона. Вот некоторые из них: 1) «Томпсон и Фейт совместно с Маршаллом Холлом (мл.) сначала обобщили рассуждение Судзуки на группы, в которых централизатор любого неединичного элемента предполагается нильпотентным [91] (абелевость – весьма частный случай нильпотентности)» (Горенстейн, 1985, с.24), 2) «Несмотря на кажущуюся простоту, для достижения своей цели анализ Томпсона потребовал исключительно сложного и изобретательного изучения строения всех подгрупп в G» (там же, с.24). Примечательно, что М.Судзуки доказал свои теоремы, касающиеся простых групп нечетного порядка, также методом перебора, то есть путем анализа каждой собственной подгруппы группы G! Д.Горенстейн в той же книге «Конечные простые группы» пишет: «Доказательство Судзуки было в высшей степени оригинальным; в частности, это был первый пример классификационной теоремы, требовавшей анализа каждой собственной подгруппы в G» (Горенстейн, 1985, с.23). Убедительной иллюстрацией переборного характера доказательства, которое построили Дж.Томпсон и У.Фейт, служит объем их работы, содержащей изложение этого доказательства: 255 журнальных страниц. Д.Горенстейн в статье «Грандиозная теорема» (журнал «В мире науки», 1986, № 2) повествует: «Многие семейства некоммутативных простых групп были открыты уже к началу века, и в каждой такой группе, так же как и в пяти спорадических группах Матье, оказалось четное число элементов. Этот факт вскоре привел к естественной гипотезе: всякая некоммутативная простая конечная группа должна содержать четное число элементов. Однако проверить эту ставшую к тому времени знаменитой гипотезу удалось лишь в 1962 году. Это сделали Дж.Томпсон и У.Фейт, работавшие тогда в Чикагском университете. Сложность доказательства этого легко понятного утверждения уже предвещала непомерную длину полной классификации простых групп. Доказательство теоремы Томпсона-Фейта заняло все 255 страниц одного из номеров журнала «Pacific Journal of Mathematics». В 1965 году Фейт и Томпсон получили за эту работу премию Коула по алгебре» (Д.Горенстейн, 1986). Кстати, именно за эту теорему Дж.Томпсон и был удостоен премии Вольфа и премии Абеля. У.Фейт, использовавший стратегию перебора при доказательстве указанной теоремы, относится к этой стратегии без особого энтузиазма, но, тем не менее, признает ее плодотворность. Еще раз процитируем У.Фейта, который в статье «Некоторые следствия классификации простых конечных групп» (УМН, 1983, том 38, вып.3 (231)) отмечает: «Доказательство утверждения, которое проводится разбором всех случаев, часто является доказательством без понимания сути дела и поэтому не вполне удовлетворительно. Оно может быть названо «доказательством на истощение», где термин одинаково применим как к исследователю, так и к предмету исследования. Тем не менее, этот метод может быть очень мощным средством для открытия результатов и имеет почтенные прецеденты в истории. После того, как Киллинг и Э.Картан классифицировали простые комплексные алгебры, Вейль и другие доказали много теорем этим методом» (Фейт, 1983, с.127).

Индукция Пьера Эмиля Картье. Французский математик, член кружка Бурбаки, Пьер Картье (1960) обобщил на квазипроективные многообразия теорему Е.Снаппера (1959) об условиях, при которых эйлерова характеристика неособого многообразия X является полиномом относительно определенных чисел. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) пишет: «Поведение когомологий относительно собственных отображений и алгебраических соответствий изучались Снаппером [492, 495] и Мацуморой [357]. Первый из них доказал очень важную теорему, утверждающую, что для любого когерентного пучка F X D1, …, DR X (X, F $\otimes^{G}$ x $(n_1 D_1 + \ldots n_R D_R)$) является полиномом относительно $n_1, \ldots n_R$ [493]. Этот результат был использован им для определения индекса пересечения дивизоров [494] и был затем обобщен на квазипроективные многообразия Картье [149]» (Долгачев, 1972, с.57-58). Здесь [492] – работа Е.Снаппера (1959), [495] – работа Е.Снаппера (1961), [149] – исследование П.Картье (1960).

Индукция Пьера Эмиля Картье. Пьер Картье применяет индукцию во многих своих работах. Рассмотрим лишь некоторые из них. В статье «Теорема Пуанкаре-Биркгофа-Витта» (сборник «семинар «Софус Ли. Теория алгебр Ли», Москва, издательство иностранной литературы, 1962) П.Картье посредством индукции доказывает теорему 1 со штрихом – с.17, лемму 2 – с.20, теорему 1 без штриха (теорему Энгеля) – с.24, теорему 2 (теорему Ли) – с.28. В статье «Когомологии алгебр Ли» (тот же сборник) П.Карье при помощи индукции доказывает предложение 2 – с.48, следствие без номера – с.59, еще одно следствие без номера – с.61. В статье «Полупростые алгебры Ли» (тот же сборник) П.Картье применяет индукцию при доказательстве теоремы 6 с.93. В статье «Радикалы алгебр Ли» (тот же сборник) П.Картье на основе индукции доказывает лемму 1 – с.97. В статье «Теоремы Адо и Ивасавы» (тот же сборник) П.Картье при помощи индукции доказывает лемму без номера – с.105, теорему 3 – с.108. Об этой теореме автор пишет: «Теперь докажем теорему 3 индукцией по размерности пространства…» (Картье, 1962, с.108). В статье «Теория характеров полупростых алгебр Ли» (тот же сборник) П.Картье индуктивно доказывает предложение 1 – с.202, лемму 3 – с.210. В статье «Топологическая структура групп Ли» (тот же сборник) П.Картье индукцией доказывает теорему 5 – с.255, теорему 6 – с.256. Об этой теореме французский математик говорит: «В общем случае проведем доказательство индукцией по размерности группы G» (Картье, 1962, с.257). Отметим, что данные статьи П.Картье содержатся в названном сборнике в качестве отдельных глав, то есть статья «Теорема Пуанкаре-Биркгофа-Витта» - это глава 1, статья «Когомологии алгебр Ли» - глава 3, статья «Полупростые алгебры Ли» - глава 5, статья «Радикалы алгебр Ли» - глава 6, статья «Теоремы Адо и Ивасавы» - глава 7, статья «Теория характеров полупростых алгебр Ли» - глава 15. Индуктивные доказательства встречаются и в других статьях данного сборника. Например, А.Бланшар в статье «Нильпотентные и разрешимые алгебры Ли» индукцией доказывает теорему 2 – с.30. М.Лазар в статье «Теория реплик. Критерий Картана» индукцией доказывает предложение 3 – с.93. Ф.Брюа в статье «Веса и корни. Структура полупростых алгебр Ли» посредством индукции доказывает теорему 1 – с.113 (о которой он пишет: «Доказательство проведем индукцией по R»), предложение 2 – с.121, теорему 5 – с.129, теорему 6 – с.135. Относительно теоремы 6 Ф.Брюа пишет: «Так как положительных корней лишь конечное число, то проведенное рассуждение по индукции доказывает теорему» (Брюа, 1962, с.136). Ж.П.Серр в статье «Коммутативные подгруппы компактных групп Ли» (тот же сборник) индукцией доказывает теорему 1 – с.280. Согласно данной теореме, существует такой максимальный тор T группы G, что группа A содержится в его нормализаторе N. Об этой теореме Ж.П.Серр пишет: «Доказательство проведем индукцией по размерности алгебры G» (Ж.П.Серр, 1962, с.280).

Индукция Р.Е.Джонсона, К.Коха и А.С.Мьюборна. Р.Е.Джонсон (1953) перенес на более общую ситуацию известную теорему плотности Джекобсона. К.Кох и А.С.Мьюборн (1965) распространили теорему плотности в редакции Джонсона на первичные антисингулярные справа кольца с однородным правым идеалом. Отметим, что Н.Джекобсон является автором книги «Строение колец» (Москва, издательство иностранной литературы, 1961). И.Н.Балаба, С.В.Зеленов, С.В.Лимаренко и А.В.Михалев в статье «Теоремы плотности для градурованных колец» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2003, том 9, № 1) повествуют: «В теории колец широко известна и находит многочисленные применения теорема плотности Джекобсона: примитивное кольцо является плотным подкольцом кольца линейных преобразований векторного пространства над некоторым телом (см. [3] и [7]). За последние десятилетия появилось много обобщений этой теоремы на все более широкие классы колец. В работе Джонсона [12] было показано, что первичное кольцо, обладающее минимальными ненулевыми правым первичным и левым первичным идеалами, является слабо транзитивным кольцом линейных преобразований. Затем Кох и Мьюборн в [15] распространили результат Джонсона на первичные антисингулярные справа кольца с однородным правым идеалом» (Балаба и др., 2003, с.27).

Индукция Алексея Николаевича Паршина. А.Н.Паршин (1976) индуктивно обобщил локальную теорию полей классов на многомерные локальные поля. Независимо от

А.Н.Паршина такое же обобщение реализовал К.Като (1979). С.В.Востоков в статье «Явная конструкция теории полей классов многомерного локального поля» (Известия АН СССР, 1985, том 49, № 2) пишет: «А.Н.Паршин (см. [7], [6]) и Като К. (см. [14]) обобщили локальную теорию полей классов на многомерные локальные поля, связав ее с алгебраической K-теорией» (Востоков, 1985, с.283). Об этом же пишут К.Ф.Лай и С.В.Востоков в статье «Явное спаривание и теория полей классов многомерных полных полей» (журнал «Алгебра и анализ», 1999, том 11, вып.4): «А.Н.Паршин получил высшую теорию полей классов в характеристике p, вводя некоторый явный символ. Этот символ обобщает спаривание Артина-Шрайера-Витта одномерной локальной теории полей классов. Вместе с формулой для ручного символа это дает явную конструкцию закона взаимности в характеристике p» (Лай, Востоков, 1999, с.96). А.Н.Зиновьев в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Связь явного закона взаимности Ивасавы с явными формулами куммерова типа» (Санкт-Петербург, 2003) повествует: «В конце семидесятых А.Н.Паршин и К.Като независимо начали изучение многомерных локальных полей, которые представляют собой естественное обобщение классических локальных полей. В работе А.Н.Паршина [12] в равнохарактеристическом случае и в работах К.Като [22] в общем случае была развита высшая локальная теория полей классов и, в частности, построено локальное отображение взаимности для многомерных локальных полей. С помощью этого отображения взаимности естественно определяется обобщенный символ Гильберта» (А.Н.Зиновьев, 2003). Описание А.Н.Зиновьева можно дополнить цитированием другой работы. Б.М.Беккер, Д.Г.Бенуа, С.В.Востоков, И.Б.Жуков и другие в статье «О семинаре «Конструктивная теория полей классов» (журнал «Алгебра и анализ», 1992, том 4, вып.1) указывают: «Понятие многомерного локального поля появилось в работах А.Н.Паршина и К.Като. В своей основополагающей работе по арифметике двумерных систем [26] Паршин обобщил на многомерные схемы понятие распределения» (Беккер и др., 1992, с.180). «Соответствие, - поясняют те же авторы, - которое обычная локальная теория полей классов устанавливает между абелевыми расширениями локального поля k и подгруппами в мультипликативной группе k, А.Н.Паршину и К.Като удалось обобщить на абелевы расширения n-мерного локального поля k (см. [28, 29, 44-47])» (там же, с.180).

Индукция Алексея Николаевича Паршина. А.Н.Паршин в статье «Локальная теория полей классов» (Труды МИАН СССР, 1984, том 165) посредством индукции доказывает лемму 1 – с.145, предложение 2 – с.146, предложение 3 – с.148, предложение 4 – с.149, предложение 1 (из части 2 статьи Паршина) – с.154, предложение 3 – с.159, предложение 6 – с.163, предложение 7 (двойственность Витта) – с.164, предложение 8 – с.166, лемму 4 – с.166. Относительно предложения 4 А.Н.Паршин пишет: «Доказательство использует индукцию по размерности поля» (Паршин, 1984, с.149). Проводя доказательство предложения 8, автор говорит: «Формулы (3) и (4) получаются из случая m=1 индукцией по m с применением предложения 6 (свойства 7 и 8)» (там же, с.166).

Индукция Алексея Николаевича Паршина. А.Н.Паршин (1994) индуктивно обобщил на случай n-мерных локальных полей теорию Брюа-Титса, о чем пишет в статье «Векторные расслоения и арифметические группы» (Труды МИАН РФ, 1995, том 208): «Недавно автором было предложено (см. [10]) обобщение теории Брюа-Титса на случай n-мерных локальных полей и указана связь этого обобщения с классификацией векторных расслоений на алгебраических поверхностях» (Паршин, 1995, с.240). Сущность теории Брюа-Титса, которую обобщил А.Н.Паршин, мы поясним, обратившись к статье Г.И.Ольшанского «Классификация неприводимых представлений групп автоморфизмов деревьев Брюа-Титса» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1977, том 11, вып.1). В данной статье Г.И.Ольшанский пишет: «Брюа и Титс [1] сконструировали для произвольной полупростой алгебраической группы Y над локальным полем объект, заменяющий симметрическое пространство вещественной полупростой группы Ли. Это так называемый ансамбль, представляющий собой полисимплициальный комплекс размерности, равной относительному рангу ν группы Y, на котором Y действует автоморфизмами. При ν = 1 группа всех автоморфизмов ансамбля (это аналог группы изометрий симметрического пространства) оказывается представителем нового интересного семейства локально компактных групп. Приведем ряд фактов об этих группах. Одномерные ансамбли являются бесконечными деревьями специального вида - мы называем их деревьями Брюа-Титса. Группа G всех автоморфизмов такого дерева локально компактна и вполне несвязна в естественной топологии, но не допускает структуры аналитической группы Ли над каким-либо локальным полем. Однако для нее существуют аналоги ряда понятий теории полупростых групп: параболические и орисферические подгруппы, подгруппы Ивахори и др.» (Ольшанский, 1977, с.32). Здесь [1] – работа Ф.Брюа и Ж.Титса (1972).

Индукция Алексея Николаевича Паршина. А.Н.Паршин (2001) индуктивно перенес в теорию алгебраических поверхностей конструкцию И.М.Кричевера, которая сопоставляет алгебраическим кривым и векторным расслоениям на них бесконечномерное подпространство в пространстве К ((Z)) степенных рядов Лорана. А.Н.Паршин в статье «Соответствие Кричевера для алгебраических поверхностей» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2001, том 35, вып.1) пишет: «В теории интегрируемых систем известна кострукция И.М.Кричевера, сопоставляющая алгебраическим кривым и векторным расслоениям на них бесконечномерное подпространство в пространстве К ((Z)) степенных рядов Лорана [6]. Эта конструкция имеет многочисленные применения к уравнениям типа КП (Кадомцева-Петвиашвили – Н.Н.Б.) и к теории модулей алгебраических кривых [6, 14, 2, 7, 1, 13, 3]. Недавно автор заметил [11, 10] некоторые связи между уравнениями КП и n-мерными локальными полями [9, 5, 4]. Основываясь на этой связи, мы предлагаем обобщение конструкции Кричевера для алгебраических поверхностей» (Паршин, 2001, с.88).

Индукция Сергея Михайловича Никольского. С.М.Никольский (1943) обобщил на более широкие классы линейных операторов теорию линейных вполне непрерывных операторов Ф.Рисса (1918). М.А.Красносельский в книге «Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений» (1956) указывает: «Отметим, что линейный вполне непрерывный оператор преобразует каждую слабо сходящуюся последовательность векторов в последовательность, сходящуюся сильно. Более подробно рассмотрим случай, когда E1 = E2 = E, т.е. случай, когда вполне непрерывный линейный оператор A действует в пространстве E. Для этого случая теория линейных вполне непрерывных операторов создана Ф.Риссом [55]. Важные обобщения теории Ф.Рисса на более широкие классы линейных операторов были получены С.М.Никольским [50]» (Красносельский, 1956, с.25). Здесь [55] – работа Ф.Рисса (1918), [50] – исследование С.М.Никольского (1943).

Индукция Сергея Михайловича Никольского. С.М.Никольский (1951, 1953) индуктивно обобщил теоремы вложения С.Л.Соболева и В.И.Кондрашова на функции, для которых различные частные производные рассматриваются в разных метриках. В статье «Теорема вложения для функций с частными производными, рассматриваемыми в различных метриках» (Известия АН СССР, 1958, том 22, вып.3) С.М.Никольский указывает: «В наших работах (10), (11), (12) получено обобщение теорем вложения С.Л.Соболева (16), (17) и теорем вложения В.И.Кондрашова (9), (17) для рассмотренных нами классов функций…» (Никольский, 1958, с.321). Здесь (9) – статья В.И.Кондрашова (1945), (10) и (11) – работы С.М.Никольского (1951), (12) – работа С.М.Никольского (1953), (16) – исследование С.Л.Соболева (1938), (17) – исследование С.Л.Соболева (1950). Как известно, в работах С.Л.Соболева 1920-1930-х годов в связи с решением задач математической физики возникла многомерная теория вложений классов дифференцируемых функций. С.Л.Соболеву принадлежат основные теоремы вложения для классов функций (пространств Соболева), играющих важную роль в анализе. С.М.Никольский развил это направление исследований, сформулировав теоремы вложения для обобщенных гельдеровых классов (Н-классов). Эти классы образуют шкалу с непрерывно меняющимися параметрами, характеризующими гладкость функций. Они анизотропны в том смысле, что принадлежащие к ним функции обладают, вообще говоря, разными дифференциальными свойствами по разным направлениям. Теоремы вложения обобщались также О.В.Бесовым, В.П.Ильиным, К.К.Головкиным, В.А.Солонниковым. Л.Д.Кудрявцев и С.М.Никольский в статье «Пространства дифференцируемых функций многих переменных и теоремы вложения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 26) констатируют: «С.М.Никольский [13], [141], О.В.Бесов [13], В.П.Ильин [13], К.К.Головкин [47], В.А.Солонников [167] обобщили в этом направлении многие теоремы вложения. Интегральные представления функций через производные и через разности обобщены О.В.Бесовым [11], [12] на случай, когда телом представления является «гибкий λ-рог…» (Кудрявцев, Никольский, 1988, с.88). Здесь [13] – работа В.П.Ильина (1975), [11] – работа О.В.Бесова (1984), [12] – исследование О.В.Бесова (1985).

Индукция Юрия Григорьевича Решетняка. Известный математик, академик РАН Ю.Г.Решетняк (1980) получил обобщение одной из теорем вложения С.Л.Соболева. Обобщением той же теоремы занимался также О.В.Бесов. Б.В.Трушин в статье «Теоремы вложения Соболева для некоторого класса анизотропных нерегулярных областей» («Труды Математического института им. В.А.Стеклова», 2008, том 260) пишет о том, как обобщалась теорема вложения С.Л.Соболева для области $G \subseteq R^n$ с условием конуса при $S - n/p + n/q \geq 0$: «В 1980 г. Ю.Г.Решетняк перенес (см. [3, 4]) результат С.Л.Соболева на области с условием Джона, а в 1983 г. О.В.Бесов – на области с условием гибкого конуса (см., например, [5]). Здесь [3] – статья Ю.Г.Решетняка «Интегральные представления дифференцируемых функций в областях с негладкой границей» («Сибирский математический журнал», 1980, том 21, № 6), [5] – книга О.В.Бесова, В.П.Ильина и С.М.Никольского «Интегральные представления функций и теоремы вложения» (Москва, «Наука», 1996). Об этом же обобщении Ю.Г.Решетняка и О.В.Бесова упоминается в автореферате кандидатской диссертации Б.В.Трушина «Непрерывные и компактные вложения весовых пространств Соболева на анизотропно нерегулярных областях» (Москва, 2008): «В 1980 г. Ю.Г.Решетняк [9, 10] перенес результат С.Л.Соболева на области с условием Джона, а в 1983 г. О.В.Бесов – на области с условием гибкого конуса с соболевским предельным показателем. В определенном смысле класс областей с условием гибкого конуса – самый широкий класс областей, для которого верна теорема вложения с соболевским предельным показателем» (Трушин, 2008, с.4). Укажем, что российский математик В.Г.Мазья также работал над проблемой распространения теоремы вложения С.Л.Соболева на более широкий класс математических объектов. В частности, В.Г.Мазья в одном из параграфов своей книги «Пространства С.Л.Соболева» (Ленинград, издательство ЛГУ, 1985) отмечает: «Цель этого параграфа – обобщение теоремы вложения Соболева. Этот результат в значительной своей части получается как следствие оценок нормы в пространстве функций, суммируемых со степенью q по произвольной мере, через норму в пространстве Соболева» (Мазья, 1985, с.50).

Индукция Юрия Григорьевича Решетняка. Ю.Г.Решетняк (1996) обобщил на случай нерегулярных кривых формулы И.Фари (1950) и Дж.Милнора (1953), дающие возможность исследовать топологические свойства кривых в евклидовом пространстве. В.В.Балащенко, Ю.Г.Никоноров, Е.Д.Родионов и В.В.Славский в монографии «Однородные пространства: теория и приложения» (Ханты-Мансийск, 2008) указывают: «Интегрально-геометрические соотношения для кривых были найдены ранее [218, 219] и [293], ими также указаны интересные приложения найденных соотношений к исследованию топологических свойств кривых в евклидовом пространстве. Ю.Г.Решетняком [327] были указаны обобщения формул Фари и Милнора и даны приложения этих формул к изучению нерегулярных кривых» (Балащенко и др., 2008, с.235). Здесь [218] – исследование И.Фари (1949), [219] –

исследование И.Фари (1950), [293] – работа Дж.Милнора (1953), [327] – работа Ю.Г.Решетняка (1996).

Индукция Александра Филипповича Тимана. Советский математик А.Ф.Тиман (1958) распространил на более общую ситуацию предельную теорему С.Н.Бернштейна для наилучших приближений дифференцируемых функций алгебраическими многочленами. А.Ф.Тиман в статье «О наилучшем приближении дифференцируемых функций алгебраическими многочленами на конечном отрезке вещественной оси» (Известия АН СССР, серия математическая, 1958, том 22, вып.3) пишет о своем исследовании: «В работе дано усиление известной предельной теоремы С.Н.Бернштейна для наилучших приближений дифференцируемых функций алгебраическими многочленами на конечном отрезке вещественной оси» (Тиман, 1958, с.355). Детализируя свои результаты, А.Ф.Тиман отмечает: «В настоящей работе я хочу показать, что в случае приближений алгебраическими многочленами на конечном отрезке приведенное утверждение С.Н.Бернштейна [неравенство (3)] при любом натуральном r может быть усилено. Это усиление возникает, если вместо равномерных приближений изучать приближение многочленами, учитывающее положение точки на рассматриваемом конечном отрезке» (там же, с.356).

Индукция Александра Филипповича Тимана. А.Ф.Тиман (1960) обобщил аппроксимационную теорему С.Н.Бернштейна о функциях, ограниченных и равномерно непрерывных на (-∞, ∞). В статье «К вопросу об одновременной аппроксимации функций и их производных на всей числовой оси» (Известия АН СССР, серия математическая, 1960, том 24, вып.3) А.Ф.Тиман пишет о своей работе: «Дано обобщение аппроксимационной теоремы С.Н.Бернштейна о функциях, ограниченных и равномерно непрерывных на (-∞, ∞), и получено неравенство для наилучших приближений производных функции на всей числовой оси, примыкающее к известному неравенству А.Н.Колмогорова (10)» (Тиман, 1960, с.421). Здесь (10) – статья А.Н.Колмогорова «О неравенствах между верхними гранями последовательных производных функции на бесконечном интервале» («Ученые записки МГУ», серия математика, 1939, том 30).

Индукция Александра Тимана и Сергея Никольского. А.Ф.Тиман (1960) и С.М.Никольский (1969) получили различные обобщения известной теоремы Джексона о наилучшем приближении функции. Н.Н.Пустовойтов в статье «О многомерной теореме Джексона в пространстве L2» («Математические заметки», 1991, том 49, вып.5) пишет: «Одномерная теорема Джексона допускает различные обобщения на случай многих переменных – в зависимости от того, какому множеству принадлежат гармоники приближающих тригонометрических полиномов и как определяется разность функций. Так, в книге А.Ф.Тимана [1] доказывается такое обобщение для оценки наилучшего приближения функции из пространства Lg (1 ≤ q ≤ ∞) тригонометрическими полиномами с гармониками из параллелепипеда в метрике Lq через частные модули непрерывности, порожденные разностями соответствующего порядка по одной переменной. В монографии С.М.Никольского [2] приводится многомерная теорема Джексона, в которой гармоники приближающих полиномов лежат в параллелепипеде» (Пустовойтов, 1991, с.154). Здесь [1] – книга А.Ф.Тимана «Теория приближения функций действительного переменного» (Москва, Физматгиз, 1960), [2] – книга С.М.Никольского «Приближение функций многих переменных и теоремы вложения» (Москва, «Наука», 1969).

Индукция Сергея Борисовича Стечкина. С.Б.Стечкин (1951) обобщил теорему Джексона, дающую оценку сверху для наилучших приближений, если известны дифференциальные свойства аппроксимируемой функции. До С.Б.Стечкина эту теорему обобщал А.Зигмунд (1945). С.Б.Стечкин в статье «О порядке наилучших приближений непрерывных функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1951, том 15, вып.3) пишет о своей работе: «§ 2 посвящен обобщению теоремы Джексона. Как известно, Джексон (6), (7) (см. также (5), стр.296) доказал следующую теорему: если f имеет непрерывную r-ую производную $f^{(r)}$, то $E_n[f] \leq C_6(r)n^{-r}\,\omega(1/n, f^{(r)})$. Таким образом, теорема Джексона дает оценку сверху для наилучших приближений, если известны дифференциальные свойства аппроксимируемой функции. В 1945 г. А.Зигмунд (16) обобщил эту теорему для одного частного случая…» (Стечкин, 1951, с.221).

Индукция Сергея Борисовича Стечкина. С.Б.Стечкин (1951) распространил на более общий случай так называемые «обратные теоремы» теории приближения, принадлежащие С.Н.Бернштейна и Ш.Валле-Пуссену. С.Б.Стечкин в статье «О порядке наилучших приближений непрерывных функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1951, том 15, вып.3) говорит о параграфе № 5 своего исследования, который называется «Обобщение обратных теорем С.Н.Бернштейна и Ш.Валле-Пуссена»: «В этом параграфе обобщаются и уточняются так называемые «обратные теоремы» теории приближения. Речь идет об оценке дифференциальных свойств функции f, если известны некоторые свойства последовательности ее наилучших приближений $\{E_n\}$» (Стечкин, 1951, с.225).

Индукция Сергея Борисовича Стечкина. С.Б.Стечкин (1953) перенес на более общую ситуацию теорему Колмогорова-Селиверстова (1924) об условиях сходимости тригонометрического ряда Фурье определенного вида. П.Л.Ульянов в статье «Обобщение теоремы Марцинкевича» (Известия АН СССР, серия математическая, 1953, том 17, вып.16) повествует: «С.Б.Стечкин в работе (8) рассматривает обобщение теоремы Колмогорова-Селиверстова на случай любого отрезка $[a, b] \subseteq [0, 2\pi]$. При этом его формулировки теорем выражаются в терминах квадратичных модулей непрерывности или же через проинтегрированные (на соответствующих интервалах) квадраты разности функции $f(x)$ и ее частных сумм Фурье, а доказательство проводится методами теории приближения функций» (Ульянов, 1953, с.513). Здесь (8) – статья С.Б.Стечкина «О теореме Колмогорова-Селиверстова» (Известия АН СССР, серия математическая, 1953, том 17).

Индукция Сергея Борисовича Стечкина. С.Б.Стечкин (1957) обобщил теорему Недера, которая, в свою очередь, является следствием известной теоремы А.Н.Колмогорова (1922) о существовании тригонометрического ряда Фурье, расходящегося в каждой точке. С.Б.Стечкин в статье «О тригонометрических рядах, расходящихся в каждой точке» (Известия АН СССР, 1957, том 21) пишет: «Теорема Колмогорова. Какова бы ни была последовательность положительных чисел $\{\alpha_n\}$, удовлетворяющая условиям $\alpha_n \downarrow 0$ и $\sum \alpha^2_n = \infty$, существует тригонометрический ряд $\sum (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ с коэффициентами $a_n, b_n = 0(\alpha_n)$, расходящийся в каждой точке. Формулировка этой теоремы уже сообщалась ранее [см. (9)], но доказательство ее не было опубликовано. Ясно, что теорема Колмогорова содержит в себе в качестве следствия теорему Недера. Здесь я обобщаю эту теорему и показываю, что, какова бы ни была последовательность положительных чисел $\{\alpha_n\}$, удовлетворяющая условиям $\alpha_n \downarrow 0$ и $\sum \alpha^2_n = \infty$, существует пара сопряженных тригонометрических рядов с коэффициентами $a_n, b_n = 0(\alpha_n)$, расходящихся в каждой точке» (Стечкин, 1957, с.720).

Индукция Ильи Нестеровича Векуа. Отечественный математик И.Н.Векуа распространил на случай уравнения обобщенных аналитических функций, когда его коэффициенты принадлежат классу $L_{p,2}(C)$, классическую теорему Лиувилля из теории аналитических функций. А.В.Бицадзе, В.С.Виноградов, А.А.Дезин и В.А.Ильин в статье «Уравнения в частных производных» («Труды МИАН СССР», 1987, том 176) пишут: «Классическая теорема Лиувилля из теории аналитических функций гласит, что любая аналитическая во всей комплексной области функция, удовлетворяющая условию (74), есть тождественный нуль (первый вариант), а любая аналитическая функция, удовлетворяющая условию (75), есть многочлен степени N. И.Н.Векуа было дано распространение теоремы Лиувилля на случай уравнения обобщенных аналитических функций, когда его коэффициенты принадлежат классу Lp, 2 (C). При этом в первом варианте теорема Лиувилля переносится на обобщенные аналитические функции без изменений…» (Бицадзе и др., 1987, с.277). Для ознакомления с деталями обобщения И.Н.Векуа, в частности, для ознакомления с условием (74), указанным выше, мы отсылаем читателя к оригинальной статье А.В.Бицадзе и соавторов.

Индукция Ильи Нестеровича Векуа. И.Н.Векуа обобщил на случай решений равномерно эллиптических уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными теорему Уолша о равномерной аппроксимации аналитических функций полиномами. Марина Гурамовна Мусхелишвили в кандидатской диссертации «Вопросы аппроксимации решений вырождающихся эллиптических уравнений и уравнений смешанного типа» (Тбилиси, 1983), говоря о проблеме аппроксимации аналитических функций функциями специального вида, отмечает: «Естественным обобщением этой проблемы является аппроксимация решений произвольного эллиптического уравнения некоторыми частными решениями этого же уравнения. Так, например, И.Н.Векуа [12] обобщил теорему Уолша о равномерной аппроксимации аналитических функций полиномами в замкнутой области для случая решений равномерно эллиптических уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными» (М.Г.Мусхелишвили, 1983). Сама М.Г.Мусхелишвили также обобщает теорему Уолша, о чем говорит: «В настоящей работе устанавливается несколько теорем, обобщающих отмеченную выше теорему Уолша для решений линейных эллиптических уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными, вырождающихся на границе области, а также для решений модельного уравнения смешанного типа» (М.Г.Мусхелишвили, 1983).

Индукция Богдана Боярского. Отчественный математик Б.В.Боярский перенес на более общую ситуацию теорему И.Н.Векуа о существовании гомеоморфизма замкнутой области D на себя, удовлетворяющего системе Бельтрами с коэффициентом Q (z), непрерывным по Гельдеру. А.В.Бицадзе, В.С.Виноградов, А.А.Дезин и В.А.Ильин в статье «Уравнения в частных производных» («Труды МИАН СССР», 1987, том 176) констатируют: «И.Н.Векуа было доказано существование гомеоморфизма замкнутой области D на себя, удовлетворяющего системе (59) с коэффициентом Q (z), непрерывным по Гельдеру. Б.В.Боярский перенес этот результат на случай произвольного измеримого и ограниченного коэффициента Q (z). Таким образом, для системы Бельтрами (59) имеет место представление ее решений посредством аналитических функций» (Бицадзе и др., 1987, с.273). Здесь система (59) – это система Бельтрами, которая в комплексной записи имеет вид $\partial\omega/\partial z - Q (z)\, \partial\omega/\partial z = 0$, где Q (z) – заданная функция, удовлетворяющая условию $|Q (z)| \leq Q_0 = \mathrm{const} < 1$.

Индукция Павла Лаврентьевича Ульянова. Академик РАН П.Л.Ульянов (1960) обобщил на случай полных систем и несуммируемости наперед заданным методом Теплица теорему Меньшова-Колмогорова. Согласно данной теореме, для любой функции ω (n), растущей медленнее, чем $\mathrm{Log}^2 n$, существует ортогональная система функций φn (t) и числа Cn, n=1, 2, 3, …, для которых ряд Фурье ∑Cn φn (t) расходится всюду. П.Л.Ульянов в статье «О развитии результатов Д.Е.Меньшова по теории ортогональных рядов» (УМН, 1992, том 47, вып.5 (287)) пишет о теореме Меньшова-Колмогорова: «Этот результат Колмогорова-Меньшова был обобщен П.Л.Ульяновым в 1960 г. на случай полных систем и несуммируемости наперед заданным методом Теплица» (Ульянов, 1992, с.50).

Индукция Льва Васильевича Овсянникова. Л.В.Овсянников (1965) распространил теорему Коши-Ковалевской на случай линейных уравнений с нелокальными операторами. Позже он (1971) перенес ту же теорему на нелинейные уравнения. В статье «Лев Васильевич Овсянников (к семидесятилетию со дня рождения)» (журнал «Прикладная математика и механика», 1989, том 53, вып.2) указывается: «В 1965 г. вышла работа Л.В.Овсянникова, обобщающая теорему Коши-Ковалевской на случай линейных уравнений с нелокальными операторами. В 1971 г. этот результат был им распространен на нелинейные уравнения. Теорема Овсянникова оказалась весьма плодотворной при исследовании корректности многих задач математической физики, что подтвердилось ходом дальнейшего развития этого направления в работах советских и зарубежных математиков. Теореме Овсянникова посвящены, например, работы Ф.Трева, Л.Ниренберга, Т.Нишиды и других авторов» (журнал «Прикладная математика и механика», 1989). Отметим, что здесь речь идет о теореме Коши о существовании аналитического решения, которую французский математик сформулировал и доказал для обыкновенных дифференциальных уравнений. Позже С.Ковалевская обобщила данную теорему Коши на дифференциальные уравнения с частными производными, после чего она получила название теоремы Коши-Ковалевской. Повторно процитируем Ю.В.Егорова и М.А.Шубина, которые в обзоре «Линейные дифференциальные уравнения с частными производными. Основы классической теории» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 30) пишут: «Теорема Коши была обобщена С.В.Ковалевской на дифференциальные уравнения с частными производными» (Егоров, Шубин, 1988, с.32). Укажем, что Л.В.Овсянников – один из учителей Н.Х.Ибрагимова, который в 1969 году обобщил на случай инвариантных вариационных задач известную теорему Э.Нетер (1918) о том, что каждой непрерывной симметрии физической системы соответствует некоторый закон сохранения.

Индукция Франко Трева. Американский математик Ф.Трев также получил обобщение теоремы Ковалевской о существовании и единственности решения задачи Коши. А.Л.Казаков в автореферате докторской диссертации «Обобщенная задача Коши и ее приложения» (Иркутск, 2008) указывает: «Одним из важных направлений развития аналитической теории дифференциальных уравнений с частными производными, в том числе с точки зрения приложений, является доказательство аналогов и обобщений теоремы Ковалевской. В частности, теоремы существования и единственности решения задачи Коши в шкалах банаховых пространств являются современными аналогами теоремы Ковалевской. Первым из таких результатов является теорема, доказанная Л.В.Овсянниковым. Затем обобщение теоремы Ковалевской получил Ф.Трев (F.Treves)» (Казаков, 2008, с.3).

Индукция Николая Петровича Купцова. Н.П.Купцов (1968) перенес на случай произвольного сепарабельного банахова пространства уже упоминавшуюся теорему Джексона, дающую оценку сверху для наилучших приближений, если известны дифференциальные свойства аппроксимируемой функции. Кроме того, Н.П.Купцов (1968) распространил на случай банахова пространства обратные теоремы С.Н.Бернштейна-Ш.Валле-Пуссена из теории приближений. Н.П.Купцов в статье «Прямые и обратные теоремы теории приближений и полугруппы операторов» (УМН, 1968, том 23, вып.4 (142)) констатирует: «Классическое неравенство Д.Джексона и основная обратная теорема С.Н.Бернштейна-Ш.Валле-Пуссена, установленные первоначально для приближений непрерывных функций с помощью алгебраических и тригонометрических полиномов, обобщались в различных направлениях. Были получены прямые и обратные теоремы для алгебраических и тригонометрических приближений в пространствах, отличных от C, для пространств почти периодических функций, для приближений с помощью собственных функций задачи Штурма-Лиувилля и т.д. Цель настоящей статьи – изложить основные прямые и обратные теоремы теории приближений в пространствах Банаха» (Купцов, 1968, с.117). Чуть ниже Н.П.Купцов выражается о своем обобщении еще более конкретно: «Основная задача настоящей работы – установить, в каком виде можно перенести прямые и обратные теоремы о приближениях тригонометрическими многочленами на случай произвольного сепарабельного банахова пространства» (там же, с.120).

Индукция Евгения Прокофьевича Долженко. Е.П.Долженко (1963) обобщил на случай областей со спрямляемыми и гладкими границами теорему Уолша-Сьюэлла (1940) для производных всех порядков. П.М.Тамразов в статье «Контурные и телесные структурные свойства голоморфных функций комплексного переменного» (УМН, 1973, том 28, вып.1 (169)) повествует: «Вопрос о связи между слабыми производными вдоль замыкания области и вдоль ее границы, обобщающими обычные производные вдоль соответствующих множеств, исследован в работе Е.П.Долженко [13] для областей со спрямляемыми и гладкими границами. В частности, применительно к указанным областям в [13] получено обобщение теоремы Уолша-Сьюэлла для производных всех порядков [4], аналогичной их результату для суждения 3 (см. выше). Во время обсуждения и подготовки к печати моей заметки [1], в которой упомянуты результаты Варшавского-Уолша-Сьюэлла, Н.А.Лебедев убедил меня в том, что следует специально заняться их обобщением» (Тамразов, 1973, с.132). Здесь [13] – статья Е.П.Долженко «Гладкость гармонических и аналитических функций в граничных точках области» (Известия АН СССР, серия математическая, 1965, том 29, № 5), [4] – работа Дж.Уолша и В.Сьюэлла (1940).

Индукция Евгения Прокофьевича Долженко. Е.П.Долженко (1967) перенес на произвольные функции и отображения известную теорему советского математика А.И.Плеснера об угловых граничных значениях аналитических функций. Е.П.Долженко в статье «Граничные свойства произвольных функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1967, том 31, вып.1) говорит о своей работе: «Изучается зависимость между различными множествами предельных граничных значений произвольной функции f от z. В частности, показывается, что на произвольные функции и отображения естественно обобщается теорема Плеснера об угловых граничных значениях аналитических функций» (Долженко, 1967, с.3). Заметим, что теорема А.И.Плеснера, обобщенная Е.П.Долженко, содержится в статье А.И.Плеснера «О поведении аналитических функций на границе их области определения» (УМН, 1967, том 22, вып.1 (133)).

Индукция Евгения Долженко и Евгения Севостьянова. Е.П.Долженко и Е.А.Севостьянов (1998) обобщили на аппроксимации со знакочувствительным весом теорему П.Л.Чебышева об альтернансе. Отметим, что ранее данная теорема П.Л.Чебышева обобщалась С.Н.Бернштейном на случай равномерного приближения полиномами по чебышевской системе. Е.П.Долженко и Е.А.Севастьянов в статье «Аппроксимации со знакочувствительным весом (теоремы существования и единственности)» (Известия РАН, серия математическая, 1998, том 62, № 6) пишут: «Следующая теорема обобщает теорему П.Л.Чебышева об альтернансе на аппроксимации со знакочувствительным весом. Отметим, что обобщение теоремы П.Л.Чебышева об альтернансе на случай равномерного приближения полиномами по чебышевской системе (в наших обозначениях при p ≡ (1, 1)) дано С.Н.Бернштейном (см. [18]), которым также введен и сам термин «чебышевская система» (Долженко, Севастьянов, 1998, с.91). Далее Е.П.Долженко и Е.А.Севастьянов формулируют свою теорему, обобщающую теорему Чебышева: «3.6. Теорема (о чебышевском p-альтернансе). Пусть L – n – мерное чебышевское подпространство на отрезке Δ (n ≥ 1), p = (p_, p+) – конечный и полунепрерывный сверху вес на Δ, f Є C (Δ), E (p, L, f) > 0. Тогда для того, чтобы функция L Є L была элементом наилучшего приближения в L для f с весом p, необходимо и достаточно наличие у пары L, f на Δ (n+1) – точечного p-альтернанса. Доказательство этой теоремы аналогично доказательству теоремы П.Л.Чебышева [19]…» (Долженко, Севастьянов, 1998, с.92).

Индукция Евгения Долженко и Евгения Севостьянова. Е.П.Долженко и Е.А.Севостьянов (1998) перенесли на более общую ситуацию теорему П.Л.Чебышева о единственности алгебраического полинома наилучшего равномерного приближения для f ∈ C. В свое время эта же теорема П.Л.Чебышева была обобщена А.Хааром на равномерные приближения полиномами по произвольной чебышевской системе. Е.П.Долженко и Е.А.Севастьянов в статье «Аппроксимации со знакочувствительным весом (теоремы существования и единственности)» (Известия РАН, серия математическая, 1998, том 62, № 6) пишут о своей теореме, которая обобщает указанную теорему П.Л.Чебышева: «Следующее утверждение обобщает теорему П.Л.Чебышева о единственности алгебраического полинома наилучшего равномерного приближения для $f \in C$ ([a, b]) (на равномерные приближения полиномами по произвольной чебышевской системе теорему П.Л.Чебышева и ее доказательство распространил А.Хаар; см., например, [14]). 3.8. Теорема. Пусть , L – чебышевское подпространство на отрезке Δ, вес $p = (p\_, p+)$ ограничен на Δ. Тогда каждая функция $f \in C$ (Δ), для которой $E (p, L, f) > 0$, имеет элемент наилучшего приближения n Δ ($n \geq 1$), Δ, $f \in C$ (Δ), L (p, L, f), притом единственный» (Долженко, Севастьянов, 1998, с.92).

Индукция Д.С.Теляковского и Б.Ж.Ищанова. Д.С.Теляковский (1986) и Б.Ж.Ищанов (1989) распространили на функции, локально суммируемые в области G, одну из теорем В.С.Федорова. Е.П.Долженко в статье «Работы Д.Е.Меньшова по теории аналитических функций и современное состояние теории моногенности» (УМН, 1992, том 47, вып.5 (287)) указывает: «В.С.Федоров [1] показал, что непрерывная в области G функция f, имеющая в каждой точке этой области сильную производную в среднем, аналитична в G. На локально суммируемые в области функции эту теорему независимо распространили Д.С.Теляковский [3] и Б.Ж.Ищанов [1]. В.С.Федоров [1] распространил свою теорему на некоторые обобщения понятия сильной производной в среднем, которые, как можно видеть, все эквивалентны понятию производной в среднем (в нашей терминологии)» (Долженко, 1992, с.89). Здесь [1] – статья В.С.Федорова «О моногенных функциях» («Математический сборник», 1935, том 42), [3] – статья Д.С.Теляковского «О функциях, моногенных в среднем» (книга «Геометрические вопросы теории функций и множеств», Калинин, 1986), [1] – работа Б.Ж.Ищанова «Незамкнутые особые множества для слабых решений линейных дифференциальных уравнений» (книга «Геометрические вопросы теории функций и множеств», Калинин, 1989).

Индукция Болата Ищанова. Б.Ж.Ищанов обобщил теорему Р.Кауфмана и Дж.М.Ву (1980), которые получили достаточное условие голоморфности локально суммируемой функции в комплексной области в терминах ее локальных приближений в среднем голоморфными функциями. А.В.Покровский в докторской диссертации «Устранимые особенности решений эллиптических уравнений» (Москва, 2009) повествует: «В 1980 г. Р.Кауфман и Дж.М.Ву [82] получили достаточное условие голоморфности локально суммируемой функции в комплексной области в терминах ее локальных приближений в среднем голоморфными функциями. Б.Ж.Ищановым [12] этот результат был распространен на случай слабых решений линейных уравнений с гладкими коэффициентами» (А.В.Покровский, 2009). Здесь [12] – статья Б.Ж.Ищанова «Об устранимых особенностях функций классов BMO и их обобщений» («Вестник МГУ», серия 1, математика, механика, 1985, вып.5).

Индукция Г.Я.Арешкина, В.Н.Алексюка и В.М.Климкина. Г.Я.Арешкин (1949) обобщил теорему известного итальянского математика Джузеппе Витали, дающую необходимые и достаточные условия возможности предельного перехода под знаком интеграла Лебега. Обобщением данной теоремы Витали занимались также В.Н.Алексюк (1965) и В.М.Климкин (1968). Д.Э.Клепнев в статье «Теорема Витали-Арешкина для диагональных последовательностей мер» («Вестник Самарского государственного университета», естественнонаучная серия, 2008, № 3 (62)) отмечает: «В работе [1] Г.Я.Арешкин доказал следующую теорему, являющуюся обобщением классической теоремы Витали о предельном переходе под знаком интеграла Лебега на случай, когда меняется не только подынтегральная функция, но и интегрируемая мера» (Клепнев, 2008, с.155). Мы не будем формулировать теорему Г.Я.Арешкина, отсылая любознательного читателя к оригинальной статье Д.Э.Клепнева. Укажем, что [1] – работа Г.Я.Арешкина «О переходе к пределу под знаком интеграла Радона» («Сообщения АН Грузинской ССР», 1949, том 10, № 2). Об обобщении теоремы Витали, полученном Г.Я.Арешкиным и другими математиками, Д.Э.Клепнев сообщает также в своей кандидатской диссертации «Предельный переход под знаком интеграла и диагональные свойства мер» (Самара, 2008): «Также известна теорема Дж.Витали, дающая необходимые и достаточные условия возможности предельного перехода под знаком интеграла Лебега. Теорема Витали обычно формулируется в терминах равномерной интегрируемости последовательности подынтегральных функций [16]…» (Д.Э.Клепнев, 2008). Далее Д.Э.Клепнев поясняет: «В работах Арешкина, Алексюка и Климкина (Арешкин доказал достаточность [11], Алексюк - необходимость [4], в совместной работе [13] Арешкин и Климкин доказали необходимость значительно более простым способом и распространили теорему на случай векторных мер) была установлена следующая теорема, являющаяся обобщением теоремы Витали на случай последовательности мер» (Д.Э.Клепнев, 2008). Здесь мы также воздержимся от формулировки теоремы Г.Я.Арешкина и В.М.Климкина, не желая перегружать внимание читателя. В диссертации Д.Э.Клепнева [11] – статья Г.Я.Арешкина «О переходе к пределу под знаком интеграла Лебега-Радона» («Сообщения АН Грузинской ССР», 1949, том 10, № 2), [4] – статья В.Н.Алексюка «О переходе к пределу под знаком интеграла» («Известия вузов», серия математика, 1965, № 5), [13] – работа Г.Я.Арешкина и В.М.Климкина «Об одном обобщении теоремы Витали о переходе к пределу под знаком интеграла» («Ученые записки ЛГПИ им.А.И.Герцена», 1968, том 387).

Индукция В.М.Климкина и Т.А.Срибной. В.М.Климкин и Т.А.Срибная (1997) распространили на более общую ситуацию теорему Ж.Дьедонне о сохранении сходимости последовательности регулярных борелевских мер. В.М.Климкин и Т.А.Срибная в статье «Сходимость последовательности слабо регулярных функций множества» («Математические заметки», 1997, том 62, вып.1) повествуют о своей работе: «Данная работа посвящена обобщению теоремы Дьедонне о сохранении сходимости последовательности регулярных борелевских мер при переходе от системы открытых множеств компактного метрического пространства на класс всех борелевских множеств этого пространства. Теорема Дьедонне доказана для случая, когда функции множества слабо регулярны, неаддитивны, заданы на некоторой алгебре множеств, содержащей класс открытых множеств произвольного δ-топологического пространства, и принимают значения в равномерном пространстве» (Климкин, Срибная, 1997, с.103).

Индукция Х.Александера. Х.Александер (1974) обобщил теорему А.Пуанкаре (1907) о том, что росток обратимого голоморфного отображения сферы в C^2 в другую такую же сферу является дробно-линейным преобразованием, которое продолжается до биголоморфного отображения между шарами, ограниченными этими сферами. В.К.Белошапка, В.В.Ежов и Г.Шмальц в статье «Теорема Витушкина о ростке для CR-многообразий энгелева типа» («Труды Математического института им.В.А.Стеклова», 2006, том 253) пишут: «В 1907 г. А.Пуанкаре [2] доказал, что росток обратимого голоморфного отображения сферы в C^2 в другую такую же сферу является дробно-линейным преобразованием, которое продолжается до биголоморфного отображения между шарами, ограниченными этими сферами. Эта теорема была обобщена в 1974 г. Александером [3], доказавшим это для сферы в C^n при $N \geq 2$» (Белошапка и др., 2006, с.10). Здесь [3] – статья H.Alexander «Holomorphic mappings from the ball and polydisk» (1974).

Индукция А.Мартино. А.Мартино (1964) распространил на более общую ситуацию знаменитую теорему об «острие клина» Н.Н.Боголюбова, представляющую собой своеобразное обобщение принципа аналитического продолжения, который для случая непрерывных граничных значений был известен еще Пенлеве. В.С.Владимиров, В.В.Жаринов и А.Г.Сергеев в статье «Теорема об «острие клина» Боголюбова, ее развитие и применения»

(УМН, 1994, том 49, вып.5 (299)) повествуют: «Мартино [13, 65, 66] обобщил теорему об «острие клина» Боголюбова на случай, когда данная функция голоморфна в области, образованной не двумя, а несколькими клиньями специального вида» (Владимиров и др., 1994, с.53). Здесь [13] – исследование А.Мартино (1964), [65] – исследование А.Мартино (1967), [66] – работа А.Мартино (1969). Об этом же обобщении пишет Ю.И.Любич в статье «Линейный функциональный анализ» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 19): «…Язык гиперфункций позволил, например, получить адекватные обобщения теоремы Боголюбова «об острие клина» (Мартино, 1968; Моримото, 1979; Жаринов, 1980). Отметим, что первоначальный вариант этой теоремы был получен Н.Н.Боголюбовым (1956) при построении дисперсионных соотношений в квантовой теории поля» (Любич, 1988, с.284). В.С.Владимиров и А.Г.Сергеев в статье «Комплексный анализ в трубе будущего» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 8) подчеркивают значение теоремы Н.Н.Боголюбова об «острие клина» для теории функций комплексного переменного и физики: «С другой стороны, открытие Н.Н.Боголюбовым теоремы об «острие клина» привело к интенсивному развитию приложений теории функций многих комплексных переменных в аксиоматической квантовой теории, в ходе которого были доказаны теоремы о «С-выпуклой оболочке», о «конечной ковариантности», найдены интегральные представления Йоста-Лемана-Дайсона и т.д.» (Владимиров, Сергеев, 1985, с.193). В свое время В.И.Арнольд пытался доказать, что математика – экспериментальная наука, многие идеи и методы которой пришли из физики. Теорема об «острие клина» (происхождение этой теоремы) – очередное подтверждение точки зрения В.И.Арнольда. В.С.Владимиров в статье «Н.Н.Боголюбов – математик Божьей милостью» (сборник «Воспоминания об академике Н.Н.Боголюбове», Москва, МИАН, 2009) подчеркивает: «Ныне теорема об «острие клина» Боголюбова и ее следствия прочно вошли в математику, имеют глубокие обобщения и многие применения и составляет новую главу в теории функций многих комплексных переменных. Вот наглядный пример влияния физики на математику» (Владимиров, 2009, с.69).

Индукция Сергея Пинчука. Российский математик С.И.Пинчук (1974) обобщил теорему Боголюбова об «острие клина» на случай так называемых вполне вещественных и порождающих подмногообразий $R^n \subseteq C^n$. В.С.Владимиров, В.В.Жаринов и А.Г.Сергеев в статье «Теорема об «острие клина» Боголюбова, ее развитие и применения» (УМН, 1994, том 49, вып.5 (299)) отмечают: «В то же время распространение теоремы об «острие клина» Боголюбова на случай гладкого вполне вещественного острия M размерности n в C^n требует дополнительных усилий. Такое обобщение было получено Пинчуком [51] для C^2-гладкого острия M (другое доказательство дал Бедфорд [52]). Позже Росэй [53] показал, что теорема остается верной и для C^1 – гладкого острия» (Владимиров и др., 1994, с.55). Сам С.И.Пинчук в статье «Теорема Боголюбова об «острие клина» для порождающих многообразий» («Математический сборник», 1974, том 94 (136), № 3) пишет: «Классическая теорема об «острие клина» была впервые доказана Н.Н.Боголюбовым в 1956 г. [1]. Позднее она обобщалась Эпштейном [7], В.С.Владимировым [8], [9], А.Мартино [2] и другими авторами. В работах, посвященных этой теореме, под «острием клина» обычно понимается открытое подмножество вещественного евклидова пространства $R^n \subseteq C^n$. В настоящей работе теорема об «острие клина» будет обобщена на случай так называемых вполне вещественных (totally real) и порождающих (generic) подмногообразий $R^n \subseteq C^n$» (Пинчук, 1974, с.468). В.С.Владимиров в статье «О теореме «острие клина» Боголюбова» (Известия АН СССР, 1962, том 26) вновь подчеркивает важное значение этой теоремы: «Теорема «острие клина», представляющая собой своеобразное обобщение принципа аналитического продолжения, была открыта и доказана Боголюбовым в связи с обоснованием так называемых дисперсионных соотношений в квантовой теории поля (доклад на Международной конференции в Сиатле, США, сентябрь 1956 г.). (…) Эта теорема и ее различные обобщения оказались весьма полезным инструментом в квантовой теории поля, теории дифференциальных уравнений, теории функций многих комплексных переменных» (Владимиров, 1962, с.825).

Индукция Сергея Пинчука. С.И.Пинчук (1975) получил частичное обобщение теоремы Александера (1974), которая сама является обобщением принципа симметрии на многомерный случай. С.И.Пинчук в статье «Об аналитическом продолжении голоморфных отображений» («Математический сборник», 1975, том 98 (140), № 3 (11)) пишет: «Что же касается обобщения принципа симметрии на многомерный случай, то в 1974 г. Александер [2] получил удивительный результат, не имеющий аналога в плоском случае. Применительно к теореме 1 он состоит в том, что если области D1 и D2 являются шарами, то можно утверждать гораздо больше, а именно, в этом случае f либо постоянна, либо продолжается до биголоморфного отображения целых шаров! Возникает понятное желание распространить эту теорему на произвольные односвязные строго псевдовыпуклые области с аналитическими границами. Полностью это сделать пока не удается, и трудность здесь заключается в том, что аналог теоремы Римана о существовании конформного отображения односвязной плоской области на круг не имеет места в многомерном случае» (Пинчук, 1975, с.416-417).

Индукция Владимира Леонидовича Дольникова. В.Л.Дольников (1975) перенес на некоторые классы полных римановых многообразий теорему А.С.Безиковича (1945) о покрытиях. В.Л.Дольников в статье «Одна теорема о покрытиях на римановых многообразиях» (УМН, 1975, том 30, вып.5 (185)) поясняет: «В статье [1] А.С.Безикович доказал теорему о покрытиях, которая подобна теоремам Витали и Радо [2], [3] и находит ряд интересных применений в теории функций (см., например, [4], [5]). В настоящей заметке эта теорема обобщается на некоторые классы полных римановых многообразий и даются некоторые геометрические и аналитические приложения» (Дольников, 1975, с.205). Здесь [1] – работа А.С.Безиковича (1945), [2] – исследование Г.Витали (1908), [3] – работа Т.Радо (1929).

Индукция Жака Титса. Лауреат премии Вольфа за 1993 год и лауреат премии Абеля за 2008 год Жак Титс (1971) индуктивно обобщил результаты К.Шевалле по теории алгебраических групп на случай произвольного поля R. В.П.Платонов в статье «Алгебраические группы» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 11) отмечает: «Ряд работ был посвящен исследованию симплектических, ортогональных и спинорных представлений алгебраических групп [130, 131, 132, 150, 182]. Титс [215] обобщил результаты Шевалле на случай произвольного поля R» (Платонов, 1974, с.15). Здесь [215] – работа Ж.Титса (1971).

Индукция Ричарда Энгелькинга. Р.Энгелькинг (1995) индуктивно распространил на класс сильно наследственно нормальных пространств теорему С.Х.Даукера (1953) о монотонности размерности Ind (индуктивной размерности) в классе вполне нормальных пространств. В.В.Федорчук в статье «О некоторых вопросах топологической теории размерности» (УМН, 2002, том 57, вып.2 (344)) пишет: «Даукер [20] доказал монотонность размерности Ind в классе вполне нормальных пространств. При этом нормальное пространство X называется вполне нормальным, если всякое его открытое подмножество U имеет локально конечное покрытие, состоящее из функционально открытых в X множеств. Энгелькинг [28] распространил теорему Даукера на класс сильно наследственно нормальных пространств, определение которых получается из определения вполне нормальных пространств заменой локально конечных покрытий на точечно конечные» (Федорчук, 2002, с.149). Здесь [20] – работа С.Х.Даукера (1953), [28] – исследование Р.Энгелькинга (1995).

Индукция Ричарда Энгелькинга. Чтобы дать представление о том, какую роль индуктивные доказательства играют в теории множеств, мы привели в качестве примера книгу «Теория множеств» (1970), написанную выдающимся польским математиком

Казимиром Куратовским совместно с А.Мостовским. В этой книге, как мы уже отмечали, 35 теорем доказываются при помощи индукции. Аналогично этому, желая показать, какова роль индуктивных доказательств в общей топологии, основы которой заложены А.Пуанкаре, мы приведем в качестве примера книгу Р.Энгелькина «Общая топология» (1986). Эта книга примечательна тем, что в ней количество индуктивных определений и доказательств столь же значительно, как и в работе К.Куратовского и А.Мостовского. Данный факт отражен в следующей таблице.

№	**Название статьи или книги**	**Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве**
1.	Р.Энгелькинг, книга «Общая топология» (1986)	теорема 1.5.10 (лемма Урысона) – с.75, теорема 2.1.8 (теорема Титце-Урысона) – с.117, теорема 3.1.29 (теорема Уоллеса) – с.220, лемма 3.2.19 – с.224, теорема 3.6.14 – с.269, теорема 3.9.3 (теорема Бэра о категории) - с.299, теорема 3.10.25 – с.315, теорема 4.3.29 – с.409, теорема 4.4.1 (теорема Стоуна) – с.415, теорема 5.1.33 (теорема Майкла) – с.460, теорема 5.3.3 (теорема Майкла-Нагами) – с.477, теорема 5.3.7 (теорема Уорелла) – с.481, теорема 6.1.15 – с.521, лемма 6.2.3 – с.530, теорема 7.1.1 – с.562, теорема 7.1.2 – с.563, теорема 7.1.15 – с.570, теорема 7.2.1 (теорема о счетной сумме) – с.576, лемма 7.2.2 – с.577, теорема 7.2.7 – с.581, теорема 7.3.1 – с.589, теорема 7.3.2 (теорема Катетова-Мориты) – с.591, теорема 7.3.17 – с.597, лемма Шпернера – с.608, неравенство (7) – с.629.

Индукция Атле Сельберга. Лауреат премии Филдса за 1950 год Атле Сельберг (1956) открыл знаменитую формулу следа, получившую название формулы следа Сельберга, в результате индуктивного обобщения на некоммутативный случай известной формулы суммирования Пуассона. А.Б.Венков, В.Л.Калинин и Л.Д.Фаддеев в статье «Неарифметический вывод формулы следа Сельберга» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1973, том 37) пишут: «В работе 1956 года [1] А.Сельберг получил ряд тождеств, которые можно рассматривать как далеко идущие обобщения формулы суммирования Пуассона» (Венков и др., 1973, с.5). Как поясняют указанные авторы, «формула следа Сельберга получается при сравнении спектрального и матричного следов некоторых интегральных операторов» (там же, с.5). О математическом значении формулы следа Сельберга А.Б.Венков пишет в статье «Формула следа Сельберга для оператора Гекке, порожденного инволюцией» (Известия АН СССР, 1978, том 42, № 3): «Классическая формула следа Сельберга является мощным средством для изучения распределения собственных значений оператора Лапласа-Бельтрами, рассматриваемого на компактной фундаментальной области дискретной группы преобразований плоскости Лобачевского» (Венков, 1978, с.484). Н.Харт в книге «Геометрическое квантование в действии» (Москва, «Мир», 1985) подчеркивает: «Формула следа Сельберга является обобщением формулы суммирования Пуассона на некоммутативный случай» (Харт, 1985, с.271). Наконец, трактовка А.Б.Венкова, Н.Харта и других исследователей совпадает с трактовкой В.П.Гурария, который в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25) отмечает: «В заключение заметим, что формула суммирования Пуассона допускает обобщение на случай локально компактной (неабелевой) группы и ее подгруппы конечного индекса. Это обобщение является одним из вариантов формулы следа Сельберга, дающей подход к изучению функции распределения для квантовых статистических систем, связанных с потоком геодезических на плоскости Лобачевского» (Гурарий, 1988, с.277).

Индукция Атле Сельберга. Атле Сельберг (1956) индуктивно распространил на общий случай результаты В.Рельке (1955), который использовал функции Эйзенштейна для построения спектрального представления оператора Лапласа-Бельтрами в L_2 (F) в случае модулярной группы. Питер Лакс и Ральф Филлипс в книге «Теория рассеяния для автоморфных функций» (1979) пишут: «…Маас [15] в 1949 г. показал, что функции Эйзенштейна являются обобщенными собственными функциями оператора Лапласа-Бельтрами. Несколькими годами позже Рельке [17, 18] использовал их для построения спектрального представления этого оператора в L_2 (F) в случае модулярной группы; он заметил также, что и общий случай может быть рассмотрен аналогичным образом, если установить аналитическую продолжимость соответствующих функций Эйзенштейна. Этот шаг был сделан Сельбергом, который набросал доказательство аналитической продолжимости в [20]» (Лакс, Филлипс, 1979, с.12).

Индукция Мартина Кнезера и Такаудзи Тамагавы. М.Кнезер и Т.Тамагава (1958) индуктивно обобщили на алгебраические группы понятие группы аделей, впервые введенное К.Шевалле (1930-е годы) для полей алгебраических чисел. Кроме К.Шевалле, понятие группы аделей использовалось также в теории полей алгебраических чисел Андре Вейлем. В.П.Платонов в статье «Алгебраические группы» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 11) констатирует: «Понятие группы аделей было впервые введено Шевалле в 30-е годы для полей алгебраических чисел, а спустя 20 лет было обобщено Кнезером и Тамагава на алгебраические группы (см. [1, 11]). Лекции Вейля [11] сыграли важную роль в развитии как техники аделей, так и арифметической теории алгебраических групп в целом» (Платонов, 1974, с.19). Об этом же В.П.Платонов пишет в статье «Арифметическая теория алгебраических групп» (УМН, 1982, том 37, вып.3 (225)): «Отметим, что понятие группы аделей было введено К.Шевалле в 30-е годы для полей алгебраических чисел, а спустя 20 лет было обобщено Кнезером и Тамагава на алгебраические группы (см. [18], [171]). Лекции Вейля [18] сыграли важную роль в развитии как техники аделей, так и арифметической теории алгебраических групп в целом» (Платонов, 1982, с.9). Здесь [18] – работа А.Вейля (1964), [171] – исследование М.Кнезера и Т.Тамагавы (1958). Укажем, что группа аделей – это топологическое прямое произведение групп.

Индукция Ларса Хермандера. Известный шведский математик, лауреат премии Филдса за 1962 год Ларс Хермандер (1959) получил обобщение леммы Вейля (1940), которая является частным случаем теоремы о регулярности эллиптических операторов. Косаку Иосида в книге «Функциональный анализ» (Москва, «Мир», 1967) пишет: «Всякое обобщенное решение $u \in L^2$ уравнения Лапласа $\Delta u = f \in L^2$ представляет собой функцию класса C^∞ после поправки на некотором множестве меры нуль из области, где $f \in C^\infty$. Этот результат известен под названием леммы Вейля; он играет важную роль в современной теории потенциала, см. Вейль Г. [1]. Обобщениям леммы Вейля посвящена обширная литература. Исследования Хермандера [1] представляются в этой области наиболее многообещающими» (Иосида, 1967, с.117-118).

Индукция Ларса Хермандера. Разработанный Л.Хермандером (1960) систематический метод построения линейных дифференциальных уравнений в частных производных, не имеющих решений, индуктивно «вырос» из примера Леви (1957), который построил линейное дифференциальное уравнение, вовсе не имеющее решений. К.Иосида в книге «Функциональный анализ» (1967) пишет: «Классический результат Пеано утверждает, что для существования решения обыкновенного дифференциального уравнения $dy/dx=f(x, y)$ достаточно лишь одного условия непрерывности функции f. Это утверждение распространяется также на уравнения высших порядков и на системы уравнений. Однако для уравнений в частных производных дело обстоит совсем не так. В 1957 г. Леви [1] построил уравнение $-i\, du/dx_1+du/dx_2 - 2\,(x_1 + ix_2)\, du/dx_3 = f(x_3)$, которое вовсе не имеет решений, даже при $f \in C^{\infty}$, если только функция f не аналитическая. Пример Леви привел Хермандера [3] к развитию систематического метода построения линейных дифференциальных уравнений в частных производных, не имеющих решений» (Иосида, 1967, с.253).

Индукция Ларса Хермандера. Ларс Хермандер (1966) перенес на более общую ситуацию одну из теорем российского математика Ю.В.Егорова, изложенную им в статье «О псевдодифференциальных операторах главного типа» («Доклады АН СССР», 1966, том 171, № 4). Об этом говорит сам Ю.В.Егоров в другой своей статье с аналогичным названием «Псевдодифференциальные операторы главного типа» («Математический сборник», 1967, том 73 (115), № 3): «Настоящая статья написана под влиянием работы Л.Хермандера [1], в связи с изучением некоэрцитивных краевых задач для эллиптических уравнений. Результаты, изложенные в ней, были опубликованы без доказательств в заметке [2]. Во время подготовки настоящей статьи к печати автору стало известно, что Л.Хермандером получены новые результаты (см. [3]), в том числе обобщающие теорему 1 из заметки [2]» (Егоров, 1967, с.356). Здесь [1] и [3] – работы Л.Хермандера (1966), [2] – статья Ю.В.Егорова «О псевдодифференциальных операторах главного типа» («Доклады АН СССР», 1966, том 171, № 4).

Индукция Ларса Хермандера. Ларс Хермандер (1968) обобщил на случай произвольных самосопряженных положительно определенных эллиптических операторов и псевдо-дифференциальных операторов один из результатов российского математика Б.М.Левитана (1954), связанный с оценкой остаточного члена оператора Лапласа. В.В.Головчанский в кандидатской диссертации «Асимптотическое поведение спектральной функции автоморфного лапласиана» (Владивосток, 2006) указывает: «В работе Б.М.Левитана [11] для оператора Лапласа была получена оценка остаточного члена. Л.Хермандер [19] обобщил результат работы [11] на случай произвольных самосопряженных положительно определенных эллиптических операторов и псевдо-дифференциальных операторов, заданных на компактном многообразии с тем же остаточным членом» (В.В.Головчанский, 2006). Здесь [11] – статья Б.М.Левитана «О разложении по собственным функциям оператора Лапласа» («Математический сборник», 1954, том 35, № 2).

Индукция Ларса Хермандера. Ларс Хермандер обобщил одну из теорем М.Цернера. Ж.Трев в книге «Лекции по линейным уравнениям в частных производных с постоянными коэффициентами» (Москва, «Мир», 1965) говорит о теореме, которую сформулировал Л.Хермандер в результате обобщения теоремы М.Цернера: «Теорема 15.3 принадлежит Л.Хермандеру. Она обобщает результат статьи Zerner M., Solutions de L′equation des ondes prestant des singularites sur une droite, C.R. Acad. Sci., Paris, 250 (1960), 2980. М.Цернер установил теорему 15.3 в том частном случае, когда P(D) есть волновой оператор» (Трев, 1965, с.202). Далее Ж.Трев поясняет теорему 15.3: «Теорема 15.3. Существует решение уравнения, обладающее следующими свойствами:

1) функция f в R^n принадлежит классу C^m;
2) функция f в $R^n \setminus \sum$ бесконечно дифференцируема;
3) в окрестности любой точки из $\sum$ функция f не принадлежит классу C^{m+1}» (там же, с.196).

Индукция Ларса Хермандера. Ларс Хермандер является автором фундаментального четырехтомного труда «Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными» (1986-1988). Для нас важно, что индуктивные доказательства занимают в этом труде весьма большое место. В частности, в 1-ом томе данной книги на основе индукции доказывается 6 лемм, теорем и предложений, во 2-ом томе – 7 лемм и теорем, в 3-ем томе – 23, в 4-ом – 10. Применяя индукцию, Л.Хермандер сопровождает свои действия детальными пояснениями, включающими в себя иногда краткий экскурс в историю математической науки. Так, в томе 2 своей книги «Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными» (1986) он пишет о теореме 10.6.7: «Доказательство теоремы 10.6.7 часто называют процедурой Миттаг-Леффлера, так как оно проходит по тому же образцу, что и классическое доказательство теоремы Миттаг-Леффлера, в котором строится мероморфная функция с заданными полюсами. Отметим, что на каждом шаге индукции важную роль играла точная информация о регулярности решения уравнения (10.6.1)… Иначе в процессе построения мы теряли бы все больше и больше производных» (Хермандер, 1986, с.54). Приведем таблицу, отражающую частоту использования Л.Хермандером индукции при реализации доказательных рассуждений.

№	Название статьи или книги	Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве
1.	Л.Хермандер, книга «Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными» (том 1, Москва, «Мир», 1986)	Теорема 1.1.8 – с.23, следствие 1.3.4 – с.31, теорема 4.5.13 – с.153, теорема 7.1.22 – с.207, теорема 7.7.1 – с.261, следствие 9.5.4 – с.416
2.	Л.Хермандер, книга «Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными» (том 2, Москва, «Мир», 1986)	Равенство (10.2.6) – с.26, предложение 10.2.9 – с.30, теорема 10.6.7 – с.54, теорема 12.1.2 – с.115, лемма 12.4.7 – с.136, теорема 15.4.3 – с.347, теорема А.2.2 – с.421.
3.	Л.Хермандер, книга «Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными» (том 3, Москва, «Мир», 1987)	формула (17.4.10) – с.55, предложение 18.1.4 – с.96, лемма 18.1.10 - с.105, теорема 18.1.11 – с.106, теорема 18.1.14 – с.109, лемма 18.1.18 – с.118, теорема 18.2.7 – с.141, теорема 18.3.16 – с.174, лемма 18.6.4 – с.225, лемма 18.6.10 – с.235, теорема 20.1.2 – с.316, лемма 20.1.13 – с.335, лемма 22.1.2 – с.467, оценка (22.2.5) – с.473, лемма 22.4.10 – с.500, теорема 23.2.2 – с.521, предложение 23.2.6 – с.523, теорема 23.4.8 – с.547, лемма 24.3.1 – с.569, лемма 24.4.6 – с.592, лемма 24.4.8 – с.596, теорема С.1.1 (теорема Фробениуса) – с.640, теорема С.4.6 – с.657.
4.	Л.Хермандер, книга «Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными» (том 4, Москва, «Мир», 1988)	лемма 25.1.2 – с.13, лемма 27.1.10 – с.219, лемма 27.3.2 – с.230, лемма 27.4.1 – с.237, лемма 27.5.3 – с.261, лемма 27.5.5 – с.266, лемма 30.1.5 – с.356, лемма 30.3.2 – с.379, лемма 30.5.1 – с.399, лемма 30.5.2 – с.399.

Индукция Н.И.Мусхелишвили, Н.П.Векуа и других ученых. Отечественные математики Н.И.Мусхелишвили (1968), Н.П.Векуа (1970), Ф.Д.Гахов (1977) и другие математики перенесли на более общую ситуацию метод решения сингулярных интегральных уравнений с применением факторизации их коэффициентов, разработанный Торстеном Карлеманом (1922). З.Пресдорф в обзоре «Линейные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27) пишет: «Метод решения сингулярных интегральных уравнений с применением факторизации их коэффициентов (или, что эквивалентно, путем решения соответствующей задачи сопряжения) был предложен Карлеманом (1922); им же указана идея построения явной факторизации с помощью интегралов типа Коши (при n=1). Метод Карлемана был широко использован и обобщен в работах Ф.Д.Гахова, Н.И.Мусхелишвили, И.Н.Векуа, Д.А.Квеселава, Б.В.Хведелидзе, И.Б.Симоненко и др (см. [6], [8], [31], [36], [37])» (Пресдорф, 1988, с.87). Здесь [6] – работа Н.П.Векуа (1970), [8] – работа Ф.Д.Гахова (1977), [31] – исследование Н.И.Мусхелишвили (1968).

Индукция Оскара Зарисского. Известный американский математик, лауреат премии Вольфа за 1981 год О.Зарисский совместно с П.Самуэлем написал двухтомную книгу «Коммутативная алгебра» (1963). Если оценивать данную книгу с точки зрения количества содержащихся в ней индуктивных доказательств, то она, безусловно, войдет в десятку монографий, в которых принцип движения мысли от частного к общему играет доминирующую роль. А.Гротендик в книге «Урожаи и посевы» (2001), перечисляя заслуги О.Зарисского в различных разделах математики, отмечает: «Основным вкладом Зарисского в этом направлении мне представляется введение «топологии Зарисского» (ставшей позднее важным инструментом для Серра в АКП), его «принцип связности» и то, что он назвал «теорией голоморфных функций» - сделавшейся в его руках теорией формальных схем…» (А.Гротендик, 2001). Частота использования индуктивных доказательств в книге «Коммутативная алгебра» (1963) названных авторов иллюстрируется следующей таблицей.

№	Название статьи или книги	Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве
1.	О.Зарисский, П.Самуэль, книга «Коммутативная алгебра» (том 1, Москва, издательство иностранной литературы, 1963)	теорема 5 – с.36, теорема 9 – с.44, теорема 13 (глава 1, § 18) – с.52, теорема 14 (глава 1, § 18) – с.52, теорема 22 (глава 1, § 21) – с.68, следствие (глава 2, § 3) – с.76, теорема 7 (глава 2, § 5) – с.83, теорема 12 (глава 2, § 6) – с.91, теорема 16 (глава 2, § 6) – с.96, теорема 30 (глава 2, § 13) – с.125, лемма 3 (глава 2, § 13) – с.126, теорема 35 (глава 2, § 15) – с.134, следствие 5 (глава 2, § 17) – с.149, теорема 43 (глава 2, § 17) – с.154, теорема 11 (глава 3, § 8) – с.177, следствие без номера (глава 3, § 10) – с.183, теорема 19 (глава 3, § 11) – с.186, теорема 22 (глава 3, § 11) – с.189, лемма без номера (глава 3, § 15) – с.227, теорема 1 (глава 4, § 1) – с.231, лемма 2 (глава, 4 § 7) – с.248, следствие 1 (глава 4, § 7) – с.249, теорема 21 (глава 4, § 11) – с.264, теорема 30 (глава 4, § 14) – с.277, теорема 31 (глава 4, § 14) – с.278, лемма 1 (глава 4, § 16) – с.284, лемма 2 (глава 4, § 16) – с.284, теорема 1 (глава 5, § 1) – с.294, теорема 3 (глава 5, § 2) – с.296, теорема 8 (глава 5, § 4) – с.306, лемма 5 (глава 5, § 6) – с.312, теорема 18 (глава 5, § 7) – с.320.
2.	О.Зарисский, П.Самуэль, книга «Коммутативная алгебра» (том 2, Москва, издательство иностранной литературы, 1963)	лемма 1 (глава 6, § 7) – с.44, лемма 2 (глава 6, § 7) – с.46, теорема 19 (глава 6, § 11) – с.76, теорема 23 (глава 6, § 12) – с.92, следствие без номера (глава 6, § 14) – с.113, теорема 37 (глава 6, § 16) – с.133, следствие без номера (глава 7, § 1) – с.168, теорема 4 (глава 7, § 1) – с.177, теорема 6 (глава 7, § 1) – с.177, лемма без номера (глава 7, § 3) – с.196, теорема 20 (глава 7, § 7) – с.227, теорема 24 (глава 7, § 7) – с.231, лемма без номера (глава 7, § 7) – с.234, теорема 26 (глава 7, § 8) – с.237, лемма 1 (глава 7, § 8) – с.240, теорема 28 (глава 7, § 8) – с.248, теорема 30 (глава 7, § 9) – с.250, теорема 32 (глава 7, § 10) – с.253, теорема 35 (глава 7, § 11) – с.260, теорема 4 (глава 7, § 12) – с.270, лемма 4 (глава 7, § 13) – с.279, лемма 6 (глава 7, § 13) – с.282, теорема 44 – с.285, теорема 3 – с.290,

		теорема 5 – с.296, теорема 7 – с.299, лемма («билинейная лемма») – с.323, следствие 1 – с.328, лемма 3 – с.331, теорема 20 – с.335, теорема 22 – с.341, теорема 25 – с.349, лемма 1 – с.356, теорема 29 – с.359, лемма 2 – с.366, предложение 1 – с.375, предложение 1 – с.382, предложение 3 – с.387, предложение 2 – с.398, лемма 3 – с.418, теорема 2 – с.420, лемма 5 – с.425, теорема без номера – с.430.

Индукция Александра Гротендика. Лауреат премии Филдса за 1966 год А.Гротендик перенес на абелевы категории многие результаты гомологической алгебры Анри Картана и Самуэля Эйленберга. Кроме Гротендика этим переносом занимались С.Маклейн и Д.Буксбаум. Карл Фейс в книге «Алгебра: кольца, модули и категории» (Москва, «Мир», 1977) пишет: «Абелевы категории были введены Маклейном [50], Буксбаумом [55] и Гротендиком [57] для того, чтобы обобщить гомологические методы Картана-Эйленберга [56] и других» (Фейс, 1977, с.398). «Работа Гротендика [57], - поясняет К.Фейс, - перенесла гомологическую алгебру в абелевы категории с точными прямыми пределами» (там же, с.13). Здесь [50] – работа С.Маклейна (1950), [55] – исследование Д.А.Буксбаума (1955), [57] – работа А.Гротендика (1957).

Индукция Александра Гротендика и других ученых. А.Гротендик и другие математики (1950-е годы) индуктивно перенесли теорию определителей Фредгольма на операторы в абстрактных банаховых пространствах. З.Пресдорф в обзоре «Линейные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27) пишет о теории интегральных уравнений Ивара Фредгольма: «Все результаты теории Фредгольма, не использующие определителей, были обобщены Ф.Риссом (1918) в рамках спектральной теории компактных операторов в банаховых пространствах. (…) Проблема распространения теории определителей Фредгольма на операторы в абстрактных бааховых пространствах была независимо решена Гротендиком, Лежаньским и Растоном в начале пятидесятых годов» (Пресдорф, 1988, с.9). Разъясняя понятие определителей Фредгольма, З.Пресдорф говорит: «Определители интегральных операторов были введены Фредгольмом в 1903 г., который выразил в их терминах точное решение интегрального уравнения второго рода с непрерывным ядром. Таким путем, следуя параллельно теории линейных алгебраических систем, Фредгольм провел полное исследование упомянутых уравнений. Абстрактная теория определителей для ядерных операторов в банаховом пространстве была развита Гротендиком, Растоном и Лежаньским в начале пятидесятых годов» (там же, с.37).

Индукция А.Гротендика, Ж.Дьедонне, Л.Шварца и других ученых. А.Гротендик (1950), Ж.Дьедонне и Л.Шварц (1950) и другие математики распространили на более общие пространства теорему В.Ф.Эберлейна (1947), согласно которой для того, чтобы множество было слабо бикомпактным, необходимо и достаточно, чтобы оно было слабо замкнутым и слабо компактным. Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Эберлейн [1] показал, что для того, чтобы множество было слабо бикомпактным, необходимо и достаточно, чтобы оно было слабо замкнутым и слабо компактным. Предлагаемое нами доказательство, являющееся простой модификацией доказательств В.Л.Шмульяна и Эберлейна, принадлежит Брейсу [1, 2]. Обобщения этих результатов на более общие пространства были сделаны Гротендиком [1, 2], Дьедонне и Л.Шварцем [1, стр.89], Коллинзом [1] и Птаком [1-3]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.504). Здесь [1] – работа В.Ф.Эберлейна (1947), [1] и [2] – исследования А.Гротендика (1950, 1950), [1] – работа Ж.Дьедонне и Л.Шварца (1952).

Индукция Александра Гротендика и других ученых. А.Гротендик (1953) перенес на случай локально компактного пространства теорему Дьедонне (1951), согласно которой последовательность регулярных борелевских мер, сходящаяся на системе открытых множеств компактного метрического пространства, сходится на всех борелевских множествах этого пространства. Другой математик, а именно П.Генсслер (1971) распространил данную теорему на случай регулярного хаусдорфова пространства. В.М.Климкин и Т.А.Срибная в статье «Сходимость последовательности слабо регулярных функций множества» («Математические заметки», 1997, том 62, вып.1) пишут: «Известна следующая теорема (Дьедонне [1]). Последовательность регулярных борелевских мер, сходящаяся на системе открытых множеств компактного метрического пространства, сходится на всех борелевских множествах этого пространства. Эта теорема обобщалась многими авторами. На случай локально компактного пространства результат Дьедонне был распространен А.Гротендиком [2], на случай регулярного хаусдорфова пространства – П.Генсслером [3]» (Климкин, Срибная, 1997, с.103). Здесь [1] – работа Ж.Дьедонне (1951), [2] – работа А.Гротендика (1953), [3] – исследование П.Генсслера (1971). Об этом же пишет Д.Э.Клепнев в кандидатской диссертации «Предельный переход под знаком интеграла и диагональные свойства мер» (Самара, 2008): «В работе [40] Дьедонне доказал теорему: пусть Ф – семейство конечных регулярных борелевских мер на кольце борелевских множеств компактного хаусдорфова топологического пространства. Если меры семейства Ф являются равномерно исчерпывающими на классе открытых множеств, то они равномерно непрерывны. В работе [46] А.Гротендик обобщил этот результат на семейство ограниченных аддитивных регулярных функций множества, заданных на кольце борелевских множеств. В работе [52] этот результат был обобщен Штейном для семейства ограниченных аддитивных слабо регулярных функций множества, заданных на кольце борелевских множеств хаусдорфова регулярного топологического пространства» (Д.Э.Клепнев, 2008). Здесь [40] – работа Ж.Дьедонне (1951), [46] – исследование А.Гротендика (1953), [52] – исследование Дж.Д.Стейна (Штейна) (1975).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик (1957) обобщил теорему Никодима, догадавшись, что в данной теореме можно заменить требование счетной аддитивности требованием ограниченности каждой аддитивной функции множества. В.М.Климкин в статье «О некоторых свойствах регулярных функций множества» («Математический сборник», 1992, том 183, № 6) указывает: «Согласно известной теореме Никодима, всякое семейство счетно-аддитивных (знакопеременных) функций множества, определенных на δ-алгебре множеств, ограниченное на каждом ее элементе, равномерно ограничено на ней. В 1957 году Гротендик показал, что в теореме Никодима требование счетной аддитивности можно заменить требованием ограниченности каждой аддитивной функции множества» (Климкин, 1992, с.155).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик (1958) построил математическую теорию схем в результате индуктивного обобщения свойств различных алгебраических многообразий, которые раньше изучались по отдельности (изолированно друг от друга). А.Гротендик в книге «Урожаи и посевы» (2001) описывает свой путь открытия математического понятия схемы: «Понятие схемы приходит на ум как самое естественное, самое «очевидное», когда речь идет о том, чтобы собрать в одно бесконечный ряд понятий «многообразия» (алгебраического), с каким приходилось иметь дело раньше (отдельное такое понятие для каждого простого числа…). И потом, та же самая схема (или «многообразие» нового вида) одна порождает, для каждого простого числа p, однозначно определенное «многообразие» (алгебраическое) в характеристике p. (…) «Схема» и есть этот магический веер, соединяющий между собой, как различные «ветви», эти «аватары», или «воплощения». Она же тем самым обеспечивает эффективный «принцип перехода», чтобы устанавливать связь между «многообразиями» - выходцами из геометрий, ранее представлявшихся в той или иной мере изолированными, отрезанными друг от друга» (Гротендик, 2001, с.52). В другом месте своей книги А.Гротендик вновь дает понять, что понятие схемы обобщает понятие алгебраического многообразия: «Понятие схемы представляет собой значительное расширение понятия алгебраического многообразия, и за счет этого полностью обновляет алгебраическую геометрию, завещанную моими предшественниками» (там же, с.62). Об этом же обобщении А.Гротендика пишет Р.Хартсхорн в книге «Алгебраическая геометрия» (1981): «Гротендик исходит из наблюдения, что аффинные многообразия соответствуют конечно порожденным целостным алгебрам над полем (3.8). Однако почему следует ограничиваться таким специальным классом колец? И он для любого коммутативного кольца A определяет топологическое пространство Spec A и пучок колец на нем, который является обобщением кольца регулярных функций на аффинном многообразии, и все это называет аффинной схемой. Произвольная схема определяется тогда путем склеивания аффинных схем, что является обобщением понятия абстрактного многообразия» (Хартсхорн, 1981, с.87). А.Гротендик (1968) индуктивно перенес на произвольные схемы понятие группы Брауэра, заимствованное из алгебраической теории чисел. А.Н.Паршин в статье «Арифметика алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки», 1970, 1971) указывает: «Роль, которую играет группа Брауэра в алгебраической теории чисел (т.е. арифметике одномерных числовых схем), хорошо известна (см., в частности, [403]). Неудивительно, что обобщение этой конструкции на произвольные схемы, сделанное Гротендиком, оказалось весьма полезным» (Паршин, 1971, с.115). Расшифровывая понятие математической схемы, В.И.Данилов в обзорной статье «Алгебраические многообразия и схемы» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 23) говорит: «Алгебраической схемой называется схема конечного типа над полем. Такие схемы наиболее близки к алгебраическим многообразиям. Можно даже сказать, что алгебраическое многообразие – это приведенная алгебраическая схема над алгебраически замкнутым полем» (Данилов, 1988, с.296).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик (1958) построил математическую теорию топосов в результате индуктивного обобщения фактов теории топологических пространств. А.Гротендик в книге «Урожаи и посевы» (2001) указывает: «Понятие топоса - расширение или, лучше сказать, метаморфоза понятия пространства. Тем самым оно обещает произвести сходное обновление топологии и, за ее пределами, геометрии» (Гротендик, 2001, с.62). Р.Голдблатт в книге «Топосы. Категорный анализ логики» (1983) пишет: «Слово «топос» («место» или «участок» по-гречески) было первоначально использовано Александром Гротендиком в алгебраической геометрии. Там имеется понятие пучка над топологическим пространством. Совокупность пучков над топологическим пространством образует категорию. Гротендик и его коллеги обобщили эту конструкцию, заменив топологическое пространство более общей категорной структурой. Возникающее обобщенное понятие категории пучков было названо топосом…» (Голдблатт, 1983, с.15). В результате сделанного обобщения у Гротендика появилась возможность говорить о совокупности пучков над топосом по аналогии с совокупностью пучков над топологическим пространством.

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик разработал математическую теорию мотивов (универсальную теорию когомологий алгебраических многообразий), индуктивно обобщив различные когомологические инварианты, то есть когомологические теории, которые приходилось изучать математикам. А.Гротендик в книге «Урожаи и посевы» (2001) повествует: «Обрисовывается вполне отчетливое ощущение (сначала оно было довольно туманным), что все теории стремятся «свестись к одной», что они «дают одни и те же результаты». Именно затем, чтобы выразить это интуитивное ощущение «родства» между различными когомологическими теориями, я вывел на свет понятие мотива, отвечающего алгебраическому многообразию. Этим термином я хотел навести на мысль, что речь идет об «общем мотиве» (или «общей причине»), скрытом в глубине огромного множества различных априори возможных когомологических инвариантов» (Гротендик, 2001, с.67).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик (1957) обобщил на случай полных многообразий (не обязательно проективных) многие теоремы Ж.П.Серра (1955), показывающие, что для проективных многообразий имеет место канонический изоморфизм пространств когомологий. Р.Хартсхорн перенес те же теоремы Ж.П.Серра на случай квазипроективных многообразий. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) повествует: «Классические результаты Серра [478] (известной под названием «GAGA») показывают, что для проективных многообразий имеет место канонический изоморфизм пространств когомологий H^i (X, F) ≈ H^i (X^{an}, F^{an}). Кроме того, Серр доказывает, что для любого когерентного аналитического пучка Г на X^{an} имеет место изоморфизм F^{an} ≈ Г, где F – некоторый алгебраический когерентный пучок на X. Позже эти результаты обобщались Гротендиком [217, 442] на случай полных многообразий (не обязательно проективных) и Хартсхорном на случай квазипроективных многообразий [261, 264]. Теоремы Серра были перенесены Гротендиком в формальную геометрию (см. § 6)» (Долгачев, 1972, с.56). Здесь [478] – исследование Ж.П.Серра (1955), [217] – исследование А.Гротендика (1957), [261] – работа Р.Хартсхорна (1971).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик (1957, 1958) перенес на произвольные полные многообразия теорему двойственности Ж.П.Серра, утверждающую двойственность друг другу пространств определенного вида. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) отмечает: «Теорема Серра [513] утверждает, что для любого неособого проективного многообразия над полем R размерности n и локально свободного пучка L на X пространства H^i (X, L) и H^{n-i} (X, $L' \otimes \omega x$) двойственны друг другу. Здесь ωx – пучок ростков регулярных n-форм на X, а L' - двойственный к L пучок. В докладе [218] Гротендик дает некоторые обобщения этой теоремы, а затем на Эдинбургском конгрессе [14] формулирует и обсуждает общую теорему двойственности для произвольных полных многообразий» (Долгачев, 1972, с.57). Здесь [218] – работа А.Гротендика (1957), [14] – доклад А.Гротендика (1958).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик (1961) индуктивно перенес на аффинные схемы критерий аффинности Ж.П.Серра. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) повествует: «Критерий аффинности Ж.П.Серра [469], заключающийся в характеризации аффинных многообразий свойством H^1 (X, I) = 0 для любого пучка идеалов I, был перенесен на случай аффинных схем Гротендиком [242] и Настольдом [412] (см. также [194]). Техника формальной геометрии Гротендика позволяет дать когомологическое обобщение теоремы о связности и теории голоморфных функций Зарисского» (Долгачев, 1972, с.57). Здесь [469] – исследование Ж.П.Серра (1957), [242] – исследование А.Гротендика (1961), [412] – работа Настольда (1961).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик перенес на случай семейств римановых поверхностей, параметризуемых точками комплексного многообразия, теорему Римана-Роха, которая позволяет вычислять размерность полной линейной системы дивизоров на кривых или поверхностях. А.Ю.Морозов и А.М.Переломов в статье «Комплексная геометрия и теория струн» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 54) пишут о задаче нахождения меры на пространстве модулей римановых поверхностей: «Для решения последней задачи теоремы Римана-Роха уже недостаточно и необходимо использовать ее обобщение – так называемую теорему Римана-Роха-Гротендика. Эта теорема является обобщением теоремы Римана-Роха на случай семейств римановых поверхностей, параметризуемых точками комплексного многообразия» (Морозов, Переломов, 1989, с.225). Независимо от А.Гротендика известный математик Ф.Хирцебрух (1953, 1956) обобщил теорему Римана-Роха на многообразия произвольной размерности, о чем мы скажем чуть ниже. Обобщением этой теоремы занимались также А.Борель, Ж.П.Серр, Д.Толедо, Я.Тонг. Математик Т.Петтернел в статье «Когомологии» (сборник «Итоги науки и техники», 1996, том 74) пишет о теореме Римана-Роха, которую он обозначает символом (4.13): «Эта теорема для линейных расслоений над компактными римановыми поверхностями принадлежит Риману и Роху; в таком виде ей более ста лет. В 1953 г. А.Хирцебрух [25] доказал (4.13) для проективных многообразий. Общий случай – следствие теоремы Атьи-Зингера об индексе [2]. Существуют обобщения этой теоремы на случай когерентных пучков над проективными многообразиями [6] и над компактными многообразиями [42]. Кроме того, Гротендик доказал теорему Римана-Роха в относительной алгебраической ситуации, то есть для отображений» (Петтернел, 1996, с.220).

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик (1968) обобщил теорему чистоты Зарисского-Нагаты на случай локальных нетеровых колец размерности 3 или больше 3. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) сообщает: «…Гротендик обобщает теорему чистоты Зарисского-Нагаты (см. § 1) на случай локальных нетеровых колец размерности ≥ 3, являющихся полными пересечениями» (Долгачев, 1972, с.60). Объяснение смысла указанной теоремы чистоты мы почерпнем из той же обзорной статьи И.В.Долгачева, в которой он пишет о теории конечных накрытий алгебраических многообразий: «Одним из центральных результатов этой теории является теорема чистоты Зарисского-Нагаты для множества разветвления. Эта теорема утверждает, что множество точек ветвления конечного накрытия f : V → W является дивизором, если V нормально, а W – неособо. В случае, когда основное поле R имеет нулевую характеристику, этот результат был доказан Зарисским в 1958 г. [514]. Одновременно (для произвольного R) он был доказан Нагатой [396]» (Долгачев, 1972, с.55). Кроме А.Гротендика, данную теорему обобщали М.Артин и сам И.В.Долгачев. «Различные аналоги и обобщения теоремы чистоты Зарисского-Нагаты были получены Гротендиком (для группы Брауэра [231] и для бирационального морфизма [247]), И.В.Долгачевым [18, 179] (для свойства гладкости семейства кривых), Артином (SGA4)» (там же, с.55). Здесь [231] – исследование А.Гротендика (1968), [247] – исследование А.Гротендика (1967), [179] – работа И.В.Долгачева (1969), SGA – семинар по алгебраической геометрии, который многие годы проводился во Франции.

Индукция Александра Гротендика. А.Гротендик обобщил на формы с особенностями размерности нуль понятие вычета А.Пуанкаре (1887), введенное для случая двойных интегралов, то есть для функций двух комплексных переменных. Мы уже говорили, что сам А.Пуанкаре ввел свой вычет в результате обобщения интегральной теоремы Коши на функции двух комплексных переменных. П.Дольбо в статье «Общая теория многомерных вычетов» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 7) отмечает: «Пуанкаре впервые распространил понятие вычета замкнутой мероморфной дифференциальной формы на случай многих переменных (1887) [55]» (Дольбо, 1985, с.229). Если рассматривать вычет Пуанкаре как обобщение одномерного вычета Коши на формы с особенностями коразмерности 1, то можно сказать, что А.Гротендик перенес вычет Пуанкаре для форм с особенностями коразмерности 1 на формы с особенностями размерности нуль. П.Дольбо в статье «Общая теория многомерных вычетов» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 7) констатирует: «Вычет Пуанкаре для n переменных можно рассматривать как обобщение одномерного вычета на формы с особенностями коразмерности 1. Можно построить другое обобщение, для форм с особенностями размерности нуль. Оно приводит к понятию точечного вычета или символа вычета Гротендика…» (Дольбо, 1985, с.231). Далее П.Дольбо пишет: «Символ вычета Гротендика, введенный в алгебраической геометрии, сыграл значительную роль в аналитической геометрии; он изучался Гриффитсом [24, 25], был использован Боттом и другими [6], [7], [4], [3] в исследовании особенностей голоморфных и мероморфных векторных полей [6], [7], [3]. Связь между вычетом Гротендика и вычетом Пуанкаре становится ясной при рассмотрении вычетных потоков, которые ввели Колефф и Эррера [11]…» (там же, с.231).

Индукция Джеймса Стейна (Штейна). Джеймс Стейн (1975) распространил одну из теорем А.Гротендика (1953) на семейство ограниченных аддитивных слабо регулярных функций множества, заданных на борелевских множествах регулярного хаусдорфова топологического пространства. В.М.Климкин и Т.А.Срибная в статье «Равномерная непрерывность семейства слабо регулярных функций множества в топологическом пространстве» («Математические заметки», 2003, том 74, вып.1) сообщают: «В работе [1] А.Гротендик доказал, что для равномерной непрерывности семейства ограниченных аддитивных регулярных функций множества, заданных на борелевских множествах локального компактного хаусдорфова топологического пространства, достаточно равномерной непрерывности этого семейства на открытых множествах. Д.Штейн [2] распространил этот результат на семейство ограниченных аддитивных слабо регулярных функций множества, заданных на борелевских множествах регулярного хаусдорфова топологического пространства» (Климкин, Срибная, 2003, с.60). Здесь [1] – исследование А.Гротендика (1953), [2] – работа Дж.Стейна (1975).

Индукция Мишеля Рейно. М.Рейно (1968) индуктивно обобщил на случай произвольных групповых схем результаты Чжоу о проективности однородных пространств. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) отмечает: «Результаты Чжоу о проективности однородных пространств были в значительной мере обобщены Рейно на случай произвольных групповых схем [449]» (Долгачев, 1972, с.75). Здесь [449] – работа М.Рейно (1968). Некоторым дополнением к сказанному служат следующие слова В.А.Абрашкина, который в статье «Групповые схемы периода p» (Известия АН СССР, 1982, том 46, № 3) сообщает: «В [1] Тейт и Оорт указали явную конструкцию групповых схем порядка p над достаточно общей базой. Рейно в [3] применил соображения работы [1] для описания групповых схем периода p, снабженных действием поля Fq, где q = [G] (схемы Fq - векторов)» (Абрашкин, 1982, с.435).

Индукция Мишеля Рейно. М.Рейно (1970) обобщил теорему М.Артина, сводящую вопрос о представимости функтора Пикара схемой к вопросу о представимости группового алгебраического пространства схемой. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) указывает: «Теорема Артина сводит вопрос о представимости функтора Пикара схемой к вопросу о представимости группового алгебраического пространства схемой. Сам Артин решает положительно этот вопрос для случая, когда базисная схема есть спектр локального артинова кольца, тем самым заново получая результат Мюрре [389] и Сиварамакришнан [491]. Рейно [447] обобщает этот результат на случай, когда S – нормальная локально нетерова схема размерности 1 и групповое алгебраическое пространство G гладко над S…» (Долгачев, 1972, с.84). Здесь [447] – исследование М.Рейно (1970).

Индукция Кунихико Кодаиры. Помимо теории чисел, теории множеств и теории групп, индуктивные доказательства часто применяются в теории алгебраических многообразий (алгебраической геометрии). Чтобы убедиться в этом, достаточно прочитать книгу М.Бальдассари «Алгебраические многообразия» (1961). В этой книге указывается, что Кунихико Кодаира (лауреат премии Филдса за 1954 год) при помощи индукции доказал теорему о том, что для любого неособого алгебраического многообразия поверхностная иррегулярность равна наибольшему значению характеристических дефектов неособых простых дивизоров. М.Бальдассари пишет об этом доказательстве: «Изложим вкратце доказательство Кодаиры. a) Прежде всего, Кодаира доказывает, что арифметический род дивизора D зависит лишь от его класса гомологий. С помощью модулярного свойства арифметического рода общий случай легко сводится к случаю гомологичного нулю дивизора D. Оказывается, что в этом случае $Pa(D)=(-1)^n$. Доказательство проводится индукцией по размерности многообразия V…» (Бальдассари, 1961, с.274).

Индукция Кунихико Кодаиры. Кунихико Кодаира обобщил теорию Ходжа на когомологии Дольбо. Д.В.Алексеевский, А.М.Виноградов и В.В.Лычагин в обзоре «Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 28) отмечают: «Кодаира перенес теорию Ходжа на когомологии Дольбо» (Алексеевский и др., 1988, с.264).

Индукция Фридриха Хирцебруха. Лауреат премии Вольфа за 1988 год Ф.Хирцебрух (1954) открыл знаменитую формулу сигнатуры для ориентированных многообразий произвольной размерности в результате индуктивного обобщения формулы сигнатуры В.А.Рохлина для четырехмерного ориентированного многообразия. Формула В.А.Рохлина описывает сигнатуру многообразия как важнейший инвариант ориентируемого кобордизма. Ф.Хирцебрух применил свою формулу для доказательства общей теоремы Римана-Роха в алгебраической геометрии. С.П.Новиков в статье «Топология в XX веке: взгляд изнутри» (УМН, 2004, том 59, вып.5 (359)) объясняет: «Рохлин открыл новый важнейший инвариант ориентируемого кобордизма – так называемую «сигнатуру» многообразия (разность чисел положительных и отрицательных квадратов матрицы пересечений 2к-циклов в 4к-мерном многообразии (ориентируемом). Из результатов Рохлина для $k = 1$ и Тома для всех $k \geq 1$ вытекает, что сигнатура выражается линейно через числа Понтрягина. Красивая формула была получена Хирцебрухом в 1954 г., блестяще применившим этот результат к доказательству общей теоремы Римана-Роха в алгебраической геометрии» (Новиков, 2004, с.11). Об этом же пишет А.С.Мищенко в статье «Формула Хирцебруха: 45 лет истории и современное состояние» (журнал «Алгебра и анализ», 2000, том 12, вып.4): «Владимир Абрамович Рохлин стоял у истоков создания теории характеристических классов в топологии и, в частности, в разработке так называемой формулы Хирцебруха. В 1952 г. В.А.Рохлин [2] выразил сигнатуру четырехмерного ориентированного многообразия через его первый класс Понтрягина. Он установил, что сигнатура четырехмерного ориентированного многообразия X равна Sign (X) = P1 (X) / 3, где P1 (X) есть первый класс Понтрягина. Спустя год Ф.Хирцебрух [3] написал формулу для выражения сигнатуры в терминах характеристических классов Понтрягина для ориентированных многообразий произвольной размерности» (Мищенко, 2000, с.16). В другом месте той же статьи А.С.Мищенко вновь отмечает роль обобщения в выводе формулы сигнатуры Хирцебруха: «Как уже упоминалось, эта формула была установлена в 1952 г. В.А.Рохлиным [2] для четырехмерных многообразий, а в полном объеме для многообразий произвольной размерности – Ф.Хирцебрухом [3] в 1953 г. Существует несколько способов обобщения формулы Хирцебруха главным образом для неодносвязных многообразий» (там же, с.19). Примечательно, что Ф.Хирцебрух доказал свою формулу сигнатуры индуктивно, то есть путем перебора случаев, для которых она верна, о чем речь ниже.

Индукция Фридриха Хирцебруха. Ф.Хирцебрух (1956) индуктивно обобщил на многообразия произвольной размерности знаменитую теорему Римана-Роха, позволяющую вычислять размерность полной линейной системы дивизоров на кривых или поверхностях. И.В.Долгачев и В.А.Исковских в статье «Геометрия алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 12) повествуют о теореме Римана-Роха: «Эта теорема, в классической формулировке вычисляющая размерность полной линейной системы дивизоров на кривых или поверхностях, была обобщена в 1956 г. на многообразия произвольной размерности Хирцебрухом (см. [119]) (в комплексном случае). В 1957 г. Гротендик дал чисто алгебраическое доказательство этой теоремы, верное для неособых проективных многообразий над алгебраически замкнутым полем произвольной характеристики [175, 397]»

(Долгачев, Исковских, 1974, с.88). Теорема Римана-Роха обобщалась также К.Кодаирой и Д.Спенсером. И.И.Пятецкий-Шапиро в предисловии к книге Шэн-Шэня Чжэня «Комплексные многообразия» (1961) пишет: «В теории алгебраических функций одного комплексного переменного центральное место принадлежит двум теоремам. Это теорема Римана-Роха и теорема Абеля. Теорема Римана-Роха позволяет вычислить размерность пространства мероморфных функций, полюсы которых находятся только в данных точках и имеют порядки, не превосходящие данных чисел. Теорема Абеля в простейшей своей форме отвечает на вопрос, когда данная совокупность точек является совокупностью нулей и полюсов некоторой мероморфной функции. Благодаря работам Кодаиры, Спенсера и Хирцебруха были найдены весьма глубокие обобщения этих теорем на алгебраические многообразия произвольной размерности» (Пятецкий-Шапиро, 1961, с.6). Об этой же индукции Хирцебруха и Гротендика говорит Р.Хартсхорн в книге «Алгебраическая геометрия» (1981), в которой он пишет о теореме Римана-Роха: «Эта теорема была известна классикам для кривых и поверхностей, но когомологический подход Хирцебруха [1] и Гротендика (см. Борель и Серр [1]) позволил прояснить и обобщить ее на многообразия произвольной размерности» (Хартсхорн, 1981, с.86).

Индукция Фридриха Хирцебруха. Напомним, что в формуле Хирцебруха, являющейся важным достижением алгебраической геометрии (теории алгебраических многообразий) сигнатура многообразия выражается в терминах характеристических классов гладкого многообразия. Поскольку частные случаи этой формулы были установлены В.А.Рохлиным (учеником Л.С.Понтрягина) и Рене Томом (лауреатом премии Филдса за 1958 год), указанную формулу называют также формулой Рохлина-Тома-Хирцебруха. А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко в статье «Индекс эллиптических операторов над С*-алгебрами» (Известия АН СССР, серия математическая, 1979, том 43, № 4) пишут о том, как Ф.Хирцебрух доказал указанную формулу, обозначаемую как (1): «В конечном счете, проверку формулы (1) достаточно провести для некоторой серии конкретных классических многообразий (именно, комплексных проективных пространств $X=CP^{2R}$). Именно таким способом и была доказана формула (1) в (3)» (Мищенко, Фоменко, 1979, с.832). Здесь (3) – работа Ф.Хирцебруха, в которой он впервые доказал формулу сигнатуры (формулу Рохлина-Тома-Хирцебруха). Только что приведенная статья А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко позволяет понять, что доказательство Ф.Хирцебруха сводилось к проверке формулы для серии конкретных классических многообразий, что напоминает о последовательном переборе. Наиболее известной книгой Ф.Хирцебруха, посвященной теории алгебраических многообразий, является книга «Топологические методы в алгебраической геометрии» (1973). В данной книге известный математик при помощи индукции доказывает теорему 2.12.2 (лемму Пуанкаре) – с.57, теорему 13.1.1 – с.130 (о которой автор пишет: «Мы проведем доказательство индукцией по q»), теорему 16.1.2 – с.161, теорему 18.3.1 – с.176, теорему 19.2.1 – с.177 (о которой математик говорит: «Доказательство проводится индукцией по размерности множества V»), теорему 19.3.1 – с.179, теорему 19.3.2 – с.180. О теоремах 19.2.1, 19.3.1 и 19.3.2 Хирцебрух пишет: «Индукционный метод доказательства теорем 19.2.1, 19.3.1, 19.3.2 часто используется в алгебраической геометрии» (Хирцебрух, 1973, с.180). Также посредством индукции автор доказывает теорему 22.1.2 – с.198 (о доказательстве которой он пишет на стр.198: «Оно проводится индукцией с использованием теоремы Лефшеца о гиперплоских сечениях (Ботт [4])»).

Индукция Элдона Дайера. Э.Дайер (1962) перенес теорему Римана-Роха на более общую ситуацию, чем это сделали Ф.Хирцебрух и А.Гротендик. А.Л.Смирнов в статье «Теорема Римана-Роха для операций в когомологиях алгебраических многообразий» (журнал «Алгебра и анализ», 2006, том 18, № 5) пишет: «Еще более общая топологическая теорема Римана-Роха появилась в статье Е.Дайера [4], где отмечены фольклорное происхождение теоремы и ее известность Адамсу, Атье и Хирцебруху. В этой теореме характер Чженя заменен на произвольную мультипликативную операцию между произвольными теориями когомологий (многообразия X и Y предполагаются ориентированными в каждой из двух теорий)» (Смирнов, 2006, с.211). Здесь [4] – исследование Э.Дайера (1962). Об этом же А.Л.Смирнов пишет в докторской диссертации «Теорема Римана-Роха для операций в когомологиях алгебраических многообразий» (Санкт-Петербург, 2006). Говоря о теореме Гротендика, которая является обобщением теоремы Римана-Роха, А.Л.Смирнов отмечает: «Со времени своего появления теорема Гротендика многократно обобщалась: вместо гладких многообразий рассматривались особые, алгебраические многообразия заменялись пространствами с другой геометрической структурой (например, схемами), появились варианты теоремы Римана-Роха без знаменателей. (…) Еще более общая топологическая теорема Римана-Роха появилась в статье Элдона Дайера [18], где отмечены фольклорное происхождение теоремы и ее известность Дж.Адамсу, М.Атье и Ф.Хирцебруху. В этой теореме характер Чженя заменен на произвольную мультипликативную операцию между произвольными теориями когомологий» (А.Л.Смирнов, 2006). Напомним, что классическая теорема Римана-Роха, сформулированная и доказанная Ф.Хирцебрухом на одном из этапов ее обобщения, вычисляет эйлерову характеристику эйлерова расслоения на гладком проективном алгебраическом многообразии по его рангу и классам Чженя.

Индукция Рауля Ботта. Лауреат премии Вольфа за 2000 год Рауль Ботт (1957) перенес на более общую ситуацию теорему Бореля-Вейля. Данная теорема представляет собой современную интерпретацию теоремы Картана о старшем весе, согласно которой неприводимое конечномерное представление полупростой алгебры Ли полностью определяется своим старшим весом. Говоря о теореме Бореля-Вейля-Ботта, А.А.Кириллов в книге «Лекции по методу орбит» (Новосибирск, 2002) пишет: «Эта теорема являет собой кульминационный результат теории представлений компактных групп Ли, поскольку дает единую геометрическую конструкцию для всех унитарных неприводимых представлений всех компактных связных групп Ли. Первая часть, известная как теорема Бореля-Вейля, является современной интерпретацией теоремы Картана о старшем весе. Теорема Бореля-Вейля имеет замечательное обобщение, принадлежащее Ботту» (Кириллов, 2002, с.261). Формулировку теоремы Бореля-Вейля-Ботта можно найти в статье А.В.Лебедева «О теореме Бота-Бореля-Вейля» («Математические заметки», 2007, том 81, вып.3), в которой он пишет: «Основное поле – C, и все рассматриваемые пространства конечномерны. Пусть g – простая алгебра Ли, n – ее максимальная нильпотентная алгебра, а M – неприводимый g-модуль. Известная теорема Бота-Бореля-Вейля (ББВ) утверждает, что $\dim H^{I\ (nM)} = \mathrm{card}\ (\{\omega \in WI\ L\ (\omega)\})$, где W – группа Вейля алгебры Ли g, а L (ω) – длина элемента ω (определения см. в [1])» (Лебедев, 2007, с.474). Здесь [1] – книга Н.Бурбаки «Группы и алгебры Ли» (Москва, «Мир», 1978). Объяснение смысла теоремы Бореля-Вейля-Ботта содержится также в работе И.Б.Пенкова «Теория Бореля-Вейля-Ботта для классических супергрупп Ли» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 32).

Индукция Стивена Смейла. Американский математик, лауреат премии Филдса за 1966 год Стивен Смейл (1959) пришел к заключению о том, что хаотические системы могут демонстрировать устойчивость, индуктивно исходя из устойчивости ряда параметров вакуумной лампы (осциллятора) Ван-дер-Поля, несмотря на то, что хаотические процессы играют в этой лампе существенную роль. К этому заключению Смейл склонился после того, как получил в 1959 году письмо от одного из коллег (Н.Левинсона), в котором указанная лампа Ван-дер-Поля описывалась как пример системы одновременно хаотической и устойчивой. До получения этого письма Смейл считал, что устойчивость и хаотичность – слова-синонимы, причем в то время он не был знаком и с хаотической системой Лоренца, которая также демонстрирует устойчивость. Джеймс Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (2001) пишет о письме Н.Левинсона, полученном Смейлом: «В письме его коллега сообщал, что многие системы вовсе не так понятны, как представлялось Смейлу. В доказательство автор письма приводил систему, где сосуществовали хаос и устойчивость. И эта система была вполне «крепкой»!» (Глейк, 2001, с.66). «Смейл, - продолжает Д.Глейк, - с недоверием вчитывался в строки письма, однако через некоторое время убедился в правоте коллеги. Хаос и неустойчивость – понятия, смысл которых еще не отлился в чеканные формулировки, - вовсе не синонимы. Хаотичная система вполне может демонстрировать устойчивость, если определенное ее иррегулярное качество продолжает существовать вопреки незначительным помехам, о чем наглядно свидетельствовала система Лоренца (Смейл и услышит о ней лишь годы спустя). Открытый Лоренцом хаос при всей своей непредсказуемости являлся столь же устойчивым, как шарик в лунке» (там же, с.66). Далее Д.Глейк детализирует содержание письма: «Пример, который содержался в адресованном Смейлу послании, являл собой другую простую систему, открытую более тридцати лет назад, но незаслуженно забытую. Эта система – колеблющаяся электрическая цепь, по сути своей маятник, нелинейный и подвергаемый, подобно качелям, периодическому воздействию силы. Если быть еще более точным, речь шла о вакуумной лампе, сконструированной в 20-е годы голландским инженером-электриком Балтазаром ван дер Полем» (там же, с.67). Д.В.Аносов, С.Х.Арансон, В.З.Гринес, Р.В.Плыкин и другие в книге «Динамические системы с гиперболическим поведением» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 66) указывают: «Когда позднее Смейл в первой своей работе по теории ДС (динамических систем – Н.Н.Б.) высказал предположение о типичности ДС Морса-Смейла, Левинсон мог сразу сообщить ему, что это неверно. (Другим противоречащим примером, который указал Том, был гиперболический автоморфизм двумерного тора). Это сообщение стимулировало открытие подковы» (Аносов и др., 1991, с.75).

Индукция Стивена Смейла. Стивен Смейл (1965) индуктивно перенес на случай своей подковы методы символической динамики, впервые разработанные Ж.Адамаром (1898) при исследовании некоторых геодезических потоков и развитые впоследствии Марстоном Морсом (1921). Напомним, что подкова Смейла – это пример динамической системы, имеющей бесконечное число периодических точек (и хаотическую динамику), причем это свойство не разрушается при малых возмущениях системы. Р.Боуэн в статье «Равновесные состояния и эргодическая теория диффеоморфизмов Аносова» (книга Р.Боуэна «Методы символической динамики», 1979) констатирует: «Символическая динамика для некоторых геодезических потоков восходит к Адамару и была развита Морсом [9]. Смейл [13] перенес ее на случай «подковы», а Адлер и Вейс [1] – на случай автоморфизмов тора» (Боуэн, 1979, с.74). Здесь [9] – исследование М.Морса (1921), [13] – работа С.Смейла (1965), [1] – исследование Р.Адлера и Б.Вейсса (1970).

Индукция Стивена Смейла. Стивен Смейл разработал конструкцию приклеивания ручек к многообразиям в результате индуктивного обобщения хорошо известного процесса конструирования любой замкнутой ориентируемой поверхности в виде сферы с ручками. С.П.Новиков, И.И.Пятецкий-Шапиро и И.Р.Шафаревич в статье «Основные направления развития алгебраической топологии и алгебраической геометрии» (УМН, 1964, том 19, вып.6 (120)) констатируют: «Смейлом была исследована конструкция приклеивания ручек к многообразиям, обобщающая хорошо известную конструкцию любой замкнутой ориентируемой поверхности в виде сферы с ручками» (Новиков и др., 1964, с.79).

Индукция Стивена Смейла. Стивен Смейл (1964) совместно с коллегой Р.Пале обобщил на дважды непрерывно дифференцируемые функционалы на гильбертовых многообразиях теорию М.Морса, позволяющую исследовать дифференцируемые многообразия путем оценки критических точек гладких функций на этих многообразиях. И.В.Скрыпник в обзоре «Разрешимость и свойства решений нелинейных эллиптических уравнений» (сборник «Итоги науки и техники», 1976, том 9) пишет: «Теория Морса оценки количества критических точек гладких функций на конечномерных дифференцируемых многообразиях обобщена в ряде работ на функционалы на бесконечномерных многообразиях. В частности, в работах Пале и Смейла [255, 256, 275] развита теория Морса для дважды непрерывно дифференцируемых функционалов на гильбертовых многообразиях. В работах автора [99, 107, 123] развита теория Морса для менее гладких функционалов, что обеспечивает более широкие применения к дифференциальным уравнениям» (Скрыпник, 1976, с.134). Об этом же обобщении С.Смейла и Р.Пале И.В.Скрыпник пишет в другом месте своего обзора: «Методы Морса [77, 89, 241], устанавливающие связь между характером и количеством критических точек гладких функций на дифференцируемых конечномерных многообразиях были обобщены в работах ряда авторов [27, 69, 99, 107, 123, 231, 255, 256, 275, 279, 280] на случай функционалов на бесконечномерных многообразиях. Пале и Смейлом [255, 256, 275] развита теория Морса для дважды непрерывно дифференцируемых функционалов на гильбертовых многообразиях, удовлетворяющих условию С» (там же, с.165). Здесь [255] – работа Р.Пале (1963), [256] – работа Р.Пале и С.Смейла (1964), [275] – исследование С.Смейла (1964). С.А.Вахрамеев в работе «Теория Морса и теория Люстерника-Шнирельмана в геометрической теории управления» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 39) рассматривает тот же вопрос, а именно обобщение теории Морса и теории Люстерника-Шнирельмана: «В начале 60-тых годов обе эти теории были обобщены на бесконечномерный случай. Первое такое обобщение принадлежит Пале и Смейлу [250], [258], перенесшим теорию Морса на случай гильбертовых многообразий без края. Этими авторами было предложено условие компактности – условие (С), обеспечивающее, в частности, существование градиентного потока, который позволяет осуществлять необходимые деформации множеств уровня соответствующей функции» (Вахрамеев, 1991, с.41). Здесь [250] – исследование Р.С.Пале (1963), [258] – исследование Р.С.Пале и С.Смейла (1964).

Индукция Стивена Смейла. Стивен Смейл (1965) обобщил на случай фредгольмовых отображений F (x) из банахова пространства X в банахово пространство Y теорему А.Сарда о мере множества критических значений отображения $F{:}R^n \rightarrow R^R$ из соответствующего класса гладкости. Примечательно, что сама теорема А.Сарда является обобщением теоремы Э.П.Морса о том, что множество критических значений функции определенного вида имеет меру нуль. С.И.Похожаев в статье «О множестве критических значений функционалов» («Математический сборник», 1968, том 75 (117), № 1) пишет о теореме Э.П.Морса, которую обобщил А.Сард, а также об обобщении С.Смейлом теоремы А.Сарда: «Теорема (Морс). Пусть G – открытое множество из n-мерного пространства R^n и f (x) – функция, которая задана на G и принадлежит классу C^n ($n \geq 1$). Тогда множество критических значений функции f (x) имеет меру нуль. На основании теоремы Морса Сардом [3] была доказана теорема о мере (в пространстве R^R) множества критических значений отображения $F{:}R^n \rightarrow R^R$ из соответствующего класса гладкости. Аналогичная теорема была независимо доказана А.Я.Дубовицким [4] на основании работы [2]. (…) Теорема Сарда была обобщена Смейлом [6] на случай фредгольмовых отображений F (x) из банахова пространства X в банахово пространство Y» (Похожаев, 1968, с.106). Здесь [3] – исследование А.Сарда (1942), [6] – исследование С.Смейла (1965), [4] – статья А.Я.Дубовицкого «О дифференцируемых отображениях n-мерного куба в R-мерный куб» («Математический сборник», 1953, том 32 (74)), [2] – статья А.С.Кронрода и Е.М.Ландиса «О множествах уровня функций многих переменных» («Доклады АН СССР», 1947, том 158, № 7). М.Хирш в книге «Дифференциальная топология» (1999) дает понять, что Э.П.Морс – это однофамилец Марстона Морса, создателя теории критических точек функций и функционалов.

Индукция Артура Сарда. Описав то, как Стивен Смейл обобщил одну из теорем А.Сарда, мы считаем целесообразным выделить в отдельный индуктивный вывод (отдельное индуктивное обобщение) результат самого А.Сарда, распространившего на более общую ситуацию теорему Энтони Морса. Итак, А.Сард (1942) перенес на векторно-значный случай теорему Энтони Морса, сформулированную им в 1939 году в вещественно-значном случае.

В.М.Миклюков в книге «Введение в негладкий анализ» (Волгоград, ВолГУ, 2008) указывает: «Ниже обсуждается классическая теорема Морса-Сарда. Эта теорема, часто называемая просто «теоремой Сарда», была доказана Морсом [Mors 39] в 1939 в вещественно-значном случае; Сард [Sar 42] обобщил этот результат на векторно-значный случай» (Миклюков, 2008, с.161).

Индукция Морриса Хирша. Американский математик, автор классической монографии «Дифференциальная топология» (1979) Моррис Хирш (1959) обобщил на произвольные многообразия теорему С.Смейла о погружениях сфер в евклидово пространство. Й.Малешич, П.Пушкарь и Д.Реповш в статье «Выворачивающиеся наизнанку сферы» («Труды Математического института им.В.А.Стеклова», 2004, том 247) формулируют теорему Смейла, которую обобщил М.Хирш: «Два погружения называются регулярно гомотопными, если они гомотопны в классе погружений. Теорема Смейла о погружениях сфер в евклидово пространство сводит классификацию погружений к гомотопической задаче (см. также [3]). Теорема 1.1 [21]. Множество погружений $S^n \rightarrow R^m$ с точностью до регулярной гомотопии находится во взаимно однозначном соответствии с группой πn (Vmn)…» (Малешич, 2004, с.151). «Теорема Смейла 1.1, - продолжают авторы, - была обобщена Хиршем на произвольные многообразия. Теорема 1.3 [9]. Пусть N - гладкое n-многообразие и $m \geq n+1$. Тогда отображение $f \rightarrow df$ определяет взаимно однозначное соответствие между множеством погружений $N \rightarrow R^m$ с точностью до регулярной гомотопии и множеством линейных мономорфизмов $\Phi: TN \rightarrow R^m$ с точностью до гомотопии в классе линейных мономорфизмов» (там же, с.152). Здесь [9] – работа М.Хирша (1959), [21] – работа С.Смейла (1959). Примечательно, что теорема М.Хирша, являющаяся обобщением теоремы С.Смейла, доказывается посредством индукции. Й.Малешич, П.Пушкарь и Д.Реповш в той же статье «Выворачивающиеся наизнанку сферы» отмечают: «Теорема 1.3 доказывается индукцией по количеству ручек в разложении на ручки. При этом в шаге индукции применяется относительная версия теоремы Смейла 1.1» (Малешич и др., 2004, с.153).

Индукция А.Я.Дубовицкого. Отечественный математик А.Я.Дубовицкий (1953) распространил на более общую ситуацию одну из теорем А.С.Кронрода и Е.М.Ландиса (1947). А.Я.Дубовицкий в статье «О дифференцируемых отображениях n-мерного куба в R-мерный куб» («Математический сборник», 1953, том 32 (74), № 2) пишет: «В 1947 г. А.С.Кронрод и Е.М.Ландис [1] доказали, что множество значений, принимаемых n раз дифференцируемой функцией u1 ($x_1,\ldots, x_n$) от n переменных на множестве ее особых точек, имеет меру нуль, и построили пример n-1 раз дифференцируемой функции от n переменных, для которой это множество содержит целый отрезок. Настоящая статья содержит распространение этого результата на случай отображений n-мерного куба Cn в R-мерный куб CR» (Дубовицкий, 1953, с.443). Об этом же обобщении теоремы А.С.Кронрода и Е.М.Ландиса А.Я.Дубовицкий пишет в статье «О структуре множеств уровня дифференцируемых отображений n-мерного куба в K-мерный куб» (Известия АН СССР, серия математическая, 1957, том 21, вып.3): «Аналогичное предложение для функций многих переменных получили А.С.Кронрод и Е.М.Ландис в работе (1), основным результатом которой является теорема о том, что типичное множество уровня n раз дифференцируемой функции n переменных не содержит нулей ее дифференциала. Там же показано, исходя из примера Д.Е.Меньшова, что при любом n существует n-1 раз дифференцируемая функция n переменных, принимающая на своем особом множестве значения, заполняющие целый отрезок, откуда следует, что предпосылки полученной теоремы не могут быть ослаблены. В работе автора (2) эти результаты были обобщены на случай дифференцируемых отображений n-мерного куба в K-мерный куб» (Дубовицкий, 1957, с.373).

Индукция Дж.Т.Шварца и Р.Пале. Дж.Т.Шварц (1964) перенес теорию Люстерника-Шнирельмана на категорию гильбертовых многообразий. Р.С.Пале распространил теорию

Люстерника-Шнирельмана на случай банаховых многообразий. С.А.Вахрамеев в статье «Теория Морса и теория Люстерника-Шнирельмана в геометрической теории управления» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 39) описывает события, имевшие место после того, как теория Морса была обобщена на случай гильбертовых многообразий: «Вскоре после этого Дж.Шварц [270], используя технику работ Пале и Смейла, перенес теорию Люстерника-Шнирельмана на категорию гильбертовых многообразий. Это обобщение дало возможность получить новое доказательство теоремы Серра [274] о существовании бесконечного числа геодезических, соединяющих две заданные точки односвязного компактного риманова многообразия. Наконец, Пале [252] перенес теорию Люстерника-Шнирельмана на случай банаховых многообразий, используя введенное им понятие псевдоградиентного векторного поля» (Вахрамеев, 1991, с.41). Здесь [270] – работа Дж.Т.Шварца (1964), [252] – исследование Р.С.Пале (1966).

Индукция Карен Уленбек. Женщина-математик Карен Уленбек (1970) индуктивно распространила теорию Морса (и методы Морса) на функционалы, действующие на банаховых многообразиях, имеющие слабо невырожденные критические точки. И.В.Скрыпник в обзоре «Разрешимость и свойства решений нелинейных эллиптических уравнений» (сборник «Итоги науки и техники», 1976, том 9) повествует: «В работе [279] методы Морса распространяются на функционалы на банаховых многообразиях, имеющие слабо невырожденные критические точки» (Скрыпник, 1976, с.171). Здесь [279] – исследование К.Уленбек (1970). Отметим, что К.Уленбек – автор замечательной книги «Инстантоны и четырехмерные многообразия» (Москва, «Мир», 1988), написанной совместно с Д.Фридом. В этой книге описываются, в частности, математические открытия Саймона Дональдсона (лауреата премии Филдса за 1986 год), который перенес в топологию идеи и методы математической физики, а именно теории уравнений Янга-Миллса. Вот одна из цитат из этой книги, показывающая, что аналогия стоит у истоков любого математического доказательства: «Дональдсон доказал несглаживаемость некоторых четырехмерных топологических многообразий; годом раньше Фридман построил эти многообразия как часть своего решения четырехмерной топологической гипотезы Пуанкаре. (…) Примечательно, что Дональдсон доказал свою топологическую теорему, изучая пространство решений уравнений Янга-Миллса, которые относятся к ультрасовременной физике. Неизбежен философский вывод: мы, математики, нуждаемся в физике!» (Фрид, Уленбек, 1988, с.9).

Индукция Станислава Ивановича Похожаева. Советский математик С.И.Похожаев (1968), как и Стивен Смейл, обобщил на бесконечномерный случай теорему Морса о том, что множество критических значений функции определенного вида имеет меру нуль. И.В.Скрыпник в обзоре «Разрешимость и свойства решений нелинейных эллиптических уравнений» (сборник «Итоги науки и техники», 1976, том 9) указывает: «В работе [94] получено обобщение на бесконечномерный случай теоремы Морса, доказано, что для достаточно гладких фредгольмовых функционалов на сепарабельном рефлексивном вещественном банаховом пространстве множество критических точек имеет лебегову меру нуль» (Скрыпник, 1976, с.146). Здесь [94] – статья С.И.Похожаева «О множестве критических значений функционалов» («Математический сборник», 1968, том 75, № 1).

Индукция Марка Горески и Роберта Макферсона. М.Горески и Р.Макферсон (1988) обобщили теорию Морса на случай стратифицированных пространств, то есть на более широкий класс пространств, чем их предшественники. Об этом М.Горески и Р.Макферсон пишут в своей книге «Стратифицированная теория Морса» (Москва, «Мир», 1991): «В этой книге мы обобщаем теорию Морса, расширяя класс обслуживаемых ею пространств. Такое увеличение общности позволяет найти для нее ряд новых приложений, наиболее естественные из которых – исследование пространств с особенностями» (Горески, Макферсон, 1991, с.13). Далее математики детализируют свой подход: «Сейчас мы собираемся рассмотреть два обобщения стратифицированной теории Морса. Первое из них имеет дело с некоторыми несобственными функциями, второе же, которое мы назовем относительной теорией Морса, работает с композициями функций. Эти два обобщения расширяют область приложений стратифицированной теории Морса за пределы изучения пространств с особенностями» (там же, с.19). Возвращаясь к обсуждению основной цели своей монографии ниже по тексту, указанные математики вновь говорят о своем обобщении: «Основная цель этой книги состоит в естественном обобщении классической теории Морса, имеющей дело с гладкими многообразиями, на случай стратифицированных пространств. Мы уже видели, как модифицируются в стратифицированном контексте основные теоремы, связывающие топологию пространства с особенностями функции на нем» (там же, с.22).

Индукция Сергея Александровича Вахрамеева. С.А.Вахрамеев (1990) обобщил теорию Морса на случай гильбертовых многообразий с особенностями (с углами). С.А.Вахрамеев в статье «Теория Морса и теория Люстерника-Шнирельмана в геометрической теории управления» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 39) отмечает: «Обобщение теории Морса на случай гильбертовых многообразий с особенностями – так называемых гильбертовых многообразий с углами – пригодное для исследования задач управления, связанных с системами постоянного ранга, было дано автором в [33], [34]. Статья [34] (см. также [125]) содержит и основы конечномерной теории Морса для многообразий с углами, полученной А.А.Аграчевым и автором» (Вахрамеев, 1991, с.44). Здесь [33] – статья С.А.Вахрамеева «Теория Пале-Смейла для многообразий с углами. Случай конечной коразмерности» (УМН, 1990, том 45, № 4), [34] – его же статья «Гильбертовы многообразия с углами конечной коразмерности и теория оптимального управления» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 28).

Индукция К.Шиффлера, Ф.Томи и А.Тромбы. К.Шиффлер (1987), Ф.Томи и А.Тромба (1995) обобщили на случай минимальных поверхностей высших топологических типов теорему Морса об индексе, которая, как известно, задает способ вычисления индекса Морса в терминах якобиевых векторных полей. С.Хильдебрандт в статье «Краевые задачи для минимальных поверхностей» (сборник «Итоги науки и техники», 2003, том 90) пишет о том, как теорема Морса об индексе переносилась на более общую ситуацию: «Обобщения теоремы об индексе на случаи минимальных поверхностей высших топологических типов были получены Шиффлером [416], Томи и Тилем; недавно была доказана весьма общая теорема об индексе, см. Томи и Тромба [461]» (Хильдебрандт, 2003, с.243). Здесь [416] – исследование К.Шиффлера (1987), [461] – исследование Ф.Томи и А.Тромбы (1995).

Индукция Юрия Витальевича Чеканова. Ю.В.Чеканов (1996) индуктивно перенес на лежандровы подмногообразия расслоения 1-струй классические теоремы Люстерника-Шнирельмана и Морса о числе критических точек гладкой функции на замкнутом многообразии. П.Е.Пушкарь в статье «Обобщение теоремы Чеканова. Диаметры иммерсированных многообразий и волновых фронтов» («Труды МИАН», 1998, том 221) пишет: «Теорема Чеканова [1] обобщает классические теоремы Люстерника-Шнирельмана и Морса о числе критических точек гладкой функции на замкнутом многообразии. (…) Теорема Чеканова утверждает, что если Λ (лежандрово подмногообразие – Н.Н.Б.) гомотопно 1-графику гладкой функции в классе вложенных лежандровых, то у графика многозначной функции должно быть много точек (их число определяется топологией M), в которых касательная плоскость к графику параллельна M × 0» (Пушкарь, 1998, с.289). Сам Ю.В.Чеканов в статье «Критические точки квазифункций и производящие семейства лежандровых многообразий» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1996, том 30, вып.2) пишет о своем обобщении: «В настоящей работе доказывается, в частности, дальнейшее обобщение теорем Люстерника-Шнирельмана и Морса, в котором вместо точных лагранжевых подмногообразий кокасательного расслоения участвуют лежандровы подмногообразия расслоения 1-струй» (Чеканов, 2006, с.56). В.И.Арнольд в книге «Что такое математика» (2002) высоко оценивает обобщение Ю.В.Чеканова: «Я считаю изобретение контактной топологии, вершиной которой является теорема Чеканова и Пушкаря о выворачивании волновых фронтов, одним из высших достижений математики конца XX в. Это – нечастый случай, когда современная математика породила трудный физически значимый результат» (Арнольд, 2002, с.80).

Индукция Джона Столлингса. Джон Столлингс перенес в кусочно-линейную топологию конструкцию приклеивания ручек, разработанную С.Смейлом в теории дифференцируемых многообразий. Одновременно этот же перенос осуществил Е.С.Зиман. Известные математики К.Рурк и Б.Сандерсон в книге «Введение в кусочно-линейную топологию» (1974) пишут: «Теорема об h-кобордизме была доказана Смейлом [Н.4] в дифференцируемом случае; его доказательство по существу совпадает с доказательством, приведенным в гл.6. Ему же принадлежит идея ручки. Однако по некоторым техническим причинам ручки удобны лишь в кусочно-линейном случае, а в дифференцируемом случае обычно предпочитают равносильное понятие функции Морса. Эту позицию занимает, например, Милнор [Н.6]. На кусочно-линейный случай конструкции Смейла были перенесены несколькими авторами, в частности, Столлингсом и Зиманом. Смейл использовал свою теорему об h-кобордизме для доказательства гипотезы Пуанкаре в размерностях ≥ 5» (Рурк, Сандерсон, 1974, с.184). Здесь [Н.4] – работа С.Смейла (1962), [Н.6] – исследование Дж.Милнора (1965). Отметим, что Джон Столлингс известен тем, что в свое время доказал обобщенную гипотезу Пуанкаре, согласно которой всякое многообразие гомотопического типа сферы размерности 5 и более кусочно-линейно гомеоморфно (топологически эквивалентно) сфере. Для того, чтобы объяснить понятие кобордизма, обратимся к обзору В.М.Бухштабера «Характеристические классы в кобордизмах и топологические приложения теории однозначных и двузначных формальных групп» (сборник «Итоги науки и техники», 1978, том 10), в котором он сообщает: «Коротко говоря, два замкнутых многообразия называются кобордантными, если их несвязное объединение является границей некоторого многообразия. Важнейшим свойством кобордизма является то, что характеристические числа кобордантных многообразий равны. Это позволяет в ряде задач топологии, анализа и алгебраической геометрии сводить вопросы, относящиеся к данному многообразию, к вопросам, относящимся к его классу кобордизмов [45], [35], [28]» (Бухштабер, 1978, с.5). Понятие кобордизма ввел Рене Том (лауреат премии Филдса за 1958 год), о чем пишет М.Хирш в книге «Дифференциальная топология» (1999): «В 1954 г. Рене Том предложил новое отношение эквивалентности между многообразиями: кобордизм. Два многообразия называются кобордантными, если вместе они составляют край компактного многообразия» (Хирш, 1999, с.12).

Индукция Брайана Берча и Питера Свиннертон-Дайера. Б.Берч и П.Свиннертон-Дайер (1960) выдвинули гипотезу о том, что количество и структура множества рациональных решений эллиптической кривой тесно связаны с поведением L-функции в единице, индуктивно основываясь на экспериментальном обнаружении данной связи для ряда эллиптических кривых. Отметим, что Берч и Свиннертон-Дайер обнаружили эту закономерность, вычисляя на компьютере значение L-функции для различных кривых. Валерий Чумаков в статье «Миллион долларов на размышление» (журнал «Вокруг света», 02.04.2010 г.) пишет: «Корни диофантовых уравнений, простые числа и точки пересечения плоских кривых описываются с помощью некоторых специальных функций – например, дзета-функции Римана или ее обобщения, L-функции Гассе-Вейля. Математики Берч (Bryan John Birch) и Свиннертон-Дайер (Sir Henry Peter Francis Swinnerton-Dyer) в 1960 году, экспериментируя на компьютере с некоторыми известными кривыми, обнаружили для них довольно простое поведение L-функции вблизи нулей. Тогда они предположили, что это свойство будет сохраняться для любых кривых. Ни доказать, ни опровергнуть это предположение пока никто не смог» (В.Чумаков, 2010). Об этом же говорит Дж.В.С.Касселс в статье «Точные результаты в арифметике кривых высоких родов» (УМН, 1985, том 40, вып.4 (244)): «Бирч и Свиннертон-Дайер [10] на основе численных расчетов выдвинули очень точные гипотезы, связывающие группу рациональных точек на кривой рода 1 (ее группу Морделла-Вейля) с поведением дзета-функции кривой. На этом пути сосредоточилось много последующих работ» (Касселс, 1985, с.44). Сергей Николенко в статье «Проблемы 2000 года: гипотеза Берча-Свиннертона-Дайера» (журнал «Компьютерра», № 47-48 от 23 декабря 2005 года) подтверждает, что Берч и Свиннертон-Дайер выдвинули свое предположение, основываясь на компьютерном экспериментировании: «Первым, кто поставил проблему поиска рациональных решений в ее современном смысле, был великий французский математик Анри Пуанкаре. Пуанкаре сделал для развития математики (в том числе алгебраической геометрии) и физики очень многое. О других его достижениях у нас еще будет повод поговорить, ведь именно он сформулировал одну из «задач на миллион», в его честь и названную гипотезой Пуанкаре. Брайан Берч (Bryan Birch) и Питер Свиннертон-Дайер (Peter Swinnerton-Dyer) (да-да, Берч-Свиннертон-Дайер – это два человека, а не три) занимались этой проблемой в начале шестидесятых. Примечательно, что у истоков гипотезы стоит один из ранних компьютеров – кембриджский EDSAC, с помощью которого Берч и Свиннертон-Дайер исследовали поведение так называемых эллиптических кривых…» (С.Николенко, 2005). Отметим, что Институт Клея (США) установил награду размером в 1 миллион долларов для математика, которому удастся найти строгое доказательство гипотезы Берча-Свиннертона-Дайера.

Индукция Юргена Мозера. Американский математик, лауреат премии Вольфа за 1994 год Ю.Мозер (1962) обобщил на случай дифференцируемых функций результаты А.Н.Колмогорова, полученные им для аналитических функций и изложенные в работе «О сохранении условно периодических движений для малых возмущений функции Гамильтона» («Доклады АН СССР», 1954, том 98). Данная работа А.Н.Колмогорова положила начало теории устойчивости движения в классической механике при наличии малых (аналитических) возмущений гамильтониана интегрируемой системы. Ю.Мозер, получив указанное обобщение теории Колмогорова, называемой сегодня КАМ-теорией, внес в нее значительный вклад. Необходимо отметить, что Ю.Мозер не понял схему доказательства, которая содержалась в названной работе А.Н.Колмогорова и касалась случая аналитических функций. При этом он решил разработать свое доказательство, которое было реализовано для случая дифференцируемых функций. Джон Мезер в предисловии ко 2-му тому книги Ю.Мозера «КАМ-теория и проблемы устойчивости» (НИЦ РХД, 2001) пишет о статье, в которой Ю.Мозер обобщал идеи Андрея Николаевича: «Статья «Об инвариантных кривых отображений кольца, сохраняющих площадь» является одной из фундаментальных работ КАМ-теории. Она возникла в результате усилий Мозера понять фундаментальную работу Колмогорова [9] и решить задачу Дж.Д.Биркгофа. Мозер рассказывает в [14], что в то время, когда он писал эту работу, ему еще не удалось достигнуть первой цели, хотя он и преуспел со второй. Тем не менее, влияние работы [9] на эту статью очевидно. В дополнение к решению задачи Биркгофа Мозер обобщил результат Колмогорова из случая аналитических на случай дифференцируемых функций, хотя (а, может, потому что) не понял доказательства для случая аналитической ситуации» (Мезер, 2001, с.7). Джон Мезер добавляет: «Обычно говорится, что Мозер обобщил теорему Колмогорова из аналитического случая на дифференцируемый случай, но я думаю, также можно сказать, что он обобщил теорему Колмогорова на случай «малого закручивания» (там же, с.17). Поскольку Ю.Мозер действовал по аналогии с работой А.Н.Колмогорова, мы можем говорить, что американский математик действительно обобщил его результаты. Как замечает Джон Мезер в том же предисловии, «влияние статьи Колмогорова на работу Мозера явно просматривается в итерационной процедуре Мозера. Как и Колмогоров, Мозер доказывает существование инвариантных кривых с помощью бесконечной последовательности замен координат и перехода к пределу» (там же, с.13). Здесь [9] – статья А.Н.Колмогорова «О сохранении условно периодических движений для малых возмущений функции Гамильтона» («Доклады АН СССР», 1954, том 98). Говоря о теореме Колмогорова, мы имеем в виду его теорему о том, что для возмущенной системы существует большое количество инвариантных торов. Колмогоров доказывал ее итерационной процедурой (методом Ньютона), то есть методом последовательных приближений, заимствованным из исследований Л.В.Канторовича. В.И.Арнольд в статье «Об А.Н.Колмогорове», представленной в книге «Колмогоров в воспоминаниях» (1993) пишет: «Но как найти инвариантный тор в фазовом пространстве неинтегрируемой системы? Естественно начать с теории возмущений, рассмотрев систему, близкую к интегрируемой. Различные варианты теории возмущений многократно обсуждались в небесной механике, а потом – в ранней квантовой механике. Но все эти теории возмущений приводят к расходящимся рядам. Андрей Николаевич понял, что расходимость можно преодолеть, если вместо разложений по степеням малого параметра использовать метод Ньютона в функциональном пространстве (о котором он незадолго до того прочел в статье Л.В.Канторовича «Функциональный анализ и прикладная математика» в «Успехах математических наук»)» (В.И.Арнольд, 1993).

Индукция Юргена Мозера. Ю.Мозер перенес на более общую ситуацию знаменитую теорему Джона Нэша (1956) об изометричном погружении компактного риманова многообразия в определенную область евклидова пространства. Другими словами, Ю.Мозер усилил и обобщил теорему Нэша. Д.В.Алексеевский, А.М.Виноградов и В.В.Лычагин в обзоре «Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 28) пишут: «Знаменитая теорема Нэша [153] утверждает, что всякое компактное риманово многообразие может быть изометрично погружено в наперед заданную область N-мерного евклидова пространства, если $N \geq n\ (3n+11)/2$. Метод Нэша впоследствии был усовершенствован В.А.Рохлиным и Громовым [31]… Доказательство теоремы Нэша основано на доказанной им сильной теореме существования для нелинейных систем дифференциальных уравнений в частных производных. Эта теорема Нэша, усиленная и обобщенная Мозером и другими [15], представляет собой с идейной точки зрения бесконечномерный вариант известного «метода касательных Ньютона» (Алексеевский и др., 1988, с.231).

Индукция Юргена Мозера. Ю.Мозер (1962) сформулировал теорему об устойчивости неподвижных точек при резонансах порядка, большего четырех, индуктивно обобщив результат В.И.Арнольда (1961), установившего устойчивость неподвижных точек нерезонансных систем. В.И.Арнольд в книге «Новый обскурантизм и российское просвещение» (2003) пишет: «Убедить математических «специалистов» правильно толковать гипотезы о росте размерностей аттракторов мне не удается, так как они, подобно юристам, возражают мне формальными ссылками на имеющиеся догматические своды законов, содержащие «точное формальное определение» аттракторов невежд. Колмогоров, напротив, никогда не заботился о букве чьего-то определения, а думал о сущности дела. Решив в 1960 г. проблему Биргофа об устойчивости неподвижных точек нерезонансных систем, я опубликовал в 1961 г. решение именно этой проблемы. Годом позже Ю.Мозер обобщил мой результат, доказав устойчивость и при резонансах порядка, большего четырех. Только тут я заметил, что мое доказательство устанавливало этот более общий факт, но, будучи загипнотизированным формулировкой определения нерезонансности Биркгофа, я не написал, что доказал больше, чем требовал Биркгоф» (В.И.Арнольд, 2003).

Индукция Юргена Мозера. Ю.Мозер (1966) обобщил на случай дифференцируемых функций теорему В.И.Арнольда о векторных полях на n-мерном торе, которую отечественный математик сформулировал для случая аналитических функций в статье «Малые знаменатели. Отображение окружности на саму себя» («Известия АН СССР», 1961, том 25). Джон Мезер в предисловии ко 2-му тому книги Ю.Мозера «КАМ-теория и проблемы устойчивости» (НИЦ РХД, 2001) пишет о лекции Ю.Мозера «Быстро сходящийся метод итераций и нелинейные дифференциальные уравнения» (1966): «В конце третьей главы Мозер обсуждает теорему Арнольда [4] о векторных полях на n-мерном торе и обобщает ее из случая аналитических на случай дифференцируемых функций. Примечательно, что его обобщение теоремы Арнольда на случай дифференцируемых функций основано не на методе Нэша-Мозера. Вместо этого он выводит версию теоремы Арнольда для дифференцируемых функций из арнольдовской (аналитической) версии, используя старые результаты Бернштейна и Джексона из теории аппроксимаций» (Мезер, 2001, с.18). Здесь [4] статья В.И.Арнольда «Малые знаменатели. Отображение окружности на саму себя» («Известия АН СССР», 1961, том 25).

Индукция Джона Нэша. Американский математик, лауреат Нобелевской премии по экономике за 1994 год Джон Нэш (1956) обобщил на неаналитический случай теорему Коши-Ковалевской о существовании решения дифференциального уравнения. Мы уже говорили, что теорема о существовании и единственности решения уравнения была сформулирована и доказана О.Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, а С.Ковалевская перенесла эту теорему на дифференциальные уравнения с частными производными. Обобщение указанной теоремы на неаналитический случай понадобилось Джону Нэшу для решения проблемы погружения римановых многообразий в евклидовы пространства. Э.Г.Позняк и Д.Д.Соколов в статье «Изометрические погружения римановых пространств в евклидовы» (сборник «Итоги науки и техники», 1977, том 15) пишут: «В 1956 г. Дж.Нэш [142] предложил метод регулярных изометрических погружений регулярных римановых многообразий в евклидовы пространства. Центральным моментом в построениях Нэша является обобщение на неаналитический случай теоремы Коши-Ковалевской для уравнений погружения. Им рассматривалась задача о погружении метрики, достаточно близкой к метрике подмногообразия S евклидова пространства E^n. Для этой задачи им составлялись уравнения для деформации поверхности, необходимой для реализации близкой метрики. Эти уравнения могут быть представлены в виде системы Коши-Ковалевской, если рассматриваемое подмногообразие S представляет собой свободное погружение (первые и вторые производные радиуса-вектора S в каждой точке линейно независимы)» (Позняк, Соколов, 1977, с.181).

Индукция Джона Нэша. Джон Нэш (1956) индуктивно распространил с класса метрики низкой размерности на класс метрики высокой размерности свои результаты об оценке для величин высших производных при решении проблемы вложения римановых многообразий в евклидово пространство. Джон Нэш в статье «Проблема вложений для римановых многообразий» (журнал «Успехи математических наук», 1971, том 26, вып.4 (160)) пишет о полученной оценке для величин высших производных: «Наш результат допускает распространение по индукции в случае, когда G принадлежит G^R или когда G принадлежит C^∞. Индуктивный шаг от C^3 к C^4, показанный выше, затрагивал использование новых свойств G, описываемых неравенствами (B50)» (Нэш, 1971, с.202). Об этом же Джон Нэш пишет чуть выше: «Случай, когда $G \in C^R$, изучается с помощью метода математической индукции. Мы можем проиллюстрировать все характерные черты индукционного построения, рассматривая переход от C^3 к C^4» (там же, с.200). Д.Реповш и А.Скопенков в статье «Новые результаты о вложениях полиэдров и многообразий в евклидовы пространства» (УМН, 1999, том 54, вып.6 (330)) дают понять, что исследования Дж.Нэша по проблеме вложения римановых многообразий следует рассматривать как звено длинной цепи аналогичных исследований, проведенных другими математиками: «Многие теоремы в математике утверждают, что любое пространство из данного абстрактно определенного класса всегда является подпространством некоторого «стандартного» пространства из этого класса. Это такие теоремы, как теорема Кэли о вложении конечных групп в симметрическую группу, теорема о существовании точного линейного представления компактных групп Ли, теорема Урысона о вложении нормальных пространств со счетным базисом в гильбертово пространство, теорема общего положения о вложении конечномерных полиэдров в R^m, теорема Менгера-Небелинга-Понтрягина о вложении конечномерных компактов в R^m, теорема Уитни о вложении гладких многообразий в R^m, теорема Нэша о вложении римановых многообразий в R^m, теорема Громова о вложении симплектических многообразий в R^{2n} и т.д.» (Реповш, Скопенков, 1999, с.62).

Индукция Джона Нэша. Джон Нэш (1966) высказал идею о том, что широкий класс сглаживающих операторов, заданных на вещественно-аналитическом многообразии, обладает комплексным продолжением в комплексную оболочку многообразия, индуктивно исходя из того, что таким комплексным продолжением обладал сглаживающий оператор, использованный им в работе «Аналитичность решений задач о неявной функции с аналитическими исходными данными» (УМН, 1971, том 26, вып.4 (160)). В данной работе, являющейся переводом на русский язык его статьи за 1966 год, Джон Нэш пишет: «Естественно предположить, что широкий класс сглаживающих операторов, заданных на вещественно-аналитическом многообразии и удовлетворяющих оценкам, аналогичным (2) и (3), обладает комплексным продолжением в комплексную оболочку многообразия с сохранением подобных оценок. Мы не знаем, каковы вообще условия продолжимости. Представляется очень вероятным, что сглаживающий оператор, первоначально использованный в [3], обладает комплексным продолжением такого типа, хотя это и не так просто усмотреть, как для оператора, введенного в этой работе» (Нэш, 1971, с.225). Здесь [3] – статья Джона Нэша «Проблема вложений для римановых многообразий» (журнал «Успехи математических наук», 1971, том 26, вып.4 (160)). Под оценками (2) и (3) Дж.Нэш понимает оценки сглаживающего оператора, то есть неравенства, гарантирующие сходимость процесса комплексного продолжения функций, которые используются для построения изометрических вложений римановых многообразий в евклидово пространство.

Индукция Александра Александровича Андронова. Создатель теории бифуркации фазового портрета динамической системы А.А.Андронов (1946) доказал существование периодических решений при решении задачи Вышнеградского в теории регулирования, когда индуктивно (по аналогии, что одно и то же) распространил в область решения данной задачи теорему Брауэра о неподвижной точке. В.В.Немыцкий в статье «Некоторые проблемы качественной теории дифференциальных уравнений» (УМН, 1954, том 9, вып.3 (61)) отмечает: «Доказательство существования периодических решений должно получаться непосредственным применением теоремы Брауэра о неподвижной точке. Именно, следует установить, что поле внутри тора таково, что меридиональное сечение тора переходит непрерывным образом в себя при движениях по траекториям. Таким образом, в общем случае проблема сводится к исследованию некоторого точечного преобразования и разысканию неподвижных точек этого точечного преобразования. Именно этим методом А.А.Андронов [43] в своей классической работе 1946 г. разрешил задачу Вышнеградского в теории непрямого регулирования» (Немыцкий, 1954, с.49). Здесь [43] – работа А.А.Андронова и А.Г.Майера «Задача Вышнеградского в теории прямого регулирования» (журнал «Автоматика и телемеханика», 1947, том 8, № 5). Разумеется, описанная индукция может рассматриваться и как аналогия, ошибки здесь не будет, так как аналогия как интеллектуальная процедура является структурным компонентом индуктивных рассуждений. Напомним, что Джон фон Нейман в свое время доказал существование ситуации равновесия в математической теории игр также благодаря применению теоремы Брауэра о неподвижной точке.

Индукция Мариуша Пейксото (Пейкшото). М.Пейксото (1950-е годы) обобщил результаты Андронова-Понтрягина, полученные ими в теории бифуркаций динамических систем, на случай, когда фазовое пространство является тором или любой другой ориентируемой двумерной поверхностью (сферой с любым количеством ручек). Ю.С.Ильяшенко в книге «Эволюционные процессы и философия общности положения» (Москва, МЦНМО, 2007) пишет: «Стив Смейл, в 50-е годы сделавший значительные открытия в топологии, полностью сменил тематику и занялся теорией динамических систем. Он был вдохновлен тем самым вопросом, о котором уже было сказано: что же происходит в теории динамических систем в многомерном фазовом пространстве? Он находился под сильным влиянием работ и идей Андронова, эти идеи были развиты в конце 50-х годов Мариушем Пейксото, который обобщил результаты Андронова-Понтрягина на случай, когда фазовое пространство – тор или любая другая ориентируемая двумерная поверхность: сфера с любым количеством ручек. Пейксото доказал, в частности, что траектории типичного векторного поля на ориентируемой замкнутой поверхности стремятся к конечному числу особых точек и предельных циклов» (Ильяшенко, 2007, с.16). Напомним, что теория Андронова-Понтрягина, которую обобщал М.Пейксото, описывает типичные динамические системы на плоскости и на сфере. Главый результат этой теории – теорема Андронова-Понтрягина, согласно которой в системе общего положения на плоскости фазовые кривые могут стремиться только к особым точкам и предельным циклам. Более того, почти все траектории стремятся либо к притягивающим особым точкам, либо к притягивающим предельным циклам, либо к бесконечности. Об обобщении М.Пейксото пишет также В.В.Немыцкий в статье «Некоторые современные проблемы качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений» (УМН, 1965, том 20, вып.4 (124)). Говоря о теории Андронова-Понтрягина и произнося фамилию Пейксото как «Пейшото», В.В.Немыцкий поясняет: «Надо отметить, что существенным предположением для этой теории было предположение, что граница области, в которой исследуется система, должна была представлять дугу без контакта. Н.М.Пейшото и М.С.Пейшото [45] отказались от этого последнего ограничения и рассмотрели границы более общего типа. Наконец, в 1962 г. Н.М.Пейшото [46] перенес эти результаты на случай дифференцируемых многообразий» (Немыцкий, 1965, с.9).

Индукция Флориса Такенса. Голландский математик Флорис Такенс (1981) обобщил на динамические потоки и каскады известную теорему Х.Уитни о вложении дифференцируемых многообразий в R^m. Н.Г.Макаренко в диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Реконструкция динамики геофизических систем из геометрии и топологии матричных данных» (Алма-Ата, 2005) констатирует: «Метод реконструкции аттрактора из скалярных временных рядов был предложен в 1980 г. как эвристический в статье «Геометрия из временных рядов» [15]. Год спустя он стал строгим благодаря работе Такенса [16], который обобщил теорему Уитни о вложении дифференцируемых многообразий в R^m на динамические потоки и каскады» (Н.Г.Макаренко, 2005). Здесь [15] – исследование Н.Х.Паккарда, Дж.П.Кратчфилда и Дж.Д.Фармера (1980), [16] – работа Ф.Такенса (1981). Теорему Уитни о вложении можно сформулировать словами М.Хирша, который в книге «Дифференциальная топология» (1999) пишет: «Пусть М – компактное хаусдорфово n-мерное C^r – многообразие с $\alpha \leq r \leq \infty$. Тогда существует C^r – вложение многообразия М в R^{2n+1}» (Хирш, 1999, с.37). Е.В.Никульчев в учебном пособии «Идентификация динамических систем на основе симметрий реконструированных аттракторов» (Москва, МГУП, 2010) подчеркивает значимость теоремы Ф.Такенса, возникшей в результате обобщения результата Х.Уитни: «Именно она лежит в основе всех алгоритмов анализа временных рядов методами нелинейной динамики» (Никульчев, 2010, с.46). «Таким образом, - поясняет тот же автор, - теорема Такенса подводит строгую математическую основу под идеи нелинейной авторегрессии» (там же, с.48). Укажем, что именно Ф.Такенс совместно с Д.Рюэлем выдвинул гипотезу о несправедливости теории возникновения турбулентности, сформулированной Л.Д.Ландау. Эта гипотеза индуктивно основывалась на экспериментах Г.Суинни и Д.Голлаба, в которых для изучения гидродинамических вихрей использовался лазер. Как известно, Л.Д.Ландау рассматривал процесс развития турбулентности как переход жидкости от одних частот периодического вихревого движения к другим частотам, но ученые не смогли в своем эксперименте обнаружить эту последовательную смену частот движения вихрей. Удавалось фиксировать лишь первую частоту, после которой возникал турбулентный беспорядок. Примечательно, что перед постановкой своих опытов Г.Суинни и Д.Голлаб верили в теорию Ландау и хотели лишь убедиться в ее корректности.

Индукция Джона Милнора и Мишеля Кервера. Американский математик, лауреат премии Филдса за 1962 год Джон Милнор совместно с Мишелем Кервером индуктивно обобщил знаменитую теорему В.А.Рохлина о делимости сигнатуры четырехмерного многообразия на 16. О.Я.Виро и В.М.Харламов в статье «О работах В.А.Рохлина по топологии» (журнал «Алгебра и анализ», 1990, том 2, вып.2) пишут о том, как была обобщена теорема о делимости сигнатуры на 16, сформулированная В.А.Рохлиным: «В шестидесятые годы Рохлин вновь обращается к топологии четырехмерных многообразий. Его внимание к этой области привлекла заметка Кервера и Милнора, в которой доказывалось, что некоторые двумерные гомологические классы четырехмерного гладкого многообразия не реализуются гладко вложенной сферой. По существу, теорема Кервера и Милнора обобщала пример из знаменитой заметки Рохлина [6], формулировка же ее обобщала теорему Рохлина и в то же время доказательство представляло собой несложную редукцию к теореме Рохлина» (Виро, Харламов, 1990, с.244). Здесь [6] – статья В.А.Рохлина «Классификация отображений (n + 3)-мерной сферы в n-мерную» (ДАН СССР, 1951, том 81, № 1). Нельзя не отметить, что теорема Рохлина о делимости сигнатуры на 16 послужила источником замечательной аналогии В.И.Арнольда. В 1970 году В.И.Арнольд получил из рук Г.И.Петровского (ректора МГУ) диссертацию Д.А.Гудкова, посвященную решению 16-й проблемы Гильберта для одного частного случая (для кривых степени 6). В этой диссертации Д.А.Гудков сформулировал гипотезу, которую В.И.Арнольд интерпретировал как утверждение о делимости на 16 эйлеровой характеристики поверхности с краем, заданной неравенством $\{f(x, y) \geq 0\}$. И тут В.И.Арнольд по аналогии вспомнил теорему В.А.Рохлина о делимости сигнатуры четырехмерного многообразия на 16. Сходство гипотезы Гудкова и теоремы Рохлина о сигнатуре не могло быть случайным. Несмотря на то, что гипотеза Гудкова и теорема Рохлина относились к разным разделам математики, В.И.Арнольд усмотрел аналогию между ними и решил использовать для доказательства ослабленного варианта гипотезы Гудкова результаты, заимствованные из раздела, к которому относилась теорема Рохлина. Эта аналогия привела Арнольда к успеху, что убедительно свидетельствует о важной роли аналогии (переноса) в разработке математического доказательства. В сборнике «Мехматяне вспоминают-2» (Москва, 2009) В.Б.Демидович воспроизводит рассказ В.И.Арнольда о том, как он сумел доказать ослабленный вариант гипотезы Гудкова, основываясь на указанной аналогии: «Думая о «гипотезе Гудкова», я пришел к выводу, что ее утверждение о делимости на 16 эйлеровой характеристики поверхности с краем, заданной неравенством $\{f(x, y) \geq 0\}$, должно бы было быть связанной с теоремами топологии четырехугольных гладких многообразий, где на 16 делится сигнатура формы пересечений (на пространстве двумерных гомологий). Вопрос состоял в том, чтобы связать топологию вещественных кривых (задачи Гильберта и гипотезы Гудкова) с вещественно-четырехмерными многообразиями» (Арнольд, 2009, с.48). «Эта идея, - говорит В.И.Арнольд, - привела меня к доказательству ослабленного варианта гипотезы Гудкова (со сравнением по модулю 8 вместо сравнения по модулю 16). Через несколько лет В.А.Рохлин, которому я все это рассказал, дополнил мои рассуждения своим доказательством «сравнений по модулю 16 в 16-й проблеме Гильберта» (там же, с.48). Об этой аналогии В.И.Арнольда указывается во многих работах. Например, О.Я.Виро и В.М.Харламов в уже цитировавшейся статье «О работах В.А.Рохлина по топологии» пишут: «Отправной точкой послужила гипотеза о расположении овалов плоской вещественной алгебраической кривой, высказанная Д.А.Гудковым. Арнольд связал задачу о расположении овалов с топологией четырехмерных многообразий, и доказал, применив методы четырехмерной топологии, новые запреты на расположение овалов и, в частности, ослабленный вариант гипотезы Гудкова. Затем Рохлин доказал гипотезу в полном объеме» (Виро, Харламов, 1990, с.245). А.И.Дегтярев и В.М.Харламов в статье «Топологические свойства вещественных алгебраических многообразий» (УМН, 2000, том 55, вып.4) констатируют: «В замечательной работе В.И.Арнольда [4] была найдена связь вещественных плоских кривых с топологией четырехмерных многообразий и арифметикой целочисленных квадратичных форм и, среди других результатов, доказана ослабленная гипотеза Гудкова ($p-n=k^2$ mod 4)» (Дегтярев, Харламов, 2000, с.130). Эта же аналогия В.А.Арнольда упоминается также в статье Д.А.Гудкова «Топология вещественных проективных алгебраических многообразий» (УМН, 1974, том 29, вып.4 (178)): «В.И.Арнольд [124] в 1971 г. обнаружил глубокие связи топологического расположения овалов М-кривой с общими фактами дифференциальной топологии и создал плодотворный метод изучения М-кривых» (Гудков, 1974, с.5). [4] в работе А.И.Дегтярева и В.М.Харламова, а также [124] в работе Д.А.Гудкова – это статья В.И.Арнольда «О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырехмерных гладких многообразий и арифметике целочисленных квадратичных форм» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1971, том 5, вып.3), в которой он изложил свою аналогию.

Индукция Джона Милнора. Джон Милнор пришел к заключению о том, что риманова структура не восстанавливается по спектру оператора Лапласа, индуктивно исходя из построения двух неизометричных 16-мерных тора, спектры операторов Лапласа на которых совпали. Другими словами, казалось бы, два различных 16-мерных тора должны иметь разные спектры операторов Лапласа и, наоборот, два одинаковых 16-мерных тора должны иметь одинаковые спектры операторов Лапласа. Однако Джон Милнор обнаружил, что это не так. Д.В.Алексеевский, А.М.Виноградов и В.В.Лычагин в обзоре «Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 28) констатируют: «Таким образом, у компактных поверхностей можно «услышать» объем и эйлерову характеристику. Тем не менее, ответ на основной вопрос спектральной геометрии – восстанавливается ли риманова структура по спектру оператора Лапласа – отрицателен. Милнор построил два неизометричных 16-мерных тора, спектры операторов Лапласа на которых совпадают» (Алексеевский и др., 1988, с.280).

Индукция Джона Милнора. Количество индуктивных доказательств в работах Джона Милнора весьма значительно, что может свидетельствовать о внимательном отношении американского математика к индукции как методу открытия нового и обоснования этого нового. Например, в книге «Голоморфная динамика» (Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000) Дж.Милнор использует индукцию при доказательстве следующих утверждений: теорема 3.2 (теорема о гиперболической компактности) – с.47, следствие 4.12 (следствие о компонентах Жюлиа) – с.68. Данное следствие гласит о том, что для любого рационального отображения степени два или больше множество Жюлиа либо связно, либо имеет несчетное множество компонент связности. Также индукцией доказывается лемма 5.5 – с.82, теорема 8.7 (теорема о топологии области А0) – с.106, теорема 9.1 (теорема Бетхера) – с.114, теорема 9.5 (теорема о том, что связность К равносильна ограниченности критических орбит) – с.125, теорема 11.8 (теорема о цепной дроби) – с.156, теорема 14.1 (теорема о том, что множество Жюлиа любого рационального отображения степени $d \geq 2$ совпадает с замыканием множества его отталкивающих периодических точек), лемма 15.5 (согласно данной лемме, рациональное отображение степени d переводит единичную окружность в себя тогда и только тогда, когда оно представимо в виде «произведения Бляшке») – с.191, лемма 17.9 (основная лемма) – с.212, лемма 17.17 (согласно данной лемме, если компактное метрическое пространство X локально связно, то оно локально линейно связно) – с.218, лемма 17.18 – с.219. Смысл данной леммы сводится к утверждению, что если хаусдорфово пространство линейно связно, то оно и дугообразно связно. При помощи индукции также доказываются: теорема 18.3 (теорема о критерии заканчиваемости) – с.224, лемма 18.12 (лемма о том, что если периодический луч заканчивается в точке Z0, то эта точка является концевой только для конечного числа лучей, и все эти лучи имеют одинаковый период) – с.232, лемма 19.3 (лемма о границах компонент связности множества Фату) – с.244, лемма С.1 – с.274. Таким образом, в указанной книге лауреата премии Филдса 15 математических утверждений доказываются индуктивно. Поскольку одним из центральных объектов, изучаемых в названной книге Дж.Милнора, являются множества Фату и Жюлиа, а эти множества, как мы знаем, являются первыми примерами фрактальных множеств, на которых Б.Мандельброт основал свою знаменитую фрактальную геометрию, то можно с уверенностью утверждать, что и в области фрактальной геометрии многие теоремы должны доказываться индуктивно.

Индукция Мишеля Кервера. М.Кервер (1965) перенес на случай многомерных узлов теорему Милнора-Фокса, согласно которой многочлен Александера узла в S^3, рассматриваемый с точностью до надлежащего отношения эквивалентности, инвариантен относительно кобордизма. В.Г.Тураев в статье «Кручение Райдемайстера в теории узлов» (УМН, 1986, том 41, вып.1 (246)) пишет об обобщении М.Кервера: «В качестве применения своей интерпретации многочлена Александера как кручения Милнор показал, что классическая теорема Зайферта-Торреса о симметричности многочлена Александера зацепления в S^3 является весьма специальным случаем теоремы Франца-Милнора о симметричности кручений. С помощью техники кручений Фокс и Милнор [9] показали, что многочлен Александера узла в S^3, рассматриваемый с точностью до надлежащего отношения эквивалентности, инвариантен относительно кобордизма. Кервер [22] также с помощью кручений перенес теорему Фокса-Милнора на случай многомерных узлов» (Тураев, 1986, с.98). Здесь [9] – работа Р.Фокса и Дж.Милнора (1966), [22] – исследование М.Кервера (1965).

Индукция Владимира Георгиевича Тураева. Российский математик В.Г.Тураев (1975) распространил на связные замкнутые многообразия, то есть на широкий класс трехмерных многообразий результаты исследований Дж.Милнора (1962), в которых он установил связь между многочленом Александера фундаментальной группы и кручением Рейдемейстера-Франца-де Рама. В.Г.Тураев в статье «Многочлен Александера трехмерного многообразия» («Математический сборник», 1975, том 97 (139), № 3) констатирует: «Для компактных трехмерных многообразий с гомологиями окружности и для дополнительных пространств зацеплений в S^3 Милнором [4] была установлена связь между многочленом Александера фундаментальной группы, с одной стороны, и кручением Рейдемейстера-Франца-де Рама, с другой стороны. В настоящей работе результаты Милнора распространяются на более широкий класс трехмерных многообразий, в частности, на связные замкнутые многообразия» (Тураев, 1975, с.341). Здесь [4] – работа Дж.Милнора (1962).

Индукция Г.Хардера. Немецкий математик, работавший в институте Макса Планка, Г.Хардер (1965) продемонстрировал эффективность метода перебора случаев при доказательстве следующей теоремы, называемой принципом Хассе. Т.А.Спрингер в статье «Линейные алгебраические группы» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 55) констатирует: «Теорема. Пусть G – связная односвязная полупростая F-группа. Предположим также, что если F – числовое поле, то G не имеет простых факторов типа E_8. Тогда $H^1(F, G) = 1$. Это доказано Хардером. Доказательство для числовых полей [26] использует перебор случаев» (Спрингер, 1989, с.133). Здесь [26] – исследование Г.Хардера (1965). Г.Хардер – автор теоремы Гельфанда-Хардера, согласно которой пространство $L^2(\omega)$, где ω – характер Гекке, является счетной суммой неприводимых допустимых представлений $GL_2(A_E)$, причем каждое из них встречается с конечной кратностью. В ряде случаев эта теорема переформулируется в теорему о существовании базиса собственных функций операторов Гекке в пространстве параболических форм. В.А.Уфнаровский в одной из глав своей книги «Математический аквариум» (Кишинев, 1987) говорит о важной роли перебора в математическом исследовании: «Невозможно окончить эту главу, не сказав хотя бы нескольких слов о той исключительно важной роли, которую играет метод перебора сегодня. Еще лет 30 назад перебор, в котором надо было разобрать миллион вариантов, считался практически неосуществимым. Это значительно ограничивало возможности метода, и в серьезных задачах к нему прибегали только в самых крайних случаях, когда ничего другого найти просто не удавалось. (…) (…) С появлением ЭВМ ситуация коренным образом переменилась» (Уфнаровский, 1987, с.83).

Индукция Филиппа Гриффитса. Лауреат премии Вольфа за 2008 год Ф.Гриффитс индуктивно обобщил теорию Ходжа, в том числе результаты исследований А.Пуанкаре и С.Лефшеца, на случай многообразий высокой размерности. Жан-Люк Брылински и Стевен Цукер в статье «Обзор последних исследований в теории Ходжа» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 69) пишут: «Можно сказать, что современная теория Ходжа берет свое начало с конца 60-ых годов в работах Гриффитса [89] - [92]. Она представляет собой неоклассический подход, возвращение к работам Пуанкаре и Лефшеца с точки зрения современной комплексной геометрии, обобщающий результаты на случай многообразий высокой размерности и циклы высокой коразмерности. Это достигается с помощью понятий вариации структуры Ходжа, промежуточных якобианов (в модификации Вейля) и отображений Абеля-Якоби (см. также [123])» (Брылински, Цукер, 1991, с.49).

Индукция Филиппа Гриффитса и Джеймса Кинга. Ф.Гриффитс и Дж.Кинг (1973) индуктивно перенесли на произвольные многообразия со специальным исчерпанием вторую основную теорему Р.Неванлинны из его теории распределения значений голоморфных функций. Согласно данной теореме, сумма дефектов любого набора значений голоморфной (мероморфной) функции не превосходит двух. Обобщением теоремы Неванлинны занимался также Шиффман. Ввиду того, что данная теорема впервые была доказана для голоморфных кривых А.Картаном, И.М.Дектярев в статье «Многомерная теория распределения значений» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 9) называет эту теорему теоремой Картана. При этом И.М.Дектярев пишет: «Полученная Вторая основная теорема и соотношение дефектов были обобщены в нескольких направлениях: Гриффитс и Кинг заменили пространство C^n произвольным многообразием со специальным счерпанием (может быть, и большой размерности), Шиффману удалось частично отказаться от отсутствия у дивизоров особенностей и требования, чтобы их пересечения были нормальными и т.д.» (Дектярев, 1986, с.59). В общем случае, необходимо отметить, что Гриффитс и Кинг перенесли теорию распределения значений Неванлинны на голоморфные отображения алгебраических многообразий. В.П.Петренко в книге «Целые кривые» (Харьков, «Высшая школа», 1984) подчеркивает: «Теория распределения значений Р.Неванлинны в настоящее время распространена Ф.Гриффитсом и Дж.Кингом на голоморфные отображения алгебраических многообразий [11]» (Петренко, 1984, с.5).

Индукция Х.Фудзимото. Х.Фудзимото распространил теорию распределения значений, построенную Р.Неванлинной, на случай гауссова отображения. При этом Х.Фудзимото использовал ряд аналогий, о которых он пишет в статье «Теория Неванлинны и минимальные поверхности» (книга «Минимальные поверхности», содержащаяся в сборнике «Итоги науки и техники», 2003, том 90): «Теорема Бернштейна связана с теоремой Лиувилля о целых функциях, теорема Хейнца напоминает классическую теорему Ландау, теорема Оссермана обнаруживает сходство с теоремой Казорати-Вейерштрасса, а результат автора весьма похож на классическую теорему Пикара о мероморфных функциях на C. Эти классические теоремы о мероморфных функциях на C систематически изучались в более точной форме Р.Неванлинной, доказавшим так называемые первую и вторую теоремы и соотношение дефектов. Недавно автор получил аналогичный результат для гауссова отображения полных минимальных поверхностей, который мы назовем модифицированным соотношением дефектов [34-36]» (Фудзимото, 2003, с.124).

Индукция П.Энфло. Шведский математик П.Энфло (1972, 1973) пришел к выводу о том, что не все банаховы пространства обладают свойством аппроксимации, индуктивно исходя из обнаружения примера банахова пространства без свойства аппроксимации (без базиса). С.С.Кутателадзе в книге «Основы функционального анализа» (Новосибирск, 2001) отмечает: «Долго считали (и, разумеется, не могли доказать), что все банаховы пространства обладают свойством аппроксимации. Поэтому найденный П.Энфло на основе тонких рассуждений пример банахова пространства без свойства аппроксимации был воспринят в конце 70-х годов как сенсационный. В настоящее время известны многие контрпримеры такого рода» (Кутателадзе, 2001, с.174). Л.И.Сазонов в части 1 книги «Функциональный анализ для прикладных математиков» (Ростов-на-Дону, 2007) говорит: «Вопрос, будет ли любое сепарабельное банахово пространство иметь базис, составлявший проблему базиса, долго не поддавался решению. В 1973 году шведский математик П.Энфло построил пример сепарабельного банахова пространства без базиса» (Сазонов, 2007, с.52). Об этом же повествует З.Пресдорф в обзоре «Линейные интегральные уравнения» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 27): «Существуют сепарабельные банаховы пространства, в которых имеются компактные операторы, не являющиеся пределами последовательностей конечномерных операторов. Впервые пример такого пространства был построен Энфло в 1972 г. и тем самым было получено решение сразу двух фундаментальных проблем функционального анализа: проблемы базиса, поставленной еще Банахом (1932) и проблемы аппроксимации, поставленной Гротендиком (1955)» (Пресдорф, 1988, с.27).

Индукция Ганса (Ханса) Грауэрта. Г.Грауэрт (1962) перенес на компактные аналитические пространства теорему К.Кодаиры, утверждающую, что компактное комплексно-аналитическое многообразие тогда и только тогда является проективным алгебраическим многообразием, когда на нем существует эрмитова метрика определенного вида. Б.Г.Мойшезон в статье «Критерий проективности полных алгебраических абстрактных многообразий» (Известия АН СССР, 1964, том 28, вып.1) пишет о теореме К.Кодаиры, которую мы только что сформулировали: «В 1962 г. появилась работа Грауэрта (4), в которой теорема Кодаиры была обобщена на компактные аналитические пространства» (Мойшезон, 1964, с.180).

Индукция Ганса (Ханса) Грауэрта. Г.Грауэрт обобщил на аналитический случай теорему Кастельнуово-Энриквеса, согласно которой для того, чтобы неприводимая кривая C на неособой поверхности F была исключительной кривой 1-го рода, необходимы и достаточны условия: C – неособая рациональная кривая, $C^2 = -1$. Б.Г.Мойшезон в статье «О неприводимых исключительных подмногообразиях 1-го рода на n-мерных комплексно-аналитических многообразиях» (УМН, 1965, том 20, вып.1 (121)) констатирует: «В теории алгебраических поверхностей исключительной кривой 1-го рода называется кривая, которая может быть стянута в неособую точку. Теорема Кастельнуово-Энриквеса, обобщенная на аналитический случай Грауэртом, утверждает, что для того, чтобы неприводимая кривая C на неособой поверхности F была исключительной кривой 1-го рода, необходимы и достаточны условия: C – неособая рациональная кривая, $C^2 = -1$» (Мойшезон, 1965, с.238). Отметим, что до Г.Грауэрта эта теорема Кастельнуово-Энриквеса обобщалась на алгебраический случай К.Кодаирой (лауреатом премии Филдса за 1954 год).

Индукция Бориса Гершевича Мойшезона. Советский математик Б.Г.Мойшезон (1964) перенес на более общий случай теорему Зарисского об отсутствии базисных точек у достаточно высокого кратного линейной системы на неособой алгебраической поверхности. Б.Г.Мойшезон в статье «Критерий проективности полных алгебраических абстрактных многообразий» (Известия АН СССР, 1964, том 28, вып.1) пишет о своей работе: «Глава III содержит ряд применений критерия проективности, а также теорему, которую, по-видимому, можно рассматривать как обобщение известной теоремы Зарисского (5) об отсутствии базисных точек у достаточно высокого кратного линейной системы на неособой алгебраической поверхности. Мы показываем, кроме того, что обобщение теоремы Зарисского, сформулированное в виде гипотезы Бальдассари (6) неверно» (Мойшезон, 1964, с.180).

Индукция Бориса Гершевича Мойшезона. Б.Г.Мойшезон (1966) обобщил на многомерный случай уже упоминавшуюся нами теорему Кастельнуово-Энриквеса, определяющую условия, при которых неприводимая кривая C на неособой поверхности F является исключительной кривой 1-го рода. Б.Г.Мойшезон в статье «Об n-мерных компактных комплексных многообразиях, имеющих n алгебраически независимых мероморфных функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1966, том 30, вып.1) говорит о данной теореме Кастельнуово-Энриквеса: «Одна из целей настоящей работы – получить обобщение на многомерный случай упоминавшейся выше теоремы Кастельнуово-Энриквеса. Для стягивания в точку такое обобщение было получено в алгебраическом случае Кодаирой (4), а в аналитическом – Грауэртом (5)» (Мойшезон, 1966, с.134). В статье «Алгебраический аналог компактных комплексных пространств с достаточно большим полем мероморфных функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1969, том 33, вып.1) Б.Г.Мойшезон вновь возвращается к обсуждению этого обобщения, полученного в предыдущей работе: «Более точно, речь шла о таком расширении категории алгебраических многообразий, в котором выполнялось бы многомерное обобщение теоремы Кастельнуово-Энриквеса об исключительных кривых 1-го рода на алгебраических поверхностях» (Мойшезон, 1969, с.174).

Индукция Бориса Гершевича Мойшезона. Б.Г.Мойшезон (1966) обобщил на некоторый класс комплексных пространств теоремы о разрешении особенностей и о тривиализации пучков идеалов, сформулированные для алгебраических схем лауреатом премии Филдса за 1970 год Х.Хиронакой. Это обобщение теорем Х.Хиронаки Б.Г.Мойшезон использовал при доказательстве одной из теорем, которую для случая n = 3 анонсировал все тот же Х.Хиронака (1964). Б.Г.Мойшезон в работе «Об n-мерных компактных комплексных многообразиях, имеющих n алгебраически независимых мероморфных функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1966, том 30, вып.1) демонстрирует, как он доказывал теорему, излагаемую ниже: «Пусть V - n-мерное компактное комплексное многообразие с n алгебраически независимыми мероморфными функциями. Тогда существует такая последовательность моноидальных преобразований многообразия V с неособыми центрами, скажем, $\{Фm:Vm+1 \rightarrow Vm\}$, $0 \leq m \leq r-1$, где $V_0 = V$, что Vr – проективное алгебраическое многообразие. При n = 3 этот результат был анонсирован Хиронака в работе (7). Доказательство этого результата, кроме «леммы Чжоу», характеризующей класс $A^{(2)}$, использует также обобщение на некоторый класс комплексных пространств теорем о разрешении особенностей и о тривиализации пучков идеалов, принадлежащих Хиронака. Это обобщение доказывается по индукции…» (Мойшезон, 1966, с.136). О том, что Б.Г.Мойшезон обобщил названные теоремы Х.Хиронаки, он пишет в другой своей статье с аналогичным названием «Об n-мерных компактных комплексных многообразиях, имеющих n алгебраически независимых мероморфных функций», но представляющей собой выпуск № 2 (Известия АН СССР, 1966, том 30, вып.2): «В данной части работы теоремы Хиронака о разрешении особенностей и о тривиализации когерентных пучков идеалов переносятся на n-мерные компактные комплексные многообразия с n алгебраически независимыми мероморфными функциями» (Мойшезон, 1966, с.345).

Индукция Бориса Гершевича Мойшезона. Б.Г.Мойшезон (1967) доказал свои теоремы разрешения для компактных комплексных пространств, являющиеся аналогами теорем разрешения Х.Хиронаки, при помощи индукции. Раскрывая условия, при которых Б.Г.Мойшезон применял индукцию в целях доказательства названных теорем, он в статье «Теоремы разрешения для компактных комплексных пространств с достаточно большим полем» (Известия АН СССР, серия математическая, 1967, том 31, вып.6) указывает: «Кроме того, будет показано, что в индукцию, с помощью которой доказываются наши теоремы разрешения, можно включить некоторую теорему о разрешении точек неопределенности мероморфных отображений…» (Мойшезон, 1967, с.1385). Чуть ниже советский математик вновь говорит о механизме доказательства своих теорем: «В § 3 дается доказательство индуктивных утверждений, из которых вытекают теоремы разрешения» (там же, с.1386).

Индукция Бориса Гершевича Мойшезона. Б.Г.Мойшезон (1969) перенес на произвольную размерность и произвольное основное поле теорему Кастельнуово-Энриквеса об исключительных кривых первого рода на алгебраических поверхностях. Б.Г.Мойшезон в статье «Теорема Кастельнуово-Энриквеса о стягивании для произвольной размерности» (Известия АН СССР, серия математическая, 1969, том 33, вып.5) пишет: «Мы считаем, в частности, что читатель знаком, по крайней мере, с определениями и основными результатами из (1). Во введении к этой статье выражалось убеждение, что определенные там «минисхемы» представляют собой как раз такое обобщение понятия алгебраического многообразия, которое позволит перенести на произвольную размерность и произвольное основное поле известную теорему Кастельнуово-Энриквеса об исключительных кривых первого рода на алгебраических поверхностях. Теперь это убеждение можно доказать. В основе доказательства лежат найденный М.Артином замечательный подход к исследованию связи «формальной» и «этальной» эквивалентности и доказанная им «теорема аппроксимации». В ноябре 1968 г. М.Артин прислал мне препринт своей работы (2), где дается подробное доказательство этих результатов» (Мойшезон, 1969, с.974). Здесь (1) – статья Б.Г.Мойшезона «Алгебраический аналог компактных комплексных пространств с достаточно большим полем мероморфных функций» (Известия АН СССР, 1969, том 33).

Индукция А.Дж.Шварца. А.Дж.Шварц (1963) распространил на случай C^2-гладких потоков на двумерных многообразиях, отличных от тора, знаменитую теорему Арно Данжуа, согласно которой C^2-гладкие потоки на торе без состояний равновесия и без замкнутых траекторий являются транзитивными, в то время как потоки гладкости C^1 могут быть сингулярными и иметь любое число компонент (в том числе и счетное множество). С.Х.Арансон и В.З.Гринес в статье «Топологическая классификация потоков на замкнутых двумерных многообразиях» (УМН, 1986, том 41, вып.1 (247)) пишут: «А.Данжуа показал, что C^2-гладкие потоки на торе без состояний равновесия и без замкнутых траекторий являются транзитивными, в то время как потоки гладкости C^1 могут быть сингулярными и иметь любое число компонент (в том числе и счетное множество), где под компонентой понимается максимальная односвязная компонента на торе, не содержащая точек минимального множества Ω. (…) (…) Теорема Данжуа породила новое направление в качественной теории, связанное с изучением взаимосвязи между гладкими и топологическими свойствами динамических систем. В [97] А.Шварц получил обобщение теоремы Данжуа для C^2-гладких потоков на двумерных многообразиях, отличных от тора (на русском языке эта теорема изложена в [63]). Он показал, что на этих многообразиях такие потоки имеют лишь тривиальные минимальные множества (состояния равновесия и замкнутые траектории)…» (Арансон, Гринес, 1986, с.157-158). Здесь [97] – работа А.Дж.Шварца (1963), [63] – книга Ф.Хартмана «Обыкновенные дифференциальные уравнения» (Москва, «Мир», 1970). Напомним, что в математике потоки – это динамические системы с непрерывным временем, тогда как каскады – это динамические системы с дискретным временем.

Индукция Дмитрия Викторовича Аносова. Теория диффеоморфизмов Аносова на компактных многообразиях, созданная российским математиком, лауреатом Государственной премии СССР (1976), премии им.Ляпунова (2001) Д.В.Аносовым, индуктивно выросла из примеров диффеоморфизмов, обнаруженных Рене Томом и Стивеном Смейлом. В.В.Горбацевич в статье «Об алгебраических диффеоморфизмах Аносова на нильмногообразиях» («Сибирский математический журнал», 2004, том 45, № 5) пишет: «Первый пример «диффеоморфизма Аносова» придумал Том. Затем он сообщил его Смейлу, который, в свою очередь, в 1961 г. рассказал о нем Д.В.Аносову (здесь мы следуем [5]. Это был пример диффеоморфизма двумерного тора)» (Горбацевич, 2004, с.998). «После примера Тома для двумерного тора, - продолжает В.В.Горбацевич, - Смейлом был построен первый нетривиальный пример (точнее, два различных диффеоморфизма на одном и том же компактном многообразии) алгебраического диффеоморфизма Аносова на нильмногообразии. Это было ответом на вопрос Д.В.Аносова (сформулированный им на Московском математическом конгрессе в 1966 г.) о существовании диффеоморфизмов Аносова на компактных многообразиях, отличных от тора. Оказалось, что при этом нужно использовать нильпотентную группу Ли размерности, не меньшей чем 6» (там же, с.1001). Здесь [5] – статья С.Смейла «Диффеоморфизмы динамических систем» («Бюллетень американской математики», 1967, том 73, № 6). Отметим, что Д.В.Аносов называл диффеоморфизмами, получившими его имя, динамические системы с дискретным временем.

Индукция Дмитрия Викторовича Аносова. Д.В.Аносов (1963) индуктивно перенес на многомерный случай многие теоремы теории геодезических потоков, доказанные ранее для поверхностей. При этом Д.В.Аносов использовал поля орисфер, ранее уже применявшиеся при изучении эргодических свойств геодезических потоков. Я.Г.Синай в статье «Асимптотика числа замкнутых геодезических на компактных многообразиях отрицательной кривизны» (Известия АН СССР, 1966, том 30) пишет: «Впервые поля орисфер были использованы для изучения эргодических свойств геодезических потоков в работах Э.Хопфа (16) и Г.Хедлунда (17) около тридцати лет назад. Сравнительно недавно эти поля вновь привлекли к себе внимание в связи с энтропией и концепцией К-систем (см. работы автора (11), (12), (13)). В работе Д.В.Аносова (2) был получен ряд общих результатов о свойствах этих полей, которые позволили перенести на многомерный случай многие теоремы, доказанные ранее лишь для поверхностей» (Синай, 1966, с.1277). Здесь (2) – статья Д.В.Аносова «Эргодические свойства геодезических потоков на замкнутых римановых многообразиях отрицательной кривизны» (Доклады АН СССР, 1963, том 151, № 6). Поясним, что К-система – это эргодическая система с хорошими свойствами перемешивания.

Индукция Дмитрия Викторовича Аносова. Д.В.Аносов (1967) нашел доказательство грубости эргодического автоморфизма двумерного тора в результате того, что индуктивно распространил на двумерный тор доказательство грубости седла, предложенное Д.М.Гробманом и Ф.Гартманом. Д.В.Аносов в очерке «Геодезические потоки на замкнутых римановых многообразиях отрицательной кривизны» (Труды МИАН СССР, 1967, том 90) пишет: «Согласно [18], грубость эргодического автоморфизма двумерного тора Смейлу удалось доказать, но доказательство осталось неопубликованным. Арнольд и Синай также пытались доказать грубость эргодического автоморфизма двумерного тора [4], но в их доказательстве имеется пробел [5], упомянутый в § 2. Мой метод ближе к тем методам, посредством которых Гробман [20, 21] и Гартман [22, 23] доказали грубость седла» (Аносов, 1967, с.15). Здесь [20] – статья Д.М.Гробмана «О гомеоморфизме систем дифференциальных уравнений» (Доклады АН СССР, 1959, том 128, № 5), [21] – статья Д.М.Гробмана «Топологическая классификация окрестностей особой точки в n-мерном пространстве» («Математический сборник», 1962, том 56, № 1), [22] – работа Ф.Гартмана (1960), [23] – работа Ф.Гартмана (1963). Здесь индукция Д.В.Аносова больше похожа на аналогию, но современные логики и когнитивные психологи рассматривают аналогию как один из приемов индуктивного мышления, поэтому наша интерпретация не содержит ошибки. Об этой же аналогии Д.В.Аносов пишет в статье «О вкладе Н.Н.Боголюбова в теорию динамических систем» (УМН, 1994, том 49, вып.5 (299)). Правда, в этой работе отечественный ученый говорит, что первоначально связь (сходство) доказательства теоремы Д.М.Гробмана и Ф.Хартмана с доказательством грубости эргодического автоморфизма двумерного тора не вызывала доверия, хотя позже Д.В.Аносов все-таки осознал эту связь (аналогию) и воспользовался ей. Д.В.Аносов вспоминает о событиях 1960-х годов: «К этому времени появилась теорема Д.М.Гробмана-Ф.Хартмана о локальной грубости гиперболических положений равновесия и неподвижных точек. В 1961 г. на том же симпозиуме в Киеве С.Смейл сформулировал гипотезу о грубости гиперболических автоморфизмов тора и геодезических потоков на замкнутых многообразиях отрицательной кривизны. К весне следующего года мне удалось ее доказать, и это сыграло заметную роль в формировании гиперболической теории (см. замечания С.Смейла в [CM]). Насколько я помню свои тогдашние размышления, чувствовалась аналогия этой гипотезы с теоремой Д.М.Гробмана-Ф.Хартмана, но эта аналогия не вызывала доверия – ведь теорема была явно локальной, а гипотеза глобальной. Я все-таки задумывался, не может ли здесь быть какой-то «настоящей» связи, несмотря на это «принципиальное различие» (Аносов, 1994, с.8).

Индукция Якова Синая. Известный математик, обладатель медали Дирака, Я.Г.Синай (1968) пришел к мысли о введении в теорию динамических систем марковских разбиений для диффеоморфизмов Аносова, индуктивно обобщив исследования Адлера и Вейса, которые ввели в теорию динамических систем марковские разбиения для частного случая автоморфизма двумерного тора. С.П.Новиков, Л.А.Бунимович, А.М.Вершик и другие в статье «Яков Григорьевич Синай» (журнал «Успехи математических наук», 1996, том 51, выпуск 4 (310)) пишут: «Замечательным открытием Якова Григорьевича в теории динамических систем стали построенные им в 1968 г. марковские разбиения для диффеоморфизмов Аносова. Явная конструкция подобного разбиения для частного случая автоморфизма двумерного тора появилась несколько ранее в известной работе Адлера и Вейса, однако именно глубокий общий результат Якова Григорьевича [35], [36] послужил началом систематического использования марковских разбиений и отвечающей им символической динамики в теории динамических систем» (Новиков, Бунимович, Вершик, 1996, с.180).

Индукция Якова Синая. Я.Г.Синай индуктивно перенес в эргодическую теорию (теорию динамических систем) гиббсовские меры и другие понятия, заимствованные из статистической физики. То же самое сделал Д.Рюэль – ученый, впервые распространивший понятие аттрактора в теорию турбулентности. В.М.Алексеев в предисловии к книге Р.Боуэна «Методы символической динамики» (Москва, «Мир», 1979) говорит об исследованиях Я.Г.Синая и Д.Рюэля: «Существенное место здесь занимают «термодинамический формализм», гиббсовские меры и «вариационный принцип». Введенные Д.Рюэлем и Я.Г.Синаем по аналогии со статистической физикой, эти понятия удачно вписались в традиционный для динамических систем круг. Это оживило эргодическую теорию гладких систем и уже принесло интересные результаты» (Алексеев, 1979, с.6).

Индукция Руфуса Боуэна. Выдающийся американский математик Руфус Боуэн (1970) индуктивно распространил на произвольное базисное множество диффеоморфизма S, удовлетворяющего специальной аксиоме Смейла, одну из важных теорем, доказанных Я.Г.Синаем (1968). В.М.Алексеев в статье «Финальные движения в задаче трех тел и символическая динамика» (УМН, 1981, том 36, вып.4 (220)) повествует: «Пусть $S:M \to M$-Y – диффеоморфизм в смысле Д.В.Аносова. Я.Г.Синай [43], [44] доказал, что M является марковским множеством. Построение т.м.ц. (теории марковских цепей – Н.Н.Б.) ($\Omega^{п}T$) и «почти»-гомеоморфизма $ф:\Omega^{п} \to M$ было осуществлено им при помощи так называемого марковского разбиения многообразия M. Отображение ф склеивает лишь точки в $\Omega^{п}$, образующие множество первой категории, и удается построить на M «меру максимальной энтропии» (подробнее см. [46], [47]). Недавно Боуэн [48] распространил этот результат на произвольное базисное множество диффеоморфизма S, удовлетворяющего аксиоме A Смейла (см. [42]). Можно надеяться, что этот результат распространяется на произвольное инвариантное гиперболическое множество, обладающее дополнительным свойством «локальной максимальности» (важная роль этого свойства указана Д.В.Аносовым [49])» (Алексеев, 1981, с.172). Здесь [43] – статья Я.Г.Синая «Марковские разбиения и У-диффеоморфизмы» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1968, том 2, вып.1), [44] – работа Я.Г.Синая «Построение марковских разбиений» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1968, том 2, вып.3), [47] – работа Я.Г.Синая «Гиббсовские меры в эргодической теории» (УМН, 1972, том 27, вып.4), [48] – исследование Р.Боуэна (1970), [42] – исследование С.Смейла (1967), [49] – доклад Д.В.Аносова «Об одном классе инвариантных множеств гладких динамических систем» (Труды V Международной конференции по нелинейным колебаниям, Киев, 1969). Для того, чтобы пояснить смысл специальной аксиомы Смейла, обратимся к статье Е.А.Сатаева «Стохастические свойства сингулярно гиперболических аттракторов» (журнал «Нелинейная динамика», 2010, том 6, № 1), где отмечается: «Аксиома A С.Смейла для потоков формулируется следующим образом:

1. Множество неблуждающих точек гиперболично.
2. Периодические траектории всюду плотны в множестве неблуждающих точек.
3. Неподвижные точки изолированы в множестве неблуждающих точек» (Сатаев, 2010, с.189). Об этом же обобщении сам Р.Боуэн говорит в статье «Марковские разбиения и минимальные множества для диффеоморфизмов, удовлетворяющих аксиоме A» (Р.Боуэн, «Методы символической динамики», 1979): «В этой статье марковские разбиения используются для изучения минимальных множеств диффеоморфизмов, принадлежащих к некоторому классу, введенному Смейлом [9]. В [1] мы построили марковские разбиения базисных множеств Ωs, диффеоморфизмов f*, удовлетворяющих аксиоме A (см. [9]), обобщив метод, примененный Синаем к диффеоморфизмам Аносова ([7], [8], [11]). При помощи этих разбиений удается представить f=f* | Ωs как факторсистему неприводимой топологической марковской цепи с конечным числом состояний…» (Боуэн, 1979, с.92).

Индукция Руфуса Боуэна. Р.Боуэн перенес на случай динамических систем с некомпактным фазовым пространством принцип топологической энтропии, впервые введенный Адлером, Конхеймом и Мак-Эндрю. Напомним, что указанные ученые сделали это после того, как А.Н.Колмогоров ввел понятие энтропии в математическую теорию динамических систем, руководствуясь аналогией с энтропийным подходом Клода Шеннона при разработке математической теории связи (информации). В свою очередь, К.Шеннон руководствовался аналогией с термодинамикой, где понятие энтропии и способ ее вычисления появились благодаря Рудольфу Клаузиусу и Людвигу Больцману. В.М.Алексеев в предисловии к книге Р.Боуэна «Методы символической динамики» (1979), анализируя содержание статей Р.Боуэна, представленных в данной книге, говорит о последней его статье «Топологическая энтропия для некомпактных множеств»: «В последней статье Р.Боуэн распространяет понятие топологической энтропии на динамические системы с некомпактным фазовым пространством» (Алексеев, 1979, с.7). Сам Р.Боуэн в указанной статье пишет: «Топологическая энтропия непрерывного отображения компактного пространства была определена Адлером, Конхеймом и Мак-Эндрю [1]. В настоящей статье для подмножеств компактных пространств энтропия определяется с помощью процедуры, напоминающей конструкцию хаусдорфовой размерности. Это дает возможность обобщить известные результаты о хаусдорфовой размерности квазирегулярных точек некоторых мер и дать определение нового типа сопряженности, промежуточного между топологической сопряженностью и сопряженностью в смысле теории меры» (Боуэн, 1979, с.181).

Индукция Руфуса Боуэна. Р.Боуэн распространил на случай гиперболического автоморфизма тора методы символической динамики, развитые М.Морсом при изучении минимальных геодезических на поверхности отрицательной кривизны. Р.Боуэн в статье «Марковские разбиения и минимальные множества для диффеоморфизмов, удовлетворяющих аксиоме А» (Р.Боуэн, «Методы символической динамики», 1979) пишет: «М.Морс [3], [4] и [5] использовал методы символической динамики для изучения минимальных геодезических на поверхности отрицательной кривизны. Данную статью можно рассматривать как распространение и обобщение результатов Морса на рассматриваемый случай (случай гиперболического автоморфизма тора – Н.Н.Б.). Настоящим обобщением геодезических потоков, изучавшихся Морсом, являются потоки, удовлетворяющие аксиоме А (см. [9]). Технически они сложнее диффеоморфизмов, но со временем и для них будут построены марковские разбиения, и методы этой статьи будут пересены на случай потоков» (Боуэн, 1979, с.92).

Индукция Руфуса Боуэна. Р.Боуэн доказал, что дзета-функция потока, удовлетворяющего аксиоме Смейла (А-потока) на базисном множестве, рациональным образом выражается через дзета-функции гиперболических символических потоков, благодаря тому, что перенес в область доказательства данного положения конструкцию А.Мэннинга (1971). Здесь мы снова приравниваем индукцию к аналогии. В.М.Алексеев и М.В.Якобсон в статье «Символическая динамика и гиперболические динамические системы» (статья содержится в книге Р.Боуэна «Методы символической динамики», 1979) указывают: «Доказывая в [Б3], что дзета-функция А-потока на базисном множестве рациональным образом выражается через дзета-функции гиперболических символических потоков, Р.Боуэн использует конструкцию, примененную А.Мэннингом для доказательства рациональности дзета-функции А-диффеоморфизма (см. [46])» (Алексеев, Якобсон, 1979, с.228). Здесь [Б3] – статья Р.Боуэна «Символическая динамика для гиперболических потоков» (Р.Боуэн, «Методы символической динамики», 1979), [46] – работа А.Мэннинга (1971).

Индукция Руфуса Боуэна и Давида Рюэля. Р.Боуэн и Д.Рюэль перенесли на случай потоков, удовлетворяющих аксиоме Смейла, свои собственные результаты, полученные при изучении равновесных состояний и аттракторов диффеоморфизмов. Р.Боуэн и Д.Рюэль в статье «Эргодическая теория потоков, удовлетворяющих аксиоме А» (Р.Боуэн, «Методы символической динамики», 1979) отмечают: «В этой статье результаты, касающиеся равновесных состояний [6, 7, 24] и аттракторов [24], полученные ранее для диффеоморфизмов, переносятся на случай потоков» (Боуэн, Рюэль, 1979, с.145). Здесь [6] – работа Р.Боуэна (1975), [7] – работа того же Р.Боуэна (1975), [24] – исследование Д.Рюэля (1976). Еще раз укажем, что потоки удовлетворяющие аксиоме А (аксиоме Смейла), являются обобщением геодезических потоков на поверхностях отрицательной кривизны.

Индукция Руфуса Боуэна и Давида Рюэля (Рюэлля). Р.Боуэн и Д.Рюэль перенесли на случай диффеоморфизмов и потоков, удовлетворяющих аксиоме А С.Смейла, конструкцию инвариантных мер, впервые построенных Я.Г.Синаем (1967, 1972) для диффеоморфизма Аносова. Е.А.Сатаев в статье «Стохастические свойства сингулярно гиперболических аттракторов» (журнал «Нелинейная динамика», 2010, том 6, № 1) пишет: «Инвариантные меры типа Синая-Боуэна-Рюэлля (SBR-меры) впервые были построены Я.Г.Синаем (см. [31], [17]) для диффеоморфизма Аносова. Впоследствии конструкция этих мер была перенесена Р.Боуэном и Д.Рюэллем на случай диффеоморфизмов и потоков, удовлетворяющих аксиоме А С.Смейла» (Сатаев, 2010, с.195). Здесь [17] – статья Д.В.Аносова и Я.Г.Синая «Некоторые гладкие эргодические системы» (УМН, 1967, том 22, № 5), [31] – работа Я.Г.Синая «Гибссовские меры в эргодической теории» (УМН, 1972, том 27, вып.4). Поясним, что SBR-мера – это мера на фазовом пространстве динамической системы, к которой стремится распределение траекторий типичных начальных (в смысле меры Лебега) точек.

Индукция Давида Рюэля. Д.Рюэль (1976) распространил на случай аттракторов диффеоморфизмов, удовлетворяющих аксиоме Смейла, результаты Я.Г.Синая, полученные им при изучении У-диффеоморфизмов. Данные результаты Я..Г.Синая представлены в его работе «Марковские разбиения и У-диффеоморфизмы» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1968, том 2, вып.1). Р.Боуэн в статье «Равновесные состояния и эргодическая теория диффеоморфизмов Аносова» (книга Р.Боуэна «Методы символической динамики», 1979) отмечает: «Рюэль в [12] перенес результаты Синая об У-диффеоморфизмах на случай аттракторов диффеоморфизмов, удовлетворяющих аксиоме А, а в [11] ввел формализм для равновесных состояний» (Боуэн, 1979, с.89). Здесь [12] – работа Д.Рюэля (1976), [11] – исследование Д.Рюэля (1973). В качестве пояснения смысла У-диффеоморфизмов можно процитировать В.М.Алексеева и М.В.Якобсона, которые в статье «Символическая динамика и гиперболические динамические системы» (статья содержится в книге Р.Боуэна «Методы символической динамики», 1979) говорят: «У-диффеоморфизмы и У-потоки (вместе У-системы) возникли как естественное обобщение алгебраических автоморфизмов тора и геодезических потоков на многообразиях отрицательной кривизны [Au]» (Алексеев, Якобсон, 1979, с.214).

Индукция Бориса Марковича Гуревича. Российский математик Б.М.Гуревич (1970) индуктивно распространил в область доказательства теоремы единственности меры с максимальной энтропией для У-диффеоморфизма метод марковских разбиений, разработанный Я.Г.Синаем. Другими словами, Б.М.Гуревич использовал метод марковских разбиений при доказательстве указанной теоремы по аналогии с тем, как Я.Г.Синай применил данный метод при обосновании других теорем теории динамических систем. Поскольку аналогия как ментальная стратегия является частных случаем индуктивной аргументации, мы называем результат Б.М.Гуревича индукцией (индуктивным обобщением). Б.М.Гуревич в статье «Об инвариантной мере с максимальной энтропией для У-диффеоморфизма» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1970, том 4, вып.4) пишет о своей работе: «В этой работе доказывается единственность меры с максимальной энтропией для У-диффеоморфизма и выясняются некоторые ее свойства. Рассуждения основаны на предложенном Я.Г.Синаем [6] методе марковских разбиений, с помощью которого задачу удается свести к аналогичной задаче для топологической цепи Маркова (см. [5], [7])» (Гуревич, 1970, с.21). Здесь [6] – работа Я.Г.Синая «Марковские разбиения и У-диффеоморфизмы» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1969, том 2, вып.1).

Индукция Бориса Марковича Гуревича. Б.М.Гуревич (1969, 1970) обобщил на случай символических цепей Маркова (СЦМ) со счетным числом состояний результаты В.Перри (1964), который ввел понятие топологической энтропии и вариационные принципы для символических цепей Маркова (СЦМ) с конечным числом состояний. Б.М.Гуревич и С.В.Савченко в статье «Термодинамический формализм для символических цепей Маркова со счетным числом состояний» (УМН, 1998, том 53, вып.2 (320)) констатируют: «Для СЦМ с конечным числом состояний топологическая энтропия и вариационные принципы рассматривались в работе В.Перри [9] еще до появления этих понятий в общем случае. В [10], [11] полученные им результаты были обобщены (насколько это оказалось возможным) на СЦМ со счетным числом состояний. Выяснилось, что некомпактность фазового пространства приводит в этом случае к совершенно новым задачам, не имеющим смысла для СЦМ с конечным числом состояний» (Гуревич, Савченко, 1998, с.4). Поясняя понятие символической цепи Маркова, Б.М.Гуревич и С.В.Савченко в той же статье детализируют: «Символическая цепь Маркова (СЦМ) – это динамическая система, порожденная сдвигом на множестве последовательностей, которые можно отождествить с бесконечными путями конечного или счетного ориентированного графа. Обычно множество путей рассматривается вместе с заданной на нем естественной топологией, в которой сдвиг является непрерывным преобразованием. Отсюда – термин «топологическая цепь Маркова», употребляемый гораздо чаще, чем СЦМ» (там же, с.4). Здесь [9] – исследование В.Перри (1964), [10] – статья Б.М.Гуревича «Топологическая энтропия счетной цепи Маркова» («Доклады АН СССР», 1969, том 187, № 4), [11] – статья Б.М.Гуревича «Энтропия сдвига и марковские меры в пространстве путей счетного графа» («Доклады АН СССР», 1970, том 192, № 5).

Индукция Анатолия Михайловича Степина. А.М.Степин перенес на более общую ситуацию знаменитую теорему американского математика Дональда Орнстейна об изоморфизме сдвигов Бернулли, согласно которой сдвиги Бернулли с одинаковой энтропией изоморфны. Впервые А.М.Степин высказал мысль о возможности подобного переноса (обобщения) в статье «Об энтропийном инварианте убывающих последовательностей измеримых разбиений» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1971, том 5, вып.3), где он пишет: «Возможно, что теорема Орнстейна [5] об изоморфизме сдвигов Бернулли с одинаковой энтропией допускает обобщение на случай бернуллиевских действий аппроксимативно конечных групп» (Степин, 1971, с.84).

Индукция Меира Смородинского. Американский математик Меир Смородинский обобщил теорему Д.Орнстейна об изоморфизме сдвигов Бернулли, обладающих одинаковой энтропией, на случай бесконечных счетных разбиений. Д.Орнстейн в книге «Эргодическая теория, случайность и динамические системы» (1978) пишет о своей теореме об изоморфизме: «Теорема об изоморфизме сдвигов Бернулли возникла из попытки лучше понять теорему Синая о слабом изоморфизме. Над упрощением первоначального доказательства теоремы об изоморфизме мы работали вместе с Фридманом и совместно получили критерий, позволивший доказать, что некоторые марковские сдвиги являются сдвигами Бернулли. Это открыло путь для большей части последующей деятельности. Смородинский внес значительные упрощения в теорему об изоморфизме и доказал одну сильную лемму, касающуюся энтропии и ε-независимости, которая позволила ему обобщить теорему об изоморфизме на бесконечные счетные разбиения» (Орнстейн, 1978, с.8).

Индукция Ицхака Кацнельсона и Бенджамина Вейсса. Израильский математик И.Кацнельсон совместно с Б.Вейссом распространили теорему Д.Орнстейна об изоморфизме сдвигов Бернулли на случай нескольких коммутирующих преобразований. Д.Орнстейн в книге «Эргодическая теория, случайность и динамические системы» (1978) повествует: «Прекрасная теорема Кацнельсона об автоморфизмах n-мерного тора продемонстрировала, чего можно достичь, комбинируя изложенную здесь теорию с более классической аналитической техникой. Кацнельсон и Вейсс обобщили теорему об изоморфизме на случай нескольких коммутирующих преобразований, а Галлаватти, ди Либерто и Руссо применили ее к модели Изинга» (Орнстейн, 1978, с.8). Отметим, что сам Дональд Орнстейн индуктивно (или, лучше сказать, по аналогии, что одно и то же) перенес свою теорему об изоморфизме сдвигов Бернулли с конечной энтропией на случай сдвигов Бернулли с бесконечной энтропией. Д.Орнстейн в той же книге пишет: «В § 9 мы переносим теорему об изоморфизме сдвигов Бернулли с конечной энтропией на сдвиги Бернулли с бесконечной энтропией» (там же, с.21).

Индукция Анатолия Борисовича Катка. Российский математик А.Б.Каток (1973) доказал посредством индукции сложную теорему, включающую в себя, в частности, следующие утверждения: а) поток на каждом многообразии эргодичен относительно инвариантной меры, б) для некоторой последовательности $t_n \to \infty$ диффеоморфизмы и их дифференциалы любого порядка сходятся к тождественному отображению равномерно на любом компакте, в) поток не имеет периодических траекторий вне множества M_D. А.Б.Каток в статье «Эргодические возмущения вырожденных интегрируемых гамильтоновых систем» (Известия АН СССР, серия математическая, 1973, том 37, вып.3), называя совокупность указанных утверждений теоремой А, пишет о том, как он ее доказал: «Теорема А доказана в §§ 2-4. Основу этого доказательства составляет индуктивная конструкция, описанная в § 4. На каждом шаге индукции построения проводятся с помощью лемм, доказываемых в §§ 2 и 3. Наша конструкция имеет много общего с конструкцией, которая использовалась в (14) для построения эргодических диффеоморфизмов на многообразиях с периодическим потоком» (Каток, 1973, с.546). Здесь (14) – работа Д.В.Аносова и А.Б.Катка «Новые примеры в гладкой эргодической теории. Эргодические диффеоморфизмы» («Труды Московского математического общества», 1970, вып.23).

Индукция А.Б.Катка и Б.Хасселблата. А.Б.Каток и Б.Хасселблат в монографии «Введение в современную теорию динамических систем» (1999) используют индукцию при доказательстве теорем эргодической теории настолько часто, что возникает даже впечатление о невозможности доказать эти результаты каким-либо иным путем. Сказанное легко иллюстрируется следующей таблицей.

№	**Название статьи или книги**	**Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве**
1.	А.Б.Каток, Б.Хасселблат, книга «Введение в современную теорию динамических систем» (1999)	Предложение 1.4.1 – с.44, лемма 1.4.2 – с.44, лемма 1.9.4 – с.64, лемма 1.9.7 – с.65, предложение 2.1.3 – с.72, лемма 2.1.4 – с.74, теорема 2.4.6 – с.87, теорема 4.1.11 – с.149, предложение 4.3.8 – с.177, предложение 4.3.10 – с.179, предложение 5.5.2 – с.227, теорема 6.2.8 – с.260, предложение 6.2.23 – с.264, теорема 6.4.15 – с.276, предложение 6.6.1 – с.286, лемма 8.1.2 – с.316, лемма 8.5.5 – с.332, предложение 9.1.1 – с.342, теорема 9.3.7 – с.364, предложение 11.1.5 – с.394, предложение 11.2.4 – с.399, лемма 12.5.2 – с.417, теорема 12.6.1 – с.420, предложение 12.6.3 – с.422, лемма 14.3.4 – с.466, следствие 14.5.16 – с.478, предложение 14.5.17 – с.479, лемма 15.1.3 – с.493, теорема 15.1.5 – с.493, лемма 15.2.5 – с.498, лемма 15.3.3 – с.504, теорема 15.3.5 – с.506, теорема 15.3.7 – с.507, лемма 15.4.6 – с.511, предложение 15.4.7 – с.512, лемма 18.3.11 – с.581, лемма 18.4.2 – с.583, лемма 19.1.7 – с.605

Индукция Джакоба Фельдмана. Израильский математик Джакоб Фельдман (1975) при помощи индукции построил первый пример нестандартного эргодического автоморфизма с нулевой энтропией. Работа Фельдмана, в которой он описал этот пример, первоначально представляла собой препринт, но позже была опубликована в «Израильском математическом журнале» (1976). А.Б.Каток в статье «Монотонная эквивалентность в эргодической теории» (Известия АН СССР, серия математическая, 1977, том 41, № 1) указывает: «Первый пример нестандартного эргодического автоморфизма с нулевой энтропией построил Дж.Фельдман (препринт «New K-automorphisms and a problem of Kakutani», 1975 г.). Конструкция Фельдмана является индуктивной и включает на каждом шаге индукции ряд параметров. Пусть f(n), n=1, 2, …, - произвольная (сколь угодно быстро убывающая) последовательность положительных чисел. Оказывается, что, подбирая должным образом параметры в конструкции Фельдмана, можно обеспечить, чтобы автоморфизм допускал а.п.п. I и а.п.п. II со скоростью f(n)…» (Каток, 1977, с.151). Здесь а.п.п. – аппроксимация периодическими преобразованиями.

Индукция Якова Борисовича Песина. Отечественный математик Я.Б.Песин (1977) обобщил на многообразия без фокальных точек результаты П.Эберлейна (1972), который построил предельные сферы (орисферы) для геодезического потока на римановом многообразии неположительной кривизны. Я.Б.Песин в статье «Характеристические показатели Ляпунова и гладкая эргодическая теория» (УМН, 1977, том 32, вып.4 (196)) пишет: «В работе [45] П.Эберлейн построил предельные сферы (орисферы) для геодезического потока на римановом многообразии неположительной кривизны. Полученные им результаты можно обобщить на многообразия, удовлетворяющие некоторому, весьма слабому условию (которое носит название «аксиома асимптотичности»; см. [24], §12), в частности, на многообразия без фокальных точек (см. [24])» (Песин, 1977, с.104). Здесь [45] – исследование П.Эберлейна (1972), [24] – работа Я.Б.Песина «Геодезические потоки на замкнутых римановых многообразиях без фокальных точек» (Известия АН СССР, серия математическая, 1977, том 40, № 6).

Индукция Якова Борисовича Песина. Я.Б.Песин (1977) распространил на более общую ситуацию теорему А.Крамли (1973), которая устанавливает некоторые метрические свойства геодезических потоков на двумерных многообразиях без фокальных точек. Я.Б.Песин в статье «Геодезические потоки на замкнутых римановых многообразиях без фокальных точек» (Известия АН СССР, 1977, том 41, № 6) отмечает: «Первый результат, устанавливающий некоторые метрические свойства геодезических потоков на двумерных многообразиях без фокальных точек, получил А.Крамли (5). В (11) мы обобщили его теорему, доказав, что геодезические потоки на компактных поверхностях без фокальных точек рода больше 1 эргодичны» (Песин, 1977, с.1252). Здесь (5) – исследование А.Б.Крамли [1973], (11) – статья Я.Б.Песина «Характеристические показатели Ляпунова и гладкая эргодическая теория» [УМН, 1977, том 32, вып.4 (196)]. Кстати, в статье «Характеристические показатели Ляпунова и гладкая эргодическая теория» Я.Б.Песин достаточно ясно говорит о своем обобщении. Имея в виду изучение геодезических потоков на римановых многообразиях, имеющих неположительную кривизну, Я.Б.Песин замечает: «Первый результат в этом направлении для потоков на поверхностях рода больше 1 был доказан А.Б.Крамли [12] (он установил существование эргодической компоненты положительной меры). В § 10 мы докажем результат, обобщающий теорему Крамли, показав, что такие потоки на поверхностях рода больше 1 эргодичны и даже обладают бернуллиевским свойством» (Песин, 1977, с.61).

Индукция Якова Борисовича Песина. Я.Б.Песин (1984) совместно с Б.С.Пицкелем перенес на случай некомпактных множеств понятие топологического давления, ранее введенное для компактных множеств Д.Рюэлем (тем самым Д.Рюэлем, который связал гидродинамическую турбулентность с появлением странных аттракторов). Я.Б.Песин мотивировался тем, как Руфус Боуэн перенес на некомпактные множества понятие топологической энтропии, ранее введенное Р.Адлером, А.Конхеймом и М.Мак-Эндрю (1965) для компактных множеств. Кстати, они ввели в математику понятие топологической энтропии по аналогии с метрической энтропией А.Н.Колмогорова (1958), о чем сообщает Е.И.Динабург в статье «Связь между различными энтропийными характеристиками динамических систем» (Известия АН СССР, 1971, том 35). Возвращаясь к обобщению Я.Б.Песина и Б.С.Пицкеля, сошлемся на статью Б.М.Гуревича и С.В.Савченко «Термодинамический формализм для символических цепей Маркова со счетным числом состояний» (УМН, 1998, том 53, вып.2 (320)), в которой указывается: «Я.Б.Песин и Б.С.Пицкель [12] обобщили понятие топологического давления на некомпактный случай (для топологической энтропии это ранее сделал Боуэн [13], [14]) в предположении, что У – подмножество компактного метрического пространства X, а функцию f можно продолжить по непрерывности на X» (Гуревич, Савченко, 1998, с.8). Здесь [12] – статья Я.Б.Песина и Б.С.Пицкеля «Топологическое давление и вариационный принцип для некомпактных множеств» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1984, том 18, № 4). Об обобщении Я.Б.Песина пишет также А.С.Заргарян в работе «Вариационный принцип для топологического давления в случае цепи Маркова со счетным числом состояний» («Математические заметки», 1986, том 40, № 6): «Недавно понятие топологического давления было обобщено на случай некомпактного X [2] (в отношении топологической энтропии это было сделано ранее [1])» (Заргарян, 1986, с.749). Здесь [2] – уже приводившаяся работа Я.Б.Песина и Б.С.Пицкеля (1984), [1] – книга Р.Боуэна «Методы символической динамики» (Москва, «Мир», 1979). Наконец, сами авторы новой идеи Я.Б.Песин и Б.С.Пицкель в статье «Топологическое давление и вариационный принцип для некомпактных множеств» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1984, том 18, № 4) аргументируют: «Для некомпактных подмножеств компактных метрических пространств Боуэн ввел понятие топологической энтропии и доказал соответствующий вариационный принцип. В настоящей работе мы дадим определение топологического давления для некомпактных подмножеств компактных метрических пространств и докажем вариационный принцип…» (Песин, Пицкель, 1984, с.50).

Индукция Ромена Васильевича Плыкина. Р.В.Плыкин (1980, 1984) обобщил на случай одномерных просторно расположенных базисных множеств со связками степени не больше двух классификационные результаты В.З.Гринеса (1974) для одномерных базисных множеств, удовлетворяющих условию ориентируемости. С.Х.Арансон и В.З.Гринес в статье «Топологическая классификация каскадов на замкнутых двумерных многообразиях» (УМН, 1990, том 45, вып.1 (271)) пишут: «Первые классификационные результаты были получены В.З.Гринесом для одномерных базисных множеств, удовлетворяющих условию ориентируемости [23, 24]. (…) Эти результаты были обобщены Р.В.Плыкиным на случай одномерных просторно расположенных базисных множеств и одномерных базисных множеств со связками степени не больше двух [38-40]. Базисное множество Ω называется просторно расположенным [36], если не существует гомотопной нулю петли, образованной парой отрезков устойчивого и неустойчивого многообразия какой-либо точки из Ω» (Арансон, Гринес, 1990, с.9). Здесь [23] – работа В.З.Гринеса «О топологической эквивалентности одномерных базисных множеств диффеоморфизмов на двумерных многообразиях» (УМН, 1974, том 29, вып.6), [24] – статья В.З.Гринеса «О топологической сопряженности диффеоморфизмов двумерного многообразия на одномерных базисных множествах» («Труды Московского математического общества», 1975, часть1, том 32), [38] – работа Р.В.Плыкина «О гиперболических аттракторах диффеоморфизмов» (УМН, 1980, том 35, вып.4 (214)), [40] – статья Р.В.Плыкина «О геометрии гиперболических аттракторов гладких каскадов» (УМН, 1984, том 39, вып.6 (240)).

Индукция Валерия Рыжикова и Александра Старкова. В.В.Рыжиков (1991) и А.Н.Старков (1993) обобщили теорему Б.Маркуса о том, что унипотентные потоки обладают свойством кратного перемешивания. Обобщением теоремы Б.Маркуса занимался также Ш.Мозес (1992). В свою очередь, сам Б.Маркус получил данную теорему в результате обобщения и доказательства гипотезы Я.Г.Синая о том, что орициклический поток является перемешивающим всех степеней. В.В.Рыжиков в докторской диссертации «Марковские сплетающие операторы, джойнинги и асимптотические свойства динамических систем» (Москва, 2004) пишет: «Я.Г.Синай высказал гипотезу о том, что орициклический поток является перемешивающим всех степеней, которую подтвердил Б.Маркус, доказавший более общее утверждение: свойством кратного перемешивания обладают унипотентные потоки. Ряд обобщений теоремы Маркуса был получен позднее в [23], где автор применил метод джойнингов, а также Ш.Мозесом [74] и А.Н.Старковым [29], [30]. Так, например, в [29] доказано свойство кратного перемешивания для однородных перемешивающих потоков» (В.В.Рыжиков, 2004). Здесь [23] – статья В.В.Рыжикова «Связь перемешивающих свойств потока с изоморфизмом входящих в него преобразований» («Математические заметки», 1991, том 49, № 6), [29] – работа А.Н.Старкова «О кратном перемешивании однородных потоков» («Доклады АН РФ», 1993, том 333, № 1), [30] – книга А.Н.Старкова «Динамические системы на однородных пространствах» (Москва, «Фазис», 1999), [74] – исследование Ш.Мозеса (1992).

Индукция Владимира Арнольда. Как мы уже отмечали, великий математик Д.Гильберт сформулировал 23 математические проблемы, решение которых должно было существенно содействовать прогрессу математики как науки. Он сделал это на II Международном конгрессе математиков, проходившем в Париже в 1900 году. Эти проблемы достаточно сложны, некоторые из них не решены и поныне. Ученый, решивший ту или иную проблему Гильберта, неизбежно попадает в анналы истории науки, а также удостаивается всевозможных премий. Многие из проблем Гильберта решены отечественными математиками (уже только это обстоятельство свидетельствует о том, какого уровня достигла математика в России в 20 веке). Следующая небольшая таблица дает представление о том, какие именно проблемы решены отечественными математиками. В скобках мы указываем зарубежных математиков, независимо решивших ту же проблему.

Решение проблем Гильберта отечественными математиками
4-я проблема - А.В.Погорелов (Г.Гамель)
6-я проблема – А.Н.Колмогоров
7-я проблема – А.О.Гельфонд (Т.Шнейдер)
8-я проблема – И.М.Виноградов (А.Вейль) (для частных случаев)
9-я проблема – И.Р.Шафаревич (Э.Артин)
10-я проблема – Ю.В.Матиясевич
13-я проблема – В.И.Арнольд и А.Н.Колмогоров
16-я проблема – И.Г.Петровский, Д.А.Гудков (для частных случаев)
19-я проблема – С.Н.Бернштейн
20-я проблема – С.Н.Бернштейн
21-я проблема – А.А.Болибрух
23-я проблема – Л.А.Люстерник, Л.Г.Шнирельман (М.Морс)

Как видно из таблицы, 13-ю проблему Гильберта решил В.И.Арнольд (лауреат премии Вольфа за 2001 год). Эта проблема сводится к утверждению Гильберта о невозможности решения общего уравнения седьмой степени с помощью функций, зависящих только от двух аргументов. Гильберт предлагал математикам доказать это утверждение. К удивлению многих специалистов, В.И.Арнольд обнаружил контрпримеры к этому утверждению и доказал теорему, обратную гипотезе Гильберта: общее уравнение седьмой степени можно решить с помощью функций, зависящих от двух аргументов. Конечно, впервые эти контрпримеры обнаружил его учитель А.Н.Колмогоров, просматривая старые журналы и неожиданно натолкнувшись на математическую статью Александра Семеновича Кронрода, но это не меняет суть дела. Играли ли индуктивные доказательства какую-либо роль в работе В.И.Арнольда, посвященной решению 13-й проблемы Гильберта? Ответ будет утвердительным, так как в этой работе он использовал лемму, названную им самим «индуктивной». Эта лемма была подсказана ему А.Н.Колмогоровым. В статье «О представлении непрерывных функций трех переменных суперпозициями непрерывных функций двух переменных» (Математический сборник, 1959, том 48 (90), № 1), в которой В.И.Арнольд излагает свое решение 13-й проблемы Гильберта, он пишет: «Пользуюсь случаем поблагодарить моих учителей А.Г.Витушкина и А.Н.Колмогорова за постоянное внимание, советы и помощь. В частности, А.Н.Колмогорову я обязан окончательным оформлением основной «индуктивной леммы» второй части» (Арнольд, 1959, с.6). Данная индуктивная лемма формулируется Арнольдом следующим образом: «Если ни одна из вершин выводящей схемы не является точкой ветвления, то такая выводящая схема устойчива. Доказательство. Доказательство этой леммы - индуктивное» (там же, с.35). Примечательно, что и А.Н.Колмогоров в статье «О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения» (А.Н.Колмогоров, «Избранные труды», 1985) при помощи индукции доказывает лемму 2 – с.341. Именно в этой статье, впервые опубликованной в «Докладах АН СССР» (1957, том 114, № 5) А.Н.Колмогоров осознал, что решение 13-й проблемы Гильберта окажется отрицательным.

13 марта 2001 года в Институте А.Пуанкаре (Париж) состоялась математическая дуэль между В.И.Арнольдом и французским математиком, лауреатом премии Филдса Ж.П.Серром. В ходе публичной дискуссии Арнольд доказывал, что математика – такая же экспериментальная наука, как и физика, разница лишь в том, что в физике эксперименты стоят миллионы долларов, а в математике – единицы рублей. Ж.П.Серр оспаривал это мнение Арнольда. Справедливость точки зрения Арнольда подтверждается, в частности, и тем, что, доказывая теорему, из которой вытекает решение 13-й проблемы Гильберта, он использовал описанную нами индуктивную лемму. Ж.П.Серр вряд ли выступил бы оппонентом в упомянутой дискуссии, если бы вспомнил, как А.Пуанкаре и Ж.Адамар оценивали роль физики в математическом исследовании. В.Г.Мазья и Т.О.Шапошникова в книге «Жак Адамар: легенда математики» (2008) цитируют слова Ж.Адамара, произнесенные им в «Лекциях о задаче Коши для линейных уравнений в частных производных», прочитанных в Йельском университете в 1920 году: «Никакой другой вопрос не проиллюстрировал бы так поразительно мысли, высказанные Пуанкаре на I Международном математическом конгрессе в Цюрихе в 1897 г. (см. также «Ценность науки», с.137-155): «Именно физические приложения указывают нам важные задачи, которые мы должны поставить перед собой, и опять-таки физика позволяет нам предугадать решения» (Мазья, Шапошникова, 2008, с.421).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд в статье «Доказательство теоремы А.Н.Колмогорова о сохранении условно-периодических движений при малом изменении функции Гамильтона» (УМН, 1963, том 28, вып.5 (113)) четырежды использует математическую индукцию при доказательстве лемм и теорем. В частности, индуктивно доказываются теорема 1 – с.20, теорема 2 – с.21, индуктивная лемма – с.24, теорема 2.1 – с.25. Аналогично, В.И.Арнольд применяет индуктивный способ доказательства в работе «Лекции о бифуркациях и версальных семействах» (УМН, 1972, том 27, вып.5 (167)). В данной статье формулируется теорема Пуанкаре: орбита нерезонансного линейного поля $\upsilon(x) = \Lambda x$ в каждом пространстве струй под действием группы диффеоморфизмов с тождественной линейной частью при $x = 0$ состоит из всех струй полей с линейной частью Λx в нуле. В.И.Арнольд пишет об этой теореме: «Доказательство теоремы Пуанкаре получается из леммы индукцией по степени струй» (Арнольд, 1972, с.167).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд (1967) индуктивно обобщил на высшие размерности характеристические (когомологические) классы Маслова. В.В.Трофимов в статье «Группа голономии и обобщенные классы Маслова подмногообразий в пространствах аффинной связности» («Математические заметки», 1991, том 49, вып.2) указывает: «Когомологические классы Маслова обобщены на высшие размерности, см. [4, 6 - 13]. Первое такое обобщение было сделано В.И.Арнольдом и изучено Д.Б.Фуксом [4]» (Трофимов, 1991, с.113). Здесь [4] – работа Д.Б.Фукса «О характеристических классах Маслова-Арнольда» («Доклады АН СССР», 1968, том 178, № 2), [13] – статья М.В.Карасева «Пуассоновские алгебры симметрий и асимптотика спектральных серий» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1986, том 20, № 1). Об этом же обобщении В.И.Арнольда говорится в работе В.В.Трофимова и М.В.Шамолина «Геометрические и динамические инварианты интегрируемых гамильтоновых и диссипативных систем» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2010, том 16, вып.4), причем отмечается, что такое обобщение проводили и другие ученые: «Классы Маслова изучались с различных точек зрения и были обобщены на высшие размерности в работах В.И.Арнольда, А.Б.Гивенталя, М.В.Карасева, Д.Б.Фукса, Ж.Лиона, М.Вернь, П.Дазора, М. де Госсона, Дж.Морвана (см., например, [17, 20, 76, 95, 162, 200, 205, 211, 215]). Первое такое обобщение было сделано В.И.Арнольдом и изучено Д.Б.Фуксом [17, 162]. В связи с конструкциями обобщенных классов Маслова естественным образом возникают симплектические связности» (Трофимов, Шамолин, 2010, с.7). Здесь [17] – работа В.И.Арнольда «О характеристическом классе, входящем в условия квантования» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1967, том 1, № 1), [76] – книга М.В.Карасева и В.П.Маслова «Нелинейные скобки Пуассона. Геометрия и квантование» (Москва, «Наука», 1991), [95] – книга Ж.Лиона и М.Верня «Представление Вейля, индекс Маслова и тэта-ряды» (Москва, «Мир», 1983).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд (1974) обобщил так называемую последнюю геометрическую теорему А.Пуанкаре на случай произвольных симплектических многообразий и произвольных (не обязательно малых) возмущений. Как известно, последняя геометрическая теорема А.Пуанкаре – это топологическая теорема о неподвижных точках, которую выдающийся французский математик использовал для доказательства существования периодических движений в небесной механике и которую в свое время обобщил Джордж Биркгоф. Е.А.Кудрявцева в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Замкнутые траектории гамильтоновых систем и приложение к планетно-спутниковой системе» (Москва, 1998) считает, что справедливость обобщения, предложенного В.И.Арнольдом, подтверждается теоремой А.Вейнстейна, согласно которой для любой функции определенного вида система с гамильтонианом имеет, по меньшей мере, одну замкнутую траекторию на поверхности компактного невырожденного подмногообразия (без края), сплошь заполненного замкнутыми траекториями этой системы. Е.А.Кудрявцева пишет об этой теореме А.Вейнстейна: «Теорему 1 можно рассматривать и как частично подтверждающую известную гипотезу В.И.Арнольда о том, что геометрическая теорема Пуанкаре [28, 1, 7] допускает обобщение на случай произвольных симплектических многообразий и произвольных (не обязательно малых) возмущений. В геометрической теореме Пуанкаре изучается сохраняющее площади отображение плоского кругового кольца на себя, гомотопное тождественному и поворачивающее граничные окружности кольца «в разные стороны». Теорема Пуанкаре утверждает, что любое такое отображение имеет, по меньшей мере, две неподвижные точки» (Кудрявцева, 1998, с.6). Здесь [1] – работа В.И.Арнольда «Математические методы классической механики» (Москва, «Наука», 1974), [7] – книга В.В.Козлова «Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике» (Ижевск, 1995), [28] – исследование А.Пуанкаре «Новые методы небесной механики» (1899). О своем обобщении названной теоремы Пуанкаре В.И.Арнольд пишет также в статье «Первые шаги симплектической топологии» (УМН, 1986, том 41, вып.6 (252)): «Геометрическая теорема Пуанкаре (о диффеоморфизмах кольца) обобщается следующим образом (гипотеза [9], [10], доказанная в [19]). Теорема. Гомологичный тождественному симплектоморфизм тора имеет не менее 4 неподвижных точек (если считать с кратностями) и не менее трех геометрически различных неподвижных точек» (Арнольд, 1986, с.5). Здесь [10] – доклад В.И.Арнольда «Проблема устойчивости и эргодические свойства классических динамических систем» («Труды Международного конгресса математиков», Москва, «Мир», 1968). Нужно сказать, что Е.А.Кудрявцева также обобщает геометрическую теорему Пуанкаре, о чем пишет: «Следует отметить, что полученный в диссертации результат не претендует на полное обобщение геометрической теоремы Пуанкаре на случай произвольных возмущений. Обобщение этой теоремы доказано здесь лишь для малых возмущений. Возможно, наш результат допускает усиление…» (Кудрявцева, 1998, с.6).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд (1985) обобщил на многомерный случай осцилляционную теорию Штурма, позволяющую решать задачу на собственные значения для простейшего одномерного дифференциального оператора с переменными коэффициентами. В.И.Арнольд в статье «Теоремы Штурма и симплектическая геометрия» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1985, том 19, вып.4) говорит о результате, полученном в данной работе: «Многомерное обобщение теории Штурма, изложенное ниже, описывает эволюцию лагранжевой плоскости в симплектическом фазовом пространстве линейной гамильтоновой системы, например – системы n уравнений Ньютона

$$x = - A (t) x, x \in R^n,$$

$A' = A$ с потенциальной энергией $U = (Ax, x) / 2$…» (Арнольд, 1985, с.1). Об этом же обобщении В.И.Арнольда пишет А.Б.Гивенталь в статье «Теорема Штурма для гиперэллиптических интегралов» (журнал «Алгебра и анализ», 1989, том 1, вып.5): «Классические теоремы Штурма описывают свойства нулей решений уравнений Штурма-Лиувилля. Как показано, например, в [4], эти теоремы имеют симплектическую природу и допускают многомерные обобщения на линейные неавтономные гамильтоновы системы…» (Гивенталь, 1989, с.100). Здесь [4] – уже упоминавшаяся работа В.И.Арнольда «Теоремы Штурма и симплектическая геометрия» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1985, том 19, вып.4).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд (1989) перенес на вещественно-значные функции конструкцию Понтрягина-Тома, известную в теории кобордизмов. Возможность такого переноса (обобщения) В.И.Арнольд описал в статье «О пространствах функций с умеренными особенностями» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1989, том 23, № 3). П.М.Ахметьев в работе «Вложения компактов, стабильные гомотопические группы сфер и теория особенностей» (УМН, 2000, том 55, вып.3 (333)) пишет об указанной статье В.И.Арнольда: «В этой работе В.И.Арнольда было подмечено, что конструкция Понтрягина и Тома, известная в теории кобордизмов, переносится на вещественно-значные функции. Изоморфизму Понтрягина между гомотопическими группами сфер и группами кобордизмов оснащенных многообразий соответствует изоморфизм между гомотопическими группами пространства функций на прямой с умеренными особенностями и группами кобордизма вложенных плоских кривых без горизонтальных касательных перегибов…» (Ахметьев, 2000, с.23). Это же обобщение В.И.Арнольда рассматривается в статье П.М.Ахметьева, Д.Реповша и М.Ценцеля «О некоторых алгебраических свойствах диаграмм Серфа однопараметрических семейств функций» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2005, том 39, вып.3), где указывается: «Начальной точкой исследования послужила работа В.И.Арнольда [1] (см. также [2, задача 1988-23], где приводится ссылка на более раннюю работу), в которой сформулирована проблема переноса конструкции Понтрягина-Тома [16, 19] на новый класс задач, связанный с пространствами функций. Параллельно с работами В.И.Арнольда появились работы, где конструкция Понтрягина-Тома была перенесена из категории кобордизмов многообразий в категорию кобордизмов отображений с особенностями. Идея такого обобщения впервые возникла в работе Сюча [18]; далее она была разработана и для отображений с более сложными особенностями в совместной работе [17] этого же автора с Римани. Недавно конструкция Понтрягина-Тома нашла применение при решении задач аппроксимации отображений с особенностями гладкими вложениями [5]» (Ахметьев и др., 2005, с.1). Здесь [1] – уже упомянутая статья В.И.Арнольда «О пространствах функций с умеренными особенностями» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1989, том 23, № 3), [2] – книга В.И.Арнольда «Задачи Арнольда» (Москва, «Фазис», 2000), [18] – статья А.Сюча «Аналог пространства Тома для отображений с особенностью типа $\sum^1$» («Математический сборник», 1979, том 108 (150), № 3). [17] – работа Р.Римани и А.Сюча (1998). Напомним, что конструкция Понтрягина-Тома – это геометрический подход Л.С.Понтрягина к вычислению гомотопических групп сфер, соединенный со спектральными последовательностями Ж.П.Серра. Это соединение (синтез) осуществил Р.Том, что позволило ему решить проблему бордизма гладких замкнутых многообразий. Именно за этот синтез Р.Том и был удостоен в 1958 году премии Филдса. Подробности разработки конструкции Понтрягина-Тома можно найти в книге С.Г.Смирнова «Прогулки по замкнутым поверхностям» (2003).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд (1998) индуктивно распространил так называемую лежандрову теорию Морса на высшие производные. В.И.Арнольд в статье «К лежандровой теории Штурма пространственных кривых» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1998, том 32, вып.2) пишет: «Теория Штурма распространяет неравенства Морса (для функций на окружности) на операторы, включающие старшие производные. Лежандрова теория Морса (построенная Ю.В.Чекановым в 1986 г.) переносит неравенства Морса на многозначные функции (соответствующие незаузленным лежандровым подмногообразиям пространств 1-струй функций). Она является обобщением теории лагранжевых пересечений Конли, Цендера, Шаперона, Флоера, Сикорава, Лауденбаха, Хофера, Громова и др. Ниже предпринята попытка распространить лежандрову теорию Морса на высшие производные (в том же смысле, в каком теория Штурма обобщает на высшие производные неравенство Морса)» (Арнольд, 1998, с.1).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд сформулировал идею об универсальном значении теории каустик, позволяющей связать различные концепции единым взглядом, индуктивно основываясь на плодотворности применения понятия каустик в теории простых алгебр Ли, теории групп отражений, теории радуги, теории релятивистских гравитационных линз, гидродинамике Вселенной. Андрей Ваганов в статье «От теории радуги до гидродинамики Вселенной» («Независимая газета», 17.01.2002 г.) цитирует В.И.Арнольда: «Мне удалось открыть удивительные связи теорий каустик и фронтов с теорией простых алгебр Ли и с теорией групп отражений. Физики называют мои достижения в этой области «квантовой теорией катастроф», но придумал я это, занимаясь анализом перегрева электронных схем в больших ЭВМ. Полученные здесь результаты являются также грандиозным обобщением теории радуги, объясняющей ее угол раствора (43 градуса) геометрией соответствующих каустик. Но каустики, возникающие в моих обобщениях теории радуги, применяются также для анализа релятивистских гравитационных линз и «гидродинамики Вселенной» Зельдовича, исследующей особенности крайне неравномерного крупномасштабного распределения галактик» (А.Ваганов, 2002).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд (1994) предложил обобщить на случай погружений в старших размерностях формулу Уитни, позволяющую восстановить класс регулярной гомотопии ориентированной погруженной кривой, исходя из структуры определенного множества. Одно из таких обобщений было вскоре найдено Г.Михалкиным и М.Поляком (1996). П.М.Ахметьев, Й.Малешич и Д.Реповш в статье «Об эйлеровой характеристике кратных точек самопересечения погруженных многообразий» («Сибирский математический журнал», 2003, том 44, № 2) пишут: «Уитни [1] обнаружил, что индекс Ind (f) погружения f, т.е. целое число вращения касательного вектора при обходе вдоль ориентированной погруженной кривой f в положительном направлении, определяет класс регулярной гомотопии этой погруженной кривой. В этой работе была также найдена важная формула, которая восстанавливает этот класс регулярной гомотопии Ind (f), исходя из структуры множества Δ2 – нульмерного подмногообразия плоскости, определенного множеством точек двойного самопересечения погруженной кривой. В.И.Арнольд [2] заметил, что формула Уитни допускает обобщения на случай погружений в старших размерностях. Действительно, для погружений ориентированных многообразий коразмерности 1 одно из возможных обобщений было вскоре найдено Г.Михалкиным и М.Поляком [3]. Это обобщение связано с интегральными формулами, где мера, по которой интегрируют, определена как эйлерова характеристика стратов различной размерности…» (Ахметьев и др., 2003, с.256). Здесь [1] – работа Х.Уитни (1937), [2] – исследование В.И.Арнольда (1994), [3] – работа Г.Михалкина и М.Поляка (1996).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд (1995) перенес на произвольные кривые, которые можно получить из прямой деформацией, не содержащей опасных самокасаний, классическую теорему Мебиуса, согласно которой нестягиваемая кривая, вложенная в проективную плоскость, содержит не менее трех точек перегиба. Д.А.Панов в статье «Затягиваемые кривые и теорема Мебиуса о трех точках перегиба» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1998, том 32, вып.1) пишет: «Классическая теорема Мебиуса утверждает, что нестягиваемая кривая, вложенная в проективную плоскость, содержит не менее трех точек перегиба [1]. Любая нестягиваемая кривая должна содержать нечетное число точек перегиба, но если кривая не является вложенной, то она может содержать лишь одну точку перегиба (рис.1). (…) В работе [2] была высказана гипотеза, что любая кривая, которую можно получить из прямой деформацией, не содержащей опасных самокасаний, должна содержать не менее трех точек перегиба» (Панов, 1998, с.29). Здесь [2] – статья В.И.Арнольда «Геометрия сферических кривых и алгебра кватернионов» (УМН, 1995, том 50, вып.1 (301)). Повторим, что В.И.Арнольд высоко ценил индукцию как стратегию творческого мышления и подчеркивал, что математика – такая же экспериментальная наука, как физика. В книге «Истории давние и недавние» (2002) В.И.Арнольд пишет: «Для меня примеры всегда важнее общих положений, а индукция предпочтительнее дедукции» (Арнольд, 2002, с.41). «…Математика – часть физики, - аргументирует В.И.Арнольд, - и, как и физика – наука экспериментальная, отличающающаяся только тем, что в физике эксперименты стоят обычно миллиарды долларов, а в математике – единицы рублей» (там же, с.41). В.И.Арнольд также подчеркивал значимость деятельности математиков по обобщению теорем. В публичной лекции «Сложность конечных последовательностей нулей и единиц и геометрия конечных функциональных пространств» (Москва, Математический институт им.В.А.Стеклова, 13 мая 2006 г.) он говорит: «…Есть только один способ понять теорему – надо ее обобщить. Чтобы найденные закономерности оказались распространенными на более широкий круг явлений» (В.И.Арнольд, 2006).

Индукция Владимира Арнольда. В.И.Арнольд обобщил уравнения вращения твердого тела, полученные Л.Эйлером, на случай динамических систем с произвольной алгеброй Ли. Ю.Мозер в статье «Три интегрируемые гамильтоновы системы и их связь с изоспектральными деформациями» (книга Ю.Мозера «Интегрируемые гамильтоновы системы и спектральная теория», Ижевск, 1999) пишет об Арнольде: «…Он обобщил уравнения Эйлера вращения твердого тела на динамические системы с произвольной алгеброй Ли» (Мозер, 1999, с.40).

Индукция П.А.Остранда. П.А.Остранд (1965) распространил на произвольные n-мерные компакты теорему В.И.Арнольда и А.Н.Колмогорова о том, что любая непрерывная функция n аргументов, определенная на компактном подмножестве R^n, может быть представлена как суперпозиция непрерывных функций одного аргумента и сложения. Данную теорему А.Н.Колмогоров и В.И.Арнольд сформулировали в процессе решения 13-ой проблемы Д.Гильберта. Д.Гильберт считал, что невозможно решить общее уравнение седьмой степени с помощью функций, зависящих только от двух аргументов. В.И.Арнольд с участием А.Н.Колмогорова доказал прямо противоположный результат (противоположную теорему). Именно эту теорему и обобщил П.А.Остранд. Д.Реповш и А.Скопенков в статье «Новые результаты о вложениях полиэдров и многообразий в евклидовы пространства» (УМН, 1999, том 54, вып.6 (330)) пишут: «В работах, посвященных решению 13-й проблемы Гильберта, А.Н.Колмогоров [87] и В.И.Арнольд [6] доказали, что любая непрерывная функция n аргументов, определенная на компактном подмножестве R^n, может быть представлена как суперпозиция непрерывных функций одного аргумента и сложения (популярное изложение см. в [5]). Остранд обобщил эту теорему на произвольные n-мерные компакты [110]» (Реповш, Скопенков, 1999, с.77). Здесь [110] – работа П.А.Остранда (1965). Об этом же А.Б.Скопенков пишет в статье «Базисные вложения и 13-я проблема Гильберта» (сборник «Математическое просвещение», 2010, серия 3, вып.14): «Теорема Остранда. Любой n-мерный компакт базисно вложим в R^{2n+1} [18]. Эта теорема усиливает теорему Неблинга-

Менгера-Потрягина о вложимости любого n-мерного компакта R^{2n+1} [6]. На самом деле Остранд доказал следующий более сильный результат, обобщающий суперпозиционную теорему Колмогорова (а не только ее следствие)» (Скопенков, 2010, с.151).

Индукция Д.Фудживары, М.Таникавы и Ш.Юкиты (Якиты). Японские математики Д.Фудживара, М.Таникава и Ш.Юкита (1978) обобщили на случай компактных вещественных самосопряженных операторов результаты В.И.Арнольда, касающиеся многообразия симметричных вещественных матриц с фиксированными кратностями собственных значений. А.А.Бондарь в статье «Многообразие операторов с фиксированной жордановой структурой» (сборник тезисов Международной конференции «Кромш-2011», Таврический национальный университет им.В.И.Вернадского, 2011) пишет: «В работе [1] В.И.Арнольдом впервые рассмотрено многообразие симметричных вещественных матриц с фиксированными кратностями собственных значений. Результаты Арнольда были обобщены для случая компактных вещественных самосопряженных операторов группой японских математиков в статье [2]. Ими был введен в рассмотрение специальный локальный диффеоморфизм, который «распрямляет» многообразие Арнольда» (Бондарь, 2011, с.10). Здесь [1] – работа В.И.Арнольда «Моды и квазимоды» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1972, том 6, № 2), [2] – исследование Д.Фудживары, М.Таникавы и Ш.Юкиты (1978).

Индукция Александра Борисовича Гивенталя. А.Б.Гивенталь (1986) сформулировал гипотезу о том, что не существует точных лагранжевых вложений замкнутой поверхности в стандартное симплектическое пространство R^4. Эта гипотеза возникла в результате обобщения аналогичной гипотезы Михаила Громова (1985) для неособых точных лагранжевых вложений. А.Б.Гивенталь в статье «Лагранжевы вложения поверхностей и раскрытый зонтик Уитни» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1986, том 20, вып.3) пишет: «…Не существует точных лагранжевых вложений (даже особых) замкнутой поверхности в стандартное симплектическое пространство R^4. Под точным понимается такое лагранжево вложение, при котором обратный образ 1-формы действия – полный дифференциал на С. Эта гипотеза является прямым обобщением аналогичной гипотезы для неособых точных лагранжевых вложений, доказанной недавно М.Громовым [5]. Наша гипотеза справедлива для сферы (ввиду ее односвязности и теоремы 2) и для тора (ввиду теоремы 2 и теоремы Громова)» (Гивенталь, 1986, с.39). Здесь [5] – работа М.Громова (1985).

Индукция Александра Борисовича Гивенталя. А.Б.Гивенталь (1990) перенес осцилляционную теорию Штурма на случай квадратичных функционалов со старшими производными. А.Б.Гивенталь в статье «Критерий устойчивости солитонов» (журнал «Теоретическая и математическая физика», 1990, том 82, № 1) говорит о теории Штурма: «Классический вариант этой теории связывает число нулей решений стационарного одномерного уравнения Шредингера с числом его отрицательных собственных значений и допускает далекие обобщения (см. [2, 3, 4]). Мы воспользуемся обобщением для квадратичных функционалов со старшими производными» (Гивенталь, 1990, с.31). Здесь [2] – исследование Х.М.Эдвардса (1964), [3] – статья В.И.Арнольда «Теоремы Штурма и симплектическая геометрия» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1985, том 19, вып.4).

Индукция Питера Лакса. Лауреат премии Вольфа за 1987 год и премии Абеля за 2005 год Питер Лакс (1968) обобщил (перенес на более общую ситуацию) метод решения уравнения Кортевега-де Фриза, разработанный К.С.Гарднером (1967). Как известно, уравнение Кортевега-де Фриза описывает распространение уединенных волн (солитонов), открытых английским исследователем Джоном Расселом (1834), а метод его решения, созданный К.С.Гарднером, получил название метода обратной задачи рассеяния (МОЗР). М.И.Быкова в кандидатской диссертации «Распространение пространственных ударных волн в нелинейной упругой среде с микроструктурой» (Воронеж, 2002) отмечает: «Гарднер (1967 г.) [119, 120] стал первооткрывателем метода математической физики (метода решения уравнения КдФ, использующего идеи прямой и обратной задачи рассеяния). Лакс (1968) [73] обобщил его идеи, и Захаров и Шабат (1971) [12, 42] показали, что этот метод приложим к уравнению, важному для физических приложений, - нелинейному уравнению Шредингера» (М.И.Быкова, 2002). Здесь [119, 120] – работы К.С.Гарднера (1967, 1974), [73] – исследование П.Лакса (1969), [42] – книга В.Е.Захарова, С.В.Манакова, С.П.Новикова и Л.П.Питаевского «Теория солитонов: метод обратной задачи» (Москва, «Наука», 1980). Об этом же сообщают М.Абловиц и Х.Сигур в книге «Солитоны и метод обратной задачи» (Москва, «Мир», 1987): «…Гарднер и другие (1967) [172, 173] стали первооткрывателями нового метода математической физики. Точнее говоря, они изобрели метод решения уравнения КдФ, использующий идеи прямой и обратной задачи рассеяния. Лакс (1968) [318] существенно обобщил их идеи, а Захаров и Шабат (1971) [544] показали, что этот метод приложим и к другому уравнению, важному для физических приложений, - нелинейному уравнению Шредингера» (Абловиц, Сигур, 1987, с.11).

Индукция Питера Лакса и Ральфа Филлипса. Питер Лакс и Ральф Филлипс (1970) обобщили на редуцированные гиперболические системы определенного вида результат Ф.Реллиха (1943) и И.Н.Векуа (1948), которые установили свойства решения редуцированного волнового уравнения $\Delta u + K^2 u = 0$ ($K \neq 0$, $K \in R$). В.В.Волчков и В.В.Волчков в статье «Асимптотическое поведение решений некоторых дифференциальных уравнений» («Труды ИПММ НАН Украины», 2010, том 21) пишут: «Реллих [1] и Векуа [2] изучали решения редуцированного волнового уравнения $\Delta u + K^2 u = 0$ ($K \neq 0$, $K \in R$), которые определены вблизи ∞, т.е. при $|x|>r$. Они показали, что такое решение не может быть слишком малым, не обращаясь тождественно в нуль; наряду с другими результатами они доказали, что каждое такое решение, принадлежащее L^2, обязательно является тождественным нулем» (Волчков, Волчков, 2010, с.45). «Лакс и Филлипс [6] обобщили упомянутый выше результат Реллиха и Векуа на редуцированные гиперболические системы типа $ut = \sum Aidju$, где u – функция от x, t, $x \in R^k$, значения u лежат в R^n, коэффициенты Aj являются $n \times n$-матрицами и через dj обозначается d/dxj» (там же, с.45). Здесь [1] – исследование Ф.Реллиха (1943), [2] – исследование И.Н.Векуа «Новые методы решения эллиптических уравнений» (Москва-Ленинград, 1948), [6] – работа П.Лакса, Р.Филлипса (1970).

Индукция Марка Абловица, Харвея Сигура и других математиков. М.Абловиц, Х.Сигур и другие математики использовали метод математической индукции при доказательстве солитонных формул в МОЗР (методе обратной задаче рассеяния). М.Абловиц и Х.Сигур в книге «Солитоны и метод обратной задачи» (1987) указывают: «Следует отметить, что прямые методы практически всегда срабатывают для уравнений, интегрируемых при помощи МОЗР, а иногда даже в тех случаях, когда соответствующие задачи рассеяния неизвестны. На практике прямые методы часто побуждали к поиску соответствующих задач рассеяния и иногда приводили к таким задачам (см. [450], [393], [449] и т.д.). Прямой метод основан на следующих идеях:

(i) произвести замену зависимой переменной (это может потребовать некоторой изобретательности, хотя имеются стандартные формы). Преобразование должно привести эволюционное уравнение к так называемой билинейной форме, квадратичной по зависимым переменным. Хирота разработал новый подход, очень удобный на этом этапе.

(ii) Рассмотреть формальные ряды теории возмущений для этого билинейного уравнения. В случае солитонных решений эти ряды обрываются.

(iii) Использовать метод полной математической индукции для доказательства того факта, что предполагаемая солитонная формула действительно является решением» (Абловиц, Сигур, 1987, с.199). Здесь [450] – работа Дж.Сатсумы и Д.Каупа (1977), [393] – исследование А.Накамуры (1979), [449] – работа Дж.Сатсумы, М.Абловица, И.Кодамы (1979).

Индукция Сергея Валентиновича Манакова. Российский математик С.В.Манаков (1976) обобщил на многомерный случай метод интегрирования уравнений твердого тела, разработанный ранее для малого числа пространственных измерений. Примечательно, что еще в 1891 г. Ф.Шоттки открыл способ интегрирования уравнений твердого тела для четырехмерного случая, но этот результат долго оставался неизвестным. А.В.Борисов и И.С.Мамаев в книге «Современные методы теории интегрируемых систем» (Москва-Ижевск, 2003) повествуют: «В качестве краткого исторического обзора укажем, что уравнения движения n-мерного волчка Эйлера были получены В.Фрамом в 1875 г. [125], а постановка вопроса о возможности n-мерных обобщений уравнений Эйлера восходит к более ранней работе А.Кэли (1846 г.) [110]. В 1891 г. Ф.Шоттки [175] открыл и проинтегрировал первый случай интегрируемости уравнений четырехмерного твердого тела (своеобразный волчок на SO (4)), который был обобщен на n-мерный случай (на алгебру SO (n)) С.В.Манаковым в [49] (1976 г.)» (Борисов, Мамаев, 2003, с.84). «Шоттки в [175] установил интегрируемость для алгебры SO (4), - поясняют А.В.Борисов и И.С.Мамаев, - и это долго оставалось неизвестным широкому кругу специалистов, поэтому после независимого установления С.В.Манаковым интегрируемости соответствующего n-мерного обобщения в 1976 г. [49] обычно этот случай называют волчком Манакова (или Эйлера-Манакова)» (там же, с.104). Сам С.В.Манаков в статье «Замечание об интегрировании уравнений Эйлера динамики n-мерного твердого тела» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1976, том 10, вып.4) указывает, что его многомерное обобщение стимулировалось работой В.И.Арнольда «Математические методы классической механики» (Москва, «Наука», 1974). В частности, С.В.Манаков в своей статье пишет: «Как выяснил В.И.Арнольд [1], уравнения Эйлера свободного вращения твердого тела имеют естественные аналоги на произвольных алгебрах Ли» (Манаков, 1976, с.93). Здесь [1] – вышеупомянутая работа В.И.Арнольда.

Индукция Сергея Валентиновича Манакова. Российский математик С.В.Манаков (1976) обобщил на случай двумерных эволюционных уравнений известный метод интегрирования нелинейных уравнений, получивший название метода обратной задачи рассеяния (МОЗР), который был разработан Гарднером, Грином, Крускалом и Миурой (1967). С.М.Манаков в статье «Метод обратной задачи рассеяния и двумерные эволюционные уравнения» (УМН, 1976, том 31, вып.5 (191)) пишет: «Открытый в 1967 г. Гарднером, Грином, Крускалом и Миурой [1] замечательный механизм интегрирования уравнения Кортевега-де Фриза привел к созданию нового метода математической физики – метода обратной задачи рассеяния (МОЗР). В настоящее время известно примерно два десятка интегрируемых с помощью МОЗР одномерных нелинейных эволюционных уравнений, интересных с точки зрения приложений (см. [2]). Регулярный способ перечисления интегрируемых уравнений, позволяющий одновременно находить некоторые их точные решения, развит В.Е.Захаровым и А.Б.Шабатом [3]. Цель настоящей заметки состоит в распространении МОЗР на двумерные эволюционные уравнения, а также в попытке привлечь внимание к возникающим при этом вопросам» (Манаков, 1976, с.245). Здесь [2] – работа Б.А.Дубровина, В.Б.Матвеева и С.П.Новикова «Нелинейные уравнения типа Кортевега-де Фриза, конечнозонные линейные операторы и абелевы многообразия» (УМН, 1976, том 31, № 1), [3] – статья В.Е.Захарова и А.Б.Шабата «Схема интегрирования нелинейных уравнений математической физики методом обратной задачи рассеяния» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1974, том 8, № 3).

Индукция С.В.Манакова и В.Е.Захарова. С.В.Манаков и В.Е.Захаров (1976) распространили на случай произвольных матричных операторов любого порядка результаты итальянского математика Франческо Калоджеро (1975), который, используя метод обратной задачи рассеяния, при помощи операторов Шредингера и Дирака и их матричных аналогов проинтегрировал новые классы нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих функции от произвольного числа аргументов. В.Е.Захаров и С.В.Манаков в статье

«Обобщение метода обратной задачи рассеяния» (журнал «Теоретическая и математическая физика», 1976, том 27, № 3) отмечают: «В недавних работах (см. [8]) Калоджеро предложил некоторое обобщение метода обратной задачи рассеяния, он показал, что при помощи операторов Шредингера и Дирака и их матричных аналогов можно интегрировать новые классы нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих функции от произвольного числа аргументов. В настоящей статье мы обобщим результат Калоджеро на случай произвольных матричных операторов любого порядка, а также дадим более простое доказательство этого результата» (Захаров, Манаков, 1976, с.283). Здесь [8] – исследование Ф.Калоджеро (1975).

Индукция Василия Алексеевича Исковских. Российский математик В.А.Исковских (1979) обобщил на трехмерные многообразия, представимые в виде расслоения на коники над рациональной поверхностью, метод раскручивания бирациональных автоморфизмов, разработанный Максом Нетером (1871) и развитый Джино Фано (1915). Как мы уже говорили, Джино Фано (1915) перенес метод раскручивания бирациональных автоморфизмов плоскости P^2 (метод изучения рациональных поверхностей), введенный М.Нетером, на трехмерные квартики V_4. В.А.Исковских в статье «Бирациональные автоморфизмы трехмерных алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1979, том 12), описывая содержание своей работы, говорит о полученном им обобщении: «Последний § 3 посвящен обобщению метода Нетера-Фано «раскручивания» бирациональных автоморфизмов на трехмерные многообразия, представимые в виде расслоения на коники над рациональной поверхностью» (Исковских, 1979, с.163).

Индукция Василия Алексеевича Исковских. В.А.Исковских (1985) дал индуктивное доказательство теоремы о соотношениях в двумерной группе Кремоны. В статье «Доказательство теоремы о соотношениях в двумерной группе Кремоны» (УМН, 1985, том 40, вып.5 (245)) В.А.Исковских пишет: «Цель этой заметки – дать полное доказательство теоремы о соотношениях в двумерной группе Кремоны, кратко намеченное в заметке автора [1]. Мы будем использовать определения и обозначения из [1] и только кратко напомним некоторые из них» (Исковских, 1985, с.255). В финале своего доказательства указанной теоремы российский математик резюмирует: «Таким образом, индукция по указанным параметрам завершает доказательство теоремы» (там же, с.256). Для знакомства с деталями этого доказательства мы отсылаем читателя к оригинальной статье В.А.Исковских.

Индукция Василия Алексеевича Исковских. В.А.Исковских (1990) разработал индуктивное доказательство теоремы Гизатуллина, которую можно сформулировать следующим образом: пусть P Q обозначают множества соответственно проективных и квадратичных преобразований в Cr (здесь Cr – группа Кремоны бирациональных автоморфизмов плоскости P^2 над алгебраически замкнутым полем K). Тогда всякое соотношение между этими образующими в Cr выводимо из соотношений вида

$$C_3C_2C_1 = 1, \ C_i \in P \cup Q.$$

Объясняя разработанный им способ доказательства теоремы Гизатуллина, В.А.Исковских пишет: «Доказательство основано на индукции по лексиграфически упорядоченной паре неотрицательных целочисленных параметров (n, s)» (Исковских, 1990, с.112). Чуть ниже В.А.Исковских вновь отмечает индуктивный характер своих построений: «Таким образом, индуктивный шаг уменьшения параметров (n, s) сделан и, следовательно, лексиграфическая индукция по (n, s) завершает доказательство теоремы» (там же, с.116). Для получения информации о деталях схемы доказательства, использованной В.А.Исковских, мы вновь отсылаем читателя к его оригинальной статье.

Индукция Василия Алексеевича Исковских. В.А.Исковских (2001) доказал при помощи индукции гипотезу Фуджиты. Эта гипотеза определяет условия, при которых линейная система, соответствующая минимальному многообразию общего типа, свободна. В.А.Исковских в статье «О гипотезе Фуджиты» (сборник «Итоги науки и техники», 2001, том 70) пишет: «Таким образом, индукция по размерности приводит к доказательству точной гипотезы Фуджиты о порождаемости и очень обильности» (Исковских, 2001, с.89). Отметим, что гипотеза Фуджиты об очень обильности – это предположение о том, что линейная система, соответствующая минимальному многообразию, при наличии обильного обратимого пучка на данном многообразии, свободна и очень обильна.

Индукция Юрия Ивановича Манина. Ю.И.Манин (1972) обобщил на случай поверхностей, определенных над любыми совершенными полями, теорию Макса Нетера, ядром которой является доказанная им теорема о том, что всякое бирациональное отображение $P^2 \to P^2$ над алгебраически замкнутым полем раскладывается в композицию квадратичных (бирациональных) и линейных отображений. В.И.Исковских в статье «Факторизация бирациональных отображений рациональных поверхностей с точки зрения теории Мори» (УМН, 1996, том 51, № 4) повествует: «Знаменитая теорема М.Нетера утверждает, что всякое бирациональное отображение $P^2 \to P^2$ над алгебраически замкнутым полем раскладывается в композицию квадратичных (бирациональных) и линейных отображений, или, если рассматривать вопрос с точностью до изоморфизма (т.е. линейных проективных преобразований), состоит из итераций одного «стандартного» квадратичного отображения $(x, y) \to (1/x, 1/y)$, где x, y – неоднородные (аффинные) координаты P^2, и линейных отображений. Техническим средством для доказательства этого результата служит классическая теория линейных систем с предписанными базисными условиями и основным ингредиентом – неравенством Нетера: сумма трех максимальных кратностей базисных точек линейной системы, задающей отображение $P^2 \to P^2$, больше степени этой линейной системы (т.е. степени ее общей кривой). Эта теория легко обобщается на случай поверхностей, определенных над любыми совершенными полями (см., например, [18, гл. V])…» (Исковских, 1996, с.4). Здесь [18] – книга Ю.И.Манина «Кубические формы» (Москва, «Наука», 1972).

Индукция Юрия Ивановича Манина. Ю.И.Манин не разделяет мнение В.И.Арнольда о том, что математика является экспериментальной наукой, мало чем отличающейся от физики. Он также не согласен с тем, что многие математические понятия и теории ведут свое происхождение из анализа физических процессов (из понятий и идей физики). С точки зрения Ю.И.Манина, математика есть наука о формальных преобразованиях одних символов в другие по правилам специфического алфавита математики. В.И.Арнольд в статье «Математическая дуэль вокруг Бурбаки» («Вестник РАН», 2002, том 72, № 3) говорит о методологической позиции Ю.И.Манина: «Во-первых, он определяет математику как раздел филологии или лингвистики: это наука о формальных преобразованиях одних наборов символов некоторого конечного алфавита в другие при помощи конечного числа специальных «грамматических правил». Отличие математики от живых языков состоит, по Манину, лишь в том, что в ней больше грамматических правил» (В.И.Арнольд, 2002). Можно заметить сходство теоретических установок Ю.И.Манина с философией Лейбница, который мечтал найти универсальную характеристику, универсальный алгоритм, который позволял бы открывать новые истины путем формального преобразования одних символов в другие, без обращения к опыту. Несмотря на такую позицию, Ю.И.Манин во многих своих работах использует индуктивные доказательства. Перечислим основные статьи Ю.И.Манина, в которых индукция помогает обосновать то или иное математическое утверждение.

1. В статье «Рациональные точки алгебраических кривых над функциональными полями» (Известия АН СССР, серия математическая, 1963, том 27, вып.6) Ю.И.Манин применяет индукцию при доказательстве следующих результатов: лемма 3 – с.1403, следствие 2 – с.1404, лемма 4 – с.1406, лемма 7 – с.1409, предложение 3 – с.1415, предложение 5 – с.1425, лемма 16 – с.1429, лемма 17 – с.1431.

2. В статье «Рациональные поверхности над совершенными полями» (Математический сборник, 1967, том 72 (114), № 2) Ю.И.Манин при помощи индукции доказывает теорему 3.2 – с.171, предложение 5.6 – с.184, теорему 5.9 – с.189.

3. В работе «Лекции о К-функторе в алгебраической геометрии» (УМН, 1969, том 24, вып.5 (149)) Ю.И.Манин, используя индукцию, доказывает следующие результаты: предложение 3.4 – с.15, утверждение 6.9 – с.31, лемма 8.9 – с.40, лемма 12.3 – с.53, предложение 16.12 – с.73.

4. В статье «Р-адические автоморфные функции» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 3) Ю.И.Манин посредством индукции доказывает предложение 2.2 – с.39, теорему 4.5 – с.51, теорему 4.7 – с.52, следствие 8.4 – с.73.

5. В статье «Алгебраические аспекты нелинейных дифференциальных уравнений» (сборник «Итоги науки и техники», 1978, том 11) Ю.И.Манин при помощи индукции доказывает предложение 2.9 – с.22, предложение 3.2 – с.24, теорему 2.10 – с.59, предложение 3.10 – с.67, лемму 4.6 – с.73, лемму 5.6 – с.77, предложение 7.6 – с.89, теорему 4.2 – с.112.

6. В статье «Голоморфная супергеометрия и суперполя Янга-Миллса» (сборник «Итоги науки и техники», 1984, том 24) Ю.И.Манин, применяя индукцию, доказывает следующие утверждения: теорему 12 – с.21, теорему 18 – с.33, предложение 5 – с.35, предложение без порядкового номера – с.73.

7. Ю.И.Манин и А.А.Воронов в статье «Суперклеточные разбиения суперпространств флагов» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 32) индукцией доказывают теорему без номера – с.21, комбинаторную лемму 5 – с.33, теорему 2 – с.36, теорему 3 – с.41, теорему 6 – с.50, лемму без номера – с.60, теорему без номера – с.65. Например, доказывая теорему о том, что на каждом [Yω] существует каноническая структура локально замкнутой подсуперсхемы Yω → FxF такая, что морфизм определенного вида является упрощающим разбиением для системы пучков, авторы пишут: «Доказательство проведем по индукции, рассматривая суперпространство полных флагов меньшей длины над проективным суперпространством. Для того чтобы индуктивный переход был возможен, мы будем доказывать относительный вариант теоремы 2, то есть будем работать в категории суперсхем над некоторой нетеровой суперсхемой Х…» (Манин, Воронов, 1988, с.36).

8. Ю.И.Манин и А.А.Панчишкин в работе «Введение в теорию чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 49) пишут: «Элементарная теория чисел… состоит из всех теорем, которые можно вывести из аксиом Пеано, самым сильным средством в которой является аксиома индукции. В такой формулировке она приобретает математический вкус и долго развивается как часть математической логики – теория рекурсивных функций» (Манин, Панчишкин, 1990, с.8). Ю.И.Манин и А.А.Панчишкин в той же статье пишут об элементарной теории чисел (ЭТЧ): «…Основное средство доказательства в ЭТЧ – индукция. (…) Еще в первых исследованиях аксиоматики теории чисел (Пеано, Фреге) было установлено, что все эмпирически относимые к ЭТЧ понятия (делимость, простое число), функции (число делителей, функция Эйлера φ (n), π (x) и теоремы (малая теорема Ферма, квадратичный закон взаимности и др.) могут быть соответственно построены рекурсией или доказаны по индукции» (Манин, Панчишкин, 1990, с.90).

Индукция Юрия Ивановича Манина и Василия Алексеевича Исковских. Ю.И.Манин и В.А.Исковских индуктивно обобщили на трехмерный случай концепцию «виртуальных линейных систем с предписанными базисными условиями», которую ранее использовали итальянские геометры (Костельнуово, Энриквес) в теории поверхностей. И.В.Долгачев и В.А.Исковских в статье «Геометрия алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 12) пишут: «В работе В.А.Исковских и Ю.И.Манина [39] используется обобщение на трехмерный случай бирационально инвариантной концепции «виртуальных линейных систем с предписанными базисными условиями», которой широко пользовались Нетер и итальянские геометры в теории поверхностей. В современной интерпретации – это некоторая теория пересечений (или обобщенных колец Чжоу) на пространствах Зариского-Римана» (Долгачев, Исковских, 1974, с.86).

Индукция Юрия Ивановича Манина. Ю.И.Манин (1973) индуктивно обобщил на параболические формы любого веса идеи и методы Б.Мазура и Х.Суиннертон-Дайера для параболических форм веса 2. Б.Мазур и Х.Суиннертон-Дайер разработали p-адический аналог преобразований Меллина параболических форм веса 2 относительно модулярной группы и ее конгруэнц-подгрупп. Ю.И.Манин перенес их идеи на параболические формы произвольного веса. А.Н.Паршин и И.Р.Шафаревич в статье «Арифметика алгебраических многообразий (в отделе алгебры МИАН)» (Труды МИАН СССР, 1984, том 168) пишут о достижениях Ю.И.Манина в области p-адического анализа: «Фундаментальные результаты в этой области были получены Ю.И.Маниным и его учениками. В работе [38] методы Мазура и Суиннертон-Дайера для форм веса 2 обобщены на параболические формы любого веса. Основное место занимает определение p-адических мер «умеренного роста», с помощью которых строится в окрестности S=1 p-адический ряд Гекке» (Паршин, Шафаревич, 1984, с.84). Здесь [38] – статья Ю.И.Манина «Периоды параболических форм и p-адические ряды Гекке» («Математический сборник», 1973, том 92, № 3). Поясним вкратце суть p-адического аналога интегрального преобразования Меллина, разработанного Б.Мазуром и Х.Суиннертон-Дайером, обратившись к статье Ю.И.Манина «Неархимедово интегрирование и p-адические L-функции Жаке-Ленглендса» (УМН, 1976, том 31, вып.1, (187)). В данной статье Ю.И.Манин пишет: «Для конструкции p-адических аналогов L-функций используются в основном два метода, впрочем, тесно связанные. Это метод p-адической интерпретации Малера, примененный Куботой и Леопольдтом к дзете Римана, и метод p-адического интегрального преобразования Меллина, восходящий к Ивасаве и Мазуру [17] и разработанный в [15], [16], [3], [4] и в этой статье. Оба способа в их общем виде являются несложными, но красивыми конструкциями p-адического анализа» (Манин, 1976, с.6).

Индукция Ю.И.Манина и М.М.Вишика. Ю.И.Манин и М.М.Вишик (1974) индуктивно распространили на ряды Гекке мнимых квадратичных полей с характерами Гекке идеи, методы и результаты, полученные ранее и описанные в работе Ю.И.Манина «Периоды параболических форм и p-адические ряды Гекке» («Математический сборник», 1973, том 92, № 3). А.Н.Паршин и И.Р.Шафаревич в статье «Арифметика алгебраических многообразий (в отделе алгебры МИАН)» (Труды МИАН СССР, 1984, том 168) указывают: «М.М.Вишик и Ю.И.Манин распространили методы работ [38, 46] на ряды Гекке мнимых квадратичных полей с характерами Гекке [47]. Принципиально новым в [47] является одновременная аналитическая зависимость от двух аргументов – p-адического аналога комплексной переменной S и веса характера Гекке. Мысль о том, что вес характера естественно рассматривать как p-адическое число (в архимедовом случае оно принимает только целые значения), была высказана Ж.П.Серром» (Паршин, Шафаревич, 1984, с.84). Здесь [38] – это статья Ю.И.Манина «Периоды параболических форм и p-адические ряды Гекке» («Математический сборник», 1973, том 92, № 3), [46] – работа Ю.И.Манина «Значения p-адических рядов Гекке мнимых квадратичных полей» («Математический сборник», 1974, том 93, № 4), [47] – статья М.М.Вишика и Ю.И.Манина «P-адические ряды Гекке мнимых квадратичных полей» («Математический сборник», 1974, том 95, № 3).

Индукция Василия Сергеевича Владимирова. Отечественный математик и физик В.С.Владимиров (1976) обобщил на случай большого числа пространственных измерений знаменитую тауберову теорему Харди-Литтлвуда. В.С.Владимиров и А.Г.Сергеев в статье «Комплексный анализ в трубе будущего» (сборник «Итоги науки и техники», 1985, том 8) пишут: «В работе В.С.Владимирова [19] было получено многомерное обобщение тауберовой теоремы Харди-Литтлвуда для мер. Эти результаты были затем распространены на случай обобщенных функций медленного роста с носителем в остром выпуклом конусе в работах [25], [29], [30], [31]» (Владимиров, Сергеев, 1985, с.259). Здесь [19] – статья В.С.Владимирова «Многомерное обобщение тауберовой теоремы Харди-Литтлвуда» (Известия АН СССР, 1976, том 40, № 5), [25] – статья Ю.Н.Дрожжинова и Б.И.Завьялова «Теоремы тауберова типа для обобщенных функций» («Труды МИАН», 1984, том 163). Об этом же обобщении В.С.Владимирова говорит А.Г.Постников в монографии «Тауберова теория и ее применения» («Труды МИАН СССР», 1979, том 144): «Большим вкладом в науку является работа В.С.Владимирова [9]. (…) В цитированной работе В.С.Владимирова дано глубокое распространение тауберовой теоремы Харди и Литтлвуда на многомерный случай» (Постников, 1979, с.7). Здесь [9] – указанная выше статья В.С.Владимирова «Многомерное обобщение тауберовой теоремы Харди-Литтлвуда» (Известия АН СССР, 1976, том 40, № 5).

Индукция Евгения Михайловича Ландиса. Отечественный математик Е.М.Ландис (1962) обобщил на многомерный случай теорему Лагранжа о среднем значении. Это обобщение понадобилось ему для использования формулы Грина для дифференциального оператора. Е.М.Ландис в книге «Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов» (Москва, «Наука», 1971) пишет об указанной формуле Грина для дифференциального оператора в дивергентной форме: «Эту формулу Грина мы используем для получения априорной оценки для решения уравнения Lu=0. А для того, чтобы ее использовать, нам понадобится одно обобщение на многомерный случай теоремы Лагранжа о среднем значении» (Ландис, 1971, с.123). Е.М.Ландис сообщает о своем обобщении теоремы Лагранжа также в статье «Интегральная форма теоремы о потоке» («Математические заметки», 1987, том 42, № 1), в которой он пишет: «В статье дается новый вариант так называемого многомерного аналога теоремы Лагранжа о среднем значении [1] (см. также [2]). В дальнейшем мы будем ссылаться именно на [2], где приведено подробное доказательство этой теоремы. А.А.Григорьян, который в [3] переносит эту теорему на случай функций на многообразиях, предложил называть ее «теоремой о потоке». Это название кажется нам удачным, и мы вынесли его в заголовок» (Ландис, 1987, с.73). Здесь [1] – статья М.Л.Гервера и Е.М.Ландиса «Одно обобщение теоремы о среднем для функций многих переменных» («Доклады АН СССР», 1962, том 146, № 4), [3] – статья А.А.Григорьяна «Об одной лиувиллевой теореме на римановых многообразиях» («Труды Тбилисского государственного университета», 1982, выпуск 232-233).

Индукция Евгения Михайловича Ландиса. Е.М.Ландис (1963) обобщил на случай решений эллиптических уравнений теорему Адамара о трех кругах. В результате он получил теорему, названную теоремой о трех шарах. В.А.Кондратьев и Е.М.Ландис в обзоре «Качественная теория линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 32) пишут о теореме Ландиса о трех шарах: «Теорема о трех шарах может рассматриваться как обобщение на решения эллиптических уравнений теоремы Адамара о трех кругах из теории аналитических функций комплексного переменного» (Кондратьев, Ландис, 1988, с.169). Заметим, что Е.М.Ландис обобщил теорему Адамара о трех кругах в статье «Некоторые вопросы качественной теории эллиптических уравнений» (УМН, 1963, том 18, вып.1).

Индукция Юлия Сергеевича Ильяшенко. Российский математик Ю.С.Ильяшенко (1970-е годы) пришел к выводу о том, что доказательство, предложенное учеником Гильберта

И.Племелем (1908) для решения 21-ой проблемы Гильберта, не является правильным решением данной проблемы, индуктивно исходя из того, решение Племеля не проходит для произвольных матриц монодромии и фуксовых систем. Таким образом, Ю.С.Ильяшенко впервые обнаружил дефекты в доказательстве И.Племеля, которое на протяжении восьмидесяти лет воспринималось как решение 21-й проблемы Гильберта. В конечном счете, отечественный ученый Андрей Андреевич Болибрух (1989) дал отрицательное решение этой проблемы. Как известно, 21-я проблема Гильберта – это задача восстановления фуксова уравнения по его монодромии. Эта проблема Гильберта сводится к утверждению, что всегда существует линейное дифференциальное уравнение фуксова типа с заданными особыми точками и заданной группой монодромии. Другими словами, всегда существуют представления монодромии, которые можно реализовать фуксовыми линейными дифференциальными уравнениями. Ю.С.Ильяшенко в статье «Нелинейная проблема Римана-Гильберта» (Труды математического института им.В.А.Стеклова, 1997, том 213) пишет: «В 1908 г. ученик Гильберта Племель опубликовал решение проблемы [1], которое долгое время считалось окончательным. Действительно, оно проходит, если в предыдущей постановке фуксовы системы заменить на так называемые регулярные или если в приведенной выше постановке одна из матриц Gj эквивалентна диагональной [2]. В 70-е годы автор заметил, что для произвольных матриц монодромии и фуксовых систем решение Племеля не проходит [3]. В 1989 г. Болибрухом было обнаружено, что в общем виде проблема Римана-Гильберта неразрешима [4-7]» (Ильяшенко, 1997, с.11).

Индукция Юлия Сергеевича Ильяшенко. Ю.С.Ильяшенко в ряде своих работ весьма продуктивно использует индуктивные доказательства. Например, в статье «Теоремы конечности для предельных циклов» (УМН, 1990, том 45, вып.2 (272)) он посредством индукции доказывает теорему тождественности – с.146, утверждение без номера – с.185, предложение 1 – с.186 («Доказательство проводится индукцией по r = p+q. База индукции: r = 0»), лемму 4.5 (третью лемму о сдвиге) – с.191, теорему 4.7 (теорему об оценке снизу) – с.193 («Теорема доказывается индукцией по рангу ряда ∑»), основную лемму – с.193 («Основная лемма для рядов ранга r обозначается оΛr. Ниже эта лемма доказывается индукцией по r»). Аналогично, Ю.С.Ильяшенко и С.Ю.Яковенко в статье «Конечно-гладкие нормальные формы локальных семейств диффеоморфизмов и векторных полей» (УМН, 1991, том 46, вып.1 (277)) на основе индукции доказывают лемму 12 – с.30, теорему 10 – с.34. лемму 15 – с.37. Согласно теореме 10, набор псевдорациональных семейств попарно различных сравнимых типов обладает декартовым свойством в достаточно малой полуокрестности нуля (R^1+, 0).

Индукция Ирины Аскольдовны Пушкарь. И.А.Пушкарь (2003) распространила на более общую ситуацию теорему Ю.С.Ильяшенко о нулях абелевых интегралов. И.А.Пушкарь в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Обобщение теоремы Ильяшенко о нулях абелевых интегралов» (Москва, 2003) пишет о своей работе: «Мы развиваем результат Ю.С.Ильяшенко в следующих направлениях. Во-первых, снимаются ограничения на расположение компонент общих линий уровня гамильтониана. Во-вторых, снимается ограничение на степень возмущения. (…) В-третьих, теорема Ю.С.Ильяшенко об абелевых интегралах переносится на случай многих переменных» (И.А.Пушкарь, 2003).

Индукция Андрея Андреевича Болибруха. Отечественный математик А.А.Болибрух (1989) склонился к заключению о том, что 21-я проблема Гильберта неизбежно будет иметь отрицательное решение, индуктивно основываясь на обнаружении контрпримера к данной проблеме. А.А.Болибрух, анализируя случай четырех особых точек и матриц монодромии размера (3х3), заметил, что не всякие данные монодромии могут быть реализованы системой фуксовых уравнений. А.А.Болибрух в статье «Обыкновенные дифференциальные уравнения в проблемах Гильберта» (сборник «Математическое просвещение», серия 3, 2001) пишет о себе: «…Неожиданным оказалось появление в конце 1989 года контрпримера к 21-й проблеме Гильберта, полученного автором (см. [Bo 1]). Оказалось, что сформулированное в ней утверждение в общем случае неверно, и что на самом деле не всякие данные монодромии могут быть реализованы системой фуксовых уравнений. Построенный контрпример относится к случаю четырех особых точек и матрицам монодромии размера (3х3)» (Болибрух, 2001, с.29). Здесь [Bo 1] – статья А.А.Болибруха «Проблема Римана-Гильберта» (УМН, 1990, том 45, № 2).

Индукция Мишеля Демазюра и Александра Гротендика. М.Демазюр и А.Гротендик (1962, 1964) перенесли на редуктивные групповые схемы многие результаты К.Шевалле из теории полупростых алгебраических групп. Е.А.Сопкина в кандидатской диссертации «Групповые подсхемы редуктивных групп» (Санкт-Петербург, 2006) пишет: «После классификации полупростых алгебраических групп, завершенной в работе К.Шевалле [31] в 1956 году, теория алгебраических групп во многом стала теорией полупростых алгебраических групп, или, более общо, редуктивных групп. Универсальный язык схем, разработанный в 1950-е годы А.Гротендиком, сделал возможным широкое обобщение результатов об алгебраических группах над полями. В частности, в SGA [44] М.Демазюр и А.Гротендик перенесли на редуктивные групповые схемы результаты К.Шевалле [30, 31]» (Е.А.Сопкина, 2006). Здесь [44] – семинар по алгебраической геометрии (SGA) (1962-1964), [30] – работа К.Шевалле (1955), [31] – исследование К.Шевалле (1958).

Индукция Мишеля Демазюра. Французский математик, ученик А.Гротендика Мишель Демазюр (1970) индуктивно распространил известный результат итальянского математика Энриквеса о максимальных алгебраических подгруппах в двумерной группе Кремоны на размерности, большие 2. И.В.Долгачев и В.А.Исковских в статье «Геометрия алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 12), описывая один из этапов развития теории алгебраических многообразий, указывают: «О группах бирациональных автоморфизмов многообразий размерности n≥ 3 почти ничего не известно, кроме отдельных результатов о кремоновой группе и некоторых конкретных кремоновых преобразованиях. Наиболее существенные результаты в этом направлении получены Демазюром [227] (см. также [423]). Он обобщает известный результат Энриквеса о максимальных алгебраических подгруппах в двумерной группе Кремоны на размерности, большие 2» (Долгачев, Исковских, 1974, с.87).

Индукция Марко Иосифовича Вишика. Российский математик М.И.Вишик (1950-е годы) построил теорию сильно эллиптических систем дифференциальных уравнений, индуктивно основываясь на частных случаях таких систем дифференциальных уравнений, обнаруженных А.В.Бицадзе. Н.Н.Моисеев в книге «Как далеко до завтрашнего дня» (1997) пишет: «Я помню, например, как в начале 50-х годов Андрей Васильевич Бицадзе дал несколько замечательных примеров, иллюстрирующих свойства сильной эллиптичности. Однако позднее в сознании математиков эти результаты оказались связанными с именем профессора Вишика, который, кажется, в своей докторской диссертации построил общую теорию таких систем. Как ни важна была работа Вишика, но само открытие свойства сильной эллиптичности, интерпретация его особенностей были, прежде всего, достижением Бицадзе, его вкладом в математику» (Моисеев, 1997, с.94). М.И.Вишик в статье «О сильно эллиптических системах дифференциальных уравнений» («Математический сборник», 1951, том 29 (71), № 3) дает подобным системам, удовлетворяющим условию сильной эллиптичности, следующую характеристику: «Сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений составляют часть класса эллиптических систем в смысле И.Г.Петровского. Для сильно эллиптических систем характерно свойство полуограниченности их главных самосопряженных частей. Оказалось, что это свойство полуограниченности может быть сформулировано в виде чисто алгебраического условия для коэффициентов при старших производных. Это алгебраическое условие мы и назвали условием сильной эллиптичности» (Вишик, 1951, с.615).

Индукция Изадора (Исидора) Зингера. Лауреат премии Абеля за 2004 год Изадор Зингер (1957) перенес на произвольные банаховы пространства теоремы С.И.Зуховицкого и М.Г.Крейна, определяющие условия наилучшего полиномиального приближения абстрактных функций (функций со значениями в конечномерном унитарном пространстве). Необходимо отметить, что работе И.Зингера предшествовали исследования С.И.Зуховицкого и С.Б.Стечкина, которые перенесли указанные теоремы на случай функции со значениями в строго выпуклом банаховом пространстве. А.Л.Гаркави в статье «Теория наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия математика, математический анализ, 1969) пишет о теоремах С.И.Зуховицкого и М.Г.Крейна, которые сами были обобщением теорем А.Н.Колмогорова и А.Хаара: «Вскоре эти теоремы (кроме критерия наилучшего полинома) были перенесены С.И.Зуховицким и С.Б.Стечкиным [83, 84] на случай функции со значениями в строго выпуклом банаховом пространстве. Зингер [297] получил позже эти результаты, исходя из общих теорем, установленных им для произвольного банахова пространства» (Гаркави, 1969, с.88). Здесь [83] и [84] – работы С.И.Зуховицкого (1956, 1957), [297] – исследование И.Зингера (1957). А.Л.Гаркави в той же статье продолжает: «Систематическое обобщение классических теорем наилучшего приближения на произвольное банахово пространство X было предпринято Зингером. Ему принадлежит удачная идея использовать в общих теоремах экстремальные функционалы единичной сферы S* сопряженного пространства X*. Полезным инструментом при этом явилась лемма о продолжении экстремальных функционалов, сформулированная Зингером в [73] и доказанная в полном объеме Шоке [211] и А.Л.Гаркави [46, 53]» (Гаркави, 1969, с.90). Здесь [73] – работа И.Зингера (1956), [211] – исследование Г.Шоке (1963), [46] – исследование А.Л.Гаркави (1962), [53] – работа А.Л.Гаркави (1964).

Индукция Изадора (Исидора) Зингера. И.Зингер (1957) обобщил на банахово пространство теорему Валле-Пуссена об оценке снизу наилучшего приближения и теорему С.И.Зуховицкого (1956) о виде решения L-проблемы моментов. А.Л.Гаркави в статье «Теория наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах» (сборник «Итоги науки», серия математика, математический анализ, 1969) повествует: «В работах [302, 299] Зингер обобщил на банахово пространство также теорему Валле-Пуссена об оценке снизу наилучшего приближения и теорему С.И.Зуховицкого [76] о виде решения L-проблемы моментов. А.Л.Гаркави [46] получил обобщение другой теоремы Валле-Пуссена (так называемой «теоремы об очистке») о наилучшем приближении функции на некотором минимальном подмножестве, состоящем из r ($1 \leq r \leq n+1$) точек компакта Q (см. [76])» (Гаркави, 1969, с.91). Здесь [302] – исследование И.Зингера (1959), [299] – исследование И.Зингера (1957), [76] – работа С.И.Зуховицкого (1956), [46] – работа А.Л.Гаркави (1962).

Индукция Изадора (Исидора) Зингера. Изадор Зингер (1962) индуктивно распространил на произвольные банаховы пространства теорему И.М.Гельфанда, согласно которой для того, чтобы базис {Uʀ} в гильбертовом пространстве H был эквивалентным ортогональному базису, необходимо и достаточно, чтобы он был безусловным базисом. И.Зингер в статье «Об одной теореме И.М.Гельфанда» (УМН, 1962, том 17, вып.1 (103)) констатирует: «В работе [1] И.М.Гельфанд доказал следующую теорему: для того чтобы базис {Uʀ} в гильбертовом пространстве H был эквивалентным ортогональному, необходимо и достаточно, чтобы он был безусловным базисом. В настоящей статье мы рассмотрим задачу о распространении этой теоремы на произвольные банаховы пространства» (Зингер, 1962, с.169). Здесь [1] статья И.М.Гельфанда «Замечания к работе Н.К.Бари «Биортогональные системы и базисы в гильбертовом пространстве» («Ученые записки МГУ», 1951, том 4).

Индукция Изадора (Исидора) Зингера. Изадор Зингер (1978) перенес на более общую ситуацию теорему российского физика В.Н.Грибова (1977) об отсутствии глобальной калибровки в теории калибровочных полей. Как известно, локальная калибровка позволяет использовать метод континуального интегрирования в рамках теории возмущений. М.И.Монастырский в книге «Топология калибровочных полей и конденсированных сред» (Москва, ПАИМС, 1995) пишет: «Существование локальной калибровки обеспечивает применимость метода континуального интегрирования в рамках теории возмущений – квантование Фаддеева-Попова. Однако глобальной калибровки, как было показано Грибовым [27] на примере кулоновской калибровки ($\partial_k W_k = 0$, $k = 1, 2, 3$), не существует. Этот результат был обобщен Зингером, доказавшим топологическими методами невозможность введения любой глобальной калибровки [225]. Результат Зингера основан на изучении топологии группы калибровочных преобразований» (Монастырский, 1995, с.451). Здесь [27] – доклад В.Н.Грибова «Квантование неабелевых калибровочных полей» (XII школа ЛИЯФ, «Физика высоких энергий», 1977), [225] – работа И.Зингера (1978). Об этом же говорит М.А.Соловьев в статье «Усиление результата Зингера об отсутствии глобальной калибровки» (журнал «Теоретическая и математическая физика», 1989, том 78, № 2): «Тот факт, что кулоновское и лоренцово условия в неабелевой теории являются калибровками лишь локально, в окрестности нулевого поля, был обнаружен Грибовым [1]. Зингер [2] показал, что глобальной калибровки в этой теории вообще нет, если асимптотические условия на бесконечности таковы, что поля эффективно определены на сфере, компактифицирующей пространство» (Соловьев, 1989, с.163).

Индукция Майкла Атьи и Изадора Зингера. Лауреат премии Филдса (аналога Нобелевской премии для математиков) за 1966 год М.Атья совместно с И.Зингером (1963) нашли формулу индекса эллиптического оператора в результате индуктивного обобщения исследований И.Н.Векуа. Приводя ниже высказывание известных математиков, воздержимся от того, чтобы показывать сложные математические выражения. П.С.Александров, А.В.Бицадзе и М.И.Вишик в статье «Илья Нестерович Векуа» (журнал «Успехи математических наук», 1977, том 32, выпуск 2 (194)) пишут: «…Исследования И.Н.Векуа по теории общих эллиптических краевых задач и, в частности, установленная им нормальная разрешимость этих задач, а также явная формула для индекса χ, который согласно (8) выражается через коэффициенты граничного условия, были основополагающими для дальнейшего развития теории эллиптических краевых задач с любым числом независимых переменных. В 60-х годах в работах Атьи и Зингера была рассмотрена проблема индекса для общих эллиптических краевых задач с любым числом независимых переменных. Найденная в этих работах формула для индекса обобщает формулу (8), полученную И.Н.Векуа в 30-х годах» (Александров, Бицадзе, Вишик, 1977, с.6). Картину дополняет С.П.Новиков, который в статье «Топология в XX веке: взгляд изнутри» (УМН, 2004, том 59, вып.5 (359)) говорит: «В знаменитой работе Атьи-Зингера (1963) K-теория была успешно применена к известной проблеме вычисления индекса эллиптических дифференциальных операторов, начатой Нетером и Мусхелишвили еще в 30-х гг. для сингулярных интегральных операторов на окружности, развитая рядом советских математиков. Она была сформулирована Гельфандом (1961) как общематематическая проблема и вскоре решена Атьей и Зингером» (Новиков, 2004, с.15). Об этом же сообщает Ф.Хирцебрух в статье «Эллиптические дифференциальные операторы на многообразиях» (УМН, 1968, том 23, вып.1 (139)): «Советские математики (Векуа, Гельфанд и др., см., например, [1], [12], [15], [28], [29]) уже давно указывали на необходимость исследования гомотопической инвариантности этого индекса топологическими методами. Они получили также несколько частных результатов. Полное решение было получено Атия и Зингером в 1963 г.…» (Хирцебрух, 1968, с.193). Представляет интерес тот факт, что до М.Атьи и И.Зингера советский математик Александр Исаакович Вольперт решил проблему индекса для дифференциальных уравнений на двумерных многообразиях. В.Б.Демидович в сборнике «Мехматяне вспоминают - 2» (Москва, 2009) приводит воспоминания

С.П.Новикова: «Вольперт решил проблему индекса для дифференциальных уравнений на двумерных многообразиях. Раньше примеры эти были только у Фрица Нетера и Николая Ивановича Мусхелишвили, и связаны они были с сингулярными операторами…» (Новиков, 2009, с.66). «Это была, - вспоминает С.П.Новиков, - докторская диссертация Вольперта: теорема индекса для дифференциальных уравнений на поверхностях. На двумерных многообразиях он первым решил проблему индекса. Но почему-то западные авторы его не цитируют!» (там же, с.67).

Индукция М.Атьи, И.Зингера и Н.Хитчина. М.Атья, Н.Зингер и Н.Хитчин (1978) обобщили на четырехмерные римановы многообразия одну из теорем Ричарда Уорда, сформулированную им для четырехмерной сферы (S^4). В частности, Майкл Атья со своими коллегами перенес на четырехмерные римановы многообразия теорему Р.Уорда, согласно которой U (n)-антиинстантоны на S^4 (по модулю калибровочной эквивалентности) изоморфны голоморфным расслоениям ранга n на CP^3, голоморфно тривиальным на q-инвариантных проективных прямых и обладающим положительно вещественной формой. Впервые Р.Уорд (1977) сформулировал эту теорему в комплексной области, и здесь она гласит, что имеется взаимно однозначное соответствие между голоморфными антиавтодуальными связностями на CM+ (по модулю калибровочной эквивалентности) и голоморфными векторными расслоениями на PT+, голоморфно тривиальными на проективно прямых, лежащих в PT+. А.Г.Сергеев в статье «Теория твисторов и классические калибровочные поля» (сборник статей «Монополи: топологические и вариационные методы», 1989) пишет: «Теорема Уорда для инстантонов на S^4 допускает обобщение на 4-мерные римановы многообразия. Сформулируем это обобщение, доказанное в работе [5]» (Сергеев, 1989, с.524). Здесь [5] – исследование М.Атьи, И.Зингера и Н.Хитчина (1978), в которой проводится указанное обобщение. Поясняя смысл теоремы Р.Уорда, которая обобщена М.Атьей и другими математиками, А.Г.Сергеев отмечает: «Теорема Уорда сводит задачу описания (анти) инстантонов на S^4 к задаче классификации голоморфных векторных расслоений на CP^3, голоморфно тривиальных на 4-параметрическом семействе проективных прямых и обладающих симплектической структурой» (там же, с.521).

Индукция Майкла Атьи и Рауля Ботта. М.Атья и Р.Ботт (1967) перенесли на произвольные эллиптические комплексы классическую теорему Лефшеца о неподвижных точках. А.В.Бреннер и А.М.Шубин в статье «Формула Атьи-Ботта-Лефшеца для эллиптических комплексов на многообразии с краем» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 38) указывают: «В работе [26] Атья и Ботт получили обобщение теоремы Лефшеца на произвольные эллиптические комплексы» (Бреннер, Шубин, 1990, с.120). Здесь [26] – работа М.Атьи и Р.Ботта (1967). Об этом же сообщает Т.Е.Панов в автореферате кандидатской диссертации «Алгебро-топологические инварианты многообразий с действием групп Z/p T^n» (Москва, 1999): «Формула Атьи-Ботта-Лефшеца обобщает классическую формулу Лефшеца для числа неподвижных точек и позволяет вычислять эквивариантный индекс эллиптического комплекса расслоений на многообразии через функции неподвижных подмногообразий» (Панов, 1999, с.2).

Индукция Майкла Атьи, Рауля Ботта и Ларса Гординга. М.Атья, Р.Ботт и Л.Гординг в статье «Лакуны для гиперболических дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами» (УМН, 1984, том 39, вып.3 (237)) трижды используют индукцию при доказательстве математических результатов. В частности, на основе индукции доказываются предложение (3.11) – с.180, теорема (4.5) – с.183, теорема (4.6) – с.185. Индуктивные доказательства можно найти и в других работах М.Атьи. Так, М.Атья и К.Уолл в статье «Когомологии групп» (сборник «Алгебраическая теория чисел», редакторы – Дж.Касселс и А.Фрелих, Москва, «Мир», 1969) посредством индукции доказывают предложение 4.2 – с.158, предложение 5.2 – с.160, теорему 10.2 – с.181. Аналогично, М.Атья и И.Макдональд в книге «Введение в коммутативную алгебру» (1972) посредством индукции доказывают предложение 1.10 – с.17, предложение 1.11 – с.18, предложение 5.1 – с.77, следствие 5.2 – с.77, теорему 5.11 (теорему о подъеме) – с.80, предложение 5.23 – с.85, предложение 6.1 – с.92, следствие 6.4 – с.94, следствие 7.6 – с.100, предложение 10.2 – с.129, предложение 10.7 – с.131, лемму 10.23 – с.139, теорему 11.1 (теорему Гильберта и Серра) – с.144, предложение 11.10 – с.148. Значительное количество индуктивных доказательств в работах М.Атьи, который помимо премии Филдса (1966), удостоен также в 2004 году премии Абеля (денежный эквивалент которой составляет 1 миллион долларов США), позволяет понять следующую истину. Понятие математического доказательства не является синонимом понятия дедукции. Поскольку многие доказательства в математике строятся на основе индукции, а самые оригинальные и плодотворные доказательства теорем рождаются лишь после того, как удается обнаружить аналогию (связь) между двумя и более математическими теориями, мы можем рассматривать индукцию и аналогию не только как средство открытия новых истин, но и как способ их обоснования. В конечном счете, это приводит к пониманию того, что мнение многих философов о различии (асимметрии) между контекстом открытия и контекстом обоснования уже открытого, не является абсолютно верным.

Индукция Федора Федоровича Воронова. Ф.Ф.Воронов совместно с А.В.Зоричем доказал прямым вычислением (эмпирически) теорему, согласно которой псевдодифференциальная форма ω интегрируема по любой r/s-мерной поверхности тогда и только тогда, когда определено преобразование Баранова-Шварца $\lambda^{r/s}\omega$. Ф.Ф.Воронов и А.В.Зорич в статье «Интегральные преобразования псевдодифференциальных форм» (УМН, 1986, том 41, вып.6 (252)) пишут об этой теореме: «Доказательство теоремы получается прямым вычислением» (Воронов, Зорич, 1986, с.168).

Индукция Федора Федоровича Воронова. Ф.Ф.Воронов обобщил на векторные расслоения известное преобразование Радона. Ф.Ф.Воронов в статье «О классе интегральных преобразований, индуцированных морфизмами векторных расслоений» («Математические заметки», 1988, том 44, № 6) пишет о своей работе: «Вводится естественный класс интегральных преобразований, содержащий, в частности, S-мерное преобразование Радона и его обобщения на векторные расслоения» (Воронов, 1988, с.735). «Мы хотим, - поясняет Ф.Ф.Воронов, - обобщить определение интеграла Фурье так, чтобы а) преобразование Фурье действовало не на функции, а на дифференциальные формы; б) оно определялось не в R^m, а послойно на пространстве векторного расслоения» (там же, с.736). Раскрывая происхождение указанного обобщения, Ф.Ф.Воронов говорит: «Описание преобразования Радона (и его обобщения на векторные расслоения) посредством диаграмм (4.1), (4.2) возникло в результате обсуждений с А.В.Зоричем» (там же, с.742).

Индукция Федора Федоровича Воронова. Ф.Ф.Воронов (1990) доказал формулу для индекса оператора Дирака на спинорном многообразии прямым вычислением, то есть путем непосредственных расчетов, без использования абстрактных дедуктивных построений. Ф.Ф.Воронов в статье «Квантование на супермногообразиях и аналитическое доказательство теоремы Атьи-Зингера об индексе» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 38) пишет: «Теорема Атьи-Зингера – одна из вершин современной математики, и у нее есть много формулировок и вариантов доказательства. Отличие доказательства, излагаемого в настоящей работе, в том, что формула для индекса оператора Дирака на спинорном многообразии (с коэфициентами в комплексном векторном расслоении) получается непосредственным вычислением, а не выводится косвенным образом. Входящие в нее характеристические классы (А-класс и характер Чженя) нет нужды знать заранее: они естественно возникают по ходу вычислений» (Воронов, 1990, с.3). Об этом же Ф.Ф.Воронов говорит ниже по тексту: «Таким образом, доказательство теоремы Атьи-Зингера, полученное в настоящей работе, устроено подобно первоначальному доказательству (доказательству самих Атьи и Зингера –

Н.Н.Б.) и доказательству Атьи-Ботта-Патоди, с той разницей, что вместо оператора Хирцебруха взят оператор Дирака и косвенный вывод заменен прямым вычислением его индекса» (там же, с.116). Возможность доказательства теорем и формул прямым вычислением ставит под сомнение мнение ряда специалистов о том, что математические доказательства возникают дедуктивно.

Индукция Федора Федоровича Воронова. Ф.Ф.Воронов обобщил теорему Атьи-Зингера об индексе эллиптического оператора на бесконечномерный случай. Ф.Ф.Воронов в статье «Квантование на супермногообразиях и аналитическое доказательство теоремы Атьи-Зингера об индексе» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 38) отмечает: «Методы предлагаемой работы, расширенные на бесконечномерный случай, естественно приводят к спинорному представлению группы петель и к «бесконечномерному аналогу» теоремы Атьи-Зингера, например, для оператора Дирака на пространстве петель. Эти вопросы сейчас вызывают большой интерес» (Воронов, 1990, с.4).

Индукция А.Конна. А.Конн (1985) предложил одно из обобщений теоремы Атьи-Зингера об индексе эллиптического оператора. Для этого он ввел в обиход математики понятие циклических (ко)-гомологий, которые стали центральным объектом в теории, существующей на стыке гомологической алгебры, К-теории и некоммутативной геометрии. Н.В.Солодов в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Бивариантные когомологии с симметриями» (Москва, 2003) указывает: «В начале 80-х годов в структуре гомологической теории алгебр произошли существенные изменения. Во многом это было связано с понятием циклических (ко)-гомологий, которые стали центральным объектом в новом разделе, возникшем на стыке гомологической алгебры, К-теории и некоммутативной геометрии. Циклические ко (гомологии) были введены А.Конном в связи с обобщением теоремы об индексе эллиптического оператора [17] и независимо Б.Л.Цыганом для вычисления гомологий алгебр Ли [14]» (Солодов, 2003, с.2). Здесь [17] – исследование А.Конна (1985), [14] – статья Б.Л.Цыгана «Гомологии матричных алгебр Ли над кольцами и гомологии Хохшильда» (УМН, 1983, том 38, № 2).

Индукция Михаила Постникова. М.М.Постников (1950-е годы) индуктивно обобщил на произвольные пространства алгебраическую модель пространств Эйленберга и Маклейна, у которых все гомологические группы, кроме одной, равны нулю. С.П.Новиков в статье «Топология в XX веке: взгляд изнутри» (УМН, 2004, том 59, вып.5 (359)) пишет: «Эйленберг и Маклейн построили также алгебраическую модель пространств («комплексы Эйленберга-Маклейна»), у которых все гомотопические группы, кроме одной, равны нулю. Этот цикл идей был завершен около 50 г. Постниковым, построившим обобщение этой модели на произвольные пространства («система Постникова»). Принципиально, система Постникова дает полную информацию о гомотопическом типе комплексов и многообразий» (Новиков, 2004, с.9).

Индукция Михаила Постникова. М.М.Постников во многих своих математических исследованиях использовал индуктивные доказательства. Перечислим основные его работы, в которых теоремы доказывались посредством математической индукции.

1. В статье «Исследования по гомотопической теории непрерывных отображений» (Труды МИАН СССР, 1955, том 46) М.М.Постников при помощи индукции доказывает первую теорему сложения для элементов гомотопических групп. В данной статье он пишет: «Оказывается, что имеет место следующая формула

$$\sum_{i=0}^{n} \Theta_i \alpha_i = 0.$$

Эта формула известна как «первая теорема сложения для элементов гомотопических групп. Она легко доказывается индукцией по числу n. Так как ее доказательство вполне автоматично, мы его опустим» (Постников, 1955, с.30). В этой же статье индукцией доказывается предложение [18.3] о существовании нормальной коцепи. М.М.Постников пишет: «Для доказательства предложения [18.3] применим метод математической индукции. Имея целью облегчить формулировку индуктивного предположения, назовем коцепь комплекса К а-нормальной, где а – некоторое целое неотрицательное число, не превосходящее размерности коцепи…» (Постников, 1955, с.75). Также в указанной статье индукцией доказывается предложение [30.2], согласно которому подкомплекс N комплекса S(x) тогда и только тогда является ретрактом комплекса S(x), когда для любого сингулярного симплекса пространства X, граница которого принадлежит N, в комплексе N найдется гомотопный ему симплекс. Доказательство этого предложения М.М.Постников завершает словами: «Тем самым ссылкой на принцип математической индукции предложение [30.2] доказано» (Постников, 1955, с.121).

2. В статье «Исследования по гомотопической теории непрерывных отображений. III. Общие теоремы продолжения и классификации» (Математический сборник, 1956, том 40 (82), № 4) М.М.Постников индукцией доказывает предложение [44:1], согласно которому любая нормальная гомотопия F отображений полиэдра P в пространство X, рассматриваемая как нормальное отображение полиэдра IP в пространстве X, гомотопна относительно подполиэдра PxOU Px1 некоторой специальной гомотопии. Об этой теореме М.М.Постников пишет: «Мы провели «общий шаг» индукции (от n к n+1). Следовательно, согласно принципу полной математической индукции гомотопии F^n построены для всех $n \geq 0$. Предложение [44:1] доказано» (Постников, 1956, с.429). В этой же статье индукцией доказывается формула [49:5], относительно которой автор говорит: «Тем самым, согласно принципу математической индукции, формула [49:5] доказана для всех $p \geq 1$» (там же, с.448).

3. В статье «Теория гомологий гладких многообразий и ее обобщения» (УМН, 1956, том 11, вып.1 (67)) М.М.Постников индукцией доказывает первую теорему Фари: любое подперекрытие компактного аппроксимирующего перекрытия является репрезентативной подалгеброй. Об этой теореме автор пишет: «…Для доказательства первой теоремы Фари достаточно доказать, что любое подперекрытие D компактного аппроксимирующего перекрытия C удовлетворяет для любого $n \geq 0$ условию Pn. Мы докажем это индукцией по числу n» (Постников, 1956, с.159). В другом месте своей статьи М.М.Постников вновь говорит об индуктивном доказательстве указанной теоремы: «Как уже говорилось, мы докажем первую теорему Фари индукцией по числу n» (там же, с.160).

4. В статье «О теореме Картана» (УМН, 1966, том 21, вып.4 (130)) М.М.Постников при помощи индукции доказывает одну из лемм. При этом он пишет: «Тем самым лемма полностью доказана. Вместе с тем по индукции полностью доказана и теорема Картана (в предположении справедливости основной теоремы)» (Постников, 1966, с.39). Согласно теореме Картана, которую доказывает М.М.Постников, для любого $n \geq 1$ алгебра когомологий пространства Эйленберга-Маклейна над полем Zp является свободной кососоммутативной алгеброй со свободными образующими определенного вида.

5. В статье «Об одном свойстве модулярной группы Зигеля» (Математический сборник, 1969, том 78 (120), № 4) М.Е.Евграфов и М.М.Постников индукцией доказывают предложение 3 – с.493, теорему 1 – с.494.

6. В статье «Локализация топологических пространств» (УМН, 1977, том 32, вып.6 (198)), в которой М.М.Постников объясняет суть построенной Д.Сулливаном (лауреатом премии Вольфа) теории локализаций и пополнений топологических пространств, российский

математик индукцией доказывает следующие результаты: предложение 5.5 – с.142, следствие 10.2 – с.167, следствие 10.3 – с.167, предложение 11.1 – с.169, предложение 12.1 – с.176, теорема 12.2 – с.177, следствие 12.4 – с.179, предложение 12.4 – с.179. Таким образом, в данной статье 8 математических утверждений доказываются индуктивно.

Индукция Владимира Абрамовича Рохлина. Известный советский математик, ученик Л.С.Понтрягина В.А.Рохлин в работе «Лекции по энтропийной теории преобразований с инвариантной мерой» (УМН, 1967, том 22, вып.5 (137)) многие математические результаты доказал при помощи математической индукции. В частности, в названной работе В.А.Рохлина индуктивно доказываются следующие предложения: формула (22) – с.26, предложение 7.6 – с.27, предложение 7.7 – с.27, предложение 10.10 – с.38, предложение 12.5 – с.42, предложение 15.2 – с.48. Это лишний раз демонстрирует мощь индукции не только в математическом открытии, но и в математическом доказательстве. Коль скоро многие теоремы не удается доказать, не обращаясь за помощью к индукции, можем ли мы утверждать, что математика есть дедуктивная наука? Скорее всего, математика является экспериментальной наукой, что постоянно подчеркивал В.И.Арнольд. Собственно говоря, важная роль математической индукции в доказательстве теорем – не что иное, как отражение индуктивного (эмпирического) происхождения этих теорем. Если бы они возникали каким-то другим образом (например, дедуктивно или на основе интуиции), то и доказывались бы они дедуктивно или интуитивно. Однако мы не видим этого при анализе большого количества математических работ. Образно выражаясь, индуктивная природа математических доказательств – это продукт памяти математической науки: она как будто помнит, как формировались ее идеи и теории, поэтому и в доказательствах этих идей и теорий присутствует индукция (носящая черты некоего алгоритма). Отметим, что В.А.Рохлин внес существенный вклад в создание метрической теории динамических систем. Эту теорию построил А.Н.Колмогоров (1958) за счет того, что по аналогии перенес в нее понятие энтропии, заимствованное из теории информации (математической теории связи) Клода Шеннона. Этот перенос был бы невозможен, если бы А.Н.Колмогоров не воспользовался теорией измеримых разбиений, разработанной В.А.Рохлиным (1940-е годы). А.М.Вершик в предисловии к книге Н.Мартина и Дж.Ингленда «Математическая теория энтропии» (1988) отмечает: «Отметим, что после работ Шеннона идея введения энтропии динамических систем высказывалась некоторыми авторами (фон Нейманом по свидетельству С.Какутани, студентом Д.З.Аровым – см. работу А.Н.Колмогорова [69]), однако для проведения ее в жизнь требовался развитый аппарат, который им не был известен и который фактически был использован Колмогоровым. Речь идет о теории измеримых разбиений, разработанной В.А.Рохлиным в 40-х годах. Дело в том, что основным инструментом энтропийной теории является условная энтропия относительно некоторого разбиения, а также последовательности измеримых разбиений; на этом понятии в значительной степени основан технический аппарат и вычисления энтропии» (Вершик, 1988, с.7). Об этом же пишут В.И.Арнольд, А.М.Вершик, О.Я.Виро и другие в статье «Владимир Абрамович Рохлин» (УМН, 1986, том 41, вып.3 (249)): «Наиболее существенным достижением работы [9] была полная классификация измеримых разбиений в пространствах Лебега. Лишь много позже после введения энтропии и развития комбинаторных методов стало ясно, сколь важно и полезно понятие измеримого разбиения» (Арноьльд и др., 1986, с.161). О математических заслугах В.А.Рохлина пишут О.Я.Виро и В.М.Харламов в статье «О работах В.А.Рохлина по топологии» (журнал «Алгебра и анализ», 1990, том 2, вып.2), в которой они перечисляют его достижения: «…Рохлин вычислил группы кобордизмов трехмерных и четырехмерных многообразий (причем, сами группы кобордизмов возникли именно в работах Понтрягина и Рохлина), открыл роль сигнатуры в топологии четырехмерных многообразий и ее связь с классом Понтрягина, и, наконец, доказал свою знаменитую теорему о делимости сигнатуры спинорного гладкого многообразия на 16» (Виро, Харламов, 1990, с.242).

Индукция Владимира Абрамовича Рохлина и Сергея Васильевича Фомина. В.А.Рохлин и С.В.Фомин (1956) высказали предположение о том, что групповым свойством обладают спектры всех эргодических систем, индуктивно исходя из результатов проверки выполнения группового свойства спектра для всех известных к тому времени динамических систем. Эта проверка давала положительный ответ на вопрос А.Н.Колмогорова о том, обладает ли спектр произвольного эргодического преобразования групповым свойством, то есть свойством сосредоточиваться на счетной подгруппе окружности. А.М.Степин в статье «Спектральные свойства типичных динамических систем» (Известия АН СССР, серия математическая, 1986, том 50, № 4) пишет: «Вопрос о том, обладает ли этим свойством (групповым свойством – Н.Н.Б.) спектр произвольного эргодического преобразования, ставил А.Н.Колмогоров. Проверив выполнение группового свойства спектра для всех известных к тому времени динамических систем, В.А.Рохлин и С.В.Фомин в докладе [8] (см. также дополнение в [13]) высказали предположение, что групповым свойством обладают спектры всех эргодических систем» (Степин, 1986, с.801). Здесь [8] – доклад В.А.Рохлина и С.В.Фомина «Спектральная теория динамических систем» («Труды 3-го Всесоюзного математического съезда», 1956, том 3, Москва, издательство АН СССР, 1958).

Индукция Владимира Абрамовича Рохлина. В.А.Рохлин (1972) обобщил теорему Гарнака (Харнака), согласно которой неособая кривая порядка m в плоскости RP^2 может иметь не более ½ (m-1) (m-2) +1 отдельных ветвей. Д.А.Гудков в статье «Топология вещественных проективных алгебраических многообразий» (УМН, 1974, том 29, вып.4 (178)) пишет: «В.А.Рохлин [125], [126] впервые решил вопрос об обобщении теоремы Гарнака, именно: доказал два варианта такого обобщения (теоремы Гарнака-Тома и Гарнака-Рохлина)» (Гудков, 1974, с.5). Здесь [125] – это статья В.А.Рохлина «Доказательство гипотезы Гудкова» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1972, том 6, вып.2).

Индукция В.А.Рохлина, Д.Д.Соколова и других ученых. В.А.Рохлин (1970), Д.Д.Соколов (1971) и другие ученые обобщили на псевдориманов случай метод погружения римановых пространств в евклидовы, разработанный Джоном Нэшом (1956). Э.Г.Позняк и Д.Д.Соколов в статье «Изометрические погружения римановых пространств в евклидовы» (сборник «Итоги науки и техники», 1977, том 15) пишут: «После фундаментальных работ Нэша [141], [142], [143] по теории погружений естественно возникла идея перенесения его методики на псевдориманов случай. Разработанный Нэшом метод и усовершенствованные методы (см. [30], [77], [96]) без существенных изменений переносятся на случай погружений пространств с индефинитной метрикой в псевдоевклидовы пространства. Соответствующие результаты получены в работах Кларка [78], Рохлина и др. [30], Грина [96], Соколова [32]» (Позняк, Соколов, 1977, с.189). Здесь [141], [142], [143] – работы Джона Нэша (1956-1966), [30] – статья В.А.Рохлина «Вложения и погружения в римановой геометрии» (УМН, 1970, том 25), [32] – статья Д.Д.Соколова «О погружении псевдоримановых многообразий в псевдоевклидовы пространства» («Математические заметки», 1971, том 9, № 2), [78] – исследование К.Дж.С.Кларка (1970), [96] – исследование Р.Е.Грина (1969).

Индукця Владимира Михайловича Нежинского. Ученик В.А.Рохлина В.М.Нежинский (1980) обобщил на зацепления с произвольным числом компонент теорему Зимана-Хефлигера о двухкомпонентных зацеплениях. В.М.Нежинский в статье «Обобщение теоремы Зимана-Хефлигера» (УМН, 1980, том 35, вып.5 (215)) отмечает: «В этой работе фундаментальная теорема Зимана-Хефлигера о двухкомпонентных зацеплениях (см. [2] и [1]) обобщается на зацепления с произвольным числом компонент. Язык заметки – дифференциально-топологический» (Нежинский, 1980, с.235). Здесь [1] – работа Е.С.Зимана, [2] – исследование А.Хефлигера (1966). Ранее, а именно в статье «Дисковые зацепления» (УМН, 1978, том 33, вып.2 (200)) В.М.Нежинский перенес ряд результатов Хефлигера, касающихся сферических зацеплений, на дисковые зацепления. В данной статье В.М.Нежинский пишет: «В этой заметке фундаментальные результаты Хефлигера, относящиеся к сферическим зацеплениям (см. [1], [2]), переносятся на дисковые зацепления. Язык заметки – дифференциально-топологический» (Нежинский, 1978, с.201). В статье «Надстроечные последовательности в теории зацеплений» (УМН, 1978, том 33, вып.5 (203)) В.М.Нежинский индуктивно распространил понятие надстройки с узлов на зацепления, о чем он говорит: «Цель этой заметки – обобщить понятие надстройки с узлов на зацепления и построить для зацеплений надстроечные последовательности, обобщающие узловые надстроечные последовательности Хефлигера, а также связать эти последовательности с другими точными последовательностями Хефлигера» (Нежинский, 1978, с.193).

Индукция Вячеслава Михайловича Харламова. В.М.Харламов (1974) индуктивно обобщил на произвольные неособые вещественные алгебраические многообразия теорему Петровского, то есть неравенство Петровского, оценивающее разность между числом четных и числом нечетных овалов неособой плоской вещественной алгебраической кривой четной степени. Д.А.Гудков в статье «Топология вещественных проективных алгебраических многообразий» (УМН, 1974, том 29, вып.4 (178)) указывает: «В самое последнее время Харламов [131] обобщил теорему Петровского на широкий класс алгебраических вещественных многообразий» (Гудков, 1974, с.69). Здесь [131] – статья В.М.Харламова «Обобщенное неравенство Петровского» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1974, том 8, вып.2). В данной статье В.М.Харламов сам описывает свое обобщение: «В настоящей работе неравенство Петровского [2], оценивающее разность между числом четных и числом нечетных овалов неособой плоской вещественной алгебраической кривой четной степени, обобщается на произвольные неособые вещественные алгебраические многообразия. Исследование проводится по схеме Рохлина [12], [13], которая использовалась для изучения родственного вопроса» (Харламов, 1974, с.50). Здесь [2] – исследование И.Г.Петровского (1938), [12] – исследование В.А.Рохлина (1972), [13] – работа В.А.Рохлина (1973).

Индукция Михаила Громова. Российский математик, лауреат премии Абеля за 2009 год Михаил Громов разработал теорию гиперболических групп за счет того, что индуктивно перенес понятие отрицательной кривизны, известное первоначально только для многообразий, на произвольные геодезические пространства. А.В.Егоров в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Представления гиперболических групп» (Москва, 2000) пишет: «Используемый в теории М.Громова метод является глубоко геометрическим и опирается на развитую теорию гиперболических метрических пространств. Возможность успешного перенесения свойства отрицательности кривизны, известного первоначально только для многообразий, на произвольные геодезические пространства обеспечивается весьма глубокими геометрическими результатами, например, такими, как теоремы сравнения Александрова и Топоногова» (А.В.Егоров, 2000). М.Громов обобщил на гиперболические группы некоторые результаты теории малых сокращений. А.В.Егоров в той же диссертации указывает: «Естественно рассматривать гиперболическую теорию М.Громова как далеко идущее обобщение теории малых сокращений и распространение некоторых идей теории малых сокращений на группы неограниченно высокой размерности» (А.В.Егоров, 2000).

Индукция Михаила Громова. Создатель теории гиперболических групп Михаил Громов (1981) доказал теорему, утверждающую, что группы со степенным ростом исчерпываются почти нильпотентными группами, при помощи индукции. Другая формулировка теоремы, получившей название теоремы Громова: нильпотентные группы обладают степенным ростом. Р.И.Григорчук и П.Ф.Курчанов в статье «Некоторые вопросы теории групп, связанные с геометрией» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 58) демонстрируют, как М.Громов доказал указанную теорему: «Напомним еще раз формулировку теоремы Громова. Теорема 2.

Конечно порожденная группа обладает степенным ростом тогда и только тогда, когда она содержит нильпотентную подгруппу конечного индекса. Сложная часть доказательства (собственно и предложенная М.Громовым) – это импликация: степенной рост Г => почти нильпотентность. Она доказывается индукцией по показателю степенного роста…» (Григорчук, Курчанов, 1990, с.239). Отметим, что доказательство теоремы Громова о группах со степенным ростом было определенным вкладом в решение проблемы Джона Милнора, которая формулируется так: верно ли, что функция роста произвольной конечно порожденной группы либо эквивалентна показательной функции, либо эквивалентна некоторой степенной функции r^d? Полное решение проблемы Милнора (для произвольных конечно порожденных групп), причем отрицательное решение, получил Р.И.Григорчук. Это решение изложено в его статьях «К проблеме Милнора о групповом росте» («Доклады АН СССР», 1983, том 271, № 1), «Степени роста конечно-порожденных групп и теория инвариантных средних» (Известия АН СССР, серия математическая, 1984, том 48, вып.5). Последняя статья является образцом того, как можно при помощи индукции доказывать леммы и теоремы, ведущие к решению важной математической проблемы (в данном случае – проблемы Джона Милнора, поставленной в 1968 году).

Индукция Михаила Громова. М.Громов (1983) получил топологическое обобщение знаменитого неравенства Левнера-Безиковича (1940-е годы), с помощью которого можно определить объем топологического куба в римановой метрике. Неравенство Левнера-Безиковича, открытое для двумерного тора в римановой метрике, аналогично неравенству для параллелепипеда в евклидовом пространстве. М.Громов перенес указанное неравенство на так называемые обобщенные кубы, а если говорить более точно, на все гомологически существенные многообразия. И.К.Бабенко в статье «Гипотеза Левнера, бочка Безиковича и относительная систолическая геометрия» («Математический сборник», 2002, том 193, № 4) пишет, обозначая неравенство Левнера-Безиковича символом (1): «Как это часто бывает, возможность получения положительного результата типа неравенства (1) дала повод для различных обобщений неравенства Безиковича-Левнера (1). Укажем, например, работы [5] - [7], где наряду с более общими формулировками можно найти полезные идеи для доказательства неравенств типа (1). Отметим также работу Громова [8], где даны топологические обобщения неравенства (1), а именно на так называемые обобщенные кубы. Под обобщенным кубом $(M, \partial M)$ понимается некоторое ориентируемое многообразие с границей, допускающее отображение $f\ (M, \partial M) \to (I^m, \partial\ I^m)$ ненулевой степени» (Бабенко, 2002, с.4). Подчеркивая значимость неравенства, открытого Левнером, И.К.Бабенко говорит: «В конце 1940-х годов Левнер фактически заложил основы систолической геометрии, доказав свое знаменитое изомериметрическое неравенство для двумерного тора и сформулировав несколько гипотез об изопериметрических свойствах куба и сходных с ним топологических объектов. К сожалению, эти идеи Левнера изначально не были опубликованы и поэтому достаточно поздно получили заслуженную известность. Принципиальную роль в пропаганде идей Левнера и его последователей сыграли работы Берже, в частности, [1], [2]» (там же, с.3). Здесь [8] – исследование М.Громова (1983), [1] – работа М.Берже (1972), [2] – работа М.Берже (1992). Обобщение М.Громова обсуждает также С.В.Иванов в докторской диссертации «Объемы и площади в метрической геометрии» (Санкт-Петербург, 2009): «Заполняющие и асимптотические объемы тесно связаны с систолической геометрией. История этой области начинается с неравенства Левнера (см. [83], [73, гл.1]), которое состоит в следующем: для любой римановой метрики g на двумерном торе T^2 существует нестягиваемая петля γ, длина которой $L(\gamma)$ удовлетворяет неравенству $L(\gamma)^2 \leq 2/\sqrt{3}$ area (T^2, g). Равенство достигается для образующей плоского тора, склеенного из ромба с углом $\pi/3$ при вершине, поэтому константа $2/\sqrt{3}$ является оптимальной. В работе [63] М.Громов доказал аналогичное неравенство с (неоптимальной) константой, зависящей от размерности, для всех гомологически существенных многообразий, в частности, для n-мерного тора T^n при любом n. Позднее в книге [66] он получил оптимальные константы в обобщенном неравенстве Левнера для T^n - как и ожидалось, оптимальные значения реализуются плоскими метриками» (Иванов, 2009, с.8).

Индукция Михаила Громова. М.Громов (1990) обобщил на произвольные сжимающие отображения знаменитую теорему Нэша-Кейпера (1957) об аппроксимации гладкого вложения риманова многообразия в E^d гладким изометрическим вложением. А.В.Акопян в автореферате диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Дискретные трансверсали выпуклых множеств» (Ярославль, 2010) пишет о своей работе: «В третьей главе доказывается кусочно-линейный вариант знаменитой теоремы Нэша-Кейпера об аппроксимации гладкого вложения риманова многообразия в E^d гладким изометрическим вложением. Естественными являются обобщения данной теоремы, где вместо гладких изометрических вложений рассматривается более широкий класс отображений, сохраняющих длины кривых. Для произвольных сжимающих отображений обобщение теоремы Нэша-Кейпера было получено М.Громовым» (Акопян, 2010, с.7).

Индукция Игоря Геронтьевича Лысенка. И.Г.Лысенок в статье «О некоторых алгоритмических свойствах гиперболических групп» (Известия АН СССР, серия математическая, 1989, том 53, № 4) доказывает для гиперболических групп разрешимость проблем существования корня из элемента, нахождения порядка элемента, вхождения в циклическую подгруппу и существования решения произвольного квадратичного уравнения. Эти результаты обобщают аналогичные известные результаты для групп с условием малого сокращения. Мы говорим об индукции И.Г.Лысенка, так как в названной статье он дает индуктивное доказательство многих лемм, а именно леммы 3 – с.817, леммы 4 – с.819, леммы 5 – с.820, леммы 8 – с.823, леммы 9 – с.824, следствия 2 – с.825.

Индукция Игоря Геронтьевича Лысенка. И.Г.Лысенок (1987) при помощи индукции доказывает теорему М.Холла о том, что при любом m группа B (m, 6) конечна. Эта теорема имеет отношение к известной проблеме Бернсайда о конечности свободной периодической группы B (m, n), которая в общем случае имеет отрицательное решение, а положительные варианты решений ограничиваются случаями $n \leq 3$ (Бернсайд), $n = 4$ (И.Н.Санов), и $n = 6$ (М.Холл). И.Г.Лысенок посредством индукции доказывает основные леммы, ведущие к теореме М.Холла. Обосновывая лемму 1, российский математик пишет: «Доказательство. Воспользуемся индукцией по n» (Лысенок, 1987, с.423). Аналогично, доказывая лемму 2 и приведя ряд соответствующих аргументов, математик резюмирует: «Отсюда по индукции получаем, что в группе H выполнено тождество $X^{ps} = 1$, где S – ступень нильпотентности группы H» (там же, с.423). Отметим, что в 1984 году М.Ф.Ньюман доказал упомянутую теорему М.Холла с помощью ЭВМ (в противоположность ему И.Г.Лысенок в своем доказательстве не использовал ЭВМ).

Индукция Ростислава Ивановича Григорчука. Р.И.Григорчук обобщил на случай полугрупп с сокращениями степенного роста теорему Громова о том, что конечно порожденная группа обладает степенным ростом тогда, когда она содержит нильпотентную подгруппу конечного индекса. Р.И.Григорчук и П.Ф.Курчанов в статье «Некоторые вопросы теории групп, связанные с геометрией» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 58) пишут: «Теорема Громова допускает обобщение на случай полугрупп с сокращениями степенного роста. Определение функции роста, степени роста и других родственных понятий для полугрупп совершенно аналогично групповому случаю» (Григорчук, Курчанов, 1990, с.240).

Индукция Сергея Владимировича Иванова. С.В.Иванов (2009) обобщил неравенство Левнера на многообразия, у которых первое число Бетти не превосходит размерности. Как мы уже отметили, ранее выдающийся российский математик, работающий во Франции, лауреат премии Абеля за 2009 год М.Громов обобщил неравенство Левнера с двумерного тора в римановой метрике на многомерный тор. С.В.Иванов в докторской диссертации «Объемы и площади в метрической геометрии» (Санкт-Петербург, 2009) пишет: «Одним из результатов диссертации является дальнейшее обобщение неравенства Левнера на многообразия, у которых первое число Бетти не превосходит размерности (теорема 9.4.7)» (Иванов, 2009, с.9).

Индукция Владимира Петровича Платонова. В свое время В.П.Платонов поставил перед математиками проблему: будут ли максимальные подгруппы бесконечного индекса в группах SLh (Z) облададать свободными подгруппами конечного индекса? Эту проблему решил (в отрицательном смысле) отечественный математик, лауреат премии Филдса за 1978 год Григорий Маргулис совместно с Г.А.Сойфером (1977). Они доказали теорему о том, что максимальные подгруппы бесконечного индекса в группах SLh (Z) не обладают свободными подгруппами конечного индекса. В ходе доказательства они по аналогии воспользовались техникой Жака Титса (методом алгебраических групп). Сам Ж.Титс (являющийся лауреатом премии Вольфа за 1993 год и лауреатом премии Абеля за 2008 год) посредством указанной техники (методом алгебраических групп) доказал (1972) теорему о том, что конечно порожденная линейная группа либо обладает неабелевой свободной подгруппой, либо является конечным расширением разрешимой группы. Возвращаясь к российскому математику В.П.Платонову, укажем, что в его работах доля индуктивных доказательств весьма значительна. Например, в статье «Теория алгебраических линейных групп и периодические группы» (Известия РАН, серия математическая, 1966, том 30) В.П.Платонов посредством индукции доказывает лемму 1.10 – с.580, теорему 1.18 – с.586, лемму 2.18 – с.593, теорему 2.19 – с.595, лемму 3.5 – с.598, теорему 3.8 – с.599, теорему 3.14 – с.602, теорему 3.15 – с.604, теорему 3.18 – с.604, теорему Бореля-Мостова – с.607. Таким образом, в данной работе В.П.Платонов 10 математических результатов доказывает индуктивно. Согласно теореме 1.18, всякая разрешимая периодическая линейная группа G обладает полными силовскими базами; любые две из них сопряжены в G. Согласно теореме 2.19, связная разрешимая алгебраическая группа над совершенным полем представима в виде полупрямого произведения Г = ТГu, где Т – произвольный максимальный тор. Все максимальные торы сопряжены в Г. Доказывая теорему 2.19, В.П.Платонов пишет: «Доказательство сопряженности максимальных торов проведем индукцией по dim Г» (Платонов, 1966, с.595). Согласно лемме 3.5, p-группа автоморфизмов Ф конечной p-группы H обладает нетривиальными неподвижными точками. Проводя доказательство этой леммы, В.П.Платонов отмечает: «В общем случае очевидно индуктивное рассуждение, ибо Ф обладает инвариантной подгруппой индекса p» (там же, с.598). Согласно теореме 3.8, если Ф – конечная p-группа ($p \neq q$) рациональных автоморфизмов связной алгебраической группы G, то в G существует Ф - инвариантный максимальный тор Т. Доказывая данную теорему, В.П.Платонов говорит: «Применим индуктивное рассуждение по К = 0 (Ф) + dimG» (там же, с.599). Согласно теореме 3.14, конечная сверхразрешимая группа Ф рациональных автоморфизмов связной алгебраической группы G обладает максимальным инвариантным тором в G, если только порядок Ф не делится на характеристику q при q>0. В.П.Платонов пишет об этой теореме: «Доказательство базируется на индуктивном процессе по m=0 (Ф) + dim G» (там же, с.602). Согласно теореме 3.15, сверхразрешимая или MP-подгруппа Г полупростых элементов алгебраической группы G принадлежит нормализатору некоторого максимального тора. Относительно теоремы 3.15 В.П.Платонов говорит: «Доказательство проводится индукцией по dim G» (там же, с.604). Согласно теореме 3.18, конечная q-группа (q – характеристика поля) Ψ рациональных автоморфизмов связной алгебраической группы G обладает инвариантной унипотентной борелевской подгруппой в G. Об этой теореме автор пишет: «Доказательство проводится индукцией по dim G и основным опять является случай сильно полупростой группы G» (там же, с.604). Приведем другие статьи отечественного математика, в которых применяются индуктивные доказательства.

1. В статье «Локально проективно нильпотентные подгруппы и нильэлементы в топологических группах» (Известия АН СССР, серия математическая, 1966, том 30, вып.6) В.П.Платонов посредством индукции доказывает лемму 1 – с.1259, теорему 7 – с.1270, лемму 13 – с.1273.

2. В статье «Строение топологических локально проективно нильпотентных групп и групп с нормализаторным условием» (Математический сборник, 1967, том 72 (114), № 1) В.П.Платонов на основе индукции доказывает лемму 8 – с.46, лемму 11 – с.49, теорему 10 – с.51, теорему 8 – с.52, теорему 11 – с.54, лемму 13 – с.56.

3. В статье «Алгебраические группы с почти-регулярным автоморфизмом и теоремы инвариантности» (Известия АН СССР, серия математическая, 1967, том 31, вып.3) В.П.Платонов на основе индукции доказывает лемму 2 – с.689, теорему 1 – с.692, теорему 2 – с.694, теорему 3 – с.694. Автор пишет о теореме 2: «Доказательство теоремы 2 проводится методом индукции по dim G» (Платонов, 1967, с.694).

4. В статье «Проблема Таннака – Артина и приведенная К-теория» (Известия АН СССР, серия математическая, 1976, том 40, № 2) В.П.Платонов при помощи индукции доказывает предложение 3.9 – с.236, предложение 4.4 – с.240, теорему 5.4 – с.248, теорему 5.17 – с.253.

5. В статье «Бирациональные свойства спинорных многообразий» (Труды МИАН СССР, 1981, том 157) В.П.Платонов при помощи индукции доказывает предложение 1 – с.163, предложение 2 – с.164, лемму 4 – с.166.

Индукция Владимира Петровича Платонова. В.П.Платонов (1965) перенес на периодические линейные группы ряд результатов из теории конечных групп. В частности, В.П.Платонов перенес на периодические линейные группы теорему Шура-Цассенхауза. Р.Т.Вольвачев и Д.А.Супруненко в статье «Линейные группы» (сборник «Итоги науки», серия алгебра, топология, геометрия, 1967) пишут: «На III Всесоюзном коллоквиуме по общей алгебре в Свердловске один из авторов настоящего обзора сформулировал проблему: можно ли перенести теоремы Силова, Холла, Виланда и некоторые другие теоремы о конечных группах на периодические линейные группы? Легко доказать сопряженность p-подгрупп Силова в периодической линейной группе над полем нулевой характеристики ([4 и 46]). В.П.Платонов в [18] анонсировал теорему о сопряженности p-подгрупп Силова в периодической линейной группе над произвольным полем» (Вольвачев, Супруненко, 1967, с.51). «В [18] анонсировано также, что теорема Шура-Цассенхауза переносится на периодические линейные группы. В [18] и [22] анонсирована теорема о сопряженности p-подгрупп Силова в алгебраических линейных группах над алгебраически замкнутым полем и полем действительных чисел» (там же, с.51). Здесь [18] – статья В.П.Платонова «Строение периодических линейных групп и алгебраические группы» («Доклады АН СССР», 1965, том 160, № 3), [22] – работа В.П.Платонова «Периодические подгруппы алгебраических групп» («Доклады АН СССР», 1963, том 153, № 1).

Индукция Владимира Петровича Платонова. В.П.Платонов (1967) индуктивно перенес на локально проективно нильпотентные группы результаты В.М.Глушкова (1955), полученные им при исследовании локально нильпотентных локально-бикомпактных групп. Мы говорим «перенес индуктивно», а не «по аналогии», потому что между индукцией и аналогией в глобальном смысле нет различий. Так, В.И.Курбатов в книге «Логика» (Ростов-на-Дону, изд-во «Феникс», 2001) относит аналогию к индуктивным умозаключениям. «К индуктивным умозаключения, - пишет он, - относится также аналогия. Аналогией называется такое умозаключение, где от сходства двух предметов в нескольких признаках делается заключение о сходстве этих предметов в других признаках» (Курбатов, 2001, с.196). Обсудив основные свойства традиционных индуктивных (обобщающих) выводов, В.И.Курбатов переходит к характеристике аналогии: «В других же индуктивных умозаключениях (как, например, в аналогии) ход мысли идет от единичного к единичному: из единичных посылок мы получаем единичное суждение в заключении. Такие индуктивные умозаключения называются необобщающими» (там же, с.197). Таким образом, аналогия – своеобразная индукция. Вернемся, однако, к индукции В.П.Платонова, который в статье «Строение топологических локально проективно нильпотентных групп и групп с нормализаторным условием» («Математический сборник», 1967, том 72 (114), № 1) так говорит о своем переносе: «Автором в [9], [10] и независимо В.И.Ушаковым было замечено, что основные результаты работы [3] переносятся на локально проективно нильпотентные группы. Однако аналогия между топологическим и абстрактным случаем не могла считаться полной, пока не был решен следующий вопрос: можно ли в топологическом случае термин «конечный» заменить на «компактный» без ущерба для теории? Теорема 1 из [13] содержит положительный ответ на этот вопрос» (Платонов, 1967, с.38). Здесь [3] – статья В.М.Глушкова «Локально нильпотентные локально бикомпактные группы» (Труды Московского математического общества, 1955, том IV). Помимо теорем, из одной теории в другую переносятся также схемы доказательств. Это видно из следующего высказывания В.П.Платонова: «Как уже отмечалось выше, основные результаты работы [3] оказываются справедливыми для локально проективно нильпотентных топологических групп. В этом можно было бы убедиться, повторяя доказательства из работы [3] и используя дополнительно элементарные свойства проективных пределов и некоторые сопутствующие результаты» (там же, с.39). Полученное В.П.Платоновым и В.И.Ушаковым обобщение рассматривается также в статье В.С.Чарина «Топологические группы» (сборник «Итоги науки», серия Алгебра, 1966, том 3), где автор констатирует: «Совсем недавно В.П.Платонову [30], [31] и В.И.Ушакову удалось распространить основные результаты В.М.Глушкова на более широкий класс локально компактных локально проективно нильпотентных групп» (Чарин, 1966, с.141). Здесь [30] – работа В.П.Платонова «О некоторых классах топологических групп» («Доклады АН СССР», 1964, том 158, № 4).

Индукция Дмитрия Алексеевича Супруненко. Д.А.Супруненко (1963) перенес на более общую ситуацию теорему Шура о полной приводимости периодической группы матриц над полем нулевой характеристики. Р.Т.Вольвачев и Д.А.Супруненко в статье «Линейные группы» (сборник «Итоги науки», серия алгебра, топология, геометрия, 1967) отмечают: «Хорошо известна теорема Шура о полной приводимости периодической группы матриц над полем нулевой характеристики. В [32] дано следующее обобщение теоремы. Пусть P – совершенное поле, а G – группа матриц над P, обладающая вполне приводимым нормальным делителем M. Если фактор-группа G/M периодическая и в G/M нет элемента, порядок которого делится на характеристику поля P, то G вполне приводима» (Вольвачев, Супруненко, 1967, с.52). Здесь [32] – работа Д.А.Супруненко «Одно условие полной приводимости матричной группы» (Известия АН СССР, 1963, том 27, № 2).

Индукция Бориса Исааковича Плоткина. Б.И.Плоткин (1964) обобщил теорему Г.Цассенхауза (1938) о нильпотентности локально нильпотентной линейной группы с нильпотентными неприводимыми частями. М.И.Каргаполов и Ю.И.Мерзляков в статье «Бесконечные группы» (сборник «Итоги науки», серия алгебра, топология, геометрия, 1968) пишут: «Б.И.Плоткин [50] обобщил теорему Г.Цассенхауза (1938) о нильпотентности локально нильпотентной линейной группы с нильпотентными неприводимыми частями на случай, когда вместо векторного пространства берется группа с операторами и рассматриваются ее операторные автоморфизмы» (Каргаполов, Мерзляков, 1968, с.77). Здесь [50] – статья Б.И.Плоткина «Одна теорема о локально нильпотентных группах автоморфизмов» (сборник «Памяти Н.Г.Чеботарева», Казань, издательство Казанского университета, 1964).

Индукция Георгия Исааковича Каца. Советский математик Г.И.Кац (1953) перенес на более общую ситуацию теорему вложимости М.И.Граева. В.С.Чарин в статье «Топологические группы» (сборник «Итоги науки», серия Алгебра, 1966, том 3) отмечает: «Г.И.Кац [19] обобщил одну теорему М.И.Граева о вложимости ([14], теорема 5), показав, что имеет место теорема: для того чтобы топологическая группа могла быть топологически изоморфно вложена в топологическое прямое произведение некоторой системы групп, удовлетворяющих первой аксиоме счетности, необходимо и достаточно, чтобы она обладала квазиинвариантным базисом» (Чарин, 1966, с.127). Здесь [19] – статья Г.И.Каца «Изоморфное отображение топологических групп в прямое произведение групп, удовлетворяющих первой аксиоме счетности» (УМН, 1953, том 8, № 6), [14] – статья М.И.Граева «Теория топологических групп» (УМН, 1950, том 5, № 2). Теорема М.И.Граева о вложимости, которую обобщал Г.И.Кац, звучит следующим образом: любая группа G с инвариантным базисом может быть топологически изоморфно отображена в топологическое прямое произведение некоторой системы групп с инвариантным базисом, удовлетворяющих первой аксиоме счетности. Обратно, любая (не обязательно замкнутая) подгруппа такого прямого произведения есть группа с инвариантным базисом.

Индукция Георгия Исааковича Каца. Российский математик Г.И.Кац обобщил принцип двойственности Л.С.Понтрягина на некоммутативные группы. Это более широкое обобщение принципа Л.С.Понтрягина, чем обобщение Таннаки-Крейна. Ю.М.Березанский, Ф.А.Березин, Н.Н.Боголюбов и другие в статье «Георгий Исаакович Кац» (УМН, 1979, том 34, вып.2 (206)) говорят о результатах, полученных Г.И.Кацем и развивающих теорию разложений по обобщенным собственным векторам самосопряженного оператора: «Начиная с этих работ, научные интересы Георгия Исааковича полностью сосредоточиваются на теории непрерывных групп. Его наиболее значительные результаты относятся к обобщению принципа двойственности Л.С.Понтрягина на некоммутативные группы и к возникшей в связи с этим теории кольцевых групп» (Березанский и др., 1979, с.186). Это же обобщение Г.И.Каца рассматривается в статье Л.И.Вайнермана и Г.И.Каца «Неунимодулярные кольцевые группы и алгебры Хопфа-фон Неймана» («Математический сборник», 1974, том 94 (136), № 2), где авторы замечают: «Унимодулярные кольцевые группы были введены в [1] как класс объектов, содержащий, в частности, унимодулярные группы и двойственные им объекты. В этом классе имеет место принцип двойственности, обобщающий классический принцип двойственности Л.С.Понтрягина для локально компактных коммутативных групп» (Вайнерман, Кац, 1979, с.194).

Индукция Георгия Каца и Феликса Березина. Г.И.Кац и Ф.А.Березин (1970) распространили на алгебры Каца (кольцевые группы, являющиеся обобщением обычных групп) классические теоремы о связи между группами и алгебрами Ли, а также теоремы теории представлений групп. Ф.А.Березин и Г.И.Кац в статье «Группы Ли с коммутирующими и антикоммутирующими параметрами» («Математический сборник», 1970, том 82 (124), № 3) пишут: «Целью статьи является перенесение на рассматриваемые обобщения групп и алгебр Ли (на алгебры Каца – Н.Н.Б.) классических теорем о связи между группами и алгебрами Ли и основ теории представлений» (Березин, Кац, 1970, с.343). «Результаты статьи и методы их получения, - поясняют авторы, - копируют обычную теорию групп Ли. Это позволило нам лишь наметить доказательства, обратив внимание на необходимые изменения…» (там же, с.343). Отметим, что в настоящее время теория, построенная Г.И.Кацем, называется алгеброй Каца, или алгеброй Каца-Муди, которая приобрела большое значение в математической физике.

Индукция Бернара Мальгранжа. Французский математик, ученик лауреата премии Филдса за 1950 год Лорана Шварца, Бернар Мальгранж внес существенный вклад в теорию распределений, основы которой заложил его учитель. У нас в России эта концепция называется теорией обобщенных функций, ее впервые построил С.Л.Соболев. О вкладе Б.Мальгранжа в теорию распределений говорит С.С.Кутателадзе в статье «Соболев и свобода» (книга С.С.Кутателадзе «Наука и люди», 2010): «Капитальный вклад в теорию распределений и ее приложения внесли такие прославленные математики, как Л.Шварц, И.Гельфанд, Б.Мальгранж, Л.Эренпрайс и Л.Хермандер. Оказалось, что обобщенные решения существуют у широчайшего класса задач, описываемых линейными уравнениями в частных производных с постоянными коэффициентами» (Кутателадзе, 2010, с.106). Кроме того, С.С.Кутателадзе подчеркивает, что Б.Мальгранж совместно с Л.Эренпрайсом является автором важной теоремы в абстрактной теории топологических векторных пространств. В статье «Соболев и Шварц: две судьбы, две славы» (та же книга С.С.Кутателадзе) констатируется: «Факт существования фундаментального решения у произвольного уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами по праву носит название теоремы Мальгранжа-Эренпрайса. Трудно переоценить это замечательное достижение, ставшее одним из триумфов абстрактной теории топологических векторных пространств» (там же, с.117). Покажем работы, в которых Б.Мальгранж использовал индуктивные доказательства.

№	**Название статьи или книги**	**Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве**
1.	Б.Мальгранж, книга «Идеалы дифференцируемых функций» (1968)	лемма 3.1 – с.12, теорема 3.2 – с.15, утверждение 3.2.2 – с.15, лемма 7.3 – с.29, теорема 1.3 (из главы 2) – с.34, теорема 3.8 – с.50, теорема 3.9 – с.50, лемма 3.10 – с.50, предложение 4.2 – с.54, теорема 4.12 – с.59, теорема 4.1 (из главы 4) – с.74, предложение 5.3 – с.79, теорема 1.2 (из главы 6) – с.101, лемма 1.7 (из главы 6) – с.106, лемма 3.7 (из главы 6) – с.114.
2.	Б.Мальгранж, книга «Лекции по теории функций нескольких комплексных переменных» (1969)	Теорема 1 (теорема Гротендика (из главы 2 § 8)) – с.52, теорема 1 (из главы 2 § 10) – с.67, фундаментальная теорема (теорема Ока-Картана-Серра) – с.98, лемма без номера – с.99, теорема без номера (из главы 3 § 15) – с.108.

Индукция Бориса Самуиловича Митягина. В трудах советского математика Б.С.Митягина индуктивные доказательства теорем – обычная практика математического исследования. Б.С.Митягин известен тем, что в сотрудничестве с А.С.Шварцем (Альбертом Шварцем, позднее уехавшим в США) существенно продвинул вперед теорию функторов, сумев по аналогии перенести в нее многие понятия теории банаховых пространств. Специалисты скажут, что то же самое сделал А.Гротендик, и это действительно так. Покажем статьи Б.С.Митягина, в которых теоремы доказываются при помощи индукции.

1. В статье «Аппроксимативная размерность и базисы в ядерных пространствах» (УМН, 1961, том 16, вып.4 (100)) Б.С.Митягин посредством индукции доказывает лемму 9 – с.83, теорему 4 – с.85, лемму 29 – с.122, лемму 30 – с.122. Автор пишет о лемме 9: «Лемму достаточно доказать для n=2, так как далее ее можно будет доказать по индукции» (Митягин, 1961, с.83). Проводя доказательство леммы 29, автор рассуждает: «Доказательство получается по индукции из соотношения (50) и формулы дифференцирования…» (там же, с.122).

2. В статье «Функторы в категориях банаховых пространств» (УМН, 1964, том 19, вып.2 (116)) Б.С.Митягин и А.С.Шварц при помощи индукции доказывают теорему 27 – с.119.

3. В статье «Два неравенства для объемов выпуклых тел» (сборник «Математические заметки», 1969, том 5, № 1) Б.С.Митягин индукцией доказывает теорему 2 – с.102. Об этой теореме он пишет: «Доказательство теоремы 2 проведем по индукции» (Митягин, 1969, с.102).

4. В статье «Гомотопическая структура линейной группы банахова пространства» (УМН, 1970, том 25, вып.5 (155)) Б.С.Митягин индукцией доказывает лемму 10 – с.75.

5. В статье «Гомотопический тип линейных групп классов банаховых пространств» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1970, том 4, вып.3) Б.С.Митягин и И.С.Эдельштейн при помощи индукции доказывают лемму 10 – с.70.

6. В статье «Линейные задачи комплексного анализа» (УМН, 1971, том 26, вып.4 (160)) Б.С.Митягин и Г.М.Хенкин индукцией доказывают следствие 2.1 – с.117, лемму 4.1 – с.130, лемму 4.3 – с.132. О лемме 4.3 авторы пишут: «Лемма доказывается индукцией по убывающим δ» (Митягин, Хенкин, 1971, с.132).

7. В статье «Отсутствие интерполяции линейных операторов в пространствах гладких функций» (Известия АН СССР, серия математическая, 1977, том 41, № 6) Б.С.Митягин и Е.М.Семенов индукцией доказывают лемму 3.2 – с.1296.

Индукция Жака-Луи Лионса. Французский математик Жак-Луи Лионс (1960) перенес на более общую ситуацию интерполяционную теорему Стейна. Ю.А.Брудный, С.Г.Крейн и Е.М.Семенов в обзоре «Интерполяция линейных операторов» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 24) пишут: «Интерполяционная теорема Стейна для операторов, зависящих аналитически от параметра, обобщалась многими авторами, начиная от работы Лионса [528]» (Брудный и др., 1986, с.50-51). Здесь [528] – исследование Ж.Л.Лионса (1960).

Индукция Жака-Луи Лионса. Жак-Луи Лионс (1967) создал теорию вариационных неравенств, индуктивно исходя из частных случаев этой теории, известных другим ученым. Одним из таких частных случаев была задача из теории упругости (задача Синьорини), изученная Г.Фикерой (1964) – тем самым Фикерой, который разработал теорию уравнений смешанного типа, использованную в дальнейшем советским ученым Ф.И.Франклем (1945, 1961) при создании теории трансзвуковых потоков газа. О.А.Олейник в предисловии к книге Ж.Л.Лионса «Некоторые методы решения нелинейных краевых задач» (1972) описывает индуктивные истоки теории вариационных неравенств: «Новый раздел теории уравнений с частными производными – теория вариационных неравенств – возник в последние десять лет и еще не освещался в монографической литературе. Источником для создания этой теории послужила задача из теории упругости (задача Синьорини), впервые полностью изученная в работе Г.Фикеры [1], где были заложены основы теории вариационных неравенств. Затем исследование вариационных неравенств продолжалось в работах Ж.Лионса, Г.Стампаккьи и их учеников» (О.А.Олейник, 1972). Об этом же пишут И.Главачек, Я.Гаслингер и И.Нечас в книге «Решение вариационных неравенств в механике» (1986): «Теория вариационных неравенств является сравнительно молодым разделом математики. Одним из главных стимулов ее разработки явилась, по-видимому, статья Г.Фикеры [1964] о решении задачи Синьорини в теории упругости. Впоследствии Ж.-Л.Лионс и Г.Стампаккья [1967] заложили основы теории вариационных неравенств» (Главачек и др., 1986, с.7).

Индукция Шосичи Кобаяси. Известный математик Ш.Кобаяси (1970) индуктивно перенес на гиперболические многообразия результаты исследований А.Картана, который изучал группы биголоморфных автоморфизмов ограниченных областей в C^n как изометрии в метрике Каратеодори. Е.А.Полецкий и Б.В.Шабат в статье «Инвариантные метрики» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 9) пишут: «Из геометрии известно, что на римановых многообразиях группа изометрий является группой Ли, т.е. ее можно рассматривать как многообразие, на котором групповая операция является дифференцируемым отображением; векторные поля на многообразии с обычными операциями сложения и умножения на скаляры, а также с умножением, под которым понимается скобка $[u, \upsilon] = u^{o}\, \upsilon - \upsilon^{o}\, u$ двух векторных полей, образуют алгебру Ли. В 1935 г. А.Картан с этой точки зрения изучал группы биголоморфных автоморфизмов ограниченных областей в C^n, рассматривая эти автоморфизмы как изометрии в метрике Каратеодори. Кобаяси [53], пользуясь своей метрикой, распространил теорию Картана на гиперболические многообразия» (Полецкий, Шабат, 1986, с.100). Здесь [53] – работа Ш.Кобаяси (1970).

Индукция Дэвида Мамфорда. Лауреат премии Филдса за 1974 год Дэвид Мамфорд (1965) решил проблему построения многообразия модулей алгебраических кривых благодаря тому, что индуктивно распространил в область решения данной проблемы идеи методы, заимствованные из теории инвариантов Д.Гильберта (1893). В.Л.Попов в примечаниях к 1-му тому «Избранных трудов» Д.Гильберта (1998) говорит о работе Гильберта, в которой содержались важные идеи построенной им теории инвариантов: «Лишь в 1965 г. Мамфорд… распространив идеи этой работы Гильберта на общую ситуацию алгебраического действия редуктивной алгебраической группы G на алгебраическом многообразии (схеме) X, сумел применить их к решению классической алгебро-геометрической проблемы – построению многообразия модулей алгебраических кривых (а также абелевых многообразий и векторных расслоений на кривых)» (Попов, 1998, с.504). Ж.Дьедонне в сборнике «Геометрическая теория инвариантов» (1974) повествует: «Лишь совсем недавно произошло еще одно оживление теории, обязанное, главным образом, деятельности Д.Мамфорда, понявшего, что он может почерпнуть из теории инвариантов некоторые средства для решения проблемы модулей алгебраических кривых. Его новый подход к теории привел к появлению в ней весьма общей задачи построения «пространств орбит» (с подходящими структурами) алгебраических групп, действующих на алгебраических многообразиях. Занимаясь этим, он обнаружил, что некоторая существенная техника и идеи, имеющие отношение к интересующей его задаче, долгое время были похоронены на страницах прекрасной, но забытой работы, которую Гильберт опубликовал в 1893 г. В своей книге «Геометрическая теория инвариантов» Мамфорд модернизировал и сильно обобщил эти идеи, использовав при этом язык теории схем…» (Дьедонне, 1974, с.11). Со слов В.Л.Попова, Мамфорд перенес развитую Гильбертом теорию нуль-форм на случай линейных действий произвольных редуктивных алгебраических групп, а именно распространил на общий случай понятие «канонической нуль-формы».

Индукция Дэвида Мамфорда. Дэвид Мамфорд (1972) индуктивно обобщил теорию униформизации эллиптических кривых и абелевых многообразий, набросок которой дал Джон Тэйт (Тейт). Д.Мамфорд перенес теорию Тэйта на кривые любого рода. Отметим, что Джон Тэйт – лауреат премии Вольфа за 2003 год и лауреат премии Абеля за 2010 год. Д.Мамфорд в статье «Аналитическая конструкция кривых с вырожденной редукцией над полными локальными кольцами» (УМН, 1972, том 27, вып.6 (168)) пишет: «Цель моей работы двоякая. Прежде всего, результат Тэйта обобщается на кривые любого рода и на абелевы многообразия. Это доставляет очень полезный инструмент для исследования границы пространств модулей. Например, можно получить абстрактный аналог разложений модулярных форм в ряды Фурье. В этом отношении предлагаемая работа до некоторой степени перекрывается с результатами Морикавы [8] и Мак Кэйба [7], переносящими униформизацию Тэйта на многомерные абелевы многообразия. Вторая цель работы – уяснить алгебраический смысл этих униформизаций» (Мамфорд, 1972, с.182). Чтобы пояснить, какие именно результаты Тэйта обобщал Д.Мамфорд, снова предоставим слово автору статьи:

«Идея исследовать p-адические аналоги классических униформизаций кривых и абелевых многообразий принадлежит Джону Тэйту. В очень красивой и оказавшей большое влияние работе, которая осталась неопубликованной, он показал, что эллиптическая кривая E над полным неархимедовым полем K имеет аналитическую униформизацию, если ее инвариант не цел» (там же, с.181). Здесь [8] – работа Х.Морикавы (1962), [7] – работа Мак Кэйба (1968). Любопытно заметить, что в указанной статье Д.Мамфорд трижды использует математическую индукцию при доказательстве лемм и теорем. В частности, он применяет индукцию при доказательстве теоремы (1.13) – с.193, леммы (4.8) – с.214, леммы (4.15) – с.217. Об этом же обобщении теории Тэйта, предложенном Мамфордом, говорит Ю.И.Манин в статье «P-адические автоморфные функции» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 3): «Глава III посвящена значительно более неожиданному обобщению теории Тэйта на случай униформизации кривых рода > 1. Это обобщение принадлежит также Мамфорду [18]. В нем роль Г играет так называемая группа Шоттки – свободная дискретная подгруппа ранга ≥ 1 в группе дробно-линейных преобразований PGL (2, K)» (Манин, 1974, с.6). Реконструкция Ю.И.Манина подтверждается И.В.Долгачевым и В.А.Исковских, которые в статье «Геометрия алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 12) констатируют: «Обобщая теорию Тейта p-адической униформизации эллиптических кривых, Мамфорд построил красивую теорию униформизации кривых над локальной базой [57, 590]. Это некоторый аналог классической униформизации Шотки» (Долгачев, Исковских, 1974, с.105).

Индукция Дэвида Мамфорда. Дэвид Мамфорд (1977) обобщил на факторы ограниченных симметрических областей конечного объема теорему пропорциональности Хирцебруха. Е.А.Полецкий и Б.В.Шабат в статье «Инвариантные метрики» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 9) отмечают: «Разнообразные и глубокие применения инвариантные метрики нашли в алгебраической геометрии; мы не имеем возможности даже перечислить основные направления таких применений. Как пример, укажем результат Мамфорда [59], обобщающий теорему пропорциональности Хирцебруха на факторы ограниченных симметрических областей конечного объема: он основан на использовании инвариантных объемов в произведениях полных и проколотых дисков, которыми покрываются некомпактные алгебраические многообразия. Этот результат получил важные применения» (Полецкий, Шабат, 1986, с.122). Суть теоремы пропорциональности Хирцебруха поясняется в статье В.А.Исковских и И.Р.Шафаревича «Алгебраические поверхности» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 35).

Индукция Владимира Дринфельда. Лауреат премии Филдса за 1990 год Владимир Дринфельд в статье «Эллиптические модули» («Математический сборник», 1974, том 94 (136), № 4) индуктивно обобщает ряд теорем, сформулированных другими математиками. В данной статье он пишет: «Цель работы – обобщение трех классических теорем (связанных с первыми тремя типами допустимых троек): 1) теоремы Кронекера-Вебера, 2) теоремы Эйхлера-Шимуры о ζ-функциях модулярных кривых, 3) основной теоремы комплексного умножения» (Дринфельд, 1974, с.594).

Индукция Владимира Дринфельда. Владимир Дринфельд (1985) перенес на более общую ситуацию (на так называемые квантовые группы, в теории которых важную роль играют алгебры Хопфа) квантовый метод обратной задачи рассеяния, разработанный Л.Д.Фаддеевым и Е.К.Скляниным (1979). Д.В.Талалаев в автореферате диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Квантовый метод спектральной кривой» (Москва, 2010) указывает: «Основной метод теории квантовых интегрируемых систем, называемый квантовым методом обратной задачи (КМОЗ), был создан в 70-х годах 20-го века школой Л.Д.Фаддеева [20]. Во многом данный метод полагается на классический метод обратной задачи, в особенности в части гамильтонова описания. Он обобщает некоторые конструкции интегрируемых систем, в частности коммутативных подалгебр. Данный метод был в значительной степени обобщен теорией квантовых групп, введенной Дринфельдом [21]. Концепция алгебр Хопфа оказалась исключительно эффективной в задаче обобщения конструкции инвариантных полиномов на группе» (Талалаев, 2010, с.6). Здесь [21] – статья В.Г.Дринфельда «Алгебры Хопфа и квантовое уравнение Янга-Бакстера» («Доклады АН СССР», 1985, том 283, № 5).

Индукция А.М.Габриэлова, И.М.Гельфанда и М.В.Лосика. Отечественные математики А.М.Габриэлов, И.М.Гельфанд и М.В.Лосик (1976) индуктивно обобщили на более широкую область интегральную формулу типа формулы Гаусса-Бонне, выведенную Атьей, Патоди и Зингером для полиномов Хирцебруха от форм Понтрягина на многообразии с гладкой границей. А.М.Габриэлов, И.М.Гельфанд и М.В.Лосик в статье «Функционалы Атья-Патоди-Зингера для характеристических классов касательного расслоения» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1976, том 10, вып.2) поясняют: «Настоящая работа возникла в результате попытки обобщить интегральную формулу типа формулы Гаусса-Бонне, полученную в работе Атья-Патоди-Зингера [1] для полиномов Хирцебруха от форм Понтрягина на многообразии с гладкой границей» (Габриэлов и др., 1976, с.13).

Индукция Юрия Владимировича Матиясевича. Одну из проблем Гильберта, а именно 10-ю проблему, решил российский математик Ю.В.Матиясевич. Подходы к решению данной проблемы разрабатывались на протяжении многих лет, существенных успехов здесь добилась американская женщина-математик Джулия Робинсон. Некоторые схемы рассуждений Д.Робинсон, надлежащим образом модифицированные Ю.В.Матиясевичем, были использованы им для атаки на 10-ю проблему Гильберта. С другой стороны, самой Д.Робинсон не хватало для полного успеха тех математических приемов, какими владел российский математик. 10-я проблема Гильберта сводится к утверждению о существовании способа (алгоритма), позволяющего установить, разрешимо ли то или иное диофантово уравнение в целых рациональных числах. Ю.В.Матиясевич дал отрицательное решение данной проблемы Гильберта. Мы можем с полной уверенностью сказать, что проведенное Ю.В.Матиясевичем доказательство математических утверждений, ведущих к решению 10-й проблемы Гильберта, носило по преимуществу индуктивный характер. Другими словами, Ю.В.Матиясевич решил указанную проблему Гильберта на основе индуктивных доказательств! В статье «Диофантово представление перечислимых предикатов» (Известия АН СССР, серия математическая, 1971, том 35), в которой Ю.В.Матиясевич излагает решение 10-й проблемы Гильберта, автор 9 раз использует индукцию при доказательстве лемм. В частности, индуктивно доказываются лемма 2 – с.11, лемма 14 – с.15, лемма 15 – с.16, лемма 16 – с.16, лемма 17 – с.16, лемма 18 – с.17, лемма 20 – с.18, лемма 21 – с.18, лемма 23 – с.25. О том, насколько высоко Ю.В.Матиясевич ценил и продолжает ценить индуктивные доказательства в математике, можно догадаться по следующему его высказыванию. В статье «О метаматематическом подходе к доказательству теорем дискретной математики» (Записки научных семинаров ЛОМИ, 1975, том 49) он отмечает: «Одной из наиболее употребительных схем доказательств в дискретной математике является доказательство по индукции. Метод математической индукции можно, грубо говоря, охарактеризовать так: мы сводим доказательство интересующего нас свойства некоторого объекта к доказательству того же свойства для одного или нескольких более простых объектов (некоторая мера сложности объектов используется в качестве индукционного параметра), а для простейших объектов даем прямое доказательство (база индукции)» (Матиясевич, 1975, с.40).

Индукция Юрия Владимировича Матиясевича. Ю.В.Матиясевич в статье «Простые примеры неразрешимых канонических исчислений» (Труды МИАН СССР, 1967, том 93) использует математическую индукцию при доказательстве 15-ти лемм, что является поразительным фактом! В частности, в данной статье, в § 1 «Неразрешимое ассоциативное исчисление с пятью определяющими соотношениями» на основе индукции доказываются лемма 2 – с.54, лемма 4 – с.56. В § 2 «Неразрешимое нормальное исчисление с девятью производящими схемами» индуктивно доказываются лемма 1 – с.61, лемма 4 – с.61, лемма 5 – с.62, лемма 6 – с.62, лемма 8 – с.64. В § 3 «Неразрешимое ограниченное исчисление с восемнадцатью производящими схемами» индукция применяется при доказательстве леммы 4 – с.71, леммы 8 – с.74, леммы 13 – с.75, леммы 14 – с.76, а в § 4 «Универсальная схема» - при доказательстве леммы 1 – с.81, леммы 2 – с.84. Аналогично, в § 5 «Универсальная аксиома» при помощи индукции доказываются лемма 1 – с.86, лемма 2 – с.87. Резюмируя, можно сказать, что перед нами работа, которая наиболее убедительно демонстрирует эффективность индуктивных доказательств в математическом исследовании. Любопытно, что в статье «Простые числа перечисляются полиномом от 10 переменных» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1977, том 68) доля индуктивно доказываемых лемм также высока. В этой статье Ю.В.Матиясевич индуктивно доказывает лемму 1 – с.64, лемму 2 – с.65, лемму 3 – с.65, лемму 5 – с.66, лемму 7 – с.67.

Индукция Андрея Суслина. В 2002 году премии Филдса был удостоен Владимир Воеводский, построивший теорию мотивных когомологий. Воеводский – ученик А.А.Суслина, российского математика, о котором В.И.Арнольд сказал как об ученом, который также заслуживал медали Филдса. Единственная причина, по которой А.А.Суслин не получил эту медаль – математиков, достойных столь высокой награды, гораздо больше, чем медалей Филдса, которые присуждаются раз в четыре года (и только тем, кто не достиг возраста, превышающего 40 лет). Если проанализировать математические работы А.А.Суслина (которого не следует путать с М.Я.Суслиным, воспитанником математической школы Н.Н.Лузина), то среди них практически нельзя найти работ, в которых не применялись бы доказательства, основанные на индукции. Возьмем, например, работу А.А.Суслина (1976), в которой он решает проблему Ж.П.Серра о векторных расслоениях на аффинных пространствах. Эту проблему поставил тот самый Ж.П.Серр, который вызвал В.И.Арнольда на математическую дуэль и отрицал, что математика является экспериментальной наукой. Проведя анализ данной работы А.А.Суслина, мы можем утверждать, что он доказал теоремы, дающие решение указанной проблемы Ж.П.Серра, индуктивно! Л.Н.Васерштейн и А.А.Суслин в статье «Проблема Серра о проективных модулях над кольцами многочленов и алгебраическая К-теория» (Известия АН СССР, серия математическая, 1976, том 40, вып.5) двадцать две (22) промежуточные леммы, ведущие к доказательству гипотезы Серра, доказывают при помощи индукции! Перечислим леммы, следствия и промежуточные теоремы, которые доказываются с использованием индукции. При этом мы укажем страницы, где содержатся прямые ссылки на применение индукции при доказательстве: лемма 3.1 – с.1001, следствие 3.6 – с.1004, лемма 5.5 – с.1009, лемма 5.6 – с.1010, лемма 6.2 – с.1010, лемма 7.6 – с.1014, лемма 9.1 – с.1017, следствие 9.3 – с.1018, лемма 9.6 – с.1019, лемма 10.5 – с.1021, лемма 11.2 – с.1022, лемма 11.5 – с.1023, лемма 12.6 – с.1026, следствие 12.7 – с.1028, лемма 13.3 – с.1029, теорема 13.6 – с.1032, лемма П.8 – с.1038, лемма П.12 – с.1039, теорема 16.4 – с.1043, лемма 17.1 – с.1044, теорема 17.2 – с.1045, теорема 18.2 – с.1046, следствие 20.4 – с.1051. Возьмем на себя труд привести цитаты из работы А.А.Суслина, не оставляющие сомнений в индуктивном доказательстве математических утверждений. О лемме 3.1 автор пишет: «Доказательство проведем индукцией по степени m матрицы…» (Суслин, 1976, с.1001). О следствии 3.6 автор говорит: «Доказательство проведем индукцией по n» (там же, с.1004). Проводя доказательство леммы 6.2, математик замечает: «Доказательство проведем индукцией по n» (там же, с.1010). Относительно леммы 7.6 А.А.Суслин говорит: «Проведем индукцию по m, учитывая, что при m=1 утверждение леммы верно» (там же, с.1014). О лемме 9.1 автор пишет: «Доказательство проведем индукцией по r» (там же, с.1017). Относительно следствия 9.3 А.А.Суслин замечает: «Доказательство проведем индукцией по r, учитывая, что случай r=2 уже рассмотрен в лемме 9.2» (там же, с.1018). Относительно леммы 9.6 автор говорит: «При r=1 утверждение очевидно, далее доказываем по индукции» (там же, с.1019).

Относительно леммы 10.5 автор замечает: «Учитывая, что при m, превосходящем степень унитального многочлена из η, утверждение очевидно, проведем обратную индукцию по m» (там же, с.1023). Реализуя доказательство леммы 12.6, автор замечает: «Проведем теперь индукцию по степени m унитального многочлена a1» (там же, с.1026). Аналогичные ссылки на использование индукции имеются в статье при доказательстве и других лемм и теорем.

Индукция Андрея Суслина. Чтобы получить более или менее правильное представление о математическом творчестве А.А.Суслина, о том, насколько глубоко индуктивные доказательства пронизывали его первопроходческие работы, приведем ряд его статей, написанных как самостоятельно, так и в соавторстве с другими математиками.

1. В статье «Квадратичные модули и ортогональная группа над кольцами многочленов» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1977, том 71) А.А.Суслин и В.И.Копейко индукцией доказывают лемму 3.1 – с.226, лемму 5.2 – с.234, лемму 6.1 – с.239, лемму 7.1 – с.242.

2. В статье «О стабильно свободных модулях» («Математический сборник», 1977, том 102 (144), № 4) А.А.Суслин, используя индукцию, доказывает предложение 1.6 – с.539, лемму 5.1 – с.548.

3. В статье «О структуре специальной линейной группы над кольцами многочленов» (Известия АН СССР, 1977, том 41, вып.2) А.А.Суслин, применяя индукцию, доказывает теорему 2.6 – с.239, лемму 6.2 – с.248, теорему 7.2 – с.250.

4. В статье «О структуре проективных модулей над кольцами многочленов в случае некоммутативного кольца коэффициентов» («Труды МИАН СССР», 1978, том 148), в которой А.А.Суслин обобщает некоторые результаты Д.Квиллена (лауреата премии Филдса), российский математик при помощи индукции доказывает значительное количество утверждений. В частности, в данной статье индуктивно доказываются: лемма 2.3 – с.236, следствие 2.5 – с.237, лемма 3.2 – с.239, теорема 3.9 – с.241, предложение 4.6 – с.245, теорема 5.7 – с.250, теорема 6.3 – с.251.

5. В статье «О квадратичных модулях над кольцами многочленов» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1979, том 86) В.И.Копейко и А.А.Суслин доказывают по индукции лемму 1.2 – с.115, следствие 1.3 – с.116.

6. В статье «О тривиальности некоторых групп когомологий» («Записки научных семинаров ЛОМИ», 1979, том 94), в которой дается прямое доказательство когомологической тривиальности более широкого класса пучков, чем квазикогерентные пучки, А.А.Суслин доказывает одну из важных лемм индуктивно, о чем пишет: «Основное свойство квазивялых пучков, которое потребуется нам, содержится в следующей лемме, доказательство которой основано на принципе индукции Квиллена (ср. [3])» (Суслин, 1979, с.114). Далее А.А.Суслин формулирует эту лемму, согласно которой если задана точная последовательность Ox-модулей и если пучок f квазивялый, то последовательность глобальных сечений определенного вида также точна.

7. В статье «Законы взаимности и стабильный ранг колец многочленов» (Известия РАН, серия математическая, 1979, том 43, № 6) А.А.Суслин индукцией доказывает лемму 1.11 – с.1400, лемму 2.2 – с.1401, лемму 4.10 – с.1410, лемму 4.12 – с.1411, лемму 4.13 – с.1411, следствие 7.4 – с.1425. Тему своей статьи А.А.Суслин объясняет следующим образом: «Основная часть работы посвящена общему изучению законов взаимности и конструкции некоторого класса законов взаимности со значениями в K-функторах Милнора основного поля» (Суслин, 1979, с.1395).

8. В статье «К-когомологии многообразий Севери-Брауэра и гомоморфизм норменного вычета» (Известия РАН, серия математическая, 1982, том 46, № 5) А.С.Меркурьев и А.А.Суслин индукцией доказывают следующие результаты: «предложение 9.4 – с.1030, предложение 4.2 – с.1016, предложение без номера – с.1025, теорему 11.5 – с.1034, теорему 14.1 – с.1037, теорему 14.2 – с.1038.

9. В статье «Гомологии GLn, характеристические классы и К-теория Милнора» («Труды МИАН СССР», 1984, том 165) А.А.Суслин при помощи индукции доказывает предложение 2.4 – с.194, следствие 3.3.4 – с.198, теорема 3.4 – с.198.

10. В статье «Алгебраическая К-теория и гомоморфизм норменного вычета» (сборник «Итоги науки и техники. Серия Современные проблемы математики», 1984, том 25) А.А.Суслин посредством индукции доказывает предложение 9.1 – с.150, лемму 18.2 – с.178, лемму 19.1 – с.180, предложение 19.3 – с.181, теорему 21.4 – с.186, теорему 24.8 – с.195.

11. В статье «Гомологии полной линейной группы над локальным кольцом и К-теория Милнора» (Известия АН СССР, серия математическая, 1989, том 53, выпуск 1), используя индукцию, Ю.П.Нестеренко и А.А.Суслин доказывают лемму 1.1 – с.121, лемму 1.4 – с.122, предложение 1.6 – с.124, лемму 2.1 – с.126, предложение 2.6 – с.128, предложение 3.4 – с.130.

12. В статье «Гомоморфизм норменного вычета степени три» (Известия АН СССР, серия математическая, 1990, том 54, вып.2), применяя индукцию, А.С.Меркурьев и А.А.Суслин доказывают лемму 2.10 – с.345, лемму 2.12 – с.346, теорему 5.1 – с.351. Согласно теореме 5.1, для любого поля F характеристики, не равной 2, гомоморфизм норменного вычета степени три является изоморфизмом.

13. В статье «Группа К3 для поля» (Известия АН СССР, серия математическая, 1990, том 54, № 3) А.С.Меркурьев и А.А.Суслин используют индукцию при доказательстве предложения 5.3 – с.531, теоремы 10.2 – с.540. Предложение 5.3 утверждает существование полулокальной области главных идеалов А геометрического типа, являющейся расширением кольца О. Теорема 1.2 постулирует, что для любого натурального n, взаимно простого с char F, гомоморфизмы определенного вида являются изоморфизмами.

14. В статье «Вырезание в целочисленной алгебраической К-теории» («Труды Математического института РАН», 1995, том 208) А.А.Суслин индукцией доказывает предложение 1.4 – с.294, теорему 1.6 – с.295, предложение 3.4 – с.302, теорему 5.3 – с.312, лемму 6.4 – с.316.

Индукция Самуэля Карлина и Франка Бонсалла. С.Карлин и Ф.Бонсалл обобщили теорему Перрона-Фробениуса на случай линейных отображений в R^n, положительных относительно некоторого конуса. Е.А.Асарин, В.С.Козякин, М.А.Красносельский и Н.А.Кузнецов в монографии «Анализ устойчивости рассинхронизованных дискретных систем» (Москва, «Наука», 1992) пишут: «Теоремы Перрона и Фробениуса допускают обобщение на линейные отображения в R^n, положительные относительно некоторого конуса. 5.1.9. Теорема (Карлина-Бонсалла). Спектральный радиус p(A) является собственным значением положительного относительно телесного конуса $K \subseteq R^N$ линейного отображения А. Этому собственному значению отвечает, по крайней мере, один собственный вектор, принадлежащий К» (Асарин и др., 1992, с.185).

Индукция С.Карлина и В.Стаддена. С.Карлин и В.Стадден обобщили теорему Ляпунова о множестве значений векторной меры, которую ранее обобщали другие математики (например, А.Дворецкий, А.Вальд и т.д.). С.Карлин и В.Стадден в монографии «Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике» (1976), а именно в параграфе 13 «Обобщения теоремы Ляпунова», повествуют: «В этом параграфе мы рассмотрим некоторые обобщения теоремы Ляпунова, приведенные у Карлина [1953]. Эти результаты мы применим в § 14 для того, чтобы решить различные задачи, такие, как «Задача о Ниле», «Задача о разрезании пирога», «Задача подобных областей» (Карлин, Стадден, 1976, с.272). Поясняя упомянутую теорему Ляпунова, те же авторы пишут: «Теорема Ляпунова утверждает, что если μ_1, …, μ_n – конечные безатомные меры, то множество точек в n-мерном евклидовом пространстве, имеющих вид (μ_1(C), …, μ_n(C)), при C, пробегающем все B, является выпуклым и замкнутым» (там же, с.268).

Индукция Д.Вир-Джоунса. Д.Вир-Джоунс (1962, 1967) получил ряд результатов на пути обобщения теоремы Перрона-Фробениуса на случай бесконечных матриц. Б.М.Гуревич и С.В.Савченко в статье «Термодинамический формализм для символических цепей Маркова со счетным числом состояний» (УМН, 1998, том 53, вып.2 (320)) констатируют: «При попытке обобщения теоремы Перрона-Фробениуса на бесконечные матрицы возникает трудность, состоящая в том, что такая матрица не обязательно определяет ограниченный линейный оператор в каком-либо естественном нормированном пространстве бесконечных числовых последовательностей. Тем не менее, Вир-Джоунс [20], [21], применив метод производящих функций и воспользовавшись вместо оператора, отвечающего A, аналогом матричных элементов его резольвенты, получил в этом направлении ряд существенных результатов» (Гуревич, Савченко, 1998, с.17). Здесь [20] – работа Д.Вир-Джоунса (1967), [21] – исследование Д.Вир-Джоунса (1962). Напомним происхождение теоремы Перрона-Фробениуса. Г.Ф.Фробениус (1912) перенес на более общую ситуацию теорему Перрона (1907), согласно которой всякая матрица с положительными элементами имеет положительное собственное значение, которое не меньше, чем модуль любого другого собственного значения. После обобщения теоремы Перрона, принадлежащего Фробениусу, данная теорема стала именоваться теоремой Перрона-Фробениуса. Информацию об этом можно найти в книге Ф.Р.Гантмахера «Теория матриц» (2004, с.339).

Индукция Дж.Микусинского. Дж.Микусинский (1971) обобщил на случай счетно-аддитивных функций множества со значениями в абелевой квазинормированной группе классическую теорему Никодима о равномерной ограниченности семейства мер. Н.С.Гусельников в статье «Треугольные функции множества и теорема Никодима о равномерной ограниченности семейства мер» («Математический сборник», 1978, том 106 (148), № 3) отмечает: «Многие результаты в теории функций множества тесно связаны с классической теоремой Никодима о равномерной ограниченности семейства мер. Интенсивное развитие теории функций множества последнего десятилетия привело к естественной необходимости обобщения теоремы Никодима на классы функций множества более широкие, чем класс счетно-аддитивных функций множества. Из работ последнего времени, посвященных обобщению теоремы Никодима, следует отметить работу Дж.Микусинского [2], где названная теорема обобщена на случай счетно-аддитивных функций множества со значениями в абелевой квазинормированной группе…» (Гусельников, 1978, с.340). Здесь [2] – работа Дж.Микусинского (1971). Об этом же сообщает В.М.Климкин в статье «Равномерная ограниченность семейства неаддитивных функций множества» («Математический сборник», 1989, том 180, № 3): «Эта теорема Никодима обобщалась в различных направлениях многими авторами (см., например, [5]-[15]). Отметим некоторые из этих обобщений. Микусинский [13] обобщил эту теорему на случай векторнозначных мер, заданных на δ-кольце со значениями в квазинормированном пространстве. Древновский [14], в тех же предположениях, - для конечно аддитивных функций множества, не имеющих ускользающей нагрузки. (…) (…) В работах [6]-[10] теорема Никодима обобщалась на различные классы неаддитивных функций множества, которые отличаются друг от друга формой полуаддитивности и формой непрерывности» (Климкин, 1989, с.385). Здесь [13] – работа Дж.Микусинского (1971), [14] – исследование Л.Древновского (1973), [6] – статья Г.Я.Арешкина, В.Н.Алексюка и В.М.Климкина «О некоторых свойствах векторнозначных мер» («Ученые записки ЛГПИ им.А.И.Герцена», 1971, том 404), [10] – статья Н.С.Гусельникова «Треугольные функции множества и теорема Никодима о равномерной ограниченности семейства мер» («Математический сборник», 1978, том 106 (148), № 3).

Индукция Д.Ландерса и Л.Рогге. Д.Ландерс и Л.Рогге (1971) распространили теорему Никодима о равномерной ограниченности семейства скалярных мер на случай векторных мер со значениями в топологической группе. В.М.Климкин в статье «Векторные меры в топологической группе» («Математические заметки», 1975, том 17, № 5) отмечает: «В работе [2] теорема Никодима о равномерной ограниченности семейства скалярных мер (см. [3], стр.331) была обобщена на случай векторных мер со значениями в топологической группе» (Климкин, 1975, с.790). Здесь [2] – исследование Д.Ландерса и Л.Рогге.

Индукция Р.Б.Дарста и Дж.К.Брукса. Р.Б.Дарст (1970) и Дж.К.Брукс (1973) обобщили на случай ограниченных конечно-аддитивных функций множества со значениями в сепарабельном банаховом пространстве над полем комплексных чисел знаменитую теорему Витали-Хана-Сакса. Н.С.Гусельников в статье «Об одном аналоге теоремы Витали-Хана-Сакса» («Математические заметки», 1976, том 19, № 4) указывает: «В теории функций множества многие результаты тесно связаны с классической теоремой Витали-Хана-Сакса [1, III, 7.2]. Поэтому названная теорема стала предметом исследования большого числа работ, в которых предпринимались попытки обобщения ее на классы функций множества более широкие, чем класс счетно-аддитивных скалярных мер. Из работ последнего времени, посвященных обобщению теоремы Витали-Хана-Сакса, следует отметить статью Р.Б.Дарста [2], где упомянутая теорема обобщена на случай ограниченных конечно-аддитивных функций множества со значениями в сепарабельном банаховом пространстве над полем комплексных чисел, и работу Дж.К.Брукса [3], (см. также [4, теорема 3]), в которой теорема [1, III, 7.2] обобщена на случай непрерывных сбоку в нуле конечно-аддитивных функций множества со значениями в банаховом пространстве» (Гусельников, 1976, с.641). Здесь [2] – работа Р.Б.Дарста (1970), [3] – исследование Дж.К.Брукса (1973).

Индукция Р.Боржеса (Борхеса). Р.Боржес распространил на кружевные пространства теорему Дж.Дугунджи о продолжении. А.В.Архангельский в статье «Отображения и пространства» (УМН, 1966, том 21, вып.4 (130)), перечисляя математические достижения Р.Боржеса, указывает: «Второй интересный результат Боржеса – распространение на кружевные пространства хорошо известной теоремы Дугунджи о продолжении (см. [41], теорема 4.1)» (Архангельский, 1966, с.159). «Следует отметить, - продолжает А.В.Архангельский, - что это обобщение теоремы Дугунджи не тривиально – на любые бикомпакты (тем более, любые паракомпакты) она не распространяется (см. [34])» (там же, с.160). Здесь [41] – исследование Дж.Дугунджи (1951), [34] – работа Р.Боржеса (в оригинальной статье А.В.Архангельского дата работы Р.Боржеса не указана). Для того, чтобы понять смысл теоремы Дугунджи, обратимся к работе Е.В.Щепина «Функторы и несчетные степени компактов» (УМН, 1981, том 36, вып.3 (219)), в которой констатируется: «Классическая теорема Дугунджи утверждает, что отображение в выпуклое подмножество линейного пространства, определенное на замкнутом подпространстве метризуемого пространства, можно непрерывно продолжить на все пространство» (Щепин, 1981, с.4).

Индукция Властимила Птака. В.Птак (1974) обобщил на случай многозначных отображений из полного метрического в метрическое пространство теорему о замкнутом графике для линейных отображений пространств Фреше, известную уже Банаху. А.Д.Иоффе в статье «Метрическая регулярность и субдифференциальное исчисление» (УМН, 2000, том 55, вып.3 (333)) констатирует: «Справедливость теоремы об открытом отображении и замкнутом графике для линейных отображений пространств Фреше была известна уже Банаху. Птак [86], [87] обобщил теорему о замкнутом графике на многозначные отображения из полного метрического в метрическое пространство, используя элегантную модификацию банаховских итераций» (Иоффе, 2000, с.130). Здесь [86] – работа В.Птака (1974), [87] – В.Птака (1982). Для пояснения теоремы Банаха о замкнутом графике обратимся к книге Н.Данфорда и Дж.Шварца «Линейные операторы. Общая теория» (1962), где авторы пишут: «Теорема (о замкнутом графике). Замкнутое линейное преобразование одного F-пространства на другое непрерывно» (Данфорд, Шварц, 1962, с.68). Здесь F-пространство – это пространство Фреше.

Индукция С.Урсеску и С.М.Робинсона. С.Урсеску (1975) и С.М.Робинсон (1976) обобщили на случай выпуклых многозначных отображений известную теорему Банаха-Шаудера (1931) об открытом отображении, являющуюся классической теоремой линейного анализа. С.М.Робинсон обобщил также теорему Люстерника-Грейвса (теорему о накрывании). А.Д.Иоффе в статье «Метрическая регулярность и субдифференциальное исчисление» (УМН, 2000, том 55, вып.3 (333)) пишет о том, как обобщалась теорема Банаха-Шаудера об открытом отображении: «Среди последующих результатов центральное место, несомненно, занимают теорема Робинсона-Урсеску [88], [95], обобщающая теорему Банаха на выпуклые многозначные отображения (см. теорему 4 в первой главе), и следующее обобщение теоремы Люстерника-Грейвса, полученное Робинсоном [89]» (Иоффе, 2000, с.106). «Теоремы Робинсона-Урсеску и Робинсона, - поясняет А.Д.Иоффе, - были первыми ориентированными на приложения обобщениями фундаментальных результатов анализа на многозначные отображения. Это был прорыв, имевший большое психологическое значение и во многом определивший направление и стиль дальнейших исследований» (там же, с.107). А.Д.Иоффе говорит о теореме Робинсона-Урсеску: «Эта теорема, как уже отмечалось, обобщает теорему Банаха об открытом отображении на выпуклые многозначные отображения, т.е. многозначные отображения с выпуклым графиком» (там же, с.122). Здесь [88] – работа С.М.Робинсона (1976), [95] – работа С.Урсеску (1975), [89] – исследование С.М.Робинсона (1976). Для пояснения теоремы Банаха-Шаудера об открытом отображении обратимся к книге А.Н.Колмогорова и С.В.Фомина «Элементы теории функций и функционального анализа» (Москва, «Физматлит», 2004), в которой авторы пишут: «Следствие 1 (теорема об открытом отображении). Линейное непрерывное отображение A банахова пространства E на (все) банахово пространство E1 открыто» (Колмогоров, Фомин, 2004, с.243).

Индукция Луиса Ниренберга. Лауреат медали Черна за 2010 год и прилагающейся к ней премии в размере 250 тысяч долларов США Луис Ниренберг (1975) построил теорию псевдодифференциальных операторов, индуктивно исходя из частных случаев этой теории, содержавшихся в другой концепции – теории сингулярных интегральных операторов. Частные случаи теории Л.Ниренберга можно найти также в работах И.Г.Петровского по гиперболическим операторам. Л.Хермандер в томе 3 своей книги «Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными» (1987) отмечает: «Теория псевдодифференциальных операторов развилась из теории сингулярных интегральных операторов. Последние, несмотря на свою давнюю традицию, играли весьма скромную роль в теории дифференциальных уравнений, до тех пор пока не появились теорема Кальдерона о единственности (в конце 50-х годов) и теоремы Атьи-Зингера-Ботта об индексе (в начале 60-х). (…) Предвестником теории псевдодифференциальных операторов можно считать ранние результаты И.Г.Петровского по гиперболическим операторам» (Хермандер, 1987, с.9). В другом месте той же книги Л.Хермандер вновь обсуждает вопрос об эволюции теории псевдодифференциальных операторов: «Сингулярные интегральные операторы были введены для изучения эллиптических задач, но в 50-х годах было осознано, что в действительности они не играют там важной роли. Работа Кальдерона (Calderon [1]) о единственности решения задачи Коши стала другим подтверждением их важности, но в книге, которая является предшественницей этой, результаты Кальдерона доказаны и обобщены прямым методом, основанным на интегрировании по частям, преобразовании Фурье и технике локализации. Воскрешение теории сингулярных интегральных операторов связано, пожалуй, с принадлежащим Атье и Зингеру (Atiyah, Singer [1]) решением проблемы индекса для эллиптических операторов. Во всяком случае, вскоре после этого Кон и Ниренберг (Kohn, Nirenberg [1]) ввели псевдодифференциальные операторы с общими полиоднородными символами» (там же, с.242).

Индукция Луиса Ниренберга и других ученых. Луис Ниренберг и другие математики перенесли на более общую ситуацию теорему Хермандера об условиях локальной разрешимости уравнения главного типа $Pu = f$ (теорема относится к теории дифференциальных операторов). Ю.В.Егоров в статье «Микролокальный анализ» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 33) пишет: «В работах Хермандера было доказано, что уравнение главного типа $Pu = f$ разрешимо локально, если в каждой характеристической точке (x_0, ξ_0) выполнено условие $C_1 (x_0, \xi_0) > 0$. В дальнейшем этот результат обобщался в работах Ниренберга, Трева, Биллса, Фефферманa и автора (см. [18])» (Егоров, 1988, с.96).

Индукция Луиса Ниренберга. Луис Ниренберг обобщил на геометрический случай (на геометрическую ситуацию) теорему С.Н.Бернштейна, утверждающую, что единственным решением уравнения минимальных поверхностей на всей плоскости является тривиальное решение – линейная функция. Роберт Оссерман в предисловии к книге «Минимальные поверхности» (сборник «Итоги науки и техники», 2003, том 90, Москва, «Физматлит») указывает: «Обобщение теоремы Бернштейна в совершенно ином направлении (отличном от вариантов Л.Берса, Э.Хейнца, Л.Саймона – Н.Н.Б.) было проведено Л.Ниренбергом. Он предлагал рассматривать теорему по большей части в геометрических тероминах, где поверхности трактуются не как графики решений дифференциального уравнения, а как поверхности с нулевой средней кривизной; при этом предположение о том, что поверхность проектируется на всю плоскость, заменяется парой предположений о том, что поверхность является полной и множество значений гауссова отображения выпускает окрестность некоторой точки» (Оссерман, 2003, с.10).

Индукция Луиса Ниренберга. Луис Ниренберг перенес на более общую ситуацию теорему о неявной функции, сформулированную Дж.Нэшом и Дж.Мозером. Л.Ниренберг в монографии «Лекции по нелинейному функциональному анализу» (Москва, «Мир», 1977), раскрывая содержание своего труда, пишет: «Мы начнем с понятия степени отображения – спервая в конечномерном случае, затем в банаховом. Излагается теория степени отображения Лерэ-Шаудера, вместе с некоторыми ее обобщениями. Эта теория применяется при изучении вопроса о существовании глобальных решений нелинейных задач, а также при исследовании локальных задач о возмущении решений» (Ниренберг, 1977, с.9). Далее Л.Ниренберг подчеркивает: «Наконец, мы представим глубокое обобщение теоремы о неявной функции, данное Нэшом и Мозером» (там же, с.9).

Индукция Л.Ниренберга, С.Агмона и А.Дуглиса. Л.Ниренберг, С.Агмон и А.Дуглис обобщили ряд результатов А.Зигмунда и А.Кальдерона (1951, 1952), посвященных интерполяционной теореме Рисса-Торина. С.Агмон, А.Дуглис и Л.Ниренберг в книге «Оценки вблизи границы решений эллиптических уравнений в частных производных при общих граничных условиях» (Москва, ИЛ, 1962) говорят о своей теореме 3.2, которая явилась результатом переноса теорем А.Зигмунда и А.Кальдерона на более общие условия: «Теорема 3.2 является прямым обобщением результатов Зигмунда и Кальдерона, недавно полученных ими в важных работах [14], [15]» (Агмон и др., 1962, с.41).

Индукция Эрнеста Борисовича Винберга. Давайте посмотрим, как математическая индукция применялась российским математиком Э.Б.Винбергом. Он, в частности, известен тем, что распространил на полупростые комплексные алгебры Ли, градуированные по любому модулю, понятия картановской подалгебры и группы Вейля. Отметим, что группа Вейля полупростой алгебры Ли была впервые рассмотрена Германом Вейлем в 1925 году, а Эмиль Картан в последующих работах установил ее важнейшие свойства. В 1927 году Э.Картан распространил понятие группы Вейля на симметрические пространства. Покажем работы Э.Б.Винберга, в которых содержатся индуктивные доказательства математических утверждений.

1. В статье «Кэлеровы многообразия, допускающие транзитивную разрешимую группу автоморфизмов» (Математический сборник, 1967, том 74 (116), № 3) Э.Б.Винберг и С.Г.Гиндикин при помощи индукции доказывают теорему 1 – с.365, предложение 3 – с.373. Согласно теореме 1, всякая нормальная кэлерова алгебра допускает разложение.

2. В статье «Алгебраические группы преобразований максимального ранга» (Математический сборник, 1972, том 88 (130), № 4) Э.Б.Винберг посредством индукции доказывает теорему 1 – с.498. Согласно данной теореме, всякая транзитивная полупростая алгебраическая группа преобразований максимального ранга есть прямое произведение проективных групп. Об этой теореме автор пишет: «Докажем теперь теорему 1 для простых групп индукцией по рангу» (Винберг, 1972, с.498).

3. В статье «Группа Вейля градуированной алгебры Ли» (Известия АН СССР, серия математическая, 1976, том 40, № 3) Э.Б.Винберг индукцией доказывает предложение 14 – с.507, теорему 8 – с.509. Согласно теореме 8, группа Вейля W градуированной алгебры Ли (g, ɵ) порождается комплексными отражениями.

4. В статье «Инвариантные выпуклые конусы и упорядочения в группах Ли» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1980, том 14, вып.1) Э.Б.Винберг посредством индукции доказывает лемму без номера – с.3. Согласно данной лемме, любая связная треугольная группа T автоморфизмов замкнутого выпуклого конуса C имеет в C собственный вектор.

5. В статье «Дискретные подгруппы групп Ли» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 21) Э.Б.Винберг, В.В.Горбацевич, О.В.Шварцман при помощи индукции доказывают теорему 2.2 – с.44, теорему 2.4 – с.45. Объясняя механизм используемых доказательств теорем, авторы замечают: «Следствие 2.5 позволяет при доказательстве многих результатов о решетках в нильпотентных группах Ли использовать различного рода индукцию (для нильпотентных групп особенно полезна индукция по длине центрального ряда, возрастающего или убывающего)» (Винберг и др., 1988, с.46).

6. В статье «О некоторых коммутативных подалгебрах универсальной обертывающей алгебры» (Известия РАН, серия математическая, 1990, том 54, № 1) Э.Б.Винберг применяет индукцию при доказательстве леммы 3.1 – с.12, предложения 3.3 – с.15.

Индукция Эрнеста Борисовича Винберга. Э.Б.Винберг нашел критерий арифметичности кристаллографических групп пространства Лобачевского, индуктивно отталкиваясь от контрпримера В.С.Макарова (ученика Б.Н.Делоне). В 1965 году Виталий Сергеевич Макаров построил контрпример к гипотезе Бореля-Сельберга о том, что все дискретные группы в n-мерном пространстве Лобачевского являются арифметическими группами. Макаров В.С. и Макаров П.В. в статье «Правильные разбиения пространств постоянной кривизны и их кристаллографические группы» («Труды II Всероссийской научной школы «Математические исследования в кристаллографии, минералогии и петрографии», Апатиты, 2006) пишут: «Долгое время держалась гипотеза Бореля-Сельберга о том, что все дискретные группы в Λ^n - арифметические ($n \geq 3$). Первому из авторов этой статьи удалось в 1965 г. построить контрпример, основанный на построении счетной серии разбиений Λ^3 бесконечными многогранниками конечного объема, группы симметрии которых могут иметь повороты сколь угодоно высокого порядка. Это стимулировало исследования Э.Б.Винберга, который нашел критерий арифметичности кристаллографических групп пространства Лобачевского» (В.С.Макаров, П.В.Макаров, 2006, с.28). Об этом же Макаров В.С. сообщает в статье «Проблемы дискретной геометрии пространства Лобачевского» (сборник «In memoriam N.I.Lobatschevskii», 1995, том 3, часть 2).

Индукция Григория Маргулиса. Российский математик, лауреат премии Филдса за 1978 год Григорий Маргулис индуктивно распространил метрическую гипотезу С.Г.Дани на все подгруппы $U \subseteq G$, порожденные унипотентными элементами. А.Н.Старков в статье «Новый прогресс в теории однородных потоков» (УМН, 1997, том 52, вып.4 (316)) пишет: «Метрическая гипотеза Дани состояла в том, что все вероятностные эргодические меры для действия унипотентных подгрупп $U \subseteq G$ на однородных пространствах $\Gamma \backslash G$ имеют алгебраическое происхождение. Гипотеза Маргулиса распространяла это утверждение на все подгруппы $U \subseteq G$, порожденные унипотентными элементами (см. обзоры [R94, 95b], [B]. Полное решение гипотезы Дани и «почти полное» гипотезы Маргулиса было получено Мариной Ратнер» (Староков, 1997, с.129). Здесь [R94] – исследование М.Ратнер (1994), [R95b] – исследование М.Ратнер (1995), [B] – работа А.Бореля (1995).

Индукция Ефима Зельманова. В 1968 году отечественные математики П.С.Новиков и С.И.Адян получили отрицательное решение проблемы Бернсайда. Но за 18 лет до этого, в 1950 году, известный специалист в теории групп В.Магнус переформулировал проблему Бернсайда и поставил несколько другой вопрос: существует ли максимальная конечная периодическая группа с данным числом порождающих ее элементов m и фиксированным периодом n? Эта переформулировка получила название ослабленной проблемы Бернсайда (ОПБ). Эту проблему решил российский математик Е.И.Зельманов (1989), за что был удостоен в 1994 году премии Филдса (аналога Нобелевской премии для математиков). К сожалению, в России он не нашел нормальных условий для работы и был вынужден уехать в США. Нам нужно стараться не создавать искусственных препятствий для развития и деятельности таких талантливых ученых, как Е.И.Зельманов. В доказательстве теорем, которые, в конечном счете, позволили Ефиму Зельманову решить ограниченную проблему Бернсайда, индукция играла существенную роль. В статье «Абсолютные делители нуля в йордановых парах и алгебрах Ли» (Математический сборник, 1980, том 112 (154), № 4), где Зельманов вплотную подходит к решению указанной проблемы, он несколько раз использует индуктивные доказательства. В частности, он доказывает посредством индукции лемму 1.1 – с.613, лемму 1.5 – с.615, лемму 1.6 – с.615, лемму 1.11 – с.619, лемму 2.6 – с.623, теорему 3 – с.623. Другими словами, в данной статье Зельманов 6 раз опирается на индукцию в доказательстве математических утверждений, ведущих к решению ОПБ. Индуктивные доказательства можно найти и в другой его статье, посвященной проблеме Бернсайда. В частности, в статье «Решение ослабленной проблемы Бернсайда для групп нечетного показателя» (Известия АН СССР, серия математическая, 1990, том 54, вып.1) Е.И.Зельманов посредством индукции доказывает предложение 1 – с.49, лемму 1 – с.50, лемму 4 – с.56. Следует также указать, что, решая ослабленную проблему Бернсайда, Е.И.Зельманов использовал «метод сэндвичей», разработанный его учителем А.И.Кострикиным. Э.Б.Винберг, Е.С.Голод, Е.И.Зельманов и другие в статье «Алексей Иванович Кострикин» (УМН, 2001, том 56, вып.3 (339)) пишут: «Развитие метода сэндвичей привело А.И.Кострикина в 1958 году к положительному решению ослабленной проблемы Бернсайда для любого простого числа p. Подробное изложение решения проблемы дано в его монографии «Вокруг Бернсайда» (1986 г.). Спустя 30 лет в 1989 году, применяя модифицированный метод сэндвичей и развивая другие интересные идеи, Е.И.Зельманов решил ослабленную проблему Бернсайда для произвольного показателя» (Винберг и др., 2001, с.144). Здесь мы наблюдаем роль заимствования (аналогии, переноса) в доказательстве, этот вопрос рассматривается нами в книге «1000 аналогий, изменивших науку» (2010). Описывая роль индукции в доказательстве, построенном Е.И.Зельмановым, хотелось бы привести высказывание Ю.А.Данилова из его книги «Джон фон Нейман» (1981): «Единого определения математики не существует. Сколь ни богат выбор различных типов определений в логике, ни один из них не позволяет полностью охарактеризовать неуловимую сущность математики. Например, широко известное определение математики через ближайший род и видовое отличие «Математика – дедуктивная наука, занимающаяся изучением…» неполно хотя бы потому, что дедуктивный характер присущ традиционной форме изложения математических результатов, т.е. математике «готовой». В процессе поиска доказательства теоремы математик следует примеру естествоиспытателя и широко использует индуктивные рассуждения, аналогию и т.р.» (Ю.А.Данилов, 1981).

Индукция Ефима Зельманова. Е.И.Зельманов (1983) обобщил на случай произвольных йордановых алгебр ряд результатов, полученных А.И.Ширшовым при изучении специальных йордановых алгебр. Ю.А.Бахтурин и А.Ю.Ольшанский в статье «Тождества» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 18) указывают: «А.И.Ширшов доказал локальную конечномерность алгебраических PI-алгебр. Им же была получена аналогичная теорема о специальных йордановых алгебрах (т.е. подалгебрах ассоциативных алгебр над полем характеристики, не равной 2, относительно операции $x \circ y=1/2\ (xy + yx)$. Из этих результатов вытекает нильпотентность соответствующих конечно порожденных алгебр с тождеством $X^n \equiv 0$. Е.И.Зельманов распространил результаты А.И.Ширшова на случай произвольных йордановых алгебр [139]» (Бахтурин, Ольшанский, 1988, с.178). Здесь [139] – работа Е.И.Зельманова (1983).

Индукция Пьера Делиня. Французский математик, лауреат премии Филдса за 1978 год Пьер Делинь при помощи индукции доказал гипотезы Андре Вейля. Кратко объясним смысл гипотез А.Вейля. Лучший способ понять их – это описать их историческое происхождение, в связи с чем мы должны отметить, что Андре Вейль (1947) сформулировал гипотезу о том, что в теории алгебраических многообразий (алгебраической геометрии) должны действовать гипотеза Римана о распределении нулей дзета-функции и формула Лефшеца о неподвижной точке непрерывного отображения, по аналогии с действием указанных результатов Римана и Лефшеца в теории чисел (теории функций) и топологии. Другими словами, А.Вейль перенес в алгебраическую геометрию гипотезу Римана из теории чисел и топологическую формулу Лефшеца из топологии. Доказательству этих гипотез А.Вейля и были посвящены усилия П.Делиня, который использовал индуктивный способ доказательства. И.В.Долгачев и В.А.Исковских в статье «Геометрия алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 1974, том 12) пишут о методе, который применял П.Делинь: «Метод расслаивания алгебраического многообразия на подмногообразия меньшей размерности является важным техническим приемом в изучении геометрии многообразий. С одной стороны, он дает возможность проводить индукцию по размерности, с другой, - извлекать информацию о специфических свойствах многообразия из свойств критических точек и вырождений. В последнее время он был с успехом применен для решения старых классических проблем в алгебраической геометрии (Гриффитсом – при построении контрпримера к гипотезе о совпадении алгебраической и гомологической эквивалентности циклов [380, 473], Делинем – в доказательстве гипотез Вейля, см. [746])» (Долгачев, Исковских, 1974, с.98). Здесь [380] – работа Р.Гриффитса (1969).

Индукция Пьера Делиня и Дэвида Мамфорда. П.Делинь и Д.Мамфорд (1969), работая на теорией стека модулей стабильных кривых, доказали основные результаты этой теории при помощи индукции. Дж.Харрис и Я.Моррисон в книге «Модули кривых» (2004) отмечают: «Когда Делинь и Мамфорд впервые работали над теорией стека модулей стабильных кривых в [29], неприводимость пространства Mg в положительной характеристике приходилось доказывать индукцией по g. Интересно сравнить приведенное выше доказательство (излагаемое Дж.Харрисом и Я.Моррисоном на стр.279 доказательство теоремы о том, что пространство Mg неприводимо над любым алгебраически замкнутым полем – Н.Н.Б.) с несколько загадочным индуктивным рассуждением, которое Делинь и Мамфорд ввиду отсутствия конкретной проективной конструкции пространства Mg вынуждены были применить» (Харрис, Моррисон, 2004, с.280). Здесь [29] – работа П.Делиня и Д.Мамфорда «The irreducibility of the space of curves of given genus» (Publ. Math. I.H.E.S., 36, 75-110, 1969). Отметим, что здесь Mg – компактификация пространства модулей.

Индукция Пьера Делиня. Пьер Делинь (1970) перенес на более общую ситуацию теорему сравнения Гротендика. И.В.Долгачев в статье «Абстрактная алгебраическая геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1972, том 10) пишет: «Понятие регулярной связности обобщает классическое понятие дифференциального уравнения с регулярной особой точкой и служит предметом книги Делиня [163] (см. также [302, 350]). В ней же дано обобщение теоремы сравнения Гротендика» (Долгачев, 1972, с.65). Здесь [163] – исследование П.Делиня (1970).

Индукция Пьера Делиня. Пьер Делинь (1973, 1974) индуктивно обобщил на произвольные комплексные алгебраические многообразия теорию Ходжа. В.И.Данилов и А.Г.Хованский в статье «Многогранники Ньютона и алгоритм вычисления чисел Ходжа-Делиня» (Известия АН СССР, 1986, том 50, вып.5) пишут: «Одним из наиболее естественных топологических инвариантов любого многообразия являются его гомологии или когомологии. Начиная с Ходжа, было известно, что когомологии комплексного проективного многообразия обладают естественным разложением Ходжа. Делинь [1], [2] обобщил теорию Ходжа на произвольные комплексные алгебраические многообразия, снабдив их когомологии так называемой смешанной структурой Ходжа» (Данилов, Хованский, 1986, с.925).

Индукция Пьера Делиня. Пьер Делинь пришел к идее о существовании естественной возрастающей весовой фильтрации на любой когомологической группе алгебраического многообразия, индуктивно исходя из следующего факта. Жан-Люк Брылински и Стевен Цукер в статье «Обзор последних исследований в теории Ходжа» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 69) повествуют: «Делиня привел к идее возрастающей фильтрации факт о существовании нетривиальных расширений алгебраических многообразий от тора к острию (в категории алгебраических групп), обобщенных якобианов Розенлихта – и ничто другое» (Брылински, Цукер, 1991, с.49).

Индукция Пьера Делиня. Пьер Делинь индуктивно перенес в теорию алгебраических многообразий понятие групп ГМ-когомологий, впервые введенное Макферсоном и Горески для топологических пространств. Р.У.Картер в статье «О теории представлений конечных групп типа Ли над алгебраически замкнутым полем характеристики нуль» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 77) указывает: «Группы ГМ-когомологий для топологических пространств были впервые введены Горески и Макферсоном [48]. Впоследствии Делинь развил вариант этой теории для алгебраических многообразий» (Картер, 1991, с.78).

Индукция Морихико Саито. М.Саито (1986), развивая теорию поляризованных модулей Ходжа и смешанных модулей Ходжа, индуктивно определил категории фильтрованных D-модулей, обладающих свойством фильтрации Ходжа и весовой фильтрацией. Жан-Люк

Брылински и Стевен Цукер в статье «Обзор последних исследований в теории Ходжа» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 69) пишут об исследованиях М.Саито: «В развитой им теории поляризованных модулей Ходжа [159] и смешанных модулей Ходжа [155] Морихико Саито индуктивно определил категории фильтрованных D-модулей, обладающих этим свойством (свойством фильтрации Ходжа и свойством весовой фильтрации – Н.Н.Б.), используя условия исчезания и почти цикличности пучков, ассоциированных с локально голоморфными функциями, и совместимость с так называемой V-фильтрацией Касивары-Мальгранжа. Поскольку зачастую эти объекты очень трудно описать явным образом, основная часть теории состояла в доказательстве существования нетривиальных объектов в этих категориях!» (Брылински, Цукер, 1991, с.52). Здесь [155] – работа М.Саито (1986). Об этом же Ж.Л.Брылински и С.Цукер говорят в другом месте своей статьи: «…М.Саито определил полную подкатегорию МН (x, n) – категорию модулей Ходжа веса n. Она определяется индукцией по размерности x. Решающий шаг индукции включает в себя рассмотрение «пучка почти циклов» ψg (К) и «пучка исчезающих циклов» φg (К) для конструктивного комплекса пучков К над x и непостоянной голоморфной функции g на x» (там же, с.107).

Индукция Александра Александровича Бейлинсона. Отечественный математик А.А.Бейлинсон (1978) обобщил на случай проективного пространства любой размерности результаты Хоррокса, Барта и Дринфельда-Манина. Поясним, что результаты В.Г.Дринфельда и Ю.И.Манина, которые обобщал А.А.Бейлинсон, изложены ими в статье «Автодуальные поля Янга-Миллса над сферой» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1978, том 12, вып.2). Основной теоремой этих результатов является следующее утверждение, состоящее из трех пунктов: а) (Р, А) есть автодуальное поле Янга-Миллса, б) описанная конструкция порождает все автодуальные поля для групп О, U, Sp, в) неизоморфные данные линейной алгебры порождают разные поля. Здесь O(r), U(r), Sp(r) – классические компактные группы Ли, Р – главное G-расслоение над S^4, А – связность на Р, удовлетворяющая уравнению дуальности. В.Г.Дринфельд и Ю.И.Манин в указанной статье говорят о только что приведенной теореме: «По существу, формулировки б) и в) являются переводом на язык уравнений Янга-Миллса чисто алгебро-геометрической теоремы о классификации некоторых локально-свободных пучков на CP^3» (Дринфельд, Манин, 1978, с.78). Именно эту теорему наряду с прочими результатами и обобщал А.А.Бейлинсон, который в работе «Когерентные пучки на P^n и проблемы линейной алгебры» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1978, том 12, вып.3) пишет: «Цель заметки – обобщение результатов Хоррокса, Барта [1] и Дринфельда-Манина [2] на случай проективного пространства любой размерности n. В частности, для любого когерентного пучка L на P^n будет построена единственная с точностью до гомотопии «двусторонняя резольвента» (Бейлинсон, 1978, с.68). Здесь [2] – статья В.Г.Дринфельда и Ю.И.Манина «О локально свободных пучках на CP^3, связанных с полями Янга-Миллса» (УМН, 1978, том 33, вып.3 (201)).

Индукция Александра Александровича Бейлинсона. А.А.Бейлинсон (1980) обобщил на многомерный случай конструкцию Тэйта (1969) вычетов дифференциалов на кривых. А.А.Бейлинсон в статье «Вычеты и адели» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1980, том 14, вып.1) пишет о своей работе: «В заметке конструкция Тэйта [1] вычетов дифференциалов на кривых обобщается на многомерный случай. При этом локальный вычет Паршина [2], [3] и Эльцейна [4] возникает из класса когомологий некоторой бесконечномерной алгебры Ли. Кроме того, показано, как глобальный морфизм следа Гротендика разлагается в сумму вычетов» (Бейлинсон, 1980, с.44). Здесь [1] – работа лауреата премии Вольфа за 2002 год и премии Абеля за 2010 год Джона Тэйта (1969), чью конструкцию обобщил А.А.Бейлинсон.

Индукция Александра Александровича Бейлинсона. А.А.Бейлинсон (1985, 1986) обобщил когомологии П.Делиня на случай некомпактных многообразий. Жан-Люк Брылински и Стевен Цукер в статье «Обзор последних исследований в теории Ходжа» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 69) отмечают: «А.А.Бейлинсон [11], [12] обобщил когомологии Делиня на случай некомпактных многообразий и построил регуляторные отображения из Km (X) в когомологии Делиня. (…) А.А.Бейлинсон [12] дал замечательную интерпретацию когомологий Делиня в терминах расширений приведенной категории смешанных структур Ходжа» (Брылински, Цукер, 1991, с.53). Здесь [11] и [12] – исследования А.А.Бейлинсона (1985, 1986).

Индукция Наварро Азнара. Наварро Азнар (1987) перенес теорию Ходжа-Делиня на гомотопические группы алгебраических многообразий. Жан-Люк Брылински и Стевен Цукер в статье «Обзор последних исследований в теории Ходжа» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 69) указывают: «Совсем недавно теория Ходжа-Делиня была переформулирована и обобщена Наварро Азнаром [135] на гомотопические группы алгебраических многообразий» (Брылински, Цукер, 1991, с.69). Здесь [135] – работа Н.Азнара (1987).

Индукция Е.М.Чирки, Ю.Н.Дрожжинова, Б.И.Завьялова и Ю.В.Хурумова. Е.М.Чирка (1973), Ю.Н.Дрожжинов и Б.И.Завьялов (1982), а также Ю.В.Хурумов (1983) перенесли на более общую ситуацию классическую теорему Линделефа о существовании углового предела голоморфной функции. Примечательно, что позже С.И.Пинчук (1987) частично обобщил данную теорему Линделефа на асимптотически голоморфные функции. В статье «Асимптотически голоморфные функции и их применения» («Математический сборник», 1987, том 134 (176), № 4) С.И.Пинчук и С.В.Хасанов отмечают: «Классическая теорема Линделефа о существовании углового предела голоморфной функции получила глубокие обобщения на многомерный случай в работах Е.М.Чирки [7], Ю.Н.Дрожжинова, Б.И.Завьялова [2], Ю.В.Хурумова [6]. В данном пункте эти результаты с помощью методов работы [6] частично переносятся на асимптотически голоморфные функции» (Пинчук, Хасанов, 1987, с.551). Здесь [7] – статья Е.М.Чирки «Теоремы Линделефа и Фату в C^n» («Математический сборник», 1973, том 92 (134)), [2] – работа В.И.Завьялова и Ю.Н.Дрожжинова «О многомерном аналоге теоремы Линделефа» (ДАН СССР, 1982, том 262, № 2), [6] – статья Ю.В.Хурумова «К теореме Линделефа в C^n» (ДАН СССР, 1983, том 273, № 6).

Индукция Кеннета Аппеля и Вольфганга Хакена. Ранее мы говорили о том, что английский математик Джон Хивуд, решая топологическую проблему четырех красок, получил частное решение этой проблемы, причем его доказательства были индуктивными. Д.Хивуд доказал, что для раскраски стран на карте достаточно пяти красок. Полное решение этой проблемы дали Кеннет Аппель и Вольфганг Хакен (1976). Они доказали теорему о возможности раскрасить страны с помощью четырех красок. Их доказательство было индуктивным, поскольку оно базировалось на переборе (систематическом анализе) тысяч конфигураций карт, стран и цветов. Этот перебор осуществил компьютер, в программу которого были введены соответствующие исходные данные. Саймон Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет: «В июне 1976 года, затратив 1200 часов машинного времени, Хакен и Аппель заявили во всеуслышание, что им удалось проанализировать все 1482 карты и для раскрашивания ни одной из них не требуется более четырех красок. Проблема четырех красок Гатри была, наконец, решена» (С.Сингх, 2000). Об этом же пишет Брайан Дэвис в статье «Куда движется математика?» (сайт «Элементы большой науки», 14.11.2005 г.): «Первым примером крупной математической теоремы, для доказательства которой был применен компьютер, стала теорема о четырех цветах, доказанная в 1976 году Аппелем и Хакеном [1], [2]. Это сильно обеспокоило многих математиков по двум причинам. Во-первых, был выдвинут довод, что в корректности доказательства невозможно убедиться, не перепроверив вручную все итерации расчетов, проделанных машиной» (Б.Дэвис, 2005). В.А.Успенский в статье «Семь размышлений на темы философии математики» (сборник «Закономерности развития современной математики», 1987) приводит слова Аппеля и Хакена по поводу своего доказательства: «При доказательстве было осуществлено беспрецедентное применение компьютеров. Дело в том, что используемые в доказательстве вычисления делают его более длинным, чем традиционно считается допустимым. На самом деле, правильность предложенного доказательства вообще не может быть проверена без помощи компьютера. Более того, некоторые из решающих идей доказательства материализовались посредством компьютерных экспериментов» (В.А.Успенский, 1987). Отвечая на вопросы критиков, не нашедших в доказательстве указанных математиков следов изящной дедукции, Кеннет Аппель сказал: «То, что компьютер может за несколько часов «просмотреть» столько деталей, сколько человек не сможет просмотреть за всю свою жизнь, не меняет в принципе представление о математическом доказательстве. Меняется не теория, а практика математического доказательства». Это соображение Аппеля можно найти в книге С.Сингха «Великая теорема Ферма» (2000). Стоит ли удивляться тому, что доказательство теоремы о четырех красках носило преимущественно переборный характер, если даже король инвариантов П.Гордан (1868), как мы уже отметили, доказал теорему о существовании конечного базиса инвариантов на основе трудоемкого перебора?

Индукция Владимира Сергеевича Михалевича и Наума Зуселевича Шора. Украинские математики, академики НАН Украины и АН СССР, В.С.Михалевич и Н.З.Шор (1961) методом перебора, то есть эмпирическим (индуктивным) методом решили задачу оптимального размещения предприятий. Указанный метод последовательного анализа вариантов оказался прекрасным инструментом решения многовариантных экономических задач управления, планирования и проектирования. В.Р.Хачатуров в докторской диссертации «Аппроксимационно-комбинаторный метод и его применение для решения задач регионального программирования» (Москва, 1984) пишет о событиях 1962 года, когда по рекомендации семинара Лаборатории экономико-математических методов АН СССР была опубликована работа В.П.Черенина о методе последовательных расчетов для решения задач оптимального размещения предприятий: «В этом же году в трудах того же семинара В.С.Немчинова вышла работа В.С.Михалевича, Н.З.Шора [72], в которой был предложен метод последовательного анализа вариантов. В этом методе был сформулирован общий подход к решению многовариантных задач управления, планирования и проектирования, нашедший впоследствии применение для решения самых разнообразных задач, в том числе относящихся к задачам территориального планирования» (В.Р.Хачатуров, 1984). Здесь [72] – статья В.С.Михалевича и Н.З.Шора «Численное решение многовариантных задач по методу последовательного анализа вариантов» («Научно-методические материалы экономико-математического семинара», Москва, ЛЭММ АН СССР, 1962, вып.1). Академик НАН Украины Иван Сергиенко в статье «С алгоритмами – всю жизнь» (Украинская газета «День», № 41 от 10 марта 2010 г.) рассказывает: «Разрабатывая алгоритмы численного решения экстремальных задач технико-экономического планирования, В.Михалевич обратил внимание на целесообразность использования идей теории последовательных статистических решений. Как следствие, была обоснована схема последовательного анализа вариантов и предложены численные алгоритмы ее реализации на компьютерах. О результатах Владимир Сергеевич доложил на IV Всесоюзном математическом съезде в 1961 г. Метод последовательного анализа вариантов быстро завоевал признание и широкое применение. С подачи академика Н.Моисеева этот метод москвичи назвали «киевским веником». «Киевский веник» стал одним из основных инструментов при решении задач оптимального проектирования дорог, электрических и газовых сетей, при определении кратчайших путей на графах, критических путей в задачах сеточного планирования, размещения производства, теории расписаний, календарного планирования и многих других» (И.Сергиенко, 2010). Отметим, что доклад, с которым В.С.Михалевич и Н.З.Шор выступили в 1961 году на IV Всесоюзном математическом съезде, назывался «Метод последовательного анализа вариантов при решении вариационных задач управления, планирования и проектирования».

Индукция Никиты Николаевича Моисеева. Отечественный математик Н.Н.Моисеев (1962) методом перебора решил задачу расчета траекторий движения технических объектов (в том числе космических аппаратов). Собственно, прямой метод решения данной задачи, предложенный Н.Н.Моисеевым, и был основан на переборе вариантов в пространстве управлений и в пространстве состояний системы. Этот метод был настолько похож на метод Михалевича-Шора, созданный украинскими математиками В.С.Михалевичем и Н.З.Шором в 1961 году для решения задач оптимального размещения предприятий, что влияние метода Михалевича-Шора на исследования Н.Н.Моисеева несомненно. Там, где мы имеем дело со стратегией полного перебора, вывод, основанный на результатах этого перебора, всегда будет представлять собой полную индукцию. Что касается неполной индукции, то она обнаруживает себя в ситуациях, когда обобщаются результаты неполного перебора вариантов. В методе полного перебора Н.Н.Моисеева реализуется как раз полная индукция. О том, что разработанный Н.Н.Моисеевым метод расчета траекторий космических объектов включал в себя последовательный перебор вариантов, пишет А.А.Петров в статье «Выдающийся российский ученый Н.Н.Моисеев» («Материалы II Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование развивающейся экономики», Киров, 2007): «Принцип максимума Понтрягина сводит задачу об управлении объектом к решению сложной краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений. Регулярных численных методов решения задачи не было. Моисеев искал новые подходы. На них натолкнуло его исследование задачи о движении космического аппарата в облет радиационных поясов Земли. Опасность попасть в радиационный пояс выражается ограничением на фазовые координаты космического аппарата, поэтому к задаче нельзя применить классический принцип максимума Понтрягина. Моисеев предложил прямые методы решения задачи перебором в пространстве управлений и в пространстве состояний системы, идейно близкие к методу направленного перебора Михалевича-Шора. Возник подход к решению широкого класса задач оптимизации, Моисеев с сотрудниками Н.Я.Багаевой и Н.К.Буровой использовал его для расчета оптимальных траекторий космических аппаратов и оптимальных курсов кораблей в океане. (…). Итог этим исследованиям Н.Н.Моисеева подвела монография «Численные методы в теории оптимальных систем», опубликованная в 1971 году и переизданная в 1975 году» (Петров, 2007, с.16). Об этом же А.А.Петров сообщает в статье «Жизнь, посвященная России (к 90-летию со дня рождения академика Н.Н.Моисеева)» («Вестник РАН», 2007, том 77, № 8): «Моисеев предложил прямые методы решения перебором в пространстве управлений и состояний системы, идейно близкие методу направленного перебора Михалевича-Шора. Возник подход к решению широкого класса задач оптимизации. Моисеев с сотрудниками Н.Я.Багаевой и Н.К.Буровой использовал его для расчета оптимальных траекторий космических аппаратов и оптимальных курсов кораблей в океане» (Петров, 2007, с.737).

Индукция Александра Александровича Зенкина. Российский математик А.А.Зенкин (1982) методом компьютерных вычислений, который, как мы уже отметили, предполагает анализ (перебор) огромного эмпирического числового материала, доказал теорему Полла о суммах квадратов положительных целых чисел. Данная теорема является обобщением теоремы Лагранжа о том, что при любом фиксированном $S \geq 4$ каждое натуральное число $n \geq 1$ представимо суммой ровно S квадратов неотрицательных целых чисел. А.А.Зенкин в статье «Обобщенная проблема Варинга: об одном новом свойстве натуральных чисел» («Математические заметки», 1995, том 58, вып.3) объясняет, как он доказывает теорему Полла: «Нами было впервые найдено также, что среди чисел $n < 100$ свойствами одновременной представимости суммами квадратов положительных целых чисел при всех S,

$2 \leq S \leq n$, кроме семи значений $S = n - z$, $z \in Z$ (1, 2), обладают следующие натуральные числа: 34 45 50 53 61 68 72 73 74 82 89 90 97 98. Теперь для доказательства теоремы Полла, данного в работе [1], достаточно воспользоваться уникальными свойствами числа 34 (а не 169, как было ранее). Приведем здесь это наиболее короткое и простое доказательство теоремы Полла, поскольку оно является хорошей иллюстрацией метода доказательства общих математических утверждений с помощью компьютера, описанного в нашей работе [3]. Существенным этапом такого доказательства является компьютерная проверка истинности некоторого теоретико-числового предиката на начальном отрезке натурального ряда [1, n_0], где граница n_0 определяется явно» (Зенкин, 1995, с.374). Здесь [1] – статья А.А.Зенкина «Обобщение теоремы А.Виферих на случай натуральных слагаемых» («Доклады АН СССР», 1982, том 264, № 2), [3] – монография А.А.Зенкина «Когнитивная компьютерная графика» (Москва, «Наука», 1991). Кстати, имеется работа, в которой теорема Полла о представлении квадратичных форм квадратичными формами в произвольном поле переносится на более общий случай. Мы имеем в виду статью А.В.Малышева «О квадратичных формах в произвольном поле. Обобщение теоремы Полла» (УМН, 1960, том 15, вып.3 (93)).

Индукция Р.Баласубраманиана, Ж.Дешалле, Ф.Дресса и других ученых. Р.Баласубраманиан, Ж.Дешалле, Ф.Дресс и другие математики (1986) при помощи компьютерных вычислений, то есть путем эмпирического перебора огромного количества вариантов, доказали теорему о том, что любое натуральное число представимо суммой 19-ти биквадратов неотрицательных целых чисел. Образно выражаясь, можно сказать, что компьютер, перебравший колоссальный числовой материал, продемонстрировал справедливость утверждения В.И.Арнольда о том, что математика есть экспериментальная наука. А.А.Зенкин в статье «Проблема Варинга для сумм биквадратов положительных целых чисел: g (1, 4) = 21» («Математические заметки», 1993, том 54, вып.5) пишет: «Наиболее ярким и значительным событием последнего десятилетия в теории чисел, без сомнения, является следующий «абсолютный» результат, полученный в 1986 г. интернациональной группой математиков и программистов с помощью удачного сочетания возможностей аналитических методов и современной вычислительной техники. Теорема (Р.Баласубраманиан, Ж.Дешалле и Ф.Дресс [1]). g (4) = 19, т.е. любое натуральное число представимо суммой 19-ти биквадратов неотрицательных целых чисел» (Зенкин, 1993, с.45). А.А.Зенкин называет этот результат сенсацией: «Как уже отмечалось выше, в 1986 г. в теории чисел произошло сенсационное событие: Баласубраманиан с соавторами решили двухсотлетнюю проблему о суммах девятнадцати биквадратов неотрицательных (m=0) целых чисел [1]» (там же, с.52).

Индукция Эндрю Одлыжко. Американский математик Эндрю Одлыжко (1987) благодаря компьютерному перебору сформулировал закон Монтгомери-Одлыжко, согласно которому распределение интервалов между последовательными нетривиальными нулями дзета-функции Римана статистически тождественно распределению собственных значений эрмитова оператора (ГУА-оператора), описывающего поведение систем субатомных частиц, которые подчиняются законам квантовой механики. Э.Одлыжко перебрал с помощью компьютера 100 тысяч нетривиальных нулей дзета-функции Римана, в результате чего установил, что интервалы между названными нулями распределяются так же, как распределяются собственные значения эрмитова оператора, соответствующего системам субатомных частиц. Тем самым Э.Одлыжко эмпирически подтвердил гипотезу Хью Монтгомери (1973) о том, что интервалы между нулями дзета-функции Римана можно описать парной корреляционной функцией для собственных значений случайных эрмитовых матриц (корреляционной функцией из теории квантовых динамических систем). Этот результат проливает свет на природу дзета-функции Римана и подсказывает пути доказательства знаменитой гипотезы Римана о том, что все нетривиальные нули дзета-функции имеют действительную (вещественную) часть, равную одной второй (1/2). Д.Дербишир в книге «Простая одержимость» (Москва, «Астрель», 2010) повествует о том, как Одлыжко (1987) получил основания для формулировки закона Монтгомери-Одлыжко: «Размышляя по поводу лекции Монтгомери, Одлыжко рассуждал следующим образом. Гипотеза Монтгомери утверждает, что интервалы между нулями дзета-функции подчиняются некоторому статистическому закону. Этот закон возникает также при исследовании определенного семейства квантовых динамических систем, которые отвечают модели ГУА. Статистические свойства этого семейства были предметом интенсивного изучения в течение ряда лет. Однако статистические свойства нулей дзета-функции исследовались совсем мало. Пользу могло бы принести восстановление баланса – т.е. исследование статистических свойств нулей дзета-функции. К этому Эндрю Одлыжко и приступил. Используя в качестве платформы для вычислений свободные процессорные мощности супер-компьютера Cray в Белловских лабораториях (ограниченные, однако, пятичасовым интервалом для каждого этапа вычислений), он с высокой точностью (около 8 десятичных знаков) получил первые 100.000 нетривиальных нулей дзета-функции Римана, исходя из формулы Римана-Зигеля» (Дербишир, 2010, с.351). «Получилось, - поясняет Д.Дербишир, - несколько больше малых интервалов, чем это предсказывала модель ГУА. Тем не менее, результаты Одлыжко произвели достаточное впечатление, чтобы привлечь внимание исследователей из нескольких различных областей. Дальнейшая работа позволила прояснить ситуацию с несоответствиями, отмеченными в статье 1987 года, и «гипотеза Монтгомери о парных корреляциях» стала законом Монтгомери-Одлыжко: распределение интервалов между последовательными нетривиальными нулями дзета-функции Римана (в правильной нормировке) статистически тождественно распределению собственных значений ГУА-оператора» (там же, с.352). Со слов Д.Дербишира, «самой ранней ссылкой на закон Монтгомери-Одлыжко (именно под таким названием), которую мне удалось найти, является статья Николаса Каца и Питера Сарнака, опубликованная в 1999 г. Слово «закон» здесь, конечно, понимается в физическом, а не в математическом смысле. Это факт, установленный эмпирическим путем, как законы движения планет, сформулированные Кеплером» (там же, с.352).

Индукция Владимира Владимировича Успенского. В.В.Успенский (1982) перенес на более общую ситуацию теорему М.Г.Ткаченко о том, что число Суслина свободной топологической группы произвольного компакта счетно. О.В.Сипачева в статье «Топология свободной топологической группы» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2003, том 9, № 2) повествует: «М.Г.Ткаченко [33] обнаружил замечательный факт: число Суслина свободной топологической группы произвольного компакта счетно. Для доказательства этой теоремы Ткаченко пришлось понять, как выглядят окрестности точек в Fn (X) для компактных X и применить чисто комбинаторные соображения. Доказательство теоремы представляет собой образец изящества: оно весьма нетривиально, но выглядит простым (этим достоинством как комбинаторные рассуждения, так и рассуждения, связанные со строением топологии свободных групп, обладают очень редко)…» (Сипачева, 2003, с.178). «Теорема Ткаченко, - продолжает О.В.Сипачева, - была значительно обобщена В.В.Успенским [40] (Ткаченко доказал свою теорему раньше Успенского, но процесс ее публикации занял больше времени, так что в печати она появилась позже): если в топологической группе G есть всюду плотное подпространство, которое можно представить как всюду плотное подпространство топологического произведения линделефовых пространств, то число Суслина пространства G счетно» (там же, с.179). Здесь [40] – статья В.В.Успенского «Топологическая группа, порожденная линделефовым ∑-пространством, обладает свойством Суслина» («Доклады АН СССР», 1982, том 265, № 4). Об этом же сообщает А.В.Архангельский в статье «Алгебраические объекты, порожденные топологической структурой» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 25): «Из теоремы Ткаченко сразу следует, что если пространство топологической группы G содержит всюду плотное δ-компактное подпространство (т.е. G R-сепарабельно), то число Суслина пространства G счетно (т.е. C (G) ≤ $\aleph_0$). Данная теорема была глубоко обобщена В.В.Успенским [124]…» (Архангельский, 1987, с.154).

Индукция Валерия Васильевича Козлова. В свое время Поль Пенлеве поставил следующий вопрос: существуют ли интегралы уравнения вращения волчка помимо тех, которые найдены Эйлером, Лагранжем и Ковалевской с использованием функций на плоскости комплексного времени. Другими словами, являются ли данные функции единственными, дающими решение уравнения вращения волчка? Эту задачу решил российский математик, лауреат премии С.А.Чаплыгина (1988), Государственной премии РФ (1994), обладатель золотой медали А.Пуанкаре (2004), В.В.Козлов. Примечательно, что В.В.Козлов (1976) решил данную проблему, то есть доказал теорему, дающую решение проблемы Пенлеве, по аналогии воспользовавшись методом малого параметра, разработанным А.Пуанкаре. А идею применения данного метода ему подсказал известный отечественный аэродинамик, ученик Н.Жуковского, В.В.Голубев. Л.А.Протасова и И.А.Тюлина в книге «Владимир Васильевич Голубев» (Москва, издательство Московского университета, 1986) пишут о книге В.В.Голубева «Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки», опубликованной в 1953 году: «Примечательно, что книга В.В.Голубева [7] явилась отправной точкой для работ по этой проблематике В.В.Козлова, который называет монографию [7] замечательной и блестящей, дополняя тем самым мнение Н.Н.Лузина… Кстати, успех в исследованиях В.В.Козлова был достигнут именно благодаря применению метода малого параметра Пуанкаре, на котором акцентировал внимание В.В.Голубев в книгах [23] и [7]» (Протасова, Тюлина, 1986, с.86). Здесь [23] – это книга В.В.Голубева «Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений» (1941), а [7] – книга В.В.Голубева «Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки» (1953). В.В.Козлов в статье «Софья Ковалевская: математик и человек» (УМН, 2000, том 55, вып.6 (336)) сам говорит о том, что он доказал ряд теорем, из которых вытекает решение проблемы Пенлеве, по аналогии воспользовавшись методом малого параметра Пуанкаре. «Задача Пенлеве, - пишет он, - довольно деликатная: можно привести примеры простых по виду интегрируемых систем с хорошими первыми интегралами, а их решения не однозначные и ветвятся. Тем не менее, в 1976 г. мной были найдены достаточные условия (выполняющиеся в типичной ситуации), когда из многозначности общего решения вытекает отсутствие полиномиальных (и даже голоморфных) первых интегралов (см. [5]). Доказательство использовало метод малого параметра Пуанкаре» (Козлов, 2000, с.170). Отметим, что метод малого параметра – это процедура представления аналитических интегралов в виде сходящихся рядов по степеням малого параметра. Следует подчеркнуть, что метод малого параметра был известен задолго до Пуанкаре. В частности, его использовали математики времен Лагранжа и сам Лагранж в небесной механике для вычисления орбит небесных тел. Н.М.Крылов и Н.Н.Боголюбов в статье «Основные проблемы нелинейной механики» (Известия АН СССР, 1933, вып.4) говорят: «Таким образом, уже начиная с Лагранжа, астрономы при исследовании различных проблем, относящихся к нелинейным колебаниям, пользовались с успехом особым методом, состоящим в разложении искомых функций, удовлетворяющих дифференциальным уравнениям, по степеням некоторого малого параметра μ, входящего в данное дифференциальное уравнение» (Крылов, Боголюбов, 1933, с.476). Рассмотрим работы В.В.Козлова, в которых теоремы доказываются на основе индукции.

1. В статье «Об интегрируемости гамильтоновых систем с торическим пространством положений» (Математический сборник, 1988, том 135 (177), № 1) В.В.Козлов и Д.В.Трещев посредством индукции доказывают следующие результаты: лемму 1 – с.126 (об этой лемме авторы пишут: «Доказательство проводится индукцией по r»), лемму 3 – с.126 (об этой лемме авторы говорят: «Доказательство проводится индукцией по m»), лемму 6 – с.127 (доказывая данную лемму, авторы отмечают: «Доказательство проводится индукцией по m с

применением формулы (1.7)»), лемму 8 – с.128, лемму 15 – с.131 (о которой математики пишут: «Доказательство основано на индуктивном применении следующего известного факта…»), лемму 17 – с.132 (относительно которой в статье сказано следующее: «Доказательство проведем индукцией по размерности многогранника М»).

2. В статье «О полиномиальных интегралах динамических систем с полутора степенями свободы» (Математические заметки, 1989, том 45, № 4) В.В.Козлов при помощи индукции доказывает теорему 2 – с.49.

3. В статье «Полиномиальные интегралы гамильтоновых систем с экспоненциальным взаимодействием» (Известия АН СССР, серия математическая, 1989, том 53, № 3) В.В.Козлов и Д.В.Трещев на основе индукции доказывают лемму 6 – с.552 (где авторы говорят: «Доказательство проводится индукцией по r»), лемму 8 – с.553 (об этой лемме математики пишут: «Доказательство проводится индукцией по m»), лемму 10 – с.554 (относительно которой авторы пишут: «Доказательство проводится индукцией по m с применением формулы (28)»), лемму 12 – с.554 (где авторы отмечают: «Формула (35) просто выводится из (34) индукцией по m»). Все эти леммы совпадают с леммами статьи В.В.Козлова и Д.В.Трещева «Об интегрируемости гамильтоновых систем с торическим пространством положений» (Математический сборник, 1988, том 135 (177), № 1).

4. В статье «Симметрии и топология динамических систем с двумя степенями свободы» (Математический сборник, 1993, том 184, № 9) В.В.Козлов и Н.В.Денисова при помощи индукции доказывают лемму 6 – с.135, теорему 1 – с.145, теорему 5 – с.147.

5. В статье «Полиномиальные интегралы геодезических потоков на двумерном торе» (Математический сборник, 1994, том 185, № 12) В.В.Козлов и Н.В.Денисова посредством индукции доказывают лемму 3 – с.54 (о которой авторы говорят: «Доказательство основано на индуктивном применении леммы 2»), лемму 9 – с.62 (относительно которой математики замечают: «Это утверждение несложно доказывается индукцией по m»)/

6. В книге «Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике» (Ижевск, издательство Удмуртского университета, 1995) В.В.Козлов на основе индукции доказывает следующие результаты: лемму 4 (из § 3 главы 3) - с.141, лемму 1 (из § 5 главы 4) – с.204, лемму 3 (из § 5 главы 4) – с.204, лемму 4 (из § 5 главы 4) – с.205, лемму 6 – с.206, лемму 8 – с.206, лемму 14 – с.210, лемму 16 – с.211, оценку (1.12) (из § 1 главы 6) – с.315, теорему 1 (из § 3 главы 8) – с.383, теорему 2 (из § 6 главы 8) – с.406, лемму 2 (из § 6 главы 8) – с.407, лемму 7 (из § 6 главы 8) – с.415.

7. В книге «Тепловое равновесие по Гиббсу и Пуанкаре» (Москва-Ижевск, институт компьютерных исследований, 2002), а именно в добавлении 6 «Об интегралах гамильтоновых систем с торическим пространством положений» В.В.Козлов при помощи индукции доказывает лемму 1 (из параграфа 1) – с.272 (где автор пишет: «Доказательство проводится индукцией по r»), лемму 3 (из параграфа 1) – с.272 (где автор говорит: «Доказательство проводится индукцией по m»), лемму 4 (из параграфа 1) – с.273, лемму 6 (из параграфа 1) – с.274 (об этой лемме В.В.Козлов пишет: «Доказательство проводится индукцией по m с применением формулы (1.7)»), лемму 8 (из параграфа 1) – с.275 (относительно этой леммы, представляющей собой формулу, указывается: «Формула (1.14) просто выводится из (1.13) индукцией по m»), лемму 15 (из параграфа 3) – с.280, лемму 17 (из параграфа 3) – с.281 (где при доказательстве данной леммы подчеркивается: «Доказательство проведем индукцией по размерности многогранника М»).

Индукция Валерия Васильевича Козлова. В.В.Козлов доказал посредством индукции (при помощи перебора) теорему об отсутствии аналитически зависящего от параметра Пуанкаре первого интеграла в задаче о движении несимметричного тяжелого твердого тела около неподвижной точки, из которой следует отсутствие дополнительного аналитического первого интеграла системы Эйлера-Пуассона в случае несимметричного тяжелого твердого тела. С.Л.Зиглин в докторской диссертации «Проблема дополнительных первых интегралов в гамильтоновой механике» (Москва, 1983) говорит о том, как В.В.Козлов доказал указанную теорему: «Доказательство теоремы В.В.Козлова основано на детальном геометрическом анализе множества резонансных торов задачи Эйлера-Пуассона, разрушающихся при малых ненулевых значениях параметра Пуанкаре» (С.Л.Зиглин, 1983).

Индукция В.В.Козлова и Н.Н.Колесникова. В.В.Козлов и Н.Н.Колесников (1978) обобщили на системы с неголономными связями основные теоремы динамики, в том числе теорему Э.Нетер, определяющую условия, при которых уравнения движения имеют первый интеграл S = const. Эта теорема изложена, в частности, в статье Э.Нетер «Инвариантные вариационные задачи» (сборник «Вариационные принципы механики», Москва, «Физматгиз», 1959). В.В.Козлов и Н.Н.Колесников в статье «О теоремах динамики» (журнал «Прикладная математика и механика», 1978, том 42, вып.1) пишут о своей работе: «…Получены утверждения, обобщающие основные теоремы динамики и распространяющие теорему Нетер на систему с неголономными связями» (Козлов, Колесников, 1978, с.28).

Индукция Валерия Васильевича Козлова. В.В.Козлов (1993) обобщил теорему Кельвина о неустойчивости на диссипативный случай, когда первый интеграл динамической системы с невырожденной критической точкой равен нулю или меньше нуля ($f \leq 0$). В.В.Козлов в статье «Теорема Кельвина о неустойчивости: топологический смысл и обобщения» («Доклады РАН», 2009, том 424, № 2) пишет: «В теории гироскопической стабилизации существенную роль играет теорема Кельвина: если степень неустойчивости по Пуанкаре нечетна, то положение равновесия нельзя сделать устойчивым добавлением гироскопических сил. Речь идет об устойчивости невырожденных положений равновесия, которые являются морсовскими стационарными точками потенциальной энергии. Степень неустойчивости по Пуанкаре – это отрицательный индекс инерции потенциальной энергии в невырожденной стационарной точке. Характерная особенность гироскопических сил состоит в том, что их добавление не влияет на сохранность полной энергии. Эта замечательная теорема допускает широкое обобщение на системы дифференциальных уравнений с первыми интегралами» (Козлов, 2009, с.161).

Индукция Валерия Васильевича Козлова. В.В.Козлов перенес на поля симметрии и на произвольные тензорные инварианты результаты Х.Иошиды (1983), который впервые доказал теоремы о связи между ведущими степенями в разложении общего решения – показателями Ковалевской – и весами квазиоднородности первых интегралов. Х.Иошида получил данные результаты, применяя метод Ковалевской к квазиоднородным системам уравнений. К.В.Емельянов в автореферате кандидатской диссертации «Метод Ковалевской и поиск условий интегрируемости динамических систем» (Ижевск, 2003) пишет: «Известна теория Х.Иошиды, применившего метод Ковалевской к квазиоднородным системам. Им впервые были доказаны теоремы о связи между ведущими степенями в разложении общего решения – показателями Ковалевской – и весами квазиоднородности первых интегралов. Эти результаты были перенесены В.В.Козловым на поля симметрии и произвольные тензорные инварианты» (Емельянов, 2003, с.5). Желая объяснить суть метода Ковалевской, еще раз процитируем К.В.Емельянова, который в упомянутом автореферате диссертации отмечает: «С современной точки зрения идею метода Ковалевской можно выразить следующим образом: решение системы нелинейных ОДУ (обыкновенных дифференциальных уравнений – Н.Н.Б.) голоморфно на соответствующей римановой поверхности; голоморфная функция устроена достаточно просто, поэтому сложное поведение в действительной области обусловлено сложным строением римановой поверхности. (…) Сам метод состоит в подборе таких значений параметров системы, при которых существуют формальные полнопараметрические решения в виде рядов, содержащие в качестве особенностей только полюса (обладающие свойством Пенлеве) или алгебраические точки ветвления (слабое свойство Пенлеве)» (там же, с.3). Что касается показателей Ковалевской, то это ведущие степени разложения общего решения системы ОДУ в обобщенно-степенной ряд. О результатах исследований Х.Иошиды, которые обобщил В.В.Козлов, говорится также в статье К.Емельянова и А.В.Цыгвинцева «Показатели Ковалевской систем с экспоненциальным взаимодействием» («Математический сборник», 2000, том 191, № 10): «Исследование показателей Ковалевской, предложенное Х.Иошидой в работе [10], явилось весьма эффективным методом исследования квазиоднородных систем. По сути, в этом случае мы имеем возможность легко провести так называемый тест Ковалевской-Пенлеве на однозначность и мероморфность общего решения. В последнее время появилось много работ, обобщающих и развивающих эту методику» (Емельянов, Цыгвинцев, 2000, с.49). Здесь [10] – работа Х.Иошиды (1983).

Индукция Валерия Васильевича Козлова. В.В.Козлов обобщил теорему А.Пуанкаре об отсутствии аналитических интегралов канонических систем, близких к интегрируемым. В.В.Козлов в монографии «Методы качественного анализа в динамике твердого тела» (Ижевск, НИЦ РХД, 2000), а именно в параграфе 1 «Обобщение теоремы Пуанкаре об отсутствии аналитических интегралов» главы 1 пишет о своей теореме 1: «Теорема 1 является обобщением известного результата А.Пуанкаре о несуществовании аналитических интегралов канонических систем [1, гл.V; 2, гл. XIV] в случае, когда вековое множество задачи всюду плотно в области D. Распространение этой теоремы на системы с большим числом степеней свободы не представляет затруднений» (Козлов, 2000, с.16).

Индукция Искандера Асановича Тайманова. Отечественный математик И.А.Тайманов (1987) обобщил на римановы аналитические многообразия произвольной размерности теорему В.В.Козлова об аналитической неинтегрируемости геодезических потоков римановых метрик на двумерных поверхностях большого рода. С этим обобщением, полученным И.А.Таймановым, можно ознакомиться по статье В.В.Трофимова и А.Т.Фоменко «Геометрия скобок Пуассона и методы интегрирования по Лиувиллю систем на симметрических пространствах» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 29), где авторы пишут: «В этом параграфе (в параграфе № 3 – Н.Н.Б.) мы изложим обобщение теоремы В.В.Козлова об аналитической неинтегрируемости геодезических потоков римановых метрик на двумерных поверхностях большого рода. Это обобщение получено И.А.Таймановым и справедливо уже для римановых аналитических многообразий произвольной размерности, обладающих «достаточно большой» фундаментальной группой» (Трофимов, Фоменко, 1986, с.98). Об этом же пишут А.В.Болсинов, А.В.Борисов и И.С.Мамаев в статье «Топология и устойчивость интегрируемых систем» (УМН, 2010, том 65, вып.2 (392)): «…Своей фундаментальной работой [2] В.В.Козлов заложил еще одно направление, связанное с топологическими препятствиями к интегрируемости. Его теоремы были обобщены И.А.Таймановым на многомерный случай [34], [35] и в дальнейшем были развиты в значительных работах С.В.Болотина [36], [37], А.В.Болсинова, И.А.Тайманова [38], Г.Паттернайна [39], Л.Батлера [40], [41] и др.» (Болсинов и др., 2010, с.75). Здесь [2] – работа В.В.Козлова «Топологические препятствия к интегрируемости натуральных механических систем» («Доклады АН СССР», 1979, том 249, № 6). И.А.Тайманов в статье «Топологические препятствия к интегрируемости геодезических потоков на неодносвязных многообразиях» (Известия АН СССР, 1987, том 51, № 2) пишет о своем обобщении: «В работах [5], [6] было доказано, что на вещественно-аналитических ориентируемых двумерных замкнутых поверхностях рода $g > 1$ геодезический поток любой вещественно-аналитческой метрики не может быть аналитически интегрируем. Данные в них доказательства основаны на существенно двумерных свойствах. В этой работе будут указаны топологические характеристики, препятствующие аналитической интегрируемости геодезических потоков и не зависящие от размерности многообразия. По существу, будет доказан более общий факт (теорема 1)» (Тайманов, 1987, с.429). Здесь [5] – статья В.В.Козлова «Топологические препятствия к интегрируемости натуральных механических систем» («Доклады АН СССР», 1979, том 249, № 6), [6] – статья В.Н.Колокольцова «Геодезические потоки на двумерных многообразиях с дополнительным полиномиальным по скоростям первым интегралом» (Известия АН СССР, 1982, том 46, № 5).

Индукция Искандера Асановича Тайманова. И.А.Тайманов (1992) обобщил на все двумерные многообразия, а также на многозначный случай теорему Новикова-Тайманова, определяющую условия, при которых на римановом многообразии, гомеоморфном двумерной сфере, существует замкнутая несамопересекающаяся экстремаль. И.А.Тайманов в статье «Замкнутые экстремали на двумерных многообразиях» (УМН, 1992, том 47, вып.2 (284)) объясняет, почему не был опубликован текст доказательства этой теоремы, сформулированной как для случая однозначного функционала действия, так и для случая многозначного функционала: «Другой причиной, по которой этот текст так и не был написан, явилось получение иного доказательства теоремы, а также ее обобщений на все двумерные многообразия и многозначный случай ([36] – доказательство для сферы, [37] – обобщение на все многообразия)» (Тайманов, 1992, с.165). Здесь [36] – исследование И.А.Тайманова (1991), [37] – исследование И.А.Тайманова (1992).

Индукция Г.П.Патернайна. Г.П.Патернайн (1991, 1992) обобщил теорему В.В.Козлова об аналитической неинтегрируемости геодезических потоков римановых метрик на двумерных поверхностях большого рода за счет того, что ослабил требование аналитичности. Кроме того, Г.П.Патернайн предложил иное доказательство данной теоремы, отличное от варианта доказательства В.В.Козлова. И.А.Тайманов в статье «Топология римановых многообразий с интегрируемыми геодезическими потоками» («Труды Математического института РАН», 1994, том 205) пишет: «Топологические препятствия к интегрируемости гамильтоновых потоков на односвязных многообразиях (а тем самым и на многообразиях с конечной фундаментальной группой) могут быть получены с помощью иного подхода (отличного от геометрического подхода – Н.Н.Б.), основанного на изучении топологических препятствий к существованию на многообразии геодезического потока с нулевой топологической энтропией. Этот подход был предложен Патернайном [3, 4], который обобщил теорему Козлова [5], ослабив требование аналитичности и найдя новый подход к ее доказательству…» (Тайманов, 1994, с.152). Здесь [3] – работа Г.П.Патернайна (1991), [4] – исследование Г.П.Патернайна (1992), [5] – статья В.В.Козлова «Топологические препятствия к интегрируемости натуральных механических систем» («Доклады АН СССР», 1979, том 249, № 6).

Индукция Александра Николаевича Дранишникова. Российский математик, решивший знаменитую проблему П.С.Александрова, А.Н.Дранишников (1984) обобщил теорему Р.Андерсона о том, что гильбертов кирпич (гильбертов куб) является открытым образом одномерного компакта. С.А.Богатый и В.В.Федорчук в статье «Теория ретрактов и бесконечномерные многообразия» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 24) пишут: «Е.В.Щепин доказал, что класс абсолютных ретрактов адекватен классу абсолютно мягких отображений, и поставил вопрос, адекватен ли класс АЕ (n)-бикомпактов классу n-мягких отображений. Для n=1 положительный ответ на этот вопрос был получен Г.М.Непомнящим [36] и В.В.Федорчуком [49]. В общем случае проблема была решена А.Н.Дранишниковым [503]. Основным шагом в решении этой проблемы явилось следующее далеко идущее обобщение теоремы Р.Андерсона о том, что гильбертов кирпич является открытым (и даже монотонным) образом одномерного компакта: для любого натурального n существует n-мягкое отображение fn:$\mu^{n+1} \rightarrow Q$ менгеровского универсального (n+1)-мерного компакта на гильбертов кирпич» (Богатый, Федорчук, 1986, с.209). Здесь [36] – статья Г.М.Непомнящего «О спектральном разложении многозначных абсолютных ретрактов» (УМН, 1981, том 36, № 3), [49] – статья В.В.Федорчука «Об открытых отображениях» (УМН, 1982, том 37, № 4), [503] – работа А.Н.Дранишникова «Абсолютные экстензоры в размерности n и n-мягкие отображения, повышающие размерность» (УМН, 1984, том 39, № 5). Проблема П.С.Александрова, которая решена А.Н.Дранишниковым, - это вопрос: совпадает ли лебегова размерность с когомологической размерностью для любого метрического компакта X в случае бесконечномерного пространства?

Индукция Александра Дранишникова и Евгения Щепина. А.Н.Дранишников и Е.В.Щепин (1989) распространили на случай четномерных евклидовых пространств классическую теорему Небелинга-Понтрягина о том, что всякий метризуемый компакт X размерности $\dim X \leq n$ вкладывается в (2n+1)-мерное евклидово пространство. Заметим, что названные российские математики пишут фамилию Небелинга как «Неблинг». Это обычное явление: ведь и фамилию математика Коксетера многие пишут как «Кокстер», а математика Рейдемейстера - как «Райдемайстер». А.Н.Дранишников и Е.В.Щепин в статье «Об устойчивости пересечений компактов в евклидовом пространстве» (УМН, 1989, том 44, вып.5 (269)) пишут: «Классическая теорема Неблинга-Понтрягина гласит, что всякое непрерывное отображение n-мерного метрического компакта в (2n+1)-мерное евклидово пространство R^{2n+1} аппроксимируется вложениями. Следующая теорема распространяет этот результат на случай четномерных евклидовых пространств.

Теорема 1. Для компакта X следующие условия равносильны: 1) всякое отображение из X в R^n аппроксимируется вложениями; 2) $\dim X^2 < n$» (Дранишников, Щепин, 1989, с.159).

Индукция Александра Николаевича Дранишникова. А.Н.Дранишников (1994) обобщил на случай произвольного комплекса K классическую теорему Эйленберга-Борсука (1937) о продолжении частичных отображений в сферу. Данная теорема формулируется следующим образом: Пусть Z – метрический компакт размерности $\dim Z = n$. Тогда для любого непрерывного отображения $\varphi:A \rightarrow S^k$ замкнутого подмножества $A \subseteq Z$ в k-мерную сферу S^k существует компакт $X \subseteq Z$ размерности $\dim X \leq n-k-1$ такой, что отображение φ имеет продолжение $\varphi':Z - X \rightarrow S^k$. С.М.Агеев и С.А.Богатый в статье «О препятствиях к продолжению частичных отображений» («Математические заметки», 1997, том 62, вып.6) констатируют: «Недавно А.Н.Дранишников [12] получил весьма важное обобщение теоремы Эйленберга-Борсука. С ее помощью ему удалось найти эффектные решения нескольких проблем гомологической теории» (Агеев, Дранишников, 1997, с.805). «Обобщение Дранишникова, - продолжают они, - заключается в замене сфер S^n и S^m на произвольные счетные CW-комплексы и K и L соответственно…» (там же, с.805). Сам А.Н.Дранишников в статье «Теорема Эйленберга-Борсука для отображений в произвольный комплекс» («Математический сборник», 1994, том 185, № 4) пишет о своих результатах: «Классическая теорема Эйленберга-Борсука о продолжении частичных отображений в сферу обобщается на случай произвольного комплекса K. При этом она формулируется в терминах экстраординарной теории размерности, развитой в настоящей работе» (Дранишников, 1994, с.81). Об этом же А.Н.Дранишников говорит чуть ниже: «В настоящей работе теорема Эйленберга-Борсука доказывается для отображений в произвольный клеточный комплекс K» (там же, с.81).

Индукция Александра Николаевича Дранишникова. А.Н.Дранишников (2000) перенес ряд результатов классической топологии, которую он называет микроскопической топологией (теорией локальных свойств пространств), на случай макроскопической (асимптотической) топологии, изучающей глобальные свойства тех же пространств. Этот перенос отчасти облегчался тем, что лауреат премии Абеля за 2009 год Михаил Громов (1993) разработал макроскопическую теорию размерности по аналогии с гомологической теорией размерности, а Джон Ро (1993) определил макроскопические когомологии как аналог когомологий, изучаемых в классической топологии. А.Н.Дранишников в статье «Асимптотическая топология» (УМН, 2000, том 55, вып.6 (336)) аргументирует: «Значительная часть топологии уделена изучению локальных свойств пространств и потому может быть отнесена к микромиру. Примерами могут служить: теория размерности, теория когомологической размерности, теория абсолютных окрестностных ретрактов (ANR) и т.д. Основная цель настоящей работы – перенос вышеуказанных теорий в макромир. Частично это уже сделано другими авторами. Так, М.Громов привел основные идеи макроскопической теории размерности [1], [4], а Дж.Ро дал определение макроскопических когомологий [2]. Перенос вышеуказанных теорий в макромир важен для многих областей математики» (Дранишников, 2000, с.72). Здесь [1] – работа М.Громова (1993), [4] – работа М.Громова (1993), [2] – исследование Джона Ро (1993). Отметим, что еще в 1988 году А.Н.Дранишников перенес в макроскопическую топологию контрпример, давший отрицательное решение старой проблемы П.С.Александрова о совпадении лебеговой размерности и когомологической размерности. А.Н.Дранишников сам пишет об этом в своей статье «Асимптотическая топология»: «Проблема Александрова в классической теории размерности была решена контрпримером [14]. Контпример был перенесен в макромир в работе [15], где была построена равномерно стягиваемая риманова метрика на R^8 с бесконечной асимптотической размерностью и конечной когомологической асимптотической размерностью» (Дранишников, 2000, с.73). Здесь [14] – работа А.Н.Дранишникова «Гомологическая теория размерности» (УМН, 1988, том 43, № 4), [15] – исследование А.Н.Дранишникова, С.Ферри и С.Вайнбергера, опубликованное на английском языке (1994).

Индукция Евгения Щепина. Е.В.Щепин (2003) обобщил на отображения в компакты нижней размерности единица теорему Хопфа-Шклярского. Е.В.Щепин в статье «Об отображениях двумерной сферы» (УМН, 2003, том 58, вып.6 (354)) пишет об одной из теорем Х.Хопфа: «Если в этой теореме в качестве X взять двумерную сферу S^2, а в качестве f – инволюцию, то теорема Хопфа влечет, что всякое отображение из S^2 в одномерный континуум склеивает пару антиподов. Этот же результат нетрудно получить из теоремы Шклярского [2] о том, что для любого конечного, кратности 2, замкнутого покрытия сферы S^2 и любого отображения $f:S^2\to S^2$ найдется $x\in S^2$, для которой x и f(x) принадлежат одному и тому же элементу покрытия. В настоящей заметке эта теорема Хопфа-Шклярского обобщается на отображения в компакты нижней размерности единица. Нижней размерностью компакта называем минимум из его размерностей по всем группам коэффициентов» (Щепин, 2003, с.169).

Индукция У.Джоунса и В.Трона. У.Джоунс и В.Трон (1985) обобщили на случай произвольных непрерывных дробей ряд результатов Э.Галуа (1829), посвященных двойственным периодическим непрерывным дробям. У.Джоунс и В.Трон в книге «Непрерывные дроби» (Москва, «Мир», 1985) пишут: «В 1828 и 1829 гг. Галуа получил результат для двойственных периодических непрерывных дробей. В теоремах 3.4 и 3.5 мы даем впервые в книге учебного характера обобщение результатов Галуа для произвольных непрерывных дробей и для последовательностей, порожденных произвольным набором {tn} ДЛП» (Джоунс, Трон, 1985, с.32). Здесь ДЛП – невырожденное дробно-линейное преобразование .

Индукция У.Джоунса и В.Трона. У.Джоунс и В.Трон (1985) обобщили теорему Пинкерле, которую ранее использовал В.Гаучи (1967) при получении непрерывно-дробных разложений, то есть при разработке способа получения непрерывной дроби, соответствующей данной функции. У.Джоунс и В.Трон в книге «Непрерывные дроби» (1985) говорят о данной теореме Пинкерле: «Мы приводим обобщение теоремы Пинкерле (теорема 5.7), которое применяется для анализа сходимости не только в обычной метрической комплексной плоскости, но и в нормированном поле L формальных рядов Лорана. В нем содержится также обобщение тесно примыкающей к ней теоремы Орика [1907]» (Джоунс, Трон, 1985, с.35). Здесь [1907] – работа А.Орика (1907).

Индукция Александра Александровича Боричева. А.А.Боричев обобщил ряд теорем Левинсона-Картрайт и Берлинга. А.А.Боричев в статье «Граничные теоремы единственности для почти аналитических функций и асимметричные алгебры последовательностей» («Математический сборник», 1988, том 136 (178), № 3 (7)) пишет: «В работе доказаны новые теоремы единственности для функций, аналитических вне окружности T={z Є C: |z|=1}, достаточно гладких по одну сторону T (и вплоть до нее) и имеющих контролируемый рост по другую сторону. Эти теоремы обобщают известные утверждения Левинсона-Картрайт и Берлинга и имеют независимые от них (и в некотором смысле элементарные) доказательства» (Боричев, 1988, с.324).

Индукция А.А.Боричева и А.Л.Вольберга. А.А.Боричев и А.Л.Вольберг перенесли на более общую ситуацию теорему о конечности числа предельных циклов, изложенную в работах Ю.С.Ильяшенко. А.А.Боричев и А.Л.Вольберг в статье «Конечность предельных циклов и теоремы единственности для асимптотически голоморфных функций» (журнал «Алгебра и анализ», 1995, том 7, вып.3) пишут: «Мы доказываем теорему о конечности числа предельных циклов для квазианалитически гладких векторных полей на плоскости. Рассматриваются векторные поля, имеющие только невырожденные особые точки. Наш результат обобщает работы [1] и [2]» (Боричев, Вольберг, 1995, с.43). Здесь [1] – статья Ю.С.Ильяшенко «Предельные циклы полиномиальных векторных полей с невырожденными особыми точками на вещественной плоскости» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1984, том 18, № 3).

Индукция И.К.Бабенко, С.Л.Табачникова и М.Фарбера. И.К.Бабенко (1990), С.Л.Табачников и М.Фарбер (2002) получили многомерное обобщение одной из теорем Биркгофа. Р.Н.Карасев в докторской диссертации «Теоремы типа Борсука-Улама в комбинаторной и выпуклой геометрии» (Долгопрудный, 2010) пишет: «Теорема 1.8 (теорема Биркгофа). Для всякого гладкого выпуклого компакта $K \subseteq R^2$ найдется не менее ф(n) различных замкнутых бильярдных траекторий в K с n ударениями о край. Некоторые результаты по многомерному обобщению данной теоремы были доказаны в работах Бабенко, Фарбера и Табачникова [70, 20, 21]. В этой работе будет доказано аналогичное утверждение в случае простой длины (количества звеньев) траектории и произвольной размерности $d \geq 3$» (Карасев, 2010, с.8). Здесь [20] – исследование М.Фарбера (2002), [21] – работа того же М.Фарбера (2002), [70] – статья И.К.Бабенко «Периодические траектории трехмерных бильярдов Биркгофа» («Математический сборник», 1990, том 181, № 9).

Индукция Семеона Антоновича Богатого. С.А.Богатый перенес на более широкий класс пространств теоремы Аартса-Фоккинка-Вермеера. С.А.Богатый в статье «Теорема Люстерника-Шнирельмана и βf» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 1998, том 4, № 1) пишет: «В данной работе мы показываем, что теоремы Аартса-Фоккинка-Вермеера могут быть перенесены на более широкий класс пространств» (Богатый, 1998, с.13). «Мы также показываем, - поясняет С.А.Богатый, - что спектральная теорема Щепина [25] позволяет переносить результаты Аартса-Фоккинка-Вермеера с метрических компактных пространств на общие бикомпактные пространства» (там же, с.13).

Индукция Семеона Антоновича Богатого. С.А.Богатый (1996) посредством индукции доказал теорему о частичной склейке, аналогичную теореме о склейке Е.Л.Ласка (1975). В статье «Циклические системы, конфигурационные пространства и теорема Борсука-Улама-

Манкхольма-Фенна-Коннета-Коэна-Ласка» («Труды Математического института им.В.А.Стеклова», 1996, том 212) С.А.Богатый пишет: «Результаты о склейке по линейному соотношению получены нами для базы индукции, который в случае уравнений с большой внутренней симметрией является и последним шагом» (Богатый, 1996, с.47). Примечательно, что и сам Ласк доказал теорему о частичной склейке индуктивно, о чем С.А.Богатый говорит: «Доказательство теоремы Ласка проводится индукцией по количеству равенств, задающих некоторое конфигурационное пространство (числу степеней свободы)» (там же, с.46). В статье «Топологическая теорема Хелли» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2002, том 8, № 2) С.А.Богатый приводит индуктивное доказательство теоремы Хелли, о чем пишет: «Полная теорема Хелли. Конечное семейство выпуклых множеств в евклидовом пространстве R^m имеет непустое пересечение при условии, что непустое пересечение имеют любые m+1 множеств этого семейства. Доказательство проведем индукцией по числу n множеств в семействе» (Богатый, 2002, с.386). Напомним, что сам Эдуард Хелли также использовал индукцию при доказательстве своей теоремы. Информацию об этом можно почерпнуть в книге Л.Данцера, Б.Грюнбаума и В.Кли «Теорема Хелли и ее применения» (1968).

Индукция Романа Николаевича Карасева. Р.Н.Карасев (2010) получил ряд обобщений теоремы Тверберга, которая ранее обобщалась другими математиками. В качестве примера можно привести статью А.Ю.Воловикова «К топологическому обобщению теоремы Тверберга» («Математические заметки», 1996, том 59, вып.3). Помимо теоремы Тверберга, Р.Н.Карасев обобщил и другие математические результаты. Р.Н.Карасев в докторской диссертации «Теоремы типа Борсука-Улама в комбинаторной и выпуклой геометрии» (Долгопрудный, 2010) пишет о своей работе: «В главе 4 формулируются разные обобщения и аналоги теоремы Тверберга, теоремы о центральной точке и теоремы о центральной трансверсали. Все эти результаты являются прямыми следствиями вычисления препятствия в виде класса Эйлера. Обобщения теорем о центральной точке заключаются в том, что вместо мер на множестве точек R^d рассматриваются меры на множествах К-плоскостей в R^d, формулируются соответствующие утверждения. Теорема Тверберга обобщается как в смысле рассмотрения нескольких конечных множеств, каждое из которых разбивается и у полученных множеств разбиения выпуклые оболочки пересекаются одной К-плоскостью (гипотеза Тверберга о трансверсалях)» (Карасев, 2010, с.8). Детализируя свое обобщение теоремы Тверберга, Р.Н.Карасев поясняет: «Теоремы 4.5 и 4.6 являются прямыми обобщениями цветной теоремы Тверберга из [66, 67, 68]. Эти теоремы обобщают цветную теорему Тверберга так же, как результаты [69, 62] и теорема 4.1 обобщают обычную теорему Тверберга на m-трансверсали» (там же, с.57).

Индукция Романа Николаевича Карасева. Р.Н.Карасев (2010) перенес на более общую ситуацию знаменитую теорему Л.Брауэра о неподвижной точке. Эта теорема принадлежит тому самому Л.Брауэру, который разделяет с П.С.Урысоном честь разработки индуктивной теории размерности. Р.Н.Карасев в докторской диссертации «Теоремы типа Борсука-Улама в комбинаторной и выпуклой геометрии» (Долгопрудный, 2010) говорит о своих результатах: «Формулируется некоторое «цветное» обобщение теоремы Брауэра о неподвижной точке и из него выводится цветная теорема Хелли. Рассматриваются некоторые «цветные» обобщения леммы Шпернера» (Карасев, 2010, с.9).

Индукция Романа Николаевича Карасева. Р.Н.Карасев (2010) подверг генерализации (обобщению) теорему Кнастера-Куратовского-Мазуркевича. Р.Н.Карасев в докторской диссертации «Теоремы типа Борсука-Улама в комбинаторной и выпуклой геометрии» (Долгопрудный, 2010), а именно в главе 5, поясняет: «В этой главе доказываются несколько результатов в духе теоремы Кнастера-Куратовского-Мазуркевича (ККМ). В частности, теорема ККМ обобщается на случай кратного покрытия несколькими семействами множеств.

Один результат такого рода был ранее известен из работы [2]. Теорема 5.1 является обобщением аналога теоремы ККМ из [2] для нескольких покрытий симплекса на случай, когда количества покрытий не равно количеству вершин симплекса» (Карасев, 2010, с.81). Здесь [2] – исследование Р.Б.Бапата (1989).

Индукция Д.Реповша, Дж.Красинкевича, П.М.Ахметьева и других ученых. Д.Реповш (1991), Дж.Красинкевич (1986), П.М.Ахметьев (2000) и С.Спиц (1990) получили ряд обобщений теоремы Понтрягина-Небелинга, которую А.Н.Дранишников и Е.В.Щепин (1989) распространили, как мы уже сказали, на случай четномерных евклидовых пространств. П.М.Ахметьев в статье «Вложения компактов, стабильные гомотопические группы сфер и теория особенностей» (УМН, 2000, том 55, вып.3 (333)) пишет: «Ключевое свойство компактов размерности $\leq$n выявляет следующая теорема, независимо доказанная Л.С.Понтрягиным [64] и Небелингом [61]. Теорема вложимости. Пусть X – компакт размерности $\leq$n. В пространстве C (X; R^m) непрерывных отображений этого компакта в R^m подпространство всех вложений образует открытое и всюду плотное подмножество при условии $m \geq 2n+1$. В самое последнее время рядом авторов [22], [48], [79] независимо были получены сильные обобщения теоремы Понтрягина-Небелинга» (Ахметьев, 2000, с.5). Здесь [22] – работа Д.Реповша (1991), [48] – исследование Дж.Красинкевича (1986), [79] – работа С.Спица (1990). Сравнивая обобщения теоремы Понтрягина-Небелинга, полученные Д.Реповшем и другими математиками, с собственным результатом, П.М.Ахметьев замечает: «В настоящей работе теорема Понтрягина-Небелинга обобщается с другой точки зрения, что приводит к неожиданным приложениям стабильной теории гомотопий сфер» (Ахметьев, 2000, с.5).

Индукция Р.Реммерта и К.Штейна. Р.Реммерт и К.Штейн обобщили теорему П.Туллена о продолжении аналитических множеств. Г.Грауэрт и Р.Реммерт в статье «Продолжение аналитических объектов» (сборник «Итоги науки и техники», 1996, том 74) пишут: «В тридцатых годах и в сороковых годах теорема продолжения играла важную роль. Первый результат для задачи о продолжении аналитических множеств был установлен П.Тулленом [39]. Он изучал продолжения аналитических множеств коразмерности 1 в аналитические множества меньшей или той же размерности. Его теорема была обобщена Р.Реммертом и К.Штейном [18]. Специальный случай этого обобщения очень полезен, например, он дает теорему Чжоу, утверждающую, что аналитические множества в проективном пространстве алгебраичны» (Груэрт, Реммерт, 1996, с.458).

Индукция Луи де Бранжа. Известный математик Луи де Бранж (1984) доказал гипотезу Бибербаха в определенной степени благодаря тому, что индуктивно перенес в область решения данной проблемы неравенство Лебедева-Милина. Г.В.Кузьмина в статье «Геннадий Михайлович Голузин и геометрическая теория функций» (журнал «Алгебра и анализ», 2006, том 18, № 3) указывает: «В 1984 г. Луи де Бранж доказал гипотезу Бибербаха. Это доказательство оказалось совершенно неожиданным и может быть причислено к самым удивительным математическим достижениям XX века. Существенная роль в доказательстве де Бранжа принадлежит неравенству Лебедева-Милина. Это неравенство дает оценку модуля n-го коэффициента Cn функции f(z) класса S через комбинацию начальных логарифмических коэффициентов этой функции» (Кузьмина, 2006, с.14). Здесь индукция больше напоминает аналогию (перенос), но мы уже знаем, что аналогия – структурный элемент индуктивных рассуждений, поэтому наша интерпретация не содержит ошибки.

Индукция Луи де Бранжа. Луи де Бранж в своем докаладе «Идеи, лежащие в основе доказательства гипотезы Бибербаха» (сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», Москва, «Мир», 1991) посредством индукции доказывает теорему Каратеодори-Фейера (1911), которая дает ответ на следующий вопрос: как должны быть выбраны коэффициенты степенного ряда, чтобы получающаяся функция в единичном круге не превосходила бы по модулю единицы? Описывая схему рассуждений, ведущих к доказательству теоремы Каратеодори-Фейера, де Бранж отмечает: «Доказательство теоремы проводится индуктивным построением коэффициентов. Предположим, что r – положительное число и A(z) – степенной ряд, такой что умножение на A(z) является сжимающим в $b_{r-1}(z)$. Тогда существует степенной ряд B(z), r-эквивалентный A(z) и такой, что умножение на B(z) является сжимающим $b_r(z)$. Шаг индукции производится путем вычисления соотношения между ассоциированными пространствами» (де Бранж, 1991, с.69-70).

Индукция Владимира Николаевича Дубинина. Отечественный математик В.Н.Дубинин (1985) распространил на случай многосвязных областей, не обязательно имеющих заполнение, теорему Джеймса Дженкинса о произведении степеней конформных радиусов попарно непересекающихся неналегающих областей. В.Н.Дубинин в статье «Метод симметризации в задачах о неналегающих областях» («Математический сборник», 1985, том 128 (170), № 1) говорит о своем исследовании: «В частности, довольно общий результат Дж.Дженкинса [2, теорема 7.1] о произведении степеней конформных радиусов попарно непересекающихся неналегающих областей перенесен на случай многосвязных областей, не обязательно имеющих заполнение [4, с.16, 234]» (Дубинин, 1985, с.110).

Индукция Владимира Николаевича Дубинина. В.Н.Дубинин (1985) перенес на случай многосвязных областей теорему П.М.Тамразова (1965) о покрытии линий. Кроме того, В.Н.Дубинин распространил на более общую ситуацию известную теорему М.А.Лаврентьева-В.М.Шепелева (1930) и теорему Е.Ренгеля (1933). В.Н.Дубинин в статье «Метод симметризации в задачах о неналегающих областях» («Математический сборник», 1985, том 128 (170), № 1) пишет о своей теореме 1, определяющей условия, при которых неравенство определенного вида справедливо для любых областей D, объединение которых содержит не более, чем конечное число замыканий ортогональных траекторий квадратичного дифференциала: «Наконец, при $n\geq1$, $m=1$ теорема 1 является распространением одного результата П.М.Тамразова [11] о покрытии линий на случай многосвязных областей. Обобщаются при этом известные теоремы М.А.Лаврентьева-В.М.Шепелева [12] и Ренгеля [13]» (Дубинин, 1985, с.112). Здесь [11] – статья П.М.Тамразова «Теоремы покрытия линий при конформном отображении» («Математический сборник», 1965, том 66 (108)), [12] – работа М.А.Лаврентьева и В.М.Шепелева (1930), [13] – работа Е.Ренгеля (1933). Укажем, что области D – это области, лежащие на произвольных конечных ориентируемых римановых поверхностях.

Индукция Владимира Николаевича Дубинина. В.Н.Дубинин (1998) совместно с Е.Г.Прилепкиной распространил на случай областей произвольного n-мерного евклидова пространства классические теоремы М.А.Лаврентьева, З.Нехари, Ю.Е.Аленицына и других авторов. В.Н.Дубинин и Е.Г.Прилепкина в статье «Об экстремальном разбиении пространственных областей» («Записки научных семинаров ПОМИ», 1998, том 254) указывают: «Задачи об экстремальном разбиении плоских областей восходят к известной теореме М.А.Лаврентьева о произведении конформных радиусов двух неналегающих областей и имеют богатую историю. Значительных успехов в решении таких задач достигли участники семинара по геометрической теории функций в ПОМИ (Петербугском отделении Математического института РАН – Н.Н.Б.). Цель настоящей работы – распространить классические результаты такого рода на случай областей произвольного n-мерного евклидова пространства. Мы получаем аналоги теорем М.А.Лаврентьева, З.Нехари, Ю.Е.Аленицына и других авторов, при этом понятие конформного радиуса заменяется на понятие гармонического радиуса [2, 3]» (Дубинин, Прилепкина, 1998, с.95).

Индукция Георгия Дмитриевича Суворова. Украинский математик Г.Д.Суворов (1986) обобщил на случай гомеоморфных отображений метрических пространств теорему К.Каратеодори о связях между сходимостью к ядру последовательности областей и сходимостью внутри ядра соответствующей последовательности конформных отображений. В.М.Миклюков в книге «Введение в негладкий анализ» (Волгоград, 2008) повествует: «Ключом к применениям развиваемой теории (теории гомеоморфных отображений определенного вида – Н.Н.Б.) в вопросах построения сеток служит теорема типа теоремы Каратеодори [Car 12], [Car 13] о связях между сходимостью к ядру последовательности областей и сходимостью внутри ядра соответствующей последовательности конформных отображений. Далеко идущее обобщение теоремы Каратеодори на случай гомеоморфных отображений метрических пространств, а также теория простых концов последовательности областей, сходящейся к ядру, принадлежат Суворову [Suv 86]» (Миклюков, 2008, с.203). Здесь [Suv 86] – книга Г.Д.Суворова «Простые концы и последовательности плоских отображений» (Киев, «Наукова Думка», 1986). А.П.Девятков в автореферате кандидатской диссертации «Предельные множества, граничные свойства и устранимые особенности последовательностей функций» (Тюмень, 2008) пишет: «Исследования Г.Д.Суворова обобщают (в идейном смысле) схему построения теории простых концов Каратеодори для фиксированной области на случай переменных областей и в качестве основных элементов содержат в себе определение простого конца последовательности областей и доказательство биекции между множествами простых концов последовательности областей $(Bj)^{\infty}_{j=1}$ и ее ядра…» (Девятков, 2008, с.7).

Индукция Михаила Иосифовича Кадеца. Украинский математик М.И.Кадец (1989) совместно с К.Возняковским перенес на случай пространств Банаха знаменитую теорему Б.Римана об условно сходящихся рядах. В.А.Марченко, С.П.Новиков, И.В.Островский и другие в статье «Михаил Иосифович Кадец (к восьмидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 2004, том 59, № 5) пишут о М.И.Кадеце: «В 1946 г. демобилизовался и поступил в Харьковский университет. Под влиянием своего преподавателя математического анализа В.К.Балтаги Михаил Иосифович заинтересовался вопросом о распространении классической теоремы Римана об условно сходящихся рядах на случай конечномерных и бесконечномерных нормированных пространств» (Марченко и др., 2004, с.183). Чуть ниже те же авторы говорят о конечном результате исследований М.И.Кадеца по данному вопросу: «Как мы уже упоминали, Михаил Иосифович еще в студенческие годы занимался вопросом распространения теоремы Римана об условно сходящихся рядах на случай пространств Банаха. В 1989 г. он в соавторстве с К.Возняковским доказал, что в каждом бесконечномерном пространстве Банаха существует ряд, область сумм которого состоит из двух точек» (там же, с.185).

Индукция Аскольда Хованского. Один из учеников В.И.Арнольда, создатель многомерного топологического варианта теории групп Галуа А.Г.Хованский весьма часто опирается на индукцию при доказательстве математических теорем. В качестве примера можно привести следующие его работы. В статье «Многогранники Ньютона и род полных пересечений» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1978, том 12, вып.1) А.Г.Хованский при помощи индукции доказывает утверждение без номера – с.52, лемму 1 – с.55, лемму 2 – с.55. В статье «О вещественных функциях Лиувилля» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1980, том 14, вып.2) О.А.Гельфонд и А.Г.Хованский используют индукцию при доказательстве теоремы об условиях, при которых расширение кольца, обладающего свойством конечности, тоже конечно – с.52. В статье «Многогранники Ньютона и алгоритм вычисления чисел Ходжа-Делиня» (Известия АН СССР, 1986, том 50, № 5) В.И.Данилов и А.Г.Хованский применяют индукцию при доказательстве предложения 5.8 – с.941, следствия 3.8 – с.936. В статье «Гиперплоские сечения многогранников, торические многообразия и дискретные группы в пространстве Лобачевского» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1986, том 20, вып.1) А.Г.Хованский индуктивно доказывает теорему 8 – с.59. В статье «Конечно-аддитивные меры виртуальных многогранников» (журнал «Алгебра и анализ», 1992, том 4, вып.2) А.В.Пухликов и А.Г.Хованский индукцией доказывают предложение 4 – с.182. В статье «Теорема Римана-Роха для интегралов и сумм квазиполиномов по виртуальным многогранникам» (журнал «Алгебра и анализ», 1992, том 4, вып.4) А.В.Пухликов и А.Г.Хованский индукцией доказывают лемму 1 – с.203. В статье «Суммы конечных множеств, орбиты коммутативных полугрупп и функции Гильберта» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1995, том 29, вып.2) А.Г.Хованский применяет индукцию в процессе доказательства теоремы о нетеровости полугруппы Z^n - с.39, теорему 2 – с.40. Согласно первой теореме, каждый Z^n - идеал является объединением конечного числа октантов, т.е. объединение бесконечного числа октантов на самом деле является объединением конечного числа октантов. Согласно теореме 2, дополнение к Z^n - идеалу представимо в виде объединения конечного числа непересекающихся сдвинутых координатных полугрупп. В книге «Топологическая теория Галуа» (МЦНМО, 2008) А.Г.Хованский посредством индукции доказывает теорему 3.1 – с.24. Любопытно отметить, что Аскольд Хованский – потомок князя Василия Петровича Хованского (1694-1746), служившего сенатором во времена Петра I. В свою очередь, В.П.Хованский – потомок Ивана Юрьевича Патрикеева (1419-1499), чей отец Юрий Патрикеевич женился на внучке Дмитрия Донского – великого князя, который в 1380 году на Куликовом поле одержал крупную победу над войсками Золотой Орды. Таким образом, математик Аскольд Хованский – дальний потомок Дмитрия Донского. Но Аскольд Хованский не склонен афишировать свое княжеское происхождение. Елена Алексеева в статье «Князь Хованский, доктор наук» (газета «Звездный бульвар», № 14 (19), август 2003 г.) пишет об Аскольде Хованском: «Что же касается княжеского происхождения, конечно, он этим гордится, но свои чувства держит при себе. Он отказался вступить в Дворянское собрание, потому что у него ощущение, что там люди излишне кичатся своим происхождением. А он хорошо помнит, как отец ему рассказывал, что однажды мальчишкой он обратился к своему деду: «Вот мы же князья…». И тот его тут же остановил: «Да, мы действительно князья. Но знаешь, Юрочка, ты оставь их в покое. То, что они должны были сделать, они сделали, вопрос в том, что ты сделаешь…» (Е.Алексеева, 2003).

Индукция А.Г.Хованского и М.Н.Прохорова. А.Г.Хованский (1986) обобщил на случай почти простых (неограниченных) полиэдров найденные В.В.Никулиным оценки сложности граней простых полиэдров. Что касается М.Н.Прохорова, то он (1986) распространил теорему конечности Э.Б.Винберга на весь класс кристаллографических групп отражений в гиперболических пространствах определенного вида. Б.Н.Апанасов в книге «Геометрия дискретных групп и многообразий» (1991) пишет: «Недавно А.Г.Хованский [1] получил важное обобщение оценок Никулина сложности граней простых полиэдров (теорема 4.24 и следствие 4.25) на случай почти простых (неограниченных) полиэдров. Это позволило Прохорову [1] распространить теорему конечности Винберга (теорема 4.26) на весь класс кристаллографических групп отражений в гиперболических пространствах H^n размерности $n>995$» (Апанасов, 1991, с.105). Здесь [1] – работа А.Г.Хованского «Гиперплоские сечения многогранников, торические многообразия и дискретные группы в пространстве Лобачевского» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1986, том 20, вып.1), [1] – работа М.Н.Прохорова «Отсутствие дискретных групп отражений с некомпактным фундаментальным многогранником конечного объема в пространстве Лобачевского большой размерности» (Известия АН СССР, 1986, том 50, № 2). Об этом же обобщении А.Г.Хованского пишет П.В.Тумаркин в кандидатской диссертации «Гиперболические многогранники Костера» (Москва, 2003): «Известно, что в гиперболических пространствах большой размерности нет многогранников Костера конечного объема. Используя результаты В.В.Никулина [17] о комбинаторном строении простых многогранников, Э.Б.Винберг [7] доказал, что размерность ограниченного многогранника Кокстера не превышает 29. В работе

[20] А.Г.Хованский обобщил результат работы [17] на случай многогранников, простых в ребрах» (П.В.Тумаркин, 2003).

Индукция Аскольда Хованского. А.Г.Хованский нашел доказательство теоремы А.Г.Кушниренко о том, что число точек, из которых состоит многообразие X, равно умноженному на n! объему многогранника Δ, благодаря тому, что индуктивно распространил в область доказательства данной теоремы алгоритм вычисления числа корней системы двух полиномиальных уравнений с двумя неизвестными, разработанный математиком 19 века Фердинандом Миндингом. Это тот самый Ф.Миндинг, в чьих работах содержался аппарат для обоснования неевклидовой геометрии Лобачевского, но сам Н.Н.Лобачевский не смог воспользоваться этим аппаратом, так как по чистой случайности не прочитал выпуск математического журнала Крелля, где Ф.Миндинг опубликовал свои результаты. Возвращаясь к работам А.Г.Хованского, отметим, что его индукцию можно рассматривать и как аналогию, но наша интерпретация остается верной, так как аналогия есть составная часть индуктивных рассуждений. А.Г.Хованский в статье «Многогранники и алгебра» («Труды Института системного анализа РАН», 2008, том 38) говорит о том, как он нашел доказательство теоремы А.Г.Кушниренко: «Мы все еще не имели простого доказательства теоремы Кушниренко. Затем, читая очень интересный обзор Н.Г.Чеботарева [1], я наткнулся на теорему Миндинга, который в первой половине 19 века построил алгоритм вычисления числа корней системы двух полиномиальных уравнений с двумя неизвестными, использующий многоугольники Ньютона. Применяя этот алгоритм, я доказал как теорему Кушниренко, так и эмпирическую формулу Бернштейна для двух переменных методами математики прошлого века. После этого Бернштейн [2] простым и остроумным приемом обобщил рассуждения Миндинга и доказал свою формулу для любого n» (Хованский, 2008, с.25). Здесь [1] – работа Н.Г.Чеботарева «Многоугольник Ньютона и его роль в современном развитии математики» (Е.Г.Чеботарев, «Собрание сочинений», том 3, Москва-Ленинград, 1950), [2] – статья Д.Н.Бернштейна «Число корней системы уравнений» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1975, том 9, вып.3). Отметим, что эмпирическая формула Д.Н.Бернштейна из теории многогранников Ньютона была найдена Д.Н.Бернштейном в процессе экспериментирования с полиномами Лорана с фиксированными многогранниками Ньютона.

Индукция Сергея Владимировича Востокова. Мы уже говорили о том, что Д.Гильберт впервые сформулировал общий закон взаимности для квадратичного поля в терминах символа норменного вычета. Поскольку такая формулировка оказалась весьма удачной, Д.Гильберт пришел к выводу, что и в будущем символ норменного вычета позволит математикам последовательно обобщать закон взаимности, впервые открытый Л.Эйлером и К.Гауссом при разработке теории квадратичных форм. Мы также сообщали, что Эмиль Артин нашел доказательство общего закона взаимности, когда по аналогии заимствовал из работ Чеботарева прием присоединения полей деления круга, который сам Чеботарев планировал использовать для доказательства того же закона. Следует отметить, что поиск общих законов взаимности составляет содержание 9-й проблемы Д.Гильберта. Ее решил российский математик И.Р.Шафаревич (1949), который доказал общий закон взаимности благодаря тому, что обнаружил аналогию между символом норменного вычета (α, β)/p в поле алгебраических чисел и вычетом абелева дифференциала αdβ в точках римановой поверхности. Ю.И.Манин в статье «К двенадцатой проблеме Гильберта» (сборник «Проблемы Гильберта», 1969) пишет: «Гильберт придает исключительное значение аналогии между алгебраическими числами и алгебраическими функциями и предлагает искать на этом пути общую формулировку закона взаимности для L-х степеней. Эта задача была решена И.Р.Шафаревичем в работе [10]. Он обнаружил, в частности, что для символа норменного вычета существует удивительная явная конструкция, аналогичная конструкции вычета дифференциала на римановой поверхности» (Манин, 1969, с.161). Но общий закон взаимности, установленный И.Р.Шафаревичем, также допускает обобщение. Это обобщение найдено С.В.Востоковым, что является одной из главных его математических заслуг. В частности, С.В.Востоков нашел явную формулу для символа норменного вычета Гильберта (для числовых локальных полей с полем вычетов характеристики определенного вида). В статье «К теории многомерных локальных полей» (журнал «Алгебра и анализ», 1990, том 2, вып.4) С.В.Востоков, И.Б.Жуков и И.Б.Фесенко пишут об этой формуле: «Отличительной особенностью этой формулы для символа Гильберта является ее переносимость на разнохарактеристические многомерные локальные поля. Эта формула была указана С.Востоковым [15] и может быть использована для решения многих вопросов в теории локальных полей» (Востоков и др., 1990, с.94). О достижениях С.В.Востокова говорят Б.М.Беккер, Д.Г.Бенуа, С.В.Востоков, И.Б.Жуков и другие в статье «О семинаре «Конструктивная теория полей классов» (журнал «Алгебра и анализ», 1992, том 4, вып.1): «Явные формулы для символа Гильберта в многомерном локальном поле нулевой характеристики, найденные С.В.Востоковым, в [18], дали возможность, с одной стороны, конструктивно строить теорию полей классов для куммеровых расширений многомерного локального поля, а с другой – позволили вычислить базис топологической K-группы Паршина…» (Беккер и др., 1992, с.181). Поскольку нас интересует в первую очередь роль индукции в математическом открытии и доказательстве, рассмотрим работы С.В.Востокова, в которых он применяет индукцию при доказательстве теорем.

1. В статье «Идеалы абелева p-расширения иррегулярного локального поля как модули Галуа» (Записки научных семинаров ЛОМИ, 1974, том 46) С.В.Востоков при помощи индукции доказывает предложение 3 – с.19, теорему 1 – с.20, лемму 15 – с.25 (об этой лемме автор пишет: «Доказательство проведем индукцией по m»), предложение 5 – с.26 (где автор указывает: «Доказательство проведем индукцией по степени K/L»), теорему 3 – с.29 (об этой теореме автор говорит: «В этом случае доказательство проведем индукцией. База индукции – циклические p-расширения (см. теорему 1)»), теорему 7 – с.34 (где автор опять отмечает: «Доказательство проведем индукцией по m»).

2. В статье «Норменное спаривание в формальных модулях» (Известия АН СССР, серия математическая, 1979, том 43, № 4) С.В.Востоков индукцией доказывает лемму 9 – с.781, лемму 13 – с.786.

3. В статье «Явная конструкция теории полей классов многомерного локального поля» (Известия АН СССР, серия математическая, 1985, том 49, № 2) С.В.Востоков индукцией доказывает лемму 1 – с.291, предложение 1 – с.292.

4. В статье «К теории многомерных локальных полей» (журнал «Алгебра и анализ», 1990, том 2, вып.4) С.В.Востоков, И.Б.Жуков и И.Б.Фесенко индукцией доказывают лемму 2 – с.97, предложение 1 – с.99, предложение 9 – с.115.

5. В статье «Норменное спаривание в формальных группах и представления Галуа» (журнал «Алгебра и анализ», 1990, том 2, вып.6) Д.Г.Бенуа и С.В.Востоков индукцией доказывают лемму 1.4 – с.77, лемму 3.1 – с.79, предложение 3.4 – с.82.

Индукция Ивана Борисовича Фесенко. И.Б.Фесенко (1991) построил новый вариант многомерной локальной теории полей классов благодаря индуктивному обобщению метода Нойкирха. Примечательно, что индукция в исследовании И.Б.Фесенко присутствует не только в качестве указанного обобщения, но и в роли средства доказательства теорем. И.Б.Фесенко в статье «Теория полей классов многомерных локальных полей нулевой характеристики с полем вычетов положительной характеристики» (журнал «Алгебра и анализ», 1991, том 3, вып.3) описывает цель своей работы: «Построение теории полей классов проводится на основе нетривиального обобщения метода Нойкирха. В рассматриваемых полях многие конструкции метода Нойкирха оказываются полезными, однако имеются и большие особенности. В частности, доказательство гомоморфных свойств отображения $r_{L/F}$ (5.2) требует большой аккуратности и проводится одновременно с доказательством других результатов по индукции» (Фесенко, 1991, с.166). И.Б.Фесенко говорит о своем обобщении и в статье «Многомерная локальная теория полей классов» (журнал «Алгебра и анализ», 1991, том 3, вып.5). В данной работе он, обсудив особенности двух теорий полей классов для многомерных локальных полей, построенных независимо К.Като и А.Н.Паршиным, переходит к изложению собственной многомерной теории полей классов: «В данной работе предлагается третий способ построения теории полей классов многомерных локальных полей положительной характеристики. Он основывается на использовании топологических К-групп Милнора и на обобщении метода Нойкирха [6]. Отметим, что рассматриваемые поля дают пример наиболее простых многомерных полей, так же как и в одномерном случае. Именно здесь метод Нойкирха допускает наиболее естественное обобщение…» (Фесенко, 1991, с.168). Отметим, что в статье «Теория полей классов многомерных локальных полей нулевой характеристики с полем вычетов положительной характеристики» (журнал «Алгебра и анализ», 1991, том 3, вып.3) И.Б.Фесенко индукцией доказывает предложение 2.1 – с.169, лемму 4.1 – с.176, предложение 4.2 – с.182, теорему 5.1 – с.188, теорему 6.1 – с.193. Что касается статьи И.Б.Фесенко «Многомерная локальная теория полей классов» (журнал «Алгебра и анализ», 1991, том 3, вып.5), то в ней математик посредством индукции доказывает теорему 1.1 – с.173, теорему 3.3 – с.182, теорему 4.2 – с.186, предложение 5.4 – с.188. Обобщение метода Нойкирха, принадлежащее И.Б.Фесенко, рассматривается также в статье Б.М.Беккера, Д.Г.Бенуа, С.В.Востокова и И.Б.Жукова «О семинаре «Конструктивная теория полей классов» (журнал «Алгебра и анализ», 1992, том 4, вып.1), в которой указывается: «…И.Б.Фесенко, обобщая метод Ю.Нойкирха, сумел найти аксиоматический подход к построению теории полей классов многомерных локальных полей. В результате получено явное и простое построение теории полей классов для многомерных полей, почти не использующее когомологической техники (см. [34, 39])» (Беккер и др., 1992, с.181).

Индукция Альберто Кальдерона. Лауреат премии Вольфа за 1989 год Альберто Кальдерон (1978) индуктивно распространил на множества, лежащие на произвольных спрямляемых кривых, теорему Данжуа (1909) о том, что множество, лежащее на прямой, имеет нулевую аналитическую емкость тогда и только тогда, когда оно имеет нулевую длину. Отметим, что такая формулировка теоремы Данжуа возникает при одновременном использовании первой теоремы Пенлеве. Е.П.Долженко и С.В.Колесников в статье «О работах В.В.Голубева по теории функций комплексного переменного» (сборник «Владимир Васильевич Голубев», 1984) повествуют: «Для случая ограниченных функций Данжуа (1909) получил следующий результат: если множество E расположено на некоторой прямой и имеет положительную линейную меру, то существует функция $f(z) \neq \text{const}$, аналитическая и ограниченная вне E. Вместе с первой теоремой Пенлеве это дает следующее утверждение: множество, лежащее на прямой, имеет нулевую аналитическую емкость тогда и только тогда, когда оно имеет нулевую длину. Л.Д.Ивановым этот результат был распространен на множества E, лежащие на достаточно гладких кривых. Недавно Кальдерон (1978) распространил его на множества, лежащие на произвольных спрямляемых кривых» (Долженко, Колесников, 1984, с.34).

Индукция Альберто Кальдерона. А.Кальдерон обобщил на абстрактные группы индивидуальную эргодическую теорему Н.Винера для n-параметрической группы преобразований, сохраняющих меру. Н.Данфорд и Дж.Шварц в монографии «Линейные операторы. Общая теория» (1962) пишут: «Индивидуальная эргодическая теорема для n-параметрической группы преобразований, сохраняющих меру, дана Винером [3]. Некоммутативный случай рассмотрели Данфорд [3] и Зигмунд [2]. Обобщение для абстрактных групп дал Кальдерон [1]» (Данфорд, Шварц, 1962, с.774).

Индукция Альберто Кальдерона и других ученых. Альберто Кальдерон (1966) и другие ученые перенесли на различные семейства банаховых и метрических пространств интерполяционные теоремы М.Рисса и И.Марцинкевича. В.Г.Фетисов в статье «Двумерная шкала модулярных пространств Орлича и полилинейный оператор в ней» («Владикавказский математический журнал», 2006, том 8, вып.3) пишет: «Обобщению интерполяционных теорем М.Рисса и И.Марцинкевича на другие семейства банаховых и метрических пространств посвящен ряд работ А.П.Кальдерона, А.Зигмунда, Я.Б.Рутицкого, Е.И.Пустыльникова, П.П.Забрейко, Г.Я.Лозановского, Е.М.Семенова, Ю.И.Петунина, С.Г.Крейна и др.» (Фетисов, 2006, с.41). Об этом же говорят С.Г.Крейн и Е.М.Семенов в статье «Интерполяция операторов ослабленного типа» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1973, том 7, вып.2): «Известная интерполяционная теорема Ж.Марцинкевича (см. [1]) обобщалась и расширялась в различных направлениях (см. обзор [2]). Мы отметим здесь лишь работы А.П.Кальдерона [3], Е.М.Семенова [4], Ж.Питре [5] и М.Зиппина [6], наиболее близко примыкающие к настоящей статье, в которой обобщается теорема Марцинкевича на общие классы симметричных пространств» (Крейн, Семенов, 1973, с.89). Здесь [3] – работа А.Кальдерона (1966), [4] – работа Е.М.Семенова (1968), [5] – исследование Ж.Питре (1970), [6] – исследование М.Зиппина (1971). Обобщение А.Кальдерона рассматривается также в обзоре Ю.А.Брудного, С.Г.Крейна и Е.М.Семенова «Интерполяция линейных операторов» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 24), где они пишут: «Независимо обобщение теоремы Марцинкевича получил также М.Котляр [352]. Из последующих результатов укажем, прежде всего, работу Кальдерона [333], который распространил теорему Марцинкевича на случай пространств Лоренца и квазилинейных операторов (см. также [470]» (Брудный и др., 1986, с.17). Здесь [352] – работа М.Котляра (1955), [333] – исследование А.Кальдерона (1966). Й.Берг и Й.Лефстрем в книге «Интерполяционные пространства» (Москва, «Мир», 1980) рассматривают тот же вопрос: «Были предложены различные обобщения теоремы Марцинкевича. Кальдерон [3] дал вариант теоремы для случая общих пространств Лоренца и квазилинейных операторов…» (Берг, Лефстрем, 1980, с.32). Здесь [3] – исследование А.П.Кальдерона (1966).

Индукция Альберто Кальдерона и Антония Зигмунда. А.Кальдерон и А.Зигмунд (1951) обобщили теорему Рисса-Торина на область $a<p_0$, q_0, $p_1\leq\infty$. Ю.А.Брудный, С.Г.Крейн и Е.М.Семенов в обзоре «Интерполяция линейных операторов» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 24) сообщают: «Сформулированная выше теорема М.Рисса [674] была исторически первой теоремой об интерполяции линейных операторов, а доказательство Торина теоремы М.Рисса [645-646] послужило основой комплексных методов интерполяции» (Брудный и др., 1986, с.80). «Теорема Рисса, - продолжают те же авторы, - была распространена на область $a<p_0$, q_0, $p_1\leq\infty$ Кальдероном и Зигмундом [335] (см. также [208]). Используя факторизационную теорему Марэ, Беннет [294] обобщил теорему Рисса на отрицательные значения параметров» (там же, с.81). Здесь [335] – работа А.Кальдерона и А.Зигмунда (1951). Об этом же сообщают Н.Данфорд и Дж.Шварц в монографии «Линейные операторы. Общая теория» (1962). Называя теорему Рисса-Торина об интерполяции линейных операторов теоремой Рисса о выпуклости, Н.Данфорд и Дж.Шварц в книге «Линейные операторы. Общая теория» (1962) говорят о том, как обобщалась эта теорема: «Кальдерон и Зигмунд [1, 2] обобщили эту теорему на случай полосы $0\leq a\leq 1$, $0\leq b<\infty$…» (Данфорд, Шварц, 1962, с.584). Здесь [1] – работа А.Кальдерона и А.Зигмунда (1951). Об этом же, а именно о том, как доказывалась и в дальнейшем обобщалась теорема Рисса-Торина, сообщают Й.Берг и Й.Лефстрем в книге «Интерполяционные пространства» (Москва, «Мир», 1980): «В то время как Рисс пользовался вещественными скалярами и неравенством Гельдера, Торин использовал комплексные скаляры и принцип максимума. Кроме того, он дал полилинейный вариант теоремы (см. упр. 13). Далее были предложены различные обобщения на случай сублинейных операторов, одно – Кальдероном и Зигмундом [1], другое – Стейном [1] и еще одно (с изменением мер) – Стейном и Вейсом [1]» (Берг, Лефстрем, 1980, с.30-31). Здесь [1] – исследование А.П.Кальдерона и А.Зигмунда (1952), [1] – работа И.М.Стейна (1956).

Индукция А.Кальдерона и Р.Аренса. А.Кальдерон и Р.Аренс (1955) распространили на более общую ситуацию теорему Г.Е.Шилова, изложенную им в работе «О разложении коммутативных нормированных колец в прямую сумму идеалов» («Математический сборник», 1953, том 32, № 2). Указанная теорема Г.Е.Шилова называется также теоремой Ока. Р.Ганнинг и Х.Росси в книге «Аналитические функции многих комплексных переменных» (Москва, «Мир», 1969) пишут: «Предложение H2 (названное здесь теоремой Ока) было впервые сформулировано для алгебр с конечным числом образующих Шиловым [1]. Шилов доказывал эту теорему, используя интегральную формулу А.Вейля [2]. Обобщение (теорема H12) принадлежит Аренсу и Кальдерону [1]» (Ганнинг, Росси, 1969, с.85). Здесь [1] – уже упоминавшаяся статья Г.Е.Шилова «О разложении коммутативных нормированных колец в прямую сумму идеалов» («Математический сборник», 1953, том 32, № 2), [2] – исследование А.Вейля (1952), [1] – работа Р.Аренса и А.Кальдерона (1955).

Индукция Леннарта Карлесона и других ученых. Лауреат премии Вольфа за 1992 год Л.Карлесон и другие математики индуктивно перенесли в теорию борелевских множеств методы эргодической теории. Этот перенос реализовал и другой известный математик, лауреат премии Филдса за 1994 год Жан Бургейн. Данная экстраполяция стала возможна благодаря тому, что исследователи обнаружили аналогию между поведением сумм (почти) независимых случайных величин и поведением функции Грина области, на которой изучается гармоническая мера. А.Л.Вольберг и И.Поповичи в статье «О гармонической мере на множестве Жюлиа произведений Бляшке с одним лепестком» (журнал «Алгебра и анализ», 1997, том 9, вып.3) пишут о появлении значительного интереса математиков к метрическим свойствам борелевских множеств: «В результате этих исследований (особенно благодаря работам Карлесона [Ca1-Ca3], Макарова [Ma1], Джонса [JW1, JW2], Вольфа [W] и Бургейна [B]) структура гармонической меры общих плоских множеств стала намного понятней. В этих исследованиях решающую роль играет глубокая аналогия между поведением сумм (почти) независимых случайных величин и поведением функции Грина рассматриваемой области (за деталями мы отсылаем читателя к [Ma2]). Эта аналогия становится еще более заметной, если область, для которой изучается гармоническая мера, имеет регулярную самоподобную структуру. Как показал Карлесон [Ca3], в этом случае применимы методы эргодической теории» (Вольберг, Поповичи, 1997, с.151). Здесь [Ca1] – работа Л.Карлесона (1962), [Ca2] – исследование Л.Карлесона (1973), [Ca3] – исследование Л.Карлесона (1985), [B] – исследование Дж.Бургейна (1987), [JW1] – работа П.В.Джонса и Т.Х.Вольфа, [JW2] – исследование П.В.Джонса и Т.Х.Вольфа (1987), [Ma1] – исследование Н.Г.Макарова, [Ma2] – статья Н.Г.Макарова «Вероятностные методы в теории конформных отображений» (журнал «Алгебра и анализ», 1989, том 1, № 1).

Индукция Е.М.Стейна и Г.Вейса. Е.М.Стейн и Г.Вейс (1950-е годы) получили ряд плодотворных обобщений интерполяционной теоремы Рисса-Торина и интерполяционной теоремы Марцинкевича. С.Г.Крейн, Ю.И.Петунин и Е.М.Семенов в книге «Интерполяция линейных операторов» (Москва, «Наука», 1978) повествуют: «Первая интерполяционная теорема в теории операторов была получена М.Риссом в 1926 г. в виде некоторого неравенства для билинейных форм. Уточнение ее и операторная формулировка были даны Г.О.Ториным. Существенным дальнейшим шагом явилась интерполяционная теорема Ж.Марцинкевича (1939), доказательство которой опубликовано А.Зигмундом в 1956 г. В 50-х годах Е.М.Стейном и Г.Вейсом были получены важные обобщения теорем Рисса-Торина и Марцинкевича» (Крейн и др., 1978, с.5). Далее С.Г.Крейн, Ю.И.Петунин и Е.М.Семенов поясняют смысл указанных интерполяционных теорем: «Теоремы, которые устанавливают интерполяционность одной тройки банаховых пространств относительно другой, называются интерполяционными теоремами. Исторически первая интерполяционная теорема была получена М.Риссом и Ториным, и вся теория интерполяции линейных операторов первоначально развивалась в направлении обобщения этой теоремы» (там же, с.37).

Индукция Константина Руновского и Владимира Темлякова. К.В.Руновский и В.Н.Темляков обобщили теорему Марцинкевича-Зигмунда на случай смешанных метрик, а также на случай пространств, которые принадлежат категории квазинормированных абелевых групп. К.В.Руновский в статье «Об одном обобщении теоремы Марцинкевича-Зигмунда» («Математические заметки», 1995, том 57, вып.2) пишет: «Эквивалентность непрерывной и дискретной норм тригонометрического полинома в пространствах Lp, где $1 \leq p \leq \infty$, устанавливается теоремой Марцинкевича-Зигмунда [1, с.46, 54]. В.Н.Темляковым было получено ее обобщение на случай смешанных метрик [2]. Заметим, что все эти результаты относятся к случаю нормированных пространств. В данной работе теорема Марцинкевича-Зигмунда распространяется на случай пространств Lp, где $0 < p < 1$, которые, как известно, принадлежат категории квазинормированных абелевых групп [3, с.82]» (Руновский, 1995, с.259).

Индукция Г.Лоренца и Л.Малигранды. Г.Лоренц (1968) и Л.Малигранда (1979) обобщили на липшицевы операторы интерполяционные теоремы Кальдерона и Митягина. Ю.А.Брудный, С.Г.Крейн и Е.М.Семенов в обзоре «Интерполяция линейных операторов» (сборник «Итоги науки и техники», 1986, том 24) повествуют: «Теоремы Кальдерона и Митягина имеют длинную историю. Еще в 1934 году теорема была доказана Орличем (исторически вторая теорема в теории интерполяции) для интегральных операторов в пространствах Орлича [613], затем обобщена им же на липшицевы операторы [614]. Лоренц доказал эту теорему для интегральных операторов в симметричных пространствах [553]. Теоремы Кальдерона и Митягина распространили на липшицевы операторы Лоренц-Шимокаги [557] и Малигранда [561]» (Брудный и др., 1986, с.87). Здесь [614] – работа В.Орлича (1954), [557] – работа Г.Лоренца (1968), [561] – исследование Л.Малигранды (1979). Отметим, что теорема Митягина, которую обобщали Г.Лоренц и Л.Малигранда, изложена Б.С.Митягиным в статье «Интерполяционная теорема для модулярных пространств» («Математический сборник», 1965, том 66, № 4).

Индукция Юрия Владимировича Егорова. Ю.В.Егоров (1976, 1982) перенес на более общую ситуацию ряд теорем А.Кальдерона, Л.Ниренберга и Ф.Трева. М.И.Вишик, Л.Р.Волевич, А.М.Ильин и другие в статье «Юрий Владимирович Егоров (к шестидесятилетию со дня рождения)» (УМН, 1999, том 54, вып.2 (326)) пишут о работах Егорова: «В [47], [49], [74], [75] изучалась классическая проблема единственности решения задачи Коши для систем линейных уравнений с частными производными. В этих работах получены обобщения некоторых теорем, доказанных ранее А.Кальдероном, Л.Ниренбергом и Ф.Тревом» (Вишик и др., 1999, с.196). Здесь [47] и [49] – работы Ю.В.Егорова (1976), [74] – статья Ю.В.Егорова «О единственности решения задачи Коши» («Доклады АН СССР», 1982, том 264), [75] – статья Ю.В.Егорова с аналогичным названием «О единственности решения задачи Коши» (УМН, 1982, том 37, № 4).

Индукция Соломона Григорьевича Михлина. С.Г.Михлин распространил на более общую ситуацию теорему Марцинкевича (1939), посвященную рядам Фурье на n-мерном торе T^n. Й.Берг и Й.Лефстрем в книге «Интерполяционные пространства» (Москва, «Мир», 1980) указывают: «Выдающимся результатом здесь является, безусловно, теорема Михлина о мультипликаторах. Эта теорема появилась в 1939 г. в статье Марцинкевича [2], посвященной рядам Фурье на n-мерном торе T^n. (…) Кальдерон и Зигмунд [1] дали другой вариант теоремы – достаточные условия Lp-непрерывности свертки с некоторыми сингулярными ядрами в R^n» (Берг, Лефстрем, 1980, с.218). «Михлин [1], - продолжают Берг и Лефстрем, - распространил результат Марцинкевича с T^n на R^n. Хермандер [1] дал единую теорему, содержащую как результат Михлина, так и результат и Кальдерона-Зигмунда» (там же, с.218). Здесь [1] – работа С.Г.Михлина «О мультипликаторах интегралов Фурье» («Доклады АН СССР», 1956, том 109), [1] – исследование Л.Хермандера (1960).

Индукция Петра Ивановича Лизоркина. П.И.Лизоркин (1963) обобщил известную теорему С.Г.Михлина (1957). Эта теорема изложена в работе С.Г.Михлина «Интегралы Фурье и кратные сингулярные интегралы» («Вестник ЛГУ», 1957, № 7). П.И.Лизоркин в статье «Обобщенное лиувиллевское дифференцирование и функциональные пространства L^rp (En). Теоремы вложения» («Математический сборник», 1963, том 60 (102), № 3), а именно в параграфе 2, отмечает: «Мы начнем этот параграф с доказательства теоремы о мультипликаторах типа (Lp, Lp), несколько обобщающей известную теорему С.Г.Михлина (см.[12]). Эта теорема важна сама по себе и многократно используется нами в дальнейшем. Приводимое ниже доказательство копирует доказательство из работы [12]; конечное утверждение представляет собой усиление соответствующей теоремы С.Г.Михлина при $n>1$» (Лизоркин, 1963, с.335). Здесь [12] – работа С.Г.Михлина «Интегралы Фурье и кратные сингулярные интегралы» («Вестник ЛГУ», 1957, № 7).

Индукция Н.Н.Романовского. Н.Н.Романовский обобщил теорему С.Г.Михлина об ограниченности в Lp, $1<p<\infty$, одного класса сингулярных интегральных операторов. Н.Н.Романовский в статье «О проблеме Михлина на группах Карно» («Сибирский математический журнал», 2008, том 49, № 1) пишет: «В работе мы обобщаем результат С.Г.Михлина об ограниченности в Lp, $1<p<\infty$, одного класса сингулярных интегральных операторов (см. [1-3]) на случай функций, заданных в областях групп Карно. Доказанное нами утверждение обобщает также результат работы Кнаппа и Стейна [4]. Мы используем некоторые идеи работы А.П.Кальдерона и А.Зигмунда [5]» (Романовский, 2008, с.193). Здесь [1] – монография С.Г.Михлина «Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения» (Москва, «Физматгиз», 1962), [2] – статья С.Г.Михлина «Сингулярные интегральные уравнения» (УМН, 1948, том 3, № 3), [3] – статья С.Г.Михлина «По поводу теоремы об ограниченности оператора сингулярного интегрирования» (УМН, 1953, том 8, № 1).

Индукция Х.Жаке, Р.Ленглендса и А.Вейля. Х.Жаке и Р.Ленглендс (1970), а также А.Вейль (1971) обобщили на случай автоморфных форм на GL (2) над глобальным полем теорию операторов Гекке (1937). О.М.Фоменко в статье «Приложения теории модулярных форм к теории чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1977, том 15) пишет: «Шимура [611] развил теорию рядов Дирихле с эйлеровским произведением и функциональным уравнением для групп, включающих в себя и случай модулярных групп Гильберта, с привлечением адельного метода Ивасавы-Тейта. Дальнейшее и очень глубокое обобщение теории Гекке (вместе с характеризацией Вейля модулярных форм, о которой говорилось выше) на случай автоморфных форм на GL (2) над глобальным полем получили Вейль [678] и Жаке и Ленглендс [316] (изложение их результатов имеется также в книге Гелбарта [253])» (Фоменко, 1977, с.12). Здесь [611] – исследование Г.Шимуры (1962), [678] – исследование А.Вейля (1971), [316] – работа Х.Жаке и Р.Ленглендса (1970), [253] – обзорная англоязычная работа С.Гелбарта «Автоморфные формы и адельные группы» (1975).

Индукция Х.Жаке, Р.Ленглендса. Х.Жаке и Р.Ленглендс (1970) обобщили на случай квадратичного расширения глобального поля классический результат Гекке-Маасса, согласно которому L-ряд Гекке квадратичного поля есть преобразование Меллина некоторой модулярной формы. Этот результат обобщался также А.Вейлем. О.М.Фоменко в статье «Приложения теории модулярных форм к теории чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1977, том 15) говорит об этой теореме Гекке-Маасса: «Результат Гекке-Маасса был обобщен

Вейлем, Жаке и Ленглендсом [316] на случай квадратичного расширения глобального поля. Это в сочетании с результатами Жаке [315] дает доказательство аналога гипотезы Линника для двух L-рядов Гекке квадратичного расширения любого глобального поля» (Фоменко, 1977, с.26). Здесь [315] – исследование Х.Жаке (1972).

Индукция Х.Жаке. Х.Жаке (1972) перенес на случай автоморфных форм на GL (2) над любым глобальным полем результаты Р.А.Ранкина (1939), который изучал скалярное произведение рядов Дирихле, являющихся преобразованиями Меллина модулярных форм. О.М.Фоменко в статье «Приложения теории модулярных форм к теории чисел» (сборник «Итоги науки и техники», 1977, том 15) говорит об исследованиях Р.А.Ранкина: «Ранкин [550] (см. также Сельберг [585]) изучал скалярное произведение рядов Дирихле, являющихся преобразованиями Меллина модулярных форм, способом, который в последнее время стал важным инструментом в исследовании рядов Дирихле и модулярных форм (А.Н.Андрианов [11], Дои-Наганума [224], Жаке [315], Наганума [473], Шимура [619])» (Фоменко, 1977, с.17). Далее О.М.Фоменко поясняет: «Глубокое обобщение результатов Ранкина на случай автоморфных форм на GL (2) над любым глобальным полем дал Жаке [315]» (там же, с.18). Здесь [550] – работа Р.А.Ранкина (1939), [315] – работа Х.Жаке (1972).

Индукция Роберта Ленглендса. Скажем несколько слов об Р.Ленглендсе (лауреате премии Вольфа за 1995 год). Эту премию он получил за разработку грандиозной программы (своеобразного перспективного плана) развития математики на многие годы вперед. Р.Ленглендс также набросал основные теоремы этой программы и частично наметил схему их обоснования. Строго говоря, его программа относится к установлению связей между теорией представлений алгебраических групп, теорией модулярных форм и теорией Галуа глобальных полей. Если поискать следы индуктивных доказательств в творчестве Ленглендса, то, прежде всего, следует показать, как этот математик доказал теорему о мероморфности рядов Эйзенштейна в общем случае. А.И.Виноградов и Л.А.Тахтаджян в статье «Теория рядов Эйзенштейна для группы SL (3, R) и ее приложение к одной бинарной задаче» (Записки научных семинаров ЛОМИ, 1978, том 76) дают понять, что Ленглендс провел это доказательство по индукции. «Мероморфность рядов Эйзенштейна для групп ранга I над R, - указывают данные авторы, - была доказана А.Сельбергом в классических работах [1-2]. В работе [2] А.Сельберг также ввел ряды Эйзенштейна для главных однородных пространств групп SL (n, R), автоморфные относительно SL (n, Z) и мероморфно продолжил их как функции от n-1комплексных переменных. В работе [3] Р.П.Ленглендс, развивая идеи Сельберга, доказал мероморфность рядов Эйзенштейна в общем случае, основываясь на индукции по рангу группы» (Виноградов, Тахтаджян, 1978, с.6). Здесь [3] – исследование Р.Ленглендса (1976), в котором он получил свое доказательство, используя индукцию. Отметим, что мероморфная функция – это аналитическая функция, не имеющая в комплексной плоскости особенностей (иных особых точек), кроме полюсов. В частности, любая целая или рациональная функция является мероморфной. Количество полюсов у мероморфной функции не более чем счетно.

Индукция Роберта Ленглендса. Р.Ленглендс (1977) сформулировал принцип функториальности автоморфных форм, индуктивно исходя из многочисленных примеров связей между различными классами автоморфных форм, а также между модулярными формами от одной и от нескольких переменных. А.А.Панчишкин в статье «Модулярные формы» (сборник «Итоги науки и техники», 1981, том 19) указывает: «В последние десять лет (начиная с работы Доя и Нагануми [79]) появились многочисленные примеры связей между различными классами автоморфных форм, в том числе между модулярными формами от одной и от нескольких переменных [46, 55, 68, 84, 96, 125, 165, 183, 189, 246]. Как правило, такие связи естественно записываются на языке L-функций, связанных с автоморфными формами. Все эти примеры можно объединить в рамках общего принципа функториальности автоморфных форм, выдвинутого Ленглендсом» (Панчишкин, 1981, с.161). Здесь [79] – работа К.Доя и Х.Наганумы (1969).

Индукция Роберта Ленглендса. Р.Ленглендс получил многомерное некоммутативное обобщение абелева закона взаимности (закона, составляющего существенную часть теории полей классов). Следует отметить, что это обобщение, предложенное Р.Ленглендсом, представляет собой гипотезу, пока еще никем не доказанную. Важную роль в этом обобщении сыграла обнаруженная (или, лучше сказать, постулированная) Ленглендсом аналогия между категориями представлений группы Галуа максимального алгебраического расширения кольца и категорией автоморфных представлений соответствующей группы иделей. Д.В.Талалаев в докторской диссертации «Квантовый метод спектральной кривой» (Москва, 2010) отмечает: «Исторически гипотеза Ленглендса обобщает результаты теории полей классов [69], [70]…» (Талалаев, 2010, с.99). «Непосредственно, - поясняет Д.В.Талалаев, - гипотеза Ленглендса формулируется как n-мерное (некоммутативное) обобщение абелева закона взаимности. А именно предполагается, что существует изоморфизм категорий представлений группы Галуа максимального алгебраического расширения кольца и категории автоморфных представлений соответствующей группы иделей» (там же, с.99).

Индукция Роджера Пенроуза. Английский математик Роджер Пенроуз пришел к идее твисторной геометрии, индуктивно исходя из следующих фактов (наблюдений). С.Г.Гиндикин и Г.М.Хенкин в статье «Преобразование Пенроуза и комплексная интегральная геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1981, том 17) указывают: «Геометрические основания теории твисторов Пенроуза [42-50] восходят к классическому результату Плюккера-Клейна о том, что многообразие прямых G_1 в CP^3 вкладывается в виде квадрики в CP^5. Одной из отправных точек для конструкций Пенроуза явилось наблюдение, что среди вещественных форм G_1 имеется конформная компактификация пространства Минковского» (Гиндикин, Хенкин, 1981, с.57).

Индукция Роджера Пенроуза. Роджер Пенроуз ввел в свою теорию так называемое преобразование Пенроуза в результате обобщения на твисторные конструкции известного преобразования Радона. М.Дж.Иствуд и Р.Пенроуз в статье «Теория когомологий и безмассовые поля» (сборник статей «Твисторы и калибровочные поля», редактор – В.В.Жаринов, Москва, «Мир», 1983) пишут о соответствии между физическими полевыми уравнениями на пространстве-времени и голоморфными структурами на комплексном многообразии, т.е. на твисторном пространстве: «Соответствие осуществляется интегрально-геометрическим преобразованием, переводящим комплексно аналитические данные на твисторном пространстве в решения линейных уравнений безмассового поля и фактически являющимся обобщением классического преобразования Радона, что мы обсудим ниже» (Иствуд, Пенроуз, 1983, с.250). В связи с тем, что твисторное преобразование Пенроуза является обобщением преобразования Радона, С.Г.Гиндикин и Г.М.Хенкин в статье «Преобразование Пенроуза и комплексная интегральная геометрия» (сборник «Итоги науки и техники», 1981, том 17), анализируя этапы развития твисторной теории, пишут: «Плодотворной оказалась также аналогия между преобразованием Пенроуза и преобразованием Радона в интегральной геометрии» (Гиндикин, Хенкин, 1981, с.60). Для того, чтобы объяснить суть твисторного преобразования Пенроуза, обратимся к статье М.М.Капранова и Ю.И.Манина «Твисторное преобразование и алгебро-геометрические конструкции решений уравнений теории поля» (УМН, 1986, том 41, вып.5 (251)), где они указывают: «Твисторное преобразование, предложенное в пионерских работах Р.Пенроуза (см. [42], [45], [6], [25]), перекодирует классические поля, удовлетворяющие различным уравнениям движения и связям, в геометрические объекты: комплексные многообразия и голоморфные расслоения над ними с определенными свойствами. Поэтому прямые конструкции таких объектов приводят к конструкциям разных классов решений уравнений движения» (Капранов, Манин, 1986, с.85). Здесь [42] – исследование Р.Пенроуза (1977), [25] – исследование Н.Хитчина (1982), [45] – сборник статей «Твисторы и калибровочные поля» (редактор – В.В.Жаринов, Москва, «Мир», 1983).

Индукция Ричарда Уорда, Эдварда Виттена и удругих ученых. Ричард Уорд (1977), Эдвард Виттен (1978), являющийся, как известно, лауреатом премии Филдса, и другие ученые индуктивно перенесли в теорию калибровочных полей (теорию уравнений Янга-Миллса), описывающих электромагнитные, слабые и сильные взаимодействия, результаты теории голоморфных векторных расслоений (аппарат теории расслоенных пространств). Раньше этот аппарат, сформировавшийся в исследованиях Э.Картана и других исследователей, широко использовался в математике, но никто не знал, что он может быть эффективным в концепциях математической физики. Следует заметить, что впервые к идее представлять физические поля голоморфными объектами на пространстве световых лучей пришел Роджер Пенроуз (1969, 1976). Ричард Уорд, Эдвард Виттен (называемый Эйнштейном нашего времени) и другие ученые развили идею Пенроуза. Р.Г.Новиков и Г.М.Хенкин в обзоре «Поля Янга-Миллса, преобразование Радона-Пенроуза и уравнения Коши-Римана» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 54) пишут: «…Фундаментальная идея представлять физические поля голоморфными объектами на пространстве световых лучей принадлежит Р.Пенроузу [57-59]. В работах Уорда [64], Виттена [70] и Дж.Айзенберга, Ф.Ясскина, П.Грина [49], [50] калибровочные поля в области D были впервые проинтерпретированы как голоморфные векторные расслоения над многообразием L (D)» (Новиков, Хенкин, 1989, с.115). Об этом же Р.Г.Новиков и Г.М.Хенкин говорят чуть ниже: «Интерпретация решений в D полного уравнения Янга-Миллса в виде голоморфных векторных расслоений на L^3 (D) была впервые получена в работах Айзенберга, Ясскина, Грина [49] и Виттена [70]» (там же, с.122). Здесь [57], [58], [59] – работы Р.Пенроуза (1969, 1976, 1984), [64] – исследование Р.Уорда (1977), [70] – исследование Э.Виттена (1978), [49] – совместная работа Дж.Айзенберга и П.Ясскина (1979), [50] – совместная работа Дж.Айзенберга, П.Ясскина, П.С.Грина (1978). «Интерпретация Р.Уорда [64] автодуальных решений уравнений Янга-Миллса в терминах голоморфных векторных расслоений, - поясняют Р.Г.Новиков и Г.М.Хенкин, - не только прояснила комплексно-геометрический смысл этих решений, но и оказалась чрезвычайно полезной для построения и описания глобальных решений этих уравнений на компактифицированном пространстве Евклида… Представление в виде голоморфных векторных расслоений на пространстве световых лучей полных уравнений Янга-Миллса-Хиггса-Дирака выявляет ясный комплексно-геометрический смысл этих фундаментальных уравнений релятивистской физики» (Новиков, Хенкин, 1989, с.124). Индукция Р.Уорда и Э.Виттена весьма похожа на аналогию. Это бросается в глаза на основании следующего замечания М.И.Монастырского и А.Г.Сергеева, которые в предисловии к сборнику статей «Монополи: топологические и вариационные методы» (Москва, «Мир», 1989) говорят: «Интерпретация уравнений дуальности в терминах алгебраических расслоений над CP^3 с помощью твисторного преобразования, указанная Р.Уордом в 1977 г., позволила свести проблему классификации инстантонных решений к задаче алгебраической геометрии» (Монастырский, Сергеев, 1989, с.6).

Индукция Эдварда Виттена. Лауреат премии Филдса за 1990 год Эдвард Виттен (а также другие математики) индуктивно перенес на бесконечномерный случай теорему Атьи-Зингера об индексе эллиптического оператора, причем в качестве оператора исследовался именно оператор Дирака. Последний, как известно, входит в состав релятивистски-инвариантного уравнения движения электрона, полученного П.Дираком (лауреатом Нобелевской премии по физике за 1933 год). Среди других математиков, обобщавших теорему Атьи-Зингера об индексе, можно назвать Ф.Ф.Воронова. Говоря об обобщении, полученном Э.Виттеном, мы процитируем как раз Ф.Ф.Воронова, который в статье «Квантование на супермногообразиях и аналитическое доказательство теоремы Атьи-Зингера об индексе» (сборник «Итоги науки и техники», 1990, том 38) пишет: «Сейчас интерес многих математиков и физиков привлекают бесконечномерные многообразия и группы типа многообразий и групп петель. В работах Виттена и других появились бесконечномерные аналоги теоремы Атьи-Зингера для операторов Дирака и сигнатуры (оператора Хирцебруха). (…) Мы постарались организовать все изложение так, чтобы облегчить перенос на бесконечномерный случай» (Воронов, 1990, с.10).

Индукция Эдварда Виттена и других ученых. Эдвард Виттен (1978), а также Дж.Айзенберг, П.Ясскин и П.Грин (1978) и независимо Г.М.Хенкин и Ю.И.Манин (1982) обобщили известное твисторное преобразование Р.Пенроуза с автодуальных калибровочных теорий на общие калибровочные теории. Р.О.Уэллс (младший) в статье «Геометрия твисторов и классическая теория поля» (УМН, 1985, том 40, вып.4 (244)) отмечает: «Преобразование Пенроуза было распространено с автодуальных калибровочных теорий на общие калибровочные теории в фундаментальных работах Виттена [14], Айзенберга-Ясскина-Грина [9] и Хенкина-Манина [7]. В этих работах построено общее преобразование Пенроуза, сопоставляющее расслоениям и классам когомологий, определенным на соответствующих твисторных многообразиях, решения спаренных калибровочных полевых уравнений на пространстве Минковского» (Уэллс, 1985, с.113). Здесь [14] – работа Э.Виттена (1978), [9] – исследование Дж.Айзенберга, П.Ясскина и П.Грина (1978), [7] – исследование Г.М.Хенкина и Ю.И.Манина (1982).

Индукция Дж.Чигера и Дж.М.Бисмута. Американские математики Дж.Чигер и Дж.М.Бисмут (1989) распространили на случай риманова расслоения над компактным многообразием произвольной размерности результат Э.Виттена (1985), который, применяя метод адиабатических пределов при изучении глобальных гравитационных аномалий в теории струн, рассмотрел адиабатические пределы для римановых расслоений над окружностью. При этом Э.Виттен связал адиабатический предел η-инварианта оператора Дирака на тотальном пространстве расслоения с так называемой глобальной аномалией в теории струн. Помимо Дж.Чигера и Дж.М.Бисмута, обобщение упомянутого результата Э.Виттена получили и другие ученые. А.А.Яковлев в статье «Адиабатические пределы на римановых многообразиях Гейзенберга» («Математический сборник», 2008, том 199, № 2) пишет: «Виттен рассматривал адиабатические пределы для римановых расслоений над окружностью. Он связал адиабатический предел η-инварианта оператора Дирака на тотальном пространстве расслоения с так называемой глобальной аномалией в теории струн. Результат Виттена был строго обоснован в работах [2], [3] и распространен в работе [4] на случай риманова расслоения над компактным многообразием произвольной размерности» (Яковлев, 2008, с.149). Здесь [4] – исследование Дж.М.Бисмута и Дж.Чигера (1989). Об этом же А.А.Яковлев сообщает в автореферате кандидатской диссертации «Адиабатические спектральные асимптотики для дифференциальных операторов на многообразиях со слоением» (Уфа, 2008): «В 1985 году Виттен применил метод адиабатических пределов при изучении глобальных гравитационных аномалий в теории струн. Исследование Виттена было математически строго обосновано и обобщено на общий случай римановых расслоений в работах Бисмута, Фрида, Чигера, Дая и др. В этих работах изучалось асимптотическое поведение спектра и спектральных инвариантов оператора Дирака и оператора Лапласа на компактном римановом многообразии, являющемся тотальным пространством расслоения над компактным многообразием…» (Яковлев, 2008, с.1). Это же обобщение Дж.Чигера и Дж.Бисмута рассматривается в статье А.А.Яковлева «Асимптотика спектра оператора Лапласа на римановых Sol-многообразиях в адиабатическом пределе» («Сибирский математический журнал», 2010, том 51, № 2).

Индукция Клиффа Таубса. Американский математик Клифф Таубс обобщил на случай асимптотических периодических четырехмерных многообразий (на случай экзотических многообразий R^4) основные результаты теории Янга-Миллса, которая часто называется теорией калибровочных полей, поскольку главную роль в ней играет принцип калибровочной инвариантности. Отметим, что экзотические многообразия R^4 – это гладкие многообразия, гомеоморфные, но не диффеоморфные евклидову пространству R^4. Ю.П.Соловьев в статье «Топология четырехмерных многообразий» (УМН, 1991, том 46, вып.2 (278)) пишет: «Дальнейшее продвижение в построении экзотических R^4 было сделано Таубсом [50], обобщившим основы теории Янга-Миллса на так называемые асимптотически периодические четырехмерные многообразия. Асимптотически периодическое четырехмерное многообразие – это некомпактное многообразие, конец которого имеет периодическую конфигурацию $W1 \cup W2 \cup \ldots \cup Wn \cup \ldots$, где все Wi диффеоморфны некоторому открытому многообразию W. Таубс показал, что при выполнении определенных условий… асимптотические периодические многообразия ведут себя с точки зрения антиавтодуальных уравнений как компактные многообразия. Это позволило ему обобщить на асимптотические периодические многообразия теорему Дональдсона…» (Соловьев, 1991, с.191).

Индукция Клиффа Таубса. Клифф Таубс (1994) перенес на случай четырехмерных симплектических многообразий значительную часть результатов, полученных Э.Виттеном при исследовании инвариантов Зайберга-Виттена на комплексных поверхностях. Другими словами, К.Таубс распространил на четырехмерные многообразия результаты построенной Э.Виттеном теории инвариантов Зайберга-Виттена на комплексных поверхностях С.К.Дональдсон в обзоре «Уравнения Зайберга-Виттена и топология четырехмерных многообразий» (обзор содержится в книге Дж.Мура «Уравнения Зайберга-Виттена и их приложения к топологии гладких четырехмерных многообразий», 1997) пишет об исследованиях Э.Виттена: «В [W3] Виттен показал, что инварианты Зайберга-Виттена кэлеровой поверхности X могут быть полностью описаны в терминах ее комплексной геометрии» (Дональдсон, 1997, с.109). «В двух статьях [T1], [T2], вышедших уже ближе к концу 1994 года, - поясняет С.К.Дональдсон, - Таубс показал, что значительная часть описанной выше теории переносится на случай четырехмерных симплектических многообразий, и это ведет к самым поразительным из результатов, полученных с помощью инвариантов Зайберга-Виттена» (там же, с.112). Здесь [W3] – работа Э.Виттена (1994), [T1] – исследование К.Таубса (1994), [T2] – исследование К.Таубса (1995).

Индукция Сигефуми Мори и других ученых. Японский математик, лауреат премии Филдса за 1990 год С.Мори построил теорию стягивания экстремальных лучей в произвольной размерности, в которой доказал многие результаты индукцией по размерности. Аналогичные индуктивные доказательства этих теорем дали и другие математики, работающие в той же области. Необходимо отметить, что сама теория стягивания экстремальных лучей в произвольной размерности создана по аналогии с теорией стягивания кривых на поверхностях. В.А.Исковских в статье «Бирациональная жесткость гиперповерхностей Фано в рамках теории Мори» (УМН, 2001, том 56, вып.2 (338)) пишет о теоремах, содержащихся в теории стягивания экстремальных лучей С.Мори: «Теоремы о конусе и о стягивании выводятся из следующих теорем: о свободе присоединенной линейной системы (см. 3.7), теоремы Шокурова о необращении в нуль (см. 3.8), теоремы о рациональности и ограниченности знаменателя (см. 3.9). Метод доказательства этих теорем – индукция по размерности…» (Исковских, 2001, с.23). Приведем также высказывание В.И.Исковских о том, что С.Мори и другие математики строили свою теорию для многомерных алгебраических многообразий по аналогии с эквивалентной теорией для алгебраических поверхностей: «Первоначально Мори, Рид, Кавамата, Коллар, Шокуров и др. работали с D = 0 с целью развить теорию минимальных моделей многомерных алгебраических многообразий, обобщающую классическую теорию минимальных моделей алгебраических поверхностей» (там же, с.4). Здесь D – дивизор с рациональными коэффициентами алгебраического многообразия.

Индукция Сигефуми Мори. С.Мори обобщил на многомерный случай метод разложения бирациональных автоморфизмов плоскости в композицию квадратичных отображений, разработанный Максом Нетером (1871) и развитый Д.Фано (1915), Б.Сегре (1942), В.А.Исковских и Ю.И.Маниным (1971), В.Г.Саркисовым (1982), А.В.Пухликовым (1987), М.Ридом (1991). В.А.Исковских в одной из глав своей статьи «Бирациональная жесткость гиперповерхностей Фано в рамках теории Мори» (УМН, 2001, том 56, вып.2 (338)) повествует: «В этой главе мы рассмотрим обобщение метода Нетера разложения бирациональных автоморфизмов плоскости в композицию квадратичных отображений. Первоначально метод был распространен на случай поверхностей над незамкнутыми полями еще в классических работах (см. [56]) и в ряде современных работ (см. обзор [15]). Трехмерный случай изучался в работах Фано и в цикле работ [18], [14], [20]. Многомерные обобщения см. в [47], [49], [55], [20]. Однако наиболее естественное обобщение метод Нетера получил в рамках теории Мори. Это так называемая программа Саркисова (сформулированная Ридом [53] на основании [54]) факторизации заданного бирационального отображения между двумя Мори расслоенными пространствами на элементарные составляющие…» (Исковских, 2001, с.41). Здесь [56] – Б.Сегре (1942), [18] – В.А.Исковских и Ю.И.Манин (1971), [14] – В.А.Исковских (1979), [47] – А.В.Пухликов (1987), [49] – А.В.Пухликов (1998), [20] – В.А.Исковских и А.В.Пухликов (1996), [53] – М.Рид (1991). Наконец, [55] – это статья В.Г.Саркисова «О структурах расслоений на коники» (Известия АН СССР, 1982, том 46).

Индукция Майлза Рида. М.Рид (1983) обобщил на трехмерные многообразия Фано, допускающие канонические особенности, следующую гипотезу, тесно связанную с проблемой классификации многообразий Фано: фундаментальная линейная система [H] содержит гладкий неприводимый дивизор. Ю.Г.Прохоров в статье «Существование гладкого дивизора на четырехмерных многообразиях Фано индекса 2» («Математический сборник», 1994, том 185, № 9) пишет о гипотезе, которую обобщил М.Рид, обозначая ее символом (*): «Следующая гипотеза тесно связана с проблемой классификации многообразий Фано:

фундаментальная линейная система [H]
содержит гладкий неприводимый дивизор (*)

Впервые эта гипотеза была доказана Шокуровым для трехмерных многообразий Фано (см. [21]). Позднее Рид [13] (см. также [15]) обобщил (*) для трехмерных многообразий Фано, допускающих канонические особенности» (Прохоров, 1994, с.139). Здесь [13] – исследование М.Рида (1983). Об этом же Ю.Г.Прохоров пишет в статье «О существовании хороших дивизоров на многообразиях Фано коиндекса 3» («Труды Математического института РАН», 1995, том 208): «Впервые существование хорошего дивизора было доказано в неособом трехмерном случае Шокуровым [17]. В работе [11] Рид применил технику Каваматы к изучению линейной системы [H] и доказал существование хорошего дивизора для трехмерного канонического многообразия Фано с каноническими горенштейновыми особенностями (см. также [12])» (Прохоров, 1995, с.266).

Индукция Вячеслава Владимировича Шокурова. В.В.Шокуров совместно с А.А.Борисовым (2003) распространил на более широкий класс многообразий теорему рациональности М.Рида (1983), согласно которой для любых вещественных точек аффинного пространства R^h размерности найдется рациональное число с натуральным знаменателем, удовлетворяющее определенным условиям. М.Рид сформулировал данную теорему для трехмерных многообразий с каноническими особенностями. А.А.Борисов и В.В.Шокуров в статье «Направленные рациональные приближения с некоторыми приложениями в алгебраической геометрии» («Труды Математического института им.В.А.Стеклова», 2003, том 240) пишут об указанной теореме рациональности М.Рида: «Впервые теорема рациональности была сформулирована и доказана для трехмерных многообразий с каноническими особенностями М.Ридом [9, Lemma 5.5]. (…) Наше главное новшество относится к распространению результата на более широкий класс многообразий, точнее пар. Делается не в погоне за максмальной общностью, а поскольку индукция проходит более естественно для таких пар» (Борисов, Шокуров, 2003, с.77).

Индукция Вячеслава Владимировича Шокурова. В.В.Шокуров (1975) обобщил на формы произвольного веса результаты, полученные Т.Шиодой (1972), который показал, что параболические формы веса 3 относительно подгруппы $\Gamma \subseteq SL(2, Z)$ можно отождествить с дифференциалами первого рода на подходящей эллиптической поверхности. В.В.Шокуров в статье «Периоды параболических форм и многообразия Куги» (УМН, 1975, том 30, вып.3 (183)) отмечает: «В работе Шиоды [3] было показано, что параболические формы веса 3 относительно подгруппы $\Gamma \subseteq SL(2, Z)$ можно отождествить с дифференциалами первого рода на подходящей эллиптической поверхности. В этой заметке результаты Шиоды обобщаются на формы произвольного веса $\omega + 2 \geq 3$ и «периоды форм», определенные в статье ЮИ.Манина [2], интерпретируются как периоды дифференциалов на многообразиях Куги» (Шокуров, 1975, с.183). Здесь [3] – исследование Т.Шиоды (1972), [2] – работа Ю.И.Манина «Периоды параболических форм и p-адические ряды Гекке» («Математический сборник», 1973, том 92 (134), № 3).

Индукция Вячеслава Владимировича Шокурова. В.В.Шокуров (1976) обобщил на модулярные формы произвольного веса результаты исследований Ю.И.Манина, Свиннертона-Дайера и Б.Мазура, которые применили модулярные символы для вычисления периодов модулярных форм веса 2. В.В.Шокуров в статье «Модулярные символы произвольного веса» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1976, том 10, вып.1) пишет: «В работах Ю.И.Манина [3], Суинертона-Дайера [7], Б.Мазура [5] были введены модулярные символы, удобные для вычисления периодов модулярных форм веса 2. В этой заметке результаты работ [3], [5] обобщаются на модулярные формы произвольного веса, не меньшего 2» (Шокуров, 1976, с.95). Здесь [3] – работа Ю.И.Манина (1972), [5] – исследование Б.Мазура (1972), [7] – исследование Свиннертона-Дайера (1972).

Индукция Ивана Анатольевича Чельцова. И.А.Чельцов распространил на гиперповерхности высших размерностей метод А.Корти, заключающийся в редукции к двумерному случаю с помощью теорем В.В.Шокурова о связности и обращении присоединения. А.Корти использовал этот метод при разработке нового доказательства сверхжесткости 3-мерной квартики в рамках теории С.Мори. Здесь индукция И.А.Чельцова весьма похожа на аналогию, на перенос способа доказательства из одной математической области в другую, что еще раз свидетельствует о продуктивности аналогии в доказательстве теорем (вопреки мнению Германа Вейля). В.А.Исковских в статье «Бирациональная жесткость гиперповерхностей Фано в рамках теории Мори» (УМН, 2001, том 56, вып.2 (338)) говорит: «Новое доказательство сверхжесткости 3-мерной квартики в рамках теории Мори, данное Корти (см. 3.2, глава II), поставило вопрос об обобщении этого метода на гиперповерхности высших размерностей. В работах [4], [5] И.А.Чельцов доказал этим методом бирациональную сверхжесткость для гладких гиперповерхностей степени N в P^N для $5 \leq N \leq 8$. Более того, он поставил (и решил) вопрос о классификации бирациональных структур K-тривиальных расслоений на таких гиперповерхностях. Основная идея доказательства та же, что и в методе Корти, - редукция к двумерному случаю с помощью теорем В.В.Шокурова о связности и обращении присоединения и использование леммы Корти 3.3, глава II» (Исковских, 2001, с.71). Заметим, что А.Корти – математик, который внес вклад в реализацию программы В.Саркисова, предполагающей применение теории экстремальных стягиваний С.Мори для решения проблемы факторизации бирациональных отображений. В.И.Исковских в статье «Факторизация бирациональных отображений рациональных поверхностей с точки зрения теории Мори» (УМН, 1996, том 51, № 4) отмечает: «Идея привлечения теории Мори экстремальных стягиваний к изучению проблемы факторизации бирациональных отображений была высказана В.Саркисовым [27] и развита затем М.Ридом [30] и А.Корти [21]. Такой подход к проблеме М.Рид назвал программой Саркисова. (…) В терминах теории минимальных моделей Мори определяются элементарные бирациональные отображения, так называемые элементарные линки. Используя основные теоремы теории минимальных моделей в размерности ≤ 3, А.Корти [21] доказывает анонсированную В.Саркисовым [27] теорему, что для 3-мерных Q-Фано расслоенных пространств всякое бирациональное отображение раскладывается в композицию конечного числа элементарных линков» (Исковских, 1996, с.4).

Индукция Александра Валентиновича Пухликова. А.В.Пухликов (1986, 1988) обобщил на многомерные многообразия Фано и многообразия с особенностями метод максимальных особенностей, восходящий к работам М.Нетера (1871) и Д.Фано (1915). В.А.Исковских и А.В.Пухликов в статье «Бирациональные автоморфизмы многомерных алгебраических многообразий» (сборник «Итоги науки и техники», 2001, том 19) пишут: «Успехи метода максимальных особенностей в трехмерной бирациональной геометрии поставили вопрос о его обобщении для многомерных многообразий Фано и многообразий с особенностями. Такое обобщение оказалось возможным и эффективным: в [17], [34] была доказана теорема о бирациональной жесткости (совпадение групп бирациональных и бирегулярных автоморфизмов, а также отсутствие структур расслоения на многообразия Фано меньшей размерности) гладких четырехмерных квинтик, затем последовали работы [18] и [19], распространяющие метод максимальных особенностей в произвольную размерность и на многообразия с простейшими особенностями, соответственно» (Исковских, Пухликов, 2001, с.7). Здесь [17] – исследование А.В.Пухликова (1986), [34] – его же работа (1987), [18] и [19] – работы А.В.Пухликова (1988).

Индукция Андре Семериди. Венгерский математик А.Семериди (1975) обобщил известную теорему Ван дер Вардена (1927), согласно которой если множество всех натуральных чисел разбить на конечное число непересекающихся классов, то, по крайней мере, один из этих классов должен содержать произвольно длинные арифметические прогрессии. С.А.Богатый в статье «Топологические методы в комбинаторных задачах» (УМН, 1986, том 41, вып.6 (252)) указывает: «В 1927 г. ван дер Варден опубликовал доказательство следующей неожиданной теоремы: если множество всех натуральных чисел разбить на конечное число непересекающихся классов, то, по крайней мере, один из этих классов должен содержать произвольно длинные арифметические прогрессии. В 1975 г. Семериди тонкими комбинаторными рассуждениями следующим образом усилил теорему ван дер Вардена: если множество А натуральных чисел имеет положительную верхнюю плотность, т.е. выполняется $\text{Lim sup } (\text{I}A\cap[1, N]\text{ I} / N)>0$, то это А содержит произвольно длинные арифметические прогрессии» (Богатый, 1986, с.42).

Индукция Гарри Фюрстенберга. Лауреат премии Вольфа за 2006 год Гарри Фюрстенберг совместно с Я.Кацнельсоном (1979) индуктивно обобщил на случай нескольких коммутирующих отображений знаменитую теорему Семериди об арифметических прогрессиях. Как известно, данная теорема утверждает, что любое подмножество целых чисел положительной асимптотической плотности содержит арифметические прогрессии любой длины. Г.Фюрстенберг развил аналогию между комбинаторной теорией чисел и определенными характеристиками динамических (эргодических) систем. В частности, он использовал методы эргодической теории (теории динамических систем) при доказательстве самой теоремы Семериди, относящейся к теории чисел. Та же аналогия (использование эргодического метода) позволила Г.Фюрстенбергу предложить ряд обобщений теоремы Семериди. И.Д.Шкредов в статье «Теорема Семериди и задачи об арифметических прогрессиях» (УМН, 2006, том 61, вып.6 (372)) (1981) указывает: «Следует отметить, что, используя свой метод, Фюрстенберг и его ученики получили множество глубоких обобщений теоремы Семериди (см., например, [17] - [21], которые комбинаторными методами доказать пока не удалось)» (Шкредов, 2006, с.115). Помимо Г.Фюрстенберга и Я.Кацнельсона, обобщением теоремы Семериди занимался также Д.Орнштейн – исследователь, развивший энтропийную теорию динамических систем, построенную А.Н.Колмогоровым. И.Д.Шкредов в той же статье отмечает: «Используя эргодический подход, Х.Фюрстенберг, Я.Кацнельсон, Д.Орнштейн и другие получили множество обобщений теоремы Семериди. В настоящем обзоре мы не сможем охватить все имеющиеся здесь результаты и ограничимся лишь некоторыми из них. В работе [18] Фюрстенберг и Кацнельсон перенесли теорему 25 (теорему Семериди – Н.Н.Б.) на случай нескольких коммутирующих отображений» (там же, с.142). Здесь [17] – работа Г.Фюрстенберга (1981), [21] – исследование А.Лейбмана (1998), [18] – работа Г.Фюрстенберга и Я.Кацнельсона (1979).

Индукция Гарри Фюрстенберга. Гарри Фюрстенберг (1981) обобщил на случай действия в фазовом пространстве группы коммутирующих операторов теорему А.Пуанкаре (1899) о возвращаемости почти всех точек произвольной динамической системы. И.Д.Шкредов в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «О некоторых задачах эргодической теории чисел» (Москва, 2004), в которой он произносит фамилию Фюрстенберга как «Фестенберг», пишет: «Понятие возвращаемости точки в динамической системе впервые появилось в работе А.Пуанкаре [9]. Там же был доказан ставшим классическим результат о возвращаемости почти всех точек произвольной динамической системы. Впоследствии эта теорема была несколько уточнена М.Кацем [34]. Х.Фестенберг [16] обобщил результат Пуанкаре на случай действия в фазовом пространстве группы коммутирующих операторов» (И.Д.Шкредов, 2004). Здесь [9] – работа А.Пуанкаре (1899), [16] – исследование Х.Фестенберга (1981). Об этом же обобщении Г.Фюрстенберга И.Д.Шкредов говорит в автореферате своей докторской диссертации «Комбинаторные свойства числовых множеств большой плотности и их приложения» (Санкт-Петербург, 2009): «Как мы отмечали выше, Г.Фюрстенберг обобщил теорему Пуанкаре на случай нескольких степеней отображения Т» (Шкредов, 2009, с.3).

Индукция Теренса Тао. Австралийский математик, лауреат премии Филдса за 2006 год Теренс Тао обобщил теорему Семериди на так называемые псевдослучайные множества, которые могут иметь нулевую плотность. Поскольку псевдослучайные множества являются аналогом слабоперемешивающих динамических систем, в обобщении Т.Тао допустимо применение эргодического метода. Реализуя данное обобщение, Т.Тао сотрудничал с Грином. И.Д.Шкредов в статье «Теорема Семериди и задачи об арифметических прогрессиях» (УМН, 2006, том 61, вып.6 (372)) (1981) пишет: «Одна из основных идей Грина и Тао состояла в том, чтобы получить обобщение теоремы Семериди на так называемые псевдослучайные множества (ниже мы дадим точное определение), которые могут иметь нулевую плотность. Говоря вообще, существует много параллелей между подходом Грина и Тао и эргодическим методом. Например, псевдослучайные множества являются аналогом слабоперемешивающих динамических систем» (Шкредов, 2006, с.160).

Индукция Бенуа Мандельброта. Б.Мандельброт (1979) сформулировал идею о возможности компьютерного построения и исследования фрактальных множеств на основе математической теории итераций, индуктивно основываясь на удачном компьютерном конструировании одного из таких множеств – множества Жулиа. А.Уиггинс и Ч.Уинн в книге «Пять нерешенных проблем науки» (2004) отмечают: «Бенуа Мандельброта, родившегося в Польше в 1924 году, со статьей Жулиа познакомил в 1945 году родной дядя, профессор математики. В то время идеи Жулиа его не заинтересовали. Но спустя 30 лет после головокружительной научной карьеры Мандельброт очутился в компании IBM и обратил мощь ЭВМ на итеративные вычисления Жулиа. Мандельброт первым разработал метод графического построения, когда ЭВМ выводит на экран образ схождения и расхождения приближаемой функции» (А.Уиггинс, Ч.Уинн, 2004). А.Дуади в статье «Множества Жюлиа и множество Мандельброта», которая представлена в книге Х.Пайтгена и П.Рихтера «Красота фракталов» (Москва, «Мир», 1993) подчеркивает, что сами множества Жюлиа возникают из определенных последовательностей комплексных чисел, определяемых по индукции. А.Дуади пишет: «Множества Жюлиа квадратичных отображений и множество Мандельброта появляются в ситуации, которая с математической точки зрения исключительно проста, - из последовательностей комплексных чисел, определяемых по индукции с помощью соотношения Zn+1=Z^2n+c, где c – это комплексная постоянная» (Дуади, 1993, с.141).

Индукция Саймона Дональдсона и Дэниса Сулливана (Салливана). Лауреат премии Филдса за 1982 год С.Дональдсон и лауреат премии Вольфа за 2010 год Д.Сулливан индуктивно обобщили на квазиконформные четырехмерные многообразия идеи и методы теории Янга-Миллса (теории калибровочных полей, являющейся одним из разделов современной физики). С.Дональдсон в статье «Геометрия четырехмерных многообразий» (сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», редактор – В.М.Тихомиров, 1991) пишет о себе и Д.Сулливане: «…Автор и Сулливан обобщили основания теории Янга-Миллса на квазиконформные четырехмерные многообразия, у которых локальные координаты преобразуются квазиконформными заменами – отображениями областей в R^4 [11]. Эта работа близка к работе Телемана о липшицевых многообразиях [36]. По существу, все результаты, доказанные для четырехмерных многообразий и диффеоморфизмов с использованием уравнения антиавтодуальности, обобщаются на квазиморфные многообразия и квазиконформные отображения» (Саймон, 1991, с.98). Здесь можно было бы сказать, что С.Дональдсон и Д.Сулливан индуктивно перенесли на квазиконформные четырехмерные многообразия идеи топологической теории четырехмерных многообразий, разработанной С.Дональдсоном, за что, собственно, он и получил премию Филдса. Отметим, что С.Дональдсон и Д.Сулливан, реализуя указанное обобщение, имели в качестве образца (аналогии) работу американского математика Клиффа Таубса, в которой он обобщил на случай асимптотических периодических четырехмерных многообразий (на случай экзотических многообразий R^4) основные результаты теории Янга-Миллса. Поясним, что экзотические многообразия R^4 – это гладкие многообразия, гомеоморфные, но не диффеоморфные евклидову пространству R^4. Ю.П.Соловьев в статье «Топология четырехмерных многообразий» (УМН, 1991, том 46, вып.2 (278)) пишет: «В духе этой работы Таубса Дональдсон и Сулливан обобщили теорию Янга-Миллса на квазиконформные четырехмерные многообразия, координатными функциями перехода на которых служат квазиконформные отображения областей в R^4. Это позволяет перенести на такие многообразия все результаты, полученные для гладких четырехмерных многообразий. В частности, на R^4 существуют экзотические квазиконформные структуры» (Соловьев, 1991, с.191). Вот как оценивает математические заслуги С.Дональдсона российский математик Михаил Громов, который в 2009 году сам был удостоен премии Абеля (ее размер составляет 1 млн. долларов). В статье «Если мы не хотим исчезнуть…» (газета «Троицкий вариант», 26 мая 2009 года) М.Громов говорит: «Самое большое открытие в математике во всем XX веке – это открытие Саймоном Дональдсоном теории геометрии полей Янга-Миллса. Тогда родилась совершенно новая, огромная область математики. Правда, не знаю, применимо ли слово «революция». Я бы сравнил вклад Дональдсона скорее с открытием Америки Колумбом» (М.Громов, 2009). Что касается Д.Сулливана (Салливана), то он оказал заметное влияние на русского математика, награжденного премией Филдса в 2010 году, Станислава Смирнова. Как известно, С.Смирнов получил столь высокую награду за доказательство конформной инвариантности двумерной перколяции и модели Изинга в статистической физике. Наталия Демина в статье «Математика – это наука и искусство» (газета «Полит. Ру», 19 августа 2010 г.) приводит слова С.Смирнова: «…Я многому научился у моих старших коллег Денниса Салливана, Питера Джонса и Леннарта Карлесона» (С.Смирнов, 2010).

Индукция Саймона Дональдсона. С.Дональдсон обобщил на случай неодносвязных многообразий собственную теорему о том, что если форма пересечений Lx замкнутого односвязного гладкого четырехмерного многообразия положительно определена, то она приводится над Z к сумме квадратов. Эту топологическую теорему С.Дональдсон доказал при помощи идей и методов дифференциальной геометрии и математической физики (теории калибровочных полей). Ю.П.Соловьев в статье «Топология четырехмерных многообразий» (УМН, 1991, том 46, вып.2 (278)) говорит о С.Дональдсоне: «Он доказал, что если форма пересечений Lx замкнутого односвязного гладкого четырехмерного многообразия положительно определена, то она приводится над Z к сумме квадратов. Пожалуй, самым удивительным в работе С.Дональдсона является то обстоятельство, что топологическая по своей природе теорема доказывается с привлечением идей и методов дифференциальной геометрии и математической физики – теории калибровочных полей» (Соловьев, 1991, с.178). «Детальное изучение ориентации пространств модулей и виртуозное использование соображений трансверсальности, - продолжает Ю.П.Соловьев, - позволило С.Дональдсону обобщить свою теорему на случай неодносвязных многообразий» (там же, с.188).

Индукция Р.Финтушела и Р.Стерна. Р.Финтушел и Р.Стерн (1984) перенесли технику (методический арсенал) теории калибровочных полей Янга-Миллса на четырехмерные орбиобразия, то есть на пространства с дискретным множеством особенностей, смоделированных на пространствах $R^4/Г$, где Г – конечная группа. Ю.П.Соловьев в статье «Топология четырехмерных многообразий» (УМН, 1991, том 46, вып.2 (278)) отмечает: «Р.Финтушел и Р.Стерн [19] перенесли технику полей Янга-Миллса на четырехмерные орбиобразия, т.е. пространства с дискретным множеством особенностей, смоделированных на пространствах $R^4/Г$, где Г – конечная группа. Орбиобразия естественным образом возникают как факторпространства гладких четырехмерных многообразий по действию конечной группы или пятимерных многообразий по действию окружности. (…) Обобщая на орбиобразия технику SO (3)-связностей, Финтушел и Стерн получили сильные ограничения на существование орбиобразий с данной формой пересечений» (Соловьев, 1991, с.189). Здесь [19] – работа Р.Финтушела и Р.Стерна (1984).

Индукция Майкла Фридмана. Лауреат премии Филдса за 1986 год Майкл Фридман (1981) доказал четырехмерную гипотезу Пуанкаре об эквивалентности топологических свойств четырехмерного пространства и четырехмерной сферы, за счет того, что индуктивно перенес в область решения данной задачи метод А.Кассона. Данный метод представляет собой чисто топологический бесконечный процесс, дающий возможность осуществить прием Г.Уитни в размерности 4, то есть выгнать все точки пересечения «на бесконечность». Ю.П.Соловьев в статье «Топология четырехмерных многообразий» (УМН, 1991, том 46, вып.2 (278)) пишет: «В конце 1981 г. М.Фридман доказал четырехмерную топологическую гипотезу Пуанкаре, утверждающую, что любое метризуемое топологическое четырехмерное многообразие M^4, имеющее гомотопический тип четырехмерной сферы $S^4 = \{x \in R^5 : |x| = 1\}$, гомеоморфно S^4. На самом деле, М.Фридману удалось доказать не только эту гипотезу, но и получить полную классификацию замкнутых односвязных топологических многообразий. Принадлежащая А.Кассону основная идея решения этой классификационной проблемы заключается в том, чтобы построить некоторый чисто топологический бесконечный процесс, дающий возможность осуществить прием Г.Уитни в размерности 4» (Соловьев, 1991, с.145). Поясняя суть метода А.Кассона, Ю.П.Соловьев говорит: «В 1973 г. А.Кассон [13] предложил остроумный подход к преодолению трудностей, связанных с приемом Уитни в размерности 4.

Изобретенная им бесконечная конструкция позволяет выгнать все точки пересечения «на бесконечность». В итоге получаются нужные результаты, но лишь с точностью до собственного гомотопического типа» (там же, с.157). Аналогичное описание метода А.Кассона, которым воспользовался М.Фридман на пути к медали Филдса, содержится в книге Р.Мандельбаума «Четырехмерная топология» (1981), в которой констатируется: «Кассон [Cas2], [Cas3] изобрел другой подход к преодолению четырехмерных трудностей, сосредоточенных в лемме Уитни. Суть его идеи – повторять снова и снова попытки сократить пары точек пересечения с помощью дисков Уитни, хотя при этом вместо старых пересечений появляются все новые и новые пересечения. В итоге некоторых усилий все такие пересечения можно «выгнать на ∞». Получаются нужные результаты, но лишь с точностью до собственного гомотопического типа» (Мандельбаум, 1981, с.211).

Индукция Майкла Фридмана и Джона Моргана. Майкл Фридман и Джон Морган обобщили на случай поверхностей Долгачева типа (2, p) при нечетном p построенный С.Дональдсоном (1985) пример двух алгебраических поверхностей, которые гомеоморфны (топологически эквивалентны), но не диффеоморфны. Ч.Оконек и А.Ван ден Вен в статье «Стабильные расслоения, инстантоны и C (∞)-структуры на алгебраических поверхностях» (сборник «Итоги науки и техники», 1991, том 69) пишут: «…Большим событием явился построенный в 1985 г. пример Дональдсона двух алгебраических поверхностей, которые гомеоморфны, но не диффеоморфны. В этом примере одной поверхностью была проективная плоскость, раздутая в девяти точках, и некоторая эллиптическая поверхность, именно, поверхность Долгачева типа (2, 3). Результат был быстро обобщен Фридманом и Морганом, с одной стороны, и авторами – с другой, на случай поверхностей Долгачева типа (2, p), p нечетно; они оказались различными как дифференцируемые многообразия (и отличными от раздутой плоскости). Пример Дональдсона явился также и большим событием в дифференциальной топологии, поскольку он означал «прорыв» впервые в размерность 4» (Оконек, Ван ден Вен, 1991, с.223).

Индукция Дэниса Сулливана (Салливана). Лауреат премии Вольфа за 2010 год Д.Сулливан (1981) обобщил (усилил) теорему жесткости Мостова. Р.И.Григорчук в статье «О топологических и метрических типах поверхностей, регулярно накрывающих замкнутую поверхность» (Известия АН СССР, серия математическая, 1989, том 53, вып.3) пишет: «Проблема квазиконформной классификации римановых поверхностей и гиперболических многообразий, по-видимому, в явном виде никем не ставилась, хотя аппарат теории квазиконформных отображений неоднократно применялся при исследовании классических классификационных проблем. Кроме того, имеется ряд результатов в направлении решения этой проблемы. Например, знаменитый результат Мостова [2] утверждает, что компактное гиперболическое n-многообразие V жестко в том смысле, что всякое квазиконформное отображение V на другое гиперболическое многообразие V′ гомотопно изометрии. Эту теорему усилил Сулливан [3], доказавший, что если V есть полное гиперболическое n-многообразие ($n \geq 3$), у которого объем $\upsilon(r)$ шара радиуса r растет медленнее, чем объем h(r) шара радиуса r в соответствующем пространстве Лобачевского (другими словами, $\mathrm{Lim}(r \to \infty)\ \upsilon(r)/h(r) = 0$), то V жестко в смысле Мостова. Для гиперболических α-многообразий аналогичное утверждение неверно» (Григорчук, 1989, с.498). Здесь [2] – статья Г.Д.Мостова «Квазиконформные отображения в n-мерном пространстве и жесткость гиперболических пространственных форм» (сборник «Математика», 1972, том 16, № 5), [3] – работа Д.Сулливана (1981).

Индукция Юрия Леонидовича Ершова. Российский математик, первый лауреат премии академика А.И.Мальцева, Ю.Л.Ершов (1982) индуктивно распространил на случай кратно нормированных полей результаты Акса-Кочена об элементарных теориях гензелевых нормированных полей. Ю.Л.Ершов в статье «Кратно нормированные поля» (УМН, 1982, том

37, вып.3 (225)) сообщает: «Настоящая статья посвящена изложению результатов автора об элементарных теориях кратно нормированных полей, анонсированных в заметке автора [8]. Это и есть итог многолетних попыток автора распространить на случай кратно нормированных полей ставшие уже «классическими» результаты Акса-Кочена и автора об элементарных теориях гензелевых номированных полей [1] - [4], [21], [22]» (Ершов, 1982, с.55). Вот что пишут о Юрии Леонидовиче Ершове С.С.Гончаров, И.А.Лавров, В.Д.Мазуров и другие в статье «Лидер сибирской школы алгебры и логики» (газета «Наука в Сибири», № 17 (2253) от 28 апреля 2000 г.): «Им решена классическая проблема А.Тарского о разрешимости теории р-адических чисел. Эти результаты ставят молодого ученого в ряд всемирно признанных корифеев современной математической логики. Среди участников семинара Института математики «Алгебра и логика» устанавливается неформальный критерий трудности математической проблемы, которой стоит заниматься – это та, которую молодой математик Ю.Ершов не может решить за пять минут» (С.С.Гончаров и др., 2000).

Индукция Юрия Леонидовича Ершова. Ю.Л.Ершов (2004) индуктивно распространил на любые обогащения булевых алгебр известный результат Барриса и Вернера о существовании определяющих последовательностей для элементарных произведений моделей. В статье «Элементарные регулярные кольца» («Сибирский математический журнал», 2004, том 45, № 3) Ю.Л.Ершов пишет о своих исследованиях: «Известный результат Барриса и Вернера о существовании определяющих последовательностей для элементарных произведений моделей распространяется на любые обогащения булевых алгебр (получен полный аналог теоремы Фефермана-Вота). Это позволяет установить разрешимость элементарной теории классического объекта теории чисел – кольца аделей» (Ершов, 2004, с.558).

Индукция Александра Сергеевича Мищенко и Виктора Матвеевича Бухштабера. А.С.Мищенко и В.М.Бухштабер (1968) индуктивно распространили К-теорию на категорию бесконечных комплексов. Напомним, что знаменитая К-теория была создана А.Гротендиком в алгебраической геометрии и позже распространена М.Атьей и Ф.Хирцебрухом в область топологии. В.М.Бухштабер и А.С.Мищенко в статье «К-теория на категории бесконечных клеточных комплексов» (Известия АН СССР, 1968, том 32, вып.3) пишут о своем исследовании: «Основная цель работы заключается в вычислении когомологических операций в К-теории mod p и операций из обычной теории когомологий в К-теорию. Предложенный метод основан на распространении К-теории на категорию бесконечных комплексов, что позволяет применять спектральные последовательности типа «бар-конструкции» (Бухштабер, Мищенко, 1968, с.560). Необходимо отметить, что в указанной статье В.М.Бухштабер и А.С.Мищенко посредством индукции доказывают лемму 1.1 – с.563, лемму 1.2 – с.563, теорему 3.1 – с.570, теорему 3.3 – с.574, теорему 6.2 – с.584, лемму 8.6 – с.589, лемму без номера – с.602. Согласно лемме 1.1, гомоморфизм π является эпиморфизмом, а Ker π равно замыканию нуля. Согласно лемме 1.2, если задана последовательность отображений определенного вида, то все отображения гомотопны отображению в точку. Согласно теореме 3.1, спектральная последовательность, индуцированная фильтрацией для теории когомологий К*, сильно сходится к группе К*. Что касается теоремы 3.3, то авторы, проводя ее доказательство, пишут: «Применяя индукцию, можно построить продолжение отображения f на конус CX → BU. Теорема 3.3 доказана» (Бухштабер, Мищенко, 1968, с.574). То же самое авторы говорят о лемме 8.6: «Доказательство проведем индукцией» (там же, с.589). Согласно лемме 8.8, гомоморфизм колец, заданный формулой определенного вида, является мономорфизмом.

Индукция Александра Сергеевича Мищенко. Индуктивные доказательства содержатся и в других работах А.С.Мищенко. Так, в статье «Гомотопические инварианты неодносвязных многообразий» (Известия АН СССР, серия математическая, 1970, том 34, вып.3) А.С.Мищенко при помощи индукции доказывает предложение 2.2 – с.508. В статье

«Перестройки комплексов Пуанкаре» (Математический сборник, 1971, том 85 (127), № 3) А.С.Мищенко индукцией доказывает теорему 4.1 – с.370. В статье «Гомотопические инварианты неодносвязных многообразий. III. Высшие сигнатуры» (Известия АН СССР, серия математическая, 1971, том 35, вып.6) российский математик посредством индукции доказывает теорему 4.6 – с.1334, лемму 6.6 – с.1348, лемму 6.8 – с.1350. Об этой лемме автор говорит: «Доказательство леммы 6.8 проведем по индукции…» (Мищенко, 1971, с.1350). В статье «Представления банаховых алгебр и формулы типа Хирцебруха» (Математический сборник, 1980, том 111 (153), № 2) А.С.Мищенко и Ю.П.Соловьев используют индукцию при доказательстве леммы 1.5 – с.216, леммы 3.3 – с.224. Согласно лемме 1.5, любые две положительно определенные невырожденные эрмитовы формы на проективном А-модуле Р эквивалентны.

Индукция Александра Сергеевича Мищенко и Анатолия Тимофеевича Фоменко. А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко (1979) индуктивно обобщили теорему Атьи-Зингера об индексе эллиптического оператора на эллиптические операторы, инвариантные относительно действия некоторой С*-алгебры. С точки зрения данных математиков, подобное обобщение позволяет эффективно изучать гомотопические инварианты неодносвязных многообразий. А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко в статье «Индекс эллиптических операторов над С*-алгебрами» (Известия АН СССР, серия математическая, 1979, том 43, № 4) пишут: «Естественное обобщение формул Атья-Зингера на случай эллиптических операторов, инвариантных относительно действия (компактной) группы, приводит, с одной стороны, к общей теореме Лефшеца о неподвижных точках преобразования многообразия, а с другой стороны, позволяет эффективно изучать гомотопические инварианты неодносвязных многообразий. Цель настоящей статьи дать естественное обобщение теории эллиптических операторов, инвариантных относительно действия некоторой С*-алгебры, и вывести аналоги формул Атья-Зингера для этого случая» (Мищенко, Фоменко, 1979, с.831). Отметим, что А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко – лауреаты Государственной премии РФ в области науки и техники (1996 год) за цикл работ «Исследование инвариантов гладких многообразий и гамильтоновых динамических систем».

Индукция Александра Сергеевича Мищенко и Анатолия Тимофеевича Фоменко. А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко (1978, 1979) обобщили на случай комплексных редуктивных алгебр Ли и их вещественных форм метод сдвига аргумента, посредством которого С.В.Манаков (1976) интегрировал уравнение Эйлера, описывающее многомерный аналог твердого тела на алгебре Ли. А.Ю.Коняев в кандидатской диссертации «Алгебраические и геометрические свойства систем, получаемых методом сдвига аргумента» (Москва, 2010) повествует: «Первоначально метод сдвига аргумента (в русскоязычной литературе встречается также термин «метод сдвига инвариантов») возник в работе С.В.Манакова [16] для интегрирования уравнения Эйлера, описывающего многомерный аналог твердого тела на алгебре Ли SO(n). Позже в работах А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко [18], [19] этот метод был обобщен на случай комплексных редуктивных алгебр Ли и их вещественных форм. В.В.Трофимов и А.Т.Фоменко [23] показали, что этот метод может использоваться для интегрирования геодезических потоков определенного класса на симметрических пространствах» (Коняев, 2010, с.3). Здесь [16] – статья С.В.Манакова «Замечание об интегрировании уравнений Эйлера динамики n-мерного твердого тела» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1976, том 10, вып.4), [18] – работа А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко «Уравнения Эйлера на конечномерных группах Ли» (Известия АН СССР, серия математическая, 1978, том 42, вып.2), [19] – работа А.С.Мищенко и А.Т.Фоменко «Интегрируемость уравнений Эйлера на полупростых алгебрах Ли» («Труды семинара по векторному и тензорному анализу», Москва, МГУ, 1979, вып.19).

Индукция А.С.Мищенко, Ю.П.Соловьева, Ю.И.Жураева, М.Каруби. Российские математики А.С.Мищенко, Ю.П.Соловьев и Ю.И.Жураев (1985, 1987), а также М.Каруби (1987) построили теорию характеристических классов в некоммутативной геометрии в результате того, что индуктивно обобщили на случай некоммутативных алгебр и их проективных модулей характеристические классы Ш.Ш.Чженя. Другими словами, указанные авторы распространили на некоммутативный случай идеи теории характеристических классов Ш.Ш.Чженя (1948) для комплексных векторных расслоений. Следует отметить, что выдающийся китайский математик, лауреат премии Вольфа за 1983 год Ш.Ш.Чжень (1948) построил теорию характеристических классов для комплексных векторных расслоений по аналогии с теорией характеристических классов для вещественных векторных расслоений, созданной Э.Штифелем и Х.Уитни (1935, 1940). И.М.Никонов в кандидатской диссертации «Характеристические классы аппроксимативно конечных алгебр» (Москва, 2003) констатирует: «В середине 80-х годов прошлого века были предложены две различные конструкции, обобщающие характеристические классы Чженя-Вейля на случай некоммутативных алгебр и их проективных модулей. Одну из них, принадлежащую Каруби, мы описали в предыдущем параграфе. Другая конструкция возникла в серии совместных работ [3, 4], [2] А.С.Мищенко, Ю.П.Соловьева и Ю.И.Жураева» (Никонов, 2003, с.26). Оценивая значение теории характеристических классов, И.М.Никонов в кандидатской диссертации «Характеристические классы аппроксимативно конечных алгебр» (Москва, 2003) замечает: «Характеристические классы возникают в качестве гомологических инвариантов при изучении различного рода структур на геометрическом объекте. Исследование и использование таких инвариантов стоит в ряду основных задач алгебраической топологии. Впрочем, в самой алгебраической топологии под характеристическими классами чаще всего понимают классы векторных расслоений. За семьдесят лет, прошедших после доклада Е.Штифеля на знаменитой Московской топологической конференции в 1935 году – точки отсчета своей истории, теория характеристических классов пережила свою зрелость, дав множество приложений, касающихся классификации многообразий, и оставив след в теории кобордизмов, теории индекса и, конечно же, К-теории, пока неожиданно она вновь не оказалась в самом центре современной математической жизни в связи с развитием некоммутативной геометрии. Появление конструкции некоммутативных характеристических классов в начале 80-х гг. прошлого века стало одним из первых крупных достижений зарождающейся некоммутативной геометрии» (Никонов, 2003, с.2).

Индукция А.В.Бреннера и М.А.Шубина. А.В.Бреннер и М.А.Шубин (1981) обобщили на случай компактных многообразий с краем теорему Атьи-Ботта-Лефшеца. Отметим, что сами М.Атья и Р.Ботт получили данную теорему в результате обобщения классической теоремы Лефшеца о неподвижных точках. А.В.Бреннер и А.М.Шубин в статье «Теорема Атьи-Ботта-Лефшеца для многообразий с краем» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1981, том 15) конституют: «В работе Атьи и Ботта [1] получена формула, выражающая число Лефшеца геометрического эндоморфизма эллиптического комплекса на компактном многообразии без края через инварианты комплекса в неподвижных точках. Здесь мы приводим обобщение этого результата на случай компактных многообразий с краем. Мы рассматриваем эллиптические комплексы, состоящие из операторов типа Буте де Монвеля [2]» (Бреннер, Шубин, 1981, с.67). Здесь [1] – исследование М.Атьи и Р.Ботта (1967), [2] – исследование Б.де Монвеля (1971).

Индукция В.И.Арнаутова и М.И.Урсула. В.И.Арнаутов и М.И.Урсул распространили на топологические кольца теорему С.Хартмана и Дж.Мыцельского (1958) о возможности вложения одних алгебраических структур в другие в случае топологических групп. А.В.Архангельский в статье «Алгебраические объекты, порожденные топологической структурой» (сборник «Итоги науки и техники», 1987, том 25) пишет: «Существенную роль в исследовании топологии свободных объектов играет возможность вкладывать топологические алгебры в линейно связные топологические алгебры. Результат Хартмана и Мыцельского [227] о возможности такого вложения в случае топологических групп был распространен В.И.Арнаутовым и М.И.Урсулом на топологические кольца» (Архангельский, 1987, с.159).

Индукция Владимира Ивановича Арнаутова. В.И.Арнаутов (1980-е годы) выдвинул гипотезу о том, что топологические кольца в максимальных недискретных топологиях являются полными, индуктивно исходя из факта полноты топологических групп, порожденных некоторыми топологическими пространствами. Этот факт математик почерпнул из исследований М.И.Граева (1948) и М.Г.Ткаченко (1983). В.И.Арнаутов в статье «О полноте топологических колец в максимальных топологиях» («Математический сборник», 1996, том 187, № 2) отмечает: «В середине 80-х годов мною было высказано предположение, что пологические кольца в максимальных недискретных топологиях являются полными. Основанием для этого предположения послужила, с одной стороны, полнота свободных топологических групп, порожденных некоторыми топологическими пространствами (см. [1], [2]), а с другой – то обстоятельство, что в ряде работ при доказательстве наличия полных топологий в тех или иных группах строилась топология, близкая к максимальной, в которой данная группа оказывалась полной. Наконец, в [3] доказывается полнота группы, являющейся прямой суммой простых абелевых групп различных порядков, в максимальных линейных топологиях» (Арнаутов, 1996, с.3). Здесь [1] - статья М.И.Граева «Свободные топологические группы» (Известия АН СССР, серия математическая, 1948, том 12), [2] – статья М.Г.Ткаченко «О полноте свободных абелевых топологических групп» («Доклады АН СССР», 1983, том 269, № 2), [3] – исследование Де Г.Марко (1972).

Индукция Даниэля Горенстейна (Горенштейна). Американский математик Д.Горенстейн (1981) пришел к выводу о том, что простые конечные группы содержат 18 регулярных бесконечных семейств групп и 26 спорадических групп, индуктивно основываясь на анализе результатов 10-летней работы сотни математиков из разных стран над проблемой классификации конечных простых групп. Это был грандиозный математический проект, в котором впервые в истории математики отдельные задачи классификации конечных простых групп были поручены математическим коллективам разных стран. Таким образом, данный проект включал в себя формы организации труда, характерные для традиционных способов производства: «поточный метод» и «разделение труда». Саймон Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет: «Еще более ярким примером может служить так называемое доказательство классификации конечных простых групп, состоящее из 500 отдельных работ, написанных более чем сотней математиков. Говорят, что полностью разобрался в этом доказательстве (общим объемом в 15000 страниц) один-единственный человек на свете – скончавшийся в 1992 году Дэниел Горенстейн. Тем не менее, математическое сообщество в целом могло быть спокойным: каждый фрагмент доказательства был изучен группой специалистов, и каждая строка из 15000 страниц была десятки раз проверена и перепроверена» (С.Сингх, 2000). Об этом же сообщает Б.Дэвис в статье «Куда движется математика?» (сайт «Элементы большой науки», 14.11.2005 г.): «В 1970-е годы более сотни специалистов по теории групп образовали своеобразный консорциум, целью которого было представить полную классификацию простых конечных групп. Задача была поставлена крайне трудоемкая, и ее решение остается единственным примером использования «поточного метода» и «разделения труда» в чистой математике. Под общим руководством Даниэля Горенштейна проблема была разбита на «пакеты» задач, которые поручили различным группам математиков всего мира. Через десять лет интенсивной работы удалось составить полную классификацию всех простых конечных групп, состоящую из трех бесконечных счетных семейств и 26 так называемых спорадических групп с особыми свойствами. Существование спорадической группы с самым большим порядком, получившей прозвище «монстр», удалось доказать только при помощи компьютера» (Б.Дэвис, 2005). Далее Б.Дэвис указывает, что в настоящее время опубликованы не все результаты работы математиков над данной проблемой из теории групп: «Интересно, что из двадцати томов этого окончательного доказательства до сих пор опубликованы лишь неполные пять, и это спустя четверть века после того, как теорема была «доказана»… (Б.Дэвис, 2005). Сам Д.Горенстейн в статье «Грандиозная теорема» (журнал «В мире науки», 1986, № 2, с.62-74) пишет о своей классификационной теореме, доказанной методом перебора: «…Именно в этом состоит утверждение классификационной теоремы: «мир» простых конечных групп содержит 18 регулярных бесконечных семейств групп и 26 спорадических групп – и никаких других! Вот для доказательства этого утверждения и понадобилось 500 статей, занимающих около 15 тысяч журнальных страниц» (Д.Горенстейн, 1986). Об этом же Д.Горенстейн говорит в своей книге «Конечные простые группы» (Москва, «Мир», 1985): «В феврале 1981 г. была завершена классификация простых конечных групп (D1), представляющая собой одно из самых замечательных достижений в истории математики. Полное доказательство, объем которого лежит где-то между 5000 и 10000 журнальных страниц, объединяет в себе усилия нескольких сотен математиков всего мира за 30 лет и разбросано по 300-500 индивидуальным работам» (Горенстейн, 1985, с.9).

Индукция И.Домара, И.В.Островского, А.А.Боричева. И.Домар (1983), И.В.Островский (1984), А.А.Боричев (1989) получили ряд продуктивных обобщений известной теоремы Чарльза Титчмарша о носителях свертки (теоремы из области гармонического анализа). В.П.Гурарий в обзоре «Групповые методы коммутативного гармонического анализа» (сборник «Итоги науки и техники», 1988, том 25) указывает: «Заметим в заключение, что в последнее время Домаром, И.В.Островским и А.А.Боричевым получены различные обобщения теоремы Титчмарша о носителях свертки» (Гурарий, 1988, с.17). А.А.Боричев в статье «Обобщенное преобразование Фурье, теорема Титчмарша и почти аналитические функции» (журнал «Алгебра и анализ», 1989, том 1, вып.4) детализирует обобщение теоремы Титчмарша: «Эффективность свертки в различных задачах гармонического анализа основана на нескольких ее основных свойствах, среди которых существенное место занимает правило сложения носителей, известное как теорема Титчмарша. (Здесь будет рассматриваться лишь одномерный случай). В ее классической формулировке [1] эта теорема гласит, что выпуклая оболочка носителя свертки двух функций с компактными носителями равна сумме выпуклых оболочек этих носителей. (…) В работах И.Домара [2, 3] и И.В.Островского [4, 5] теорема Титчмарша была обобщена на случай функций (последовательностей), быстро убывающих ($\sim \exp(-|x|\operatorname{Log}|x|, \exp(-x^2))$ на отрицательной полуоси и, возможно, с некоторым ростом на положительной полуоси…» (Боричев, 1989, с.18). Здесь [2] и [3] – исследования И.Домара (1983), [4] – статья И.В.Островского «Носитель свертки конечных мер и меры, однозначно определяемые сужением на полупрямую» («Доклады АН УССР», серия А, 1984, № 3).

Индукция Михаила Григорьевича Зайденберга. Российский математик М.Г.Зайденберг (1989) распространил на комплексные аналитические семейства некомпактных кривых теорему Ю.И.Манина, являющуюся функциональным аналогом гипотезы Морделла. Как известно, гипотеза Морделла – это гипотеза о конечности множества рациональных точек на алгебраической кривой рода $g>1$. М.Г.Зайденберг в статье «Функциональный аналог гипотезы Морделла: некомпактная версия» (Известия АН СССР, 1989, том 53, № 4) пишет о своем исследовании: «Цель данной работы – в максимально возможной общности распространить теорему Манина на комплексно аналитические семейства некомпактных кривых, в том числе на семейства рациональных и эллиптических кривых с проколами» (Зайденберг, 1989, с.731).

Индукция Валерия Владимировича Трофимова. Отечественный математик В.В.Трофимов (1988, 1989) индуктивно обобщил на случай произвольных лагранжевых подмногообразий в произвольных симплектических многообразиях конструкцию характеристических (когомологических) классов Маслова-Арнольда лагранжевых подмногообразий определенного вида. А.Т.Фоменко в книге «Симплектическая геометрия» (издательство Московского университета, 1988) пишет: «В симплектической топологии большую роль играют характеристические классы Маслова и классы Маслова-Арнольда лагранжевых подмногообразий в R^{2n} и в T^*M^n. Недавно В.В.Трофимов обобщил конструкцию этих классов на случай произвольных лагранжевых подмногообразий в произвольных симплектических многообразиях. Эти новые классы Маслова-Трофимова определяются при помощи групп голономий связностей» (Фоменко, 1988, с.339). Сам В.В.Трофимов описывает свое обобщение во многих работах. Так, в статье «Группа голономии и обобщенные классы Маслова подмногообразий в пространствах аффинной связности» («Математические заметки», 1991, том 49, вып.2) он указывает: «Изучаются обобщения классов Маслова на случай произвольных подмногообразий в пространствах аффинной связности. Для большого класса устойчивых минимальных поверхностей доказана гипотеза Фоменко об обращении в нуль обобщенных классов Маслова» (Трофимов, 1991, с.113). В этой же статье В.В.Трофимов вновь говорит о своем обобщении: «В настоящей работе изучается одно из возможных обобщений характеристических классов и индексов Маслова [9]. Дана конструкция характеристических классов Маслова для подмногообразий в пространствах аффинной связности и для лагранжевых подмногообразий в симплектических многообразиях. Даны приложения этих характеристических классов к минимальным поверхностям…» (Трофимов, 1991, с.114). Об этом же В.В.Трофимов говорит в статье «Пространство путей и обобщенные классы Маслова лагранжевых подмногообразий» (УМН, 1992, том 47, вып.4 (286)): «В работах [1, 2] построены классы Маслова лагранжевых подмногообразий в произвольных симплектических многообразиях, что является обобщением конструкции В.П.Маслова, В.И.Арнольда, Д.Б.Фукса [3, 4, 5]. Оказывается, классы Маслова, определенные в [1, 2], можно поднять в пространство путей симплектического многообразия» (Трофимов, 1992, с.213). Здесь [1] – статья В.В.Трофимова «Симплектические связности, индекс Маслова и гипотеза Фоменко» («Доклады АН СССР», 1989, том 304, № 6), [3] – книга В.П.Маслова «Операторные методы» (Москва, «Наука», 1973). Наконец, изложенное обобщение В.В.Трофимова рассматривается в работе В.В.Трофимова и М.В.Шамолина «Геометрические и динамические инварианты интегрируемых гамильтоновых и диссипативных систем» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2010, том 16, вып.4): «Классы Маслова изучались с различных точек зрения и были обобщены на высшие размерности в работах В.И.Арнольда, А.Б.Гивенталя, М.В.Карасева, Д.Б.Фукса, Ж.Лиона, М.Вернь, П.Дазора, М. де Госсона, Дж.Морвана (см., например, [17, 20, 76, 95, 162, 200, 205, 211, 215]). Первое такое обобщение было сделано В.И.Арнольдом и изучено Д.Б.Фуксом [17, 162]. В связи с конструкциями обобщенных классов Маслова естественным образом возникают симплектические связности» (Трофимов, Шамолин, 2010, с.7). Здесь [17] – работа В.И.Арнольда «О характеристическом классе, входящем в условия квантования» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1967, том 1, № 1), [76] – книга М.В.Карасева и В.П.Маслова «Нелинейные скобки Пуассона. Геометрия и квантование» (Москва, «Наука», 1991), [95] – книга Ж.Лиона и М.Верня «Представление Вейля, индекс Маслова и тэта-ряды» (Москва, «Мир», 1983), [162] – статья Д.Б.Фукса «О характеристических классах Маслова-Арнольда» («Доклады АН СССР», 1968, том 178, № 2).

Индукция Александра Александровича Разборова. Российский математик, лауреат премии Неванлинны за 1990 год, А.А.Разборов дает пример использования индукции при доказательстве математических утверждений. Так, в статье «О системах уравнений в свободной группе» (Известия АН СССР, 1984, том 48, № 4) А.А.Разборов при помощи индукции доказывает лемму 4.1 (согласно которой понятия сводимости и слабой сводимости эквивалентны) – с.795, лемму 5.1 – с.801 (где автор пишет: «Построение будем вести индуктивно»), лемму 6.7 – с.813 (о которой автор говорит: «Доказательство. Индукция по р»). Также индукцией доказываются лемма 6.8 – с.814, лемма 7.1 – с.815. Об этой лемме

А.А.Разборов пишет: «Пусть n>0 и для полных обобщенных уравнений с меньшим числом основ лемма доказана. Тогда для полных вырожденных уравнений с n парами основ лемма следует из леммы 6.1, индуктивного предположения внутренней индукции. Для полных тупиковых уравнений лемма следует из леммы 6.2 и индуктивного предположения индукции по n» (Разборов, 1984, с.815). Далее на основе индукции доказывается лемма 9.1 – с.821 (где автор замечает: «Единственное изменение в доказательство леммы 1.1 работы [7] следует внести в базу индукции»). В статье «Нижние оценки монотонной сложности логического перманента» (журнал «Математические заметки», 1985, том 37, № 6) А.А.Разборов индукцией доказывает лемму 2 – с.894, лемму 5 – с.897, теорему, называемую основной, - с.890. О лемме 2 математик говорит: «На время доказательства леммы 2 допустим, что $r \geq 2$ и $s \geq 1$ – произвольные натуральные числа и проведем индукцию по $r+s$» (Разборов, 1985, с.894). В статье «Периодические группы и алгебры Ли» (УМН, 1987, том 42, вып.2 (254)) С.И.Адян и А.А.Разборов при помощи индукции доказывают лемму 5.1 – с.45, лемму 5.7 – с.50, лемму 5.8 – с.51. Доказывая лемму 5.8, авторы пишут: «Квазитождество (5.27) будем доказывать индуктивным спуском по $m = 14, 13, \ldots 1, 0$» (Адян, Разборов, 1987, с.51). Далее авторы индукцией доказывают лемму 5.11 – с.53 (о которой говорят: «Лемма 5.11 является частным случаем (5.31) при $t = m, m\text{-}1, \ldots, 1$»), теорему 2 – с.54 (о которой авторы пишут: «Доказательство проведем индукцией по $r \geq 4$»), лемму 6.1 – с.55, лемму 6.2 – с.57, лемму 6.3 – с.57, лемму 6.5 – с.58, теорему 3 – с.66. Таким образом, в указанной статье С.И.Адяна и А.А.Разборова 10 лемм и теорем доказываются индуктивно. Примечательно, что в этой статье С.И.Адян и А.А.Разборов дают доказательство одной из теорем А.И.Кострикина, опираясь на аналогию, которую впервые обнаружил крупный математик, существенно развивший теорию групп, Вильгельм Магнус. Речь идет об аналогии между теорией групп Ли и теорией алгебр Ли, которую использовали А.И.Кострикин (1958) и Е.И.Зельманов (1989) при доказательстве теорем, ведущих к решению ослабленной проблемы Бернсайда. С.И.Адян и А.А.Разборов в своей статье «Периодические группы и алгебры Ли» пишут об аналогии, на которой основывается их доказательство: «Так же, как и упомянутые выше доказательства Хигмана (для $R(m, 5)$) и Кострикина (для $R(m, p)$), наше доказательство основывается на глубокой связи между группами и алгебрами Ли, которую впервые обнаружил В.Магнус [40], [41]. В работе [41] он показал, что нижний центральный ряд любой группы G определяют связанную с ней алгебру Ли. Эта связь основывается на коммутаторных тождествах, которые восходят к Ф.Холлу [42]» (Адян, Разборов, 1987, с.7). В статье «Нижние оценки размера схем ограниченной глубины в полном базисе, содержащем функцию логического сложения» (журнал «Математические заметки», 1987, том 41, № 4) А.А.Разборов индукцией доказывает лемму 1 – с.602 (при доказательстве которой пишет: «Последовательность (9) будем строить индукцией по t»), теорему 1 – с.601.

Индукция Максима Концевича. Российский математик, лауреат премии Филдса за 1998 год М.Концевич (1992) открыл интеграл, выражающий так называемые инварианты Васильева, в результате индуктивного обобщения интегральной формулы Гаусса, выражающей коэффициент зацепления двух замкнутых кривых в пространстве. Иначе говоря, М.Концевич обобщил интеграл Гаусса, преобразовав его и применив в теории инвариантов Васильева. С.В.Дужин и С.В.Чмутов в статье «Узлы и их инварианты» (сборник «Математическое просвещение», 1999, серия 3, выпуск 3) указывают: «Интеграл Концевича изобретен в 1992 году [18] как средство доказательства сформулированной выше (с.81) теоремы Васильева-Концевича. Он является далеко идущим обобщением интегральной формулы Гаусса, выражающей коэффициент зацепления двух замкнутых кривых в пространстве» (Дужин, Чмутов, 1999, с.85). В.В.Прасолов и А.Б.Сосинский в книге «Узлы, зацепления, косы и трехмерные многообразия» (1997) пишут: «Как ни странно, замечательный интеграл Гаусса был оставлен топологами без внимания; первое его обобщение появилось лишь 150 лет спустя в виде интеграла Концевича, дающего выражение для инвариантов Васильева» (Прасолов, Сосинский, 1997, с.32). Об этом же пишет С.Д.Тюрина в статье «Диаграммные инварианты узлов и интеграл Концевича» (сборник «Современная математика и ее приложения», том 19, Тбилиси, Институт кибернетики АН Грузии, 2004): «Интеграл Концевича изобретен в 1992 г. (см. [39]) как средство доказательства сформулированной выше теоремы Концевича. Он является далеко идущим обобщением интегральной формулы Гаусса, выражающей коэффициент зацепления двух замкнутых кривых в пространстве» (Тюрина, 2004, с.144). Сказанное подтверждает В.И.Арнольд, который в статье «Филдсовская медаль – воспитаннику московской математической школы» (сборник «Математическое просвещение», серия 3, вып.3, 1999) пишет: «Технические достижения Концевича позволили ему дать явное выражение для всех инвариантов Васильева в виде кратных интегралов по соответствующим конфигурационным пространствам. Эти формулы являются грандиозным обобщением электродинамической формулы Гаусса, выражающей коэффициенты зацепления двух замкнутых кривых в трехмерном пространстве в виде двойного интеграла (коэффициент зацепления определяет (алгебраическое) число прохождений одной кривой сквозь другую при их растаскивании в удаленные части пространства)» (Арнольд, 1999, с.11). Отметим, что инварианты Васильева, выражающие определенные свойства узлов и кос, можно интерпретировать как степени отображений конфигурационных пространств.

Индукция Максима Концевича. М.Концевич обобщил на случай лагранжевых подмногообразий в многообразиях Калаби-Яу понятие градуированного лагранжева подмногообразия в симплектическом векторном пространстве, введенное Жаном Лере (1968). А.Н.Капустин и Д.О.Орлов в статье «Лекции о зеркальной симметрии, производных категориях и D-бранах» (УМН, 2004, том 59, вып.5 (359)) отмечают: «Понятие градуированного лагранжева подмногообразия в симплектическом векторном пространстве было введено Ж.Лере в 1968 г. и обобщено М.Концевичем на случай лагранжевых подмногообразий в многообразиях Калаби-Яу» (Капустин, Орлов, 2004, с.109).

Индукция Виктора Александровича Колывагина. Известный отечественный математик В.А.Колывагин применяет индуктивные доказательства в ряде своих работ, посвященных исследованию эллиптических кривых. Так, например, в статье «О группах Морделла-Вейля и Шафаревича-Тейта для эллиптических кривых Вейля» (Известия АН СССР, серия математическая, 1988, том 52, № 6) В.А.Колывагин при помощи индукции доказывает предложение 12 – с.1177, предложение 14 – с.1178, предложение 15 – с.1179. В статье «Уравнение Ферма над башней круговых полей» (Известия РАН, серия математическая, 2001, том 65, вып.3) В.А.Колывагин на основе индукции доказывает предложение 4 – с.101 (где автор пишет: «Докажем предложение, применяя индукцию по r»), предложение 5 – с.106, предложение 7 – с.109, лемму 6 – с.111 (об этой лемме автор говорит: «Применение индукции по m заканчивает доказательство»), лемму 7 – с.111. В.А.Колывагин известен тем, что разработанный им метод изучения эллиптических кривых был использован Эндрю Уайлсом при доказательстве знаменитой теоремы Ферма. С.Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет о том, как Э.Уайлс (1991) впервые познакомился с методом Колывагина-Флаха и как решил его использовать при доказательстве теоремы Ферма: «…Встреча Уайлса с его бывшим научным руководителем Джоном Коутсом оказалась весьма плодотворной: «В беседе со мной Коутс упомянул о том, что один из его аспирантов по имени Матиус Флах пишет прекрасную статью, в которой анализирует эллиптические кривые. Свою работу Флах основывал на методе, недавно предложенном Колывагиным. Метод Колывагина был словно специально придуман для моей проблемы. Казалось, это было именно то, что мне нужно, хотя по собственному опыту я уже знал, что так называемый метод Колывагина-Флаха придется усовершенствовать. Я полностью отложил в сторону старый подход и стал день и ночь работать над усовершенствованием этого метода». Профессор Колывагин и Матиус Флах разработали необычайно мощный математический метод, но ни тот, ни другой не поняли, что Уайлс вознамерился использовать их метод при решении самой трудной проблемы в мире. Уайлс вернулся в Принстон и вскоре снова приступил к доказательству гипотезы Таниямы-

Шимуры (эта гипотеза постулирует существование аналогии между эллиптическими и модулярными функциями – Н.Н.Б.). Вскоре ему удалось доказать эффективность придуманного им доказательства по индукции для одной конкретной эллиптической кривой. (…) И тут Уайлс понял, что все эллиптические кривые подразделяются на различные семейства. Если метод Колывагина-Флаха модифицировать так, чтобы он стал эффективным для одной кривой, то он будет применим и ко всем эллиптическим кривым того же семейства. Задача сводилась к тому, чтобы приспособить метод Колывагина-Флаха к каждому из семейств эллиптических кривых. И хотя для некоторых семейств модифицировать метод Колывагина-Флаха оказалось труднее, чем для других, Уайлс был уверен, что постепенно сумеет преодолеть все трудности» (С.Сингх, 2000).

Индукция Барри Мазура. Американский математик, один из тех, кто создал интеллектуальную почву для доказательства Великой теоремы Ферма, Барри Мазур индуктивно перенес на случай абелевых многообразий основные понятия теории круговых полей К.Ивасавы. А.Н.Паршин и И.Р.Шафаревич в статье «Арифметика алгебраических многообразий (в отделе алгебры МИАН)» (Труды МИАН СССР, 1984, том 168) обсуждая результаты, полученные Ю.И.Маниным, попутно раскрывают индукцию Б.Мазура (весьма похожую на аналогию): «Многочисленные результаты по арифметике модулярных кривых были получены Ю.И.Маниным. Вдохновляясь работой Б.Мазура, перенесшего основные понятия теории К.Ивасавы круговых полей на случай абелевых многообразий, он нашел явные формулы для порядков группы Шафаревича-Тейта…» (Паршин, Шафаревич, 1984, с.82). Нужно сказать, что Барри Мазур одним из первых осознал плодотворность аналогии между эллиптическими и модулярными функциями, которая была сначала высказана Ю.Таниямой и Г.Шимурой в виде предположения. Это предположение получило название гипотезы Таниямы-Шимуры. Кроме того, Б.Мазур помог математику Кену Рибету построить строгое доказательство того, что Великая теорема Ферма следует из гипотезы Таниямы-Шимуры. С.Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) приводит слова Мазура: «Профессор Гарвардского университета Барри Мазур был свидетелем того, как гипотеза Таниямы-Шимуры обретала все большую известность. «Гипотеза была великолепной (предполагалось, что каждой эллиптической кривой соответствует модулярная форма), поначалу ее игнорировали, так как она опередила свое время. Когда она была выдвинута впервые, ее не восприняли всерьез потому, что она была чересчур удивительна. С одной стороны, вы имеете эллиптический мир, с другой – модулярный мир. Обе эти области математики исследовались интенсивно, но независимо друг от друга. Математики, занимавшиеся изучением эллиптических кривых, могли не быть сведущими в проблемах модулярных форм, и наоборот. И тут появляется гипотеза Таниямы-Шимуры, которая утверждает, что между двумя совершенно различными математическими мирами существует мост. Математики любят наводить мосты» (С.Сингх, 2000).

Индукция Барри Мазура. Б.Мазур распространил на более общую ситуацию теорему Стивена Смейла об h-кобордизме. Независимо от Б.Мазура эту же теорему обобщили Дж.Столлингс и Д.Барден (1963). Теорема С.Смейла об h-кобордизме – это утверждение о том, что односвязные h-кобордантные многообразия размерности, большей или равной 5, диффеоморфны. Эта теорема позволила в свое время получить классификацию всех гладких структур на сферах. Дж.Милнор в книге «Теорема об h-кобордизме» (Москва, «Мир», 1969) указывает: «Теорема об h-кобордизме может быть обобщена в нескольких направлениях. Пока никто не преуспел в снятии ограничения на размерность V и V′: dim V (dim V′)>4 (см. стр.108). Если мы опустим требование односвязности V (а значит) и V′, то теорема перестанет быть справедливой (см. Милнор [13]). Но она останется верной, если мы одновременно потребуем, чтобы включение V (или V′) в W было простой гомотопической эквивалентностью в смысле Дж.Г.К.Уайтхеда. Это обобщение, называемое теоремой об Sкобордизме, доказано Мазуром [6], Барденом [1] и Столлингсом. По поводу этого и других обобщений отсылаем к работе Уолла [33]» (Милнор, 1969, с.8).

Индукция Эндрю Уайлса. Американский математик Эндрю Уайлс (1993) построил доказательство великой теоремы Ферма, согласно которой уравнение $x^3 + y^3 = z^3$ не имеет никаких решений в целых числах, на основе индуктивного рассуждения. С.Сингх в книге «Великая теорема Ферма» (2000) пишет: «После года размышлений Уайлс решил избрать за основу доказательства общий метод, известный под названием индукции. Индукция – чрезвычайно мощный способ доказательства, поскольку он позволяет математику доказать, что утверждение справедливо для бесконечно многих случаев, доказав, что оно справедливо только в одном случае. Например, представим себе, что некий математик хочет доказать, что какое-то утверждение справедливо для всех натуральных чисел от 1 до бесконечности. Первый шаг состоит в том, чтобы убедиться в истинности этого суждения для числа 1, что обычно достигается прямой проверкой. Следующий шаг состоит в том, чтобы показать, что если утверждение верно для числа 1, то оно должно быть верно для числа 2, а если оно верно для числа 2, то оно должно быть верно для числа 3, а если оно верно для числа 3, то оно должно быть верно для числа 4 и т.д. Более общо, математик должен показать, что если утверждение верно для некоторого числа n, то оно должно быть верно для следующего числа n+1» (С.Сингх, 2000). Если рассматривать в целом различные попытки, предпринимавшиеся для доказательства теоремы Ферма, то они легко укладываются в схему метода проб и ошибок. Это говорит о том, что в поиске математических доказательств метод проб и ошибок играет такую же роль, как в естественных науках. И.Макаров в статье «Служенье муз не терпит суеты» (журнал «Санкт-Петербургский университет», № 26 (3650) от 14 ноября 2003 г.) цитирует члена-корреспондента РАН И.А.Панина: «Например, прежде чем теорема Ферма была решена, с восьмидесятого по девяностый год был сильнейший штурм, когда ее как отдельную задачу сумели включить примерно в пять разных концепций. И одна из них сработала! Андре Уайлз поверил в одну из упомянутых концепций и использовал для ее технического доказательства теорию автоморфных форм от одной переменной. Про нее тогда во всех учебниках писали, что это, мол, мертвая классика, и использовать ее для вывода чего-то нового совершенно невозможно. Но Уайлз ее вытащил на поверхность и использовал как основной технический инструмент для решения теоремы Ферма. Так что в начале, как видите, были придуманы пять мифологем, а уже потом задача была решена» (И.А.Панин, 2003).

Индукция Ласло Ловаса и Имре Барани. Лауреат премии Вольфа за 1999 год Ласло Ловас и Имре Барани (1982) перенесли на более общую ситуацию теорему Хелли (аналог теоремы Хелли). А.В.Акопян в автореферате диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Дискретные трансверсали выпуклых множеств» (Ярославль, 2010) повествует: «Другой путь обобщения теорем типа Хелли предложили Л.Ловас и И.Барани. Они рассмотрели «раскрашенные» («цветные») версии классических теорем комбинаторной геометрии. В частности, доказали «раскрашенную» версию теоремы Хелли» (Акопян, 2010, с.5-6).

Индукция Л.Ласло и М.Пламмера. Л.Ласло и М.Пламмер обобщили на сбалансированные гиперграфы теорему Кенига о хроматическом индексе двудольных графов. Л.Ласло и М.Пламмер в книге «Прикладные задачи теории графов» (1998) аргументируют: «Теорема Кенига о хроматическом индексе двудольных графов может быть обобщена на сбалансированные гиперграфы» (Ласло, Пламмер, 1998, с.578).

Индукция Л.Ловаса и М.Пламмера. Анализируя идеи Якоба Штейнера, мы уже говорили о том, что этот исследователь, являющийся одним из основателей математической теории графов, сформулировал и доказал наиболее важные теоремы в этой теории посредством индукции. Монография лауреата премии Вольфа Л.Ловаса «Прикладные задачи теории графов» (1998), написанная им совместно с М.Пламмером, является убедительным свидетельством того, что многие результаты в теории графов действительно доказываются индуктивно. Частота использования индукции при доказательстве теорем в указанной книге Л.Ловаса и М.Пламмера иллюстрируется следующей таблицей.

№	**Название статьи или книги**	**Номер теоремы и страницы, где содержится ссылка на использование индукции при доказательстве**
1.	Л.Ловас, М.Пламмер, книга «Прикладные задачи теории графов» (1998)	Теорема 1.3.16 – с.64, теорема 2.3.1 – с.110, теорема 3.1.14 – с.143, лемма 4.3.2 – с.225, теорема 5.4.4 – с.241, лемма 5.4.7 – с.248, теорема 5.4.11 – с.252, лемма 5.4.13 – с.258, теорема 5.4.15 – с.261, теорема 5.5.3 – с.267, лемма 6.5.13 – с.311, теорема 6.5.12 – с.313, лемма 7.1.1 – с.349, лемма 7.4.2 – с.369, теорема 7.4.1 (теорема Визинга) – с.370, теорема 7.6.6 – с.387, следствие 7.6.10 – с.389, теорема 8.1.7 – с.399, теорема 8.5.5 – с.426, теорема 8.5.6 – с.428, лемма 8.6.5 – с.437, теорема 10.2.10 – с.489, лемма 11.3.3 – с.539, следствие 12.1.25 – с.560, теорема 12.3.2 – с.576,

Примечательно, что Л.Ловас и М.Пламмер доказывают одну из теорем теории графов (теорему 1.3.16), используя идею доказательства, на основе которой американский математик венгерского происхождения Пол Халмош совместно с В.Вогеном доказал теорему Ф.Холла о свадьбах. Мы уже отмечали, что П.Халмош и и В.Воген доказали теорему о свадьбах, применяя математическую индукцию. Упоминание об этом обстоятельстве можно найти в книге Р.Уилсона «Введение в теорию графов» (1977). Л.Ловас и М.Пламмер в монографии «Прикладные задачи теории графов» (1998) пишут: «1.3.16. Теорема. Пусть f – субмодулярная, а g – супермодулярная функции, определенные на одном и том же множестве S, и пусть f ≥ g. Тогда существует модулярная функция h, такая, что f ≥ h ≥ g. Если, дополнительно, f и g – целочисленные, то можно выбрать целочисленную функцию h. Доказательство. Мы приведем доказательство второго утверждения, которое интересно с точки зрения комбинаторных приложений и из которого, очевидно, выводится первое утверждение. В этом доказательстве будет использована идея, подобная той, на которой основано доказательство теоремы Ф.Холла, данное Халмошем и Вогеном. Мы применим индукцию по |S|. Для |S|=1 утверждение очевидно» (Ловас, Пламмер, 1998, с.64).

Индукция Джефа Кана. Джеф Кан совместно с Г.Калаи (1993) пришел к выводу о несправедливости гипотезы Борсука, индуктивно основываясь на обнаружении контрпримера к данной гипотезе. Интересно, что контрпример возникал во всех размерностях, начиная с n = 2015. Отметим, что здесь речь идет о гипотезе, сформулированной выдающимся польским математиком Каролем Борсуком (1933). Согласно этой гипотезе, всегда существует минимальное число частей меньшего диаметра, на которые может быть разбито произвольное ограниченное множество в пространстве. А.М.Райгородский в книге «Проблема Борсука» (МЦНМО, 2006) пишет о том, как была опровергнута гипотеза Борсука: «Развязка нашей драмы наступила в 1993 году, ровно через 60 лет после того, как проблема Борсука была поставлена. Дж.Кан и Г.Калаи сумели построить контрпример к гипотезе! Для многих это стало абсолютной неожиданностью. Однако и результат Кана-Калаи выглядел в некотором роде угрожающе: контрпримеры возникали лишь во всех размерностях, начиная с n=2015. Неудобоваримое число. Что такое 2015 измерений, помыслить нереально» (Райгородский, 2006, с.29). «Отныне, - продолжает А.М.Райгородский, - львиная доля усилий была брошена на уменьшение размерности, в которой удается построить контрпример, и на уточнение нижней оценки для f(n). Соответствующая деятельность была во многом подобна спортивному соревнованию, когда все решается сотыми долями секунды» (там же, с.29).

Индукция Тома Хейлза. Еще один пример математического доказательства, основанного на переборе огромного количества частных случаев, - история решения проблемы Кеплера, заключающейся в поиске наиболее компактного варианта упаковки шаров в трехмерном объеме. Эту проблему решил математик из Мичиганского университета (США) Том Хейлз в 1998 году. Брайан Дэвис в статье «Куда движется математика?» (сайт «Элементы большой науки», 14.11.2005 г.) пишет о том, как Т.Хейлз решил проблему Кеплера: «Задача Кеплера заключается в поиске наиболее компактного варианта упорядочивания твердых сферических тел равного диаметра в трехмерном объеме с целью получить максимальную среднюю плотность его заполнения. Ожидаемое решение известно уже давно и широко практикуется на прилавках с апельсинами, выложенными горкой. В 1998 году Том Хейлз объявил о найденном им строгом математическом решении задачи Кеплера, основанном на сочетании аналитической геометрии и сложных компьютерных вычислений. Журнал «Анналы математики» принял статью на экспертизу и созвал комиссию из двадцати ведущих специалистов в этой области, чтобы они дали отзыв о статье. Экспертная комиссия начала свою работу с конференции в Принстонском университете по выработке общей стратегии. Шли годы, референты постепенно выходили из состава комиссии, и, наконец, в начале 2004 года было окончательно решено отказаться от усилий рецензировать статью. Редколлегия журнала решила опубликовать «теоретическую часть» работы, а «компьютерную часть» переадресовать в какой-нибудь более подходящий журнал» (Б.Дэвис, 2005).

Индукция Р.В.Флойда, П.Наура, Р.М.Барстелла и других ученых. Коль скоро речь зашла об участии компьютеров в решении сложных математических проблем (в реализации доказательств, носящих переборный характер), нам следует рассмотреть вопрос о том, как специалисты в области компьютерной науки проверяют правильность программ ЭВМ. Оказывается, и здесь доказательство правильности компьютерных программ (правильности работы заложенных в них алгоритмов) осуществляется на основе индукции! Впервые методы индуктивного доказательства правильности программ разработали Р.В.Флойд (1967), П.Наур (1966), Р.М.Барстелл (1969). В.А.Успенский и А.Л.Семенов в книге «Теория алгоритмов: основные открытия и приложения» (1987) пишут об успехах этих и других ученых, создавших указанные методы: «Основные операторы образования структурированных программ (последовательное выполнение, разветвление, повторение) были введены в начале 50-х годов при описании нормальных алгорифмов Маркова (см. [Марков, 1954, глава III], [Нагорный, 1977]). Одновременно были даны нетривиальные примеры индуктивного доказательства правильности программ, построенных с помощью этих операторов (в частности, программы универсального алгоритма, т.е. интерпретатора)» (Успенский, Семенов, 1987, с.229). Наиболее развернутое изложение индуктивных методов проверки правильности компьютерных программ дал Р.Андерсон в книге «Доказательство правильности программ» (1982). «Математическая индукция, - пишет он, - представляет собой некоторый общий способ доказательства в математике. Он, хотя об этом не всегда явно говорят, положен в основу всех приемов доказательства правильности программ для вычислительных машин» (Андерсон, 1982, с.10). «…При доказательстве правильности программы, - поясняет Р.Андерсон, - иногда необходимо доказать справедливость некоторого высказывания S в те моменты, когда выполнение программы достигает некоторой определенной точки. Можно попытаться доказать это методом индукции по n-числу «проходов» через данную точку программы» (там же, с.13). Р.Андерсон детализирует свое объяснение: «При доказательстве правильности программ методом индуктивных утверждений доказательство конечности программы проводится отдельно от доказательства справедливости некоторых ключевых утверждений при достижении соответствующих точек программы» (там же, с.55). У нас нет оснований сомневаться в том, что говорит Р.Андерсон, поскольку об этом сообщают и другие специалисты. Так, Е.М.Лаврищева и В.А.Петрухин в работе «Методы и средства инженерии программного обеспечения» (Москва, 2006) указывают: «Наиболее известными точными методами доказательства программ являются метод рекурсивной индукции или индуктивных утверждений Флойда и Наура и метод структурной индукции Хоара и др.» (Лаврищева, Петрухин, 2006, с.158). Отметим, что Питер Наур – лауреат премии им.Тьюринга за 2005 год (денежный эквивалент премии составляет 250 тыс. долларов). Премия им.Тьюринга вручается Ассоциацией вычислительной техники ученым, внесшим выдающийся научно-технический вклад в область информатики.

Индукция Николая Николаевича Нехорошева. Российский математик Н.Н.Нехорошев (1994) перенес на более общую ситуацию теорему Пуанкаре-Ляпунова, а также теорему Лиувилля-Арнольда. Н.Н.Нехорошев в статье «Теорема Пуанкаре-Ляпунова-Лиувилля-Арнольда» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1994, том 28, вып.2) пишет о своем исследовании: «В заметке сформулировано утверждение, обобщающее теорему Пуанкаре-Ляпунова о включенности периодической траектории автономной гамильтоновой системы в однопараметрическое семейство таких траекторий при выполнении некоторого условия невырожденности. Оно обобщает и теорему Лиувилля-Арнольда о полной торической интегрируемости, т.е. о расслоенности всего фазового пространства гамильтоновой системы с n степенями свободы на инвариантные n-мерные лагранжевы торы с условно-периодическим движением на них и о существовании так называемых переменных действие-угол» (Нехорошев, 1994, с.67).

Индукция Геннадия Александровича Сарданашвили. Российский математик, ученик выдающегося физика Д.Д.Иваненко, Г.А.Сарданашвили обобщил на случай некомпактных инвариантных подмногообразий теоремы Лиувилля-Арнольда, Нехорошева и Мищенко-Фоменко о координатах «действие-угол» для вполне интегрируемых и суперинтегрируемых гамильтоновых систем. Г.А.Сарданашвили в книге «Я – ученый: заметки теорфизика» (2010) сам говорит об этом обобщении, перечисляя свои достижения в науке: «Обобщил теоремы Лиувилля-Арнольда, Нехорошева и Мищенко-Фоменко о координатах «действие-угол» для вполне интегрируемых и суперинтегрируемых гамильтоновых систем на случай некомпактных инвариантных подмногообразий» (Сарданашвили, 2010, с.19).

Индукция Валерия Николаевича Берестовского. В.Н.Берестовский (1995) обобщил на случай произвольного однородного пространства теорему Джона Милнора (1976) о том, что связная группа Ли G допускает G-инвариантную риманову метрику положительной кривизны Риччи тогда и только тогда, когда G компактна, а фундаментальная группа π1 (G) конечна. В.В.Балащенко, Ю.Г.Никоноров, Е.Д.Родионов и В.В.Славский в монографии «Однородные пространства: теория и приложения» (Ханты-Мансийск, 2008) повествуют: «Однородные римановы метрики положительной или неотрицательной кривизны Риччи изучались в работах [175, 294, 18]. В частности, в [292] была доказана теорема 3.2.1 (Дж.Милнор). Связная группа Ли G допускает G-инвариантную риманову метрику положительной кривизны Риччи тогда и только тогда, когда G компактна, а фундаментальная группа π1 (G) конечна. Если так, то в качестве такой метрики подходит любая биинвариантная риманова метрика. Позднее В.Н.Берестовским получено обобщение данной теоремы на случай произвольного однородного пространства [18]» (Балащенко и др., 2008, с.31). Здесь [292] – работа Дж.Милнора (1976), [18] – статья В.Н.Берестовского «Однородные римановы многообразия положительной кривизны Риччи» («Математические заметки», 1995, том 58, № 3).

Индукция Никиты Юрьевича Нецветаева. Отечественный математик Н.Ю.Нецветаев (1998) перенес на случай пересечения произвольных неособых комплексных проективных многообразий известную теорему Лефшеца о гиперплоском сечении, позволяющую сравнивать свойства многообразия и его гиперплоского сечения. Данный результат излагается в статье Н.Ю.Нецветаева «Одно обобщение теоремы Лефшеца о гиперплоском сечении» («Записки научных семинаров ПОМИ», 1998, том 252). Кстати, теорема американского математика Соломона Лефшеца о гиперплоском сечении дает возможность изучать топологию алгебраических многообразий индуктивным способом. В.С.Куликов и П.Ф.Курчанов в статье «Комплексные алгебраические многообразия: периоды интегралов, структуры Ходжа» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 36) констатируют: «…Теорема Лефшеца о гиперплоских сечениях вместе с другими теоремами Лефшеца показывает, что единственными «новыми» гомологиями по сравнению с гомологиями гиперплоского сечения являются примитивные гомологии в средней размерности. Все это позволяет во многих случаях изучать топологию алгебраического многообразия X индуктивно, сводя вопросы о гомологиях на X к вопросам о гомологиях его гиперплоских сечений. Обычно такой индуктивный переход осуществляется с помощью пучков Лефшеца, речь о которых пойдет в следующем параграфе» (Куликов, Курчанов, 1989, с.68).

Индукция Анатолия Ильича Созутова. Отечественный математик А.И.Созутов (1993) перенес на более общую ситуацию известную теорему Цассенхауза, классифицирующую конечные группы, действующие свободно на конечной группе. А.Х.Журтов в диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук «Квадратичные элементы групп Фробениуса» (Нальчик, 2003) пишет: «В 1993 г. А.И.Созутов [52] перенес теорему Цассенхауза [107], классифицирующую конечные группы, действующие свободно на конечной группе, на случай групп G, порожденных элементами простого порядка и действующих свободно на абелевой группе, при условии, что любые два сопряженных элемента простого порядка из G порождают конечную подгруппу» (А.Х.Журтов, 2003).

Индукция Анатолия Ильича Созутова. А.И.Созутов (2000) доказал теорему Бэра-Судзуки для класса бинарно конечных групп, основываясь на индукции. Вкратце история этого доказательства такова. В 1990 году в «Коуровской тетради», представляющей собой сборник нерешенных проблем теории групп (данный сборник публикуется с 1965 года) математик А.В.Боровик поставил следующий вопрос: известно, что теорема Бэра-Судзуки для конечных групп утверждает, что элемент группы, порождающий вместе с каждым своим сопряженным элементом конечную p-группу, лежит в нормальной p-группе. Верна ли эта теорема в классе периодических групп или хотя бы в классе бинарно конечных групп? А.И.Созутов (2000) дал утвердительный ответ на вопрос А.В.Боровика. В статье «Об одном обобщении теоремы Бэра-Судзуки» («Сибирский математический журнал», 2000, том 41, № 3) А.И.Созутов доказал теорему Бэра-Судзуки для класса бинарно конечных групп, причем доказательство носило чисто индуктивный характер. В указанной статье А.И.Созутов пишет об обобщенной теореме Бэра-Судзуки: «Доказательство утверждения проведем индукцией» (Созутов, 2000, с.674).

Индукция Александра Николаевича Варченко. Множество индуктивно доказанных лемм и теорем можно найти в математических статьях российского математика А.Н.Варченко. И.С.Преловская в книге «Возвышение желаний, или Как осуществить себя» (Москва, «Политиздат», 1986) повествует о том, как А.Н.Варченко стал математиком: «Александр Николаевич Варченко признался, что никакой ориентации в пятнадцать лет у него еще не было. Учился в музыкальной школе в Майкопе. Математику не выделял среди других предметов, хотя она давалась ему легко. Интерес к математике углубился лишь после первых побед на олимпиадах. Олимпиады открыли ему глаза на самого себя. Он узнал, что решает трудные задачи лучше своих сверстников. Успех на олимпиадах привел его в школу-интернат, а уже интернат выявил профессиональные способности к математике. Не будь всех этих обстоятельств, он мог бы сделать и другой выбор» (И.С.Преловская, 1986). Посмотрим, в каких работах А.Н.Варченко применяется индукция как средство доказательства теорем.

1. В статье «Локальные топологические свойства аналитических отображений» (Известия АН СССР, серия математическая, 1973, том 37, вып.4) А.Н.Варченко на основе индукции

доказывает следующие результаты: предложение 2.4 – с.893 (о котором говорит: «Доказательство проведем индукцией по dim T»), предложение 3.2 – с.896.

2. В статье «Связь между топологической и алгебро-геометрической эквисингулярностями по Зарискому» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1973, том 7, вып.2) А.Н.Варченко посредством индукции доказывает основную лемму, о которой пишет: «Основная лемма доказывается указанием явного индуктивного способа построения семейств hR,…, h1» (Варченко, 1973, с.4).

3. В статье «Локальные топологические свойства дифференцируемых отображений» (Известия АН СССР, серия математическая, 1974, том 38, № 5) А.Н.Варченко посредством индукции доказывает лемму 2.1 – с.1041 (где автор пишет: «Доказательство леммы. Применим индукцию по dim U»), теорему 2.1 – с.1042 (где автор констатирует: «Доказательство теоремы 2.1. Применим индукцию»), предложение 3.1 – с.1045 (реализуя доказательство этого предложения, автор говорит: «Построение индуктивно»), предложение 4.4 – с.1055 (о котором автор замечает: «Доказательство проведем по индукции с параметром индукции i»), предложение 5.1 – с.1058 (при доказательстве этого предложения автор указывает: «Доказательство. Мы будем последовательно строить по индукции изотопии hi-1, …, h1»), предложение 5.3 – с.1061, предложение 6.4 – с.1067, предложение 10.1 – с.1083, теорема 12.1 – с.1089. Таким образом, в указанной статье 9 утверждений доказываются индуктивно!

4. В статье «Теорема о топологических версальных деформациях» (Известия АН СССР, серия математическая, 1975, том 39, № 2) А.Н.Варченко при помощи индукции доказывает предложение 1.5 – с.300 (о котором математик говорит: «Теперь утверждение предложения легко следует из индукции по размерности множества T»), предложение 2.3 – с.306, теорему 3.2 – с.308, лемму 1.6 – с.299 (об этой лемме автор пишет: «Теперь утверждение леммы легко следует из индукции по размерности множества T»).

5. В статье «Функциональные уравнения для отображения объемов» (Математические заметки, 1988, том 44, № 4) А.Н.Варченко индукцией доказывает лемму 13 – с.425 (о которой пишет: «Доказательство проведем индукцией по n»).

6. В статье «Бета-функция Эйлера, определитель Вандермонда, уравнение Лежандра и критические значения линейных функций на конфигурации гиперплоскостей» (Известия РАН, серия математическая, 1989, том 53, № 6) А.Н.Варченко посредством индукции доказывает лемму 2.1 – с.1216 (о которой он пишет: «Доказательство проводится индукцией по размерности пространства с использованием предложения 9.9 из [15]»), лемму 2.10 с.1220, теорему 1.4 – с.1230 (о которой автор говорит: «Доказательство проведем двойной индукцией по размерности n объемлющего конфигурацию пространства и числу N гиперплоскостей в конфигурации»).

7. В статье «Детерминантная формула для сельберговых интегралов» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1991, том 25, вып.4) А.Н.Варченко доказывает указанную формулу для сельберговых интегралов при помощи индукции. Автор пишет об этой формуле: «Формула доказывается индукцией по N и n, опираясь на формулу Сельберга» (Варченко, 1991, с.89).

8. В статье «Джексоновские интегральные представления для решений квантового уравнения Книжника-Замолодчикова» (журнал «Алгебра и анализ», 1994, том 6, вып.2) А.Н.Варченко и В.О.Тарасов на основе индукции доказывают лемму (3.3.6) – с.107 (о которой пишут: «В общем случае доказательство нетрудно провести с помощью индукции по λ1…»), теорему

(3.5.1) – с.111 (где математики поясняют: «Доказательство теоремы (3.5.1). Воспользуемся индукцией по N»), лемму (5.1.6) – с.124 (о которой авторы пишут: «В общем случае утверждение можно доказать индукцией по m»).

9. В статье «Алгебраическая интегрируемость двухчастичного оператора Рюэйсенарса» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1998, том 32, вып.2) А.Н.Варченко и Дж.Фелдер доказывают индукцией лемму 4.6 – с.17 (о которой авторы пишут: «Проведем доказательство по индукции»), теорему 4.7 – с.18.

Индукция Виктора Маслова, Григория Литвинова и Григория Шпиза. Отечественные математики В.П.Маслов, Г.Л.Литвинов и Г.Б.Шпиз (2001) индуктивно распространили в область идемпотентного анализа основные результаты теории линейных функционалов и теории тензорных произведений. В частности, в идемпотентный анализ перенесены теорема Хана-Банаха, теорема Рисса-Фишера, теорема Банаха-Штейнгауза, а также результаты А.Гротендика по топологическим тензорным произведениям и ядерным пространствам. Г.Л.Литвинов, В.П.Маслов и Г.Б.Шпиз в статье «Идемпотентный функциональный анализ. Алгебраический подход» («Математические заметки», 2001, том 69, вып.5) пишут: «В статье рассмотрены идемпотентные версии основных результатов о линейных функционалах и скалярных произведениях, включая теорему об общем виде линейного функционала и идемпотентные аналоги теорем Хана-Банаха и Рисса-Фишера. Рассмотрены и аналоги теоремы Банаха-Штейнгауза и теоремы о замкнутом графике. В последующих статьях будет использован и «топологический» подход в духе работ [1] - [8] и построен абстрактный идемпотентный функциональный анализ, начиная с основных понятий и результатов и заканчивая аналогами результатов А.Гротендика по топологическим тензорным произведениям, ядерным пространствам и операторам» (Литвинов и др., 2001, с.765). Об этом же индуктивном распространении теорем из одной математической области в другую Г.Л.Литвинов и Г.П.Шпиз пишут в статье «Теоремы о ядре и ядерность в идемпотентной математике. Алгебраический подход» («Записки научных семинаров ПОМИ», 2006, том 331): «Имеется эвристическое соответствие (в духе принципа соответствия Н.Бора в квантовой теории) между важными, полезными и интересными конструкциями и результатами традиционной математики над полями и аналогичными конструкциями и результатами над идемпотентными полуполями и полукольцами [7]. При этом «идемпотентный» результат часто является более простым, чем его традиционный прообраз. Цель статьи состоит в описании идемпотентных аналогов классических теорем о ядре, принадлежащих Л.Шварцу [20] и А.Гротендику (см., например, [21, 22])» (Литвинов, Шпиз, 2006, с.61).

Индукция Вильяма Терстона. Выдающийся американский математик, лауреат премии Филдса за 1982 год, Вильям Терстон (1974, 1976) обобщил одну из теорем Хефлигера (1970), относящуюся к теории слоений. Теорема Хефлигера утверждает, что возникающее отображение:

$$\begin{array}{lcl} \textit{множество классов конкордантных} & & \textit{множество гомотопических классов} \\ \textit{слоений коразмерности } q \textit{ на } X & \to & \textit{поднятий } X \to BHf^{q} \times BO\,(n\text{-}q) \\ & & \textit{отображения } \tau{:}X \to BO\,(n) \end{array}$$

является взаимно однозначным соответствием. В.Терстон обобщал ее последовательно, шаг за шагом. Д.Б.Фукс в обзоре «Когомологии бесконечномерных алгебр Ли и характеристические классы слоений» (сборник «Итоги науки и техники», 1978, том 10) пишет о данной теореме Хефлигера: «Эта теорема является в теории слоений одним из главных достижений последнего десятилетия. Она доказывалась в три этапа. В 1970 году Хефлигер доказал ее для открытых многообразий [59]. Затем в 1974 году Терстон распространил ее на случай замкнутых многообразий при $q \geq 2$ (см. [93]). Наконец, в 1976 году Терстон завершил доказательство теоремы, показав, что ее утверждение верно и для слоений коразмерности 1 на замкнутых многообразиях (см. [94])» (Фукс, 1978, с.196). Здесь [59] – исследование А.Хефлигера (1970), [93] – исследование В.Терстона (1974), [94] – работа того же В.Терстона (1976).

Индукция Вильяма Терстона. Вильям Терстон (1974) обобщил на произвольные гладкие многообразия теорему Мезера (1971), утверждающую, что пространство петель хефлигеровского классифицирующего пространства имеет такие же целочисленные когомологии, как классифицирующее пространство группы финитных диффеоморфизмов прямой, рассматриваемой как дискретная группа. Д.Б.Фукс в статье «Слоения» (сборник «Итоги науки и техники», 1981, том 18) пишет: «В 1971 г. Мезер ([229], [231]) доказал, что пространство петель хефлигеровского классифицирующего пространства BH^f имеет такие же целочисленные когомологии, как классифицирующее пространство группы $(\mathrm{Diff}^c\ R)^\delta$ финитных (т.е. тождественных вне компактного множества) диффеоморфизмов прямой, рассматриваемой как дискретная группа» (Фукс, 1981, с.180). Далее Д.Б.Фукс говорит об отображении $B\ (\mathrm{Diff}^c\ R)^\delta \to \Omega BHf^{\ 1}$: «Теорема Мезера утверждает, что это отображение индуцирует изоморфизм в целочисленных гомологиях. Впоследствии Тэрстон [359] обобщил эту теорему, доказав, что для любого n пространство $\Omega^n\ BHf^{\ n}$ fn имеет такие же целочисленные гомологии, как $B\ (\mathrm{Diff}^c\ R^n)^\delta$; работа Тэрстона содержит еще более общую формулировку, в которой R^n заменено произвольным гладким многообразием» (там же, с.180). Здесь [359] – работа В.Терстона (1974).

Индукция Вильяма Терстона. Вильям Терстон дает пример применения индуктивных доказательств в своей книге «Трехмерная геометрия и топология» (МЦНМО, 2001). Рассмотрим вкратце леммы и теоремы, доказываемые им на основе индукции. Первое утверждение среди них – предложение 3.10.7, согласно которому спайки могут быть сглажены, то есть любая спайка триангулированного кусочно-линейного многообразия M может быть аппроксимирована гладкой спайкой. В.Терстон пишет об этом предложении: «Будем доказывать по индукции существование таких гладких карт, покрывающих открытую окрестность R-мерного остова многообразия M, что (соответствующим образом модифицированная) спайка согласуется в этой окрестности со спайкой, заданной тождественным отображением. Базой индукции служит это утверждение для вершины υ» (Терстон, 2001, с.204). Также, применяя индукцию, В.Терстон доказывает теорему 4.1.7, согласно которой любая дискретная подгруппа, порожденная элементами из Γ∩U, является кокомпактной подгруппой в некоторой связной, замкнутой нильпотентной подгруппе. Доказывая эту теорему, американский математик говорит: «Предположив, что группа Γ порождена пересечением Γ∩U, мы построим индукцией по i башню замкнутых нильпотентных подгрупп возрастающей размерности $\Gamma = N_0 \subseteq N_1 \subseteq \dots N_R = N$, которая окончится связной подгруппой. Первый шаг индукции – самый легкий» (Терстон, 2001, с.216). Развивая свое индуктивное доказательство теоремы 4.1.7, В.Терстон аргументирует: «Чтобы повысить размерность подгруппы Mi на единицу, мы добавим к ней однопараметрическую подгруппу вида exp (t Log a), выбрав из пересечения Γ∩U элемент a, не принадлежащий подгруппе Mi. Если такого элемента нет, индукция закончена» (там же, с.217). Проверяя, что построенная группа нильпотентна, В.Терстон резюмирует: «Так, по индукции, шаг за шагом, мы достроим нужную нам башню до конца (ведь группа G конечномерна i) и докажем часть a теоремы. А часть b есть лишь переформулировка части a» (там же, с.220). В работе американского математика при помощи индукции обосновываются также теоремы 4.2.6 и 4.3.4. Теорема 4.2.6 утверждает, что с точностью до сопряженности в группе GL (n, Z) имеется лишь конечное число конечных подгрупп. Доказывая эту теорему, В.Терстон пишет: «Применяя индукцию и обозначая через W_R линейную оболочку векторов $a_1, \dots, a_R$, можно считать, что для некоторого $R<n$ в решетке $Z^n \cap W_R$ уже найден нужный нам базис $b_1, \dots\ b_R$» (Терстон, 2001, с.231). Любопытно, что В.Терстон доказывает алгебраическую часть теоремы 4.3.4 путем перебора. Эта теорема гласит, что если Γ –

свободная от кручения трехмерная кристаллографическая группа, то ее подгруппа параллельных переносов Tг содержит подгруппу Z ранга 2, нормальную в группе Г (на геометрическом языке это означает, что любое замкнутое евклидово 3-многообразие является фактор-пространством пространства $T^2 \times E^1$ (произведения 2-тора на евклидову прямую) по действию дискретной группы Г). В.Терстон объясняет, как он намерен доказывать теорему 4.3.4: «Доказательство алгебраической части проведем путем перебора всех возможностей для группы $F \subseteq O(3)$ линейных частей элементов из Г. В каждом случае будет получено описание соответствующего евклидова многообразия» (Терстон, 2001, с.238).

Индукция Вильяма Терстона. В.Терстон получил исчерпывающую информацию о сигнатурах евклидовой метрики с особенностями (особенности – конические точки с заданными кривизнами метрик на сфере), индуктивно обобщив результаты перебора сигнатур данного вида, проведенного с помощью компьютера. Таким образом, индукция В.Терстона базировалась на полном переборе вариантов. А.А.Феликсон в статье «О сигнатурах Терстона» (УМН, 1997, том 52, вып.4 (316)) пишет об указанных сигнатурах евклидовой метрики: «Возникает естественная задача нахождения всех таких сигнатур. Для $n=4$ существует бесконечное число сигнатур Терстона (см. [2], [4]). Для $n \geq 5$ список таких сигнатур конечен. Он впервые появился у Мостова в [3], но был неполон. Потом он был уточнен Терстоном, сделавшим полный компьютерный перебор для наборов a_i, в которых наименьший общий знаменатель не превосходит 256» (Феликсон, 1997, с.217). Здесь [2] – работа Г.Д.Мостова (1988), [3] – работа того же Г.Д.Мостова (1986), [4] – исследование В.Терстона (1987). Компьютерный перебор сигнатур, проведенный В.Терстоном, лишний раз подтверждает значимость метода последовательного перебора в математическом исследовании. При использовании ЭВМ появляется возможность перебрать такое количество вариантов, которое недоступно человеку без специальной техники. Поэтому следует согласиться с С.И.Николенко и Е.О.Степановым, которые в книге «Математическая логика и теория алгоритмов» (Санкт-Петербург, 2007) подчеркивают: «Более того, в наше время представления о доказательствах изменились еще и под влиянием вычислительной техники. Теперь мы умеем производить на свет доказательства, которые требуют перебора столь большого числа вариантов, что этот перебор становится недоступным человеку – а компьютеру доступен; либо же требуемые вычисления чересчур сложны, чтобы делать их вручную. Первым примером такого доказательства стало решение знаменитой проблемы четырех красок [3]» (Николенко, Степанов, 2007, с.16).

Индукция Сергея Владимировича Матвеева. Крупный отечественный математик, член-корреспондент РАН С.В.Матвеев (1973) обобщил на многомерный случай теорему Б.Г.Каслера (1965) о специальных спайнах трехмерных многообразий. Е.Понизовкина в статье «Член-корреспондент РАН С.В.Матвеев: «Люблю учиться и учить» (газета «Наука Урала», № 29-30 (962), декабрь 2007 г.) приводит слова С.В.Матвеева: «Тему для кандидатской диссертации я нашел сам – обобщение на многомерный случай теоремы Каслера о специальных спайнах (по-русски «хребтах») трехмерных многообразий. Главная трудность была в том, чтобы понять, что такое многомерный спайн. После этого основные результаты (что любое n-мерное многообразие имеет (n-1)-мерный спайн и что при $n>3$ любой (n-1)-мерный спайн утолщается до n-мерного многообразия) были получены сравнительно легко» (Матвеев, 2007, с.7). Отметим, что свое обобщение теоремы Б.Г.Каслера о специальных спайнах С.В.Матвеев излагает в статье «Специальные остовы кусочно линейных многообразий» («Математический сборник», 1973, том 92 (134), № 2).

Индукция Сергея Владимировича Матвеева. С.В.Матвеев (2003) обобщил на случай многообразий с граничными узорами алгоритм У.Джейко (1984), предназначенный для определения, является ли многообразие гранично неприводимым. Е.А.Сбродова в статье «Плоские поверхности в трехмерных многообразиях» («Сибирские электронные математические известия», 2006, том 3) пишет: «Алгоритм, выясняющий, является ли многообразие гранично неприводимым, был описан У.Джейко [2] и обобщен С.В.Матвеевым на случай многообразий с граничными узорами [5]» (Сбродова, 2006, с.462). Здесь [2] – работа У.Джейко (1984), [5] – исследование С.В.Матвеева (2003). Если говорить о применении математической индукции при доказательстве теорем, то большое количество таких доказательств можно найти в работе С.В.Матвеева, А.Т.Фоменко и В.В.Шарко «Круглые функции Морса и изоэнергетические поверхности интегрируемых гамильтоновых систем» («Математический сборник», 1988, том 135 (177), № 3). Необходимо отметить, что С.В.Матвеев классифицировал многообразия сложности $C \leq 5$ методом компьютерного перебора, о чем он пишет в статье «Табулирование трехмерных многообразий» (УМН, 2005, том 60, вып.4 (364)): «Многообразия сложности $C \leq 5$ были классифицированы С.В.Матвеевым и В.В.Савватеевым [12] еще в 1974 г. Перечислялись они с помощью компьютера, а распознавались вручную» (Матвеев, 2005, с.112).

Индукция С.В.Матвеева и А.Т.Фоменко. С.В.Матвеев и А.Т.Фоменко (1988) выдвинули гипотезу о строении начального отрезка ряда объемов многообразий, индуктивно основываясь на результатах компьютерных вычислений объемов гиперболических многообразий. А.Ю.Веснин в докторской диссертации «Объемы и изометрии трехмерных гиперболических многообразий и орбифолдов» (Новосибирск, 2005) отмечает: «В [7] С.В.Матвеев и А.Т.Фоменко высказали гипотезу о строении начального отрезка множества объемов, которая была основана на большом количестве компьютерных вычислений объемов» (А.Ю.Веснин, 2005). Здесь [7] – работа С.В.Матвеева и А.Т.Фоменко «Изоэнергетические поверхности гамильтоновых систем, перечисление трехмерных многообразий в порядке возрастания их сложности и вычисление объемов замкнутых гиперболических многообразий» (УМН, 1988, том 43, № 1 (259)). Уточним, что в данной работе С.В.Матвеев и А.Т.Фоменко выдвигают две гипотезы: 1) гипотеза о начальном отрезке ряда объемов, 2) гипотеза о корреляции между сложностью многообразия и его объемом. О второй гипотезе авторы в упомянутой статье пишут: «Справедливость этой гипотезы проверена нами на большом числе тех многообразий из серий (Q^{∂}i) p, q, для которых удалось точно найти сложность» (Матвеев, Фоменко, 1988, с.19).

Индукция С.В.Матвеева и А.Т.Фоменко. С.В.Матвеев и А.Т.Фоменко (1988) путем компьютерного перебора различных компактных ориентируемых многообразий установили теорему, согласно которой все компактные ориентируемые неприводимые аторические многообразия сложности $d \leq 3$ с торическими краями лежат в классе определенного вида. С.В.Матвеев и А.Т.Фоменко в статье «Изоэнергетические поверхности гамильтоновых систем, перечисление трехмерных многообразий в порядке возрастания их сложности и вычисление объемов замкнутых гиперболических многообразий» (УМН, 1988, том 43, № 1 (259)) указывают: «Перебор с помощью ЭВМ многообразий с краем тор и последующий ручной анализ позволили установить справедливость следующей теоремы. Теорема 9. Все компактные ориентируемые неприводимые аторические многообразия сложности $d \leq 3$ с торическими краями лежат в классе (Н), кроме ровно двух многообразий Q^{∂}1, Q^{∂}2 сложности 2 и 9 многообразий Q^{∂}I, $3 \leq i \leq 11$, сложности 3, которые не лежат в классе (Н)» (Матвеев, Фоменко, 1988, с.11).

Индукция У.Джейко. У.Джейко распространил на случай произвольного компактного многообразия и несжимаемых поверхностей теорему конечности Кнезера-Хакена, которая постулирует конечность числа разрезаний компактного ориентируемого многообразия по попарно непересекающимся существенным поверхностям. Другая формулировка теоремы Кнезера-Хакена: число попарно не изотопных несжимаемых поверхностей в неприводимом трехмерном многообразии ограничено некоторой константой. О.Н.Шатных в кандидатской диссертации «Расширенная сложность трехмерных многообразий» (Челябинск, 2009) отмечает: «Теорема 2.2. Процесс последовательного разрезания ориентируемого неприводимого трехмерного многообразия по существенным поверхностям конечен. Заметим, что данная теорема не является принципиально новым результатом. Например, теорема конечности Кнезера-Хакена (смотри, например, [14, теорема 111.20]) ограничивает число разрезаний компактного ориентируемого многообразия по попарно непересекающимся существенным поверхностям. Джейко в работе ([14, теорема 111.24]) обобщил эту теорему для произвольного компактного многообразия и несжимаемых поверхностей» (О.Н.Шатных, 2009). Здесь [14] – статья О.Н.Шатных «Некоторые свойства расширенной сложности трехмерных многообразий» («Вестник Челябинского государственного университета», 2008, № 6).

Индукция Константина Александровича Волосова. Российский математик К.А.Волосов (1994) индуктивно обобщил на все виды уравнений с частными производными найденный благодаря наблюдательности К.А.Волосова метод решения квазилинейного параболического уравнения Зельдовича-Компанейца. М.В.Карасев в своем отзыве о работе К.А.Волосова, содержащемся в книге К.А.Волосова, Е.К.Вдовиной и А.К.Волосова «Новые точные решения уравнений с частными производными параболического типа» (Москва, МИИТ, 2010), пишет: «Нужно заметить, что К.А.Волосов смог найти этот новый метод только благодаря наблюдательности, умению внимательно «рассматривать» формулы в примерах и применению компьютерной техники. Сначала был изучен известный пример решения квазилинейного параболического уравнения Зельдовича-Компанейца в предварительной работе [37], а затем результат был обобщен на все виды уравнений с частными производными. Получить окончательные ключевые теоремы 1.2.1 – 1.2.3 гл.1 без использования компьютера было бы очень непросто и даже вообще проблематично, поскольку никто не взялся бы за такой большой ручной счет просто по причине неуверенности получения в конце какого-либо результата. Работа К.А.Волосова в этом плане исключительная» (Карасев, 2010, с.136). «Конечно, - добавляет М.В.Карасев, - после того, как с помощью вычислительной техники получены основные формулы, задающие решение в символьной форме, их в принципе уже можно проверить «дедовским» методом, т.е. вручную, проведя довольно длинные (на несколько страниц) алгебраические выкладки. Я не поленился выполнить такую ручную проверку для класса нелинейных параболических уравнений с двумя независимыми переменными, рассмотренного в разделе 1.2 диссертации, и явно убедился в том, что рожденные на компьютере и весьма сложные формулы К.А.Волосова дают точные решения для этого важного класса нелинейных дифференциальных уравнений математической физики» (там же, с.137). Здесь [37] – работа К.А.Волосова «Преобразование приближенных решений линейных параболических уравнений в асимптотические решения квазилинейного параболического уравнения» («Математические заметки», 1994, том 56, № 6). Метод решения уравнений, найденный К.А.Волосовым, чуть не лишился своего подлинного автора, так как в свое время К.А.Волосов стал объектом несправедливых нападок, преследовавших цель отнять у математика его замечательное открытие. Вот что говорит К.А.Волосов в книге «Новые точные решения уравнений с частными производными параболического типа» (2010): «Много написано о политических репрессиях, но было и другое. Старший из авторов успел почувствовать все это на себе. После изложения в 1983 году теории, описанной в первой главе на семинаре в МГТУ им.Н.Э.Баумана, члены всесильной КПСС, «назначенные» работать начальниками в математической физике, предприняли усилия отработанным набором партийных приемов отнять данный результат. После прямого отказа отдать материалы последовали административные и партийные репрессии. Так что автор, хотя и не состоял в партии, на себе успел испытать проработку на партийном собрании КПСС, набор вздорных обвинений, выдуманных и «высосанных из пальца», огромную педагогическую нагрузку в 40 часов, игры в ошибочное расписание, обвинения в ухаживании за студентами, нарушения этики и т.д. Всего не перечислишь» (Волосов, 2010, с.7).

Индукция Григория Перельмана. Русский математик, доказавший гипотезу А.Пуанкаре, Григорий Перельман пришел к выводу о том, что известная теорема Н.В.Ефимова несправедлива для седловых поверхностей в евклидовом пространстве E^n при $n>3$, индуктивно исходя из обнаружения примера, показавшего, что теорема Н.В.Ефимова не обобщается на седловые поверхности в пространстве больших измерений. Здесь имеется в виду теорема Ефимова, согласно которой в E^3 не существует C^2-гладко погруженной полной поверхности с отрицательной равномерно отделенной от нуля гауссовой кривизной. Как известно, данная теорема является обобщением теоремы Д.Гильберта, утверждающей, что в E^3 (трехмерном евклидовом пространстве) не существует регулярной поверхности, изометричной всей плоскости Лобачевского. О том, что Г.Я.Перельман построил пример, о котором сказано выше, сообщает Ю.Д.Бураго в статье «Геометрия поверхностей в евклидовых пространствах» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 48). Сам пример описан в статье Г.Я.Перельмана «Пример полной седловой поверхности в R^4 с отделенной от нуля гауссовой кривизной» («Украинский геометрический сборник», Харьков, 1989, вып.32).

Индукция Григория Перельмана. Григорий Перельман перенес на q-метрики с малым q результат Н.В.Ефимова о непогружаемости в E^3 полуплоскости Лобачевского. Э.Р.Розендорн в статье «Поверхности отрицательной кривизны» (сборник «Итоги науки и техники», 1989, том 48) повествует: «Теорема (Г.Я.Перельман, I [64]). Существует $q_0>0$ такое, что $q\in[0, q_0]$ полуплоскость с q-метрикой не допускает C^∞-гладкого изометрического погружения в E^3. Под полуплоскостью здесь понимается простая зона, границей которой служит геодезическая линия. Тем самым, на q-метрики с малым q обобщен результат Н.В.Ефимова I [41] о непогружаемости в E^3 полуплоскости Лобачевского» (Розендорн, 1989, с.172). Здесь [41] – работа Н.В.Ефимова и Э.Г.Позняка «Гиперболические задачи в теории поверхностей» («Труды Международного конгресса математиков», Москва, 1966).

Индукция Григория Перельмана, Михаила Громова и Юрия Бураго. Г.Перельман (лауреат премии Филдса за 2006 год), М.Громов (лауреат премии Абеля за 2009 год) и Ю.Бураго (учитель Г.Перельмана) в совместной статье «Пространства А.Д.Александрова с ограниченными снизу кривизнами» (УМН, 1992, том 47, вып.2 (284)) доказывают большое количество теорем при помощи индукции. В частности, посредством индукции доказываются следующие результаты: теорема 5.4 – с.18, лемма 5.9 – с.19, лемма 7.4 – с.22, следствие 8.3 – с.29, лемма 9.3 – с.32, следствие 9.6 – с.33, теорема 9.8 – с.35, теорема 10.2 – с.37, лемма 10.3 – с.37, теорема 10.6 – с.38, следствие без номера – с.39, теорема 11.8 – с.42, лемма 12.2 – с.44, лемма 12.3 – с.45, теорема 12.7 – с.46, теорема 13.2 – с.48. Здесь отмечены страницы, на которых имеется прямая ссылка (прямое указание) на использование индукции при доказательстве математического утверждения. Приведем высказывания Г.Перельмана, М.Громова и Ю.Бураго относительно доказываемых лемм и теорем, содержащихся в названной статье. О лемме 7.4 авторы говорят: «Доказательство леммы 7.4. Мы используем обратную индукцию по m при фиксированном n. В случае $m = n$ можно взять $N = 1$, $\delta = 1/100$ n…» (стр.22). О следствии 8.3 в статье сказано: «Доказательство – очевидная индукция с учетом diam $M\leq\pi$» (стр.29). О лемме 9.3 пишется: «Доказательство. Мы используем индукцию по размерности. Если $n = 2$, утверждение очевидно» (стр.32). Аналогичные индуктивные рассуждения применяются при обосновании следствия 9.6, которое включает утверждения (а) и (б), причем об утверждении (а) математики говорят: «Утверждение (а) легко доказывается индукцией по размерности с учетом теоремы 9.5…» (стр.33). Относительно леммы 10.3 авторы пишут: «Доказательство. Проведем индукцию по L. База $L=1$ тривиальна» (стр.37). При доказательстве теоремы 10.6 математики аргументируют: «Доказательство. Мы можем считать, что $\delta<1/2n$. Проведем индукцию по m, база $m=0$ тривиальна. Для доказательства индукционного перехода достаточно покрыть M (m, δ) счетным набором шаров вида Bx (Rx)…» (стр.38). О теореме 11.8 авторы говорят:

«Доказательство теоремы представляет собой несложную обратную индукцию по m…» (стр.42). Доказывая лемму 12.3, Г.Перельман, М.Громов и Ю.Бураго указывают: «Доказательство. Воспользуемся индукцией; индукционный переход состоит в увеличении m и n на 1. Если m=1, то утверждение следует из леммы 8.2 и следствия 8.3» (стр.45). Доказывая теорему 12.7, состоящую из двух утверждений, математики говорят об одном из этих утверждений: «Для доказательства утверждения а) воспользуемся индукцией по размерности. База n=1 очевидна» (стр.46). При доказательстве теоремы 13.2, которая включает в себя три утверждения, авторы повествуют: «Эти утверждения доказываются параллельно по индукции» (стр.48). Отметим, что в проанализированной нами статье Г.Перельман, М.Громов и Ю.Бураго развивают теорию в основном конечномерных метрических пространств ограниченной снизу кривизны в смысле А.Д.Александрова. Речь идет о пространствах с внутренней метрикой, для которых справедливо заключение теоремы Топоногова о сравнении углов.

Индукция Григория Перельмана. Г.Я.Перельман в статье «Начала теории Морса на пространствах Александрова» (журнал «Алгебра и анализ», 1993, том 5, вып.1) посредством индукции доказывает основную теорему статьи (теорему 1.4), состоящую из трех утверждений. Согласно этой теореме, (А) допустимое отображение открыто и допускает тривиализацию в окрестности любой своей регулярной точки, (В) допустимое отображение, не имеющее критических точек и собственное в некоторой области, является в ней проекцией локально тривиального расслоения, (С) непустой прообраз регулярного значения допустимого отображения $M^n \to R^k$ является MCS-пространством ожидаемой размерности n-k. Г.Я.Перельман пишет: «Доказательство основной теоремы 1.4. Будем доказывать все три утверждения (А), (В) и (С) совместно, применяя обратную индукцию по размерности k области значений R^k допустимого отображения g. База – случай k=n – непосредственно вытекает из свойства 1.2 (при k>n утверждения бессодержательны, так как в силу 1.2 у g нет регулярных точек). Для доказательства индукционного перехода проверим две импликации: (Ak+1)+(Bk+1)+(Ck+1)→(Ak)+(Ck)→(Bk)» (Перельман, 1993, с.235). Кроме того, в данной статье Г.Я.Перельман применяет индукцию при доказательстве леммы 2.3, включающей три утверждения (а), (в), (с). Доказывая эту лемму, Г.Я.Перельман пишет: «Утверждение (в) доказывается индукцией по n. Для доказательства индукционного перехода заметим, что если точка q такова, как требуется в (а), то по неравенству (2.3) производные fi, $0 \le i \le k$, удовлетворяют условиям леммы в ∑q. База n=0 очевидна» (там же, с.237).

Индукция Григория Перельмана. Григорий Перельман (2002) нашел доказательство гипотезы Пуанкаре об эквивалентности топологических свойств односвязного трехмерного пространства и трехмерной сферы, когда индуктивно перенес в область решения задачи Пуанкаре результаты Ричарда Гамильтона, посвященные потокам Риччи. Потоки Риччи – это уравнения Риччи, которые сообщают многообразиям унифицированную геометрию. Виктор Бухштабер в программе радио «Свобода» «О проблеме Пуанкаре и феномене Перельмана» (11.04.2010 г.) говорит о том, как Перельман доказал теорему Пуанкаре: «…Топологическая проблема была решена не топологическими методами. Это были идеи теории уравнений частных производных, а в самом ключевом месте использовались идеи, пришедшие из теоретической физики. Поэтому когда нас стали спрашивать, насколько достоверно то, что предлагает Перельман, мы не могли однозначно ответить» (В.Бухштабер, 2010). «Дело в том, - продолжает В.Бухштабер, - что много лет назад американский математик Ричард Гамильтон предложил идею, связанную с таким понятием, как поток Риччи. Это была программа, которая предлагала исследовать многообразия по тому, как ведут себя потоки Риччи на этих многообразиях. Я слышал, что как только Григорий узнал о таком инструменте, как потоки Риччи, он дал знать Гамильтону о том, что у него есть идея, как решить проблему Пуанкаре. Но Гамильтон ему не поверил. Однако потом все-таки оказалось, что в самом деле, используя замечательный метод потоков Риччи, Григорий развил совершенно нестандартную технику, которая позволила использовать потоки Риччи для решения проблемы Пуанкаре» (В.Бухштабер, 2010). «Ведь настоящая математика, - резюмирует В.Бухштабер, - построена во многом на ассоциациях. И когда возникают глубокие ассоциации, то ученый четко понимает, что его идея надежна» (В.Бухштабер, 2010). Об этом же пишет А.А.Борисенко в статье «Гипотеза Пуанкаре и гипотеза Терстона» (научно-популярный журнал «Университеты», 2006, № 4): «Конечно, у Г.Перельмана были предшественники. Прежде всего, это Р.Гамильтон, который ввел в 1982 году потоки Риччи и получил глубокие результаты в теории трехмерных многообразий, которые существенно использовал Г.Перельман в своих исследованиях» (Борисенко, 2006, с.31). Этот же вопрос рассматривает Олег Арсенов в книге «Григорий Перельман и гипотеза Пуанкаре» (Москва, «Эксмо», 2010): «Доказательство Григория Перельмана основано на идеях, которые развил в начале 1980-х годов Ричард Гамильтон. Эти идеи неожиданным образом выводят топологические заключения из фактов о дифференциальных уравнениях – так называемых потоках Риччи, обобщающих уравнения термодинамики» (Арсенов, 2010, с.63).

Индукция Игоря Моисеевича Кричевера. Отечественный математик И.М.Кричевер (2002) обобщил на случай алгебраических кривых произвольного рода g теорию представлений Лакса и теорию представлений нулевой кривизны с рациональным спектральным параметром. И.М.Кричевер и О.К.Шейнман в статье «Алгебры операторов Лакса» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2007, том 41, вып.4) пишут: «Общий подход к операторам Лакса на алгебраических кривых был предложен одним из авторов в [1], где известная теория представлений Лакса и представлений нулевой кривизны с рациональным спектральным параметром обобщалась на случай алгебраических кривых Г произвольного рода g» (Кричевер, Шейнман, 2007, с.46). Здесь [1] – работа И.М.Кричевера (2002).

Индукция Игоря Моисеевича Кричевера. И.М.Кричевер совместно с О.К.Шейнманом (2007) доказали прямым вычислением (прямое вычисление – антипод абстрактных дедуктивных построений) теорему о том, что пространство операторов Лакса является алгеброй Ли относительно поточечного матричного коммутатора. О.К.Шейнман в статье «Алгебры операторов Лакса и интегрируемые иерархии» («Труды МИАН», 2008, том 263) пишет о том, как он совместно с И.М.Кричевером доказал указанную теорему: «Теорема 3.1 [10]. Пространство g операторов Лакса является алгеброй Ли относительно поточечного матричного коммутатора. Для g=g′ (n) она, кроме того, является ассоциативной алгеброй относительно поточечного матричного умножения. Алгебра Ли g называется алгеброй операторов Лакса. В [10] теорема 3.1 доказана прямым вычислением, причем для каждой классической комплексной алгебры Ли отдельно» (Шейнман, 2008, с.220). Здесь [10] – статья И.М.Кричевера и О.К.Шейнмана «Алгебры операторов Лакса» (журнал «Функциональный анализ и его приложения», 2007, том 41, № 4).

Индукция Михаила Цфасмана и Сергея Влэдуца. Отечественные математики М.А.Цфасман и С.Г.Влэдуц (2002) перенесли на более общую ситуацию теорему Брауэра-Зигеля для числовых полей. А.И.Зыкин в статье «Теорема Брауэра-Зигеля для семейств эллиптических поверхностей над конечными полями» («Математические заметки», 2009, том 86, вып.1) пишет: «Классическая теорема Брауэра-Зигеля для числовых полей, доказанная Брауэром (см. [1]), утверждает, что если K пробегает последовательность числовых полей, нормальных над Q, таких, что nk/Log/Dk/ → 0, то Log (hk Rk)/Log √|Dk| → 1. Здесь Dk, hk и Rk – дискриминант, число классов и регулятор поля k соответственно. Эта теорема была обобщена Цфасманом и Влэдуцем (см. [2]) на случай, когда условие nk/Log |Dk| → 0 не выполнено (асимптотически хорошие семейства полей)» (Зыкин, 2009, с.148). Об этом же А.И.Зыкин сообщает в своей кандидатской диссертации «Асимптотические свойства глобальных полей» (Москва, 2010): «М.А.Цфасман и С.Г.Влэдуц показали, что, принимая во внимание вклад неархимедовых точек, можно обобщить теорему Брауэра-Зигеля на случай расширений полей, для которых условие (i) не выполняется» (Зыкин, 2010, с.17). Здесь условие (i) – это упомянутое выше условие nk/Log |Dk| → 0.

Индукция Т.Килпелайнена и Дж.Малы. Т.Килпелайнен и Дж.Малы (2000) обобщили на весовые пространства Соболева известную теорему вложния С.Л.Соболева (теорему вложения пространств дифференцируемых функций многих действительных переменных). Как известно, С.Л.Соболев установил свои теоремы вложения с помощью интегральных представлений функций через их производные. Б.В.Трушин в автореферате кандидатской диссертации «Непрерывные и компактные вложения весовых пространств Соболева на анизотропно нерегулярных областях» (Москва, 2008) указывает: «В 90-х годах теорема вложения С.Л.Соболева обобщалась на весовые пространства Соболева в работах Чуа [12], Хурри-Сурьянен [13, 14], Килпелайнена и Малы и др.» (Трушин, 2008, с.4).

Индукция Т.Килпелайнена и Ч.Жонга. Т.Килпелайнен и Ч.Жонг (2002) обобщили на решения вырождающихся эллиптических уравнений с p-лапласианом теорему Леннарта Карлесона (лауреата премии Вольфа за 1992 год) об устранимых особенностях гармонических функций в классах Гельдера. А.В.Покровский в автореферате докторской диссертации «Устранимые особенности решений эллиптических уравнений» (Москва, 2008) отмечает: «Единственный результат о метрической характеризации устранимых множеств был получен для квазилинейных эллиптических уравнений второго порядка в работе Т.Килпелайнена и Ч.Жонга [27]. В этой работе дано обобщение сформулированной выше теоремы Карлесона об устранимых особенностях гармонических функций в классах Гельдера на решения вырождающихся эллиптических уравнений с p-лапласианом» (Покровский, 2008, с.5). В данном случае имеется в виду теорема Карлесона, о которой А.В.Покровский говорит: «…Л.Карлесон установил, что компактные подмножества евклидова пространства R^n, $n \geq 2$, устранимые для гармонических функций, удовлетворяющих условию Гельдера с показателем $\alpha \in (0, 1)$, полностью описываются условием равенства нулю их хаусдорфовой меры порядка $n-2+\alpha$» (там же, с.2). Здесь [27] – исследование Т.Килпелайнена и Ч.Жонга (2002).

Индукция Владимира Венимаминовича Иванова. Российский математик В.В.Иванов (2002) при помощи индукции доказал гипотезу Левнера о том, что индекс изолированной омбилической точки аналитической поверхности не может быть больше единицы. Примечательно, что данная гипотеза включает в себя классическую гипотезу Каратеодори о том, что на любой достаточно гладкой замкнутой выпуклой поверхности существуют как минимум две омбилические точки. В.В.Иванов в статье «Аналитическая гипотеза Каратеодори» («Сибирский математический журнал», 2002, том 43, № 2) в финале своего доказательства пишет: «…Завершение индукционного шага означает достижение намеченной нами цели. Трудно поверить, но наше исследование подошло к концу. Теперь мы вправе назвать «теоремой» то замечательное утверждение, доказательству которого была посвящена фактически вся наша работа» (Иванов, 2002, с.404). Помимо индукции, в доказательстве В.В.Иванова существенную роль играла также аналогия, а именно перенос в схему своих доказательных рассуждений ряда аргументов Тиллы Клотц. Т.Клотц (1959) внесла определенный вклад в доказательство гипотезы Левнера, опираясь на ряд рассуждений Г.Бола (1944), работавшего над той же проблемой. Аналогия (перенос) в доказательстве В.В.Иванова лишний раз свидетельствует об уязвимости представления Г.Вейля, будто аналогия бесполезна в доказательстве. Напомним, что Г.Вейль высказал это представление в книге «Математическое мышление» (1989), в которой собраны его статьи историко-методологического характера. В.В.Иванов в своей статье «Аналитическая гипотеза Каратеодори» констатирует: «Чтобы освободить себя от скучной обязанности каждый раз указывать, кому именно «принадлежит» та или иная конкретная мысль, то или иное наблюдение или рассуждение, Клотц в упомянутой выше статье заранее предупреждает читателя, что будет идти путем Бола, исправляя и дополняя его в тех местах, где это кажется необходимым. Следуя этому замечательному примеру, мы также заранее объявляем, что будем идти, пока это возможно, «вдоль» работы Клотц, наслаждаясь ландшафтами, обустроенными первопроходцами, и описывая увиденное своими словами» (Иванов, 2002, с.315).

Индукция Евгения Григорьевича Скляренко. Е.Г.Скляренко (2003) индуктивно распространил на неориентируемые векторные расслоения классическую теорему Рене Тома об изоморфизме, а также связанные с ней математические конструкции. Е.Г.Скляренко в статье «Изоморфизм Тома для неориентируемых расслоений» (журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2003, том 9) пишет: «Основное содержание работы – распространение классической теоремы Тома об изоморфизме и связанных с ней наиболее типичных конструкций на неориентируемые векторные расслоения (и непостоянные коэффициенты). Фактически демонстрируется, что классическая теория – частный случай более общей, автоматически получающийся из более общей при сужении класса расслоений до ориентируемых» (Скляренко, 2003, с.56). Добавим, что в этой статье Е.Г.Скляренко доказывает посредством индукции лемму 2.7 – с.65, лемму 3.1 – с.68, лемму 3.7 – с.74, лемму 3.8 – с.76, лемму 5.17 – с.98.

Индукция Виталия Викторовича Варфоломеева. В.В.Варфоломеев (2003) обобщил на многоугольники, вписанные в окружности, известную формулу Герона, выражающую площадь треугольника через длины его сторон. В.В.Варфоломеев в статье «Вписанные многоугольники и полиномы Герона» («Математический сборник», 2003, том 194, № 3) пишет: «Известная формула Герона, выражающая площадь треугольника через длины его сторон, обобщается на многоугольники, вписанные в окружности, в следующем смысле. Доказывается, что площадь является алгебраической функцией от длин ребер многоугольника. Аналогичные утверждения доказываются для диагоналей и радиуса описанной окружности» (Варфоломеев, 2003, с.3). Примечательно, что в данной статье В.В.Варфоломеев индукцией доказывает лемму 1 – с.6 (о чем пишет: «Доказательство. На рис.7 приведены необходимые обозначения. Индукция по числу сторон n многоугольника. Основа индукции – формула (5), примененная к 4-угольнику (a1, a2, a3, d1)»), лемму 3 – с.7 (о которой говорит: «Доказательство. Индукция по n. В основе индукции полином (1)»), лемму 15 – с.15. Доказывая эту лемму, автор аргументирует: «Доказательство. Индукция по числу ребер» (Варфоломеев, 2003, с.15). Об этом же пишет И.Х.Сабитов в статье «Решение циклических многоугольников» (сборник «Математическое просвещение», 2010, серия 3, вып.14): «Точно не помню, но где-то в 2000-2001 годах ко мне подошел незнакомый человек, который представился как Варфоломеев Виталий Викторович, и сказал, что он хотел бы, чтобы я послушал его соображения об обобщении формулы Герона на случай площадей многоугольников. Оказалось, он был на семинаре кафедры дифференциальной геометрии и приложений, на котором я делал доклад о вычислении объема многогранника как корня некоторого многочлена, зависящего только от комбинаторного строения многогранника и длин его ребер. Доклад навел его на мысль о попытке нахождения такого же многочлена для площадей многоугольников, но при некоторых дополнительных условиях…» (Сабитов, 2010, с.83).

Индукция Андрея Владимировича Покровского. А.В.Покровский (1996) обобщил на случай решений полуэллиптических уравнений с постоянными коэффициентами и квазиоднородной левой частью результат Б.Ж.Ищанова, описываемый ниже. А.В.Покровский в докторской диссертации «Устранимые особенности решений эллиптических уравнений» (Москва, 2009) повествует: «…Б.Ж.Ищанов [13] выделил классы функций, в которых устранимость множества для полианалитических и полигармонических функций характеризуются условием равенства нулю его хаусдорфовой меры относительно произвольно заданной измеряющей функции. Обобщение этого результата на решения полуэллиптических уравнений с постоянными коэффициентами и квазиоднородной левой частью было получено автором [35, 37]» (А.В.Покровский, 2009). Здесь [13] – работа Б.Ж.Ищанова «Метрические условия для устранимости особых множеств в некоторых классах полигармонических и полианалитических функций» (Деп. В ВИНИТИ АН СССР, 14 апреля 1987 г. № 2575 – В.87), [35] – кандидатская диссертация А.В.Покровского «О неизолированных особых точках решений линейных дифференциальных уравнений с частными производными» (Москва, МГУ, 1996), [37] – статья А.В.Покровского «Локальные аппроксимации решениями гипоэллиптических уравнений и устранимые особенности» («Доклады РАН», 1999, том 367).

Индукция Андрея Владимировича Покровского. А.В.Покровский (2005) перенес на более общую сиуацию теорему Е.П.Долженко об устранимых особенностях гармонических функций. А.В.Покровский в статье «Устранимые особенности решений дивергентных эллиптических уравнений второго порядка» («Математические заметки», 2005, том 77, вып.3) пишет: «Цель настоящей заметки состоит в обобщении следующей теоремы Е.П.Долженко об устранимых особенностях гармонических функций (т.е. решений уравнения $\Delta f = 0$, где $\Delta = \partial^2/\partial x^2_1 + \ldots + \partial^2/\partial x^2_n$ – оператор Лапласа в R^n) на случай обобщенных решений уравнения $Lf = 0$, где L – произвольный равномерно эллиптический оператор вида (1) с ограниченными измеримыми коэффициентами» (Покровский, 2005, с.425). Читателя, желающего ознакомиться с эллиптическим оператором вида (1), о котором пишет А.В.Покровский, мы отсылаем к статье А.В.Покровского.

Индукция Юлия Витальевича Покорного и других ученых. Ю.В.Покорный, М.Б.Зверева и С.А.Шабров (2008) обобщили на случай задач с сильными особенностями в коэффициентах, то есть на случай уравнений с импульсными коэффициентами, идеи осцилляционной теории Штурма-Лиувилля. В статье «Осцилляционная теория Штурма-Лиувилля для импульсных задач» (УМН, 2008, том 63, вып.1 (379)) Ю.В.Покорный, М.Б.Зверева и С.А.Шабров пишут о своей работе: «Работа распространяет осцилляционную теорию Штурма-Лиувилля о распределении нулей собственных функций на случай задач с сильными особенностями (типа δ-функций) в коэффициентах (таковы, например, задачи, возникающие при изучении собственных колебаний упругого континуума с сосредоточенными массами и с локализованными взаимодействиями с окружающей средой)» (Покорный и др., 2008, с.111). Ниже авторы вновь говорят о сути своего обобщения: «Настоящая работа, как отмечалось в предисловии, посвящена изложению теории, распространяющей осцилляционные теоремы Штурма на случай уравнений с импульсными коэффициентами» (там же, с.148). Напомним, что теория Штурма-Лиувилля позволяет решать задачу определения собственных значений дифференциального оператора. Эта задача возникает при рассмотрении колебаний струны (или распространении тепла в стержне). В случае однородной струны достаточно использовать классическую теорию рядов Фурье, а для неоднородной струны возникает необходимость рассмотрения общей задачи Штурма-Лиувилля. Она представляет собой задачу на собственные значения для простейшего одномерного дифференциального оператора с переменными коэффициентами.

Заключение

Итак, руководствуясь мыслью С.Смейла о том, что для решения проблемы о границах человеческого и искусственного интеллектов необходимо более широкое изучение закономерностей работы мозга, а также тех стратегий, приемов и правил, которые он использует, генерируя новые идеи, мы рассмотрели множество эвристик. Эвристики представляют собой обширное «семейство» разноплановых приемов мышления от простейшей возможности прервать в какой-то момент ход решения до сложнейших форм интеллектуальной рефлексии. Обычно эвристики резко противопоставляются алгоритму, то есть строго определенной последовательности операций, точное выполнение которых гарантированно приводит к достижению правильного результата. Мы убедились в том, что эвристики можно трактовать как социокультурный опыт творческой мысли, присвоение которого в ходе онтогенеза приводит к становлению развитых форм процессов решения проблемных ситуаций (В.Ф.Спиридонов, 2006). Экспериментально доказано, что обучение применению различных эвристик повышает продуктивность мышления, успешность решения задач. Эвристические средства оптимизируют процесс преодоления проблемных ситуаций даже в случае наименее эффективных способов ознакомления с ними. При систематических тренировках в использовании эвристик возрастает скорость решения, показатель осознанности средств решения, степень организованности интеллектуального процесса по таким параметрам, как операциональность, предметность и рефлексивность. Отвечая на вопрос о происхождении эвристик, мы показали, что они появляются на свет эмпирически (индуктивно), то есть в результате обобщения отдельных случаев эффективной работы того или иного эвристического средства.

Было бы ошибкой пытаться понять природу человеческого интеллекта, не сосредоточив усилия на исследовании истории научных открытий (и изобретений), поэтому значительная часть нашей работы посвящена анализу того, как возникают новые идеи. Сложность подобного анализа связана с тем, что наука включает огромное количество областей (сфер знания), каждая из которых имеет свой терминологический аппарат, понятный лишь специалисту. Тем не менее, всегда можно найти способы для преодоления этих трудностей, если ставится цель достичь репрезентативности исследования, то есть такого подхода, который охватывал бы широкий круг научных дисциплин. Именно поэтому на страницах данной книги открытия в области физической науки «спокойно соседствуют» с открытиями в области химии, геологии, биологии, экономики, психологии, математики и т.д. А учитывая, что человеческий гений проявляется (актуализируется) не только в науке, но и в искусстве, где поиск истины гармонично дополняется поиском красоты, нам пришлось включить в настоящую монографию (в виде приложения) результаты анализа «открытий» в сфере живописи. Исследование истории научных открытий показывает, что важная (причем, мы бы даже сказали «критически важная») роль в возникновении этих открытий принадлежит индукции. Той самой индукции, природу которой исследовал еще Аристотель, пытаясь построить теорию индуктивного силлогизма по образцу с теорией дедуктивных рассуждений. В противоположность Аристотелю Ф.Бэкон не стал предпринимать подобных попыток, а просто заявил, что раз наука развивается посредством экспериментов и наблюдений, обобщаемых индуктивным путем, значит, нужно пропагандировать и всячески поощрять индуктивный метод «общения» с природой.

Специалистами давно установлено, что индукция дает не истину, а ее вероятность. Это связано с тем, что в индуктивном умозаключении не всегда охватывается вся совокупность элементов, относящихся к тому множеству, относительно которого мы делаем обобщающий индуктивный вывод. Почему в большинстве случаев мы не в состоянии охватить всю эту совокупность элементов? Можно указать, по меньшей мере, три причины этого. Первая из них заключается в том, что элементы (составные части) многих множеств столь многочисленны, что ученому часто не хватает времени жизни на перебор и анализ этих элементов. Вторая причина заставляет нас вспомнить то обстоятельство, что предметы (объекты) того или иного множества оказываются недоступными, а материальные ресурсы, способные обеспечить их доступность для исследования, ограниченными. Ввиду ограниченности ресурсов мы не можем использовать полную индукцию, поэтому удовлетворяемся неполной. Наконец, третья причина состоит в том, что объекты могут быть недоступными для исследования, так как наука еще не достигла требуемого уровня развития, то есть уровня совершенства экспериментального оборудования, с помощью которого можно исследовать эти объекты. Это приводит к тому, что многие идеи и теоретические построения науки являются результатом неполной индукции.

Одной из разновидностей индуктивных рассуждений является аналогия. Аналогией называется такое умозаключение, где от сходства двух предметов в нескольких признаках делается заключение о сходстве этих предметов в других признаках. Само собой понятно, что заключение в выводах по аналогии не следует с необходимостью из исходных посылок, поскольку сравниваемые предметы, как бы они сходны ни были, всегда имеют признаки, по которым они различаются (иначе эти предметы не были бы двумя различными предметами). Таким образом, аналогия, как и обычная индукция, предоставляет в наше распоряжение вероятность истины, то есть имеет вероятностную природу. Однако при всей неалгоритмичности аналогии именно она позволяет устанавливать связь между, казалось бы, не связанными друг с другом концепциями, переносить (транспонировать) идеи из одной области в другую. Не только ученые, но и люди искусства (музыканты, живописцы и т.д.) часто прибегают к аналогии, заимствуя из разных источников то, что впоследствии будет синтезировано и преобразовано (переплавлено) в новый творческий продукт.

Отметим, что наука располагает средствами, позволяющими устранять наши ошибки, связанные с вероятностной природой индуктивных рассуждений. Для того, чтобы убедиться в истинности или ложности того или иного индуктивного заключения, необходимо провести дополнительное исследование (например, непосредственно обратиться к опыту, практике, к сопоставлению полученного заключения с другими, уже доказанными положениями в науке). Если опыт (наблюдение, эксперимент), призванный проверить индуктивную догадку, подтверждает ее, то она сохраняется в арсенале научного знания, а если опровергает, то идея отбрасывается, открывая простор для других идей (гипотез). В ряде случаев ученый, выдвинувший ошибочную гипотезу, впоследствии сам же ставит опыт (эксперимент), доказывающий или разрушающий ее содержание. Или, по крайней мере, заимствует схему постановки эксперимента у своих коллег. Если же условия постановки эксперимента выходят за рамки имеющихся у него материальных ресурсов или уровня развития науки его времени, то возникшую однажды идею проверяют следующие поколения исследователей.

Необходимость в проведении дополнительных исследований (опытов, экспериментов) для выяснения истинности или ложности индуктивных заключений означает, что искусственный интеллект, наделенный индуктивной логикой, одновременно должен обладать способностью к проведению подобных дополнительных исследований. Любой ученый-экспериментатор, отвечая на вопрос о том, как ставятся эксперименты, доказывающие или фальсифицирующие ту или иную концепцию, ответит, что придумать новый эксперимент – это творческая работа. История науки показывает, что условия постановки важных экспериментов обнаруживаются так же, как все новое и значимое: а) методом проб и ошибок (методом последовательного перебора), б) в результате обобщения фактов эффективности определенных экспериментальных схем, найденных другими исследователями, в) благодаря применению аналогии, дополненной приемом синтеза разрозненных технических идей, почерпнутых из разных областей.

Метод проб и ошибок (метод последовательного перебора или, другими словами, стратегия пошагового исключения) играет в научном исследовании столь же значимую роль, как и индукция. Когда нет информации, то есть исходных посылок для индуктивного обобщения, а также когда отсутствуют идеи (теоретические конструкции), позволяющие реализовать аналогию, остается использовать метод последовательного перебора. В зависимости от информационной обеспеченности данный прием исследования можно подразделить на две категории: 1) абсолютно слепой перебор, предполагающий широкомасштабную проверку всех возможных вариантов без опоры на какую-либо предварительную информацию, 2) последовательный перебор, учитывающий прошлые знания, то есть сочетающийся с различными догадками и эвристиками, применяемыми для сокращения перебираемых вариантов (альтернатив). Абсолютно слепой перебор означает отсутствие видимых указателей. В этом случае любое возможное направление поиска выглядит столь же многообещающим или, наоборот, ничего не сулящим, как и все другие. В слепом методе проб и ошибок сплошной просмотр вариантов осуществляется без каких-либо намеков (сведений) о том, окажется ли один из вариантов достойным отбора и какой именно. В противоположность этому перебор, учитывающий прошлые знания, не избавляет от ошибок, но дает возможность корректировать их в свете тех целей, которых нужно достичь. Запоминание неудачных проб предоставляет в наше распоряжение информацию об областях поиска, в которых уже не следует пытаться найти решение, что приводит к экономии материальных ресурсов и времени. Сопоставление информации, полученной на каком-то этапе перебора, с уже имеющимися фактами и идеями, повышает эффективность поиска за счет многочисленных петель обратной связи (обратную связь можно описать схемой: проба → сопоставление с идеями → проба → сопоставление с идеями). В реальном научном исследовании метод последовательного перебора, опирающийся хотя бы на минимум предварительной информации, встречается гораздо чаще, нежели абсолютно слепой перебор. В свое время на это обратил внимание английский философ и методолог науки Карл Поппер. Его мысли на эту тему можно найти в книге «Эволюционная эпистемология и логика социальных наук» (2000). Метод проб и ошибок применяется не только в эмпирической (экспериментальной) области науки, но и на уровне генерации и развития сложных теорий и концепций, представляющих собой обобщение и синтез различных экспериментальных фактов и идей. Говоря словами Д.Кэмпбелла, на одном конце шкалы – экспериментатор, использующий эвристику сплошного перебора в рамках возможностей данного лабораторного оборудования, пробующий варьировать каждый параметр и перебирающий все мыслимые сочетания (комбинации) без оглядки на теорию. На противоположном конце шкалы мы видим «естественный» отбор научных теорий, которые в режиме проб и ошибок соревнуются друг с другом в адекватности решения различных проблем, то есть в адекватности (соответствии) этих теорий общей совокупности накопленных фактических данных (Д.Кэмпбелл, 1974).

Ученые, изучавшие возможности логики (индукции и дедукции) в обобщении исходных посылок, часто подчеркивали то обстоятельство, что для открытия самих посылок не предусмотрено никакого метода (процедуры). Такой точки зрения, в частности, придерживался М.Бунге, который в книге «Интуиция и наука» (1967) отмечал, что логические приемы обработки информации оставляют открытым вопрос о том, имеется ли какая- либо отработанная и стандартизированная стратегия поиска фактов, которые в дальнейшем подвергаются обобщению. Как ни странно, такой стратегией является метод проб и ошибок (метод последовательного перебора). Широкомасштабная проверка всех альтернатив, лежащая в основе этого метода, часто оказывается тяжелой, требующей значительных затрат материальных ресурсов и времени, но именно она обеспечивает ученых исходным знанием, необходимым для решения проблем, знанием, запускающим ментальные процессы индукции и аналогии. История науки изобилует примерами открытий и изобретений, сделанных благодаря стратегии последовательного перебора (скрининга), в котором ошибки совершались не менее часто, чем правильные шаги. Одна из лучших иллюстраций сказанного – деятельность выдающегося ученого, лауреата Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1908 год, Пауля Эрлиха. П.Эрлих нашел средство против сифилиса (сальварсан и неосальварсан) в результате трудоемкого синтеза и перебора химических соединений, способных убивать возбудителя этого инфекционного заболевания. После работ П.Эрлиха исследователи поняли, что широкомасштабный перебор (синтез) может служить эффективным способом поиска веществ, обладающих нужным биологическим действием. Сформировался специальный раздел химии, занимающийся подобным перебором и получивший название комбинаторной химии. Значительные денежные средства, вкладываемые в эту отрасль химической технологии, впоследствии окупаются (компенсируются) полученными результатами. Как пишет И.Г.Галкина в книге «Основы химии биологически активных веществ» (2009), «на создание одного нового препарата общего назначения уходит в настоящее время около 7-10 лет и затрачивается от 100 до 500 миллионов долларов. По статистике для выявления такого препарата обычно приходится испытать около 10.000 веществ. В связи с последним фактором в 1990-е годы возникла комбинаторная химия…» (Галкина, 2009, с.13).

Поскольку метод проб и ошибок находит самое широкое применение в науке и не только в ней, он должен стать достоянием искусственного интеллекта наряду с приемами индуктивной логики. Другими словами, для изучения внешнего мира, постижения его законов, изобретения предметов и вещей, не противоречащих этим законам, искусственный интеллект должен использовать метод последовательного перебора. Использовать прием решения проблем, лишенный алгоритмических свойств, не гарантирующий легкость достижения цели. При отсутствии предварительных знаний в новой области (за границами уже известного) вычислительной машине не удастся избежать абсолютно слепого перебора, то есть широкомасштабной проверки всех возможных вариантов без опоры на какую-либо значимую информацию. Если же последовательный перебор будет сочетаться с различными догадками и эвристиками, применяемыми для сокращения перебираемых вариантов, то и тогда вычислительная машина не сумеет полностью избавиться от ошибок. Запоминание неудачных проб позволит искусственному интеллекту иметь информацию о неперспективных областях поиска, экономить материальные ресурсы. Но в любой своей форме (даже в случае оснащенности эвристиками) метод проб и ошибок является дорогостоящим процессом исследования.

Наука, созданная человеком, преодолевает некоторые негативные аспекты метода проб и ошибок за счет параллельности поисков. Параллельность поисков означает, что ежедневно (и даже ежеминутно) над одной и той же проблемой работают сотни и тысячи людей, разделенных друг от друга языками, странами, континентами. Значительное количество ученых, решающих одни и те же задачи, часто приводит к одновременным и независимым открытиям (история знает немало примеров таких повторных открытий). Чтобы исключить высокую степень «повторности», организаторы науки проводят многочисленные научные конференции, преследующие цель своевременно информировать представителей разных научных коллективов о полученных результатах, согласовать и скоординировать дальнейшие действия. Следовательно, если бы перед искусственным интеллектом была поставлена задача сравниться с человеком в получении важных научных и технических результатов, для этого потребовалось бы создать не тысячу вычислительных машин, наделенных индуктивной логикой и способностью извлекать новое знание из экспериментов и наблюдений, а гораздо больше. В противном случае параллельность поисков не привела бы к заметным успехам.

При исследовании истории научных открытий бросается в глаза тот факт, что многие из них появились на свет не без влияния фактора случая. Среди научных достижений, которые были обусловлены случайностью или определенной долей случайности, мы встречаем как эпохальные (фундаментальные) открытия, давшие начало совершенно новым направлениям исследований, радикально изменившие наши взгляды на мир, так и менее значимые находки, оказавшиеся полезными в рамках узкой области знаний. Классическими примерами случайных открытий являются: открытие связи между электричеством и магнетизмом (Х.Эрстед, 1820), изобретение фотографии (Л.Дагер, 1935), изобретение телефона (А.Белл, 1875), открытие электромагнитных волн (Г.Герц, 1886), обнаружение радиоактивности (А.Беккерель, 1896). В процессе научного поиска случайность реализуется достаточно простым способом. Метод проб и ошибок, предполагающий методический просмотр вариантов с целью решения конкретной задачи, часто дает возможность обнаружить нечто, не входившее в планы и намерения исследователя. То есть последовательный перебор вариантов, реализуемый с определенной целью, часто порождает на свет побочные находки (случайные открытия), дающие ключ к решению проблем, которые изначально не находились в поле нашего зрения. Эта ситуация хорошо иллюстрируется судьбой Христофора Колумба, который искал морской путь в Индию, а в действительности открыл Америку. Если называть подобные незапланированные (непреднамеренные) открытия побочными результатами основной линии исследований, то следует отметить, что эти побочные результаты обычно подсказывают решение совсем других задач, не связанных непосредственно с теми проблемами, которые стимулировали начальные поиски. Примечательно, что случайные открытия невозможно исключить никаким количеством информации, которой вы владеете, принимаясь осваивать новую область. Ведь эта информация представляет собой уже оформленное и зафиксированное знание, а творчество предполагает выход за границы известного, за те границы, где нет ориентиров и указателей.

Фактор случая, который часто выступает в роли подсказки, дающей ключ к решению, является поставщиком (источником) исходных посылок для индукции наряду с методом проб и ошибок. Другими словами, можно выделить индукцию, основанную на методе проб и ошибок, и индукцию, базирующуюся на факторе случая. Таким образом, элемент вероятности, свойственный неполной индукции, дополняется элементом вероятности, определяемым случайными находками, которые обеспечивают индукцию (вне зависимости от степени ее полноты) фактами, подлежащими обобщению. Перед нами двойная вероятность индуктивной логики.

Заметная роль случая в продуктивной творческой деятельности приводит к невозможности точно предсказать будущее той или иной научной дисциплины, то есть предвосхитить открытия, которые будут сделаны в этой дисциплине, даже если мы обладаем обширной информацией о том, каковы ее успехи в настоящее время. Неожиданные, незапланированные события, которые могут произойти в науке, не позволяют предвидеть все детали развития конкретной отрасли знания. Известный израильский физик, разделяющий с М.Гелл-Манном честь разработки классификации элементарных частиц, Ювал Нееман в статье «Счастливый случай, наука и общество. Эволюционный подход» (международный журнал «Путь», 1993, № 4), обсуждая вопрос о роли везения в науке, обращается к теме распределения грантов: «Обычно фонд, предоставляющий грант, требует подачи заявки, включающей план предполагаемых исследований и их цели. Очевидно, что открытие, совершаемое благодаря везению, не может быть предсказано. Таким образом, наиболее важные результаты никогда не будут фигурировать в заявках. Следовательно, тот, кто предоставляет гранты, не должен относиться к заявкам слишком серьезно» (Нееман, 1993, с.86-87).

Роль фактора случая в научном открытии, наличие элементов неопределенности и вероятности в творческой деятельности не должны восприниматься чересчур пессимистично. Следует обратить внимание на то, что многие фундаментальные законы природы, открытые за последние два столетия, имеют вероятностный характер. Примером могут служить следующие открытия:

- закон распределения молекул газа по скоростям (Дж.Максвелл);
- вероятностное толкование закона возрастания энтропии (Л.Больцман);
- принцип невозможности проинтегрировать большинство динамических систем (А.Пуанкаре);
- принцип неопределенности координат и импульса частиц (В.Гейзенберг);
- вероятностное толкование волновой функции уравнения Шредингера (М.Борн);
- теория динамического хаоса (Э.Лоренц);
- концепция самоорганизации (И.Пригожин);
- принцип спонтанности генетических мутаций, определяющих биологическую эволюцию (Ч.Дарвин).

Зависимость творческого успеха от случая нейтрализуется временем научных поисков. Чем больше времени исследователь затрачивает на решение проблемы, тем больше шансов, что он ее решит. Американский психолог Джон Хейз (1985), а также лауреат Нобелевской премии по экономике Герберт Саймон (1998) установили, что ни один из гениев науки и искусства не достиг вершин в своей области, не имея, по крайней мере, 10 лет практики. Здесь можно также вспомнить слова Т.Эдисона о том, что гений на 90% состоит из труда и лишь на 10% - из вдохновения.

Сравнивая когнитивную деятельность человека и вычислительных машин, нетрудно понять, что если фактор случая играет существенную роль в научном (творческом) поиске человека, то он неизменно будет играть аналогичную роль и в деятельности искусственного интеллекта. Чтобы сравняться с нашим мозгом по способности исследовать окружающий мир, искусственный интеллект должен научиться делать случайные открытия. Ему необходимо приобрести способность получать незапланированные (непреднамеренные) научные результаты, являющиеся побочным продуктом тех или иных исследований. Решая определенную задачу и сталкиваясь с ситуацией, когда случайно обнаруживаются факты (сведения), содержащие решение совсем другой задачи, он должен радикально менять направление поисков, отказываться от прежних гипотез, если они не согласуются с тем, что удалось узнать благодаря случайному, никем не ожидаемому открытию. Масштабный перебор вариантов, демонстрируемый в настоящее время вычислительными машинами в сфере поиска и доказательства математических теорем (здесь уместно вспомнить, как была доказана теорема о четырех красках), - это деятельность, которая не требовала от компьютера ничего, кроме высокой скорости обработки данных. В других областях науки (таких, например, как физика или биология) этого окажется явно недостаточно. Экспериментальная деятельность в указанных сферах знания связана с расходованием значительных материальных (вещественных) ресурсов, использованием сложных приборов, выполнением тонких двигательных актов, активной работой органов чувств (зрения, слуха, осязания, обоняния и даже вкуса), быстрым извлечением из памяти необходимых знаний. Следовательно, искусственный интеллект научится ставить эксперименты, проливающие свет на закономерности природы, когда приобретет полноценное сенсорное восприятие, совершенство и тонкость множества двигательных актов, навыки понимания и передачи речи (лингвистические способности), автоассоциативную систему памяти, позволяющую проводить аналогии между различными фактами и идеями.

Возникает вопрос, почему ученые – даже самые выдающиеся – вынуждены использовать в своей деятельности такие стратегии, как индукция, которая имеет вероятностную (неалгоритмическую) природу, метод проб и ошибок (метод последовательного исключения), а также рассчитывать на фактор случая, который нельзя заранее запланировать. Ответ напрашивается сам собой: потому что не существует механической процедуры (универсального алгоритма), позволяющего делать открытия без обращения к опыту и эксперименту. Как заметил Д.Пойа в книге «Математическое открытие» (1976), «в глубине души человек стремится к большему: ему хотелось бы обладать универсальным методом, позволяющим решить любую задачу. У большинства из нас это желание остается скрытым, но оно иногда проступает наружу в сказках и произведениях некоторых философов. (…) Над универсальным методом, пригодным для решения любых задач, размышлял Декарт; наиболее же четко сформулировал идею о совершенном методе Лейбниц. Однако поиски универсального, совершенного метода дали не больший эффект, чем поиски философского камня, превращающего неблагородные металлы в золото: существуют великие мечты, которым суждено оставаться мечтами» (Пойа, 1976, с.13-14).

Тем не менее, в 1900 году известный математик Д.Гильберт во время своего выступления на II Международном конгрессе математиков в Париже вновь поставил вопрос о существовании универсального метода. Будучи уверенным в существовании механической процедуры для решения всех математических задач, принадлежащих к некоторому широкому, но вполне определенному классу, Д.Гильберт сформулировал следующую проблему: доказать непротиворечивость аксиом арифметики, исходя из самих аксиом арифметики. В 1931 году австрийский логик Курт Гедель доказал теорему о неполноте арифметических систем, согласно которой во всякой арифметической системе могут существовать утверждения, истинность или ложность которых нельзя установить средствами этой системы. Впоследствии этот результат Геделя обобщался и усиливался, то есть переносился на другие математические системы (не обязательно арифметические). Среди тех, кто обобщал теорему Геделя о неполноте, можно указать С.Клини (1936), который перенес результат Геделя на класс общерекурсивных функций, А.Тарского и его последователей, которые распространили тот же результат на все формальные системы (не только арифметические), А.Черча (1936), который доказал более сильное утверждение, а именно теорему о том, что не существует никакого алгоритма, который по утверждению автоматически проверял бы, верно ли это утверждение или, напротив, ошибочно. Аналогично, Г.Такеути (1978) доказал неполноту произвольной аксиоматизируемой системы, по отношению к которой арифметика является частной подсистемой. Теорема Геделя о неполноте продемонстрировала нереальность механической процедуры (системы правил) для решения всех задач, независимо от степени их сложности.

Проводя анализ возможностей естественного и искусственного интеллектов, Р.Пенроуз в книге «Новый ум короля» (2003) совершенно справедливо подчеркнул, что теорема Геделя о неполноте имеет отношение не только к человеческому разуму, но и к вычислительным машинам. Коль скоро деятельность мозга не подчиняется строгим алгоритмическим вычислениям, то есть включает в себя неалгоритмические (невычислимые) составляющие, то и искусственный интеллект никогда не сможет создавать нечто новое, то есть совершать открытия, на основе жестких алгоритмов. Р.Пенроуз увидел в теореме Геделя о неполноте один из пределов человеческого и искусственного интеллектов, и с этим трудно не согласиться. Таким образом, именно невозможность механической (алгоритмической) процедуры для решения всех задач, определяемая теоремой Геделя о неполноте, приводит к тому, что ученые – даже самые выдающиеся – используют в своей деятельности индукцию, метод проб и ошибок, а также фактор случая, позволяющий открывать истины, которые изначально не ожидались и не планировались.

Итак, обсудив смысл теоремы Геделя о неполноте, мы получаем возможность дать исчерпывающий ответ на вопрос американского математика С.Смейла, а именно на вопрос, представляющий собой последнюю из списка сформулированных им в 1997 году восемнадцати нерешенных математических проблем: каковы пределы интеллекта, как искусственного, так и человека?

Существует четыре предела, то есть фактора, лишающих творческую деятельность признаков алгоритмического процесса:
- теорема Геделя о неполноте;
- вероятностная природа индукции;
- метод проб и ошибок (метод последовательного перебора);
- фактор случая в научном открытии.

Для того чтобы вычислительные машины овладели индуктивной логикой и способностью экспериментально исследовать окружающий мир, они должны, как мы уже отметили, приобрести полноценное чувственное восприятие (зрение, слух, осязание, обоняние, вкус), навыки понимания речи, способность выполнять сложные двигательные навыки, а также обширную память, основанную на принципах ассоциативного хранения и извлечения идей. Ввиду того, что процесс самообучения является для человека основным способом приобретения знаний о мире, традиционное на сегодня программирование сложных функций машин должно уйти в прошлое, уступив свое место вариантам искусственного интеллекта, способным самостоятельно модифицировать и пополнять накапливаемую информацию (так называемый жизненный опыт). О том, что самообучение – это главное, что отличает человека от компьютерных систем обработки информации, пишут многие исследователи. Дж.Хокинс в книге «Об интеллекте» (2007) подчеркивает: «Фундаментальные принципы работы компьютера и функционирования человеческого разума вкорне различны. Основой первой является программирование, а второго – процесс самообучения» (Хокинс, 2007, с.20). Дж.Люгер в монографии «Искусственный интеллект» (2003) констатирует: «Обучение остается «крепким орешком» искусственного интеллекта. Важность обучения, тем не менее, несомненна, поскольку эта способность является одной из главных составляющих разумного поведения» (Люгер, 2003, с.50).

За рамками нашего исследования остался вопрос о роли воображения (фантазии) в творческой деятельности. Хотя целью нашей работы было выяснение пределов (границ) естественного и искусственного интеллектов, а не описание всех особенностей познания, тем не менее, бегло коснемся феномена воображения. Образный способ кодирования информации часто преподносится как некий таинственный (загадочный) процесс, радикально отличающийся от пропозиционального (понятийного) мышления. В действительности, процесс оперирования образами в настоящее время уже практически расшифрован. Установлена аналогия между образными представлениями (репрезентациями) и образами сенсорного восприятия, то есть отражением объектов внешнего мира в этом восприятии. Наиболее убедительно сходство ментальных и перцептивных образов показано в экспериментах Стивена Косслина (1974, 1978). С.Косслин предлагал испытуемым взглянуть на карту воображаемого острова, запомнить расположенные на нем пункты (пляж, дом, озеро). Затем карту убирали. Испытуемых просили представить ее «во внутреннем взоре» и мысленно посмотреть на какой-либо из пунктов. После этого Косслин называл какой-то другой пункт, требовалось ответить, имеется ли он на карте (ответ «да» или «нет») и провести прямую линию от первого пункта ко второму. Регистрация времени ответа позволила оценить скорость перемещения «в ментальном пространстве». Было показано, что динамика времени ментального сканирования подобна динамике рассмотрения этих объектов на карте, то есть образный код напоминает в существенных чертах динамику процесса восприятия. Оказалось, что в обоих случаях время сканирования является линейной функцией расстояния между двумя пунктами. Другими словами, воображаемая информация представлена и обрабатывается теми же способами, которыми представлена и обрабатывается перцептивная информация. Таким образом, обнаружена идентичность образного мышления (воображения) и процесса восприятия. Позже Марта Фарах (1985, 1988) подтвердила результаты Косслина. Она показала, что при воображении отдельных букв непосредственно задействуются некоторые из тех процессов, которые связаны с реальным восприятием буквы. Воображаемые буквы ускоряют распознавание тех же букв, предъявляемых тахистоскопически, но только в том случае, если воображаемая буква имеет точно те же размеры и положение, как и реальная. С.Косслин (1993) дополнил свои опыты результатами исследования мозга методом позитронно-эмиссионной томографии (ПЭТ). До этого уже было показано, что паттерн интенсивности кровотока при решении задачи на образы сходен с тем, что обычно обнаруживается в перцептивных задачах. С.Косслин с использованием ПЭТ-сканера дал яркое сравнение структур мозга, участвующих в восприятии и образном представлении. Испытуемые во время сканирования мозга выполняли две различные задачи – задачу на восприятие и задачу на образы. Примечательно, что задача на восприятие вызывала повышение нервной активности в участках зрительной коры. Но то же самое происходило и в задаче на образы! Действительно, задача на образы приводила к повышению активности в тех структурах мозга, которые относятся к первичным зонам коры, которые первыми получают зрительную информацию. Еще более удивителен тот факт, что нервные структуры, которые определяют нашу способность к образному мышлению (воображению), совпадают с нервными структурами, ответственными за нашу память. Как указывает Т.В.Черниговская в статье «Что делает нас людьми: почему непременно рекурсивные правила?» (сборник статей «Разумное поведение и язык», 2008), «память имеет ту же природу и «адрес» в мозгу, что и воображение, фантазии; если нарушен гиппокамп, то страдает не только сама память (то есть прошлое), но и способность представлять и описывать воображаемые события, создавать сюжеты (т.е. будущее или возможное). Иными словами, память – мать воображения» (Черниговская, 2008, с.402).

Воображение, то есть комбинирование и преобразование образов, невозможно без широкой эрудиции, то есть без информации, приобретаемой посредством обучения. Это легко иллюстрируется особенностями творчества в области искусства (например, в сфере музыки или живописи). Часто можно слышать слова о непознаваемости, недоступности объективному исследованию того, как, например, художник создает картину, как в его сознании формируются элементы композиции, откуда он черпает образы, которые позже переносит на полотно. Проведенное нами исследование творчества известных живописцев показывает, что утверждение о непознаваемости процесса формирования образов, из которых должна сложиться картина, лишено оснований. История ряда произведений изобразительного искусства, рассмотренная нами в приложении № 3, свидетельствует о том, что художник обучается на протяжении всей своей жизни, причем в процессе этого обучения он активно заимствует (ассимилирует) идеи своих предшественников и современников для дальнейшего использования этих идей в собственном творчестве. Приведем таблицу иконографических источников наиболее популярных картин Сальвадора Дали, чья деятельность в сфере искусства известна каждому знатоку живописи.

№	**Наименование картины Сальвадора Дали**	**Иконографический источник данной картины**	**Автор, указавший на данный иконографический источник**
1.	«Корзинка с хлебом» (1925)	Произведения Франсиско Сурбарана	М.Этерингтон-Смит в книге «Сальвадор Дали» (2002)
2.	«Композиция из трех фигур» (1926)	Картина П.Пикассо «Студия с гипсовой головой» (1925)	Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998)
3.	«Барселонская манекена» (1927)	Работы П.Пикассо кубистического периода	А.Гузева в статье «Спаситель Сальвадор» (журнал «Октябрь», 2011, № 12)
4.	«Мясо праздничной курицы» (1928)	Работы художника-сюрреалиста Ива Танги (1900-1955)	М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008)
5.	«Мед слаще крови» (1926)	Картина Ива Танги «Он сделал то, что хотел»	Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998)
6.	«Аппарат и рука» (1927)	Произведения Джорджо де Кирико (1888-1978)	М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008)
7.	«Высвеченные удовольствия» (1929)	Произведения Джорджо де Кирико (1888-1978)	Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998)
8.	«Преждевременное окостенение вокзала» (1930)	Произведения Джорджо де Кирико (1888-1978)	М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008)
9.	«Мелкие останки» (1928)	Работы Хуана Миро (1893-1983)	М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008)
10.	«Натюрморт» (1926)	«Вспаханное поле» (1924) и «Охотник» (1924) Хуана Миро	Р.Баландин в книге «Сальвадор Дали» (2010)
11.	«Метаморфоза Нарцисса» (1937)	Произведения итальянских живописцев эпохи Возрождения	М.Этерингтон-Смит в книге «Сальвадор Дали» (2002)

12.	«Гваделупская богоматерь» (1959)	Картина Рафаэля «Сикстинская Мадонна» (1513)	Р.Баландин в книге «Сальвадор Дали» (2010)
13.	«Медитация с арфой» (1934)	Произведения Жана Франсуа Милле (1814-1874)	Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998)
14.	«Рассвет, полдень, закат, сумерки» (1979)	картина Жана Франсуа Милле «Анжеллюс» (1859)	А.Гузева в статье «Спаситель Сальвадор» (журнал «Октябрь», 2011, № 12)
15.	«Мадонна Порт-Льигата» (1950)	Картина Пьеро делла Франчески «Пресвятая Дева с младенцем в окружении ангелов и святых»	М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008)
16.	«Рука Дали, удаляющая Золотое Руно в виде облака» (1977)	Картина Клода Лоррена «Погрузка «Святой Паулы» в Остии» (1639)	Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998)
17.	«Вселенский собор» (1960)	Картина Д.Веласкеса «Менины» (1656)	Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998)
18.	«Афины горят! Афинская школа и пожар в Борго» (1980)	Картины (фрески) Рафаэля «Афинская школа» и «Пожар в Борго».	М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008)
19.	«Три знаменитые загадки Галы» (1982)	Произведения Микеланджело	А.Гузева в статье «Спаситель Сальвадор» (журнал «Октябрь», 2011, № 12)
20.	«Голова Джулиана Медичи»	Произведения Микеланджело	А.Гузева в статье «Спаситель Сальвадор» (журнал «Октябрь», 2011, № 12)

Приведенная таблица позволяет понять источники воображения Сальвадора Дали. Как заметил В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993), раскрывая природу фантазии С.Дали, «фантазия его не знает границ, хотя и заметно, что именно он взял у своих современников: у де Кирико, Эрнста, Магритта. В какой-то степени это фантазии на «чужой основе», но его тяга к универсальности позволяла легко ассимилировать «чужое», в новых сочетаниях оно становится «своим». Да, впрочем, какой художник не использовал в своем творчестве традиции и опыт коллег?» (В.С.Турчин, 1993).

Наверное, стоит обратить внимание на то, что вопрос о пределах естественного и искусственного интеллектов, поставленный С.Смейлом в сфере математики, решен нами нематематическими средствами. Точнее, не вполне математическими. Теорема Геделя о неполноте, являющаяся одним из факторов, исключающих алгоритмический характер творческой деятельности, безусловно, относится к сфере математики, но одна эта теорема не дает решения 18-й проблемы С.Смейла. Существуют три других аналогичных фактора: вероятностный характер индукции, метод проб и ошибок (метод последовательного перебора) и элемент случайности в научном открытии. Выяснить значение каждого из них было бы невозможно, если бы мы не рассмотрели историю научных открытий в областях, далеких от математики. Впрочем, не стоит удивляться тому, что проблема, поставленная в одной области знания, часто решается методами, заимствованными из совсем других областей. Например, Г.Перельман (2002) нашел доказательство гипотезы Пуанкаре, решив тем самым 2-ю проблему С.Смейла (чисто топологическую проблему), используя метод потоков Риччи-Гамильтона, а этот метод относится не к топологии, а к области математической физики. Как указал известный отечественный математик Виктор Бухштабер в программе радио «Свобода» «О проблеме Пуанкаре и феномене Перельмана» (11.04.2010 г.), «…топологическая проблема была решена не топологическими методами. Это были идеи теории уравнений частных производных, а в самом ключевом месте использовались идеи, пришедшие из теоретической физики. Поэтому когда нас стали спрашивать, насколько достоверно то, что предлагает Перельман, мы не могли однозначно ответить» (В.Бухштабер, 2010).

Решение 18-й проблемы С.Смейла, изложенное нами в настоящей работе, лишний раз показывает условность границ между разными сферами знания. Часто важные исследования задерживаются из-за того, что в одной области не известны результаты, уже давно ставшие классическими в смежной области. Об этом в свое время говорил Н.Винер. Называя деление науки на различные дисциплины не более чем административной условностью, он подчеркивал, что каждый творчески работающий ученый волен ломать любые перегородки, если это нужно для успеха его работы. Ведь природа не разделена на те предметы, которые нам преподают в школе. Она также не разделена на те научные дисциплины, которые в известной мере изолируют друг от друга различные научные ведомства.

Литература

Список литературы к главам 1-9

Абрамов А.И. История ядерной физики. – Москва, КомКнига, 2006.
Азерников В. Великие открытия. – Москва, ОЛМА-ПРЕСС, 2000.
Айнхорн Х.Д. Получение знаний из опыта и условно-оптимальных правил при принятии решения // книга Д.Канемана, П.Словика и А.Тверски «Принятие решений в неопределенности», Харьков, Институт прикладной психологии, 2005.
Альтшуллер Г.С. Если вы хотите изобрести… // журнал «Знание-сила», 1961, № 8.
Андреева Н.С. Еще раз об открытии структуры ДНК // журнал «Природа», 2006, № 8.
Араго Ф. Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров. – Ижевск, НИЦ РХД, 2000.
Аткинсон Р., Аткинсон Р., Смит Э. и др. Введение в психологию. – Москва, ОЛМА-ПРЕСС, 2003.
Брайсон Б. Краткая история почти всего на свете. – Москва, «Гелеос», 2007.
Бунге М. Интуиция и наука. – Москва, «Прогресс», 1967.
Величковский Б.М. Когнитивная наука. – Москва, «Академия», 2006.
Вендровский К.В. Изобретение господина Дагера // журнал «Химия и жизнь», 1984, № 2, 9.
Всеобщая история искусств. Том 5. Редакторы - Ю.Д.Колпинский, Яворская Н.В. – Москва, «Искусство», 1964.
Галацкая В. Музыкальная литература зарубежных стран. – Москва, «Музыка», 1978.
Глязер Г. Новейшие победы медицины. – Москва, «Молодая гвардия», 1966.
Голин А., Филонович С. Классики физической науки. – Москва, «Высшая школа», 1989.
Голованов Я. Королев: факты и мифы. – Москва, «Наука», 1994.
Данин Д. Нильс Бор. – Москва, «Молодая гвардия», 1978.
Дмитриев А. Хаос, фракталы и информация // журнал «Наука и жизнь», 2001, № 5.
Дятлева Г.В., Хворостухина С.А., Семенова О.В. Популярная история западноевропейской живописи. – Москва, «Вече», 2001.
Еремеева А.И., Цицин Ф.А. История астрономии. – Москва, изд-во МГУ, 1989.
Жданов А.А. Автономный искусственный интеллект. – Москва, «Бином», 2008.
Зарипов Р.Х. Машинный поиск вариантов при моделировании творческого процесса. – Москва, «Наука», 1983.
Зимина Т., Батраков В. Комбинаторная химия: новые задачи органического синтеза // журнал «Химия и жизнь», 1999, № 9.
Карцев В. Приключения великих уравнений. – Москва, «Знание», 1986.
Кларк К. Нагота в искусстве. – СПб., Азбука-Классика, 2004.
Креспель Ж.П. Повседневная жизнь импрессионистов. – Москва, «Молодая гвардия», 2012.
Кэмпбелл Д. Эволюционная эпистемология // книга «Эволюционная эпистемология и логика социальных наук», Москва, Едиториал УРСС, 2000.
Лалаянц И.Э. Консервативный каскад // газета «Биология», 2002, № 48.
Лалаянц И. Ровесница геномного миллениума // «Независимая газета», 10.06.2009 г.
Леенсон И.А. Конец химии откладывается // журнал «Химия и жизнь», 2007, № 11.
Лекторский В.А. Эпистемология классическая и неклассическая. – Москва, Едиториал УРСС, 2006.
Льоцци М. История физики. – Москва, «Мир», 1970.
Лук А.Н. Нужна умеренная небрежность. О случайности в научном творчестве // журнал «Химия и жизнь», 1980, № 4.
Люгер Дж. Искусственный интеллект. – Москва, «Вильямс», 2003.
Ляликов А.П. Трактат об искусстве изобретать. – СПб., Политехника, 2002.
Мах Э. Познание и заблуждение. – Москва, «Бином», 2003.

Нееман Ю. Счастливый случай, наука и общество. Эволюционный подход // Международный журнал «Путь», 1993, № 4.
Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. – Москва, Едиториал УРСС, 2003.
Овчинников Н.Ф. Методологические принципы в истории научной мысли. – Москва, Едиториал УРСС, 1997.
Орлов М. Основы классической ТРИЗ. – Москва, Солон-Пресс, 2005.
Пайс А. Гении науки. – Москва, Институт компьютерных исследований, 2002.
Патнем Х. Философы и человеческое понимание // сборник «Современная философия науки», Москва, «Логос», 1996.
Пенроуз Р. Новый ум короля. – Москва, Едиториал УРСС, 2003.
Перкинс Д. Как стать гением. – Москва, изд-во АСТ, 2003.
Перрюшо А. Эдуард Мане. – Москва, «Молодая гвардия», 1976.
Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – Москва, «Наука», 1975.
Пойа Д. Как решать задачу. – Москва, Учпедгиз, 1959.
Пойа Д. Математическое открытие. – Москва, «Наука», 1976.
Пригожин И. От существующего к возникающему. – Москва, Едиториал УРСС, 2002.
Равич-Щербо И.В., Марютина Т.М., Григоренко Е.Л. Психогенетика. – Москва, «Аспект», 2006.
Рассел Б. Человеческое познание: его сфера и границы – Москва, «Республика», 2000.
Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. – Москва, «Вильямс», 2006.
Ревалд Дж. История импрессионизма. – Москва, изд-во АСТ, 2011.
Рыжов К.В. 100 великих изобретений. – Москва, «Вече», 2006.
Самин Д.К. 100 великих художников. – Москва, «Вече», 2004.
Сингх С. Великая теорема Ферма. – Москва, МЦНМО, 2000.
Славин А.В. Проблема возникновения нового знания. – Москва, «Наука», 1976.
Смирнова А.А., Зорина З.А. О чем рассказали «говорящие обезьяны». – Москва, «Языки славянских культур», 2006.
Современные проблемы хаоса и нелинейности. - Ижевск, «Институт компьютерных исследований», 2002.
Солсо Р. Когнитивная психология. – СПб., «Питер», 2002.
Спасский Б.И. История физики. – Москва, «Высшая школа», 1977.
Спиридонов В.Ф. Психология мышления: решение задач и проблем. – Москва, «Генезис», 2006.
Степанчикова М.А. Учимся изобретать. – Москва, 1997.
Строева О.Г. Открытие химических мутагенов // книга «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», Москва, «Наука», 2001.
Таунс Ч. Квантовая электроника и технический прогресс // журнал «Успехи физических наук», 1969, том 98, выпуск 1.
Успенский В.А. Семь размышлений на темы философии математики // сборник «Закономерности развития современной математики», Москва, «Наука», 1987.
Ушакова Т.Н. Психолингвистика. – Москва, ПЕР СЭ, 2006.
Фуко М. Живопись Мане. – СПб., изд-во «Владимир Даль», 2011.
Халперн Д. Психология критического мышления. – СПб., «Питер», 2002.
Хаммершлаг Я. Если бы Бах вел дневник. – Будапешт, «Корвина», 1963.
Хокинс Дж., Блейксли С. Об интеллекте. – Москва, «Вильямс», 2007.
Черток Б.Е. Ракеты и люди. Том 1. - Москва, «Машиностроение», 1999.
Швейцер А. Иоганн Себастьян Бах. – Москва, «Музыка», 1965.
Шойфет М.С. 100 великих врачей. – Москва, «Вече», 2006.
Янсон Х.В., Янсон Э.Ф. Основы истории искусств. – СПб., АОЗТ «Икар», 1992.
Ярошевский М.Г. История психологии от античности до середины XX века. – Москва. «Академия», 1997.

Список литературы к главе 10

Абрамов А.И. История ядерной физики. - Москва, Едиториал УРСС, 2006.

Азерников В. Случайная капля воды // журнал «Химия и жизнь», 1971, № 11.

Азерников В. Неслучайные случайности. – Москва, 1972.

Азерников В. Великие открытия. – Москва, ОЛМА-ПРЕСС, 2000.

Азимов А. Миры внутри миров. – Москва, Центрполиграф, 2004.

Азимов А. Энергия жизни: от искры до фотосинтеза. – Москва, Центрполиграф, 2007.

Акимов О.Е. Конструктивная математика. – Москва, издатель Акимова, 2005.

Александров Е.Б., Запасский В.С. Медленный свет: за фасадом сенсации // журнал «Химия и жизнь», 2008, № 2.

Алексеева Л. Вихри, которые «делают погоду» // журнал «Квант», 1977, № 8.

Алексеева Л. Сполохи над Холмогорами // сборник «Полярный круг», Москва, «Мысль», 1986.

Альварес А. Современное состояние физики элементарных частиц, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 1970, январь.

Андреев А. Этьен Малюс и его открытие // журнал «Квант», 1995, № 4.

Анфилов Г. Бегство от удивлений. – Москва, 1974.

Арабаджи В. В мире инфразвуков // журнал «Наука и жизнь», 1980, № 12.

Араго Ф. Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров. – Ижевск, НИЦ РХД, 2000.

Арбузов А.Е. Краткий очерк развития органической химии в России. – Москва-Ленинград, 1948.

Арнольд В.И. Теория катастроф. – Москва, «Наука», 1990.

Арнольд В.И. Нужна ли в школе математика? // Тезисы выступления на Всероссийском совещании «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», Дубна, 2000.

Арнольд В.И. От усреднения до статфизики // «Труды МИАН», 2000, том 228.

Аскарьян Г.А. Эффект самофокусировки // журнал «Успехи физических наук», 1973, октябрь.

Балабекян О.И. Лев Васильевич Шубников // журнал «Успехи физических наук», 1966, июнь.

Барашенков В. У шестого знака после запятой… // журнал «Знание-сила», 2000, № 5-6.

Барашенков В. Антигравитация – миф или реальность? // журнал «Знание-сила», 1987, № 3.

Бардин Дж. Успехи в изучении сверхпроводимости // журнал «Успехи физических наук», 1970, том 102, вып.2.

Белюстов В.Н. Георг Вильгельм Рихман // газета «Физика», 2003, № 32.

Берд К. Книга о странном. – Москва, изд-во «Бестселлер», 2003.

Беркинблит М.Б., Глаголева Е.Г. Электричество в живых организмах. – Москва, «Наука», 1988.

Бетяев С.К. Пролегомены к метагидродинамике. – Москва-Ижевск, НИЦ РХД, 2006.

Бибиков Е. Вихри, несущие прохладу // журнал «Юный техник», 1983, № 1.

Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. – Москва, «Наука», 1981.

Блехман И.И. Вибрация изменяет законы механики // журнал «Природа», 2003, № 11.

Блинкин С.А. Очерки о естествознании. – Москва, «Знание», 1979.

Богданов А. Тектология: всеобщая организационная наука. – Москва, Едиториал УРСС, 2003.

Богданов В. Окно в другой мир // журнал «Костер», 2002, №11-12.

Болотовский Б. Эйнштейн и современная картина мира // журнал «Наука и жизнь», 2006, № 2.

Бор Н. Э.Резерфорд – основоположник науки о ядре // сборник «Резерфорд – ученый и учитель», Москва, «Наука», 1973.

Борисов В.П. Изобретение вакуумного насоса и крушение догмы «боязни пустоты» // журнал «Вопросы истории естествознания и техники», 2002, № 4.

Боровик-Романов А.С. Нобелевская премия П.Л.Капице // журнал «Успехи физических наук», 1979, февраль.
Брокхауз Б. Спектроскопия медленных нейтронов и Великий Атлас физического мира, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 1995, декабрь.
Бронштейн М.П. Атомы и электроны. – Москва, «Наука», 1980.
Бронштейн М.П. Солнечное вещество. – Москва, «Наука», 1990.
Буздин А., Варламов А. Страсти по сверхпроводимости в конце тысячелетия // журнал «Квант», 2000, № 1.
Букингем М. Шумы в электронных приборах и системах. – Москва, «Мир», 1986.
Вавилов С.И. Галилей в истории оптики // журнал «Успехи физических наук», 1964, август.
Ваганов А. Не линяет только лазерный зайчик // «Независимая газета», 01.14.2004 г.
Вайнберг С. Мечты об окончательной теории. – Москва, Едиториал УРСС, 2004.
Вайскопф В. Физика в двадцатом столетии. – Москва, «Атомиздат», 1977.
Валле-Пуссен Ш.Ж. Лекции по теоретической механике. - Москва, ИЛ, 1948.
Валлери-Радо Р. Жизнь Пастера. – Москва, Издатинлит, 1950.
Векилов Ю.Х., Черников М.А. Квазикристаллы // журнал «Успехи физических наук», 2010, том 180, № 6.
Венецкий С.И. О редких и рассеянных. Рассказы о металлах. – Москва, «Металлургия», 1987.
Визгин В.П. Единые теории поля в квантово-релятивистской революции. – Москва, КомКнига, 2007.
Виттен Э. Физика и геометрия // сборник докладов «Международный конгресс математиков в Беркли», редактор – В.М.Тихомиров, Москва, «Мир», 1991.
Воронов Г.С. Мезонный катализ и термоядерная проблема // журнал «Химия и жизнь», 1979, № 10.
Воспоминания о И.Я.Померанчуке. Редактор – Л.Б.Окунь. – Москва, «Наука», 1988.
Воспоминания об академике М.А.Леонтовиче. Составитель – В.Д.Новиков. – Москва, «Наука», 1990.
Вяльцев А.Н. Открытие элементарных частиц. – Москва, «Наука», 1981.
Галилей Г. Избранные труды. Том 2. – Москва, «Наука», 1964.
Гаряев П.П. Волновой генетический код. – Москва, «Издатцентр», 1997.
Гейзенберг В. У истоков квантовой теории. – Москва, Тайдекс Ко, 2004.
Гелл-Манн М., Розенфельд А., Чу Дж. Сильно взаимодействующие частицы // журнал «Успехи физических наук», 1964, том LXXXIII, вып.4.
Гельфер Я.М. История и методология термодинамики и статистической физики. – Москва, «Высшая школа», 1969.
Гербер Р. Вибрационная медицина. – Москва, «Гелиос», «София», 2001.
Герштейн С.С. История идеи // Международный ежегодник «Холодный синтез», или третий путь получения ядерной энергии», 1988.
Глаголев К.В., Морозов А.Н. Физическая термодинамика. – Москва, изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2007.
Глейк Д. Хаос. Создание новой науки. – СПб., изд-во «Амфора», 2001.
Гиндикин С.Г. Рассказы о физиках и математиках. – Москва, МЦНМО, 2006.
Гиневский А.С., Власов Е.В., Каравосов Р.К. Акустическое управление турбулентными струями. – Москва, «Физматлит», 2001.
Гинзбург В.Л., Киржниц Д.А. Высокотемпературная сверхпроводимость // журнал «Успехи физических наук», 1987, август.
Глэшоу Ш. Очарование физики. – Ижевск, НИЦ РХД, 2002.
Глэшоу Ш. Развивается ли наука по воле случая или по разумному плану // журнал «Путь в науку», 2008, № 1.
Гнедина Т.Е. Поль Ланжевен. – Москва, «Наука», 1991.
Голин А., Филонович С. Классики физической науки. – Москва, «Высшая школа», 1989.
Голубев В.В. Жуковский. – Москва-Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2002.

Голубь П.Д. Физики от А до Я. Биографический справочник. - Барнаул, 2002.
Гольданский В.И. Исследования в области гамма-резонансной (мессбауэровской) спектроскопии // журнал «Успехи физических наук», 1966, июль.
Гордин В.М. Очерки по истории геомагнитных измерений. – Москва, ИФЗ РАН, 2004.
Горелик Г. История «скособоченного мира» Иосифа Шапиро // журнал «Заметки по еврейской истории», 2006, № 5.
Горобец Б. Круг Ландау. – Москва, изд-во «Летний сад», 2006.
Гофман К. Можно ли сделать золото? – Ленинград, «Химия», 1987.
Григорьян А.Т. Механика от античности до наших дней. – Москва, «Наука», 1974.
Гросс Е.Ф. Экситон и его движение в кристаллической решетке // журнал «Успехи физических наук», 1962, март.
Губин В.Б. О физике, математике и методологии. – Москва, «ПАИМС», 2003.
Гумилевский Л. Русские инженеры. – Москва, «Молодая гвардия», 1953.
Гумилевский Л. Чаплыгин. – Москва, «Молодая гвардия», 1969.
Гулиа Н.В. Удивительная механика. – Москва, «Энас», 2006.
Гуревич В.Л., Дзялошинский И.Е. П.Дебай. Биография и очерк научной деятельности // П.Дебай, «Избранные труды», Ленинград, «Наука», 1987.
Гуреева О. Транзисторная история // журнал «Компоненты и технологии», 2006, № 9.
Гуриков В.А. История создания телескопа // сборник «Историко-астрономические исследования», Москва, «Наука», 1980.
Давиденко Ю. Высокоэффективные современные светодиоды // журнал «Современная электроника», № 1, 2004, октябрь.
Дайан-Дальмедико Э. Софи Жермен // журнал «В мире науки», 1992, № 2.
Данилов Ю.А. Поэт неравновесной термодинамики // журнал «Химия и жизнь», 2004, № 2.
Данин Д. Нильс Бор. – Москва, «Молодая гвардия», 1978.
Даннеман Ф. История естествознания. - Одесса, 1913.
Де Гроот С.Р. Термодинамика необратимых процессов. – Москва, ГИТТЛ, 1956.
Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики. – Москва, «Наука», 1985.
Диогенов Г.Г. История открытия химических элементов. – Москва, Учпедгиз, 1960.
Дмитриев И.С. Симметрия в мире молекул. - Ленинград, изд-во «Химия», 1976.
Дорфман Я.Г. Всемирная история физики. Том 1. – Москва, КомКнига, 2007.
Дубовой Э.И. По следам невидимок. – Москва, «Знание», 1985.
Дуков В.М. Электродинамика. – Москва, «Высшая школа», 1975.
Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. – Москва, «Мир», 1974.
Ельяшевич М.А., Кемеровская Н.Г., Томильчик Л.М. Ридберг и развитие атомной спектроскопии // журнал «Успехи физических наук», 1990, декабрь.
Еремеева А.И., Цицин Ф.А. История астрономии. – Москва, изд-во МГУ, 1989.
Еремеева А.И. Беспокойный гений Эрнста Хладни // журнал «Природа», 2006, № 12.
Житомирский С. Архимед. – Москва, «Просвещение», 1981.
Жук Н.А. О культе личности Эйнштейна и его негативном влиянии на физику. – Харьков, ООО «Инфобанк», 2003.
Загузов И.С., Головинский В.Н., Федечев А.Ф. Введение в специальность (механика). Часть II. - Самара, изд-во «Самарский университет», 2002.
Зеленин К. Ленгмюр Ирвинг // электронная энциклопедия «Кругосвет»
Зеленый Л.М., Милованов А.В. Фрактальная топология и странная кинетика: от теории перколяции к проблемам космической электродинамики // журнал «Успехи физических наук», 2004, август.
Зельдович Я.Б. Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика. – Москва, «Наука», 1984.
Золотухин И.В., Калинин Ю.Е. Замечательные качества углеродных нанотрубок // журнал «Природа», 2004, № 5.

Иванов И. Нобелевская премия по физике - 2007 // сайт «Элементы большой науки», 18.10.2007 г.
Иванов С. Микро и макро // журнал «Итоги», 2008, март.
Иванов Ю. Ритмодинамика. – Москва, ИАЦ Энергия, 2007.
Ивкина Ю.П., Орлов Ю.Н. О кинетике бесстолкновительной сплошной среды // препринт, опубликованный на сайте ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, 2006.
Ильченко Д. Адские колобки // журнал «Популярная механика», 2007, февраль.
Имамутдинов И., Медовников Д. «Главное – придумать эффектик» // журнал «Эксперт», 2003, октябрь.
Ирвинг Д. Ядерное оружие Третьего рейха. - Москва, «Центрполиграф», 2005.
Исаев С.И. Полярные сияния. – Мурманск, Книжное изд-во, 1980.
Исаева В.В., Касьянов В.Л. А.В.Жирмунский в нелинейном научном контексте // «Вестник ДВО РАН», 2005, № 3.
Кадомцев Б.Б., Рыдник В.И. Волны вокруг нас. – Москва, «Знание», 1981.
Каку М. Введение в теорию суперструн. - Москва, «Мир», 1999.
Капица П.Л. Эксперимент, теория, практика. – Москва, «Наука», 1981.
Капица П.Л. Плазма и управляемая термоядерная реакция, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 1979, декабрь.
Капра Ф. Паутина жизни. – Москва, ИД «София», 2003.
Карманов А.П., Матвеев Д.В. Концепция самоорганизованной критичности в приложении к исследованию динамики биосинтеза лигнина // журнал «Химия растительного сырья», 2001, № 2.
Карцев В. Приключения великих уравнений. – Москва, «Знание», 1986.
Карцев В. Магнит за три тысячелетия. – Москва, «Энергоатомиздат», 1988.
Кедров Ф. Цепная реакция идей. – Москва, «Знание», 1975.
Кирпичев В.Л. Беседы о механике. – Москва, ГИТТЛ, 1950.
Киттель К. Физическая теория доменной структуры ферромагнетиков // журнал «Успехи физических наук», 1950, август.
Кишкин С.Т. Путь к уникальному сплаву // журнал «Химия и жизнь», 1979, № 1.
Клюкин И.И. Удивительный мир звука. – Ленинград, «Судостроение», 1978.
Кожевин В. «Заряженный туман» Чарльза Вильсона» // газета «Энергетика и промышленность России», № 2 (42), февраль 2004 г.
Комар А.А., Тютин И.В. Лауреаты Нобелевской премии 2004 года по физике – Д.Гросс, Д.Политцер, Ф.Вильчек // журнал «Природа», 2005, № 1.
Комаров С.М. Искусственные объекты наномира // журнал «Химия и жизнь», 2000, № 5.
Кокс А., Полак П. Христиан Гюйгенс – один из крупнейших ученых Голландии // журнал «Природа», 1979, № 12.
Корецкая Н.А. Характер, случай и открытие // журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7.
Коровин Н.В. Электрохимическая энергетика. – Москва, «Энергоатомиздат», 1991.
Кочаров Г.Е. Космические лучи ультравысокой энергии и реликтовое излучение во Вселенной // «Соросовский образовательный журнал», 2001, том 7, № 7.
Кошиба М. Рождение нейтринной астрофизики, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 2004, апрель.
Кузина Е.В., Ларина О.В. и др. Энциклопедия открытий и изобретений человечества. – Москва, ООО «Дом Славянской книги», 2006.
Кузнецов С.П. Динамический хаос. – Москва, изд-во Физико-математической литературы, 2001.
Куни Ф.М., Щекин А.К., Новожилова Т.Ю. Соотношения взаимности Онзагера в неравновесной термодинамике // «Вестник Санкт-Петербургского университета», 2005, серия 4, вып.3.
Курант Р. Математика в современном мире // сборник статей «Математики о математике», Москва, «Знание», 1982.

Кравец Т.П. П.Н.Лебедев и световое давление // журнал «Успехи физических наук», 1952, март.
Крыжановский Л.Н. К 250-летию открытия электропроводности // журнал «Успехи физических наук», 1988, май.
Крыжановский Л.Н. Питер Ван Мюссенбрук // журнал «Успехи физических наук», 1991, март.
Крылов А.Н. Очерк истории установления основных начал механики // журнал «Успехи физических наук», 1921, № 2.
Крылов А.Н. Некоторые воспоминания о Н.Е.Жуковском // А.Н.Крылов, «Воспоминания и очерки», Москва, изд-во Академии наук СССР, 1956.
Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – Москва, «Просвещение», 1982.
Кэлдер П. Око возрождения. Древний секрет источника молодости. – Москва, «Гелиос», «София», 2005.
Лауреаты Нобелевской премии. – Москва, «Прогресс», 1992.
Лебедев Е.Н. Ломоносов. – Москва, «Молодая гвардия», 1990.
Левитин К.Е. Геометрическая рапсодия. – Москва, «Знание», 1976.
Лей В. Ракеты и полеты в космос. – Москва, Воениздат, 1961.
Липсон Г. Великие эксперименты в физике. – Москва, «Мир», 1972.
Локтев В.М. О теории сверхпроводимости Гинзбурга-Ландау // украинский журнал «Страна знаний», 2010, № 1.
Льоцци М. История физики. – Москва, «Мир», 1970.
Маймистов А.И. Оптические солитоны // «Соросовский образовательный журнал», 1999, № 11.
Майсюк А. Фракталы – странности реального мира // журнал «Техника-молодежи», 1979, № 2.
Максименко О. Зеркальная материя – начало пути // журнал «Наука и жизнь», 2007, № 12.
Маркворт А., Вертегел А.А., Третьяков Ю.Д. Предсказуемый хаос // журнал «Химия и жизнь», 1999, № 7.
Маркин В.С., Пастушенко В.Ф., Чизмаджев Ю.А. Физика нервного импульса // журнал «Успехи физических наук», 1977, октябрь.
Маслов В.Н. Алгоритм изобретений. - Москва, изд-во «ИРИС-ГРУПП», 2011.
Мах Э. Познание и заблуждение. – Москва, «Бином», 2003.
Мельникова Л. Сварка взрывом: трудности теории и успехи практики // журнал «Химия и жизнь», 1971, № 7.
Мессбауэр Р. Резонансное ядерное поглощение гамма-квантов в твердых телах без отдачи // журнал «Успехи физических наук», 1960, декабрь.
Мигдал А. Нильс Бор – физик и философ // журнал «Наука и жизнь», 1985, № 12.
Михайлин В.В. Синхротронное излучение в исследовании свойств вещества // «Соросовский образовательный журнал», 1996, № 9.
Могилевский Б. Гемфри Дэви. – Москва, Журнально-газетное объединение, 1937.
Могилевский М. Леонардо да Винчи и принцип невозможности вечного двигателя // журнал «Квант», 1999, № 5.
Мордкович В.З. Соломинки для микробов, или Об углеродных нанотрубках // журнал «Химия и жизнь», 1999, № 7.
Намбу Е. Почему нет свободных кварков // журнал «Успехи физических наук», 1978, январь.
Намер Л. На смену Дюраселлу // журнал «Химия и жизнь», 2002, № 4.
Нееман Ю. Наука эволюционирует по Дарвину? // журнал «Химия и жизнь», 1994, № 8.
Нехамкин Э. История ТВ: творцы и жертвы // журнал «Вестник», № 20 (227) от 28 сентября 1999 г.
Никифоров И.И. Замороженное электричество // журнал «Химия и жизнь», 1974, № 12.
Никольский Л.Н. Физик Лосев // альманах «Записки тверских краеведов», 2003, выпуск 4.
Носов Ю.Р. Свет из карбида кремния // журнал «Наука и жизнь», 2004, № 2.

Овчинников Н.Ф. Методологические принципы в истории научной мысли. – Москва, Едиториал УРСС, 1997.
Оганесян Т. Объект исчез // журнал «Эксперт», № 27 (521) от 17 июля 2006 г.
Ольшанский В. Электрический глаз величиной во все тело // журнал «Наука и жизнь», 2005, № 11.
Ольшанский В. Алессандро Вольта и Луиджи Гальвани: неоконченный спор // журнал «Наука и жизнь», 2004, № 12.
Осипов А.И. Термодинамика. Вчера. Сегодня. Завтра. Часть 2. Неравновесная термодинамика // «Соросовский образовательный журнал», 1999, № 5.
Павлов О.И. Непонятый гений // журнал «Природа и люди», 1912, № 2.
Панасюк М.И. Странники Вселенной, или Эхо Большого взрыва. – Фрязино, «Век-2», 2005.
Паращук Д. Когерентные волны материи // журнал «Химия и жизнь», 2007, № 3.
Паршин А.Н. Комментарии и примечания // Г.Вейль, «Избранные труды», Москва, «Наука», 1984.
Перов А.И., Коструб И.Д. Колебания маятника с вибрирующей точкой подвеса. - Воронеж, изд-во ВГУ, 2002.
Перов Н.С. Николай Сергеевич Акулов. - Москва, Физический факультет МГУ, 2003.
Пестриков В. Электровакуумный триод, или Разные пути решения одной проблемы // журнал «IT news», № 20 (69) от 24 октября 2006 г.
Погребысский И.Б. От Лагранжа к Эйнштейну. – Москва, «Наука», 1966.
Пономарева Т.Д. Великие ученые. – Москва, изд-во АСТ, «Астрель», 2002.
Пономарев Л.И. Под знаком кванта. – Москва, «Наука», 1989.
Попков В.В., Берг Д.Б. Эконофизика и эволюционная экономика – перспективное направление исследований // «Материалы конференции по проблемам эконофизики», Екатеринбург, 2004.
Попов А.Л., Чернышев Г.Н. Эффекты локализации упругих волн в теории и на практике // журнал «Природа», 1999, № 7.
Попов Р. Квазикристаллы: причуды симметрии // журнал «Что нового в науке и технике», 2009, № 4.
Потапов Ю.С., Фоминский Л.П., Потапов С.Ю. Энергия вращения. – Кишинев, 2001.
Прищепенко А., Мамонтов Д. Смертельный плевок // журнал «Популярная механика», 2008, сентябрь.
Потупа А. Бег за бесконечностью. – Москва, «Молодая гвардия», 1977.
Пугачева Е.Г., Соловьенко К.Н. Самоорганизация социально-экономических систем. - Иркутск, изд-во БГУЭП, 2003.
Рабинович М.И. Стохастические автоколебания и турбулентность // журнал «Успехи физических наук», 1978, том 125, вып.1.
Радунская И. Крушение парадоксов. – Москва, «Молодая гвардия», 1971.
Рахимов Р.Х. Керамические материалы и их применение. – Ташкент, 2002.
Ребби К. Солитоны // журнал «Успехи физических наук», 1980, февраль.
Решетов В. Нанотехнологии, или атомы вместо гвоздей // журнал «Вокруг света», № 4 (2799), апрель 2007 г.
Розенберг Ф. История физики. – Москва, Технико-техническое изд-во, 1934.
Романовская Т.Б. История теоретической интерпретации периодической системы // диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва, 1984.
Руска Э. Развитие электронного микроскопа и электронной микроскопии, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 1988, февраль.
Рыдник В. Электроны шагают в ногу, или история сверхпроводимости. – Москва, «Знание», 1986.
Самин Д.К. 100 великих ученых. – Москва, «Вече», 2000.
Самин Д.К. 100 великих научных открытий. – Москва, «Вече», 2006.

Самойленко А.М. Н.Н.Боголюбов и нелинейная механика // журнал «Успехи математических наук», 1994, том 49, выпуск 5 (299).
Саркисян Л.С. Мореход. К 100-летию со дня рождения академика В.В.Шулейкина // «Вестник РАН», 1995, том 65, № 1.
Саукке М.Б. Неизвестный Туполев. - Москва, КЦНТИ «Оригинал», 1993.
Сахаров А.Д. Воспоминания. Том 1. – Москва, изд-во «Права человека», 1996.
Свешников М. Тайны стекла. – Москва, 1955.
Семенов Н.Н. Избранные труды. Том 4. – Москва, «Наука», 2006.
Силин В.П., Файнберг В.Я. Метод Тамма-Данкова // журнал «Успехи физических наук», 1955, том LVI, вып.4.
Силкин Б.И. В мире множества лун. – Москва, «Наука», 1982.
Смолуховский М. Границы справедливости второго начала термодинамики // журнал «Успехи физических наук», 1967, декабрь.
Снегов С. Прометей раскованный. – Москва, 1972.
Соловьев Ю.И. Эволюция основных теоретических проблем химии. – Москва, «Наука», 1971.
Сонин А.С., Френкель В.Я. Зачем вы подались в науку, Фредерикс? // журнал «Природа», 1994, № 10.
Слюсарев Г.Г. «Диоптрика» Эйлера // сборник статей «Леонард Эйлер», Москва, издательство Академии наук СССР, 1958.
Смирнов В.И. Очерк научных трудов А.М.Ляпунова // А.М.Ляпунов, «Избранные труды», изд-во Академии наук СССР, 1948.
Стась Н.Ф. Химия. - Томск, изд-во Томского политехнического университета, 2009.
Степанов С. Дар трех принцев // газета «Школьный психолог», 2006, № 6.
Строгац С. «Маленькое открытие» Ферми и будущее теории хаоса и сложности // «Живой журнал», 18 октября 2008 г.
Тарасов Б.Н. Паскаль. – Москва, «Молодая гвардия», 1982.
Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов. – Москва, ГИТТЛ, 1957.
Титов В.В. Системно-морфологический подход в технике, науке, социальной сфере // сайт «Методолог».
Томилин А. Заклятие Фавна. – Ленинград, «Лениздат», 1986.
Томпкинс П., Берд К. Тайная жизнь растений. – Москва, изд-во «Гомеопатическая медицина», 2006.
Транковский С. Нобелевские премии 2003 года: сверхпроводимость и сверхтекучесть // журнал «Наука и жизнь», 2004, № 2.
Трефил Дж. 200 законов мироздания. – Москва, «Гелеос», 2007.
Тринг М., Лейтуэйт Э. Как изобретать. – Москва, «Мир», 1980.
Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. – Москва-Ижевск, НИЦ РХД, 2001.
Утияма Р. К чему пришла физика. - Москва, «Знание», 1986.
Фейнман Р. Вы, конечно, шутите, мистер Фейнман. – Москва-Ижевск, НИЦ РХД, 2001.
Ферми Л. Атомы у нас дома. - Москва, изд-во иностранной литературы, 1959.
Филиппов А.Т. Многоликий солитон. – Москва, «Наука», 1990.
Филлипс У. Лазерное охлаждение и пленение нейтральных атомов, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 1999, март.
Филонович С.Р. Судьба классического закона. – Москва, «Наука», 1990.
Фламм А. Памяти Людвига Больцмана // журнал «Успехи физических наук», 1957, том LXI, вып.1.
Френкель В.Я. Абрам Федорович Иоффе // журнал «Успехи физических наук», 1980, сентябрь.
Харгиттаи И., Харгиттаи М. Симметрия глазами химика. – Москва, «Мир», 1989.
Хвольсон О.Д. Курс физики. – Берлин, 1923.
Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л. Лекции по теоретическим методам исследования турбулентности. - Москва, изд-во МФТИ, 2005.

Царев И.Г. Принципы движения экономической системы // журнал «Аудит и финансовый анализ», 2007, № 1.
Четаев Н.Г. Устойчивость движения. – Москва, «Наука», 1990.
Чистяков И.Г. Жидкие кристаллы // журнал «Успехи физических наук», 1966, август.
Члиянц Г. К вопросу о возникновении телеграфа // сайт «Виртуальный компьютерный музей».
Чижевский А. Физические факторы исторического процесса. - Калуга, 1924.
Чолаков В. Нобелевские премии: ученые и открытия. – Москва, «Мир», 1986.
Чу С. Управление нейтральными частицами, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 1999, март.
Шалл К. Раннее развитие физики нейтронного рассеяния, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 1995, декабрь.
Шаляпин А.Л., Стукалов В.И. Введение в классическую электродинамику и атомную физику. – Екатеринбург, изд-во УМЦ УПИ, 2006.
Шилейко А. Неделимое разделили. Открытие и его перспективы // журнал «Наука и жизнь», 1999, № 1.
Ширков Д.В. Ренормгруппа Боголюбова // журнал «Успехи математических наук», 1994, том 49, выпуск 5 (299).
Шифрин М. Электрические мальчики и венская пара // журнал «Вокруг света», 04.06.2007 г.
Шихина С. Замирающий фотон // журнал «Изобретатель и рационализатор», 2001, № 7.
Шостак В.И. Природа наших ощущений. – Москва, «Просвещение», 1983.
Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – Ижевск, НИЦ РХД, 2001.
Элементарный учебник физики. Том 2. Редактор – Г.С.Ландсберг. – Москва, Физматлит, 2004.
Эмото М. Послания воды. – Москва, «София», 2006.
Энгельс Ф. Диалектика природы. – Москва, 1988.
Юнг Р. Ярче тысячи солнц. - Москва, «Атомиздат», 1960.
Яковлев В.И. Предыстория аналитической механики. - Ижевск, НИЦ РХД, 2001.
Ямпольский Ю.П. Альтернатива - ацетилен // журнал «Химия и жизнь», 1985, № 6.

Список литературы к главе 11

Абрамович В. Метафизика и космология ученого Николы Теслы // журнал «Дельфис», 1999, № 17.
Азерников В. 200 лет спустя. Занимательная история каучука. – Москва, 1967.
Арлазоров М.С. Артем Микоян. – Москва, «Молодая гвардия», 1978.
Ашкинази Л. Плюс-минус десять // журнал «Химия и жизнь», 2004, № 9.
Багаутдинова Т. Константин Павлович Поленов // газета «Горный край», 06.03.2001 г.
Баженова С. Человек, который мог все // журнал «Комок», 2003, декабрь.
Вендровский К.В. Изобретение господина Дагера // журнал «Химия и жизнь», 1984, № 2, 9.
Вендровский К.В. Джентльмен с независимым состоянием // журнал «Химия и жизнь», 1985, № 3.
Венецкий С.И. Загадки и тайны мира металлов. – Москва, изд-во «Мисис», 1999.
Виргинский В.С., Хотеенков В.Ф. Очерки истории науки и техники. – Москва, «Просвещение», 1989.
Воробьева О. Так появилась гальванопластика // журнал «Водяной знак», № 3 (47), март 2007 г.
Герчиков А. О булате // журнал «Химия и жизнь», 1980, № 5.
Глущенко А.А. Место и роль радиосвязи в модернизации России. – СПб., ВМИРЭ, 2005.
Голованов Я. Дорога на космодром. – Москва, 1982.
Голованов Я. Королев: факты и мифы. – Москва, «Наука», 1994.

Гончаренко В.В. Как люди научились летать. – Киев, изд-во «Веселка», 1986.
Гумилевский Л. Как ученый приходит к открытию // журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1.
Гумилевский Л. Густав Лаваль. - Москва, Журнально-газетное объединение, 1936.
Гуреева О. Транзисторная история // журнал «Компоненты и технологии», 2006, № 9.
Гусев А., Дядюченко Ю. О водородном лейтенанте замолвите слово // журнал «Изобретатель и рационализатор», № 3 (627) 2002.
Жаринов Е.В. Нация и сталь. - Москва, ГИТР, 2001.
Забаштанский Д. История возникновения обычной автопокрышки // газета «Самара», № 2847 от 23 декабря 2007 г.
Казаков Б.И., Грузинов Е.В. Ванадий // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 4.
Карпеев Э.П. Михаил Васильевич Ломоносов. - Москва, «Просвещение», 1987.
Кларк А. Голос через океан. - Москва, «Связь», 1964.
Корзинов Н. Русский свет Павла Яблочкова // журнал «Наука и жизнь», 2010, № 4.
Крыжановский Л.Н. История изобретения и исследований когерера // журнал «Успехи физических наук», 1992, апрель.
Кузнецов Б.Г. Великий русский ученый Ломоносов. - Москва, «Воениздат», 1949.
Куртишвили Ш. Крестный отец ксерокса // журнал «Компания», № 55 от 1 марта 1999 г.
Луцкий М. Евреи - изобретатели // журнал «Заметки по еврейской истории», 2009, № 3 (106).
Марк С. Никола Тесла – повелитель Вселенной. – Москва, «Эксмо», «Яуза», 2007.
Мезенин Н. Творец металла // газета «Тагильский рабочий», 27.01.1984 г.
Неверов А. Охотник за голосами // журнал «Итоги», 2008, апрель.
Нехамкин Э. Игорь Сикорский: воплощение мечты // журнал «Вестник», февраль 2002 г.
Никольский Л.Н. Кто изобрел радио? // сайт радиолюбителей России QRZ.ru, 2004.
Носов Ю. Об Эдисоне и черном пиаре // журнал «Наука и жизнь», 2001, № 7.
Носов Ю. У начала века информатики // журнал «CHIP NEWS», 2002, № 10.
Носов Ю. Парадоксы транзистора // журнал «Квант», 2006, № 1.
Орлов В. Трактат о вдохновенье, рождающем великие изобретения. – Москва, «Знание», 1980.
Очерки по истории техники. Редактор - А.И.Сидоров. – Москва, Государственное техническое издательство, 1928.
Петров В. Основы теории решения изобретательских задач. – Телль-Авив, 2000.
Полевой Л. Первые опыты Попова // журнал «Радиофронт», 1935, № 9-10.
Половников А. Видеть все! // журнал «Автодела», 2006, № 14.

Попов А.С. О телеграфировании без проводов // «Электротехнический вестник», 1897, № 48.
Протасова Л.А., Тюлина И.А. Владимир Васильевич Голубев. – Москва, изд-во МГУ, 1986.
Радзиевич А. Покорение неба началось с задранной юбки // газета «Жизнь», 5 июня 2003 г.
Радзиевич А. Сикорский всю жизнь летел против ветра // газета «Жизнь» от 23 мая 2003 г.
Раушенбах Б.В. Герман Оберт. – Москва, «Наука», 1993.
Ренкель А. Бессмертный Бессемер // журнал «Изобретатель и рационализатор», 2002, № 9 (633).
Рыбак Д.П., Крыжановский Л.Н. Дэвид Эдвард Юз и открытие радиоволн // журнал «Электросвязь», 1994, № 9.
Рыжов К.В. 100 великих изобретений. – Москва, «Вече», 2006.
Салахутдинов Г.М. Развитие методов теплозащиты жидкостных ракетных двигателей. – Москва, «Наука», 1984.
Салахутдинов Г.М. Блеск и нищета К.Э.Циолковского. – Москва, АМИ, 2000.
Сборник «Дагерр, Ньепс, Тальбот – к столетию открытия фотографии». Составитель - С.Е.Евгенов. - Москва, Государственное издательство кинематографической литературы, 1938.
Синебрюхов Л. Самый удачливый изобретатель человечества // газета «Известия науки», 07.10.2005 г.

Сологуб А. Карлсон придумал ксерокс с помощью тещи // газета «Деловой Петербург», № 184 (1060) от 17 октября 2001 г.
Стрижевский С.Я. Николай Егорович Жуковский – основоположник современной авиационной науки. – Москва, «Правда», 1951.
Томилин М. Жозеф Нисефор Ньепс и открытие фотографии // журнал «Фотомагазин», 1998, № 9.
Торвальд Ю. Сто лет криминалистики. – Москва, «Прогресс», 1974.
Транковский С. Томас Альва Эдисон: жизнь изобретателя // журнал «Наука и жизнь», 2003 г., № 8.
Уилсон М. Американские ученые и изобретатели. – Москва, «Знание», 1975.
Финне К. Русские воздушные богатыри И.И.Сикорского. – Белград, «Октябрь», 1929.
Фишман Р. Битва электрических королей // журнал «Популярная механика», 2005, апрель.
Ходаков Ю.В. Как рождаются научные открытия. - Москва, «Наука», 1964.
Цукерман В. Автомобиль и водород // журнал «Химия и жизнь», 1977, № 9.
Чадеева М. Пароворот // журнал «Популярная механика», 2005, май.
Чеканов А.А. Николай Николаевич Бенардос. – Москва, «Наука», 1983.
Шарле Д.Л. Король изобретательства Томас Альва Эдисон // журнал «Электросвязь», 1997, № 5.
Шерих Д.Ю. Улица Марата и окрестности. - Москва, Центрполиграф, 2012.
Шифрин М. Электрические мальчики и венская пара // журнал «Вокруг света», 04.06.2007 г.
Эрлихман В. Серое вещество // журнал «Энергия промышленного роста», 2006, № 3.
Якименко А.Е., Масленников Р.Р. Развитие автомобильной техники. - Барнаул, изд-во АлтГТУ, 2010.
Яковлев А. Записки конструктора. – Москва, «Политиздат», 1979.

Список литературы к главе 12

Арнольд В.И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук. – Москва, «Наука», 1989.
Бете Г. Энергия на Земле и в звездах // журнал «Успехи физических наук», 1970, том 102, вып.2.
Бронштэн В.А. Как движется Луна? – Москва, «Наука», 1990.
Вибе Д. Лестница в бесконечность // журнал «Вокруг света», № 1 (2808), январь 2008 г.
Виленкин Н.Я. Метод последовательных приближений. – Москва, «Наука», 1968.
Гиндикин С.Г. Рассказы о физиках и математиках. – Москва, МЦНМО, 2006.
Горбацкий В.Г. Лекции по истории астрономии. – СПб., изд-во Санкт-Петербургского университета, 2002.
Горькавый Н. Сказка об астрономе Слайфере, который открыл разбегание Вселенной // журнал «Наука и жизнь», 2011, № 4.
Гребенников Е.А., Рябов Ю.А. Поиски и открытия планет. - Москва, «Наука», 1984.
Дадаев А.Н. Николай Александрович Козырев // Н.А.Козырев, «Избранные труды», Ленинград, изд-во Ленинградского университета, 1991.
Демидов В.Е. Время, хранимое как драгоценность. – Москва, «Знание», 1977.
Джаккони Р. У истоков рентгеновской астрономии, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 2004, апрель.
Джинс Д. Современное развитие космической физики // журнал «Успехи физических наук», 1927, январь.
Еремеева А.И. Астрономическая картина мира и ее творцы. – Москва, «Наука», 1984.
Еремеева А.И., Цицин Ф.А. История астрономии. – Москва, изд-во МГУ, 1989.
Иванов К. История неба // журнал «Логос», 2003, № 3.
Карташов В. Хобби аптекаря Швабе // газета «Фармацевтический вестник», № 4 (493) от 5 февраля 2008 г.
Климишин И.А. Астрономия наших дней. – Москва, «Наука», 1986.

Короткий С., Борисова А. Солнечная система. Проблема 2012 года отменяется // журнал «Небосвод», 2010, № 3.
Мюллер Э., Хилльбранд В., Янка Х.Т. Как взорвать звезду // журнал «В мире науки», 2006, № 9.
Новиков И. Черные дыры и Вселенная. – Москва, «Молодая гвардия», 1985.
Паннекук А. История астрономии. – Москва, «Наука», 1966.
Попов С. Черные дыры и белые карлики – жизнь звезды после смерти // газета «Полит Ру», 18 апреля 2007.
Потупа А. Открытие Вселенной. – Минск, «Юнацтва», 1991.
Псковский Ю.П. Четыре века Новой тихо Браге // журнал «Земля и Вселенная», 1973, № 4.
Райл М. Радиоастрономия // журнал «Успехи физических наук», 1952, апрель.
Силкин Б.И. В мире множества лун. – Москва, «Наука», 1982.
Смут Дж.Ф. Анизотропия реликтового излучения: открытие и научное значение, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 2007, декабрь.
Стеклов В.А. Александр Михайлович Ляпунов // книга А.М.Ляпунова «Работы по теории потенциала», Ленинград-Москва, 1949.
Струве О., Зебергс В. Астрономия XX века. – Москва, «Мир», 1968.
Тяпкин А., Шибанов А. Пуанкаре. – Москва, «Молодая гвардия», 1982.
Уиггинс А., Уинн Ч. Пять нерешенных проблем науки. – Москва, ФАИР-ПРЕСС, 2004.
Уитни Ч. Открытие нашей Галактики. – Москва, «Мир», 1975.
Фридман Г. Рентгеновская астрономия // журнал «Успехи физических наук», 1964, ноябрь.
Хакен Г. Тайны природы. – Москва-Ижевск, НИЦ РХД, 2003.
Хокинг С., Пенроуз Р. Природа пространства и времени. Ижевск, НИЦ РХД, 2000.
Хьюиш Э. Пульсары // журнал «Успехи физических наук», апрель 1969 г.
Чолаков В. Нобелевские премии: ученые и открытия. – Москва, «Мир», 1986.
Чуличков А. Математика о судьбе // журнал «Человек без границ», 2005, № 1.

Шаров А.С., Новиков И.Д. Человек, открывший взрыв Вселенной. – Москва, «Наука», 1989.
Шкловский И. Разум, Жизнь, Вселенная. – Москва, ТОО «Янус», 1996.
Шкловский И.С. Радиогалактики // журнал «Успехи физических наук», 1962, май.
Шкловский И.С. Вселенная, жизнь, разум. – Москва, «Наука», 1987.

Список литературы к главе 13

Азерников В. 200 лет спустя. Занимательная история каучука. – Москва, 1967.
Арбузов Е.А. Краткий очерк развития органической химии в России. – Москва-Ленинград, изд-во АН СССР, 1948.
«Бакиболы» и новые перспективы в химии // журнал «В мире науки», 1991, № 3.
Беркинблит М.Б., Глаголева Е.Г. Электричество в живых организмах. – Москва, «Наука», 1988.
Будников К.М., Медянцева Э.П. От электрода к электрорецептору // журнал «Химия и жизнь», 1991, № 7.
Бучаченко А.Л., Сагдеев Р.З., Салихов К.М. Магнитные и спиновые эффекты в химических реакциях. – Новосибирск, «Наука», 1978.
Быков Г.В. История органической химии. – Москва, «Химия», 1976.
Вавилин В.А. Автоколебания в жидкофазных химических системах // журнал «Природа», 2000, № 5.
Валлери-Радо Р. Жизнь Пастера. - Москва, «Издатинлит», 1950.
Вальден П. Из истории химических открытий. - Ленинград, 1925.
Варфоломеев С.Д. Химическая энзимология. – Москва, «Академия», 2005.
Венецкий С.И. О редких и рассеянных. Рассказы о металлах. – Москва, «Металлургия», 1987.
Волькенштейн Ю.Б. Тиофен // журнал «Химия и жизнь», 1965, № 5.

Вольпер И. Сахар: сладкий, горький, соленый // журнал «Химия и жизнь», 1965, № 10.

Воробьев В.С., Воробьева О.В. Доказательство бесклеточного брожения – триумф естествознания XIX века // «Вестник биотехнологии», 2007, том 3, № 1.

Вудворд Р., Хоффман Р. Стереохимия электроциклических реакций // Журнал Американского химического общества, 1965, том 87.

Гаррет А. Вспышка гения // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 9.

Глэшоу Ш. Развивается ли наука по воле случая или по разумному плану? // журнал «Путь в науку», 2008, №1.

Глязер Г. О мышлении в медицине. – Москва, «Медицина», 1969.

Гофман К. Можно ли сделать золото? – Ленинград, «Химия», 1987.

Грибанов В. Случай и вдохновение в решении научных задач: исторический обзор // электронный сайт «Мир химии».

Гумилевский Л. Чаплыгин. – Москва, «Молодая гвардия», 1969.

Де Крюи П. Борьба с безумием. – Москва, изд-во иностранной литературы, 1960.

Джуа М. История химии. – Москва, «Мир», 1966.

Диогенов Г.Г. История открытия химических элементов. – Москва, Учпедгиз, 1960.

Дмитриев И.С. Симметрия в мире молекул. – Ленинград, «Химия», 1976.

Дружинина А. Сладкая жизнь со знаком качества // журнал «Семейный доктор», 2002, № 11.

Журавлева Е., Бродская А. Страсти по тефлону // газета «Новые известия», 2005, июль.

Зайцева Е.А. Разработка К.В.Циглером и Дж.Наттой катализаторов для синтеза полимеров // газета «Химия», 2003, № 16.

Зальцберг М. Три жизни академика Ипатьева // журнал «Химия и жизнь», 1992, № 10.

Зеленин К. Циглер Карл // электронная энциклопедия «Кругосвет».

Зеленин К. Таубе Генри // электронная энциклопедия «Кругосвет».

Зяблов В. Две легенды о Товии Ловице // журнал «Химия и жизнь», 1977, № 4.

Зяблов В. Теорема Каблукова // журнал «Химия и жизнь», 1977, № 11.

Идзуми И., Таи А. Стерео-дифференцирующие реакции. – Москва, «Мир», 1979.

Иванов Г.И. Формулы творчества, или как научиться изобретать. – Москва, «Просвещение», 1994.

Кавасаки Г., Морено М. Правила для революционеров. - Киев, изд-во «Companion Group», 2007.

Карцова А.А. Покорение вещества. Органическая химия. – СПб., «Химиздат», 1999.

Кисин И.Е. Таблетки, о которых спорят газеты // журнал «Химия и жизнь», 1968, № 5.

Кисин И.Е. Избавляющие от страха // журнал «Химия и жизнь», 1968, № 10.

Клайн М. Математика. Поиск истины. – Москва, «Мир», 1988.

Климонтович Н. Шаги к признанию // журнал «Знание-сила», 1983, № 3.

Кобрянский В.М. Лауреаты Нобелевской премии 2000 года по химии – А.Хигер, А.Мак-Диармид, Х.Сиракава // журнал «Природа», 2001, № 1.

Корецкая Н.А. Характер, случай и открытие // журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7.

Кренцель Б.А., Павлова В.Н. Полимеры от А до Я // журнал «Химия и жизнь», 1965, № 3.

Кузнецов В.И., Зайцева З.А. Химия и химическая технология. Эволюция взаимосвязей. – Москва, «Наука», 1984.

Лаптев Ю. Тайна мексиканского гриба // журнал «Вокруг света», № 3 (2522), март 1984.

Леенсон И.А. Конец химии откладывается // журнал «Химия и жизнь», 2007, № 11.

Леменовский Д.А., Левицкий М.М. Молекулы века // журнал «Химия и жизнь», 1999, № 8.

Логинов С. Случайность // альманах «Хочу все знать», Ленинград, «Детская литература», 1983.

Лозовская Е. Нобелевские премии 2003 года. Мембранные каналы: вода отдельно от ионов, а ионы – друг от друга // журнал «Наука и жизнь», 2003, № 12.

Локерман А.А. Рассказ о самых стойких. – Москва, «Знание», 1982.

Майданов А.С. Интеллект решает неординарные проблемы. – Москва, Институт философии, 1998.

Манин Е. Как делаются открытия и изобретения // журнал «Чайка», № 19 (35) от 3 октября 2002 г.
Манолов К. Великие химики. Том 1. – Москва, «Мир», 1985.
Марголис Л.Я. Волшебная палочка химии. – Москва, «Наука», 1964.
Марихин В.А. Синтетические металлы // журнал «Химия и жизнь», 2000, № 6.
Матиньон К. Труды и деятельность Марселена Бертло // журнал «Успехи физических наук», 1928, № 1.
Мей В. Фенол, сиречь, карболка // журнал «Химия и жизнь», 1982, № 4.
Могилевский Б. Гемфри Дэви. – Москва, Журнально-газетное объединение, 1937.
Муштакова С.П. Колебательные реакции в химии // «Соросовский образовательный журнал», 1997, № 7.
Нечаев И. Рассказы об элементах. – Москва-Ленинград, 1940.
Олешкевич Н. Пластмассовый рай // журнал «Энергия промышленного роста», 2007, № 7-8.
Орвилл-Томас Д. Внутреннее вращение молекул. – Москва, «Мир», 1977.
Парини В.П. Путешествие за жар-птицей // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 2.
Песков В., Стрельников Б. Земля за океаном. – Москва, «Молодая гвардия», 1977.
Печенкин А.А. Мировоззренческое значение колебательных химических реакций // «Вестник Московского университета», серия 7. Философия. 2005, № 6.
Полинг Л. Мы способны решить наши проблемы // журнал «Химия и жизнь», 1995, № 7.
Пономарева Т.Д. Великие ученые – Москва, изд-во АСТ, «Астрель», 2002.
Резник С. Николай Вавилов. – Москва, «Молодая гвардия», 1968.
Рулев А.Ю., Воронков М.Г. Красота химического эксперимента // журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7.
Рыбалкина М. Нанотехнологии для всех. – Москва, изд-во «Nanotechnology News Network», 2005.
Рылов А.Л. Фундамент поведения // журнал «Химия и жизнь», 1984, № 12.
Семенов Н.Н. Избранные труды. Том 4. – Москва, «Наука», 2006.
Соколов В.И. Введение в теоретическую стереохимию. – Москва, «Наука», 1982.
Соловьев Ю.И. Эволюция основных теоретических проблем химии. – Москва, «Наука», 1971.
Степанчикова М.А. Учимся изобретать. – Москва, 1997.
Степанов Н.Ф. Квантовая механика и квантовая химия. – Москва, «Мир», 2001.
Терлецкий Е.Д. Металлы, которые всегда с тобой. – Москва, «Знание», 1986.
Туторская С. Формула творчества. – Москва, «Молодая гвардия», 1971.
Фишер Э. Избранные труды. – Москва, «Наука», 1979.
Фишер Э. Из моей жизни. – Москва, «Наука», 1988.
Фрит К. Мозг и душа. - Москва, «Астрель», 2010.
Хадаев А. В начале был «сахар» // «Российская газета», № 3390 от 28 января 2004 г.
Хайниг К. Биографии великих химиков. – Москва, «Мир», 1981.
Харгиттаи И., Харгиттаи М. Симметрия глазами химика. – Москва, «Мир», 1989.
Ходаков Ю.В. Как рождаются научные открытия. - Москва, «Наука», 1964.
Цветков Е.Н. О краун-эфирах, или некоторые огорчения по поводу счастливых случайностей // журнал «Химия и жизнь», 1984, № 11.
Чижов О.С., Чижов А.О. От случайных удач к сознательному планированию // журнал «Химия и химики», 2009, № 3.
Чирков Ю. Молекулярные контейнеры // журнал «Наука и жизнь», 2010, № 7.
Шамин А.Н. История химии белка. – Москва, КомКнига, 2006.
Шамин А.Н. История биологической химии. Истоки науки. – Москва, Едиториал УРСС, 2006.
Шамин А.Н. История биологической химии. Формирование биохимии. – Москва, Едиториал УРСС, 2006.
Шамин А.Н. История химии белка. – Москва, КомКнига, 2006.
Шелдон Р. Экологический фактор, или окружающая среда как стимул эволюции промышленной химии // журнал «Химия и жизнь», 1999, № 4.

Шлегель Г.Г. История микробиологии. – Москва, Едиториал УРСС, 2002.
Шолле В.Д. Метаморфозы трифенилметила // журнал «Химия и жизнь», 1974, № 8.
Шостаковский М.Ф. Алексей Евграфович Фаворский. – Москва, изд-во АН СССР, 1948.
Штрубе В. Пути развития химии. Том 2. – Москва, «Мир», 1984.
Эрлихман В. Взрывной характер // журнал «Энергия промышленного роста», 2005, № 2, декабрь.
Яковлев А. Карбонил никеля – одно из самых интересных соединений элемента № 28 // журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1.

Список литературы к главе 14

Брайсон Б. Краткая история почти всего на свете. – Москва, «Гелеос», 2007.
Викулин А.В. Мир вихревых движений. – Петропавловск-Камчатский, КамчатГТУ, 2008.
Гумилевский Л.И. Вернадский. – Москва, «Молодая гвардия», 1988.
Друянов В. «Погода» земной коры // журнал «Вокруг света», № 8 (2599), 1975, август.
Дуэль И.И. Судьба фантастической гипотезы. - Москва, «Знание», 1985.
Имбри Д., Имбри К.П. Тайны ледниковых эпох. – Москва, «Прогресс», 1988.
Катастрофы и история Земли: новый униформизм. Редакторы - У.Берггрен и Дж.Кауверинг. – Москва, «Мир», 1986.
Клейн Л.С. Археология спорит с физикой // журнал «Природа», 1966, №№ 2-3.
Кошляков М.Н. Открытие и исследование синоптических вихрей открытого океана // журнал «Известия РАН. Физика атмосферы и океана», 2002, том 38, № 6.
Лалаянц И. Тайны динозавров // журнал «Наука и жизнь», 2003, № 10.
Монин А.С., Жихарев Г.М. Океанские вихри // журнал «Успехи физических наук», 1990, май.
Мурашковский Ю. Путь в океан. – Москва, 2004.
Новоселова Е. Защита Сывороткина // «Российская газета», № 40 от 1 октября 2003 г.
Павлов А.П. Очерк истории геологических знаний. – Москва-Ленинград, Государственное издательство, 1921.
Подольский Е.А. Неожиданный ракурс. Жан Луи Родольф Агассис // журнал «Материалы гляциологических исследований», 2008, выпуск 103.
Порцевский А.К. Физика Земли. – Москва, Московский государственный открытый университет, 2005.
Сорохтин О.Г., Ушаков С.А. Развитие Земли. – Москва, изд-во МГУ, 2002.
Сузюмов Е.М., Ципоруха М.И. Открывая тайны океана. - Москва, «Знание», 1991.
Сывороткин В.Л. Теоретическая дыра в Монреальском протоколе // журнал «Вокруг света», 06.09.2007 г.
Сывороткин В.Л. Закипающий котел Гингемы // журнал «Вокруг света», 10.09.2008 г.
Терлецкий Е.Д. Металлы, которые всегда с тобой. – Москва, «Знание», 1986.
Хомизури Г.П. Геотектоническая мысль в античности. – Москва, «Наука», 2002.
Шатский Н.С. Дарвин как геолог // Ч.Дарвин, «Сочинения», том 2, Москва, изд-во АН СССР, 1936.

Список литературы к главе 15

Абелев Г.И. Очерки научной жизни. – Москва, «Научный мир», 2006.
Абелев Г.И. Возьмите карандаш и записывайте… // журнал «Природа», 2004, № 4.
Адерехин А. Тайны «дилетантов» Кирлиан // газета «Известия» от 5 июля 1997 г.
Азерников В. Великие открытия. – Москва, «ОЛМА-ПРЕСС», 2000.
Азимов А. Энергия жизни: от искры до фотосинтеза. – Москва, Центрполиграф, 2007.
Азимов А. Человеческий мозг. От аксона до нейрона. – Москва, Центрполиграф, 2003.
Азимов А. Краткая история биологии. – Москва, Центрполиграф, 2006.
Аксенов Д. Руки не оттуда // газета «Беларусь сегодня», 01.03.2002 г.

Алабай В. Самый неизвестный человек // электронный журнал «Лехаим», 2006, январь.
Александрин В.В. Таракан сапиенс, или дар предвидения // журнал «Химия и жизнь», 1998, № 3.
Александрин А.А. Падре Реанимационе // журнал «Химия и жизнь», 2000, № 1.
Александрова Н. Нулевая отметка крови // журнал «Вокруг света», 28.02.2008 г.
Алешин В.В., Петров Н.Б. Условно нейтральные признаки // журнал «Природа», № 12, 2003.
Ананьев Б.Г. Психология чувственного познания. – Москва, «Наука», 2001.
Анохин К.В. Лауреаты Нобелевской премии 2000 года по физиологии и медицине – А.Карлссон, П.Грингард, Э.Кендел // журнал «Природа», 2001 г., № 1.
Антонов А.С. Мы похожи, но насколько? // журнал «Химия и жизнь», 1969, № 6.
Арбиб М. Метафорический мозг. – Москва, Едиториал УРСС, 2004.
Аржанов Н.П. Альбер Кальметт и туберкулез // журнал «Провизор», 2003, № 10.
Аритмии сердца. Механизмы, диагностика, лечение. Редактор – В.Дж.Мандел. - Москва, «Медицина», 1996.
Аскоченская А. Серебряная пилюля // журнал «Огонек», № 52 (5078), 22-28 декабря 2008 г.
Аспиз М.Е. Увиденное невидимое. – Москва, 1977.
Астахова А., Зимин Н. Перепрограммирование // журнал «Итоги», № 48 (598), 2007 г.
Аткинсон Р.Л., Аткинсон Р.С., Смит Э.Е. и др. Введение в психологию. – Москва, «Прайм-Еврознак», 2003.
Ахманов М. Вода, которую мы пьем. – Москва, «Эксмо», 2002.
Ашкинази Л. Плюс-минус десять // журнал «Химия и жизнь», 2004, № 9.
Бабицкий А. Неустаревающая работа // журнал «Форбс», 05.10.2009 г.
Базур В.Т. Коды психических процессов // журнал «Химия и жизнь», 1987, № 2.
Бальдыш Г.М. Посев и всходы. Страницы жизни академика Н.И.Вавилова. – Москва, «Знание», 1983.
Баранова А.В. Лауреаты Нобелевской премии 2001 года по физиологии и медицине – Л.Хартвелл, П.Нерс, Т.Хант // журнал «Природа», 2002 г., № 1.
Бароян О.В. Блики на портрете. – Москва, «Молодая гвардия», 1982.
Батуев А.С. Физиология высшей нервной деятельности и сенсорных систем. – СПб., «Питер», 2005.
Башмакова В., Паевский А. Нобелевская премия по физиологии и медицине - 2012 // сайт «Элементы большой науки», 10.10.2012 г.
Баюк Д. Человек наращивает корни // журнал «Вокруг света», 21.07.2006 г.
Бекман Э.М. Не бойтесь темных комнат! // журнал «Химия и жизнь», 1988, № 12.
Белоконева О. Триллионы беззвучных часов // журнал «Наука и жизнь», 2009, № 5.
Белоконева Н. Секрет забывчивости // журнал «Наука и жизнь», 2004, № 5.
Берг Р.Л. Суховей // журнал «Знание-сила», 2003, № 3.
Бергельсон Л.Д. Проект «Простагландин» // журнал «Химия и жизнь», 1977, № 12.
Берд К. Беспокойный юбилей // журнал «Компьютерра», № 35 от 22 сентября 2004 г.
Берд К. За что, собственно, боремся? // журнал «Компьютерра», № 12 от 30 марта 2007 г.
Беркинблит М.Б., Глаголева Е.Г. Электричество в живых организмах. – Москва, «Наука», 1988.
Бернштейн Л.М. Гормональный канцерогенез // журнал «Природа», 2000, № 3.
Бернштейн Н.А. Современные искания в физиологии нервного процесса. – Москва, «Смысл», 2003.
Бехтерева Н.П. Живой мозг человека, и как его исследуют // Лекция, прочитанная Н.П.Бехтеревой в 2000 году.
Бехтерева Н.П. Мозг человека – сверхвозможности и запреты // журнал «Наука и жизнь», 2001, № 7.
Бехтерева Н.П. Магия мозга и лабиринты жизни. – Москва, изд-во «АСТ», 2007.
Биелло Д. Ген, который сделал человека человеком // журнал «В мире науки», 17.08.2006 г.
Блок Г. Витамин, найденный в капусте // журнал «Химия и жизнь», 1973, № 5.

Блум Ф., Лейзерсон А., Хофстедтер Л. Мозг, разум, поведение. – Москва, «Мир», 1988.
Блюгер А.Ф. Азбука вирусных гепатитов: A, B, C, D // журнал «Химия и жизнь», 1986, № 7.
Блюгер А.Ф. По следам австралийского антигена // журнал «Наука и жизнь», 1981, № 11.
Блюменфельд Л.А. Гемоглобин // «Соросовский образовательный журнал», 1998, № 4.
Богданов А.В. Физиология центральной нервной системы. – Москва, Московский психолого-социальный институт, 2005.
Богданов А.А. Теломеры и теломераза // «Соросовский образовательный журнал», 1998, № 12.
Богомолова В. Только голову не теряй // газета «Комок», 23 октября 2001 г.
Большая медицинская энциклопедия. Редактор - Н.А.Семашко. – Москва, изд-во ОГИЗ РСФСР, 1934.
Борбели А. Тайна сна. – Москва, «Молодая гвардия», 1989.
Боринская С.А., Рогаев Е.И. Гены и поведение // журнал «Химия и жизнь», 2000, № 3.
Борта Ю. Гениальное – случайно? Открытия XX века, перевернувшие мир // газета «Аргументы и факты», № 31 от 29 июля 2009 г.
Борта Ю. Формула успеха Святослава Федорова // газета «Аргументы и факты», № 07 (495) от 12.02.2004 г.
Брайсон Б. Краткая история почти всего на свете. – Москва, «Гелеос», 2007.
Брантье Ж.-К. Беседы с Жаном Пиаже // «Психологический журнал», 2000, том 21, № 2.
Бреслер С.Е. Проблемы биофизики // журнал «Успехи физических наук», 1969, том 98, выпуск 4.
Бруштейн А.Я. Вечерние огни. – Москва, «Советский писатель», 1963.
Брэдли У.Л., Тэкстон Ч.Б. Гипотеза творения. – Симферополь, «Крым-Фарм-Трейдинг», 2000.
Бурлакова Е.Б. Сверхмалые дозы в лаборатории // журнал «Химия и жизнь», 2000, № 1.
Бурлакова Е.Б. Сверхмалые дозы – большая загадка природы // журнал «Экология и жизнь», 2000, № 2.
Бурлешин М. Ни в мать, ни в отца // журнал «НЛО», 2005, № 8.
Валентинов А. Растения – братья по разуму? // «Российская газета» от 26 июля 1996 г.
Валентинов А. Гормон молодости - цитокинин // журнал «Наука и религия», 2007, № 8.
Валентинов А. Ученые надеются вырастить отрезанную руку // «Российская газета», № 3272 от 11 августа 2003 г.
Ванюшин Б.Ф. Материализация эпигенетики, или небольшие изменения с большими последствиями // журнал «Химия и жизнь», 2004, № 2.
Вартанян И.А. Звук-слух-мозг. – Ленинград, «Наука», 1981.
Вартанян М.Е. Опыт лечения состояний возбуждения углекислым литием // «Журнал невропатологии и психиатрии», 1959, № 5.
Варфоломеев С.Д. Простагландины – новый тип биологических регуляторов // «Соросовский образовательный журнал», 1996, № 1.
Васильева Н. Александр Флеминг. Джентльмен удачи // еженедельник «Дело» от 11 февраля 2002 г.
Вейн А.М. Сон – тайны и парадоксы. – Москва, «Эйдос Медиа», 2003.
Вельков В. Опять актуален вопрос: что такое ген? // газета «Зарубежные задворки», № 378 от 6 июня 2004 г.
Венецкий С.И. О редких и рассеянных. Рассказы о металлах. – Москва, «Металлургия», 1987.
Вейссман Дж. Аспирин // журнал «В мире науки», 1991, № 3.
Верзилин Н.М. Путешествие с домашними растениями. – Ленинград, 1954.
Вернадский В.И. Несколько слов о ноосфере // журнал «Успехи современной биологии», 1944, том 18, выпуск 2.
Ветрова В. Бессмертие души // газета «Краснодарские известия», выпуск 29 от 20 февраля 2008 г.
Витковски Н. Сентиментальная история науки. – Москва, «Колибри», 2007.
Вольпер И. Юбилей вкусной кислоты // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 8.

Воробьев В.С. Макс Дельбрюк – путь от физики к биологии // журнал «Вестник биотехнологии», 2006, том 2, № 3.
Воробьев В.С. Северо Очоа – испанский научный гений номер два: к 100-летию со дня рождения // «Вестник биотехнологии и физико-химической биологии имени Ю.А.Овчинникова», 2005, том 1, № 2.
Воронцов Н.Н. Эрнст Геккель и судьбы учения Дарвина // журнал «Природа», 1984 г., № 8.
Воспоминания о В.А.Энгельгардте. – Москва, «Наука», 1989.
Галактионов В.Г. Иммунология. – Москва, изд-во МГУ, 1998.
Галл Я.М. Вьюрки Дарвина – «яблоко Ньютона»? // журнал «Природа», 1987, № 12.
Гангнус А. Эволюция для всех, или путь кентавра. – Москва, «Гелеос», 2001.
Ганин В.С. Война с «черной смертью»: от обороны к наступлению // журнал «Наука и жизнь», 2006, № 7.
Гаташ В. Стресс – белкам закон не писан // журнал «Зеркало недели», № 27 (402), 20-26 июля 2002 г.
Гельфер Я.М. История и методология термодинамики и статистической физики. – Москва, «Высшая школа», 1981.
Генкина М. Забвение // журнал «Нева», 2003, № 3.
Гербер Р. Вибрационная медицина. – Москва, «София», «Гелиос», 2001.
Глязер Г. Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Палова. – Москва, «Медгиз», 1956.
Глязер Г. О мышлении в медицине. – Москва, «Медицина», 1969.
Глязер Г. Драматическая медицина. – Москва, «Молодая гвардия», 1962.
Глязер Г. Новейшие победы медицины. - Москва, «Молодая гвардия», 1966.
Годфруа Ж. Что такое психология. – Москва, «Мир», 1992.
Голдберг Э. Управляющий мозг. – Москва, «Смысл», 2003.
Голубев А.Г. Наш необходимый враг - глюкоза // журнал «Химия и жизнь», 1988, № 4.
Голубовский М.Д. Век генетики: эволюция идей и понятий. – СПб., «Борей Арт», 2000.
Голубовский М.Д. Гиганты генетики: неизбежность непризнания // журнал «Химия и жизнь», 2002, № 5.
Голубовский М. Биотерапия рака, «дело КР» и сталинизм» // журнал «Звезда», 2003, № 6.
Голованов Я. Капля нашего мира. – Москва, «Правда», 1988.
Гомазков О.А., Оэме П. Кокаин: история в портретах // журнал «Химия и жизнь», 1999, № 3.
Городилов Ю.Н. Организатор Шпемана: его источники и его производные (клеточно-тканевые и молекулярно-генетические аспекты) // журнал «Цитология», № 2, 2001.
Гостев А., Ковалева В. Отчаяние - золото // журнал «Секрет фирмы», № 24 (207) от 25.06.2007 г.
Гранин Д. Зубр. - Ленинград, «Советский писатель», 1987.
Гранит Р. Электрофизиологическое исследование рецепции. – Москва, изд-во иностранной литературы, 1957.
Грачев А. Ключ от памяти // «газета Ru», 20.04.2007 г.
Григорьев Г., Мархасев Л. Непорочное зачатие», или партеногенез: история, мифы, технология // журнал «Химия и жизнь», 1975, № 3.
Гриневич В. Нервные клетки восстанавливаются // журнал «Наука и жизнь», 2004, № 4.
Гриневич В. Биологические ритмы здоровья // журнал «Наука и жизнь», 2005, № 1.
Гродницкий Д.Л. Две теории биологической эволюции. – Саратов, изд-во «Научная книга», 2002.
Грудинкин А. Вечная молодость мозга // журнал «Знание-сила», 2002, № 2.
Грунтенко Е.В. Зачем человеку тимус? // журнал «Химия и жизнь», 1968, № 7.
Губерман И.М. Чудеса и трагедии черного ящика. – Москва, 1969.
Гудвин Д. Исследование в психологии. – СПб., «Питер», 2004.
Гусев М.В., Минеева Л.А. Микробиология. – Москва, изд-во Московского университета, 1992.

Гурвич Н.Л. Основные принципы дефибрилляции сердца. – Москва, «Медицина», 1975.
Гутман Б., Гриффитс Э., Сузуки Д., Куллис Т. Генетика. - Москва, ФАИР-ПРЕСС, 2004.
Данилова Н.Н. Психофизиология. – Москва, «Аспект Пресс», 2004.
Данилин Ю. Портреты по памяти // «Новая газета», 25.04.2008 г.
Даниэл М. Тайные тропы носителей смерти. – Москва, «Прогресс», 1990.
Дарвин Ч. Воспоминания о развитии моего ума и характера. Сочинения. Том 9. – Москва, изд-во АН СССР, 1959.
Де Вита В. Основы противоопухолевой терапии // книга «Внутренние болезни», том 2, редакторы – Е.Браунвальд, К.Иссельбахер, Р.Г.Петерсдорф, Москва, «Медицина», 1993.
Де Крюи П. Охотники за микробами. – СПб., «Амфора», 2006.
Де Крюи П. Борьба за жизнь. – Москва, «Молодая гвардия», 1957.
Демидова Е. Великолепная пятерка // журнал «Знание - сила», 1999, № 2-3.
Демидов В. Новый ключ к старым тайнам // журнал «Наука и жизнь», 1978, № 9.
Дейвенпорт-Хайнс Р. В поисках забвения: всемирная история наркотиков. – Москва, «АСТ», «Транзиткнига», 2000.
Детлаф Т.А. Д.П.Филатов - эмбриолог // журнал «Природа», № 1977, № 2.
Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики. – Москва, «Наука», 1985.
Дильман В. На пути к познанию природы раковой клетки // журнал «Наука и жизнь», 1980, № 6.
Донцов В.И., Крутько В.Н., Подколзин А.А. Фундаментальные механизмы геропрофилактики. – Москва, «Биоинформсервис», 2002.
Дорогова Е. Мороз по коже // журнал «Discovery», № 3 (15), 2010, март.
Дорогова Е. По волнам генома // журнал «Discovery», № 5 (17), 2010, май.
Дуганс И. Рефлексология. – Москва, «Эксмо», 2006.
Дюбанкова О. Альтернативные методы лечения рака: мифы и реальность // газета «АИФ Здоровье», 18.03.2004 г.
Евин И.А. Синергетика мозга. – Москва-Ижевск, НИЦ РХД, 2005.
Езерский М.Л., Скундин А.М. Самый чудесный снаряд // журнал «Химия и жизнь», 1994, № 10.
Елдышев Ю.Н., Сидорова Е.В. Нобелевские лауреаты 2000: от познания тайн памяти и движения – к исцелению миллионов людей // журнал «Экология и жизнь», 2000, № 5.
Ждан А.Н. История психологии. – Москва, «Педагогическое общество России», 2001.
Жвирблис В. Луч света в светлом царстве, или новый метод инфракрасной фотографии // журнал «Химия и жизнь», 1975, № 9.
Жимулев И.Ф. Мозаичный эффект положения гена // «Соросовский образовательный журнал», 2001, № 1.
Жуков Б. Клетки завтрашнего дня // журнал «Вокруг света», № 11 (2806), ноябрь 2007.
Жуховицкий В.Г. Лауреаты Нобелевской премии 2005 года по физиологии и медицине – Б.Маршалл и Р.Уоррен // журнал «Природа», 2006 г., № 1.
Завальский Л. Мифология клонирования // газета «Известия науки», 2007, декабрь.
Зайцев А. Нобелевские премии: медицина // журнал «Знание-сила», 2003, № 2.
Зайцев А. Краткая история глаза // журнал «Знание-сила», 2003, № 3.
Заварзин А.А. Сравнительная гистология. – СПб., изд-во Санкт-Петербургского университета, 2000.
Звенягина Е. Биохимическая природа туберкулеза // журнал «Наука и жизнь», 1999, № 8.
Зверева М., Рубцова М. Нобелевская премия по физиологии и медицине 2009 года. Счетчик клеточного времени // журнал «Наука и жизнь», 2010, № 1.
Зеки С. Зрительный образ в сознании и в мозге // журнал «В мире науки», 1992, № 11-12.
Зиганшин А.У. АТФ: новая роль для старого знакомого // журнал «Химия и жизнь», 2003, № 12.
Зильбер В. Роман о гомеопатии // журнал «Наука и жизнь», 2000, № 12.
Зинкевич Э.П. Запах и жизнь // журнал «Химия и жизнь», 2006, № 3.

Зорина З.А., Полетаева И.И. Элементарное мышление животных. – Москва, «Аспект Пресс», 2002.
Зунн Ф. Дух в компьютере. – Москва, «София», 2004.
Ибрагимов Х. Секрет вечной молодости // журнал «Власть», № 22 (625) от 06.06.2005 г.
Иванов С. Гены формируют организм // журнал «Зеркало недели», № 48 (61), 2-8 декабря 1995 г.
Иванов С. Утро вечера мудренее. – Москва, 1983.
Ивашкин В.Т. Иван Петрович Павлов (к 100-летию присуждения Нобелевской премии) // журнал «Российские медицинские вести», 2004, № 4.
Иверсен И. Химия мозга // сборник статей «Мозг», Москва, «Мир», 1982.
Извлин И. Разумная Вселенная // газета «Известия науки» от 6 ноября 2003 г.
Инге-Вечтомов С.Г., Бочков Н.П. Выдающийся генетик и гражданин // «Вестник Российской Академии наук», 2004, том 74, № 9.
Иоганзен Б.Г., Логачев Е.Д. Основная дискуссионная биологическая проблема XX века. 1987.
История биологии с древнейших времен до начала 20 века. Редакторы - Л.Я.Бляхер и С.Р.Микулинский. – Москва, «Наука», 1972.
История биологии с начала 20 века до наших дней. Редактор – Л.Я.Бляхер. – Москва, «Наука», 1975.
Кабаков М. Профессия - изобретатель // «Независимая газета», № 12 (75) от 28 июня 2001 г.
Каменев Ю.А. А.С.Залманов. Капилляротерапия и натуротерапия болезней. – СПб., «Невский проспект», 2003.
Каминская Д. Месть повара превратилась в чипсы // газета «Новая» от 25 июня 2008 г.
Кандыба В.М. Энциклопедия загадок и тайн. – СПб., «Лань», 1998.
Капра Ф. Паутина жизни. – Москва, «София», 2003.
Карпачевский Л.О. Зеркало ландшафта. – Москва, «Мысль», 1983.
Карлик Л.Н. Клод Бернар. – Москва, «Наука», 1964.
Кассиль Г. Мозговой барьер // журнал «Наука и жизнь», 1986, № 11.
Кассиль Г.Н. Наука о боли. – Москва, «Наука», 1975.
Кассирский И.А. Проблемы и ученые (деятели русской и советской медицины). Книга 1. - Москва, «Медгиз», 1949.
Качугина Б.Я. С высоты прожитых лет. – Москва, 2001.
Киселев Л.Л., Левина Е.С. Лев Александрович Зильбер. – Москва, «Наука», 2004.
Киселев Л.Л., Абелев Г.И., Киселев Ф.Л. Лев Зильбер – создатель отечественной школы медицинских вирусологов // «Вестник Российской академии наук», 2003, том 7, № 7.
Киселева Г. Стрессовые белки – ключ к разгадке жизни // газета «Наука в Сибири», № 5 (2291), февраль 2001.
Кисин И.Е. Кураре // журнал «Химия и жизнь», 1965, № 3.
Кисин И.Е. От кокаина к тримекаину // журнал «Химия и жизнь», 1969, № 3.
Кисин И.Е. Нитроглицерин // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 1.
Кисин И.Е. Субстанция Х. Кортизон // журнал «Химия и жизнь», 1965, № 6.
Кисин И.Е. Химический «нож» против гипертонии // журнал «Химия и жизнь», 1970, № 9.
Клац Р. Остановите болезнь старения. – Минск, «Попурри», 2000.
Кленов М.С. Лауреаты Нобелевской премии 2006 года по физиологии или медицине – Э.Файер и К.Мэллоу // журнал «Природа», 2007, № 1.
Клещенко Е. Аскорбинка по Полингу: вопрос решен или забыт? // журнал «Химия и жизнь», 1999, № 10.
Клещенко Е. Охотники за вирусами // журнал «Новое время», № 41 (87) от 13 октября 2008 г.
Ковальзон В.М. Знаменательный год в истории русской сомнологии // научно-образовательный портал «Neuroscience», 2003.
Ковальзон В.М. Раскрыта природа нарколепсии // журнал «Природа», 2005, № 11.
Козловский С. Нейроны зазеркалья // журнал «Вокруг света», 2007, октябрь.
Комаров С.М. Тайна старения // журнал «Химия и жизнь», 2005, № 2.

Кокурина Е. Детектор ошибок Натальи Бехтеревой // «Российская газета», 7 апреля 2004 г.
Колмановский И. Нобелевская за прилежание // журнал «GEO», 15.10.2012 г.
Кольтовер В.К. Свободнорадикальная теория старения: исторический очерк // журнал «Успехи геронтологии», 2000 г., выпуск 4.
Коржуев П.А. Молекула гемоглобина // журнал «Химия и жизнь», 1965, № 3.
Корнберг А. Жизнь как химия // журнал «Наука и жизнь», 1994, № 5.
Коротяев А.И., Бабичев С.А. Роль генетической и умственной систем информации в возникновении и развитии жизни на Земле. - Нальчик, издательство «Эльбрус», 2009.
Корочкин Л.И. Фермент, единый во многих лицах // журнал «Химия и жизнь», 1982, № 8.
Корочкин Л.И. В лабиринтах генетики // журнал «Новый мир», 1999, № 4.
Корочкин Л. Клонирование животных // «Соросовский образовательный журнал», 1999, № 4.
Корочкин Л.И. Деловые стволовые // журнал «Химия и жизнь», 2002, № 7.
Корсак В.С., Афонькин С.Ю. Метод экстракорпорального оплодотворения // газета «Биология», 2003, № 22.
Костина Г., Оганесян Т., Сараев В. Шведский конкурс инноваций // журнал «Эксперт», № 38 (579) от 15 октября 2007 г.
Костина Г. Поколение R // журнал «Эксперт», № 12 (844) от 22 марта 2013 г.
Кошель П. Учение о растительной клетке // газета «Биология», 2002, № 42.
Кошель П. Фотосинтез // газета «Биология», 2004, № 42.
Кошель П. Минеральное питание растений и почва // газета «Биология», 2003, № 17 и 18.
Кулаева О.Н. Белки теплового шока и устойчивость растений к стрессу // «Соросовский образовательный журнал», 1997, № 2.
Кулаева О.Н. Как регулируется жизнь растений // «Соросовский образовательный журнал», 1995, № 1.
Кулешов И. Природа речи // электронный сайт «Научная сеть», 05.10.2001 г.
Кун Д. Основы психологии: все тайны поведения человека. – СПб., «Прайм-Еврознак», 2003.
Кузнецов П.Б. Искусственный интеллект и разум человеческой популяции // Международный электронный журнал «Устойчивое развитие: наука и практика», 2008, специальный выпуск.
Кузнецов И.М., Форже В., Туроверов К.К. Структурная динамика, стабильность и фолдинг белков // журнал «Цитология», 2005, том 47, № 11.
Лазовская Е. Исцеляющий свет // журнал «Наука и жизнь», 2002, № 3.
Лалаянц И. Кто дирижирует развитием организма? // журнал «Наука и жизнь», 1996, № 3.
Лалаянц И. Ровесница геномного миллениума // «Независимая газета», 10.06.2009 г.
Лалаянц И.Э. Консервативный каскад // газета «Биология», 2002, № 48.
Лалаянц И. Ген речи // журнал «Знание-сила», 2003, № 8.
Лебедев К.А., Понякина И.Д. Новый этап развития иммунологии // журнал «Природа», 2006 г., № 4.
Лебедев О. Молекула года // журнал «Наука и жизнь», 1993, № 11.
Лебединский А.В., У.И.Франкфурт, А.М.Френк. Гельмгольц. – Москва, «Наука», 1966.
Левин А. Две стороны одной таблетки // журнал «Совершенно секретно», 2005, № 3.
Левин А. Вирус герпеса открывает путь к дешевому лекарству от СПИДа // сайт «Элементы большой науки», 15.09.2008 г.
Левин А. Иммунотерапия рака: обучаем дендритные клетки // портал «Вечная молодость», 29.01.2009 г.
Левин В.И. История информационных технологий. – Москва, «Бином», 2007.
Ленинджер А. Основы биохимии. Том 2. – Москва, «Мир», 1985.
Ленинджер А. Основы биохимии. Том 3. – Москва, «Мир», 1985.
Лисевич И. Зубные имплантаты – это надежно и красиво // журнал «Партнер», 2011, № 2.
Литвинов М. Клетки для ремонта тканей // журнал «Химия и жизнь», 2004, № 12.
Литинецкий И., Брянский Л. Как и на что реагируют электрические рыбы? // журнал «Техника-молодежи», № 2, 1975.

Литинская Л.Л. Клетка дает автограф // журнал «Химия и жизнь», 1981, № 9.
Лихачева Г.В. У истоков трансплантологии // газета «Биология», № 43, ноябрь 2002 г.
Лозовская Е. Нобелевские премии 2002 года. Запрограммированная смерть – необходимое условие жизни // журнал «Наука и жизнь», 2002, № 12.
Лотербур П. Вся наука междисциплинарна – от магнитных моментов до молекул и человека, Нобелевская лекция // журнал «Успехи физических наук», 2005, октябрь.
Лункевич В.В. От Гераклита до Дарвина. Очерки по истории биологии. – Москва-Ленинград, «Биомедгиз», 1936.
Лурия А.Р. Основы нейропсихологии. – СПб., «Питер», 2006.
Лурия А.Р. Маленькая книжка о большой памяти. – Москва, изд-во МГУ, 1968.
Любарев А. Раскрыт механизм туберкулеза // газета «Коммерсант», № 15 (1659) от 06.02.1999 г.
Люди русской науки. Редактор - С.И.Вавилов. – Москва-Ленинград, ГИТТИ, 1948.
Львова Л.В. Он не щадит никого // журнал «Провизор», выпуск 19, 1999 г.
Макаров И. Когда тебя понимают // газета «Эксперт», № 24 от 26 июня 2006 г.
Малкин В.Б. Трудные годы Лины Штерн // книга «Трагические судьбы: репрессированные ученые Академии наук СССР», Москва, «Наука», 1995.
Манакин А., Энгельгардт Л. Леонардо да Винчи XX века // журнал «Наш современник», 2002, № 11.
Манолов К. Великие химики. Том 1. – Москва, «Мир», 1985.
Марголина А. Сладкая власть феромонов // журнал «Наука и жизнь», 2005, № 7.
Марков А. Нейроны соревнуются за право участия в формировании рефлексов // сайт «Элементы большой науки», 26.04.2007 г.
Марков А. От Ламарка к Дарвину и обратно к Ламарку // журнал «Компьтерра», март 2005 г.
Мартынов С. Диагноз по фотографии // журнал «Химия и жизнь», 1970, № 10.
Марьянович А.Т. Открытия в области гуморальной регуляции, удостоенные Нобелевской премии // журнал «Медтехника и медизделия», № 3 (9), июнь-июль 2002.
Марцинковская Т.Д. История психологии. – Москва, «Академия», 2007.
Маттик Дж. Тайна программирования сложных организмов // журнал «В мире науки», 2005, № 1.
Мастыкина И. Фантом ДНК // журнал «Совершенно секретно», № 5 (144), 2001.
Мах Э. Познание и заблуждение. – Москва, «Бином», 2003.
Медведев С. Посмотри мне в глаза // газета «Московские новости», декабрь 2005, № 48.
Медников Б. Закон гомологических рядов в наши дни // журнал «Наука и жизнь», 1979, № 2.
Медников Б.М. Парадокс миллиона обезьян // журнал «Химия и жизнь», 1993, № 6.
Мейен С. Путь к новому синтезу, или куда ведут гомологические ряды // журнал «Знание-сила», 1972, № 8.
Меклер Л.Б., Идлис Р.Г. Общий стереохимический генетический код – путь к биотехнологии и универсальной медицине XXI века уже сегодня // журнал «Природа», 1993, № 5.
Меклер Л.Б., Идлис Р.Г. Построение моделей трехмерных молекул биологических полипептидов и нуклеопротеидов согласно общему коду // депонированная в ВИНИТИ рукопись № 1476-84, 1981.
Мельников Л. На игле бессмертия // журнал «Чудеса и приключения», 20.03.2009 г.
Мизун Ю.В., Мизун Ю.Г. Тайны будущего. – Москва, «Вече», 2000.
Минеев А.П. Многоликие гемы // журнал «Химия и жизнь», 1980, № 1.
Михайлов В.Г. Неутомимые искатели. – Ташкент, изд-во литературы и искусства, 1982.
Мишаков В. А все-таки он лечится? // газета «МК в Питере», 06.07.2005 г.
Могилевский Б. Гемфри Дэви. – Москва, Журнально-газетное объединение, 1937.
Мосин О.В. Медицина: о физиологическом воздействии наносеребра на организм человека // газета «Известия науки», 15.06.2008 г.
Мосияш С.С. Летающие ночью. – Москва, «Знание», 1985.
Мусский С.А. 100 великих нобелевских лауреатов. – Москва, «Вече», 2006.

Мюррей Э., Киршнер М. Чем регулируется клеточный цикл // журнал «В мире науки», 1991, № 5.
Назаров Д., Гордон Б. Оно нам нано? // журнал «Огонек», № 39 от 25 сентября 2006 г.
Наймарк Е. Получены новые результаты эксперимента Стэнли Миллера // сайт «Элементы большой науки», 20.10.2008 г.
Наймарк Е. Наука во власти сна // журнал «Что нового в науке и технике», 2005, № 7-8.
Натт Э. Эликсир молодости, или конец старению // журнал «Ридерз Дайджест», март 2004.
Наумова Э., Черникова В. Лайнус Полинг: «Химики – это те, кто на самом деле понимают мир» // журнал «Химия и жизнь», № 1976, № 2.
Нееман Ю. Наука эволюционирует по Дарвину? // журнал «Химия и жизнь», 1994, № 8.
Непомнящий Н.Н. Странники Вселенной. – Москва, «Олимп», «АСТ», 1999.
Непомнящий Н.Н. Самые невероятные случаи. – Москва, «АСТ», «Астрель», 2001.
Никитин В. Дельфины ночного неба // журнал «Вокруг света», № 9 (2504) от сентября 1982 г.
Никитин К.Д. Белки теплового шока: биологические функции и перспективы применения // журнал «Клиническая онкогематология», 2008, том 1, № 2.
Николаева Е.И. Психофизиология. – Москва, «ПЕР СЭ», «Логос», 2003.
Николс Д., Мартин А., Валлас Б., Фукс П. От нейрона к мозгу. – Москва, Едиториал УРСС, 2003.
Нилов Е. Врачевание души // журнал «Химия и жизнь», 1976, № 5.
Нобелевская премия по физиологии и медицине 2010 года. Роберт Эдвардс: «почетный отец четырех миллионов детей» // журнал «Наука и жизнь», 2010, № 11.
Нобелевские премии по медицине // газета «Известия медицинского университета», № 7 (61) август 2005.
Нурмухаметов Р.Н. Как мы видим // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 5.
Оганесян Т., Переходцев Г. Атака на память // газета «Эксперт», № 22 (282) от 11 июня 2001 г.
Олешкевич Н. Поля чудес // журнал «Энергия промышленного роста», 2008, № 4-5.
Ольшанский В. Электрический глаз величиной во все тело // журнал «Наука и жизнь», 2005, № 11.
Опарин А.И. Жизнь, ее природа, происхождение и развитие. – Москва, «Наука», 1968.
Опритов В.А. Электрические сигналы у высших растений // «Соросовский образовательный журнал», 1996, № 10.
Орлова О. Неизвестные резервы сердца // газета «Аргументы и факты», выпуск 51 (1364) от 20 декабря 2006 г.
Осипов А. Второе рождение зуба // Московская городская газета «Мегаполис», № 7 от 10 августа 2009 г.
Павлоцкая О. Ракетоноситель для клетки // журнал «Зеркало недели», № 11 (640), 24-30 марта 2007 г.
Панчул Ю. Эво-дево – магия XXI века // еженедельный журнал «Новое время», № 23 (69) от 9 июня 2008 г.
Панчул Ю. Спасти рядовую клетку // журнал «Новое время», № 36 от 12.10.2009 г.
Пастер Л. Инфузории, живущие без свободного кислорода и вызывающие брожение // Л.Пастер, «Избранные труды в двух томах», том 1, изд-во АН СССР, 1960.
Пекелис В. Твои возможности, человек! – Москва, «Знание», 1986.
Перутц М. Мне бы рассердить вас раньше. – Москва, «Научный мир», 2007.
Петренко Ю. Откуда берется атеросклероз // журнал «Наука и жизнь», 2000, № 10.
Петров А., Арепьев И. СПИД глазами ясновидцев. – Москва, «Ноосфера», 2001.
Петров Р.В. Беседы о новой иммунологии. – Москва, «Молодая гвардия», 1978.
Петров Р.В. Сфинксы XX века. – Москва, «Молодая гвардия», 1967.
Петров Р.В. Молекулярные курьеры иммунитета // журнал «Наука и жизнь», 1981, № 2.
Пиз А., Пиз Б. Язык взаимоотношений. – Москва, «Эксмо», 2007.
Пинкер С. Язык как инстинкт. – Москва, Едиториал УРСС, 2004.

Плавильщиков Н.Н. Гомункулус. Очерки по истории биологии. – Москва, 1958.
Плужников М.С., Рязанцев С.В. Среди запахов и звуков. – Москва, «Молодая гвардия», 1991.
Полежаев Л.В. Идея, подбитая на взлете // журнал «Чудеса и приключения», № 12, 1995.
Полинг Л. Витамин С и здоровье. - Москва, «Наука», 1975.
Полищук В. На общих основаниях // журнал «Новый мир», 1984, № 4.
Поповский А.Д. Пути, которые мы избираем. – Москва, «Советский писатель», 1971.
Поповский М. Неизвестный Шиллер // журнал «Знание-сила», 1995, № 12.
Потапова Т. Тайны нейроспоры // журнал «В мире науки», 2004, № 9.
Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. – Москва, Едиториал УРСС, 2005.
Прозоровский В.Б. Рождение пенициллина // журнал «Российские аптеки», 2003, № 11.
Прозоровский В.Б. Лауреаты и виагра // журнал «Химия и жизнь», 2000, № 2.
Прозоровский В.Б. Дофамин // журнал «Химия и жизнь», 2001, № 11.
Прозоровский В.Б. Успокаивающее «оружие» // журнал «Наука и жизнь», 2005, № 6.
Прозоровский В.Б. Юбилей психофармакологии // журнал «Российские аптеки», 2002, № 10.
Прозоровский В. Уберечь мозг от перегрузок и старения // журнал «Наука и жизнь», 1998, № 10.
Прозоровский В. Механизмы наркоза // журнал «Наука и жизнь», 2003, № 1.
Прозоровский В. Возбуждающие аминокислоты // журнал «Химия и жизнь», 2006, № 10.
Прокопов А. Доктор Рат – победитель рака? // газета «Зарубежные задворки», № 458 от 15 января 2006 г.
Психофизиология. Редактор - Ю.И.Александров. – СПб., «Питер», 2006.
Пуанкаре А. Наука и метод. – Санкт-Петербург, 1910.
Пушкин В.Н. Цветок, отзовись! // журнал «Знание-сила», 1972, № 11.
Райдер Х. Вампиры помогают медицине // журнал «Иллюминатор», 2004, № 1 (9).
Рамон-и-Кахаль С. Автобиография. – Москва, «Медицина», 1985.
Рансбергер Д.К., Ной Д.С. Энзимы и энзимотерапия. – Санкт-Петербург, 1997.
Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. – Москва, «Вильямс», 2006.
Ратнер В.А. Впереди событий и в стороне от признания // журнал «Природа», 1998, № 8.
Резник В. «Ковчег жизни» на стапелях эволюции // журнал «Новый мир», 2000, № 12.
Резник Н. Отдаленнейший предок человека // журнал «Химия и жизнь», 2002, № 8.
Резник Н. Пекарские дрожжи // журнал «Химия и жизнь», 2002, № 5.
Резник С. Николай Вавилов. – Москва, «Молодая гвардия», 1968.
Резник С. Раскрывшаяся тайна бытия. – Москва, «Знание», 1976.
Ренкель А. Коктейль Молотова // журнал «Изобретатель и рационализатор», 2005, № 5.
Репин В. Двойная жизнь клеток // «Независимая газета», № 06 (42) от 20 июня 2001 г.
Ридли М. Геном. – Москва, «Эксмо», 2009.
Родионов И.М. Фактор роста нервов, гипертрофия и деструкция симпатической системы // «Соросовский образовательный журнал», 1996, № 3.
Ройхель В.М. Медленные болезни человека и животных, вызванные прионами // журнал «Природа», 2002, № 2.
Руденко Б. Великая иммунологическая революция // журнал «Наука и жизнь», 2010, № 9.
Рылов А.Л. Девять времен одного мозга // журнал «Химия и жизнь», 1986, № 11.
Рынин Н.А. Лучистая энергия в фантазиях романистов и в проектах ученых. – Ленинград, 1930.
Рыцарева Е. Таблетка для души // журнал «Эксперт», 2001, № 42.
Савельев С.В. Происхождение мозга. – Москва, «Веди», 2005.
Садуль Ж. Всеобщая история кино. – Москва, «Искусство», 1958.
Сало В.М. Фитонциды // журнал «Химия и жизнь», 1970, № 3.
Самин Д.К. 100 великих научных открытий. – Москва, «Вече», 2006.
Саркисов Д.С. Очерки истории общей патологии. – Москва, «Медицина», 1993.

Сахаров Д.А. Наука о мозге - нейробиология // книга «Актуальные проблемы биологической науки», редактор - А.В.Яблоков, Москва, «Просвещение», 1984.
Свердлов Е.Д. Начинаем с интерферонов // журнал «Химия и жизнь», 1986, № 12.
Свириденко Н. Микроэлемент интеллекта // журнал «Наука и жизнь», 2003, № 10.
Селье Г. От мечты к открытию. – Москва, «Прогресс», 1987.
Семенов А. Волшебная пуля 606 и загадка старой граммофонной пластинки // журнал «Наука и жизнь», 2010, № 12.
Семячкина-Глушковская О. Загадки природы: живое электричество // журнал «Наука и жизнь», 2010, № 9.
Сент-Дьердьи А. В дебрях XX века // журнал «Химия и жизнь», 1980, № 1.
Сенченкова Е.М. М.С.Цвет – создатель хроматографии. – Москва, «Янус-К», 1997.
Сергеев Б.Ф. Ступени эволюции интеллекта. – Ленинград, «Наука», 1986.
Сергеев Б.Ф. Ум хорошо… - Москва, «Молодая гвардия», 1984.
Середенин С.Б. Фармакогенетика: на пути к медицине будущего // журнал «Химия и жизнь», 2002, № 6.
Серова Е. Ревнивцы в горшочках // газета «Московская правда», апрель 2008 г.
Синьковский П. Где прячется заикание // газета «Аргументы и факты», № 23 (264) от 21 декабря 2005 г.
Складнев Д.А. Что может биотехнология. - Москва, «Знание», 1990.
Скобеева В. Генетика – наука или технология // журнал «Знание-сила», 2005, № 9.
Скороходов Л.Я. Джозеф Листер. – Ленинград, «Наука», 1971.
Скулачев В.П. Четыре жизни академика Баева // журнал «Химия и жизнь», 2000, № 6.
Скулачев В.П. Протонный цикл: история одного открытия из области биоэнергетики // журнал «Химия и жизнь», 1979, № 10.
Случай, обещающий большое будущее // журнал «Наука и жизнь», 1998, № 6.
Смирнов В.М. Нейрофизиология и высшая нервная деятельность детей и подростков. – Москва, «Академия», 2004.
Смулевич А.Б., Дробижев М.Ю., Иванов С.В. Транквилизаторы – производные бензодиазепина в психиатрии и общей медицине. – Москва, «Медиа Сфера», 1999.
Сойфер В.Н. Загубленный талант. - Вашингтон, 2004.
Сойфер В.Н. Репарация генетических повреждений // «Соросовский образовательный журнал», 1997, № 8.
Соколов Е.Н., Войткявичус Г.Г. Нейроинтеллект. От нейрона к нейрокомпьютеру. – Москва, «Наука», 1989.
Соколова Е.Е. 13 диалогов о психологии. – Москва, «Смысл», 2005.
Соловьева А. Ароматерапия. От Ветхого завета до наших дней // газета «Фармацевтический вестник», № 8 (287) от 4 марта 2003 г.
Соловьева В.А. Золотой ус: целительные рецепты. – Санкт-Петербург, «Нева», 2005.
Солдатченко С.С., Кащенко Г.Ф., Пидаев А.В. Ароматерапия. Профилактика и лечение заболеваний эфирными маслами. - Симферополь, «Таврида», 2002.
Сорокина Л.А. Леонид Васильевич Соболев (1876-1919): у истоков открытия инсулина // журнал «Артериальная гипертензия», 2010, том 16, № 5.
Сорокина Т.С. История медицины. – Москва, «Академия», 2005.
Спрингер С., Дейч Г. Левый мозг, правый мозг. – Москва, «Мир», 1983.
Стил Э., Линдли Р., Бландэн Р. Что, если Ламарк прав? – Москва, «Мир», 2002.
Стишковская Л.Л. Вечные странники (жизнь амфибий, как она есть). – Москва, «Знание», 1988.
Стрейер Л. Биохимия. Том 3. – Москва, «Мир», 1985.
Строева О.Г. Открытие химических мутагенов // книга «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», Москва, «Наука», 2001.

Строева О.Г. Фенотипическая активация – новое научное направление, созданное И.А.Рапопортом // книга «Иосиф Абрамович Рапопорт – ученый, воин, гражданин», Москва, «Наука», 2002.
Талбот М. Голографическая Вселенная. – Москва, «София», 2004.
Талов А. Бухгалтерия мозга // журнал «Химия и жизнь», 1974, № 5.
Татаринов Л.П. Параллелизмы и их эволюционное значение // книга «Очерки по теории эволюции», Москва, «Наука», 1987.
Татьянин М. Омолодимся? // журнал «Изобретатель и рационализатор», 2003, № 7.
Тимирязев К.А. Мендель // К.А.Тимирязев, «Сочинения», том 6, Москва, «Сельхозгиз», 1939.
Томпкинс П., Берд К. Тайная жизнь растений. – Москва, «Гомеопатическая медицина», 2006.
Трещалина Е. Лекарство: путь к больному // журнал «Вместе против рака», 1999, № 4.
Турчин П.В. Перспективы математической истории // сборник «История и математика», Москва, «ЛКИ», «Едиториал УРСС», 2007.
Уиггинс А., Уинн Ч. Пять нерешенных проблем науки. – Москва, «ФАИР-ПРЕСС», 2005.
Уитфилд Дж. Ген речи // журнал «В мире науки», 2008, № 4.
Уорд Р. Живые часы. - Москва, «Мир», 1974.
Уотсон Д. Двойная спираль. – Москва, «Мир», 1969.
Уотсон Д. Молекулярная биология и проблема рака // журнал «Химия и жизнь», 1973, № 1.
Уотсон Л. Ошибка Ромео // сборник «Жизнь земная и последующая», Москва, «Политиздат», 1991.
Урман И.Р. Витамины растений // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 1.
Урываев Ю.В., Рылов А.Л. Проникая в тайны мозга. – Москва, «Советская Россия», 1986.
Ухтомский А.А. Доминанта. - Москва-Ленинград, «Наука», 1966.
Федорова Ю., Трояк Е., Крылова Е. История открытия роли сердца и системы кровообращения // газета «Биология», № 7, 2004.
Федорова А. Персональный магнетизм // журнал «Компьютерра», № 46 от 7 декабря 2004 г.
Федоровский Г. Шеренга великих медиков. – Варшава, 1975.
Фелитова О. Взвешивание светом // журнал «Химия и жизнь», 1979, № 6.
Философия и методология науки. Редактор - В.И.Купцов. – Москва, «Аспект Пресс», 1996.
Финкельштейн А.В., Иванков Д.Н., Галзитская О.В. Предсказание скоростей и ядер сворачивания глобулярных белков на основе теории их самоорганизации // журнал «Успехи биологической химии», 2005, том 45.
Фрициус Р. Грипп 1918 года – влияние Венеры // газета «Известия науки», 30.02.2003 г.
Франк-Каменецкий М.Д. Самая главная молекула. – Москва, «Наука», 1983.
Фролов В.А. Опередивший время. – Москва, «Советская Россия», 1980.
Фролькис В.В. Старение: воспоминание о будущем // журнал «Лечение и диагностика», 1998, № 1.
Хазен А.М. Разум природы и разум человека. – Москва, НТЦ «Университетский», 2000.
Хакен Г. Принципы работы головного мозга. – Москва, «ПЕР СЭ», 2001.
Ханке Х. На семи морях. – Москва, «Мысль», 1989.
Хант Г. О природе сознания. – Москва, изд-во «АСТ», Институт трансперсональной психологии, 2004.
Харгиттаи И. Откровенная наука. Беседы с корифеями биохимии и медицинской химии. – Москва, Едиториал УРСС, 2006.
Хаютин В.М., Лукошкова Е.В. Колебания частоты сердцебиений: спектральный анализ // журнал «Вестник аритмологии», № 26 от 12.04.2002 г.
Хегенхан Б., Олсон М. Теории научения. – СПб., «Питер», 2004.
Хейгер Т. Витамин С // журнал «Химия и жизнь», 2001, № 3.
Хейес Н., Оррелл С. Введение в психологию. – Москва, «Эксмо», 2003.
Хейфлик Л. Как и почему мы стареем? – Москва, «Вече», 1999.
Хелимский А.М. Вместилище души // журнал «Химия и жизнь», 1980, № 12.
Хок Р.Р. 40 исследований, которые потрясли психологию. – Москва, «Прайм-Еврознак», 2006.

Хокинс Д., Блейксли С. Об интеллекте. – Москва, «Вильямс», 2007.
Холл С. Виагра для мозга // журнал «В мире науки», 2003, № 12.
Холлоуэй М. Мужской мозг, женский мозг // журнал «В мире науки», 1990, № 12.
Хомская Е.Д. Нейропсихология. – СПб., «Питер», 2005.
Чайковский Ю.В. Эволюция. – Москва, Центр системных исследований, ИИЕТ РАН, 2003.
Чайковский Ю. В. Изумительная асимметрия // журнал «Знание-сила», 1981, № 2.
Чайковский Ю.В. О природе случайности. – Москва, Центр системных исследований, ИИЕТ РАН, 2004.
Чайковский Ю.В. Человек эволюционирует // журнал «Химия и жизнь», 1988, № 12.
Чайковский Ю. Юбилей Ламарка-Дарвина и революция в иммунологии // журнал «Наука и жизнь», 2009, № 3.
Чек Т. РНК - фермент // журнал «В мире науки», 1987, № 1.
Черезов А.Е. Общая теория рака. – Москва, изд-во МГУ, 1997.
Черникова В. Интервью с Томасом Чеком // журнал «Химия и жизнь», 1988, № 12.
Чернилевский В.Е., Крутько В.Н. История изучения средств продления жизни // журнал «Профилактика старения», 2000, № 3.
Чижевский А. Гневы Солнца // журнал «Простор», Алма-Ата, 1969, № 5, стр.56-75.
Чикин С.Я. Врачи-философы. – Москва, «Медицина», 1990.
Чирков Ю. Открытие фотосинтеза // журнал «Наука и жизнь», 1979, № 7.
Чирков Ю. Открытие фотосинтеза // журнал «Наука и жизнь», 1979, № 9.
Чистяков В.А. Мудрец из Беркли открыл лекарство от старости // журнал «Химия и жизнь», 2006, № 6.
Чолаков В. Нобелевские премии: ученые и открытия. – Москва, «Мир», 1986.
Чубенко А., Левин А. Нобель 2006. Кто стал миллионером» // журнал «Популярная механика», 2006, декабрь.
Шамин А.А. История биологической химии. Истоки науки. – Москва, Едиториал УРСС, 2006.
Шамин А.Н. История биологической химии. Институционализация биохимии. – Москва, «КомКнига», 2006.
Шанже Ж., Конн А. Материя и мышление. – Москва-Ижевск, НИЦ РХД, 2004.
Шанина И. Моно Жак Люсьен // электронная энциклопедия «Кругосвет».
Шапиро М. 100 великих евреев. – Москва, «Вече», 2004.
Шапошник В.А. История мембранной науки // журнал «Критические технологии. Мембраны», 2000, № 8.
Шапошник В.А. Мембранные методы разделения смесей веществ // «Соросовский образовательный журнал», 1999, № 9.
Шаров Г. Антибиотики, бактерии и фаги // журнал «Наука и жизнь», 2001, № 9.
Шарп П., Янг К. Зубы из пробирки // журнал «В мире науки», 2005, № 11.
Шейдер Р. Психиатрия. – Москва, «Практика», 1998.
Шелдрейк Р. Новая наука о жизни. – Москва, «Рипол Классик», 2005.
Шен П. Образование рака зависит всего лишь от одной молекулы // журнал «Невский целитель», 2005.
Шепард Г. Интерфейс для головного мозга // журнал «Вокруг света», 2007, февраль.
Шеперд Г. Нейробиология. Том 1. – Москва, «Мир», 1987.
Шеррингтон Ч. Интегративная деятельность нервной системы. – Ленинград, «Наука», 1969.
Шеховцова Н. Долго жить можно // газета «Аргументы и факты», № 48 (1049) от 29 ноября 2000 г.
Шихина С. Человек «Витамине С» // журнал «Изобретатель и рационализатор», 2001, № 6.
Шкуматов А.А., Корсак В.С. Клонирование: прошлое, настоящее, будущее? // журнал «Проблемы репродукции», 2001, № 6.
Шлегель Г.Г. История микробиологии. – Москва, Едиториал УРСС, 2002.
Шлянкевич М. Неизвестное об «известном». Акульи хрящи – еще одна легенда // журнал «Вместе против рака», 2000, № 2.

Шноль С.Э. Биологические часы // «Соросовский образовательный журнал», 1996, № 7.
Шноль С. Иосиф Абрамович Рапопорт // журнал «Знание-сила», 1997, № 6.
Шноль С. Голубая кровь // журнал «Знание-сила», 1997, №№ 10-11.
Шойфет М.С. Нераскрытые тайны гипноза. – Москва, «Рипол-Классик», 2006.
Шойфет М.С. 100 великих врачей. – Москва, «Вече», 2006.
Шульговский В.В. Физиология высшей нервной деятельности с основами нейробиологии. – Москва, «Академия», 2003.
Шульц Д., Шульц С.Э. История современной психологии. – СПб., «Евразия», 1998.
Шумова Т. Азотфиксаторы // журнал «Химия и жизнь», 1984, № 10.
Шумный В.К., Рудь В.Д. Вторжение в растительную клетку // журнал «Химия и жизнь», 1966, № 8.
Штрубе В. Пути развития химии. Том 2. – Москва, «Мир», 1984.
Щербаков П.В., Тельпухов В.И. Бессмертие под газом // журнал «Химия и жизнь», 2006, № 8.
Эйбл-Эйбесфельдт И. Этологические концепции и их значение для наук о человеке // электронный сайт «Этология», 2007.
Эйдем У. Врач, который излечивает рак. – Москва, «Крон-Пресс», 1998.
Эйхгорн Г. Неорганическая биохимия. Том 2. – Москва, «Мир», 1978.
Эпштейн Г. Суд над наукой // журнал «Чайка», № 10 (69) от 19 мая 2006 г.
Эренберг М., Эренберг О. Развитие возможностей интеллекта. – Минск, «Попурри», 2004.
Эттинджер Р. Перспективы бессмертия. – Москва, изд-во «Научный мир», 2002.
Этуотер Г. Плазмоника // журнал «В мире науки», 2007, № 8.
Явейн Н. Доктор Явейн // «Вестник МАПО», № 3 (28), март 2004 г.
Ярошевский М.Г., Чеснокова С.А. Уолтер Кеннон. – Москва, «Наука», 1976.

Список литературы к главе 16

Автономов В.С., Алешина И.В. и др. 50 лекций по микроэкономике. – СПб., «Экономическая школа», 2004.
Аникин А.В. Юность науки (жизнь и идеи мыслителей-экономистов до Маркса). – Москва, «Политиздат», 1985.
Бернстайн П. Против богов: укрощение риска. – Москва, ЗАО «Олимп-Бизнес», 2000.
Булыка Г.А., Лисовская Е.В., Яхонтова Г.А. Великие ученые XX века. – Москва, «Мартин», 2001.
Воронцовский А.В. В.В.Леонтьев – выдающийся экономист XX столетия // «Вестник Санкт-Петербургского университета», 2007, серия 5, выпуск 1.
Глейк Дж. Хаос. Создание новой науки. – СПб., «Амфора», 2001.
Делепляс Г. Лекции по истории экономической мысли. – Новосибирск, НГУ, 2000.
Капелюшников Р.С. Экономический подход Гэри Беккера к человеческому поведению // журнал «США – экономика, политика, идеология», 1993, № 11.
Костюк В.Н. Длинные волны Кондратьева и теория долговременного экономического роста // журнал «Общественные науки и современность», 2002, № 6.
Кох Р. Закон Парето или принцип 80/20 // электронный сайт «Элитариум».
Кузьминов Я.И., Юдкевич М.М. Курс лекций по институциональной экономике. – Москва, ГУ-ВШЭ, 2000.
Моисеев С. Асимметричная премия Нобеля // журнал «Валютный спекулянт», 2001, декабрь.
Осадчая И. Великий реформатор экономики капитализма // журнал «Наука и жизнь», 1997, № 11.
Осипенко Г.С., Ампилова Н.Б. Лекции по символическому анализу динамических систем. – СПб., Санкт-Петербургский государственный университет, 2004.
Писаревский Б.М., Харин В.Т. Беседы о математике и математиках. – Москва, изд-во «Нефть и газ», 1998.
Рудык Н.Б. Поведенческие финансы. – Москва, «Дело», 2004.

Самуэльсон П. Принцип максимизации в экономическом анализе, Нобелевская лекция // книга Н.Е.Титовой «История экономических учений», Москва, «Владос», 1997.
Турчин П.В. Перспективы математической истории // сборник «История и математика», Москва, «ЛКИ», «Едиториал УРСС», 2007.
Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. – Москва, «Фазис», 1998.
Яковец Ю.В. Научное наследие Н.Д.Кондратьева: современные оценки // Н.Д.Кондратьев, «Избранные сочинения», Москва, «Экономика», 1993.

Список литературы к главе 17

Аугуста И. Великие открытия. – Москва, «Мир», 1967.
Бацалев В., Варакин А. Тайны археологии. – Москва, «Вече», 1999.
Блеген К. Троя и троянцы. Боги и герои города-призрака. – Москва, «Центрполиграф», 2004.
Голованов Я. Этюды об ученых. – Москва, «Молодая гвардия», 1976.
Голяндин А. Воскрешаем сожженные корабли, починяем сломанные копья! // журнал «Знание-сила», 2007, № 3.
Джохансон Д., Иди М. Люси: истоки рода человеческого. – Москва, «Мир», 1984.
Деревянко А. Ожившие древности. – Москва, «Молодая гвардия», 1986.
Дэвлет Е.Г. Альтамира – «королева расписных пещер» // журнал «Природа», 2004, № 12.
Дэвлет Е.Г. В царстве расписных пещер // журнал «В мире науки», 2004, № 11.
Кастере Н. Моя жизнь под землей. – Москва, «Мысль», 1974.
Керам К.В. Боги, гробницы и ученые. – Москва, «Республика», 1994.
Косидовский З. Часы веков // журнал «Наука и жизнь», 1997, № 4.
Кремо М., Томпсон Р. Неизвестная история человечества. – Москва, изд-во «Философская книга», 1999.
Ларичев В.Е. Сад Эдема. – Москва, «Политиздат», 1980.
Ларичев В. Охотники за черепами. – Москва, «Молодая гвардия», 1971.
Михайлов К. Как гнездились динозавры // журнал «Наука и жизнь», 1997, № 5.
Мортон Д. 101 ключевая идея: эволюция. – Москва, «ФАИР-ПРЕСС», 2001.
Нейхардт А.А. Открытие Трои // книга «Семь чудес Древнего мира», Москва-Ленинград, изд-во Академии наук СССР, 1966.
Низовский А.Ю. 100 великих археологических открытий. – Москва, «Вече», 2002.
Резник С.Е. Владимир Ковалевский: трагедия нигилиста. – Москва, «Молодая гвардия», 1978.
Рогинский Я.Я. Об истоках возникновения искусства. – Москва, изд-во МГУ, 1982.
Эйдельман Н.Я. Ищу предка. – Москва, «Молодая гвардия», 1970.
Элфорд А. Боги нового тысячелетия. – Москва, «Вече», 1999.
Юдасин Л.С. Перипетии жизни. – Москва, «Знание», 1991.

Список литературы к главе 18

Альтшуллер Г.С. Если вы хотите изобрести… // журнал «Знание-сила», 1961, № 8.
Альтшуллер Г.С. Как научиться изобретать. - Тамбов, 1961.
Амнуэль П. Создан для бури // израильский журнал «Вести», 1998.
Андерсон Д. Когнитивная психология. – СПб., «Питер», 2002.
Белоусов Р. Из родословной героев книг. – Москва, «Советская Россия», 1974.
Бернстайн П. Против богов: укрощение риска. – Москва, ЗАО «Олимп-Бизнес», 2000.
Блаватская Е.П. Черная магия в науке // журнал «Люцифер», 1890, июнь.
Бомбар А. За бортом по своей воле. – Москва, Государственное издательство географической литературы, 1959.
Васильев Л.Л. Таинственные явления человеческой психики. – Москва, 1959.
Глейк Дж. Хаос. Создание новой науки. – СПб., «Амфора», 2001.

Гудвин Д. Исследование в психологии. – СПб., «Питер», 2004.
Ждан А.Н. История психологии. - Москва, «Педагогическое общество России», 2001.
Зунн Ф. Дух в компьютере. – Москва, «София», 2004.
Зорина З.А., Полетаева И.И. Элементарное мышление животных. – Москва, «Аспект Пресс», 2002.
Зорина З.А. Эволюция разумного поведения: от элементарного мышления животных к абстрактному мышлению человека // сборник «Этология человека и смежные дисциплины», редактор – М.Л.Бутовская, Москва, Институт этнологии и антропологии, 2004.
Кандыба Д. Техника мысленного гипноза. – СПб., «Лань», 2002.
Клайн Б. Филипп Зимбардо: «Абу-Грейб» - это закономерность» // электронный портал «Голоса Америки», 01.06.2004 г.
Козловский С. Отраженное сознание // журнал «Вокруг света», 15.11.2006 г.
Кондрашов В.В. Все о гипнозе. – Ростов-на-ДДону, «Феникс», 1998.
Коул М., Скрибнер С. Культура и мышление. – Москва, «Прогресс», 1977.
Лихи Т. История современной психологии. – СПб, «Питер», 2003.
Малашкина М. Популярная история психологии. – Москва, «Вече», 2002.
Марцинковская Т.Д. История психологии. – Москва, «Академия», 2007.
Маслов В.П. Закон «отсутствия предпочтения» и соответствующие распределения в частотной теории вероятностей // сборник «Математические заметки», 2006, том 80, вып.2.
Надолишняя А.П. Способность черноморских дельфинов афалин к обобщению по относительным признакам // автореферат кандидатской диссертации, Москва, 2007.
Николлс Д., Мартин А., Валлас Б., Фукс П. От нейрона к мозгу. – Москва, Едиториал УРСС, 2003.
Нудельман Р. Откуда пришли индоевропейцы? // журнал «Знание-сила», 2004, № 10.
Орлов М. Основы классической ТРИЗ. – Москва, «Солон Пресс», 2005.
Панов Е. У порога языка // журнал «Знание-сила», 1979, № 7.
Перкинс Д. Как стать гением. – Москва, изд-во «АСТ», 2003.
Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. - Москва, «Наука», 1975.
Полынин В. К истокам разума // журнал «Наука и жизнь», 1979, № 1.
Резникова Ж.И. Интеллект и язык животных и человека. – Москва, «Академкнига», 2005.
Ридли М. Геном. – Москва, «Эксмо», 2009.
Росс Ф. Как воспитать гения? // журнал «В мире науки», 2006, № 11.
Роуз С. Устройство памяти: от молекул к сознанию. – Москва, «Мир», 1995.
Сабурова Ж. И это все о нас // журнал «Зеркало недели», № 22 (397), 15-21 июня 2002 г.
Соколова Е.Е. 13 диалогов о психологии. – Москва, «Смысл», 2005.
Солсо Р. Когнитивная психология. – СПб., «Питер», 2002.
Степанов С. Век психологии. Имена и судьбы. – Москва, «Эксмо», 2002.
Степанов С. Популярная психологическая энциклопедия. – Москва, «Эксмо», 2005.
Степанчикова М.А. Учимся изобретать. – Москва, 1997.
Хант Г. О природе сознания. – Москва, «АСТ», 2004.
Харгиттаи И. Откровенная наука: беседы с корифеями биохимии. – Москва, Едиториал УРСС, 2006.
Хейес Н., Оррелл С. Введение в психологию. – Москва, «Эксмо», 2003.
Хок Р.Р. 40 исследований, которые потрясли психологию. – Москва, «Прайм-Еврознак», 2006.
Чурсин Н. Популярная информатика. – Киев, «Техника», 1982.
Шойфет М.С. Нераскрытые тайны гипноза. – Москва, «Рипол Классик», 2006.
Шойфет М.С. 100 великих врачей. – Москва, «Вече», 2006.
Шульговский В.В. Физиология высшей нервной деятельности с основами нейробиологии. – Москва, «Академия», 2003.
Шульц Д., Шульц С.Э. История современной психологии. – СПб., «Евразия», 1998.
Юревич А.В. Социальная психология науки. – СПб., изд-во Русского Христианского гуманитарного института, 2001.

Ярошевский М.Г. История психологии от античности до середины 20 века. – Москва, «Академия», 1997.

Приложение 1.
Таблица математических обобщений

№	Автор научной работы	Наименование работы	Источник
1	Д.Д.Мордухай-Болтовский	Об одном обобщении теоремы Абеля	«Сообщения Харьковского математического общества», серия 2, 1902, том 7, № 6
2	А.А.Марков	Обобщение закона больших чисел на зависимые события	«Известия Казанского физико-математического общества», 1906, том 15
3	И.И.Привалов	Обобщение теоремы Fatou	«Математический сборник», 1923, том 31, № 2
4	И.И.Привалов	Обобщение теоремы Пауля Дюбуа-Реймона	«Математический сборник», 1923, том 31, № 2
5	В.В.Голубев	Об одном обобщении теоремы Picard'a	«Математический сборник», 1924, том 31, № 3-4
6	Н.А.Глаголев	Обобщение теоремы Польке	«Математический сборник», 1925, том 32, № 3
7	А.Н.Колмогоров	Одно обобщение теоремы Лапласа-Ляпунова	«Известия АН СССР», серия математическая, 1931, вып.7
8	Д.А.Граве	Об одном обобщении теоремы Акселя Туе	«Доклады АН СССР», 1933, № 6
9	Л.П.Радзишевский	Новое обобщение теоремы о среднем значении конечного приращения функции	«Математический сборник», 1934, том 41, № 2
10	С.Н.Черников	Перенесение одной теоремы Фробениуса на бесконечные группы	«Математический сборник», 1938, том 3 (45), № 2
11	М.П.Щеглов	Обобщение одной теоремы Харди-Литтлвуда	Диссертация, Москва, МГУ, 1938
12	Д.А.Райков	Обобщение теоремы Икеара-Ландау	«Математический сборник», 1938, том 3 (45), № 3
13	Ю.В.Линник	Обобщение теоремы Фробениуса и установление связи ее с теоремой Гурвица о композиции квадратичных форм	«Известия АН СССР», серия математическая, 1938, том 2, вып.1
14	И.Г.Малкин	Обобщение основной теоремы Ляпунова	«Доклады АН СССР», 1938, том 18, вып.3
15	П.Е.Дебюк	Обобщение теорем Фробениуса и Вейснера	«Математический сборник», 1939, том 5 (47), № 1
16	С.Макаров	Некоторое обобщение	«Известия физико-

		основных теорем Ляпунова об устойчивости движения	математического общества при Казанском университете», 1939, том X, 3 серия
17	И.Ц.Гохберг	Об одном обобщении теоремы Планшереля на случай интегралов Фурье на коммутативной топологической группе	«Доклады АН СССР», 1941, том 30
18	З.М.Любельский	Обобщение и обращение одной теоремы Гильберта	«Известия АН СССР», серия математическая, 1941, том 5, вып.6
19	М.Г.Крейн	Об одном обобщении теоремы Планшереля на случай интегралов Фурье на коммутативной топологической группе	«Доклады АН СССР», 1941, том 30
20	А.В.Товбин	Обобщение теоремы Бертрана из теории групп подстановок	«Математический сборник», 1942, том 10 (52), № 1-2
21	Б.М.Гагаев	Обобщение одной теоремы Бэра	«Доклады АН СССР», 1943, том 38
22	А.И.Маркушевич	Обобщение одной теоремы Д.Е.Меньшова	«Математический сборник», 1944, том 15 (57), № 3
23	С.Н.Черников	Обобщение теоремы Кронекера-Капелли о системе линейных уравнений	«Математический сборник», 1944, том 15 (57), № 3
24	С.Н.Бернштейн	Распространение предельной теоремы теории вероятностей на суммы зависимых величин	Журнал «Успехи математических наук», 1944, вып.10
25	Г.М.Адельсон-Вельский	Обобщение одной геометрической теоремы С.Н.Бернштейна	«Доклады АН СССР», 1945, том 49
26	С.П.Оловянишников	Обобщение теоремы Коши о выпуклых многогранниках	«Математический сборник», 1946, том 18 (60), № 3
27	А.Д.Мышкис	Обобщение первой теоремы Ляпунова о неустойчивости на случай зависящей от времени части окрестности невозмущенного состояния	«Записки семинара по теории устойчивости», редактор – Н.Д.Моисеев, 1946, вып.2
28	Б.Я.Левин	Обобщение теоремы Фейера-Рисса	«Доклады АН СССР», 1946, том 52, № 4
29	А.И.Селезнев	Обобщение одной теоремы Адамара о рядах Тейлора, не продолжаемых за окружности их кругов сходимости	«Математический сборник», 1947, том 20 (62), № 2
30	А.И.Тихомиров	Обобщение теоремы Мальцева о расщепляемых алгебрах	«Известия АН СССР», серия математическая, 1947, том 11, вып.1
31	Л.Г.Магнарадзе	Об одном обобщении теоремы	«Сообщения АН

		Племеля-Привалова	Грузинской ССР», 1947, том 8, № 8
32	А.Ф.Бермант	О некоторых обобщениях принципа Э.Линделефа и их применениях	«Математический сборник», 1947, том 20 (62), № 1
33	М.А.Лукомская	Новое доказательство теоремы Ван-дер-Вардена об арифметической прогрессии и некоторое обобщение этой теоремы	Журнал «Успехи математических наук», 1948, том 3, вып.6 (28)
34	Г.Е.Шилов	Обобщение теоремы о дифференцировании равномерно сходящейся последовательности функций	«Математический сборник», 1950, том 26 (68), № 1
35	М.П.Щеглов	К обобщению теорем Таубера	«Математический сборник», 1951, том 28 (70), № 2
36	А.Ф.Леонтьев	Обобщение теоремы Лиувилля	«Математический сборник», 1952, том 31 (73), № 1
37	Я.А.Тагамлицкий	Обобщение одной теоремы Минковского	«Успехи математических наук», 1952, том 7, вып.2 (48)
38	Н.И.Ахиезер, М.Г.Крейн	Об одном обобщении лемм Шварца и Левнера	«Ученые записки Харьковского университета», 1952, том 40
39	Е.Г.Ариньш	Об одном обобщении теоремы Бэра	«Успехи математических наук», 1953, том 8, вып.3 (55)
40	Ю.Т.Медведев	Обобщение одной теоремы Ф.Рисса	«Успехи математических наук», 1953, том 8, вып.6 (58)
41	П.Л.Ульянов	Обобщение теоремы Марцинкевича	«Известия АН СССР», серия математическая, 1953, том 17, вып.6
42	Н.К.Бари	Обобщение неравенств С.Н.Бернштейна и А.А.Маркова	«Доклады АН СССР», 1953, том 90, № 5
43	Л.Д.Кудрявцев	Об одном обобщении теоремы С.М.Никольского о компактности классов дифференцируемых функций	«Успехи математических наук», 1954, том 9, вып.1 (59)
44	Ю.А.Рябов	Обобщение одной теоремы Ляпунова	«Ученые записки МГУ», серия математическая, 1954, том 7, вып.165
45	В.В.Петров	Обобщение предельной теоремы Крамера	«Успехи математических наук», 1954, том 9, вып.4 (62)
46	А.Д.Мышкис	Обобщения теоремы о точке покоя динамической системы внутри замкнутой траектории	«Математический сборник», 1954, том 34 (76), № 3

47	А.А.Гольдберг	Обобщение теоремы Данжуа-Карлемана-Альфорса и теоремы Римана	«Доклады АН СССР», 1954, том 98, № 5-6
48	Н.А.Давыдов	Обобщение второй теоремы Абеля	«Успехи математических наук», 1955, том 10, вып.3 (65)
49	И.И.Гордон	Обобщение теоремы Какутани о непрерывной функции, заданной на сфере	«Успехи математических наук», 1955, том 10, вып.1 (63)
50	А.А.Зингер, Ю.В.Линник	Об одном аналитическом обобщении теоремы Крамера и его применении	«Вестник Ленинградского университета», 1955, № 11
51	Ю.М.Березанский	Обобщение теоремы Бохнера на разложения по собственным функциям уравнений в частных производных	«Доклады АН СССР», 1956, том 110, вып.6
52	Б.Я.Левин	Обобщение теоремы Картрайт о целой функции конечной степени, ограниченной на последовательности точек	«Известия АН СССР», серия математическая, 1957, том 21, вып.4
	И.В.Островский	Обобщение теоремы М.Г.Крейна	«Доклады АН СССР», 1957, том 116
53	В.П.Скитович	Еще об обобщениях теоремы Г.Крамера	«Вестник Ленинградского университета», 1958, № 1
54	В.Ф.Гапошкин	Одно обобщение теоремы М.Рисса о сопряженных функциях	«Математический сборник», 1958, том 46 (88), № 3
55	А.Ф.Соловьев	Обобщение одной теоремы Хаусдорфа	«Успехи математических наук», 1958, том 13, вып.6 (84)
56	А.И.Перов	Об одном обобщении теоремы Роля	«Труды семинара по функциональному анализу», Воронежский университет, 1958, вып.6
57	Ю.Ю.Трохимчук	К обобщению теоремы Пикара	«Украинский математический журнал», 1958, том 10
58	Ю.Ю.Трохимчук	Теорема Г.Бора и ее обобщения	«Математический сборник», 1958, том 45 (87), № 2
59	И.П.Павлоцкий	Обобщение теоремы Фока-Куни о введении гасящей функции в дисперсионные соотношения	«Вестник МГУ», серия физика, астрономия, 1960, № 3
60	М.А.Евграфов, И.А.Чегис	Обобщение теоремы Фрагмена-Линделефа для аналитических функций на гармонические функции в пространстве	«Доклады АН СССР», 1960, том 134, № 2
61	Ю.А.Брудный,	Обобщение одной теоремы	«Математический

	И.Е.Гопенгауз	Харди-Литтльвуда	сборник», 1960, том 52 (94), № 3
62	В.Ф.Ткачев	Обобщение одной теоремы Пуанкаре об отсутствии предельных циклов и некоторые другие результаты	«Успехи математических наук», 1961, том 16, вып.5 (101)
63	Г.И.Эскин	Обобщение теоремы Палея-Винера-Шварца	«Успехи математических наук», 1961, том 16, вып.1 (97)
64	Т.А.Азларов	Обобщение одной теоремы А.Я.Хинчина	«Труды Ташкентского государственного университета», 1961, вып.189
65	Т.Сырмус	О некоторых обобщениях теоремы Мерсера	«Ученые записки Тартуского государственного ун-та», 1961, том 102
66	Н.В.Ефимов, Э.Г.Позняк	Обобщение теоремы Гильберта о поверхностях постоянной отрицательной кривизны	«Доклады АН СССР», 1961, том 137, № 3
67	Ю.М.Березанский	Одно обобщение многомерной теоремы Бохнера	«Доклады АН СССР», 1961, том 136, № 5
68	М.Л.Гервер, Е.М.Ландис	Одно обобщение теоремы о среднем для функций многих переменных	«Доклады АН СССР», 1962, том 146, № 4
69	М.А.Евграфов	Обобщение теорем Фрагмена-Линделефа для аналитических функций на решение других эллиптических систем	«Известия АН СССР», серия математическая, 1963, том 27, вып.4
70	Л.Д.Мешалкин	Обобщение теоремы Шпернера о числе подмножеств конечного множества	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1963, том 8, № 2
71	С.А.Ломов	Обобщение теоремы Фукса на неаналитический случай	«Математический сборник», 1964, том 65 (107), № 4
72	Я.Г.Беркович	Некоторые обобщения и применения теоремы Судзуки	«Математический сборник», 1964, том 64 (106)
73	Н.А.Давыдов	Обобщение теоремы Мерсера	«Успехи математических наук», 1965, том 20, вып.6 (126)
74	В.С.Азарин	Обобщение одной теоремы Хеймана на субгармонические функции в n-мерном конусе	«Математический сборник», 1965, том 66 (108), № 2
75	А.С.Холево	Обобщение теоремы фон Неймана об операторе T * T на пространства с индефинитной метрикой	«Научные записки Азербайджанского университета», серия физика, математика, 1965, том 2
76	А.Х.Гудиев	Некоторые обобщения теорем вложения	«Сибирский математический

			журнал», 1965, том 6, № 4
77	А.П.Норден	Обобщение основной теоремы теории нормализации	«Известия вузов», серия Математика, 1966, № 2
78	В.Н.Латышев	Обобщение теоремы Гильберта о конечности базисов	«Сибирский математический журнал», 1966, том 7, № 6
79	В.Г.Болтянский, П.С.Солтан	Обобщение теоремы Гуревича о размерности прообразов	«Математический сборник», 1966, том 69 (111), № 2
80	И.И.Цыганок	Обобщение теоремы Джексона	«Математический сборник», 1966, том 71 (113), № 2
81	В.П.Шунков	О некотором обобщении теоремы Фробениуса на периодические группы	Журнал «Алгебра и логика», 1967, том 6, № 3
82	К.К.Головкин	Об одном обобщении интерполяционной теоремы Марцинкевича	«Труды МИАН», 1967, том 102
83	А.В.Ефимов	Обобщение одной теоремы Качмажа	«Математические заметки», 1967, том 1, вып.4
84	З.А.Чантурия	Об одном обобщении теоремы Г.Фабера о полиномиальных базисах	«Математические заметки», 1967, том 2, вып.2
85	В.М.Золотарев	Обобщение теоремы Линдеберга-Феллера	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1967, том 12, вып.4
86	И.А.Ундалова	Геометрическая интерпретация и обобщение одной теоремы Ляпунова	«Известия высших учебных заведений», 1968, № 5
87	Л.В.Жижиашвили	Обобщение одной теоремы Марцинкевича	«Известия АН СССР», серия математическая, 1968, том 32, вып.5
88	Л.В.Жижиашвили	Обобщение одной теоремы М.Рисса на случай функций многих переменных	«Математические заметки», 1968, том 4
89	Г.Я.Арешкин, В.М.Климкин	Об одном обобщении теоремы Витали о переходе к пределу под знаком интеграла	«Ученые записки ЛГПИ им.А.И.Герцена», 1968, том 387
90	Э.В.Морозюк	Обобщение второй теоремы Абеля и теоремы Таубера на ряды Ньютона с узлами, уходящими в бесконечность	Украинский научный сборник «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», Харьков, 1968, вып.6
91	А.А.Каплан, Г.Ш.Рубинштейн	Об одном обобщении теоремы Куна-Таккера	Сборник статей «Оптимальное планирование» (1969)
92	Г.П.Чистяков	Обобщение теорем Г.Крамера и	Журнал «Теория

		Ю.В.Линника-В.П.Скитовича	вероятностей и ее применения», 1970, том 15, № 2
93	А.И.Медяник	Одно обобщение теоремы единственности А.Д.Александрова для замкнутых выпуклых многогранников на случай n-мерного пространства	«Украинский геометрический сборник», 1970, вып.8
94	К.Л.Лейбсон	Обобщение формулы Лагранжа-Сильвестра на случай функциональных матриц	«Известия высших учебных заведений», серия Математика, 1970, № 2
95	Ш.Ярмухамедов	Обобщение формулы Грина и теоремы Фрагмена-Линделефа для гармонических функций в пространстве	«Известия высших учебных заведений», серия Математика, 1970, № 2
96	С.А.Франгулов	Обобщение теоремы Кон-Фоссена-Хубера об интегральной кривизне двумерного многообразия ограниченной кривизны	«Ученые записки ЛГПИ им. А.И.Герцена», 1970, том 395
97	Я.Г.Беркович	Обобщение теоремы Ф.Холла и Н.Блэкберна и применение их к нерегулярным p-группам	«Известия АН СССР», серия математическая, 1971, том 35, вы.4
98	В.П.Хавин	Обобщение теоремы Привалова-Зигмунда о модуле непрерывности сопряженной функции	«Известия АН Армянской ССР», 1971, том 6
99	Г.Леви	Обобщение теоремы о пространственном угле	«Успехи математических наук», 1971, том 26, вып.2 (158)
100	В.А.Егоров	Обобщение теоремы Хартмана-Винтнера о законе повторного логарифма	«Вестник ЛГУ», серия математика, механика, астрономия, 1971, вып.2
101	И.Ш.Славутский	Локальные свойства чисел Бернулли и обобщение теоремы Куммера-Вандивера	«Известия высших учебных заведений», 1972, том 118, № 3
102	Н.А.Широков	Обобщение теоремы Литтлвуда-Пэли	«Записки научных семинаров ЛОМИ», 1972, том 30
103	В.А.Баскаков	Обобщение некоторых теорем П.П.Коровкина о положительных операторах	«Математические заметки», 1973, том 13, вып.6
104	В.А.Скворцов	Некоторые обобщения теоремы единственности для рядов по системе Уолша	«Математические заметки», 1973, том 13, вып.3
105	М.Н.Шафии	Обобщение теоремы Леви о гармонических отображениях	«Математические заметки», 1973, том 13, вып.2
106	А.И.Хейфиц	Обобщение теоремы Е.Титчмарша о целых	«Известия высших учебных заведений»,

		функциях с отрицательными нулями	серия Математика, 1973, № 2
107	Ю.И.Линник	Пространственное обобщение одной теоремы о теплицевом операторе	«Математические заметки», 1973, том 14, вып.6
108	А.С.Холево	Об одном обобщении неравенства Рао-Крамера	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1973, том 18, вып.2
109	Б.Х.Барладян	Обобщение теоремы Каца, Мердока и Сеге на N-мерное пространство	Журнал «Проблемы передачи информации», 1974, том 10, вып.3
110	Ю.Е.Гликлих	Об одном обобщении теоремы Хопфа-Ринова о геодезических	Журнал «Успехи математических наук», 1974, том 6 (180)
111	Л.Д.Пустыльников	Устойчивые и осциллирующие движения в неавтономных динамических системах. Обобщение теоремы К.Л.Зигеля на неавтономный случай	«Математический сборник», 1974, том 94 (136), № 3 (7)
112	К.И.Кий	Обобщение теоремы Гриффитса об алгебраических циклах	«Математические заметки», 1974, том 16, вып.4
113	В.А.Кокотушкин	Одно обобщение теоремы Пальма-Хинчина	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1974, том 19, вып.3
114	С.Г.Харатян	Обобщение теоремы Вигнера о симметриях в C*-алгебраическом подходе	Журнал «Теоретическая и математическая физика», 1974, том 20, № 2
115	Н.Н.Чаус	Обобщение одной теоремы о квазианалитичности функции	«Математические заметки», 1974, том 16, вып.2
116	Н.А.Широков	Об одном обобщении теоремы Альфорса	«Записки научных семинаров ЛОМИ», 1974, том 44
117	Ю.А.Волков	Обобщение теоремы Дарбу-Зауэра и Погорелова	«Записки научных семинаров ЛОМИ», 1974, том 45
118	В.И.Ротарь	К обобщению теоремы Линдеберга-Феллера	«Математические заметки», 1975, том 18, № 1
119	А.И.Созутов, В.П.Шунков	Об одном обобщении теоремы Фробениуса на бесконечные группы	«Математический сборник», 1976, том 100 (142), № 4 (8)
120	В.С.Владимиров	Многомерное обобщение тауберовой теоремы Харди и Литтлвуда	«Известия АН СССР», серия математическая, 1976, том 40, вып.5
121	В.П.Захарюта	Сепаратно-аналитические функции, обобщения теоремы	«Математический сборник», 1976, том 101

		Гартогса и оболочки голоморфности	(143), № 1 (9)
122	В.Г.Болтянский	Обобщение одной теоремы Секефальви-Надя	«Доклады АН СССР», 1976, том 228, № 2
123	И.Х.Сабитов	Возможные обобщения леммы Минагава-Радо о жесткости поверхности вращения с закрепленной параллелью	«Математические заметки», 1976, том 19, вып.1
124	Н.С.Надирашвили	Об одном обобщении теоремы Адамара о трех кругах	«Вестник МГУ», серия Математика, механика, 1976, № 2
125	Г.Ф.Корсаков	Обобщение теоремы Льенара и Шипара	«Математические заметки», 1977, том 22, вып.1
126	Л.И.Гальчук	Обобщение теоремы Гирсанова о замене меры на случай полумартингалов со скачками	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1977, том 22, вып.2
127	Г.В.Мартынов	Обобщение формулы Н.В.Смирнова для функций распределения квадратичных форм	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1977, том 22, вып.3
128	В.Л.Дольников	Об одном обобщении теоремы Рамсея	«Доклады АН СССР», 1977, том 232, № 6
129	А.А.Вагаршакян	О некоторых обобщениях теоремы Мюнца-Саса	«Известия АН Армянской ССР», серия Математика, 1977, том 12, № 6
130	Н.И.Санду	Обобщение теоремы Фишера для дистрибутивных квазигрупп	«Математические заметки», 1978, том 23, вып.4
131	А.В.Бондарь	Многомерное обобщение одной теоремы Д.Е.Меньшова	«Украинский математический журнал», 1978, том 30, № 4
132	А.Ю.Воловиков	Обобщение теоремы Борсука-Улама	«Математический сборник», 1979, том 108 (150), № 2
133	М.Л.Катков	Об одном обобщении теоремы Истратеску о сжимающих отображениях в метрических пространствах	«Записки научных семинаров ЛОМИ», 1979, том 83
134	И.В.Виденский	Обобщение теоремы вложения Карлесона и интерполяция последовательностей класса С	«Записки научных семинаров ЛОМИ», 1979, том 92
135	И.П.Камынин	Обобщение теоремы Марцинкевича о целых характеристических функциях вероятностных распределений	«Записки научных семинаров ЛОМИ», 1979, том 85
136	Г.И.Копылов	Обобщение теоремы Турана	«Математические заметки», 1979, том 26, вып.4

137	М.А.Мухсинов	Обобщение и новое доказательство одной теоремы о существовании непрерывного проектора	«Математические заметки», 1979, том 26, вып.3
138	М.Н.Шафии	Обобщение теоремы Севери	«Математические заметки», 1979, том 26, вып.5
139	А.И.Логинов	Одно обобщение теоремы Маркова-Какутани о неподвижной точке	Журнал «Функциональный анализ и его приложения», 1980, том 14, вып.2
140	В.М.Нежинский	Обобщение теоремы Зимана-Хефлигера о зацеплениях	Журнал «Успехи математических наук», 1980, том 35, вып.5 (215)
141	В.В.Жаринов	Обобщение теоремы «об острие клина» Боголюбова	«Доклады АН СССР», 1981, том 260
142	А.А.Зенкин	Обобщение теоремы А.Вифериха на случай натуральных слагаемых	«Доклады АН СССР», 1982, том 264, № 2
143	А.Н.Кричевец	Вычисление глобальной размерности тензорных произведений банаховых алгебр и одно обобщение теоремы Филипса	«Математические заметки», 1982, том 31, вып.2
	М.А.Соловьев	Одно обобщение теоремы Рюэля	Журнал «Теоретическая и математическая физика», 1982, том 52, № 2
144	А.Ломов, В.А.Стрижков	Обобщение теоремы Тихонова на случай чисто мнимого спектра	«Доклады АН СССР», 1983, том 271, № 6
145	В.Н.Соловьев	Обобщение теоремы Гершгорина	«Известия АН СССР», серия математическая, 1983, том 47, вып.6
146	В.Г.Кановей	Обобщение одной теоремы П.С.Новикова о сечениях борелевских ножеств	«Математические заметки», 1983, том 33, вып.2
147	Н.Г.Гуния	К обобщению теоремы А.И.Плеснера о сопряженных тригонометрических рядах	«Сообщения АН Грузинской ССР», 1983, том 109, № 1
148	Р.Я.Докторский	Обобщение предельной теоремы Г.Сеге на многомерный случай	«Сибирский математический журнал», 1984, том 25, № 5
149	В.М.Макеев	Пространственные обобщения некоторых теорем о выпуклых фигурах	«Математические заметки», 1984, том 36, вып.3
150	А.М.Асташов	Об одном обобщении теоремы Дарбу на гамильтонову теорию поля	«Математические заметки», 1984, том 36, вып.4
151	Д.Г.Азов	Некоторые обобщения одной	Книга

		теоремы Н.В.Ефимова о гиперболических уравнениях Монжа-Ампера	«Дифференциальные уравнения и их приложения» (Москва, МГУ, 1984)
152	С.А.Антонян	Эквивариантное обобщение теоремы Дугунджи	«Математические заметки», 1985, том 38, вып.4
153	Е.Н.Доманский, А.Н.Пличко	Об обобщении теоремы Пикара о разрешимости интегрального уравнения Фредгольма первого типа	«Доклады АН СССР», 1985, том 280, № 4
154	А.К.Цих	Обобщение теоремы Бертини о показателе примарного идеала в кольце O_a	«Успехи математических наук», 1985, том 40, вып.2 (242)
155	Б.Ж.Ищанов	Обобщение теоремы В.С.Федорова для гармонических функций нескольких переменных	«Вестник МГУ», серия математическая, 1986, № 2
156	А.Л.Вольберг, Б.Ерикке	Суммируемость логарифма почти аналитической функции и обобщение теоремы Левинсона-Картрайт	«Математический сборник», 1986, том 130 (172), № 3 (7)
157	Д.С.Теляковский	Об одном обобщении теоремы Лумана-Меньшова	«Математические заметки», 1986, том 39, вып.4
158	Б.Ж.Ищанов	Обобщение теоремы В.С.Федорова для гармонических функций нескольких переменных	«Вестник МГУ», серия математика, 1986, № 2
159	Ю.А.Аминов	Многомерное обобщение формулы Гаусса-Бонне для векторных полей в евклидовом пространстве	«Математический сборник», 1987, том 134 (176), № 1 (9)
160	П.П.Забрейко, А.Н.Ломакович	Об одном обобщении теоремы Вольтера	«Украинский математический журнал», 1987, том 39, № 5
161	Л.И.Знаменская	Обобщение теоремы Ф. и М.Риссов и существование многомерной формулы Карлемана	«Сибирский математический журнал», 1988, том 29, № 4
162	Р.А.Айрапетян	Обобщение теоремы Кнезера о вложенном ребре	«Математические заметки», 1989, том 46, вып.3
163	Д.С.Теляковский	Обобщение одной теоремы Меньшова о моногенности	«Известия АН СССР», 1989, том 53, № 4
164	М.Г.Ткаченко	Обобщение теоремы Комфорта-Росса	«Украинский математический журнал», 1989, том 41, № 7
165	Ю.В.Добротухина	Аналог многочлена Джоунса для зацеплений в RP^3 и	Журнал «Алгебра и анализ», 1990, том 2,

		обобщение теоремы Кауфмана-Мурасуги	вып.3
166	О.В.Бородин	Обобщение теоремы Коцига и предписанная раскраска ребер плоских графов	«Математические заметки», 1990, том 48, вып.6
167	С.П.Струнков	Об одном обобщении теоремы делимости Ферма	«Известия АН СССР», серия математическая, 1991, том 55, вып.1
168	В.И.Луценко, Р.С.Юлмухаметов	Обобщение теоремы Винера-Пэли на функционалы в пространствах Смирнова	«Труды МИАН», 1991, том 200
169	О.В.Бородин	Совместное обобщение теорем Лебега и Коцига о комбинаторике плоских карт	Журнал «Дискретная математика», 1991, том 3, вып.4
170	В.Л.Дольников	Об одном обобщении теоремы о бутерброде	«Математические заметки», 1992, том 52, вып.2
171	А.А.Пекарский	Обобщение теоремы Харди-Литтлвуда о функциях с производной из пространства H_1	«Математические заметки», 1992, том 52, вып.1
172	К.А.Мирзоев	Об одном обобщении теоремы Истхема о предельной точке	«Успехи математических наук», 1992, том 47, вып.4 (286)
173	А.А.Афанасьев	Об одном обобщении теоремы Чернова	«Успехи математических наук», 1992, том 47, вып.6 (288)
174	В.И.Коляда	О некоторых обобщениях теоремы Харди-Литтлвуда-Пэли	«Математические заметки», 1992, том 51, вып.3
175	Д.С.Теляковский	Обобщение теоремы Меньшова об асимптотически моногенных функциях	«Вестник Московского университета», серия Математика, механика, 1992, № 4
176	С.И.Свинолупов, В.В.Соколов	Обобщение теоремы Ли и йордановы волчки	«Математические заметки», 1993, том 53, вып.2
177	Е.А.Горин	Обобщение одной теоремы Фугледе	Журнал «Алгебра и анализ», 1993, том 5, вып.4
178	Ю.Н.Миронова	Об одном обобщении теоремы Комфорта-Росса	«Тезисы докладов математической конференции, посвященной 200-летию со дня рождения Лобачевского», часть 1, Минск, 1993
179	С.М.Агеев	Эквивариантное обобщение теоремы Майкла о селекции	«Математические заметки», 1995, том 57, вып.4
180	И.Я.Цуркис	Об одном обобщении теорем Фредгольма	«Функциональный анализ и его

			приложения», 1995, том 29, вып.2
181	К.В.Руновский	Об одном обобщении теоремы Марцинкевича-Зигмунда	«Математические заметки», 1995, том 57, вып.2
182	А.Ю.Воловиков	К топологическому обобщению теоремы Тверберга	«Математические заметки», 1996, том 59, вып.3
183	С.Л.Березнюк, М.В.Гайлит	Обобщения теоремы Селиванова	«Сибирский математический журнал», 1996, том 37, № 3
184	А.Н.Зубков	Об одном обобщении теоремы Размыслова-Прочези	Журнал «Алгебра и логика», 1996, том 35, № 4
185	А.М.Минкин	Равносходимость. Обобщение теоремы Тамаркина-Стоуна	«Математические заметки», 1997, том 62, вып.6
186	И.А.Пушкарь	Многомерное обобщение теоремы Ильяшенко об абелевых интегралах	«Функциональный анализ и его приложения», 1997, том 31, вып.2
187	С.Г.Мерзляков	Обобщение теорем Лагерра о нулях целых функций	«Математические заметки», 1997, том 61, вып.6
188	Е.С.Половинкин	Обобщение теорем Каратеодори и Крейна-Мильмана для сильно выпуклых множеств	«Доклады Академии наук», 1997, том 355, № 2
189	В.А.Ильин	Еще об одном обобщении неравенства Бесселя и теоремы Рисса-Фишера для ряда Фурье по равномерно ограниченной ортонормированной системе	«Труды МИАН», 1997, том 219
190	Р.М.Тригуб	Обобщение формулы Эйлера-Маклорена	«Математические заметки», 1997, том 61, вып.2
191	В.М.Кадец	Обобщение одной теоремы Даугавета с приложениями к геометрии пространства С	«Функциональный анализ и его приложения», 1997, том 31, вып.3
192	Л.В.Розовский	Одно обобщение теоремы Колмогорова о законе повторного логарифма	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 1997, том 42, вып.1
193	Б.С.Кашин	О возможности обобщения теорем «об исправлении»	«Математические заметки», 1997, том 62, вып.6
194	Т.А.Мельник	Обобщение теоремы А.Н.Тихонова для квазидифференциальных уравнений	Журнал «Дифференциальные уравнения», 1997, том 33, № 8

195	Н.Ю.Нецветаев	Одно обобщение теоремы Лефшеца о гиперплоском сечении	«Записки научных семинаров ПОМИ», 1998, том 252
196	Е.А.Кудрявцева	Обобщение геометрической теоремы Пуанкаре в случае малых возмущений	Англоязычный журнал «Регулярная и хаотическая динамика», 1998, том 3, № 2
197	С.Г.Крыжевич	Обобщение теоремы Ляпунова об условной устойчивости на случай неаналитичности	«Вестник Санкт-Петербургского университета», серия 1, 1998, вып.4
198	П.Е.Пушкарь	Обобщение теоремы Чеканова. Диаметры иммерсированных многообразий и волновых фронтов	«Труды МИАН», 1998, том 221
199	В.И.Клименок	Обобщение теоремы Руше для задач массового обслуживания	«Вестник НАН Беларуси», 1998, том 34, № 1
200	А.В.Бадьин	Об одном обобщении теоремы Гильберта	«Вестник Московского университета», серия 3, 1999, № 2
201	Д.Реповш, А.Б.Скопенков	Препятствия для расслоений Зейферта и обобщение теоремы Болсинова-Фоменко об интегрируемых гамильтоновых системах	«Успехи математических наук», 1999, том 54, вып.3 (327)
202	Т.Г.Латфуллин	Обобщение теоремы Альфорса о квазиизометрическом отражении	«Сибирский математический журнал», 1999, том 40, № 4
203	А.А.Архипова, О.А.Ладыженская	Об одном обобщении леммы Геринга	«Записки научных семинаров ПОМИ», 1999, том 259
204	В.Н.Безверхний	Обобщение теоремы Магнуса	«Тезисы докладов международной конференции «Универсальная алгебра и ее приложения», Волгоград, 1999
205	В.В.Шенмайер	Обобщение теоремы Радо-Эдмондса для случая небулевых систем векторов	Материалы 27-й Международной научной конференции «Студент и научно-технический прогресс», Новосибирск, 1999
206	И.М.Новицкий, М.А.Романов	Обобщение теоремы Мерсера на неограниченные операторы	«Дальневосточный математический сборник», 1999, № 7
207	С.Б.Бутова	Развитие и обобщение теорем О.Тауссկи и А.Островского и исследование обобщенной модели Леонтьева-Форда	Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических

			наук, Ставрополь, 2000
208	М.В.Коробков	Об одном обобщении теоремы Дарбу на многомерный случай	«Сибирский математический журнал», 2000, том 41, № 1
209	Т.А.Срибная	Об одном обобщении теоремы Никодима о сходимости	«Вестник Самарского государственного университета», 2000, № 2
210	А.Хатамов	Многомерные аналоги прямых и обратных теорем Джексона и Бернштейна и их обобщения	«Математические заметки», 2000, том 67, вып.4
211	В.И.Богачев, М.Рекнер	Обобщение теоремы Хасьминского о существовании инвариантных мер для локально интегрируемых сносов	Журнал «Теория вероятностей и ее применения», 2000, том 45, вып.3
212	М.В.Коробков	Обобщение теоремы Лагранжа о среднем на случай векторнозначных отображений	«Сибирский математический журнал», 2001, том 42, № 2
213	Д.А.Шакин	О некоторых обобщениях комбинаторной теоремы Маколея на случай факторколец	«Математический сборник», 2001, том 192, № 9
214	Н.Н.Нехорошев	Обобщение теоремы Гордона	Англоязычный журнал «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, том 7, № 3
215	В.М.Круглов	Обобщение усиленного закона больших чисел Брунка-Прохорова	«Теория вероятностей и ее применения», 2002, том 47, вып.2
216	В.Н.Кокарев	Обобщение теоремы Калаби-Погорелова	«Труды участников международной школы-семинара по геометрии и анализу памяти Н.В.Ефима», Ростов-на-Дону, 2002
217	В.Н.Кокарев	Об уравнении несобственной аффинной сферы: обобщение теоремы Ергенса	«Математический сборник», 2003, том 194, № 11
218	Л.А.Шеметков	Обобщения теоремы Силова	«Сибирский математический журнал», 2003, том 44, № 6
219	А.А.Владимиров, В.И.Оселедец, А.Н.Рыбко	Нелинейное обобщение теоремы Перрона	«Доклады Академии наук», 2003, том 67, № 2
220	К.Ю.Горбунов	Одно обобщение теоремы Гильберта о базисе	«Математические заметки», 2003, том 74, вып.4
221	А.В.Кочергин	Некоторые обобщения теорем о	«Математический

		перемешивающих потоках с невырожденными седлами на двумерном торе	сборник», 2004, том 195, № 9
222	Т.В.Штепина	Обобщение теоремы Функа-Гекке на случай гиперболического пространства	«Известия Академии наук», серия математическая, 2004, том 68, вып.5
223	В.В.Костин	Обобщение теоремы Л.А.Балашова о подрядах ряда Фурье-Хаара	«Математические заметки», 2004, том 76, вып.5
224	Д.С.Теляковский	Обобщение теоремы Меньшова о функциях, удовлетворяющих условию К	«Математические заметки», 2004, том 76, вып.4
225	В.Е.Федоров	Обобщение теоремы Хилле-Иосиды на случай вырожденных полугрупп в локально выпуклых пространствах	«Сибирский математический журнал», 2005, том 46, № 2
226	И.Д.Шкредов	Об одном обобщении теоремы Семериди	«Доклады Академии наук», 2005, том 405, № 3
227	В.И.Парусников	Обобщение теоремы Пинкерле для k-членных рекуррентных соотношений	«Математические заметки», 2005, том 78, вып.6
228	В.Ю.Протасов	Об одном обобщении теоремы Понселе	«Успехи математических наук», 2006, том 61, вып.6 (372)
229	И.Х.Сабитов	Обобщение теоремы Погорелова-Стокера о полных развертывающихся поверхностях	Журнал «Фундаментальная и прикладная математика», 2006, том 12, вып.1
230	Б.В.Винницкий, В.Н.Дильный	Об обобщении теоремы Берлинга-Лакса	«Математические заметки», 2006, том 79, вып.3
231	С.М.Никольский	Обобщение основной теоремы в теории сферических функций	Журнал «Современная математика. Фундаментальные направления», 2007, том 25
232	И.П.Рочев	Об одном обобщении теоремы Полиа	«Математические заметки», 2007, том 81, вып.2
233	А.Г.Басуев	Гамильтониан границы раздела фаз и фазовые переходы первого рода. Обобщение теоремы Ли-Янга	Журнал «Теоретическая и математическая физика», 2007, том 153, № 1
234	А.В.Чернов	Об одном обобщении леммы Гронуолла на случай нелинейного оператора в лебеговых пространствах	«Вестник Нижегородского университета», 2007, № 2
235	Н.П.Долбилин	Теоремы Минковского о	Журнал «Успехи

		параллелоэдрах и их обобщения	математических наук», 2007, том 62, вып.4 (376)
236	Е.А.Олин	Обобщение теоремы сравнения Рауха и ее применение к локально выпуклым гиперповерхностям в пространствах Финслера-Адамара	«Труды конференции молодых ученых «Физика низких температур», Харьков, 2008
237	С.В.Бочкарев	Обобщение теоремы Колмогорова на биортогональные системы	«Труды МИАН», 2008, том 260
238	О.Н.Герман, Е.Л.Лакштанов	О многомерном обобщении теоремы Лагранжа для цепных дробей	«Известия РАН», серия математическая, 2008, том 72, вып.1
239	Д.Х.Гиниятова	Обобщение теорем Саца и Рушевея о точных оценках производных аналитических функций	«Известия вузов», серия Математика, 2009, № 12
240	П.А.Яськов	Об одном обобщении теоремы Меньшова-Радемахера	«Математические заметки», 2009, том 86, вып.6
241	И.В.Бычков	Реляционное обобщение теоремы Венна	«Сборник научных трудов «Прикладные информационные технологии и системы», Иркутск, 2009
242	Ю.В.Лысакова	Обобщение теоремы М.А.Красносельского о бифуркации в бесконечномерном случае	«Вестник Воронежского государственного университета», серия Физика, математика, 2009, № 1
243	А.Ю.Трынин	Обобщение теоремы отсчетов Уиттекера-Котельникова-Шеннона для непрерывных функций на отрезке	«Математический сборник», 2009, том 200, вып.11
244	М.В.Вдовин	Обобщение теоремы Лакса об эквивалентности и ее применение для приближенного решения некорректных дифференциальных задач Коши	«Труды 6-й Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи», Самара, 2009
245	Я.М.Жилейкин	Обобщение теоремы Кальдерона. Дискретизация непрерывных вэйвлет-преобразований	Журнал «Вычислительные методы и программирование», 2009, том 10
246	В.В.Дикусар, Г.А.Зеленков, Н.В.Зубов	О некоторых обобщениях теорем Рорбаха и Фреше	«Тезисы XVI конференции «Образование. Компьютер. Математика», Пущино,

			2009
247	Л.В.Веселова, О.Е.Тихонов	Обобщение теорем Крейна-Шмульяна и Лозановского на случай метризуемых пространств с конусом	«Ученые записки Казанского гос-го ун-та», серия Физико-математические науки, 2010, том 152, № 1
248	Е.А.Лебедева	Об одном обобщении теоремы Р.Йенча	«Математические заметки», 2010, том 88, вып.5
249	В.И.Фомин	Одно обобщение теоремы Перрона	«Вестник Тамбовского государственного технического ун-та», 2010, том 16, № 4
250	Ю.В.Третьяченко	Обобщение теоремы Хелли для функций со значениями в равномерном пространстве	«Известия высших учебных заведений», серия Математика, 2010, № 5
251	И.Е.Преображенский	Обобщение теоремы Иессена о сходимости сумм Римана на многомерный случай	«Ярославский педагогический вестник», 2010, том 3, № 4
252	Э.Б.Винберг	Об одном обобщении теоремы Шевалле	Московский семинар «Группы Ли и теория инвариантов», ГЗ МГУ, 06.10.2010 г.
253	Н.А.Широков	Обобщение теоремы Гандерсена-Хеймана	«Санкт-Петербургский семинар по теории операторов и теории функций», 21.02.2011 г.

Приложение 2.
Случайные открытия в науке и технике

Фактор случая в изобретении книгопечатания. Д.Перкинс в книге «Как стать гением» (Москва, изд-во АСТ, 2003) рассказывает о том, как Иоганнес Гуттенберг придумал эффективный ручной пресс для печатания книг, в связи с чем Гуттенберг и считается создателем технологии книгопечатания: «Ненадолго прервав свои лихорадочные поиски, Гуттенберг отправился на ежегодный прздник виноделов. Там совершенно случайно он натолкнулся на технологию из другой области, которая и дала ему ключ к решению. Он увидел ручной пресс, которым отжимали сок из виноградных ягод. Гуттенберг мгновенно сообразил, что подобное устройство наиболее пригодно для получения отпечатков с клише. Да, Гуттенбергу благоволила удача. Он мог пропустить этот винный фестиваль, но оказался в нужном месте и в нужное время» (Перкинс, 2003, с.56).

Фактор случая в открытии изохронности колебаний механического маятника. П.Бернстайн в книге «Против богов: укрощение риска» (Москва, ЗАО «Олимп-Бизнес», 2000) пишет об одном из открытий Галилео Галилея: «Однажды в 1583 году во время службы в Пизанском кафедральном соборе Галилео обратил внимание на лампу, свисавшую с потолка.Порывы сквозняка раскачивали ее то сильнее, то слабее. Он заметил, что все колебания совершались за один и тот же промежуток времени независимо от величины амплитуды. Результатом этого случайного наблюдения стало использование маятника для производства часов» (П.Бернстайн, 2000).

Фактор случая в открытии давления атмосферы. К.А.Гельвеций в трактате «Об уме» (К.А.Гельвеций, «Сочинения в 2-х томах», Москва, «Прогресс», 1973) аргументирует: «А случай гораздо больше участвует в нашем воспитании, чем обыкновенно думают. Именно случай ставит перед нашими глазами известные предметы, следовательно, вызывает у нас особенно удачные идеи и приводит нас иногда к великим открытиям. Приведу несколько примеров. Случай привел Галилея во Флорентийские сады в то время, когда садовники накачивали воду; случай подсказал садовникам мысль обратиться к Галилею с вопросом, почему они не могут поднять воду выше, чем на 32 фута, а этот вопрос задел ум и тщеславие философа…» (Гельвеций, 1973, с.327). «Следовательно, - резюмирует К.А.Гельвеций, - великие гении часто бывали обязаны случаю своими наиболее удачными идеями» (там же, с.328).

Фактор случая в изобретении телескопа (подзорной трубы). Лев Гумилевский в статье «Как ученый приходит к открытию» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 1) пишет: «В Голландии сын оптического мастера Захарий Янсен, учившийся мастерству у отца, весной 1590 года случайно посмотрел сквозь наложенные друг на друга два выпуклых стекла на крошечного паучка, занесенного ветром в открытое окно. Паучок показался юноше огромным… Громадное увеличение, полученное при помощи стекол, привлекло внимание отца. Вместе с сыном они построили первый сложный микроскоп» (Гумилевский, 1968, с.7). Ф.Розенбергер в книге «История физики» (Москва-Ленинград, 1934) приводит выписку из рукописи патера Шейнера от 1616 года: «…Зрительная труба была изобретена в Германии и Бельгии, и притом случайно, продавцом очков, который для забавы или для других целей складывал вместе выпуклые и вогнутые стекла и дошел, наконец, до сочетания, позволяющего видеть далекие предметы как бы вблизи и в увеличенном виде» (Розенбергер, 1934, с.74). Ф.Даннеман в книге «История естествознания» (Одесса, типография фирмы «Вестник виноделия», 1913) пишет о том, как был изобретен телескоп: «Этим изобретением мы обязаны случаю; рассказывают, что Липперсгей, направив раз свою комбинацию линз на флюгер, находившийся неподалеку колокольни, был поражен увеличительным действием этих стекол» (Даннеман, 1913, с.130).

Фактор случая в открытии дифракции света. Марио Льоцци в книге «История физики» (Москва, «Мир», 1970) рассказывает о том, как Франческо Гримальди открыл дифракцию света, которую он описал в «Физико-математическом трактате о свете, цветах и радуге» (1665). М.Льоцци анализирует эту книгу Гримальди: «Книга начинается с заявления об открытии нового типа отклонения света, названного Гримальди дифракцией – термином, сохранившимся в науке и по сей день. Открытие это было, несомненно, случайным и обязано тому обстоятельству, что Гримальди экспериментировал с очень тонкими пучками света, получающимися за маленьким отверстием в освещенном солнцем окне. В пучке света, проходящем через отверстие, ученый помещал предмет и получал его тень на белом экране. Он заметил, что на экране тень оказалась шире, чем должна была быть геометрическая тень, и, кроме того, по обе стороны от нее лежали три цветные полосы, синие с внутренней стороны по отношению к тени и красные с наружной» (Льоцци, 1970, с.121).

Фактор случая в одном из открытий Исаака Ньютона. С.И.Вавилов в книге «Исаак Ньютон» (Москва-Ленинград, изд-во АН СССР, 1945) пишет о том, как фактор случая заставил Ньютона исследовать оптические свойства тонких пластинок (пленок): «Поводом исследования цветов тонких пластинок явилось следующее обстоятельство. Складывая однажды случайно две призмы полного внутреннего отражения, гипотенузные плоскости которых были несколько искривлены, Ньютон заметил, что в месте касания двух призм появилось пятно, которое оставалось прозрачным даже при установке призм на полное отражение, в отраженном же свете всегда казалось темным. Для упрощения опыта Ньютон решил повторить его, наложив плоской стороной на двояковыпуклую линзу другую линзу, плосковыпуклую. Таким образом, между двумя линзами образовался воздушный слой переменной толщины. При освещении системы линз появлялись правильные концентрические цветные кольца, окружавшие место соприкосновения стекол. Таким образом, Ньютон нашел новый метод изучения цветов, возникающих при отражении света от двух граней тонких слоев» (С.И.Вавилов, 1945).

Фактор случая в открытии хроматической аберрации. В.П.Карцев в книге «Ньютон» (Москва, «Молодая гвардия», 1987) повествует о том, как Исаак Ньютон открыл хроматическую аберрацию: «Хроматическая аберрация, как стали впоследствии называть это явление, была открыта Ньютоном случайно, но лишь в том смысле, в каком вообще можно говорить о случайности в научных открытиях. Даже если предположить, что это была случайность, которая могла бы одарить любого, занявшегося подобной работой, и даже если отвлечься от того, что такая случайность прошла мимо «рысьеглазого» Галилея, мудрейшего Декарта, трудолюбивейшего Кеплера, то и тогда заслуга Ньютона весьма велика. Он извлекает из своего «случайного» открытия все, что может извлечь мощный гений…» (В.П.Карцев, 1987). «Ньютон подметил, - продолжает В.П.Карцев, - что изображения, даваемые линзами, всякий раз окружены очень тонкой цветной каемкой. Какие бы усилия ни прилагал он, чтобы прогнать каемку, она появлялась вновь и вновь. Каемка была очень слабой, на нее попросту не обращали внимания великие предшественники Ньютона. А он установил, что точно такие же тончайшие цветные ободочки на изображении есть у всех телескопов и всех линз при любой их форме и точности обработки. Ньютон решил, что именно этот дефект наряду со сферической аберрацией затрудняет достижение резкости изображения в линзах и телескопах» (В.П.Карцев, 1987).

Фактор случая в открытии Жана Рише. С.Азаров в статье «Зачем измерять силу тяжести» (журнал «Наука и жизнь», 1992, № 11) пишет: «В 1676 году французский натуралист Жан Рише, переехав из Парижа (49° северной широты) в Кайену (5° северной широты вблизи Экватора), обнаружил, что его маятниковые часы отстают на две с половиной минуты в сутки. Чтобы отставание ликвидировать, маятник пришлось укоротить, а по возвращении в

Париж вновь восстановить его первоначальную длину, чтобы часы не «бежали». Этот случай и несколько аналогичных легли в основу вывода: ускорение свободного падения в экваториальной части Земли меньше, чем на ее полюсах (значения g по современным данным составляют 978 и 983 Гал соответственно), потому что экваториальный радиус Земли больше полярного. Так впервые измерили эксцентриситет Земли» (Азаров, 1992, с.83).

Фактор случая в изобретении лейденской банки (конденсатора). Ф.Розенбергер в книге «История физики» (Москва-Ленинград, ОНТИ ГТТИ, 1934) рассказывает о том, как Питер Мушенбрек изобрел лейденскую банку: «Он вместе со своими друзьями пытался сохранить электричество в теле; в этих опытах принимал участие некто Кунеус, богатый гражданин города Лейдена; последний случайно дотронулся рукой до гвоздя, посредством которого электричество проводилось в воду, наполнявшую банку, для сохранения его в воде; Кунеус при этом получил очень сильный удар. Молва об этом быстро распространилась, и этот опыт стал повторяться во многих других местах» (Розенбергер, 1934, с.287).

Фактор случая в открытии Георга Лихтенберга. Ф.Розенбергер в книге «История физики» (1934) повествует о случайной находке Лихтенберга: «Электрофор оказался очень плодотворным прибором, так как он вскоре привел к новому открытию, не менее изумившему физиков. Георг Христофор Лихтенберг (1744-1799 гг., профессор физики в Геттингене) заметил случайно, что если направить электричество с острия на смоляную поверхность электрофора и посыпать ее потом смоляным порошком, то последний пристает к смоляной поверхности только местами, образуя известной формы фигуры. Далее, он заметил, что для положительного и отрицательного электричества фигуры имеют различный вид. Эти опыты в различных интересных видоизменениях он описал в трудах Геттингенского научного общества за 1777 и 1778 гг.» (Розенбергер, 1934, с.327).

Фактор случая в изобретении прядильной машины Харгривса. К.В.Рыжов в книге «100 великих изобретений» (Москва, «Вече», 1999) пишет о том, как Джеймс Харгривс (1765) создал свою машину: «Харгривс был ткач. Пряжу для него изготовляла жена, и того, что она успевала напрясть за день, было для него недостаточно. Поэтому он много думал над тем, каким образом можно было бы ускорить работу прядильщиц. Случай пришел ему на помощь. Однажды дочь Харгривса, Дженни, нечаянно опрокинула прялку, однако колесо ее продолжало вертеться, а веретено продолжало прясть пряжу, хотя находилось в вертикальном, а не горизонтальном положении. Харгривс немедленно использовал это наблюдение и построил в 1764 году машину с восемью вертикальными веретенами и одним колесом» (Рыжов, 1999, с.87).

Фактор случая в открытии инфракрасных (тепловых) лучей. Сергей Смирнов в заметке «Наши вопросы – ваши ответы» (журнал «Знание-сила», 2000, № 12) пишет о том, как Вильям Гершель открыл тепловые лучи: «Инфракрасное излучение Солнца случайно обнаружил астроном Вильям Гершель в 1800 году, когда он пытался измерить температуру, до которой нагревают термометр лучи разных цветов» (Смирнов, 2000, с.123).

Фактор случая в открытии поляризации света. О.П.Мороз в книге «Свет озарений» (Москва, «Знание», 1980) повествует о том, как французский ученый Этьен Луи Малюс (1808) открыл явление поляризации света: «Начиная с 1808 года одно за другим было сделано несколько экспериментальных открытий, вроде бы опять склонивших чашу весов в пользу корпускулярной гипотезы. Главные из них принадлежали французскому военному инженеру Этьену Малюсу. Араго утверждает, что первое и основное открытие было сделано совершенно случайно. Однажды вечером – это было как раз в 1808 году – Малюс рассматривал сквозь кристалл исландского шпата отражение заходящего солнца от окон Люксембургского дворца (дворец располагался против его квартиры). Он заметил, что вместо обычных двух изображений, наблюдаемых при прямом рассматривании предмета через кристалл, здесь получается только одно» (О.П.Мороз, 1980). О случайном открытии Малюса говорит также М.В.Терентьев в книге «История эфира» (Москва, «Фазис», 1999): «Кроме того, существовал простой факт прямолинейности световых лучей, который выглядел неразрешимой загадкой в волновой картине. А в 1808 году возникли новые проблемы, когда французский физик Э.Малюс (1775-1812), наблюдая сквозь пластинку исландского шпата свет, преломленный в окнах Люксембургского дворца, случайно обнаружил явление, которое вскоре было им правильно интерпретировано как следствие «поляризации» (Терентьев, 1999, с.96). Наконец, упоминание о том же факторе случая можно найти в статье А.С.Шманая и Г.Н.Синякова «Исторические аспекты исследования явления двойного лучепреломления и поляризации света» («Материалы 47-й студенческой научно-практической конференции», Минск, Минский государственный высший радиотехнический колледж, 2007), в которой авторы констатируют: «В 1808 г. французский физик Этьен Луи Малюс (1775-1812) случайно посмотрел на отражение заходящего солнца в окне Люксембургского дворца через пластинку исландского шпата, которую постоянно носил с собой. Яркость света при повороте пластинки изменялась. Проделав той же ночью опыты с отражением света от стекла и поверхности воды, он убедился: отраженный свет действительно гасится, проходя через кристалл. Малюс предположил, что корпускулы света, как и магнит, имеют полюса, а наблюдаемое явление назвал поляризацией» (Шманай, Синяков, 2007, с.77).

Фактор случая в получении первых результатов, давших начало спектральному анализу. Б.М.Кедров в статье «Опыт методологического анализа научных открытий» (журнал «Вопросы философии», 1960, № 5) пишет об одном из случайных открытий Уильяма Волластона, которое в дальнейшем привело к разработке спектрального анализа: «В 1802 году Уолластон сделал открытие, носившее характер случайного, чисто эмпирического наблюдения. Он заметил, что если вместо круглого отверстия воспользоваться узкой щелью в экране и через нее пропустить солнечный свет, то (после прохождения через соответствующую призму) этот свет не даст сплошного, непрерывного спектра; спектр получится пересеченным какими-то черными линиями. Будучи узким эмпириком, Уолластон не искал причин этого факта и не задумывался над его объяснением. К тому же он полагал, что обнаруженные им линии не являются постоянными и что они изменяются в зависимости от того, какая выбрана призма и какой яркостью обладает свет» (Б.М.Кедров, 1960). «Если за исходный пункт научного развития, приведшего к данному открытию (открытию спектрального анализа – Н.Н.Б.), принять первое наблюдение Уолластоном прерывности солнечного спектра, то есть наличия в нем темных линий (1802), то получится, что постепенное эволюционное развитие научной мысли продолжалось около 57 лет» (Б.М.Кедров, 1960).

Фактор случая в открытии Августа Кундта. Ф.Розенбергер в книге «История физики» (1936) пишет о том, как А.Кундт обнаружил аномальную дисперсию отдельных газов и паров: «…Кундт высказал мысль, что, вероятно, и отдельные газы и пары с очень большой поглощательной способностью обладают аномальной дисперсией, но тогда он еще сомневался в возможности ее наблюдения. Однако позднее ему случайно удалось ее наблюдать. Приготовляя совместно со своим ассистентом Кольраушем к лекции опыт по обращению светлой линии натрия, он отбросил на экран через вертикальную призму яркий горизонтальный спектр от электрической дуги и, поставив на пути света бунзеновскую горелку, в которой горел кусочек металлического натрия, заметил, что спектр имел своеобразный вид, показанный на приложенном здесь рисунке. Странные изгибы возле темной линии D он тотчас же удачно объяснил аномальной дисперсией света парами натрия, которые, благодаря конической форме пламени, должны были действовать, как призма» (Розенбергер, 1936, с.343).

Фактор случая в открытии явления электролиза. Лауреат Нобелевской премии по физике Стивен Вайнберг в книге «Открытие субатомных частиц» (Москва, «Мир», 1986) пишет: «Электролиз был открыт в известной степени случайно в апреле 1800 г. Уильямом Николсоном (1753-1815) и Энтони Карлайлом (1768-1840). Изучая работу электрических батарей, они как-то капнули капельку воды на место соединения проводника с батареей, желая улучшить электрический контакт. Там, где проводник входил в воду, появились пузырьки газа. Погрузив проволочки, присоединенные к полюсам батареи, в трубку с водой, чтобы внимательно изучить замеченное явление, исследователи обнаружили, что на проволочке, присоединенной к отрицательному полюсу батареи, выделился газообразный водород, а на проволочке, соединенной с положительным полюсом, - кислород. Вскоре выяснилось, что таким путем можно химически разлагать и другие вещества» (Вайнберг, 1986, с.125).

Фактор случая в открытии эффекта влияния электрического тока на магнитную стрелку. Б.Е.Явелов в статье «Открытие Ханса Кристиана Эрстеда» (журнал «Природа», 1978, № 7) пишет о случайности открытия Эрстеда, заметившего не без помощи своих студентов, как отклоняется стрелка компаса при воздействии на нее электрического тока: «Сомнений в приоритете Эрстеда, по существу, не было, но сразу же возник спор, случайно или неслучайно его открытие» (Явелов, 1978, с.67). Далее Б.Е.Явелов дает понять, что случай сыграл свою роль не только в открытии Эрстеда: «Но открытия всех новых явлений в той или иной степени случайны – и открытие Л.Гальвани электрического тока, и открытие В.К.Рентгеном его лучей, и открытие А.Беккерелем радиоактивности, и даже открытие атомного ядра Э.Резерфордом. Очень часто цитируют Н.Бора, утверждавшего, что новая фундаментальная физическая теория должна быть достаточно «сумасшедшей». Однако и экспериментальное открытие нового явления (по Капице) также требует «сумасшедшего» эксперимента, а удача в таком эксперименте – дело случая. Но все первооткрыватели новых явлений так или иначе искали этот случай. Не был исключением и Эрстед» (там же, с.67). Эрнст Мах в книге «Познание и заблуждение» (2003) также отмечает роль фактора случая в открытии связи между электричеством и магнетизмом: «Наконец, Эрстеду посчастливилось отыскать ее. Он заметил – случайно, во время какой-то лекции, - что магнитная игла приходит в движение при замыкании вольтова столба, и в его руках вдруг оказалась нить, которую так долго искали, как он, так и другие. Теперь важно было только не выпускать ее из рук» (Мах, 2003, с.287). Об этом же говорят И.Королюк и А.Цыб в книге «Беседы о ядерной медицине» (Москва, «Молодая гвардия», 1988): «Вообще-то говоря, на новое явление ученые наталкиваются случайно не так уж редко. Утверждают, что взаимосвязь электричества и магнетизма была установлена датским физиком Х.Эрстедом случайно, когда он пропускал по проводнику электрический ток, а студент заметил отклонение намагниченной стрелки» (Королюк, Цыб, 1988, с.9). Приведем еще фрагмент из книги А.С.Майданова «Искусство открытия. Методология и логика научного творчества» (Москва, изд-во «Репро», 1993): «Свое великое открытие Эрстед сделал благодаря тому, что во время опыта, в котором он хотел продемонстрировать студентам способность электричества нагревать проволоку, случайно на нужном, вполне определенном расстоянии от проволоки и в определенном положении к ней оказалась магнитная стрелка. К этому прибавилась еще наблюдательность одного зоркого студента, который также случайно в нужный момент посмотрел на компас и заметил, что стрелка поворачивается» (А.С.Майданов, 1993).

Фактор случая в открытии эффекта магнитного вращения. Эрнст Мах в книге «Познание и заблуждение» (Москва, «Бином», 2003) пишет об одной случайной находке Франсуа Араго: «Другим открытием Араго обязан случайному наблюдению сильного ослабления колебаний магнитной иглы поверх медной пластинки. Допущение обратного действия побудило его привести медный диск в быстрое вращение, и магнитная игла тоже стала вращаться, т.е. медь обнаруживала, следовательно, «магнетизм вращения» (Мах, 2003, с.290). Об этом же случайном открытии Ф.Араго говорит К.В.Рыжов в книге «100 великих изобретений» (1999). Описывая события 1820 года, он отмечает: «В том же году французский ученый Араго сделал другое важное открытие: проволока, по которой он пропускал электрический ток, случайно оказалась погруженной в ящик с железными опилками. Опилки прилипли к проволоке, как будто это был магнит. Когда же ток отключили, опилки отпали. Исследовав это явление, Араго создал первый электромагнит – одно из важнейших электротехнических устройств, которое используется во множестве электрических приборов» (Рыжов, 1999, с.142).

Фактор случая в обнаружении электромагнитной индукции. Эрнст Мах в книге «Познание и заблуждение» (2003) повествует об одном из самых главных открытий Майкла Фарадея: «Фарадей долгое время тщетно пытался получить при помощи магнитов электрический ток, пока счастливый случай не навел его на след. Опуская магнит в катушку и вынимая его оттуда, он каждый раз наблюдал мгновенное отклонение стрелки в замкнутом в одну цепь с катушкой гальванометре. Открытие явлений индукции было этим обеспечено, и Фарадей скоро знал все ее формы и правила» (Мах, 2003, с.290). Этот же фактор случая рассматривают И.Королюк и А.Цыб в книге «Беседы о ядерной медицине» (1988): «Историки упоминают, что английский физик М.Фарадей также «случайно» заметил отклонение стрелки и благодаря этому открыл закон электромагнитной индукции» (Королюк, Цыб, 1988, с.9).

Фактор случая в изобретении первого топливного элемента. Ю.Чирков в статье «Электрохимическая энергетика» (журнал «Наука и жизнь», 1981, № 5) пишет: «По вечерам, сбросив судейскую мантию, Уильям Роберт Гров отдавал свой досуг любимой науке – электрохимии. И занятия эти шли столь успешно, что сейчас, собственно, помнят не юриста Грова, а Грова – электрохимика. В 1839 году в январском номере «Философского журнала» Гров описал опыт: стрелка гальванометра отклонялась, когда его соединяли с двумя платиновыми полосками, полупогруженными в сосуд с разбавленной серной кислотой; одна полоска обдувалась водородом, другая – кислородом. Так был создан первый топливный элемент – водородно-кислородный… Открытие это сделано, по-видимому, случайно. Ведь первоначальная цель Грова – произвести разложение воды (точнее, раствора серной кислоты) электрическим током на водород и кислород» (Чирков, 1981, с.60). Об этом же факторе случая Ю.Чирков сообщает в книге «Любимое дитя электрохимии» (Москва, «Знание», 1985): «Прежде всего, заметим, что открытие сделано было, видимо, случайно. Ведь целью Грова было произвести разложение воды (точнее, раствора серной кислоты) электрическим током на водород и кислород. То, что процесс может идти и в обратную сторону (водород и кислород, соединившись, образуют воду) и что при этом получается электрический ток, для Грова было явлением побочным. И сообщение об этом было помещено в постскриптуме к статье, как бы между прочим. Не сразу ученый и его современники осознали: в науке произошло событие значительное» (Чирков, 1985, с.6).

Фактор случая в открытии частного случая закона Ома. Д.К.Самин в книге «100 великих научных открытий» (Москва, «Вече», 2003) пишет об открытии Стефано Марианини: «Одним из первых ученых, занявшихся вопросом проводимости проводников, был Стефано Марианини (1790-1866). К своему открытию он пришел случайно, изучая напряжение батарей. Стефано заметил, что с увеличением числа элементов Вольтова столба электромагнитное воздействие на стрелку не увеличивается заметным образом. Это заставило Марианини сразу же подумать, что каждый вольтов элемент представляет собой препятствие для прохождения тока. Он провел опыты с парами «активными» и «неактивными» (т.е. состоящими из двух медных пластинок, разделенных влажной прокладкой) и опытным путем нашел отношение, в котором современный читатель узнает частный случай закона Ома, когда сопротивление внешней цепи не принимается во внимание, как это было в опыте Марианини. Ом признавал заслуги Марианини, хотя его труды и не стали непосредственной помощью в работе» (Д.К.Самин, 2003). Об этом же сообщает Марио Льоцци в книге «История физики»

(Москва, «Мир», 1970): «Среди тех немногих ученых, которые первыми стали заниматься вопросом проводимости проводников после изобретения гальванометра, был Стефано Марианини (1790-1866). К своему открытию он пришел случайно, изучая напряжение батарей. Он заметил, что с увеличением числа элементов вольтова столба электромагнитное воздействие на стрелку не увеличивается заметным образом. Это заставило Марианини сразу же подумать, что каждый вольтов элемент представляет собой препятствие для прохождения тока. Он делал опыты с парами «активными» и «неактивными» (т.е. состоящими из двух медных пластинок, разделенных влажной прокладкой) и опытным путем нашел отношение, в котором современный читатель узнает частный случай закона Ома, когда сопротивление внешней цепи не принимается во внимание, как это и было в опыте Марианини» (Льоцци, 1970, с.258).

Фактор случая в разработке способа закалки рельсов. .Г.Гинер в статье «Качество рельсов было и есть предмет бесконечных комиссий…» (журнал «Химия и жизнь», 1969, № 11) пишет о том, как российский промышленник Константин Павлович Поленов (1864) и его рабочие разработали способ закалки рельсов: «Около ста лет назад на Нижнее-Салдинском уральском заводе Демидова произошел случай, вошедший в историю рельсового производства. Однажды после прокатки раскаленный докрасна рельс вынесли во двор для осмотра. Рабочие случайно уронили его на снег, что, конечно, было грубым нарушением технологии. Но, ко всеобщему удивлению, именно этот рельс при испытании под копром оказался исключительно прочным. Тогда управляющий велел соорудить специальную чугунную колоду и наполнить ее водой. Неостывшие рельсы перед отправкой заказчику окунали в ванну. Это был первый в мировой практике опыт термической обработки рельсов» (Гинер, 1969, с.50).

Фактор случая в изобретении дифракционной решетки. Г.Липсон в книге «Великие эксперименты в физике» (Москва, «Мир», 1972) пишет о том, как Фраунгофер изобрел дифракционную решетку: «Дальнейшее развитие спектрометров, прежде всего, связано с изобретением дифракционной решетки. Это изобретение было, по-видимому, сделано случайно, хотя только великий ум способен полностью понять и оценить счастливый случай, выпавший на его долю» (Липсон, 1972, с.100). «Дифракционную картину от щели сегодня легко наблюдать в любом обычном спектрометре, - продолжает Г.Липсон, - но во времена Фраунгофера при тогдашних относительно слабых источниках света это было довольно трудным делом. Фраунгофер решил увеличить яркость источника, сделав несколько параллельных щелей и поместив их в параллельный пучок света в спектрометре. Для удобства он сделал эти щели на равных расстояниях одну от другой. К своему удивлению, он обнаружил несколько дополнительных дифракционных картин. Таким образом, он первым сделал дифракционную решетку» (там же, с.100).

Фактор случая в изобретении фотографии. Сергей Транковский в статье «Дагер – создатель фотографии» (журнал «Наука и жизнь», 2009, № 7) пишет о том, как Луи Дагер обнаружил способность паров ртути проявлять изображение: «Как это нередко бывает, открытие произошло случайно. Однажды Дагер оставил в шкафу несколько экспонированных пластинок и через некоторое время обнаружил на одной изображение. Он сразу понял, что проявляющее действие оказали пары какого-то вещества, хранящегося в шкафу. Вынимая одну за другой банки и кладя каждый раз новые пластинки, он спустя несколько часов неизменно обнаруживал проявленное изображение. И только тщательно обыскав весь шкаф, нашел забытую чашечку со ртутью. Ее пары, прореагировав с экспонированным материалом пластинки, сделали изображение хорошо видным» (Транковский, 2009, с.15). Этот же исторический факт описывает Эрнст Мах в книге «Познание и заблуждение» (2003): «Дагер пытался получить изображения на серебряных пластинках, покрытых тонким слоем йодистого серебра, подвергая их действию света в камере-обскуре, но ему это не удавалось, несмотря на многократные попытки. Он спрятал тогда эти пластинки в шкаф. По истечении нескольких недель он вынул их из шкафа и вдруг увидел на них прекраснейшие изображения. Он никак не мог объяснить себе, как они образовались. Удаление аппаратов и реагентов из шкафа не меняло ничего; когда подвергнутые действию света пластинки вновь были внесены в шкаф, на них по истечении нескольких часов оказались те же изображения. Наконец, стало ясно, что чудо это обязано своим происхождением оставшейся в шкафу чашке с ртутью; пары ртути оседали на подвергшихся действию света местах, подобно изображениям Мозера. (…) Здесь, следовательно, случай привел и к искомому изобретению, и к неискомому открытию» (Мах, 2003, с.292). Сказанное может подтвердить К.В.Рыжов, который в книге «100 великих изобретений» (Москва, «Вече», 1999) описывает случайное открытие Луи Дагера: «В темной комнате находилось много химических веществ. Дагер принялся за поиски. Каждую ночь он клал новую пластинку в кладовку и каждое утро убирал ее оттуда вместе с одним из химических реактивов. Он повторял эти опыты до тех пор, пока не удалил из комнаты все химикаты, и положил новую пластинку уже на пустую полку. К его удивлению, утром эта пластинка тоже оказалась проявленной. Он тщательно обследовал комнату и нашел в ней немного пролитой ртути: пары ее и были химическим проявителем. После этого Дагер мог уже без всякого труда разработать все детали фотографического процесса…» (Рыжов, 1999, с.132).

Фактор случая в обнаружении свойства йодистого серебра фиксировать изображение. Сергей Транковский в статье «Дагер – создатель фотографии» (журнал «Наука и жизнь», 2009, № 7) дает понять, что фактор случая сыграл свою роль и тогда, когда Луи Дагер обнаружил способность йодистого серебра выступать в качестве фиксатора изображения: «21 мая 1831 года он (Дагер – Н.Н.Б.) сообщил Ньепсу, что свет сильно действует на йодистое серебро. Получалось слабое изображение, которое можно было слегка улучшить, промыв пластинку горячим раствором поваренной соли или гипосульфита. Сохранился рассказ, что обнаружил он это, забыв ложку на серебряной пластинке, залитой йодом, - под действием света на ней осталось изображение ложки» (Транковский, 2009, с.15). Об этом же пишет Эдвард де Боно в книге «Использование латерального мышления» (Минск, «Поппури», 2005): «Соли серебра для придания бумаге светочувствительности стали применять с тех пор, как французский изобретатель Дагер и его ассистент заметили изображение, оставленное серебряной ложкой, лежавшей на йодированной металлической поверхности» (Э.де Боно, 2005). «Если бы не случай, - продолжает Э.де Боно, - Дагеру пришлось бы перепробовать бесчисленное множество химических реактивов в поисках соответствующего светочувствительного химического соединения» (Э.де Боно, 2005). Указанное случайное обстоятельство описывают также И.Королюк и А.Цыб в книге «Беседы о ядерной медицине» (1988): «Случайно серебряная ложка французского художника и изобретателя Л.Дагера оказалась на полированной металлической поверхности, вследствие чего в 1839 году предложен был первый практически пригодный тип фотографии - дагерротипия» (Королюк, Цыб, 1988, с.10).

Фактор случая в открытии Джона Тиндаля. Я.И.Перельман в книге «Занимательная физика» (Ленинград, «Молодая гвардия», 1934) пишет: «…Даже совершенно прозрачный воздух может, при некоторых условиях, отражать звуковые волны, - именно в том случае, когда он, по способности проводить звук, отличается почему-либо от остальной массы воздуха. Здесь происходит явление, сходное с тем, что в оптике называется «полным внутренним отражением». Звук отражается от невидимого препятствия, и мы слышим загадочное эхо, идущее неизвестно откуда. Тиндаль случайно открыл этот любопытный факт, когда производил опыты со звуковыми сигналами на берегу моря. «От совершенно прозрачного воздуха получалось эхо, - пишет он. – Эхо шло к нам, словно по волшебству, от невидимых звуковых облаков». Звуковыми облаками знаменитый английский физик называет те участки прозрачного воздуха, которые задерживают звук и заставляют его отражаться, порождая «эхо от воздуха» (Перельман, 1934, с.214).

Фактор случая в открытии Давида Брюстера. Ю.В.Ивлев в книге «Логика для юристов» (Москва, «Дело», 2000) пишет: «Английский физик Д.Брюстер следующим образом открыл причину переливов радужных цветов на поверхности перламутровых раковин. Случайно он получил отпечаток перламутровой раковины на воске и обнаружил на поверхности воска ту же игру радужных цветов, что и на раковине. Он сделал отпечатки раковины на гипсе, смоле, каучуке и других веществах и убедился, что не особый химический состав вещества перламутровой раковины, а определенное строение ее внутренней поверхности вызывает эту прекрасную игру цветов» (Ю.В.Ивлев, 2000). Об этом же пишет В.В.Горбатов в книге «Логика» (Москва, Международный институт эконометрики, информатики, финансов и права, 2004).

Фактор случая в открытии Жана Фуко. В.И.Корякин и А.А.Хребтов в книге «От астролябии к навигационным комплексам» (Санкт-Петербург, «Судостроение», 1994) сообщают о том, как французский физик-экспериментатор Жан Бернар Леон Фуко открыл свойство гироскопа прецессировать к меридиану: «Интересно отметить, что свойство гироскопа прецессировать к меридиану Фуко обнаружил случайно. Во время одного из опытов с гироскопом случайно ущемились цапфы горизонтального кольца и гироскоп стал стремиться в плоскость географического меридиана. Изучая это явление, Фуко доказал, что с помощью гироскопа можно построить механический компас» (Корякин, Хребтов, 1994, с.124).

Фактор случая в изобретении телефона. В.Лишевский в статье «Первое столетие телефона» (журнал «Наука и жизнь», 1975, № 7) пишет: «Электрический телефон ведет свою родословную с 1875 года. Его изобретатель Александер Грейам Белл (1847-1922) сделал свое открытие почти случайно» (Лишевский, 1975, с.50). «2 июня 1875 года Белл и его помощник Ватсон занимались настройкой своих устройств (многоканального телеграфа – Н.Н.Б.), находящихся в разных комнатах на расстоянии примерно 18 метров. Ватсон, возившийся у передающего устройства, никак не мог освободить один из подвижных контактов, припаявшихся к неподвижному. При этом он нечаянно дотрагивался до других пластин, которые издавали при касании дребезжащие звуки. Белл, обладавший тонким слухом, услышал легкое звучание в приемном устройстве и бросился в комнату Ватсона. «Что вы сейчас делали?» – возбужденно спросил он своего помощника. Ватсон объяснил. Белл понял: пластинка – контакт в передающем аппарате работала как примитивная мембрана. (…) В тот же вечер Ватсон получил задание от Белла изготовить телефон – прибор для передачи звуков на расстояние» (там же, с.50). Об этом же повествует Н.Коноплева в статье «Современный телефон: мечта и реальность» (журнал «Наука и жизнь», 2001, № 10): «Дело было так. Белл в своей лаборатории ставил эксперименты по передаче электрических сигналов по проводам. Он и не собирался изобретать телефон. Он просто еще не знал, что это такое. Через несколько комнат был натянут провод, и у одного конца его возился с приемной аппаратурой Белл, у другого – налаживал источник сигналов Ватсон. У Ватсона что-то не получалось, и он тихонько чертыхнулся. Шеф никак не мог услышать этого через несколько комнат, но одна из деталей приемного устройства сработала как резонатор, и Белл ясно услышал первое в мире телефонное сообщение! Он бросился в комнату к Ватсону с радостными криками: «Повторите! Повторите!», обнял и расцеловал коллегу. Так свершилось великое открытие, которое в корне изменило нашу жизнь, решив многие проблемы общения и создав новые» (Коноплева, 2001, с.128). Можно также процитировать М.Уилсона, который в книге «Американские ученые и изобретатели» (Москва, «Знание», 1975) указывает: «Ровно за год до успешной демонстрации на Выставке Столетия, в жаркий июньский полдень 1875 года, Белл благодаря чистой случайности нашел способ сконструировать телефон» (Уилсон, 1975, с.47). «Ватсон, возившийся у передающего устройства, - продолжает М.Уилсон, - никак не мог высвободить второй конец одной из пружин, застрявшей в какой-то щели. Пытаясь высвободить пружину, он то и дело прикасался к остальным пластинкам, которые при этом издавали дребезжащие звуки. Хотя экспериментаторы полагали, что линия не работает, тонкий слух Белла уловил слабое дребезжание в приемном устройстве. Он тут же догадался, что произошло, и стремглав бросился в комнату к Ватсону.

- Что вы сейчас делали? – закричал он. – Ничего не меняйте!

Ватсон стал было объяснять, в чем дело, но Белл взволнованно перебил его, сказав, что они сейчас открыли то, что все время искали» (Уилсон, 1975, с.47).

Фактор случая в изобретении микрофона. Ф.Розенбергер в книге «История физики» (1936) говорит о том, как Давид Юз решил проблему усиления звуковых колебаний, поставленную еще Т.Эдисоном: «Согласно сообщению Приса (в заседании Общества английских инженеров-телеграфистов 23 мая 1878 г.) Юз попытался достигнуть этой цели путем удлинения и укорочения самого провода, но безуспешно; однако, когда у него случайно оборвался провод и он слабо соединил концы его в месте разрыва, то заметил, что происходившие поблизости шумы стали передаваться в телефон. По-видимому, тогда он вспомнил о громких шумах, какими реагируют на звуки отдельные слабо укрепленные предметы, например, оконные стекла, и это навело его на совершенно новую мысль усиливать предварительно с помощью резонанса передаваемые по телефону звуки» (Розенбергер, 1936, с.413).

Фактор случая в изобретении конструкции навесного (цепного) моста. Эрнст Мах в книге «Познание и заблуждение» (Москва, «Бином», 2003) пишет: «…Практически ценные изобретения могут быть обязаны своим происхождением случайным наблюдениям. Так, например, рассказывают, что Самуэль Броун пришел к конструкции своего цепного моста, созерцая паука в его паутине, а Джеймсу Уатту созерцание скорлупы рака внушило план одного водопровода» (Мах, 2003, с.208).

Фактор случая в открытии явления вращающегося магнитного поля. Никола Тесла в статье «Некоторые личные воспоминания» (книга - Н.Тесла, «Лекции. Статьи», Москва, Tesla Print, 2003) пишет о том, как итальянский исследователь Г.Феррарис обнаружил явление вращающегося магнитного поля, которое создается двумя и более пульсирующими магнитными полями одинаковой частоты, но сдвинутыми друг относительно друга по фазе и в пространстве: «И Феррарис, и Шелленбергер оба открыли вращение (вращение магнитного поля – Н.Н.Б.), случайно работая с трансформатором Гуллара и Гиббса, и затруднялись объяснить явление. Ни один из них не делал такой мотор с вращающимся полем, как мой, и ни у кого из них не было теории, совпадающей с моей» (Н.Тесла, 2003).

Фактор случая в объяснении процесса кристаллизации металла. С.М.Комаров в статье «Точки Чернова» (журнал «Химия и жизнь», 2001, № 6) пишет о том, как выдающийся русский металлург Дмитрий Константинович Чернов пришел к своей модели затвердевания: «Понять последовательность кристаллизации металла помог, как это часто бывает, случай: подполковник Берсентьев, который выполнял в Англии военную приемку металла для российских эсминцев, нашел в усадочной раковине одной из отливок большой, длиной в треть метра, потрясающе красивый разветвленный кристалл соли и привез его в дар учителю. Разглядывая кристалл, который вошел в историю науки под именем «дендрит Чернова», тот и предложил модель затвердевания, справедливость которой через много лет подтвердил рентгеноструктурный анализ» (Комаров, 2001, с.58).

Фактор случая в открытии радиоволн. В.А.Сухарев в книге «Психология интеллекта» (Донецк, изд-во «Сталкер», 1997) пишет о том, как великий физик Генрих Герц открыл электромагнитные волны, касаясь также вопроса об истории открытия рентгеновских лучей: «Одним из основополагающих принципов нестандартного мышления является использование элемента случайности при выработке новых идей. История убедительно доказывает, насколько ценный вклад в дело мирового прогресса был сделан на основе случайных событий. Так, открытие радиоволн Герцем произошло благодаря крошечной искре, случайно возникшей в одном из бухтов аппаратуры, стоявшей на достаточном удалении от места, где проводились испытания. Рентгеновские лучи были открыты случайно, в результате того, что при проведении опытов с катодно-лучевой трубкой забыли убрать со стола специально изготовленный флюоресцентный экран» (В.А.Сухарев, 1997). Об этом же повествует Эдвард де Боно в книге «Использование латерального мышления» (Минск, «Поппури», 2005): «Следует признать, что наиболее ценный вклад в дело прогресса был произведен на основе случайных событий, то есть событий, не вызванных преднамеренно. Открытие радиоволн последовало в результате того, что Герц заметил крошечную искру, возникшую в одном из узлов аппаратуры, стоявшей на достаточном отдалении от агрегата, который он в это время испытывал» (Э. де Боно, 2005). О роли случая в открытии Г.Герца говорит Ф.Гернек в книге «Пионеры атомного века» (Москва, «Прогресс», 1974): «Чтобы неопровержимо доказать единую сущность световых и электрических волн, Герц последовательно повторил все основные оптические опыты: отражение, преломление и поляризацию – с электрическими волнами. После первых неудач он достиг цели при помощи случайно обнаруженных им коротких волн» (Ф.Гернек, 1974). Далее Ф.Гернек поясняет суть случайных обстоятельств, позволивших открыть электромагнитные волны, имея в виду его эксперименты, проведенные в 1886 году: «Их непосредственным исходным пунктом – подобно открытию Эрстеда в 1820 году – было случайное наблюдение во время подготовки и проверки учебного эксперимента. При экспериментировании с электрическими разрядами Герц заметил искрение одной из двух близко лежавших друг подле друга изолированных спиралей. Он сразу же предположил, что это явление основано на процессе индукции и его следует толковать как электромагнитный резонанс, сравнимый с аналогичным акустическим явлением. Очевидно, было возможно с помощью искрового индуктора и в открытой катушке с небольшим количеством витков вызывать быстрые электрические колебания» (Ф.Гернек, 1974).

Фактор случая в обнаружении условий, при которых резонатор лучше отзывается на электромагнитные волны. М.П.Бронштейн в книге «Солнечное вещество» (Москва, «Наука», 1990) пишет: «Множество опытов проделал Герц с лучами электрической силы. Счастливый случай помог ему совершить важное открытие. В лаборатории, в которой он работал, была большая железная печка. Однажды во время опытов Герц случайно поставил свой резонатор неподалеку от нее. И что же? Оказалось: чем ближе к печке, тем увереннее и отчетливее отзывается резонатор на электромагнитные волны. Значит, близость железной печки чем-то помогает резонатору, чем-то облегчает его работу. Чем же? Герц сразу угадал, чем: видно, печка отражает лучи электрической силы, и на резонатор теперь падают не только те электромагнитные волны, которые пришли прямой дорогой от вибратора, но также и те, которые отразились от железной печки» (Бронштейн, 1990, с.131).

Фактор случая в обнаружении фотоэффекта. П.С.Кудрявцев в книге «Курс истории физики» (Москва, «Просвещение», 1982) рассказывает о том, как Генрих Герц открыл фотоэлектрический эффект – способность электромагнитных волн высокой частоты выбивать электроны из металла: «В следующей работе «О влиянии ультрафиолетового света на электрический разряд», поступившей в «Протоколы Берлинской Академии наук» 9 июня 1887 г., Герц описывает важное явление, открытое им и получившее впоследствии название фотоэлектрического эффекта. Это замечательное открытие было сделано благодаря несовершенству герцевского метода детектирования колебаний: искры, возбуждаемые в приемнике, были настолько слабы, что Герц решил для облегчения наблюдения поместить приемник в темный футляр. Однако оказалось, что максимальная длина искры при этом значительно меньше, чем в открытом контуре. Удаляя последовательно стенки футляра, Герц заметил, что мешающее действие оказывает стенка, обращенная к искре генератора. Исследуя тщательно это явление, Герц установил причину, облегчающую искровой разряд приемнику – утрафиолетовое свечение искры генератора. Таким образом, чисто случайно, как пишет сам Герц, был открыт важный факт, не имевший прямого отношения к цели исследования» (П.С.Кудрявцев, 1982). Изложенное подтверждает Э.Уиттекер в книге «История теории эфира и электричества» (2001): «Случайно заметив, что прохождению одной искры способствует прохождение другой искры неподалеку от первой, он (Герц – Н.Н.Б.) довел это наблюдение до конца и обнаружил, что это явление вызвано действием ультрафиолетового света, который испускает последняя искра. Фактически оказалось, что расстояние, которое электрическая искра может преодолеть в воздухе, сильно увеличивается, когда на искровой промежуток падает свет с очень короткой длиной волны» (Уиттекер, 2001, с.420).

Фактор случая в открытии способа увеличения дальности радиоприема. Л.Полевой в статье «Первые опыты Попова» (журнал «Радиофронт», 1935, № 9-10) пишет о том, как П.Н.Рыбкин и Д.С.Троицкий открыли эффект, который позволил изобретателю радио Александру Степановичу Попову заменить в своей аппаратуре реле приемника телефоном: «Интересны подробности первого применения телефона. В 1899 г. во время опытов связи на расстоянии 5-6 километров слышимость на приемнике внезапно пропала. Сотрудник Попова П.Н.Рыбкин при помощи телефона начал проверять цепи приемника. Случайно он включил телефон в цепь когерера и, к своему удивлению, громко и отчетливо услышал сигналы передающей станции. Дело объяснялось просто – сигналы станции были так слабы, что когерер вследствие своей малой чувствительности не мог привести в действие реле. Телефон же – прибор неизмеримо более чувствительный – прекрасно «слышал» сигналы. Удивительная «способность» телефона была многократно проверена Поповым и Рыбкиным, и в результате применение телефона сразу в несколько раз увеличило дальность действия установок» (Л.Полевой, 1935). Об этом же говорит И.И.Головин в статье «А.С.Попов (1859-1939)» (журнал «Наука и жизнь», 1939, № 6): «Летом 1899 г., т.е. 40 лет назад, когда А.С.Попов находился в заграничной командировке, его ассистент П.Н.Рыбкин во время опытов по радиотелеграфии в Кронштадте сделал выдающееся открытие в области радио. Он совершенно случайно обнаружил возможность приема радиосигналов на слух при помощи телефона. До этого сигналы принимались на телеграфную ленту. Это открытие явилось поворотным этапом в истории развития радио, оно сразу значительно расширило сферу действия радио и вывело его на широкий путь практического использования» (Головин, 1939, с.48).

Фактор случая в открытии термоэлектронной эмиссии. Лев Орлов в статье «Основы синтеза звука. Часть 4» (журнал «Звукорежиссер», 1999, № 3) рассказывает о том, как великий Томас Эдисон открыл явление термоэлектронной эмиссии: «Начало было положено в 1883 году Томасом Эдисоном – опять же, благодаря случаю – во время его экспериментов с лампой накаливания. Он пытался предотвратить затемнение стекла, возникающее из-за отложений углерода – продуктов сгорания нити накаливания. Внутри стеклянной колбы с откачанным воздухом он установил напротив нити накаливания металлическую пластину, соединенную с проводником, вмонтированным в стекло колбы; таким образом, на пластину можно было подавать электрический заряд, который притягивал бы частицы углерода. В ходе предшествующих экспериментов Эдисон открыл, что положительный заряд позволяет току свободно «перетекать» с нити накаливания (катода) на пластину (анод): отрицательно заряженные электроны, которые излучает раскаленная нить накаливания, притягиваются положительно заряженной пластиной. И напротив, отрицательный заряд на пластине прекращал движение электронов. Этот феномен стал известен как «эффект Эдисона» (Л.Орлов, 1999). О случайности открытия электронной эмиссии пишет также В.Карцев в книге «Приключения великих уравнений» (Москва, «Знание», 1986): «Колоссальную роль в развитии радиотехники сыграло случайное открытие, «отход производства» Эдисона – электронная эмиссия…» (В.Карцев, 1986).

Фактор случая в изобретении фонографа. А.В.Каменский в книге «Томас Эдисон. Его жизнь и научно-практическая деятельность» (С.Петербург, типография товарищества «Общественная польза», 1891) приводит слова Томаса Эдисона, рассказывающего о том, как он изобрел фонограф: «Я случайно напал на открытие, что этого можно достигнуть, проделывая опыты совершенно с другой целью. Я был занят прибором, который автоматически передавал азбуку Морзе, причем лента с оттисками букв проходила через валик под трассирующей шпилькой. Пуская в ход этот прибор, я заметил, что при быстром вращении валика, по которому проходила лента с оттисками, слышался жужжащий ритмический звук. Я пристроил к аппарату диафрагму с особым приспособлением, которая могла бы воспринимать звуковые волны моего голоса…» (А.В.Каменский, 1891).

Фактор случая в изобретении лампового диода (детектора радиоволн). Лев Орлов в статье «Основы синтеза звука. Часть 4» (журнал «Звукорежиссер», 1999, № 3) пишет о том, как Эмброз Флеминг нашел применение эффекту Эдисона (термоэлектронной эмиссии): «Этот феномен стал известен как «эффект Эдисона». В 1884 году изобретатель описал его в научной статье и представил публике первый экземпляр усовершенствованной лампы. Эмброз Флеминг, английский физик, присутствовавший на демонстрации, много позже, в 1904 году, и тоже случайно, нашел эффекту Эдисона полезное применение. Устройство, которое он создал и которое мы называем ламповым диодом, представляло собой детектор радиоволн» (Л.Орлов, 1999).

Фактор случая в изобретении вычислительной машины, основанной на использовании перфокарт. Р.С.Гутер и Ю.Л.Полунов в книге «От абака до компьютера» (Москва, «Знание», 1981) повествуют о том, как Герман Холлерит догадался использовать перфокарту в качестве носителя информации своей вычислительной машины (табулятора): «Первоначально он предполагал использовать в качестве носителя информации бумажную ленту с пробитыми в ней соответствующим образом отверстиями (перфоленту). Но для большого количества данных работа с лентой оказалась затруднительной: лента часто рвалась и требовала перемоток для отыскания нужных сведений. Удачному решению помог случай. Однажды Холлерит обратил внимание на железнодорожного кондуктора, который с помощью ручного компостера заносил в какой-то бланк сведения о пассажирах. У него возникла идея разработки перфокарты, на которую могли быть нанесены в виде отверстий обрабатываемые данные и которая была бы более удобной «пищей» для машины, нежели лента» (Гутер, Полунов, 1981, с.164).

Фактор случая в открытии рентгеновских лучей. А.Чугунов в статье «Землетрясения подавляют иммунитет» (журнал «Химия и жизнь», 1990, № 5) говорит о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 1901 год Вильгельм Рентген открыл рентгеновские лучи: «Можно сказать, что открытия рентгеновских лучей, пенициллина и множества других полезных вещей были случайными. Элемент небрежности в эксперименте плюс наблюдательность исследователя – вот нехитрая формула таких открытий…» (Чугунов, 1990, с.30). Аналогичное описание можно встретить в книге К.Гладкова «Энергия атома» (Москва, «Детская литература», 1968), где он отмечает: «Действительно, все будто бы происходит случайно: Рентген «случайно» обнаружил лучи, названные рентгеновыми, Беккерель «по ошибке» открыл явление радиоактивности и т.д. Если вдуматься, как происходит большинство великих и малых открытий, все они в той или иной мере случайные; вернее – происшедшие несколько неожиданно в цепи опытов и исканий, неминуемо и закономерно ведущих к этим открытиям» (Гладков, 1968, с.84). Эдвард де Боно в книге «Использование латерального мышления» (Минск, «Поппури», 2005) констатирует: «Рентгеновские лучи были обнаружены в результате того, что Рентген, проводя опыты с катодно-лучевой трубкой, забыл убрать со стола специально приготовленный флуоресцентный экран» (Э.де Боно, 2005). Количество литературных источников, указывающих на случайность открытия Рентгена, достаточно велико. С.Браун в статье «Краткая история газовой электроники» (журнал «Успехи физических наук», 1981, том 133, вып.4) отмечает: «Открытие Рентгена было чисто случайным. В своей лаборатории в Вюрцбурге он изучал природу флуоресцентного свечения веществ под ударами катодными лучами, явление, которое часто демонстрировали с круксовой трубкой, изображенной на рис.9. Одним из веществ, особенно сильно реагировавших на такую бомбардировку, был платиноцианид бария» (Браун, 1981, с.701). А.С.Майданов в книге «Искусство открытия. Методология и логика научного творчества» (Москва, изд-во «Репро», 1993) повествует: «В открытии рентгеновских лучей решающую роль сыграл случай, явившийся результатом непреднамеренных действий исследователя. Вследствие этих действий фосфоресцирующий экран оказался вблизи катодно-лучевой трубки и неожиданно для Рентгена засветился» (А.С.Майданов, 1993).

Фактор случая в открытии явления радиоактивности. Г.Каракозов в статье «Наука о следах» (журнал «Наука и жизнь», 1979, № 1) пишет о том, как А.Беккерель открыл феномен радиактивности, заложивший основы ядерной физики: «Известны факты, когда даже случайные следы приводили к эпохальным открытиям. Так, Анри Беккерель обнаружил на проявленной фотопластинке след – затемнение, имевший очертания куска минерала, невзначай оставленного поверх кассеты. Минерал содержал соли урана. Этот случайный след! – привел к открытию радиоактивности» (Каракозов, 1979, с.138). Открытие радиоактивности – пример научной находки, о случайности которой пишут многие исследователи. Так, В.Гольданский в статье «Двупротонная радиоактивность обнаружена экспериментально» (журнал «Наука и жизнь», 1983, № 9) повествует: «…Потомственный физик Антуан Анри Беккерель (известными физиками были его дед и отец, физиком стал и сын Беккереля) почти случайно обнаружил невидимые лучи, испускаемые солями урана, обнаружил то, чему было дано имя «радиоактивные излучения» (Гольданский, 1983, с.29). Аналогично, Л.Я.Крауш в статье «Автография» (журнал «Химия и жизнь», 1967, № 9) подчеркивает: «Первую известную нам автограмму получил Анри Беккерель в 1895 году. Он случайно положил кристалл радиоактивного вещества – калийуранилсульфата – на завернутую в черную бумагу фотопластинку. А когда через несколько часов проявил пластинку, то на негативе обнаружил силуэтное изображение кристалла» (Крауш, 1967, с.80). С.Г.Кадменский в статье «Радиоактивность атомных ядер: история, результаты, новейшие достижения» («Соросовский образовательный журнал», 1999, № 11) подчеркивает: «Как и в случае многих выдающихся открытий, обнаружение радиоактивности произошло случайно» (С.Г.Кадменский, 1999). Г.Липсон в книге «Великие эксперименты в физике» (1972) повествует: «Трудность заключалась в том, чтобы найти прямой подход к исследованию атомов. Как уже много раз бывало, такой подход появился не в результате целенаправленных поисков, а благодаря случайному наблюдению явления совсем иного рода. Это было открытие радиоактивности, сделанное А.Беккерелем (1852-1908)» (Липсон, 1972, с.179-180).

Фактор случая в открытии дифракции рентгеновских лучей. П.М.Зоркий в статье «Что такое рентгеноструктурный анализ» (журнал «Химия и жизнь», 1969, № 9) рассказывает о том, как В.Фридрих совместно с П.Книппингом открыли дифракцию рентгеновских лучей, которую предсказал Макс Лауэ: «Вернувшись в лабораторию, Фридрих поставил на пути рентгеновских лучей кристалл, а рядом – фотопластинку, на которую должны были попасть рентгеновские лучи, рассеянные, как предполагалось, под прямым углом к первичному пучку. Однако ни в одном из опытов никаких следов рассеянного излучения обнаружить не удалось… И тут в дело вмешался четвертый физик – П.Книппинг, который работал в одной комнате с Фридрихом. Ему надоело быть свидетелем бесконечных неудач, и он поставил фотопластинку за кристалл, на пути первичного пучка, чтобы на ней появился хоть какой-нибудь след. И вот благодаря этой случайности великое открытие совершилось: на пластинке, помимо главного пятна, запечатлелись симметрично расположенные блики – следы дифракционных лучей! При таких курьезных обстоятельствах было совершено открытие, вскоре позволившее ученым заглянуть в недра кристалла» (Зоркий, 1969, с.40). Об этом же факторе случая говорит академик А.Ф.Иоффе в статье «Вильгельм Рентген» (журнал «Химия и жизнь», 1994, № 11): «Ведь и первые опыты Фридриха, знавшего, что он ищет, дали отрицательный результат, и только наугад поставленная Книппингом на пути лучей фотографическая пластинка привела к открытию Лауэ» (Иоффе, 1994, с.14).

Фактор случая в открытии явления сверхпроводимости. Академик П.Л.Капица в статье «Свойства жидкого гелия» (журнал «Природа», 1997, № 12) пишет об открытии лауреата Нобелевской премии по физике за 1913 год Хейке Камерлинг-Оннеса: «В самой начальной стадии изучения гелия был обнаружен целый ряд явлений, которые по своему характеру нельзя было даже предвидеть. Наиболее красивое из всех явлений такого рода – сверхпроводимость. Камерлинг-Оннес открыл ее совершенно случайно: он мерил сопротивление свинцовой проволоки и вдруг заметил, что в ней пропадает сопротивление. С понижением температуры сопротивление электрическому току вообще-то понижается, но, чтобы оно уменьшалось до нуля, - это было весьма удивительно. Еще удивительнее было то, что ток, пущенный по замкнутому проводнику, при температуре сверхпроводимости не пропадал» (П.Л.Капица, 1997). Отметим, что данная статья П.Л.Капицы представляет собой его доклад, прочитанный на конференции «Проблемы современной науки» в Московском университете 21 декабря 1944 года. О факторе случая в обнаружении сверхпроводимости пишет также Андрей Ваганов в статье «Все теплее и теплее» («Независимая газета», 26.11.2008 г.): «Именно в 1911 году голландский физик Хайке Камерлинг-Оннес из Университета города Лейдена почти случайно установил, что при температуре ниже температуры жидкого гелия – 4,15 градуса Кельвина, что эквивалентно минус 269 градусам Цельсия, - электрическое сопротивление ртути практически мгновенно исчезало» (А.Ваганов, 2008). Изложенное подтверждает Ю.Нееман в статье «Счастливый случай, наука и общество. Эволюционный подход» (Международный философский журнал «Путь», 1993, № 4): «…Камерлинг-Оннес был великим первооткрывателем в области получения низких температур, и теперь он исследовал свойства материалов в этих условиях, измеряя и составляя таблицы механических и электрических свойств. Ничто в известной ему физике не могло подготовить Камерлинг-Оннеса к внезапному полному исчезновению электрического сопротивления, которое ему довелось наблюдать. В известном смысле такого рода исследования (не поиск чего-либо конкретного, а готовность к любым сюрпризам, откуда бы они ни приходили) в какой-то мере можно считать институционализированным везением» (Ю.Нееман, 1993, с.80). Рассматривая случайность в истории научных открытий с достаточно общей точки зрения, Ю.Нееман пишет: «Таков мой тезис, проливающий новый свет на роль счастливого случая: именно счастливый случай движет революционными мутациями в науке, которые подобны ошибкам при репродукции ДНК, и тем самым он дает толчок мутационным шагам в эволюции человеческого общества» (там же, с.86).

Фактор случая в раскрытии механизма сверхтеплопроводности жидкого гелия. П.Л.Капица в докладе, сделанном на Общем собрании Академии наук СССР 28 декабря 1940 года (доклад содержится в книге П.Л.Капицы «Эксперимент, теория, практика» (Москва, «Наука», 1977)) пишет о том, как ему с коллегами удалось раскрыть механизм сверхтеплопроводности жидкого гелия, обнаруженной голландским физиком Виллемом Хендриком Кеезомом: «Как же дальше искать механизм этой теплопередачи, не имея никакой руководящей идеи? Ведь наши результаты в основном противоречили всем известным теоретическим представлениям? Тут пришлось идти ощупью, пробовать самые разнообразные физические факторы, под влиянием которых, может быть, будет меняться теплопроводность. Мы испробовали влияние на теплопередачу в гелии-II давления, силы тяжести, времени и т.д. Результаты получились отрицательные – теплопроводность не изменялась, оставаясь такой же большой. Наконец, одно совершенно случайное наблюдение дало нам сразу новое направление в работе. Оказалось, что пульсации давления, совершенно случайно передаваемые из лабораторной сети гелиевого трубопровода на гелий в капилляре, сильно изменяли его теплопроводность. Хотя пульсации были очень малы, но они уменьшали теплопроводность гелия-II в десятки раз» (П.Л.Капица, 1940).

Фактор случая в изобретении оксидного катода. Доктор технических наук Виктор Пестриков в статье «Электровакуумный триод, или Разные пути решения одной проблемы» (журнал «IT news», 2006, №№ 20-22) рассказывает о случайной находке немецкого физика Артура Венельта: «Другим важным результатом исследований А.Венельта стало изобретение в 1903 году оксидного катода. Подвергнув проверке закон испускания электронов нагретыми телами, открытый незадолго до этого английским физиком Оуэном У.Ричардсоном (Owen Willans Richardson, 1879-1959), ученый выбрал для экспериментов образцы платиновой проволочки. Первый же опыт полностью подтвердил закон, но Внельт спустя некоторое время решил повторить эксперимент еще с одним образцом. Каково же было его удивление, когда платина начала испускать поток электронов, во много раз более сильный, чем накануне (прибор, измеривший электронную эмиссию, едва не вышел из строя). Поскольку свойства металла не могли так резко измениться, оставалось предположить, что виновником электронного «шквала» явилось случайно попавшее на поверхность проволочки вещество с более высокой способностью к эмиссии электронов, чем платина. Но что же это за вещество? Ученый поочередно наносил на платину различные материалы, «подозреваемые» в изменении электронного потока, но все они без труда доказывали свою явную непричастность к этому делу. И когда Венельт уже совсем было отчаялся докопаться до истины, он вдруг вспомнил, что в смазке насосной установки, принимавшей участие в эксперименте, содержалась окись бария…» (Пестриков, 2006, с.34). Об этом же повествует С.И.Венецкий в книге «О редких и рассеянных. Рассказы о металлах» (Москва, «Металлургия», 1980): «Первый же опыт полностью подтвердил закон, но Венельт спустя некоторое время решил повторить эксперимент с другой проволочкой. Каково же было его удивление, когда платина стала испускать поток электронов, во много раз больший, чем накануне: прибор, измерявший электронную эмиссию, едва не вышел из строя. Поскольку свойства металла не могли так резко измениться, оставалось предположить, что виновником электронного «шквала» является случайно попавшее на поверхность проволочки вещество с более высокой способностью к эмиссии электронов, чем платина. Но что же это за вещество? Ученый стал поочередно наносить на платину различные материалы, подозреваемые в изменении электронного потока, но все они без труда доказывали свою явную непричастность к этому делу. И когда Венельт уже решил, что докопаться до истины ему вряд ли удастся, он вдруг вспомнил, что в смазке насосной установки, принимавшей «участие» в эксперименте, содержался оксид бария, который мог случайно попасть на платиновую проволочку. Ученый вновь включил приборы. А уже через несколько мгновений его радость не знала границ. Так было открыто вещество, которое по способности испускать электроны при нагреве не имеет себе равных» (С.И.Венецкий, 1980).

Фактор случая в открытии явления старения металлов. С.И.Венецкий в книге «Рассказы о металлах» (Москва, «Металлургия», 1979) пишет о том, как Альфред Вильм (1909) открыл явление старения металлов и такой сплав, как дюралюминий: «Вскоре пришел успех. Как не раз бывало в истории науки, едва ли не решающую роль при этом сыграли случайные обстоятельства. Впрочем, расскажем все по порядку. Однажды (это было в начале XX века) немецкий химик Вильм приготовил сплав, в который, помимо алюминия, входили различные добавки: медь, магний, марганец. Прочность этого сплава была выше, чем у чистого алюминия, но Вильм чувствовал, что сплав можно еще более упрочнить, подвергнув его закалке. Ученый нагрел несколько образцов сплава примерно до 600ºС, а затем опустил их в воду. Закалка заметно повысила прочность сплава, но, поскольку результаты испытаний различных образцов оказались неоднородными, Вильм усомнился в исправности прибора и точности измерений. Несколько дней исследователь тщательно выверял прибор. Забытые им на время образцы лежали без дела на столе, и к тому моменту, когда прибор вновь готов к работе, они оказались уже не только закаленными, но и запыленными. Вильм продолжил испытания и не поверил своим глазам: прибор показывал, что прочность образцов возросла чуть ли не вдвое. Вновь и вновь повторял ученый свои опыты и каждый раз убеждался, что его сплав после закалки продолжает в течение 5-7 дней становиться все прочнее и прочнее. Так было открыто интереснейшее явление – естественное старение сплавов после закалки» (С.И.Венецкий, 1979).

Фактор случая в открытии космических лучей. Г.Зацепин в статье «Что такое космические лучи?» (журнал «Наука и жизнь», 1987, № 1) повествует о том, как Виктор Гесс обнаружил космические лучи, за что в 1936 году был удостоен Нобелевской премии по физике: «Сами космические лучи были открыты совершенно случайно в 1900 году при изучении совсем других явлений, в частности, атмосферного электричества. Внеземная природа этого таинственного излучения была окончательно доказана австрийским физиком Виктором Гессом в результате целой серии его романтических экспериментов на воздушных шарах теплым летом 1912 года» (Зацепин, 1987, с.82). О факторе случая пишут также В.Л.Гинзбург и И.В.Дорман в статье «Природа и происхождение космических лучей: история и современность» (журнал «Природа», 1978, № 4): «Космические лучи были открыты случайно, в процессе изучения совершенно других явлений – атмосферного электричества, радиоактивности и проникающей способности гамма-лучей. В 1911 г. молодой австрийский физик Виктор Гесс решил поднять ионизационную камеру на воздушном шаре, чтобы измерить коэффициент поглощения гамма-излучения, испускаемого земной корой. Результаты первых двух полетов оказались неожиданными: скорость ионизации (количество пар ионов, образующихся в 1см^3 в с) в герметической ионизационной камере, заполненной воздухом, при удалении от земной поверхности не только не уменьшалась, как ожидал Гесс, а даже увеличивалась» (Гинзбург, Дорман, 1978, с.11).

Фактор случая в открытии радиоволн, производимых молниями. А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (Москва, «Центрполиграф», 2006) пишет о том, как немецкий физик Генрих Баркгаузен открыл радиоволны, производимые молниями: «Было обнаружено, что производимые молниями радиоволны идут вдоль силовых магнитных линий Земли на большие расстояния. (Эти волны, называемые свистками из-за того, что в радиоприемниках слышны как нерегулярные свистящие шумы, случайно обнаружил немецкий физик Генрих Баркгаузен во время Первой мировой войны)» (Азимов, 2006, с.168).

Фактор случая в открытии высокой радиоактивности урановой смолки. А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (2006) повествует о случайной находке лауреата Нобелевской премии по химии за 1911 год Марии Кюри: «…Для нас наибольшее значение имеет способность радиоактивных элементов под действием радиоактивного излучения превращаться в другие элементы. Первой, причем совершенно случайно, с этим явлением столкнулась М.Кюри. При определении концентрации урана в урановой смолке она вместе с мужем обнаружила, что некоторые фрагменты урановой руды имели более высокую активность, чем можно было ожидать даже при 100-процентном содержании урана. Это ясно указывало, что в смолке присутствуют какие-то элементы с более высокой радиоактивностью. Поскольку обычными химическими методами их не удавалось обнаружить, значит, эти неизвестные элементы присутствовали в очень незначительных количествах, испуская чрезвычайно мощное радиоактивное излучение» (Азимов, 2006, с.205). Ева Кюри в книге «Мария Кюри» (Москва, «Атомиздат», 1976) сообщает о том, что высокая радиоактивность урановой смолки была обнаружена Марией Кюри благодаря методу последовательного перебора (методу проб и ошибок): «Любознательность – главная добродетель ученого, а Мари обладала ею в высокой степени, чудесной женской любознательностью! Не ограничиваясь рассмотрением чистых элементов, их солей и окислов, она решила использовать коллекцию минералов в Школе физики и так, наобум, подвергнуть различные их образцы своего рода таможенному досмотру посредством электроскопа. Пьер одобрил ее намерение. Идея Мари проста, как все гениальные мысли» (Е.Кюри, 1976). «Отбросив «неактивные» минералы, - продолжает Ева Кюри, - Мари принимается за другие и производит измерения их радиоактивности. И вдруг – полная неожиданность: радиоактивность, оказывается, гораздо значительнее, чем можно было ожидать, судя по количеству урана или тория в данных образцах! «Какая-то ошибка в постановке опыта…», - думает молодая ученая, так как сомнение – первая, непременная реакция ученого при получении неожиданного результата. Мари тщательно заново производит измерения – тот же результат» (Е.Кюри, 1976).

Фактор случая в открытии дифракции электронов. В заметке «Дифракция электронов» (журнал «Химия и жизнь», 1969, № 5) отмечается: «Как и многие открытия в физике, дифракция электронов была обнаружена «случайно», хотя, как любил повторять Пастер, «случай говорит только подготовленному уму». В 1922 году по заказу американской фирмы «Белл-телефон» Дэвиссон (1881-1958) и его сотрудник Кунсман изучали отражение электронных пучков от поверхности металлов и вдруг заметили какие-то аномалии. В 1925 году, после работ де Бройля, ученик Макса Борна Вальтер Эльзассер предположил, что эти аномалии объясняются электронными волнами. В 1926 году Дэвиссон приехал в Европу и показывал свои графики Максу Борну и Джеймсу Франку в Геттингене, а также Джону Хартри в Оксфорде. Все они единодушно признали в них волны де Бройля» («Химия и жизнь», 1969, № 5, с.38). Следует сказать, что указанная заметка «Дифракция электронов», содержащаяся в одном из номеров журнала «Химия и жизнь», является фрагментом книги Л.Пономарева «По ту сторону кванта» (Москва, «Молодая гвардия», 1971). О случайности открытия дифракции электронов пишет также И.Л.Радунская в книге «Безумные идеи» (Москва, «Молодая гвардия», 1967). В частности, в данной книге, говоря о событиях, последовавших после того, как усилиями де Бройля, Гейзенберга и Шредингера была создана квантовая механика, И.Л.Радунская пишет: «А через год, весной 1927 года, Девиссон и Джермер, два инженера из американской промышленной лаборатории, занимавшиеся вопросами технического использования электроники, неожиданно для себя сделали важнейшее физическое открытие. Они совершенно случайно, не стремясь к этому, обнаружили дифракцию электронов» (И.Л.Радунская, 1967). Случайность открытия дифракции электронов нашла свое отражение и в книге А.Азимова «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (2006). Говоря о гипотезе Луи де Бройля о существовании дифракции электронов, А.Азимов констатирует: «Уже в 1927 году эта довольно неожиданная для многих гипотеза получила экспериментальное подтверждение. Американские инженеры К.Дэвиссон и Л.Джермер, сотрудники телефонной лаборатории Белла, бомбардировали электронными пучками мишень из металлического никеля. Совершенно случайно им понадобилось подогреть никелевую пластину, причем в течение долгого времени. В результате никель приобрел крупнокристаллическую структуру, которая оказалась идеальной с точки зрения дифракции, поскольку расстояния между атомами в кристаллической решетке оказались сопоставимы с очень короткими электронными волнами. Было установлено, что проходящие через эти кристаллы электроны вели себя не как частицы, а как волны» (Азимов, 2006, с.330). Об этом же пишет Г.Липсон в книге «Великие эксперименты в физике» (1972): «Первый из опытов, выполненный Дэвиссоном (1881-1958) и Джермером (родился в 1896 г.), был в известной степени случайным… Дэвиссон изучал рассеяние электронов никелем, и его привели в недоумение неожиданные максимумы в результатах измерений рассеяния. Случайно в приборе образовалась течь и никель окислился.

Дэвиссон попытался наскоро удалить окись прокаливанием образца в вакууме, но когда он повторил измерения, картина рассеяния заметно изменилась: максимумы стали значительно более ярко выраженными» (Липсон, 1972, с.207). А.С.Майданов в книге «Искусство открытия. Методология и логика научного творчества» (Москва, изд-во «Репро», 1993) подтверждает сказанное: «Фактором, способствовавшим экспериментальному подтверждению волновой природы электрона, была авария, происшедшая во время опыта К.Д.Дэвиссона по рассеянию электронов. Эта авария помогла получить мишень, которая и явилась ключевым элементом открытия» (А.С.Майданов, 1993).

Фактор случая в построении модели атома Нильса Бора. В.И.Кузнецов в статье «В поисках философского камня» - в круге втором, третьем, четвертом…» (журнал «Химия и жизнь», 1990, № 4) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 1922 год Нильс Бор построил свою квантовую модель атома, то есть догадался, что атом излучает лишь тогда, когда электрон скачкообразно переходит с одной орбиты на другую: «Ключ к загадке устойчивости планетарного атома Бор нашел, когда ему на глаза случайно попала формула Иоганна Якоба Бальмера. Бальмер, швейцарский учитель, отличался завидной пунктуальностью и считал, что всюду, в том числе и в природе, должен царить порядок. Именно в поисках порядка в природе он подобрал формулу, по которой можно было рассчитать положение линий длины волн в спектре атома водорода. Формула, найденная эмпирически, оказалась точной» (Кузнецов, 1990, с.80). Об этом же факторе случая, который подтолкнул Нильса Бора к изучению спектральных формул Бальмера, подсказавших Н.Бору условия, при которых атом излучает свет, пишет Д.Данин в книге «Вероятностный мир» (Москва, «Знание», 1981): «Мысль не сразу вышла на кратчайшую дорогу от идеи-догадки до стройной теории. А когда вышла, все было сделано меньше чем за месяц. Как часто бывает, помог случай, который потому и случай, что ни запланировать, ни подстроить его нельзя. Прошло уже полгода, как Бор вернулся из Англии на родину. Как-то в начале февраля 13-го года он рассказывал о муках своих квантовых исканий бывшему однокашнику по университету Хансу Хансену, ставшему спектроскопистом. Он уверял былого приятеля, что близок к объяснению «свойств материи, зависящих от системы электронов в атоме». И перечислил важнейшие из таких свойств – устойчивость вещества, химическое поведение, магнетизм… «А спектры? – с надеждой спросил Хансен. – Как твоя теория объясняет спектральные формулы? «Спектральные формулы?» Даже через пятьдесят лет Бор живо помнил и вопрос Хансена, и свое недоумение. Рассказывая о том разговоре историкам, он с улыбкой честно признался: «Я ничего не знал ни о каких спектральных формулах» (Д.Данин, 1981).

Фактор случая в открытии позитрона. Александр Волков в статье «Зеркальные миры» (журнал «Знание-сила», 2003, № 7) говорит о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 1936 год Карл Андерсон обнаружил позитроны – элементарные частицы, подобные электронам, но с противоположным зарядом: «В 1932 году американский физик Карл Андерсон случайно обнаружил в космическом излучении позитрон, то есть положительно заряженный электрон, первую из предсказанных Дираком античастиц (кстати, сам Андерсон ничего не знал об этой гипотезе)» (Волков, 2003, с.48). Об этом же факторе случая пишет В.С.Барашенков в книге «Вселенная в электроне» (Москва, 1988). Повествуя о том, как физики открывают новые элементарные частицы, В.С.Барашенков отмечает: «Иногда это происходит случайно. Интересуются чем-то другим и неожиданно для себя натыкаются на новую, неизвестную ранее частицу. Как говорится, шел-шел и вдруг споткнулся о кошелек с золотом на дороге! Так был открыт позитрон, а в 50-х годах целое семейство странных частиц. Удивление физиков этим событием навечно запечатлено в их названии» (В.С.Барашенков, 1988).

Фактор случая в открытии Ирвинга Ленгмюра. С.А.Мусский в книге «100 великих Нобелевских лауреатов» (Москва, «Вече», 2006) говорит о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1932 год Ирвинг Ленгмюр открыл электронную эмиссию на поверхности вольфрамовой нити, покрытой тонким слоем тория: «Наиболее важный результат исследования Ленгмюром нити накаливания появился на свет случайно. Испытывая способность вольфрамовых нитей испускать электроны, он случайно взял нить, изготовленную для какой-то особой цели. В испытательном аппарате ученого эта нить начала испускать электроны в дотоле невиданном количестве. Оказалось, что эта вольфрамовая нить была пропитана окисью тория. Когда Ирвинг продолжил наблюдение, он обнаружил, что нить действует лучше всего, если она покрыта слоем тория не толще, чем в одну молекулу» (Мусский, 2006, с.394). Об этом же факторе случая, причем в тех же формулировках, пишет Митчелл Уилсон в книге «Американские ученые и изобретатели» (Москва, «Знание», 1975): «Наиболее важный результат исследования Ленгмюром нити накаливания появился на свет случайно. Испытывая способность вольфрамовых нитей испускать электроны, он случайно взял нить, изготовленную Кулиджем для какой-то особой цели. В испытательном аппарате Ленгмюра эта нить начала испускать электроны в дотоле невиданном количестве. Оказалось, что эта вольфрамовая нить была пропитана окисью тория. Когда Ленгмюр продолжил наблюдение, он обнаружил, что нить действует лучше всего, если она покрыта слоем тория не толще, чем в одну молекулу» (Уилсон, 1975, с.126).

Фактор случая в изобретении триодной лампы. Эдвард де Боно в книге «Серьезное творческое мышление» (Минск, «Попурри», 2005) повествует о том, как выдающийся американский изобретатель Ли де Форест создал триодную лампу (триод): «В каком-то смысле вся электронная промышленность возникла благодаря ошибке, допущенной Ли де Форестом. Ли де Форест заметил, что в тот момент, когда между двумя шарами в его лаборатории проскочил разряд, свет в газовой лампе мигнул. Он решил, что это произошло благодаря «ионизации» воздуха. В результате он изобрел триодную лампу (известную также как вакуумная трубка), в которой небольшой по силе, изменяемый с помощью регулятора, позволяет контролировать гораздо больший ток, идущий от нити к коллектору. Это важнейшее открытие предопределило дальнейшее развитие электронной промышленности. Вакуумные трубки использовались во всех электронных приборах вплоть до изобретения транзистора. Похоже, что началом всему послужила ошибка, и свет в газовой лампе мигнул случайно, сам по себе. Ошибки, аномалии, неожиданное развитие событий часто служат толчком для новых идей и предположений» (де Боно, 2005, с.76). Борис Хасапов в статье «Ли де Форест и первые шаги электроники» (журнал «Connect», 2004, № 5) подтверждает роль случайности в изобретении Ли де Фореста: «За свою жизнь Ли де Форест получит более трехсот патентов на изобретения. И речь идет отнюдь не о «подтяжках» или «ошейниках для собак». Среди его изобретений и создание звукового кино, и открытие первых счетных элементов электронных вычислительных машин и т.д. Он вошел в число самых великих изобретателей Америки, среди которых были Т.Эдисон и И.Томсон. Был ли он при этом счастлив? Трудно сказать. Известно, что отстаивая чистоту своих патентов в судах, он затратил на адвокатуру десяток миллионов долларов, заработанных собственным умом. Доказывать, что «твое принадлежит тебе», тратить при этом время и нервы на бездушных клерков – занятие далеко не безобидное, особенно при распространенных слухах, что главное изобретение автора сделано «случайно». Да, действительно, это было так! Но стоит напомнить этим завистникам слова Л.Пастера, что «в науке случай благоприятствует только подготовленным умам» (Б.Хасапов, 2004).

Фактор случая в возникновении радиоастрономии. Марк Уолвертон в заметке «Новое радионебо» (журнал «В мире науки», 2008, № 11) указывает: «В 1932 г. инженер Bell Laboratories Карл Янский (Karl Guthe Jansky) всего лишь искал возможность избавиться от радиопомех в коротковолновом диапазоне, а обнаружил радиоволны, приходящие из космического пространства. И эта случайная находка Янского вскоре привела к рождению радиоастрономии, давшей науке ряд фундаментальных открытий – от реликтового излучения до темного вещества во Вселенной» (Уолвертон, 2008, с.14). О случайном открытии К.Янского говорят многие специалисты. Так, В.Л.Гинзбург и И.В.Дорман в статье «Природа и происхождение космических лучей: история и современность» (журнал «Природа», 1978, № 4) отмечают: «Космическое радиоизлучение было впервые, причем случайно, обнаружено в 1931-1933 гг. радиоинженером К.Янским. По ряду причин это открытие, сделанное при работе с волнами длиной 15 м, не вызвало того резонанса, которого заслуживало» (Гинзбург, Дорман, 1978, с.17). А.Азимов в книге «Взрывающиеся солнца. Тайны сверхновых» (Москва, «Наука», 1991) повествует: «Микроволновое «окно» было открыто совсем случайно американским радиоинженером Карлом Янским (1905-1950). Работая в компании «Белл Телефон», он пытался засечь постоянный источник помех, который примешивался к радиоприему. Приемное устройство Янского все время отмечало какое-то шипение, приходящее с неба. Казалось сначала, что это действие микроволн, приходящих от Солнца, но с течением времени источник шума удалялся все дальше от Солнца, и к 1932 г. Янский обнаружил, что источник этот находится в созвездии Стрельца. Теперь мы знаем, что сигналы эти приходили из центра Галактики» (А.Азимов, 1991). В.Степин, М.Розов и В.Горохов в книге «Философия науки и техники» (Москва, «Гардарики», 1999) указывают: «Так, например, когда К.Янский в опытах по изучению грозовых помех на межконтинентальные радиотелефонные передачи случайно натолкнулся на устойчивый радиошум, не связываемый ни с какими земными источниками, то это случайное наблюдение дало импульс серии систематических наблюдений, конечным итогом которых было открытие радиоизлучения области Млечного пути. Характерным моментом в осуществлении этих наблюдений было конструирование приборной ситуации» (В.Степин и др., 1999).

Фактор случая в открытии искусственной радиоактивности. Отто Фриш в статье «Это начиналось так» (журнал «Успехи физических наук», 1968, том 96, № 4) пишет о том, как лауреаты Нобелевской премии по химии за 1935 год Фредерик Жолио и Ирен Жолио-Кюри открыли искусственную радиоактивность: «По-настоящему все пришло в движение в 1934 г., когда Кюри и Жолио открыли искусственную радиоактивность. Я думаю, что они должны были быть очень счастливы, так как им удалось наверстать то, что они упустили при открытии нейтрона» (Фриш, 1968, с.702). «Открытие искусственной радиоактивности в 1934 г., - подчеркивает Отто Фриш, - было опять-таки случайным, никто не искал его, за исключением Резерфорда, который тщетно искал α-распад» (там же, с.707).

Фактор случая в открытии эффекта замедления нейтронов. Дэвид Ирвинг в книге «Ядерное оружие Третьего рейха» (Москва, «Центрполиграф», 2005) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 1938 год Энрико Ферми открыл эффект замедления нейтронов, за который, собственно говоря, он и получил упомянутую премию: «Фактически случайно Ферми обнаружил, что если источник нейтронов окружить слоем некоего вещества с высоким содержанием водорода, например твердым парафином, возможности нейтронов по воздействию на ядра некоторых тяжелых химических элементов значительно возрастают. Он доказал, что обладающие высокой скоростью нейтроны при столкновении с содержащимися в парафине легкими атомами водорода «замедляются» (Д.Ирвинг, 2005). Об этом же факторе случая Д.Ирвинг пишет в других своих книгах, а именно в книге «Вирусный флигель» (Москва, «Атомиздат», 1969) и в работе «Атомная бомба Адольфа Гитлера» (Москва, «Эксмо», 2004). Случайность открытия Э.Ферми, принесшего ему Нобелевскую премию, рассматривается также в книге М.Шаскольской «Жолио-Кюри» (Москва, «Молодая гвардия», 1966), в которой указывается: «Группа Ферми обнаружила новую интересную особенность: искусственную радиоактивность можно усилить, если нейтроны замедлены. Как оказалось, нейтроны замедляются, если на пути пучка нейтронов поставить как преграду вещество, состоящее из легких атомов: воду, парафин, графит. Массы легких ядер (водорода, углерода) близки по массе к нейтрону. Нейтроны, сталкиваясь с ними, как бильярдные шары, понемногу растрачивают свою скорость. А потом, когда такой замедленный нейтрон – снаряд подходит к мишени – атомному ядру того элемента, в котором хотят вызвать искусственную радиоактивность, это ядро легче захватывает нейтрон: если снаряд мчится слишком быстро, он может проскочить цель. Итальянцы заметили это случайно и проверили, погрузив радиоактивный препарат (источник нейтронов) и облучаемый препарат в фонтан с золотыми рыбками в саду физического факультета» (Шаскольская, 1966, с.79). Супруга Энрико Ферми в книге «Атомы у нас дома» (Москва, издательство иностранной литературы, 1959) не оставляет сомнений в роли случайности, способствовавшей открытию замедленных нейтронов. Описанию истории этого открытия посвящена 11-я глава ее книги, которая так и называется «Случайное открытие». В данной главе Л.Ферми повествует: «Однажды утром Бруно Понтекорво и Эдоардо Амальди испытывали на радиоактивность некоторые металлы. Этим образцам была придана форма маленьких полых цилиндров одинаковой величины, внутри которых можно было поместить источник нейтронов. Чтобы облучить такой цилиндр, в него вставляли источник нейтронов, а затем все это помещали в свинцовый ящик. В это знаменательное утро Амальди и Понтекорво производили опыты с серебром. И вдруг Понтекорво заметил, что с серебряным цилиндриком происходит что-то странное: активность его не всегда одинакова, она меняется в зависимости от того, куда его поставят – в середину или в угол свинцового ящика!» (Ферми, 1959, с.129).

Фактор случая в изобретении циклотрона (ускорителя элементарных частиц). Доктор физико-математических наук В.И.Кузнецов в статье «Лоуренс, изобретатель циклотрона» (журнал «Химия и жизнь», 1992, № 5) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 1939 год Эрнест Орландо Лоуренс пришел к мысли о создании циклотрона: «Проблему решить помог случай. В один из вечеров, по сложившейся холостяцкой привычке, Эрнест листал в университетской библиотеке научные журналы. И хотя он не важно владел немецким языком, решил просмотреть издававшийся в Германии «Archiv fur Electrotechnic». Внимание привлекла статья норвежца Ральфа Видерое «О новом принципе получения высоких напряжений» со множеством графиков и рисунков. Лоуренсу даже не пришлось прорываться сквозь немецкий текст – все рассказали иллюстрации» (Кузнецов, 1992, с.17). Далее В.И.Кузнецов приводит слова Э.Лоуренса: «Мне сразу же показалось, что эта идея указывает реальный путь, который я искал для решения проблемы ускорения положительных ионов. Не заглядывая дальше в статью, я тут же на месте оценил общие характеристики резонансного линейного ускорителя протонов до энергии около одного миллиона электронвольт» (там же, с.18).

Фактор случая в открытии нового радиоактивного элемента радиотория. Фридрих Гернек в книге «Пионеры атомного века» (Москва, «Прогресс», 1974) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1944 год О.Ган открыл радиоторий – новый радиоактивный элемент, который был в несколько сот тысяч раз радиоактивнее тория и принадлежал к числу редкоземельных, взятых в препараторской знаменитого ученого Вильяма Рамзая: «Вскоре молодой исследователь добился замечательного успеха. Он выяснил, что в материале, который дал ему Рамзай для исследования, содержится неизвестное ранее радиоактивное вещество, очевидно, долгоживущий продукт превращения ториевого ряда. Новый радиоактивный элемент, который был в несколько сот тысяч радиоактивнее тория и принадлежал к числу редкоземельных, он назвал «радиоторий». Это было, конечно, случайное открытие, ведь только по счастливой случайности Рамзай дал ему именно этот препарат» (Ф.Гернек, 1974). «Немало великих открытий в истории науки, - поясняет Ф.Гернек, - казалось, обязаны своим появлением лишь случайности. И действительно, их причиной нередко было счастливое стечение обстоятельств, хотя в науке, по словам Планка, никогда не существовало счастья без заслуг. Примерами могут служить открытия Эрстеда, Генриха Герца, Рентгена и Беккереля. К числу таких примеров можно отнести и обнаружение радиотория Отто Ганом» (Ф.Гернек, 1974).

Фактор случая в открытии явления деления атома урана. А.И.Абрамов в книге «История ядерной физики» (2006) говорит о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1944 год О.Ган открыл деление атома ярана: «Одно из величайших открытий XX в. – открытие деления ядер урана, - как и большое число других открытий в науке, было сделано случайно в процессе поиска совсем другого явления» (Абрамов, 2006, с.127). Об этом же факторе случая в творчестве О.Гана сообщает Ю.Нееман в статье «Счастливый случай, наука и общество. Эволюционный подход» (Международный философский журнал «Путь», 1993, № 4): «Чем более революционный характер носит открытие, тем более неожиданными являются результаты. Исследователь никак не мог к ним стремиться. Пример: открытие деления атомного ядра» (Ю.Нееман, 1993, с.75). «В этих революционных случаях, - аргументирует Ю.Нееман, - имеется ярко выраженная стохастическая компонента, очевидный эффект случайности. Однако иногда поразительные результаты, полученные «случайно», делают этой стохастической компонентой самого ученого» (там же, с.75).

Фактор случая в изобретении радара. А.В.Храмой в статье «Автоматика и война» (журнал «Наука и жизнь», 1944, № 1-2) констатирует: «Важное применение нашли электронно-лучевые трубки в деле борьбы с вражескими самолетами. Еще до войны один английский инженер случайно обнаружил при приеме телевизионной передачи, что ультракороткие волны, отражаясь от летящего самолета, дают на телевизионном экране тени, причем ширина теневого изображения находилась в зависимости от расстояния, отделяющего самолет от экрана. Метод, разработанный этим инженером, теперь значительно усовершенствован и дает исключительные результаты в деле обнаружения врага в воздухе» (Храмой, 1944, с.12). Об этом же говорится в рубрике «О чем писала «Наука и жизнь» 50 и 100 лет назад» (журнал «Наука и жизнь», 1994, № 2).

Фактор случая в разработке магнитной записи звука. Ю.Фролов в статье «Сто лет магнитофону» (журнал «Наука и жизнь», 1999, № 6) пишет: «До второй мировой войны, да и в первые годы после нее, Германия оставалась на переднем крае разработок в области магнитной записи звука. В 1940 году немецкие инженеры Браунмюль и Вебер предложили подмагничивание ленты высокочастотным током, что резко улучшило качество звука. Открытие было сделано случайно, когда в результате самовозбуждения усилитель записи стал генерировать высокочастотный «свист». Это замечали и до немцев (первый патент на высокочастотное подмагничивание выдан в США еще в 1921 году), но только Браунмюль и Вебер раскрыли физические основы этого явления» (Фролов, 1999, с.54).

Фактор случая в изобретении микроволновой печи. В.Коляда в статье «Прирученные невидимки. Все о микроволновых печах» (журнал «Наука и жизнь», 2004, № 10) указывает: «Подобно многим другим открытиям, существенно повлиявшим на повседневную жизнь людей, открытие теплового воздействия микроволн произошло случайно. В 1942 году американский физик Перси Спенсер работал в лаборатории компании «Райтеон» с устройством, излучавшим сверхвысокочастотные волны. Разные источники по-разному описывают события, случившиеся в тот день в лаборатории. По одной версии, Спенсер положил на устройство свой бутерброд, а сняв его через несколько минут, обнаружил, что бутерброд прогрелся до середины. По другой версии, разогрелся и растаял шоколад, который был у Спенсера в кармане, когда он работал возле своей установки, и, осененный счастливой догадкой, изобретатель кинулся в буфет за сырыми кукурузными зернами. Поднесенный к установке попкорн вскоре с треском начал лопаться…» (Коляда, 2004, с.136).

Фактор случая в открытии транзисторного эффекта. Ю.Носов в статье «Парадоксы транзистора» (журнал «Квант», 2006, № 1) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 1956 год Уолтер Браттейн впервые обнаружил транзисторный эффект: «Однажды Браттейн, издергавшийся от неудач, сдвинул иголки почти вплотную, мало того, случайно перепутал полярности прикладываемых к ним потенциалов и… увидел на экране осциллографа усиление сигнала. Теперь наступило время теоретика (Джона Бардина – Н.Н.Б.), он сработал почти мгновенно и безошибочно: эффекта поля как не было так и нет, а усиление возникает совсем по иной причине. Во всех предыдущих оценках в расчет принимались только электроны – основные носители тока в германиевом кристалле, а «дырки», неосновные носители, которых было в миллион раз меньше, естественно игнорировались. А оказалось, что в них-то и «зарыта собака…» (Носов, 2006, с.7).

Фактор случая в открытии планеты Уран. Г.В.Носовский и А.Т.Фоменко в книге «Геракл: древне-греческий миф XVI века» (Москва, изд-во «АСТ», 2009) повествуют о том, как великий астроном Вильям Гершель открыл планету Уран: «Напомним, Уран открыт совершенно случайно В.Гершелем 13 марта 1781 года. Рассматривая местность неба около звезды «Эта» Близнецов, Гершель заметил, что… за вечер она переместилась заметно среди других звезд» (Г.В.Носовский, А.Т.Фоменко, 2009). Роль фактора случая в открытии планеты Уран отмечают также Ф.А.Брокгауз и И.А.Ефрон в 68-ом томе «Энциклопедического словаря» (Санкт-Петербург, 1902): «Уран – большая планета, неизвестная древним астрономам, несмотря на то, что при благоприятных условиях она превосходит яркость звезд 6-й величины, т.е. доступна для острого зрения. Уран открыт совершенно случайно В.Гершелем 13 марта 1781 г. Рассматривая местность неба около звезды ħ Близнецов, Гершель заметил, что видимый диск одной из звездочек меняется от перемены увеличения (окуляра) телескопа, а за вечер она переместилась заметно среди других звезд. Гершель думал, что открыл новую комету. Лишь через несколько времени вычисления Лекселя и Лапласа доказали, что расстояние нового светила до Земли громадно, что никакая порабола не удовлетворяет видимому его движению, что открыта новая планета, движущаяся почти по кругу по ту сторону орбиты Сатурна» (Ф.А.Брокгауз, И.А.Ефрон, 1902). Аналогичное описание истории обнаружения Урана можно найти в статье Георгия Бурбы «Открытый дважды» (журнал «Вокруг света», № 6 (2765), июнь 2004 года), где указывается: «Обнаружение этой планеты было огромным событием, которое можно сравнить с открытием Америки или с первыми полетами людей в космос. Как ни странно, но Уран был обнаружен случайно, в ходе систематического наблюдения звезд. Уран – седьмая по удаленности от Солнца планета» (Г.Бурба, 2004).

Фактор случая в открытии планеты Церера. Е.Левитан в статье «Фаэтон, астерон или мифон» (журнал «Наука и жизнь», 1987, № 2) пишет о том, как Джузеппе Пиацци открыл планету Церера: «В астрономии не раз бывало, что открытию помогала случайность. Вот как это произошло с малыми планетами» (Левитан, 1987, с.118). «Планету обнаружил, - продолжает Е.Левитан, - в первую новогоднюю ночь 1801 года Дж.Пиацци, директор обсерватории в Палермо (Сицилия). Надо сказать, что у Пиацци была совсем другая задача, он хотел составить точную карту звездного неба в области созвездия Тельца. Сверяясь со звездным каталогом Волластона (как выяснилось позже, в каталоге была допущена опечатка), астроном никак не мог обнаружить одну из звезд. Неожиданно он заметил звездоподобный объект, который медленно перемещался по небу. Когда вычислили орбиту космического тела, оказалось, что оно движется паразительно точно на том расстоянии от Солнца, какое предсказано формулой Тициуса. Астрономы торжествовали: найдена недостающая планета. Ее назвали Церерой, в честь богини-покровительницы Сицилии» (Левитан, 1987, с.118). «Итак, - аргументирует Е.Левитан, - «правило планетных расстояний» Тициуса, как мы видим, сыграло выдающуюся роль в истории открытия малых планет. Однако само это правило до сих пор не получило своего теоретического истолкования и, как считают современные космогонисты, не содержит физического смысла. Поистине приходится лишь удивляться, как иногда неверные предпосылки или по-просту случайное стечение обстоятельств приводят к открытиям, значение которых трудно переоценить» (там же, с.118). Об этом же сообщает А.М.Романов в книге «Занимательные вопросы по астрономии и не только» (Москва, МЦНМО, 2005): «Несмотря на организованную с 1796 г. целенаправленную «охоту» за новой планетой, 01 января 1801 г., в первый же день нового века, итальянский астроном Пиацци случайно обнаружил объект, который впоследствии был назван Церера и размер которого всего 755 км. Этим было положено начало открытиям «малых планет» или астероидов» (Романов, 2005, с.206).

Фактор случая в обнаружении звезды Барнарда. Л.Ксанфомалити в статье «Планетные системы звезд» (журнал «Наука и жизнь», 2006, № 11) повествует: «Звезда Барнарда – сравнительно холодный и маломассивный красный карлик позднего класса M5V. Э.Барнард был охотником за кометами, причем не бескорыстным: правительство США тогда платило премии за находки комет. Свою звезду в 1916 году он открыл случайно благодаря главной ее особенности – большому видимому движению по небу, около 10 угловых секунд в год» (Ксанфомалити, 2006, с.4).

Фактор случая в открытии планеты Плутон. Ю.Флоренский в статье «Девочка, давшая имя планете» (журнал «Наука и жизнь», 1985, № 4) повествует о том, как была найдена планета Плутон, предсказанная американским астрономом Персивалем Ловеллом в начале 20 века на основании неправильностей в движении Урана: «В 1929 году в Ловелловской обсерватории вступил в строй 32-сантиметровый телескоп-рефрактор, построенный специально для поисков транснептуновой планеты. И менее чем через год молодой астроном Клайд Томбо нашел с помощью этого телескопа на орбите, близко совпавшей с предсказанной, новую планету. Вскоре для нее было единодушно принято название Плутон. Так излагают обычно историю открытия девятой планеты Солнечной системы. Иногда добавляют еще одну интересную подробность: дальнейшие исследования показали, что Плутон слишком мал, чтобы влиять на орбиту Урана. Расчеты Ловелла основывались на простых ошибках наблюдения, и неплохое совпадение результатов с орбитой Плутона – лишь счастливая случайность. Так что это еще один пример открытия, сделанного «по ошибке» (см. «Наука и жизнь», № 4, 1984 г.)» (Флоренский, 1985, с.131). О факторе случая в обнаружении Плутона пишет также Е.Левитан в статье «Планеты, похожие на Землю» (журнал «Наука и жизнь», 1992, № 1): «Самая маленькая из всех планет – Плутон. Его обнаружили примерно шестьдесят лет назад и, как говорят ученые, почти случайно, потому что очень трудно его увидеть» (Левитан, 1992, с.73). Сказанное подтверждает А.Азимов в книге «Царство Солнца» (Москва, «Центрполиграф», 2004): «…На самом деле он – не та планета, положение которой вычислил Ловелл, и его открытие стало чисто случайным совпадением; орбита Плутона несколько меньше той, которую Ловелл рассчитал для планеты Х» (Азимов, 2004, с.193).

Фактор случая в открытии межзвездной поляризации. И.А.Климишин в книге «Астрономия наших дней» (Москва, «Наука», 1986) пишет: «Явление поляризации света звезд было открыто В.Хилтнером и Дж.Холлом в США и независимо В.А.Домбровским (1913-1972) в СССР в 1948 г. По этому поводу О.Струве сказал так: «Обнаружение межзвездной поляризации света навсегда останется одним из самых ярких примеров чисто случайного открытия, подобно открытию Вильгельмом Рентгеном в 1895 г. рентгеновских лучей…» (Климишин, 1986, с.437). И.А.Климишин поясняет: «Сущность явления межзвездной поляризации света заключается в том, что от звезды к наблюдателю проходят волны с преимущественно одинаково ориентированным электрическим вектором. Другими словами, в межзвездном пространстве имеет место селективное поглощение света: поглощаются волны с определенной ориентацией электрического вектора. Мы уже отметили, что это явление связано с присутствием в межзвездной среде пылинок» (там же, с.437).

«Изучение поляризации света звезд, - говорит И.А.Климишин, - стало важным источником информации о геометрии межзвездных магнитных полей. Так, было установлено, что в Галактике имеется магнитное поле, параллельное плоскости Млечного Пути и направленное вдоль ее спиральных ветвей» (там же, с.438).

Фактор случая в открытии спутника Плутона. А.Остапенко в статье «Плутон и Харон» (журнал «Наука и жизнь», 1998, № 3) говорит о том, как был открыт спутник Плутона – Харон: «Он практически случайно был обнаружен в 1978 году одним американским астрономом. Просматривая фотографические изображения планеты (Плутона – Н.Н.Б.), он заметил, что на снимках слабая звездочка, какой получается при фотографировании Плутон, выглядит слегка удлиненной. Это открытие астрономы несколько раз перепроверили и убедились, что у Плутона есть спутник. Он был назван Хароном» (Остапенко, 1998, с.89). Об этом же сообщает А.П.Кондратов в 1-ом томе книги «Новейшая книга фактов» (Москва, «Рипол Классик», 2008): «Еще несколько десятилетий назад о существовании Харона никто и не подозревал, он практически случайно был обнаружен в 1978 году. Просматривая фотоизображения Плутона, американские астрономы Дж.Кристи и Р.Харрингтон заметили, что крошечное светлое пятнышко, каким видна на снимках эта планета, выглядит слегка удлиненным. Перепроверив свое открытие, астрономы убедились, что у Плутона есть спутник» (А.П.Кондратов, 2008).

Фактор случая в открытии эффекта гравитационного линзирования. В.Шульга в статье «Космические линзы и поиск темного вещества во Вселенной» (журнал «Наука и жизнь», 1994, № 2) указывает: «…Вероятность случайно наткнуться на гравитационную линзу выражается числом с восемнадцатью нулями после запятой! И тем не менее, как это часто бывает в наблюдательной науке – астрономии, около 15 лет назад эффект гравитационного линзирования «случайно» был обнаружен. Двойной квазар QSO 0957+561 A, B, состоящий из пары идентичных по яркости и спектру, близких по величине красного смещения изображений, разделенных на небе угловым расстоянием в 5,7″, был отождествлен с двумя изображениями одного и того же квазара, образовавшимися под действием гравитационной линзы» (Шульга, 1994, с.10). Владимир Сурдин в статье «Портрет Вселенной сквозь гравитационную линзу» (журнал «Знание-сила», 1998, № 9-10) также пишет о случайности открытия эффекта гравитационной линзы, который был в свое время предсказан Ф.Цвикки: «…Предсказанное им отклонение света галактиками впервые было обнаружено лишь в 1979 году, когда группа астрономов из Англии и США случайно нашла двойное изображение квазара, образованное, как выяснилось, гравитационной линзой, в качестве которой выступила эллиптическая галактика» (Сурдин, 1998, с.30).

Фактор случая в открытии способа производства износостойких автомобильных шин. Е.Д.Терлецкий в статье «Сажа» (журнал «Химия и жизнь», 1973, № 11) повествует о раннем периоде развития автомобилестроения: «Автомобильные шины того времени были хотя и красивы, но не прочны. Чтобы сделать их долговечнее, в резину пробовали добавлять окись цинка и другие вещества. Но особых результатов это не давало. Между тем автомобилестроение развивалось и требовало более совершенной обуви для автомобиля. Помог случай. Незадолго до первой мировой войны в одной мастерской по изготовлению автомобильных шин составляли черную резиновую смесь. Мастер, готовивший смесь, видимо, случайно переборщил и вместо положенных 3,0% ввел 30% сажи. Ошибку обнаружили гораздо позже, когда начали выяснять, почему шины, сделанные именно в этой мастерской, стали с некоторых пор более упругими и износостойкими, чем у конкурентов. Так была найдена возможность усиления резины, улучшения ее свойств, и сажа в шинной промышленности стала выполнять роль не только пигмента, но и активного наполнителя. И если вулканизация (с помощью серы) открыла возможности для широкого практического использования каучука вообще, то применение сажи положило начало использованию каучука синтетического» (Терлецкий, 1973, с.23).

Фактор случая в открытии синхронизации вращающихся тел. В.Батраков в статье «Экономное измельчение» (журнал «Химия и жизнь», 1987, № 5) повествует о том, как было обнаружено явление синхронизации вращающихся тел, что получило теоретическое истолкование в исследованиях российского физика Ильи Израилевича Блехмана (1953): «И все же явление, подобное резонансу, у вращающихся тел было обнаружено. Это произошло совершенно случайно в «Механобре» еще в 1948 году. Дело было так. Два независимых электродвигателя приводили в движение две независимые установки, укрепленные на одном общем фундаменте. Однажды провода, питавшие электроэнергией один из моторов, оборвались. Но это заметили только несколько часов спустя: обесточенный двигатель продолжал исправно вращаться как бы сам собой, приводя в движение связанную с ним установку!» (Батраков, 1987, с.16). Об этом же сообщает И.И.Блехман в статье «Вибрация изменяет законы механики» (журнал «Природа», 2003, № 11): «Толчком к обнаружению явления самосинхронизации неуравновешенных роторов как раз и послужило случайное наблюдение описанного эффекта в ленинградском институте «Механобр» в 1948 г.» (Блехман, 2003, с.49).

Фактор случая в открытии эффекта аномально низкого трения (АНТ). Г.Марчук в статье «Технология – материал – новая технология» (журнал «Наука и жизнь», 1985, № 9) пишет: «Пятнадцать лет назад группой советских ученых был открыт эффект аномально низкого трения (АНТ), позволивший, как выяснилось в дальнейшем, не только углубить имеющиеся представления о природе трения вообще, но и наметить принципиально новые пути устранения его влияния в технических устройствах. Эффект АНТ, как признают сами авторы, был открыт в значительной мере случайно. Эксперименты, имеющие цель выявить особенности работы ряда материалов в космосе, показали, что при определенных условиях у некоторых из этих материалов, подвергнутых поверхностному облучению в вакууме, степень трения может снизиться до невиданно низкого уровня, соответствующего жидкостному состоянию или даже процессу качения» (Марчук, 1985, с.5). Отметим, что эффект аномально низкого трения был открыт группой ученых: Е.А.Духовской, В.С.Онищенко, А.Н.Пономаревым, А.А.Силиным и В.Л.Тальрозе. Они обнаружили, что если в ходе работы пары трения металл-полимер в вакууме на поверхность полимера воздействовать потоком ионов гелия, то происходит падение коэффициента трения в 100 и более раз. Открытие зарегистрировано под № 121 с приоритетом от 16 сентября 1969 г.

Фактор случая в изобретении способа ионной полировки зеркал. В заметке «Чем только не полируют…» (журнал «Химия и жизнь», 1967, № 4) констатируется: «Во время испытания ускорителя в университете штата Аризона было случайно обнаружено, что пучок ионизированных частиц может полировать поверхность зеркал для телескопов. И не просто полировать, а очень тонко и чисто. Естественно, что исследователи взялись за изучение этого необычного способа полировки. Ведь от качества зеркала зависит качество фотографий, полученных с помощью телескопа» («Химия и жизнь», 1967, с.62).

Фактор случая в открытии способа распознавания нефтяных пятен на море. В заметке «Как найти пятно в море» (журнал «Химия и жизнь», 1971, № 8) указывается: «И вот недавно стало известно, что самолетные радарные установки легко распознают в море нефтяные пятна. Это было открыто совершенно случайно. Ученые, изучавшие с помощью радаров дрейф льда в морях, неожиданно зафиксировали пятна выброшенной танкером нефти. После этого были проведены контрольные испытания. Оказалось, что радар летящего самолета может обнаружить в волнах даже одну тонну нефти» («Химия и жизнь», 1971, № 8, с.53).

Фактор случая в разработке нового вида шлифовальных материалов. Г.Г.Гецов в статье «Капля долбит камень» (журнал «Химия и жизнь», 1972, № 3) пишет: «В лаборатории ВНИИАЛМАЗа, которой руководит Е.А.Сторчак, ставили эксперимент за экспериментом. В связующее (фенолформальдегидная смола) для шлифовальных кругов вводили самые различные добавки: и стекло – для хрупкости, и медь – для теплопроводности. И вот однажды (говорят, случайно) добавили порошок олова. Результат оказался неожиданным: твердый сплав стал податливей, скорость его обработки возросла чуть ли не вдвое. Институт выпустил новые шлифовальные круги «Б-156» с оловянной добавкой. Сейчас они есть на каждом машиностроительном заводе» (Гецов, 1972, с.15).

Фактор случая в открытии, сделанном сотрудниками Саратовского филиала Государственного института стекла (ГИС). Ю.Чирков в заметке «Электродуга стекла» (журнал «Знание-сила», 1970, № 11) повествует о случайной находке сотрудников Саратовского филиала Государственного института стекла (ГИС) А.С.Махнавецкого и В.И.Задумина: «В наши дни чудес, как известно, не бывает. Но если все-таки чудесное и случится, его встречают лозунгом «каждому чуду – научное объяснение!». И с саратовцами раз приключилось такое. Окрашивали в лаборатории стекло электрохимическим методом – все хорошо, вот только источник тока (случайно заметили!) оказался выключенным! Тока нет, а окрашивание стекла – о чудо! – продолжается. Каждому чуду – научное объяснение. Подумали исследователи – и быстро сообразили: ведь вся электрохимия покоится на том простом опытном факте, что между металлической пластинкой, погруженной в раствор или расплав электролита, и этими последними возникает разность потенциалов. Если в электролит погрузить два замкнутых на внешнюю цепь электрода (это все необходимейшие компоненты электрохимической установки для окрашивания стекла!), то возникает собственная ЭДС, ток в цепи и так далее. Сейчас саратовское чудо зарегистрировано: изобретение № 266171, авторы А.Махнавецкий и В.Задумин – лица, нам уже знакомые» (Чирков, 1970, с.12).

Фактор случая в открытии радиоизлучения Юпитера. А.П.Кондратов в 1-ом томе книги «Новейшая книга фактов» (Москва, «Рипол Классик», 2008) пишет: «Радиоизлучение Юпитера было открыто совершенно случайно, что не такая уж большая редкость в истории науки. В 1950-х годах, в период зарождения радиоастрономии, американцы Бернард Берк и Кеннет Франклин исследовали небо при помощи нового и по тем временам очень чувствительного радиотелескопа. Они искали фоновое космическое радиоизлучение, идущее от источников далеко за пределами Солнечной системы. Неожиданно они обнаружили неизвестный мощный источник, который, похоже, не был связан ни с одной заметной звездой, туманностью или галактикой. Более того, он постепенно смещался относительно далеких звезд, причем значительно быстрее, чем мог бы двигаться далекий объект» (А.П.Кондратов, 2008).

Фактор случая в открытии реликтового излучения. И.Ройзен в статье «Вселенная между мгновением и вечностью» (журнал «Наука и жизнь», 1996, № 11) рассказывает о том, как лауреаты Нобелевской премии по физике за 1978 год Роберт Вильсон (Уилсон) и Арно Пензиас открыли реликтовое излучение, образовавшееся в результате взрыва Вселенной: «Приходится лишь удивляться тому, что реликтовое излучение не было обнаружено значительно – лет на двадцать-тридцать – раньше, поскольку для этого уже тогда имелись все возможности. Единственное объяснение этому состоит в том, что его просто не искали и не знали, что нужно искать. Ведь Пензиас и Вилсон тоже наткнулись на него совершенно случайно» (Ройзен, 1996, с.7). О факторе случая упоминает также Е.Транковский в статье «Что такое наука?» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 10). Говоря об идее Г.Гамова о существовании реликтового излучения, которую он сформулировал в 1940-х годах, Е.Транковский замечает: «Это предсказание было практически забыто, и вспомнили о нем только в 1960-х годах, когда американские радиофизики случайно обнаружили присутствие радиоизлучения с предсказанными теорией характеристиками» (Транковский, 2010, с.5). Об этом же говорят М.В.Сажин и О.С.Хованская в статье «Лауреаты Нобелевской премии 2006 года по физике – Дж.Мазер и Дж.Смут» (журнал «Природа», 2007, № 1): «В 1965 г. реликтовое излучение было случайно открыто американскими радиоинженерами компании «Белл» А.Пензиасом и Р.Вильсоном во время работы над новым усовершенствованным радиометром» (Сажин, Хованская, 2007, с.68). Это подтверждает А.М.Романов в книге «Занимательные вопросы по астрономии и не только» (Москва, МЦНМО, 2005): «Другим наблюдательным фактом, свидетельствующим о расширении Вселенной, является так называемое «реликтовое излучение». Оно было открыто в 1965 г., по сути случайно, при калибровках радиоаппаратуры, и представляет собой слабое фоновое радиоизлучение» (Романов, 2005, с.84).

Фактор случая в разработке инфляционной теории развития Вселенной. Билл Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) повествует о том, как сотрудник Стэнфордского университета Алан Гут в 1979 году пришел к инфляционной модели развития Вселенной: «Ему было тогда тридцать два года и, по собственному признанию, он никогда раньше ничем подобным всерьез не занимался. Возможно, он никогда бы и не выдвинул свою замечательную теорию, если бы случайно не попал на лекцию о Большом Взрыве, прочитанную никем иным, как Робертом Дикке. Лекция пробудила у Гута интерес к космологии, в особенности к вопросу о рождении Вселенной» (Брайсон, 2007, с.18).

Фактор случая в открытии пульсаров. И.Д.Новиков в статье «Законы физики и новые открытия в астрономии» (журнал «Земля и Вселенная», 1973, № 2) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 1974 год Энтони Хьюиш не без помощи своей аспирантки Джоселин Белл открыл пульсары (быстро вращающиеся нейтронные звезды): «Открыли нейтронные звезды совершенно случайно в 1967 году, спустя 33 года после их предсказания. Оказалось, что вблизи поверхности нейтронных звезд, которые обладают сильным магнитным полем, есть активные области. Они излучают направленные потоки радиоволн» (Новиков, 1973, с.8). Об этом же повествует Г.С.Бисноватый-Коган в статье «Феномен пульсара» (журнал «Земля и Вселенная», 1974, № 2): «Источники пульсирующего радиоизлучения – пульсары были открыты случайно в 1967 году английскими радиоастрономами («Земля и Вселенная», № 2, 1971 г., стр.19-22). Прошло меньше года после открытия, и природа пульсаров частично прояснилась. Оказалось, что это – те самые нейтронные звезды, которые были предсказаны более тридцати лет назад» (Бисноватый-Коган, 1974, с.23). Эту же счастливую случайность рассматривает С.Попов в статье «Поиск внеземного разума в начале XXI века: взгляд скептика» (журнал «Наука и жизнь», 2006, № 4): «Достаточно вспомнить, что радиопульсары были открыты случайно, в ходе рутинных астрономических наблюдений и первоначально приняты за сигналы внеземных цивилизаций. Таким образом, современная астрономия дает колоссальные возможности для «случайного» обнаружения внеземного разума или его следов, если таковые есть» (Попов, 2006, с.41).

Фактор случая в установлении того, что цефеиды входят в состав звездных скоплений. Ю.Н.Ефремов в статье «Самые важные звезды» (журнал «Земля и Вселенная», 1973, № 2) говорит: «К несчастью, достаточно близко от нас нет ни одной цефеиды, у которой можно было бы измерить тригонометрический параллакс с достаточной точностью. На помощь пришел случай. В 1955 году Дж.Ирвин, занимаясь фотоэлектрической фотометрией южных цефеид, обнаружил, что яркая цефеида S Наугольника окружена многочисленными голубыми звездами. Заглянув в звездный атлас, Ирвин увидел, что цефеида сидит в рассеянном звездном скоплении NGC 6087. Вскоре так же случайно Ирвин установил, что U Стрельца расположена в центре скопления М25. Очевидцы помнят, как блестели глаза

Ирвина, когда он рассказывал об этом за чопорной процедурой утреннего чая в Капской обсерватории» (Ефремов, 1973, с.49).

Фактор случая в открытии теории струн. А.Семихватов в статье «Суперструны: на пути к теории всего» (журнал «Наука и жизнь», 1997, № 3) пишет о том, как в теоретической физике возникла струнная концепция: «Открытые теоретиками по совершенно другому поводу, по существу действительно случайно, струны обогатили теоретическую физику рядом новых идей и концепций, предложив нам средства, позволяющие уже сейчас всерьез задумываться о строении мира даже за пределами наблюдаемой его части» (Семихватов, 1997, с.63). Автор здесь имеет в виду, что Г.Венециано и М.Судзуки (1968) случайно нашли в одном из математических справочников знаменитую бета-функцию Л.Эйлера, которую он (1730) использовал в совершенно других целях, и поняли, что эту бета-функцию можно перенести в теорию сильного взаимодействия (теорию адронов).

Фактор случая в открытии мощных источников космического рентгеновского излучения (в рождении рентгеновской астрономии). В.Л.Гинзбург в статье «Астрофизика высоких энергий» (журнал «Земля и Вселенная», 1976, № 5) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 2002 год Риккардо Джаккони открыл один из первых мощных источников рентгеновского излучения: «Если не считать наблюдений рентгеновского излучения Солнца, которые успешно ведутся с конца 40-х годов, рентгеновская астрономия родилась в 1962 году, когда случайно был открыт мощный рентгеновский источник Скорпион Х-1. С тех пор сделано очень многое» (Гинзбург, 1976, с.11). Об этом же В.Л.Гинзбург пишет в книге «О физике и астрофизике» (Москва, «Наука», 1992): «Рентгеновская астрономия, если не говорить об изучении Солнца, родилась в 1962 г. в результате случайного и неожиданного открытия (при измерениях на ракете) мощного рентгеновского источника Sco X-1 (скорпион Х-1). Затем был обнаружен целый ряд других космических рентгеновских источников (рентгеновских «звезд»)…» (В.Л.Гинзбург, 1992). О факторе случая в открытии Риккардо Джаккони, за что он, собственно, и получил Нобелевскую премию, говорит также Г.Береговой в книге «Космос-землянам» (Москва, «Молодая гвардия», 1981): «Правда, рентгеновские лучи, испускаемые Солнцем, удалось обнаружить еще до рождения космонавтики, но о других источниках в звездном небе и не подозревали. На них наткнулись случайно. В 1962 году американцы, решив проверить, не исходит ли от поверхности Луны рентгеновское излучение, запустили ракету, снабженную специальной аппаратурой. Вот тогда-то, обрабатывая результаты наблюдений, радиоастроном Джиаккони убедился, что приборы отметили мощный источник рентгеновского излучения. Он располагался в созвездии Скорпион. Ему дали обозначение Х-1 (икс-один). С помощью высотных ракет на карту звездного неба вскоре нанесли более 30 рентгеновских источников» (Береговой, 1981, с.19). Наконец, случайность открытия Р.Джаккони рассматривается в энциклопедии «Физика космоса», написанной под редакцией Р.А.Сюняева (Москва, 1986): «На раннем этапе развития космических исследований источники РИ (рентгеновского излучения – Н.Н.Б.), по мощности подобные Солнцу, но находящиеся далее нескольких парсек, не могли быть обнаружены. По этой причине поиски РИ от ближайших звезд и других далеких космических объектов вообще не проводились вплоть до 1962 г., когда группа американских исследователей (под руководством Б.Росси, Р.Джаккони) случайно обнаружила с ракеты сильный источник РИ в созвездии Скорпиона при попытке наблюдать рентгеновское флюоресцентное излучение поверхности Луны, подвергаемой бомбардировке космическими лучами» («Физика космоса», 1986, с.580).

Фактор случая в открытии космических гамма-всплесков. О.С.Угольников в кандидатской диссертации «Метод космической триангуляции измерения координат и поиск гравитационного линзирования космических гамма-всплесков» (Москва, 2001) пишет: «Космические гамма-всплески, как и многие другие классы астрономических объектов, были открыты случайно, с помощью системы американских спутников Vela в конце 60-х годов XX века…» (О.С.Угольников, 2001). Об этом же сообщает Александр Волков в статье «Гибель Галактик» (журнал «Знание-сила», 2000, № 11): «За гамма-вспышками никто не наблюдал специально. Их случайно фиксировали спутники, следившие за тем, как военные в СССР соблюдают соглашения об испытании атомного оружия» (Волков, 2000, с.24). Фактор случая подчеркивается также в статье Александра Алешина «Что глотает черная дыра?» (журнал «Знание-сила», 1998, № 3): «В ушедшем году ученым удалось хоть что-то понять в одном из самых странных и загадочных явлений современной астрономии – вспышках гамма-лучей, «барстерах» (от английского burst - вспышка). Они интригуют астрофизиков примерно три десятилетия – с момента случайного их открытия спутником-шпионом Vela, который был запущен для слежения за гамма-излучением от наземных ядерных взрывов» (Алешин, 1998, с.48).

Фактор случая в регистрации нейтрино, родившихся при коллапсе сверхновой звезды. А.Семенов в статье «Родилась звезда» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 4) рассказывает о том, как японская подземная установка «Камиоканде» (подземный нейтринный детектор) зарегистрировал 11 нейтрино в течение 13 секунд, родившихся при коллапсе сверхновой звезды в Большом Магеллановом облаке в 1987 году: «Так вот, нейтрино от сверхновой попали в японскую установку как раз в тот момент, когда должны были менять ленту. Должны были, но не поменяли! Просто сказочно повезло: на 23 февраля в Японии приходился какой-то праздник, и аспирант, ответственный за смену ленты, получил разрешение не являться на работу и ленту не менять, благо места для начала новой записи оставалось предостаточно. Вот какой счастливой случайности мы обязаны тем, что у нас есть информация о рождении звезды» (Семенов, 1988, с.39).

Фактор случая в открытии вибрирующих движений газа на Солнце. Б.Гай-Гулин в статье «Что у Солнца внутри?» (журнал «Знание-сила», 1994, № 1) пишет: «Не столь давно сотрудники Калифорнийского технологического института обнаружили: на поверхности светила существуют небольшие пятна, которые появляются и исчезают за какие-нибудь пять минут. Открытие было случайным – ученые исследовали хаотические движения газа на солнечной поверхности, вызываемые конвекцией. (…) (…) Высокоточный прибор калифорнийских астрофизиков зафиксировал: новооткрытые пятна колеблются с частотой пять-шесть раз в полчаса. Скорость их перемещения близка к 500 м/с, а путь, который они преодолевают, не превышает 50 километров. Сперва ученые полагали, что это какой-то локальный эффект, ничего общего не имеющий с поведением Солнца в целом. Потом почувствовали иное. То, что казалось набором пятиминутных колебаний, в действительности оказалось наложением друг на друга целой серии из сотен колебаний с самыми разными периодами – от трех минут до целого часа» (Гай-Гулин, 1994, с.90).

Фактор случая в открытии гиперядер. А.С.Ассовская в статье «Осколки странного мира» (журнал «Химия и жизнь», 1976, № 12) повествует о том, как известные польские физики М.Даныш и Е.Пневский открыли гиперядра – ядра, в которых наряду с протонами и нейтронами содержится странная частица гиперон: «В 1952 году польские физики при просмотре фотопластинок, облученных космическими лучами во время высотного полета на воздушном шаре, среди тысяч звезд случайно обнаружили чрезвычайно редкое событие – две звезды соединял черный луч. Конечно, это могло быть и случайным наложением треков. Но более детальное исследование двойной звезды под микроскопом показало, что это не так. Скорее всего, между звездами существовала генетическая связь. И действительно, тщательный кинематический анализ показал, что одно из этих расщеплений было инициировано космической частицей, оповестившей о своем приходе «морзянкой» проявленных зерен» (Ассовская, 1976, с.41). «Открытие польских ученых, - продолжает А.С.Ассовская, - показало, что странные частицы – гипероны могут, подобно нуклонам, существовать достаточно долго в связанном состоянии и если исключить специфическое свойство гиперонов – странность, то последние оказываются очень похожими на нуклоны. Одно время в физической литературе гиперон называли возбужденным состоянием нуклона» (там же, с.43).

Фактор случая в обнаружении природного ядерного реактора. А.Ю.Шуколюков в статье «Уран. Природный ядерный реактор» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 6) пишет о том, как ученые открыли цепную ядерную реакцию, реализующуюся в природе: «Были исследованы многие «подозрительные» урановые месторождения – но ни в одном не обнаружилось признаков природных ядерных реакторов. Получалось, что теоретическая возможность природной цепной реакции никогда не превратилась в действительность. К такому выводу пришли в 1970 г. А спустя всего два года французские специалисты совершенно случайно наткнулись на природный ядерный реактор!» (Шуколюков, 1980, с.23). О случайности открытия природного ядерного реактора пишет также Марина Смирнова в статье «Божественный реактор» (журнал «В мире науки», 2004, № 1): «Когда порода остывала, вода вновь просачивалась и запускала ядерную реакцию. И так, то вспыхивая, то угасая, реактор, мощность которого составляла порядка 25 кВт (что в 200 раз меньше, чем у самой первой атомной электростанции), горел порядка 500 тыс. лет. Обнаружен данный феномен был в известной степени случайно. В 1972 г. в лабораторию французского урано-обогатительного завода Пьерлатт (Pierrelatte) доставили партию сырья с месторождения Окло. Один из химиков-аналитиков обратил внимание на «недостачу»: вместо положенных 0,7202% U^{235} его – о ужас! – оказалось всего 0,7171%! Для природы характерна стабильность изотопного состава различных элементов, которая унаследована от праматерии, первичного вещества Вселенной» (Смирнова, 2004, с.71).

Фактор случая в открытии динамического хаоса (хаотической динамики). А.Кригель в статье «Атмосфера на границе порядка и хаоса» (журнал «Знание-сила», 1989, № 8) описывает историю открытия Эвардом Лоренцом динамического хаоса в атмосфере: «Лоренц на первых порах искал возможность численного моделирования конвекции, для чего исследовал на ЭВМ поведение решения системы трех нелинейных дифференциальных уравнений. Абсолютно случайно он обнаружил: эта система обладает необычными свойствами и периодичностью, весьма похожей на то, что наблюдается в атмосфере. Работа Лоренца, получившая широкую известность, положила начало совершенно новому направлению в геофизической гидродинамике и в теории турбулентности; сегодня оно успешно развивается, в том числе и в СССР. Эта работа способствовала становлению науки о самоорганизующихся системах и устройствах – синергетики, основателем которой считают упомянутого Г.Хакена» (Кригель, 1989, с.34).

Фактор случая в обнаружении взаимосвязи ионосферных и тропосферных процессов. Л.Филимонов в статье «Ветры седьмого неба» (журнал «Знание-сила», 1970, № 10) описывает открытие Казимира Абдуловича Каримова, сотрудника лаборатории распространения радиоволн Института физики и математики Киргизской Академии наук: «Кое-кто до сих пор убежден, что «мезоколебания» обнаружены случайно. Каримов не спорит – что толку спорить об очевидных вещах? Смысл словосочетания «случайное открытие» - в последнем, а не в первом слове. А элемент случайности есть в любом открытии. Колумб и тот бы не открыл Америку, не попадись она ему случайно на пути в Индию. На пути Казимира Каримова в этот день оказался республиканский метеоцентр. В метеоцентре под руку ему – случайно! – подвернулся бюллетень погоды, и Каримов унес его с собой в институт. В бюллетене совсем не случайно – оказалась таблица колебаний атмосферного давления во Фрунзе в течение месяца. Изучая ее, Каримов машинально набросал приблизительный график – ему хотелось посмотреть, как выглядит кривая изменения давления во времени. Почти не глядя на бумагу, он начертил неровный крест осей, нашел координаты точек, уверенно соединил их линией.

И… уставился на получившуюся кривую в каком-то странном томительном удивлении. Она ему напоминала что-то очень знакомое… Боясь ошибиться, Каримов медленно встал, снял с полки толстый полугодовой отчет лаборатории, принес на стол и, не сдержавшись, лихорадочно перелистал… Точно, она! Кривая месячного хода скорости перемещения воздушных масс в ионосфере. Совпадение почти полное – по продолжительности периода и фазе колебания! Что это может означать?.. А означать это может многое. Прежде всего – взаимосвязь ионосферных и тропосферных процессов. Где тут причина и где следствие, пока неясно. Но факт – вот он: давление в приземном слое атмосферы изменяется по тому же закону, что и скорость ионосферного ветра. Кривые похожи, как близнецы, - зная форму одной из них, можно с достаточной точностью предсказать, как будет выглядеть другая» (Филимонов, 1970, с.11). «На всесоюзном совещании в Москве, - добавляет Л.Филимонов, - Каримов сделал сообщение о «мезоколебаниях» - так окрестил он открытое им явление. В перерыве его окружили метеорологи, заговорили все разом – предполагали, чувствовали, ожидали!
- Как удалось?!..
Тут Каримов и ответил:
- Случайно» (там же, с.12).

Фактор случая в открытии эффекта Мейсснера-Оксенфельда. Алексей Левин в статье «Без всякого сопротивления» (журнал «Популярная механика», 2011, № 8) говорит о находке Вальтера Мейсснера и Роберта Оксенфельда: «Эффект Мейсснера-Оксенфельда, как и сверхпроводимость, был открыт случайно. В те времена сверхпроводники воспринимали лишь как идеальные проводники с нулевым сопротивлением. В 1925 году Гертруда де Хааз-Лоренц (жена Вандера де Хааза и дочь великого голландского физика Хендрика Лоренца) теоретически вывела, что в подобных материалах электрические токи текут лишь в поверхностном слое толщиной порядка 50 НМ (оценка оказалась чрезвычайно точной – к примеру, для свинца этот показатель составляет 40 НМ). (…) Мейсснер пожелал проверить эту теорию экспериментом. Поскольку внутрь сверхпроводника заглянуть невозможно, он решил изучить магнитные поля, порождаемые сверхпроводящими токами. Здесь его ожидал сюрприз. Оказалось, что сверхпроводники взаимодействуют с магнитным полем совсем не так, как должны взаимодействовать с ним идеальные проводники. Эксперименты Мейсснера и Оксенфельда показали, что внутри сверхпроводника магнитное поле становится нулевым, то есть переход в сверхпроводящее состояние порождает идеальный диамагнетизм (вещества, внутри которых внешнее магнитное поле ослабляется, называют диамагнетиками)» (А.Левин, 2011).

Фактор случая в обнаружении осцилляций поверхностного сопротивления металлов в слабом магнитном поле. М.С.Хайкин в статье «Магнитные поверхностные уровни электронов» (журнал «Природа», 1978, № 11) пишет: «Цель этой статьи – рассказать о недавно открытом фундаментальном квантовом явлении: о магнитных поверхностных квантовых уровнях электронов проводимости металла, возникающих под влиянием слабого магнитного поля в очень чистых и совершенных металлических монокристаллах при температурах, близких к абсолютному нулю. История этого явления представляет собой весьма любопытный и редкий в наше время случай: оно было открыто совершенно неожиданно (в ходе исследований другого очень интересного явления – циклотронного резонанса), а его объяснение и теория, несмотря на интерес и усилия многих физиков, появились лишь семь лет спустя» (Хайкин, 1978, с.28).

Фактор случая в изобретении полупроводникового лазера на основе двойной гетероструктуры. Ольга Закутняя и Дарья Костикова в статье «Творец кристаллов» (журнал «В мире науки», 2007, № 6) пишут о том, как лауреат Нобелевской премии по физике за 2000 год Жорес Алферов нашел материал (кристалл) для создания полупроводникового лазера на основе двойной гетероструктуры, то есть лазера, основанного на идеальном гетеропереходе с бездефектной границей: «И тут произошла одна из тех судьбоносных случайностей, которая определила дальнейшие исследования. Один из членов научной группы Ж.И.Алферова, Д.Н.Третьяков, узнал, что его товарищ из другой лаборатории А.С.Борщевский хранил в ящике стола мелкие, поликристаллические образцы твердого раствора AlGaAS, которые благополучно пролежали там более двух лет, и за это время с ними ничего не случилось. Исследователи были счастливы: гетеропара GaAS/AlGaAS позволяла создать решеточно-согласованную гетероструктуру, т.е. избежать возникновения в структуре напряжений» (Закутняя, Костикова, 2007, с.20). Об этом же сообщает Александр Самсонов в статье «Жорес Алферов – флагман отечественной электроники» (журнал «Экология и жизнь», 2010, № 5 (102)): «Группа Алферова (Дмитрий Третьяков, Дмитрий Гарбузов, Ефим Портной, Владимир Корольков и Вячеслав Андреев) несколько лет билась над поиском подходящего для реализации материала, пытаясь изготовить его самостоятельно, но нашла подходящий сложный трехкомпонентный полупроводник почти случайно: в соседней лаборатории Н.А.Горюновой. Однако это была «неслучайная» случайность – поиск перспективных полупроводниковых соединений Нина Александровна Горюнова вела направленно, а в вышедшей 1968 г. монографии сформулировала идею «периодической системы полупроводниковых соединений» (Самсонов, 2010, с.6-7). Наконец, тот же вопрос, касающийся случайности сделанной находки, рассматривает Ю.Р.Носов в статье «Создание светодиодов и лазеров: вклад российских ученых» (журнал «Вопросы истории естествознания и техники», 2006, № 4): «Несколько лет группа Алферова билась над поиском подходящего для реализации материала, а нашла его, в некотором смысле, полуслучайно, в соседней лаборатории у Н.А.Горюновой, где этот сложный трехкомпонентный полупроводник был изготовлен впрок «На всякий случай». Гетеролазер на этом материале был создан в канун 1969 г., а приоритетной датой на уровне обнаружения лазерного эффекта является 13 сентября 1967 г. [43]» (Ю.Р.Носов, 2006).

Фактор случая в открытии материалов, сохраняющих сверхпроводящие свойства в сильных магнитных полях. Дж.Халм, Дж.Кюнцлер и Б.Маттиас в статье «Путь к сверхпроводящим материалам» (журнал «Химия и жизнь», 1983, № 11) говорят о том, как им удалось отыскать материалы, не теряющие своей сверхпроводимости в условиях сильного магнитного поля: «…Было бы ненаучно считать, что везение не играет совсем никакой роли. Нам кажется, что хотя наука открывает массу разных возможностей, трудно заранее гарантировать, что одного лишь образования будет достаточно, чтобы найти именно ту область, которая уже готова к крупному рывку и только тихо поджидает своего новатора. Во всяком случае, что касается нашего вклада в науку о сверхпроводниках с высокими критическими полями, то мы допускаем, что имели место сразу две счастливые случайности. Они заключаются в том, что мы оказались поблизости, когда это направление созрело для дальнейшего рывка, а также в том, что когда двое из нас встретились в доме Лоусона, они, вопреки намерению Матиаса, не подрались на дуэли» (Халм и др., 1983, с.82).

Фактор случая в открытии сверхтекучести гелия-3. Л.Верховский в статье «Нобелевские премии 1996 года» (журнал «Химия и жизнь», 1997, № 2) объясняет, как Дэвид Ли, Роберт Ричардсон и Дуглас Ошерофф в 1972 году открыли сверхтекучесть гелия-3, за что были удостоены Нобелевской премии по физике за 1996 год: «Д.Ли, Р.Ричардсон и Д.Ошерофф применили метод охлаждения, который предложил в начале 50-х годов советский теоретик, позднее академик И.Я.Померанчук. Как признает Ли, открытие было сделано «более или менее случайно – в ходе опытов, преследовавших другую цель». Сверхтекучий гелий-3 обладает необычными, еще до конца непонятыми свойствами, и его изучение важно, например, для понимания высокотемпературной сверхпроводимости и строения нейтронных звезд» (Верховский, 1997, с.4). Поясним, что Д.Ли, Р.Ричардсон и Д.Ошерофф искали магнитный фазовый переход второго рода в твердом He-3. В 1972 году они втроем опубликовали в журнале «Физикал Ревью Леттерс» статью под названием «Свидетельство существования новой фазы в твердом Не-3». В этой статье они сообщили, что им, наконец, удалось магнитный фазовый переход второго рода в твердом гелии-3. Однако их интерпретация была ошибочной, в действительности они получили сверхтекучий гелий-3, на что им указали другие ученые.

Фактор случая в открытии высокотемпературной сверхпроводимости. А.Корн в статье «Сверхпроводимость – новая эра?!» (журнал «Знание-сила», 1987, № 8) пишет о том, как лауреаты Нобелевской премии по физике за 1987 год Дж.Беднорц и К.Мюллер обнаружили высокотемпературный сверхпроводник: «…Одной из главнейших задач всегда был поиск высокотемпературных сверхпроводников. И хотя на решение этой задачи были брошены огромные силы физиков, за семь десятилетий после открытия удалось подняться всего на 19 градусов. И вот в 1986 году на помощь науке пришел счастливый случай. Швейцарским исследователям удалось создать материал, который становился сверхпроводником при 40 градусах Кельвина!» (Корн, 1987, с.29). «Ведь высокотемпературную сверхпроводимость ждали и искали экспериментально и теоретически, но нашлась она в совершенно неожиданном месте. Итак, весной 1986 года сотрудники Цюрихской исследовательской лаборатории одной из фирм Дж.Беднорц и К.Мюллер послали в отнюдь не самый популярный физический журнал «Цайтшрифт фюр физик» статью с осторожным названием «Возможная высокотемпературная сверхпроводимость в системе La-Ba-Cu-O» (там же, с.29). Существенную роль в успехе Дж.Беднорца и К.Мюллера играл метод перебора вариантов, о чем сообщают А.Буздин и А.Варламов в статье «Страсти по сверхпроводимости, или что могли, но не сделали средневековые алхимики» (журнал «Знание-сила», 1988, № 7): «Мюллер и Беднорц, начиная с 1983 года, подобно средневековым алхимикам возились с сотнями различных окислов, варьируя их состав, количество, режимы синтеза. На этом непростом пути они в конце 1985 года и подобрались, наконец, к соединению бария, лантана, меди и кислорода, которое при измерениях проявило признаки сверхпроводимости при 35 градусах Кельвина» (Буздин, Варламов, 1988, с.15).

Фактор случая в открытии сверхпроводимости диборида магния. А.В.Хачоян и А.С.Бабаджанян в статье «Джинн из банки» (журнал «Химия и жизнь», 2001, № 5) пишут о том, как японский ученый Юун Акимицу со своими коллегами открыл сверхпроводимость диборида магния: «Группа японских исследователей обнаружила, что диборид магния MgB2 обладает высокотемпературной сверхпроводимостью при температуре 39К – на 16К выше, чем у других простых металлических соединений. Открытие произошло почти случайно. Цель работы состояла в том, чтобы получить химический аналог соединения CaB6. Этот полупроводниковый материал становится ферромагнетиком при дополнительном введении небольшого количества свободных электронов. Группа Акимицу хотела всего лишь заменить кальций магнием, принадлежащим к той же группе периодической таблицы. Исходный материал, диборид магния, как мы уже отметили, известен давно и хорошо изучен (он, применяется, например, в реакциях диспропорционирования), поэтому столь высокая температура его сверхпроводящего перехода оказалась сенсацией, знаменующей новый этап в развитии высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП)» (Хачоян, Бабаджанян, 2001, с.16). И.Р.Шеин в диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Электронная структура и химическая связь в сверхпроводящем дибориде магния и родственных соединениях» (Екатеринбург, 2004) подчеркивает значимость открытия Акимицу: «Открытие (Akimitsu et al., 2001 г.) критического перехода в слоистом дибориде магния (MgB2) – малоизученном представителе обширного класса боридов металлов – является одним из наиболее значимых достижений в области физико-химии сверхпроводников (СП) последнего периода» (И.Р.Шеин, 2004).

Фактор случая в изобретении программы-утилиты. А.Частиков в книге «Архитекторы компьютерного мира» (СПб., изд-во «БХВ-Петербург», 2002) пишет о том, как Питер Нортон изобрел первую программу восстановления удаленных файлов: «В один из дней 1982 года Питер случайно стер с жесткого диска файл, содержащий важную информацию. Он обнаружил, что информация, содержащаяся в утерянном файле, не исчезла бесследно – она просто перекочевала в другую область памяти компьютера. Он задумался: «А нельзя ли восстановить случайно утерянную информацию? Ведь когда мы выбрасываем бумагу со своего письменного стола в мусорную корзину, она же не исчезает бесследно». Вдохновленный этой идеей, Нортон написал свою программу, которая, образно говоря, позволяла «покопаться в мусорной корзине компьютера», и найти утерянные данные. Он назвал ее «Unerase». Эта программа стала прообразом современных программ-утилит» (Частиков, 2002, с.292). А.Частиков приводит слова Нортона: «…Когда в 1982 году я написал свою новую программу Unerase, позволяющую восстановить случайно стертый файл, никому, казалось, такие программы были не нужны. Но я-то знал, какую ценность для меня и для моих друзей представляет написанная мной программа. Спустя некоторое время все поняли, как важно иметь возможность восстановить утерянные данные» (там же, с.293).

Фактор случая в открытии сотрудников Института общей физики РАН. Н.Горбатова в статье «Кровь на анализ – лазерным перфоратором» (журнал «Наука и жизнь», 1993, № 9) повествует: «Несколько лет назад группа медиков и физиков проводила в Институте общей физики РАН экспериментальные исследования по воздействию на ткань лабораторных животных излучения АИГ – эрбиевого лазера. Случайно один из экспериментаторов повредил палец сфокусированным лучом лазера. Появилась маленькая ранка, из которой обильно закапала кровь. Тут и возникла идея использовать лазер этого типа, чтобы «прокалывать» палец пациента для взятия анализа крови» (Горбатова, 1993, с.156).

Фактор случая в обнаружении роли водорода в трении. Д.Н.Гаркунов, И.В.Крагельский и А.А.Поляков в статье «Водородный износ» (журнал «Химия и жизнь», 1977, № 2) повествуют о том, как случай помог установить роль водорода в трении, а именно способность водорода порождать странные эффекты, когда в узле трения насоса не мягкая бронза намазывается на твердую сталь, а прочная сталь – на мягкую бронзу: «Установить причину этого технического бедствия помог случай. В нашей лаборатории исследовалось трение бронзы со сталью в особых условиях – без окисления металла. Такой случай возможен, если трение идет в восстановительной среде, например, в среде водорода, выделяющегося в атомарном виде из смазки – глицерина. В каждом новом опыте повышалась температура и возрастала степень износа стали. И вот по достижении температуры 65ºС поверхностный слой стального образца разрушился в порошок, который налип на бронзу. Это был необычный результат. Подобное разрушение стали в лабораторных условиях еще никто не наблюдал. Оно противоречило распространенным теоретическим представлениям» (Гаркунов и др., 1977, с.13).

Фактор случая в разработке эффективного смазочного материала. В.Г.Шимановский в статье «Износ – вне закона» («Химия и жизнь», 1977, № 8) пишет о том, как удалось создать смазочный материал, позволяющий предотвращать задир – перенос металла с одной поверхности на другую в условиях сильного (экстремального) трения: «Известно, однако, что для разработки новой смазки нужно примерно столько же времени, сколько и для создания нового самолета. Поэтому мы не могли начинать большого исследования, целью которого был бы синтез новых смазочных материалов, а попытались модифицировать, улучшить хорошо известные, широко применяемые в авиации смазки ЦИАТИМ-201 и ЦИАТИМ-203. Один из известных способов уменьшения трения – добавка в смазочные материалы мягких металлических порошков: олова, свинца, меди, бронзы, цинка. Для своих исследований мы взяли товарные металлические порошки, используемые в лакокрасочной промышленности и электротехнике. Первые опыты с добавкой оловянного порошка не дали ожидаемых результатов. Как бы тщательно ни планировался эксперимент, в исследовательской работе почти всегда бывают незапланированные случайности. Не избежали их и мы. Банка с оловянистой смазкой простояла в лаборатории месяц, а потом мы повторили испытания, не очень надеясь на положительный результат - так, для полноты картины. И были крайне удивлены: даже при максимальной нагрузке в узлах, смазанных «постаревшей» смазкой с оловянным порошком, задира не было. Исследование обнаруженного эффекта подтвердило: свежеприготовленная смазка практически ничего не дает. Но уже после двухнедельной выдержки та же смазка дает положительный эффект» (Шимановский, 1977, с.22).

Фактор случая в открытии феномена исчезающего зеркала. В статье «Исчезающее зеркало» (журнал «Наука и жизнь», 1996, № 8) указывается: «Голландский физик Рональд Гриссен, изучая поведение тонких сверхпроводящих пленок в разных условиях, получил зеркало, которое может мгновенно стать прозрачным. Оказалось, что пленка гидрида иттрия или лантана, нанесенная на стекло или обычно образующая зеркальную отражающую поверхность, в атмосфере водорода становится прозрачной. Открытие было сделано случайно: впустив водород в сосуд с пластинкой стекла, покрытой гидридом иттрия, исследователь увидел, что пластинка «исчезла». Убрав водород, физик снова получил зеркально отражающую пластинку» («Наука и жизнь», 1996, с.34).

Фактор случая в открытии влияния плазмонов на оптические свойства металлов. Линда Уильямс и Уэйд Адамс в книге «Нанотехнологии без тайн» (Москва, «Эксмо», 2010) пишут: «Плазмоны играют важную роль в оптических свойствах металлов. Влияние плазмонов на оптические свойства было обнаружено в 1989 г., причем совершенно случайно (как это довольно часто происходит с научными открытиями). Томас Эббесен (Thomas Ebbesen), сотрудник Научно-исследовательского института компании NEC в Принстоне, штат Нью-Джерси (США), проводил опыты по прохождению видимого света сквозь золотую пластину с 100 млн отверстий диаметром около 300 нм. Отверстия были уже, чем длина волны света, - около 400 нм. Представьте себе сетку, в которую бросают волейбольные мячи. Согласно квантовой теории, существует вероятность того, что 1/1000 часть светового потока может пройти сквозь такую пластину. В примере с сеткой это значит, что один из тысячи мячей протиснется сквозь сетку. Однако в опытах Эббесена сквозь пластину прошло даже больше, чем 100 % падающего света. С обратной стороны пластины было больше света, чем с лицевой! Ученый тщательно проверил методику эксперимента и несколько раз повторил все измерения. Однако результат оставался неизменным. Исход эксперимента был настолько необычным, что Эббесен предположил наличие какой-то неизвестной ошибки эксперимента и даже не опубликовал свои результаты» (Уильямс, Адамс, 2010, с.220).

Фактор случая в изобретении автомобиля, установившего новый мировой рекорд скорости на суше. Николай Корзинов в статье «Истребитель – рекордсмен среди автомобилей» (журнал «Наука и жизнь», 2009, № 10) пишет о том, как Эд Шэдл изобрел автомобиль, который установил новый мировой рекорд скорости на суше: «Дело было осенью 1997 года. Друзья (Эд Шэдл и Кейт Занги – Н.Н.Б.) долго не могли придумать, каким должен стать их будущий автомобиль. Но выручил случай. В Смитсоновском музее авиации и космонавтики (г.Вашингтон) среди прочих экспонатов Кейт Занги заприметил истребитель F-104 Starfighter, подвешенный к потолку. Посмотрел на него раз, другой, а затем воскликнул «Эврика!» и надолго задержался возле этого самолета. Кейту пришла в голову мысль переделать истребитель в рекордный автомобиль, оставив прежний двигатель. В воздухе мотор разгонял истребитель до скорости 2,2 маха, значит, на земле преодолеть 1 мах будет не проблема» (Корзинов, 2009, с.113).

Фактор случая в открытии углеродных нанотрубок. Павел Волгин в статье «В космос на саже» (газета «На грани невозможного», 2002, № 21) пишет о том, как японский исследователь Сумио Идзима (1991) открыл углеродные нанотрубки: «Углеродные нанотрубки открыл в 1991 г. японский исследователь Сумио Иджима. Произошло это, можно сказать, случайно. Сотрудник корпорации «NEC» изучал под электронным микроскопом осадок, который образуется на катоде при распылении графита в электрической дуге. Тут-то и обнаружились странные крошечные графитовые цилиндрики, или как бы закрытые минитуннели, построенные из особых видов сажи. Цилиндрические стенки нанотрубки образуют сверхустойчивую структуру из шестигранных ячеек…» (П.Волгин, 2002). Об этом же повествует Александр Волков в статье «Очевидное-нановозможное» (журнал «Знание-сила», 2008, № 7): «В 1991 году физик японского концерна NEC Сумио Иидзима, проводя эксперименты, по чистой случайности открыл углеродные нанотрубки, или нанотубы (англ. «nanotube») – длинные, узкие молекулы цилиндрической формы. Длина их достигала нескольких микронов и даже миллиметров, а ширина – всего одного нанометра» (Волков, 2008, с.22).

Фактор случая в открытии способа получать длинные нити из нанотрубок. В статье «Пряжа из нанотрубочек» (журнал «Наука и жизнь», 2003, № 1) отмечается: «…Китайские ученые из университета города Цзиньхуа случайно нашли способ получать длинные нити из нанотрубочек. Синтезировав пачку таких трубочек, они попытались тонкой иголочкой подцепить эту пачку под объективом электронного микроскопа. Но за иголочкой потянулась нить из трубочек, сцепленных электростатическими силами Ван-дер-Ваальса, действующими между отдельными атомами» («Наука и жизнь», 2003, № 1, с.12).

Фактор случая в открытии пьезорезистивных свойств углеродных нанотрубок. В статье «Еще одна профессия углеродных нанотрубок» (журнал «Наука и жизнь», 2008, № 12) констатируется: «На выставке «Чипэкспо-2008» в Экспоцентре на Красной Пресне демонстрировался необычный материал – пьезорезистор, сопротивление которого меняется при приложении механической нагрузки. Пьезорезистивные свойства у этого материала обнаружили совершенно случайно. На одном из костромских предприятий шла работа над созданием токопроводящего полимера для электрообогревателей. В качестве наполнителя сначала использовали графитовый парашок, а потом решили попробовать углеродные нанотрубки, благо их теперь изготавливают в промышленных объемах. В разгар испытаний кто-то случайно коснулся образца пальцем, и вдруг ток в цепи изменился. Дальнейшие эксперименты показали, что сопротивление образцов и из других материалов с наполнением из углеродных трубок зависит от деформации. Интересно, что закон изменения сопротивления оказался нелинейным…» («Наука и жизнь», 2008, № 12, с.18).

Фактор случая в изобретении нового способа нанесения алмазного покрытия. В заметке «Опять помог случай?» (журнал «Знание-сила», 1997, № 6) указывается: «В научных и производственных экспериментах случайности определенно играют важную роль. Вспомним хотя бы то, что засвечивание фотобумаги, оставленной рядом с радием, привело к открытию радиоактивности. То же самое произошло и со считающимся сенсационным достижением – повышением в тысячи раз скорости нанесения алмазного покрытия. Учитывая продление срока службы упрочненных таким образом деталей и инструментов, новинку приняли «на ура». Химическое осаждение углерода из газовой фазы идет со скоростью одного микрометра в час. Металлургу Правину Мистри из США удалось довести ее до микрометра в секунду. Кроме того, его способ работает при атмосферном давлении и температуре менее ста градусов с нанесением алмазного упрочнения на детали любой формы. Старый способ сложнее. Открытие состоялось, когда экспериментатор совершенно случайно перепутал сосуд с азотом и сосуд с диоксидом углерода в опыте по нанесению покрытия из диборида титана. Новая технология применяет четыре мощных лазера с компьютерным управлением, вызывая точечный разогрев до десяти тысяч градусов. На детали образуется кристаллическая пленка, не уступающая по качеству алмазной» («Знание-сила», 1997, № 6, с.29).

Фактор случая в открытии Е.Подклетнова. В статье «Экранирование гравитации?» (журнал «Наука и жизнь», 1999, № 1) указывается: «Несколько лет назад, изучая в Институте материаловедения университета Тампере (Финляндия) свойства сверхпроводников, русский исследователь Евгений Подклетнов вращал диск из сверхпроводящей керамики над мощным электромагнитом. Чисто случайно он заметил, что вес предметов, помещенных под диском, чуть-чуть уменьшается – всего на доли процента, но такого явления никто никогда не наблюдал. В 1992 году Подклетнову удалось опубликовать предварительное сообщение о новом эффекте, после чего он с соавтором написал более подробную статью» («Наука и жизнь», 1999, с.100).

Фактор случая в открытии одного из свойств сканирующего туннельного микроскопа. Л.Верховский в заметке «Что написано пером…» (журнал «Химия и жизнь», 2001, № 5) повествует: «Способность сканирующего туннельного микроскопа захватывать и переносить на другое место одиночные атомы, которую сейчас широко используют в нанотехнологии, была открыта случайно, как побочный (причем нежелательный) эффект, когда при сканировании поверхности ее атомы как бы прилипали к зонду» (Верховский, 2001, с.19).

Фактор случая в изобретении сферического зеркала для электронов. О.Максименко и С.Мотылев в статье «Электроны обратной стороны» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 10) пишут: «Плоское зеркало для электронов известно очень давно – это пластинка с поданным на нее электрическим потенциалом. А вот сферического зеркала для электронов до недавнего времени не было. Между тем именно оно способно придать небывалую гибкость в обращении с этими частицами. Обнаружили же его случайно ученые из Санкт-Петербургского РНЦ «Прикладная химия» во главе с кандидатом физико-математических наук М.А.Ходорковским» (Максименко, Мотылев, 2002, с.22).

Фактор случая в открытии графена. Елена Рогожина в статье «Константин Новоселов: «Нобель» за графен» (журнал «Новый стиль», 22 января 2011 года) пишет о лауреатах Нобелевской премии по физике за 2010 год Андрее Гейме и Константине Новоселове: «Хотя ученые долго и целенаправленно шли к созданию графена, идея простого способа его получения пришла случайно. Для очистки поверхности графитовых кристаллов их обклеивали скотчем, потом его срывали и выбрасывали. На скотче оставался слой графита, а у графитового кристалла появлялась идеально гладкая поверхность – ее-то и исследовали, а Гейма и Новоселова заинтересовал скотч и то, что на нем оставалось. Склеивая и разлепляя скотч с графитом, ученые получили слой графита толщиной в один атом…» (Е.Рогожина, 2011). Об этом же говорится в статье «Андрейм Гейм: «В поисках лучшего» (интернет-журнал «Актуалайзер», № 10 от 14 сентября 2011 года): «В 2004 году он (Андрей Гейм – Н.Н.Б.) вместе со своим учеником Константином Новоселовым открыл новую модификацию углерода – графен. За это открытие он получил множество премий – премию Мотта от Международного института физики, награду Джона Карти от Национальной академии США, медаль имени Хьюза от Королевского общества Великобритании и, конечно же, Нобелевскую премию. Причем открытие графена – двумерного материала толщиной в один атом – произошло довольно-таки случайно. Когда они проводили исследования по удалению слоев графита, они использовали обычный канцелярский скотч. На скотче оставались следы графита, которые в скором времени стали графеном. Когда исследователи посмотрели в электронный микроскоп, то обнаружили именно двумерный материал, целиком состоящий из углерода». Сам А.К.Гейм в своей Нобелевской лекции «Случайные блуждания: непредсказуемый путь к графену» (журнал «Успехи физических наук», 2011, том 181, № 12) говорит: «Мы с Костей решили проверить электрические свойства графитовых чешуек, оставшихся на скотче, для чего он стал переносить их на предметное стекло микроскопа, вначале с помощью обычного пинцета. Через несколько дней, не забывая об изначальной идее (металлический транзистор), я принес пластину кремния, покрытую тонким слоем оксида, чтобы использовать ее в качестве подложки при измерении ЭЭП. Неожиданно это принесло плоды» (Гейм, 2011, с.1290).

Фактор случая в открытии керамики. Александр Волков в статье «Гончарных дел завтра» (журнал «Знание-сила», 2003, № 9) пишет: «История керамики начинается более 20 тысяч лет назад, когда люди случайно открыли, что из мокрой глины можно вылепливать любые предметы, а после обжига на огне эти поделки становятся твердыми, как камень. Отныне керамические сосуды и фигурки людей и животных – последние использовались в религиозных культах – становятся неизменными спутниками человека» (Волков, 2003, с.4).

Фактор случая в изобретении технологии производства сурика. В.М.Аллахвердов, А.С.Кармин и Ю.М.Шилков в статье «Принцип преемственности, или как возможны научные открытия» (журнал «Методология и история психологии», 2008, том 3, выпуск 3) пишут: «Она (история науки – Н.Н.Б.) насыщена примерами случайных открытий. Некоторые открытия вообще произошли как бы «сами собой», без всякого участия людей, которым просто повезло увидеть его результат. Так три тысячи лет назад была открыта технология создания сурика (ярко-красной краски). На корабле, который привез в Афины для художника Никия бочку белил, произошел пожар. Когда его потушили, расстроенный Никий посмотрел на обгоревшую бочку и заметил в золе вместо белил какое-то красное вещество. Это вещество (оксид свинца), получившее имя сурика, до сих пор получают путем нагрева белил» (Аллахвердов и др., 2008, с.168).

Фактор случая в изобретении пороха. А.С.Майданов в книге «Искусство открытия. Методология и логика научного творчества» (Москва, изд-во «Репро», 1993) говорит о том, как Бертольд Шварц, живший в XIV веке, изобрел порох: «К примеру, проводя свои алхимические опыты, немецкий монах Бертольд Шварц смешал в ступке серу, селитру и уголь и, высекая поблизости огонь, заронил искру в эту смесь. Произошел взрыв. Лежавший на ступке камень был высоко подброшен в воздух. Так был изобретен порох» (А.С.Майданов, 1993). И.Г.Галкина в книге «Основы химии биологически активных веществ» (Казань, изд-во Казанского государственного университета, 2009), учитывая тот факт, что до Бертольда Шварца порох был изобретен китайцами, отмечает: «…Вторичное открытие пороха связывают с именем другого алхимика, фрайбургского монаха-францисканца Бертольда Шварца («Черный Бертольд»). Он много занимался алхимическими опытами с целью получения золота из селитры, серы, свинца и масла, которые готовил в каменной ступке. Предание говорит, что посаженный в тюрьму по обвинению в колдовстве, он продолжал там свои занятия. И вот, однажды, при измельчении соответствующих ингредиентов в ступку случайно залетела искорка от пламени свечи – в результате чего произошел взрыв, опаливший Бертольду бороду» (Галкина, 2009, с.144). Можно также процитировать Валентина Красногорова, который в книге «Подражающие молниям» (Москва, «Знание», 1977) указывает: «Легенда повествует, как Бертольд, смешав случайно в большой ступе серу, уголь и селитру, стал высекать из огнива пламя. Одна из искр упала в ступку. Произошел взрыв, с силой подбросивший вверх опять же «случайно» лежавший в ней камень. Это и натолкнуло Бертольда на мысль об изобретении пушки. Возможно, так все оно и было. Недаром одна из первых разновидностей артиллерийского орудия чрезвычайно напоминала ступку и называлась мортирой, что как раз и означает «ступка» (В.Красногоров, 1977).

Фактор случая в изобретении гравюры на меди. О.А.Калашникова в статье «Гравюра в полиграфии» («Вестник Харьковского национального университета имени В.Н.Каразина», 2007, № 7) пишет: «…Гравюра на меди была изобретена итальянскими ювелирами, изготовлявшими ниелли – ювелирные изделия с чернетью, которой набивались углубления в виде линий, точек и пр., составляющих черные узоры на блестящей поверхности металла.

Вазари сообщает, будто бы один ниеллятор из Флоренции, Мазо Финигуэрра, около 1460 года однажды готовил таким образом ниелль, а какая-то женщина положила в это время только что выстиранное белье на стол, где находилась ниелль, и еще не высохшая чернеть с ниелли перешла на белье и отпечаталась там в виде картинки. Финигуэрра повторил опыт, затем попробовал сделать оттиски на бумаге, и таким образом была изобретена углубленная гравюра на меди» (Калашникова, 2007, с.88).

Фактор случая в изобретении фарфора. Александр Волков в статье «Гончарных дел завтра» (журнал «Знание-сила», 2003, № 9) рассказывает, как алхимик Иоганн Фридрих Беттгер (1708) изобрел фарфор: «Техника изготовления керамики в Европе почти не менялась на протяжении тысячелетий. Тем удивительнее было видеть в багаже средневековых купцов или путешественников, возвращавшихся из Китая, тончайшие белые чашечки, часто еще и затейливо украшенные. Так европейцы узнали о фарфоре – керамике королей и императоров. Выведать секрет его изготовления никому не удавалось, пока случайность не помогла. Триста лет назад алхимик Иоганн Фридрих Беттгер по поручению саксонского курфюрста Августа Сильного попытался изготовить золото и после множества неудачных попыток получил… «белое золото» - фарфор. Его секрет оказался в более высокой температуре обжига, ином соотношении полевого шпата и кварца и добавлении каолина – минерала, который встречается, например, в районе саксонского города Мейсен. Лишь в наше время с помощью электронного микроскопа удалось увидеть, что происходит при обжиге фарфора» (Волков, 2003, с.5). К изобретению фарфора определенным образом причастен парикмахер, о чем сообщает Алексей Славин в статье «Хрупкая драгоценность» (журнал «The new times», № 20 от 14 июня 2010 года): «Однажды в парикмахерской парик Беттгера посыпали пудрой, которая пошла комками. Каналья-цирюльник вместо дорогой французской пудры использовал белый порошок из глины, которую когда-то обнаружил купец Шнорр недалеко от Дрездена. «Шнорровская земля» по своим характеристикам оказалась не хуже китайского каолина. Добавляя кварц, алебастр, полевой шпат, Беттгер и фон Чирнхауз в Девичьей башне Дрездена создали белую фарфоровую массу» (А.Славин, 2010). Об этом же говорится в статье «Мейсенский фарфор сегодня» (электронный журнал «Культура и общество», 20 апреля 2011 г.): «А рецепт белого фарфора был найден случайно, благодаря вороватому парикмахеру. Растратив деньги, выданные ему на пудру, тот нашел в окрестностях какой-то белый порошок и стал им пудрить парики. В том числе и парик почетного узника. (…) Но умный алхимик быстро смекнул, что к чему, допросил парикмахера с пристрастием, тот сознался. И даже место показал, откуда «пудру» брал. И в 1715 году стали выпускаться фарфоровые чаши и кубки благородного тонкого белого фарфора».

Фактор случая в открытии химического элемента фосфора. В журнале «Химия и жизнь» (1969, № 3) приводится высказывание И.Х.П.Эркслебена, содержащееся в его книге «Начальные основания химии» (1784): «Некоторый несчастный гамбургский купец именем Бранд, желая опять обогатиться через алхимию и думая сыскать в моче первое вещество для делания золота, первый получил сей фосфор случайным образом при его работах с мочею в 1669 годе» («Химия и жизнь», 1969, № 3, с.47). Об этом же говорит В.Рич в статье «Таинственные острова» (журнал «Химия и жизнь», 1979, № 2): «В 1669 году гамбургский алхимик Генниг Бранд открыл фосфор. С точки зрения самого Бранда, а также с точки зрения всех ученых людей того времени, это открытие было совершенно случайным. Бранд, разорившийся купец, пустивший на ветер приданое своей жены, искал философский камень, чтобы с его помощью изготовить побольше золота и тем поправить пошатнувшиеся дела. Но вместо философского камня он нашел фосфор» (Рич, 1979, с.59). Наконец, Клаус Гофман в книге «Можно ли сделать золото?» (Ленинград, «Химия», 1987) отмечает: «Лейбниц сообщал о том, как химикус Хенниг Бранд случайно открыл фосфор в 1669 году: «В своих исследованиях Бранд столкнулся с уже описанной операцией, которая учит, как из мочи приготовить жидкость, которая способствует вызреванию кусков серебра до золота». При переработке мочи путем перегонки, работе, безусловно, малоприятной, алхимик вдруг получил нечто поразительное. Образовалось не золото, а неизвестное самосветящееся вещество, холодный огонь - фосфорус» (К.Гофман, 1987).

Фактор случая в получении берлинской лазури. И.Ильин в статье «Берлинская лазурь или турнбулева синь?» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 11) пишет: «Сейчас трудно с точностью установить, как и когда была впервые получена берлинская лазурь. Предполагают, что открытие сделано Дизбахом и Диппелем случайно между 1704-1709 гг. в Берлине. Все началось с того, что красильный мастер Дизбах получил от торговца необычный поташ (карбонат калия): его растворы давали с солями железа синее окрашивание. Оказалось, что этот поташ был предварительно прокален с бычьей кровью. Новая краска, выделенная из раствора, представляла собой темно-синюю некристаллическую массу с красновато-медным металлическим блеском» (Ильин, 1984, с.56). Об этом же факторе случая сообщают В.Е.Федоров, Ю.В.Миронов и Н.Г.Наумов в статье «Мир незастывших форм» (журнал «Природа», 2008, № 6): «Цианиды нашли разнообразные практические применения, начало которым было положено в 1704 г., когда берлинский красильных дел мастер Дизбах случайно синтезировал берлинскую лазурь и использовал ее в качестве краски. Таким образом, история цианидов уже отметила свой 300-летний юбилей» (Федоров и др., 2008, с.19). Можно также сослаться на Е.Ф.Беленького и И.В.Рискина, которые в книге «Химия и технология пигментов» (Ленинград-Москва, государственное научно-техническое издательство химической литературы, 1949) отмечают: «Железная лазурь была открыта случайно алхимиком Дисбахом в 1704 г. Обрабатывая водную вытяжку кашенили железным купоросом, квасцами и едким кали, он вместо ожидаемого красного красителя получил синий пигмент. Применяемое им едкое кали было уже ранее использовано для очистки масла, полученного при сухой перегонке костей, поэтому и в дальнейшем для получения синего пигмента Дисбах употреблял только едкое кали, предварительно использованное для очистки такого масла. Новый пигмент сразу нашел большое применение как заменитель дорогостоящего естественного ультрамарина…» (Беленький, Рискин, 1949, с.455).

Фактор случая в открытии светильного газа. К.В.Рыжов в книге «100 великих изобретений» (Москва, «Вече», 1999) пишет: «В последний год XVIII века французский инженер Филипп Лебон открыл светильный газ. Традиция приписывает его успех случайности – Лебон увидел, как вспыхнул газ, истекавший из поставленного на огонь сосуда с древесными опилками, и понял, какую пользу можно извлечь из этого явления. В 1799 году он получил патент на использование и способ получения светильного газа путем сухой перегонки древесины или угля» (Рыжов, 1999, с.222).

Фактор случая в изобретении промышленного способа производства резины. А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (Москва, «Центрполиграф», 2006) пишет о том, как американский исследователь Чарльз Гудьир обнаружил, что соединение каучука с серой приводит к образованию резины: «…В тепле каучук становился тянущимся и липким, а в холодную погоду был жестким и твердым. Многие пытались устранить этот недостаток, одним из них был американец Ч.Гудьир. Не химик по профессии, он с завидным упорством делал попытку за попыткой, ошибался и принимался за дело вновь. Однажды, это было в 1839 году, он случайно рассыпал смесь каучука и серы на горячей плите. Быстро, как только мог, сбросил каучук с плиты и, к своему удивлению, обнаружил, что нагретый в присутствии серы каучук остался упругим. Он снова нагрел и охладил его и убедился, что такой каучук не размягчается при нагревании и не затвердевает при охлаждении, а остается упругим и эластичным. Процесс добавления к каучуку серы сейчас называется вулканизацией (по имени римского бога огня Вулкана). Так случайное открытие Гудьира положило начало промышленному производству резины» (Азимов, 2006, с.449). Об этом же пишет Петр Образцов в книге «Мир, созданный химиками.

От философского камня до графена» (Москва, «Колибри», 2011): «Лет через пятнадцать после появления макинтошей другой Чарльз, по фамилии Гудьир, пытаясь как-то ликвидировать эти недостатки каучука, добавлял к нему все, что попадалось под руку. Он перепробовал сотни соединений и нашел-таки такое вещество – элементарную серу, которая снижала липкость каучука. Это открытие не совсем случайное, а скорее результат широкоохватного поиска, но вот идея вулканизации уже точно пришла Гудьиру в голову совершенно случайно. Однажды он не то уронил, не то в ярости бросил кушок смешанного с серой каучука на горячую плиту и вдруг заметил, что смесь перестала быть смесью – появилось новое упругое и не мажущееся вещество. Позже его назвали резиной (от латинского resina - смола), а процесс взаимодействия каучука с серой – вулканизацией, в честь бога огня Вулкана» (П.Образцов, 2011).

Фактор случая в получении жидкого хлора. М.Радовский в книге «Фарадей» (Москва, Журнально-газетное объединение, 1936) рассказывает, как великий Майкл Фарадей нашел условия сжижения хлора: «Фарадей особенно любил производить эксперименты над хлором. Как-то случилось, что Дэви уехал из Лондона и у Фарадея оказалось свободное время, которым он не замедлил воспользоваться для своей работы. Тщательно поставленные опыты очень скоро увенчались успехом. Интересен случай, который имел место при первом удачном эксперименте. Доктор Пэрис, друг и будущий биограф Дэви, случайно зашел в лабораторию в ту минуту, когда Фарадей напряженно следил за результатами своего опыта. Окинув беглым взглядом работу экспериментатора, Пэрис с усмешкой обратил внимание Фарадея на грязные сосуды, которыми он действовал, и указал на какую-то масляную жидкость, оседавшую на стенках трубки. Фарадей не реагировал на замечание, Пэрис же рассказал Дэви о виденном. На следующий день утром Пэрис получил довольно лаконичное, но многозначительное письмо. «Милостивый государь! Масло, замеченное Вами вчера, было не чем иным, как жидким хлором. Преданный Вам М.Фарадей» (Радовский, 1936, с.64). Описание этого же эпизода, содержащего элемент случайности, можно найти в статье Н.А.Корецкой «Характер, случай и открытие» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7), где автор указывает: «М.Фарадей открыл сжижение газов тоже благодаря случайности. Как-то знакомый Фарадея, зайдя к нему в лабораторию, увидел в одной из трубок маслянистое вещество и сказал, что он работает с нечистыми трубками. Фарадей немедленно отпилил конец трубки, и маслянистое вещество исчезло. Он решил повторить опыт и на следующий день написал лаконичное письмо: «Дорогой друг! Масло, которое Вы вчера видели, оказалось жидким хлором». Может, кто-нибудь другой и прошел бы мимо такого факта, не уделив ему надлежащего внимания» (Корецкая, 2006, с.22).

Фактор случая в открытии бензола. М.Радовский в книге «Фарадей» (1936) пишет о том, как Фарадей обнаружил бензол, тот самый бензол, химическую формулу которого позже предложил Август Кекуле: «Некоторые открытия Фарадея в известной мере были сделаны им случайно, точнее – попутно. К ним относится, например, открытие бензола, что было одним из важнейших вкладов Фарадея в химию. В 1824 году Лондонская фирма газового освещения обратилась к Фарадею с весьма важным поручением. (…) В борьбе за повсеместное распространение газового освещения руководители фирмы наталкивались на серьезные препятствия. В отдаленные части города приходилось развозить газ в железных цилиндрах. Каждый раз от доставки качество газа ухудшалось, что вызывало ослабление силы света. Фарадей занялся изучением этого вопроса и скоро выяснил причину снижения качества газа. Он установил, что частицы газа, усиливающие свет, осаждаются на дне цилиндра, образуя прозрачную жидкость в виде летучего масла. Исследование этой жидкости и привело к открытию бензола, играющего колоссальную роль в современной химической промышленности» (Радовский, 1936, с.66).

Фактор случая в открытии химического элемента йода. В.М.Аллахвердов, А.С.Кармин и Ю.М.Шилков в статье «Принцип преемственности, или как возможны научные открытия» (журнал «Методология и история психологии», 2008, том 3, выпуск 3), перечисляя открытия, сделанные случайно, повествуют: «А вот открытие, сделанное, можно сказать, не человеческим умом, а лапами кошки. Она спрыгнула с плеча химика Б.Куртуа, когда тот сел в своей лаборатории перекусить, и разбила пару стоявших на полу бутылок, где находились суспензия золы водорослей и серная кислота. Жидкости смешались, и поднялись клубы сине-фиолетового пара, которые оседали на окружающих предметах в виде мельчайших черно-фиолетовых кристалликов. Это был не известный еще тогда химический элемент - йод» (Аллахвердов и др., 2008, с.168).

Фактор случая в открытии анилина. Лев Гумилевский в статье «Зинин» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 3) пишет о том, как выдающийся русский химик Н.Н.Зинин открыл анилин (органическое соединение, ароматический амин, служащий для производства красок): «Ведь и синтез анилина, казалось всем, был счастливой случайностью. Задавшись мыслью изучить действие сероводорода на органические вещества, Николай Николаевич о синтезе анилина не думал и задачей своей его не ставил» (Гумилевский, 1965, с.30).

Фактор случая в открытии нитроцеллюлозы (пироксилина). А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (2006) повествует о том, как Кристиан Шенбейн (Шенбайн) открыл нитроцеллюлозу: «Одним из способов модификации целлюлозы является присоединение нитратной группы глюкозы к гидроксильной группе самой целлюлозы. Такую модификацию проводили, обрабатывая целлюлозу смесью азотной и серной кислот, при этом получалось взрывчатое вещество небывалой мощности. Это свойство целлюлозы в 1846 году случайно открыл швейцарский химик К.Шенбейн, который в 1839 году открыл озон. Как повествует история, он пролил на стол смесь азотной и серной кислот на кухне (где ему было запрещено проводить эксперименты, но он их проводил, когда жены не было дома), схватил попавшийся под руку хлопчатобумажный фартук жены и вытер стол. Когда он повесил фартук над огнем, чтобы тот просох, раздался взрыв. Шенбейн сразу понял, что он получил» (Азимов, 2006, с.453). Об этом же сообщает И.Г.Галкина в книге «Основы химии биологически активных веществ» (Казань, КГУ, 2009): «В частности, швейцарский химик Христиан Фридрих Шенбейн (1799-1868), нитруя хлопок, в 1846 году совершенно случайно повторно получил полный нитрат целлюлозы – пироксилин…» (Галкина, 2009, с.145). «Проводя опыты в своей домашней лаборатории, - продолжает И.Г.Галкина, - он нечаянно разлил смесь азотной и серной кислот, а затем вытер эту смесь хлопчатобумажным фартуком (в хлопке 95-98 % целлюлозы) и повесил его сушиться над печкой. Шенбейн превратил целлюлозу фартука в нитроцеллюлозу. Нитрогруппы азотной кислоты послужили внутренним источником кислорода, и при нагревании целлюлоза мгновенно и полностью окислилась. Шенбейн понял важность сделанного им открытия» (там же, с.145).

Фактор случая в открытии первого синтетического красителя. Роджер Шелдон в статье «Экологический фактор, или Окружающая среда как стимул эволюции промышленной химии» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 4) пишет: «Следующий этап в развитии органического синтеза был связан с именем У.Перкина: в 1856 г. он получил первый синтетический краситель мовеин (анилиновый пурпурный). Как часто бывает, это произошло совершенно случайно: Перкин хотел синтезировать антимолярийный препарат хинин (в то время была известна только молекулярная формула $C_{20}H_{24}N_2O_2$), а исходный толуидин оказался загрязнен анилином. В результате синтеза образовался продукт пурпурного цвета, и Перкин сразу оценил важность своей находки» (Шелдон, 1999, с.5). Об этом же сообщают А.Ю.Рулев и М.Г.Воронков в статье «Красота химического эксперимента» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 7): «Например, тот же искусственный краситель мовеин появился на свет лишь благодаря счастливой случайности. В 1856 году, когда представления о структуре органических соединений еще только зарождались, молодому Уильяму Перкину предложили получить хинин окислением смеси толуидина и аллилбромида. Однако схема синтеза оказалась ошибочной, и вместо белых кристаллов хинина на дне колбы образовалась сильно пахнущая вязкая масса пурпурного цвета. Так удача улыбнулась Перкину-бизнесмену, который вскоре открыл производство первого анилинового красителя на радость французским модельерам» (Рулев, Воронков, 2006, с.11).

Фактор случая в открытии химического элемента цезия. И.Нечаев в книге «Рассказы об элементах» (Москва, Детгиз, 1960) пишет о том, как Роберт Бунзен открыл цезий: «Это случилось, когда он исследовал минеральную воду Дюркгеймских источников. То была обыкновенная минеральная вода – соленая, горьковатая. Врачи прописывали ее для лечения от различных болезней. К Бунзену же она попала случайно, вместе с десятками других веществ, которые он изучал в ту пору. Сначала Бунзен упарил ее, сгустил, затем внес каплю жидкости в пламя горелки. Спектроскоп не сообщил на первых порах ничего особенного: «натрий, калий, литий, кальций, стронций» (И.Нечаев, 1960). «Надо удалить отсюда кальций, стронций и литий, чтобы они не мешали». В жидкости остались, - продолжает И.Нечаев, - только соли натрия, калия и небольшой остаток лития. Снова в пламя горелки была внесена капелька. Бунзен посмотрел в спектроскоп, и у него екнуло сердце. Среди знакомых линий калия, натрия и лития скромно приютились две неизвестные голубенькие светящиеся нити» (И.Нечаев, 1960).

Фактор случая в открытии метода выделения никотина. Б.Абалонин и А.Гафаров в статье «Тайны яда» (журнал «Химия и жизнь», 1993, № 7) пишут о том, как Жан Стас выделил никотин в чистом виде: «…Жан Стас, профессор химии Брюссельской военной школы, нашел решение проблемы. Догадка, сделавшая его знаменитым, пришла к профессору при расследовании убийства, совершенного с помощью никотина. Этот алкалоид выделяли из листьев табака и к тому времени уже хорошо знали. Достаточно всего несколько десятков миллиграммов никотина, чтобы человек умер в считанные минуты. Жертва злодеяния, которое расследовал Жан Стас, получила дозу, намного превышающую смертельную, но преступник, испугавшись, попытался скрыть следы отравления с помощью винного уксуса. Эта случайность и помогла открыть метод извлечения алколоидов из тканей организма. Дело в том, что практически все растительные яды растворимы в воде и спирте» (Абалонин, Гафаров, 1993, с.64).

Фактор случая в изобретении свинцового аккумулятора. К.В.Рыжов в книге «100 великих изобретений» (1999) пишет об открытии Вильгельма Зинстедена (1854), которое не было внедрено в практику, но предшествовало изобретению Гастона Планте: «Таким образом, Зинстеден вплотную приблизился к созданию аккумулятора, однако он не сделал никаких практических выводов из своего наблюдения. Только пять лет спустя, в 1859 году, французский инженер Гастон Планте случайно сделал то же самое открытие и построил первый в истории свинцовый аккумулятор. Этим было положено начало аккумуляторной техники» (Рыжов, 1999, с.305-306).

Фактор случая в изобретении динамита. М.Б.Генералов в книге «Основные процессы и аппараты технологии промышленных взрывчатых веществ» (Москва, «Академкнига», 2004) пишет о том, как Альфред Нобель, основатель знаменитой Нобелевской премии, изобрел динамит: «Открытие динамита А.Нобелем произошло случайно. В 1861 г. Нобель открыл в Швеции первый завод по производству нитроглицерина [3]. При перевозке «взрывчатое масло», как раньше называли нитроглицерин, пролилось в кизельгур (инфузорную землю), который использовали при упаковке [2]. Обнаружив, что кизельгур поглощает нитроглицерина в 3 раза больше своей массы, А.Нобель стал поставлять на рынок первый из динамитов – смесь, состоящую из 75% нитроглицерина и 25% кизельгура. Впоследствии А.Нобель заменил кизельгур более активными адсорбентами (смесь нитрата натрия с целлюлозным материалом)» (Генералов, 2004, с.7). Роль случайности в замечательной находке А.Нобеля рассматривается также в книге К.В.Рыжова «100 великих изобретений» (1999): «После многих экспериментов Нобель установил, что растворенный в спирте нитроглицерин менее чувствителен к детонации. Однако этот способ не давал полной надежности. Поиски продолжались, и тут неожиданный случай помог блестяще разрешить проблему. При перевозке бутылей с нитроглицерином, чтобы смягчить тряску, их помещали в кизельгур – особую инфузорную землю, добывающуюся в Ганновере. Кизельгур состоял из кремневых оболочек водорослей со множеством полостей и канальцев. И вот как-то раз при пересылке одна бутыль с нитроглицерином разбилась и ее содержимое вылилось на землю. У Нобеля возникла мысль произвести несколько опытов с этим пропитанным нитроглицерином кизельгуром. Оказалось, что взрывные свойства нитроглицерина нисколько не уменьшались от того, что его впитала пористая земля, но зато его чувствительность к детонации снижалась в несколько раз» (Рыжов, 1999, с.158). Об этом же факторе случая сообщает И.Г.Галкина в книге «Основы химии биологически активных веществ» (Казань, изд-во Казанского государственного университета, 2009): «Несколько лет Нобель изучал свойства нитроглицерина и, в конце концов, сумел наладить безопасное производство. Но оставалась проблема транспортировки. После многих экспериментов Нобель установил, что растворенный в спирте нитроглицерин менее чувствителен к детонации. Однако этот способ не давал полной надежности. Поиски продолжались, и тут неожиданный случай помог блестяще разрешить проблему. При перевозке бутылей с нитроглицерином, чтобы смягчить тряску, их помещали в инфузорную землю – кизельгур (или диатомит), добывавшуюся в Ганновере» (Галкина, 2009, с.147). «И вот однажды, - продолжает И.Г.Галкина, - бутыль разбилась, и ее содержимое вылилось на кизельгур. У Нобеля возникла мысль произвести несколько экспериментов с этой «землей», пропитанной нитроглицерином. Оказалось, что взрывные свойства нитроглицерина нисколько не уменьшились, но зато его чувствительность к детонации сильно снизилась» (там же, с.147).

Фактор случая в изобретении железобетона. К.В.Рыжов в книге «100 великих изобретений» (1999) указывает, что железобетон могли внедрить в практику два строителя – Вильям Уилкинсон и Куанье, но они не сделали этого, оставив пальму первенства французскому цветочнику Жозефу Монье. Это тем более удивительно, что Куанье в 1861 году в брошюре «Применение бетона в строительном искусстве» говорил об увеличении прочности бетона при включении в него железных стержней. К.В.Рыжов подчеркивает: «Честь открытия железобетона связывается поэтому с именем другого француза – Жозефа Монье. Есть какая-то странная ирония в том, что два профессиональных строителя, несмотря на все усилия, не смогли внедрить в строительную практику железобетон, но зато это удалось сделать человеку, весьма далекому от строительства, который и изобретение свое сделал совершенно случайно» (Рыжов, 1999, с.175).

Фактор случая в изобретении метода окрашивания волос. Г.И.Иванов в книге «Формулы творчества, или как научиться изобретать» (Москва, «Просвещение», 1994) повествует о том, как Оуэн Ричардсон разработал способ окрашивания волос. Автор также касается вопроса о том, как А.Мериле изобрел метод очистки ткани: «В 1870 г. А.Мариле изобрел способ химической очистки ткани. Это случилось после того, как он вынул из бочки со скипидаром случайно упавший туда загрязненный костюм. Оуэн Ричардсон случайно опрокинул перекись водорода на гусиное перо, которое вдруг стало бесцветным. На свет появился способ, позволяющий моднице-брюнетке быстро стать блондинкой» (Иванов, 1994, с.13). Резюмируя анализ случайных открытий, Г.И.Иванов описывает стратегию поиска этих случайностей: «Возникает только одна мысль – чтобы увеличить вероятность встречи с нужной случайностью, нужно увеличить количество собственных действий, экспериментов и проб» (Г.И.Иванов, 1994).

Фактор случая в открытии вальденовского обращения. М.А.Кузнецов, Б.Л.Мильман и С.М.Шевченко в книге «Облик молекулы. Очерк современной стереохимии» (Ленинград, изд-во «Химия», 1989) повествуют о том, как русский химик Пауль Вальден открыл химическое обращение, названное вальденовским: «Ganz unglaublich» - совершенно невероятно» - именно такими словами охарактеризовал в своей статье (1895 г.) П.Вальден результат собственного безупречного эксперимента. С этих слов началось, как многие считают, вторжение стереохимии в теорию механизмов химических реакций. (…) Стереохимия на рубеже веков дала органической химии инструмент, успешное использование которого и привело постепенно к пониманию того, как на самом деле происходят химические реакции. Подбирая наилучшие условия получения галогензамещенных кислот, Вальден неожиданно для себя обнаружил, что в зависимости от выбора реагентов (оптически неактивных!) из одной и той же природной левовращающей аспарагиновой кислоты можно получить лево- или правовращающий диметиловый эфир α-бромянтарной кислоты…» (Кузнецов и др., 1989, с.70).

Фактор случая в открытии инертного газа криптона. Д.Н.Финкельштейн в статье «Криптон» (журнал «Химия и жизнь», 1969, № 12) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1904 год Вильям Рамзай открыл криптон: «Открыл его опять же Рамзай, и почти случайно – «шел в комнату, попал в другую». Намереваясь выделить гелий из жидкого воздуха, ученый вначале пошел было по ложному следу: он пытался обнаружить гелий в высококипящих фракциях воздуха. Разумеется, гелия – самого низкокипящего из всех газов, там не могло быть, и Рамзай его не нашел. Зато он увидел в спектре тяжелых фракций желтую и зеленую линии – в тех местах, где подобных следов не оставлял ни один из известных элементов. Так был открыт криптон, элемент, имя которого в переводе с греческого значит «скрытный» (Финкельштейн, 1969, с.61). Относительно случайных (непредсказуемых) открытий весьма мудро высказался лауреат Нобелевской премии по химии за 1969 год Дерек Бартон. Вот его слова, содержащиеся в журнале «Химия и жизнь», 1970, № 12: «Я думаю, что красота науки в том и состоит, что вы не можете предсказать, что в ней скоро станет важным. Это, может быть, противоречит вашей точке зрения, но тем не менее я убежден, что вы никогда не сможете спланировать то, что предстоит открыть науке через несколько лет» (Бартон, 1970, с.35).

Фактор случая в обнаружении того, что азот хорошо улавливается раскаленными опилками магния. И.Нечаев в книге «Рассказы об элементах» (Москва, 1960) воспроизводит один из экспериментов лауреата Нобелевской премии по химии за 1904 год Вильяма Рамзая, один из тех экспериментов, который позволил ему открыть инертный газ аргон: «Он еще за несколько лет до этого на лекции случайно обнаружил, что азот хорошо улавливается раскаленными опилками магния, того самого металла, который фотографы жгут при моментальной съемке. И теперь Рамсэй воспользовался этим случайным наблюдением: он стал продувать азот над раскаленным магнием. Рамсэй пропустил азот один раз через трубку с магнием. Большая часть газа поглотилась, а часть проскочила. Он снова погнал остаток над раскаленными докрасна опилками; газа осталось еще меньше. В третий раз пропустил – и остаток взвесил. И что же? Он оказался заметно тяжелее обыкновенного, атмосферного азота. Обычный азот тяжелее водорода в 14 раз, а этот газ был тяжелее водорода в 14,88 раза» (И.Нечаев, 1960).

Фактор случая в открытии феномена бесклеточного брожения. Артур Корнберг в статье «Жизнь как химия» (журнал «Химия и жизнь», 1994, № 5) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1907 год Эдуард Бюхнер (Бухнер) совершил свое открытие, которое и принесло ему эту премию: «Лишь в начале нынешнего столетия Эдуард Бюхнер из Мюнхена случайно обнаружил, что брожение могут вызывать и разрушенные дрожжевые клетки. Пытаясь сохранить экстракт дрожжей для повторных иммунизаций, он воспользовался традиционным домашним средством – добавил к нему сахар, как делают хозяйки, когда готовят джем или желе. При этом экстракт через некоторое время начинал пениться. Бюхнер мог бы просто счесть эксперимент неудачным, но у него хватило любознательности и проницательности поинтересоваться, что за газ вспенивает экстракт, и он обнаружил, что это СО2, а в экстракте содержится другой продукт брожения – этанол. Так было открыто брожение в бесклеточном экстракте дрожжей» (Корнберг, 1994, с.18). А.Корнберг в той же статье подчеркивает роль науки в человеческом обществе: «Для любого общества, для любой культуры жизненно важна способность понимать природу творчества и не скупиться на его поощрение. Какими бы далекими от повседневных нужд ни представлялись фундаментальные исследования, именно они делают возможным прогресс в медицинской практике, так же, как принципиально новые изобретения становятся источником индустриального могущества» (там же, с.19). Об этой же случайности открытия бесклеточного брожения сообщает Л.Страйер во 2-ом томе книги «Биохимия» (Москва, «Мир», 1985): «Изучение гликолиза имеет богатую историю. Исследование этого центрального метаболического пути шло рука об руку с развитием биохимии. Основное открытие сделали совершенно случайно Ганс и Эдуард Бухнеры (Hans Buchner, Eduard Buchner) в 1897 г. Они работали над получением бесклеточных экстрактов дрожжей с целью их возможного терапевтического применения. Эти экстракты надо было хранить без добавления антисептиков, таких, как фенол, и они решили испробовать сахарозу, которая обычно используется для предохранения продуктов в пищевой химии. Результат оказался поразительным: под действием дрожжевого сока сахароза быстро сбраживалась, образуя спирт. Это открытие имело огромное значение. Бухнеры впервые показали, что брожение может происходить вне живых клеток» (Л.Страйер, 1985).

Фактор случая в открытии катализатора процесса синтеза аммиака. Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (Москва, «Знание», 1986) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1931 год Карл Бош совместно с Альвином Митташом решили проблему осуществления промышленного синтеза аммиака: «С лета 1909 года до начала 1912 года исследовательская группа испробовала ни много ни мало 2500 смесей. Но некоторые из добавок не только не ускоряли процесса, но даже замедляли его. Они оказались своеобразными ядами, отравляющими катализатор и резко снижающими его активность. Неизвестно, как долго продолжались бы поиски, если бы один из сотрудников случайно не наткнулся в старом лабораторном шкафу на кусок шведской магнетитовой руды. Решили на всякий случай испробовать и ее. У магнетита оказались отличные каталитические свойства. (…) Выходило, что активность катализатора зависела от примесей в железной руде. Вот так случайная находка сама явилась как бы катализатором идеи, ускорившей решение всей проблемы» (Е.Д.Терлецкий, 1986). Примечательно, что промышленный синтез аммиака, открытый Бошом и Митташом, имел грандиозные последствия. Р.Хоффман в статье «Фриц Габер – жизнь в химии» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 10) называет этот промышленный синтез процессом Габера-Боша, возможно, в связи с тем, что эти исследования проводились под руководством Ф.Габера. В данной статье Р.Хоффман пишет: «С другой стороны, Фрица Габера вспомнили в связи с 90-летием знаменитого синтеза Габера-Боша, рождение которого (редкий случай!) зафиксировано с точностью до дня (03.08.1909). Последствия использования этого процесса получения аммиака поистине грандиозны. (…) Этот процесс используют до сих пор для производства удобрений, благодаря чему население планеты уже превышает 6 миллиардов человек» (Хоффман, 2000, с.38). «…Именно открытие Габера, - говорит Р.Хоффман о синтезе аммиака, разработанном К.Бошом и А.Митташом, - и получаемые его методом искусственные удобрения дали возможность накормить сотни миллионов людей» (там же, с.41).

Фактор случая в изобретении триплекса. Л.Намер в статье «Стекло сегодня» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 9) пишет о том, как Э.Бенедиктус изобрел триплекс (небьющееся стекло): «Создал его почти век назад французский химик Эдуард Бенедиктус – в 1907 году. Колбу, которая была покрыта изнутри целлюлозой, он уронил на пол случайно, но, увидев, что с ней произошло, сделал правильные выводы» (Намер, 2002, с.35).

Фактор случая в получении первого жаропрочного сплава (нимоника). Академик Е.Каблов в статье «ВИАМ – национальное достояние» (журнал «Наука и жизнь», 2007, № 6) пишет о находке Уильяма Гриффитса, сделанной в 1942 году: «Первый жаропрочный сплав, известный сегодня под названием нимоник, появился достаточно случайно. Выдающийся английский ученый А.Гриффитс соединял никель с хромом. В одной из литейных форм по каким-то причинам оказался алюминий с титаном. Когда один из полученных образцов показал высокие характеристики по жаропрочности, ученый сначала не понял, почему это произошло, поскольку алюминий считался вредной легкоплавкой примесью, которой не место в жаропрочном сплаве. Уже позднее академик С.Т.Кишкин доказал теоретически, что титан и алюминий – важнейшие легирующие элементы, образующие так называемую упрочняющую гамма-штрихфазу, которая и способствует достижению высокой жаропрочности» (Каблов, 2007, с.4). О ценности открытия Гриффитса говорится также в статье Е.Каблова «Специальность – металл для авиации (к 100-летию со дня рождения академика С.Т.Кишкина)» («Вестник РАН», 2006, том 76, № 6): «Ведущий специалист фирмы «Монд Никелькомпани» В.Т.Гриффитс предложил сплав нимоник на основе никеля. Никель, как известно, имеет большую, чем железо, энергию активации деформации ползучести. За создание этого сплава королева Англии удостоила Гриффитса звания пэра» (Каблов, 2006, с.555).

Фактор случая в изобретении нержавеющей стали. А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (2006) повествует о том, как Гарри Брерли изобрел нержавеющий сплав (сплав никеля и хрома). Говоря о способах борьбы с коррозией, А.Азимов отмечает: «Один из способов заключается в защитном покрытии металлической поверхности краской или слоем другого металла, более устойчивого к коррозии, таким, как никель, хром, кадмий или олово. Более эффективным методом является создание нержавеющих сплавов. На такой сплав случайно наткнулся в 1913 году английский изобретатель Г.Брерли. Работая над стальными сплавами для оружейных стволов, среди прочих образцов он забраковал и никель-хромовый сплав, но несколько месяцев спустя с удивлением заметил, что этот образец сверкал как новый. Этот день стал «днем рождения» нержавеющей стали» (Азимов, 2006, с.243).

Фактор случая в получении легированного ниобия (жаропрочного сплава). Л.М.Элькинд и Т.С.Лобанова в статье «Ниобий» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 3) отмечают: «Появлению легированного ниобия предшествовал довольно курьезный случай. Американская фирма «Вестингхауз» отпустила партию якобы сверхчистого ниобия. Каково же было удивление заказчика, когда образцы металла не удалось подвергнуть обычной технологической проверке! В частности, этот металл по непонятным причинам не плавился при температурах выше 2500ºС! Лабораторный анализ показал, что ниобий не был чист, в нем содержалась небольшая примесь циркония. Так был открыт сверхжаростойкий сплав Cb-1Zr» (Элькинд, Лобанова, 1968, с.9).

Фактор случая в постановке эксперимента, который привел к теории разветвленных цепных реакций. Борис Агапов в статье «Ак-Кой» (журнал «Химия и жизнь», 1971, № 1) пишет о том, как случайность помогла Зинаиде Вальта получить экспериментальный результат, касающийся условий взаимодействия фосфора с кислородом, который в дальнейшем привел лауреата Нобелевской премии по химии за 1956 год Н.Н.Семенова к формулировке теории разветвленных цепных химических реакций: «Зиночка становится аспиранткой, ей придумывают научную тему, почти случайно, не связанную с другими работами лаборатории и уж никак не интересующую самого Николая Николаевича – о фосфоре. Пусть выясняет, как изменяется свечение фосфора при изменении давления кислорода. По-видимому, если давление уменьшать, свечение будет возрастать. Пусть займется, как это будет выглядеть в цифрах. А Юлий Борисович (Харитон – Н.Н.Б.) присмотрит за работой. И Семенов вновь обратился к своей теме, которая казалась ему тогда самой важной на свете. Мог ли он знать, что как раз в этот момент феи доброй и злой случайности вцепились друг другу в волосы и первая победила? Что именно в этот момент был определен путь его исследований на всю жизнь?!» (Агапов, 1971, с.56). Об этом же факторе случая говорят В.С.Арутюнов и С.Н.Козлов в статье «Всего одна реакция» (журнал «Химия и жизнь», 1983, № 12): «Теперь, не перечисляя многочисленных исследователей, изучавших окисление фосфора в течение последующих двух с половиной столетий, перенесемся сразу в 1925 год, в Ленинград. Группа молодых физиков под руководством Н.Н.Семенова, ныне всемирно известного ученого, академика, лауреата Нобелевской премии, а тогда молодого заведующего лабораторией в физико-техническом институте, занялась изучением светового выхода в этой реакции. Тема, как пишет в своих воспоминаниях Семенов, была выбрана в достаточной мере случайно и не казалась особенно интересной в ряду прочих работ» (Арутюнов, Козлов, 1983, с.75). Сам Н.Н.Семенов в статье «Таким образом, я пришел к идее…» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 4) вспоминает о том, как было принято решение поручить Зинаиде Вальта исследование реакции взаимодействия фосфора с кислородом: «Тема эта не являлась развитием других наших работ и идей. Она была выбрана случайно. И, признаться, не очень меня интересовала. Если бы я знал, что двойная случайность – принятие в аспирантуру Вальта и поручение ей именно этой темы – определит в дальнейшем в значительной мере работу всего нашего коллектива! Конечно, разветвленные цепные реакции все равно были бы неизбежно открыты в скором времени, но то, что именно мы оказались пионерами этой важнейшей области химии и физики, явилось делом случая» (Семенов, 1986, с.40).

Фактор случая в изобретении сухой чистки. Анна С.Ленн в статье «Колдовство стирки» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 11) отмечает: «Говорят, что сухая чистка, не в воде, а в растворителях, была открыта, как это бывает, совершенно случайно: неловкая горничная опрокинула лампу со скипидаром на скатерть и к своему удивлению обнаружила, что некоторое время спустя скатерть стала белоснежной. Первое заведение, использующее способ сухой чистки, было основано неким Жолли Беллоном во Франции. Случайное открытие, как мы знаем, имело столь широкие следствия, что, похоже, опровергается известный афоризм: уровень цивилизации измеряется количеством употребляемого мыла» (Ленн, 1980, с.63).

Фактор случая в открытии реакции Виттига. И.Вишневская в статье «Синтез пентафенилфосфора. Реакция Виттига» (газета «Химия», издательский дом «Первое сентября», 2002, № 38) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1979 год Георг Виттиг открыл химическую реакцию, носящую ныне его имя: «Реакцией Виттига называют получение олефинов (соединения, содержащие в молекуле одну двойную связь и имеющие общую формулу CnH2n) из карбонильных соединений и алкилиденфосфоранов. Несмотря на то, что реакция была открыта случайно, ее значение бесценно для получения многих фармацевтических препаратов, таких, как витамин А, производные витамина D, стероиды и простагландин, феромоны, а также синтетических волокон для тканей. В 1940-х гг. немецкий ученый Георг Виттиг в своих работах исследовал способы получения соединений, в молекулах которых органические группы соединялись ковалентной связью с элементами V группы периодической таблицы, такими, как азот, фосфор и мышьяк. Теоретически это считалось возможным, однако синтезировать их еще никому не удавалось.

Г.Виттиг и его коллеги в основном эту задачу решили, но они не смогли синтезировать соединения, молекулы которого содержали пятивалентный азот. Однако главным достижением в исследованиях Виттига в области синтеза пентаарилпроизводных элементов V группы принято считать открытие карбонилолефина (1953), который в дальнейшем сыграет значительную роль во многих важных промышленных процессах. Это случайно сделанное открытие, известное в настоящее время как реакция Виттига, имело большее научное значение, чем решение первоначально поставленной задачи – синтез пентафенилфосфора» (И.Вишневская, 2002).

Фактор случая в синтезе полиэтилена. Б.В.Вольтер в статье «Сотворение «Полимера» (журнал «Химия и жизнь», 1993, № 2) рассказывает о том, как ученые синтезировали полиэтилен: «Это произошло совершенно случайно. В 1933 году в одной из лабораторий английской фирмы «ICI» химичили с этиленом. Испытуемого подвергли сильному сжатию и нагреву, а когда закончили экзекуцию и заглянул в «пыточную» камеру, то обнаружили там белый порошок. Даже обычно невозмутимые англичане сильно удивились, и было чему: незамеченный ранее в подобных метаморфозах газ вдруг превратился в твердое вещество. На радостях новорожденного окрестили «полиэтиленом» (Вольтер, 1993, с.59).

Фактор случая в изобретении нейлона. Виктор Тимохов в статье «Фабрика иннноваторов» (журнал «Деловое совершенство», 2007, № 9) пишет о том, как выдающийся химик Уоллес Карозерс (Каротерс) в 1935 году изобрел нейлон – искусственное волокно, быстро завоевавшее мировой рынок: «С чего началась история разработки нейлона? Изобретение этого материала, сделанное в американской компании Du Pont в 1935 году, принадлежит группе ученых под руководством доктора Уоллеса Каротерса. Перед исследователями стояла задача разработать материал, близкий по качеству к шелку: производство чулок из натурального волокна стоило очень и очень дорого. Хотя опыты по его созданию проводились в течение нескольких лет, открытие можно назвать случайным: разогрев смесь каменноугольной смолы, воды и этилового спирта, ученые обнаружили, что получившееся вещество похоже на шелк, прозрачное и очень прочное. Новое волокно состояло из водорода, азота, кислорода и углерода. А его коммерческое название появилось позже, в 1939 году на Всемирной ярмарке в Нью-Йорке – Nylon («нейлон») – по первым буквам названия города New York» (Тимохов, 2007, с.42).

Фактор случая в открытии тефлона (полимеризации тетрафторэтилена). В статье «Пластмассовая платина» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 11) указывается: «Фторопласт-4 получают полимеризацией тетрафторэтилена – бесцветного неядовитого газа. Полимеризация тетрафторэтилена была открыта случайно. В 1938 г. в одной из зарубежных лабораторий внезапно прекратилась подача этого газа из баллона. Когда баллон вскрыли, выяснилось, что он заполнен неизвестным белым порошком, оказавшимся политетрафторэтиленом. Исследование нового полимера показало его удивительную химическую и термическую стойкость и высокие электроизоляционные свойства. Сейчас из этого полимера прессуют многие важнейшие детали самолетов, машин, станков» («Химия и жизнь», 1965, № 11, с.64). Петр Образцов в книге «Мир, созданный химиками. От философского камня до графена» (Москва, «Колибри», 2011) детализирует историю изобретения тефлона (1938) в лаборатории, в которой трудился Рой Планкетт: «История открытия тефлона в определенном смысле типична – в истории многих химических открытий случайность играет особую роль. Так, вот, при уборке цеха одного из заводов обнаружился старый ненужный баллон с газом тетрафтор-этиленом (этилен, у которого все атомы водорода замещены фтором C2F4). Такого рода газы используют в охлаждающих системах холодильников, это и есть один из пресловутых фреонов, якобы разрушителей озонового слоя атмосферы (см. главу 16). Просто так выбросить баллон было нельзя, в таких баллонах газы обычно находятся под давлением до 150 атмосфер, а это очень много, и есть опасность взрыва. Газ был уже не нужен, вентиль отсторожно открыли, - и ничего не произошло, баллон оказался практически пуст. Но науке и нам с вами повезло: инженер удивился и приказал баллон разрезать. На дне баллона лежало немного белого порошка, который не растворялся ни в одной из известных кислот, щелочей, не горел и ни с чем не реагировал. А что же произошло? Под огромным давлением газ полимеризовался в знаменитый сейчас политетрафторэтилен, получил короткое, благозвучное и запатентованное фирменное наименование тефлон» (П.Образцов, 2011).

Фактор случая в открытии капрона. Академик Иван Людвигович Кнуняц в статье «Весной 45-го, под Берлином» (журнал «Химия и жизнь», 1985, № 5) пишет о том, как он изобрел (синтезировал) капрон, получаемый полимеризацией капролактама, и тем самым опроверг утверждение создателя первых полиамидных волокон Карозерса о невозможности такой полимеризации: «История с капролактамом, кстати, поучительная. Я не люблю, когда говорят – это, мол, сделать невозможно. Что значит невозможно? Несмотря на пессимистический прогноз Карозерса, мы с моей сотрудницей Ю.Рымашевской грели и грели капролактамы в стеклянных трубках при всевозможных условиях – с добавками, без добавок. Полимер не получался. И однажды я ей говорю: попробуем-ка запаять трубку. Капролактам, конечно, нелетуч и из открытой трубки никуда не девается, но кто знает, может быть, воздух чему-нибудь там мешает? Наутро чуть свет прибегает Рымашевская, кричит – получилось! И правда: в трубке, которую нагревали целую ночь, лежал красивый столбик полимера. Потом оказалось, не в воздухе дело, а в воде. Обыкновенная вода (небольшие ее количества в исходном веществе были всегда), которая из открытых трубок испарялась, оказалась катализатором «невозможной» полимеризации. Впоследствии эта работа была отмечена Государственной премией» (Кнунянц, 1985, с.70).

Фактор случая в открытии способа полимеризации этилена. Г.Б.Шульпин в статье «Настоящее и будущее металлокомплексного катализа» (журнал «Химия и жизнь», 1990, № 6) повествует о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1963 год Карл Циглер обнаружил вещества, катализирующие процесс превращения этилена в полимер (полиэтилен): «В 1950-х годах заподногерманский химик К.Циглер случайно обнаружил, что этилен очень легко превращается в полимер под действием алкильных производных алюминия и солей титана. С этого открытия началась эра полиэтилена, который проник во все сферы человеческой деятельности. Реакция полимеризации этилена – типичный каталитический процесс» (Шульпин, 1990, с.90).

Фактор случая в открытии сухой воды. Михаил Рохлин в статье «И снова вода…» (журнал «Химия и жизнь», 1967, № 12) повествует о том, как немецкий химик Курт Клейн открыл сухую воду, образующуюся при соединении обычной воды с небольшим количеством гидрофобной «водоотталкивающей» кремневой кислоты: «И вот, когда исследователи встряхнули (совершенно случайно!) смесь из 90 процентов воды и 10 процентов гидрофобной кремневой кислоты, жидкая фаза совершенно неожиданно исчезла и образовался белый порошок – «сухая» вода. Этот порошок стабилен и может неограниченно долго храниться в контейнерах» (Рохлин, 1967, с.78).

Фактор случая в лабораторном синтезе сложных стероидов (в том числе холестерина). М.А.Кузнецов, Б.Л.Мильман и С.М.Шевченко в книге «Облик молекулы. Очерк современной стереохимии» (1989) объясняют, как случайность помогла лауреату Нобелевской премии по химии за 1965 год Роберту Вудворду и его команде синтезировать сложные стероиды: «Вудворд с помощниками пытались осуществить цис-транс-изомеризацию в щелочном растворе, однако при его подкислении неизменно выделяли лишь смесь изомеров. Но однажды случайно наблюдали полную трансформацию цис→транс. Оказалось, это происходит, если первоначально из раствора кристаллизуется транс-аддукт. Наблюдение помогло обуздать изомеризацию. Затравка транс-аддуктом, добавленным в раствор перед подкислением, приводила к полной кристаллизации аддукта требуемого строения» (Кузнецов и др., 1989, с.104).

Фактор случая в открытии принципа сохранения орбитальной симметрии. Корреспонденты журнала «Химия и жизнь» (1971, № 6) в статье «Р.Вудворд: просто я так отношусь к своей работе…» приводят слова Роберта Вудворда о том, как он совместно с Р.Гофманом открыл принцип сохранения орбитальной симметрии: «Этот принцип был открыт, я бы сказал, почти случайно, в ходе работы над синтезом витамина В12, но для химии он намного важнее, чем синтез витамина В12. Вот удачная иллюстрация к тому, о чем я только что говорил: упорное занятие синтетической работой приводит к открытиям, помогающим лучше понимать фундаментальные законы природы» (Вудворд, 1971, с.22).

Фактор случая в открытии ферроцена (представителя сэндвичевых соединений). В.Батраков и А.Дмитриев в статье «За что присуждены Нобелевские премии 1973 года» (журнал «Химия и жизнь», 1974, № 6) пишут о том, как Т.Кили и П.Посон в 1951 году открыли ферроцен: «Ферроцен был совершенно случайно получен в 1951 году. Это вещество состава $FeC_{10}H_{10}$ было, с одной стороны, типичным металлоорганическим соединением, в котором железо связано непосредственно с углеродом; с другой стороны, оно обладало необычными для такого соединения свойствами» (Батраков, Дмитриев, 1974, с.12).

Фактор случая в разработке способа лечения алкоголизма. И.А.Сытинский в статье «Химия против алкоголизма» (журнал «Химия и жизнь», 1974, № 6) констатирует: «Самый надежный метод лечения алкоголизма – это так называемая сенсибилизирующая терапия, при которой, вводя определенные вещества, добиваются того, что организм больного не переносит алкоголя. (…) Чаще всего в качестве такого сенсибилизирующего средства применяется сейчас антабус (тетраэтилтиурамдисульфид). Впервые его использовали с этой целью еще в 1948 г. датские врачи: они случайно обратили внимание на то, что рабочие, занятые в производстве резины, где для вулканизации использовался тетраэтилтиурамдисульфид, не переносят алкоголя. Механизм действия антабуса состоит скорее всего в том, что он блокирует активность ферментов обмена алкоголя» (Сытинский, 1974, с.61). В.Б.Прозоровский в статье «Алкоголь – враг лекарств» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 11) добавляет деталей к ранее сказанному: «В 1948 году доктор О.Мартенсен-Ларсен опубликовал в журнале «Lancet» первые результаты использования дисульфирама для лечения алкоголизма. Этот способ не потерял значения и теперь – естественно, в больничных условиях под тщательным медицинским наблюдением» (Прозоровский, 1986, с.37).

Фактор случая в открытии явления полимеризации в плазме электрического разряда. В.Батраков в статье «Сделано в НИФХИ» (журнал «Химия и жизнь», 1979, № 1) констатирует: «…Процесс роста полимерной цепи всегда требует изначального толчка. Реакции одних мономеров инициируются особыми реагентами, других – радиацией, третьих – электрическим током. А в Физико-химическом институте, в лаборатории профессора Н.Н.Туницкого изучается еще один интересный способ инициирования полимеризации – в плазме, возникающей под действием электрического разряда при пониженном давлении. Явление полимеризации в плазме было открыто случайно. Ученые, занимавшиеся электронной микроскопией, обратили внимание на то, что при работе установки изучаемый образец постепенно покрывается какой-то пленкой, мешающей наблюдениям. Проверка дала неожиданный результат: оказалось, что эта пленка представляет собой полимер, образовавшийся из паров вакуумного масла под действием электронного пучка. Именно при плазменном разряде, сопровождающемся бомбардировкой вещества электронами, и происходит полимеризация метана или бензола» (Батраков, 1979, с.38-39).

Фактор случая в открытии фуллеренов. Л.А.Чернозатонский в статье «Лауреаты Нобелевской премии 1996 г. по химии – Р.Керл, Г.Крото, Р.Смолли» (журнал «Природа», 1997, № 1) пишет о том, как Р.Керл, Г.Крото и Р.Смолли открыли фуллерены: «Как нередко случается в науке, бакминстерфуллерен – так назвали авторы кластер из 60 атомов углерода в виде футбольного мяча – был обнаружен не столько при направленном поиске, сколько на него наткнулись» (Чернозатонский, 1997, с.97). О случайности открытия фуллеренов пишут многие авторы. Так, М.М.Алфимова в книге «Занимательные нанотехнологии» (Москва, «Бином», 2011) сообщает: «В 1985 году были открыты фуллерены. Причем совершенно случайно, в обыкновенной саже, которая получается при сгорании древесины или природного газа. Уникальные свойства фуллеренов настолько повлияли на развитие науки, что за это открытие американские химики Харольд Крото, Ричард Смоли и Роберт Керл удостоились в 1996 году Нобелевской премии – высшей награды для ученых» (Алфимова, 2011, с.13). И.Н.Евдокимов и А.П.Лосев в учебном пособии «Природные нанообъекты в нефтегазовых средах» (Москва, РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина, 2008) отмечают: «История как бы «случайного» обнаружения фуллеренов является классическим примером важности и необходимости осуществления фундаментальных исследований «из чистого интереса» при проведении любых прикладных работ, даже ориентированных на немедленное промышленное внедрение. Никто из исследователей не планировал и не ожидал «открыть» фуллерен. Проводимые эксперименты рассматривались как часть «рутинной» многолетней программы по изучению разнообразных кластеров атомов различных элементов (Smalley, 1997; Curl, 1997; Керл и Смолли, 1991)» (Евдокимов, Лосев, 2008, с.4). Маринэ Боздаганян в статье «Фуллерены и перспективы их применения в биологии и медицине» (журнал «В мире нано», 2010, № 5) пишет: «Открытие молекулы фуллерена было случайностью. Гарольд Крото, астрофизик по специальности, изучал межзвездную пыль, представляющую собой длинноцепочечные молекулы полиенов (соединений, содержащих в молекуле не менее трех изолированных или сопряженных связей С=С), формирующиеся из красных гигантских звезд. Ричард Смоли и Роберт Керл примерно в это же время разработали метод анализа атомных кластеров, образующихся при облучении лазером с использованием масс-спектрометрии. Именно это и требовалось Крото для исследования образования цепочек полиенов. В сентябре 1985 года Гарольд Крото, Роберт Керл и Ричард Смоли при изучении масс-спектров паров графита наблюдали пики, соответствующие массам 720 и 840 а.е. Они предположили, что данные пики отвечают молекулам С60 и С79, и выдвинули гипотезу, что молекула С60 имеет форму усеченного икосаэдра» (Боздаганян, 2010, с.17). О случайности открытия фуллеренов сообщает также И.Харгиттаи в статье «Гарольд Крото» (журнал «Заметки по еврейской истории», № 17 (89), ноябрь 2007 г.): «В действительности Крото и Смайли не имели никаких намерений найти новую форму углерода. (…) Хотя в университете Райса знали об экспериментах в Экссоне, они не представляли себе важности С60 до тех пор, пока случайно не нашли условий, при которых концентрация С60 сильно возросла. Они не имели никаких предварительных идей относительно усеченного икосаэдра, хотя Смайли изучал геометрию многогранников, а Крото интересовался графическим дизайном» (И.Харгиттаи, 2007).

Фактор случая в открытии краун-эфиров. А.Г.Кольчинский в статье «Клешни на обруче» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 10) повествует о том, как лауреат Нобелевской премии по химии за 1987 год Чарльз Педерсен и еще ряд ученых открыли так называемые макроциклы: «Из четырех групп исследователей (две работали в США), начавших тогда изучать макрогетероциклы, видимо, лишь одна, руководимая Дэрилом Бушем, сознательно шла именно к этой цели. Для остальных все решил случай. Так, в Веллингтоне (Новая Зеландия) Нейл Куртис растворяет в ацетоне трисэтилендиаминат никеля; через некоторое время из раствора вырастают великолепные желтые кристаллы. Им поначалу приписывают неправильное строение и лишь затем выясняют, что они имеют структуру азамакроциклов… В США сотрудник компании «Дюпон де Немур» Чарлз Педерсен пытается синтезировать новый антиоксидант, но из-за нестрогого проведения синтеза наряду с желаемым продуктом получает и побочный продукт – краун-эфир» (Кольчинский, 1988, с.29). Фактор случая упоминается также в статье О.В.Михайлова «Как склеить «химический кувшин» из осколков» (журнал «Природа», 2003, № 12), где говорится о трех ученых, которые независимо и случайно открыли макрогетероциклы – Н.Куртисе, Д.Буше и Э.Егере: «Ни один из упомянутой троицы не знал кого-либо из двух других, но каждый из них, похоже, быстро уловил, что наткнулся – хоть и случайно – на настоящую золотую жилу. Неудивительно, что все они независимо друг от друга с удвоенной энергией продолжили исследования…» (Михайлов, 2003, с.18).

Фактор случая в открытии необычных свойств суперкислот. В.Д.Штейнгарц в статье «Суперкислоты» («Соросовский образовательный журнал», 1999, № 3) пишет: «Весьма интенсивно исследованы смеси HSO3F-SbF5, за которыми утвердилось название «магическая кислота» («magic acid»). Поводом для этого и для осмысления ее необычных свойств послужил забавный случай, когда во время рождественской вечеринки, происходившей в химической лаборатории, в «магическую кислоту» был помещен кусочек свечи, который довольно быстро растворился. Последующее исследование показало, что при этом происходят расщепление и изомеризация молекул длинноцепочечных парафинов, из которых состоит свеча. Тем самым одновременно была открыта и «суперкислотная» химия алканов» (Штейнгарц, 1999, с.85).

Фактор случая в открытии электропроводящих полимеров. В заметке «Проводящие полимеры» (журнал «Знание-сила», 1998, № 7) описывается, как лауреат Нобелевской премии по химии за 2000 год Хидеки Ширакава (Сиракава) изобрел полимеры, обладающие высокой электропроводностью: «Как и большинство технологических новинок, проводящие полимеры появились совершенно случайно. Пытаясь создать органический полимер полиацетилен в начале семидесятых, Хидеки Ширакава из Токийского технологического института по ошибке добавил в тысячу раз больше катализатора, чем требовалось. В результате получилась блестящая лента, напоминающая алюминиеву фольгу, но тянувшаяся почти как резина. С тех пор новую продукцию непрерывно совершенствуют: ее проводимость увеличена в тысячу раз» («Знание-сила», 1998, № 7, с.35). Сказанное подтверждает Мария Рыбалкина в книге «Нанотехнологии для всех» (Москва, 2005), которая пишет о лауреатах Нобелевской премии за 2000 год А.Мак-Диармиде, Алане Хигере и Хидеки Ширакаве: «Этим ученым впервые удалось превратить пластмассу в электрический проводник. Как это часто бывает в истории науки, открытию помогла случайность. Студент Ширакавы как-то по ошибке добавил слишком много катализатора, в результате чего бесцветный пластик вдруг стал отражать свет подобно серебру, и это навело на мысль о том, что он перестал быть изолятором. Дальнейшие исследования привели к открытию полимера с проводимостью, в десятки миллионов раз превосходящей обычный пластик. Это открывает путь к новой электронике XXI века, основанной на органических материалах» (Рыбалкина, 2005, с.187). Этот же факт рассматривает В.А.Марихин в статье «Синтетические металлы» (журнал «Химия и жизнь», 2000, № 6): «А в 1971 году профессор Токийского технологического института Хидеки Широкава дал своему аспиранту задание синтезировать полимер ацетилена. Впервые полиацетилен был получен еще в 1955 году в виде темного порошка, не обладающего никакими особо выдающимися свойствами. Однако аспирант по ошибке добавил в реакционную смесь в 1000 раз больше катализатора, чем требовалось по методике (наверное, перепутал граммы с миллиграммами), в результате чего вместо темного порошка получил роскошную пленку с металлическим блеском. Едва взглянув на эту пленку, Широкава подумал, что она может послужить основой для создания полимеров, обладающих свойствами металлических проводников» (Марихин, 2000, с.11).

Фактор случая в получении нового алюминиево-керамического композита. В заметке «Счастливая ошибка» (журнал «Знание-сила», 1996, № 1) указывается: «Года три назад американский студент, выпускник университета штата Огайо Майкл Бреслин по ошибке перегрел керамический тигель, полный алюминия. Металл, естественно, расплавился, а когда остыл, то тигель стал выглядеть совсем как металлический. Судент выполнил анализ и определил, что его тигель теперь состоит на 25 процентов из алюминия и на 75 процентов из керамики. Новый материал – один из так называемых композитов – обладает лучшими свойствами обоих своих «родителей». Исследования продолжил профессор Гленн Дэн. Он установил: этот композит превосходит алюминий своей прочностью, особенно при температурах свыше 600 градусов, обладает низким коэффициентом теплового расширения и значительно лучше поддается обработке, чем любая керамика. Ранее уже предлагались некоторые алюминиево-керамические композиты, но тот, который случайно изготовил Майкл Бреслин, к тому же самый недорогой, применим во многих отраслях промышленности» («Знание-сила», 1996, № 1, с.159).

Фактор случая в открытии условий горения кремния. В статье «Новая энергетика – без углерода и кислорода» (журнал «Наука и жизнь», 2001, № 2) указывается: «На одной из химических фабрик в Германии, на складе вдруг начал «кипеть» кремний, хранившийся в состоянии тонко измельченного порошка в атмосфере азота. Никаких неприятностей не произошло, но загадочное поведение всегда спокойного элемента – кремния – озадачило руководителей предприятия. История дошла до профессора химии Норберта Аунера из Франкфурт-на-Майне. И она взбудоражила его, наверное, не меньше, чем Колумба, когда тот услышал от матросов: «Видим землю!». А дело в следующем. У Аунера уже давно зародилась мысль, что энергию можно получать не только традиционным образом, сжигая в кислороде углерод, но также химическим путем, при взаимодействии других элементов. Взоры ученого, естественно, обращались к тем из них, запасов которых на планете не меньше, чем нефти, угля, газа. Более детальное исследование случая, произошедшего на фабрике, выяснило, что в одной емкости с кремниевой пылью и азотом оказались следы окисла меди. Очевидно, присутствовавший в емкости чистый азот также был вовлечен во взаимодействие. Возникла реакция, которая противоречила всему опыту обращения с таким инертным элементом, как азот. Но факт остается фактом: реакция произошла, и в день, когда на фабрике «закипел» кремний, пришлось приложить немало сил, чтобы успокоить «вскипевшую» пыль. Как выяснилось, кремний способен весьма энергично соединяться с азотом. Стартовая температура для начала реакции – 500 градусов; второе условие: кремний должен быть очень тонко измельчен. Окисел же меди играет роль катализатора. Ценность этого случайного открытия не подлежала сомнению. Если кремний так легко горит (а он – составная часть песка), не станет ли этот элемент главным топливом человечества в будущем?» («Наука и жизнь», 2001, № 2, с.48). Об этом же пишет Андрей Ивлев в одноименной статье «Новая энергетика – без углерода и кислорода» (газета «Энергетика и промышленность России», № 9 (13), сентябрь 2001 г.).

Фактор случая в необычном применении экстракта зеленого чая. С.Комаров в статье «В зарубежных лабораториях» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 7) рассказывает, как сотрудники малой компании «Ventana Research Corporation» во время работы по гранту Национального фонда науки (США) под руководством Джона Ломбарди пришли к мысли добавлять в жидкость для полировки считывающих головок магнитных дисков не что иное, как компоненты экстракта зеленого чая: «Догадаться, что липкое вещество надо искать в чае, было непросто. Тут помог случай: однажды руководитель работы заметил, что строение компонентов клея, которым морские желуди приклеиваются к днищу судов, похожи на танины чая. Ну а уж выделить соответствующее вещество из растения было делом техники» (Комаров, 2004, с.27).

Фактор случая в открытии одного из сорбентов. В статье «Бессмертие для фолианта» (газета «Вечерний Новосибирск», 11.12.2007 г.) указывается, как был открыт сорбент, позволяющий обеспечивать сохранность музейных ценностей: «Правда, как признает Юрий Аристов, профессор, завлабораторией энергоаккумулирующих процессов и материалов, элемент случайности присутствовал. Ученые синтезировали материал для запасания тепловой энергии, но в процессе исследования его адсорбционных свойств было обнаружено, что это вещество можно использовать для поддержания влажности. «У сорбента такие адсорбционные свойства, которые позволяют поддерживать влажность 50-60 процентов, - поясняет Юрий Аристов. – Именно такая влажность является оптимальной для хранения большинства музейных ценностей, картин, книг и архивных документов».

Фактор случая в открытии лимфатической системы. Г.Чепеленко в статье «Неизвестное в строении лимфатической системы» (журнал «Наука и жизнь», 1995, № 9) сообщает: «Первым описал лимфатическую систему итальянский врач Гаспар Азелиус в 1622 году. Он наблюдал во время операции накормленной собаки белые полосы в брыжейке кишечника. Сначала он принял их за нервы, но затем случайно повредил одну из полос, и из нее потекла белая жидкость, похожая на молоко. Азелиус понял, что он открыл не известные анатомам каналы. Он описал свое открытие в знаменитом труде, изданном после его смерти учениками. Посмертным было и его признание – уже в наше время Международное общество лимфологов учредило золотую медаль его имени за работы по изучению лимфатической системы» (Чепеленко, 1995, с.79).

Фактор случая в открытии явления анабиоза. П.В.Щербаков и В.И.Тельпухов в статье «Бессмертие под газом» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 8) повествуют о том, как А.Левенгук открыл явление анабиоза: «В 1701 году голландский ученый-самоучка А.ван Левенгук случайно обнаружил, что микроскопические черви – красные коловратки способны возвращаться к активной жизнедеятельности после высушивания. С тех пор вот уже свыше 300 лет научный мир спорит, возможно ли перевести человека в состояние скрытой жизни и обратно» (Щербаков, Тельпухов, 2006, с.34).

Фактор случая в открытии Эдварда Дженнера. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (Москва, «Вече», 2006) рассказывает о том, как Э.Дженнер разработал метод борьбы с оспой: «Английский врач Дженнер в 1776 году, во время одной опустошительной эпидемии, случайно сделал великое открытие о предохранительной силе коровьей оспы. Он заметил, что доярки, переболев коровьей оспой, никогда не заболевают оспой человеческой. Взяв это наблюдение за основу, он разработал способ вакцинации (слово «вакцина» от латинского «вакка» - «корова»), который принес спасение миллионам людей от ранее непобедимой болезни» (М.С.Шойфет, 2006).

Фактор случая в открытии животного электричества. В.Ольшанский в статье «Алессандро Вольта и Луиджи Гальвани: неоконченный спор» (журнал «Наука и жизнь», 2004, № 12) пишет о том, как Вольта оценивал находку Гальвани, открывшего электричество в живом организме: «Вольта не видит особых заслуг Гальвани в обнаружении начального явления – сокращения лапки под действием искр от электрофорной машины. «Только случай натолкнул м.Гальвани на явление, которое его удивило гораздо больше, чем следовало бы» (Ольшанский, 2004, с.106). Описывая позицию Вольта по отношению к Гальвани, В.Ольшанский отмечает: «От всего, сделанного Гальвани, остается лишь случайно обнаруженный факт высокой чувствительности плоти к электрическим импульсам» (там же, с.107). Конечно, нельзя согласиться с позицией умаления заслуг Л.Гальвани, который не прошел мимо открытия, изменившего облик научного знания в области электричества, но факт случайности первой находки налицо. Об этом же пишет Александр Грудинкин в статье «Забытые тайны цивилизаций» (журнал «Знание-сила», 2004, № 7): «Луиджи Гальвани в 1790 году открыл «животное электричество» по чистой случайности. Он заметил, что мышцы лягушки непроизвольно сокращаются, если к ее лапке одновременно приложить пластины из разных металлов» (Грудинкин, 2004, с.101). А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (2006) подтверждает сказанное: «Изучение этой области началось с работ итальянского анатома Л.Гальвани, который в 1791 году случайно обнаружил, что мышцы бедра препарированной им лягушки конвульсивно сокращаются при соприкосновении с двумя разными металлами (так возник глагол гальванизировать)» (Азимов, 2006, с.345). Можно привести высказывание Ф.Даннемана, который в книге «История естествознания» (Одесса, 1913) отмечает: «Систематическое исследование электричества от соприкосновения началось лишь после того, как случайно было сделано следующее наблюдение: свежепрепарированные ножки лягушки сокращаются всякий раз, когда вблизи их происходит разряд электричества. Это действие лягушечьей ножки Гальвани наблюдал впервые около 1780 года» (Даннеман, 1913, с.348).

Фактор случая в изобретении стетоскопа. И.Семенов в статье «Далекое сердце» (журнал «Знание-сила», 1970, № 5) пишет: «В прошлом веке жил во Франции врач Лаэннек по имени Рене Теофиль Гиацинт. Это был умный и всесторонне образованный человек. Однажды Рене Теофиль Гиацинт Лаэннек пришел к весьма стеснительной пациентке. Выслушивать сердце, приложив ухо к груди, казалось неудобным. Тогда Лаэннек свернул трубочкой тетрадку нот, что оказалась у него под рукой, и приложил ее к груди больной. К удивлению врача, шумы сердца показались ему необычно отчетливыми. Так в 1916 году Лаэннек случайно изобрел стетоскоп – трубочку для выслушивания. Это было крупное медицинское изобретение. И хотя вышеприведенная история говорит о совершенно случайном характере изобретения, не следует забывать слова Пастера: «Не всякому помогает случай. Природа одаривает только подготовленные умы» (Лаэннек, 1970, с.24).

Фактор случая в изобретении способа лечения рахита. В заметке «Китовый или тресковый» (журнал «Химия и жизнь», 1974, № 9) указывается: «Все изменил случай. В 1827 году известному тогда французскому врачу Бретно пришлось лечить одного ребенка, страдавшего тяжелой формой рахита. Каких только препаратов ни назначал больному врач, и все понапрасну. Так продолжалось пять месяцев. Потерявший голову отец ребенка решил признаться врачу, что еще раньше по совету какого-то лекаря он вылечил своего старшего сына тресковым жиром; может, стоит попробовать еще раз? К счастью, врач согласился. Результат настолько поразил Бретно, что он стал назначать рыбий жир и другим больным детям. А вслед за ним этот препарат стали применять и другие врачи» («Химия и жизнь», 1974, с.125).

Фактор случая в возникновении идеи о борьбе за существование. Ч.Дарвин в книге «Воспоминания о развитии моего ума и характера» (Ч.Дарвин, «Сочинения», том 9, изд-во АН СССР, Москва, 1959) рассказывает о том, как у него возникла мысль о том, что одной из движущих сил биологической эволюции является борьба за существовании (та борьба, теоретическое описание которой Ч.Дарвин нашел в работе Томаса Мальтуса): «В октябре 1838 года, т.е. спустя пятнадцать месяцев после того, как я приступил к своему систематическому исследованию, я случайно, ради развлечения, прочитал книгу Мальтуса «О народонаселении»…» (Ч.Дарвин, 1959).

Фактор случая в открытии хлорофилла. Е.Д.Терлецкий в книге «Металлы, которые всегда с тобой» (Москва, «Знание», 1986) пишет о том, как Ж.Пельтье и Ж.Каванту открыли хлорофилл – пигмент зеленых растений: «Итак, хлорофилл. Впервые такое название (от греческого «хлорос» - зеленый и «филлон» - лист) было дано в 1817 году французскими химиками-фармацевтами Ж.Пельтье и Ж.Каванту спиртовой вытяжке из зеленого листа. Ученые опубликовали исследование под названием «Заметка о зеленой материи листьев».

Зеленый пигмент был открыт ими походя, случайно (а кто сказал, что открытия делаются планомерно?)» (Е.Д.Терлецкий, 1986).

Фактор случая в применении гипса в хирургии. В.Порудоминский в книге «Пирогов» (Москва, «Молодая гвардия», 1969) пишет о том, как выдающийся русский хирург Пирогов догадался применять гипс в медицине: «Случайный эпизод, конечно, может навести на мысль. Однако большей частью он лишь катализатор – ускоряет, подталкивает развитие идеи. Он запоминается. «Почти за 1 ½ года до осады Севастополя я, - вспоминал Пирогов, - в первый раз увидел у одного скульптора действие гипсового раствора на полотно. Я догадался, что это можно применить в хирургии, и тотчас же наложил бинты и полоски холста, намоченные этим раствором, на сложный перелом голени». «Один скульптор» - это Николай Александрович Степанов, известный карикатурист, впоследствии основатель и активнейший сотрудник сатирического журнала «Искра» (В.Порудоминский, 1969).

Фактор случая в изобретении глазного зеркала (офтальмоскопа). А.В.Лебединский, У.И.Франкфурт и А.М.Френк в книге «Гельмгольц» (Москва, «Наука», 1966) пишут: «В Кенигсбергский период Гельмгольц тщательно готовился к лекциям, уделяя особое внимание лекционным демонстрациям. «Случайным» результатом такой подготовки было открытие Гельмгольцем в конце 1850 г. глазного зеркала (офтальмоскопа) – прибора, предназначенного для исследования дна живого глаза» (Лебединский и др., 1966, с.48-49). Далее те же авторы приводят слова самого Г.Гельмгольца: «Во время подготовки к лекциям я наткнулся на возможность глазного зеркала; тогда же у меня возник план измерить время распространения раздражения в нервах. Глазное зеркало сделалось, пожалуй, самой популярной из моих научных работ, но я уже объяснил глазным врачам, как при этом счастье сыграло собственно несравненно большую роль, чем мой труд. Мне предстояло изложить ученикам теорию свечения глаза, разработанную Брюкке. Последний был на волосок от изобретения глазного зеркала. Он только не задал себе вопроса: какому оптическому изображению принадлежат лучи, возвращающиеся из светящегося глаза? Для цели, которую он тогда имел в виду, постановка этого вопроса не была необходимостью. Будь вопрос поставлен, Брюкке так же скоро, как и я, нашел бы ответ, и возникла бы идея глазного зеркала» (там же, с.49). Г.Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (Москва, «Медгиз», 1956) подтверждает, что Эрнст Брюкке был очень близок к изобретению глазного зеркала: «Кроме того, он упустил возможность открыть глазное зеркало. Это открытие было у него почти уже в руках: однажды, исследуя глаза своего друга Дюбуа-Рейсона, он увидел внезапно их вспышку, что явилось темой опубликованной затем работы. Однако вопрос, почему при определенных условиях из глубины глаз исходит сияние, он перед собой не поставил, а потому и не ответил на него. Это сделал Гельмгольц, который изобрел глазное зеркало» (Глязер, 1956, с.142).

Фактор случая в изобретении способа окраски частиц ткани. Гуго Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (Москва, «Медгиз», 1956) повествует о том, как известный физиолог Иозеф Герлах разработал указанный метод окраски частиц ткани: «Руководство по учению о тканях Герлах написал еще до того, как стал профессором. В сообщении о своем изобретении он говорит, что случай указал ему правильный путь. В 1854 г. он при одном исследовании путем инъекции вводил в кровеносные сосуды карминовый раствор. Красящее вещество вышло из кровяного русла и окрасило клетки по соседству с кровеносными сосудами, но не полностью, а лишь их специфическую составную часть – клеточные ядра. Возможность отделить с помощью окраски ядро от остального тела клетки сыграла чрезвычайно большую роль в науке. В биологии это помогло впоследствии особенно тщательно заняться ядрами клеток» (Глязер, 1956, с.127).

Фактор случая в изобретении метода окраски срезов головного мозга. Гуго Глязер в книге «Исследователи человеческого тела от Гиппократа до Павлова» (Москва, «Медгиз», 1956) повествует о том, как тот же И.Герлах разработал метод окраски срезов головного мозга: «Герлаху удалось также окрасить срезы головного мозга. И здесь помог случай. С помощью обычного раствора кармина ничего полезного получить не удалось: в окрашенных им препаратах невозможно было различить детали. Однажды Герлах случайно оставил на ночь в воде кусочек мозга, загрязненный небольшим количеством кармина. На следующее утро этот кусочек превратился в препарат, на котором чрезвычайно тонко, но совершенно явственно обозначились нервные клетки и волокна. Таким образом открылась возможность заглянуть в столь сложное вещество мозга с его волокнами и стволами» (Глязер, 1956, с.127).

Фактор случая в открытии асимметрии жизни. А.Шевелев в статье «Великая тайна Пастера» (журнал «Химия и жизнь», 1992, № 2) пишет о том, как великий французский ученый Луи Пастер обнаружил ассиметричность ферментативной системы микроорганизмов: «Ведь именно он, случайно обнаружив кристаллы виннокаменной кислоты с разной симметрией граней, сумел понять, что эти особенности симметрии отражают особенности химического строения веществ. А потом, случайно обнаружив, что имеются микроорганизмы, способные специфически размножаться только в одном из изомеров виннокаменной кислоты, не остановился на констатации этого факта, а стал копать вглубь и нашел, что эти микроорганизмы способны разрушать только одно определенное химическое вещество» (Шевелев, 1992, с.84). Об этом же сообщает В.Артамонова в статье «Распространен и небезопасен» (журнал «Химия и жизнь», 1998, № 5): «Интересно, что некоторая безалаберность микробиологов частенько шла на пользу науке, и повелось это еще со времен основоположника микробиологии Луи Пастера, который поленился вылить растворы виннокаменной кислоты после того, как изучил их оптические свойства. Пастер тщательно рассортировал кристаллики вещества на две группы (кристаллы одной группы были зеркально симметричны кристаллам другой), а затем растворил их по отдельности. Оптические свойства растворов оказались разными: молекулы вещества, образующие кристаллы одного типа, вращали плоскость поляризации света влево, а молекулы, образующие кристаллы другого типа, - вправо. Спустя несколько дней Пастер обнаружил, что в первом сосуде кишмя кишат микробы, а раствор во втором остался абсолютно прозрачным – бактерии категорически отказались питаться молекулами такой конфигурации. Открытие состоялось» (Артамонова, 1998, с.21).

Фактор случая в открытии анаэробных бактерий. А.С.Майданов в книге «Искусство открытия. Методология и логика научного творчества» (Москва, изд-во «Репро», 1993) пишет о том, как Л.Пастер открыл анаэробные бактерии (бактерии, способные жить без кислорода): «Когда Л.Пастер занялся изучением молочно-кислого брожения, то в раствор вместе с возбудителем этого брожения – дрожжевыми грибками – случайно попала какая-то примесь. Эта примесь вызвала другой вид брожения – маслянокислое. Отыскивая возбудителя этого брожения, содержащегося в примеси, Пастер неожиданно для себя сделал сразу два выдающихся открытия: во-первых, он установил, что агентом этого брожения является не грибок, как у изучавшихся им ранее других видов брожения, а бактерии. А во-вторых, эти бактерии представляют собой совершенно новый вид – они способны жить без кислорода (анаэробные бактерии)» (А.С.Майданов, 1993).

Фактор случая в открытии метода вакцинации. А.П.Кондратов в 1-ом томе книги «Новейшая книга фактов» (Москва, «Рипол Классик», 2008) пишет о том, как Луи Пастер открыл метод вакцинации (метод прививок): «Сделал свое открытие Пастер в известной степени случайно. Работая с бактериями, вызывающими куриную холеру, он концентрировал бактериальные препараты настолько, что введение их под кожу даже в ничтожных количествах вызывало гибель кур в течение суток. Однажды, проводя свои эксперименты, он случайно использовал культуру бактерий недельной давности. На этот раз болезнь у кур протекала в легкой форме, и все они вскоре выздоровели. Пастер решил, что эта культура бактерий испортилась, и приготовил новую, более вирулентную. Но и введение новой культуры не привело к гибели птиц, которые выздоровели после введения им «подпорченных» бактерий. Пастер понял, что инфицирование кур ослабленными бактериями вызвало появление у них защитной реакции, способной предотвратить развитие болезни при попадании в организм высоковирулентных микроорганизмов» (А.П.Кондратов, 2008). Об этом же повествует Г.Файбусович в статье «Мемуар о Пастере» (журнал «Химия и жизнь», 1972, № 11): «И тогда – это было летом 1880 года – произошел случай, подобный тем великим случайностям, известным в истории науки, которые становились толчком для гениальных открытий. Пробирка с холерной культурой была оставлена на лето в термостате. Осенью Пастер впрыснул эту культуру цыплятам, но она почему-то не подействовала. Вместо того, чтобы по всем правилам науки расстаться с жизнью, цыплята отделались легким недомоганием. Тогда цыплят заразили свежей, заведомо смертельной культурой. На сей раз у них не появилось вообще никаких симптомов, точно им впрыснули воду. (…) Пастер понял, что в его руках – мощное и доселе неизвестное средство предупреждения болезней, и на ближайшей сессии Академии медицины заявил, что открытый им метод объясняет сущность великой эмпирической находки Дженнера» (Файбусович, 1972, с.58). Процитируем также Д.Уилсона, который в книге «Тело и антитело» (Москва, «Мир», 1974) пишет: «Добиться успеха Пастеру помог один из классических в науке «счастливых случаев», правда, не столь хорошо известный, как весьма сходная с ним история Флеминга и открытие пенициллина. Пастер работал с бациллами куриной холеры; у него была культура бацилл, которые, будучи введены даже в минимальном количестве, неизменно вызывали смерть цыплят. Но однажды, во время летнего отпуска, о некоторых культурах бацилл забыли на несколько недель – а происходило это в те времена, когда холодильников в лаборатории не существовало. Пастер ввел цыплятам старые культуры и убедился, что его подопытные остались живы. (…) Пастер развил свою случайную техническую ошибку, приготовив свежую культуру бацилл куриной холеры. Но когда в решающем эксперименте он ввел цыплятам, до того получившим «негодную» культуру, свежие бациллы, цыплята не подохли – они были иммунизированы. Так было открыто явление «ослабления» (Уилсон, 1974, с.106).

Фактор случая в изобретении твердых питательных сред в бактериологии. Юрий Чирков в статье «Космизация» умных молекул» (журнал «Наука и жизнь», 2011, № 1) пишет об одном из открытий лауреата Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1905 год Роберта Коха: «Однажды Кох случайно заметил, что сваренный картофель, разрезанный пополам, после долгого лежания на лабораторном столе покрылся разноцветными точками: зелеными, коричневыми, красными. Ученый заинтересовался увиденным. Снял платиновой иглой маленькие кусочки с этих разноцветных точек и стал рассматривать под микроскопом. Оказалось, что каждая точка была колонией бактерий, разросшейся на поверхности картофеля. Разных бактерий! Кох мгновенно понял, какое величайшее открытие сделал. Он нашел твердую питательную среду! Введение Кохом твердых питательных сред было революцией в бактериологической технике» (Чирков, 2011, с.96).

Фактор случая в разработке одного из способов защиты растений от вредителей. Т.А.Шумова в статье «Биометод рвется в бой» (журнал «Химия и жизнь», 1987, № 11) рассказывает о том, как И.И.Мечников в 1880 году пришел к мысли о защите растений от вредителей путем обработки этих вредителей (насекомых) плесневым грибком: «Как это часто бывает с крупными научными открытиями, помог случай. Однажды Мечникову попалась на глаза муха, вся поросшая плесенью. Было очевидно, что плесневой грибок стал причиной ее гибели. А что, если попробовать специально заражать вредных насекомых? В феврале 1881 года в Одессе состоялся первый съезд представителей губерний, пораженных хлебным жуком. Мечников выступил там с докладом «О применении грибных болезней к истреблению вредных насекомых». Так впервые заявил о себе микробиологический метод борьбы с насекомыми - вредителями» (Шумова, 1987, с.31).

Фактор случая в открытии связи между деятельностью поджелудочной железы и диабетом. В.И.Розенгарт в статье «Инсулин» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 10) пишет: «Рассказывают, что дело не обошлось без случайности. Немецкие ученые И.Меринг и О.Минковски не занимались изучением диабета. Они просто исследовали роль поджелудочной железы в пищеварении, а для этой цели удаляли у животных поджелудочную железу и следили, к чему это приведет. (…) Старый лабораторный служитель заметил, что собака, неподвижно лежавшая после операции, была буквально облеплена мухами. Он сообщил об этом исследователям, и те, к счастью, не отмахнулись от случайного наблюдения. Очень скоро они установили, что мух привлекает сахар, в большом количестве содержавшийся в моче оперированной собаки» (Розенгарт, 1986, с.59). Об этом же факторе случая сообщает М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006): «В конце XVIII – начале XIX века стали появляться работы, свидетельствующие о том, что сахарный диабет как-то связан с поражением поджелудочной железы. Однако прямое экспериментальное доказательство было получено лишь в 1889 году. Помог, как это часто бывает, его величество случай. Немецкий гистолог и анатом П.Лангерганс в 1869 году открыл в поджелудочной железе особые клетки. Его соотечественник эндокринолог Й.Меринг и физиолог О.Минковский установили в 1889 году, что удаление этой железы вызывает сахарный диабет. Это произошло, когда они занимались изучением роли поджелудочной железы в процессе пищеварения. Каково же было их удивление, когда однажды утром, придя на работу и заглянув в операционную, где с вечера была оставлена собака, у которой накануне удалили поджелудочную железу, экспериментаторы увидели, что она вся облеплена мухами. Осмотрев животное, они поняли, что мух привлек сахар, в избытке содержавшийся в моче собаки» (М.С.Шойфет, 2006).

Фактор случая в создании психоанализа. Е.Гильбо в статье «Апология доктора Фрейда» (журнал «Знание-сила», 1989, № 8) пишет: «К созданию психоанализа Фрейда привел случай. Случай достаточно типичный в практике каждого психотерапевта, но Фрейд был первым, кто разглядел в нем ту ариаднину нить, которая вела по лабиринтам человеческих переживаний. Одна из пациенток Фрейда никак не поддавалась нормальному лечению. Вместо того, чтобы отвечать на интересующие доктора вопросы, она уходила в сторону и обижалась, если ее прерывали, на то, что ей не дают выговориться. Врачей всегда бесили такие дамочки, которые приходят не лечиться, а просто выговориться. Такие дамочки испытывают потребность излить врачу все, что приходит в голову, все свои свободные, ничем не контролируемые ассоциации. Фрейд решил дать пациентке выговориться и вдруг, неожиданно стал улавливать закономерности в свободном течении ее мыслей» (Гильбо, 1989, с.53). «Исследование оговорок, описок, забывания имен, символического языка сновидений, - поясняет Е.Гильбо, - постепенно раскрыло перед Фрейдом сложную картину бессознательной жизни» (там же, с.54).

Фактор случая в открытии Зигмунда Фрейда. З.Фрейд установил важную роль сексуальной мотивации в поведении человека благодаря тому, что однажды случайно услышал беседу своего учителя Жана-Мартена Шарко с Теодором Мейнертом о сексуальном происхождении (этиологии) неврозов. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) повествует: «В частных беседах советник Мейнерт многократно констатировал, что неврозы чаще всего имеют сексуальную этиологию. Об этом же говорил Шарко, свидетелем эмоционального заявления которого случайно оказался Фрейд» (М.С.Шойфет, 2006). Об этом же пишут Д.П.Шульц и С.Э.Шульц в книге «История современной психологии» (СПб., изд-во «Евразия», 1998): «Шарко также обратил внимание Фрейда на роль секса в развитии истерического поведения. Однажды на вечеринке Фрейд нечаянно подслушал, как Шарко высказывал свое мнение об одном интересном случае из своей практики. Он сказал, что причины затруднений у пациента, несомненно, имеют сексуальную основу. «В такого рода случаях речь, в конечном счете, всегда идет о гениталиях – всегда, всегда, всегда» (цит. по: Фрейд, 1914, с.14)» (Д.П.Шульц, С.Э.Шульц, 1998, с.397).

Фактор случая в обнаружении анестезирующего эффекта кокаина. О.А.Гомазков и Петер Оэме в статье «Кокаин: история в портретах» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 3) пишут об истории изучения кокаина: «…Австриец Зигмунд Фрейд, также начинавший медицинскую карьеру как фармаколог, пробует вещество на себе для повышения физиологической силы. В этих экспериментах участвует венский коллега Фрейда – Карл Коллер. При случайном прикосновении испачканных порошком пальцев ко рту выясняется, что кокаин делает на время бесчувственными язык и губы. Коллер ориентируется мгновенно: он использует кокаин для локальной анестезии при операциях на глазах. Этот опыт он впервые заявляет в качестве приоритета, послав соответствующую телеграмму на Конгресс офтальмологов в Гейдельберг (1884). Позднее в автобиографии Фрейд признает, что прошел мимо грандиозного открытия, хотя фактически держал его в руках» (Гомазков, Оэме, 1999, с.51).

Фактор случая в открытии нервного центра речи. М.С.Шойфет в книге «100 великих врачей» (2006) рассказывает о том, как Поль Брока сделал свое нейрофизиологическое открытие: «Свое открытие двигательного центра речи ученый сделал случайно» (М.С.Шойфет, 2006). «Причины потери речи, - поясняет М.С.Шойфет, - были тогда еще совершенно непонятны, и лечить их даже не пытались. Оба больных умерли вскоре после поступления, здесь же, в клинике, и на вскрытии выяснилось, что у пациентов были поражены одинаковые районы левого полушария. Брока оказался прозорливым ученым. На основе всего двух случаев он сумел понять, что человеческой речью руководит левое полушарие» (М.С.Шойфет, 2006).

Фактор случая в открытии метода окраски нервных клеток хроматом серебра. С.Рамон-и-Кахаль в книге «Автобиография (воспоминания о моей жизни)» (Москва, «Медицина», 1985) рассказывает о том, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1906 год Камилло Гольджи открыл свой знаменитый метод окраски нервных клеток, за что, собственно, и получил указанную премию. С.Рамон-и-Кахаль говорит о том, что он не сразу ознакомился с методом Гольджи: «Только я, сидя в своем углу, не знал о нем, хотя он был обнародован в 1880-1885 гг. Речь идет о методе, открытом К.Гольджи, знаменитым гистологом из Павии, причем открытом случайно, как это часто бывает. Этот ученый заметил, что нервные клетки избирательно впитывают осадок хромата серебра, если осадок образуется в толще кусочка ткани. Метод очень прост: импрегнация кусочков мозга в течение нескольких дней в растворе бихромата калия (или жидкости Мюллера)… и затем обработка слабым раствором (0,75%) кристаллического азотнокислого серебра. Таким образом выпадает осадок бихромата серебра, который по еще необъясненной закономерности избирательно локализуется на отдельных нервных клетках и их отростках. Гольджи этим методом в течение нескольких лет основательно изучил некоторые вопросы морфологии нервных клеток» (Рамон-и-Кахаль, 1985, с.93).

Фактор случая в открытии условных рефлексов. В.М.Аллахвердов, А.С.Кармин и Ю.М.Шилков в статье «Принцип преемственности, или как возможны научные открытия» (журнал «Методология и история психологии», 2008, том 3, выпуск 3) отмечают: «Все основные открытия в области изучения условных рефлексов тоже были сделаны как бы случайно. И.П.Павлов, изучая слюноотделение в процессе пищеварения, внезапно обнаружил, что слюна у собак начинает выделяться уже на предупреждающий звонок о принятии пищи – так был открыт классический условный рефлекс» (Аллахвердов и др., , 2008, с.169).

Фактор случая в открытии принципа доминанты нервного возбуждения. Е.Ю.Зуева и Г.Б.Ефимов в статье «Принцип доминанты Ухтомского как подход к описанию живого» (препринт № 14 за 2010 г. ИПМ им.М.В.Келдыша РАН) приводят слова русского физиолога А.А.Ухтомского о том, как он открыл принцип доминанты нервного возбуждения: «Первое наблюдение, которое легло в основу понятия доминанты, сделано мною случайно весною 1904 года. Оно заключается в том, что на собаке, в период подготовления к дефекации, электрическое раздражение коры головного мозга не дает обычных реакций в конечностях, а усиливает возбуждение в аппарате дефекации и содействует наступлению в нем разрешающего акта. Но как только дефекация совершилась, электрическое раздражение коры начинает вызывать обычные движения конечностей [5, с.30]» (Зуева, Ефимов, 2010, с.11). Здесь [5] – книга А.А.Ухтомского «Доминанта» (Москва-Ленинград, «Наука», 1966).

Фактор случая в открытии принципа опережающего отражения. В.М.Аллахвердов, А.С.Кармин и Ю.М.Шилков в статье «Принцип преемственности, или как возможны научные открытия» (журнал «Методология и история психологии», 2008, том 3, выпуск 3) рассказывают о том, как выдающийся отечественный нейрофизиолог П.К.Анохин открыл принцип опережающего отражения, который управляет нервной системой: «В лаборатории П.К.Анохина внезапно закончился мясо-сухарный порошок, который использовался для подкрепления при выработке условных рефлексов. Собаке в кормушку положили более вкусную пищу – мясо. Сделав то, что от нее требовалось, собака засовывает нос в кормушку и неожиданно отворачивается. Ага, она, оказывается, предвосхищала, что в кормушке будет порошок! Так был открыт принцип опережающего отражения» (Аллахвердов и др., 2008, с.169).

Фактор случая в открытии Б.Скиннера. В.М.Аллахвердов, А.С.Кармин и Ю.М.Шилков в статье «Принцип преемственности, или как возможны научные открытия» (журнал «Методология и история психологии», 2008, том 3, выпуск 3) пишут: «Б.Скиннер разработал специальный ящик, в который помещал крыс и голубей. Если они в результате беспорядочных проб нажимали на педаль (или клевали кнопку), то получали подкрепление. Выяснилось, что животные научаются все чаще и чаще повторять подкрепляемое действие. Но вдруг – к естественному неудовольствию исследователя – его ящик сломался. И тут Скиннер внезапно обнаружил типичную кривую угасания классического условного рефлекса. Так выяснилось принципиальное родство двух типов рефлексов: классического и оперантного» (Аллахвердов и др., 2008, с.169).

Фактор случая в открытии препарата для лечения сифилиса (сальварсана). А.Н.Лук в статье «Нужна умеренная небрежность. О случайности в научном творчестве» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 4) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1908 год Пауль Эрлих методом проб и ошибок (наугад, почти случайно), синтезировал сальварсан: «Когда основоположник современной химиотерапии П.Эрлих один за другим испытывал синтезированные его помощником препараты мышьяка, это был, казалось бы, случайный поиск методом проб и ошибок (ожидание случайности второго типа: ищи и на что-нибудь наткнешься). Однако Эрлиха поджидала случайность самого высокого порядка – четвертого. Он твердо верил в возможность «химически прицеливаться в микроба – возбудителя болезни», и это заставило его продолжать работу после того, как триста, четыреста, шестьсот препаратов были забракованы, ибо не обладали нужным фармакологическим действием. Казалось, что вероятность успеха близка к нулю. Нужно было быть именно Эрлихом, чтобы не прекратить бесплодные попытки. Шестьсот шестой препарат (знаменитый сальварсан) принес исследователю триумф» (Лук, 1980, с.18). «В общем, - резюмирует А.Н.Лук, - отрицать роль случайности в науке – значит отрицать очевидное и утверждать невероятное» (там же, с.19). Л.И.Верховский в статье «Этюды о биологической памяти» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 2) подчеркивает: «Можно сказать, что новое появляется случайно, потому что для его возникновения нужен случайный перебор, но оно возникает и как необходимость, потому что перебор ограничен эвристиками» (Верховский, 1984, с.69). Т.Зимина и В.Батраков в статье «Комбинаторная химия: новые задачи органического синтеза» (журнал «Химия и жизнь», 1999, № 9) пишут о методе последовательного перебора, который использовал П.Эрлих в своем исследовании: «В начале нынешнего века П.Эрлих синтезировал сальварсан – средство для лечения сифилиса. Это было первое вещество искусственного происхождения с заданными биологическими свойствами. Рабочее название этого препарата «606» указывало на то, что, прежде чем добиться успеха, Эрлих 605 раз терпел неудачу, работая практически вслепую, методом проб и ошибок» (Зимина, Батраков, 1999, с.21).

Фактор случая в открытии антибактериальных свойств плесени. В.Н.Лысцов в статье «Язык наследственности. Как был расшифрован генетический код» (журнал «Химия и жизнь», 1965, № 2) повествует о том, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1945 год Александр Флеминг обнаружил способность плесени убивать микробы: «Сомнительно, чтобы Исаак Ньютон открыл закон тяготения, глядя на падающее яблоко. Но совершенно точно известно, что грибок пенициллиум в лаборатории Александра Флеминга случайно попал на чашку с питательной средой и бактериями, и гибель этих бактерий обнаружила удивительные свойства пенициллина…» (Лысцов, 1965, с.70). Об этом же сообщает Эдвард де Боно в книге «Серьезное творческое мышление» (Минск, «Попурри», 2005): «Многие открытия в медицине были сделаны в результате случайного наблюдения, ошибки или стечения обстоятельств. Александр Флеминг заметил, что плесень, попавшая в чашку Петри, убила бактерии. Так был открыт пенициллин» (де Боно, 2005, с.76). Сказанное подтверждает С.Ю.Нечаев в книге «Удивительные открытия» (Москва, изд-во «Энас», 2012): «Еще одно открытие было сделано Флемингом в 1928 году. Многие опять сочли, что это было чистой случайностью. И в самом деле, новое открытие Флеминга явилось результатом стечения совсем уж невероятных обстоятельств. Дело в том, что в отличие от своих аккуратных коллег, мывших чашки с бактериальными культурами сразу после окончания работы с ними, Флеминг не делал этого неделями, пока весь его лабораторный стол не оказывался полностью загроможденным. И вот, благодаря своей неряшливости Флемингу удалось однажды обнаружить в одной из лабораторных чашек плесень, которая, к его удивлению, угнетала высеянную культуру бактерии» (С.Ю.Нечаев, 2012).

Фактор случая в использовании плодовой мушки дрозофилы в качестве основного экспериментального объекта генетики. Ю.Чирков в книге «Ожившие химеры» (Москва, «Детская литература», 1991) рассказывает, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1933 год Томас Морган пришел к выводу о необходимости использовать дрозофилу в качестве экспериментального объекта своих генетических исследований: «А еще Моргану помогли трудности. Ученый обычно работал с кроликами, мышами и крысами, но в то время бюджет университетской лаборатории был весьма скромен, денег на сооружение большого вивария ему не давали. Пришлось искать новый экспериментальный объект, и Морган выбрал крошечную плодовую мушку - дрозофилу» (Чирков, 1991, с.23).

Фактор случая в открытии одного из гормонов щитовидной железы. К.М.Капустин, Л.Г.Макарова, В.С.Тундалева и С.А.Краснова в книге «Гормоны - убийцы» (Москва, изд-во АСТ, 2007) пишут о том, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1950 год Эдуард Кендалл выделил в чистом виде гормон щитовидной железы: «Однако в больнице Святого Луки работы ученого не были вначале оценены по достоинству, и в 1914 г. Кендалл поступил в исследовательскую лабораторию клиники Мейо в Рочестере. Там он продолжил изучение щитовидной железы, пытаясь выделить в чистом виде ее биологически активные гормоны. Удача пришла случайно: приготовив спиртовую вытяжку щитовидной железы, он забыл ее в лаборатории, а через несколько часов, когда спирт испарился, остался, как он потом выяснил, чистый гормон щитовидной железы в кристаллическом виде» (К.М.Капустин и др., 2007).

Фактор случая в открытии триптофана (части белка). Ганс Селье в книге «От мечты к открытию. Как стать ученым» (Москва, «Прогресс», 1987) описывает случайное открытие лауреата Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1929 год Фредерика Гоуленда Хопкинса: «Основоположник биохимии Гоуленд Хопкинс давал своим студентам в качестве упражнения хорошо известный тест на белок. К его удивлению, ни один из студентов не получил положительной реакции. Исследование показало, что тест дает такую реакцию только в том случае, если используемый при этом раствор уксусной кислоты содержит в качестве случайной примеси глиоксиловую кислоту. Этот вывод вдохновил Хопкинса на дальнейшее исследование, приведшее в итоге к выделению триптофана – части белка, вступающего в реакцию с глиоксиловой кислотой» (Г.Селье, 1987). Указанный фактор случая, имевший место в творчестве Фредерика Хопкинса, описывается также Н.Латыповым в книге «Минута на размышление» (СПб., изд-во «Питер», 2005), где Н.Латыпов слово в слово повторяет текст из книги Г.Селье «От мечты к открытию» (1987).

Фактор случая в открытии простагландинов. С.Д.Варфоломеев в статье «Простагландины – новый тип биологических регуляторов» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 1) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1970 год Ульф фон Эйлер открыл вещество простагландинов: «До 30-х годов это вещество оставалось загадочным; правда, никто из исследователей и не пытался выделить его из таких экстрактов и дать ему характеристику. Ульф фон Эйлер, шведский физиолог, с чьим именем связывают открытие простагландинов, обнаружил их (вернее, одно вещество) случайно в 1934-1936 гг., пытаясь изучить известную в то время субстанцию Р – вещество белковой природы, обладающее способностью понижать кровяное давление и стимулировать сокращение стенок кишечника. Однако, вопреки ожиданию, активное вещество экстрактов предстательной железы и семенной жидкости он обнаружил во фракции жирорастворимых кислот, а не в белковой фракции. У.Эйлер описал некоторые химические и фармакологические свойства активного экстракта, назвал его простагландином и предположил, что простагландин имеет широкое регуляторное значение в организме» (С.Д.Варфоломеев, 1996). Об этой же случайности в открытии физиологически активных, гормоноподобных веществ пишет Р.Г.Бароян в книге «Простагландины: взгляд на будущее» (Москва, «Знание», 1983): «Эйлер отметит впоследствии, что в этих его исследованиях не обошлось без счастливых случайностей. Первой из них он считал необычное поведение нового вещества, что и помогло отделить его от других биологически активных веществ. Другую счастливую случайность Эйлер видел в том, что объектом его исследования оказались везикулярные железы барана. Как выяснилось, лишь в них в отличие от везикулярных желез почти всех других домашних животных содержание простагландинов относительно велико» (Бароян, 1983, с.13).

Фактор случая в разработке метода криоконсервации семени. Доктор биологических наук С.Я.Амстиславский в статье «Детеныши иного вида» (журнал «Химия и жизнь», 2006, № 9) констатирует: «Датой рождения современного метода криоконсервации семени считается 1949 год, когда английские биологи К.Полдж и О.Смит случайно открыли, что трехатомный спирт глицерин обладает свойствами криопротектора: в его растворе сперматозоиды петуха благополучно пережили заморозку до температур жидкого азота. Чуть позже криоконсервацию стали применять к эмбрионам» (Амстиславский, 2006, с.9).

Фактор случая в обнаружении психотропного действия ЛСД. С.Л.Левин в статье «Мир в расколотом зеркале» (журнал «Химия и жизнь», 1978, № 1) говорит о том, как Альберт Гофман (Хофманн) обнаружил психотропные свойства диэтиламида лизергиновой кислоты: «В 1943 году в лабораториях известной фармацевтической фирмы «Sandos» было сделано не менее сенсационное открытие. Швейцарский химик А.Гофман, изучавший алкалоиды спорыньи, случайно обнаружил странное и устрашающее действие диэтиламида лизергиновой кислоты» (Левин, 1978, с.51). Об этом же сообщают А.Д.Ноздрачев и А.В.Янцев в статье «Плата за удовольствие» (журнал «Химия и жизнь», 1991, № 4) говорят: «В 1943 году швейцарский биохимик А.Гофман сделал случайное открытие: изучая алкалоиды спорыньи (низшего гриба – паразитирующего на ржи), он обнаружил, что эти алкалоиды вызывают фантастические видения и потерю чувства реальности» (Ноздрачев, Янцев, 1991, с.53-54). Наконец, тот же исторический эпизод рассматривает А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (2006): «В 1943 году швейцарский химик по имени Алберт Гофман, проводя опыты, случайно всосал через пипетку немного раствора, содержащего ЛСД, после чего его обуяли странные ощущения. Конечно, все его ощущения были казавшимися, иллюзорными, они не имели ничего общего с тем, что его действительно окружало» (Азимов, 2006, с.742).

Фактор случая в открытии инсулинового способа возвращения сознания. Е.Нилов в статье «Врачевание души» (журнал «Химия и жизнь», 1976, № 5) говорит: «В середине 30-х годов венский врач М.Закель сделал еще одно, столь же случайное открытие. Он обнаружил, что если ввести больным некоторыми формами шизофрении инсулин – лекарство, спасающее диабетиков, - в количестве, вызывающем резкое снижение сахара в крови и тяжелую кому (шок), то к таким больным возвращается сознание» (Нилов, 1976, с.45).

Фактор случая в открытии механизма окислительного фосфорилирования. В.А.Энгельгардт в статье «Жизнь и наука» (журнал «Химия и жизнь», 1985, № 2) пишет о том, что помогло ему открыть процесс окислительного фосфорилирования: «Можно считать счастливой случайностью, что для своих исследований, касавшихся возможности участия АТФ в дыхательных процессах, мне удалось выбрать особенно благоприятный объект. Им оказались эритроциты птиц» (Энгельгардт, 1985, с.15). Роль везения в науке отмечают Э.А.Абелева и Г.И.Абелев в статье «Этика: цемент науки» (журнал «Химия и жизнь», 1985, № 2): «В поиске громадную роль играет случай, даже везение; ученый, ведущий поиск, незаменим, как незаменим художник или композитор» (Абелева, Абелев, 1985, с.3).

Фактор случая в обнаружении лечебного эффекта голодания. Э.Гурвич в статье «Голодать на здоровье» (журнал «Знание-сила», 1970, № 10) пишет: «В нашей стране впервые применил на практике лечебное голодание врач Н.П.Нарбеков. Это случилось во время Великой отечественной войны. Боевой корабль, на котором служил судовой врач Н.П.Нарбеков, попал в трудные условия. Без запасов продуктов он оказался в открытом море, оторванным от базы. Команда голодала. Врач внимательно следил за здоровьем людей. Изо дня в день он проводил медицинское обследование. На четвертый или пятый день он случайно обратил внимание, что моряк, много лет страдавший экземой, почувствовал себя лучше. Кожный процесс, как говорят врачи, разрешался на глазах. Уже по окончании войны, вернувшись в родную Феодосию, Нарбеков проверил свои наблюдения. Методом лечебного голодания вылечил своего отца» (Гурвич, 1970, с.43).

Фактор случая в открытии мезотерапии. Л.Р.Коробач в книге «Салон красоты на дому» (Минск, изд-во «Современная школа», 2006) пишет об основателе мезотерапии Мишеле Писторе: «Мезотерапия – это новое и весьма успешное направление косметологии, которое имеет смысл использовать тем, у кого морщины появились раньше, чем можно было ожидать. В 1952 году французский врач Мишель Пистор случайно при местном анестезировании заметил, как действуют вещества, которые вводятся внутрикожно, на окружающие ткани» (Л.Р.Коробач, 2006). Об этом же пишет Ирина Белова в статье «Мезотерапия. Скорая помощь вашей коже» (журнал «Сто», 2006, № 6): «Идеи и принципы мезотерапии сформулировал в 1952 г. основоположник метода французский ученый Мишель Пистор. Сделать открытие

Пистору помогла, как это часто бывает, случайность: у пациента, которому было подкожно введено обезболивающее средство, вдруг улучшился слух и разгладились морщины. С 1950-х гг. началось бурное развитие мезотерапии, а в 1987 г. она была признана французской медицинской академией одной из областей традиционной медицины» (И.Белова, 2006).

Фактор случая в открытии терапевтической функции змеиного яда. Т.Потапова в статье «Берегите змей» (журнал «Наука и жизнь», 1985, № 2) отмечает: «Офидиотоксины, как известно, сырье не только для сывороток. Из них готовят многие лечебные препараты. Впервые идею использовать змеиный яд в лечебной практике подсказал случай, происшедший с больным эпилепсией в 1908 году в штате Техас (США). После укуса гремучей змеи у него полностью прекратились приступы этой болезни. С тех пор офидиотоксины получили права гражданства в официальной медицинской практике» (Потапова, 1985, с.98).

Фактор случая в обнаружении аналогии между работой нервной системы и принципами управления зенитным огнем. А.Ф.Зотов в статье «Роль феноменологии в организации междисциплинарных исследований в области искусственного интеллекта» (сборник «Искусственный интеллект: междисциплинарный подход», Москва, «ИИНТЕЛЛ», 2006) пишет о том, как Норберт Винер обнаружил аналогию, которая привела к созданию кибернетики: «Стоит напомнить, что Н.Винер, по его воспоминаниям, занимаясь проблемами технического обеспечения ПВО Британии, отметил в качестве важного факта, что он случайно заметил аналогичность структуры участка нервной ткани мозга, связанного с работой рецепторов, со структурой электронного устройства, управляющего огнем зенитной батареи. А ведь за этим (или параллельно этому) развернулось и множество исследований по созданию электронных моделей нервных клеток и «нервных сетей», а также множество дискуссий о том, «может ли машина мыслить». Причем та машина, о которой шла речь, была именно ЭВМ!» (Зотов, 2006, с.25).

Фактор случая в открытии роли эритроцитов при индикации накопившихся вирусов. Д.Голубев и В.Солоухин в книге «Размышления и споры о вирусах» (Москва, «Молодая гвардия», 1989) повествуют о том, как Дж.Херст открыл метод индикации (выделения) накопившихся в организме вирусов: «…Именно эритроциты играют прямо-таки выдающуюся роль при обнаружении (индикации) и нерепродуцирующихся, вернее, уже репродуцировавшихся, накопившихся вирусов. Феномен этот для вируса гриппа и эритроцитов куриных эмбрионов впервые обнаружил, вернее – подметил, в 1941 году американский вирусолог Дж.Херст, случайно поранивший кровяные сосуды куриного эмбриона, инфицированного вирусом гриппа. Феномен этот получил название реакции гемагглютинации (склеивания эритроцитов), прочно занявшей с тех пор видное место в арсенале методов современной вирусологии» (Голубев, Солоухин, 1989, с.53).

Фактор случая в обнаружении способности иприта подавлять развитие опухолей. Г.И.Абелев в статье «О соотношении фундаментальных и прикладных исследований в онкологии и иммунологии» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 11) говорит о том, как было обнаружено антираковое действие химического вещества иприта, который применялся во время Первой мировой войны в качестве боевого отравляющего газа: «Первые эффективные противоопухолевые препараты были найдены случайно при изучении токсичности иприта и его производных» (Абелев, 1986, с.34).

Фактор случая в открытии способности нитрозаминов вызывать рак. Б.Глемзер в книге «Человек против рака» (Москва, «Мир», 1972) указывает: «Профессор Гамперль работал вместе с профессором Друкреем. По его словам, «все началось со случайного открытия, сделанного англичанином П.Мэджи… Затем Друкрей продолжил исследования, и результатом было выявление различных нитрозаминов с разной химической структурой и незначительными модификациями молекул. Мы обнаружили, что каждое из этих веществ проникает в определенный орган. Если дать животному одну модификацию, возникнет рак печени, дать другую – будет опухоль головного мозга. Как прицельный выстрел: вы можете послать пулю в тот или иной орган, смотря по используемому нитрозамину…» (Глемзер, 1972, с.227).

Фактор случая в открытии характера межклеточных связей опухолевых клеток. Р.Зюсс в книге «Рак: эксперименты и гипотезы» (Москва, «Мир», 1977) поясняет: «Все началось со случайного наблюдения. Коман заметил, что опухолевые клетки легче отделяются друг от друга, чем нормальные. Он обратил на это внимание, когда пытался разделять эпидермальные клетки при помощи микроманипулятора. Оказалось, что межклеточные связи опухолевых клеток менее прочные, чем у нормальных клеток; судя по всему, их социальное поведение основательно нарушено» (Зюсс, 1977, с.126).

Фактор случая в открытии противоопухолевых свойств солей платины. Г.И.Абелев в статье «О соотношении фундаментальных и прикладных исследований в онкологии и иммунологии» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 11) сообщает о том, как Барнет Розенберг (1967, 1969) обнаружил способность соли платины, получившей название цисплатин, подавлять рост опухоли при карциноме мышей: «Случайные наблюдения по влиянию электрофореза с использованием платиновых электродов на размножение бактерий дало новый и высокоэффективный класс противоопухолевых препаратов на основе комплексных соединений платины» (Абелев, 1986, с.34).

Фактор случая в открытии аналогии между развитием опухолевого процесса и протеканием цепных химических реакций. В.Лузиков в статье «Время романтиков» (журнал «Наука и жизнь», 2000, № 10) приводит слова Д.Б.Кормана о том, как советский ученый Н.М.Эмануэль раскрыл указанную аналогию: «Н.М.Эмануэль рассказывал, что к проблеме рака он обратился довольно случайно. Однажды он отдыхал где-то на юге, было межсезонье, стояла плохая погода. Гуляя по городу, он зашел в книжный магазин, увидел книгу «Успехи в изучении рака», купил, по его словам, от скуки начав читать, увлекся. Во время чтения ему вдруг пришла мысль о поразительной схожести течения опухолевого процесса и протекания цепных реакций» (Лузиков, 2000, с.24). Напомним, что обнаруженная Н.М.Эмануэлем аналогия между развитием опухолевого процесса и протеканием цепных химических реакций привела его к мысли о том, что в развитии рака важную роль должны играть свободные радикалы и что ингибиторы радикальных процессов могут быть эффективными противораковыми препаратами.

Фактор случая в открытии гликопротеина, способного вызывать агглютинацию раковых клеток. Дж.Уотсон в статье «Молекулярная биология и проблема рака» (журнал «Химия и жизнь», 1973, № 1) пишет: «К счастью, в последнее время стали известны некоторые эмпирические факты о клеточной оболочке, которые могут иметь очень важные последствия. Они восходят к случайному наблюдению патолога Дж.Оуба, работавшего в больнице штата Массачусетс и пытавшегося найти фермент, который бы избирательно убивал раковые клетки. В одном из своих опытов он добавил к культуре ткани экстракт из зародышей пшеницы, содержавших фермент липазу, и обнаружил, что тот вызывает агглютинацию раковых клеток. Позже выяснилось, что причина агглютинации – не сам фермент, а примесь к нему, которую М.Берджер из Принстона определил как растительный гликопротеин, обладающий избирательным сродством к поверхности раковых клеток» (Уотсон, 1973, с.33).

Фактор случая в открытии роли нервной системы в возникновении рака. С.Беленький в статье «Тараканы - естествознанию» (журнал «Химия и жизнь», 1977, № 1) пишет: «С помощью тараканов добыт весомый вклад и в наши знания о биче современного общества – раке. Группа американских исследователей во главе с Б.Шаррер случайно, как это часто бывает в науке, наткнулась на неожиданность. При удалении желез (тех же самых: corpora allata и corpora cardiaca) у тараканов появлялись злокачественные образования. Наиболее часто поражался желудок, отделы передней кишки и слюнные железы насекомого. Признаки ракового роста были налицо. Предположив, что причины рака кроются в гормональных нарушениях, удаленные железы пересадили. Но картина, увы, не изменилась. Вывод стал ясен – причина в самом хирургическом вмешательстве: тараканы заболевали из-за повреждения так называемого рекуррентного нерва, тесно связанного с железами. Причем возникал рак только тех органов, которые были под контролем этого нерва. Эта находка стала открытием для онкологов, ибо ранее в списке причин злокачественных заболеваний не значились нарушения нервной системы, хотя подозрения на то были. Так тараканы, сами того не зная, дали импульс изучению роли нервных факторов в возникновении рака» (Беленький, 1977, с.77). Отметим, что железы, которые удалялись у таракана, являются микроскопическими железами внутренней секреции – базисом физиологии насекомого. Они содержатся в железистом аппарате, который расположен позади тараканьего мозга (ганглия).

Фактор случая в открытии альфа-фетопротеина (маркера рака). Г.И.Абелев в статье «Возьмите карандаш и записывайте…» (журнал «Природа», 2004, № 4) пишет о том, как элемент случайности помог ему открыть альфа-фетопротеин: «Так было и с нашими исследованиями по идентификации гепатомного антигена. Сначала обнаружили антиген, специфический для гепатом, затем разработали метод иммунофильтрации, позволивший выделить и очистить этот антиген, а затем случайно, в ходе других исследований, выяснилось, что этот антиген продуцируется эмбриональной печенью, исчезает в организме взрослых животных и вновь появляется в опухолях печени. Все в этой работе – и эмбриональная природа антигена, и его регуляция, и диагностическое значение – не предполагалось первоначальным замыслом…» (Абелев, 2004, с.61). «Во всех этих работах, - добавляет Г.И.Абелев, - успех приходил как побочный (случайный) результат экспериментов, задуманных в ином направлении и с иной целью. И он вызывал немедленную живую реакцию и поворот в исследовании» (там же, с.61).

Фактор случая в открытии фактора роста нервов (ФРН). И.М.Родионов в статье «Фактор роста нервов, гипертрофия и деструкция симпатической системы в эксперименте» («Соросовский образовательный журнал», 1996, № 3) пишет о том, как итальянка Рита Леви-Монтальчини открыла указанный фактор роста нервов в клетках опухоли саркомы и в змеином яде, за что была удостоена в 1986 году Нобелевской премии по физиологии и медицине: «Стало ясно, что эффект роста (роста нервных тканей – Н.Н.Б.) обусловлен каким-то веществом, выделяемым клетками опухоли. Одно из предположений состояло в том, что это вещество – нуклеопротеид, и поэтому решили исследовать действие змеиного яда на эффект роста, поскольку змеиный яд содержит фермент, расщепляющий нуклеопротеиды. Результат оказался неожиданным: змеиный яд сам по себе вызывал интенсивный рост аксонов в культуре. Этот эффект свойствен яду многих видов змей. Поскольку ядовитая железа змей является гомологом подчелюстной слюнной железы теплокровных, было исследовано действие гомогената подчелюстной слюнной железы мышей на рост аксонов в культуре. Оказалось, что подчелюстные железы мышей являются еще более богатым источником вещества, вызывающего рост аксонов. Вещество это было названо фактором роста нервов (ФРН). Интересно отметить роль случайности в этих интереснейших открытиях. Случайно был открыт ФРН в змеином яде. Отсюда был сделан вывод о возможном наличии его в подчелюстных слюнных железах мышей, которые являются гомологом ядовтой железы змей. Оказалось, что исследователям необычайно повезло: мышь – единственный известный вид, у которого содержание ФРН в слюнных железах столь высоко» (И.М.Родионов, 1996).

Фактор случая в разработке метода получения искусственной иммунологической толерантности. Д.Уилсон в книге «Тело и антитело» (1974) говорит о том, как лауреат Нобелевской премии за 1960 год Питер Медавар разработал метод введения эмбрионам инородных антигенов для выработки искусственной иммунологической толерантности (терпимости организма к чужеродным клеткам и тканям): «По-видимому, лишь случайность – то обстоятельство, что Медавар и раньше занимался проблемами пересадки кожи, - побудила его использовать именно этот метод для выяснения вопроса о том, существует ли иммунологическая толерантность. Но эта случайность оказалась счастливой, так как позволила английским исследователям избежать ошибки Бэрнета: избранная ими техника предполагала постоянное присутствие инородных антигенов в системе реципиента – присутствие, крайне важное для сохранения толерантности» (Уилсон, 1974, с.154). Д.Уилсон пишет о том, что привело П.Медавара в иммунологию: «И, однако, Медавара привела в эту область любопытная цепь случайностей. Медавар был, прежде всего, зоологом. Свои исследования он начал в училище патоанатомии в Оксфорде, в том самом учреждении, где много позже Гоуэнс занимался выяснением роли лимфоцитов. Во время войны Медавар работал над проблемой пересадки кожи от одного человека к другому – проблемой, имевшей в то время большое значение, так как немало пилотов получали тяжелые ожоги» (Уилсон, 1974, с.147).

Фактор случая в открытии экспериментальной модели нарколепсии. В.М.Ковальзон в статье «Раскрыта природа нарколепсии» (журнал «Природа», 2005, № 11) пишет: «…Нужна была экспериментальная модель нарколепсии. Обнаружили ее случайно: однажды в середине 60-х годов знаменитый американский сомнолог Вильям Демент, один из первооткрывателей парадоксального (быстрого) сна, ученик легендарного Натаниэля Клейтмана, как-то рассказывал друзьям о пациентах-нарколептиках, с которыми тогда работал в клинике. Вдруг один из знакомых воскликнул: «Позволь, но ведь то, что ты так красочно описываешь, очень похоже на приступы, которые я иногда наблюдаю у своего добермана!» (Ковальзон, 2005, с.5).

Фактор случая в открытии метода повышения урожайности пшениц. В.Сойфер в статье «Молекулярная биология и хлеб завтрашнего дня» (журнал «Наука и жизнь», 1978, № 1) повествует: «Зеленой революцией назвали переворот в урожайности пшениц, ставший возможным благодаря выведению в 1968 году мексиканским генетиком и селекционером Норманном Борлаогом новых высокоурожайных и полукарликовых сортов пшеницы» (Сойфер, 1978, с.91). Далее В.Сойфер описывает роль случайности в открытии Н.Борлаога (Барлоага): «Задолго до экспериментов мексиканского ученого один офицер английских войск, расквартированных в Индии, нашел случайно низкорослую пшеницу и высеял ее у себя дома. Эту карликовую форму Борлаог и использовал при своих скрещиваниях с длинностебельными сортами» (там же, с.91).

Фактор случая в выведении новых пород тритикале. Д.Осокина в статье «Не рожь и не пшеница (о тритикале)» (журнал «Химия и жизнь», 1975, № 4) пишет об открытии Норманна Барлоага (Борлауга), отца «зеленой революции», лауреата Нобелевской премии мира за 1970 год: «Ученые пытались скрестить тритикале с карликовой пшеницей или рожью, но безуспешно – карликовая тритикале не получалась. Делу, как это нередко бывает, помог случай. Борлауг так описал его: «Наиболее важный шаг при выведении усовершенствованных сортов тритикале был сделан благодаря капризу самой матери-природы – однажды ранним мартовским утром 1967 года, когда исследователь еще спал. В то утро под покровом темноты случайная крупинка пыльцы пшеницы – не любой, а той, что была желательнее всего, -

несомая ветром, перелетела дорогу и оплодотворила какой-то унылый стерильный гибрид; пшеница росла неподалеку, на опытном участке. Годом позже (два поколения) ученые получили от этой пары несколько многообещающих растений. Акт оплодотворения уменьшил рост тритикале, сделал ее нечувствительной к долготе светового дня и навсегда преодолел барьер несовместимости. Этим, как мне кажется, природа предостерегла ученых от излишней самонадеянности» (Осокина, 1975, с.28). Отметим, что тритикале – это межродовой гибрид пшеницы и ржи.

Фактор случая в открытии способности растений вырабатывать тепло. Александр Семенов в статье «Горячие цветочки» (журнал «Знание-сила», 1997, № 9) повествует: «Как это часто бывает с самыми интересными открытиями, все началось совершенно случайно. Весной 1972 года руководитель исследований по психологии животных в Калифорнийском университете Джордж Бартоломеу пригласил к себе на вечеринку коллег по работе и студентов. Погода в Калифорнии обычно стоит хорошая, и веселье происходило в живописном уголке парка. Несколько студентов отделились от общей массы и решили полюбоваться красивыми цветами, а самый смелый – Даниэль Оделл – решил даже потрогать их – очень уж необычно они выглядели: из длинных листов наружу выходил белый стержень длиной под двадцать сантиметров. Когда студент сорвал красавца, чтобы показать приятелям, то с удивлением обнаружил, что цветок – теплый. В течение вечеринки ребята не раз подходили к цветам. С наступлением вечерней прохлады цветы становились теплее и теплее, при этом температура их превышала даже температуру человеческого тела. Все студенты были зоологами, и их потрясло, что не только теплокровные животные могут вырабатывать тепло, но и обычные растения. С этого момента и начал Роджер Сеймур свои исследования растений-обогревателей. Первый же взгляд на историю вопроса показал, что еще в 1778 году французский натуралист Жан-Батист Ламарк сообщал о свойстве европейской лилии Arum Italicum становиться теплой при цветении» (Семенов, 1997, с.40).

Фактор случая в обнаружении гормона, регулирующего рост и развитие корней растений. В заметке «Корни по заказу» (журнал «Знание-сила», 1987, № 5) указывается: «Как растут корни растений и что способствует их росту? Вопрос этот давно интересует ученых, потому что ответ на него дает возможность культивировать растения с мощной корневой системой, что особенно важно в засушливых районах. Генетикам и биохимикам из ГДР и ЧССР, кажется, удалось, разгадать эту загадку. Они обнаружили гормон, который регулирует рост и развитие корней. Это аминокислота, открытая японскими химиками еще в 1971 году и названная ими никотинамином. Но тогда ее значение не было известно. Ученые из ФРГ нашли этот гормон довольно случайно. Они экспериментировали с мутантами помидоров, страдающих нехваткой железа, и обнаружили, что вещество, нормализующее эти мутанты, - как раз никотинамин. Сначала исследователи предположили, что гормон лишь регулирует поглощение железа и ионов других тяжелых металлов. Но, как оказалось, преодоление недостатка железа было всегда связано с усиленным ростом корневой системы. В дальнейших опытах эта связь подтвердилась» («Знание-сила», 1987, № 5, с.73).

Фактор случая в открытии успокаивающего действия хлорпромазина (аминазина). В статье «О короткой истории психофармакологии» (журнал «Химия и жизнь», 1968, № 12) отмечается, как были обнаружены психофармакологические свойства хлорпромазина: «Зачастую случайное стечение обстоятельств ускоряет ход тех или иных событий. Так было и на этот раз. Среди хирургов, успешно применивших «4560 R.P.» (который первоначально использовался фармацевтической фирмой «Рон-Пуленк» в качестве анестезирующего вещества – Н.Н.Б.) в нескольких операциях, был А.Лабори. Он заметил, что с хирургическими больными, которые принимали «4560 R.P.», происходила психическая метаморфоза: у них начисто исчезал страх перед операцией. Хирург рассказал о необычных свойствах препарата своему родственнику – известному парижскому психиатру П.Деникеру, и тот вместе с

Ж.Делеем проверил действие этого вещества на больных – пациентах парижских психиатрических клиник. О своих первых наблюдениях П.Деникер и Ж.Делей сообщили в мае 1952 года. «4560 R.P.» оказался отличным успокаивающим средством» («Химия и жизнь», 1968, № 12, с.5). О случайности открытия многих транквилизаторов говорит Е.В.Косилова в статье «История психиатрии: философский аспект» (журнал Санкт-Петербургского философского общества «Мысль», 2009, вып.8): «Итак, в 50-е годы в физиопсихиатрии началась эпоха великих открытий. Все эти открытия были случайные и частные. Первый нейролептик, аминазин, был открыт в ходе поиска лекарств от аллергии, второй, резерпин – в ходе поиска лекарств от гипертонии. Случайным образом открываемые средства сняли множество тяжелых состояний. Были побеждены острые эндогенные депрессии, острые приступы психомоторного возбуждения, часть случаев бреда и галлюцинаций» (Косилова, 2009, с.155).

Фактор случая в обнаружении транквилизатора мепробамата, избавляющего от страха. А.Л.Рылов в статье «Фундамент поведения» (журнал «Химия и жизнь», 1984, № 12) говорит о том, как Ф.Бергер открыл транквилизатор мепробамат (мепротан): «Да, вещества, избавляющие от страха, есть. Найдены они бы случайно. В 1946 г. фармакологи попытались усовершенствовать препарат мефенезин, который применялся во время хирургических операций для расслабления мышц больного. Было синтезировано девять родственных ему соединений. И у одного из них, мепробамата, неожиданно обнаружилось другое удивительное свойство: препарат избавлял больных от страха и волнения перед операцией. При этом действие его не было похоже на действие снотворных или наркотиков: новое лекарство не вызывало болезненного пристрастия и не усыпляло больных, хотя и улучшало нормальный сон» (Рылов, 1984, с.41).

Фактор случая в открытии антидепрессантного эффекта ипрониазида. Елена Чикирис в статье «Таблетки от тоски. Что могут антидепрессанты» (ежедневная общероссийская газета «Новые известия», 06 июня 2009 г.) пишет о том, как психиатр Натан Клайн (1958) пришел к мысли об использовании ипрониазида в психиатрии для снятия симптомов депрессии: «Долгие годы велись безуспешные поиски лекарств от депрессии. Но, как это часто бывает, их открытие произошло случайно. В 1951 году в США на тяжело больных туберкулезом добровольцах испытывали новые препараты – изониазид и ипрониазид. В ходе исследований ученые заметили, что терапия дает удивительный «побочный» эффект, заключавшийся в необычном повышении настроения у больных. Это заинтересовало психиатров, которые стали использовать противотуберкулезные препараты для лечения больных депрессией» (Е.Чикирис, 2009).

Фактор случая в обнаружении антикоагулирующих свойств гепарина. Н.А.Платэ и Л.И.Валуев в статье «Что происходит на границе» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 11) пишет: «Сейчас кажется естественным использовать для достижения гемосовместимости природные антикоагулянты крови, помещая их в кровоток или внедряя так или иначе в полимерную поверхность. Способность гепарина – одного из самых распространенных антикоагулянтов – повышать гемосовместимость была открыта, в общем-то, случайно. Вот как описывает историю этого открытия его автор – известный биохимик В.Готт: «Предполагая зависимость между зарядом полимерной поверхности и гемосовместимостью, мы начали работу по изучению влияния электрического заряда на совместимость полимеров с кровью. Поскольку поликарбонатные материалы, применяемые для этих исследований, были диэлектриками, мы предварительно покрывали их слоем электропроводящего лака, содержащего коллоидные частицы графита. Затем кольца, изготовленные из этих материалов, присоединяли к отрицательному полюсу аккумулятора, стерилизовали раствором бензалконийхлорида, промывали раствором гепарина и помещали в вену собаки на два часа… Однажды, извлекая кольцо, мы заметили, что электрический провод, соединяющий поверхность кольца с аккумулятором, оборван. Каково же было наше удивление, когда мы увидели свободную от тромба полимерную поверхность. Мы повторили этот эксперимент уже в отсутствие электрического заряда и снова получили тот же результат. (…) Стало очевидно, что только сочетание трех агентов: графита, бензалконийхлорида и гепарина, причем в строго определенной последовательности, есть необходимое условие получения гемосовместимых полимеров» (Платэ, Валуев, 1980, с.39).

Фактор случая в разработке одного из способов борьбы с последствиями облучения организма. Юрий Лексин в статье «Портрет «ботаника» на фоне злоключений его науки» (журнал «Знание-сила», 1996, № 8) приводит слова Льва Рождественского о том, как его лаборатория установила, что извлечение костного мозга из живого организма приводит к тому, что организм легче переносит радиационное облучение: «Сотрудница нашего института Елена Щербова обнаруживает любопытную вещь. И тоже как бы невзначай. Извлекала костный мозг из лапы животного и заметила, что такие животные как-то лучше переносят облучение. Решили с ней и моим аспирантом Володей Лимарченко – способный был парень, погиб трагически – поисследовать это. Вначале на морских свинках – помогает. На мышах – тоже. Задумались: а зачем мы тот извлеченный мозг выбрасываем? А если полечить его? В пробирке полечить, в ней проще создавать всякие условия. А полечив, вернуть его тому же животному. (…) (…) Потом-то выяснилась вещь довольно парадоксальная: из тех трех этапов – извлечение, лечение, возвращение – основной-то положительный эффект как раз и дает взятие клеток» (Рождественский, 1996, с.54). Далее Лев Рождественский говорит о том, что основной стратегией поиска веществ (препаратов), способных противостоять лучевой болезни, был метод проб и ошибок: «Все искали чудесное лекарство. Принял его, и – бац! – нет лучевой болезни. И принцип был один: перебор. Брали все подряд, можно сказать. Поэтому и особой квалификации не требовалось: облучали животное, а перед этим давали ему нечто защитное. Перебирая, мы не вникали в суть. На Западе поступали более аналитично, проверяли каждый шаг: а почему это так? И только поняв, шли дальше. Мы же почему-то тогда не пытались понять эти «почему» (там же, с.49).

Фактор случая в расшифровке структуры молекулы ДНК. А.Яковлев в статье «Путь к ДНК» (журнал «Химия и жизнь», 1975, № 6) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1962 год Джеймс Уотсон (совместно с Френсисом Криком) установил, что молекула ДНК представляет собой двойную спираль: «Достаточно вспомнить, хотя бы о том, как Уотсон случайно узнал из разговора с Морисом Уилкинсом о рентгенограмме В-формы ДНК, полученной Розалинд Фрэнклин, и как сильно это обстоятельство повлияло на развитие событий. Такие непредсказуемые благоприятные обстоятельства характерны для любой поисковой работы» (Яковлев, 1975, с.27). Определенную роль в открытии структуры ДНК сыграла и другая случайность – встреча Джеймса Уотсона с книгой Э.Шредингера «Что такое жизнь с точки зрения физика». Джеймс Уотсон в статье «Как преуспеть в науке» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 10) говорит: «Чтобы достичь успеха в науке, требуется везение. Так, мое увлечение генетикой возникло случайно. В возрасте семнадцати лет, когда я уже три года проучился в колледже, мне попалась на глаза маленькая книжка физика-теоретика Эрвина Шредингера «Что такое жизнь с точки зрения физика». В ней он доказывает, что сущность жизни заключена в генах» (Уотсон, 2002, с.32).

Фактор случая в открытии фермента обратной транскрипции. Г.Чедд в статье «Обратная транскрипция: действие второе» (журнал «Химия и жизнь», 1972, № 2) пишет о том, как Дейвид Балтимор обнаружил фермент обратной транскрипции генетической информации, за что был удостоен в 1975 году Нобелевской премии по физиологии и медицине: «В отличие от Темина, Балтимор даже не искал этот фермент, а наткнулся на него при проверке гипотезы, согласно которой сравнительно крупные вирусы, к которым относятся вирусы Рауса и

Раушера, содержат ферменты, необходимые для их репликации. Балтимор сообщил о своих результатах через несколько недель после Темина на конференции в КолдСпринг-Харбор (штат Лонг-Айленд), и оба они опубликовали свои материалы в одном и том же номере «Nature» в конце июня» (Г.Чедд, 1972).

Фактор случая в открытии генетического кода у митохондрий. М.Д.Франк-Каменецкий в статье «Генетические коды» (журнал «Химия и жизнь», 1980, № 5) пишет о том, как Б.Беррел и его сотрудники установили факт наличия у митохондрий собственного генетического кода: «И вот ко всем странностям митохондрий добавилась еще одна, самая удивительная, - у митохондрий свой собственный генетический код. Обнаружилось все это, по-видимому, случайно. Б.Беррел и его сотрудники из Лаборатории молекулярной биологии в Кембридже (Англия) занимались расшифровкой последовательности митохондриальной ДНК человека. Кстати, это тот самый Беррел, который обнаружил впервые, что гены могут налезать друг на друга. Биологи сравнили последовательность гена, кодирующего одну из субъединиц цитохромоксидазы, с белковой последовательностью, правда, не человеческой, а бычьей цитохромоксидазы. Последнее обстоятельство не помешало совершенно точно определить код митохондрий человека» (Франк-Каменецкий, 1980, с.41).

Фактор случая в открытии белков теплового шока. К.Д.Никитин в статье «Белки теплового шока: биологические функции и перспективы применения» (журнал «Клиническая онкогематология», 2008, том 1, № 2) повествует о том, как итальянский биолог Ф.Риттоза (1962) открыл указанные белки: «Как и многие другие открытия, белки теплового шока были обнаружены во многом благодаря случайности, когда однажды вечером в одной из итальянских лабораторий кто-то случайно установил слишком высокую температуру в инкубаторе с плодовыми мушками Drosophila. На следующий день при исследовании хромосом из слюнных желез мушек были выявлены интересные изменения, свидетельствующие о необычном характере экспрессии генов [1]. Так было положено начало изучению группы белков, названных белками теплового шока (БТШ)» (Никитин, 2008, с.125).

Фактор случая в открытии электрической связи между электроневозбудимыми клетками. Татьяна Потапова в статье «Тайны нейроспоры» (журнал «В мире науки», 2004, № 9) пишет: «Электрическая связь между электроневозбудимыми клетками была открыта почти случайно в 1963 г. в лаборатории Вернера Левенштейна (W.R.Loevenstein, США) в ходе исследований свойств ядерной мембраны клеток слюнной железы личинки дрозофилы с помощью двух микроэлектродов, через один из которых пропускались тестирующие импульсы электрического тока. При последовательном перемещении электродов из клетки в клетку оказалось, что импульсы регистрируются, когда электроды расположены в соседних клетках. Это открытие поколебало уверенность в том, что клетка является единицей жизни. Наличие прямого диффузионного обмена между клетками позволяет им, сохраняя индивидуальную неприкосновенность наследственных молекул, решать часть жизненных проблем, объединяя низкомолекулярные ресурсы и распределяя обязанности между соседями» (Потапова, 2004, с.47).

Фактор случая в открытии австралийского антигена. А.Мерсон в статье «Гибридомы – фабрики антител» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 4) пишет о том, как лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1976 год Барух Бламберг (Блумберг) открыл австралийский антиген, позволивший в дальнейшем выявить связь этого антигена с вирусным заболеванием печени (гепатитом В): «Большинство открытий прошлого можно отнести к случайным, непредвиденным. Впрочем, и в наше время они нет-нет, да и побалуют научный мир. Вспомним хотя бы открытие австралийского антигена. Б.Блумберг, впоследствии Нобелевский лауреат, изучая белки крови у коренных жителей Австралии, случайно обнаружил неизвестный ранее белок, который, как выяснилось, имеет непосредственное отношение к таинственному возбудителю вирусного гепатита В, вернее, является формой существования этой вирусной частицы…» (Меерсон, 1986, с.24). Об этом же сообщает А.Ф.Блюгер в статье «Азбука вирусных гепатитов: А, В, С, D» (журнал «Химия и жизнь», 1986, № 7): «История открытия возбудителя ВГВ (вирусного гепатита В – Н.Н.Б.) началась со случайного наблюдения американского генетика, изучавшего лет двадцать назад, как различаются сывороточные белки крови в разных этнических группах. Однажды он обнаружил у австралийского аборигена в довольно большом количестве неизвестный ранее белок с необычными антигенными свойствами» (Блюгер, 1986, с.34).

Фактор случая в открытии способа кристаллизации фермента трансаминазы. Ю.Торчинский в статье «Увидеть молекулу фермента и понять секреты ее работы» (журнал «Наука и жизнь», 1978, № 6) повествует о том, как в 1978 году сотрудники Института молекулярной биологии АН СССР получили кристаллический фермент трансаминазы, что позволило провести его рентгеноструктурный анализ и выяснить пространственную структуру: «Успех пришел, как это часто бывает, неожиданно и в известной мере случайно. Кандидат биологических наук В.М.Кочкина проводила опыты, в которых изучалось влияние субстрата на оптические свойства фермента. После окончания одного из опытов раствор, содержавший фермент и субстрат, решили не выливать, а поставить на кристаллизацию. Одновременно на кристаллизацию поставили такой же раствор фермента, но уже без субстрата. И вот в пробах, содержавших субстрат, выросли крупные кубические кристаллы. Так было найдено одно из важных условий получения крупных кристаллов трансаминазы: оказалось, что комплекс фермента с субстратом кристаллизуется лучше, чем свободный фермент» (Торчинский, 1978, с.68).

Фактор случая в открытии способа структурирования белка. А.Иорданский в статье «Об антарктическом криле, нетающем заливном и искусственной натуральной коже» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 7) рассказывает о том, как был открыт указанный способ структурирования белка, то есть метод придания ему волокнистой структуры: «Началось все со случайного наблюдения. Одна из сотрудниц оставила с вечера в морозильнике пробирку с суспензией белка криля (антарктической креветки, основной пищи китов – Н.Н.Б.). Дело давнее, и никто уже не помнит – не то это была пятница, не то на следующий день сотрудницу услали на овощную базу перебирать картошку, - в общем пробирка простояла в морозильнике больше суток. Содержимое ее, естественно, замерзло. Но когда пробирку отогрели, из нее извлекли совсем не то, что в ней было раньше, а нечто вроде сосиски из упругого студня, которая, ко всеобщему удивлению, в тепле почему-то сохраняла свою форму, не расплывалась, как обычно расплывается даже хорошо застывшее заливное. Так было обнаружено новое физико-химическое явление, впоследствии названное «криоструктурированием» (Иорданский, 1988, с.38).

Фактор случая в расшифровке механизма наследственной передачи гена бесплодия в родословной библейского персонажа Авраама. Михаил Голубовский в статье «Библия и генетика: род Авраама» (журнал «Знание-сила», 1999, № 9-10) рассказывает о том, как он расшифровал указанный механизм, установив, что Авраам и члены его семьи – не вымысел, а реальные лица: «Неожиданно мне удалось по-новому взглянуть на, казалось бы, изученную во всех извивах родословную Авраама. Это произошло случайно. В начале семидесятых годов, когда я работал в Институте цитологии и генетики в Академгородке (Новосибирск), пришлось анализировать родословную одной большой еврейской семьи, в которой передавались две, казалось бы, противоположные аномалии – частичное или полное бесплодие и склонность к рождению близнецов. Характер наследования этой аномалии привел к мысли о действии не двух, а одного полудоминантного гена. Это мог быть своего рода ген-регулятор, изменение в котором вызывает сбой в репродуктивной системе» (Голубовский, 1999, с.103). Резюмируя результаты исследования семьи Авраама, М.Голубовский пишет: «Как генетик я твердо убежден в том, что невозможно придумать родословную с наследственной передачей такой характерной и сложной аномалии воспроизведения. То, что в современной еврейской семье, которую я анализировал, встретилось наследование подобной же мутации (но, видимо, не идентичной), подтверждает, что в основе библейского текста о семье Авраама – не вымысел, а реальность. То есть библейские персонажи от Фарры, Авраама и до Иосифа – реальные лица со всеми важными следствиями этого факта для библейской критики и истории» (там же, с.107).

Фактор случая в получении видеоизображения биологических процессов. Р.Нудельман в статье «Гонки «Формула-1» в живой клетке» (журнал «Знание-сила», 2003, № 9) повествует: «Движутся не только сами живые клетки – движение происходит и во внутриклеточном пространстве. Гормоны и питательные вещества переносятся с поверхности клетки в ее протоплазму. Химические вещества, инструкции генов на изготовление белков-ферментов и сами эти белки движутся к местам своего назначения от клеточного ядра к периферии. А самой, быть может, впечатляющей иллюстрацией этого внутриклеточного движения является то открытие, которое по счастливой случайности совершил в 1981 году Роберт Аллен. Желая показать своим студентам, что происходит в длинном отростке нервной клетки – аксоне, он присоединил видеокамеру к микроскопу, и сам с огромным удивлением увидел, как по волокнам, тянущимся внутри тонкой (в 1 мм) и длинной (около 1 метра) трубки аксона, равномерно, один за другим ползут в обе стороны, точно вагончики какого-нибудь песчаного карьера, маленькие круглые, прозрачные пузырьки примерно в стотысячную долю сантиметра в диаметре» (Нудельман, 2003, с.49). «Но на дворе стоял уже, как было сказано, - продолжает Р.Нудельман, - 1981 год и поэтому открытие Роберта Аллена положило начало… планомерному изучению тех физико-химических факторов, тех «клеточных моторов», которые делают возможными все эти движения живого» (там же, с.49).

Фактор случая в открытии роли окиси азота (NO) в передаче нервных импульсов. Открытию роли окиси азота в передаче нервных сигналов предшествовало обнаружение «эндотелиального фактора релаксации сосудов» (ЭФР) (Р.Форчготт, 1980), поэтому расскажем о том, как был выявлен этот фактор. Екатерина Демидова в статье «Великолепная пятерка» (журнал «Знание-сила», 1999, № 2) пишет о роли случайности в этом исследовании лауреата Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1998 год Роберта Форчготта (Фурчготта): «Обычно ацетилхолин, воздействуя на гладкую мускулатуру сосудов в эксперименте, наоборот, сокращал их. Что касается эндотелиального слоя – клеток, выстилающих внутреннюю поверхность сосудов, - ему отводили роль механического барьера, который защищает гладкомышечные клетки от повреждений. Поэтому в опытах по изучению сократительного действия ацетилхолина эндотелиальный слой всегда удаляли. Однажды, из-за невнимательности молодых сотрудников Форчготта, эндотелиальный слой клеток случайно сохранился на подготовленном препарате. И когда стали добавлять ацетилхолин, вдруг вместо ожидаемого сокращения началось чрезвычайно сильное расслабление сосудов. Естественно, Форчготт быстро сообразил, что все дело в эндотелии, выделяющем некое вещество, которое и расслабляет сосуды. Доказал он это в изящном эксперименте. Расположив два препарата друг под другом – один с эндотелиальным слоем, а другой – содержащий только гладкомышечные клетки сосудов, он капал на них ацетилхолин. Стекая с первого препарата на второй, капля вызывала эффективное расслабление сосуда. Роберт Форчготт открыл «эндотелиальный фактор релаксации сосудов» (ЭФР)» (Демидова, 1999, с.43). Позже Р.Форчготт установил, что ЭФР и окись азота – это одно и то же.

Фактор случая в открытии РНК-содержащего вируса из клеток опухоли человека. Н.Володина в статье «Гены, вирусы и рак» (журнал «Наука и жизнь», 1995, № 3) повествует: «Мы уже говорили о том, что долгое время вирусы из опухолей человека выделить не удавалось. Впервые РНК-содержащий вирус из культуры клеток опухоли человека получили сотрудники Института канцерогенеза Онкологического центра доктор медицинских наук К.В.Ильин и профессор А.Ф.Быковский. Как это часто бывает с научными находками, произошло это почти случайно. Профессор Д.Г.Черешкин лечил у детей опухоли – папилломы. Они образуются в гортани, мешают детям дышать и разговаривать. Если удалить опухоль, она вырастает снова, так что малышам приходится переносить по нескольку операций. Было решено попробовать вакцинировать маленьких пациентов с помощью клеток их собственных опухолей. При этом смесь предварительно облученных клеток вводили под кожу. Результат был потрясающим – у некоторых детей начали рассасываться уже имеющиеся опухоли, а новые не образовывались. Следовательно, облученные клетки несли на себе какой-то сигнал, «запрещающий» дальнейшее развитие опухоли. Ильин и его коллеги предположили, что это какой-то вирусный антиген. Они начали культивировать ткань папилломы и добавляли к ней для совместного культивирования различные клетки человека. И вот на электронно-микроскопической фотографии впервые появились частицы нового, еще не известного науке онкогенного вируса человека. (…) Так впервые из клеток человека был выделен РНК-содержащий вирус, относящийся к группе онкогенных вирусов» (Володина, 1995, с.59).

Фактор случая в открытии каталитических свойств РНК. В.Черникова в статье «Томас Чек: «Кто бы мог подумать, что РНК способна работать ферментом?» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 12) воспроизводит фрагмент своей беседы с лауреатом Нобелевской премии по химии за 1989 год Томасом Чеком (Чехом): «Была ли у вас уже изначальная гипотеза о том, что РНК может обладать каталитическими свойствами, или вы наткнулись на свое открытие случайно?
- Совсем случайно! Ничего подобного мы и не предполагали. Кто бы мог подумать, что РНК способна работать ферментом?» (Черникова, 1988, с.31). О факторе случая в открытии способности молекулы РНК выступать в роли катализатора упоминает также Э.М.Бекман, который в статье «Не бойтесь темных комнат!» (журнал «Химия и жизнь», 1988, № 12) говорит: «Сам Чек называет свое открытие случайным» (Бекман, 1988, с.30).

Фактор случая в открытии нового класса РНК, защищающего ДНК от воздействия чужеродных элементов. Р.Нудельман в статье «Второй код жизни» (журнал «Знание-сила», 2004, № 6) пишет: «История науки – не та часто воображаемая логическая прямая, что якобы кратчайшим образом соединяет открытие А с открытием В. Пропасти неудач и непризнаний зачастую пересекают путь восхождения к желанной вершине, и порой лишь мостики «серендипити», как выражаются англичане, а по-русски – просто счастливых случайностей, помогают выбраться на верную тропу. Такой счастливой случайностью было открытие совершенно нового класса РНК, сделанное в 1990 году группой Иергенсена из Калифорнийского института растительных ДНК (и независимо от него Молем). Эти работы послужили началом для поиска и исследования целых нескольких новых классов РНК, которые противостоят воздействию на ДНК чужеродных элементов» (Нудельман, 2004, с.45).

Фактор случая в обнаружении функции псевдогена регуляторного гена Makorin 1. Марк Герштейн и Дэю Чжэн в статье «Подлинная жизнь псевдогенов» (журнал «В мире науки», 2006, № 11) пишут о том, как Синдзи Хироцунэ расшифровал функцию указанного псевдогена: «В 2003 г. Синдзи Хироцунэ (Shinji Hirotsune) из Медицинской школы в Саитаме, Япония, выявил корреляцию между пороками развития экспериментальных новорожденных мышат и изменением в одном из псевдогенов регуляторного гена Makorin 1. Выяснилось, что нарушения развития связаны с инактивацией этого гена. Сам исследователь никаких манипуляций с ним не проводил, но он случайно внес нарушения в псевдоген Makorin 1, что повлияло на работу нормального гена» (Герштейн, Чжэн, 2006, с.53).

Фактор случая в открытии способности витамина D регулировать работу генов. Лус Тавера-Мендоса и Джон Уайт в статье «Солнечный витамин» (журнал «В мире науки», 2008, № 2) пишут об интересном случайном открытии: «Исследователи нашей лаборатории в Мак-Гиллском университете занялись изучением противоопухолевого действия витамина D еще в 2004 г., после того, как мы случайно обнаружили, что 1,25 D управляет совершенно не известной ранее системой физиологической защиты. За последние годы учеными, которые занимаются сканированием участков генома человека, опосредующих действие витамина D, обнаружено множество генов, работа которых регулируется данным витамином» (Тавера-Мендоса, Уайт, 2008, с.20). Л.Тавера-Мендоса и Д.Уайт в своей статье поясняют, что в организме человека синтезируются пептиды кателицидин и дефензин-бета-2, обладающие противомикробной активностью. Эти низкомолекулярные вещества – природные антибиотики широкого спектра действия – активны в отношении многих бактерий, вирусов и грибов. Данные вещества вырабатываются под воздействием витамина D. «Таким образом, - резюмируют Л.Тавера-Мендоса и Д.Уайт, - впервые получены данные, объясняющие механизм действия солнечного света на больных туберкулезом: последний запускает массовый синтез витамина D – материала, необходимого для выработки иммунными клетками природного антибиотика, уничтожающего туберкулезные палочки» (Тавера-Мендоса, Уайт, 2008, с.21).

Фактор случая в открытии бактериальной природы язвы желудка. В.Г.Жуховицкий в статье «Лауреаты Нобелевской премии 2005 года по физиологии и медицине – Б.Маршалл и Р.Уоррен» (журнал «Природа», 2006 г., № 1) отмечает: «Изогнутые палочки», ныне именуемые пилорическим хеликобактером, Уоррен, по его свидетельству, обнаружил в свой день рождения (11 июня 1979 г.), и произошло это, судя по всему, случайно: во время рутинного диагностического гистологического исследования он обратил внимание на необычную голубую линию на поверхности слизистой оболочки желудка больного активным хроническим гастритом» (Жуховицкий, 2006, с.74). В.Артамонова в статье «Распространен и небезопасен» (журнал «Химия и жизнь», 1998, № 5) пишет о том, как Робин Уоррен и Барри Маршалл сумели найти способ культивирования (выращивания в культуре) бактерии, вызывающей гастрит и язву желудка: «На решение этой непростой задачи Робин Уоррен и его молодой коллега Барри Маршалл потратили около года, а помогла им в конечном счете случайность» (Артамонова, 2006, с.21). Далее В.Артамонова сравнивает открытие Уоррена и Маршалла с тем, как Луи Пастер открыл асимметрию жизни в результате того, что забыл вылить растворы виннокаменной кислоты, то есть допустил небрежность в эксперименте: «С Уорреном и Маршаллом произошла аналогичная история: перед пасхальными каникулами они забыли в термостате чашки с бактериями, посеянными на твердой среде. Вернувшись к работе через пять дней, ученые с удивлением обнаружили на них маленькие колонии микроорганизмов. Причиной прошлых неудач оказался слишком медленный рост бактерий, а исследователи, не зная об этом, уже через два дня выбрасывали чашки с посевами» (там же, с.21).

Фактор случая в открытии препарата, предотвращающего облысение. В статье «Надежда для лысых» (журнал «Наука и жизнь», 1997, № 8) указывается: «Случайное открытие, сделанное в 1982 году, позволило ввести в лечение облысения новый препарат. Американский дерматолог Альфред Клигман обнаружил, что средство от гипертонии миноксидил (выпускается также под названиями минона и лонитен) стимулирует рост волос даже на уже облысевшей коже. Точный механизм его действия неизвестен, но до сих пор предполагали, что миноксидил расширяет кровеносные сосуды кожи и улучшает питание волосяных луковиц. С 1987 года в США и некоторых европейских странах разрешено применение миноксидила как наружного препарата для лечения облысения» («Наука и жизнь», 1997, с.68).

Фактор случая в разработке препарата под названием «Виагра». В.Прозоровский в статье «Нитроглицерин, Нобель и Нобелевские лауреаты» (журнал «Наука и жизнь», 2002, № 10) пишет: «…Американская фирма Pfizer начала работу по синтезу и внедрению нового препарата силденафил, предназначенного для лечения ангины. При клиническом испытании силденафила было установлено, что его побочным эффектом является возникновение стойкой эрекции. Руководители фирмы задумались и спросили у исследователей, в чем дело» (прозоровский, 2002, с.51). «Очень скоро, - продолжает В.Прозоровский, - удалось выяснить, что силденафил обладает способностью замедлять распад циклического гуанозилмонофосфата и тем самым продлять его сосудорасширяющее действие, а следовательно, и усиливать эрекцию. 17 марта 1998 года фирма выпустила в продажу уже новый препарат под названием «виагра» для лечения импотенции. Новое лекарство быстро завоевало популярность» (там же, с.51).

Фактор случая в открытии мембранного белка аквапорина. Е.Лозовская в статье «Мембранные каналы: вода отдельно от ионов, а ионы – друг от друга» (журнал «Наука и жизнь», 2003, № 12) пишет об открытии лауреата Нобелевской премии за 2003 год Питера Эгра: «Открытие аквапорина – белка, образующего водную пору, - произошло благодаря счастливой случайности. В 1987 году Питер Эгр, изучая белки-антигены эритроцитов, обнаружил мембранный белок с неизвестной функцией. Оказалось, что такой же белок в изобилии присутствует в почечных канальцах, - тканях, которые способны прокачивать огромные количества воды» (Лозовская, 2003, с.14).

Фактор случая в открытии нейронных центров памяти. М.Мольц в книге «Я – это я, или как стать счастливым» (Москва, «Прогресс», 1991) пишет: «Доктор Уайлдер Пенфилд, директор Монреальского неврологического института, обнаружил отдельные участки головного мозга человека, в которых фиксируется все, что индивид когда-либо пережил, наблюдал или учил. Как-то в ходе операции на мозге, во время которой пациентка находилась в полном сознании, доктор Пенфилд случайно коснулся хирургическим инструментом одного места, расположенного в коре головного мозга. Женщина воскликнула, что она «переживает» один из эпизодов далекого детства, который совершенно забыла. Последующие эксперименты в данном направлении дали аналогичные результаты. Когда касались определенных участков коры головного мозга, пациенты не просто «вспоминали» прошлое, а буквально вновь «переживали» конкретные сцены…» (М.Мольц, 1991). Об этом же сообщает кандидат психологических наук Н.Корж в статье «Размышления после эксперимента» (журнал «Знание-сила», 1987, № 7): «…Психологическая наука, даже став экспериментальной, до середины нашего века просто не знала, как, какими путями подойти к их исследованию (к исследованию уникальных свойств памяти – Н.Н.Б.). Помог случай. Канадский нейрохирург У.Пенфилд, проводя операции на мозге, обнаружил совершенно неожиданное: электрическое раздражение некоторых корковых зон внезапно пробуждало у пациентов воспоминания о давно прошедших событиях. Так, например, одна его пациентка услышала любимую в детстве мелодию, которую с тех пор ни разу не слышала» (Корж, 1987, с.47). О факторе случая в открытии мозговых центров памяти говорит также А.Азимов в книге «Путеводитель по науке. От египетских пирамид до космических станций» (Москва, «Центрполиграф», 2006): «Хирург Уилдер Грейвс Пенфилд, американец, работавший в Монреальском университете в Канаде, проводя операцию на головном мозге, случайно прикоснулся к некоей зоне в коре, и это вызвало у пациента впечатление, что тот слышит музыку. Многократное, уже намеренное прикосновение к этой точке каждый раз приводило к тому же эффекту. То есть пациента можно было заставить вспомнить прошлый опыт при полном осознании настоящего. Надлежащая стимуляция определенной зоны коры мозга с большой точностью приводила к воскрешению памяти» (Азимов, 2006, с.743).

Фактор случая в открытии волны ожидания (Е-волны лобных долей мозга). Г.Уолтер в книге «Живой мозг» (1966) рассказывает о том, как он открыл указанную нейронную волну ожидания лобных долей мозга: «Однажды, делая запись от лобных электродов у больного с застарелым и тяжелым состоянием тревоги, я уронил на пол металлическую линейку. К моему удивлению, через долю секунды после вызванного падением шума на всех записях от лобных долей появилось быстрое колебание. Сначала я подумал, что это какой-то артефакт, связанный с внезапным движением, однако внутримозговые электроды дают артефакты относительно редко. Я бросил линейку вновь – и вновь получил короткий ответ. Я повторил раздражение много раз – и ответ постепенно уменьшился. Я хлопнул в ладоши, вместо того, чтобы бросать линейку, - новый шум вызвал такой же сильный ответ, как при первом падении линейки. Таким было случайное начало длительного интенсивного исследования именно тех проблем, которые в результате другой случайности возникли в Кембридже много раньше» (Уолтер, 1966, с.191). Г.Уолтер добавляет: «Вспоминая свою жизнь в науке, признаюсь, что на меня всегда производила большое впечатление роль случая в открытиях и развитии научных идей» (там же, с.192).

Фактор случая в обнаружении способности нейронов избирательно реагировать на определенные признаки объектов. Лауреат Нобелевской премии по физиологии и медицине за 1981 год Дэвид Хьюбел в книге «Глаз, мозг, зрение» (Москва, «Мир», 1990) повествует о том, как случайность (конечно, сочетавшаяся с трудом) помогла совершить открытие, которое и принесло Нобелевскую премию: «В начале 1960-х годов, когда мы удовлетворились результатами, полученными с клетками стриарной коры, и решили перейти (и даже фактически уже перешли) к следующей области, нам случайно удалось записать реакцию одной слабо отвечавшей клетки стриарной коры. Однако, сделав светлую линию более короткой, мы убедились, что эта клетка способна давать весьма энергичную реакцию. Именно тогда мы наткнулись на класс клеток, отвечающих на концы линий. После этого мы еще почти двадцать лет работали с корковыми клетками обезьян, прежде чем обнаружили «пузырьки» скопления клеток, специфически реагирующих на цвет (они описаны в главе 8)» (Хьюбел, 1990, с.96). В другом месте своей книги Д.Хьюбел вновь возвращается к вопросу об элементе случайности (везения) в своей работе: «Потребовалось несколько лет для того, чтобы научиться достаточно надежно стимулировать корковые клетки и регистрировать их ответы; в результате появилась возможность описывать реакции не только отдельных клеток, но и сравнительно больших групп нейронов. Началось с того, что нам случайно удалось одновременно записать ответы двух или нескольких клеток (пример такой записи был приведен на рис.59). Записать ответ двух соседних клеток несложно» (там же, с.109). Об этом же факторе случая в открытии Нобелевского лауреата пишут Г.Хакен и М.Хакен-Крелль в книге «Тайны восприятия» (2002): «Дэвид Х.Хьюбел в своей книге «Глаз и мозг» рассказывает, как на помощь ученым в очередной раз пришел случай. Хьюбел и Визел исследовали одну клетку в зрительной коре головного мозга кошки с помощью введенного под черепную коробку электрода. Целью эксперимента было определение типа светового раздражителя (темная или светлая точка), вызывающего возбуждение данной конкретной клетки. (…) На сетчатку подопытного животного направляли луч проектора, пропущенный через эти пластины (стеклянную и латунную – Н.Н.Б.). Эксперимент длился уже много часов, а ученые никак не могли добиться реакции клетки хотя бы на один из раздражителей. При этом нельзя было сказать, что клетка вовсе ни на что не реагировала: раз за разом наблюдалась ярко выраженная реакция на… смену пластин в проекторе. В конце концов Хьюбел и Визел пришли к выводу, что клетка, пусть и не реагируя на предлагаемые ей в качестве раздражителей светлую и темную точки, все же выдает реакцию на край пластины. Вот так, чисто случайно, было обнаружено, что действительным раздражителем для таких клеток является, по всей видимости, граница светлого и темного» (Хакен, Хакен-Крелль, 2002, с.131).

Фактор случая в открытии центра удовольствия. В.М.Кроль в учебном пособии «Психология и педагогика» (Москва, «Высшая школа», 2003) пишет: «В 1953 г. американский психофизиолог Джеймс Олдс, проводя эксперименты с раздражением мозга крыс слабым электрическим током, случайно опустил раздражающий электрод в область гипоталамуса, в точку с неправильно рассчитанными координатами. Результатом этого было открытие центров удовольствия и наказания. «Не находятся ли рай и ад в мозгу животного?» - так были сформулированы результаты работ Олдса. По существу, благодаря этим работам произошло смыкание психологии, изучающей ощущения, и нейрофизиологии, изучающей механизмы, реализующие мотивации и эмоции» (Кроль, 2003, с.174). Об этом же сообщает Ж.Годфруа в книге «Что такое психология» (Москва, «Мир», 1992): «В последние тридцать лет одним из самых удивительных открытий, касающихся мозга, было открытие «центров удовольствия», расположенных в различных участках лимбической системы. Оно сделано Олдсом, который «напал» на эти центры совершенно случайно (Olds, Milner, 1954)» (Ж.Годфруа, 1992). Б.Хегенхан и М.Олсон в книге «Теории научения» (2004) цитируют самого Д.Олдса: «Осенью 1953 г. мы собирали информацию о ретикулярной активирующей системе. Для этого использовались электроды, на длительное время вживленные в мозг нормально ведущей себя крысы… По чистой случайности электрод был вживлен в область передней перегородки. Полученный результат удивил всех» (Б.Хегенхан и М.Олсон, 2004).

Фактор случая в открытии зеркальных нейронов. Александр Рылов в статье «В поисках «грамматического» гена» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 6) приводит рассказ Т.В.Черниговской о том, как итальянский нейробиолог Джакомо Ризолатти (Ридзолатти, Риззолатти) открыл зеркальные нейроны: «Изначально Риззолатти обнаружил эти нейроны у обезьян. Исследователи проводили эксперименты на макаках, которым вживили в нижнюю часть лобной коры, отвечающей за движения, электроды для регистрации электрической активности нервных клеток. Пищу помещали в коробку, откуда животное должно было ее достать с помощью специальных инструментов. Поразительное открытие итальянских ученых было сделано в тот день, когда один из исследователей случайно сам проделал ту же процедуру на глазах у обезьяны. Сама обезьяна не шевельнулась. Поэтому поразительным для ученых оказалось то, что клетки ее двигательной коры пришли в возбужденное состояние…» (Рылов, 2010, с.16). Об этом же говорит В.Я.Евтушенко в статье «Зеркальные нейроны» («Московская областная психиатрическая газета», № 6 (33), июнь 2007 г.): «Открытие зеркальных нейронов произошло случайно. Проводилась серия обыденных экспериментов, в ходе которых обезьяна должна была доставать пищу из коробки при помощи специальных инструментов. И вот однажды не обезьяна, а кто-то из ученых случайно стал проделывать ту же процедуру. Обезьяна при этом даже не шевельнулась. Но клетки ее моторной коры вдруг пришли в возбужденное состояние» (В.Я.Евтушенко, 2007). Наконец, сами авторы открытия В.Галлезе, Д.Риццолатти и Л.Фогасси в статье «Зеркальная часть мозга» (журнал «В мире науки», 2007, № 3) пишут о том, как они обнаружили зеркальные нейроны, позволившие понять, чем определяется легкость и быстрота, с которыми люди обычно понимают действия окружающих: «Исследователям подсказало это одно случайное наблюдение. В начале 1990-х гг. авторы настоящей статьи и Лучано Фадига (Luciano Fadiga) изучали необычный класс нейронов головного мозга обезьян, генерировавших импульсы при выполнении простых целенаправленных движений (например, хватании кусочков фруктов с тарелки). Самым удивительным в работе клеток было то, что они реагировали точно так же, когда животное видело, как движение выполняет кто-то другой (например, лаборант). Нам показалось, что активность нервных клеток отражала в мозге наблюдателя те действия, что совершали окружающие, поэтому мы решили назвать их зеркальными нейронами» (Галлезе и др., 2007, с.23).

Фактор случая в открытии деления нервных клеток в живом мозге. Александр Грудинкин в статье «Вечная молодость мозга» (журнал «Знание-сила», 2002, № 2) пишет о том, как Петер Эрикссон нашел одно из доказательств образования новых нейронов в мозге людей, используя бром-деоксиуридин - вещество, которое раньше Э.Фукс и Э.Гоулд вводили в различные части мозга обезьян в качестве средства маркировки новых нейронов: «Помогла случайность. Шведский нейробиолог Петер Эрикссон узнал, что в онкологических клиниках применяют тот же самый препарат, бром-деоксиуридин, чтобы следить за ростом раковых опухолей. Вскоре было получено согласие на исследование головного мозга пациентов, умерших от рака. В конце 1998 года был обнародован сенсационный результат: в гиппокампе больных вплоть до их смерти каждый день возникало от пятисот до тысячи нейронов» (Грудинкин, 2002, с.30).

Фактор случая в обнаружении нейронов гипппокампа, способных реагировать на абстрактные представления. Джо Цинь в статье «Код памяти» (журнал «В мире науки», 2007, № 11) пишет: «Структура ансамблей (ансамблей нейронов – Н.Н.Б.) позволяет нам сохранять в памяти не только образ одной конкретной кровати, но также и общее представление о предмете. Мы нашли подтверждение этому в опытах на мышах. В ходе экспериментов было случайно обнаружено, что небольшое количество нейронов гиппокампа реагировало на абстрактное представление о «гнезде». Эти клетки интенсивно отвечали на гнезда любых типов независимо от того, были ли они круглыми, квадратными или треугольными, сделанными из хлопка, пластмассы или дерева. Однако стоило прикрыть предмет куском стекла, так что животное продолжало видеть гнездо, но уже не могло в него забраться, - и разряд клеток прекращался. Мы заключили, что клетки реагируют не на конкретные физические свойства гнезда (внешний вид, форму или материал), а на его функциональность (место, где можно свернуться калачиком и поспать)» (Цинь, 2007, с.24).

Фактор случая в открытии одного из генов речи. Игорь Лалаянц в статье «Ген речи» (журнал «Знание-сила», 2003, № 8) пишет о том, как нейробиолог Фара Варга, описавший три поколения британской семьи КЕ, члены которой страдали расстройством речи, открыл один из генов речи: «Более точной локализации и характеристике гена помог случай. При обследовании детей случайно был обнаружен пятилетний мальчик КС с таким же, как у членов семьи КЕ, расстройством речи и языка, проявляющемся в нарушениях грамматики и синтаксиса, то есть неумении пользоваться окончаниями слов и нарушении их порядка в предложении, что крайне важно для английского. Генетический и хромосомный анализ показал, что у мальчика произошло перемещение отрезка 5-й хромосомы на конец 7-й. В результате произошло нарушение функции одного из генов, управляющих моторикой речи» (Лалаянц, 2003, с.28).

Фактор случая в открытии гормона, регулирующего содержание железа в организме. В.Благутина в статье «Гормон железа» (журнал «Химия и жизнь», 2002, № 9) пишет: «Найден гормон, регулирующий содержание железа в организме, но пока только у мыши. Однако по значимости эту работу уже сравнивают с открытием инсулина (гормона, регулирующего концентрацию сахара в крови). Говорят даже, что это исследование, сделанное в Институте Кошен в Париже… может претендовать на Нобелевскую премию по медицине. Это открытие, как и многие, - в какой-то степени результат случайностей. Принадлежит оно не маститому ученому, а молодому (31 год), только что защитившему диссертацию исследователю Гаелю Никола. Более того, работа сделана примерно за 18 месяцев» (Благутина, 2002, с.38).

Фактор случая в открытии способа лечения одной из форм диабета. Филипп Росс в статье «Примирение с собой» (журнал «В мире науки», 2007, № 5) говорит: «Пять лет назад сотрудница Медицинской Школы Гарварда Дениз Фаустман (Denis Faustman) заявила, что вылечила больных диабетом мышей, вырастив у них здоровые производящие инсулин бета-клетки. Благодаря ее открытию от ежедневных уколов инсулина могут избавиться более миллиона пациентов, больных диабетом 1-го типа (или юношеским, инсулинзависимым диабетом)» (Росс, 2007, с.18). Далее Ф.Росс поясняет: «Фаустман считает, что совершила свое открытие случайно. Ранее она занималась трансплантацией островков Лангерганса (образований поджелудочной железы, содержащих бета-клетки) от нормальных мышей грызунам, лишившимся их из-за диабета 1-го типа» (там же, с.19). Поясним, что Д.Фаустман сделала свое открытие благодаря тому, что пересадила животному (мыши), больному диабетом, клетки селезенки, взятые у здоровой мыши. Часть клеток селезенки находилась в момент пересадки в недифференцированном состоянии и оказалась способной преобразоваться в другие ткани, а именно в клетки островков Лангерганса, которые избавили животного от диабета.

Фактор случая в разработке лекарства от СПИДа. Ксения Дубичева в статье «Уральские ученые «случайно» обнаружили лекарство от СПИДа» («Российская газета», 21.10.2011 г.) пишет о профетале – лекарстве, включающем в себя эмбриональный белок альфа-фетопротеин (АФП), открытый в свое время Г.И.Абелевым: «Исследования лечебных свойств эмбрионального белка доказали его эффективность при лечении аутоиммунных (таких, как ревматоидный артрит), аллергических, сосудистых заболеваний (только АФП растворяет атеросклеротические бляшки), различных гепатитов, а также для красоты – для биологического омоложения. Только что в клиниках Израиля завершились клинические испытания воздействия профеталя на больных «социальной болезнью» - гепатитом С. «И была сделана совершенно случайная находка, - рассказал доктор медицинских наук Сергей Родионов, член-корреспондент РАЕН. – Мы взяли несколько пациентов с сочетанным поражением – гепатит С плюс СПИД, что часто встречается. Через месяц вируса иммунодефицита у них не было! Количество антител уменьшилось стократно. При этом профеталем гепатит С излечивается за месяц и за 45 тысяч рублей, с учетом использования интерферона цена курса лечения – 60-70 тысяч рублей. Сейчас в нашей стране гепатит С лечат год…» (К.Дубичева, 2011). Об этом же указывается в статье «На Урале найдено лекарство от СПИДа» (газета «Аргументы и факты», 24 октября 2011 г.): «По словам доктора медицинских наук Сергея Родионова, находка была сделана «совершенно случайно». «Мы взяли нескольких пациентов с сочетанным поражением – гепатит С плюс СПИД, что часто встречается. Через месяц вируса иммунодефицита у них не было! Количество антител уменьшилось стократно, - рассказал он».

Фактор случая в изобретении биокожи (гиаматрикса) на основе гиалуроновой кислоты. Светлана Кузина в статье «Вторую молодость подарит искусственная кожа» (газета «Комсомольская правда», 11 апреля 2012 г.) пишет о том, как в 2001 году российский ученый Рамиль Рахматуллин изобрел уникальный биоматериал, помогающий заживлять ожоги, то есть нашел условия синтеза биокожи на основе гиалуроновой кислоты: «Ученый изобрел и ввел в производство биокожу – искусственный материал, который помогает в лечении безнадежно больных пациентов. Свои разработки Рамиль Рахматуллин начал не только из научного интереса – он хотел помочь самому близкому человеку, своей маме. Несколько лет ученый потратил в бесплодных попытках ей помочь. Но не раз был на грани отчаянья: опытные образцы биокожи не приносили нужных результатов. Спасла положение трагическая случайность. Однажды в расстроенных чувствах от очередной неудачи Рамиль Фанилевич забыл выключить фотохимический бокс, и в лаборатории вспыхнул пожар. Ученый приехал буквально на пепелище, но трагическая случайность помогла ученому. От огня пошла химическая реакция, которая привела к новому и более удачному результату. Биокожа была создана. Получила название «Гиаматрикс». Тонкие пластинки сделаны на основе гиалуроновой кислоты. Это вещество хорошо знает каждая женщина. Оно входит в состав многих омолаживающих кремов» (С.Кузина, 2012). В статье «Биокожа, «Человек-невидимка» и российская косметика «Hyamatrix» (журнал «Time Out», 06.08.2012 г.) Рамиль Рахматуллин сам рассказывает об истории своего открытия: «В университете для диссертации мне нужно было провести ряд исследований и сделать материал барабанной перепонки. Пять лет я проработал вхолостую – ничего не получалось. Я уже думал завязать с этим и уйти в какой-нибудь бизнес. Однажды оставил на столе фотохимического бокса все свои реактивы и, уходя домой, забыл его выключить. Он перегрелся, в лаборатории начался пожар. Но в этом боксе совершенно случайно произошла химическая реакция. Меня, конечно, ругали, хотели уволить, но, разбирая пепелище, я нашел готовый опытный образец биокожи, над которым так долго работал. По сути, мы изобрели «умную повязку», которую можно использовать для восстановления после ожогов. Это что-то вроде парника, где клетки начинают восполнять самих себя» (Р.Рахматуллин, 2012). Любознательный читатель может найти аналогичные сведения об открытии биокожи также в статье «Клеточных дел мастер» (журнал «Особый», октябрь 2012 года).

Фактор случая в открытии способности никотина убивать микробы. В статье «Никотин убивает даже микробы» (журнал «Наука и жизнь», 2001, № 9) отмечается: «Как обнаружили микробиологи из Флоридского университета, малые дозы никотина убивают туберкулезные палочки. Причем никотин губителен даже для тех туберкулезных бацилл, которые выработали устойчивость ко всем известным антибиотикам. Открытие было сделано случайно. Один из сотрудников лаборатории внедрил в листья табака ген, вырабатывающий антибиотик, и стал проверять действие экстракта из трансгенного табака на микробы туберкулеза. Выяснилось, что экстракт действует. Но обычный табак оказался столь же эффективным, и ученые поняли: дело не в новом гене. Чистый никотин в дозе 0,27 микрограмма на миллилитр убивает палочки туберкулеза» («Наука и жизнь», 2001, № 9, с.10).

Фактор случая в изобретении скрипки Страдивари. В заметке «Страдивари – враг гусениц?» (журнал «Знание-сила», 2004, № 3) указывается, что великий Страдивари случайно придумал состав вещества, улучшающего звучание скрипки: «Скрипичных дел мастер Антонио Страдивари жил триста лет назад. Сколько воды с тех пор утекло, а ученые все бьются над загадкой: почему у его скрипок такой неподражаемо чистый звук? Впрочем, Джозеф Надживари из Техасского университета полагает, что нашел, наконец, ответ. Конечно, Страдивари был блестящим умельцем. Вдобавок он чуть изменил форму скрипки, что улучшило ее звучание, но главное в том, что мимоходом, случайно он сделал открытие. В ту пору по всей Северной Италии размножились древоточцы – насекомые, готовые превратить любой деревянный предмет в труху. Чтобы защитить от них скрипки, Страдивари решил пропитать древесину бурой, веществом, которое добывают из соли тетраборной кислоты. Оно было известно еще в средние века; его использовали, например, для приготовления стекла. По словам Надживари, бура крепче склеивает молекулы древесины и необычайно улучшает качество звука. Впрочем, ученый полагает, что сам мастер даже не догадывался, какое открытие совершил. Он лишь хотел отпугнуть древоточцев!» («Знание-сила», 2004, № 3, с.62).

Фактор случая в расшифровке древнеегипетского письма. Г.Александровский в статье «Вестник далеких времен» (журнал «Наука и жизнь», 1998, № 1) повествует о том, как Франсуа Шампольону удалось разгадать иероглифическое письмо древних египтян: «Каждый, кто мало-мальски знаком с историей археологии, знает, какую важную роль сыграла находка так называемого Розеттского камня. Обнаруженный в 1799 году на берегу западного рукава дельты Нила, он, по существу, позволил понять древнеегипетское иероглифическое письмо и тем подвести фундамент под изучение истории Египта. Счастливый для науки случай: на этом камне один и тот же текст был записан трижды: египетскими иероглифами, иероглифической скорописью и на древнегреческом языке. Получив такой надежный ключ для дешифровки, французский ученый Ф.Шампольон смог в 1822 году распознать смысл египетских иероглифов» (Александровский, 1998, с.70).

Фактор случая в обнаружении останков питекантропа. В.Ларичев в книге «Охотники за черепами» (Москва, 1971) повествует о том, как выдающийся голландский антрополог Эжен (Евгений) Дюбуа открыл на острове Ява останки эволюционного предка человека, недостающее звено, о котором говорил Ч.Дарвин: «Евгением Дюбуа в выборе для поисков «недостающего звена» района Суматры и Явы двигали, как теперь стало очевидным, неверные научные посылки. Но в том-то и парадокс, что ошибочные расчеты порой приводят к триумфальному успеху, который можно определить как открытие века» (В.Ларичев, 1971).

Фактор случая в открытии следов изобразительного искусства пещерного человека. Анатолий Варшавский в статье «Спасение Ласко» (журнал «Химия и жизнь», 1967, № 7) повествует о том, как была открыта пещера со следами изобразительного искусства доисторического человека и какую роль в открытии этих следов сыграла дочь испанского археолога Марселины Саутуолы: «В 1868 году в Испании, неподалеку от городка Сантильяно дель Маар, на холме Альтамира, как уже упоминалось, некий охотник случайно обнаружил пещеру, вход в которую был завален камнями. Несколько лет спустя пещерой заинтересовался местный помещик дон Саутуола» (Варшавский, 1967, с.86). «Однажды, - пишет А.Варшавский об археологе М.Саутуоле, - археолог захватил с собой в пещеру двенадцатилетнюю дочь. Девочка стала бродить по подземелью и вдруг при тусклом свете карбидной лампы рассмотрела на своде… быков! Целое стадо бизонов было там изображено: одни паслись, другие резвились, третьи мчались во весь опор!» (там же, с.86). Вот что пишет о роли случайности в археологических открытиях Чарльз Галленкамп в книге «Майя. Загадка исчезнувшей цивилизации» (Москва, «Наука», 1966): «Случайное открытие часто называют служанкой археологии. Ученый крайне редко выезжает в поле с уверенностью в том, что трудоемкий процесс раскопок заранее выбранного объекта приведет к решению намеченной проблемы. Обычно все происходит наоборот – случайное открытие пытливых любителей древности прокладывает путь археологам-профессионалам. Не удивительно поэтому, что именно случайная «находка» пробила первую брешь в стене, окружающей загадку происхождения человека в Западном полушарии» (Ч.Галленкамп, 1966).

Фактор случая в открытии форм жизни кембрийской эпохи. Билл Брайсон в книге «Краткая история почти всего на свете» (2007) рассказывает о том, как Чарльз Дулиттл Уолкотт открыл святой грааль палеонтологии – формы жизни знаменитой кембрийской эпохи: «Но за что его помнят и ныне, так это за многообещающую, хотя и случайную находку поздним летом 1909 года в Британской Колумбии, высоко в горах над городком Филд. Традиционная версия состоит в том, что Уолкотт с женой ехали по горной тропе, когда конь жены заскользил на рассыпанных камнях. Спешившись, чтобы помочь, Уолкотт обнаружил, что конь выворотил кусок глинистого сланца, содержавший окаменелости ракообразных, очень древние и необычного вида» (Брайсон, 2007, с.309).

Фактор случая в обнаружении места погребения египетских фараонов. Елизавета Богадист в статье «Беседы с фараонами» (журнал «В мире науки», 2006, № 5) рассказывает о том, как был найден в Египте, в Луксоре так называемый царский тайник: «Здесь много веков назад были погребены и надежно скрыты от чужих глаз мумии могущественных фараонов – Тутмоса III, Рамзеса I, Сети I, Рамзеса II и других властителей. Скалы свято хранили доверенную им тайну умерших, веками никто не тревожил их покой. Захоронение случайно обнаружили около 1874 г. местные жители, и в последующие годы на черном рынке Луксора стали появляться уникальные произведения древнеегипетского искусства и папирусы» (Богадист, 2006, с.76).

Фактор случая в обнаружении статуи Рамзеса II. Н.Максимов и А.Семенов в статье «Пирамиды» (журнал «Знание-сила», 1997, № 5) пишут: «В конце прошлого года в Египте археологи раскопали огромную статую из розового гранита весом в три с половиной тонны.

Как полагают, она изображает одного из самых известных фараонов – Рамзеса II. Открытие было сделано совершенно случайно – в процессе рутинных раскопок у подножия пирамиды Микеринос. Памятник высотой в три с половиной метра изображает фараона как царя и как сына Бога» (Максимов, Семенов, 1997, с.45).

Фактор случая в открытии чарнокитов – нового семейства горных пород. М.Равич в статье «Самые древние породы Земли» (журнал «Наука и жизнь», 1975, № 8) пишет о том, как английский геолог Холланд в 1892 году открыл чарнокиты: «Новое семейство горных пород – чарнокитов – было открыто почти случайно. Это произошло так. В 1892 году английский геолог Холланд, осматривая калькуттское кладбище, заинтересовался оригинальным памятником на могиле основателя города – Джоба Чарнока, умершего в конце XVII века. Внимание Холланда привлекли не только художественная простота и величие памятника. Он обратил внимание на горную породу, из которой памятник был сделан. Геолога поразило необычное сочетание минералов: дымчатого кварца и темно-коричневого пироксена. Для содержащей кварц гранитной породы, за которую принял Холланд монолит на могиле, присутствие пироксена необъяснимо. Уходя с кладбища, Холланд потихоньку отколол небольшой кусочек от края памятника. Возвратившись в Англию, ученый смог изучить под микроскопом тонкий срез камня и окончательно убедился, что в его руки попала какая-то новая, неизвестная еще ученым горная порода» (Равич, 1975, с.57).

Фактор случая в возникновении гипотезы о дрейфе континентов. А.М.Городницкий, О.Г.Сорохтин и С.А.Ушаков в статье «Дрейф континентов и современные представления об эволюции Земли» (журнал «Земля и Вселенная», 1974, № 5) пишут о факторе случая, благодаря которому в руки А.Вегенера попали справочные сведения о существовании в прошлом сухопутной связи между Бразилией и Африкой: «Сам А.Вегенер в своей известной книге «Происхождение материков и океанов» (М.-Л., Госиздат, 1925 г.) так вспоминает об обстоятельствах появления идеи дрейфа континентов: «В 1910 году мне впервые пришла в голову мысль о перемещении материков, … когда, изучая карту мира, я поразился сходством очертаний берегов по обе стороны Атлантического океана. Но тогда я не придавал этому значения, так как не считал такое перемещение возможным. Осенью 1911 года я познакомился (благодаря ряду справочных сведений, случайно оказавшихся в моем распоряжении) с палеонтологическими данными о прошлом сухопутной связи между Бразилией и Африкой, о которой я раньше не знал. Это побудило меня проанализировать результаты геологических и палеонтологических исследований, которые имеют отношение к этому вопросу» (Городницкий и др., 1974, с.20).

Фактор случая в возникновении гипотезы С.Г.Неручева. Лев Юдасин в статье «Маятник эволюции» (журнал «Наука и жизнь», 1986, № 12) пишет о том, как у Сергея Германовича Неручева возникла гипотеза о том, что накопление черных сланцев коррелирует с высоким содержанием урана в определенных районах планеты: «Трудно сказать, как долго продолжались бы его раздумья, если бы не счастливый случай. Впрочем, какой же это случай! С некоторых пор Сергей Германович не пропускал ни одной научной публикации, имеющей отношение к интересующей его проблеме. И вот он прочитал исследование, в котором говорилось о том, что в небольшом озере на территории нашей страны обнаружилось резко повышенное по сравнению с другими современными озерами, морями и океанами содержание урана в воде (из-за размыва рудного месторождения). Оказалось, что организмы, обитавшие в том озере, накапливали в себе существенно больше урана, и в данных осадках его было так же много, как в черных сланцах. Эти факты натолкнули Неручева на мысль, что черные сланцы образовывались каждый раз тогда, когда в океане, пусть на короткое время, резко увеличивалась (в десятки и в сотни раз) концентрация урана» (Юдасин, 1986, с.66).

Фактор случая в открытии долины гейзеров. В.Синицын в статье «В долине гейзеров» (журнал «Наука и жизнь», 1987, № 8) пишет: «Для теперешнего поколения эпоха великих географических открытий давно миновала. Земля изучена основательно. Но вот недавно, немного более 40 лет назад, не в глубинах Африки и не в Антарктиде, а у нас, в Советском Союзе, произошло настоящее географическое открытие. Т.И.Устинова, исследовавшая вместе со своим спутником А.М.Крупениным истоки реки Шумной, открыла Долину гейзеров на Камчатке. Позднее открытие Долины и случайно (как всякое открытие), и объяснимо» (Синицын, 1987, с.36).

Фактор случая в открытии запасов нефти и газа в Западной Сибири. Андрей Осадчий в статье «Долгий путь к большой нефти» (журнал «Наука и жизнь», 2009, № 7) пишет о случайном обнаружении нефти в районе нижнего течения Оби, у села Березово (честь находки принадлежит Александру Григорьевичу Быстрицкому): «Успех пришел там, где его не ждали. Бурение опорной скважины у села Березово (район нижнего течения Оби) завершили, начали подъем колонны. Неожиданно из скважины выбросило напором снизу буровой раствор, затем полезла вверх сама буровая колонна весом около 10 тонн» (Осадчий, 2009, с.43). «Как подсчитали потом, - продолжает А.Осадчий, - скважина выбрасывала в сутки более миллиона кубов газа. Фонтан с большим трудом усмирили только через семь месяцев. И хорошо еще, что он не загорелся, ведь скважина стояла на краю села. Это было долгожданное, важное, хотя и случайное открытие, оно доказало, что Западная Сибирь нефтеносна (нефть и газ – родные братья, образующиеся в одних и тех же материнских породах). Обнаруженное месторождение было небольшое, размером 6 на 7 км, а запасы газа – около 1 млрд м^3» (там же, с.44). Этот же факт рассматривается в статье А.Осадчего «Удар из-под земли» (журнал «Наука и жизнь», 2010, № 7), в которой автор сообщает: «Выбросы из газовых скважин в нашей стране ведут отсчет с 1953 года. Тогда на разведывательной скважине у поселка Березово в Западной Сибири (кстати, обнаружить нефть или газ геологи там вовсе не расчитывали) бур случайно попал в месторождение. Тот первый газовый фонтан стал открытием, подтвердившим наличие огромных запасов углеводородов. Фактически с этого началась история Газпрома» (Осадчий, 2010, с.65).

Фактор случая в открытии запасов рения на территории России. А.Кременецкий в статье «Завод на вулкане» (журнал «Наука и жизнь», 2000, № 11) повествует о том, как геологическая экспедиция, организованная директором Института вулканологии и геодинамики РАЕН Генрихом Семеновичем Штейнбергом, обнаружила на вершине вулкана Кудрявый на острове Итуруп в местах выхода вулканического газа, запасы рения (сульфид рения): «К началу 90-х годов сырьевые ресурсы рения в России были практически исчерпаны. А по данным опроса российских потребителей, к 2005 году можно ожидать увеличения потребности России в рении до 10 тонн в год. Положение сложилось практически безвыходное, но нашей стране удивительно повезло. Именно в 1992 году удача улыбнулась геологам – они нашли рений на территории России и не в виде примесей в других минералах, а уникальное единственное известное в мире скопление минерала рения! Рений в виде минерала обнаружен нашими учеными почти случайно» (Кременецкий, 2000, с.28). Объясняя область применения рения, А.Кременецкий отмечает: «Рений – металл высоких технологий. Высокопрочные суперсплавы для космической и авиационной техники, содержащие от 4 до 10% рения, выдерживают температуры до 2000 градусов и более без потери прочности. Из них изготавливаются корпуса и лопасти турбин, сопла двигателей ракет и самолетов. Кроме того, рений используется в нефтехимической промышленности – в биметаллических катализаторах при крекинге и риформинге нефти. Он применяется в электронике и электротехнике (термопары, антикатоды, полупроводники, электронные трубки и т.д.)» (там же, с.26).

Фактор случая в открытии закона взаимности квадратичных вычетов. С.Г.Гиндикин в книге «Рассказы о физиках и математиках» (Москва, МЦНМО, 2001) приводит слова Карла Гаусса, объясняющего, как он открыл так называемую «золотую теорему» - закон взаимности квадратичных вычетов: «Я случайно наткнулся на одну изумительную арифметическую истину, и, так как она не только показалась мне прекрасной сама по себе, но и навела на мысль, что она связана и с другими выдающимися фактами, я со всей энергией взялся за то, чтобы выяснить принципы, на которых она основывается, и получить строгое ее доказательство. После того, как это желание, наконец, осуществилось, прелесть этих исследований настолько увлекла меня, что я уже не мог их остановить» (Гиндикин, 2001, с.328). Об этом же К.Гаусс говорит в своем сочинении «Арифметические исследования» (К.Гаусс, «Труды по теории чисел», Москва, изд-во Академии наук СССР, 1959), имея в виду события 1795 года: «Именно, занимаясь в то время другой работой, я случайно натолкнулся на одну изумительную арифметическую истину (если не ошибаюсь, она изложена в виде теоремы в п.108)…» (Гаусс, 1959, с.11).

Фактор случая в формулировке новых принципов теории комплексов Плюккера. Выдающийся математик, ученик Ф.Клейна Софус Ли (1868) расширил арсенал идей и методов теории комплексов Плюккера, когда по аналогии перенес в эту теорию некоторые понятия (например, мнимые числа) проективной геометрии Понселе. Мысль о подобном переносе идей из одной теории в другую возникла у Софуса Ли после случайной встречи с книгами Понселе и Плюккера. Е.М.Полищук в книге «Софус Ли» (1983) пишет о Ли: «Он явно тяготеет к точным наукам, но никакие конкретные задачи не занимают его воображения. В 1868 г. случайно (именно случайно!) и почти одновременно ему попадаются на глаза книга Понселе по проективной геометрии и книга Плюккера по геометрии прямых линий. И с этого момента выбор сделан – геометрия! Возникли идеи применения к «комплексам Плюккера» мнимых чисел и идей Понселе. Но пока это было только направление, только первые наметки…» (Полищук, 1983, с.18-19). Отметим, что теория линейного комплекса Ю.Плюккера показывает тесную связь между механикой и геометрией и в дальнейшем получила широкое развитие в виде теории сложения винтов.

Фактор случая в развитии теории автоморфных функций. Известно, что Анри Пуанкаре (1880) построил теорию автоморфных функций (функций, инвариантных относительно дробно-линейных преобразований) по аналогии с теорией эллиптических функций. Но с частными случаями автоморфных функций Пуанкаре ознакомился, случайно прочтя работу Фукса на эту тему. Случайная встреча со статьей Фукса, в которой излагались результаты исследования отдельных видов автоморфных функций, вдохновила Пуанкаре, открыв перед ним новую область математики. Е.П.Ожигова в книге «Шарль Эрмит» (1982) констатирует: «…Ганс Фрейденталь (биограф Эрмита и Пуанкаре) считал, что Пуанкаре совершенно случайно прочитал статью Фукса, «которая захватила его воображение», и то, что после этого проблема «обрела для него первостепенное значение, объясняется случайностью, столь характерной для работ Пуанкаре» (Ожигова, 1982, с.185).

Фактор случая в открытии Станислава Улама. С.Улам нашел одну из формул распределения простых чисел благодаря следующему случайному наблюдению. А.К.Дьюдни в статье «Просеивание числового песка в поисках простых чисел» (журнал «В мире науки», 1988, № 9) пишет: «Иногда своего рода формула возникает как результат наблюдения визуальных закономерностей. Одну из таких закономерностей случайно открыл Станислав Улам, американский математик, поляк по происхождению. Сидя как-то на скучной лекции, он, ни о чем не думая, начал рисовать решетку из горизонтальных и вертикальных линий. В одной из полученных таким образом клеток он поставил единицу и стал нумеровать остальные клетки по спирали, расходящейся от первой клетки: 543, 612, 789. Когда спираль совершила уже несколько оборотов, Улам начал обводить кружками простые числа, не преследуя никакой определенной цели. Однако вскоре заметил, как на его глазах возникает довольно любопытная закономерность. Откуда ни возьмись, стали появляться прямые линии. Улам, конечно, сразу понял, что такие линии говорят о закономерности, которую можно облечь в формулу для простых чисел» (А.К.Дьюдни, 1988). Об этом же говорит Ю.В.Матиясевич в статье «Формулы для простых чисел» (журнал «Квант», № 5, 1975). К сожалению, цитируя Ю.В.Матиясевича, мы не можем показать те рисунки, на которые он ссылается: «Интерес к представлению простых чисел в виде значений квадратных многочленов недавно возродился в связи с неожиданным наблюдением С.М.Улама. Начав на спирали из всех натуральных чисел (рис.1) отмечать простые числа, Улам с удивлением обнаружил, что простые числа выстраиваются по диагоналям, образуя довольно длинные цепочки. (…) Еще более удивительным оказалось то, что закономерность эта наблюдалась и тогда, когда спираль была продолжена (с помощью компьютера) до больших чисел – на рис.2 светлыми точками отмечены простые числа на спирали из первых 10000 чисел» (Ю.В.Матиясевич, 1975).

Фактор случая в решении 13-й проблемы Гильберта. А.Н.Колмогоров (1956) существенно продвинулся в решении 13-й проблемы Гильберта, когда по аналогии воспользовался результатами исследований советского математика Александра Семеновича Кронрода (1921-1986). В частности, А.Н.Колмогоров случайно нашел одну из статей А.С.Кронрода, в которой рассматривались функциональные деревья (деревья функций). Проводившийся в статье анализ функциональных деревьев наводил на мысль, что функция от многих переменных оказывается в определенном смысле функцией только от двух переменных. Это свидетельствовало о том, 13-я проблема Гильберта, которая сводится к утверждению о невозможности решения общего уравнения седьмой степени с помощью функций, зависящих только от двух аргументов, должна иметь отрицательное решение. Благодаря указанной статье А.С.Кронрода А.Н.Колмогоров доказал теорему, обратную гипотезе Гильберта: общее уравнение седьмой степени можно решить с помощью функций, зависящих от двух аргументов. А.Г.Витушкин в статье «Полвека – как один день» (журнал «Успехи математических наук», 2002, том 57, вып.1 (343)) пишет о том, как А.Н.Колмогоров приблизился к решению 13-й проблемы Гильберта: «Решающим результатом была работа Колмогорова о возможности представления непрерывной функции нескольких переменных суперпозицией функций от трех переменных (1956 г.). Колмогоров рассказывал, что идея конструкции появилась у него, когда он, по привычке просматривать иногда старые журналы, обратил внимание на статью Кронрода, в которой среди прочего рассматривались функциональные деревья. Дерево функции – это пространство компонент ее уровней. Дерево одномерно и ациклично и потому голоморфно укладывается на плоскость. Значения функции естественным образом переносятся на ее дерево, и тем самым функция от многих переменных оказывается в определенном смысле функцией только от двух переменных. При построении суперпозиций потребовалось введение еще одной переменной, тем самым образовались суперпозиции функций от трех переменных» (Витушкин, 2002, с.197).

Фактор случая в возникновении общей теории кобордантных классов. Известный французский математик Рене Том (1951, 1954) построил общую теорию кобордантных классов, когда по аналогии перенес в нее результаты, полученные Л.С.Понтрягиным в теории гомотопических групп сфер. Основанием для переноса послужила аналогия ряда задач в той и другой области. Эту аналогию Рене Том обнаружил совершенно неожиданно, почти случайно. Сергей Смирнов в статье «Без Нобелевских премий» (журнал «Знание-сила», 1983, № 2) пишет: «…Молодой, подающий надежды французский математик Рене Том попал в автомобильную катастрофу и оказался на полгода прикован к постели. Ни писать, ни рисовать он не мог; только воображение профессионального геометра было свободно, да помогала цепкая молодая память. В этом незавидном положении Том поневоле стал мысленно перебирать те задачи, которые ему давно не давали покоя. Была среди них и проблема кобордизма (проблема компактных многообразий определенного вида – Н.Н.Б.). Отчего же Тому вдруг показалось, что он мог бы ее решить? Что-то подобное он недавно читал… Конечно, это была свежая работа известного советского математика Л.С.Понтрягина! Там речь шла о вычислении того, что именуют «гомотопическими группами сфер» (не буду давать определения их – статья и так получается весьма сложная) очень важными для всей математики, да и для физики. Например, первая из этих групп состоит из целых чисел. Из этого факта следует, например, что число корней любого алгебраического уравнения равно его степени. Следующая гомотопическая группа сфер состоит из двух элементов: именно с этим связано то обстоятельство, что в природе есть два главных типа элементарных частиц – бозоны (фотон, гравитон и другие) и фермионы (электрон, кварк и т.д.). Так что очень важно уметь вычислять гомотопические группы сфер. И вот Понтрягин придумал наглядно-геометрический способ такого вычисления – оказалось, что для этого надо решать проблему кобордизма для особых – «оснащенных» многообразий. Такая неожиданная связь между гомотопическими группами сфер и кобордизмом многообразий привела Рене Тома к убеждению, что и общую проблему кобордизма надо решать в духе Понтрягина» (С.Смирнов, 1983).

Фактор случая в открытии Хью Монтгомери. Американский математик Хью Монтгомери (1973) пришел к гипотезе о том, что интервалы между нулями дзета-функции Римана можно описать парной корреляционной функцией для собственных значений случайных эрмитовых матриц, руководствуясь аналогией. В частности, Х.Монтгомери обнаружил аналогию между функцией распределения интервалов между нулями дзета-функции Римана и корреляционной функцией для собственных значений случайных эрмитовых матриц (эта корреляционная функция используется при описании квантовых динамических систем). Всякая аналогия рождается при случайной «встрече» двух разных идей, причем, нередко это происходит при неожиданной встрече ученых - «носителей» этих разных идей. Д.Дербишир в книге «Простая одержимость» (2010) рассказывает о том, как неожиданная встреча молодого математика Хью Монтгомери с известным физиком Фрименом Дайсоном привела первого к чудесной идее: «Эта встреча произошла в 1972 году, когда в Институте высших исследований в Принстоне случайно столкнулись специалист по теории чисел и физик. Специалистом по теории чисел был Хью Монтгомери – молодой американец, который тогда состоял в аспирантуре в Кембриджском Тринити-колледже – колледже Г.Х.Харди. Физиком же был Фримен Дайсон, который в то время являлся профессором в принстонском Институте высших исследований. Дайсон, которого мы уже упоминали, был известным физиком» (Дербишир, 2010, с.345). Далее Д.Дербишир приводит воспоминания Монтгомери: «Дайсон был очень вежлив и спросил меня, чем я занимаюсь. Я ответил, что изучаю разности между нетривиальными нулями дзета-функции Римана и что у меня есть гипотеза, что в выражении для функции распределения этих разностей под интегралом стоит $1 - (\sin \pi u/\pi u)^2$. Он очень оживился и сказал: «Это же формфактор для парных корреляций собственных значений случайных эрмитовых матриц!» До этого я и не слышал о «парных корреляциях». Оказалось, что именно они являются недостающим связующим звеном» (там же, с.347). «Нетрудно понять, - продолжает Д.Дербишир, - почему Фримен Дайсон так оживился. Выражение, которое возникло из исследований нетривиальных нулей дзета-функции Римана, - оказалось в точности формфактором, связанным с эрмитовыми матрицами, т.е. с объектом, которым Дайсон занимался в течение нескольких лет до этого в ходе исследования квантовых динамических систем» (Дербишир, 2010, с.347). Укажем, что гипотеза Монтгомери (1973) о том, что парная корреляционная функция для распределения нулей дзета-функции Римана имеет тот же вид, что и парная корреляционная функция, используемая при описании квантовых динамических систем, существенно приближает нас к раскрытию тайны дзета-функции Римана. Точнее, она дает определенную подсказку, на каких путях следует искать доказательство гипотезы Б.Римана о нетривиальных нулях дзета-функции.

Фактор случая в открытии Вогана Джонса. Лауреат премии Филдса за 1990 год Воган Джонс (1984) перенес в теорию узлов (теорию кос) некоторые математические результаты статистической механики, когда обнаружил аналогию между математическими соотношениями, содержащимися в такой области статистической механики, как «алгебры фон Неймана», и математическими соотношениями, описывающими свойства узлов. Эту аналогию В.Джонс заметил совершенно случайно. В.Джонс в статье «Теория узлов и статистическая механика» (журнал «В мире науки», 1991, № 1) повествует: «В 1984 году я случайно наткнулся на ряд методов, связывающих два на первый взгляд очень далеких друг от друга направления математики и физики: теорию узлов и статистическую механику. Статистическая механика изучает системы, состоящие из чрезвычайно большого числа компонентов. К этой дисциплине, как правило, не имеют отношения малые системы вроде узлов и зацеплений, которые обычно изучаются теорией узлов. В то же время в теории узлов даже самые малые системы могут обладать довольно тонкими свойствами. Тем не менее, некоторые алгебраические соотношения, используемые для расчета моделей в статистической механике, служили ключом к описанию одного математического свойства узлов, известного как полиномиальный инвариант. Эта связь, вначале малозаметная, породила затем значительный поток идей» (В.Джонс, 1991). «Фактически, - продолжает В.Джонс, - открытие связи между теорией узлов и статистической механикой произошло благодаря теории, тесно связанной с математическим аппаратом квантовой физики. Эта теория, известная как алгебры фон Неймана, отличается понятием непрерывной размерности. Обычно размерность пространства – целое положительное число, скажем 2,3 или 11, но у алгебр фон Неймана столь же возможны такие размерности, как √2 или π. Эта допустимость произвольной вещественной размерности играет ключевую роль в сопряжении теории узлов и статистической механики» (В.Джонс, 1991). Раскрывая свой путь к открытию внутренней взаимосвязи между квантовой механикой и теорией узлов, В.Джонс вспоминает: «Теплым весенним утром в мае 1984 года я сел в поезд нью-йоркского метро и отправился в Колумбийский университет, на встречу с Джоан С.Бирман, специалистом по теории «кос» (которые можно считать весьма специальным видом узлов). Работая над алгебрами фон Неймана, я с удивлением обнаружил выражения, очень напоминающие алгебраические соотношения, которые отражают некоторые топологические отношения между косами. Я был полон надежд, что методы, которыми я тогда пользовался, окажутся полезными в теории узлов, и даже надеялся, что мне удастся вывести некоторые новые факты, относящиеся к многочлену Александера» (В.Джонс, 1991).

Фактор случая в открытии закона Ципфа-Мандельброта. Создатель фрактальной геометрии Бенуа Мандельброт сформулировал закон распределения частоты слов естественного языка, уточняющий закон Ципфа, проявив интерес к проблемам математической лингвистики при совершенно случайных обстоятельствах. Джеймс Глейк в книге «Хаос. Создание новой науки» (Санкт-Петербург, изд-во «Амфора», 2001) пишет о Б.Мандельброте: «Находя вдохновение в малоизвестных фактах малоизученных областей истории науки, ученый медленно нащупывал собственный путь. Он занялся математической лингвистикой, рискнув истолковать закон распределения языковых единиц. (Позже он утверждал, что данный вопрос оказался в его поле зрения совершенно случайно: наткнулся на статью в книжном обозрении, которое он выудил из мусорной корзины знакомого математика, чтобы было что почитать в метро)» (Глейк, 2001, с.118).

Приложение 3.
Аналогии в области живописи

Аналогия Пьеро делла Франчески. Итальянский художник, представитель раннего Возрождения Пьеро делла Франческа (1420-1492), расписывая хор церкви Сан-Франческо в Ареццо, отталкивался от серии из трех картин Паоло Учелло «Битва при Сан-Романо», посвященных победе флорентийцев над сиенцами в битве при Сан-Романо в 1432 году. Дж.Арган в 1-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет о Паоло Учелло: «В глазах таких передовых мастеров того времени, как, например, Донателло, Паоло Учелло выглядел фанатиком или даже маньяком. Но после того, как он написал все три свои «Битвы при Сан-Романо» (между 1456 и 1460 гг.), он был уже не столь одинок: по крайней мере, некоторые из его идей нашли отклик у более великого художника, нефлорентийца – Пьеро делла Франчески, работавшего с 1452 г. над росписью хора церкви Сан-Франческо в Ареццо. Связь между «Битвами» Паоло Учелло и битвами Пьеро дела Франческо неоспорима…» (Арган, 1990, с.247).

Аналогия Антонио Поллайоло. Итальянский живописец, скульптор и гравер А.Поллайоло (1433-1498) написал картину «Геракл, убивающий гидру» благодаря тому, что по аналогии заимствовал изображение одного из подвигов Геракла, содержавшееся на древнем саркофаге. Кеннет Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет о произведении Поллайоло: «Композиция его «Геракла, убивающего гидру», восходящая к древнейшему иконографическому источнику, заимствована у одного из многочисленных саркофагов, украшенных изображениями совершающего подвиги Геракла, которые являются самыми живыми из дошедших до нашего времени образцов античного искусства, ибо в ранних образах Геракла концентрировалось такое количество энергии, что оно не могло сойти на нет даже в ходе бесконечного копирования оригиналов» (Кларк, 2004, с.225).

Аналогия Донателло. Известный итальянский живописец и скульптор Донателло (1386-1466), создавая конную статую кондотьера Гаттамелаты, по аналогии ориентировался на древнеримскую статую Марка Аврелия. Этот памятник античной скульптуры был образцом и для Андреа Верроккьо (1435-1488), когда он работал над конной статуей кондотьера Бартоломео Коллеони. Дж.Арган в 1-ом томе книги «История итальянского искусства» (Москва, «Радуга», 1990), описывая античные источники развития итальянского искусства, указывает: «Позднее определится также и образец для подражания – древнеримская статуя Марка Аврелия. Его черты в свободной интерпретации мы найдем в конной статуе кондотьера Гаттамелаты того же Донателло, в конной статуе кондотьера Бартоломео Коллеони работы Верроккьо. То, что статуя сама по себе является гуманистической темой, своего рода освящением исторического персонажа, доказывается тем, что она связана не только со скульптурой…» (Арган, 1990, с.205).

Аналогия Донателло. Мраморные ангелы на певческой трибуне Флорентийского собора, рельеф «Благовещение» из церкви Санта Кроче в той же Флоренции, бронзовый «Давид» - все эти произведения Донателло созданы путем внимательного изучения и заимствования античной пластики. Т.В.Ильина в книге «История искусств» (Москва, «Высшая школа», 2000) повествует: «Поездка Донателло в 1432 г. с Бруннелески в Рим, изучение там античных памятников вдохновили Донателло на целый ряд произведений, языческих по духу, близких по форме античной пластике, как, например, мраморные ангелы на певческой трибуне Флорентийского собора. Сложное сочетание античных влияний (в трактовке форм, складок одежды) и высокоторжественного, глубоко религиозного настроения являет собой рельеф «Благовещение» из церкви Санта Кроче во Флоренции. В бронзовом «Давиде» (30-е годы) Донателло вновь возвращается к античным традициям, но уже поздней греческой классики» (Т.В.Ильина, 2000). Елена Медкова в статье «Диалог с истоками и исторические перспективы» (газета «Искусство», 2007, № 12) детализирует происхождение «Давида» Донателло: «Известно, что тело «Давида» заимствовано у «Эрота» Праксителя (М.Дворжак) – некоего эталонного вневременного образца совершенной телесной красоты юности. В «Двиде» Донателло следовал античной парадигме, которая трактовала человеческое тело как чудесный механизм взаимосвязанных членов и суставов…» (Е.Медкова, 2007).

Аналогия Андреа Мантеньи. Итальянский художник, представитель падуанской школы А.Мантенья (1431-1506), работая над произведением «Алтарь Сан Дзено», почерпнул отдельные детали из скульптур Донателло, которые он видел в одной из падуанских церквей. В очерке «Андреа Мантенья» (журнал «Великие художники», Киев, 2003, выпуск 39) отмечается относительно «Алтаря Сан Дзено», созданного Мантеньей: «Исследователи отмечают, что композиция алтаря Сан Дзено напоминает алтарь в одной из падуанских церквей (до настоящего времени не сохранившейся), украшенный скульптурами Донателло. Существует версия, что Мантенья присутствовал в этой церкви во время работы мастера и, находясь под влиянием его скульптур, добился впечатляющих результатов в моделировании фигур и одежды персонажей полиптиха Сан Дзено» (журнал «Великие художники», 2003, № 39, с.10). Следует отметить, что Мантенья всегда восхищался работами Донателло. В том же очерке подчеркивается: «Известный скульптор (Донателло – Н.Н.Б.) в течение десяти лет (с 1443 по 1453) работал в Падуе, где создал, кроме прочего, конную статую кондотьера Гаттамелата и скульптурное оформление главного алтаря церкви Сант Антонио. Этот алтарь настолько потряс воображение молодого Мантеньи, что отголоски этого впечатления мы будем находить во всем его творчестве» (там же, с.30).

Аналогия Андреа Мантеньи. Скульптурный рельеф того же Донателло по аналогии подсказал А.Мантенье сюжет гравюры «Мадонна с младенцем». Другими словами, А.Мантенья заимствовал определенные элементы композиции, представленной на гравюре, из скульптурного рельефа, посвященного тому же сюжету, принадлежащего Донателло. О.И.Лаврова в книге «Итальянская гравюра 15-16 веков» (Москва, «Изобразительное искусство», 1987) констатирует: «В течение долгого времени самой ранней гравюрой Мантеньи считалась «Мадонна с младенцем», в действительности исполненная между 1480 и 1490-ми годами. В этом произведении, вдохновленном скульптурным рельефом на тот же сюжет из мастерской Донателло, отчетливо звучат трагические ноты, открывая для итальянской гравюры мир глубинных человеческих чувств и переживаний» (Лаврова, 1987, с.144).

Аналогия Андреа Мантеньи. Росписи свода капеллы Оветари церкви Эремитани были выполнены А.Мантеньей под впечатлением от фресок итальянского художника Андреа дель Кастаньо (1423-1457). Дж.Арган в 1-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) аргументирует: «В самом деле, если нет сомнения в том, что Мантенья, приступивший в 1448 г. к росписям свода капеллы Оветари церкви Эремитани, уже видел и помнил фрески Андреа дель Кастаньо в Венеции, то столь же несомненно, что перспективные построения флорентийца приобретают у Мантеньи статуарный характер, трудно объяснимый без знакомства художника с рельефами и статуями Донателло для алтаря церкви Сант-Антонио» (Арган, 1990, с.287).

Аналогия Андреа Мантеньи. Колористическое решение картины Мантеньи «Мертвый Христос» представляет собой аналогию колорита фрески «Потоп», созданной итальянским живописцем Паоло Учелло (1397-1475). В очерке «Андреа Мантенья» (журнал «Великие художники», Киев, 2003, выпуск 39) описываются особенности картины «Мертвый Христос»: «Колористическое решение этой картины напоминает фреску Учелло (1397-1475) «Потоп», исполненную им во флорентийском монастыре Санта Мария Новелла. Во время своего пребывания в столице Тосканы в 1466 году эту фреску видел Мантенья и был потрясен неожиданной выразительностью ее сдержанного колорита» (журнал «Великие художники», 2003, № 39, с.20).

Аналогия Джованни Беллини. С точки зрения специалистов, Джованни Беллини (1430-1516) многое почерпнул у Антонелло де Мессина, хотя не стоит исключать других предшественников, у которых он мог учиться мастерству, - живописцев Яна Ван Эйка (1390-1441) и Ганса Мемлинга (1440-1494). В очерке «Джованни Беллини» (журнал «Великие художники», Киев, 2003, выпуск 34) отмечается: «В 1475-1476 годах Венецию посетил сицилийский художник Антонелло де Мессина (ок. 1430-1479), соединивший в своем творчестве последние достижения собственно итальянской и европейской живописи. Считается, что он оказал решающее воздействие на Джованни Беллини; под его влиянием мастер обратился к технике масляной живописи, обладающей гораздо большими возможностями в передаче цвета и света» (журнал «Великие художники», 2003, № 34, с.5). К.Кларк в книге «Пейзаж в искусстве» (СПб., «Азбука-классика», 2004) пишет о Беллини: «В портретной живописи он, несомненно, много взял от ван Эйков и даже Мемлинга, возможно, не избежал воздействия такой загадочной и мощной личности, как Антонелло де Мессина, который в 1475 году находился в Венеции и через Петруса был прямым наследником традиции ван Эйка. Пейзажам Антонелла присуща бесстрастная точность нидерландских мастеров…» (К.Кларк, 2004).

Аналогия Джованни Беллини. В произведениях Джованни Беллини специалисты усматривают также влияние творчества Пьеро делла Франческа. В очерке «Джованни Беллини» (журнал «Великие художники», Киев, 2003, выпуск 34) описывается происхождение картины Беллини, созданной для алтаря собора Сан Франческа в Пезаро на сюжет коронования Девы Марии: «Существует версия, что приблизительно в эти годы (1470-е годы – Н.Н.Б.) Беллини совершил путешествие вдоль побережья Адриатики, где познакомился с искусством Пьеро делла Фраческо. Под впечатлением от картины этого художника «Коронование Марии» (работа, к сожалению, не сохранившаяся, представляла собой центральную часть полиптиха в церкви Сант-Агостино в Борго Сансеполькро) Беллини написал композицию на тот же сюжет» (там же, с.8). Об этом же сообщает Дж.Арган в 1-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990): «Коронование Марии» из Пезаро, написанное вскоре после 1470 г., свидетельствует о воздействии Пьеро делла Франчески на живопись Джованни Беллини. До той поры Беллини переводил разнообразные оттенки чувства на язык цвета и света. Живопись же Пьеро с ее теоретической определенностью ставит перед ним проблему истины» (Арган, 1990, с.306).

Аналогия Джованни Беллини. Дж.Беллини создал картину «Моление о чаше» (1459) по аналогии с одноименной картиной Андреа Мантеньи, написанной в 1455 году. Этому не стоит удивляться, так как А.Мантенья женился на сестре Дж.Беллини и, кроме того, последний некоторое время учился у Мантеньи. Работая над картиной «Моление о чаше», Дж.Беллини заимствовал у мужа своей сестры некоторые элементы композиции и символики. Вслед за Мантеньей Дж.Беллини помещает Христа на скале, омываемой рекой, через которую перекинут мост. Резюмируя сказанное, обратимся к книге Петра Вайля «Гений места» (Москва, «Колибри», 2008), в которой автор пишет об эпохе Дж.Беллини: «…Коллективный труд считался нормой, и копирование не трактовалось как плагиат. Одержимость оригинальностью – требование нового времени – показалась бы странной. Оттого мы находим свободные, беззастенчивые заимствования даже у самых великих: Беллини у Мантеньи, Карпаччо у Беллини. Никто не прятался, да и невозможно: все знакомы, а Беллини Мантенье – даже шурин» (П.Вайль, 2008).

Аналогия Луки Синьорелли. Итальянский живописец Лука Синьорелли (1445-1523) создал цикл фресок «Страшный суд» в капелле Мадонна ди Сан Брицио (капелле Нуова) собора

Орвието, по аналогии заимствуя образы и мотивы из фрески Джотто «Страшный суд», написанной в Падуанской капелле. Фрески Джотто ди Бондоне (1267-1337) были образцом и для других художников периода раннего Возрождения. В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (Москва, «Архитектура-С», 2004) пишет: «Изображение Страшного суда на фреске Джотто в Падуанской капелле Арена (1304-1306) всегда было в поле зрения тех, кто после него брался за эту тему. И действительно, преемственность и заимствования легко прослеживаются в композициях других художников: неизвестный мастер Болонской школы (ок. 1360), Франко Филипполо де Вери (1400), Фра Анжелико (1387-1455), Лука Синьорелли (середина XV в. - 1523)» (Локтев, 2004, с.93). Если анализировать источники, питавшие творчество самого Джотто, то следует указать творения Чимабуэ (настоящее имя – Ченни ди Пепо), Пьетро Каваллини, Арнольфо ди Кабио. Дж.Арган в 1-ом томе монографии «История итальянского искусства» (Москва, «Радуга», 1990) отмечает: «Традиционно считается, что Джотто учился у Чимабуэ, но он быстро превзошел и затмил славу своего учителя. Первоначальное влияние Чимабуэ на Джотто несомненно, но уже первые бесспорные произведения молодого художника обнаруживают его знакомство с живописцами римского круга, в частности с Каваллини. В этом кроется источник его латинской культуры; другим источником является пизанская скульптура, в особенности творения Арнольфо ди Кабио, работавшего в Риме в конце XIII в.» (Арган, 1990, с.166).

Аналогия Сандро Боттичелли. Флорентийский живописец С.Боттичелли (1445-1510) в своих ранних произведениях испытал влияние фресок Мазаччо, созданных в церкви дель Кармине по заказу Феличе Бранкаччи. О.Петрочук в книге «Садро Боттичелли» (Москва, «Искусство», 1984) пишет о капелле Бранкаччи, куда приходил молодой Боттичелли для копирования росписей Мазаччо: «Не напрасно капелла Бранкаччи становится школой для всех последующих живописцев, не исключая Сандро Боттичелли» (Петрочук, 1984, с.22). «Последующие художники, - продолжает О.Петрочук, - переняв у Мазаччо, развивали отдельные стороны его живого многогранного мира. Андреа дель Кастаньо – страстную выразительность образов, Антонио Поллайоло – остроту формы и композиции, фра Анджелико – одухотворенную поэзию. Но Боттичелли сильнее всего привлекала в Мазаччо не эпическая его сторона, а зачатки психологической глубины, которые обошли в нем другие» (там же, с.22).

Аналогия Сандро Боттичелли. Помимо фресок Мазаччо, Боттичелли копировал картины Паоло Учелло (1397-1475), фра Анджелико (1400-1455), Филиппо Липпи (1406-1469). Он находил эти картины в богатой коллекции Медичи, обучаясь у Андреа Верроккьо, который одновременно был учителем Леонардо да Винчи. О.Петрочук в книге «Садро Боттичелли» (1984) повествует: «В обучении у Верроккио широко применялось копирование с рисунков и картонов богатой коллекции Медичи, где имелись работы Мазаччо, Учелло, фра Анджелико и Липпи. (…) Занимались у него и рисованием сложных драпировок, которые обычно бывали «срисованы с прилежанием» и «закончены с терпением» (Петрочук, 1984, с.25).

Аналогия Сандро Боттичелли. С.Боттичелли написал картину «Святой Себастьян» (1470-е годы) по аналогии с полотном Антонио Поллайоло «Мученичество святого Себастьяна» (1470-е годы). О.Петрочук в книге «Сандро Боттичелли» (1984) пишет: «Очень возможно, что, числясь еще подмастерьем у Липпи (фра Филиппо Липпи – Н.Н.Б.), Сандро посещал интенсивно работавшую мастерскую братьев Поллайоло, где в творениях гравера, живописца и скульптора Антонио нашел такую законченность деталей, точность рисунка и гармоническую уравновешенность целого, которой недоставало фра Филиппо. В несомненной связи с поиском Поллайоло в области механики движений стремление Сандро в «Святом Себастьяне» дать свой вариант разрешения этой задачи» (Петрочук, 1984, с.28). «Даже бездеятельно стоящие фигуры, - пишет О.Петрочук о персонажах картин Поллайоло, -

не бывали спокойны у этого фанатика активного движения. Таков его святой Себастьян в окружении поражающих его лучников. В картине Поллайоло, сыгравшей не последнюю роль в создании аналогичного сюжета Сандро, этот герой выглядит бледно в сравнении с остротою физического напряжения, богато представленного разнообразными позами свирепых его мучителей» (там же, с.29). Обсуждая признаки сходства двух картин: «Святого Себастьяна» Боттичелли и «Мученичества святого Себастьяна» Поллайоло, О.Петрочук подчеркивает: «Через посредство Поллайоло в боттичеллевскую картину проникает влияние мощно чеканной трактовки фигур, присущей героическому искусству падуанского живописца Андреа Мантеньи» (там же, с.29).

Аналогия Сандро Боттичелли. Картина С.Боттичелли «Стойкость» (1470), созданная по официальному заказу, – еще одна работа, основанная на заимствовании композиционной схемы А.Поллайоло. О.Петрочук в книге «Сандро Боттичелли» (1984) повествует: «В своей «Стойкости» (или «Силе») Боттичелли взял за основу поллайоловскую композиционную схему и в жетских рамках ее развил новое содержание в сторону психологизма и беспокойства. В трактовке узкого пространства картины без труда узнаются отзвуки радиальной структуры фонаря купола Флорентийского Собора» (Петрочук, 1984, с.44).

Аналогия Леонардо да Винчи. Великий итальянский художник Леонардо да Винчи разрисовал щит, переданный ему отцом, в результате того, что по аналогии заимствовал и объединил (комбинировал) изображения разных животных. А.А.Ладвинская в книге «Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников» (Ростов-на-Дону, «Феникс», 2007) пишет: «Однажды к отцу Леонардо подошел крестьянин из его поместья и показал ему круглый щит, вырезанный из древесины фигового дерева. Он попросил Пьеро взять этот щит с собой во Флоренцию для того, чтобы какой-нибудь художник там его расписал. Отец был обязан этому крестьянину: тот поставлял дичь и рыбу семейству Пьеро, и согласился. Но щит передал не профессиональному художнику, а Леонардо, который по такому случаю решил нарисовать голову медузы, да так, чтобы напугать зрителей. В подвал он натаскал ящериц, пиявок, гусениц, змей, бабочек, кузнечиков, летучих мышей и прочих подобных тварей и создал, глядя на них, изображение ужасного чудовища, выползающего из глубины мрачной пещеры. Из разверстой пасти чудовища струился яд, из глаз вырывался огонь, из ноздрей валил дым…» (Ладвинская, 2007, с.36).

Аналогия Леонардо да Винчи. Леонардо создал конную статую Франческо Сфорца, используя в качестве моделей разных лошадей, стоявших в конюшнях миланских дворян. Работа с моделью, то есть моделирование, представляет собой реализацию той же аналогии, которую мы встречаем в науке. А.А.Ладвинская в книге «Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников» (2007) отмечает: «Одна из крупнейших художественных работ того времени – конная статуя Франческо Сфорца, отца Лодовико. Занимаясь подготовкой к ее воплощению, Леонардо долго и внимательно изучал и делал наброски с самых прекрасных лошадей, стоящих в конюшнях миланских дворян, - при этом у него само собой складывался великолепно иллюстрированный трактат по анатомии лошади. Много внимания он уделял также проблеме равновесия: рисовал всадника с оружием в руках, пытаясь сместить центр тяжести, заставлял всадника прятать оружие за спину и т.д. К ноябрю 1493 года Леонардо закончил полномасштабную модель шагающей лошади без всадника. Она была выставлена на всеобщее обозрение во время свадебных торжеств одного из членов семейства Сфорца» (Ладвинская, 2007, с.39). Об этом же сообщает Майкл Гелб в книге «Научитесь мыслить и рисовать как Леонардо да Винчи» (Минск, «Попурри», 2003): «Кроме того, он получил от Лодовико Моро очень важный заказ на постройку конного памятника, дабы увековечить память его отца Франческо Сфорца, который был великим герцогом Милана. Для этого Леонардо пришлось капитально изучить лошадиную анатомию, движения и повадки скакунов; и лишь затем он сделал чертеж конной статуи, которая, по мнению большинства специалистов, должна была бы стать величайшей из всех когда-либо созданных» (Гелб, 2003, с.54).

Аналогия Леонардо да Винчи. Леонардо в ряде своих работ подражал художнику Андреа дель Верроккио (1435-1488), у которого заимствовал манеру писать прекрасные женские лица. Это легко объяснить тем, что Верроккио был учителем Леонардо. Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008) говорит о Верроккио: «…Выполнил он прекрасно нарисованные пером картоны для битвы нагих людей, которую он должен был написать красками на стене. Равным образом нарисовал он картоны еще для нескольких картин с историями и даже начал писать их красками, но по какой-то причине они остались незаконченными. Есть несколько собственноручных его рисунков и в нашей книге, выполненных с большой тщательностью и величайшим вкусом, и среди них несколько женских голов с прекрасным выражением лица и красивыми прическами, каким из-за красоты постоянно подражал Леонардо да Винчи» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Леонардо да Винчи. Леонардо писал картину «Поклонение волхвов» (1482) по аналогии с одноименным полотном Сандро Боттичелли (1475). Дж.Арган в 1-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет о картине Боттичелли «Поклонение волхвов» и о том, от чего он отказался, работая над этим произведением: «…Отказывается от сакрального характера изображаемой сцены и превращает ее в предлог для прославления семейства и ученого двора Медичи. Леонардо явно имеет в виду эту картину, превозносящую религиозный пиетизм неоплатонического придворного кружка, когда трактует ее тему в символическом, а не историческом или сказочном ключе» (Арган, 1990, с.277). О том, что Леонардо, рисуя «Поклонение волхвов», ориентировался на аналогичную картину Боттичелли, пишет также О.Петрочук в книге «Сандро Боттичелли» (1984): «В 1481 г. Леонардо да Винчи начинает свое «Поклонение волхвов», взяв за основу аналогичную композицию Боттичелли» (Петрочук, 1984, с.81). Описывая содержание картины Леонардо, О.Петрочук говорит: «Главные герои не вблизи, а в точке схода линий, подача религиозной легенды в интеллектуальном аспекте напоминают основные тенденции «Волхвов» Боттичелли» (там же, с.81).

Аналогия Леонардо да Винчи. Работая над картиной «Тайная вечеря», Леонардо использовал в качестве моделей обычных людей, которых он встречал в Милане. Чтобы изобразить на своей картине Иуду, Леонардо вынужден был посещать притоны, куда заглядывали миланские преступники. Здесь мы видим настойчивый поиск модели, который является не чем иным, как поиском аналогии (выбором типажа, черты которого можно заимствовать). А.А.Ладвинская в книге «Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников» (2007) повествует: «Самое известное произведение миланского периода – фреска «Тайная вечеря» в трапезной монастыря Санта-Мария делла Грация (1495-1497). Леонардо готовился к своей «Тайной вечере» целых пятнадцать лет. Лица на картине, за исключением лица Христа, по слухам, были списаны с обычных людей, которых Леонардо встречал в Милане и окрестностях. Для Христа он, по-видимому, нашел двоих натурщиков, а чтобы нарисовать Иуду, потратил много времени, посещая притоны, куда заглядывали миланские преступники. По драматизму и глубине замысла, психологической насыщенности и силе реалистического выражения «Тайная вечеря» принадлежит к вершинам мирового искусства» (Ладвинская, 2007, с.40). Макл Гелб в монографии «Научитесь мыслить и рисовать как Леонардо да Винчи» (2003) подчеркивает любовь художника к натуре и готовность упорно искать нужный типаж: «Когда на улице он замечал какого-нибудь безобразного или странного типа, он, случалось, целый день ходил за ним по пятам, чтобы зарисовать его во всех деталях. Однажды он устроил званый обед для самых нелепых и карикатурных людей в городе. Он щедро потчевал их шутками до тех пор, пока под воздействием истеричного смеха безобразие их черт не сделалось еще более очевидным. Затем, когда вечеринка закончилась, он всю ночь бодрствовал, делая наброски их лиц» (Гелб, 2003, с.206).

Аналогия Леонардо да Винчи. В ходе работы над картиной «Тайная вечеря» Леонардо был готов срисовать голову Иуды с приора монастыря Санта-Мария делле Грация, который заказал ему эту картину. Такая мысль возникла у Леонардо после того, как приор стал возмущаться медлительностью при выполнении заказа. Приор не мог понять, что Леонардо никак не может найти типаж для создания образа Христа, а писать этот образ лишенным совершенства он не хотел. Перед нами конкретный пример невозможности написать картину без идеальной модели (образца, аналогии). Майкл Гелб в книге «Научитесь мыслить и рисовать как Леонардо да Винчи» (2003) повествует: «Когда Леонардо работал над «Тайной вечерей», он провел много дней на подмостях, работая без устали с рассвета до темноты; затем, никого не предупредив, он устроил себе каникулы. Приору монастыря Санта-Мария делле Грация, который заключил с ним договор на выполнение работ, было в тот момент вовсе не до смеха. По свидетельству Вазари, «церковный приор с утомительной настойчивостью умолял Леонардо завершить работу, потому что ему странно было видеть праздность Леонардо, который зачастую бездельничал добрую половину дня, целиком уйдя в свои размышления» (Гелб, 2003, с.222). «По свидетельству Вазари, - продолжает Майкл Гелб, - маэстро в популярной форме разъяснил герцогу, что ему осталось закончить всего лишь два лица: Христа и Иуды. Лик Христа – и это явственно ощущал сам Леонардо – представлял собой непосильную для него задачу… Может быть, потому, в конечном итоге, лик Христа так и остался незавершенным» (там же, с.223). М.Гелб пишет о том, как Леонардо собирался нарисовать голову Иуды: «Эту последнюю голову ему нужно было бы еще поискать, но, в конце концов, если он не найдет ничего лучшего, то за неимением оного сойдет и голова приора» (там же, с.223).

Аналогия Леонардо да Винчи. Произведение Леонардо «Битва при Ангиари» явилось результатом того, что художник по аналогии перенес на полотно свои познания в области анатомии лошади. М.Брион в книге «Микеланджело» (2002) пишет о том, как Леонардо создавал картину «Битва при Ангиари»: «Наконец, он много занимался изучением лошадей для конной статуи Тривульцио и, увлеченный этими исследованиями, хочет использовать их и продолжать эти этюды анатомии лошадей в битве при Ангиари, даже если там наиболее отличились пехотинцы. Таков Леонардо, всегда пришпоренный какой-нибудь экстравагантной фантазией» (М.Брион, 2002).

Аналогия Микеланджело Буонаротти. Великий скульптор и живописец Микеланджело (1475-1564) приобретал знания и навыки в живописи и скульптуре благодаря тому, что постоянно копировал и зарисовывал античные статуи и рельефы, а также скульптурные композиции, созданные великими мастерами кватроченто. Существенное значение имело знакомство с рисунками Антонио Поллайоло. К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (Москва, «Молодая гвардия», 1938) говорит о Микеланджело: «Он охотился за рисунками и копировал их. Он упражнял свой глаз и свою руку как живописец, не как ваятель. Флоренция была полна статуями и рельефами. Великие мастера кватроченто хорошо поработали для украшения своего родного города. Микеланджело ежедневно проходил мимо творений Гиберти, Донателло, делла Роббиа, Дезидерио, Верроккио. (…) Он подражал живописцам» (К.Дживелегов, 1938). «Антики, - продолжает К.Дживелегов, - пробудили в юном художнике скульптора. Наставления Бертольдо, копирование, по его настойчивым побуждениям, античных моделей и его собственных статуэток знакомили Микеланджело с техническими приемами ваяния. Однако навыки живописца не изживались. Наоборот, они укреплялись, как только встречался повод сочетать новую тягу к скульптуре со старыми достижениями живописи. Таким поводом могло быть знакомство с замечательными рисунками Антонио

Поллайоло, живописца и скульптора, например, со знаменитой «Битвою нагих» (К.Дживелегов, 1938).

Аналогия Микеланджело. В молодости Микеланджело, как и многие другие начинающие живописцы, прилежно копировал фрески одного из основоположников Ренессанса Мазаччо (1401-1428). Внимательное изучение тайн фресковой росписи спустя время позволит ему создать потрясающие произведения на стенах Сикстинской капеллы. К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (1938) повествует: «Фрески Мазаччо, родоначальника новой манеры Кватроченто, были уже давно своего рода университетом для живописцев, и хотя у последователей его манера продолжала совершенствоваться, все художники без исключения – флорентийские, тосканские, итальянские и чужеземные – продолжали учиться на его фресках, чтобы познать основы новой манеры. С альбомами в руках недели и месяцы сидели они в небольшой капелле Бранкаччи и терпеливо копировали рисунок и краски Мазаччо. Микеланджело вполне сознательно присоединился к другим, и время, потраченное на изучение фресок Мазаччо, не пропало даром. Через десять лет, работая в Сикстинской капелле, вероятно, много раз с благодарностью вспоминал он великого флорентийского живописца, открывшего ему столько тайн фресковой росписи» (К.Дживелегов, 1938). Об этом же сообщает Марсель Брион в книге «Микеланджело» (Москва, «Молодая гвардия», 2002): «Чаще же всего Микеланджело направлялся в церковь Кармине, потому что там его ожидал Мазаччо. Существовали многочисленные свидетельства сродства между юным скульптором и умершим шестьдесят лет назад живописцем фресок церкви Кармине» (М.Брион, 2002). «…Микеланджело видел в нем (Мазаччо – Н.Н.Б.) своего учителя, того самого, каким не мог стать для него Гирландайо. Присущие Мазаччо видение действительности и способы ее выражения, свойственные скорее скульптору, нежели живописцу, вызывали у Микеланджело чувство большой близости к нему…» (М.Брион, 2002).

Аналогия Микеланджело. Рельеф «Аполлон и Марсий» был создан Микеланджело в результате копирования и увеличения размера античной камеи (каменной картины) на тот же сюжет. К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (1938) пишет о том, как Микеланджело создавал упомянутый рельеф: «Мотив для сюжета дан античной камеей и, быть может, сам Бертольдо предложил Микеланджело попробовать свои силы именно в такой работе: самостоятельно повторить в более крупных размерах камею» (К.Дживелегов, 1938). Что касается рельефа «Битва кентавров», то эту тему великому Микеланджело подсказал Анджело Полициано (1454-1494), итальянский поэт-гуманист, филолог, друг Лоренцо Медичи. К.Дживелегов в той же книге говорит: «Такой же классический мотив определил характер «Битвы кентавров», следующего рельефа Микеланджело. Он был подсказан ему великим знатоком мира классической древности – Анджело Полициано» (К.Дживелегов, 1938).

Аналогия Микеланджело. Созданный Микеланджело рельеф «Мадонна у лестницы» отражает влияние скульптурных произведений великого итальянца Донателло (1386-1466). К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (1938) пишет о рельефе Микеланджело «Мадонна у лестницы»: «Прекрасная профильная фигура мадонны в одежде с богатыми складками очень напоминает рельеф Донателло: словно Бертольдо направлял внимание ученика к творениям своего учителя» (К.Дживелегов, 1938). С точки зрения специалистов, указанный рельеф Микеланджело – одно из редких его творений, где демонстрируется не голое тело, а фигура, покрытая одеждой. «Микеланджело, - поясняет К.Дживелегов, - до этого только раз отступил от лепки голого тела – в «Мадонне у лестницы». Там он почти скопировал донателловское расположение складок и не нашел никакого повода для оригинального подхода к задаче» (К.Дживелегов, 1938).

Аналогия Микеланджело. Микеланджело заимствовал некоторые элементы из скульптур сиенского ваятеля Якопо делла Кверча (1374-1438), который в свое время украшал фасад собора Сан Петронио в Болонье. К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (1938) пишет: «Теперь, изучая Кверча, он сразу понял, в каком направлении ему нужно искать собственных путей в изображении одетых людей. Уже в «Петронии», сделанном по образцу «Петрония» Кверча на фасаде собора, отразились первые самостоятельные искания Микеланджело. У него Петроний менее связан и вольнее стоит с моделью своей церкви в руках, чем у Кверча. И ангел с канделябром, со строгим, красивым лицом, без традиционных длинных кудрей, с короткими античными волосами, выдает не только влияние Кверча, но и самостоятельное использование Микеланджело флорентийских и античных образцов» (К.Дживелегов, 1938). Сказанное подтверждает М.Брион в книге «Микеланджело» (2002): «Микеланджело видел в Якопо делла Кверча своего духовного отца. Он ближе к нему, чем Донателло, учеником и страстным толкователем которого был Бертольдо» (М.Брион, 2002).

Аналогия Микеланджело. Изучение античной архитектуры и скульптуры Рима внесло существенный вклад в багаж знаний Микеланжело, которые он будет впоследствии использовать при работе над собственными творениями. К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (1938) отмечает: «Он усердно изучал античную архитектуру и скульптуру и по сравнению с тем, что он видел во флорентийском собрании Медичи, то, что он нашел в Риме, было просто грандиозно и сразу расширило его художественные горизонты» (К.Дживелегов, 1938).

Аналогия Микеланджело. Микеланджело во многих вещах подражал итальянскому художнику фра Филиппо Липпи (1406-1469). Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008) аргументирует: «И если фра Филиппо был редкостным во всех своих живописных работах, то в малых он превзошел самого себя, ибо писал их так изящно и так прекрасно, что лучше и не сделаешь, о чем можно судить по пределлам всех образов, им написанных. В общем же он был таков, что в его время его не превзошел никто, а в наше – немногие, и Микеланджело не только постоянно его прославлял, но и подражал ему во многих вещах» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Микеланджело. Создавая мраморную скульптуру «Пьета» (1500), Микеланджело по аналогии заимствовал композиционный рисунок и тип головы мадонны из произведений Леонардо да Винчи, с которым он всю жизнь соперничал. К.Дживелегов в работе «Микеланджело» (1938) говорит о влиянии Леонардо да Винчи на скульптуру Микеланджело «Пьета» (другие названия – «Оплакивание Христа», «Скорбь о Христе»): «Новые композиционные формулы, показанные Леонардо да Винчи в живописи, не могли не быть известными Микеланджело, и он использовал их впервые для скульптурного произведения. Влияния Леонардо Микеланджело никогда не признавал, но отделаться от него в первое время ему было нелегко, и за это он, мучительно искавший в искусстве своего, микеланджеловского, так ненавидел уже в эти годы своего великого современника. В «Pieta» он заимствовал не только композиционный рисунок, но и тип головы мадонны, который вдобавок еще повторил в одном из ближайших к «Pieta» скульптурных произведений – в Брюггской мадонне» (К.Дживелегов, 1938).

Аналогия Микеланджело. Микеланджело, работая над «Пьетой» и изображая фигуру Христа, находился под впечатлением от фигуры Аполлона Бельведерского. Другими словами, Микеланджело, обрабатывая тело Христа, по аналогии заимствовал формы у Аполлона, найденного в его время. По свидетельству К.Дживелегова, «безусловно, заметно на «Pieta» и классическое влияние. Группа целиком пропитана античными представлениями о красоте; в обработке фигуры Христа ярко сказывается впечатление от Аполлона Бельведерского» (К.Дживелегов, 1938). Отметим, что Аполлон Бельведерский – античная статуя, изображающая бога Аполлона в образе молодого прекрасного юноши, стреляющего из лука. Эта античная статуя была выполнена из бронзы древнегреческим скульптором Леохаром, придворным скульптором Александра Македонского, в период времени 330-320 годы до нашей эры. Статуя Аполлона была найдена в развалинах дворца Нерона приблизительно в 1500 году. Мраморная копия статуи находится в Бельведере, одном из зданий Ватиканского музея. Примечательно, что пропорции Аполлона Бельведерского оказали влияние и на Альбрехта Дюрера. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет о Дюрере: «Одним из первых испытать влияние «Аполлона Бельведерского» было суждено художнику, который не мог его видеть. Альбрехт Дюрер так и не доехал до Рима, но во время первого посещения Италии ему, должно быть, показывали рисунки со знаменитого антика и, как мы видели, он сделал их основой своих упражнений в изучении классических пропорций» (Кларк, 2004, с.73).

Аналогия Микеланджело. Микеланджело, изображая на фреске «Вознесение Иоанна Богослова» человека, с любопытством заглядывающего в гробницу, по аналогии заимствовал фигуру этого человека из произведения Джотто ди Бондоне. Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (Москва, «Вече», 2001) пишут о фреске Микеланджело «Вознесение Иоанна Богослова»: «Среди фресок для капеллы Перуцци выделяется «Вознесение Иоанна Богослова». Посреди улицы показана толпа людей, дивящихся чуду: Иоанн отрывается от земли и взлетает. Однако главное здесь не только это. В композиции интересен человек, заглядывающий в гробницу, расположенную в полу капеллы. Он как бы размышляет над тем, откуда же вылетел Франциск, и каким образом ему удалось сделать это. Человек, старающийся понять суть озадачившего его явления, пытающийся опытным путем проверить услышанное, является ярким представителем своего времени. Любопытен и тот факт, что образ задумавшегося человека был скопирован у Джотто Микеланджело в эпоху Возрождения» (Дятлева и др., 2001, с.57).

Аналогия Микеланджело. Картина «Мадонна Дони» (1505) написана Микеланджело в духе итальянского художника Луки Синьорелли (1445-1523), который когда-то был учеником Пьеро делла Франчески. Желая избавиться от влияния Леонардо да Винчи, Микеланджело настойчиво искал другой образец и отчасти нашел его в Синьорелли. К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (1938) пишет о картине «Мадонна Дони»: «В этой картине Микеланджело умышленно избрал своим образцом того художника, который по манере, сухой и резкой, является полной противоположностью Леонардо, - Луку Синьорелли» (К.Дживелегов, 1938). О.Петрочук в книге «Сандро Боттичелли» (1984) отмечает: «…Сумрачным напряжением страстной энергии были полны росписи Синьорелли, в значительной степени взрастившие дарование Буонаротти» (Петрочук, 1984, с.88). Реконструкция О.Петрочука согласуется с точкой зрения К.Кларка, который в книге «Нагота в искусстве» (2004) замечает: «Микеланджело уже использовал фигуры обнаженных юношей на заднем плане «Мадонны Дони» из галереи Уффици; она явно создавалась под влиянием тондо Синьорелли из того же собрания. Однако у Синьорелли юноши представлены пастухами, присутствие которых отчасти оправдано сюжетом. У Микеланджело же они являются, так сказать, философским украшением» (Кларк, 2004, с.445). Сошлемся также на 2-й том книги Дж.Аргана «Истории итальянского искусства» (1990), где автор подчеркивает: «Уже в «Мадонне Дони» Микеланджело обратился к «Святому семейству» Синьорелли и его же «Воскрешению мертвых», фреске из собора в Орвието. И это обращение весьма многозначительно, ибо фрески Синьорелли, несомненно, являются отражением в искусстве нескрываемой тревоги в связи с надвигающимся религиозным кризисом» (Арган, 1990, с.17).

Аналогия Микеланджело. Фрески Микеланджело, сделанные в Сикстинской капелле, являются переносом на Сикстинский плафон образов, заимствованных из его собственного произведения «Мадонна Дони». К.Дживелегов говорит об образах, которые использовал Микеланджело, расписывая сикстинский плафон: «Что касается «Мадонны Дони», то связь между тем, что он дал в этой простой композиции, с тем, что он развернул в грандиозной симфонии плафона, - самая непосредственная. Аналогия замысла бросается в глаза. Пять голых юношей, скромно разместившихся на балюстраде заднего фона «Мадонны Дони», сильно размножились в Сикстине, заняли все передние планы, и сделаны они не поспешными заключительными мазками, а, напротив, выписаны со всей тщательностью пластической моделировки» (К.Дживелегов, 1938).

Аналогия Микеланджело. Фреска Микеланджело «Страшный суд», украшающая Сикстинскую капеллу, создана Микеланджело по аналогии со «Страшным судом» Луки Синьорелли, написанным в Орвиетском соборе. К.Дживелегов в книге «Микеланджело» (1938) говорит: «И влияние того художника, которого Микеланджело бегло «цитировал» в «Мадонне Дони», в плафоне превратилось в громкую демонстрацию созвучного мастерства. Это был Лука Синьорелли» (К.Дживелегов, 1938). «…Он ознакомился, - пишет К.Дживелегов о Микеланджело, - не мог не ознакомиться во время одного из многократных путешествий из Рима во Флоренцию и обратно – с фресками Синьорелли в Орвиетском соборе, изображающими историю антихриста, конец света и страшный суд (1499-1502), и уже, несомненно, не мог отделаться от впечатления, произведенного этими фресками, пока не сделал плафона» (К.Дживелегов, 1938). Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008) пишет о Луке Синьорелли: «Лука Синьорелли, превосходный живописец, о котором во временном порядке нам теперь надлежит сказать, в свои времена считался в Италии весьма знаменитым, а произведения его ценились так, как ничьи другие, в какое бы то ни было время, ибо в живописных своих произведениях он указал способ изображать нагое тело так хорошо, с таким искусством и с разрешением таких трудностей, что оно кажется живым. Он был воспитанником и учеником Пьетро из Борго Сан Сеполькро и в юности своей очень старался подражать учителю и даже превзойти его» (Дж.Вазари, 2008). «И потому я не удивлюсь тому, - продолжает Дж.Вазари, - что работы Луки (Синьорелли – Н.Н.Б.) постоянно получали высшее одобрение Микеланджело и кое-что в его божественном «Страшном суде» в папской капелле осторожно им заимствовано из выдумок Луки, как, например, ангелы, демоны, расположение небес и другие вещи, в которых Микеланджело подражал приемам Луки, как это, впрочем, может видеть каждый» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Микеланджело. Микеланджело, создавая фрески в Сикстинской капелле и изображая на них фигуры атлетического сложения, по аналогии заимствовал позы этих фигур с рельефов школы Донателло (скульптора, скончавшегося в 1466 году). К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) говорит о «сикстинских атлетах» Микеланджело: «Масштаб и позы фигур, вне всяких сомнений, заимствованы с рельефов школы Донателло, находившихся во дворе Палаццо Риккарди во Флоренции. Последние, в свою очередь, являлись не более чем увеличенными копиями античных камей» (Кларк, 2004, с.445).

Аналогия Рафаэля Санти. Рафаэль создавал первые свои произведения по аналогии с полотнами своего учителя Перуджино. А.А.Ладвинская в книге «Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников» (2007) повествует: «Джованни Санти (отец Рафаэля – Н.Н.Б.) умер, когда Рафаэлю было 12 лет, мать умерла еще раньше. Но незадолго до смерти отец, поняв, что уже не сможет научить сына чему-либо новому, отдал его в мастерскую Пьетро Перуджино, который занимал в то время первое место среди живописцев. С 1500 года Рафаэль занимается в качестве ученика, а затем – помощника. Он, изучив манеру Перуджино, подражал ей настолько точно и решительно во всем, что его копии невозможно было отличить от оригиналов его учителя» (Ладвинская, 2007, с.71). Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008) подтверждает сказанное: «В высшей степени примечательно, что Рафаэль, изучив манеру Перуджино, подражал ей настолько точно и решительно во всем, что его копии невозможно было отличить от оригиналов его учителя, и нельзя было установить никакой разницы между его вещами и вещами Пьетро. Об этом ясно свидетельствуют в той же церкви Сан Франческо в Перудже фигуры, написанные им маслом на дереве для госпожи Магдалины дельи Одди, а именно вознесенная Богоматерь и венчающий ее Иисус Христос, внизу же вокруг гробницы – двенадцать апостолов, созерцающих небесное видение…» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Рафаэля Санти. Детализируя продукты творчества Рафаэля, на которых лежит отпечаток художественной мысли Перуджино, укажем, что картина «Обручение Марии» (1504) кисти Рафаэля создана по аналогии с фреской Перуджино «Передача ключей святому Петру» (1482). Эта фреска украшала Сикстинскую капеллу Ватикана. Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет: «Голос Рафаэля в хоре многочисленных последователей Перуджино отчетливо звучит в «Обручении Марии», картине, написанной в 1504 г. незадолго до переезда во Флоренцию, - здесь мы видим уважение к умбрийской традиции, отсутствие «революционных» намерений, сознательное стремление к ясности и простоте форм. Композиционная схема здесь та же, что и в «Передаче ключей святому Петру» Перуджино в Сикстинской капелле Ватикана: выстроенные на первом плане фигуры, широкое, перспективно построенное пространство, храм-ротонда в глубине» (Арган, 1990, с.19).

Аналогия Рафаэля Санти. В некоторых картинах Рафаэля заметно влияние фресок Микеланджело. Историки полагают, что Рафаэль видел фрески своего коллеги в Сикстинской капелле еще до их полного завершения. Н.Маркова в статье «История рисунка» (газета «Искусство», № 23 от 2008 года) повествует: «Вазари рассказывает, что архитектор Браманте, соотечественник и дальний родственник Рафаэля, у которого были ключи от Сикстинской капеллы, тайком впустил художника в капеллу в то время, когда Микеланджело, ревностно оберегавший свое детище от посторонних глаз и не пускавший в капеллу даже заказчика работы папу Юлия, - рассорившись с ним, уехал во Флоренцию» (Н.Маркова, 2008). Р.Кристофанелли в книге «Дневник Микеланджело неистового» (1980) говорит устами Микеланджело о том, как Рафаэль тайно проникал в Сикстинскую капеллу и копировал фрески своего современника: «Коли хочет посмотреть, пусть гордыню поумерит и открыто попросит, как это бывало во Флоренции, когда он копировал наши с Леонардо картоны. Никому не дозволю хитрить и пользоваться плодами моих трудов, да еще оставлять после себя копоть от лампы на потолке. Знаю, что это дело рук маркизанца, который проникает ко мне по ночам и зажигает светильник» (Р.Кристофанелли, 1980). Отзвуки фресок Микеланджело, сделанных в Сикстинской капелле, можно найти во фреске Рафаэля, написанной в церкви Святого Августина. Р.Кристофанелли в той же книге, повествуя от лица Микеланджело, говорит: «…Мне вдруг вспомнилась фреска Рафаэля в церкви св. Августина, на которой изображены пророк и два херувимчика. Папский фаворит целиком скопировал мой сюжет с фресок в Сикстинской капелле» (Р.Кристофанелли, 1980).

Аналогия Рафаэля Санти. Красота обнаженного тела, присутствующая на картинах Рафаэля, - результат внимательного изучения Рафаэлем картона Микеланджело «Битва при Кашине». Это произведение было заказано великому скульптору и живописцу в 1501 году правителями Флоренции для украшения левой стены Большого зала Совета (парламента) флорентийской республики. Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (Москва, «Альфа-книга», 2008) пишет: «Вернемся, однако, к самому Рафаэлю, для которого манера, заимствованная в молодости от Перуджино, становилась со временем величайшей помехой и обузой, хотя она и была легко им усвоена, будучи мелкой, сухой и не требовавшей строгого рисунка. И вот, не будучи в состоянии от нее отделаться, он лишь с большим трудом научился передавать красоту обнаженного тела и трудные ракурсы, изучив картон, который Микеланджело Буонаротти сделал для залы флорентийской Синьории» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Рафаэля Санти. В станцах Ватиканского дворца, расписанных Рафаэлем, можно найти конкретные свидетельства того, что Рафаэль кое-что заимствовал из произведения Микеланджело «Битва при Кашине». Марсель Брион в книге «Микеланджело» (Москва, «Молодая гвардия», 2002) пишет о полотне Микеланджело «Битва при Кашине» («Битва купальщиков»): «И все же известность этого картона так велика, что один молодой испанский скульптор приехал во Флоренцию единственно для того, чтобы им полюбоваться. Алонсо Берругете – так его звали – остановился в Риме, чтобы нанести визит Микеланджело и получить его разрешение посмотреть ревниво сохраняемое под замком произведение. Микеланджело охотно согласился, но Синьория (правительство Флоренции – Н.Н.Б.) отказала ему в этом, и Берругете покинул город, не получив возможности увидеть битву Купальщиков. Рафаэль в этом смысле оказался более счастливым. Он изучил и совершенно свободно скопировал новое произведение, так удивившее всех, такое поучительное для него самого, многие детали которого, оставшиеся в его памяти, сознательно или бессознательно всплывут, когда позднее он будет расписывать станцы ватиканского дворца» (М.Брион, 2002). Читатель может подумать, что мы повторяемся, но в действительности никакого повторения здесь нет. В первом случае мы говорим об общем впечатлении, полученном Рафаэлем от произведения Микеланджело «Битва при Кашине», впечатлении, распространившемся на многое из того, что создал позже Рафаэль. Во втором случае мы указываем на конкретные работы Рафаэля, созданные по аналогии с «Битвой» Микеланджело.

Аналогия Рафаэля Санти. Рафаэль многое заимствовал из произведений итальянского художника Фра Бартоломео (1472-1517), в творчестве которого он нашел много ценного для себя. Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008) отмечает: «…Убедившись, что Фра Бартоломео из Сан Марко владел очень хорошими живописными приемами, основательным рисунком и приятным колоритом, хотя для большей рельефности иногда и злоупотреблял темными цветами, Рафаэль заимствовал у него все то, что считал для себя потребным и что было ему по вкусу, а именно некоторую умеренность исполнения как в рисунке, так и в колорите и, смешивая эти приемы с некоторыми другими, отобранными им в лучших произведениях других мастеров, он из многих манер создал единую, которая впоследствии всегда считалась его собственной манерой и которую художники всегда бесконечно ценили и будут ценить» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Рафаэля Санти. Фреска «Диспут» (другое название – «Спор о причастии»), созданная Рафаэлем в рабочем кабинете Папы римского, несет на себе следы заимствований из фрески Фра Бартоломео «Страшный суд», которую Рафаэль видел во флорентийской часовне Санта Мария Нуово. Р.Кристофанелли в книге «Дневник Микеланджело неистового» (1980) говорит устами Микеланджело о произведении Рафаэля «Диспут»: «В верхней части сцены «Диспута» Рафаэль, не мудрствуя лукаво, скопировал «Страшный суд» Бартоломео из флорентийской часовни Санта Мария Нуово. Могу с уверенностью утверждать, что все написанное им в этой сцене поверх алтаря заимствовано у флорентийского мастера. И не только это» (Р.Кристофанелли, 1980). В свою очередь, Фра Бартоломео тоже не творил на пустом месте, в его произведениях можно найти отголоски живописного языка Фра Филиппо Липпи (1406-1469). Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) говорит: «…В «Явлении Марии святому Бернарду» (1504) художник (Фра Бартоломео – Н.Н.Б.) повторяет композицию Филиппино Липпи, но вместо того, чтобы заполнить узкое пространство множеством деталей, изображенных с нидерландской тщательностью и флорентийской наблюдательностью, он помещает за фигурами размытый дымкой далекий пейзаж» (Арган, 1990, с.24).

Аналогия Рафаэля Санти. Создавая фреску «Пожар в Борго», Рафаэль изобразил на ней женщину, подающую воду. По свидетельству специалистов, фигуру этой женщины Рафаэль по аналогии заимствовал из росписей итальянского живописца Доменико Гирландайо (1449-1494), сделанных в церкви Санта Мария Новелла. Р.Кристофанелли в книге «Дневник Микеланджело неистового» (1980) устами Леонардо да Винчи говорит о Рафаэле: «Во фреске «Пожар в Борго» Рафаэль изобразил женщину, подающую воду, которая очень похожа на разносчицу фруктов из росписей Гирландайо в Санта Мария Новелла…» (Р.Кристофанелли, 1980). Подчеркивая тот факт, что произведения Гирландайо наряду с творениями других художников служили образцом для Рафаэля, Р.Кристофанелли в той же книге отмечает: «Как прилежный ученик, идущий в школу обучаться грамоте, он (Рафаэль – Н.Н.Б.) появляется с кожаной папкой в руках и принимается изучать работы мастеров у всех на виду. Копирует то, что ему по душе. Но не теряет времени, срисовывая целые стены, расписанные фресками, или картины, которых немало повсюду во Флоренции. Прошлым месяцем можно было видеть, как он копировал отдельные фигуры Гирландайо на хорах церкви Санта Мария Новелла. Тем же занимался и перед фреской фра Бартоломео в часовне Санта Мария Нуова. Руководствуясь собственным чутьем, он выбирает для копирования только то, что может оказаться для него полезным, проявляя при этом незаурядный вкус. Он берет все лучшее, что есть у современных мастеров, оставляя в стороне остальное» (Р.Кристофанелли, 1980).

Аналогия Рафаэля Санти. Создавая картину «Афинская школа», на которой изображены философ Платон, его коллега по профессии Гераклит Эфесский и математик Эвклид (Евклид), Рафаэль придал их лицам черты своих известных современников. Прототипом (моделью) Платона послужил Леонардо да Винчи, Эвклида – архитектор Донато Браманте, Гераклита – Микеланджело. В.Порудоминский в книге «Брюллов» (1979) пишет: «Говорили, что в образах мудрецов «Афинской школы» Рафаэль запечатлел своих современников: сделал Платона похожим на Леонардо да Винчи, Эвклида – на архитектора Браманте, в сумрачном и нелюдимом Гераклите узнавали Микеланджело; у края картины поместил он себя и своего приятеля, живописца Содому» (Порудоминский, 1979, с.161).

Аналогия Рафаэля Санти. Когда Рафаэль начал оформлять папские апартаменты (писать фрески в Ватикане), первой его работой стала сцена «Искушения». На этой фреске изображена Ева, фигуру которой Рафаэль по аналогии заимствовал из эскиза Леонардо да Винчи к картине «Леда». Кеннет Кларк в книге «Нагота в искусстве» (Санкт-Петербург, «Азбука-Классика», 2004) пишет: «Энергичные флорентийцы, восторгавшиеся движением мускулистой спины или вытянутой руки, не интересовались мягкостью и статичностью Венеры, и Рафаэль подчинился их влиянию, навсегда сохранив от тех лет некоторый вкус к подробной моделировке. Единственное исключение его разоблачает. Это не рисунок с натуры или с антика, но копия одного из эскизов Леонардо да Винчи к «Леде», и когда через год или около того Рафаэль начал оформлять папские апартаменты, едва ли не первой его работой стала сцена «Искушения», где нижняя часть тела Евы прямо заимствована из этого рисунка» (Кларк, 2004, с.132). О влиянии творений да Винчи на искусство Рафаэля пишет также Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008): «Недаром был он (Рафаэль – Н.Н.Б.) так глубоко потрясен и изумлен, увидев творения Леонардо да Винчи, который не имел равных себе в изображении выразительности лица как мужского, так и женского, и превосходил всех других живописцев в умении придавать особую прелесть фигурам и их движениям. Словом, манера Леонардо понравилась ему больше любой другой им когда-либо виденной, и он принялся за ее изучение и в меру своего понимания и своих сил стал ей подражать все больше и больше…» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Рафаэля Санти. Рафаэль копировал картину Леонардо да Винчи «Мона Лиза» (другое название – «Джоконда»). Впоследствии Рафаэль по аналогии использовал эту копию при создании картины «Маддалена Дони» (1506). Р.Кристофанелли в книге «Дневник

Микеланджело неистового» (1980) устами Микеланджело говорит о Рафаэле (маркизанце): «Когда-то молодой живописец с пользой потрудился, копируя портрет Джоконды – жены Франческо Дзаноби, - который в свое время был выставлен рядом с картоном «Битва при Ангьяри». Маркизанец изобразил Маддалену сидящей вполоборота, со сложенными руками и опирающейся левым локтем на ручку кресла. Словом, в этой работе, как и в портрете Анджело Дони, повторяется композиция, созданная когда-то Леонардо. Молодой живописец довольствовался повторением леонардовской схемы, добавив от себя сочность и живость колориту» (Р.Кристофанелли, 1980). Точку зрения Р.Кристофанелли подверждает Григорий Козлов, который в статье «Мона Лиза – путь звезды» (журнал «Вокруг света», № 8 (2779), август 2005 г.) пишет: «Живопись XVI века полна следов влияния «Джоконды». Великий Рафаэль, например, просто «заболел» портретом Леонардо. Черты Моны Лизы мы угадываем и в его рисунке флорентийки, и в «Даме с единорогом», и даже в мужском портрете Бальдасара Кастильоне. Леонардо удалось создать идеальное «наглядное пособие» для художников, что-то вроде каталога новинок. Копируя «Мону Лизу», они открывали для себя секреты живописи» (Г.Козлов, 2005). Наконец, не будет лишним вновь обратиться к Дж.Аргану, который во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет о картине Рафаэля «Маддалена Дони»: «Рассмотрим один из портретов – портрет Маддалены Дони (ок. 1506). Постановка фигуры прямо повторяет Джоконду…» (Арган, 1990, с.21).

Аналогия Рафаэля Санти. Написанная Рафаэлем для виллы Фарнезина в Риме фреска «Триумф Галатеи» (1512) является результатом внимательного изучения фрагментов фресок в «Золотом доме» Нерона. Можно сказать, Рафаэль создал произведение «Триумф Галатеи» по аналогии с фресками из дома Нерона. Отметим, что подземные залы дворца Нерона, умершего в 68 году нашей эры, были случайно обнаружены в 15 веке, а фрески дворца, хорошо сохранившиеся до того времени, под действием влаги начали разрушаться. Кеннет Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) отмечает: «Лучшее произведение Рафаэля на Фарнезине и единственное сделанное полностью им самим, это – «Галатея». Очевидно, фреска была выполнена несколькими годами ранее цикла «Амур и Психея» и обладает великолепием, которого ему не хватает. Никакая другая живопись не дает нам столь убедительного представления об утраченном шедевре античности, поскольку Рафаэль изучил фрагменты фресок, которые тогда можно было увидеть в «Золотом доме» Нерона, и усвоил их легкие тени и светлую тональность. Галатея сама по себе – наиболее осмысленная и тщательно продуманная конструкция. Рафаэль говорил, что подобно художникам из классических легенд, он не мог найти одну достаточно красивую модель и использовал лучшие черты нескольких» (Кларк, 2004, с.136-137).

Аналогия Рафаэля Санти. Создавая картину «Положение во гроб», Рафаэль заимствовал фигуру Христа, представленную в этом произведении, из скульптурного шедевра Микеланджело «Оплакивание Христа» (1500). Другое название творения Микеланджело – «Пьета». К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) говорит о том, как Рафаэль писал картину «Положение во гроб», заказанную ему Аталантой Бальони в память о казни ее сына (картина относится к галерее Боргезе): «…В конце концов, Рафаэль возвращается в свое время, и вряд ли можно сомневаться, что фигура Христа на картине из галереи Боргезе навеяна «Пьетой» Микеланджело» (Кларк, 2004, с.282). Что касается других фигур, представленных на картине Рафаэля, то, по мнению К.Кларка, они заимствованы с гравюры Мантеньи, носящей то же самое название «Положение во гроб»: «…Следует упомянуть о влиянии гравюры Мантеньи «Положение во гроб», воспроизведение которой имеется в так называемом альбоме рисунков Рафаэля. Отсюда Рафаэль позаимствовал расположенную слева фигуру мужчины, несущего тело Господа, и расположенную справа фигуру лишившейся чувств Богоматери и много других композиционных идей» (Кларк, 2004, с.451). О том, что «Пьета» Микеланджело послужила аналогией (подсказкой) для Рафаэля, пишут также Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (Москва, «Вече», 2001): «В 1507 г., желая сравниться с лучшими мастерами флорентийской школы, ими были Леонардо да Винчи и Микеланджело, Рафаэль создает достаточно крупное полотно, получившее название «Положение во гроб». Отдельные элементы образов композиции являются повторами знаменитых живописцев. Так, голова и тело Христа заимствованы со скульптуры Микеланджело «Пьета» (1498-1501), а образ женщины, поддерживающей Марию, - с полотна того же мастера «Мадонна Дони» (Дятлева и др., 2001, с.103).

Аналогия Рафаэля Санти. Работая над фреской «Бракосочетание Купидона и Психеи», украсившей виллу Фарнезина, Рафаэль заимствовал фигуру Психеи из мраморного рельефа, изображающего Купидона и Психею (данный рельеф в свое время находился во владении Лоренцо Гиберти). К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) говорит о мраморном рельефе «Letto di Policleto»: «Такое название дали мраморному рельефу с изображением Купидона и Психеи, одно время находившемуся во владении Лоренцо Гиберти и оказавшему огромное влияние на искусство эпохи Ренессанса. Фигуру Психеи Рафаэль позаимствовал для обнаженной женщины (Гебы) на переднем плане фрески «Бракосочетание Купидона и Психеи» на вилле Фарнезина; Корреджо взял ее для своей Ио (ок. 1530); Тициан – для Венеры в «Венере и Адонисе» из музея Прадо (1553); а Пуссен (в зеркальном изображении) – для находящейся справа Нереиды в «Триумфе Галатеи» (Кларк, 2004, с.455).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Немецкий художник А.Дюрер многое позаимствовал у немецкого гравера Мартина Шонгауэра (1440-1491). Дюрер собирался стать его учеником и отправился в город Кольмар, но не застал художника в живых. Однако Дюрер остался в его мастерской и несколько месяцев изучал технику гравюры на меди. Станислав Зарницкий в книге «Дюрер» (Москва, «Молодая гвардия», 1984) говорит о пребывании Дюрера в мастерской Шонгауэра: «Лист за листом перебирал Альбрехт рисунки Шонгауэра, стремясь проникнуть в его замыслы. Видел, как порой долго и мучительно искал мастер единственно верные линии, тона, штриховку, как использовал найденное в гравюрах. Некоторые рисунки перечеркнул с такой яростью, что карандаш прорвал бумагу» (С.Зарницкий, 1984). «За изучением рисунков Шонгауэра, - продолжает С.Зарницкий, - незаметно проходило время. Некоторые из них Альбрехт скопировал для себя» (С.Зарницкий, 1984). Кроме того, Дюрер усиленно осваивал искусство воспроизведения на картине складок для передачи светотени. С.Зарницкий в той же книге пишет о Шогауэре: «Большой мастер из Кольмара очень близко подошел к возможности передачи светотени на гравюре. Альбрехт Дюрер – а его можно считать учеником Мартина Шонгауэра – решил задачу до конца. Начались те опыты, которые нередко вызывали у его друзей недоуменную улыбку: Дюрер стал рисовать скомканные простыни, смятые подушки, сжатые в комки листы бумаги. Он постигал тайну жизнеподобия в рисунке упорно, как умел лишь он один» (С.Зарницкий, 1984).

Аналогия Альбрехта Дюрера. А.Дюрер создал многие полотна, по аналогии заимствовав ряд живописных элементов из произведений Витторе Карпаччо (1455-1526) и Джованни Беллини (1430-1516). Марсель Брион в книге «Дюрер» (Москва, «Молодая гвардия», 2006) пишет о Дюрере: «Он очень внимательно изучал Карпаччо; он даже заимствует у него некоторые живописные детали, в которых тот был мастером. Но не Карпаччо произведет на него ослепляющее впечатление, станет главным его открытием, которое и через десять лет, когда он снова вернется в Венецию, заставит снова обратиться к Беллини как к неоспоримому авторитету. «По-прежнему самый выдающийся художник Венеции», - напишет он тогда, преклоняясь перед мастером, которому он многим обязан» (М.Брион, 2006). «Дюрер, - продолжает М.Брион, - никогда не ошибался в своем выборе. Инстинктивно он тянулся к Беллини, как страдающий от жажды путешественник бросается к свежему источнику. Молодой художник, который получил много ценных уроков во время своего «тура по Германии» и на первых этапах путешествия по Италии, понимал, что у Джованни Беллини он научится чему-то более важному, чем скромному прогрессу художников Мурано и Карпаччо. Джованни Беллини – мощный талант, знаковый для своей эпохи, открывший новый путь в мире прекрасного» (М.Брион, 2006). Со слов М.Бриона, описывающего впечатления молодого Дюрера, «как только он увидел полотна Джованни Беллини, его охватило радостное чувство, что он, наконец, достиг цели, к которой бессознательно стремился. Он понял, что все, что ему могла бы дать Венеция, заключается в искусстве Беллини. Относясь к его мастерству одновременно с почтением и восторгом, он сохранил на всю жизнь огромную признательность человеку, который открыл ему чудесный мир своего искусства. Избрав его своим мастером и сохранив ему преданность в течение жизни, Дюрер показал, что он способен устоять и перед соблазнами Карпаччо, и перед приятным реализмом Джентиле Беллини (братом Джованни Беллини – Н.Н.Б.)» (М.Брион, 2006).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Работая над картиной «Мадонна с чижом», Дюрер заимствовал отдельные элементы из произведения Джованни Беллини «Мадонна со святыми». Отголоски этого шедевра Беллини слышны и в картине Тициана «Мадонна с вишнями». А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) повествует о картине Тициана «Мадонна с вишнями»: «По мнению некоторых искусствоведов, эта удивительная по своему жизнерадостному колориту и продуманной в деталях композиции тициановская картина оказала несомненное влияние на Дюрера. Находясь в Венеции в 1506 году, он повторил почти дословно ее композицию и общую тональность в своей работе «Мадонна с чижом» (Берлин, Государственные музеи). И все же вернее было бы считать, что общим источником, вдохновившим обоих художников, вполне могла быть известная картина Беллини «Мадонна со святыми» (Венеция, Академия), поскольку влияние искусства патриарха венецианской живописи на современных художников, и не только итальянских, в ту пору было бесспорным» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Альбрехта Дюрера. В ряде гравюр, а также картин Дюрера встречаются образы, заимствованные у Леонардо да Винчи. Воздействие творчества Леонардо можно заметить, анализируя, например, картину Дюрера «Христос среди книжников». Станислав Зарницкий в книге «Дюрер» (1984) пишет: «Ряд исследователей творчества Дюрера высказывают предположение, что до поездки в Рим художник посетил также Милан, где встретился с великим Леонардо да Винчи. В пользу этого приводятся совпадения в трудах Дюрера и Леонардо о живописи, заимствования в ряде последующих гравюр Дюрера образов великого итальянца, которые остались известны лишь в рисунках, а также в картине, известной под названием «Христос среди книжников», которую Дюрер создал в Риме» (С.Зарницкий, 1984). Подобные заимствования отчасти объясняются тем, что учителя и коллеги Дюрера по профессии Михаэль Вольгемут (1434-1519) и Вильгельм Пляйденвурф (1460-1494) считали подобные заимствования способом постижения красоты. С.Зарницкий в той же книге повествует: «…Мастера должны сделать самое лучшее, на что только они способны. Поиски этого лучшего оборачивались для Вольгемута и Пляйденвурфа заимствованием из работ других мастеров всего, что отвечало их представлениям о красоте – образов, деталей и даже целых сюжетов. Подходил итальянец – брали у него, нравился нидерландец – перенимали у нидерландца, приглянулся немец – использовали его находку. Даже отдельные фигуры составлялись из частей, позаимствованных у разных художников. Этот метод, который теперь почти ежедневно демонстрировался Альбрехту, был не нов. Юноша уже неоднократно сталкивался с ним. И раньше он (Вольгемут – Н.Н.Б.) подводил ученика к мысли, что каждый художник способен постигнуть лишь какую-то часть красоты, и если появится вдруг человек, способный собрать все эти части в целое, то даст он миру законченный идеал» (С.Зарницкий, 1984).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Дюрер копировал древние (античные) статуи или их уменьшенные варианты, сделанные уже в его время, чтобы в дальнейшем использовать их в своих произведениях. С.Зарницкий в книге «Дюрер» (1984) констатирует: «Все услышанное о манере письма итальянских мастеров и методах их обучения он пытался тотчас же воплотить в жизнь. Если, как полагал Беллини, Мантенья достиг совершенства, рисуя древние статуи, то почему бы и ему не попытаться сделать это? Правда, статуи для него недоступны – он не вхож в венецианские дворцы, но ведь можно приобрести их уменьшенные копии, продающиеся в лавках. Купцы подарили ему восковую фигурку Аполлона, копию той мраморной скульптуры, которую десять лет назад выкопали в Риме и которой до сих пор не уставали восхищаться. Дюрер рисовал ее до полного изнеможения – во всех мыслимых ракурсах. Копировал также изображения сатиров, кентавров, тритонов» (С.Зарницкий, 1984).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Обнаженные человеческие фигуры, изображенные немецким художником на многих рисунках в период времени с 1500 по 1504 годы, были скопированы им с античных и средневековых статуй. В частности, фигуры главных героев картины «Адам и Ева» (1504) являются копиями средневековых статуй. Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (2001) повествуют о Дюрере: «К периоду с 1500 по 1504 гг. относится создание мастером ряда рисунков, изображающих обнаженные человеческие фигуры, прообразами которых служили античные статуи. Эти работы являются живым свидетельством того, что художник все еще находится в поиске идеала пропорций человеческого тела, идеала совершенной красоты. Одна из таких работ – знаменитое полотно «Адам и Ева», написанное в 1504 г. Фигуры главных героев представляют собой точные копии изображений средневековых статуй, перенесенные автором с выполненных ранее рисунков» (Дятлева и д., 2001, с.175).

Аналогия Альбрехта Дюрера. На рисунке Дюрера «Женская баня» имеется фигура полной женщины, которую художник заимствовал из гравюры, сделанной с картины А.Мантеньи «Вакханалия». К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет о рисунке Дюрера «Женская баня»: «…Если бы Дюреру не была знакома гравюра с «Вакханалии» Мантеньи, где, на самом деле, толстая вакханка взята с антика, он мог бы и не подумать о том, чтобы ввести ее в композицию» (К.Кларк, 2004).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Дюрер перенес в свою гравюру «Четыре ведьмы» (1497) некоторые детали, почерпнутые из гравюры венецианского художника Якопо де Барбари (1440-1516). К.Кларк в монографии «Нагота в искусстве» (2004) указывает: «Четыре ведьмы» интересуют нас также своей связью с гравюрой венецианского художника Якопо де Барбари, представляющей двух обнаженных женщин. Сколько заимствовал Дюрер у Барбари, всегда будет загадкой, потому что гравюры Якопо невозможно датировать точно; но он был, вероятно, лет на двадцать старше Дюрера и достиг положения придворного художника императора Максимилиана в 1500 году. Более того, по собственным словам Дюрера, Якопо показывал ему две фигуры, мужчину и женщину, сконструированные по геометрическим принципам, когда Дюрер был «еще молодым человеком и не слыхал о таких вещах», следовательно, это произошло во время его поездки в Венецию в 1494 году» (Кларк, 2004, с.375).

Аналогия Альбрехта Дюрера. При создании картин на религиозные темы, в которых присутствовал образ Христа, Дюрер срисовывал этот образ с самого себя. Кроме того, во многих автопортретах немецкий художник наделял свое лицо чертами Иисуса. С.Зарницкий в книге «Дюрер» (1984) говорит об одном из автопортретов Дюрера: «Дюрер пошел еще дальше: он придал своему облику черты Иисуса Христа. Случайность? Вряд ли, ибо известно, что и в последующем художник неоднократно использовал себя в качестве модели для изображения Христа» (С.Зарницкий, 1984).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Работая над картиной «Коронование Богоматери», Дюрер искал и находил нужные модели (прототипы) повсюду, где только можно: в трактирах, в церкви, на улице. Эта картина отняла у художника много сил и времени, и здесь мы снова сталкиваемся с методом проб и ошибок (методом перебора). С.Зарницкий в книге «Дюрер» (1984) говорит о том, как живописец бился над композицией «Коронование Богоматери»: «Накопилась масса рисунков-эскизов. Столько вариантов было перебрано! Может быть, пошло бы дело быстрее, если бы светило над ним желанное итальянское солнце? Но шли затяжные нудные дожди» (С.Зарницкий, 1984). «Тем временем, - пишет С.Зарницкий, - продолжались поиски наилучшего решения композиции. Десятки подготовительных штудий – набросков, сделанных пером и кистью, - росли на рабочем столе Альбрехта. Он действительно не жалел для этой картины ни времени, ни сил. Зарисовки делал везде – в гостях, в трактире «Гюльден Хоры», куда теперь перебралось «изысканное» нюрнбергское общество, даже в церкви, чего до сих пор не решался делать. Ведь создал же он сатирический рисунок тех, кто на потеху дьяволу занимается в церкви во время богослужения мирскими делами» (С.Зарницкий, 1984).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Для изучения человеческой фигуры в движении и правильной передачи этого движения на холсте Дюрер заказал, а в дальнейшем использовал в качестве модели куклу в человеческий рост, передвигавшуюся с помощью шарниров. С.Зарницкий в книге «Дюрер» (1984) пишет о немецком художнике: «…Заказал у лучших мастеров куклу в человеческий рост, всю на шарнирах – для изучения человеческой фигуры в движении. Пожимали друзья плечами: нашел время для опытов. (…) Нужно было видеть глаза четырнадцатилетнего Бартеля Бегама, его ученика, когда в мастерскую доставили это чучело! Подмастерья перемигивались: дошел, мол, до точки со своими исследованиями. Лишь Зебальд Бегам проявил деловой интерес. Ему и объяснил Дюрер, что нужно ему это чучело не для того, чтобы пугать домочадцев, а чтобы научиться изображать движущегося человека» (С.Зарницкий, 1984).

Аналогия Альбрехта Дюрера. Отправным пунктом (исходным стимулом) для гравюры Дюрера, изображающей распятие Христа, было произведение Андреа Мантеньи «Распятие», которое он видел в Вероне. С.Зарницкий в книге «Дюрер» (1984) пишет об Альбрехте: «Он задумал гравюру по меди, изображающую распятие. Ее он также намеревался выдержать в нидерландской манере, хотя, может быть, это и принижало событие великого значения до будничной оценки из древних времен. Стояло у него перед глазами «Распятие» Мантеньи, которое видел в Вероне. Именно простота и обыденность этой работы потрясли его тогда. Перед крестом расположились, будто на отдых, римские легионеры: одни глазели на казненных, другие спокойно играли в кости. Лица собравшихся иудеев были безучастны и спокойны – они привыкли к таким сценам. Никому, видимо, и в голову не приходило, что свершилось событие, из ряда вон выходящее» (С.Зарницкий, 1984). Об этом же говорит Марсель Брион в книге «Дюрер» (2006): «Восхищение живописью Беллини не помешало Дюреру высоко оценить искусство Мантеньи. Казалось даже, что в нем борются две противоположные тенденции: пластическая жесткость Мантеньи и цветовая чувственность Джованни. Если как художник он чувствовал родство с Беллини, то как гравер он восхищался Мантеньей, мастером резца. Из Италии он привез гравюры Мантеньи: одни он купил, а другие, которые не в состоянии был приобрести, скопировал. Казалось, что он гораздо ближе Мантенье, чем Беллини, настолько его первые гравюры на меди по стилю напоминали гравюры знаменитого мастера» (М.Брион, 2006).

Аналогия Джорджо Вазари. В некоторых своих живописных работах Дж.Вазари (тот самый Вазари, который является автором прекрасного сочинения «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих») заимствовал отдельные детали композиции из произведений Микеланджело. Подобные заимствования, которые можно назвать своеобразным цитированием, делали и многие другие художники и скульпторы. В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004) говорит об этом цитировании работ Микеланджело: «Не нужна большая проницательность, чтобы увидеть эти цитаты в композициях Вазари, Джованни да Болонья, Леони, Амманати и Сансовино. Пеллигрино Тибальди и Бронзино для своих многофигурных композиций («Благовестие о рождении Иоанна Крестителя», «Сошествие во ад») заимствуют фрагменты и целые мизансцены из монументальных фресок Микеланджело (из «Страшного суда», «Обращения Фавла» и «Мученичества Святого Петра»)» (Локтев, 2004, с.161).

Аналогия Марка-Антонио Раймонди. Итальянский гравер Марк-Антонио Раймонди (1480-1534) часто заимствовал сюжеты и композиции для своих гравюр из картин Микеланджело, Дюрера, Рафаэля, Луки Лейденского и других мастеров. О.И.Лаврова в книге «Итальянская гравюра 15-18 веков» (Москва, «Изобразительное искусство», 1987) пишет о Раймонди: «Художник пристально изучал великие образцы: картон Микеланджело «Битва при Кашине», гравюры Дюрера и Луки Лейденского, рисунки Рафаэля. Каждый из них оставил свой след в его мастерстве. Отдельные заимствованные мотивы молодой художник искусно соединял в единое целое» (Лаврова, 1987, с.159). О том, как Раймонди впервые познакомился с Рафаэлем, О.И.Лаврова пишет следующее: «При дворе Льва Х Раймонди встретился с Рафаэлем, и эта встреча имела кардинальное значение для творческого роста художника. Рафаэль обычно давал Раймонди наброски, которые он, самостоятельно перерабатывая, добавляя рисунок, претворял в законченные произведения. Одной из лучших гравюр Раймонди с рисунков Рафаэля заслуженно считается «Лукреция». По рассказу Вазари, она привела в восторг великого мастера из Урбино» (там же, с.159).

Аналогия Марка-Антонио Раймонди. Склонность Раймонди к заимствованию и комбинированию чужих идей ярко проявилась в его произведении «Венера, Марс и Амур» (1508). О.И.Лаврова в книге «Итальянская гравюра 15-18 веков» (1987) пишет: «В ранней гравюре мастера «Венера, Марс и Амур» (1508) черты эклектики особенно заметны, хотя и завуалированы превосходной композицией, естественно соединяющей разнородные мотивы: фигура Марса заимствована из античной скульптуры (Раймонди использовал в ней знаменитый Бельведерский торс), замок на заднем плане взят у Дюрера, высокий пень с голой веткой – из произведений школы Мантеньи» (Лаврова, 1987, с.159). Отметим, что Марк-Антонио Раймонди – тот самый мастер, который в свое время изготовил гравюру по мотивам картины Рафаэля «Суд Париса», а эта гравюра, в свою очередь, по аналогии подсказала французскому художнику Эдуарду Мане (1832-1883) сюжет картины «Завтрак на траве». С.Батракова в статье «Художественный бриколаж. Современное искусство и миф» (журнал «Искусствознание», 2000, № 1) пишет о картине Э.Мане «Завтрак на траве»: «…В картине усматривают параллели с «Сельским концертом» Тициана и с гравюрой Маркантонио Раймонди, воспроизводящей утраченную композицию Рафаэля «Суд Париса» (Батракова, 2000, с.6). Можно также сослаться на книгу Жана Поля Креспеля «Повседневная жизнь импрессионистов» (Москва, «Молодая гвардия», 2012), в которой автор пишет: «Конечно, наделавший столько шума «Завтрак на траве» представлял собой не что иное, как современную интерпретацию «Суда Париса» Рафаэля и «Сельского концерта» Джорджоне…» (Креспель, 2012, с.59).

Аналогия Антонио Корреджо. Итальянский живописец А.Корреджо (1489-1534) создал некоторые свои картины под влиянием А.Мантеньи, которым искренне восхищался. Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет о Корреджо: «…Подлинным источником его гораздо более последовательного художественного гуманизма была Мантуя, где создал свои поздние произведения Мантенья. В творчестве последнего его привлекает главным образом аллегорический мифологизм, неисчерпаемый репертуар образов, трудно поддающихся поверхностному истолкованию, то есть все то, что для Мантеньи представлялось античностью» (Арган, 1990, с.65).

Аналогия Лукаса Кранаха. Известный немецкий художник Лукас Кранах (1472-1553) при создании картин часто использовал античные скульптуры. Помимо этого, в произведениях Кранаха угадывается влияние шедевров Сандро Боттичелли (1445-1510). К.Кларк в монографии «Нагота в искусстве» (2004) сообщает: «Про Кранаха обычно говорят, что он вдохновлялся антиком или рисунком с антика, но то, как он изображает фигуру на гладком черном фоне, подсказывает, что он видел одну из картин, идущих от «Венеры» Боттичелли, которые были в моде в Италии в последние годы кватроченто» (Кларк, 2004, с.378).

Аналогия Джорджоне из Кастельфранко. Джорджоне почерпнул ряд колористических решений у Иеронима Босха (1460-1516), которого многие называют великим и таинственным столпом голландского Ренессанса. К.Кларк в книге «Пейзаж в искусстве» (2004) аргументирует: «Но в большинстве случаев появление огня в итальянской живописи объясняется непосредственным влиянием Босха. Нам известно, что в итальянских собраниях находилось несколько его картин, прежде всего, в собрании кардинала Гримани в Венеции. Там их увидел пылкий молодой романтик Джорджоне. И пламя мгновенно вспыхивает на дальних планах его картин, при этом художник выбирает сюжеты, оправдывающие его появление» (К.Кларк, 2004). Перечисляя картины Джорджоне, на которых отразилось искусство Босха, К.Кларк говорит: «Другая композиция Джорджоне, несущая в себе следы явного влияния Босха, дошла до нас только в виде гравюры Маркантонио. Эта мрачная работа известна под названием «Сон Рафаэля». Две обнаженные женщины, исполненные венецианской чувственности, спят у самой кромки озера» (К.Кларк, 2004).

Аналогия Джорджоне. Джорджоне заимствовал у Леонардо да Винчи манеру «сфумато» (принцип «сфумато»), которая характерна для многих картин Леонардо. Слово «сфумато» - это характеристика вещи, отличающейся неопределенностью, двойственностью, неоднозначностью, парадоксальностью. Этим термином искусствоведы и художественные критики обозначают особую манеру письма, при которой живопись полна тайны и словно бы подернута волшебной дымкой. Подобный эффект получается благодаря кропотливому наложению многих слоев краски, прозрачных и тонких, как паутинка. Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008) пишет о художнике Джорджоне: «Джорджоне довелось увидеть несколько произведений руки Леонардо, в манере сфумато и, как уже говорилось, страшно перечерненных; но манера эта настолько ему понравилась, что он в течение всей своей жизни постоянно ей следовал и в особенности подражал ей в колорите масляной живописи» (Дж.Вазари, 2008). А.Гастев в книге «Леонардо да Винчи» (Москва, «Молодая гвардия», 1982) указывает на то, что Джорджоне заимствовал у Леонардо его колорит: «Что касается колорита, в произведениях Джорджоне распустились и расцвели качества, прежде появившиеся у Леонардо как бы в виде бутона садового цветка…» (А.Гастев, 1982).

Аналогия Тициана Вичеллио. Итальянский живописец Тициан (1490-1576) в одной из своих картин использовал образ Иоанна-ребенка, заимствованный из картины Дюрера «Мадонна с Иисусом и Иоанном». С.Зарницкий в книге «Дюрер» (1984) пишет о том, как Тициан отнесся к одной из картин Дюрера: «Но особенно хвалил молодой живописец его «Мадонну с Иисусом и Иоанном», начатую специально для того, чтобы проверить венецианские краски и размять руку перед большой работой. Фигура Иоанна-ребенка привела Тициана в восторг. Попросил разрешения скопировать ее, не скрывая, что намерен воспользоваться дюреровской находкой в своей картине» (С.Зарницкий, 1984). О том, что молодому Тициану нравились образы Дюрера, и начинающий живописец был не прочь использовать их в своем творчестве, пишет также Ф.Педрокко в книге «Тициан» (1995): «Нет сомнений в том, что молодой

Тициан был в числе тех местных живописцев, которые, как писал Дюрер своему другу Пиркхеймеру в 1506 году, толпами осаждали его мастерскую, стремясь заполучить его рисунки и «похитить» идеи» (Педрокко, 1995, с.5). Здесь речь идет о мастерской Дюрера, в которой он работал, находясь в Венеции (1505-1506 годы).

Аналогия Тициана. Тициану очень понравилась картина Дюрера «Праздник четок», и он изучал ее, чтобы в дальнейшем использовать в своем творчестве. А.Б.Махов в книге «Тициан» (Москва, «Молодая гвардия», 2006) пишет о картине «Праздник четок»: «Картина с ее праздничным радостным колоритом и гармоничной многофигурной композицией, на которой были изображены Мадонна с ангелом – музыкантом у ее ног (любимая деталь на алтарных образах Беллини и Карпаччо) и многие известные лица, среди которых легко узнавался сам Дюрер с его вьющимися волосами, прислонившийся к дереву справа, произвела сильное впечатление на Тициана. Говорят, что он с толпой молодых художников ходил по пятам за Дюрером, желая поближе узнать немецкого живописца. Он приобрел несколько его ксилографий и принялся досконально их изучать» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. В ранних работах Тициана чувствуется влияние Джованни Беллини, что совершенно неудивительно, ведь Тициан учился у него живописи. И.А.Смирнова в книге «Тициан» (Москва, «Изобразительное искусство», 1987) пишет: «Вскоре Тициан перешел в мастерскую Джентиле Беллини, а затем стал учеником его сводного брата Джованни. Юный мастер, до сих пор знавший лишь архаичные традиции, сохранившиеся в мастерских мозаичистов, мир торжественных и сумрачных образов Средневековья, попал в окружении братьев Беллини в совершенно иную среду, в творческую атмосферу, пронизанную духом раннего Возрождения – радостью открытия красоты и ценности окружающего мира, поисками нового, реалистически достоверного языка» (Смирнова, 1987, с.7). А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) говорит о молодом Тициане: «…Именно в мастерской Беллини он ознакомился с законами перспективы и правилами построения композиции» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Некоторые произведения Тициана были написаны по аналогии с полотнами Джорджоне, в мастерскую которого Тициан пришел после учебы у Беллини. В книге И.А.Смирновой «Тициан» (1987) указывается: «Но в 1507 году Тициан покинул старого Джованни Беллини и поступил в мастерскую тридцатилетнего Джорджоне из Кастельфранко. Три года, вплоть до безвременной смерти Джорджоне, Тициан работал с этим замечательным мастером, чье искусство явилось настоящим переворотом в венецианской живописи. Эти три года сыграли большую роль в творческой судьбе Тициана» (Смирнова, 1987, с.8). Джорджо Вазари в книге «Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих» (2008) сообщает: «Итак, Тициан, увидев технику и манеру Джорджоне, оставил манеру Джан Беллино, хотя и потратил на нее много времени, и примкнул к Джорджоне, научившись в короткое время так хорошо подражать его вещам, что картины его нередко принимались за произведения Джорджоне, как об этом будет сказано ниже» (Дж.Вазари, 2008). «И вот вскоре после того, как он (Тициан – Н.Н.Б.) стал перенимать манеру Джорджоне, - продолжает Дж.Вазари, - а ему тогда было не больше восемнадцати лет, - он написал с одного своего приятеля, дворянина из дома Барбариго, портрет, весьма прославившийся в свое время благодаря правдивости и естественности в передаче тела и такому отчетливому изображению волос, что их можно было сосчитать так же, как и каждую петлю серебряной вышивки на атласном камзоле. Словом, этот портрет считался настолько хорошо и блестяще исполненным, что если бы Тициан не написал своего имени на фоне, его приняли бы за произведение Джорджоне» (Дж.Вазари, 2008).

Аналогия Тициана. Тициан многое перенял из фресок Джотто ди Бондоне (1267-1337) и росписей А.Мантеньи. И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) отмечает: «Эпически величавые фрески основоположника ренессансной живописи флорентийца Джотто, полные суровой героики росписи падуанца Мантеньи приобщили Тициана к «большому стилю» раннего Возрождения, к лаконичной собранности языка великих монументалистов XIV-XV веков, всему грандиозному духу их искусства, полного гуманистического пафоса» (Смирнова, 1987, с.11). О том, что Тициан заимствовал определенные идеи у Джотто, можно понять из следующего высказывания Игоря Михайлова, который в статье «Тициан и спящая Венера» (женский журнал «Суперстиль», № 90 (1640) от 18 мая 2012 года) подчеркивает: «Так, во фреске «Чудо с отрезанной ногой» Тициан берет за образец картину Джотто «Оплакивание». Черпает свое вдохновение в «Триумфах Цезаря» Мантеньи, в изысканной графике Дюрера. Его Христос в «Короновании терновым венцом» - парафраз центральной фигуры Лаокоона, а «Положение во гроб» - барельефа античного саркофага. При взгляде на «Святого Себастьяна» у современников не возникало ни тени сомнения, что его автор знаком с фигурой одного из рабов Микеланджело» (И.Михайлов, 2012).

Аналогия Тициана. Создавая в Падуе (Италия) фреску «Чудо с новрожденным», датируемую 1511 годом, Тициан заимствовал отдельные образы из фресок А.Мантеньи, которые видел в той же Падуе. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет о фреске Тициана «Чудо с новорожденным»: «В этой сцене Тициану удалось придать монументальность изображению с отголосками античного мира. Под впечатлением увиденных в Падуе фресок Мантеньи он поместил в левом верхнем углу статую императора Траяна, которую мог видеть только на гравюрах» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана и Веронезе. Расписывая церковь Санто-Спирито ин Зола, Тициан многое почерпнул из фресок А.Мантеньи, созданных в Камере дельи Спози (Камере пикта) – помещении Палаццо Дукале в Мантуе по заказу Лудовико III Гонзага в 1465-1474 годах. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет: «Особое впечатление произвели на него (на Тициана – Н.Н.Б.) фрески Мантеньи в Camera degli Sposi (Комнате супругов), стены которой сплошь расписаны сценами из жизни дома Гонзага с начертанным поверх фресок девизом маркизы – Nec spe nec metu (Нет надежды – нет и страха). Больше всего в этом удивительном по композиции и исполнению живописном цикле впечатляла гениальная находка старого мастера – круглый плафон с открывшимся взору ярким виртуальным небом в обрамлении гирлянд с плодами. За изящной балюстрадой весело резвятся упитанные Херувимы и с любопытством смотрящие вниз смазливые служанки, одна из них чернокожая, а на солнышке греется павлин – символ благополучия дома Гонзага. Великолепная живописная шутка Мантеньи получила вскоре широкое распространение среди итальянских мастеров при оформлении ими дворцовых интерьеров. Достаточно вспомнить плафон Веронезе на вилле Мазер, возведенной Палладио близ тревизо, или потолок большого зала дворца в Павловске под Санкт-Петербургом. В дальнейшем Тициан использует смелые ракурсы фигур мантеньевского плафона, производящих неожиданный эффект Sottinsu (снизу вверх), в церкви Санто-Спирито ин Зола» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Работая над картиной «Кающаяся Мария Магдалина», Тициан использовал в качестве модели (прототипа, прообраза) девушку по имени Джулия Фестина, отличавшуюся завидной красотой. Повторим, что использование модели – тот же процесс реализации аналогии, который лежит в основе научных и технических открытий. Можно вспомнить слова Винсента Ван Гога, который однажды сказал: «Работать без модели – смерть для пишущего фигуры». А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет о работе художника над картиной «Кающаяся Мария Магдалина»: «…Тициан отдал предпочтение заказу Федерико Гонзага и приступил к написанию «Кающейся Марии Магдалины» (Флоренция, галерея Питти). Известно, что в качестве модели он использовал некую Джулию Фестину, поразившую его проникновенным взглядом лучистых глаз и огненно-золотистой копной волос, ниспадающих ниже плеч» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Следует заметить, что Тициан при создании картин «Коронование терновым венцом» и «Иоанн Креститель» отталкивался от работ Джулио Романо, которые видел в Мантуе. Отметим, что Д.Романо (1499-1546) – ученик и помощник великого живописца Рафаэля Санти. Ф.Педрокко в книге «Тициан» (Москва, «Слово», 1995) пишет об иконографических источниках картин Тициана «Коронование терновым венцом» и «Иоанн Креститель»: «Если кто-либо из живописцев и мог вдохновить его (Тициана – Н.Н.Б.) более других, то это Джулио Романо, чьи произведения Тициан видел в Мантуе. Действительно, именно из мантуанских композиций Джулио Романо больше, чем от тосканских художников, работавших в Венеции, заимствовал он изображения мускулистых обнаженных тел, вращающееся движение фигур, контрапосты и хиазмы, которые мы обнаруживаем в живописи Тициана этого периода, начиная с «Коронования терновым венцом» (1540; Лувр) и «Иоанна Крестителя» (1540; Галерея Академии в Венеции) до трех плафонных композиций для Санта Мария делла Салюте (1542-1544)» (Педрокко, 1995, с.36).

Аналогия Тициана. Создавая свое монументальное полотно «Введение во храм», Тициан по аналогии заимствовал отдельные детали из одноименной картины итальянского живописца венецианской школы Чима да Конельяно (1459-1517). И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) пишет о картине Тициана «Введение во храм», на котором художник переносит зрителя на площадь итальянского города, где собрались светловолосые патрицианки, сенаторы в пурпурных тогах, простолюдины, в том числе старая торговка с корзиной яиц: «Такое решение монументальной картины совершенно немыслимо для мастеров флорентийско-римской школы XVI века. Тициан же, стремясь заполнить полотно приметами пестрой жизни, обращается даже к забытому наследию кватрочентистов, заимствуя отдельные детали из одноименной картины Чима да Конельяно» (Смирнова, 1987, с.20). Об этом же пишет В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004). Правда, в монографии В.И.Локтева имя и фамилия художника, у которого заимствовал Тициан, произносятся по другому (вместо «Чимы» «Челла», вместо «Конельяно» - «Канильяно»). В.И.Локтев сообщает: «Композиционная схема «Введения во храм» уже использовалась раньше («Введение во храм» Челлы да Канильяно, 1500, и «Вручение дожу кольца Св. Марка» Париса Бордоне, 1550). По-видимому, Тициан увидел в этой схеме возможность ослабить воздействие центрической перспективы» (Локтев, 2004, с.233).

Аналогия Тициана. В картине Тициана «Введение во храм», помимо следов заимствования у Канильяно, можно также обнаружить отголоски знаменитого полотна Витторе Карпаччо «Приезд английских послов». А.Б.Махов в книге «Тициан» говорит о картине «Введение во храм»: «Дабы не оставлять на переднем плане голую облицовку лестницы с зияющим дверным проемом, ведущим в часовню (дверь слева была прорублена позднее), Тициан решил поместить там колоритную фигуру торговки яйцами. Это явная цитата из знаменитого цикла Карпаччо, посвященного святой Урсуле, куда входит картина «Приезд английских послов» (Венеция, Академия) – там также дана фигура старухи, сидящей у лестницы» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Картина Тициана «Венера Урбино» была написана по аналогии с произведением Джорджоне «Спящая Венера». Игорь Михайлов в статье «Тициан и спящая Венера» (женский журнал «Суперстиль», № 90 (1640) от 18 мая 2012 года) констатирует: «Если сравнить «Спящую Венеру» Джорджоне и «Венеру Урбино» Тициана, то мало у кого могут возникнуть сомнения насчет того, что это одна и та же фигура. С той лишь разницей, что Венера Джорджоне предается сну на лоне природы, а Венера Тициана бодрствует в спальне. Впрочем, некоторые искусствоведы склонны отмечать, что тут вряд ли стоит злоупотреблять словом «заимствовал» (И.Михайлов, 2012). Об этом же говорится в монографии И.А.Смирновой «Тициан» (1987): «Столь же необычна и «Венера Урбинская», написанная в 1536 году для урбинского герцога Франческо Мария делла Ровере, - одна из лучших картин Тициана этих лет. Поза лежащей богини навеяна «Спящей Венерой» Джорджоне» (Смирнова, 1987, с.20). Точка зрения И.А.Смирновой совпадает с мнением Ю.Колпинского, который в книге «Искусство Венеции. XVI век» (Москва, «Искусство», 1970) указывает: «Тициан же в своей «Венере Урбинской» безусловно заимствовал мотив фигуры у Джорджоне. Однако он понимает задачу связи человека с окружающей обстановкой уже иначе, чем Джорджоне» (Колпинский, 1970, с.80). Об аналогии (заимствовании) Тициана сообщает также К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004): «Для начала, удивляет тот факт, что в 1538 году, через тридцать лет после того, как он завершил незаконченную «Венеру» Джорджоне, Тициан использовал практически ту же самую позу в своей «Венере Урбинской», изменив лишь положение правой руки и поворот торса; и все той же фигурой, значительно огрубленной, он воспользовался в мучительной попытке вернуться к своему раннему стилю в «Венере дель Прадо» (Кларк, 2004, с.151).

Аналогия Тициана. Картина Тициана «Сельский концерт» создана по аналогии с полотнами его учителя Джорджоне. Ф.Педрокко в книге «Тициан» (1995) подчеркивает: «Еще большую ностальгическую близость к Джорджоне обнаруживает «Сельский концерт» из Лувра. Пасторальный сюжет словно сдерживает проявление характерных для раннего творчества Тициана стилистических и психологических приемов. То, что парижская картина принадлежит Тициану, в настоящее время представляется несомненным; однако заимствования у Джорджоне столь многочисленны – в диалектике цвета и света и в общей композиционной структуре, - что это в полной мере оправдывало сомнения, заставлявшие в прошлом приписывать картину мастеру из Кастельфранко» (Педрокко, 1995, с.8). О том, что «Сельский концерт» - творение Тициана, пишет также А.Б.Махов в книге «Тициан» (Москва, «Молодая гвардия», 2006): «Долгое время картина «Сельский концерт» единодушно приписывалась Джорджоне, и трудно было считать иначе, пока свое веское слово не высказал Лонги, доказавший, что по стилистике, выразительной моделировке обнаженного тела и наложению краски отдельными сильными мазками эта картина никак не могла быть написана Джорджоне» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. В картине Тициана «Noli me tangere» также заметно влияние Джорджоне. Ф.Педрокко в книге «Тициан» (1995) пишет о картине Тициана «Noli me tangere»: «…И здесь еще очевидна близость Тициана к искусству Джорджоне: так, например, в правой части картины, где изображены дома, окруженные древними стенами, без изменений воспроизведен аналогичный мотив из дрезденской Венеры Джорджоне» (Педрокко, 1995, с.11).

Аналогия Тициана. Картина Тициана «Явление Христа Марии Магдалине» (1511-1512) включает в себя фрагмент пейзажа, заимствованный из произведения Джорджоне «Спящая Венера». И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) говорит о картине Тициана «Явление Христа Марии Магдалине»: «Правая часть пейзажного фона с холмом и деревенскими строениями повторяет один из мотивов пейзажа в «Спящей Венере» Джорджоне, законченной Тицианом» (Смирнова, 1987, с.156).

Аналогия Тициана. Моделью (прототипом) для двух девушек, изображенных Тицианом на картине «Любовь земная и любовь небесная» (1515), послужила юная Виоланта, в которую безнадежно влюбился художник. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет о картине «Любовь земная и любовь небесная»: «Напомним, что картина создавалась во время настойчивого ухаживания за юной Виолантой, которую Тициан изобразил в образе сидящей слева в голубом платье Любви земной» (А.Б.Махов, 2006). «…На плечи Любви небесной, - продолжает А.Б.Махов, - накинута пунцовая накидка, резко контрастирующая со скромными тонами платья Любви земной. Тициан явно изобразил в ее лице ту же Виоланту…» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Создав двенадцать великолепных гравюр (1515), выпущенных в свет с участием издателя Бернардино Беналио отдельным альбомом под названием «Потопление войска фараона», Тициан впоследствии по аналогии черпал из этих гравюр образы для других своих картин. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет об этих гравюрах: «Впоследствии Тициан использовал многое из этого графического цикла в других работах. Так, величественный образ пророка Моисея понадобился ему для написания фигуры одного из апостолов в алтарном образе «Вознесение Богоматери» во Фрари, а стремительно преследующее бегущих евреев грозное войско фараона органично перешло на его батальное полотно «Битва при Кадоре». Вероятно, к тому времени Тициан уже располагал копиями со знаменитых картонов Леонардо и Микеланджело. Их влияние особенно заметно в изображении пеших воинов и всадников, поглощаемых морскими волнами» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Созданная Тицианом картина «Подношение Венере» (1518) пригодится ему и при написании произведения «Вакх и Ариадна» (1523). Художник заимствует из первой картины двух прекрасных вакханок и перенесет их во вторую. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) повествует о полотне Тициана «Подношение Венере»: «На привольной лужайке, ограниченной слева высокими деревьями, резвятся пухлые амурчики, над которыми возвышается Венера в виде мраморного изваяния на пьедестале. В правой руке она держит раковину, а левой придерживает ниспадающее покрывало. Справа в картину вторгаются две прекрасные вакханки, одна из которых протягивает богине зеркало. Позже обе эти вакханки органично перейдут на другое полотно «Вакх и Ариадна» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Фигуры, изображенные в ряде полотен Тициана, повторяют красоту и совершенство фигур знаменитой античной мраморной группы «Лаокоон», найденной в 1506 году в одном из виноградников Рима. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет: «…Папский легат подарил Тициану гравюру с античной скульптурной группы «Лаокоон», обнаруженной в 1506 году во время раскопок в Золотом доме Нерона в Риме, о чем художник был уже наслышан. Ее пластика потрясла Тициана, что найдет свое отражение как в фигуре Спасителя, так и в изогнутости торса святого Себастьяна на брешианском полиптихе» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Тициан писал картину «Даная» (1545), находясь под впечатлением от мраморной статуи Микеланджело «Ночь», являющейся фрагментом гробницы Медичи. К.Кларк в работе «Нагота в искусстве» (2004) отмечает: «Даная» Тициана создавалась под влиянием «Ночи» Микеланджело, а не его же «Леды», как можно предположить; то есть тело развернуто в сторону зрителя, а не от него, будто навстречу лебедю. Положение правой руки, впрочем, аналогично положению правой руки Леды и, возможно, взято с некоего античного рельефа с изображением Леды, который был известен Микеланджело» (К.Кларк, 2004). В другом месте своей книги К.Кларк вновь рассматривает вопрос об источниках картины Тициана «Даная»: «Поза Данаи явно восходит к рисункам Микеланджело и на самом деле зеркально повторяет позу Ночи, так сказать, раскрываясь при этом» (там же, с.154).

Аналогия Тициана. Работая над картиной «Мадонна с младенцем и святыми Екатериной, Домиником и донатором», Тициан воспользовался копиями с фресок Микеланджело и Рафаэля, сделанными для него Бастьяно Лучани или кем-то другим в Ватикане. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет о том, как Тициан создавал указанное полотно: «Видимо, к тому времени Лучани успел частично выполнить поручение друга и прислать из Рима несколько рисунков. Об этом говорит непривычный, почти в духе Микеланджело, поворот головы Мадонны в сторону молящегося на коленях донатора и стоящего рядом святого Доминика. В фигуре же святой Екатерины угадывается то, что было с блеском осуществлено Тицианом в картине «Флора» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Работая над картиной «Се человек» (1543) и изображая на ней Пилата, Тициан использовал в качестве модели этого персонажа своего друга, писателя и поэта Пьетро Аретино. И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) описывает историю создания картины «Се человек»: «Замечательна смелость, с которой выбирал художник прототипы для своих персонажей: моделью для самодовольного Пилата, торжествующим жестом указывающего на истерзанного Христа, был его друг Пьетро Аретино, а в облике тучного фарисея в ярко-красном плаще, наделенного острой, почти зловещей выразительностью, изображен, видимо, дож Ландо» (Смирнова, 1987, с.24). Примечательно, что картина «Се человек» (Esse Homo) создавалась по аналогии с полотном Тициана «Введение во храм», то есть художник перенес в работу «Се человек» некоторые детали, взятые из собственного произведения, написанного ранее. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) повествует: «Первоначальный замысел картины «Esse Homo» был значительно изменен и вырос в большое полотно, которое было дописано сразу по возвращении из Рима. При его написании Тициан исходил из своего же «Введения во храм», несколько изменив общую атмосферу…» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. Картина «Битва при Сполето» (1538) была написана Тицианом по аналогии с произведением Леонардо да Винчи «Битва при Ангиари» и полотном Микеланджело «Битва при Кашине». Ф.Педрокко в книге «Тициан» (1995) пишет о картине Тициана «Битва при Сполето»: «…Тициан, насыщая ее волнением и героическим порывом, подчеркнутыми неистовой динамикой фигур, ориентировался на композиции, которые Микеланджело и Леонардо предполагали исполнить для Палаццо Веккьо во Флоренции» (Педрокко, 1995, с.33). С точки зрения И.А.Смирновой, мост, разделяющий сражающихся людей, изображенный на картине Тициана, заимствован им из фрески Джулио Романо «Битва Константина и Максенция». И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) пишет о произведении Тициана «Битва при Сполето»: «Луврский рисунок дает представление об общей идее композиции. Один из ее центральных мотивов – мост, разделяющий сражающихся, видимо, восходит к ватиканской фреске Джулио Романо «Битва Константина и Максенция». Во время пребывания в Мантуе в конце 20 и в 30-х годах Тициан должен был видеть рисунки и картоны Джулио Романо, бывшего придворным художником Федериго Гонзага» (Смирнова, 1987, с.154).

Аналогия Тициана. Работая над картиной «Обращение маркиза дель Васто к солдатам» (1540-1541), Тициан по аналогии перенял определенные детали фрески Джулио Романо «Обращение к войскам императора Константина». И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) пишет о картине Тициана «Обращение маркиза дель Васто к солдатам»: «Композиция картины выдает знакомство с так называемой «Abdlocutio» («Обращением к войскам императора Константина») Джулио Романо. Тициан в это время еще не видел фрески Джулио Романо в ватиканских Станцах, но он в 30-е годы имел возможность общаться с Джулио Романо в Мантуе и, вероятно, видел его эскизы и картоны. В не дошедшей до нас и известной по копиям композиции Тициана «Битва при Сполето» (1538) некоторые мотивы навеяны «Битвой Константина и Максенция» Джулио Романо» (Смирнова, 1987, с.162).

Аналогия Тициана. Поза лежащей нимфы, изображенной на картине Тициана «Пастух и нимфа», заимствована им из гравюры Джулио Кампаньолы. Историки замечают также влияние произведения Микеланджело – статуи Дня работы. И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) говорит о картине живописца «Пастух и нимфа»: «Поза лежащей нимфы навеяна гравюрой Джулио Кампаньолы, близкого к Джорджоне, и статуей Дня работы Микеланджело (надгробие Джулиано Медичи). Основные мотивы пейзажа – большое дерево и ствол сломанного дерева справа – повторяют мотивы ранней пасторальной сцены Тициана «Три возраста»…» (Смирнова, 1987, с.165). Пытаясь реконструировать иконографические источники картины Тициана «Конный портрет императора Карла V», И.А.Смирнова указывает: «Предполагается, что в композиции портрета Тициан мог исходить из гравюры Дюрера «Рыцарь, смерть и дьявол». Портрет пострадал тотчас же после его завершения, когда сушился на открытом воздухе…» (там же, с.163). Что касается предпосылок произведения Тициана «Святой Себастьян», то И.А.Смирнова усматривает здесь влияние скульптора А.Росселино: «Поза Святого Себастьяна, возможно, навеяна одноименной статуей флорентийского скульптора XV века Антонио Росселино, которую Тициан мог видеть во время посещения Флоренции в 1546 году» (там же, с.165). Рассматривая исходные мотивы картины Тициана «Воскресение», Ф.Педрокко обнаружил следы влияния (реминисценции) работ итальянского художника Джованни Порденоне (1483-1539): «В этом произведении можно обнаружить некоторые маньеристические черты, по-видимому, заимствованные у Порденоне, которые усиливают драматический пафос композиции» (Педрокко, 1995, с.19).

Аналогия Тициана. Замысел картины «Венера и Адонис» родился у Тициана под воздействием скульптур Микеланджело – Авроры и Ночи из капеллы Медичи. Ф.Педрокко в книге «Тициан» (1995) пишет о его картине «Венера и Адонис»: «Фигуры молодых обнаженных женщин, несомненно, вдохновлены скульптурами Микеланджело – Авророй и Ночью из капеллы Медичи, однако истинно тициановским остается колорит картин, где краски словно мерцают от пронизывающего их света, подчеркивая экстатический накал чувств» (Педрокко, 1995, с.51). Касаясь генезиса картины Тициана «Наказание Марсия», Ф.Педрокко отмечает, что основой этого произведения снова послужили фрески Джулио Романо: «Иконография «Наказания Марсия» из Кромержижа (города в Чехии – Н.Н.Б.) имеет своим источником фрески Джулио Романо в зале «Метаморфоз» в Палаццо дель Те в Мантуе…» (там же, с.72).

Аналогия Тициана. Анализ картины Тициана «Персей и Андромеда» (1554) показывает, что в ней содержатся некоторые композиционные идеи, взятые из полотна Тинторетто «Чудо с рабом» (полное название «Чудо святого Марка с рабом», 1548). А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет о Тициане: «Едва он оказался в Венеции, как его возмутили дошедшие до него славословия Аретино по поводу новой картины Тинторетто «Чудо с рабом». Дело даже не в картине. Через несколько лет Тициан повторит в своей работе «Персей и Андромеда» столь сильно поразившую его необычным ракурсом фигуру парящего святого, написанного Тинторетто по заказу известной Скуолы Сан-Марко» (А.Б.Махов, 2006). В другом месте своей книги А.Б.Махов вновь рассматривает иконографические источники полотна Тициана «Персей и Андромеда»: «Уже отмечалось, что Тициан при написании этой картины исходил из работы Тинторетто «Чудо с рабом», не оставившей его равнодушным» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Тициана. С точки зрения искусствоведов, картина Тициана «Наказание Марсия» (1576) была по аналогии подсказана фреской Джулио Романо в мантуанском дворце. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет: «Иконографическая идея «Наказания Марсия» могла быть навеяна фреской Джулио Романо в мантуанском дворце и его рисунком (Париж, Лувр), подаренным Тициану в благодарность за свой портрет, о котором упоминалось выше. Идея рисунка осталась, но ее воплощение обрело такие живописные формы и звучание, на которые был способен только гений Тициана» (А.Б.Махов, 2006). Метод проб и ошибок достаточно часто применялся Тицианом в творчестве. И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987) говорит о том, как художник писал картину «Тарквиний и Лукреция»: «Венецианский писатель XVII века Марко Боскини со слов ученика Тициана Пальмы Младшего подробно описал процесс работы старого мастера над картиной. По словам Боскини, сделав подмалевок красным, черным, желтым и белым, Тициан «…поворачивал холсты лицом к стене и оставлял их так в течение нескольких месяцев; а когда снова брался за кисти, он изучал их так сурово, будто они были его смертельными недругами, чтобы обнаружить в них ошибки; и, обнаружив что-либо не соответствовавшее его замыслу, он как благодетельный хирург… начинал прибавлять и убавлять… Работая так, переделывая фигуры, он доводил их до высшего совершенства, какое может дать Природа и Искусство. И затем, дав краскам просохнуть, он снова повторял ту же работу. И так постепенно он облекал фигуры в живую плоть, снова и снова повторяя тот же процесс…» (Смирнова, 1987, с.34).

Аналогия Паоло Веронезе. Живописец венецианской школы Паоло Веронезе (1528-1588), работая над картиной для алтаря капеллы Джустиниани в церкви Сан Франческа делла Винья, изображая «Святое семейство с маленьким Иоанном Крестителем», заимствовал отдельные элементы из произведений Тициана, созданных в алтаре Пезаро в церкви деи Фрари. Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет: «Отправной точкой для Веронезе служит Тициан, а точнее, его алтарь «Мадонна Пезаро», к которому художник обратился в своем алтаре Джустиниани 1551 года. Здесь архитектура не только напоминает архитектуру в глубине тициановской картины, но и формирует пространство, наполненное светом» (Арган, 1990, с.104).

Аналогия Эль Греко. Испанский художник Эль Греко (1541-1614) создал многие произведения по образцу с картинами Тициана, учеником которого он был. Кроме того, Эль Греко многое перенял у итальянского художника венецианской школы Якопо Тинторетто (1518-1594). Л.Е.Фейнберг и Ю.И.Гренберг в монографии «Секреты живописи старых мастеров» (1989) пишут об истоках творчества Эль Греко: «Ученик Тициана, он, может быть, был единственным последовательным преемником живописного метода его последнего периода. Вся исключительная свобода фактуры и кинетики унаследована им у Тициана; характер мазка, при всем своеобразии, также исходит от приемов поздних тициановских работ. Вместе с тем Эль Греко многое взял у Тинторетто. От Тинторетто – его любовь к решению больших монументальных задач и вместе с тем стремление к соблюдению последовательности стадий. Таким образом, в смысле метода Эль Греко полностью идет от венецианцев» (Фейнберг, Гренберг, 1989, с.196). Об этом же говорит Д.К.Самин в книге «100 великих художников» (2004): «В 1566 году художник переезжает в Венецию, где учится у Тициана. Судя по его ранним работам, он испытывает большое влияние поздней манеры Тициана с ее свободным мазком и колоритом. А композиционные построения и особенно архитектурные перспективы позволяют предположить влияние Тинторетто» (Д.К.Самин, 2004).

Аналогия Антониса Ван Дейка. Фламандский живописец Антонис Ван Дейк (1599-1641) создал ряд полотен, находясь под воздействием творчества Тициана. Пребывая в Генуе, Ван Дейк видел картину Тициана «Мадонна с младенцем и святыми Екатериной, Домиником и донатором», которая оказалась для него вдохновляющим фактором. А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет об указанной картине Тициана: «Ее, безусловно, видел во дворце Бальби в Генуе Ван Дейк, и она произвела на него неизгладимое впечатление, о чем говорят работы, выполненные им в Италии» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Якопо Тинторетто. Живописец венецианской школы позднего Ренессанса Якопо Тинторетто (1518-1594), работая над своими полотнами, черпал идеи и находки из творений Микеланджело. В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004), ссылаясь на отечественного искусствоведа Бориса Робертовича Виппера, говорит о картине Тинторетто «Чудо святого Марка» (1548): «Виппер считает, что «Чудо св. Марка» свидетельствует «о неудержимой тяге» к Микеланджело, к его трагическим конфликтам, пластической мощи и страстной динамике…» (Локтев, 2004, с.223). «Полифонизм Тинторетто, - подчеркивает В.И.Локтев, - целиком от Микеланджело. Он распоряжается этим наследием настолько свободно, что в его лучших работах забываешь о первоисточнике. Веронезе наследует эту манеру уже из рук Тинторетто, в его редакции, минуя прямое влияние работ великого флорентийца» (там же, с.228).

Аналогия Питера Брейгеля Старшего. Нидерландский живописец Брейгель Старший (1525-1569) написал большое количество картин, взяв за основу работы своего предшественника Иеронима Босха (1450-1516), которого он изучал и копировал. А.А.Ладвинская в книге «Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников» (2007) указывает: «Долгое время Брейгель копировал, создавал вариации, разрабатывал сюжеты картин. Он настолько преуспел в копировании Иеронима Босха, ставя под копиями по требованию Кока факсимиле великого художника, что некоторые из работ Брейгеля считали его произведениями, например, «Большие рыбы пожирают маленьких» (1557)» (Ладвинская, 2007, с.89). В частности, П.Брейгель создал гравюру «Колдунья из Маллегема» по аналогии с работой И.Босха «Извлечение камня глупости». Клод Анри Роке в книге «Брейгель, или Мастерская сновидений» (Москва, «Молодая гвардия», 2008) пишет: «…Брейгель использовал босховский сюжет «Извлечение камня глупости» - впрочем, наверняка, не являющийся изобретением самого Босха – в своей гравюре «Колдунья из Маллегема» («Маллегемом» во фламандском фольклоре называется деревня дураков)» (К.А.Роке, 2008). Т.Баскакова в предисловии к той же книге К.А.Роке отмечает: «Босх – художник, оказавший сильное влияние на живопись Брейгеля; человек, не побоявшийся нарисовать нарисовать «в натуральную величину» не только ад, но и сотворение мира (картина на створках алтаря «Сады земных наслаждений»)» (К.А.Роке, 2008).

Аналогия Питера Брейгеля Старшего. Картины П.Брейгеля «Падение ангелов», «Безумная Грета» и «Триумф Смерти» написаны с использованием образов все того же И.Босха. К.А.Роке в книге «Брейгель, или Мастерская сновидений» (2008) говорит о полотнах П.Брейгеля, привезенных им в Брюссель после женитьбы в 1563 году: «Сюда художник привез новую триаду, чем-то напоминающую предыдущую, но гораздо более сложную по содержанию и трудную для восприятия. Это «Падение ангелов», «Безумная Грета» и «Триумф Смерти», датированные 1562 годом. Эти три картины – наиболее «босховские» из всего творчества художника. Особенно это относится к «Падению ангелов», где разнообразные чудовища, в которых превращаются падшие ангелы, удивительно напоминают адских монстров Босха» (К.А.Роке, 2008). Полотно П.Брейгеля «Несение креста» (1564) также имело своей отправной точкой (исходным мотивом) произведения И.Босха. К.А.Роке в той же книге пишет: «Речь пойдет о «Несении креста» (1564), в котором синтезируются все прежние раздумья и достижения мастера. Сюжет этой картины довольно часто встречается в предшествующей живописи, в том числе дважды повторен Босхом» (К.А.Роке, 2008).

Аналогия Питера Брейгеля Старшего. Ряд полотен П.Брейгеля выдают его знакомство с творениями Альбрехта Дюрера и Луки Лейденского. К.А.Роке в книге «Брейгель, или Мастерская сновидений» (2008) аргументирует: «Разве нарисовал бы он Альпы и другие пейзажные панорамы так, как сумел это сделать, без уроков Дюрера? А фигуры крестьян и апостолов – без Луки Лейденского?» (К.А.Роке, 2008).

Аналогия Меризи да Караваджо. Итальянский живописец Караваджо (1571-1610) создал свои ранние произведения под впечатлением от искусства Джорджоне. Л.Е.Фейнберг и Ю.И.Гренберг в монографии «Секреты живописи старых мастеров» (1989) аргументируют: «…Караваджо в начале своей карьеры посетил Венецию, «где на него глубокое впечатление произвел Джорджоне». Возможно, что Караваджо прошел мимо позднего Тициана. Но влияние первого периода его творчества, вероятно, слилось с впечатлением от Джорджоне» (Фейнберг, Гренберг, 1989, с.196-197).

Аналогия Караваджо. Специалисты полагают, что реалистическая традиция была почерпнута итальянцем Караваджо у таких живописцев, как Лоренцо Лотто (1480-1556), Джованни Джироламо Савольдо (1480-1548), Джованни Баттиста Морони (1525-1578), Алессандро Моретто (1498-1554) и другие. В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004) говорит о Караваджо: «Безусловно, им была воспринята, и с немалой пользой реалистическая традиция живописцев ломбардской школы (Лотто, Савольдо, Морони, Моретто и т.д.). На эти истоки обращено внимание большинства исследователей (Виппер, Ротенберг, Знамеровская, Свидерская и др.)» (Локтев, 2004, с.256).

Аналогия Караваджо. Многие картины Караваджо – результат освоения манеры и образной системы Тинторетто и Веронезе, а также Микеланджело. В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004) пишет о Караваджо: «Для подтверждения влияния на него Тинторетто и Веронезе не нужны никакие документальные сведения. Об этом говорят сами композиции Караваджо. Первоисточник новой манеры – Микеланджело – был воспринят уже из рук венецианцев, т.е. в отредактированном ими виде» (Локтев, 2004, с.256). Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) говорит о том, что Караваджо заимствовал у Микеланджело ракурсы некоторых фигур: «В «Иоанне Крестителе» и в «Амуре-победителе» Караваджо показывает, как надо пользоваться уроками великих мастеров, он использует ракурсы некоторых фигур Микеланджело (а в первом варианте «Святого Матфея», написанного для церкви Сан-Луиджи деи Франчези, - опыт Рафаэля), перенося их в живую реальность…» (Арган, 1990, с.138).

Аналогия Караваджо. Караваджо с первых шагов своей творческой деятельности ценил натуру, основывался на натуре и не жалел сил и времени на поиск нужного типажа. Александр Махов в книге «Караваджо» (Москва, «Молодая гвардия», 2009) пишет: «Несмотря на нищенское полуголодное существование, Караваджо действительно чувствовал себя счастливым, особенно когда ему удавалось выхватить из разноликой уличной толпы нужный типаж. Он был одержим желанием работать только с натурой и ни о чем другом не помышлял. Успех не заставил себя долго ждать. Не имея денег на оплату натурщиков – согласно договоренности ему надлежало писать только неживую природу, - Караваджо вынужден был украдкой для собственных работ использовать в качестве моделей уличных ребят или мальчиков на побегушках, которых было немало в многолюдном заведении Чезари д'Арпино» (А.Махов, 2009).

Аналогия Караваджо. Работая над картиной «Мученичество апостола Матфея», Караваджо изобразил на ней атлетическую фигуру убийцы, заимствованную из фрески Микеланджело «Сотворение человека». А.Махов в книге «Микеланджело» (2009) пишет о мастерской Караваджо: «Как-то в мастерскую зашел Манчини после визита к больному кардиналу. Он долго стоял перед почти завершенной картиной, а затем спросил:
- Кто позировал для этого атлета-убийцы?
- Вглядитесь повнимательней, дружище, - ответил загадочно Караваджо. – Неужели не узнаете? Это же Адам с сикстинской фрески «Сотворение человека» Микеланджело. Лучшего натурщика не сыскать. Как вы считаете, не будет ли на меня в обиде мой великий тезка?
- Но насколько я помню, - возразил Манчини, - Адам пребывает там в лежачем положении.
- Совершенно верно. Но, поднявшись на ноги и покинув райские кущи из-за первородного греха, Адам оказался в нашем жестоком земном аду и вполне мог стать убийцей» (А.Махов, 2009). Резюмируя вышеизложенное, А.Махов подчеркивает: «Действительно, повинуясь творческому воображению, Караваджо смело превратил сикстинского Адама в фигуру убийцы атлетического сложения, от которого кругами расходятся волны порождаемого им страха» (А.Махов, 2009). По свидетельству А.Б.Махова, «Караваджо постоянно учился у великих мастеров прошлого, вдохновлялся их творениями и прекрасно отдавал себе отчет в том, сколь далеки от жизни и как ничтожны и мелки в своих потугах на оригинальность

многие современные собратья по искусству» (А.Махов, 2009). Подчеркивая воздействие произведений Микеланджело на творческую манеру Караваджо, В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004) констатирует: «Становление и эволюцию композиционной манеры Караваджо можно проследить на нескольких этапных работах. В структуре контрастов «Мученичества св. Матфея» почти все как у Микеланджело в его фресках капеллы Паолина. Избежать воздействия, не поддаться влиянию этого классического эталона полифонизма не удавалось почти никому. В «Распятии св. Петра» композиционная интрига тоже из капеллы Паолина» (там же, с.258).

Аналогия Караваджо. А.Махов в книге «Караваджо» (2009) повествует о том, как итальянский живописец писал образ Матфея на своей картине «Апостол Матфей и ангел»: «Для первой картины ему удалось легко найти нужный типаж для Матфея в районе римского гетто неподалеку от Кампо ди Фьори. Там его внимание привлек робкий рыжебородый мужчина благообразной наружности с выразительным взглядом, который охотно согласился позировать за предложенную сумму, покинув на время свою портняжную мастерскую. Художник не ошибся в выборе» (А.Махов, 2009). «Примерно два с половиной столетия спустя, - добавляет А.Махов, - живя в Риме, великий русский художник Александр Иванов нашел в том же самом гетто неподалеку от Кампо ди Фьори нужные ему типажи для «Явления Христа народу» (А.Махов, 2009). Нельзя обойти вниманием тот факт, что в первом варианте картины «Святой Матфей с ангелом» Караваджо использовал образную систему Рафаэля. Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) поясняет: «Первая картина для Капеллы Контарелли – «Святой Матфей с ангелом» - была написана для алтаря (находилась в Берлинском музее, погибла во время последней войны) и была отвергнута духовенством как слишком реалистическая, хотя в ней художник использовал образную систему Рафаэля (его «Зевс с Ганимедом» из росписи виллы Фарнезина). Рафаэль был признанным художником идеальной «красоты», и из его идеального мотива Караваджо извлекает образ, кажущийся слишком реалистичным» (Арган, 1990, с.139).

Аналогия Караваджо. Создавая картину «Апостол Матфей и ангел», Караваджо использовал того же натурщика, что и для картины «Отдых на пути в Египет». Кроме того, Караваджо исходил из композиции одноименной картины живописца Джованни Фиджино (1548-1608), которую видел в одной из миланских церквей. А.Махов в книге «Караваджо» (2009) повествует: «Что касается «Мученичества апостола Матфея», то там сама фигура евангелиста несколько отошла на второй план, уступив место убийце, и поэтому художнику не столь важен был типаж. А вот для центральной картины над алтарем Караваджо решил использовать знакомого натурщика по «Отдыху на пути в Египет». Он без труда отыскал его в одной из дешевых таверн на улице Скрофа. В его новой картине «Апостол Матфей и ангел» апостол выглядит благообразным крестьянским мудрецом с высоким сократовским лбом. Скрестив ноги, он удобно сидит в кресле, называемом «саванароловским», и неспешно пишет свое Евангелие по наитию свыше. Караваджо вспомнил увиденную им в юности в одной из миланских церквей одноименную картину живописца Фиджино, которая поразила его непритязательной простотой исполнения и жизненной правдой» (А.Махов, 2009).

Аналогия Караваджо. Повелительный жест Христа, изображенного на одной из картин Караваджо, был заимствован живописцем из фрески Микеланджело «Сотворение Адама». Х.В.Янсон и Э.Ф.Янсон в книге «Основы истории искусств» (СПб., «Икар», 1992) подчеркивают: «…Для Караваджо натурализм был не самоцелью, а средством выражения глубоко религиозного содержания. Почему в одной из фигур мы узнаем Христа? Во всяком случае, не по нимбу Спасителя – единственной сверхъестественной детали на картине, изображенной в виде какой-то не слишком приметной золотой повязки, так что ее вполне можно и не заметить. Наш взор прикован не к нимбу, а к его повелительному жесту, заимствованному из фрески Микеланджело «Сотворение Адама» (Х.В.Янсон, Э.Ф.Янсон, 1992).

Аналогия Караваджо. Караваджо, создавая полотно «Богоматерь Лорето», на котором изображена прекрасная женщина с ребенком на руках, использовал в качестве модели этой женщины свою возлюбленную, римскую куртизанку Лену Антоньетти. Повторим, что работа с моделью, то есть опора на образец – есть нечто иное, как процесс реализации аналогии. А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) пишет: «…Караваджо приступил к написанию «Богоматери Лорето» (260×150) или, как ее чаще называют, «Богоматерь паломников», так как на картине нет ничего, что говорило бы о чудесном перенесении ангелами святыни из Назарета в городок Лорето в области Марке, а паломников с избытком хватало и в Риме. Позировала Лена (Лена Антоньетти – римская куртизанка – Н.Н.Б.), держа на руках своего сына, которого по настоянию Караваджо взяла на время из приюта, а после сеанса прятала у одной из подружек, чтобы не дай бог о ребенке не поведала мать, которой она пуще всего боялась. Со стороны художника это была величайшая дерзость, которая позже ему дорого обошлась. Одно дело изобразить Аннуччу и Филлиду (эти девушки тоже были куртизанками – Н.Н.Б.) в образах Магдалины и Марфы для частного лица и совсем другое – представить в образе Богоматери для церкви свою возлюбленную, хорошо известную в римских кругах куртизанку. Но он не представлял себе лучшей модели, нежели Лена, и несмотря на капризы строптивой и непоседливой натурщицы, вечно куда-то спешащей, сознательно пошел на риск» (А.Б.Махов, 2009). В другом месте своей книги А.Б.Махов вновь обсуждает вопрос о том, какой типаж использовал Караваджо при написании картины «Богоматерь Лорето»: «Многие знали правду, которая выглядела не менее скандальной, - главная героиня картины написана с Лены Антоньетти. Говоря об этом, биограф Манчини прямо признает, что «в образе Богоматери изображена одна куртизанка, возлюбленная художника» (А.Б.Махов, 2009).

Аналогия Караваджо. На картине «Гадалка, предсказывающая судьбу» изображена цыганка, которую Караваджо нашел в Риме, на улице, и попросил позировать за небольшую плату. А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) повествует о картине «Гадалка, предсказывающая судьбу»: «Это еще одна работа с персонажами, взятыми из жизни римской улицы. Ее возникновение столь красочно описано Беллори, о чем было выше сказано, словно сам биограф был очевидцем события. Действительно, проходившая как-то по улице цыганка живо заинтересовала Караваджо, особенно выразительный взгляд ее глаз, черных, как маслины. Пойдя на хитрость, он согласился, чтобы она ему погадала, но взамен уговорил ее позировать. Та по руке нагадала ему, как и полагается в таких случаях, деньги, успех и дальнюю дорогу…» (А.Б.Махов, 2009).

Аналогия Караваджо. Создавая картину «Кающаяся Магдалина», Караваджо использовал в качестве модели для Магдалины римскую куртизанку Анну Бьянкини, которую нашел в одной из таверн Рима, на площади Навона. Отметим, что это одна из старейших площадей Рима, представлявшая собой в эпоху античности часть Марсова поля, на котором в свое время император Домициан (81-96 годы) построил стадион. А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) описывает историю картины «Кающаяся Магдалина»: «В последнее время он (Караваджо – Н.Н.Б.) зачастил в таверну «Туркотто» на площади Навона, излюбленное место вечно толкущихся там шулеров, шлюх, сводников, разного жулья и проходимцев. Караваджо приметил среди этого сброда в таверне одну миловидную девушку с пышной копной каштановых волос и осиной талией. Несмотря на юный возраст она пользовалась успехом и от ухажеров не было отбоя. Анне Бьянкини, так звали девушку, на вид было не более шестнадцати. Он любил с ней поболтать, угощая ее вином, как это принято с девицами, подсаживающимися за столик к мужчине» (А.Б.Махов, 2009).

Аналогия Караваджо. Работая над полотном «Отдых на пути в Египет», Караваджо вновь обратился к типажу Анны Бьянкини. На этот раз она позировала ему для того, чтобы изобразить на холсте Деву Марию. А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) описывает историю картины «Отдых на пути в Египет»: «Когда Караваджо предложил Аннучче позировать для образа Девы Марии, девушка разволновалась и даже всплакнула, а перед сеансом позирования побывала в церкви на исповеди, испросив у священника благословение. Теперь на новой картине она изображена почти в той же позе спящей, как и в «Кающейся Магдалине». Но на этот раз ее пышная копна каштановых волос аккуратно прибрана, и она нежно касается щекой головки мирно спящего у нее на коленях золотоволосого ребенка. Спящего младенца принесла в мастерскую на пару часов розовощекая жена соседского зеленщика, отца пятерых детей. У Караваджо это первое из написанных им семи изображений Мадонны с Младенцем – одно из лучших в итальянской живописи» (А..Махов, 2009).

Аналогия Караваджо. В роли моделей Марфы и Магдалины, представленных на картине «Святые Марфа и Магдалина», Караваджо использовал ту же римскую куртизанку Анну Бьянкини и ее подругу Филлиду. А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) сообщает: «Для будущей картины «Святые Марфа и Магдалина» (100×134,5) Караваджо пригласил к себе в мастерскую для позирования неразлучных подруг – Анну и Филлиду, но поменял их ролями. Теперь Аннучча у него на картине предстает благочестивой Марфой, занятой обычными домашними заботами, а Филлида – ее сестрой Марией Магдалиной, живущей во власти порока, за что и корит ее Марфа. Здесь Караваджо впервые вводит в композицию важным компонентом выпуклое зеркало в форме щита с отраженным в нем источником яркого света сверху, как на известной картине фламандца Ван Эйка «Портрет четы Арнольфини» (А.Б.Караваджо, 2009). Как мы видим, Караваджо не стал идеализировать библейские персонажи в своих религиозных полотнах, а просто рисовал в их образе простых людей. Именно произведения этого художника дали начало реалистическому (демократическому) направлению в искусстве. По словам А.Б.Махова, «как это ни странно звучит, но именно в среде римского дна, состоящего из бродяг, жулья, шулеров, сутенеров и шлюх, зарождалось новое демократическое искусство» (А.Б.Махов, 2009).

Аналогия Караваджо. Создавая картину «Воскрешение Лазаря», которая была преподнесена в дар мессинскому братству крестоносцев, Караваджо хотел максимально достоверно описать тело мертвого Лазаря. Нарисовать такое тело, основываясь на своем воображении, он не мог, поэтому избрал в качестве модели тело недавно погибшего человека, выкопанное из могилы. А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) пишет о том, как рождалась на свет картина Караваджо «Воскрешение Лазаря»: «…В отведенное под мастерскую просторное помещение при госпитале братства крестоносцев художник приказал принести выкопанное из могилы тело недавно убитого молодого человека и раздеть его, чтобы добиться большей достоверности при написании Лазаря. Двое нанятых натурщиков наотрез отказались позировать, держа в руках уже начавший разлагаться труп. Тогда, разозлившись, Караваджо выхватил кинжал и принудил их силой подчиниться его воле» (А.Б.Махов, 2009).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Голландский живописец Питер Рубенс (1577-1640) перенес в свои произведения многое из того, что почерпнул у своих предшественников и современников, внимательно изучая и копируя картины Тициана, Тинторетто, Веронезе, Микеланджело, Караваджо. А.Левандовский в предисловии к книге Мари-Анн Лекуре «Рубенс» (Москва, «Молодая гвардия», 2002) повествует о Рубенсе: «Он покидает Антверпен и отправляется в Италию – великую Цитадель искусства. Здесь, поступив на службу в качестве придворного художника к герцогу Мантуанскому и пользуясь относительной свободой, он побывал в Риме, Венеции, Генуе, усердно изучая и копируя Тициана, Тинторетто, Веронезе, Микеланджело, Караваджо, с которым, возможно, встречался» (Левандовский, 2002, с.11). О способности Рубенса заимствовать из работ мастеров пишет сама Лекуре в той же книге: «Он черпал из всех доступных ему источников – художественных, литературных, научных, политических, беззаветно служил живописи, но в то же время был дипломатом и гуманистом. Его можно назвать эклектиком, но только в том смысле, какой вкладывал в это определение Гете, написавший в собственное оправдание: «Эклектик – это тот, кто из всего, что его окружает, из всего, что вокруг происходит, берет себе то, что отвечает его натуре» (Лекуре, 2002, с.19-20).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс по аналогии использовал в своих картинах произведения античных авторов, которые он перерисовывал, находясь в Италии. Также он ассимилировал те или иные элементы репродукций работ других художников, занося их в свой альбом, служивший своеобразным хранилищем готового запаса моделей для будущих картин. М.-А.Лекуре в книге «Рубенс» (2002) указывает: «…Копии, выполненные Рубенсом в годы его пребывания в Италии, можно разделить на две группы: перерисовки произведений античных авторов и репродукции работ других художников. Отдаваясь этому труду, Рубенс преследовал сразу две цели: во-первых, набивал себе руку, уподобляясь в некотором смысле тем музыкантам, которые копируют партитуры великих композиторов. Так Бах переписывал ноты Вивальди, Моцарт – ноты Вивальди и Баха, а Шенберг – Брамса. Художники и музыканты прибегали к этому, потому что так они могли приобщиться к подлинному совершенству предшественников, настроить слух или руку на нужную волну» (Лекуре, 2002, с.77). «Собирая в своих альбомах образцы итальянского искусства, - поясняет Лекуре, - Рубенс оттачивал свое мастерство рисовальщика и одновременно готовил себе на будущее богатый запас моделей, заранее создавал своего рода архив для собственной мастерской, надеясь, как мы уже видели из анализа завещания художника, что его труды пригодятся тому из наследников, кто пойдет по его стопам» (там же, с.77).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс по аналогии использовал зарисованные когда-то античные бюсты и головы для создания персонажей собственных картин. А.-М.Лекуре пишет о Рубенсе: «Без устали упражняясь в мастерстве рисунка, художник не делал различия между великим и малым, копируя саркофаги, колонны, триумфальные арки. Одной колонне Траяна посвящено целых 12 рисунков! С тем же старанием он перерисовывал надписи на античных камеях и даже оставил свои соображения по технике изготовления слепков с них. Похоже, Рубенса нимало не смущал тот факт, что изучаемые им антики относились в подавляющем большинстве к копиям эллинистического периода, характерного для последних лет существования Римской империи» (Лекуре, 2002, с.78-79). «Впрочем, - добавляет Лекуре, - тонкий знаток античности, он (Рубенс – Н.Н.Б.), конечно, знал, что настоящая аттическая скульптура относилась к числу раритетов. И, не слишком обольщаясь качеством увиденного, извлекал из него максимальную для себя пользу. В дальнейшем зарисовки бюстов и голов послужат ему моделями для создания собственных персонажей. Арки, фризы и другие элементы античной архитектуры пригодятся для работы над подготовкой торжественной встречи правителей Нидерландов в Брюсселе и Антверпене, которой ему придется отдать немало сил в последние годы жизни» (там же, с.79).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс создавал вариации на тему разных картин выдающихся живописцев, улучшая их произведения, добавляя в них что-то свое. А.-М.Лекуре в книге «Рубенс» (2002) констатирует: «Самым замечательным в деятельности Рубенса-копииста выглядит его отношение к великим. При всем к ним почтении он, неофит, не утратил воли к сопротивлению. Он не просто копировал, подобно каллиграфу, произведения мастеров, но в случае надобности их улучшал. «Встречаясь с посредственными либо недостаточно хорошо сохранившимися рисунками великих художников, он с удовольствием подправлял их и делал это с большим умом, опираясь на собственные принципы. Изменяя их по своему вкусу, он вкладывал в этот труд столько воображения, что мы должны расценивать выполненные им копии как оригинальные творения великого человека» (Лекуре, 2002, с.79). «…Исправления, которые вносил фламандец, - продолжает Лекуре, - служили улучшению произведения. (…) Улучшал или ухудшал Рубенс копируемые произведения, представляется нам неважным. Гораздо существеннее другое: мы видим, что в уважении, которое Рубенс проявлял к мастерам прошлого, не было и следа рабской покорности. Даже в этих «упражнениях» он сумел сохранить собственное лицо. Это доказывает, что уже тогда он имел ясное представление о своем месте в искусстве» (там же, с.79).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. В картинах Рубенса можно найти следы влияния Тициана, чьи картины он копировал в галерее Эскориала (Испания). А.-М.Лекуре в книге «Рубенс» (2002) говорит о пребывании Рубенса в Испании, где ему не удалось лично встретиться с королем Испании, что вызвало у Рубенса легкое чувство разочарования: «Как бы там ни было, Рубенс не собирался отдаваться во власть пережитой обиды, а вместо того занялся привычным для себя делом – копированием картин из ценнейшего собрания испанских монархов, хранившегося в галереях Эскориала. Именно здесь состоялось его первое близкое знакомство с творчеством Тициана. Испанскому двору принадлежала тогда самая значительная из когда-либо существовавших коллекций произведений великого венецианца, насчитывавшая 70 полотен, либо выполненных по заказу Карла V, либо приобретенных им. Говорят, что император так высоко ценил своего художника, что однажды не поленился нагнуться и лично поднять оброненную Тицианом кисть. Рубенс поспешил воспользоваться открывшейся возможностью и скопировал несколько холстов Тициана, которые затем забрал с собой в Италию, а позже увез на родину, в Антверпен» (Лекуре, 2002, с.89). Об этом же Лекуре пишет в другом месте своей монографии: «Своему придворному художнику Диего Веласкесу Филипп IV наказал показать Рубенсу все королевские галереи. Взорам фламандца открылось бесценное собрание полотен Тициана, созданных при жизни императора Карла V. Снова обратившись в прилежного ученика времен своей итальянской юности, он с усердием принялся копировать великого венецианца. Он не уставал настаивать на пользе копирования старых мастеров, которое не только помогало держать в форме руку, но и способствовало обогащению собственных коллекций. В его посмертном собрании впоследствии окажется 32 копии Тициана, выполненные в Мадриде» (там же, с.258-259). Лекуре приводит слова художника Пачеко, автора книги «Искусство живописи», который описывает пребывание Рубенса в Испании: «Он выполнил копии всех работ Тициана, которыми владеет король, то есть с обоих купаний, «Похищения Европы», «Венеры и Адониса», «Венеры и Купидона», «Адама и Евы», а также других; сделал копии портретов Ландграва, герцогов Саксонского, Альбы, Кабоса, одного венецианского герцога и со многих других картин, не принадлежавших королю…» (там же, с.259). Со слов Лекуре, подвергшей реконструкции иконографические источники картин Рубенса, «он нередко заимствовал образы у Тициана – таковы озябшая Венера, Венера в меховой накидке, она же в «Празднестве Венеры». На самом деле он пользовался лишь готовыми декоративными формами и, может быть, иногда композицией» (там же, с.322). Можно также сослаться на К.В.Уэджвуда, который в монографии «Мир Рубенса» (1998) подчеркивает: «Из всех предшествовавших ему в прошлом художников, которых старательно изучал Рубенс, самое большое влияние на него оказал Тициан, живший в XVI столетии. Когда молодой Рубенс совершил путешествие в Италию, он сделал там множество копий с работ Тициана. Позже, став уже состоятельным человеком, он приобрел в той же Италии несколько его оригиналов» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Пухлый карапуз, справляющий малую нужду, встречающийся на полотнах П.Рубенса, был заимствован из картины Тициана «Праздник на острове Андрос» (другое название – «Вакханалия», 1523). А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) пишет о картине «Праздник на острове Андрос»: «Чтобы придать больше естественности и правдоподобия мифологической сцене, рядом у ног безмятежно спящей обнаженной красавицы художник поместил пухлого карапуза, который, задравши рубашонку, справляет малую нужду. Эта натуралистическая деталь будет позднее подхвачена Рубенсом в его аллегорических картинах» (А.Б.Махов, 2006).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс по аналогии заимствовал у Рафаэля великолепную чистоту линий, у Микеланджело – умение точно воспроизвести мускулистый торс, у Каррачи – технику светотени. А.-М.Лекуре в книге «Рубенс» (2002) аргументирует: «Признавая превосходство великих художников, учась у них мастерству, он, не колеблясь, «подправлял» их, если считал это нужным. Специалисты вычислили, кто из предшественников оказал наибольшее влияние на Рубенса итальянского периода. Так, Якоб Буркхардт считает его прямым последователем Веронезе, а Майкл Джаффе, внимательно изучивший характерные особенности великих итальянцев, отразившиеся на творчестве Рубенса, отмечает у последнего рафаэлевскую чистоту линий, микеланджеловское пристрастие к мускулистым торсам, заимствованную у Каррачи технику светотени» (Лекуре, 2002, с.89). Следует отметить, что Рубенс воспринял уроки и таких художников, как Леонардо да Винчи (1452-1519) и Антонио Корреджо (1489-1534). Со слов Лекуре, описывающей путешествия Рубенса, «из Мантуи он совершал более или менее продолжительные поездки в другие итальянские города, один или в свите Винченцо: в Милан, где копировал «Тайную вечерю» Леонардо…» (там же, с.80). Тот факт, что Рубенс копировал произведения Корреджо, отражен в следующем высказывании Лекуре: «…Он пишет две копии с принадлежащих Винченцо картин Корреджо, предназначаемых в дар германскому императору Рудольфу II» (там же, с.90).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. В картине «Обрезание», которая написана П.Рубенсом для алтаря иезуитской церкви в Генуе, также заметно влияние Антонио Корреджо, хотя цветовое решение взято у Тициана, а фигура богоматери срисована с римской статуи. К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998) говорит о картине «Обрезание», созданной для алтаря иезуитов: «В картине для их алтаря под названием «Обрезание» Рубенс снова прибег к сочетанию различных идей, унаследованных им от других художников. В композиции заметно порывистое устремление вверх, которое он перенял у Корреджо в его картинах в Пармском соборе. От этого же мастера он заимствовал идею представить младенца таким образом, словно от него самого исходит свет. Богатством красок и густотой мазка он обязан во многом Тициану. Благородная фигура Богоматери создана на основе римской статуи. Но все заимствованные и перенятые идеи Рубенс вносил в рамки собственного видения» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Расписывая потолок иезуитской церкви в Антверпене и громадный дом приемов для английского короля, П.Рубенс черпал многие элементы из произведений Веронезе. К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998) констатирует: «Рубенса в не меньшей мере привлекали и воздушные, яркие картины Веронезе, которые украшали интерьер собора Святого Себастьяна. Через много лет он будет черпать в них вдохновение, когда будет расписывать потолок иезуитской церкви в Антверпене и громадный дом приемов для английского короля» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Полотно П.Рубенса «Снятие с креста» - результат внимательного изучения полотен итальянских живописцев Лодовико Чиголи (1559-1613) и Даниеле да Вольтерра (1509-1566) на ту же тему. К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998) пишет: «Картина Рубенса «Снятие с креста» стала вызовом для всех художников, так как она требовала высокого технического мастерства рисунка, а также умения вызвать у зрителя соответствующие эмоции. Рубенс изучил наиболее известные трактовки этой темы в Италии, и его картина в какой-то мере отражает влияние версий Лодовико Чиголи и Даниеле да Вольтерра, любимого ученика Микеланджело» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. При написании картины «Святая Троица» Рубенс по аналогии заимствовал ряд элементов из картины Фенцони «Положение во гроб». А.-М.Лекуре в монографии «Рубенс» (2002) повествует: «Знал ли Рубенс о существовании «Положения во гроб» Фенцони, выставляемого в Гран-Пале? Видел ли он его бледного Христа, занимающего почти все пространство картины, заметил ли этот удивительный эффект перспективы, разработанный еще Мантеньей, из-за которого колени Христа кажутся прижатыми к нижней части корпуса? Так или иначе, но фламандский живописец избрал ту же мизансцену, ту же перспективу, которые мы и можем видеть сегодня на его картине, хранящейся в музее Римского Капитолия. Впоследствии этот же прием он использует для написания «Святой Троицы», которая сейчас находится в Антверпенском королевском музее изящных искусств. Что это, совпадение или сознательное подражание?» (Лекуре, 2002, с.96).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Работая над картинами «Ромул и Рем с волчицей» и «Крещение Христа», Рубенс воспользовался анатомическими познаниями, которые отличают полотна Леонардо да Винчи и Микеланджело. А.-М.Лекуре в книге «Рубенс» (2002) пишет о том, как создавалась картина Рубенса «Ромул и Рем с волчицей»: «Рубенс восхищался познаниями Леонардо в анатомии, и в своих собственных графических и теоретических опытах, посвященных античному искусству, он пытался постичь ту же тайну. Результат этих исканий, а также многочисленных копий с работ Микеланджело явственно виден в рельефной мускулатуре старика, обнимающего молодую женщину на заднем плане капитолийского полотна. Уроки Леонардо и Микеланджело оставили свой след и на «Крещении Христа» - правом панно триптиха Святой Троицы, ныне находящемся в Антверпенском королевском музее изящных искусств» (Лекуре, 2002, с.99).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс создал ряд гравюр по аналогии с гравюрами Адама Эльсхеймера (1578-1610). Лекуре в книге «Рубенс» (2002) пишет о Рубенсе: «В Риме он достаточно близко сошелся с Адамом Эльсхеймером, не только выдающимся художником, но и искусным гравером. Он видел Эльсхеймера за работой, запомнил, в чем заключались особенности его техники, а позже пытался их воспроизвести» (Лекуре, 2002, с.140). Эльсхеймер оказал заметное влияние и на других художников. Пьер Декарг в книге «Рембрандт» (Москва, «Молодая гвардия», 2000) отмечает: «Влияние Эльсхеймера можно разглядеть в Италии у Лафранко, Джентилески, Сарачени, Клода Лоррена, а затем у Рубенса, делавшего рисунки с его картин, и у многих голландцев – Пауля Бриля, Корнелиса ван Поленбурга, Бартоломеуса Бренберга, Херкулеса Сегерса…» (П.Декарг, 2000).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Среди набросков, сделанных Рубенсом в Италии, не было изображения носорога, поэтому модель головы носорога он по аналогии заимствовал у А.Дюрера. Лекуре в книге «Рубенс» (2002) повествует о Питере: «Реализмом своих работ он в значительно большей мере обязан глубокому изучению зоологии, недаром в его библиотеке хранилось сразу несколько специальных трудов. Но и чужие рисунки не всегда могли удовлетворить его, поэтому он пользовался и собственными набросками, привезенными еще из Италии, когда ему довелось писать животных с натуры в зверинце герцога Гонзага или копировать в Риме античные саркофаги, на крыше которых нередко изображалась охота на калидонского вепря. Модель головы носорога он позаимствовал у Дюрера» (Лекуре, 2002, с.166).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Находясь в Лондоне, Рубенс скопировал несколько картин Андреа Мантеньи из его серии «Триумф Цезаря», рассматривая эти произведения в качестве вещей, из которых можно что-то почерпнуть для себя. Лекуре в книге «Рубенс» (2002) повествует о Рубенсе: «В 1600-х годах молодого фламандца оставляли равнодушным холодные геометрические композиции автора «Камеры дельи Спози» (Мантеньи – Н.Н.Б.).

Он, правда, скопировал тогда некоторые из его работ и даже приобрел для себя несколько рисунков Мантеньи, но, только очутившись в Лондоне, сумел по достоинству оценить творчество последнего и проникнуться к нему глубоким уважением. В собрании английского короля он увидел серию картин под общим названием «Триумф Цезаря» - последнюю из цикла «Метаморфозы», созданного по мотивам все того же Овидия, и сделал копии восьми полотен. Возможно, он рассматривал тогда эти произведения как основу для создания собственной галереи Генриха IV, от которой мысленно все еще не мог отказаться. Впрочем, пожалуй, его интерес к полотнам Мантеньи носил не столько художественный, сколько чисто познавательный характер. Он копировал Мантенью, но совсем не так, как всю жизнь копировал Тициана, у которого не стыдился учиться мастерству» (Лекуре, 2002, с.319).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс при создании картин «Рождение Венеры», «Падение Титанов», «Купидон и Психея», «Падение Фаэтона», «Смерть Прокриды», «Смерть Мелеагра» и «Смерть Адониса» заимствовал ряд изобразительных элементов из фресок итальянского художника Джулио Романо (1492-1546). Лекуре в книге «Рубенс» (2002) отмечает: «Память о творениях Романо оказалась столь живучей, а наброски, сделанные 30 лет назад, такими выразительными, что Рубенс не отказался процитировать итальянского мастера в некоторых из картин Торре де ла Парада - «Рождении Венеры» или «Падении Титанов», порученных для исполнения Йордансу. Его же отголоски слышны в таких работах, как «Купидон и Психея», «Падение Фаэтона», «Смерть Прокриды», переделанная Рубенсом в «Смерть Эвридики», «Смерть Мелеагра» и «Смерть Адониса» (Лекуре, 2002, с.320). Об этом же сообщает К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998): «На Рубенса, без всяких сомнений, творчество Джулио оказало свое влияние. В Венеции он впервые увидел все великолепие расписанных яркими красками потолков. В Мантуе он мог сколько душе угодно любоваться произведениями Джулио, которые создали ему славу одного из величайших декораторов предыдущего столетия. Рубенс мог многое воспринять из смелых решений Джулио проблем живописного дизайна в применении к широким площадям стен, которые осложнялись внутренней архитектурой окон, проемов, дверей, сводов и их пазух. Тридцать шесть лет спустя, когда король Испании поручил Рубенсу расписать его дворец для наслаждений и охотничий домик «Торре де ла Парада» неподалеку от Мадрида, мысли художника сразу же обратились к картинам в палаццо дель Те. В обоих местах в громадных сериях мифологических сцен, которые он изобразил для испанского короля, появились узнаваемые темы и фигуры Джулио Романо, правда, в несколько измененном виде» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998) пишет о картине Джулио Романо «Рождение Венеры», повлиявшей на создание Рубенсом похожего полотна: «Джулио написал магическую фигуру Венеры, стоящей у кромки моря и выжимающей свои длинные распущенные волосы. Когда Рубенс создавал набросок рождения Венеры для дворца испанского короля, он скопировал этот жест. Но у него Венера не стоит без движения на морском берегу, а легко выбегает из небольших волн» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс переносил в свои картины те или иные мотивы из зарисовок, которые ему предоставляли юноши, работавшие по его заданию в Риме, Венеции и Ломбардии. Эти юноши, работу которых он оплачивал, делали для него зарисовки всего того, что соответствовало эстетическим взглядам Рубенса. Джованни Беллори в сочинении «Жизнеописания современных живописцев, скульпторов и архитекторов», содержащемся в книге «Петер Пауль Рубенс. Письма, документы, суждения современников» (Москва, «Искусство», 1977) пишет о Рубенсе: «…Он оплачивал нескольких юношей в Риме, Венеции и Ломбардии с тем, чтобы они делали для него зарисовки наилучших вещей. Впоследствии, сочиняя свои композиции, он заимствовал те или иные мотивы из этих зарисовок и обогащал их собственными измышлениями. Прибавляя к копированию сочинение, а к вдохновению большую быстроту исполнения и смелость кисти, Рубенс сумел создать такое великое множество произведений, что наполнил им церкви и другие здания во Франции, да и в иных странах» (Д.Беллори, 1977). Об этом же сообщает Роже де Пиль в работе «Беседы о понимании живописи и о том, как должно судить о картинах» (та же книга «Петер Пауль Рубенс. Письма, документы, суждения современников» (1977): «Хотя он многое зарисовал и скопировал в Италии и в других местах, а также располагал многочисленными отличными эстампами и античными медалями, он, тем не менее, содержал в Риме и в Ломбардии молодых людей, которые зарисовывали для него все лучшее, чем он мог бы воспользоваться при случае, дабы оживить свою фантазию и пробудить свой гений» (Р.де Пиль, 1977).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Прообразами практически всех обнаженных фигур, присутствующих на полотнах П.Рубенса, являются фигуры античных художников, творивших до нашей эры, а также Микеланджело, Маркантонио Раймонди и Тициана. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) констатирует: «Ни один другой великий художник не изучал столь долго, столь тщательно и с такой пользой для себя работы своих предшественников. От античных камей до фламандских примитивов, от миниатюрных панно Эльсхеймера до масштабных полотен венецианцев – Рубенс копировал все, что только могло послужить совершенствованию его и без того незаурядных способностей. За прообразы своих обнаженных он брал, разумеется, фигуры античных художников, Микеланджело и Маркантонио. Тициана он копировал с целью овладеть умением пользоваться цветом, но изменял тициановские формы» (Кларк, 2004, с.167). «Рубенс, - продолжает К.Кларк, - пользовался методом, впоследствии ставшим непреложным законом для всех академических школ живописи; он рисовал античные статуи и копировал работы своих предшественников, покуда известные идеалы завершенности формы не зафиксировались прочно у него в сознании; а потом, рисуя уже с натуры, он инстинктивно подчинял реальные зримые формы канонам, запечатленным в памяти» (там же, с.167).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Венера, изображенная на картине Рубенса «Венера, Вакх и Арея», восходит к несохранившейся картине Микеланджело «Леда, ласкаемая лебедем» (до нашего времени дошла копия этого произведения). К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет: «…Нам порой трудно определить, откуда заимствованы образы. Исключением является полотно «Венера, Вакх и Арея» из Касселя, где поза Ареи явно заимствована у присевшей Афродиты Дедалса, а Венера восходит к микеланджеловской Леде…» (Кларк, 2004, с.167). К.Кларк напрасно сетует на трудности определения источников, которыми пользовался Рубенс в своем творчестве. Например, фигура Венеры, представленная на картине Рубенса «Дрожащая Венера», заимствована у одной греко-римской античной статуи, которую художник зарисовал, находясь в Италии. К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998), перечисляя работы Рубенса, заслуживающие самой высокой оценки, говорит: «Но самая приятная из всех – это «Дрожащая Венера», картина, на которой богиня с распущенными золотистыми волосами защищает от холодного ветра под своими скудными покровами пухленького Купидона. Здесь Венера – вариант одной греко-римской античной статуи, которую Рубенс срисовал за несколько лет до этого в Италии» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Главная фигура, изображенная в наброске Рубенса к картине «Похищение Гипподамии» (Брюссельский музей), взята из рисунка Микеланджело «Лучник, стреляющий в цель». К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) подчеркивает: «Я уже говорил, что он усердно изучал искусство прошлого и из всех своих предшественников чаще и точнее копировал Микеланджело. Мы располагаем тщательно выполненными рисунками практически всех работ Микеланджело, начиная от рельефа с кентаврами и кончая «Страшным судом»; и любой при желании может найти несколько микеланджеловских фигур, воспроизведенных с небольшими изменениями, на полотнах Рубенса. Примером служит набросок к «Похищению Гипподамии» из Брюссельского музея, в котором главная фигура явно взята с микеланджеловского рисунка «Лучник, стреляющий в цель» из Виндзорского собрания. Фигура Микеланджело, в свою очередь, была заимствована из декоративной росписи «Золотого дворца» Нерона, ныне уничтоженной, но хорошо известной в эпоху Ренессанса и, несомненно, являвшейся копией одного из произведений античной живописи» (Кларк, 2004, с.249).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Создавая произведение «Чудо святого Бенедикта», Рубенс почерпнул фигуры, цепляющиеся за колонну, из росписей Рафаэля, сделанных в дворцовом комплексе Ватикана (станцы Рафаэля). Одна из фигур, присутствующих на переднем плане данной картины Рубенса, взята из фрески Микеланджело «Страшный суд». Напомним, что эта фреска Микеланджело создана на алтарной стене Сикстинской капеллы в том же Ватикане. К.Кларк в монографии «Нагота в искусстве» (2004) пишет: «…Рубенс считал свои обнаженные мужские фигуры своего рода цитатами, как в «Чуде святого Бенедикта», где влезающие на стену и цепляющиеся за колонну фигуры взяты из рафаэлевских Станц, а одна на переднем плане – из «Страшного суда» Микеланджело. Как все великие художники, Рубенс не боялся прибегать к таким прямым заимствованиям, поскольку знал, что может наделить скопированные фигуры своей собственной мощной энергией и ритмической силой» (К.Кларк, 2004).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс писал картину «Битва амазонок», ориентируясь на картину Леонардо да Винчи «Битва при Ангиари». К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (Москва, «Терра - книжный клуб», 1998) говорит о картинах Рубенса: «То там, то здесь мы видим обнаженный торс Лаокоона, позу, заимствованную у Микеланджело, массивного Геркулеса, срисованного с классической статуи воина, перенесенного на полотно с римского барельефа, или даже группу, напоминающую нам картину Леонардо да Винчи «Битва при Ангиари», как это ясно видно на великолепной картине Рубенса «Битва амазонок». Но все заимствованные им идеи тут же воплощались через его собственное видение античного мира, - это было его личное видение…» (К.В.Уэджвуд, 1998). В другом месте своей книги К.В.Уэджвуд поясняет, что формы знаменитых греческих скульптур «Торс Бельведера» и «Лаокоон» П.Рубенс использовал при работе над картиной «Терновый венец»: «Фигура Христа в центре напоминает нам по манере работу Тициана на эту же тему, но здесь гораздо больше непосредственных заимствований от двух знаменитых греческих скульптур «Торс Бельведера» и «Лаокоон». Рубенс, однако, позаимствовал только внешние формы, дух произведения он сохранил свой собственный…» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. П.Рубенс при создании картины «Отцелюбие римлянки» (1612) почерпнул сюжет из работы Караваджо «Семь дел милосердия» (1607). А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) пишет о полотне Караваджо «Семь дел милосердия»: «…Из темной ниши зарешеченного тюремного окна выглядывает кудлатая голова старого узника, которого молодая неаполитанка из сострадания старается спасти от голодной смерти. Испуганно глядя в сторону, боясь быть схваченной тюремной охраной, она обнажила грудь и приставила сосок к губам изголодавшегося старца. Позднее Рубенс повторит этот классический сюжет на своей известной эрмитажной картине «Отцелюбие римлянки» (А.Б.Махов, 2009).

Аналогия Питера Пауля Рубенса. Элементы пейзажа, присутствующие на ряде картин П.Рубенса, выдают его знакомство с трактовкой пейзажа в работах голландского живописца, ученика Франса Гальса, Адриана Броувера (1606-1638). К.В.Уэджвуд в монографии «Мир Рубенса» (1998) отмечает: «…Рубенс восхищался работами Броувера. Он приобрел 17 его картин, больше, чем у любого другого здравствующего художника. Даже на его собственных работах заметны признаки влияния Броувера, особенно в трактовке пейзажа. Рубенс всегда обладал ненасытным художественным аппетитом, позволявшим ему жадно воспринимать новые впечатления и идеи, усваивать, несмотря на свой возраст и громкую славу, приемы живописи, изучая работы художника, на тридцать лет его младше» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Диего Веласкеса. Испанский живописец Диего Веласкес (1599-1660) при написании картин на религиозные темы часто использовал в качестве модели свою жену Хуану де Миранда. Работа с моделью – тот же самый процесс аналогии, который пронизывает творчество в сфере науки. Отличие заключается лишь в том, что в науке исследователь переносит ту или иную идею из одной теории в другую, а художник – из реальности (или из полотна, принадлежащего другому художнику) на свой холст. М.Дмитриенко в книге «Веласкес» (Москва, «Молодая гвардия», 1965) пишет о Веласкесе: «Наконец-то художник выкроил время и написал портрет жены. Раньше он просил ее позировать ему для религиозных картин, и молчаливая, скромная донья Хуана де Миранда охотно соглашалась. Ее любовь к мужу была беспредельной. Однажды в дни молодости, еще в Севилье, дав обет быть ему верным другом, она оставалась им на протяжении всей их жизни. Преданная, заботливая, она была тихим, уютным островком в шумном потоке придворной жизни» (Дмитриенко, 1965, с.110).

Аналогия Диего Веласкеса. Светлые тона, насыщенные богатством цветовых сочетаний, появившиеся на картинах Д.Веласкеса после поездки в Италию, были по аналогии заимствованы им с картин Веронезе, Тинторетто, Тициана, Беллини, Вивarianни, которых он прилежно копировал. М.Дмитриенко в книге «Веласкес» (1965) пишет о пребывании Веласкеса в Венеции: «…Он спешил побыстрее встретиться с теми, чьи имена волновали его с детства. Веронезе, Тинторетто, Тициан, Беллини, Виварианни, с картинами которых и колористическими решениями которых он был знаком еще в Испании, здесь, на их отчизне, совершенно потрясли маэстро. Среди живописцев и граждан Венеции он нередко слышал имя Тинторетто. Художник, недавно умерший, безраздельно продолжал царствовать в сердцах своих сограждан. Веласкес подолгу смотрел на картины мастеров, учился у них удивительному искусству. По нескольку часов в день он тратил на копирование» (Дмитриенко, 1965, с.115). М.Дмитриенко говорит о возвращении Веласкеса на родину после посещения Венеции: «Если ничего не изменилось в обстановке работы маэстро, то в картинах, даже при беглом взгляде, можно было заметить колоссальные перемены. Недаром так пристально, тщательно испанский художник изучал в Италии венецианских живописцев, технику построения ими живописно-красочного слоя. Палитра Веласкеса приобрела удивительную легкость, стали иными колористические решения, увереннее кисть, тоньше нюансировка. Раньше у него в полотнах преобладали темные, почти черные краски. На смену им пришли светлые тона, насыщенные богатством цветовых сочетаний, определились тончайшие переходы. Художники двора и мадридские теоретики искусства стали поговаривать о появлении у маэстро новой манеры письма» (там же, с.130).

Аналогия Диего Веласкеса. Веласкес, создавая свои полотна, первоначально ориентировался на технику Караваджо и его последователей, а позже – на приемы Тициана. Л.Е.Фейнберг и Ю.И.Гренберг в монографии «Секреты живописи старых мастеров» (1989) пишут: «Весь творческий путь самого замечательного испанского художника XVII века Веласкеса – в плане его техники – мы можем определить как движение от Караваджо к непосредственному воздействию Тициана. Несколько сохранившихся ранних полотен Веласкеса полностью выполнены по системе караваджистов» (Фейнберг, Гренберг, 1989, с.202). Об этом же сообщает Эрнст Гомбрих в монографии «История искусства» (Москва, изд-во АСТ, 1998): «…Он (Веласкес – Н.Н.Б.) еще не успел побывать в Италии, однако видел картины последователей Караваджо, и они произвели на него сильное впечатление. Под их воздействием Веласкес примкнул к «натуралистическому» течению, предавшись пытливому и беспристрастному наблюдению натуры» (Э.Гомбрих, 1998). «Увлечение манерой Караваджо, - добавляет Э.Гомбрих, - отошло в прошлое, когда Веласкес познакомился с искусством Рубенса и Тициана, но при этом он выработал собственную живописную систему, в которой не было и следа вторичности» (Э.Гомбрих, 1998). О влиянии Караваджо на Веласкеса говорит также Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990): «Важнее немедленных результатов оказались отдаленные последствия влияния Караваджо. Отталкиваясь от его творчества, Веласкес в Испании противопоставляет трезвую объективность своего искусства трансцендентному маньеризму Эль Греко» (Арган, 1990, с.142).

Аналогия Диего Веласкеса. Д.Веласкес написал картину «Взятие Христа под стражу» по аналогии с одноименной картиной Караваджо. А.Б.Махов в книге «Караваджо» (2009) пишет о работе Караваджо над полотном «Взятие Христа под стражу»: «…Художник продолжает свой поиск в стремлении добиться наибольшей выразительности образа. Главное внимание на картине уделено фигурам Христа и Иуды, олицетворяющим саму суть искусства Караваджо, главная цель которого – высветить и вскрыть извечную несовместность Добра со Злом. Двадцать семь лет спустя в Риме объявится Веласкес, которому было столько же лет, как и Караваджо, когда он писал «Взятие Христа под стражу». В ту пору еще можно было увидеть некоторые основополагающие его творения, и Веласкес, безусловно, ознакомился с ними, что нашло отражение в ряде его превосходных работ римского периода» (А.Б.Махов, 2009).

Аналогия Диего Веласкеса. Картина Веласкеса «Христос в Эммаусе» (1622-1623) написана по образцу с картиной Караваджо на тот же сюжет, созданной в 1601 году. М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (2010) пишет о полотне Веласкеса «Христос в Эммаусе»: «Изображая эмоции персонажей, художник озабочен их визуальным восприятием. Во многом Веласкес следует за работой Караваджо 1601 года» (Торопыгина, 2010, с.35). В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004) рассматривает тот же факт: «Чуть ли не все крупные европейские художники проходили школу караваджизма в Италии и неизбежно подпадали под влияние его искусства. Следы влияния Караваджо в Испании можно обнаружить в творчестве Веласкеса, Сурбарана, Риберы, Рибалта, Эреры и других» (Локтев, 2004, с.261).

Аналогия Диего Веласкеса. В числе предпосылок (иконографических источников) картины Веласкеса «Венера перед зеркалом» (другое название – «Лежащая Венера») специалисты указывают мраморную статую «Спящий Гермафродит» - римскую копию с греческого оригинала III-II веков до нашей эры. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет: «Принято считать, что позу «Лежащей Венеры» Веласкес позаимствовал у лежащей негритянки с гравюры Рембрандта, но поскольку последняя датируется 1658 г., сходство двух поз представляется случайным. В конечном счете, обе они восходят к «Гермафродиту» из собрания Боргезе (ныне хранящемуся в Лувре), который пользовался большой известностью во время пребывания Веласкеса в Риме и был отреставрирован Бернини. Веласкес заказал копию скульптуры для Испанской королевской коллекции» (Кларк, 2004, с.420). Но нельзя забывать о влиянии «Спящей Венеры» Джорджоне (1510) и «Лежащей Венеры» Джованни Порденоне (1483-1539) на творчество Веласкеса. В.Г.Власов в 9 томе «Нового энциклопедического словаря изобразительного искусства» (СПб., «Азбука-классика», 2008) подчеркивает: «Влияние джорджониевской композиции было огромным и длительным. Оно заметно в творчестве испанского живописца Веласкеса. Известно о пяти картинах Веласкеса с изображением «лежащих Венер». Самую известную он написал, вероятно, в Италии в период 1649-1651 гг. по заказу маркиза де Эличе. Предполагают, что картина была задумана парной к «Лежащей Венере» Порденоне (Веласкес «перевернул» модель, изобразив ее со спины, и поместил не на красном, как у венецианца Порденоне, а на черном покрывале). С помощью зеркала художник умело связал взгляды зрителя и прекрасной модели, превратившейся в испанку» (В.Г.Власов, 2008). М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (2010) пишет о картине Веласкеса «Венера перед зеркалом»: «Сама композиция этого изображения Венеры как бы подсказана традиционными итальянскими сюжетами: Венера перед зеркалом, известная, в частности, по работе Тициана, и Венера отдыхающая, которую писали и Джорджоне, и Тициан. Но формально соединяя две эти линии, Веласкес в результате получает необычное, новое содержание» (Торопыгина, 2010, с.105).

Аналогия Диего Веласкеса. Веласкес создал картину «Сдача Бреды» по аналогии с произведением П.Рубенса «Встреча Авраама и Мелхиседека», которое в настоящее время хранится в Национальной галерее искусств (Вашингтон). М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (2010), говоря о том, что Веласкес в своем творчестве всегда опирался на достижения известных ему великих живописцев, замечает: «Так обстоит дело с исторической картиной «Сдача Бреды», в которой встреча двух полководцев – победителя и побежденного – композиционно повторяет известную картину Рубенса на ветхозаветный сюжет, где Мельхиседек встречает вернувшегося с победы Авраама» (Торопыгина, 2010, с.8). Об этом же М.Ю.Торопыгина пишет в другом месте своей книги: «Предполагают, что в качестве изобразительного мотива Веласкес, как уже упоминалось, использовал фигуры с картины Рубенса на библейский сюжет, где Мельхиседек встречает Авраама, вернувшегося в родной город с победой» (там же, с.100).

Аналогия Диего Веласкеса. Создавая картину «Марс» (1639-1641), Веласкес ориентировался на тематику и колорит произведений того же Рубенса. М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (2010) говорит о влиянии Рубенса на испанского живописца: «Под влиянием фламандца его палитра становится более светлой и колористически насыщенной. Одним из примеров обращения Веласкеса к тематике и колориту Питера Пауля Рубенса считается этот «Марс», написанный в конце 1630-х годов. Веласкес часто трактует мифологические сюжеты в современном духе, иногда привнося в них легкую иронию» (Торопыгина, 2010, с.74). Кроме того, фигура Марса Веласкеса выдает его знакомство с творениями Микеланджело. «Марс Веласкеса, - поясняет М.Ю.Торопыгина, - напоминает одну из фигур, изваянных Микеланджело для надгробий в капелле Медичи и античную статую Ареса (в римской мифологии – Марс/из собрания Людовизи)» (там же, с.75).

Аналогия Диего Веласкеса. Картина Веласкеса «Конный портрет Филиппа IV» (1635) была написана по аналогии с принадлежащим кисти Тициана портретом его прадеда Карла V. М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (2010) раскрывает историю картины Веласкеса: «Образцом для конного портрета Филиппа IV послужил написанный Тицианом портрет его прадеда Карла V. Тициан изобразил императора в битве при Мюльберге, где в апреле 1547 года была одержана победа над немецкими протестантами» (Торопыгина, 2010, с.88).

Аналогия Диего Веласкеса. Веласкес написал портрет папы Иннокентия X в результате того, что по аналогии заимствовал композицию портрета папы Юлия II, созданного Рафаэлем. М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (2010) отмечает: «После того, как Веласкес написал портрет Иннокентия X, его принимают в члены Академии св. Луки; это большая честь, признание его заслуг как живописца. Портрет папы он пишет, опираясь на композицию портрета папы Юлия II, известной работы гениального наблюдателя человеческого характера Рафаэля. (…) Сохранив в целом композицию Рафаэля, Веласкес пишет совершенно иной по содержанию портрет» (Торопыгина, 2010, с.94).

Аналогия Диего Веласкеса. Образцом для фигуры Гермеса и Аргуса из картины Веласкеса «Гермес и Аргус» послужила античная скульптура «Умирающий галл». М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (2010) говорит о картине испанского живописца «Гермес и Аргус»: «Известная античная скульптура «Умирающий галл» послужила в некоторой степени образцом как для фигуры Гермеса, так и для фигуры Аргуса. Голова Аргуса сильно наклонена вперед, лицо его закрыто волосами – почти так же Веласкес написал голову Спасителя в картине «Распятие». Этот сон Аргуса, от которого ему не суждено пробудиться, - символ смерти, изобразить которую невозможно» (Торопыгина, 2010, с.126). Следы метода проб и ошибок можно найти и в творчестве Веласкеса. М.Дмитриенко в книге «Веласкес» (1965) пишет о нем: «Правки, так называемые «пентименты», он делал в картинах постоянно. Но этого ему казалось мало. Нередко на старых полотнах ему вдруг переставали нравиться пейзаж или чья-либо поза. Тогда послушная кисть и краски делали свое дело, и полотно обретало новую жизнь» (Дмитриенко, 1965, с.236).

Аналогия Рембрандта Харменса ван Рейна. Отзвуки творчества Адама Эльсхеймера, о котором мы уже говорили, слышны и на картинах Рембрандта (1606-1669). А.Левандовский в предисловии к книге Пьера Декарга «Рембрандт» (2000) говорит о воздействии творчества Адама Эльсхеймера на Рембрандта: «Должно быть, искусство молодого немца зазвучало очень сильно, раз Рембрандт расслышал его глас настолько ясно, что так явно откликнулся на него. И хотя краски у Рембрандта – не колорит, как у Эльсхеймера, а насыщенный тон, он подхватил тайную песнь молодого римского немца. Ему передалось невысказанное» (А.Левандовский, 2000). Рембрандт написал картину «Избиение святого Стефана», по аналогии отталкиваясь от одноименной картины Адама Эльсхеймера. Пьер Декарг в книге «Рембрандт» (2000) пишет о картине Рембрандта «Избиение святого Стефана»: «Эта картина перекликается с другим «Избиением святого Стефана», написанным Адамом Эльсхеймером двадцатью годами раньше, - маленькой работой на меди, в три раза меньшей, чем полотно Рембрандта; то «Избиение» Рембрандт видеть не мог (в лучшем случае ему могла попасться на глаза сделанная с него гравюра), однако он позаимствовал с нее распределение света и тени. Можно подумать, что кто-то описал ему картину» (П.Декарг, 2000).

Аналогия Рембрандта. Работая над своими полотнами, Рембрандт часто находил нужные типажи (модели) в еврейском квартале Амстердама, где жили далеко не богатые люди. Эрнст Гомбрих в книге «История искусства» (Москва, изд-во АСТ, 1998) пишет об одном из офортов Рембрандта: «Нищие и убогие собрались вокруг Христа, чтобы послушать его проповедь. Художник почерпнул типажи в окружавшей его бедняцкой среде. Он долгое время проживал в еврейском квартале Амстердама и использовал в своих библейских композициях зарисовки, сделанные с натуры» (Э.Гомбрих, 1998). Дэвид Вейс в книге «Нагим пришел я» (Москва, «Правда», 1989) пишет о доме Рембрандта в Амстердаме, в котором однажды побывал скульптор Роден: «Дом находился в старинном еврейском квартале, многие обитатели которого послужили Рембрандту моделями» (Д.Вейс, 1989).

Аналогия Рембрандта. Рембрандт писал картину «Великодушие Клавдия Цивилиса» (1626), по аналогии ориентируясь на полотно своего учителя Питера Ластмана «Кариолан и римлянки». Мелисса Рикетс в книге «Рембрандт» (Москва, «Айрис-пресс», 2006) пишет о картине Рембрандта «Великодушие Клавдия Цивилиса»: «Создавая это произведение, Рембрандт почти в точности повторил композицию Ластмана в картине «Кариолан и римлянки», расположив сцену в горизонтальном формате. Главный персонаж стоит на небольшой, покрытой ковром лестнице в сопровождении слуг и солдат, четко отделенных от него. Перед ним на коленях в знак покорности и в то же время с достоинством находятся молящие о пощаде. У Ластмана это женщины; у Рембрандта – батавские воины. Имея перед глазами впечатляющий пример своего учителя, Рембрандт хотел подчеркнуть драматичность происходящего» (Рикетс, 2006, с.22). И.Линник в предисловии к книге Гледис Шмитт «Рембрандт» (Москва, изд-во «Терра», 1996) отмечает связь творчества молодого Рембрандта с деятельностью П.Ластмана: «…Влияние Ластмана на Рембрандта не было для последнего неосознанным. Так, уже покинув мастерскую учителя, Рембрандт продолжает копировать его произведения (имеется, например, копия Рембрандта с картины Ластмана «Сусанна и старцы»)» (И.Линник, 1996).

Аналогия Рембрандта. Картина «Урок анатомии доктора Тульпа» (1632) была создана Рембрандтом благодаря тому, что художник с удовольствием посещал лейденский университет, где проводилось вскрытие трупов, и внимательно изучал выражения лиц, сталкивавшихся с тайной человеческого организма. М.Рикетс в книге «Рембрандт» (2006) повествует о событиях 1632 года: «В январе проводится публичное вскрытие трупа под руководством доктора Николаса Тульпа, первого анатома амстердамской гильдии хирургов. В Лейдене Рембрандт получает возможность посещать такого рода мероприятия в престижном университете. Для любопытного юноши с его тягой к знаниям это превосходная возможность не только изучить анатомию, но также наблюдать за изменением выражений лиц присутствующих, за властной позой хирурга и за застывшей мимикой. Эта практика привела к созданию картины «Урок анатомии доктора Тульпа», которая сделала его знаменитым во всем Амстердаме» (Рикетс, 2006, с.25).

Аналогия Рембрандта. Рембрандт написал картину «Снятие с креста» (1634) по аналогии с одноименным произведением П.Рубенса. М.Рикетс в книге «Рембрандт» (2006) отмечает: «Безусловно, при создании этого произведения Рембрандта вдохновляла картина «Снятие с креста» Рубенса, написанная для Антверпенского собора, а скорее, гравюра, выполненная с нее Лукасом Ворстерманом в 1620 году. Рембрандт, однако, создавал не монументальное произведение, а небольшое панно для уединенных молитв принца-протестанта, поэтому он не стал дотошно следовать композиции рубенсовской картины…» (Рикетс, 2006, с.55).

Аналогия Рембрандта. Работая над произведением «Ослепление Самсона» (1634), Рембрандт позаимствовал фигуру Прометея из картины П.Рубенса «Прикованный Прометей». По свидетельству М.Рикетс, описывающей иконографические источники картины Рембрандта «Ослепление Самсона», «для создания столь драматичной композиции Рембрандт прибегнул к контрастам света, цвета, композиции и выражения чувств, в чем основными отправными точками ему служили светотеневые эффекты произведений Караваджо, чувство цвета Тициана и передача движения в картинах Рубенса. У Рубенса он позаимствовал изображение Прометея в ракурсе на картине «Прикованный Прометей», где орел также пронзает когтем глаз Прометея» (Рикетс, 2006, с.59).

Аналогия Рембрандта. Картина Рембрандта «Похищение Ганимеда» (1635) свидетельствует о том, что художник был знаком со скульптурой Франсуа Дюкенуа (1597-1643). М.Рикетс в книге «Рембрандт» (2006) повествует о произведении Рембрандта «Похищение Ганимеда»: «Как справедливо указала Маргарита Рассел, художник, вероятно, видел рисунки и гравюры скульптуры скульптуры писающего мальчика, которую Франсуа Дюкенуа создал для королевского дворца в Брюсселе и которая теперь известна под названием «Писающий мальчик» (Рикетс, 2006, с.58).

Аналогия Рембрандта. Созданный Рембрандтом «Автопортрет художника, опирающегося о каменный подоконник» (1639) имел своей отправной точкой два произведения: картину Рафаэля «Бальтазар Кастильоне» и полотно Тициана «Ариосто». М.Рикетс в монографии «Рембрандт» (2006) пишет об указанном «Автопортрете» Рембрандта: «Этот автопортрет возник благодаря тому, что Рембрандт был очарован двумя портретами эпохи Возрождения из коллекции португальского еврея Альфонсо лупеза: «Бальтазара Кастильоне» Рафаэля, который Лупез приобрел на аукционе, где присутствовал также и Рембрандт, и «Ариосто» Тициана («Портрет дворянина в куртке со стеганым рукавом», Национальная галерея, Лондон)» (Рикетс, 2006, с.63). «Словно актер, - продолжает М.Рикетс, - Рембрандт перенял позу и одежду Кастильоне и Ариосто для того, чтобы изобразить себя живописцем. (…) Художник не копирует, а по-новому интерпретирует характерные черты обоих портретов, стремясь получить неожиданный результат, в который раз отходя от классической традиции» (там же, с.63). А.Б.Махов в книге «Тициан» (2006) говорит об автопортрете Тициана, который использовал Рембрандт, рисуя собственную картину: «В Лондонской Национальной галерее, где хранится сама картина, выдвигается любопытная версия о том, что в действительности это не что иное, как тициановский автопортрет – возможно, именно тот, который в Амстердаме мог видеть в 1639 году Рембрандт. Картина произвела на него столь сильное впечатление, что он даже решил использовать позу предполагаемого молодого Тициана в работе над собственным автопортретом» (А.Б.Махов, 2006). О том, что Рембрандт написал один из автопортретов по образцу с полотном Тициана, пишет также И.А.Смирнова в книге «Тициан» (1987). Она же указывает, что фламандский живописец Ван Дейк (1599-1641) создал «Автопортрет с цветком», также ориентируясь на произведение Тициана. И.А.Смирнова говорит о картине Тициана «Портрет молодого человека»: «…Его композиция послужила образцом для одного из автопортретов Рембрандта и «Автопортрета с цветком» Ван Дейка» (Смирнова, 1987, с.155).

Аналогия Рембрандта. Рембрандт в одной из своих работ на евангельские (религиозные) сюжеты использовал композицию, взятую из гравюры Луки Лейденского «Се Человек» (1510), в которой Лука обращается к теме Страстей Христа. К.С.Егорова в книге «Нидерландская гравюра 15-16 веков» (Москва, «Изобразительное искусство», 1987) пишет о гравюре Луки Лейденского «Се Человек»: «Гравюра Луки вызвала длинную вереницу подражаний. Ее композицию в 16 веке повторяет Питер Артсен, а в 17 - Рембрандт» (Егорова, 1987, с.110).

Аналогия Рембрандта. Изображая на своих офортах равнинные пейзажи, Рембрандт по аналогии отталкивался от пейзажей, представленных на офортах нидерландского живописца и гравера Геркулеса Сегерса (1589-1638). Кроме того, произведение Рембрандта «Бегство в Египет» - результат заимствования и переработки отдельных элементов работы Сегерса «Товий и ангел». Е.С.Левитин в книге «Голландский офорт 17 века» (Москва, «Изобразительное искусство», 1987) пишет: «Влияние Сегерса после его смерти было весьма значительно. Равнинные пейзажи Рембрандта-офортиста вышли из горизонтальных пейзажей Сегерса, Рембрандт скупил на распродаже часть сегерсовских досок и одну – «Товий и ангел» - переработал в «Бегство в Египет» (надо отдать все предпочтения сегерсовскому варианту!), а на другой, возможно, выполнил «Три дерева». Якоб Рейсдаль во всех своих немногих офортах находился под впечатлением «Лесной фермы» Сегерса» (Левитин, 1987, с.259). В другом месте своей книги Е.С.Левитин вновь обсуждает вопрос о влиянии Сегерса на творчество Рембрандта: «Считается, что «Три дерева» были выполнены Рембрандтом на доске Сегерса, и это воспоминание о пейзажах Сегерса осталось не только в виде густых и сильных контрастов света и тьмы, что было нужно, чтобы закрыть остатки сегерсовского травления, но и в самом образном строе пейзажа, столь выпадающем из всех офортных ландшафтов Рембрандта» (там же, с.272). Говоря о пейзажных офортах Рембрандта «Вид на Омваль» и «Мостик Сикса», Е.С.Левитин замечает: «Здесь опять следует вспомнить о пейзажах Сегерса. Его равнинные ландшафты во многом послужили для Рембрандта и образцом, и отправной точкой» (там же, с.272).

Аналогия Рембрандта. Создавая картину «Даная», Рембрандт по аналогии заимствовал из картины Марка-Антония Раймонди «Любовь богов» резные стойки кровати с балдахином, на которой лежит героиня художника. Пьер Декарг в книге «Рембрандт» (2000) отмечает: «В 1646 году, когда в мастерской часто позировали юноши, в тот период, когда он (Рембрандт – Н.Н.Б.) частенько возвращается к своей «Данае», намереваясь кое-что изменить, он размышляет о кровати с балдахином из «Любви богов» Марка-Антония Раймонди, резные стойки которой послужили ему прототипом колонн ложа Данаи, и на этот раз ему уже больше не требуется никакого мифологического оправдания» (П.Декарг, 2000). Кроме того, Рембрандт почерпнул у Тициана общую идею композиции и мощные цвета (здесь достаточно вспомнить произведение Тициана «Венера Урбинская»). М.Рикетс в книге «Рембрандт»

(2006) говорит о картине Рембрандта «Даная»: «Общую идею композиции Рембрандт заимствовал у Тициана: лежащую Данаю и мощные цвета, а также теплый насыщенный колорит, с помощью которого художник передает золотой оттенок божественного дождя» (Рикетс, 2006, с.60). Картина «Даная» - один из ярких примеров полотна, созданного Рембрандтом на основе постоянных переделок и исправлений, то есть метода проб и ошибок. Андрей Дьяченко в статье «Загадки и тайны великого Рембрандта» (газета «Аномальные новости», № 32 (302), 2006 г.) пишет о том, как Рембрандт создавал картину «Даная»: «…Ученые начали делать рентгеновские снимки полотна. В результате этого они обнаружили, что художник несколько раз переписывал лицо и фигуру Данаи. Ему позировали его жена Саския и служанка Хендрикье Стоффельс. Так рентгеновский аппарат помог восстановить фазы работы над картиной и схему создания собирательного образа» (А.Дьяченко, 2006). И.Линник в предисловии к книге Гледис Шмитт «Рембрандт» (1996) детализирует историю картины Рембрандта «Даная»: «Дело в том, что «Даная» не предназначалась художником для продажи и оставалась в его владении вплоть до распродажи его имущества в 1656 году. Поэтому он смог вновь обратиться к ней через десяток лет после ее написания и в значительной части переделать ее, переписав всю ее центральную часть в соответствии со своим живописным видением в этот период. Рембрандт изменил и черты лица героини, придав ее облику сходство с Гертье Диркс, служанкой, жившей в его доме после смерти Саскии (Хендрикье Стоффельс появилась в доме в 1649 году) и состоявшей с художником в интимных отношениях» (И.Линник, 1996).

Аналогия Рембрандта. Знатоки творчества Рембрандта находят в его картинах отзвуки искусства Караваджо. В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004), перечисляя живописцев, опиравшихся на наследие Караваджо, аргументирует: «И, наконец, можно проследить след Караваджо в искусстве Рембрандта. Уже в 1606 г. под сильнейшим впечатлением от Караваджо он начинает экспериментировать со светотенью и сосредотачивается на психологизме, передаче внутреннего мира и настроения, которое распространяется на среду» (Локтев, 2004, с.262). «Есть основания предположить, - поясняет В.И.Локтев, - что драматизм и психологизм Рембрандта возникает на фундаменте, заложенном венецианскими полифонистами и Караваджо» (там же, с.262).

Аналогия Рембрандта. Создавая полотно «Урок анатомии доктора Деймана» (1656), Рембрандт заимствовал позу анатомируемого тела из картины А.Мантеньи «Мертвый Христос». Помогли также зарисовки лежащего трупа, сделанные Рембрандтом непосредственно во время демонстрации публичного вскрытия. М.Рикетс в книге «Рембрандт» (2006) говорит об упомянутом полотне Рембрандта: «Рембрандт определенно присутствовал на вскрытии и делал зарисовки с лежащего перед ним трупа. Позже, опираясь на иллюстрации в трактатах хирурга Везалия (и композицию «Мертвого Христа» Мантеньи), он расположил тело перпендикулярно по отношению к плоскости холста» (Рикетс, 2006, с.102).

Аналогия Рембрандта. Рембрандт писал картину «Юпитер и Антиопа» (1659), в которой бог подкрался к обнаженной молодой женщине, заимствуя многие детали из полотен братьев Агостино и Аннибале Карраччи и Антонио Корреджо (1494-1534). А.Вержбицкий в книге «Творчество Рембрандта» (СПб., «Мифрил», 1995) пишет о произведении Рембрандта «Юпитер и Антиопа»: «Почти все внешние черты этого изображения – расположение фигур на первом плане и их жесты – заимствованы у знаменитых академистов братьев Карраччи и у классика барокко Корреджо, у которого Рембрандт подметил юношескую кокетливость пожилого козлоногого сатира, развратного спутника Диониса-Вакха, бога вина и веселья. У Карраччи Рембранд заимствовал пластически совершенную форму лежащей обнаженной женщины. Но при всех этих явных заимствованиях Рембрандт сделал нечто новое, вполне свое, придав абсолютно естественной, неприкрашенной чувственности почти ужасающую серьезность» (А.Вержбицкий, 1995). Об этом же сообщает Мелисса Рикетс в книге «Рембрандт» (2006), где она раскрывает иконографические источники произведения Рембрандта «Юпитер и Антиопа»: «Когда Юпитер бродил по лесам в образе сатира, он наткнулся на фиванскую принцессу Антиопу, которая спала крепким сном, и был поражен ее красотой. В качестве основы для своей работы художник взял композицию итальянского художника Аннибале Карраччи, несколькими подборками офортов которого он владел» (Рикетс, 2006, с.112).

Аналогия Жоржа де Латура. Французский живописец Жорж де Латур (1593-1652) создал многие свои картины по аналогии с работами итальянца Караваджо. Мишель Гурина в учебном пособии «Философия» (Москва, «Республика», 1998), сопоставляя такие качества гения, как оригинальность (самобытность) и его зависимость от достижений предшественников, замечает: «Тем не менее, как это убедительно показал Мальро в «Психологии искусства» и в «Голосах тишины», даже гениальный художник находит основной источник своего вдохновения в школе других мастеров. «Всякий художник начинает с подражания, и даже гений вырабатывает свою оригинальность из заимствованной манеры и приемов». «Быть может, нет лучшего примера этому, чем трансформация красно-черных картин Караваджо в ночное искусство Жоржа де Латура». Латур перенял у Караваджо, прежде всего, сюжеты (например, игроки, Магдалина, святой Иеремия). Но главным образом его заимствования относятся к манере. В картинах Латура находят палитру Караваджо и особенно его черный, его красный цвет, его охру. Но особенно считают сходными световые эффекты. Торсы святых на картинах «Святой Иосиф плотник» Латура и «Святой Иеремия» Караваджо одинаково выступают из тьмы, а освещение патетически усиливает контрасты лица и морщин на лбу, воспроизведенных с тщательным реализмом. Эта драматизация реализма с помощью театрального освещения характерна для манеры Караваджо» (Гурина, 1998, с.145). Об этом же сообщает В.И.Локтев в книге «Барокко от Микеланджело до Гварини» (2004): «Среди французских караваджистов можно назвать Жоржа де Латура (1593-1652). Он подражает не только манере, но заимствует у Караваджо даже темы (драки в тавернах, компании шулеров, музыканты и т.п.)» (Локтев, 2004, с.262).

Аналогия Жана Валантена. Французский живописец Жан Валантен (1591-1632), как и Жорж де Латур, считал необходимым подражать Караваджо, развивая направление в живописи, начало которому положил великий итальянец. Т.П.Каптерева и В.Е.Быков в книге «Искусство Франции XVII века» (Москва, «Искусство», 1969) подчеркивают: «…Даже самые стойкие приверженцы во многом идеализированного и условного искусства не могли избежать влияния своего идейного и художественного противника Караваджо. К тому времени самого Караваджо, не знавшего в своей короткой и бурной жизни ни славы, ни признания, уже не было в живых. Но воздействие его искусства становилось все шире. К числу непосредственных подражателей Караваджо – как итальянских, так и иностранных живописцев, живших в Риме, - принадлежал уже упомянутый Валантен, соотечественник Пуссена, который стал его другом» (Т.П.Каптерева, В.Е.Быков, 1969). В свое время картины Валантена копировал не кто иной, как Жак-Луи Давид, автор знаменитого полотна «Клятва горациев» (1784). Об этом сообщает М.Герман в книге «Давид» (Москва, «Молодая гвардия», 1964): «Все же для копирования он (Давид – Н.Н.Б.) выбрал Валантена – достоинства этого отличного живописца были ему ясны и понятны. Давид всего полнее и непосредственнее воспринимал искусство с контрастной светотенью, драматическое и выразительное» (Герман, 1964, с.49).

Аналогия Никола Пуссена. Французский художник Н.Пуссен (1594-1665) писал обнаженные женские фигуры на своих ранних полотнах, заимствуя их из произведений Рафаэля, Тициана и шедевров античности. К.Кларк в работе «Нагота в искусстве» (2004) повествует: «Здесь нельзя не упомянуть о величайшем мастере академизма Никола Пуссене.

Обнаженные женские фигуры часто встречаются в ранних работах художника и свидетельствуют о глубоком изучении последним работ Рафаэля (по гравюрам Маркантонио), Тициана и произведений античного искусства» (К.Кларк, 2004). Т.П.Каптерева и В.Е.Быков в книге «Искусство Франции XVII века» (1969) пишут о влиянии Тициана на творчество Пуссена: «Очень плодотворным для его творчества было увлечение искусством Тициана в конце 1620-начале 1630-х годов. Обращение к тициановской традиции способствовало раскрытию наиболее живых сторон дарования Пуссена. Велика была роль колоризма Тициана и в развитии Пуссена как живописца» (Т.П.Каптерева, В.Е.Быков, 1969). Говоря о картине Пуссена «Спящая Венера» (1630), те же авторы замечают: «В дрезденском полотне ярче, чем где-либо, ощутима связь Пуссена с колоризмом Тициана» (Т.П.Каптерева, В.Е.Быков, 1969).

Аналогия Никола Пуссена. Оказавшись в Риме, Н.Пуссен без устали зарисовывал античные статуи и пейзажи Рима, полагая, что эти зарисовки пригодятся в дальнейшей работе. Т.П.Каптерева и В.Е.Быков в книге «Искусство Франции XVII века» (1969) повествуют: «Жизнь Пуссена в Риме была посвящена настойчивой и систематической работе. Историк искусства XVII века Андре Фелибьен писал: «Все его дни были днями учения, а время, которое он употреблял на то, чтобы писать и рисовать, заменяло ему часы развлечений. Он учился всюду, где бы ни находился. Проходя по улицам, он наблюдал движения людей и если замечал что-нибудь заслуживающее внимания, сейчас же делал наброски в тетради, которую носил с собой. Он избегал общества, как только мог, и прятался от друзей для того, чтобы побродить одному в виноградниках и в самых пустынных уголках Рима, где он мог без помехи созерцать античные статуи, ласкающие глаз пейзажи и наблюдать наиболее прекрасные явления природы» (Т.П.Каптерева, В.Е.Быков, 1969).

Аналогия Антуана Ватто. В ранних произведениях французского живописца Антуана Ватто (1684-1721) легко обнаружить признаки влияния старых мастеров, а также следы блуждания молодого художника от стиля к стилю. И.С.Немилова в книге «Загадки старых картин» (Москва, «Изобразительное искусство», 1974) повествует: «Ранние произведения Ватто, выполненные в первые годы в Париже, отражают его стремление использовать по возможности полнее опыт старых мастеров. Впрочем, Ватто не всегда в состоянии справиться с подобной задачей. Он слишком неопытен, чтобы овладеть мастерством гениев. Поэтому он мечется, заимствуя то, что ему уже по силам, то у одного, то у другого. Он бросается от стиля к стилю, от мастера к мастеру, от решения к решению. Его самые ранние работы обладают лишь одним бесспорным качеством: они наивны, но написаны с увлечением» (И.С.Немилова, 1974). Говоря о периоде увлечения А.Ватто фламандскими и итальянскими мастерами, И.С.Немилова отмечает: «У художника появились свои предпочтения: у итальянцев, особенно у мастеров венецианской школы, он любит и чаще всего заимствует пейзаж, у фламандцев – изображение человека: целые фигуры, головы, руки. Постепенно, даже копируя, он вносит все больше нового в выполняемую работу» (И.С.Немилова, 1974).

Аналогия Антуана Ватто. А.Ватто, осваивая методы создания совершенных художественных композиций, почерпнул у Н.Пуссена и К.Лоррена способ построения пространства, у П.Рубенса – роскошное и свободное чувство цвета, у Ж.Калло и Д.Тенирса – стратегию организации многофигурной композиции. Ю.Н.Белова в автореферате кандидатской диссертации «Проблематика творчества Антуана Ватто в контексте традиций западноевропейского искусства XVII века» (Москва, 2008) пишет о Ватто: «Его действительными наставниками стали произведения великих мастеров XVII века. У Пуссена и Лоррена Ватто учился владеть совершенными способами построения пространства, у Рубенса – роскошному и свободному чувству цвета, у Калло и Тенирса – мастерству организации многофигурной композиции» (Ю.Н.Белова, 2008).

Аналогия Антуана Ватто. П.Рубенс был одним из любимых художников Антуана Ватто, поэтому в полотнах французского мастера можно найти те или иные элементы композиций знаменитого фламандца. К.В.Уэджвуд в монографии «Мир Рубенса» (1998) аргументирует: «С другой стороны, картины Рубенса оказывали сильнейшее влияние на самых разнообразных художников. Антуан Ватто, который родился 44 года спустя после смерти Рубенса, страстно любил его творчество и в конце жизни с большим удовлетворением писал о подаренном ему небольшом подлиннике Рубенса: «С того момента, как он оказался у меня в руках, я не знал ни минуты покоя, а мои глаза постоянно возвращались к мольберту, где я установил его, словно в святилище для поколения» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Антуана Ватто. Отправной точкой (исходным мотивом) картины А.Ватто «Пейзаж с водопадом» послужила гравюра итальянского художника Доменико Компаньолы, на которой представлен аналогичный сюжет. И.С.Немилова в книге «Загадки старых картин» (Москва, «Изобразительное искусство», 1974) говорит о работе А.Ватто «Пейзаж с водопадом»: «Пейзаж с водопадом» настолько характерен для элегического мироощущения Ватто, что трудно было бы заподозрить в нем какую-то связь с искусством прошлых лет. Так вот, рисунком, подтверждающим мою атрибуцию «Пейзажа с водопадом» Ватто, легшим в основу композиции этой картины и представляющим собой подготовительный этап к ней, оказалась своеобразная копия Ватто с гравюры Доменико Компаньолы, падуанского мастера XVI века, испытавшего сильное влияние Тициана» (И.С.Немилова, 1974). «Паркер и Матей, - продолжает И.С.Немилова, - предполагают, что Ватто, видимо, знал оригинал, с которого была выполнена гравюра, послужившая основанием для лондонского рисунка, или же он копировал гравюру с рисунка собрания Зайдржецкого» (И.С.Немилова, 1974). Автор книги «Загадки старых картин» поясняет: «Воспользовавшись пейзажем Компаньолы как отправной точкой, Ватто далее развивает собственные идеи и метод, создает произведение, характерное как для своего творчества, так и для своего времени. (…) Интересно, что тот метод работы, который мне удалось проследить на примере создания «Пейзажа с водопадом», используется в творчестве Ватто не один раз» (И.С.Немилова, 1974).

Аналогия Антуана Ватто. Работая над картиной «Купание Дианы», А.Ватто изобразил на ней женскую фигуру, заимствованную из многофигурного полотна французского художника Луи Булоня Младшего (1654-1733) «Отдых Дианы», созданного в 1707 году. И.С.Немилова в книге «Загадки старых картин» (1974) пишет о Ватто: «Среди его произведений есть картина, называемая «Купание Дианы» («Купание Дианы», картина в музее города Тура, рисунок к ней в Лувре). Ее можно считать манифестом нового стиля рококо, зарождающегося во Франции. Все в ней легко, прозрачно, несколько прихотливо: и композиция, и колорит, и сама фигура Дианы, сидящей на берегу ручья. Картина как будто воплощает в себе все индивидуальные качества творчества Ватто. И, тем не менее, углубленное изучение этого произведения, проведенное зарубежными коллегами, - Паркером и Матеем, дало совершенно неожиданные выводы. Первоосновой для «Дианы» Ватто послужила картина достаточно скучного художника Луи Булоня, работавшего на рубеже XVII-XVIII веков. (…) Он написал большое академическое многофигурное полотно, изображающее «Отдых Дианы» (ныне в музее города Тура). Ватто понравилась фигурка одной из нимф, изображенных Булонем на втором плане. Он сделал с нее зарисовку, точно так же, как с офорта Компаньолы. По этому рисунку он и выполнил свою пленительную картину. Таким образом, скучная и банальная, сложная по построению и густонаселенная картина породила изящную однофигурную композицию Ватто» (И.С.Немилова, 1974).

Аналогия Антуана Ватто. С точки зрения специалистов, А.Ватто написал многие картины, изображающие знаменитые «галантные праздники», по аналогии ориентируясь на картину П.Рубенса «Сад любви». Как известно, на этом полотне П.Рубенса крылатый Амур с колчаном и стрелами за спиной подталкивает влюбленных к храму Венеры, в преддверии которого уже собрались другие пары. Карл Верман в книге «История искусства всех времен и народов» (Москва, изд-во АСТ, 2000), а именно в 3-ем томе данной книги, пишет об А.Ватто: «Самого Рубенса он изучал, оставив мастерскую Жилло, в Люксембургском дворце, где находились картины Рубенса из цикла Медичи, а также в доме известного коллекционера Кроза, его покровителя. Несомненно, он познакомился здесь и с гравюрами рубенсовских «Садов любви»; в художественно-историческом отношении поучительно, что все знаменитые «галантные праздники» Ватто в сущности имеют своим прототипом этот «Сад любви» (К.Верман, 2000). А.-М.Лекуре в книге «Рубенс» (2002) говорит о том, что Ватто, работая над картинами, посвященными эпохе Людовика XIII, заимствовал костюмы с полотен Питера Рубенса, современника данной эпохи. «Ватто наряжал своих персонажей в костюмы эпохи Людовика XIII, - отмечает Лекуре, - заимствуя их с полотен антверпенского мастера, которыми восхищался в Люксембургском дворце. Его галантные сцены явно перекликаются с воздушным «Садом любви» (Лекуре, 2002, с.339).

Аналогия Антуана Ватто. Создавая картину «Рекруты, догоняющую полк» (1709), А.Ватто почерпнул ряд некоторых композиционных элементов из произведений Ж.Калло и Н.Герара. Ю.Н.Белова в автореферате кандидатской диссертации «Проблематика творчества Антуана Ватто в контексте традиций западноевропейского искусства XVII века» (Москва, 2008) замечает: «Автором диссертации к офорту и вариантам-повторениям сцены «Рекруты, догоняющие полк» была найдена композиционная и фигурная аналогия в творчестве Калло, а также у Никола Герара, испытавшего влияние Калло» (Ю.Н.Белова, 2008).

Аналогия Антуана Ватто. Картины А.Ватто «Савояр с сурком» (1716) и «Пряха» написаны с использованием идей, содержащихся в полотнах Давида Тенирса Младшего (1610-1690). Ю.Н.Белова в автореферате кандидатской диссертации «Проблематика творчества Антуана Ватто в контексте традиций западноевропейского искусства XVII века» (Москва, 2008) констатирует: «При анализе однофигурных работ Ватто «Пряхи» и «Савояра» показано воздействие аналогичных по композиции картин Тенирса Младшего, что доказано, помимо стилистического и композиционного анализа, изображением картины Тенирса «Шут» в полотне Ватто «Вывеска лавки Жерсена». Использование Ватто в двух парных картинах композиционных принципов Калло и Тенирса показывает, как функционирует процесс перекрестного влияния в его творчестве» (Ю.Н.Белова, 2008). Ю.Н.Белова в статье «Взаимодействие творчества А.Ватто с наследием Жака Калло и Давида Тенирса Младшего» («Известия РГПУ им.А.И.Герцена», 2008, № 80) проводит аналогию между картиной А.Ватто «Савояр» и полотном Давида Тенирса «Шут» (1640-е годы): «Действительной композиционной параллелью к «Савояру» стал «Шут» Давида Тенирса Мл. (ГМИИ им. А.С.Пушкина, Москва). Принципы организации пространства несомненно сходны: сравнительно низкий горизонт, нейтральный обобщенный фон, расположение фигуры в центре холста и изображение церкви с колокольней» (Белова, 2008, с.28).

Аналогия Антуана Ватто. Фигуры, взятые из полотен Давида Тенирса, французский живописец А.Ватто использовал не только в картине «Савояр». В частности, фигура шута, изображенная на полотне А.Ватто «Вывеска лавки Жерсена» (1720), заимствована из картины Давида Тенирса «Шут». Ю.Н.Белова в статье «Взаимодействие творчества А.Ватто с наследием Жака Калло и Давида Тенирса Младшего» («Известия РГПУ им.А.И.Герцена», 2008, № 80) аргументирует: «Лучшим доказательством знакомства Ватто с картинами Тенирса является «Вывеска лавки Жерсена» (Шарлоттенбург, Берлин), где в правой части полотна изображен шут с одноименной картины Тенирса. В этой свободной копии Ватто сохранил все отличительные особенности авторской композиции, что позволяет считать подтвержденным использование Ватто композиционных приемов Тенирса…» (Белова, 2008, с.29).

Аналогия Антуана Ватто. Работая над картиной «Затруднительное предложение» (1716), А.Ватто заимствовал ряд фигур из рисунков французского гравера и живописца Жака Калло (1594-1635). Ю.Н.Белова в статье «Взаимодействие творчества А.Ватто с наследием Жака Калло и Давида Тенирса Младшего» («Известия Российского государственного педагогического университета им.А.И.Герцена», 2008, № 80) пишет о том, как А.Ватто создавал картину «Затруднительное предложение», которая хранится в Государственном Эрмитаже г.Санкт-Петербурга: «В «Затруднительном предложении» (ГЭ, Санкт-Петербург) художник использовал правую фигуру с рисунка Калло «Два кавалера» (ГЭ, Санкт-Петербург)» (Белова, 2008, с.27). Дама, изображенная на картине Ватто «Затруднительное предложение», также взята из рисунков Ж.Калло. По свидетельству Ю.Н.Беловой, «к изображению дамы у Ватто удалось найти три рисунка Калло: «Стоящая дама, вид со спины в повороте направо» (Лувр, Париж, ранее собрание Мариэтта) и два «Этюда дамы» (Лондон, Британский музей, Ternois 387 и 384)» (там же, с.27).

Аналогия Антуана Ватто. А.Ватто по аналогии перенес в свою картину «Перспектива» (1717) группу людей, изображенную на рисунке Жака Калло «Влюбленная пара». Ю.Н.Белова в статье «Взаимодействие творчества А.Ватто с наследием Жака Калло и Давида Тенирса Младшего» («Известия РГПУ им.А.И.Герцена», 2008, № 80), перечисляя произведения А.Ватто, написанные под влиянием работ Ж.Калло, отмечает: «Еще одним характерным примером является группа с рисунка Калло «Влюбленная пара» (Флоренция, Уффици), помещенная Ватто в «Перспективу» (Бостон, Музей изящных искусств). В период между созданием первоначальной и ныне существующей композиции «Затруднительного предложения» зафиксирован устойчивый интерес Ватто к творчеству Калло…» (Белова, 2008, с.28).

Аналогия Антуана Ватто. Произведение А.Ватто «Отдых на охоте» (1720) создано благодаря тому, что французский художник использовал сюжетную группу, взятую из гравюры Ж.Калло «Ярмарка в Импрунете». Кроме А.Ватто, эту гравюру копировал также Давид Тенирс. Ю.Н.Белова в статье «Взаимодействие творчества А.Ватто с наследием Жака Калло и Давида Тенирса Младшего» («Известия РГПУ им.А.И.Герцена», 2008, № 80) пишет: «…Тенирс сделал живописную копию «Ярмарка у церкви Санта Мария в Импрунете близ Флоренции» (Мюнхен, Старая Нипакотека) с гравюры Калло «Ярмарка в Импрунете». В свою очередь, Ватто (уже в более поздний период) использовал в «Отдыхе на охоте» (Лондон, коллекция Уоллес) сюжетную группу Калло из «Ярмарки в Импрунете» (в зеркальном варианте)» (Белова, 2008, с.29). Характерной особенностью творчества А.Ватто был процесс постоянных переделок и исправлений, которым подвергались его произведения, то есть метод проб и ошибок. И.С.Немилова в книге «Загадки старых картин» (1974) приводит слова торговца картинами Эдм-Франсуа Жерсена о стиле работы Ватто: «Я часто был свидетелем нетерпения и отвращения, которые возникали у него по отношению к его собственным произведениям. Иногда я видел, как он полностью стирал уже законченные картины, чем-то ему не понравившиеся, найдя в них воображаемые недостатки» (И.С.Немилова, 1974).

Аналогия Джованни Баттисты Тьеполо. Итальянский художник Джованни Тьеполо (1696-1770) в ряде своих произведений по аналогии ориентировался на живопись Веронезе. Дж.Арган во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет о Тьеполо: «Не случайно Альгаротти назвал его «великим знатоком стилей». Характерно его отношение, например, к Веронезе, творчество которого было источником его поисков. Он осваивает и приспосабливает к своим целям многие формальные достижения живописи Веронезе, но вовсе не считает, что тем самым он возвращается к XVI в., повторяет историческое содержание его искусства. Просто-напросто Тьеполо понял (и был прав), что живопись Веронезе технически более прогрессивная, чем идущее за ним итальянское искусство…» (Арган, 1990, с.197).

Аналогия Томаса Гейнсборо. Английский живописец Томас Гейнсборо (1727-1788) создал ряд полотен под воздействием Антониса Ван Дейка, ученика П.Рубенса. К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998) говорит о Ван Дейке: «…Он диктовал моду в Англии в течение долгих лет, оказывая свое огромное влияние на творчество таких знаменитых английских художников следующего столетия, как Рейнольдс (1723-1792) и Гейнсборо (1727-1788)» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Томаса Гейнсборо. Т.Гейнсборо, работая над картиной «Роберт Эндрюс и его жена», по аналогии заимствовал пейзаж у голландского художника Якоба Рейсдаля (1628-1682). Х.В.Янсон и Э.Ф.Янсон в книге «Основы истории искусств» (СПб., «Икар», 1992) пишут о картине Гейнсборо «Роберт Эндрюс и его жена»: «Хотя пейзаж и заимствован у Рейсдаля и его школы, его озаряет такая солнечная, приветливая атмосфера, какой никогда не достигали (или не стремились достичь) голландские мастера» (Х.В.Янсон, Э.Ф.Янсон, 1992).

Аналогия Томаса Гейнсборо. Манера письма Гейнсборо отражает влияние испанского художника Бартоломео Мурильо (1618-1682). Лопес Крус Хосе в диссертации на соискание ученой степени кандидата искусствоведения «Мурильо и Веласкес в русской художественной культуре XIX – начала XX веков» (Москва, 2001) пишет о Гейнсборо: «Последний испытал влияние Мурильо не только в выборе темы, но и в манере письма, в частности в том, что было названо «воздушностью», характерной для последнего этапа творчества Мурильо, под влиянием которого английский художник начинает применять технику более легких мазков» (Л.К.Хосе, 2001).

Аналогия Франсиско Гойи. Испанский художник Ф.Гойя (1746-1928) многое заимствовал у Рембрандта, видя в нем наилучшего учителя. Ирина Зорина в статье «Я – Гойя: Гойя от первого лица» («Вестник Европы», 2005, № 16) пишет: «Именно в картинах Рембрандта Гойя нашел все эффекты, которые позволяют достичь света. Изучив великого голландского мага, он решил, что нет лучшего учителя, чем он, и нет большего помощника, чем Солнце. Действительно, не раз ученик приближался к мастеру и был столь же ярким, как и его помощник» (И.Зорина, 2005).

Аналогия Франсиско Гойи. Ф.Гойя копировал произведения Флаксмана, Эль Греко, Корреджо, Менгса, Рейнольдса, Веласкеса, чтобы позже использовать их находки в своем творчестве. Зорина в статье «Я – Гойя: Гойя от первого лица» («Вестник Европы», 2005, № 16) говорит о Гойе: «Его интересовало все. И все он копировал. От художников холодного неоклассицизма конца 18-го века во главе с Флаксманом до самого неакадемического гения Греко. (…) Гойя копирует коричневатый янтарь Корреджо, золотистую гамму голландских пейзажистов, застывший фарфор Менгса, цветовую насыщенность Рейнольдса, смолистую оболочку, которой покрывает свои фигуры и пейзажи Рембрандт, пытается копировать высшее спокойствие Веласкеса» (И.Зорина, 2005). «Гойя, кажется, уверял, - продолжает И.Зорина, - что его единственными учителями были Веласкес, Рембрандт и природа. Думаю, что он ошибался. Вся живопись всех времен была его учителем, и Природа тоже» (И.Зорина, 2005).

Аналогия Франсиско Гойи. Расписывая фресками одну из церквей в Сарагосе (Испания), Ф.Гойя ориентировался на работы итальянского живописца Джованни Баттисты Тьеполо (1696-1770), с которыми однажды познакомился. Т.В.Ильина в книге «История искусств» (2000) сообщает: «Гойя развивается медленно, его яркая индивидуальность полностью себя выявила только к сорока годам. В Сарагосе мастер расписывает одну из церквей фресками, исполненными, несомненно, под влиянием Тьеполо, работы которого вполне мог видеть в Мадриде» (Т.В.Ильина, 2000).

Аналогия Жака-Луи Давида. Французский живописец Жак-Луи Давид (1748-1825) создал картину «Везалий, просящий милостыню» (1781) в результате того, что по аналогии перенес в нее многие предметы античного искусства, в том числе античной архитектуры, которые он усердно копировал в молодости. Эти копии в дальнейшем понадобятся ему и для других картин на тему античной истории. Михаил Герман в книге «Давид» (Москва, «Молодая гвардия», 1964) пишет: «Давид изнурял себя работой. Желая понять секрет совершенства античного искусства, он тщательно копировал барельефы колонны Траяна, целыми днями просиживал среди обломков базилики Ульпия. Добился разрешения снять кальки с ценнейших расписных ваз из собрания Гамильтона, делал рисунки с гемм, этих крошечных произведений античного искусства, где красота самоцветного камня соединялась с тонкостью работы» (Герман, 1964, с.55). М.Герман говорит о радости Давида, охватившей его, когда его полотно «Везалий, просящий милостыню» получило высокую оценку специалистов: «Давид испытывал высокую радость победы: его признали. Дни, проведенные за копированием бесчисленных статуй, рельефов, гемм, дни, прошедшие перед мольбертом, в непрестанных поисках совершенства, бессонные ночи, муки неудовлетворенного желания стать, наконец, подлинным мастером мгновенным вихрем пронеслись в памяти Давида» (там же, с.76).

Аналогия Жака-Луи Давида. На картине Давида «Клятва Горациев» (1784) представлены предметы культуры Древнего Рима, образцы которых Давид внимательно изучал и прилежно копировал для того, чтобы впоследствии перенести (транспонировать) их на свое полотно. М.Герман в книге «Давид» (1964) рассказывает о работе французского художника над «Клятвой Горациев»: «Он подолгу рылся в гравюрах с архитектурных памятников античности, зарисовывал утварь из Помпей и Геркуланума, оружие на римских мозаиках. Ему хотелось воссоздать не тот Рим, который всем был знаком по набившим оскомину спектаклям и картинам, а Рим подлинный – жестокий, неуютный, звенящий тяжелой бронзой мечей, Рим, где смерть и убийство были в порядке вещей, где отвага в бою за отчизну была первой добродетелью человека. Это требовало абсолютной подлинности обстановки, утвари, одежды, а значит, и много времени на изучение их. Зато все в картине: тяжелая аркада тосканских колонн, каски Горациев, их копья и мечи – было скопировано с подлинных образцов» (Герман, 1964, с.94).

Аналогия Жака-Луи Давида. Работая над картиной «Сабинянки, останавливающие битву» (1799), Давид пользовался натурой, срисовывая героев своего произведения с конкретных людей, которые специально позировали ему. М.Герман в книге «Давид» (1964) пишет о том, как рождалось на свет полотно Давида «Сабинянки»: «Герои картины соперничали совершенством фигур с созданиями греческих скульпторов. Все они были написаны с натуры. Для Ромула позировал Бейяр – один из учеников Давида, для Тация – известный танцовщик Дежвиль. А для сабинянок позировали не натурщицы, а светские дамы, что вызвало многочисленные пересуды среди любителей искусства и живописцев» (Герман, 1964, с.255).

Аналогия Жака-Луи Давида. Давид во время работы над картиной «Коронование Наполеона» по аналогии заимствовал композицию из картины Рубенса, изображающей коронацию Марии Медичи, супруги французского короля Генриха IV. А.-М.Лекуре в книге «Рубенс» (2002) пишет о картине Рубенса, посвященной коронации Марии Медичи: «Так, по версии художника, Генрих IV полюбил будущую королеву с первого взгляда, едва взглянув на ее портрет. В дальнейшем он осыпал ее почестями и окружил уважением, вручил ей права регентства, сам же, устроившись в ложе, скромно и издали наблюдал за церемонией коронации. Вытянутую композицию, представляющую вступление итальянской принцессы со свитой из самых знатных вельмож королевства в храм Сен-Дени, впоследствии заимствовал Давид для построения своего «Коронования Наполеона» (Лекуре, 2002, с.211).

Аналогия Джозефа Уильяма Тернера. Английский живописец Джозеф Тернер (1775-1851) в свое время был изумлен совершенством картин Клода Лоррена и многие свои вещи написал, по аналогии ориентируясь на произведения французского мастера кисти. Питер Акройд в книге «Тернер» (Москва, «Колибри», 2012) пишет: «…Мифологические пейзажи Клода Лоррена, когда он (Тернер – Н.Н.Б.) впервые их увидал, вызвали у него такой мощный, совсем ему несвойственный эмоциональный порыв. Клод Лоррен, живший в семнадцатом веке, справедливо прославлен своими ясными и гармоничными пейзажами; кроме того, он был первым, кто поместил солнце на свои полотна; солнце, сияющее божество Тернера, - главный герой искусства Лоррена» (Акройд, 2012, с.19). Огромное впечатление на Тернера оказала картина К.Лоррена «Отплытие царицы Савской» (1648), о чем П.Акройд повествует: «Это случилось, когда один из ценителей Тернера пригласил его взглянуть на «Отплытие царицы Савской» Лоррена. Современник, который присутствовал при этом, вспоминает, что, увидев картину, Тернер «смешался, разволновался и разразился слезами». Когда же его спросили, в чем причина такого проявления чувств, Тернер ответил: «Потому что я никогда не сумею написать ничего подобного». Иначе говоря, картина мастера середины семнадцатого века, во всей ее сияющей прозрачности, показалась молодому английскому художнику непостижимо и недостижимо прекрасной. Увидев еще два пейзажа Лоррена в Бекфорд-Хаусе на Гросвенор-сквер, он, как передавали, сказал, что «повторить их выше человеческих сил» (там же, с.19).

Аналогия Джозефа Уильяма Тернера. Многие полотна Джозефа Тернера – результат путешествия художника по швейцарским горам и долинам, где он сделал массу зарисовок и эскизов, которые позже использовал при работе над пейзажными произведениями. П.Акройд в книге «Тернер» (2012) сообщает: «В Париже Тернер нанял кабриолет и направился в Швейцарию, где, что и говорить, его просто сразила красота тамошних гор и долин. Он рисовал Монблан и ледник Мерде-Гляс, преодолел перевал Сенбернар, посетил Райхенбахский водопад и высотой в восемьдесят футов водопад Рейн-Холл в Шаффхаузене; до Чертова моста прошел пешком по Сен-Готардскому перевалу. Жадно ловил глазами проявления величественного и прекрасного в атмосфере, искал и находил в окружающем сюжеты для картин, которые еще напишет. (…) За эту поездку он сделал четыреста эскизов, тут же на месте бегло набрасывая очертания и объемы» (Акройд, 2012, с.27).

Аналогия Джозефа Уильяма Тернера. В духе (стиле) Клода Лоррена, ставшего кумиром английского художника, Тернер написал картины «Праздник по случаю сбора винограда в Маконе» и «Меркурий и Герса». П.Акройд в монографии «Тернер» (2012), перечисляя картины Тернера, направленные на выставку 1803 года (Англия) после возвращения художника из Франции, говорит об одной из них: «Последняя, озаглавленная «Праздник по случаю сбора винограда в Маконе, исполнена самым величественным образом в духе Лоррена, хотя местоположение напоминает скорее Ричмонд на Темзе, нежели Францию. Пейзаж одухотворен присутствием человека: работники пляшут, беседуют, наблюдают за танцами» (Акройд, 2012, с.28). О том, что полотно Тернера «Меркурий и Герса» написано под влиянием Лоррена (хотя и вдохновлено Паоло Веронезе), мы узнаем из следующего фрагмента книги П.Акройда: «…Работать не перестал, представив на академическую выставку два классических сюжета: «Аполлон и Питон» и «Меркурий и Герса». Последний, вдохновленный Веронезе, решением своим обязан Лоррену. Прохлада и прозрачность этой работы, тончайшие переходы тона и цвета, уравновешенная ее композиция – все говорит о том, к кому лежит сердце художника» (там же, с.45).

Аналогия Джозефа Уильяма Тернера. Полотно К.Лоррена «Отплытие царицы Савской» (1648) послужило иконографическим источником картины Тернера «Дидона, основательница Карфагена» (другие названия – «Дидона строит Карфаген», «Возведение Карфагена», 1815). Тернер очень ценил свое произведение и не хотел с ним расставаться, отвергая все предложения о продаже картины. П.Акройд в книге «Тернер» (2012) пишет: «Когда Тернер все поднимал и поднимал цену на картину «Дидона строит Карфаген» с пятисот фунтов до двух тысяч, незадачливый покупатель в гневе спросил: «Да что ж такое, что вы будете с ней делать, с этой картиной?» И Тернер ответил: «Да меня похоронят в ней, что ж еще». В эту историю поверили до такой степени, что когда Тернер умер, настоятель собора Святого Павла заявил: «Я не стану читать заупокойную молитву, если его завернут в эту картину!» (Акройд, 2012, с.63). Следы метода проб и ошибок, выражающегося в постоянных переработках и исправлениях запечатленного на картине, можно найти и в творчестве Тернера. П.Акройд говорит о нем: «Не раз бывало, он посылал на выставку незаконченное полотно, дорабатывая его на месте кистью, ножом (и пальцами). Однажды всю картину до конца написал, когда холст висел уже на стене выставочного зала. Приезжал ранним утром и работал, не отрываясь, часами, ни на кого не глядя, не перекинувшись ни с кем словом. Работал, стоя близко, почти вплотную, в нескольких дюймах от полотна, и ни разу не отошел ни на шаг, чтобы глянуть, каково общее впечатление от картины» (там же, с.90). П.Акройд приводит слова Тернера о своем творчестве: «Единственный мой секрет – это чертовски тяжелый труд. Не знаю другого гения, кроме гения упорной работы» (там же, с.103).

Аналогия Джона Констебла. Английский художник Джон Констебл (1776-1837), создавая картину «Дедхемская долина», по аналогии ориентировался на поразившую его картину Клода Лоррена «Агарь и Измаил» (другое название – «Изгнание Агари»), написанную в 1668 году. Примечательно, что данное произведение Клода Лоррена, однажды увиденное Констеблом, и сделало его художником. К.Кларк в книге «Пейзаж в искусстве» (2004) повествует: «Широко известен рассказ Лесли о том, как Констебла, совсем еще мальчика, представили сэру Джорджу Бомонту, который показал ему свою любимую картину Лоррена «Агарь и Измаил», ныне находящуюся в Национальной галерее. «Констебл, - пишет Лесли, - сказал, что день, когда он увидел эту замечательную картину, знаменовал собой начало новой эпохи в его жизни. Невольное воспоминание о ней чувствуется в первой датированной работе маслом, где Констебл уже вполне узнаваем: это «Дедхемская долина» 1802 года. Лучшим доказательством того, насколько глубоко запечатлелась в его сознании работа Лоррена, служит тот факт, что даже в 1828 году Констебл использовал аналогичную композицию в картине, находящейся сейчас в Национальной галерее Шотландии» (К.Кларк, 2004). «Ведь Констебл, как и все революционеры, - подчеркивает К.Кларк, - внимательно изучал традицию. Он обладал присущей только великим художникам способностью понимать совершенно чуждую ему живописную манеру и извлекать из нее элементы, питающие его творчество. Он умел впитывать, при этом не подражая» (К.Кларк, 2004).

Аналогия Джона Констебла. Полотно Констебла «Телега для сена» (1821) создано благодаря его знакомству с пейзажными картинами П.Рубенса. К.В.Уэджвуд в книге «Мир Рубенса» (1998) сообщает: «Знаменитая картина Констебля «Телега для сена» испытала на себе сильное влияние Рубенса. Она была выставлена в парижском салоне в 1824 году и явила собой поворотный пункт в пейзажной живописи XIX века. Таким образом, нарисованные Рубенсом в старости ландшафтные эскизы все еще оказывали свое влияние и в последующие годы» (К.В.Уэджвуд, 1998). Автор книги о Рубенсе приводит слова Констебла: «Ни в одном другом жанре Рубенс не проявил в такой степени своего величия, как в ландшафте» (К.В.Уэджвуд, 1998).

Аналогия Доминика Энгра. Французский художник Д.Энгр (1780-1867), работая над картиной «Юпитер и Тетия», по аналогии заимствовал композицию данной картины из двух рисунков английского скульптора и рисовальщика Джона Флаксмана (1755-1826). К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет об одной из картин Доминика Энгра: «В «Юпитере и Тетии», например, вся композиция, в упрощенном виде, заимствована из двух рисунков Флаксмана…» (Кларк, 2004, с.179).

Аналогия Доминика Энгра. Полотно Д.Энгра «Венера Анадиомена» - своеобразная перекличка французского художника с итальянцем Сандро Боттичелли. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) констатирует: «…Энгр изучал «Венеру» Боттичелли и именно оттуда взял волнистые изгибы очертаний» (Кларк, 2004, с.182).

Аналогия Доминика Энгра. В картине Д.Энгра «Обет Людовика XIII» (1824), которая является алтарной композицией, исполненной для собора в Монтобане, имеются образы, взятые у Рафаэля. Л.А.Дьяков в книге «Эжен Делакруа» (1973) повествует: «В картине «Обет Людовика XIII» Энгр стремится соединить античность и средневековье. Людовик XIII – это как бы сам Энгр, дающий обет защищать чистое искусство. А сам образ мадонны как будто сошел с картин Рафаэля – «Сикстинской Мадонны», или «Мадонны под балдахином», или «Мадонны ди Фолиньо». Это не простое заимствование, а художественный принцип – провозглашение верности заветам Рафаэля» (Дьяков, 1973, с.17). Об этом же говорит Т.В.Ильина в книге «История искусств» (Москва, «Высшая школа», 2000). Рассматривая творчество Энгра в первые десятилетия 19 века, она пишет: «Но главным трудом его в это время становится алтарный образ для церкви его родного города Монтобана, получивший название «Обет Людовика XIII, просящего покровительства мадонны для Французского королевства». Энгр нарочито решил образ мадонны близким к Сикстинской мадонне, выражая свое преклонение перед Рафаэлем и следование заветам великого художника…» (Т.В.Ильина, 2000).

Аналогия Теодора Жерико. Французский художник Теодор Жерико (1791-1824), работая над картиной «Гибель фрегата «Медуза», использовал наброски и эскизы, сделанные с уменьшенной копии (макета) плота, на котором находились люди, потерпевшие бедствие. Этот макет плота изготовил для него плотник, сколотивший реальный плот для пассажиров «Медузы». Чтобы правильно воспроизвести положение людей во время бедствия, Жерико использовал в качестве моделей восковые фигурки, специально вылепленные и расставленные художником на плоту. Надежда Ионина в книге «100 великих картин» (Москва, «Вече», 2006) пишет о Жерико: «Ему удается найти плотника, сколотившего плот для пассажиров «Медузы». Это было для Жерико подлинной находкой, и он заказывает плотнику уменьшенную, но точную модель плота и делает с нее ряд художественных набросков и эскизов. Он лепит и расставляет на плоту восковые фигурки, пытаясь воспроизвести положение людей во время бедствия, чтобы в движениях, позах и мимике передать все разнообразие обуревавших их страстей. Не условных героев и не театральные жестикуляции хотел изобразить Жерико, а реальных людей, переживающих долгие дни страданий и лишений. Наиболее правильным путем для достижения этого ему кажется изображение тех деформаций, которые вносят в человеческий организм болезнь и смерть. И Жерико умножает этюды с натуры, работает в госпитале, где неутомимо пишет больных и умерших. В это же время он ищет себе новую мастерскую поблизости от госпиталя, в которую ему приносят трупы и отсеченные части человеческих тел. Его биограф впоследствии писал, что мастерская Жерико превратилась в своего рода морг, где он сохранял трупы до полного их разложения. Жерико фиксирует трупные пятна, застывшие подтеки крови, ввалившиеся глаза, синеватую бледность кожи и палевую бледность губ – все эти жуткие гримасы смерти» (Н.Ионина, 2006).

Аналогия Теодора Жерико. Центральная фигура картины Жерико «Гибель фрегата «Медуза» была написана в результате того, что художник заимствовал одного из атлетов из фресок Микеланджело, украшающих Сикстинскую капеллу (Ватикан). К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) констатирует: «В XIX веке призрак Микеланджело все еще ставил натурщиков в художественных школах в характерные позы и заставлял так называемых реалистов видеть в микеланджеловской системе форм единственное средство выражения сильных эмоций. Жерико использовал одного из атлетов Сикстинской капеллы в качестве центральной фигуры своей картины «Плот Медузы», и даже архиреалист Курбе в своих «Борцах» не сумел выйти из-под влияния того, кого Блейк называл неистовым демоном» (К.Кларк, 2004).

Аналогия Эжена Делакруа. Французский художник Эжен Делакруа (1798-1863) при написании картины «Данте и Вергилий» (другое название «Ладья Данте») заимствовал многие линии и фигуры у великого Микеланджело. В очерке «Делакруа» (еженедельное издание «Художественная галерея», 2008, выпуск 25) описывается содержание полотна «Данте и Вергилий»: «Картина Делакруа демонстрирует хорошее знакомство автора с творчеством старых мастеров – так, многие линии и фигуры напрямую заимствованы им у Микеланджело, что, впрочем, ни в коей мере не умаляет ценности этого полотна, по-настоящему поразившего современников» (журнал «Художественная галерея», 2008, с.9). Л.А.Дьяков в книге «Эжен Делакруа» (Москва, «Искусство», 1973) детализирует заимствования, сделанные французским художником у Микеланджело во время работы над произведением «Данте и Вергилий»: «Горячий темперамент самого живописца ощущается и в крутящихся волнах, как будто материализующих фигуры грешников, некоторые из них напоминают образы Микеланджело (женская фигура справа вызывает в памяти «Ночь» с гробницы Медичи)» (Дьяков, 1973, с.10-11). Можно также сослаться на К.Кларка, который в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет о полотне Делакруа «Данте и Вергилий»: «Обреченные души, цепляющиеся за борт Дантовой лодки или плывущие рядом с ней, - это те самые поверженные галлы; образы одних решены в традициях античности, а прочие заимствованы у Микеланджело, но трансформированы в воображении Делакруа» (Кларк, 2004, с.312).

Аналогия Эжена Делакруа. В картине Делакруа «Данте и Вергилий» (1822) можно обнаружить также следы влияния искусства П.Рубенса. Л.А.Дьяков в книге «Эжен Делакруа» (1973) пишет об указанной картине Делакруа, написанной по мотивам «Божественной комедии» Данте: «Своим динамизмом картина перекликается с полотнами Рубенса. Не случайно в это же время Делакруа выполняет ряд рисунков с панно Рубенса «Прибытие Марии Медичи в Марсель», а свободная копия маслом одной из наяд этого панно по своей экспрессии близка фигурам грешников в «Данте и Вергилии». А такой сложнейший для живописца мотив, как капли воды, стекающие с обнаженных фигур, был также найден в результате глубокого изучения художественных приемов Рубенса» (Дьяков, 1973, с.11). Продолжая раскрывать иконографические источники «Ладьи Данте», Л.А.Дьяков говорит: «…Общая идея фигуры грешника с закинутыми за голову руками была навеяна персонажами картины картины Рубенса «Геро и Леандр». Расположение складок одежды Данте созвучно мраморной статуе Микеланджело «Рахиль». Голова поэта была написана со слепка его посмертной маски. Лицо Вергилия было взято Делакруа с античной монеты» (там же, с.12). Реконструкция Л.А.Дьякова вполне согласуется с мнением Дж.Аргана, который во 2-ом томе книги «История итальянского искусства» (1990) пишет: «Делакруа черпает исторические мотивы картин не в «классических» источниках, не у Рафаэля, а у Микеланджело, художника, который гениально передал чувство смерти и утраты, у Рубенса, наиболее сильно выразившего в живописи ощущение полноты жизни…» (Арган, 1990, с.213).

Аналогия Эжена Делакруа. Работая над картиной «Хиосская резня» (1824), французский художник отказался от темных красок и использовал светлую тональность, заимствуя эту тональность у англичанина Джона Констебля. Л.А.Дьяков в книге «Эжен Делакруа» (1973) констатирует: «Когда «Хиосская резня» была помещена в Салоне, Делакруа за несколько дней до открытия его переписывает картину под влиянием увиденных работ крупнейшего английского пейзажиста XIX века Джона Констебля. По словам П.Синьяка, Делакруа выбрасывает темные краски, заменяя их такими прекрасными, интенсивными и чистыми, как кобальт, изумрудная зелень и гарансовый лак» (Дьяков, 1973, с.14). «Обращение Делакруа к Констеблю, - поясняет Л.А.Дьяков, - было не случайным. Констебль, учивший непосредственному восприятию природы, сразу стал близок романтикам Франции, искавшим опоры не в классических традициях, а в окружающей природе. Впервые Делакруа один из эскизов Констебля видел в 1823 году. Об этом эскизе он говорит в «Дневнике» как об «изумительно свободной вещи». В июне 1824 года он видел на выставке три картины Констебля: «Вид в окрестностях Лондона», «Река Стур», «Воз сена». В свободной, «шероховатой» технике Констебля, в его богатой, интенсивной тональности Делакруа увидел широкие возможности для развития новой живописи. М.Флоризон считает, что Делакруа переписал передний план картины, где в центральной группе можно увидеть, как поверх первоначального ровного слоя краски наложены частые короткие штрихи, близкие по манере «Возу сена» Констебля, придающие светоносность этой части картины» (Дьяков, 1973, с.15). О том, что Делакруа заимствовал светлый колорит для своих картин из полотен англичан Джона Констебля (1776-1837) и Джозефа Уильяма Тернера (1775-1851), говорит также Я.Тугендхольд в сборнике статей «Французское искусство и его представители» (1911): «…Делакруа многим обязан влиянию светлого колорита англичан, - Тернера и Констебля. До него французские художники писали грязно-бурыми красками, подражая почерневшим от многовековой пыли музейным картинам старых мастеров, - Делакруа первый очистил свою палитру от этих музейных тонов» (Тугендхольд, 1911, с.16). Сошлемся также на мнение К.Богемской, которая в книге «Пейзаж. Страницы истории» (Москва, «Галарт», 1992) подчеркивает: «Не случайно Делакруа, увидев в Салоне 1824 года произведения Констебла, переписал весь задний план своей картины «Резня на Хиосе» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Эжена Делакруа. Э.Делакруа восхищался произведениями Веласкеса и перенимал его манеру. Знакомство французских художников с шедеврами испанского изобразительного искусства облегчалось тем, что в свое время Наполеон вторгся в Испанию и вывез оттуда огромное количество великих картин. Маргарита Шкляревская в статье «Эстафета талантов, или Французские пристрастия к испанской живописи» (журнал «Русский базар», № 14 (364), 2003 г.) подчеркивает: «Они, французские художники посленаполеоновской когорты, открыли для себя испанцев золотого века и были потрясены их талантом, мастерством, глубочайшим психологизмом, особенной негромкой, но невероятно выразительной колористикой, но более всего неожиданностью и выверенностью их композиционных решений. Первыми, кто открыл для себя и для французской живописи искусство старых испанцев как образец, а их самих как мастеров, достойных имени учителя, были Жак Луи Давид, использовавший композиции Рибейры и Веласкеса; Шассерио, копировавший Эль Греко и Моралеса; Милле, интерпретировавший Рибейру, Сурбарана и Мурильо; Делакруа, обращавшийся к испанцам часто и плотно. «Веласкес завоевал меня», - писал он и был здесь предтечей Мане. Конечно, огромную роль сыграло вторжение Наполеона в Испанию…» (М.Шкляревская, 2003). О приверженности Делакруа манере письма Веласкеса говорит Лев Дьяков в статье «Дневник Эжена Делакруа» (журнал «Искусство», 2008, № 9), где автор приводит слова французского живописца: «Видел Веласкеса и получил разрешение его копировать. Он совсем овладел мной. Вот то, чего я так долго искал, этот мазок, и твердый, и текучий в одно и то же время. Мне кажется, что соединяя эту манеру письма со смелыми контурами, можно было бы с легкостью писать небольшие картины» (Л.Дьяков, 2008).

Аналогия Эжена Делакруа. В ряде своих работ Э.Делакруа использовал колорит, взятый у английского художника и графика Ричарда Паркса Бонингтона (1802-1828). Л.А.Дьяков в книге «Эжен Делакруа» (1973) пишет о колорите картины Делакруа «Марино Фальеро» (1827): «Здесь был впервые применен копаловый лак, привезенный Делакруа из Англии. В колорите картины можно увидеть влияние Бонингтона, с которым Делакруа был дружен. Здесь то же сверкание красок, что у Бонингтона, о котором рассказывали, что он растирает на палитре драгоценные камни для того, чтобы придать краскам больший блеск. Но у Делакруа это лишь средство для воплощения замысла» (Дьяков, 1973, с.18-19).

Аналогия Эжена Делакруа. Символический образ женщины со знаменем в руке, изображенный на полотне Делакруа «Свобода на баррикадах» (1830), был по аналогии подсказан художнику поэмой «Ямбы» известного французского поэта-романтика Огюста Барбье (1805-1882). В этой поэме встречается аллегорический образ богини Свободы, показанной в виде властной женщины из народа. Л.А.Дьяков в книге «Эжен Делакруа» (1973) описывает историю картины Делакруа «Свобода на баррикадах»: «А.Дюма, друг художника, рассказывал, что в дни восстания вид знамени на Нотр-Дам произвел сильнейшее впечатление на Делакруа, побудил его к созданию картины» (Дьяков, 1973, с.27). «Художник обращается, - продолжает Л.А.Дьяков, - к поэме «Ямбы» О.Барбье. И здесь он встречает аллегорический образ богини Свободы, показанной в виде властной женщины из народа…» (там же, с.30).

Аналогия Эжена Делакруа. Изображая на полотне «Битва при Тайбуре» (1837) завихрения потоков сражающихся людей, Делакруа ориентировался на известную картину П.Рубенса «Битва амазонок» (1618). Л.А.Дьяков в книге «Эжен Делакруа» (1973) сообщает: «Битва при Тайбуре» (1837, Версаль) – одна из самых сильных картин Делакруа на тему средневековья. Картина была заказана в 1834 году для знаменитой галереи битв исторического музея в Версале. Сюжет ее – сражение 1242 года между войсками французского короля Людовика IX Святого и англичанами, закончившееся поражением последних. В композиции картины чувствуется сильное влияние «Битвы амазонок» Рубенса, это заметнее в эскизе к картине (Лувр), построенном в виде завихрения потоков сражающихся» (Дьяков, 1973, с.47). Отметим, что анализ многочисленных эскизов Делакруа, оставленных им, позволяет утверждать, что метод постоянных переделок и исправлений (метод проб и ошибок) играл важную роль в его творчестве. Особенно это видно на примере картины «Хиосская резня», о которой мы уже говорили. Многие художники, завершившие работу над картиной, сумевшие выразить в ней свои идеи, обычно оставляют за кадром трудности, возникавшие на пути к конечной цели. Как отмечает Г.С.Островский в книге «Как создается картина» (Москва, изд-во Академии художеств СССР, 1962), «какой бы адский, каторжный труд ни был вложен в картину, зритель не должен видеть в ней «пота» художника. Она должна как бы дышать свежестью, казаться написанной быстро, легко и свободно» (Г.С.Островский, 1962). По-видимому, Делакруа не относился к этим «многим», отражая в своих дневниках процесс формирования своего мастерства. Л.А.Дьяков в той же книге «Эжен Делакруа» (1973) приводит слова Делакруа: «…Необходимо, чтобы мой беспокойный дух метался, переделывал, испробовал сотню приемов, прежде чем прийти к окончательному решению, потребность которого мучает меня в каждой моей вещи» (там же, с.14).

Аналогия Гюстава Моро. Французский живописец Гюстав Моро (1826-1898) при написании пейзажей заимствовал некоторые декоративные элементы (элементы узора) из журналов, книг и альбомов по орнаментальному искусству. Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (2001) пишут: «Герои произведений Моро неподвижны и молчаливы, кажется, что они спят или погружены в транс. Персонажи картин не живут своей жизнью, они лишь дополняют таинственный и странный пейзаж, похожий на яркое декоративное панно, узоры для которого художник брал из журналов, книг и альбомов по орнаментальному искусству. В таком ключе исполнена и известная картина Моро «Единороги» (около 1885), написанная по мотивам шпалеры 15 столетия. Глядя на это полотно, зритель наблюдает как будто растворяющиеся в пейзажном фоне фигуры женщин и необычных животных. Природа, окружающая людей и единорогов, - это красочный, изысканный орнамент, при создании которого Моро использовал иллюстрации из ежегодного издания «Magasin pittoresque» и двухтомника «Неизданные французские памятники» (Дятлева и др., 2001, с.426).

Аналогия Эдгара Дега. Специалисты видят корни творческого стиля Э.Дега в том, что он, оказавшись в Италии, пристально изучал и с большим усердием копировал шедевры живописцев эпохи Возрождения, в том числе фрески раннего периода Ренессанса. Жан Поль Креспель в книге «Повседневная жизнь импрессионистов» (Москва, «Молодая гвардия», 2012) констатирует: «Решив работать самостоятельно, Дега расстался со Школой (Школой изящных искусств – Н.Н.Б.) и отправился в Италию, где без устали изучал живопись итальянских мастеров. Рождение его неповторимой манеры – а ему было тогда лишь двадцать лет – следует, очевидно, приписать изучению фресок Кватроченто» (Креспель, 2012, с.79). Об этом же пишет Д.К.Самин в книге «100 великих художников» (2004): «В 1856 году Дега уезжает к родственникам в Италию, где посещает Флоренцию, Рим, Неаполь. Он изучает картины мастеров Возрождения, копирует Рафаэля, Беллини, Тициана и других художников, делает зарисовки натурщиков» (Д.К.Самин, 2004). Особенностью работы Э.Дега над своими полотнами были постоянные переделки, переписывания, модификации уже созданного, что свидетельствует о пробах и ошибках в творчестве данного художника и вообще мастеров изобразительного искусства. Джон Ревалд в книге «История импрессионизма» (2010) пишет: «…Метод Дега позволял ему неоднократно возвращаться к одному и тому же холсту. Этот метод, однако, нес на себе печать проклятья, жертвой которого он стал, - проклятья совершенствования. Он никогда не был удовлетворен своими картинами, терпеть не мог продавать их и часто даже воздерживался от выставок, постоянно придумывая всевозможные улучшения» (Дж.Ревалд, 2010). А.Нюренберг в мемуарах «Одесса-Париж-Москва. Воспоминания художника» (2009) приводит слова Э.Дега о своем творчестве: «Все, что я делаю, - результат размышления и изучения великих мастеров. О вдохновении, непосредственности и темпераменте я не имею понятия» (А.Нюренберг, 2009, с.349).

Аналогия Эдгара Дега. Э.Дега копировал картину Веласкеса «Инфанта Маргарита», перенося ее на медную гравюру и желая перенять опыт великого испанского живописца. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) описывает эпизод знакомства Э.Мане с Э.Дега в одном из залов Лувра: «Мане обратил на него внимание еще два года назад, когда тот пытался прямо в Лувре награвировать на меди «Инфанту» Веласкеса. «Ну и отчаянный же вы малый!» - воскликнул тогда Мане. – Счастье, если вам удастся с этим справиться!» Художники подружились» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдгара Дега. Э.Дега по аналогии включал в свои картины различные предметы японского искусства, а также создавал проекты расписных вееров с рисунками, подражающими японским. Влияние японских гравюр и других видов изобразительного искусства Японии испытали на себе Э.Мане, А.Фантен-Латур, К.Моне, А.Тулуз-Лотрек, К.Писсарро, П.Гоген и многие другие мастера. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (1978) констатирует: «Впервые, еще в 1856 году, внимание на японское искусство обратил гравер Бракмон, вскоре ставший одним из самых страстных популяризаторов гравюр Хокусая из книги «Манга». Открытие на улице Риволи большого магазина «Ворота Китая» в 1862 году способствовало проникновению произведений прикладного искусства Японии в дома, а затем и в живопись парижан. Так, Эдуард Мане, бывший одним из первых художников, творчески претворивших японское искусство, охотно изображал в своих портретах различные предметы японского искусства («Портрет Эмиля Золя», 1868; «Портрет Захарии Астрюка», 1864; «Дама с веером», 1873; «Портрет Малларме», 1876). Вслед за ним многие художники – Фантен-Латур, Дега, Моне и другие, - каждый по-своему осваивают новый художественный материк. (…) «Япономания» выразилась хотя бы в том, что, например, Тулуз-Лотрек, Писсарро и Дега создают проекты расписных вееров с рисунками, подражающими японским, а Гоген за год до приезда Ван Гога в Париж пишет «Натюрморт с лошадиной головой», где изображаются японская кукла и веера» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Эдгара Дега. Некоторые «Купальщицы» и «Скачки» Дега созданы на основе заимствования композиций японского художника Хокусая, представленных в его сборниках «Манга». Б.Г.Воронова в книге «Японская гравюра 17-19 веков» (Москва, «Изобразительное искусство», 1987) отмечает: «Известны случаи и прямого заимствования сюжетов японских графиков. Ван Гог, например, копировал гравюры Хиросигэ из серии «Сто знаменитых видов Эдо»; некоторые «Купальщицы» и «Скачки» Дега почти буквально повторяют композиции Хокусая из его сборников «Манга», а картина Дж.Уистлера «Мост Баттерси. Ноктюрн в синем и золотом» написана под прямым воздействием работы Хиросигэ «Мост Такэбаси» из серии «Сто знаменитых видов Эдо». Известно, что Дебюсси, когда писал «Море», вспоминал о «Большой волне» Хокусая, и это же произведение повлияло на создание Диснеем фильма «Пиноккио» (Воронова, 1987, с.490). Говоря о сборниках «Манга», содержащих работы Хокусая, Б.Г.Воронова в той же книге подчеркивает: «Настоящий Хокусай рождается вместе с опубликованием первого тома знаменитого сборника «Манга» (1814), последний XV том которого был издан уже в 1878 году после смерти художника. В этой работе Хокусай стремится прорваться к земной, зримой, ничем не прикрытой очевидности. Он утверждает принцип «универсализма», согласно которому все в мире достойно кисти художника. Он открывает и смело вводит в сферу искусства необычные, прежде считавшиеся неэстетическими сюжеты и темы, ставшие впоследствии достоянием мирового искусства» (там же, с.478).

Аналогия Эдгара Дега. Создавая картину «Абсент» (1876), Э.Дега использовал в качестве модели актрису Эллен Андре (1857-1925), которая играла роль натурщицы и для таких художников, как Огюст Ренуар, Эдуард Мане, Анри Жерве. Жан Поль Креспель в книге «Повседневная жизнь импрессионистов» (2012) пишет об Эллен Андре: «Будучи подружкой многих художников, Эллен позировала и Ренуару («Завтрак гребцов»), и Мане, изобразившему ее на полотне «У папаши Латюиля» рядом с сыном хозяина, любезничающим с ней. Дега пригласил ее позировать рядом с Марселеном Дебутеном в «Абсенте», и, наконец, Жерве, которого она предпочитала всем остальным, изобразил ее обнаженной в скандально известной картине «Ролла» (Креспель, 2012, с.108).

Аналогия Анри Руссо. Французский живописец Анри Руссо (1844-1910), прозванный таможенником, часто копировал рисунки с открыток и журналов, а затем на основе этих копий делал что-то свое. Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (2001) говорят о Руссо: «Его ранние произведения написаны как бы отдельными мазками, позднее живопись художника стала более гладкой и ровной. Нередко Руссо копировал рисунки с открыток и журналов и превращал их в необычные, фантастические образы, напоминающие древнеегипетское искусство. Такова его знаменитая «Спящая цыганка» (1897). Портретные работы Руссо представляют собой видоизмененные трафареты – семейные фотографии…» (Дятлева и др., 2001, с.412).

Аналогия Поля Сезанна. Французский живописец Поль Сезанн (1839-1906) копировал работы Эжена Делакруа, чтобы извлечь из них то, что позволило бы создавать нечто подобное. К.Кларк в книге «Пейзаж в искусстве» (2004) указывает: «Богом Сезанна был Делакруа (в буквальном смысле: в течение многих лет он пытался написать апофеоз Делакруа), и его ранние работы – это нелепые подражания манере Делакруа…» (К.Кларк, 2004). Анри Перрюшо в книге «Сезанн» (Москва, «Молодая гвардия», 1966) пишет об увлечении Сезанна произведениями Делакруа: «Всю зиму Сезанн копирует картину Делакруа «Ладья Данте». Возможно, он хочет таким образом воздать должное старому мэтру, гению, который недавно, на шестьдесят шестом году жизни, скончался в полном одиночестве. (…) Человек умер, но дело его живет. Делакруа навсегда останется незабываемым образцом» (А.Перрюшо, 1966).

Аналогия Поля Сезанна. П.Сезанн копировал не только Делакруа, но и многих других известных художников, перенимая у них находки и композиционные принципы, обогащая арсенал собственных средств на пути к мастерству. Лувр как хранилище художественных шедевров станет местом его учебы и творческой эволюции. А.Перрюшо в книге «Сезанн» (1966) пишет: «Единственное место, куда Сезанн неизменно возвращается, это Лувр. Почти все послеобеденные часы он работает в Лувре, вновь и вновь размышляет о своем искусстве, стоя перед полотнами Пуссена, Рубенса, Веронезе. «Лувр, - говорит Сезанн, - это книга, по которой мы учимся читать» (А.Перрюшо, 1966). А.Перрюшо в своей книге о Сезанне постоянно повторяет мысль о том, какое большое значение французский художник придавал копированию произведений своих предшественников. «Одна лишь живопись, - подчеркивает А.Перрюшо, - все больше и больше захватывает его. Он ходит в музей копировать академические полотна, такие, как «Шильонский узник» Дюбюфа или же «Поцелуй музы» Фрили, выполненные им с чрезмерным пылом» (А.Перрюшо, 1966). В другом месте своей книги А.Перрюшо вновь говорит о «неразлучной дружбе» Сезанна с Лувром: «1863 год на исходе. Сезанн работает не покладая рук. Он зачастил в Лувр: это его школа. В те времена Лувр посещало много копиистов; вся большая галерея сплошь была заставлена их мольбертами. Сезанн иногда тоже приносит с собой мольберт, но чаще всего он приходит сюда размышлять перед великими творениями и ограничивается тем, что делает беглые зарисовки» (А.Перрюшо, 1966).

Аналогия Поля Сезанна. П.Сезанн кое-что заимствовал у итальянского живописца Якопо Тинторетто (1518-1594), а также у испанского мастера Эль Греко (1541-1614), о чем сообщает Марк Шагал в книге «Об искусстве и культуре» (Москва, изд-во «Текст», 2009). Описывая исторические предпосылки искусства импрессионистов, М.Шагал говорит: «Помимо этого, Сезанн воспользовался находками Тинторетто – у этого мастера он верно подметил не вполне символическое звучание черного, венецианского красного и неровное наложение слоев. Добавьте к этому уроки Эль Греко, византийские фрески и то, что Сезанн как представитель латинской культуры питал некоторую склонность к геометрии. И, наконец, сама атмосфера Экса довершила начатое, создав в результате такое явление, как живопись Сезанна» (М.Шагал, 2009).

Аналогия Поля Сезанна. Работая над полотном «Пьеро и Арлекин», П.Сезанн использовал в качестве моделей своего сына Поля и сына сапожника Гийома. Ребята очень долго позировали художнику, уставая от возложенной на них обязанности, терпеливо выполняя указания того, кто должен был запечатлеть их на холсте. А.Перрюшо в книге «Сезанн» (1966) описывает работу П.Сезанна над произведением «Пьеро и Арлекин»: «Теперь Сезанн корпит в своей мастерской на улице Валь де Грас над картиной с двумя фигурами – сценой из «Масленицы» («Марди гра»), моделями для которой служат его сын Поль в костюме Арлекина и сын сапожника Гийома в костюме Пьеро. Юноши вынуждены простаивать долгие часы, не меняя позы. Сезанн не терпит ни малейшего проявления усталости. В этом отношении он неумолим. Дошло до того, что сын Гийома, позируя в крайне неудобном положении, однажды упал в обморок» (А.Перрюшо, 1966).

Аналогия Поля Сезанна. Увидев в одном из музеев картину французского художника Луи Ленена (1593-1648) «Игроки в карты», П.Сезанн приложил максимум усилий к тому, чтобы написать полотно в таком же жанре. Другими словами, П.Сезанн решил почерпнуть из произведения Луи Ленена некоторые композиционные приемы. А.Перрюшо в книге «Сезанн» (1966) пишет: «Еще в молодости, посещая Экский музей, Сезанн часто останавливался у картины «Игроки в карты», приписываемой Луи Ленену. Полотно довольно посредственное, но Сезанн всегда смотрел на него с завистью. «Вот как бы я хотел писать!» - восклицал он. Едва приехав в Жа, Сезанн, радуясь возвращению в Экс, решает осуществить давно лелеемую мечту – написать подобного рода жанровую картину. Все трудности стоящей перед ним задачи ему известны. (…) (…) Моделями ему послужат крестьяне. Сезанну по душе их сдержанность, степенность, склонность этих тяжелодумов к размышлениям» (А.Перрюшо, 1966).

Аналогия Поля Сезанна. Полотна П.Сезанна «Черные часы» (1870) и «Натюрморт с оловянным чайником» (1870) выдают его знакомство с картинами француза Жана Батиста Шардена (1699-1779), который признается одним из лучших колористов в истории живописи. Бернар Фоконье в книге «Сезанн» (Москва, «Молодая гвардия», 2011) пишет об указанных полотнах П.Сезанна: «Черные часы» и «Натюрморт с чайником» свидетельствуют о его обращении к классическим сюжетам, об использовании обыденных предметов, о его тяготении к Мане, а еще больше – к Шардену, чьи милые, безыскусные картины он видел в Лувре, они потрясли его необыкновенной глубиной трактовки образов» (Б.Фоконье, 2011).

Аналогия Поля Сезанна. На определенном этапе своего творчества П.Сезанн черпал технические приемы воспроизведения пейзажа у французского живописца Камиля Писсарро (1830-1903). А.Перрюшо в книге «Сезанн» (1966) повествует: «Писсарро побуждает Сезанна стать перед пейзажем и попросту, самым обыкновенным образом передать то, что он видит, выразить свое зрительное восприятие, не стараясь как-нибудь по-особенному истолковать его; он побуждает Сезанна избавиться от своего «я» и превратиться лишь во внимательного и добросовестного наблюдателя подлинной реальности. Сезанн слушает и, убежденный в преимуществе такого метода, старается следовать ему. Сезанн так верит в этот метод, что, не задумываясь, копирует полотно Писсарро «Вид Лувесьенна», чтобы лучше разобраться в той технике, к которой друг склоняет его. Такая техника сейчас как нельзя более подходит Сезанну…» (А.Перрюшо, 1966). Об этом же говорит Жан Поль Креспель в монографии «Повседневная жизнь импрессионистов» (2012): «Заразившись теориями Писсарро о светлом колорите и разделении мазка, именно в Понтуазе Сезанн решил отказаться от своей так называемой «дурацкой» манеры письма, мрачных тонов и густого, пастозного наложения красок. Для работы на пленэре он воспользовался импрессионистскими приемами и, чтобы глубже постичь идеи друга, даже стал копировать полотна Писсарро, сделавшись смиренным учеником» (Креспель, 2012, с.196).

Аналогия Поля Сезанна. Среди работ П.Сезанна есть картины, созданные благодаря копированию иллюстраций из дешевых модных журналов, на которые подписывались его сестры. Джон Ревалд в книге «История импрессионизма» (Москва, изд-во АСТ, 2010) отмечает: «Сезанна, казалось, совершенно не привлекало восточное искусство, поскольку оно не имело ни малейшей связи с областями, не оставлявшими в покое его богатое воображение. Но иногда его привлекали иллюстрации в дешевых модных журналах, на которые подписывались его сестры. Когда его покидало вдохновение, что случалось не часто, он не гнушался копировать скучных дам с этих иллюстраций, наделяя их странной драматической силой. Так же, как Мане часто заимствовал отдельные элементы у старых мастеров, так и Сезанн находил в вульгарных модных журналах лишь предлог для собственного творчества» (Дж.Ревалд, 2010). Об этом же говорит А.Перрюшо в книге «Сезанн» (1966): «Когда погода оставляет желать лучшего, он прилежно занимается каким-нибудь портретом или пишет отмеченные налетом модернизма сцены со многими персонажами, вдохновляясь картинками из журналов мод, которые просматривают Гортензия (жена Сезанна – Н.Н.Б.) и его сестры. Достаточно этих жалких картинок, чтобы воображение его заработало» (А.Перрюшо, 1966).

Аналогия Поля Сезанна. Моделью для многих картин Сезанна служила его супруга. В качестве примера можно привести такие полотна художника, как «Женщина в зеленой шляпе», «Мадам Сезанн в желтом кресле», «Мадам Сезанн в красном кресле». Важной особенностью работы Сезанна над каждым полотном была стратегия постоянных переделок и исправлений, то есть метод проб и ошибок. Сезанн работал над картиной, как работает ученый, перебирающий вариант за вариантом, терпящий досадные неудачи и промахи, но верящий в конечный успех. В книге А.Перрюшо «Сезанн» (1966) много свидетельств буквальной «борьбы» художника с холстом. «В своей вечной неудовлетворенности, - пишет А.Перрюшо о Сезанне, - он исправляет, улучшает сделанное, накладывая мазок на мазок, покрывает полотно пастозным слоем красок, дробит цвет на разнообразные, бесчисленные оттенки и обилием горячих тонов придает ему сходство с прекрасной эмалью. Он еще ни разу ничего не закончил. По мере того, как он все глубже и глубже постигает реальность, эта реальность оказывается более объемной, чем он предполагал, и он продолжает дальше свои поиски. Изо дня в день, из недели в неделю, а бывает даже, что из месяца в месяц, он в жажде продвинуться хоть на шаг вперед, всегда вперед, снова и снова берется за все то же полотно. «Оставьте эту картину, Сезанн, она готова, не трогайте ее больше», - говорит ему иногда доктор Гаше, совершенно уверенный, что еще немного, и полотно будет испорчено» (А.Перрюшо, 1966). Поль Сезанн – образец живописца, в чьей деятельности метод проб и ошибок играл колоссальную роль. «Своим умом, - пишет А.Перрюшо о Сезанне, - должен он до всего дойти, все открыть. Нет у Сезанна и того опыта, при котором рука идет как бы сама собой. Нет у него ничего, что могло бы облегчить ему эту яростную борьбу. Страшное ученичество! Он вынужден измышлять живопись. Порою эти почти бесплодные усилия вызывают в нем такой приступ отвращения, что он злобно кидается на свое полотно, рвет его на куски и ударом ноги отшвыривает в угол мастерской и начинает все сначала. Начинает сначала и только еще пуще беснуется» (А.Перрюшо, 1966). «Живопись, - констатирует А.Перрюшо, - приводит его в смятение: восторг, разочарование, гневные вспышки поочередно овладевают им перед полотном, которое получается не так, как он хочет. Проклятия, сломанные кисти, искромсанные полотна – и так что ни день. Он пишет как одержимый; бешеный, сварливый, злой, он изводит себя работой, а натурщиков нескончаемым позированием и своей требовательностью, «он отпускает их только тогда, когда, полумертвые от усталости, они валятся без чувств…» (А.Перрюшо, 1966). Об этом же сообщает С.Батракова в книге «Художник XX века и язык живописи. От Сезанна к Пикассо» (Москва, «Наука», 1996): «…Сезанн не обладал «легкостью кисти» - его картины обычно писались долго, сосредоточенно и тяжело. Работа над многими из них была так неимоверно трудна, требовала таких усилий, такого нервного и физического напряжения, как будто художник трудился не с кистью и карандашом в руке, а ворочал каменные глыбы. Мало кто из современных ему мастеров был способен в период высшего расцвета своего таланта после ста пятнадцати сеансов оставить работу над портретом (речь идет о портрете Амбруаза Воллара) в состоянии крайнего недовольства собой…» (С.Батракова, 1996).

Аналогия Клода Моне. Цикл картин французского художника Клода Моне (1840-1926) «Стог сена» и «Руанский собор» создан под впечатлением от работ японских живописцев. Б.Р.Виппер в книге «Введение в историческое изучение искусства» (Москва, «АСТ-Пресс», 2004) отмечает: «Нет сомнения, что если Хокусай многому научился у европейских живописцев и графиков, то и сам он оказал сильнейшее воздействие на развитие художественных методов европейского искусства (достаточно вспомнить такой цикл Клода Моне, как «Стога сена» или «Руанский собор»)» (Б.Р.Виппер, 2004).

Аналогия Клода Моне. Клод Моне, а также Камиль Писсарро, оказавшись в Лондоне, познакомились с картинами Уильяма Тернера и переняли его живописную систему. К.Богемская в книге «Пейзаж. Страницы истории» (1992) пишет: «Важную роль в процессе овладения новым методом сыграло пребывание Моне и Писсарро в Лондоне. Они уехали сюда в связи с начавшейся франко-прусской войной в 1870 году. Здесь они впервые увидели пейзажи Тернера, который заинтересовал их своей живописной системой. Однако то полное растворение очертаний пейзажа в клубах цвета, которое было свойственно Тернеру, стало привлекать импрессионистов (в основном Клоде Моне) лишь в поздние годы творчества» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Огюста Родена. Роден – скульптор, а не художник, но между двумя видами искусства слишком много общего. Недаром Микеланджело объединял в себе две эти профессии. Роден изучал человеческое тело так же, как все живописцы, стремившиеся отразить на своих полотнах это тело с предельной степенью точности. Роден нуждался в модели, которая позволяла ему создавать великолепные скульптурные произведения, как и живописцы, копирующие натуру. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет: «В близком знакомстве с обнаженным телом, которое греки обретали в палестре, а Дега искал в балетном классе, Родену помогали несколько натурщиков, свободно резвящихся в его студии и непроизвольно принимающих разнообразные позы. Он бродил среди них, наблюдая, делая наброски со стенографической скоростью, что позволило ему прийти к пониманию человеческого тела и превзойти в этом всех своих современников. Но когда, работая над скульптурой, он подкреплял наблюдение мыслью, в итоге почти всегда получалось воплощение пафоса» (Кларк, 2004, с.314).

Аналогия Огюста Родена. Моделью (натурщицей) для многих скульптурных произведений Родена послужила Камилла Клодель (1864-1943), красивая девушка, которая сама была скульптором и за время 15-летнего сотрудничества с автором «Мыслителя» внесла значительный вклад в шедевры, созданные Роденом. Д.Вейс в книге «Нагим пришел я» (1989) пишет о Родене: «И хотя он продолжал трудиться над «Вратами» и над другими заказами, редкая, изысканная красота Камиллы больше всего вдохновляла его. Она стала его любимой моделью. Профессиональные натурщицы казались теперь простыми мединетками с Монмартра или лоретками из кафе. Камиллу с ее благородной внешностью он считал идеальной для мрамора. Она позировала для бюстов, которые он назвал «Расствет», «Радуга» и «Мысль» и воспроизвел в мраморе. Особенно его увлекала работа над «Мыслью», - ее голова как бы выступала из глыбы мрамора, словно рождаясь из нее» (Д.Вейс, 1989). Тот же Д.Вейс рассказывает о работе Родена над мраморной скульптурой «Поцелуй» (1889): «…Лепил Камиллу для «Поцелуя». Он заставлял ее прохаживаться, сидеть и принимать различные позы, изучая игру света и теней на ее прелестном теле. У него было много пробных вариантов, иные еще с тех времен, когда он только полюбил Камиллу, но лишь теперь эта группа удовлетворяла его» (Д.Вейс, 1989). С возрастом гибкость и пластичность тела Камиллы становились менее выраженными (отчетливыми), поэтому Роден просил ее как главную свою модель чаще прибегать к диете. Д.Вейс в той же книге отмечает: «Отныне Камилле пришлось ограничить себя в еде. Она протестовала, сопротивлялась, сама мысль об этом повергла ее в панику, напоминая, сколько лет прошло с тех пор, как они встретились. Но его настойчивость подчинила ее. Он говорил: «Я не могу без тебя, дорогая», и доказывал это, со всей страстью обнимая ее и с неменьшей страстью лепя, и она не могла не уступить» (Д.Вейс, 1989).

Аналогия Огюста Родена. Статуя обнаженного юноши, названная «Бронзовый век» (1877), была создана Роденом по аналогии со скульптурой Микеланджело «Умирающий раб» (1516). В примечаниях к книге Д.Вейса «Нагим пришел я» (1989) указывается: «Особенно сильное впечатление на юного Родена произвел «Умирающий раб». Позже это впечатление нашло выражение в одной из его ранних скульптур – «Бронзовый век». Так называемый автопортрет Микеланджело (Лувр, в настоящее время считается работой неизвестного итальянского скульптора круга Микеланджело), по-видимому, вдохновил Родена на создание «Человека со сломанным носом» (Д.Вейс, 1989). Метод проб и ошибок – один из тех приемов воплощения замысла, который отличал творчество Родена. Д.Вейс в той же книге пишет о работе Родена над бюстом известного английского писателя Бернарда Шоу (1906): «На следующее утро Огюст начал работать над десятым вариантом бюста Шоу. Шоу был поражен. Большинство глиняных слепков казались ему вполне приемлемыми и похожими. Он начал было иронизировать в душе, но, увидев, что мэтр уничтожил бюст, который его не удовлетворял, даже несколько испугался. Теряя терпение, он спросил: «Мэтр, правда, что вы делаете десятки голов, прежде чем остановитесь на одном варианте?» «Чаще даже больше. Сначала я леплю черновые эскизы. Бюст – не просто портрет, это и портрет, и скульптура» (Д.Вейс, 1989).

Аналогия Огюста Родена. Моделью для скульптуры Родена «Иоанн Креститель за молитвой» (1879) послужил молодой крестьянин из Абруццо по фамилии Пиньятелли. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) констатирует: «Натурщик Пиньятелли, прозванный Бевилаква (по-итальянски «трезвенник»), когда-то был любимой моделью Родена, лепившего с молодого Пиньятелли «Иоанна Крестителя» и знаменитого «Шагающего человека» (Сперлинг, 2011, с.75).

Аналогия Эдуарда Мане. Французский художник Э.Мане (1832-1883) написал картину «Остров Сент-Уэн» в результате того, что по аналогии заимствовал отдельные элементы из двух картин П.Рубенса - «Пейзаж с радугой» и «Парк замка Стен». Анри Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (Москва, «Молодая гвардия», 1976) пишет о том, как Э.Мане создавал картину «Остров Сент-Уэн»: «Что же делать? Решено! Он не колеблется больше: чтобы изобразить Сент-Уэн, он спросит совета у Рубенса, позаимствует у него аксессуары и пластические элементы – они-то и помогут ему выявить талант колориста. Он хорошо знает две картины Рубенса: луврский «Пейзаж с радугой» и «Парк замка Стен», который видел в музее Вены. У первой «одолжит» радугу, собаку (повторив ее буквально) и расположение небольшой группы деревьев; из второй – две фигуры во фламандских костюмах XVII века. А вдруг его упрекнут в плагиате? Чтобы предотвратить это, художник меняет направление взятых у Рубенса элементов. Да черт с ним, если это и вызовет подозрения!» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Создавая картину «Сцена в испанской мастерской», Э.Мане опирался на искусство Веласкеса, а, рисуя холст «Мальчик с собакой», перенял некоторые идеи у испанского живописца Бартоломео Мурильо (1618-1682). А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) пишет: «…Мане снова обращается к своему любимому Веласкесу, делает с него две откровенные копии и – новая проба кисти – приступает к работам «в манере такого-то», среди них – «Сцена в испанской мастерской», где представлен сам Веласкес, пишущий «Малых кавалеров». Великолепный по мастерству холст «Мальчик с собакой» также недвусмысленно напоминает Мурильо – пожалуй, работа эта отчасти навеяна еще и воспоминаниями о погибшем Александре» (А.Перрюшо, 1976). Э.Мане неоднократно копировал произведения Веласкеса, у которого учились многие художники. А.Перрюшо в той же книге, посвященной творчеству Э.Мане, пишет о его пребывании в Лувре: «Мане пристраивается у Веласкеса, пытаясь воспроизвести «Инфанту Марию-Маргариту» - дело нелегкое – и «Малых кавалеров». (…) Пусть в те времена «Малых кавалеров» принимали за работу Веласкеса, на самом деле они написаны Масо – какая разница! Их воздействие на Мане от этого не меняется» (А.Перрюшо, 1976). Отметим, что «Малые кавалеры» - картина Хуана Масо, ученика и зятя Веласкеса.

Аналогия Эдуарда Мане. Картина Э.Мане «Испуганная нимфа» создавалась по образцу с произведением П.Рубенса «Купающаяся Сусанна». А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) пишет о работе Э.Мане над картиной «Испуганная нимфа» накануне обнародования решения жюри Салона, где художник намеревался выставить свои картины: «Пока решение жюри еще не обнародовано, Мане, чтобы хоть как-то обуздать волнение, начинает писать обнаженную натуру, приступает к работе над «Испуганной нимфой», сделав для нее несколько предварительных эскизов. Натурщицей служит Сюзанна (супруга Мане Сюзанна Ленхоф – Н.Н.Б.). Что до позы, то Мане берет за образец «Купающуюся Сусанну» Рубенса. Он снова ограничивается методом, апробированным в картине «Остров Сент-Уэн», то есть просто инверсией фигуры» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Картина Э.Мане «Старый музыкант» несет на себе следы искусства старых мастеров, к опыту которых Э.Мане обращался, когда чувствовал неуверенность или тратил значительные силы и время на поиск нового мотива и правильной композиции. Художники минувшего времени подсказывали ему выход из ситуации. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) повествует об истории картины «Старый музыкант»: «Перед тем, как построить композицию будущей сцены, его всегда одолевает неуверенность. Именно эта часть работы ему хуже всего удается. Мане никак не может достичь гармонии ансамбля, связать воедино все фигуры таким образом, чтобы возник пластический контрапункт; он не в состоянии найти все это и потому тяготится, так как это противоречит его натуре. Вот почему, не колеблясь, Мане обращается к произведениям старых мастеров, коль скоро они могут послужить канвой для его собственной работы» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Э.Мане копировал картину французского художника Эжена Делакруа «Ладья Данте» (другое название – «Барка Данте»), чтобы воспользоваться композиционными решениями Делакруа при работе над собственными произведениями. Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (2001) повествуют: «В 1857 г. Мане посетил великого маэстро и попросил разрешения снять несколько копий с его «Барки Данте», которые сохранились до настоящего времени в Музее Метрополитен в Лионе» (Дятлева и др., 2001, с.376). Об этом же сообщает А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976), в которой описывает эпизод посещения Эдуардом Мане Лувра и Люксембургского музея: «Раффе ведет друзей в Лувр, потом в Люксембургский музей. Тут, возле «Ладьи Данте» Делакруа у Мане возникает мысль, и он делится ею с Прустом тотчас же, как только Раффе уходит. «А что, если мы наведаемся к Делакруа?» Предлогом для визита может послужить просьба о разрешении копировать «Ладью» (А.Перрюшо, 1976). «Мане, - поясняет А.Перрюшо, - сделал с холста Делакруа две копии. Но вскоре вновь возвратился к своим любимым художникам, особенно к испанцам, Веласкесу» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Э.Мане копировал не только Делакруа, но и многих других художников, черпая и ассимилируя достижения своих предшественников и современников. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) повествует о Мане: «Где бы он ни был, он никогда не забывал – с карандашом или кистью в руке – вопрошать творения великих мастеров живописи: и тех, кто его восхищал, и тех, кого ценил меньше. «Станцы» Рафаэля в Ватикане, фрески фра Анжелико в Сан-Марко, Гирландайо в церкви Санта-Мария Новелла – все привлекало его. Он провел два месяца во Флоренции и скопировал в музее Уффици «Голову юноши» Филиппино Липпи и «Венеру Урбинскую» Тициана» (А.Перрюшо, 1976). «Его копии, - продолжает А.Перрюшо, - это отнюдь не рабское повторение, но своего рода преображение оригинала стремительными и смелыми ударами кисти» (А.Перрюшо, 1976). А.Перрюшо о возвращении Мане из Италии во Францию: «Вернувшись из Италии, Мане продолжает усердно копировать произведения старых мастеров. Он устанавливает свой мольберт в Лувре перед «Автопортретом» Тинторетто («один из самых прекрасных портретов в мире», - говорит он), перед «Юпитером и Антиопой», «Мадонной с кроликом» Тициана… К копиям относится предельно небрежно, раздает их направо и налево или попросту уничтожает. Копия для него только повод вопрошать великих предшественников: то, что можно у них почерпнуть, необычайно важно. Он из всего хочет извлечь уроки, он повсюду ищет совета» (А.Перрюшо, 1976). Вот еще один штрих, свидетельствующий об увлеченности Э.Мане произведениями своих предшественников. А.Перрюшо в той же книге отмечает: «В поисках истины, в надежде на успокоение он решает предпринять новое учебное путешествие. После Гааги, где он копирует «Урок анатомии» Рембрандта, из Амстердама едет в Германию, посещает Восточную Европу, останавливается в Касселе, Дрездене, Праге, Вене и Мюнхене, подолгу задерживаясь во всех музеях» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Работая над картиной «Любитель абсента», Э.Мане использовал в качестве модели случайно встреченного в Лувре торговца железным хламом Колларде. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) повествует: «Как-то в Лувре – а там бродит много разных чудаков – Мане заметил (может быть, это Бодлер обратил его внимание) высокого тощего малого, который на манер Тальма драпировался в длинный коричневый плащ, одет был бедно, неряшливо, а на голове имел пыльный, выцветший цилиндр. Персонаж этот чем-то Мане привлек. Он заговорил с ним и узнал, что этот старьевщик, торговец железным хламом, откликается на имя Колларде. «Г-н Колларде, как вы отнесетесь к тому, чтобы я сделал вам портрет?» Ну, разумеется. Г-н Колларде будет позировать на улице Лавуазье. Всю зиму 1858/59 года Мане усердно трудится. На этот раз он работает над прекраснейшим полотном, достойным, считает он, «Меннипа» Веласкеса» (А.Перрюшо, 1976). Отметим, что «Мениип» - картина Веласкеса, посвященная древнегреческому философу-кинику и писателю-сатирику Меннипу Гадарскому (картина хранится в Мадриде, музее Прадо).

Аналогия Эдуарда Мане. Э.Мане по аналогии перенес в свою картину «Эпизод боя быков» композиционные идеи картины Веласкеса «Мертвый воин». Что же касается произведения Э.Мане «Мертвый Христос с ангелами» (другое название – «Ангелы у гробницы Христа»), то оно несет следы искусства Тинторетто. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) пишет о том, как Э.Мане писал картину «Мертвый Христос с ангелами», идею которой ему подсказал аббат Юрель: «…Священнослужитель не преминул упомянуть среди прочих доводов, что религиозный сюжет защитит художника от нападок критиков. Так пусть будет «Христос»! Осуществляя эти замыслы, Мане прибегает к обычному для него приему – он опирается на старых мастеров. Для главной части «Эпизода» - убитого тореро, лежащего на первом плане, - он обращается к «Мертвому воину» Веласкеса, хранящемуся в галерее Пурталеса; для религиозной картины «Мертвый Христос с ангелами» - к Тинторетто» (А.Перрюшо, 1976). А.Перрюшо приводит слова Теофиля Торе (Вильяма Бюргера) о картине Э.Мане «Эпизод боя быков»: «Его раненый тореодор, уточняет критик, «дерзко скопирован с шедевра, находящегося в галерее Пурталеса (№ 163 каталога этой галереи), написанного не кем иным, как Веласкесом» (А.Перрюшо, 1976). В другом месте своей книги А.Перрюшо демонстрирует фрагмент фельетона Теофиля Торе, в котором он вновь обсуждает картину Э.Мане «Эпизод боя быков»: «Что до мертвого мужчины, изображенного на арене цирка для боя быков, трудно допустить, что г-н Мане благодаря кому-то не имел «второго зрения», если он даже и не бывал в галерее Пурталеса, где находится шедевр Веласкеса. Разве нет фотографии с этого полотна, опубликованной г-ном Гупилем?» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Произведения Веласкеса по аналогии подсказали Эдуарду Мане композицию (стилистику) двух его картин, направленных в художественный Салон в 1866 году и отвергнутых им – «Трагический актер» и «Флейтист». А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) пишет об искусстве Мане: «…Испанское влияние, воспринятое через великих мастеров – Веласкеса и Гойю, - все глубже проникая в его искусство, становится особенно плодотворным. Веласкес («мой идеал в живописи», как заявляет Мане) подсказывает ему двух «Философов» и «Тряпичника». Именно в духе этого художника исполнены два портрета, посланные Мане в Салон 1866 года» (А.Перрюшо, 1976). Уточним, что образцом для картины Э.Мане «Флейтист» (1866) послужило великолепное произведение Веласкеса «Паблиллос», изображающее шута короля Испании Филиппа IV. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) пишет о картине «Флейтист»: «Силуэт флейтиста очерчен с такой простотой, которую хочется назвать почти «янсенистской». Но янсенизм смягчен какой-то таинственностью окружающей среды – однотонным фоном, где нет и намека на линию горизонта. Это заветы «Паблиллоса» Веласкеса» (А.Перрюшо, 1976). О том, что Э.Мане внимательно изучал и копировал работы Веласкеса, пишет Лопес Крус Хосе в диссертации на соискание ученой степени кандидата искусствоведения «Мурильо и Веласкес в русской художественной культуре XIX – начала XX веков» (Москва, 2001): «Несомненно, из всех художников, ощущавших влияние Веласкеса, наиболее значимым является Эдуард Мане, имеющий наибольшее значение для европейской живописи. Мане, заложивший основы развития импрессионизма, находил в творчестве Веласкеса ключ к обновлению своей собственной художественной концепции. На первом этапе его художественной карьеры присутствует испанская тематика. (…) Но только после поездки в Испанию в 1865 году Мане по-настоящему узнает Веласкеса. Он писал Закариасу Аструку: «Я нашел в нем воплощение моего идеала в живописи» (Л.К.Хосе, 2001). «На следующий год после своей поездки в Испанию, - поясняет Л.К.Хосе, - Мане пишет картину «Флейтист», которая характеризуется непосредственным применением системы, использованной Веласкесом в портрете «Шут Паблильос из Вальядолида»…» (Л.К.Хосе, 2001).

Аналогия Эдуарда Мане. Э.Мане писал картину «Казнь императора Максимилиана» (1867), ориентируясь на произведение Ф.Гойи «Расстрел повстанцев 3 мая 1808 года» (1814). А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) говорит о работе Э.Мане над картиной «Казнь Максимилиана»: «Взяв за образец для композиции гойевский «Расстрел 3 мая 1808 года», Мане принимается за работу. Картина продвигается не без затруднений. После предварительного эскиза художник пишет первое полотно, затем второе, наконец, третье. Картина как нельзя лучше характеризует ту чисто пластическую манеру, какую утверждает живопись Мане» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Картина Э.Мане «Кружка пива» (1873), которая так понравилась публике, была создана по аналогии с полотном нидерландского художника Франса Хальса «Веселый пьяница» (1628). А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) повествует о том, как Э.Мане писал «Кружку пива»: «В Нидерландах Мане посещает музеи. Картины Франса Хальса из Амстердамского Риксмузеума и Гаарлемского городского музея приводят его в восторг. Какой блеск, что за острота глаза и руки у этого мастера из мастеров! Живопись? «Глаз, рука…» - говорит Мане. А что, если начать для следующего Салона большой портрет в духе «Веселого пьяницы» Хальса? Не поможет ли он закрепить успех?» (А.Перрюшо, 1976). Для картины «Кружка пива» позировал постоянный посетитель кафе «Гербуа» литограф Эмиль Белло, причем количество сеансов позирования составило 80. «Удобно устроившись на стуле, - пишет А.Перрюшо об Эмиле Белло, - он курит и с видом безмятежного спокойствия попивает пиво. Для Мане он станет идеально терпеливой моделью. Что-что, а терпение литографу потребуется – ведь Мане заставит его позировать не менее 80 раз. Всю осень и даже часть зимы художник возится с этим портретом – он называется «Кружка пива», - стараясь передать добродушно-эйфорический вид Белло…» (А.Перрюшо, 1976). Об иконографическом источнике картины Э.Мане «Кружка пива» сообщает также Жан Поль Креспель в книге «Повседневная жизнь импрессионистов» (2012): «…Еще более анекдотическим произведением, почти подделкой знаменитой картины Франца Халса, можно считать «Пивную кружку» Мане. А ведь именно это произведение, принятое в Салон 1875 года, принесло художнику небывалый успех, и было воспроизведено в литографиях в количестве нескольких сотен тысяч экземпляров» (Креспель, 2012, с.68).

Аналогия Эдуарда Мане. Э.Мане, работая над картиной «Завтрак на траве» (1863), по аналогии использовал ряд композиционных идей, содержащихся в картине Джорджоне

«Сельский концерт», дописанной его учеником Тицианом. Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (2001) сообщают: «В «Сельском концерте» - своей последней работе – Джорджоне не успел дописать пейзаж на заднем плане, и это сделал за него Тициан. Уже в другую эпоху замысел композиции использовал Э.Мане в своем знаменитом «Завтраке на траве» (Дятлева и др., 2001, с.72). А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) пишет о том, как появилась на свет картина «Завтрак на траве»: «…Он (Э.Мане – Н.Н.Б.) разглядывает с берега плавающие по Сене ялики, смотрит, как плетутся в воде женщины, и внезапно ему на память приходит луврская картина «Сельский концерт» Джорджоне. «Nu»? Ладно, я им покажу, как это делается! – восклицает он. – Когда я был еще в мастерской Кутюра, то копировал Джорджоне – нагих женщин с музыкантами» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Эдуарда Мане. Помимо «Сельского концерта» Джорджоне, Э.Мане при написании картины «Завтрак на траве» (другое название – «Загородная прогулка») использовал гравюру Марка-Антонио Раймонди, сделанную с рисунка Рафаэля «Суд Париса». А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) отмечает: «В те часы, когда живопись не до конца поглощает Мане, он работает офортной иглой. Стараясь овладеть мастерством, он просматривает множество старых эстампов. Гравюра Марка-Антонио Раймонди с рафаэлевской композиции «Суд Париса» заставляет Мане насторожиться. Здесь представлены три фигуры – морские божества, одно женское, два других мужские, - их позы как нельзя лучше подходят к задуманной им «Загородной прогулке» (А.Перрюшо, 1976). А.Перрюшо продолжает: «Купанье!» Надо написать «Купанье»! Всю зиму Мане с жаром работает над этой картиной. Пристально, штрих за штрихом изучая гравюру с рафаэлевского «Суда Париса», он поначалу делает акварель и уже там находит центральную группу для будущей «Загородной прогулки». Ему позируют Гюстав и один из братьев Сюзанны Фердинанд, который, кстати, занимается скульптурой. Быстрыми штрихами, чернилами он рисует рядом с ними обнаженную женщину, другую изображает на заднем плане» (А.Перрюшо, 1976). В примечаниях к указанной книге А.Перрюшо приводятся слова Эрнеста Шено, который в работе, опубликованной в 1884 году, одним из первых укажет на связь «Завтрака на траве» и картины Рафаэля «Суд Париса»: «Может показаться маловероятным, что г-н Мане позаимствовал одну из своих композиций у Рафаэля. Увы! Тем не менее, это так. Пусть попробуют сравнить композицию «Завтрака на траве» с группой из «Суда Париса». Мане, разумеется, не предавал свое признание широкой огласке. Во всяком случае, об этом заимствовании вскоре говорить вообще перестанут, а затем просто забудут. На него обратит внимание только спустя почти полвека, в 1908 году, немецкий критик Густав Паули» (А.Перрюшо, 1976). О том, что картина Э.Мане «Завтрак на траве» была по аналогии подсказана гравюрой Марка Антония Раймонди, представляющей собой копию картины Рафаэля «Суд Париса», пишут многие авторы. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) отмечает: «…Публика и критики вопили от ужаса при виде обнаженной фигуры в «Завтраке на траве» Мане, не замечая, что ее очертания заимствованы у Рафаэля» (Кларк, 2004, с.187). Х.В.Янсон и Э.Ф.Янсон в книге «Основы истории искусств» (1992) говорят о Мане: «На самом деле расположение трех главных фигур он заимствовал с гравюры, выполненной по рисунку Рафаэля» (Х.В.Янсон и Э.Ф.Янсон, 1992). В 5-ом томе книги «Всеобщая история искусств» (Москва, «Искусство», 1964), подготовленной под редакцией Ю.Д.Колпинского и Н.В.Яворской, рассматривается тот же факт: «Композиционная группировка фигур почти полностью воспроизводит известную ренессансную гравюру Маркантонио Раймонди с картона Рафаэля» (Ю.Д.Колпинский, Н.В.Яворская, 1964).

Аналогия Эдуарда Мане. Э.Мане писал картину «Олимпия» по аналогии с произведением Тициана «Венера Урбинская». Как мы уже отмечали, сам Тициан создал указанную картину по образцу со «Спящей Венерой» Джорджоне. Мишель Фуко в очерке «Живопись Мане» (СПб., «Владимир Даль», 2011) пишет о картине Э.Мане «Олимпия»: «На самом деле следует сравнить это полотно с тем, которое в какой-то мере послужило для него моделью и сравнением (к сожалению, я забыл его прихватить). Как известно, эта Венера, эта «Олимпия» Мане – двойник, репродукция или, скажем так, вариация на тему нагой Венеры, спящей Венеры, а в частности – «Венеры» Тициана. Итак, в «Венере» Тициана изображена нагая женщина, лежащая почти в той же позе, вокруг нее такая же драпировка, как и здесь» (М.Фуко, 2011). А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) подтверждает, что источником картины Мане «Олимпия» послужило полотно Тициана «Венера Урбинская»: «Еще до того, как начать «Завтрак», у Мане мелькнула мысль переосмыслить в собственном стиле «Венеру Урбинскую», некогда скопированную им в галерее Уффици. В своем роде это произведение Тициана самое классическое, какое можно представить: женщина отдыхает на кровати, у ее ног дремлет, свернувшись клубком, собачонка. Мане по-своему претворит эту обнаженную. Проходят недели, и количество рисунков, эскизов, подготовительных материалов множится. Мало-помалу и не без затруднений Мане организует картину. Сохраняя структуру «Венеры Урбинской» (не забыв и об «Обнаженной Махе» Гойи), Мане располагает тоненькое смуглое тело Викторины Меран на фоне белоснежных простынь и подушек, чуть отливающих белизною» (А.Перрюшо, 1976). Об этом же пишет Маргарита Шкляревская в статье «Эстафета талантов, или Французские пристрастия к испанской живописи» (журнал «Русский базар», № 14 (364), 2003 год). Говоря об «Олимпии» Мане, М.Шкляревская подчеркивает: «Здесь, в удивительном, очень личном восприятии жизни и женской красоты, рожденном на холсте, Мане отталкивался от тициановской «Венеры», которую в юности видел во Флоренции» (М.Шкляревская, 2003). Заметим, что для картины «Олимпия» художнику позировала Викторина Меран (1844-1927), черты которой специалисты находят в обнаженной девушке, изображенной на полотне «Завтрак на траве» и на других полотнах. При исследовании истории научных открытий мы часто сталкивались с фактором случая. В живописи этот фактор тоже играет свою роль. Как правило, художник случайно встречается с человеком, которому суждено стать моделью для героев его картин. Д.К.Самин в книге «100 великих художников» (2004) повествует: «В 1862 году Мане пишет картину «Мадемуазель Виктория в костюме Тореодора», где ему впервые позирует Викторина Меран. Ее вскоре можно будет увидеть в знаменитых картинах художника «Завтрак на траве» и «Олимпия». Мане познакомился с ней случайно, встретив утром в толпе перед дворцом Правосудия, и был очарован ее живостью, светлой кожей, теплым цветом волос» (Д.К.Самин, 2004).

Аналогия Эдуарда Мане. Э.Мане написал картину, изображающую вид Парижа с временными постройками Всемирной выставки, по аналогии с картиной Берты Моризо «Вид Парижа, написанный с холма Трокадеро» (1872), в которой также изображался вид Парижа. Джон Ревалд в книге «История импрессионизма» (2010) пишет о картине Берты Моризо «Вид Парижа, написанный с холма Трокадеро», которая очень понравилась Эдуарду Мане: «Нет ничего удивительного в том, что Мане заимствовал мотив у Берты Моризо, так как любопытное отсутствие воображения заставляло его постоянно «заимствовать» сюжеты у других художников. Центральная группа его «Завтрака на траве» была заимствована из гравюры, сделанной по композиции Рафаэля. Многие из его работ если и не были целиком основаны на произведениях других художников, то, во всяком случае, были навеяны воспоминаниями (Мане много путешествовал), репродукциями, эстампами и пр. Хотя Мане сам никогда не ссылался на источники, он часто использовал их настолько откровенно, что если бы кто-нибудь захотел, то мог бы легко определить их. (…) Мане находил в произведениях прошлого и, как в случае с Бертой Моризо, в современных – только элементы композиции» (Дж.Ревалд, 2010). О том, что полотно Б.Моризо стимулировало Э.Мане к созданию аналогичной картины, пишет также А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976): «В Салоне прошлого года он долго изучал «Вид Парижа, написанный с холма Трокадеро» кисти Берты… и, вдохновившись картиной – прозрачностью воздуха, деликатно промодулированными серыми тонами, в свою очередь, написал с того же места «Вид на Всемирную выставку» 1867 года» (А.Перрюшо, 1976). Следует отметить, что в ряде случаев

Э.Мане все-таки ссылался на источники своих произведений. Относительно картины «Завтрак на траве», которая, оказавшись в художественном Салоне, вызвала взрыв критики, Мане признался, что основывался на гравюре Раймонди с рисунка Рафаэля «Суд Париса». Это признание не успокоило волну критики, ввиду чего поэт и друг Мане Шарль Бодлер упрекал художника в том, что он раскрыл свои источники.

Аналогия Эдуарда Мане. При написании картины «Балкон» (1869) Э.Мане использовал в качестве модели Берту Моризо (ту самую Берту, которая является автором полотна «Вид Парижа»). Берта приходила позировать в его мастерскую со своей мамой, а впоследствии вышла замуж за брата Эдуарда Мане. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) повествует о работе Э.Мане над картиной «Балкон» и о Берте Моризо, согласившейся стать моделью (прототипом) для одной из героинь картины: «Это ей первой поведал он (Э.Мане – Н.Н.Б.) о замысле «Балкона». Берта всячески его поддерживает и соглашается приходить вместе с матерью на улицу Гюйо, чтобы позировать для одной из женских фигур» (А.Перрюшо, 1976). В творчестве Э.Мане метод проб и ошибок занимал важное место. Чтобы убедиться в этом, достаточно вспомнить о том, как он работал над портретом Эвы Гонсалес, постоянно переделывая его, стирая и уничтожая уже написанное. А.Перрюшо в книге «Эдуард Мане» (1976) приводит фрагмент письма Берты Моризо к сестре, в котором Берта говорит о работе Э.Мане над портретом Эвы Гонсалес: «А пока он в двадцать пятый раз принимается за портрет; она (Эва Гонсалес – Н.Н.Б.) позирует каждый день, а вечером Мане приходится уничтожать написанную за день голову Эвы. Весьма соблазнительно для тех, кого просят позировать!» (А.Перрюшо, 1976). Сам А.Перрюшо так описывает мучения Э.Мане над портретом Гонсалес: «Мане еще больше бранится, так как сеансы портрета Эвы следуют один за другим, и результаты лучше не становятся. Все это делается прямо-таки забавным. Художник принимается высмеивать сам себя. «Идет уже сороковой сеанс, а голову опять пришлось соскабливать», - говорит он Берте» (А.Перрюшо, 1976).

Аналогия Джеймса Уистлера. Англо-американский художник Джеймс Уистлер (1834-1903) создал многие картины по аналогии с произведениями японских живописцев. Уистлер включал в свои полотна элементы японского изобразительного искусства. Галина Андреева в статье «Уистлер и Россия» (журнал «Третьяковская галерея», 2006, № 4) пишет: «Общепризнанно, что Уистлер был одним из художников, который ввел моду на японское искусство. Анна Остроумова вспоминала: «Мой великий учитель… Уистлер всю жизнь был страстно влюблен в японское искусство, и это увлечение очень сильно отразилось на его творчестве. Он первый из художников внес в европейское искусство японскую культуру: тонкость, остроту и необыкновенную изысканность и оригинальность в сочетании красок» (Андреева, 2006, с.47). Об этом же сообщает А.В.Познанская в диссертации на соискание ученой степени кандидата искусствоведения «Роль японизма в становлении художественной системы Джеймса Макнейла Эббота Уистлера» (Москва, 2008): «Приехав получать художественное образование в Париж, Уистлер, помимо шедевров Лувра и творческой атмосферы «богемной жизни», неожиданно для себя столкнулся с новым явлением – японским искусством. В середине XIX столетия Европа, веками хранившая шедевры японского искусства в своих старейших музеях, заново открывала для себя достоинства этой неповторимой культуры» (А.В.Познанская, 2008).

Аналогия Джеймса Уистлера. Жанровые картины Дж.Уистлера наполнены дальневосточными аксессуарами (предметами японского искусства). А.В.Познанская в диссертации «Роль японизма в становлении художественной системы Джеймса Макнейла Эббота Уистлера» (Москва, 2008) отмечает: «…В отличие от своих лондонских единомышленников, хаотично смешивавших разнообразные источники в рамках одной композиции, он изначально обращается исключительно к предметам японского (китайского) искусства. По этой причине даже его ранние жанровые картины, заполненные дальневосточными аксессуарами, не выглядят эклектичными. Более того, пристальное внимание, уделяемое Уистлером этим предметам, позволило ему все глубже погружаться в стилистику японского искусства, которое немало способствовало постепенной трансформации живописного языка и формированию художественной системы мастера» (А.В.Познанская, 2008).

Аналогия Джеймса Уистлера. Дж.Уистлер многое заимствовал из пейзажных гравюр японских художников Кацусики Хокусая (1760-1849) и Андо Хиросигэ (1797-1858). А.В.Познанская в диссертации «Роль японизма в становлении художественной системы Джеймса Макнейла Эббота Уистлера» (Москва, 2008) повествует: «…Пейзажные гравюры Хокусая и Хиросигэ оказали значительное влияние на творчество Уистлера конца 1860 - первой половины 1870-х годов. Постепенный отказ от деталей в пользу общего художественного решения картины, внимание к игре света и атмосферным явлениям, составляющие основу творческого метода Уистлера, присущи не только японской гравюре XIX века, но и живописи французского импрессионизма. Однако одна из лучших пейзажных работ Уистлера «Ноктюрн: голубое и золото: Старый мост», исполненная в 1872-1873 годах «по мотивам» произведений Хиросигэ, создана в тот период, когда парижские живописцы только начинали открывать для себя стилистику японского искусства» (А.В.Познанская, 2008). «Исследование пейзажных произведений Уистлера 1860 – первой половины 1870-х годов, от ранней серии офортов до ночных «аранжировок», - поясняет А.В.Познанская, - дает вполне достоверную картину становления творческого метода Уистлера и вновь позволяет оценить роль японского искусства в художественной системе мастера. (…) Лишенные четкого деления на планы и «плывущие» в сумеречном освещении композиции все более напоминают декоративные панно. В то же время асимметричность, неожиданные ракурсы, отсутствие деталей, лаконичный рисунок и, наконец, авторская подпись в виде бабочки в картуше, неизменно ассоциируются с японской пейзажной гравюрой XIX века» (А.В.Познанская, 2008). «…Феномен Уистлера, сумевшего взрастить ростки японского искусства на британской почве, - резюмирует А.В.Познанская, - слишком важен, чтобы остаться просто частным явлением и рассматриваться исключительно в рамках привнесенной им моды на Японию» (А.В.Познанская, 2008).

Аналогия Пьера Огюста Ренуара. Французский живописец П.Ренуар (1841-1919) на определенном этапе своего творчества подражал Гюставу Курбе (1819-1877). Паскаль Бонафу в книге «Ренуар» (Москва, «Молодая гвардия», 2010) пишет о первых шагах Ренуара на поприще изобразительного искусства: «В то время он восхищался Курбе. «Как прекрасны его «Девушки на берегу Сены». С годами Огюст постепенно охладел к Курбе, но в то время пытался подражать ему, используя его технические приемы, в частности шпатель» (П.Бонафу, 2010).

Аналогия Пьера Огюста Ренуара. Французский художник и литограф Анри Фантен-Латур (1836-1904) постоянно советовал Ренуару внимательно изучать произведения мастеров прошлого в Лувре. Под влиянием этих наставлений Ренуар копировал картины классиков, чтобы в дальнейшем включать в свои работы их находки и достижения. А.Перрюшо в книге «Жизнь Ренуара» (Москва, «Радуга», 1986) повествует: «Фантен-Латур постоянно ходил в Лувр и копировал там картины великих мастеров. В этом он черпал основы своего умения. Фантен-Латур был страстным почитателем Делакруа. Кроме того, он поклонялся великим мастерам прошлого: Веронезе, Тициану, Веласкесу, Джорджоне. Фантен-Латур считал Лувр лучшей и единственной школой. «Лувр! Лувр! Только Лувр! Чем больше вы будете копировать, тем лучше», - твердил он Ренуару, который часто ходил с ним в музей» (А.Перрюшо, 1986).

Аналогия Пьера Огюста Ренуара. Картина Ренуара «Алжирская женщина» (1870) написана под воздействием произведения Эжена Делакруа «Алжирские женщины» (1834), родившейся на свет после путешествия Делакруа в Алжир и Марокко. П.Бонафу в книге «Ренуар» (2010) повествует: «Ренуар представил жюри Салона две картины: «Алжирскую женщину», раскинувшуюся на ковре и подушках, и «Купальщицу с грифоном». Они были приняты. Критик Арсен Уссей был не единственным, кто отметил, что первая картина была написана под влиянием «Алжирских женщин» Делакруа» (П.Бонафу, 2010). Об этом же говорит А.Перрюшо в книге «Жизнь Ренуара» (1986). Анализируя содержание полотна Ренуара «Алжирская женщина», А.Перрюшо пишет: «В самом деле, откуда вдруг у Ренуара эта экзотика? Все дело в том, что в этот период Ренуар начинает испытывать мощное влияние другого художника, автора «Алжирских женщин», великого колориста Делакруа» (А.Перрюшо, 1986).

Аналогия Пьера Огюста Ренуара. П.Ренуар, рисуя картину «Купальщица с грифоном», заимствовал фигуру этой купальщицы из произведения известного скульптора поздней греческой классики Праксителя Младшего (около 390 – около 330 до нашей эры) – мраморной статуи Афродиты Книдской. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет о картине Ренуара «Купальщица с грифоном»: «Данная картина была выставлена в Салоне в 1870 году и снискала в первый и последний раз Ренуару общественный успех, которым он пользовался на протяжении последующих двадцати лет. Со свойственным ему простодушием он не пытался скрывать происхождение своей композиции. Поза взята с гравюры, изображающей Афродиту Книдскую, освещение и трактовка образа заимствованы у Курбе» (К.Кларк, 2004).

Аналогия Пьера Огюста Ренуара. Полотно Ренуара «Белокурая купальщица» (1880) – результат поездки Ренуара во Флоренцию, где он был восхищен творениями Рафаэля, в том числе его картиной «Мадонна в кресле». П.Бонафу в книге «Ренуар» (2010) сообщает: «Когда Ренуар поведал Гюисмансу чувства, которые он испытал во Флоренции, когда созерцал «Мадонну в кресле» Рафаэля, - писатель не удержался, чтобы не пробурчать: «Ну вот! Еще один, покоренный Рафаэлем!» А ведь Рафаэль – идол официальных художников. (…) Картина, которая больше, чем какая-либо другая, свидетельствует о новой манере Ренуара, - это «Белокурая купальщица» (П.Бонафу, 2010).

Аналогия Пьера Огюста Ренуара. Значительная часть персонажей картин Ренуара – стройные, симпатичные девушки, поисками которых он занимался на протяжении всей своей жизни. Они дарили ему вдохновение, заставляли изобретать то, что без них не пришло бы ему в голову. Ренуар изображал их в прозрачных одеждах, широко открывавших обнаженную грудь, композиции отличались предельной утонченностью: переливы ткани, нежный блеск живых цветов, бархатистость женского тела превращались на холсте в чудесную мелодию красок. П.Бонафу в книге «Ренуар» (2010) приводит фрагмент письма Ренуара к Клоду Моне (1884): «…Бегаю в поисках моделей, пока безуспешно, но я – художник фигур! Увы! Порой это доставляет большое удовольствие, но не тогда, когда не можешь найти модель на свой вкус» (П.Бонафу, 2010). Н.Смирнов в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Ренуара» (1986) говорит о художнике: «Он вглядывался в хорошенькие лица своих моделей чутким взглядом влюбленного в красоту и молодость художника. Ему удалось (а это в мировом искусстве удавалось не многим) создать свой тип женской красоты, который с одинаковым успехом можно было бы именовать и ренуаровским, и французским. Женские образы, которым Ренуар на всем протяжении своей жизни отдавал явное предпочтение, - одна из самых прекрасных и запоминающихся страниц его творчества» (А.Перрюшо, 1986).

Аналогия Пьера Огюста Ренуара. П.Ренуар создал шедевр «Большие купальщицы» (1887), основываясь на свинцовом барельефе «Купание нимф», сотворенном великим французским скульптором и архитектором Франсуа Жирардоном (1628-1715). Другими словами, скульптурная композиция Жирардона «Купание нимф» по аналогии подсказала Ренуару композицию и содержание его собственной картины. Ренуар видел этот барельеф в версальском парке. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет о Ренуаре: «Дабы сосредоточить все свои силы, он взялся за работу над шедевром, композицией с изображением купающихся девушек, которая должна была сочетать в себе все характерные черты французского классицизма, от Гужона до Энгра. Общая динамика композиции и отдельные позы восходят к рельефу на «Фонтане нимф» Жирардона в Версале, и данная скульптурная концепция сохраняется во всех многочисленных эскизах, сделанных для картины. Наиболее полное выражение она нашла в большом рисунке, картоне, достойном мастеров Ренессанса…» (Кларк, 2004, с.196). Об этой же аналогии Ренуара сообщает Анри Перрюшо в книге «Жизнь Ренуара» (Москва, «Радуга», 1986). Говоря о «Больших купальщицах», Перрюшо отмечает: «Медленно, мучительно вынашивался замысел этой картины в сознании Ренуара. В этот период он погрузился в беспокойные поиски формы, таявшей в сиянии импрессионизма. И мог ли он, ребенком восхищавшийся нимфами Жана Гужона, не испытать страстного интереса к скульптуре? В версальском парке, в аллее Уродцев, его внимание привлек свинцовый барельеф Жирардона «Купание нимф». Этот барельеф подсказал ему тему композиции, о которой он мечтал. Он скопировал барельеф и, вдохновившись его идеей, написал, по словам Сюзанны Валадон, множество обнаженных женских фигур, постепенно, от наброска к наброску, отрабатывая их позы» (А.Перрюшо, 1986). Картина «Большие купальщицы» отняла у Ренуара много сил, о чем можно догадаться по следующему его высказыванию, содержащемуся в книге П.Бонафу «Ренуар» (2010): «И только один Бог знает, сколько я корпел над этой картиной!». Чем больше времени художник тратит на полотно, тем меньше оснований говорить о том, что художественное творение рождается на свет благодаря интуиции. Трудно поверить в ее существование, когда знаешь все основные этапы тяжелой работы над реализацией однажды возникшего замысла. И вряд ли великий писатель Эдгар По (1809-1849) лукавил, когда говорил о своей работе над поэмой «Ворон»: «Цель моя – непременно доказать, что ни один из моментов в его создании не может быть отнесен на счет случайности или интуиции, что работа, ступень за ступенью, шла к завершению с точностью и жестокою последовательностью, с какими решают математические задачи» (цитируется по: А.Перрюшо, «Жизнь Сера», 1992).

Аналогия Поля Гогена. Французский живописец Поль Гоген (1848-1903) перенес в свои картины многие находки и достижения крупных мастеров кисти, в том числе П.Сезанна. Я.Тугендхольд в сборнике статей «Французское искусство и его представители» (СПб., книгоиздательское товарищество «Просвещение», 1911) пишет: «Сезанн не раз упрекал Гогена в том, что последний заимствовал у него его стиль, и, как он выразился: «прокатил его по всем пассажирским пароходам». Индивидуалист Сезанн видел в этом кражу его «Я», но фактически Сезанн действительно оказал громадное, хотя на первый взгляд незаметное влияние на Гогена и на все поколение современных художников» (Тугендхольд, 1911, с.85). Одним из примеров воздействия Сезанна на искусство Гогена является творчество последнего в период 1889-1890 годов. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) пишет об этом периоде: «Если в этот критический период Гоген и находился под влиянием какого-нибудь художника, то художником этим был Сезанн. По-видимому, Гоген даже взял с собой в Ле Пульдю (город Франции – Н.Н.Б.) натюрморт Сезанна (из остатков своей коллекции), с которым он не захотел расстаться и который изобразил на заднем плане портрета молодой бретонки Мари Лагаду, иногда позировавшей Гогену и Серюзье. Гоген всегда отзывался о Сезанне с большим уважением. Говорят даже, что когда в Ле Пульдю он начинал работу над новым полотном, то объявлял: «Давайте сделаем Сезанна». В некоторых натюрмортах совершенно явно видна его зависимость от этого мастера, а метод, которым он накладывал краску, очень часто приближался к методу Сезанна (то же самое относится к некоторым работам Бернара)» (Дж.Ревалд, 1962).

Аналогия Поля Гогена. Работая над портретом своего друга Шарля Лаваля, П.Гоген использовал манеру (технику) Э.Дега и П.Сезанна. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (Москва-Ленинград, «Искусство», 1962) повествует: «…Гоген начал понемногу экспериментировать в направлении, уводившем его от Писсарро и носившем следы влияния Дега и Сезанна, что особенно отчетливо проявилось в натюрморте с портретом его молодого друга Шарля Лаваля. Манера, в которой голова Лаваля срезана справа, явно говорит о зависимости Гогена от Дега, в то время как упрощенные формы энергично моделированных фруктов, по-видимому, заимствованы у Сезанна» (Дж.Ревалд, 1962). Сказанное подтверждает А.Перрюшо в книге «Поль Гоген» (Москва, «Искусство», 1995): «Картина, для которой он (Гоген – Н.Н.Б.) использовал столь любимую Дега композицию со смещенным центром (край полотна по вертикали разрезает лицо Лаваля), производит сильное впечатление своей декоративностью. Здесь Гоген куда ближе к Дега или к Сезанну (фрукты натюрморта написаны с сезанновской плотностью), чем к Писсарро. Кстати сказать, он теперь поддерживал постоянные отношения с Дега, ходил к нему в гости или встречался с ним в «Новых Афинах» (А.Перрюшо, 1995).

Аналогия Поля Гогена. В некоторых произведениях Поля Гогена можно найти следы живописного языка Эмиля Бернара. А.Перрюшо в книге «Сезанн» (1966) констатирует: «Еще до отъезда из Франции Гоген (он покинул Европу и уехал на Таити в 1891 году) говорил, принимаясь за очередное полотно: «Попробую писать по-сезанновски или как Эмиль Бернар!» (А.Перрюшо, 1966). Паскаль Бонафу в книге «Ренуар» (2010) описывает одну из встреч Ренуара с Бернаром: «Ренуар не без удовольствия выслушивал жалобы Эмиля Бернара на Гогена, который, по его словам, без угрызений совести присвоил его концепцию живописи. Уже давно Ренуар подозревал, что Гоген «готов прибрать к рукам чужое» (П.Бонафу, 2010).

Аналогия Поля Гогена. Картина П.Гогена «Потеря невинности» (другое название – «Пробуждение весны», 1891) была создана по аналогии с полотном Эдуарда Мане «Олимпия». А.Перрюшо в книге «Поль Гоген» (1995) пишет о картине П.Гогена «Пробуждение весны»: «Эта картина не удовлетворяла Гогена, и после неудачных попыток ее улучшить он написал другую обнаженную – копию «Олимпии» Мане, недавно ставшую собственностью Люксембургского музея» (А.Перрюшо, 1995). В свою очередь, полотно Э.Мане «Олимпия», как мы знаем, было навеяно композициями Джорджоне «Спящая Венера» и Тициана «Венера Урбинская». А.Левандовский в предисловии к книге Ж.П.Креспеля «Повседневная жизнь импрессионистов» (2012) раскрывает источники «Олимпии» Э.Мане: «Еще более яростные нападки вызвала «Олимпия», выставленная Мане в Салоне 1865 года и представлявшая современный парафраз «Венер» того же Джорджоне и Тициана» (Левандовский, 2012, с.8).

Аналогия Поля Гогена. П.Гоген написал картину «Белая лошадь» (1896) благодаря тому, что по аналогии перенес на полотно изображение лошади с рельефа работы Фидия на западном фризе Парфенона. Отметим, что Фидий (около 490 до нашей эры – около 430 до нашей эры) – древнегреческий скульптор и архитектор, один из величайших художников периода высокой классики, личный друг Перикла. К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Поль Гоген» (1995) пишет о картине П.Гогена «Белая лошадь»: «По рисунку склонившая голову белая лошадь в картине Гогена напоминает изображение лошади с рельефа работы Фидия на западном фризе Парфенона. Рельеф этот, фотография которого хранилась у Г.Ароза, был, несомненно, известен Гогену. Подобные заимствования, типичные для художника, легко вплетались в ткань его картин, сотканных из арабесок, цветов и веток, больших пятен цвета и мелких деталей первого плана» (К.Богемская, 1995).

Аналогия Поля Гогена. Полотно французского художника Эмиля Бернара «Бретонки на лугу» (1888) по аналогии стимулировало П.Гогена к созданию картины «Видение после проповеди» (другое название – «Борьба Иакова с ангелом», 1888). А.Перрюшо в книге «Поль Гоген» (1995) повествует: «…Бернар написал бретонских женщин в праздничных одеждах на лужайке. Картина так понравилась Гогену, что он выменял ее на одну из своих работ. Его поразил мотив белых чепцов, выделяющихся на одноцветном фоне. Он сам тоже использовал его» (А.Перрюшо, 1995).

Аналогия Поля Гогена. Некоторые картины П.Гогена написаны по аналогии с произведениями японских мастеров кисти. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) сообщает: «На Мартинике, куда Гоген уехал в 1887 г. вместе с художником Лавалем, с которым он познакомился в Бретани, в творчестве Гогена вскоре произошла определенная эволюция. В композициях его стали заметны японские влияния, и на его полотнах начали появляться большие и сравнительно единообразные пространства, особенно когда он включал в свои пейзажи темно-синий океан» (Дж.Ревалд, 1962). Можно указать на то, что П.Гоген создал картину «Видение после проповеди» (другое название – «Борьба Иакова с ангелом», 1888) по образцу с одной из гравюр японского мастера Хокусая. Кроме того, П.Гоген часто заимствовал мотивы из египетской и греческой скульптуры, из примитивного искусства Латинской Америки и Полинезии. Роберт Уоллэйс в книге «Мир Ван Гога» (Москва, изд-во «Терра», 1998) говорит о Поле Гогене: «Один из самых активных «заимствователей» в искусстве, Гоген брал идеи из десятков источников, часто используя их в нетронутом виде без всяких изменений – борющиеся фигуры в «Видении после проповеди», например, были перенесены с гравюры японского мастера Хокусая. Многие работы Гогена заимствуют мотивы из египетской и греческой скульптуры, из примитивного искусства Латинской Америки и Полинезии, из произведений многих западных художников, включая Боттичелли, Делакруа, Милле, Дега, Курбе, Дамье, Мане, Прудона и школу Рембрандта. Иногда Гоген довольствовался обычной фотографией или газетной иллюстрацией и пускал их в дело. Что же касается того, был ли Гоген профессиональным плагиатором, ответ будет однозначным – нет. Его заимствования соединялись с его собственным художественным видением…» (Р.Уоллэйс, 1998).

Аналогия Поля Гогена. Картина П.Гогена «Желтый Христос» была по аналогии подсказана ему видом деревянной полихромной статуи Христа, которую он видел в старинной часовне в Тремало возле Понт-Авена. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) отмечает: «В своей работе Гоген опирался и на местные традиции. Вдохновленный грубыми каменными распятиями, часто встречающимися на дорогах Бретани, он сделал несколько композиций, в которых пытался уловить «великую первобытную и суеверную простоту», столь поражавшую его в крестьянах. Одна из таких его картин – «Желтый Христос» несомненно навеяна деревянной полихромной статуей Христа, находящейся в старинной часовне в Тремало возле Понт-Авена» (Дж.Ревалд, 1962). Об этой же аналогии пишет А.Перрюшо в книге «Поль Гоген» (1995). Перечисляя картины, написанные П.Гогеном в Понт-Авене, исследователь творчества французских художников повествует: «На другой картине Гоген изобразил «Желтого Христа». Этого Христа он видел в маленькой часовне возле фермы Тремало, на холме, возвышающемся над Понт-Авеном. Деревянный сводчатый потолок этой сельской часовенки был синего цвета, стены – выкрашены голубой краской. В солнечные дни Христос казался желтым. Это сочетание цветов, должно быть, поразило Гогена, как и выразительная неуклюжесть, щемящая наивность скульптуры» (А.Перрюшо, 1995).

Аналогия Поля Гогена. Картина французского художника Г.Курбе «Здравствуйте, господин Курбе» (1854) подтолкнула П.Гогена к тому, чтобы написать аналогичное полотно «Здравствуйте, господин Гоген» (1889). А.Перрюшо в книге «Поль Гоген» (1995) пишет:

«Воспоминанием о картине «Здравствуйте, господин Курбе», которую он (Гоген – Н.Н.Б.) видел с Ван Гогом в музее Монпелье, навеяна картина «Здравствуйте, господин Гоген» (А.Перрюшо, 1995).

Аналогия Поля Гогена. Специалисты определили источники картины П.Гогена, написанной в 1890 году, на которой обнаженная Ева невозмутимо срывает плод с живописного фантастического дерева. Бенгт Даниельссон в книге «Гоген в Полинезии» (Москва, «Искусство», 1973) пишет об этой картине П.Гогена: «Один проницательный американский искусствовед, Генри Дорра, недавно заметил, что, во-первых, Ева стоит в позе Будды с японского храмового фриза, который Гоген видел на Всемирной выставке 1889 года, и, во-вторых, художник наделил Еву головой и лицом своей матери! Со дня смерти матери, которую Гоген очень любил, прошло девятнадцать лет, но у него была хорошая фотография (она сохранилась до наших дней), и нет никакого сомнения, что он использовал ее как образец» (Б.Даниельсон, 1973).

Аналогия Поля Гогена. Картина Гогена «Ave Maria» (1891) была создана благодаря тому, что художник заимствовал основные элементы из фотографии, изображающей барельефный фриз Яванского храма в Барабудуре. Позы таитянок, изображенных на полотне «Ave Maria», списаны с указанного яванского фриза. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) пишет о картине Гогена «Ave Maria»: «Любопытно, что в этой картине – одной из первых работ, сделанных на Таити, Гоген не только сохранил духовную связь со своими понт-авенскими религиозными картинами, но чувствуется также, что он почерпнул вдохновение из фотографии, изображающей барельефный фриз Яванского храма в Барабудуре, которую, по-видимому, приобрел на парижской Всемирной выставке в 1889 г. Таким образом, глубокое впечатление, которое произвело на него два года тому назад искусство Азии, теперь нашло свое отражение в двух фигурах таитянок, чьи позы почти буквально списаны с яванского фриза» (Дж.Ревалд, 1962). Сказанное подтверждает Б.Даниельссон в книге «Гоген в Полинезии» (1973): «И хотя у всех фигур смуглая кожа и таитянские черты, главным источником вдохновения был не тот мир, который окружал художника. Французский искусствовед Бернар Дориваль недавно показал, что позы фигур заимствованы с фотографии буддийского фриза на одном яванском храме. Эту фотографию Гоген приобрел в год Всемирной выставки и привез с собой на Таити» (Б.Даниельссон, 1973).

Аналогия Поля Гогена. Позы и жесты девушек, изображенных на картине П.Гогена «Та Матете» («Рынок»), заимствованы им из росписи на египетском надгробье. Б.Даниельссон в книге «Гоген в Полинезии» (1973) говорит о картине Гогена «Та Матете»: «Подчеркнуто стилизованное полотно изображает несколько типичных принарядившихся таитянских «веселых девиц», которые сидят на скамейке, ожидая клиентов; на заднем плане два таитянина в набедренных повязках идут в сторону крытого рынка, неся на палке тунцов. Стилизация заключается главным образом в том, что позы и жесты девушек заимствованы Гогеном с росписи на египетском надгробье» (Б.Даниельссон, 1973).

Аналогия Поля Гогена. Сюжет для одной из своих картин П.Гоген почерпнул из следующей сцены, которую он наблюдал, находясь на Таити. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) сообщает: «Однажды, вернувшись поздно ночью из Папеэте, он застал Техуру ожидающей его на постели; она лежала на животе, вытянувшись, и глаза ее были расширены от страха перед темнотой. Он усмотрел в этой сцене сюжет для одной из своих наиболее значительных картин, сделанных на Таити, для картины, символический характер которой он неоднократно подробно описывал…» (Дж.Ревалд, 1962). Роберт Уоллэйс в книге «Мир Ван Гога» (1998) дает понять, что здесь П.Гоген использовал также элементы картин своих предшественников: Тициана, Д.Веласкеса, Ф.Гойи, Э.Мане: «По сути, эта картина представляет собой повтор классического сюжета – лежащая обнаженная женщина.

Гоген однажды копировал «Олимпию» Мане, и он, несомненно, знал элегантных и красивых Венер Тициана и Веласкеса, а, возможно, даже и «Маху обнаженную» Гойи. Но во всех других отношениях эта картина – чистый Гоген» (Р.Уоллэйс, 1998).

Аналогия Поля Гогена. П.Гоген написал картину «Таинственный источник» (1893) благодаря тому, что точно воспроизвел (скопировал) фотографию Шарля Шпица, изображающую фигуру аборигена, который утоляет жажду из водопада. Бенгт Даниельссон в книге «Гоген в Полинезии» (Москва, «Искусство», 1973) пишет: «Как смело и уверенно Гоген заимствовал, преображал и сплавлял воедино самые различные элементы, особенно ясно видно по другой картине этой поры (поры пребывания Гогена вдали от цивилизации – Н.Н.Б.), тоже с мифологическим мотивом – малоизвестной «Папе мое» (хранится в коллекции Бюрле в Цюрихе). Сам Гоген переводит это название как «Таинственный источник» (Б.Даниельссон, 1973). Говоря о картине «Таинственный источник», Б.Даниельссон отмечает: «На картине таитянский юноша (или девушка?) в окружении чарующей природы утоляет жажду из водопада (иллюстрация 30). Сценка овеяна таинственным ореолом, который и впрямь оправдывает название. Но и в этом случае легко доказать, что Гоген в точности воспроизвел фотографию (иллюстрация 29), снятую поселившимся в Папеэте эльзасцем Шарлем Шпицем. Кстати, Шпиц был очень искусный фотограф, он даже получил медаль за пейзажи, украшавшие таитянский отдел Всемирной выставки 1889 года в Париже» (Б.Даниельссон, 1973).

Аналогия Поля Гогена. П.Гоген скопировал одну из картин французского художника Пюви де Шаванна (1824-1898), в дальнейшем используя ее как фон для натюрморта. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) пишет о влиянии Пюви де Шаванна на других мастеров кисти: «Нельзя отрицать, что большая часть современников Пюви видела в его творчестве средство, помогающее преодолеть традиции академического искусства и превзойти последние достижения импрессионизма. Для них Пюви являлся не только связующим звеном с итальянскими примитивами; он был их руководителем в попытках перевести язык прошлого на язык современности. Поэтому Сера сделал набросок с Пюви, а Гоген скопировал одну из его картин, использовав ее как фон для натюрморта. Многие другие молодые художники также пытались более глубоко познакомиться со стилем Пюви, копируя его работы» (Дж.Ревалд, 1962). Об этом же пишет К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Поль Гоген» (Москва, «Искусство», 1995): «И Гоген, и Синьяк опираются на художественный опыт Пюви де Шаванна, создателя многочисленных аллегорических панно, в которых он стремился возродить гармонический дух великой классики» (К.Богемская, 1995). Произведения Пюви де Шаванна оказали также воздействие на Винсента Ван Гога. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (1978) констатирует: «В Овере Ван Гог отдает явное предпочтение форматам с горизонтальной протяженностью, в отличие от вытянутых вверх, как это было в Париже и Арле. Здесь, несомненно, проявилось влияние Пюви де Шаванна, интерес к которому и восхищение которым у Ван Гога особенно возросли в последний год жизни» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Голландский живописец Винсент Ван Гог (1853-1890) в молодости много времени проводил в Королевской художественной галерее Маурицхейс города Гаага (Нидерланды), где изучал работы Рембрандта, Франца Хальса (Франса Гальса) и других известных живописцев. Ван Гог впитывал в себя опыт этих мастеров, постигая секреты классического искусства. С точки зрения специалистов, пребывание в художественной галерее дало молодому художнику больше, чем уроки Антона Мауве – одного из первых учителей будущего гения. А.Перрюшо в книге «Жизнь Ван Гога» (1973) пишет: «Частые визиты в Королевский музей в Маурицхейсе, где он восторгался картинами Рембрандта и Франса Гальса, воспитывали и шлифовали его вкус. Он сравнивал своих современников со столпами предшествовавшего поколения – Исраэльсом, Марисом, Милле.

Искусство «стариков» казалось ему куда более могучим, чем мастерство друзей Антона Мауве. Он скоро перенял их умение и приемы. Еще месяц назад их наука казалась ему неистощимой – теперь он исчерпал ее до дна» (А.Перрюшо, 1973). Н.А.Дмитриева в книге «Винсент Ван Гог: человек и художник» (1980) говорит о Ван Гоге: «Больше, чем уроки в Академии, ему давали музеи. Он проходил основательную школу у старых мастеров и, между прочим, у Рубенса, которого раньше знал гораздо меньше, чем Рембрандта и Хальса» (Дмитриева, 1980, с.78).

Аналогия Винсента Ван Гога. Обучаясь в 1886 году в классах Эжена Зиберта и Карела Ферлата в Академии художеств Антверпена, Ван Гог часто копировал предложенную модель, но нередко рисовал то, что сам считал достойным своей кисти. Эти уроки мастерства не обходились без метода проб и ошибок, когда настойчивые попытки запечатлеть тот или иной объект заканчивались уничтожением уже созданного. А.Перрюшо в книге «Жизнь Ван Гога» (1973) сообщает: «В классе Зиберта Винсент рисовал с таким же увлечением, как писал в классе Ферлата. Не довольствуясь копированием предложенной модели, он рисовал все, что находилось перед ним: мебель, учеников, классную комнату, и, без конца переделывая набросок, в течение одного сеанса перерисовывал его по десять, двенадцать, пятнадцать, а то и двадцать раз. Иногда он сердито рвал нарисованное» (А.Перрюшо, 1973). Поэтому неудивительно, что Ван Гог не верил в природный талант и вдохновение, которые, с его точки зрения, не могут заменить терпения и самозабвенного труда. По свидетельству А.Перрюшо, «он (Ван Гог – Н.Н.Б.) мог бы самодовольно мечтать о своих будущих шедеврах, разглагольствовать о вдохновении и таланте. Но он отвергает все это, отворачивается от суеты. Вдохновенный художник? Нет, старательный труженик, работающий с добросовестностью мастерового, - вот успокоительный идеал, к которому он стремится» (А.Перрюшо, 1973).

Аналогия Винсента Ван Гога. Винсент Ван Гог написал «Автопортрет перед мольбертом» по образцу с работой П.Сезанна «Автопортрет с палитрой» (1887). Е.Мурина в книге «Ван Гог» (1978) пишет об «Автопортрете перед мольбертом» кисти Ван Гога: «Лионелло Вентури обратил внимание на явное сходство композиции этого портрета с «Автопортретом с палитрой» Сезанна (1885-1887, Цюрих, собрание Е.-Ж.Бюрль), который Ван Гог мог видеть. Автопортрет Сезанна, бывшего в глазах Ван Гога художником Юга, знатоком природы Прованса, был, конечно, сознательно выбран им как образец того, каким бы он хотел видеть себя» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Ван Гог многое перенял у выдающегося французского художника Оноре Домье (1808-1879), рассматривая его творчество как прекрасный предмет для подражания. Н.Смирнов в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Ван Гога» (Москва, «Прогресс», 1973) пишет о Ван Гоге: «Творчество барбизонцев (особенно Милле), Домье и Делакруа стало для него серьезной школой постижения мастерства. Делакруа помог ему нащупать путь к эмоциональной выразительности цвета. Домье утвердил его в намерении стать живописцем современности, научил использовать экспрессию скользящей светотени, выявлять в объекте типичное и характерное, показал выразительные возможности разнообразных фигур и мазков, эмоциональную силу «измененной» формы – всего того, что позволяло в искусстве создавать «…ложь более правдивую, чем буквальная правда» (А.Перрюшо, 1973). О.Домье оказал влияние не только на Ван Гога, но и на П.Сезанна и Э.Дега. Т.В.Ильина в книге «История искусств» (2000) подчеркивает: «Действительно, немало великих художников: и Сезанн, и Дега, и Ван Гог – вдохновлялись Домье, уже не говоря о графиках, которые почти все без исключения испытали на себе воздействие его таланта» (Т.В.Ильина, 2000).

Аналогия Винсента Ван Гога. Винсент Ван Гог в свое время испытал влияние французского художника Луи Анкетена (1861-1932) и написал ряд картин по аналогии с его произведениями. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) пишет: «Винсент Ван Гог восхищался некоторыми полотнами Анкетена, зачастую свидетельствовавшими о его несомненной оригинальности, несмотря на всевозможные влияния, которым он поддавался. Среди картин, произведших впечатление на голландца, были вид Авеню де Клиши в голубых тонах и пейзаж с косцом, написанный в 1887 г. почти исключительно разными оттенками желтого. Это полотно с его плоскими крупными планами, упрощенным рисунком и цветом, так понравилось Ван Гогу, что впоследствии вдохновило его на создание сходной композиции» (Дж.Ревалд, 1962). Одной из картин, написанных Ван Гогом по образцу с работами Луи Анкетена, является полотно «Жнец». А.Перрюшо в книге «Жизнь Тулуз-Лотрека» (1990) говорит об Анкетене: «Какой художник! Все восторгались его мастерством. Бернар считал его одним из сильнейших. «Это настоящий художник!» - заявил о нем Лотрек, по мнению которого после Мане никто не обладал «столь высокими достоинствами». Ван Гог тоже чуть ли не плясал от восторга, особенно перед полотном «Жнец». «Великолепно! Великолепно!» – твердил он в упоении. Позже, в Арле, Ван Гог, вдохновившись полотном Анкетена, напишет «Жнеца» в своей манере» (А.Перрюшо, 1990).

Аналогия Винсента Ван Гога. Создавая картину «Натюрморт с гипсовой статуэткой и книгами» (1888), Ван Гог использовал принцип диагонального расположения предметов, по аналогии заимствованный у Тулуз-Лотрека и других импрессионистов. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (Москва, «Искусство», 1978) говорит о полотне Ван Гога «Натюрморт с гипсовой статуэткой»: «Композиция натюрморта, в отличие от центрически построенных голландских вещей, насквозь динамична и строится на подчеркнуто диагональном расположении предметов, заимствованном от импрессионистов, Тулуз-Лотрека и других» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Предпосылкой (исходным стимулом) для картины Ван Гога «Танцевальный зал» послужила картина известного французского художника Эмиля Бернара (1868-1941) «Бретонки на лугу». Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) описывает один из эпизодов жизни Ван Гога: «Поскольку Гоген не привез из Понт-Авена своих картин, а захватил лишь картину Бернара «Бретонки на лугу», то фактически именно по этой картине Винсент впервые познакомился с синтетизмом своих друзей. Он даже сделал с нее копию и, вдохновясь полотном Бернара, написал в том же духе «Танцевальный зал» (Дж.Ревалд, 1962). Об этом же сообщает А.Перрюшо в книге «Поль Гоген» (Москва, «Искусство», 1995): «Испытывая «жуткое почтение» к Гогену, повинуясь его властному голосу, его уверенности, Ван Гог поддавался наставлениям понт-авенского мэтра. Гоген привез в Арль «Бретонок на лугу» Бернара. Ван Гог сделал с них копию. Он отдал дань клуазонизму, написав в этой манере сцену бала в Фоли-Арлезьен» (А.Перрюшо, 1995). Можно также сослаться на монографию Е.Муриной «Ван Гог» (1978), где указывается: «Единственная картина, присланная Бернаром – «Бретонки на лугу», вызвала восторженную реакцию Ван Гога, и он скопировал ее, чтобы пройтись прямо по холсту дорогой своего приятеля. Плоды этого «похода» сказались в работе Ван Гога: его картина «Танцевальный зал» (F547, Париж, Лувр) очень напоминает «ходы» Бернара, предвещающие ритмику «art nouveau» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Подчеркнем, что в жизни Ван Гога был период, когда он перенимал художественный стиль Поля Гогена, доверившись тому, что составляло стержень искусства будущего обитателя полинезийских островов. А.Перрюшо в монографии «Жизнь Ван Гога» (1973) отмечает: «Разумеется, Гоген обучает Винсента своим собственным эстетическим теориям. Этим летом в Понт-Авене он вместе с Эмилем Бернаром разработал теорию «синтеза», своего рода живописный символизм, который делает упор на декоративной стороне картины. Декоративность еще подчеркивается контурами, разграничивающими широко написанные цветные поверхности. Повинуясь мощному влиянию Гогена, Винсент пишет в понт-авенской манере танцевальный зал «Фоли-Арлезьен» и меньше чем за час набрасывает портрет хозяйки привокзального кафе, мадам Жину, некий «синтез» арлезианки. Когда Винсент писал этот портрет, Гоген, стоя за его спиной, наблюдал за работой друга…» (А.Перрюшо, 1973). Н.А.Дмитриева в книге «Винсент Ван Гог: человек и художник» (1980) подчеркивает: «Ван Гог впоследствии всегда признавал влияние, оказанное на него Гогеном, и подчеркивал его положительные стороны. Альберу Орье он писал: «Многим обязан я также Полю Гогену, с которым работал несколько месяцев в Арле и с которым еще до этого встречался в Париже…» (Дмитриева, 1980, с.265).

Аналогия Винсента Ван Гога. Некоторые работы Ван Гога созданы в духе Поля Синьяка (1863-1935), который наряду с Жоржем Сера считается основателем пуантилизма и неоимпрессионизма. Пуантилизм (дивизионизм) в живописи – манера письма раздельными мазками правильной, точечной или прямоугольной формы. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) указывает: «…Ван Гог предпочитал писать на основе своих непосредственных ощущений и рассматривал технику мелких точек только как дополнительное средство. Все же теория дополнительных цветов Синьяка вдохновила его на применение «ореолов»: он окружал каждый предмет дополнительным к фону цветом для того, чтобы лучше его подчеркнуть» (Дж.Ревалд, 1962). О том, что Ваг Гог «подсматривал» за приемами Эмиля Бернара и Поля Синьяка и черпал из их манеры то, что могло обогатить его собственное творчество, пишет Е.Мурина в книге «Ван Гог» (Москва, «Искусство», 1978): «Работая летом и осенью 1887 года в окрестностях Парижа то в обществе Бернара, то в обществе Синьяка (они были врагами и соединить их вместе ему не удалось, несмотря на все усилия), он «подсматривает» за приемами то того, то другого. Известно, что Ван Гог не только не боялся влияний, но искал их, стремясь обогатиться открытиями других и не опасаясь потерять свою индивидуальность. Его меньше всего волновали вопросы приоритета в области открытий, и он со свойственным ему смирением в этих вопросах берет что-то от всех, совершенствуясь и втайне созревая в некое обособленное и оригинальное явление» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Произведения Ван Гога «Женщина, сидящая в кафе Тамбурин», «Портрет актера», «Юноша в каскетке», «Арлезианка», «Вид арены в Арле» - результат обращения к стилю и сюжетам французского художника Анри Тулуз-Лотрека, который на своих полотнах увлеченно изображал сцены из жизни Монмартра. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (Москва, «Искусство», 1978) повествует о Ван Гоге: «…Он не проходит и мимо Тулуз-Лотрека, который летом 1887 года пишет свои сцены из жизни Монмартра. Следы этого влияния заметны в картине «Женщина, сидящая в кафе Тамбурин» (F370, Амстердам, музей Ван Гога), но более глубокое воздействие стиля Лотрека обнаружится позднее, в Арле, когда он будет в некоторых портретах применять прием обостренно-угловатых, «разорванных» силуэтных характеристик («Портрет актера», F533, музей Креллер-Мюллер; «Юноша в каскетке», F536, Цюрих, собрание Натан; «Арлезианка», F488, Нью-Йорк, Метрополитен-музей, или картина «Вид арены в Арле», F548, Ленинград, Эрмитаж), где самый сюжет напомнил ему приемы неповторимого завсегдатая Монмартра» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Многие урбанистические пейзажи Ван Гога написаны по аналогии с картинами Ж.-Ф.Рафаэлли, изображающими рабочие пригороды Парижа. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (1978) отмечает: «…Ш.Этьен усматривает, и не без оснований, в урбанистических пейзажах Ван Гога влияние Ж.-Ф.Рафаэлли, интересовавшего его еще в Голландии, который писал рабочие пригороды Парижа, используя некоторые приемы импрессионистов» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Ряд художественных творений Ван Гога – свидетельство того, что на определенном этапе своего творчества художник был увлечен японским искусством и с удовольствием подражал ему. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (1978) говорит о Винсенте: «…Он сам непосредственно изучает японцев. Сразу по приезде Ван Гог усиленно пополняет свою коллекцию крепонов, вывезенную из Антверпена, и она достигает теперь шестисот пятидесяти листов (все они ныне хранятся в амстердамском Музее Ван Гога). Гравюры Хиросиге, Утамаро, Кезе, Йезе, Иккозаи и других мастеров украшают его комнату на улице Лепик. Он даже устроил выставку этих гравюр в кафе «Тамбурин», а также затеял скромную торговлю крепонами исключительно с целью пропаганды японского искусства. Кроме того, он постоянно посещал торговца и издателя дальневосточного искусства Зигфрида Бинга, где просматривал сотни работ китайских и японских мастеров по нескольку раз» (Е.Мурина, 1978). Чуть ниже Е.Мурина приводит слова М.Шапиро о Ван Гоге: «Может быть, он был единственным живописцем этого времени, который так прямо подражал японской гравюре. Тонкую субстанцию Хокусая и Хиросиге он перенес на холст компактными средствами масляной живописи» (Е.Мурина, 1978). По свидетельству Е.Муриной, «прием введения изображения в изображение, создающего второй план, контекст, заимствованный из японского портрета, применен Ван Гогом впервые в его творчестве, если не считать другой работы – «Женщина, сидящая в кафе «Тамбурин» (F370, Амстердам, музей Ван Гога), где на фоне тоже виднеются японские гравюры» (Е.Мурина, 1978). Говоря о пребывании Ван Гога в Арле (город Франции), Е.Мурина подчеркивает: «Своеобразно влияние японцев проявилось в рисунках Ван Гога арльского периода. Можно сказать, что весь стиль Ван Гога-рисовальщика этого периода обязан в своих основных чертах импульсам, полученным от японского и вообще дальневосточного искусства. Это рисунки в первую очередь он имел в виду, когда писал Тео: «Вся моя работа в значительной мере строится на японцах» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Творчество Ван Гога бесчисленными нитями связано с искусством П.Гогена и Э.Бернара, а также Э.Делакруа и Рембрандта, которыми он восхищался, но факт состоит в том, что Ван Гог неоднократно копировал работы француза Жан Франсуа Милле (1814-1875) и, основываясь на этих копиях, создавал собственные полотна. Джон Ревалд в книге «Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена» (1962) повествует: «Ван Гог отстаивал свою духовную связь с Гогеном и Бернаром, хотя не видел их последних картин и даже почти не переписывался с ними, будучи поглощен своей собственной работой. Но на самом деле в конце 1889 г. он был очарован художниками, отнюдь не похожими на понт-авенских. С литографий, репродукций и гравюр на дереве он копировал работы других мастеров. Его влекли к себе Делакруа, Рембрандт и даже такое сентиментальное произведение, как одна из картин Виржинии Демон-Бретон, но особенно охотно копировал Милле…» (Дж.Ревалд, 1962). Джон Ревалд говорит о Ван Гоге, который постоянно переписывался со своим братом Тео: «Мне кажется, - писал он брату, - что делать картины по рисункам Милле означает скорее переводить последние на другой язык, нежели копировать». Действительно, работая с черно-белых репродукций, Ван Гог не только придумывал цвет, но также подчеркивал формы, стремясь к тем «широким и узловатым линиям», которые он искал и в работе с натуры. С осени 1889 г. по весну 1890 г. он сделал с рисунков Милле ни много ни мало двадцать три картины, большей частью небольшого размера» (Дж.Ревалд, 1962).

Аналогия Винсента Ван Гога. Ван Гог написал картину «Жнец», исходя из аналогичной картины Ж.Ф.Милле. Н.А.Дмитриева в книге «Винсент Ван Гог: человек и художник» (Москва, «Наука», 1980) пишет о том, как появилось на свет полотно Ван Гога «Жнец»: «Возможно, что именно композиция Милле и навела его на мысль – написать дьявольски надрывающуюся под раскаленным солнцем над нескончаемой работой фигуру как вплощение смерти в том смысле, что человечество – это хлеб, который предстоит сжать» (Дмитриева, 1980, с.303). Произведение Ван Гога «Отдых» создано также в результате копирования полотна Ж.Ф.Милле на сходную тему. Н.А.Дмитриева в той же монографии говорит о картине Ван Гога «Отдых»: «Луврское полотно «Отдых» интерпретирует соответствующую композицию Милле по гравюре Лавьеля: в жаркий полуденный час во время жатвы двое крестьян, мужчина и женщина, спят на сене в тени большого стога» (там же, с.302). «Глядя на полотна «Отдых», «Жнец», «Сеятель», «Крестьянка, вяжущая снопы», - аргументирует Н.А.Дмитриева, - мы не сомневаемся, что они принадлежат Ван Гогу: именно так он и писал бы нюэнских крестьян, если бы был тогда во всеоружии позднейших колористических принципов. А между тем это почти буквальные воспроизведения композиций Милле. Видимо, внутренняя близость Ван Гога к Милле была действительно очень велика и с годами не исчезла» (там же, с.301). «В композициях Милле, - продолжает Н.А.Дмитриева, - Ван Гог почти ничего не изменял – или лишь очень незначительно и в редких случаях; даже Лавьель изменял больше, переводя оригиналы в гравюру. Фигуры, их ракурсы, расположение в пространстве – все оставалось таким же, вплоть до деталей» (там же, с.301).

Аналогия Винсента Ван Гога. Произведение Ван Гога «Сеятель» создано по аналогии с «Сеятелем» Ж.Ф.Милле. Н.А.Дмитриева в книге «Винсент Ван Гог: человек и художник» (1980) повествует: «Сеятель» - одна из главных тем Ван Гога, пронесенная через всю жизнь. Толчок был дан «Сеятелем» Милле; гравюру с него Винсент тщательно скопировал в Боринаже» (Дмитриева, 1980, с.143). «Хотя Винсент на первом месте называет Делакруа, а потом уже Милле, - поясняет Н.А.Дмитриева, - среди его копий абсолютно преобладающее место принадлежит циклам Милле «Полевые работы» и «Часы дня». Картин, воспроизводящих композиции Милле, двадцать три. Делакруа – только две: «Пьета» и «Милосердный самаритянин» (там же, с.298). «Большая часть композиций Милле, воспроизведенных Ван Гогом, - замечает Н.А.Дмитриева, - восходят к рисункам, а не к живописным произведениям Милле. Рисунки эти переводились в гравюры на дереве живописцем и ксилографом Лавьелем – ими преимущественно и пользовался Ван Гог» (там же, с.299).

Аналогия Винсента Ван Гога. Создавая композицию с фигурой Христа, Ван Гог заимствовал эту фигуру из картины Делакруа «Положение во гроб». Н.А.Дмитриева в книге «Винсент Ван Гог: человек и художник» (1980) поясняет: «…Свою первую и последнюю композицию с фигурой Христа он взял у Делакруа: из всего неисчислимого множества старинных и новых «Положений во гроб» выбрал эту сравнительно малоизвестную вещь. На фоне заката и гор над мертвым телом Сына Человеческого возвышается фигура матери: она простирает руки многозначащим жестом – как бы и выпуская его из своих объятий, даруя миру, и безмолвно спрашивая: что вы с ним сделали?» (Дмитриева, 1980, с.307). «Литографии картин Делакруа «Положение во гроб» и «Добрый самаритянин», - продолжает Н.А.Дмитриева, - еще в Арле висели в комнате Винсента рядом с японскими гравюрами – очевидно, они принадлежали к его любимым вещам, к тем, над которыми он подолгу размышлял» (там же, с.306).

Аналогия Винсента Ван Гога. Копируя полотна Делакруа, Рембрандта, Милле, Ван Гог поступал с ними так же, как музыкант, создающий вариацию на тему того или иного музыкального произведения. Известно, например, что Людвиг Бетховен создавал фортепианные вариации на тему русской народной песни «Камаринская», а также на музыку из оперы Моцарта «Волшебная флейта». Вольфганг Моцарт разрабатывал вариации на известные австрийские и французские народные песни, менуэты И.К.Фимера и Ж.П.Дюпора, популярные темы К.В.Глюка, А.Э.М.Гретри, Дж.Сарти, а также законодателей венского оперного репертуара – Дж.Паизиелло и А.Сальери. Фредерик Шопен написал фортепианные вариации на тему скрипичного концерта Н.Паганини. Сам Н.Паганини сочинял вариации на музыку из балета «Орех Беневенто» композитора Зюсмайра. Ференц Лист отметился вариациями на тему русской песни «Соловей мой, соловей», которую ему напевал А.Алябьев.

Иоганнес Брамс – автор многих вариаций на тему творений Роберта Шумана. Михаил Глинка сочинял вариации на тему музыки из оперы Винченцо Беллини «Сомнамбула». Петру Чайковскому принадлежат вариации на тему русской народной песни «Вдоль по Питерской». При вариациях композитор немного видоизменяет исходную мелодию, модифицируя тональность, гармонический план или форму. Точно так же поступал и Ван Гог, копируя и немного видоизменяя полотна других художников. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (1978) пишет о Винсенте: «В сентябре 1889 года он копирует по литографии Нантейля «Пьету» Делакруа» (F630, Амстердам, музей Ван Гога), а в Овере еще раз повторяет эту копию с незначительными изменениями (F757, Лос-Анджелес, частное собрание). В Сан-Реми же он делает копию «Милосердного самаритянина» Делакруа (F633, Амстердам, музей Ван Гога) и «Воскрешение Лазаря» Рембрандта (F677, там же). Самый выбор сюжетов раскрывает внутренние побудители этого интереса к копированию. (…) (…) В «Пьете» мы видим Христа с рыжими волосами и лицом Ван Гога, чуть измененным смертной мукой» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Винсента Ван Гога. Копируя картину Рембрандта «Воскрешение Лазаря» (1630), Ван Гог внес в нее такие изменения, которые позволяют говорить о новом произведении. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (1978) повествует: «Как заметил М.Шапиро, рембрандтовское «Воскрешение Лазаря» превратилось у Ван Гога в картину, которую правильнее было бы назвать «Лазарь и его сестры», так как Христос, совершающий чудо, у Ван Гога заменен солнцем в зените, являющим собой символ, сыгравший такую огромную роль в его жизни и творчестве» (Е.Мурина, 1978). Резюмируя стили и манеры письма в живописи, которые использовал Ван Гог, Е.Мурина подчеркивает: «…Он «перетасовал» все те многочисленные направления, которыми интересовался и у которых учился» (Е.Мурина, 1978). А.Перрюшо в книге «Жизнь Ван Гога» (Москва, «Прогресс», 1973) перечисляет мастеров кисти, у которых заимствовал, которым подражал, кем вдохновлялся, кого рассматривал в качестве образца Винсент Ван Гог: «Импрессионизм, дивизионизм, японское искусство, Ренуар и Моне, Делакруа и Монтичелли; история современной живописи на всех ее этапах прошла перед глазами Винсента, который и сам в свою очередь ускоренным темпом прошел этот цикл, жадно усваивая все уроки и с кистью в руке исследуя все тенденции. Он овладел фактурой Фантен-Латура, Моне и Сислея, испробовал манеру Сера, которым он восхищался, неторопливое, методическое разложение цвета, в общем-то совершенно чуждое его нетерпеливой натуре, стал подражать Делакруа, писал цветы в духе Монтичелли, использовал для рисунков тростниковое перо японцев, скопировав на холсте несколько японских гравюр, в частности «Дождь» и «Дерево» Хирошиге» (А.Перрюшо, 1973).

Аналогия Анри Тулуз-Лотрека. Французский живописец А.Тулуз-Лотрек (1864-1901), обучаясь у художника Рено Пренсто, заимствовал у него все приемы, принципы и правила, которые могли бы помочь начинающему рисовальщику овладеть умением воплощать на холсте задуманное. Анри Перрюшо в книге «Жизнь Тулуз-Лотрека» (1990) пишет о том, как Тулуз-Лотрек воспринимал уроки живописи в мастерской Рено Пренсто: «Они встречались ежедневно. Лотрек называл Пренсто своим «мэтром», а Пренсто Лотрека – «сосунком» своей мастерской! Художник-анималист питал к Лотреку поистине отеческие чувства. Он был очень опечален его «обезображиванием», как он говорил на своем «причудливом» языке. Но Пренсто так же поражали проявившиеся в его подопечном способности. То, что сам он открывал и чего добивался годами, Лотрек усваивал с удивительной быстротой. По правде говоря, Лотрек подражал ему, «как обезьяна». Он заимствовал его приемы, его мазок, его серьезную и легкую манеру письма, в котором было много света» (А.Перрюшо, 1990).

Аналогия Анри Тулуз-Лотрека. А.Тулуз-Лотрек впитывал в себя все, что ему нравилось, не задумываясь о течениях и направлениях живописи, к которым относились произведения, покорившие его. А.Перрюшо в книге «Жизнь Тулуз-Лотрека» (1990) сообщает: «Разные течения в живописи, определившиеся в связи с эволюцией искусства, мало интересовали

Лотрека. Эстетические доктрины его не трогали, ему было все равно, академическая ли это школа или новое течение, и, не ломая себе голову, он заимствовал все, что ему нравилось, и у тех, и у других» (А.Перрюшо, 1990). В частности, Тулуз-Лотрек перенял у Винсента Ван Гога технику раздельного штриха, с помощью которой он написал пастельный портрет Ван Гога. А.Перрюшо в той же книге замечает: «Вернувшись на Монмартр, Лотрек сделал пастельный портрет Ван Гога, в три четверти, передав позой напряжение и волевой характер художника. Особенность этого портрета заключалась в том, что Лотрек заимствовал у Винсента технику раздельного штриха, которая позволяет гораздо лучше, чем тщательные анализы импрессионистов, передать схваченное на лету движение. Эта техника настолько пришлась Лотреку по душе, что он сразу же взялся еще за одну работу, в которой сочетались эстетическое влияние Ван Гога и духовное воздействие Брюана» (А.Перрюшо, 1990).

Аналогия Анри Тулуз-Лотрека. Тулуз-Лотрек находил модели для своих картин повсюду, где только можно, но нередко – в домах терпимости, полагая, что сердце куртизанок может быть не менее благородным, чем сердце обычной женщины. А.Перрюшо в книге «Жизнь Тулуз-Лотрека» (1990) пишет о художнике: «Все чаще отправляется он с Гибером в публичные дома и пишет их обитательниц в интимной обстановке. Они спят или занимаются своим туалетом. Его привлекает приглушенная тишина этих заведений, сонная атмосфера, царящая здесь, бледные лица женщин, объединяющая их любовь – в ней они забывали о своей профессии, о требовательности порочных мужчин» (А.Перрюшо, 1990). Можно вспомнить о том, что многие известные художники писали натурщиц, которые были выходцами из среды жриц любви. Среди них Витторе Карпаччо, Ян Вермеер, Франс Гальс (Хальс), Меризи де Караваджо, Эдгар Дега, Эмиль Бернар, Винсент Ван Гог, Поль Гоген и т.д. Что касается Караваджо, то ему хватило смелости написать картину «Богоматерь Лорето» (другое название – «Богоматерь паломников», 1605 год), срисовав лицо Богоматери со своей возлюбленной, римской куртизанки – Лены Антоньетти. В творчестве Тулу-Лотрека метод проб и ошибок (метод многократного переделывания уже написанного) – обычный способ работы над произведением. А.Перрюшо в книге «Жизнь Тулуз-Лотрека» (1990) констатирует: «От всех его произведений веет легкостью, в действительности же это впечатление – следствие его упорного труда. Он рисовал везде и всюду. В табачной лавке, пока его друг покупал сигары, он, стоя у прилавка, набрасывал очертания чьего-то лба, затылка, шевелюры, подбородка. Он не удовлетворялся своим врожденным умением рисовать. Постоянные упражнения давали ему возможность, как он сам говорил, «всегда держать рисунок в пальцах», чтобы потом, часто по памяти, мастерски импровизировать. Затем он возвращался к своим импровизациям, по нескольку раз переделывая их. Пленительно воздушный, простой контур, который вышел из-под его карандаша или кисти и, казалось, был сделан в минуту вдохновения, без всякого труда, одним махом, на самом деле получался в результате длительных и упорных поисков. «Мишель Жорж-Мишель насчитал сорок вариантов набросков, которые Лотрек сделал, чтобы наиболее точно передать одно па танцовщицы и движение цирковой лошади», - сообщает Мишель Флорисон» (А.Перрюшо, 1990).

Аналогия Анри Тулуз-Лотрека. На многих картинах Тулуз-Лотрека, если образно выражаться, лежит печать творчества Эдгара Дега, признаки влияния этого живописца. Сам Э.Дега знал о том, что Тулуз-Лотрек часто ассимилирует его находки, поэтому относился к своему младшему коллеге по ремеслу без особой симпатии. А.Перрюшо в книге «Жизнь Тулуз-Лотрека» (1990) замечает: «…Дега никогда не питал особо нежных чувств к Лотреку. Этот желчный человек высказывал довольно жесткие суждения о своем младшем собрате. Возможно, он его слегка ревновал или сердился на него, так как Лотрек многое заимствовал у него, и темы произведений Лотрека Дега, вероятно, считал своими» (А.Перрюшо, 1990). Тулуз-Лотрек использовал художественные идеи Э.Дега не только при работе над картинами, но и во время изготовления плакатов и афиш. По свидетельству А.Перрюшо, «плакат позволял Лотреку использовать уроки, извлеченные им из произведений японцев и Дега, отвечал его художественному кредо – писать как можно лаконичнее и непосредственнее и использовать в своих произведениях неожиданные композиционные приемы» (А.Перрюшо, 1990).

Аналогия Анри Тулуз-Лотрека. А.Тулуз-Лотрек, как и многие другие импрессионисты, использовал в ряде своих картин образы и решения японских художников и графиков (в том числе Хокусая, Хиросиге, Утамаро). Амшей Нюренберг в мемуарах «Одесса-Париж-Москва. Воспоминания художника» (Дюссельдорф, 2009) отмечает: «Все импрессионисты стали заимствовать отдельные элементы, найденные в творчестве Хокусаи и других японцев. Оригинальная композиция, смело организующая пространство, легкие пульсирующие линии, богатая колористическая декоративность, достигнутая скупой палитрой, - все эти характерные черты скоро нашли отражение во многих работах Тулуза-Лотрека, Гогена и особенно Дега» (Нюренберг, 2009, с.338). Анри Перрюшо в книге «Жизнь Тулуз-Лотрека» (Москва, «Радуга», 1990) описывает период увлечения художника произведениями японского искусства: «Лотрек тихо, но упорно трудился. Ему исполнилось двадцать два года. Он созревал как художник. Особенно тщательно изучал японские эстампы, коллекцией которых Ван Гог увесил стены своей комнаты. В доме, где жили Винсент и его брат, на улице Лепик, 54, помещалась также лавка мелкого торговца картинами Портье, тонкого знатока произведений Хокусая и Хиросиге, Утамаро, Тоекуни и Харунобу. Лотрек часто заходил к Портье, покупал у него эстампы или, если тот соглашался, менял на японские гравюры свои работы» (А.Перрюшо, 1990).

Аналогия Жоржа Сера. В период обучения в школе изящных искусств Жорж Сера (1859-1891) копировал картины Ганса Гольбейна Младшего (1497-1543), Никола Пуссена (1594-1665), Доминика Энгра (1780-1867). В ранних работах Ж.Сера наиболее отчетливо обнаруживается влияние творчества Д.Энгра. А.Перрюшо в книге «Жизнь Сера» (1992) пишет о периоде ученичества Ж.Сера: «Пока же он работает в основном над техникой рисунка, копирует «Ричарда Саутвелла» Гольбейна, этюд руки Пуссена, фрагменты «Апофеоза Гомера» Энгра, делает этюды с обнаженных натурщиков. Чаще всего Сера прибегает к сугубо линейной форме – сказывается влияние на него классического мэтра Энгра» (А.Перрюшо, 1992). Описывая занятия в школе изящных искусств, куда Ж.Сера поступил в 1878 году и учился вместе с приятелем Аман-Жаном под руководством Анри Лемана, А.Перрюшо говорит о Ж.Сера: «…В процессе обучения он неустанно обращается к примеру Энгра, вспоминая его уроки. В этом есть нечто возбуждающее для Сера, равно как и для Аман-Жана (вслед за своим приятелем он тоже поступил в Школу изящных искусств). Благодаря Леману у них на глазах воскресает Энгр, «Анжелику» которого тогда же Сера с блеском копирует» (А.Перрюшо, 1992).

Аналогия Жоржа Сера. Жорж Сера, работая над картиной «Купание в Аньере», датируемой 1884 годом, заимствовал отдельные детали композиции из полотна Пюви де Шаванна «Тихий край». А.Перрюшо в книге «Жизнь Сера» (Москва, «Радуга», 1992) пишет о том, как Ж.Сера рисовал картину «Купание в Аньери»: «Он часто отправляется в Аньер, на остров Гранд-Жатт, где устраивается на берегу против моста Курбвуа. Именно это место он выбирает для сюжета своей картины. Он хорошо помнит простую композицию «Тихого края» Шаванна и позаимствует ее для своего полотна, которое, как и Шаванн, разделит на два неравных прямоугольника. Верхний, меньшего размера, отведен для неба…» (А.Перрюшо, 1992). Этот же факт использования композиционных идей Пюви де Шаванна рассматривает К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Сера»: «В «Купании» Сера опирается на большие композиции Пюви де Шаванна и вслед за последним пытается вернуть станковой живописи силу и патетику живописи настенной, знакомой по фотографиям и гравюрам с шедевров Возрождения» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Жоржа Сера. «Купание в Аньере» - не единственное произведение Ж.Сера, в котором выражена тяга французского художника к своему собрату Пюви де Шаванну. К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Сера» (1992) повествует об еще одном полотне основателя пуантилизма, которое перекликается с творчеством Шаванна: «Одна из работ Сера, выполненная маслом в 1881-1882 годах, говорит о его раздумьях. Это картина в картине: на маленькой дощечке в окружении пленэристического пейзажа изображена стоящая на мольберте вольная копия картины «Бедный рыбак» Пюви де Шаванна, выставлявшейся в Салоне 1881 года» (К.Богемская, 1992). Резюмируя, можно сослаться на Ж.П.Креспеля, который в книге «Повседневная жизнь импрессионистов» (2012) сообщает: «Следует заметить, что Пюви де Шаванном восхищались большинство крупных художников того времени, а некоторые из них, например Гоген и Сера, многое у него охотно заимствовали» (Креспель, 2012, с.163-164).

Аналогия Жоржа Сера. Картина Ж.Сера «Крестьянки за работой» (1883) создавалась по аналогии с полотном Жана Франсуа Милле «Сборщицы колосьев» (1857). К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Сера» (1992) указывает: «…Сера обращается за уроком к мастерам, работавшим в середине столетия. Изображая сцены полевых работ, Сера вспоминает Милле. Две женские фигуры в его картине «Крестьянки за работой» (1882-1883), являются повторением в зеркальном отражении собирательниц колосьев в одноименной картине Милле 1857 года» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Жоржа Сера. Произведение Ж.Сера «Мыс дю Ок в Гранкане» (1885) отражает влияние гравюр японского художника Хокусая. К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Сера» (1992) раскрывает источники указанной картины Ж.Сера: «Увлечение японскими гравюрами было характерной чертой художественной жизни второй половины прошлого столетия. Весной 1883 года в галерее Жоржа Пти была открыта художественная выставка японского искусства, вызвавшая живой интерес у импрессионистов и будущих «Нео», которые, как писал Камилль Писсарро сыну Люсьену, нашли в японском искусстве «спокойствие, величие, необыкновенное единство, приглушенное сверканье». В картине Сера (в картине «Мыс дю Ок в Гранкане» - Н.Н.Б.) скала по силуэту напоминает не только парус, но и изображение волны в гравюрах Хокусая. В наиболее близкой по композиции к «Мысу дю Ок» гравюре японского мастера «Лодка, плывущая по волнам» можно видеть ту же небольшую деталь, что и в пейзаже, - стайку птиц, летящих над горизонтом» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Жоржа Сера. Создавая полотно «Воскресный день на острове Гранд-Жатт» (1886), Ж.Сера по аналогии заимствовал из модных журналов своего времени персонажей первого плана: господина с обезьянкой и даму в платье с турнюром. К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Сера» (1992) говорит о картине Ж.Сера «Воскресный день на острове Гранд-Жатт»: «Персонажи первого плана – господин с обезьянкой и дама в платье с турнюром, который придает почти гротескный характер силуэту фигуры в профиль, - заимствованы из модных журналов эпохи, а обезьянка напоминает рисунок Пизанелло из коллекции Валларди в Лувре. Многие из фигур Сера «выверяет натурой»…» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Жоржа Сера. Отправной точкой (исходным мотивом) картины Ж.Сера «Парад», написанной в 1888 году, послужила фреска Пьеро делла Франчески «Нахождение и испытание креста» (другое название «Обретение и испытание животворящего креста», 1466). Эта фреска была написана великим итальянцем в церкви Сан-Франческо в Ареццо. К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Сера» (1992) констатирует: «Исследователи считают источником композиции «Парада» фреску в Ареццо «Нахождение и испытание креста», выполненную Пьеро делла Франческой. Принцип чередования фигур, изображенных в профиль и в фас у Сера, очень напоминает делла Франческу. Последнего среди художников кватроченто отличало стремление к пространственной упорядоченности композиций, ясности и логичности построения. Влияние его не ограничивается одним Сера. Перед мастером кватроченто преклонялся Пюви де Шаванн. Копии с фресок итальянского живописца были заказаны известным историком искусства Ш.Бланом для музея в Париже. Друг Сера Э.Мюнц, посвятивший ряд работ Пьеро делла Франческе, называл итальянского мастера одновременно импрессионистом и математиком» (К.Богемская, 1992). Сам А.Перрюшо в книге «Жизнь Сера» пишет о том, что Ж.Сера находил время для копирования произведений итальянца Франчески: «В те часы, когда Сера не занимается в мастерской, он изучает копии, среди которых есть фрески Пьеро делла Франчески в Ареццо, украшающие школьную часовню, а главное, без устали роется в библиотечных сокровищах» (А.Перрюшо, 1992).

Аналогия Жоржа Сера. На незаконченном полотне Ж.Сера «Цирк» (1891) изображен клоун, фигуру которого Ж.Сера взял из афиши известного французского художника Жюля Шере «Братья Леопольд» (1877). К.Богемская в послесловии к книге А.Перрюшо «Жизнь Сера» (1992) пишет о произведении Ж.Сера «Цирк»: «…Акробаты и публика показаны глазами того, кто выступает на арене, - клоуна, который изображен со спины на первом плане картины. Его фигура заимствована из афиши Шере «Братья Леопольд» (1877). Буквальное копирование будто вводит знакомого по известной афише клоуна в сценарий произведения: циркач открывает занавес, чтобы заставить публику взглянуть на саму себя» (К.Богемская, 1992). «Канкан» - еще одна работа Ж.Сера, содержащая определенные элементы творчества Ж.Шере. По свидетельству А.Перрюшо, «в этой картине угадывается влияние с уважением относившегося к Сера художника-плакатиста Жюля Шере, чья большая выставка как раз открылась в декабре в Париже» (А.Перрюшо, 1992). К.Богемская дает следующую характеристику художнику Жюлю Шере: «Творчество Шере привлекало к себе внимание многих художников и знатоков искусства, его мастерскую посещали Эдмон де Гонкур и Роден. Стиль Шере, без которого невозможно представить себе острый и пряный аромат парижской жизни конца XIX века, воплощал многие характерные черты «ар нуово» и был близок к определенным историческим образцам: Шере ценил мастера сложных фигурных ракурсов Тьеполо и утонченную чувственность грационых персонажей французских художников рококо» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Дмитрия Левицкого. Русский художник Д.Г.Левицкий (1735-1822), изображая на своих полотнах Екатерину Великую, использовал в качестве модели фигуру своей супруги Настасьи Яковлевны, которую украшал царскими одеяниями. А.А.Ладвинская в книге «Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников» (2007) пишет: «За свою жизнь Д.Г.Левицкий написал не менее двадцати двух изображений венценосной особы, но императрица не удостаивала мастера позированием. Художник воспроизводил образ царицы с работ других портретистов, например «Портрета Екатерины II перед зеркалом» Вигилиуса Эриксена. В некоторых случаях он использовал в качестве модели свою жену Настасью Яковлевну. Она была дамой крупной, статной, властной и авантажной, отличалась крутым характером. Писать супругу в царских уборах пришлось не единожды…» (Ладвинская, 2007, с.161).

Аналогия Алексея Венецианова. Русский художник А.Г.Венецианов (1780-1847) написал картину «Гумно», срисовывая детали композиции, которую он сам создал в своем имении. А.А.Ладвинская в книге «Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников» (2007) констатирует: «Вслед за «Очищением свеклы» Венецианов создал более сложную композицию – картину «Гумно». Проблемы реальной передачи пространства и света так захватили Алексея Гавриловича, что он отпилил переднюю стену гумна в своем имении, заполнил пространство крестьянами, рассаженными в строгом беспорядке, и точно воспроизвел на холсте то, что получилось, включая срезы отпиленных бревен. Эта картина тоже попала в Эрмитаж, а художнику было пожаловано 3000 рублей» (Ладвинская, 2007, с.189).

Аналогия Ореста Кипренского. Русский живописец О.Кипренский (1782-1836) написал портрет 35-летней Екатерины Сергеевны Авдулиной (жены генерала А.Н.Авдулина), ориентируясь на картину Тициана «Элеонора Гонзага». Иван Бочаров и Юлия Глушакова в книге «Кипренский» (Москва, «Молодая гвардия», 1990) пишут о портрете Авдулиной, созданном Кипренским: «В композиции портрета можно отметить влияние итальянцев, которых Орест видел во Флоренции. Например, тициановской «Элеоноры Гонзага» из Уффици, где сходным образом расположена фигура в прямоугольнике холста, также слева от изображения находится провал окна с пейзажем, который и здесь несет большую смысловую нагрузку, также в элегическом ключе трактован образ. Как «итальянский» воспринимается в холсте Кипренского и мотив ветки гиацинта» (Бочаров, Глушакова, 1990, с.237). «Итак, - резюмируют авторы монографии о Кипренском, - Орест для своего самого значительного женского живописного портрета, выполненного в первый итальянский период, опять использовал классическую ренессансную формулу, обратившись на этот раз к наследию Тициана, художника, который с тех пор и до конца жизни будет его кумиром. Кстати, цветы, а позднее и фрукты на портретных работах Кипренского тоже, видимо, от Тициана. До поездки в Италию их на картинах – портретах Кипренского не было» (там же, с.238).

Аналогия Карла Брюллова. Русский художник Карл Брюллов копировал произведение Рафаэля «Святая Цецилия», чтобы в дальнейшем использовать идеи, заложенные в этой картине. Владимир Порудоминский в книге «Брюллов» (Москва, «Молодая гвардия», 1979) пишет о Брюллове: «…Дабы не утратить меткость глаза и руки, начинает копировать рафаэлеву «Святую Цецилию», которую (неслыханная честь!) для его удобства снимают с навеки отведенного ей места и переносят в отдельную комнату…» (Порудоминский, 1979, с.181).

Аналогия Карла Брюллова. Карл Брюллов в возрасте 25 лет скопировал знаменитую картину Рафаэля «Афинская школа». Копия была настолько совершенной, что римляне восклицали: «Русский оживил Рафаэля!» Воспроизведение сложнейшей композиции впоследствии помогло Брюллову в работе над шедевром «Последний день Помпеи». В.Порудоминский в книге «Брюллов» (Москва, «Молодая гвардия», 1979) пишет: «Карлу было двадцать пять, когда он задумал в натуральную величину оригинала скопировать «Афинскую школу». В Обществе поощрения художников обомлели, конечно. Пока в письмах судили да рядили, ту мадонну выбрать для копирования или эту, непонятный Брюллов возьми и замахнись на такое, что просто немыслимо поверить в успех. Шутка сказать, фреска почти восьми метров в основании, композиция сложнейшая в своей простоте, каждая группа несет свой сюжет и смысл, и все группы связаны в единое гармоническое целое, с лишком пятьдесят фигур – и каких фигур! – каждая черточка, каждое движение исполнены глубокой мысли» (Порудоминский, 1979, с.131). «За копию «Афинской школы», - повествует В.Порудоминский, - государь приказал заплатить Брюллову сверх назначенной цены в десять тысяч рублей еще пять; Карлу был пожалован также орден Владимира 4-й степени, и это был первый случай, когда художник 14-го класса получил столь важную награду» (там же, с.134).

Аналогия Карла Брюллова. Живопись называют копированием природы. Если перед нами историческая живопись, воспроизводящая события минувших времен, то главная задача, которую приходится решать художнику, заключается в поиске исторических материалов и свидетельств ушедшего времени. Ведь каждый написанный на полотне предмет должен соответствовать эпохе. Работая над картиной «Последний день Помпеи», Карл Брюллов собирал материал для своей картины подобно ученому. Здесь аналогия Брюллова больше похожа на индукцию, поскольку проводимый им эмпирический поиск ничем не отличался от работы специалиста в области археологии, анализирующего и обобщающего свои находки. А.А.Ладвинская в книге «70 знаменитых художников» (2007) пишет о том, как Брюллов писал свою великую картину: «Вместе с Самойловой Карл отправляется осматривать развалины Помпеи и Геркуланума, античные города, залитые лавой и засыпанные пеплом при извержении вулкана в 79 году н.э., даже не подозревая, что эта поездка станет побудительной причиной для создания самого великого его произведения. Необыкновенно сильное впечатление произвело на Брюллова описание гибели города, сделанное очевидцем, римским писателем Плинием Младшим. Три года он собирал материал, побывав в археологических музеях и на раскопках, чтобы каждый написанный на полотне предмет соответствовал эпохе. Это было новым для исторической живописи. А работа над картиной, получившей название «Последний день Помпеи», продолжалась почти шесть лет (1827-1833). Были сделаны многочисленные эскизы, наброски, рисунки, этюды, несколько раз перестраивалась сама композиция картины» (Ладвинская, 2007, с.207).

Аналогия Александра Иванова. Русский художник А.Иванов (1806-1858), работая над картиной «Явление Христа народу» («Явление Мессии»), по аналогии использовал в ней рисунки (миниатюры), переданные ему писателем Николаем Гоголем. Речь идет о передаче А.Иванову копий с иллюстраций книги А.Дидрона «Иконография христианства» (Париж, 1843), сделанных Н.Гоголем. Игорь Виноградов в статье «Явление картины – Гоголь и Александр Иванов» (журнал «Наше наследие», 2000, № 54) пишет: «…Об участии Гоголя в работе над «Явлением Мессии» свидетельствует близость к картине нескольких малоизвестных прорисей – кальки, - сделанных Гоголем с иллюстраций в книге А.Дидрона «Иконография христианства» (Париж, 1843), по нашему мнению, для Иванова» (И.Виноградов, 2000). «Из семи прорисей, сделанных Гоголем из книги А.Дидрона (седьмой расположен на обороте листа), - поясняет И.Виноградов, - по крайней мере, три связаны с темой главной картины Иванова. Когда же художник мог познакомиться с рисунками Гоголя? Можно предположить, что это произошло осенью 1845 года по возвращении Гоголя в Рим. (В начале 1845 года Гоголь гостил у графа А.П.Толстого в Париже, где пользовался библиотекой настоятеля русской посольской церкви отца Димитрия Вершинского. Вероятно, там он и скопировал иллюстрации). Наиболее явственно просматривается в картине Иванова прорись, сделанная Гоголем с иллюстрации «Сотворение Пресвятой троицей Адама», на которой изображены два Лица Пресятой Троицы, поднимающие Адама за руки с земли, и сходящий на него в виде голубя святой Дух… На картине Иванова композиция этой миниатюры легла в основу другого иконографического сюжета – «воссотворения» падшего праотца (т.е. последующего этапа Божественного домостроительства)» (И.Виноградов, 2000). Резюмируя проведенный анализ, И.Виноградов заключает: «Выходя во всех рассмотренных случаях далеко за рамки реалистической живописи, Иванов, как показывает исследование, не просто воспользовался рисунками Гоголя, но последовал и одному из важнейших принципов гоголевского миросозерцания, сформулированному писателем в письме Жуковскому, - стремлению «искать в сердце своем не земного, а небесного» (И.Виноградов, 2000).

Аналогия Александра Иванова. А.Иванов включил в свою картину «Явление Христа народу» фигуру раба, по аналогии воспользовавшись подсказкой (советом) Николая Гоголя. Игорь Виноградов в статье «Явление картины – Гоголь и Александр Иванов» (журнал «Наше наследие», 2000, № 54) пишет: «Со слов М.П.Боткина известно, что фигура раба внесена в картину непосредственно по совету Гоголя. Близость ивановской композиции к кальке Гоголя «Сотворение Пресвятой Троицей Адама» еще более очевидна при сравнении с одним из эскизов к картине 1845-1846 годов, где над головой Спасителя Иванов поместил изображение Святого Духа в виде голубя» (И.Виноградов, 2000). Нужно сказать, что А.Иванов много сил и времени тратил на поиск людей, чей образ или фигуру можно было транспонировать на полотно «Явление Христа народу». Часто он искал эти типажи в еврейском квартале Рима.

М.Алпатов в книге «Александр Иванов» (Москва, «Молодая гвардия», 1959) отмечает: «В поисках моделей Иванов становится усердным посетителем еврейского квартала. Он выискивал на улицах кудрявых черноглазых мальчиков и зазывал их к себе в мастерскую. Он посещал синагоги, где можно было видеть седых длиннобородых стариков, и вступал с ними в долгие разговоры, обнаруживая такую начитанность в библейских текстах, что те готовы были признать его своим. В летнее время Иванов посещал приморские города, где во время купанья можно было наблюдать еврейских негоциантов и представить себе, как совершалось омовение на Иордане. В альбомах Иванова появляется множество зарисовок еврейских типов с натуры и по памяти. Они испещряются адресами лиц, которых он приглашал к себе в мастерскую. Но поиски нужных типов увенчивались успехом лишь после долгих и настойчивых усилий. Иногда за один или два года удавалось найти лишь одного человека, которому можно было поручить исполнять в картине ту или другую роль» (Алпатов, 1959, с.127).

Аналогия Александра Иванова. Делая зарисовки и подготавливая черновые варианты для своей картины «Явление Христа народу», А.Иванов использовал лицо и фигуру Николая Гоголя в качестве модели для некоторых персонажей из этой картины. И.Виноградов в статье «Явление картины – Гоголь и Александр Иванов» (журнал «Наше наследие», 2000, № 54) отмечает: «В работе над «Явлением Мессии» Гоголь принимал участие и в качестве натурщика. Черты его видны в рисунках Иванова фигуры раба; фигуры отца из группы «дрожащих». Узнаваем также Гоголь в рисунке опирающегося на трость из группы ближайших к Христу в одном из карандашных эскизов к картине…» (И.Виноградов, 2000). Об этом же сообщает Елена Ольшанская в программе «Ближайший к Христу» (радио «Свобода», 19.10.2003 г.): «Гоголь сочувствовал другу (А.Иванову – Н.Н.Б.), пытался помочь делами и советом и даже позировал ему. В некоторых фигурах на знаменитой картине Иванова исследователи видят гоголевские черты. Важный персонаж композиции, так называемый «ближайший к Христу» на ранних эскизах хранит портретное сходство с Николаем Гоголем» (Е.Ольшанская, 2003). А.Иванов нередко синтезировал в одном образе черты, взятые у разных людей. В частности, перед тем, как написать на своей картине лицо того или иного евангельского персонажа, русский художник собирал различные изображения этого персонажа, а затем по аналогии заимствовал наиболее выразительные черты и объединял (комбинировал) их в одном образе. Здесь аналогия также напоминает индукцию, но вспомним, что аналогия, по сути дела, является частью индуктивного подхода. Эту особенность творческого метода А.Иванова отмечал отечественный писатель И.С.Тургенев. Писателю не очень нравился стиль работы автора «Явления Христа народу», но подчеркнем, что шедевры не рождаются без тяжелого труда, и это лишний раз наводит на мысль о нереальности так называемой интуиции. И.Е.Репин в книге «Далекое и близкое» (Москва, «Искусство», 1953) пишет: «Тургенев, сидя перед моею картиною, рассказывал со всеми подробностями свою поездку в Тиволи с А.А.Ивановым, очень живо подражая даже манере Иванова в разговоре. (…) Он говорил потом, что у Иванова был рассудочный прием ученого (индуктивный). Иванов, например, собирал все, какие только мог найти, изображения Иоанна Крестителя и других апостолов, со всех делал себе этюды и потом все это сводил, ища верный тип, то есть портрет данной личности, - труд тяжелый и нехудожественный, по его мнению» (И.Е.Репин, 1953).

Аналогия Александра Иванова. А.Иванов, работая над картиной «Явление Христа Марии Магдалине после Воскресения», придал Марии Магдалине черты лица, по аналогии заимствованные у девушки, изображенной на его более ранней картине «Октябрьский праздник в Риме» (1842). Это последнее произведение он писал для великой княгини Марии Николаевны. И.Виноградов в статье «Явление картины – Гоголь и Александр Иванов» (журнал «Наше наследие», 2000, № 54) говорит о девушке, представленной на полотне А.Иванова «Октябрьский праздник в Риме»: «Ранее уже отмечалось определенное сходство девушки из «Октябрьского праздника» с Марией Магдалиной с картины Иванова «Явление Христа Марии Магдалине после Воскресения». Своими протянутыми к Спасителю руками Мария Магдалина угадывается также в позе городничихи Анны Андреевны из «Ревизора» на одном из рисунков Иванова к немой сцене комедии» (И.Виноградов, 2000).

Аналогия Александра Иванова. Намереваясь создать цикл картин на тему жизни Христа, описанной в евангелии, А.Иванов копировал египетские росписи, ассирийские рельефы, произведения античной живописи, а также римские рельефы. Оттуда он заимствовал образы и мотивы, которые планировал включить (по аналогии перенести) в свои картины. М.Алпатов в книге «Александр Иванов» (Москва, «Молодая гвардия», 1959) пишет: «Приступая к работе над библейскими эскизами, Иванов пристально изучал исторические источники. Он копировал по увражам египетские росписи, в частности Тель Амарны, и заимствовал оттуда плоскостный разворот фигур, ритмы фриза, самую систему рисунка с нежной расцветкой и цветной контурной линией. Он изучал ассирийские рельефы и статуи, которые незадолго до того были открыты археологами: крылатые быки, крылатые гении, длиннобородые старцы – все это в его эскизах идет оттуда. Одновременно с этим Иванов не забывал греческое искусство и классиков Возрождения; на этот раз его вдохновляли не столько классические статуи, сколько произведения античной живописи, вазовые рисунки, римские рельефы. Иванов изучал и византийские мозаики, с которыми он познакомился и в Сицилии, и в Венеции» (Алпатов, 1959, с.200).

Аналогия Павла Федотова. Русский художник Павел Федотов (1815-1852), работая над знаменитой картиной «Сватовство майора», долго искал модель для одного из персонажей, который, с точки зрения художника, обязательно должен был присутствовать на его картине. Но и после того, как он нашел эту модель, в течение года он изучал его характер, чтобы правильно запечатлеть своего героя на полотне. Не меньше сил и времени Федотов тратил на поиск и других прототипов для своих произведений. Г.С.Островский в книге «Как создается картина» (Москва, изд-во Академии художеств СССР, 1962) пишет: «К числу наиболее значительных и популярных картин Федотова относится его широко известное «Сватовство майора». Сохранились свидетельства самого художника, раскрывающие перед нами его творческую лабораторию: «Когда мне понадобился тип купца для моего «Майора», - рассказывал он, - я часто ходил по Гостиному и Апраксину двору, присматриваясь к лицам купцов, прислушиваясь к их говору и изучая их ухватки; гулял по Невскому проспекту с этой же целью. Но не мог найти того, что мне хотелось. Наконец, однажды, у Аничкина моста, я встретил осуществление моего идеала, и ни один счастливец, которому было назначено на Невском самое приятное рандеву, не мог более обрадоваться своей красавице, как я обрадовался моей рыжей бороде и толстому брюху. Я проводил мою находку до дому, потом нашел случай с ним познакомиться, волочился за ним целый год, изучил его характер, получил позволение списать с моего почтенного тятеньки портрет (хотя он считал это грехом и дурным предзнаменованием) и тогда только внес его в свою картину. Целый год изучал я одно лицо, а чего мне стоили другие» (Г.С.Островский, 1962).

Аналогия Ивана Айвазовского. Русский художник-маринист Иван Айвазовский (1817-1900) копировал картины с изображением морской стихии, принадлежавшие крупному отечественному живописцу Сильвестру Щедрину (1791-1830). Перенимая опыт Щедрина, Айвазовский в дальнейшем будет использовать его приемы и находки в своих работах. Лев Вагнер и Надежда Григорович в книге «Повесть о художнике Айвазовском» (Москва, 1958) пишут: «…В Сорренто прожил свои последние годы и умер русский художник Сильвестр Щедрин. Еще в Петербурге у Томиловых Айвазовский впервые увидел его картины и полюбил всем сердцем. Уже тогда он понял, что Щедрин ему ближе Брюллова и Воробьева. Копируя его морские виды, молодой художник сожалел, что Щедрин так рано умер, что не привелось ему свидеться с ним и поучиться у него в мастерской» (Л.Вагнер, Н.Григорович, 1958). К.Богемская в книге «Пейзаж. Страницы истории» (Москва, «Галарт», 1992) повествует о Сильвестре Щедрине: «Неаполь, шумный южный город, расположенный на берегу залива, заворожил художника красотой своего природного окружения и живописностью открытого глазу народного быта. Он пишет сцены на набережных, любуется морскими гротами и скалистыми бухтами. Русские маринисты Айвазовский и Боголюбов впоследствии писали виды с тех точек зрения, которые указал им их предшественник» (К.Богемская, 1992). «В Италии, - продолжает К.Богемская, - ему (Айвазовскому – Н.Н.Б.) служили примером произведения Сильвестра Щедрина, первого, не до конца выявившегося мариниста русской живописи. Айвазовский написал виды Сорренто с тех же точек, что некогда Щедрин» (К.Богемская, 1992).

Аналогия Николая Ге. Русский художник Николай Николаевич Ге (1831-1894) написал ряд своих картин по аналогии с произведениями Карла Брюллова. И.Е.Репин в книге «Далекое и близкое» (Москва, «Искусство», 1953) отмечает: «При необыкновенном таланте, университетском образовании и горячей любви к работе Ге все же не сразу поднялся до этой высоты и оригинальности. Впоследствии мне удалось видеть у Николая Николаевича целый ворох его эскизов и несколько этюдов первого времени пребывания его в Италии. Он все еще оставался тогда под сильным влиянием Брюллова, которого обожал всегда. Этюды сразу бросались в глаза определенностью манеры Брюллова, подражанием его тонкому энергичному рисунку и логически хорошо штудированной моделировкой. Эскизы сложных композиций – «Смерть Виргинии», «Разрушение Иерусалима» и другие во множестве вариантов – все сильно напоминали «Последний день Помпеи». И не один Ге – многие художники увлекались тогда Брюлловым» (И.Е.Репин, 1953).

Аналогия Николая Ге. Николай Ге во время работы над картиной «Тайная вечеря» использовал предварительно вылепленные из глины фигуры всех персонажей своего произведения. Эти фигуры играли роль подсказки (аналогии), позволяющей выбрать правильную композицию. Сам выбор был облегчен случайностью, с которой столкнулся художник в поиске наилучшего эффекта освещения. Мы неоднократно видели, как фактор случая вторгается в деятельность ученых и приводит их к научному открытию. На примере Н.Н.Ге мы можем убедиться, что фактор случая награждает удачей и живописцев. А.А.Ладвинская в книге «70 знаменитых художников» (2007) пишет о Николае Ге: «В 1861 году он начинает работу над «Тайной вечерей», предварительно вылепив всех персонажей из глины и найдя хорошую, как ему казалось, точку обзора группы. Картина практически была закончена в 1863 году, но неожиданный случай заставил художника полностью переписать полотно: ночью, войдя в мастерскую и ища какой-то предмет, он поставил перед глиняной моделью лампу-лучерну. Оглянувшись назад, Ге был поражен неожиданным эффектом освещения. Он энергично перерисовал картину заново, найдя ее окончательное решение» (Ладвинская, 2007, с.245). Об этом же говорит И.Е.Репин в книге «Далекое и близкое» (1953): «Близко знакомым художникам Ге сам рассказывал подробности технического процесса создания своей знаменитой картины. Теоретически он полагал, что для воспроизведения целой данной сцены надобно вообразить ее всю целиком и потом заходить кругом с разных сторон, чтобы выбрать лучшее и более выразительное место для передачи ее на полотно. Побившись довольно на эскизах «Тайной вечери», Ге, чтобы помочь себе, вылепил всю группу из глины, нашел прекрасную точку зрения, и работа выполнения пошла успешно. Но однажды он вошел с огнем, ночью, в свою мастерскую и поставил случайно лучерну (масляные лампы, которыми до сих пор освещают комнаты в Италии) перед своей глиняной моделью. В поисках чего-то он отошел подальше и взглянул нечаянно на свет. Его глиняная сцена освещалась с новой, случайной точки превосходно; он был поражен ее красивым новым эффектом. Нисколько не жалея труда, он перерисовал и переписал всю картину заново, быстро и необыкновенно удачно» (И.Е.Репин, 1953).

Аналогия Николая Ге. Создавая картину «Распятие», Николай Ге стремился максимально достоверно передать на холсте позу и мимику распятого Христа. Для этого он проводил своеобразный эксперимент над самим собой: заставлял свое тело повисать в воздухе в тот момент, когда кисти рук находились в специальных петлях, прикрепленных к перекладине. Результаты своего эксперимента художник по аналогии переносил на полотно, но многие детали картины его часто не удовлетворяли, и он безжалостно уничтожал написанное. Здесь перед нами – следы вездесущего метода проб и ошибок. Светлана Степанова в статье «Страсти Христовы по Николаю Ге» (журнал «Наука и религия», 2011, № 12) пишет: «Николай Ге работал над картиной «Распятие» на хуторе, в мастерской и под открытым небом, в саду. Чтобы добиться предельно реалистического воздействия, фигуры Христа и разбойника штудировались с натуры. Художник и себя подвергал такому испытанию. Особенно мучительна была поза для распятого Христа: по обоим концам перекладины были прикреплены специальные петли, в которые вдевались кисти рук, а тело повисало в воздухе, едва касаясь ступнями ног опоры. Висеть в таком положении дольше трех минут было невозможно. Недовольный результатом, Ге уничтожал почти готовый вариант и начинал работать снова» (С.Степанова, 2011).

Аналогия Василия Перова. Моделью мальчика, представленного на картине русского художника В.Г.Перова «Тройка» (другое название – «Ученики мастеровые везут воду», 1866) послужил сын пожилой женщины, приехавшей в Москву из Рязанской губернии, которую Перов случайно встретил недалеко от Тверской улицы. Лицо этого мальчика двенадцати лет показалось художнику выразительным, и он поместил его в центре своей картины. Олег Добровольский в книге «Саврасов» (1983) приводит рассказ В.Г.Перова о событиях, предшествовавших написанию картины «Тройка»: «Однажды, после пасхи, бродил я по Москве в поисках подходящей натуры и встретил близ Тверской заставы группу богомольцев. Это были в большинстве своем бабы, крестьянки. И я невольно обратил внимание на одну из них, пожилую женщину, с мальчиком лет двенадцати. Очевидно, это был ее сын. Мне захотелось написать этого мальчугана. Я подошел к крестьянке и заговорил с ней. Она рассказала мне, что у нее в деревне умерли муж и малолетние дети, и остался в утешение ей один Васенька. И что они из Рязанской губернии и идут сейчас к Троице-Сергию. И что зовут ее Марьей» (Добровольский, 1983, с.157). «Я попросил Марью, - цитирует О.Добровольский Перова, - чтобы она позволила за плату снять с ее сына портрет. Сказал, что, мол, это мне надо для работы, что я художник, пишу большую картину, что я заплачу, а деньги ей пригодятся. Она ответила, что не согласна, не может допустить этого, так как это великий грех – люди, с которых делают «портреты», начинают чахнуть и могут даже умереть. Я стал ее уговаривать и, наконец, она согласилась. И теперь, друг мой, сына тетушки Марьи – Васеньку, щербатого, с выбитым передним зубом, можно увидеть на картине в тройке учеников-мастеровых, что везут воду в обледенелой бочке» (там же, с.157).

Аналогия Ильи Репина. Молодой И.Е.Репин писал свой эскиз «Потоп» по аналогии с картиной Карла Брюллова «Последний день Помпеи», которая оказала на него сильное впечатление. И.Е.Репин в автобиографической книге «Далекое и близкое» (Москва, «Искусство», 1953) вспоминает: «Эскиз «Потоп» я сочинял уже две недели на небольшой папке масляными красками. Бессознательно для себя я был тогда под сильным впечатлением «Помпеи» Брюллова. Мой эскиз выходил явным подражанием этой картине, но я этого не замечал. На первом плане люди, звери и гады громоздились у меня на небольшом остатке земли, в трагиклассических позах» (И.Е.Репин, 1953). Наставник Репина Иван Николаевич Крамской учил начинающего художника тому, что ценность картины определяется не техникой исполнения, а идеей, которая заложена в произведении. И.Е.Репин в той же книге приводит слова И.Н.Крамского: «Если вы хотите служить обществу, вы должны знать и понимать его во всех его интересах, во всех его проявлениях, а для этого вы должны быть самым образованным человеком» (И.Е.Репин, 1953). «Рафаэль, например, - воспроизводит

Репин одно из высказываний Крамского, - вовсе не тем велик, что писал лучше всех; кто был за границей, говорят, что многие вещи Караваджо по форме неизмеримо выше Рафаэля; но картины Рафаэля освещаются высшим проявлением духовной жизни человека, божественными идеями. В «Сикстинской мадонне» он выразил, наконец, идеал всего католического мира. Оттого-то и слава его разошлась на весь мир» (И.Е.Репин, 1953).

Аналогия Ильи Репина. Замысел картины «Бурлаки на Волге» (1873) был по аналогии подсказан И.Е.Репину видом реальных бурлаков, которых он неожиданно встретил во время прогулки под Петербургом. А.А.Ладвинская в книге «70 знаменитых художников» (2007) пишет о картине «Бурлаки на Волге»: «Сюжет возник у Репина во время прогулки под Петербургом, когда в воскресный день на Неве он увидел две группы людей; прогуливающихся барышень и кавалеров и рядом с ними – черных от пота и грязи, оборванных, тянущих баржу бурлаков. Желание углубить тему заставило его совершить две поездки на Волгу для того, чтобы собрать там типажи и непосредственно изучить жизнь простого люда. «Бурлаки» были показаны на всемирных выставках 1873-1878 годов и имели шумный успех. Иностранная пресса отметила в картине безупречную палитру и жизненную правду изображения» (Ладвинская, 2007, с.321-322). И.Е.Репин в книге «Далекое и близкое» (Москва, «Искусство», 1953) пишет о своих первых впечатлениях при встрече с бурлаками под Петербургом: «О боже, зачем же они такие грязные, оборванные? У одного разорванная штанина по земле волочится, и голое колено сверкает, у других локти повылезли, некоторые без шапок; рубахи-то, рубахи! Истлевшие – не узнать розового ситца, висящего на них полосами, и не разобрать даже ни цвета, ни материи, из которой они сделаны. Вот лохмотья! Влегшие в лямку груди обтерлись докрасна, оголились и побурели от загара… Лица угрюмые, иногда только сверкнет тяжелый взгляд из-под пряди сбившихся висячих волос, лица потные блестят, и рубахи насквозь потемнели…» (И.Е.Репин, 1953). Олег Добровольский в книге «Саврасов» (1983) сообщает: «Бурлацкая эпопея» Репина и его товарищей продолжалась все лето. Репин работал как одержимый; бурлаки, их внешность, характер, привычки восхищали его. Рождались этюды, эскизы, многочисленные рисунки. Бурлак, которого звали Канин, привлек особое внимание художника. Илья Ефимович сделал с него этюд, создав выразительный портрет пожилого человека в лямке, с темным лицом, высоким лбом, небольшой бородой, с головой, повязанной тряпкой» (Добровольский, 1983, с.137).

Аналогия Ильи Репина. Создавая картину «Царевна Софья» (1879), Репин перебирал различные модели, желая передать образ сестры Петра Первого, но безуспешно. Художник решил, что нашел нужную модель, когда обратил внимание на Валентину Семеновну Серову – мать известного художника Валентина Серова. Аркадий Кудря в книге «Валентин Серов» (Москва, «Молодая гвардия», 2008) пишет о Репине: «…Илья Ефимович трудился в своей мастерской над историческим полотном «Царевна Софья». Репин задумал изобразить заточенную в монастырь, непримиримую в своих убеждениях сестру Петра Великого. Среди знакомых он настойчиво искал необходимый ему типаж, просил позировать то одну даму, то другую. И с досадой видел: не то! Но однажды, словно впервые, уперся взглядом в волевое лицо заглянувшей в мастерскую Серовой. Твердое выражение, почти мужские скулы, мрачно горящий взгляд – это как раз то, что ему нужно, это и есть царевна Софья! Не согласится ли она позировать? После некоторого колебания Валентина Семеновна дала согласие» (А.Кудря, 2008).

Аналогия Ильи Репина. Моделями для картины Репина «Не ждали» (1884) послужили его родные и знакомые, которых он разместил в одной из комнат квартиры так, как это изображено на полотне. Метод постоянных переделок и исправлений (метод проб и ошибок) был характерен для работы над этим произведением Репина в такой же степени, как и над другими полотнами. А.А.Федоров-Давыдов в книге «Илья Ефимович Репин» (Москва, «Искусство», 1989) пишет об истории создания картины Репина «Не ждали»: «Так, вначале Репин ввел в картину фигуру отца, предупреждающего о возвращении ссыльного и подготовляющего таким образом присутствующих. Была и еще, по свидетельству Стасова, фигура «какого-то старика». Но в процессе работы над картиной Репин убрал то, что носило слишком внешний характер, и сосредоточился именно на психологическом решении темы» (Федоров-Давыдов, 1989, с.68). «Интересно, - продолжает А.А.Федоров-Давыдов, - что все изменения в композиции, удаление фигур, как и переработка выражения лиц, производились Репиным непосредственно на самом холсте. (…) Первый вариант картины Репин писал прямо с натуры, у себя на даче, разместив в комнате в качестве действующих лиц своих родных и знакомых. Они же послужили моделями и для большой картины: жена возвратившегося писана с жены художника и с В.Д.Стасовой, старуха мать – с тещи Шевцовой, девочка за столом – с Веры Репиной, мальчик – с С.Костычева, горничная в двери – с прислуги Репиных» (там же, с.68). Еще один штрих, свидетельствующий о том, что метод постоянных изменений написанного является важной особенностью работы живописца над произведением, - процесс работы Репина над лицом и наклоном головы входящего мужчины, изображенного на картине «Не ждали». А.А.Федоров-Давыдов в той же книге отмечает: «Известно, что Репин трижды переписывал лицо и наклон головы входящего, придавая ему то более возвышенное, героическое и прекрасное, то более страдающее и усталое выражение. Наконец, в последнем, четвертом варианте он добился правильного решения, сообщив энергичному лицу и всему облику возвратившегося выражение неуверенности, сочетав в ее лице героизм и страдание одновременно» (там же, с.69).

Аналогия Ильи Репина. И.Е.Репин, работая над картиной «Иван Грозный убивает своего сына» (1885), использовал в качестве модели Ивана Грозного художника Г.Г.Мясоедова, композитора П.И.Бларамберга, а также старика, которого он увидел в Царском селе, на даче у профессора П.П.Чистякова. Что же касается сына Ивана Грозного, то его моделью послужили художник В.Менк и писатель В.Гаршин. Нужно отметить, что Репин писал данную картину достаточно долго, неоднократно переписывая и изменяя уже созданное. Здесь перед нами не что иное, как метод проб и ошибок, роль которого в научном исследовании уже рассмотрена нами. Значение этого метода в творчестве художников аналогично его значению в науке. Генерация вариантов (разработка многочисленных эскизов), отбор одних вариантов и отбрасывание других, последовательное приближение к конечному результату – все это встречается в деятельности живописца столь же часто, как и в работе ученого, осуществляющего последовательный перебор версий на пути к истине. Надежда Ионина в книге «100 великих картин» (Москва, «Вече», 2006) пишет о том, как создавалась картина Репина «Иван Грозный убивает своего сына»: «Великие произведения не создаются ценой малых усилий. Да разве и была такая картина, над которой бы И.Е.Репин не работал как каторжный, с утра до ночи – неделями, месяцами, годами? Так было и на этот раз» (Н.Ионина, 2006). «В своей неистребимой требовательности, - продолжает Н.Ионина, - по пять, десять раз переделывал И.Репин готовые уже фрагменты, безжалостно разрушал то, что еще накануне ему самому нравилось. «Писал – залпами, - вспоминал он впоследствии, мучился, переживал, вновь и вновь исправлял уже написанное, упрятывал с болезненным разочарованием в своих силах, вновь извлекал и вновь шел в атаку». Так продолжалось три года. Первые шаги на пути решения художественных образов И.Репин сделал с помощью своего единственного учителя – П.П.Чистякова. Художник бывал у профессора на даче в Царском селе, и здесь Павел Петрович показал ему старика, ставшего прототипом царя на картине. Потом на этот образ наложились черты чернорабочего, встреченного случайно на литовском рынке: этюд с него был написан прямо под открытым небом. А для головы царя, уже во время работы над холстом, И.Репину позировали художник Г.Г.Мясоедов и композитор П.И.Бларамберг. Какие-то частности для лица царевича он взял с этюда, сделанного с художника Менка, но в основном в роли царевича выступал писатель В.Гаршин:

«У него было лицо человека, обреченного погибнуть. Это было то, что нужно для моего царевича» (Н.Ионина, 2006).

Аналогия Ильи Репина. Среди многих психологов бытует представление о том, что гениальный художник создает свои произведения благодаря интуиции (вдохновению), которая дарит ему идею и сюжет картины, водит его кистью по холсту, наделяя задуманную композицию удивительным совершенством и неповторимостью. На примере многих рассмотренных нами работ великих живописцев легко убедиться в ошибочности этого представления. Работа Репина над картиной «Запорожцы, сочиняющие письмо турецкому султану» (1891) - очередная иллюстрация сказанного. Образы (модели, прототипы) персонажей, присутствующих на данной картине, Репин настойчиво искал, а затем срисовывал с самых разных людей. Неоднократно ему приходилось уничтожать (удалять) уже нарисованные фигуры, выбрасывать те или иные элементы произведения, казавшиеся лишними. А.А.Федоров-Давыдов в книге «Илья Ефимович Репин» (1989) пишет о работе Репина над указанным произведением: «Известно, как много Репин работал над картиной, прямо на полотне переписывая фигуры, порой их выбрасывая или пририсовывая новые. Он сообщал Званцевой, уже заканчивая картину: «…Пришлось пожертвовать очень многим и менять многое и в цветах, и в личностях. Конечно, я не тронул главного, что составляет суть картины, - это-то есть» (Федоров-Давыдов, 1989, с.89). «Ради гармонии и логики целого, - поясняет А.А.Федоров-Давыдов, - Репину приходилось порой приносить большие жертвы. Он был в таких случаях крайне решителен. Так, он уничтожил превосходную фигуру хохочущего казака справа, заменив его нейтральной фигурой, повернувшейся спиной к зрителям, потому, что она дублировала фигуру толстого казака, упершегося руками в бока, и ослабляла общее впечатление» (там же, с.89). «Известен, - говорит А.А.Федоров-Давыдов, - ряд прообразов отдельных персонажей картины. Для писаря был использован историк Яворницкий, подсказавший Репину сюжет картины. Для образа легендарного атамана Серко был взят генерал Драгомиров, для казака, пускающего дым из ноздрей, - художник Кузнецов, для толстого казака, хохочущего упершись в бока, - профессор Петербургской консерватории Рубец, для человека в шапке – коллекционер Тарновский и другие. Но еще в большей мере Репин исходил из зарисовок типов казаков во время своих поездок. Они были решающими в создании самих образов старого героического казачества» (там же, с.90).

Аналогия Ильи Репина. Приступая к созданию картины «Торжественное заседание Государственного Совета 1901 года» (1903) и вычеркивая сложную перспективу для этого полотна, И.Е.Репин по аналогии отталкивался от знаменитой фрески Рафаэля «Афинская школа» (Ватикан, 1511). А.Кудря в книге «Кустодиев» (Москва, «Молодая гвардия», 2006) пишет: «Весной Репин привлекает Куликова и Кустодиева для помощи в исполнении весьма ответственного заказа – огромного полотна «Торжественное заседание Государственного Совета 7 мая 1901 года в день столетнего юбилея со дня его учреждения». Кустодиева ответственное задание воодушевило. Он пишет Куликову: «Работы много и работы интересной, да еще с Ильей, есть чему поучиться». (…) Юбилейное заседание совета уже состоялось, а основная работа над картиной еще впереди. Пока же Репин с помогающими ему Куликовым и Кустодиевым занят вычеркиванием сложной перспективы, используя при этом как образец знаменитую фреску Рафаэля «Афинская школа» (А.Кудря, 2006). Повторим, что творчество Репина – наиболее яркий пример самоотверженности, самоотдачи, колоссального терпения на пути к цели, настоящий триумф столь часто встречавшегося нам при исследовании научных открытий метода проб и ошибок (поистине универсального метода)! К.И.Чуковский в книге «Илья Репин» (Москва, «Искусство», 1969) повествует: «Утром, сейчас же после завтрака, Репин спешил в мастерскую и там буквально истязал себя творчеством, потому что тружеником он был беспримерным и даже немного стыдился той страсти к работе, которая заставляла его от рассвета до сумерек, не бросая кистей, отдавать все силы огромным полотнам, обступившим его в мастерской. В течение многих лет я был в этой мастерской завсегдатаем и могу засвидетельствовать, что он замучивал себя работой до обморока, что каждая картина переписывалась им вся, без остатка, по десять-двенадцать раз, что во время создания той или иной композиции на него нередко нападало такое отчаяние, такое горькое неверие в свои силы, что он в один день уничтожал всю картину, создававшуюся в течение нескольких лет, и на следующий день снова принимался, по его выражению, «кочевряжить» ее» (К.И.Чуковский, 1969). «Едва только познакомившись с ним, - отмечает К.И.Чуковский, - я увидел у него на мольберте картину «Пушкин над Невою в 1835 году», над которой он работал уже несколько лет. И когда я был у него незадолго до его смерти, уже в советское время, все та же картина стояла на том же мольберте. Двадцать лет он мучился над ней, написал, по крайней мере, сотню Пушкиных – то с одним поворотом головы, то с другим, то над вечерней рекой, то над утренней, то в одном сюртуке, то в другом, то с элегической, то с патетической улыбкой, - чувствовалось, что впереди у него еще многие годы работы над этой «незадавшейся» картиной» (К.И.Чуковский, 1969). Об этом же К.И.Чуковский пишет в книге «Современники» (Москва, «Молодая гвардия», 1967). Есть и более раннее издание: К.И.Чуковский, «Современники (портреты и этюды)» (Москва, «Молодая гвардия», 1963).

Аналогия Василия Сурикова. Одним из главных персонажей картины русского художника В.Сурикова «Утро стрелецкой казни» (1881) стал рыжий стрелец. В.Суриков приложил значительные усилия к тому, чтобы найти нужный типаж, с которого можно было бы срисовать этого стрельца. Он случайно был найден на кладбище (опять случайность!). М.Волошин в книге «Суриков» (Ленинград, «Художник РСФСР», 1985) пишет: «Труднее всего было найти лицо рыжего стрельца. Вокруг него нарастала вся картина, в нем, как в фокусе, сосредоточивались все лучи мятежных волн. Оно смутно виделось и чувствовалось с самого начала, но среди лиц родни не было ни одного, которое выражало этот характер целиком и до конца, давало бы крепкую пластическую конкретность этому сосредоточию картины. Это лицо Сурикову удалось найти на улице. «Случайность – на ловца и зверь бежит. На кладбище его увидел. Могильщик он был, - говорил Суриков, - я ему говорю: «Пойдем ко мне, попозируй». Он уже занес было ногу в сани, да товарищи стали смеяться. Он говорит: «Не хочу». И по характеру ведь такой, как стрелец: злой, непокорный тип. Глаза его, глубоко сидящие, меня поразили. Насилу его уговорил. Он, как позировал, спрашивал: «Что мне, голову рубить будут что ли?» А меня чувство деликатности останавливало говорить тем, с кого писал, что я казнь пишу…» (М.Волошин, 1985).

Аналогия Василия Сурикова. Картина «Меншиков в Березове» (1883) написана В.Суриковым в результате кропотливого поиска моделей. Самого Меншикова художник срисовал с учителя математики Невенгловского, которого долго искал и не менее долго уговаривал позировать для картины. А.А.Ладвинская в книге «70 знаменитых художников» (2007), перечисляя наиболее удавшиеся произведения Сурикова, пишет: «Следующая картина на историческую тематику – «Меншиков в Березове» (1881-1883). И здесь последовательно и полно раскрылся метод Сурикова: исходя из задуманного образа, выверенного и подкрепленного документами и материалами, он обращался к поискам натуры. В имении Меншиковых Клинского уезда он обнаружил бюст Меншикова и сделал с него зарисовку. Живой натурой для образа дочери Меншикова Марии послужила хрупкая, болезненная жена художника. Для сына Меншикова позировал знакомый Сурикову юноша. Он долго не мог найти подходящего натурщика для самого Меншикова. Но однажды на улице он столкнулся с угрюмым обросшим человеком, в котором увидел своего героя. И Суриков пошел за ним, узнал, где он живет. Уговорить незнакомца (это был учитель математики Невенгловский) позировать было нелегко, художник несколько раз приходил к нему и убеждал, наконец, учитель сдался и два часа позировал. На улице же повстречал Суриков и девушку, которая послужила моделью для младшей Меншиковой» (Ладвинская, 2007, с.350). О том, что В.Суриков случайно нашел модель (типаж) для своего Меншикова, пишет также

М.А.Волошин в книге «Суриков» (Ленинград, «Художник РСФСР», 1985): «Остановившись на личности Меншикова, Суриков попытался документироваться: ездил в меншиковское имение в Клинском уезде, нашел там бюст Меншикова, просил снять с него маску. Но этого было мало и совсем не в характере суриковского творчества. Случайность такого же рода, как с фигурой рыжего стрельца, столкнула его с моделью его Меншикова. «Раз по Пречистенскому бульвару идет, вижу, Меншиков. Я за ним. Учитель был математики Первой гимназии. В отставке. Старик. Невенгловский по фамилии. В первый раз и не пустил меня совсем. А во второй раз пустил. Позволил рисовать. На антресолях у него писал. В халате. Перстень у него на руке. Небритый. Совсем Меншиков» (М.А.Волошин, 1985). О факторе случая в поиске нужного типажа при работе Сурикова над указанной картиной говорит также М.В.Алпатов в книге «Этюды по истории русского искусства» (Москва, «Искусство», 1967): «…Художнику помогла случайная встреча со старым отставным учителем Невенгловским, в котором он угадал подходящую модель для Меншикова» (М.В.Алпатов, 1967).

Аналогия Василия Сурикова. Работая над картиной «Боярыня Морозова» (1887), В.Суриков срисовал юродивого, одного из главных персонажей данной картины, с пьяницы, торговавшего огурцами. В.Суриков долго искал модель для своего юродивого. Впрочем, прототипы и других героев картины были найдены не без труда. Как мы уже подчеркивали, поиск модели есть не что иное, как поиск аналогии. А постоянные изменения, вносимые автором в картину, демонстрируют роль метода проб и ошибок в работе живописца. Надежда Ионина в книге «100 великих картин» (Москва, «Вече», 2006) пишет о том, как Суриков писал полотно «Боярыня Морозова»: «История создания этой картины наиболее богата материалами, которые рассказывают о таинствах художнической работы Василия Сурикова. Сохранились почти все этапы его композиционных поисков, зафиксированных в различных эскизах – от самых первых набросков до акварелей, подчас покрытых сеткой графления (то есть рассчитанных на перенос на полотно)» (Н.Ионина, 2006). «Три года, - продолжает Н.Ионина, - писал В.Суриков свою картину. Эскиз следовал за эскизом, в поисках натуры художник был неутомим. Где только ни побывал он за это время, выискивая наиболее характерные персонажи, в гуще самой жизни черпая будущих героев своей картины. Два холста с уже сделанными набросками он забраковал, и лишь третий, изготовленный по специальному его заказу (прямоугольник, положенный на большое ребро) удовлетворил мастера» (Н.Ионина, 2006). «А юродивого, этого народного прорицателя, - поясняет Н.Ионина, - художник нашел на одном из московских рынков. Он был в восторге от этого пьяницы, торговавшего огурцами. Этого забулдыгу и озорника, которых в народе называют «бесшабашной головой», В.Суриков приводит к себе домой, растирает ему босые ноги водкой и торопится запечатлеть его на снегу, наблюдая розовую и лиловую игру пятен. «Если бы я писал ад, - говорил впоследствии художник, - то и сам бы в огне сидел и в огне позировать заставлял» (Н.Ионина, 2006). Об этом же повествует М.А.Волошин в книге «Суриков» (Ленинград, «Художник РСФСР», 1985), в которой автор приводит слова Сурикова: «…А юродивого я на толкучке нашел – огурцами он там торговал. Вижу – он. Такой череп у этих людей бывает. Я говорю: идем. Еле уговорил его. Идет он за мной – все через тумбы перескакивает. Я оглядываюсь, а он качает головой – ничего, мол, не обману. В начале зимы было. Снег талый. Я его на снегу так и писал. Водки ему дал и водкой ему ноги натер. Алкоголики ведь они все. Он в одной холщовой рубахе босиком у меня на снегу сидел. Ноги у него даже посинели. Я ему три рубля дал. Это для него большие деньги были» (М.А.Волошин, 1985).

Аналогия Василия Сурикова. Чтобы правильно написать снег на своей картине «Боярыня Морозова» (1887), В.Суриков внимательно изучал следы на снегу, оставляемые розвальнями. В.Суриков потратил много времени на поиск модели для самой боярыни. Надежда Ионина в книге «100 великих картин» (2006) повествует: «Для картины был нужен глубокий снег, по которому боярыню Ф.П.Морозову должны были везти в розвальнях. Розвальни оставляют в рыхлом снегу борозды следов, но на раскате получается совсем особый след, и В.Суриков с нетерпением ждет снегопада. А потом выбегает на улицу и долго идет за первым попавшимся обозом. С тех пор он часто ходил за розвальнями, где бы они ему ни встретились, заворачивал их к себе на двор, заставлял проехать по снегу и тут же садился писать колею, как драгоценность, охраняя ее от случайных прохожих» (Н.Ионина, 2006). «Уже были написаны главки церквей, и сама улица, и дома, и снег, - отмечает Н.Ионина, - а В.Суриков все продолжал искать главное – образ самой боярыни. Сам он потом рассказывал своему биографу и писателю Волошину: «…Я на картине сначала толпу писал, а ее после. И как ни напишу ее лицо – толпа бьет. Очень трудно было лицо ее найти. Ведь сколько времени я его искал. Все оно в толпе терялось». Художник писал боярыню и со своей сибирской тетки Авдотьи Васильевны, и со своей жены… А потом как-то увидел он начетчицу с Урала, и с нее написал этюд. «И как вставил в картину – она всех победила» (Н.Ионина, 2006).

Аналогия Василия Сурикова. Вынашивая замысел написать картину «Переход Суворова через Альпы» (1899), В.Суриков неожиданно встретил в Красноярске лицо, напоминавшее своими чертами полководца Александра Васильевича Суворова. Эта находка убедила художника в возможности осуществить возникший замысел. М.Волошин в книге «Суриков» (Ленинград, «Художник РСФСР», 1985) констатирует: «Суриков всегда стремился провидеть исторические характеры в лицах своих современников и, быть может, его толкнуло к осуществлению этой темы то, что он встретил в Красноярске лицо, в котором угадал черты Суворова. «Суворов у меня с одного казачьего офицера написан, - рассказывал он. - Он и теперь еще жив. Ему под девяноста лет. Но главное у меня в картине – движение. Храбрость беззаветная – покорные слову полководца идут» (М.Волошин, 1985).

Аналогия Василия Сурикова. В.Суриков создал картину «Степан Разин» (1906) благодаря тому, что по аналогии заимствовал основные элементы композиции из картины русского художника Абрама Ефимовича Архипова (1862-1930) «По реке Оке». Андрей Демкин в статье «Несколько штрихов из истории создания картины «Степан Разин» (журнал «Антиквариат, предметы искусства и коллекционирования», апрель 2010 г.) пишет о том, чем завершился поиск картины И.Е.Репина «Степан Разин», которая должна была быть похожа на одноименную картину В.Сурикова: «Самой интересной находкой в процессе поиска картины Репина, схожей с «Разиным» Сурикова, было обнаружение картины современника Сурикова с практически идентичным содержанием. Оказалось, что работа Сурикова воспроизводит ее композицию фактически до деталей. Речь идет о небольшом полотне художника-передвижника Абрама Ефимовича Архипова под названием «По реке Оке». (…) Как видно из сопоставления двух картин, очертания двух лодок практически повторяют друг друга. Даже поза центральных персонажей (Старуха и Разин) практически идентичны, с разницей лишь в том, что Старуха на картине Архипова повернута боком к зрителю» (А.Демкин, 2010). А.Демкин поясняет: «Что же касается копирования композиции картины в окончательном варианте с произведения А.Е.Архипова «По реке Оке», то здесь необходимо вспомнить об особом психологическом механизме, называемом криптомнезией. Криптомнезия означает, что человек забывает источник когда-то воспринятой информации или, как в случае с Суриковым, воспринятого зрительного образа. Такой образ, вероятно, имел для Василия Ивановича чрезвычайную значимость…» (А.Демкин, 2010). Нужно сказать, что В.Суриков очень долго работал над этой картиной, пытаясь найти модель (типаж) для Степана Разина. Кроме того, он постоянно переписывал уже созданное. Д.К.Самин в книге «100 великих художников» (Москва, «Вече», 2004) пишет: «Над картиной Суриков продолжал работать даже тогда, когда она была выставлена на Передвижной выставке, - рано утром взбирался на лесенку и переписывал фигуру Разина» (Д.К.Самин, 2004).

Аналогия Виктора Васнецова. Русский художник В.М.Васнецов написал картину «Аленушка», по аналогии отталкиваясь от образа девушки, которую случайно встретил в

Ахтырке – деревне Сергиево-Посадского района Московской области. А.А.Ладвинская в книге «70 знаменитых художников» (2007) говорит о Васнецове: «В 1881 году он создал знаменитую «Аленушку». «Аленушка, - рассказывал впоследствии художник, - как будто давно жила в моей голове, но реально я увидел ее в Ахтырке, когда встретил одну простоволосую девушку, поразившую мое воображение. Столько тоски, одиночества и чисто русской печали было в ее глазах… Каким-то особым русским духом веяло от нее» (Ладвинская, 2007, с.333).

Аналогия Виктора Васнецова. В.Васнецов писал икону Богоматери, о чем его попросила Елизавета Григорьевна Мамонтова, ориентируясь на византийскую икону XII века под названием «Умиление» (другое название – «Богоматерь Владимирская»), которую он видел в Историческом музее. Владислав Бахревский в книге «Виктор Васнецов» (Москва, «Молодая гвардия», 1989) говорит о Васнецове: «Видимо, по просьбе Елизаветы Григорьевны он написал небольшую икону Богоматери с младенцем. Прежде чем решиться сочинить свой образ Богоматери, ездил к Забелину, в Исторический музей, долго стоял перед византийскою иконою XII века, известной как «Умиление» и как «Богоматерь Владимирская» (В.Бахревский, 1989). Кроме того, определенной подсказкой для Васнецова служил образ Марии с картины Рафаэля. «Он подолгу всматривался в свои домашние иконы, - продолжает В.Бахревский. – Современное письмо было жестким, лишенным чувства. И тогда он вспомнил свой петербургский рисунок. Рисунок давно ушел в коллекцию Цветкова, но теперь он ожил перед глазами и был перенесен на доску в считанные часы. Васнецов рисовал свою Марию, русскую, заступницу и надежду, чаще всего последнюю надежду, но он никак не мог забыть Марию Рафаэля. Его сердила великая подсказка…» (В.Бахревский, 1989).

Аналогия Виктора Васнецова. Работая над картиной «Царь Иван Васильевич Грозный», В.М.Васнецов срисовал его с Федора Ивановича Шаляпина, загримированного и облаченного в театральный костюм во время исполнения роли царя в опере Римского-Корсакова «Псковитянка». А.А.Ладвинская в книге «70 знаменитых художников» (2007) повествует: «Интерес Васнецова к русской истории был чрезвычайно многообразным по масштабам и жанрам. В 1897 году он написал картину «Царь Иван Васильевич Грозный», изобразив царя, вошедшего в историю как символ деспотизма, человеком незаурядного ума, воли, твердого характера. Очень интересна история написания этого портрета. Художник, так же как и его брат Аполлинарий, был дружен с великим Шаляпиным. Роль Ивана Грозного в опере Римского-Корсакова «Псковитянка» в интерпретации Федора Ивановича Шаляпина настолько поразила Васнецова, что он написал портрет царя сходящим с лестницы в рукавицах и с посохом. По сути же это портрет Ф.Шаляпина в роли Ивана Грозного (т.е. в гриме в театральном костюме)» (Ладвинская, 2007, с.335). В.Осокин в книге «В.Васнецов» (Москва, «Молодая гвардия», 1959) приводит слова Ф.И.Шаляпина: «И несказанно я был польщен тем, что мой театральный Грозный вдохновил Васнецова на нового Грозного, которого он написал сходящим с лестницы в рукавичках и с посохом. Комплимент такого авторитетного ценителя, как Васнецов, был мне очень дорог» (Осокин, 1959, с.186).

Аналогия Виктора Васнецова. В.Васнецов долго (около двадцати лет) работал над картиной «Богатыри» (1898). Много времени пришлось потратить на поиск типажа для Ильи Муромца, пока на одной из московских улиц не встретился ломовой извозчик, фигура и лицо которого оказались соответствовавшими образу задуманного богатыря. Картина В.Васнецова «Богатыри» - пример полотна, создававшегося на основе постоянных переделок и исправлений (метода проб и ошибок). Надежда Ионина в книге «100 великих картин» (Москва, «Вече», 2006) описывает историю создания картины «Богатыри»: «Требовательный к себе, В.Васнецов несколько раз переделывал те места, которые почему-то не удовлетворяли его в картине. Казалось бы, уже давно найдены позы и движения коней, уже великолепно выписан пейзаж, а художник все искал и работал над лицами. Особенно много работал он над образом Добрыни Никитича. Несколько раз переписывал В.Васнецов Добрыню, используя и эскиз, сделанный с одного крестьянина, и портреты родственников. Лицо Добрыни стало собирательным типом Васнецовых – отца, деда и отчасти самого Виктора Михайловича. Для Алеши Поповича художнику позировал в Абрамцеве рано умерший, талантливый Андрей, младший сын Саввы Мамонтова. Для Ильи Муромца художник искал все новые и новые типажи, зарисовывая то Ивана Петрова, абрамцевского кузнеца, - степенного, красивого, со спокойными и внимательными глазами; а то ломового извозчика, которого встретил уже в Москве и упросил позировать. «Иду по набережной около Крымского моста, - рассказывал потом В.Васнецов, - и вижу: стоит около полка здоровенный детина, точь-в-точь вылитый мой Илья» (Н.Ионина, 2006). Г.С.Островский в книге «Как создается картина» (Москва, изд-во Академии художеств СССР, 1962) достаточно подробно рассказывает о том, как Васнецов нашел типаж для своего Ильи Муромца: «Однажды зимой 1883 года Васнецов шел мимо Дорогомиловского моста в Москве, где вдоль набережной растянулась биржа ломовых извозчиков. Среди них он приметил рослого мужика с кнутовищем под мышкой, в высокой шапке и армяке до пят. Удивительно чистые и светлые глаза блестели веселыми огоньками, широкая добродушная улыбка освещала простое, открытое лицо. Васнецов невольно залюбовался его ладной, крепко сбитой фигурой, как бы излучавшей большую и в то же время сдержанную силу. Да ведь это настоящий, подлинный Илья Муромец, которого он так давно искал! С трудом уговорив извозчика, Васнецов повел его к себе» (Г.С.Островский, 1962).

Аналогия Алексея Саврасова. Русский художник-пейзажист А.К.Саврасов (1830-1897) в первых своих работах по аналогии ориентировался на произведения Ивана Айвазовского, певца моря. Олег Добровольский в книге «Саврасов» (Москва, «Молодая гвардия», 1983) пишет: «Саврасов испытал влияние романтической живописи Айвазовского. Об этом свидетельствует, например, его «Вид на Кремль от Крымского моста в ненастную погоду», созданный в 1851 году» (Добровольский, 1983, с.72).

Аналогия Алексея Саврасова. Некоторые полотна А.К.Саврасова написаны в манере (стиле) швейцарского живописца, певца Альп Александра Калама (1810-1864). О.Добровольский в книге «Саврасов» (1983) описывает встречу А.К.Саврасова с А.Каламом в Женеве (Швейцария): «Саврасов смотрел на прославленного живописца и литографа, который получал заказы со всей Европы и особенно много из России. Среди заказчиков Калама были вся императорская семья, украшавшая его полотнами залы своих дворцов, известные русские аристократы и богачи. В свое время и Саврасов не только делал копии с романтических пейзажей Калама, но, случалось, и сам писал для заработка картины в его манере и стиле. До нас дошло одно такое полотно – «Горный пейзаж при заходе солнца», в котором действительно в большей степени присутствует Калам, чем Саврасов» (Добровольский, 1983, с.100).

Аналогия Алексея Саврасова. Среди этюдов и набросков А.К.Саврасова имеется этюд крестьянской избы, которую художник срисовал с «избы Кутузова», находившейся в деревне Фили, где 1 сентября 1812 года после Бородинского сражения полководец принял решение оставить Москву, но сохранить русскую армию. О.Добровольский в книге «Саврасов» (1983) повествует: «…Саврасов ходил пешком из Мазилова в деревню Фили. Он увидел крестьянский дом, стоявший уединенно, на краю маленького ржаного поля. Это была знаменитая изба, принадлежавшая крестьянину Фролову, где фельдмаршал Кутузов собрал 1 сентября 1812 года военный совет, приняв решение оставить Москву… Был жаркий июльский день, рожь золотилась на солнце спелыми колосьями. Алексей Кондратьевич вошел в избу, которую сохраняли как историческую достопримечательность, здесь бывали посетители, записывавшие свои имена в особую книгу. После яркого дневного света в избе сумрачно, пахнет старыми деревянными стенами. Художник подошел к дубовому столу, за которым сидели генералы, участвовавшие в Бородинском сражении. На широкой темной столешнице – чернильница. Большая сосновая скамья, где грузно восседал седой главнокомандующий русской армии. (…) На стенах развешаны портреты генералов, принимавших участие в совете. Эта историческая изба, ее внешний вид, весьма неказистый и грустный, появятся вскоре на этюде Саврасова» (Добровольский, 1983, с.126).

Аналогия Алексея Саврасова. А.К.Саврасов долго искал весенний пейзаж, который мог бы лечь в основу его картины, призванной запечатлеть очарование русской природы. После настойчивых поисков художник нашел этот пейзаж в селе Молвитино (ныне Сусанино) Костромской губернии. В результате на свет появилась картина «Грачи прилетели» (1871). По мнению специалистов, несмотря на целенаправленные поиски, фактор случая все-таки сыграл здесь определенную роль. О.Добровольский в книге «Саврасов» (1983) пишет: «Саврасов уедет почти на полгода из Москвы и создаст шедевр, который обессмертит его имя. Появление этого шедевра для него закономерно, но стечение обстоятельств, случай также сыграли здесь свою роль. Случай ускорил рождение замечательной картины» (Добровольский, 1983, с.131). «Как он был счастлив, - повествует О.Добровольский о Саврасове, - когда в селе Молвитине нашел, наконец, то, что искал, с какой радостной увлеченностью работал над картиной, стараясь воссоздать эту светоносность весны, этот розоватый снег, этот чистый клочок лазури в облачном небе…» (там же, с.147). Пейзажные полотна А.К.Саврасова оказали значительное влияние на художника-пейзажиста И.Левитана, о чем пишет О.Добровольский: «Без Саврасова не было бы Левитана. Саврасов своим искусством как бы подготовил приход замечательного мастера лирического интимного пейзажа. Восприняв уроки учителя, испытав в ранних работах его прямое влияние, Левитан, как всякий крупный самобытный талант, пойдет дальше собственной дорогой, сделает яркие художественные открытия…» (там же, с.191).

Аналогия Василия Поленова. Русский художник В.Д.Поленов (1844-1927), работая над картиной «Христос и грешница», использовал лицо живописца Исаака Левитана в качестве модели образа Христа. Иван Евдокимов в книге «Левитан» (Москва, «Советский писатель», 1959) повествует: «Женщины находили лицо Левитана прекрасным. Исаак Ильич входил в партер Большого театра, и сразу входящего замечало много удивленных и раскрытых глаз. На Левитана оглядывались на улице. Исаак Ильич позировал Поленову для Христа в известной поленовской картине «Христос и грешница». Левитан знал об очаровании, которое вызывало его лицо…» (И.Евдокимов, 1959). Материалы для своей картины «Христос и грешница» В.Д.Поленов собирал, подобно ученому, который тратит значительное время на сбор идей и фактов, являющихся исходными кирпичиками его новой теории, в рамках которой разрозненным (не связанным) фактам и гипотезам будет дана единая интерпретация. О.Добровольский в книге «Саврасов» (1983) пишет о В.Д.Поленове: «В 1881 году, перед тем, как его пригласили преподавать в училище, он совершил свое первое путешествие по Востоку, побывал в Египте, Палестине и Сирии, собирая материалы для своей будущей работы «Христос и грешница» (Добровольский, 1983, с.200).

Аналогия Василия Поленова. В.Д.Поленов, изображая на своем полотне «Мечты на горе» (1894) фигуру мужчины, задумчиво глядящего вдаль, заимствовал очертания его головы у того же И.Левитана, который для этого позировал Поленову. С.Пророкова в книге «Левитан» (1960) повествует: «Сам Поленов относился к Левитану с особой приязнью не только как к своему многообещающему ученику. Он любил его восторженно, любил его красивую внешность и не раз усаживал позировать. Удивительно хорош один портретный этюд! Написана только голова в белой шапочке и рука, подпирающая щеку. Модель получилась похожей. Спокойная поза, устремленный вдаль задумчивый взгляд. Лицо вылеплено уверенной кистью. Чувствуется: художник поработал с волнением. Набросок этот – этюд для картины Поленова «На горе» («Мечты») и вошел в нее почти без изменений. Но знакомый профиль бросается в глаза и на другой картине Поленова – «Христос и грешница». Принято считать, что и в этом холсте этюды с Левитана помогли Поленову создать центральный образ Христа» (С.Пророкова, 1960).

Аналогия Михаила Врубеля. Русский художник Михаил Александрович Врубель (1856-1910), работая над фреской «Сошествие святого Духа» в Кирилловской церкви (Киев), хотел изобразить апостолов, впавших в религиозный экстаз. В роли модели этих апостолов художник избрал пациентов психической больницы, находившейся на территории Кирилловского монастыря. Д.З.Коган в книге «М.А.Врубель» (Москва, «Искусство», 1980) пишет о том, как Врубель писал фреску «Сошествие святого Духа»: «Знаменателен, однако, один факт – в поисках натуры для впавших в религиозный экстаз апостолов Врубель обращался к психическим больным из больницы, находящейся на территории Кирилловского монастыря, как тени бродящим по монастырскому саду. В их бледных и немощных фигурах, в их беспокойных и тоскующих взглядах он видел не только противоположность, противопоказанность всякой «норме», всякой благопристойности. По его мнению, они знали нечто такое, чего не знали здоровые, они были вне пределов «земного», «положительного» и уже поэтому могли пережить духовное просветление. Вот когда Врубель начал расшатывать обыденные представления, общепринятые нормы!» (Д.З.Коган, 1980).

Аналогия Михаила Врубеля. Создавая икону Богоматери, которая должна была украсить Кирилловскую церковь, М.Врубель использовал в качестве основного типажа лицо Праховой Эмилии Львовны (1849-1927) – супруги известного искусствоведа, профессора Адриана Прахова, который, собственно говоря, и предложил Врубелю расписать указанную церковь. На это лицо наложились также черты итальянской девушки, которую художник встретил в Венеции. Наталья Дмитриева в книге «Михаил Врубель: жизнь и творчество» (Москва, 1988) пишет о Врубеле: «Он был влюблен в жену Прахова Эмилию Львовну, о чем несколько раз, не называя имени, таинственно намекал в письмах к сестре: это было его сокровенное «душевное дело». Еще до отъезда за границу он несколько раз рисовал Э.Л.Прахову – ее лицо послужило ему прообразом для лика Богоматери. Портретное сходство сохранилось и в самой иконе, но там оно приглушено; более явно – в двух карандашных эскизах головы Богоматери» (Н.Дмитриева, 1988). Что касается другой модели (образа итальянской девушки), от которой отталкивался Врубель, то Д.З.Коган в книге «М.А.Врубель» (1980) пишет об этом: «И все же Врубель не мог перейти к работе над самой иконой. Он продолжал бродить по городу (Венеции – Н.Н.Б.), искать модели, вдохновляться мадоннами Беллини. Удивительное открытие – Беллини писал своих мадонн прямо с натуры, и среди итальянских женщин было множество, лица которых напоминали ему Богоматерь, какую он хотел написать. В этом смысле ему особенно повезло с одной моделью. Лицо венецианки, широкое, скуластое, с расплющенным носом особенных очертаний, было чрезвычайно характерно итальянским, хотя до удивления неклассическим. И, вместе с тем, оно чем-то было похоже на славянские лица, точнее, - на лицо Праховой. С явным увлечением писал Врубель эту модель» (Д.З.Коган, 1980).

Аналогия Михаила Врубеля. Натурой для картины Врубеля «Девочка на фоне персидского ковра» послужила дочь киевского ростовщика Дахновича, который давал художнику деньги в долг. Врубель рисовал эту девочку в помещении ссудной кассы Дахновича, располагавшейся на углу площади Крещатика (Киев). Д.З.Коган в книге «М.А.Врубель» (1980) пишет о Дахновиче: «…Он постоянно ссужал художника деньгами под его произведения. А его дочь – подросток Маня – проявляла горячую симпатию к Врубелю и его искусству, и всякий раз восхищенно заглядывала в глаза художнику, встречая его. Врубель усадил девочку на пестрые ковры, найденные в той же лавке, одел ее в парчу, повесил на шею ветки бус, и она стала похожа на восточную принцессу, восточную княжну. Он прозвал ее и свой будущий образ экзотическим именем «Княжна Мери» (Д.З.Коган, 1980). По свидетельству Д.З.Коган, «Девочка на фоне персидского ковра» сыграла важную роль в его работе. Она обратила его к натуре, и это имело поистине «освобождающее» и «расковывающее» значение в его жизни в эту пору» (Д.З.Коган, 1980).

Аналогия Михаила Врубеля. Работая над картиной «Богатырь», предназначавшейся для дома Малич, Врубель искал крупного коня, который соответствовал бы фигуре воина, а лицо самого воина художник срисовал с отца своей жены, оперной певицы Забелы Надежды Ивановны (1868-1913). Д.З.Коган в книге «М.А.Врубель» (1980) повествует: «Под знаком работы над панно «Богатырь» для дома Малич прошло лето 1898 года, которое Врубель снова проводил на хуторе Плиски. Врубель творит свою новую картину старательно и увлеченно, подбирая натуру – разыскивая среди коней здорового «битюга», который был бы под стать богатырю, мучает отца Нади, заставляя его позировать для своего главного героя» (Д.З.Коган, 1980).

Аналогия Михаила Врубеля. Горный пейзаж для картины «Демон» Врубель заимствовал из фотографии Кавказских гор. Но для ухода от документального копирования пейзажа художник перевернул фотографию. На картине мы видим горы Кавказа в перевернутом виде. Д.З.Коган в книге «М.А.Врубель» (1980) пишет о художнике Валентине Серове, который иногда работал в одном помещении с Врубелем: «Серов видел, как изо дня в день «колдовал» Врубель с фотографией Кавказских гор, которой пользовался в работе над горным пейзажем, почему-то переворачивая ее при этом кверху ногами» (Д.З.Коган, 1980). «…Фотография, – поясняет Д.З.Коган, - документ натуры, «точка отсчета», и, переворачивая ее, художник «сбивает» эту точку, преодолевает документальность. Так сочетаются приверженность к «положительному» знанию и романтизм» (Д.З.Коган, 1980). Врубель использовал фотографию и при написании декоративного панно «Венеция» (1893). Д.З.Коган в той же книге говорит о работе Врубеля над панно «Венеция»: «И на этот раз он использовал в работе над панно и фотографию моста Вздохов в Венеции, с которой написал в акварели пейзаж, в точности запечатлевший все детали» (Д.З.Коган, 1980). Об этом же сообщает Н.Дмитриева в книге «Михаил Врубель: жизнь и творчество» (Москва, 1988): «В панно «Венеция» угол Дворца дожей, мост Вздохов, виднеющаяся перспектива улицы достоверны до подробностей и даже написаны с использованием фотографий (Врубель вообще охотно прибегал к помощи фотографий местностей, считая, что глупо было бы не утилизировать такой превосходный подсобный материал)» (Н.Дмитриева, 1988).

Аналогия Михаила Врубеля. Некоторые искусствоведы считают, что рисуя один из первых вариантов своей картины «Демон» (1885), Врубель наделил его чертами, которые он по аналогии заимствовал из образа Моисея, представленного на фреске в Кирилловской церкви (Киев). А.А.Федоров-Давыдов в книге «Природа и человек в искусстве Врубеля» (1968) отмечает: «Что же касается самого образа Демона, то еще С.П.Яремич указывал на его сходство с образом Моисея в Кирилловских росписях. По свидетельству того же Яремича, первый вариант «Демона» 1885 года изображал его на фоне горного пейзажа, писанного с перевернутой фотографии…» (А.А.Федоров-Давыдов, 1968). Не менее важен тот факт, что Врубель создавал цикл картин, посвященных «Демону», на основе постоянных переделок и исправлений, то есть благодаря методу проб и ошибок. Д.З.Коган в книге «М.А.Врубель» (1980) пишет о работе художника над картиной «Демон поверженный» (1902), исходным мотивом которой послужила известная поэма Лермонтова «Демон»: «Но недаром Лермонтов написал шесть вариантов поэмы, и ни один не считал окончательным, ни один не опубликовал. То же происходило с Врубелем – чем более законченным становился его «Демон», тем острее была потребность художника снова и снова переписывать, переделывать его... Не в силах ждать, пока подсохнет краска, Врубель залеплял не удовлетворявшие его части обрывками газетной бумаги и писал по ним» (Д.З.Коган, 1980). Об этом же методе проб и ошибок в работе Врубеля над произведением «Демон поверженный» пишет Н.Ионина в книге «100 великих картин» (2006): «Десятки раз художник что-то переделывал, менял, дописывал, и все равно ему казалось, что Демон выходит не таким, каким он видит его в своем воображении. В нетерпении художник залеплял куски непросохшей еще краски газетной бумагой и писал прямо по ней. Даже когда «Демона поверженного» поместили уже в зале выставки «Мира искусств», М.Врубель не успокоился: приходил к своему Демону и все время что-то изменял в его лице, делая его то скорбным, то злым, то страшным и все равно для художника бесконечно прекрасным» (Н.Ионина, 2006). Понимая, что за каждым шедевром стоит тяжелый труд, Врубель не верил в интуицию и вдохновение. Д.З.Коган в книге «М.А.Врубель» (1980) пишет: «…В письме к родителям, рассказывая им о своей работе, Врубель объясняет свою полную непричастность романтическим «бредням», высоким словам о вдохновении, которые, кстати, очень любили и позитивисты, и натуралисты – защитники теории «бессознательного» творчества, стимулируемого якобы стихийными физиологическими законами» (Д.З.Коган, 1980). О вдохновении скептически отзывался и великий живописец-маринист, автор «Девятого вала» Иван Айвазовский. Лев Вагнер и Надежда Григорович в книге «Повесть о художнике Айвазовском» (1958) воспроизводят его рассуждения на этот счет: «…Я всегда удивлялся и никогда не пойму того, как у многих художников, людей с несомненным дарованием, начатая картина иногда по неделям стоит без движения под тем предлогом, что они ждут вдохновения, чтобы продолжать ее. Это для меня непостижимо, и с этим я никогда не соглашусь, настолько не соглашусь, что готов очень часто объяснять такое, по-моему, непростительное бездействие недостатком энергии, воли – усадить себя за работу, или даже просто ленью» (Л.Вагнер, Н.Григорович, 1958).

Аналогия Валентина Серова. В.Серов создавал свой этюд под названием «Горбун» по аналогии с образом Горбуна, присутствующего на картине И.Е.Репина «Крестный ход в Курской губернии» (1880-1883). До периода освоения художественных методов Репина В.Серов учился у немецкого художника-офортиста А.Кемпинга. Всеволод Дмитриев в книге «Валентин Серов» (Петроград, изд-во «Свободное искусство», 1916), называя А.Кемпинга Кеппингом, пишет: «Когда в 1879 году юного Серова поразил Кеппинг, то мальчик упросил художника взять его на этюды, и вот сейчас же, девяти лет, Серов нашел, как ему нужно учиться и как он учился всю жизнь. Серов присаживался около Кеппинга и обыкновенно рисовал то же, что тот писал. Серову не надо было слов или каких-нибудь теоретических идейных возбуждений; в каждом полюбившемся ему мастере он жадно выбирал только ремесло, только руку – разгадав, переняв эту руку у художника, Серов думал, что похитит для себя и его очарование. И это ему поразительно удавалось, так как отличительным даром Серова было умение с чрезвычайной гибкостью вбирать в себя чужой художественный облик. Так, достаточно было Серову на недолгий срок «подсесть» к Репину… чтобы дать в 1880 г. «Горбуна» - с чисто репинской лепкой лица. Что сделал Серов? Он очень умно вкрался в самые тайники репинских идеалов, потому и должен был предстать перед учителем как идеал ученика и художника» (В.Дмитриев, 1916).

Аналогия Валентина Серова. Некоторые работы В.Серова выполнены по образцу с полотнами Михаила Врубеля (1856-1910). В.Дмитриев в книге «Валентин Серов» (1916) указывает: «Теперь, когда Врубель – общепризнанный мастер первой величины, факт значительного влияния Врубеля на молодого Серова представляется скучной ненужностью, но вспомним, что художник учился у Врубеля тогда, когда Врубеля еще никто не знал, когда над ним смеялись» (В.Дмитриев, 1916). «Подражание Врубелю, - продолжает В.Дмитриев, - подходило порой к какому-то добровольному рабству; художник вплотную «подсаживался» к Врубелю, и тогда появлялись такие вещи, как «Иллюстрации к Лермонтову» (1891 г.)» (В.Дмитриев, 1916). Об этом же пишет А.Кудря в книге «Валентин Серов» (2008): «Подчас, особенно в период работы над иллюстрациями к Лермонтову, Серов сознавал, что, учась у Врубеля, и сам начинает подражать его графической манере. Временами, как в случае, когда

Врубель помог ему и Коровину написать эскиз «Хождение по водам», превосходство Врубеля в монументальной живописи подавляло Серова» (А.Кудря, 2008).

Аналогия Валентина Серова. В числе отечественных художников, под влиянием которых В.Серов создавал свои произведения, следует указать и Константина Коровина (1861-1939). В.Дмитриев в той же книге «Валентин Серов» (1916) аргументирует: «Еще не исследована точно степень влияния названного художника на Серова, но – думается – влияние было громадно и чрезвычайно благотворно – именно через Коровина он осознал цвет и краску, как Врубель открыл ему силу рисунка» (В.Дмитриев, 1916). В.Дмитриев приводит слова И.Грабаря о том, как В.Серов учился у Коровина: «Работая все время рядом, они до такой степени начали одинаково думать, чувствовать и видеть, что, разглядывая их тогдашние этюды, нелегко было отгадать, кому из них принадлежал тот или другой» (В.Дмитриев, 1916). Что касается самого Коровина, то многие его полотна – результат освоения опыта его учителя В.Д.Поленова. Р.И.Власова в книге «Константин Коровин» (Ленинград, изд-во «Художник РСФСР», 1969) пишет о том, как В.Д.Поленов учил молодого Коровина навыкам живописи: «…Он старался приучить Коровина к ответственности за каждый мазок. Иногда он сажал ученика рядом с собой и заставлял его писать подобно себе, быть может, нарочито аккуратно. Так, пейзаж Поленова «Деревня Тургенево» (собрание Н.С.Арженникова), датированный 1885 годом и исполненный подчеркнуто добросовестно, писался Поленовым специально для Коровина, сидевшего во время работы рядом с ним и повторявшего мазок за мазком все, что делал учитель. Ошибки, которые Коровин допускал, принимались Поленовым за легкомысленную небрежность и всегда чрезвычайно сердили его» (Р.И.Власова, 1969).

Аналогия Валентина Серова. В.Серов создал этюд с изображением фигуры Христа по аналогии с Христом, изображенным на картине В.Д.Поленова «Христос и грешница» (1887). Кстати, эту картину Поленова русский царь Александр III купил за 30 тысяч рублей. Марк Копшицер в книге «Поленов» (Москва, «Молодая гвардия», 2010) пишет о том, как В.Серов создавал вариацию на тему полотна Поленова «Христос и грешница»: «Теперь, наблюдая, как работает Поленов в кабинете Мамонтова, - а Серов в те годы буквально дневал и ночевал у Мамонтовых, - потом, увидев картину на выставке, читая все газетные и журнальные отзывы, слыша толки о поленовской картине, Серов делает свой вариант Христа, именно Христа, одной его фигуры. У Поленова Христос уже глядит на толпу, уже не только слышит обвинения в адрес женщины, но и знает, как ответит на них, у Серова момент более напряженный психологически: Христос уже все слышит, но еще «чертит пальцем на земле…» (М.Копшицер, 2010).

Аналогия Валентина Серова. Создавая картину «Девочка с персиками» (1887), В.Серов использовал в качестве модели Веру Мамонтову – дочь русского предпринимателя и мецената Саввы Ивановича Мамонтова (1841-1918). А.Кудря в книге «Валентин Серов» (2008) пишет о том, как В.Серов работал над картиной «Девочка с персиками»: «Серов не мог оторвать от нее (Веры Мамонтовой – Н.Н.Б.) глаз. Право, странно, знает ее с детских лет, а как Верушка уже выросла, как пленительно смотрится в розовой блузе с пышным черным бантом у ворота, с коротко стриженными, чуть растрепавшимися темными волосами! Как разрумянилась от бега, как удачно падает на ее лицо свет из обрамленного зеленью окна. Еще не сознавая всей своей прелести, она уже чувствует себя взрослой по сравнению с младшей сестренкой. Да если бы можно было запечатлеть ее за этим столом, в комнате, залитой солнцем, с устремленным на него доверчивым и чуть смущенным взглядом! (…) Только бы уговорить ее, только бы эта непоседа согласилась. Уговорить Верушку помогли давно сложившиеся между ними дружеские отношения» (А.Кудря, 2008).

Аналогия Валентина Серова. В.Серов так же, как и другие живописцы, перенимал опыт не только отечественных живописцев, но и великих мастеров Западной Европы, копируя их картины, дополняя воспроизводимые шедевры элементами своего видения и своего вкуса. Мария Иванова в статье «Валентин Серов. Линия жизни» (журнал «Третьяковская галерея», 2012, № 1) пишет о русском художнике: «Многие часы он провел в Эрмитаже, копируя творения Рембрандта, Веласкеса, Веронезе. Как правило, это не «дословные» копии, а свободная авторская интерпретация шедевра. Такова знаменитая акварель «Веласкес перед зеркалом» (1890-е), исполненная с картины Тициана» (М.Иванова, 2012). Примечательно, что В.Серов писал «Портрет княгини З.Н.Юсуповой» (1902), постоянно исправляя и корректируя уже написанное, увеличивая количество сеансов позирования, и здесь мы вновь имеем дело с методом проб и ошибок (методом последовательного приближения к желаемому результату). Л.Е.Фейнберг и Ю.И.Гренберг в книге «Секреты живописи старых мастеров» (Москва, «Изобразительное искусство», 1989) пишут о манере В.Серова: «Зачем Серову порой требовалось тридцать, а то и сорок сеансов, чтобы создать портрет? «Это было без конца, - вспоминала княгиня Юсупова. – Я худела и потом опять полнела. А он все пишет и пишет! И это при исключительной виртуозности, с которой Серов владел кистью» (Фейнберг, Гренберг, 1989, с.23). Об этом же сообщает Игорь Грабарь в книге «В.А.Серов. Жизнь и творчество» (Москва, «Искусство», 1965): «Известно, как мучительно долго писал Серов свои портреты. Число сеансов у него редко бывало менее сорока, а доходило и до ста. Для того, чтобы уметь писать долго, не засушивая живописи, а добиваясь все большей ее свежести и свободы, надо уметь писать и быстро. Серов владел искусством и сверхбыстрой работы» (И.Грабарь, 1965).

Аналогия Валентина Серова. Работая над картиной «Похищение Европы» (1910), В.Серов нуждался в натуре, а именно в быке, внешний вид которого соответствовал бы задуманному сюжету. Художник занялся поиском нужного быка, и нашел его в Италии, на одной из ферм Орвието. Мария Иванова в статье «Валентин Серов. Линия жизни» (журнал «Третьяковская галерея», 2012, № 1) повествует: «Повсюду художник ищет быка, с которого можно было бы написать перевоплотившегося Зевса, и лишь в Италии, на ферме в Орвието, находит подходящую натуру» (М.Иванова, 2012). Об этом же говорит А.Кудря в книге «Валентин Серов» (2008): «Сюжет картины уже сложился в голове – царская дочь на спине быка посреди бескрайнего моря. Кто-то посоветовал Серову, когда он заговорил о быках, посетить итальянский город Орвиетто, где быки отличаются особой мощью и Серов без раздумий едет туда. В его альбомах, отразивших подготовительную работу над «Похищением Европы», можно найти многочисленные фигуры обнаженной женщины и изображения быков: «морда быка», «голова быка», «бык со спины» и т.д.» (А.Кудря, 2008). Что касается самой Европы, то ее моделью послужила темноглазая итальянка Беатриса. А.Кудря в той же книге пишет: «Встретившись как-то с художником Досекиным, снимавшим в Париже мастерскую, Серов обратил внимание на его натурщицу – стройную темноглазую итальянку Беатрису. Ее внешность и фигура в чем-то отвечали задуманному образу Европы. Договорились о сеансах позирования, и вот рисунок уже готов. Серов изобразил ее обнаженной, стоящей на коленях, как должна, по его замыслу, стоять Европа на спине быка, легко опираясь на опущенную вниз правую руку» (А.Кудря, 2008).

Аналогия Михаила Нестерова. Русский художник М.В.Нестеров (1862-1942), обучаясь в Академии художеств, скопировал картину голландского живописца Антониса Ван Дейка «Неверие Фомы». Копирование чужих полотен оттачивало его способности, расширяло его опыт, обогащая приемами и идеями других мастеров. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) повествует: «В академии было хорошее правило: прежде чем писать картину на золотую медаль, на тему, предложенную академией, необходимо было сделать копию с одного из великих мастеров. Нестеров сперва остановился на одном из второстепенных голландцев, затем увлекся «Неверием Фомы» Ван-Дейка (он всегда произносил и писал «Вандик»). Копия вышла отличная. Она была замечена Иваном

Николаевичем Крамским, с тех пор подарившим молодого художника своим теплым участием» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Картина «Призвание Михаила Федоровича Романова на царство» (1885) была написана М.В.Нестеровым под влиянием полотна В.И.Сурикова «Утро стрелецкой казни» (1881). С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) повествует: «Весной 1885 года Училище живописи, наконец, признало Нестерова зрелым для самостоятельной работы. На экзамен («последний третной») принес он пять эскизов, в числе их большой, на историческую тему – «Призвание М.Ф.Романова», написанный под влиянием суриковских «Стрельцов», и за все эскизы получил первые номера, а за «Призвание» - награду и редкое почетное решение совета училища: взять эскиз в «оригиналы». Это равнялось признанию его образцовым» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. М.В.Нестеров написал ряд картин под влиянием полотен своего учителя Василия Григорьевича Перова (1833-1882), автора известной картины «Тройка». С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) пишет о любви Нестерова к Перову и его творчеству: «Это была любовь без исключений – к человеку, к учителю, к художнику, и без ограничений; любил Нестеров Перова тогда, когда, подражая ему, писал «С отъездом» (проводы купца из гостиницы, 1880) и вызвал похвалу Перова: «Каков-с» - и не менее горячо и благодарно продолжал Нестеров любить Перова тогда, когда сам давно уже был автором картин из жизни Сергия Радонежского, и тогда, когда завершал свой путь изумительными портретами» (С.Н.Дурылин, 1976). «В молодых годах, - продолжает С.Н.Дурылин, - Нестеров даже пробовал идти за «Крестным ходом» Перова. Сохранился его рисунок польским карандашом на корнпапире «Проводы иконы». После молебна в казенном заведении спускается по лестнице весьма убогий крестный ход. Его открывает старик дьячок с подвязанной щекой, несущий фонарь» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Картины М.В.Нестерова, посвященные страдальческой судьбе русской женщины, - отголоски (отзвуки) произведений В.Г.Перова на тему народного страдания. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) повествует: «В картинах Перова больше всего волновала Нестерова тема народного страдания («Похороны в деревне», «Утопленница», «Тройка»). Она захватывала его своей безысходной трагической скорбью. Перов почти без красок, своим талантом, горячим сердцем достигал неотразимого впечатления, давал то, что позднее давал великолепный живописец Суриков в своих исторических драмах» (С.Н.Дурылин, 1976). «…Лирико-драматическая народная «душа темы» Перова, по выражению Нестерова, - поясняет С.Н.Дурылин, - оставалась ему навсегда близка, он дал ей глубоко искренний отклик в своих картинах на тему о страдальческой судьбе русской женщины. Можно сказать больше: в последние годы жизни Нестеров как бы заново почувствовал, творчески обновил свою связь с Перовым. При посещениях Третьяковской галереи он долго простаивал перед портретами работы Перова…» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. М.В.Нестеров в своих произведениях использовал достижения своих предшественников: Боттичелли, Анджелико, Рафаэля, Пюви де Шаванна, Сурикова. Что касается влияния Васнецова на творчество Нестерова, то Нестеров признавал это влияние, но не считал его единственным. В.Бахревский в книге «Виктор Васнецов» (1989) приводит слова Нестерова: «Признавая гений Васнецова, колоссальное его значение в будущем, я могу лишь признать себя подражателем его относительно, в той же мере, как я подражаю Франческо Фанча, Боттичелли, Беато Анджелико, Рафаэлю, Пювис де Шаванну, Сурикову и не более, но никак не исключительно Васнецову» (В.Бахревский, 1989). Наибольшее влияние Васнецова М.В.Нестеров испытал, расписывая Владимирский собор, но и здесь ряд работ художника выходят за рамки стиля создателя «Трех богатырей». «Влияние

Васнецова, - аргументирует С.Н.Дурылин, - пронизывает немало работ Нестерова во Владимирском соборе, и нужно удивляться не тому, что оно было в силе, а тому, что оно не помешало Нестерову создать в соборе ряд вещей, независимых от Васнецова» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Прототипом (прообразом) колдуна, изображенного на картине М.В.Нестерова «За приворотным зельем» (1888), послужил крестьянин с Волги в преклонном возрасте. Но поскольку художник использовал лишь отдельные черты лица этого старика, а другие ему еще предстояло найти, он потратил много времени на эти поиски. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) пишет: «…Поиски «лица» были первейшею заботою Нестерова при работе над любой из его картин. Так было и с «Приворотным зельем». Он упорно искал лицо колдуна. В альбоме можно насчитать свыше пятнадцати вариантов этого лица. Все они исходят из наброска, о котором уже говорилось, - от глубокого старика в поярковой шапке. Но это простое, умное и доброе лицо крестьянина с Волги художник подвергает многим бытовым, психологическим, физиологическим, стилистическим изменениям, чтобы превратить его в лицо знахаря, ведуна, колдуна, каким представлялся народному воображению мельник, водивший дружбу с силою неведомою и нечистою» (С.Н.Дурылин, 1976). В работе М.В.Нестерова над «Приворотным зельем» легко можно обнаружить метод проб и ошибок. С.Н.Дурылин в той же монографии говорит о рождении на свет указанной картины: «…Чем дальше шла работа, тем менее оставался доволен ею художник. 6 октября (6 октября 1888 года – Н.Н.Б.) художник извещал сестру: «Сегодня кончил свою картину, если предположить, что в недалеком будущем, может быть, перепишу ее от угла до угла. Она мне очень нравится (сегодня). Чтобы в один из таких для нее нелестных моментов не покуситься на ее существование, думаю в субботу отправиться к Поленову в деревню и пробыть там несколько дней. Вообще я с этой картиной страшно устал, злой и нервный стал до крайности…» (С.Н.Дурылин, 1976). «Тогда же, в 1888 году, - продолжает С.Н.Дурылин, - Нестеров начал было работать над новым вариантом «Приворотного зелья», но работа над «Пустынником», новый замысел цикла картин из жизни Сергия Радонежского, работы во Владимирском соборе (1890-1895) надолго оторвали Нестерова от этой повести. В 1898 году – десять лет спустя! – Нестеров написал третий вариант «За приворотным зельем» под названием «В сумерках». Но и этот вариант остался в стороне от основной повести, над которой он работал до конца дней» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. При создании картины «Пустынник» (1889) М.В.Нестеров позаимствовал для своего героя многие черты лица у отца Гордея, монаха Троице-Сергиевой лавры, который привлек его детской улыбкой и глазами, светящимися бесконечной добротой. Эта картина М.В.Нестерова также отмечена многочисленными переделками и исправлениями, то есть методом проб и ошибок. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) приводит слова Нестерова о том, как он переделывал свою картину «Пустынник» после ряда замечаний Василия Ивановича Сурикова, осмотревшего картину: «Василий Иванович особенно не был доволен фактурой головы моего старика. По уходе Василия Ивановича я, недолго думая, стал переписывать лицо, а оно-то и было основой картины. Мне казалось: есть лицо – есть и картина; нет нужного мне выражения умиленной старческой улыбки – нет и картины. Мне, как Перову, нужна была душа человеческая, а я с этой-то душой безжалостно простился. С того дня десятки раз я стирал написанное, и у меня не только не выходила «живопись», но я не мог напасть на прежнее выражение. Я стирал написанное по нескольку раз в день, рискуя протереть холст, и однажды, измученный, к вечеру опять написал то выражение, что искал» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Прототипом (прообразом) великомученицы Варвары, изображенной М.В.Нестеровым во Владимирском соборе (1894), была дочь известного историка искусства и археолога Андриана Викторовича Прахова – Елена Андриановна

Прахова. Примечательно, что М.В.Нестеров, используя ее лицо в качестве модели образа Святой Варвары, влюбился в нее подобно тому, как в свое время М.А.Врубель влюбился в ее мать Эмилию Львовну Прахову (1849-1927), используя ее лицо при работе над иконой Богоматери в Кирилловской церкви (Киев). С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) говорит о работе М.В.Нестерова над образом Святой Варвары: «Про Елену Андриановну Прахову Нестеров писал Турыгину 2 июля 1897 года: «Это прекрасная девушка, с которой я взял когда-то тип своей великомученицы Варвары и был недалек от того, чтобы влюбиться в нее и связать ее судьбу со своей». Карандашный рисунок с Е.А.Праховой – первый эскиз головы «Варвары». Нестеров отдался работе с радостным увлечением. На написание «Варвары» потребовалось менее месяца» (С.Н.Дурылин, 1976). Люди, узнавшие Елену Прахову (которую некоторые называли просто «Леля»), на картине, предназначенной для Владимирского собора, стали требовать от художника, чтобы он изменил облик Святой Варвары. С.Н.Дурылин констатирует: «Прошли обвинения в том, что Нестеров вместо иконы св. Варвары написал «портрет Лели Праховой». В компанию против Варвары вступила генерал-губернаторша, графиня Игнатьева, будущая хозяйка известного контрреволюционного черносотенного салона эпохи 1905 года. Предводительствуемые ею губернские дамы, как рассказывает О.А.Алябьева, сестра Праховой, подняли истеричный вопль: «Не хотим молиться на Лелю Прахову!» (С.Н.Дурылин, 1976). Следует заметить, что облик Е.А.Праховой угадывается в женщине, изображенной на картине Нестерова «Чудо», над которой художник работал около двадцати семи лет, позже переименовав эту картину (назвав ее «Святая Варвара»).

Аналогия Михаила Нестерова. Прототипом образа Александра Невского для храма Воскресения послужило лицо молодого монаха родом из Ярославля, этюд которого М.В.Нестеров сделал в 1894 году. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) сообщает: «Еще в 1894 году, работая над образом Александра Невского для храма Воскресения и чувствуя в первоначальных эскизах влияние Васнецова, Нестеров старался высвободить любимый образ из васнецовского трафарета «благочестивых князей». Как всегда, он искал русского князя – воина давних лет в русском же человеке современности. «Я нарисовал голову одного монаха молодого, родом ярославца, - пишет он 10 апреля 1894 года, - с него как будто списаны те св. князья, которые видны и теперь еще на стенах соборов ярославских, углицких и пр. Голова эта, хотя и спешно нарисованная, пригодится мне для «Александра Невского». Она действительно пригодилась. На образе в храме Воскресения князь Александр представлен в цветущем мужестве, в расцвете воинской доблести, которую принуждены были признавать даже его враги» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Работая над картиной «Монахи в лодке на реке» (другое название – «Молчание», 1903), М.В.Нестеров заимствовал практически все элементы картины из натуры (из того, что видел собственными глазами). С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) говорит о полотне «Монахи»: «На картине этой все взято с натуры: деревянная церковь – из Гефсиманского скита, домики-келейки – оттуда же, прудок, березки, весь облик ранней весны, весь тонкий и нежный очерк утра года – из тихих мест «под Черниговской» (С.Н.Дурылин, 1976). «Нестеров писал своих «Монахов», - поясняет С.Н.Дурылин, - как реалист чистой воды. Оба инока – почти портреты монахов от Черниговской» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Моделью схимницы, изображенной на картине М.В.Нестерова «Святая Русь» (1905), послужила мать художника. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (Москва, «Молодая гвардия», 1976) приводит слова Нестерова о картине «Святая Русь», где он изобразил свою мать: «Я рисовал ее больную, перед смертью. Она не охотница была до портретов, но тут согласилась: «Ну что ж, нарисуй». И похвалила мои наброски. Я написал с нее схимницу – высокую, худую, спокойную, несмотря на недуг, - на большой картине «Святая Русь», последняя фигура справа. Такой она была перед смертью» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Картина М.В.Нестерова «Святая Русь» является многофигурной композицией. Типажи для этой картины художник собирал повсюду, в том числе в Соловецком монастыре, расположенном в Белом море. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) поясняет: «Из шестнадцати фигур на картине шесть мужских, десять женских. Все они, за исключением одной, связаны с деревенской русью. Художник собирал этих людей из глубин народной жизни. Как-то забрел я далеко от монастыря, на кирпичный завод, - пишет Нестеров про свою соловецкую поездку. – Там попался мне типичный монах-помор. Он был в подряснике из синей крашенины, на голове самоедская меховая шапка с наушниками. Я попросил его посидеть, он согласился. Этюд, написанный с него, вошел потом в «Святую Русь»…». «Однажды встретил я днем в стенах обители мальчика-монашка лет 16-17-ти, такого бледного, болезненного, с белыми губами, похожего на хищную птицу – на кобчика, что ли… Он был пришлый богомолец, такой неразговорчивый. Недуг одолевал его медленно и беспощадно. Его я тоже написал, и он попал в «Святую Русь». Вводя этих соловецких знакомцев на картину, Нестеров ничем их не «облагообразил». Их облики на картине так же портретны, как на этюдах, с них писанных» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Продолжая говорить о том, где М.В.Нестеров черпал образы для своих героев, представленных на полотне «Святая Русь», снова обратимся к С.Н.Дурылину, который констатирует: «Высокий старец монах в очках, опирающийся на палку, - это 80-летний монах от черниговской, из-под Троицы. На сочном этюде с него сам Нестеров написал: «Отец Илья». Мальчик и девочка, на которых опирается этот почти слепой старик, писаны с крестьянских ребят в Мытищах. Молодая монашенка писана с М.Г.Ярцевой, дочери художника-передвижника Г.Ф.Ярцева, молодая женщина в темном платке – с няни Серафимы из Уфы, послужившей натурою для многих девушек и женщин Нестерова. В чертах заботливой и пожилой женщины в ковровом платке, поддерживающей больную девушку в желтой душегрейке, отражены черты лица сестры художника, Александры Васильевны, отличавшейся большою участливостью к людям» (С.Н.Дурылин, 1976). «Для Христа, - продолжает С.Н.Дурылин, - Нестеровым был написан этюд со священника Константина Алексеевича Руднева, который был настоятелем церкви в Абастумане. Первое название картины «Святая Русь» вызвало при появлении картины на выставке много толкований, большею частью совершенно произвольных» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Работая над картиной «Христова невеста» (1913), М.В.Нестеров использовал в качестве модели образ своей первой жены Марии Ивановны Мартыновской, которая скончалась в мае 1886 года, через два дня после того, как родила дочь Ольгу. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) приводит слова Нестерова о том, как он запечатлел на холсте свою первую супругу: «Образ ее не оставлял меня. Везде я видел ее черты, ее улыбку… Тогда же (1887) у меня явилась мысль написать свою «Христову невесту» с лицом Маши. С каким хорошим чувством писал я эту «картину-воспоминание». Мне иной раз чудилось, что я музыкант, что играю на скрипке, что-то до слез трогательное, что-то русское, такое родное, задушевное, быть может, Даргомыжского. В этой небольшой картине я изжил долю своего горя. Мною, моим чувством руководило воспоминание о потерянном, невозвратимом, о первой и самой истинной любви» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Приведем фрагмент книги С.Н.Дурылина, в котором представлен рассказ М.В.Нестерова о работе над картиной «Душа народа» (другое название – «Христиане», 1916), а также комментарии самого С.Н.Дурылина: «Позднее, уже осенью, я нашел для своего слепого превосходную модель. То был тоже солдатик из рабочих. Нашел я его в Арнольдовском убежище для слепых, что было на Донской. Это был красивый, с правильными чертами лица, высоко настроенный юноша. Написанный с него этюд и вошел в картину». На картине фигура слепого юноши, солдата оказалась важнейшей фигурой правой стороны, всего ее переднего плана. Появление этой совершеннейшей из фигур заставило художника перепланировать весь правый край картины. В Абрамцеве же был найден тот образ, который был Нестерову всего дороже на картине, который решал для него, «быть или не быть». Это образ мальчика, одиноко и бодро идущего далеко впереди этой «всея Руси», шествующей трудно и медлительно. Единственному сыну художника Алеше в это время было девять лет. Именно ему довелось послужить для отца лучшей натурой для нового русского мальчика. В его фигуре, движениях художник упорно и долго искал то, что было нужно» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Михаила Нестерова. Прототипом (прообразом) одного из героев картины Нестерова «Душа народа» послужил не кто иной, как великий писатель Лев Николаевич Толстой. С.Н.Дурылин в книге «Нестеров в жизни и творчестве» (1976) пишет: «В Ясную Поляну еще в 1906 году привела Нестерова совсем не мысль о портрете с Толстого. Нестеров высоко ценил портреты с него, писанные Крамским и Ге, и не собирался сам писать Толстого. С Льва Николаевича ему был нужен, как мы знаем, этюд для картины «Душа народа». Направляясь в Ясную Поляну, Нестеров составил себе, как вспоминал впоследствии, строгую программу поведения: оставаться самим собою и делать то, для чего туда ехал, - писать этюды» (С.Н.Дурылин, 1976).

Аналогия Исаака Левитана. Русский художник-пейзажист Исаак Левитан (1860-1900) в молодости копировал картины французского живописца Камиля Коро (1796-1875), перенимая его художественные секреты. С.Пророкова в книге «Левитан» (Москва, «Молодая гвардия», 1960) пишет: «Сергей Михайлович Третьяков в отличие от брата собирал только картины западных художников, и у него были чудесные полотна Коро. Левитану посчастливилось получить заказ на копии с картин французского художника. И, следуя кистью за каждым мазком Коро, он вдумчиво и напряженно познавал волшебство его живописи» (С.Пророкова, 1960). Позже Левитан прочитал книгу о жизни Камиля Коро и был восхищен его любовью к искусству. С.Пророкова в той же книге говорит о Левитане: «Ему нравится все в облике Коро. И то, что он вставал чуть свет и шел в лес или к озеру, если было лето, к мольберту в свою скромную мансарду, если была зима. Он ел, не выпуская из рук кистей, и на все попытки родителей женить его весело замечал, что не может же он изменить музе, с которой уже давно повенчан судьбой» (С.Пророкова, 1960).

Аналогия Исаака Левитана. Исаак Левитан создал картину «Последний снег», по аналогии заимствовав мотив наступающей весны у Константина Коровина (1861-1939). Иван Евдокимов в книге «Левитан» (Москва, «Советский писатель», 1959) пишет о Левитане: «Молодого художника приняли передвижники на свою очередную выставку. Его «Вечер на пашне» повесили рядом с картинами школьных профессоров-передвижников. Всесильное тогда товарищество художников признало нового собрата. Для Левитана это признание было важно и дорого. За «Вечером на пашне» последовала картина «Последний снег». Этот весенний мотив принадлежал не Левитану, был заимствован им у Константина Коровина, но был ближе душе Левитана, повторен им много раз и по-левитановски опоэтизирован» (И.Евдокимов, 1959). Можно ли найти в творчестве Левитана следы метода проб и ошибок, метода постоянных переделок и исправлений, который мы уже встречали у других художников? Ответ будет утвердительным, ярким примером таких переделок служит работа Левитана над картиной «У омута». С.Пророкова в книге «Левитан» (1960) описывает процесс рождения этой картины: «Левитан отдал этому полотну много душевных сил, работал с большим упорством. Но он чувствовал, что вода еще не полностью ему удалась, он хотел бы ее видеть иной. Желание художника доработать картину совпало с просьбой Третьякова. Будущей весной Левитан писал коллекционеру: «Не подумайте, что я забыл Вашу просьбу и мое собственное сознание исправить воду в моем «У омута». Я не решался переписывать его до той поры, пока не проверю этот мотив с натурою. Теперь напишу несколько этюдов воды и в конце мая приеду в Москву и начну переделывать картину» (С.Пророкова, 1960).

Аналогия Исаака Левитана. Мировую известность Левитану принесли картины, посвященные пейзажам Плеса (города Костромской губернии). Левитан с огромным воодушевлением и любовью зарисовывал природу Плеса, как бы чувствуя, что нашел уголок земли, который даст ему в смысле художественного материала больше того, что было раньше. Художник столкнулся с Плесом случайно (1888), поэтому перед нами не что иное, как аналогия с фактором случая, или, лучше сказать, индукция с фактором случая, поскольку находка Левитана больше напоминает находку ученого, венчающую его многолетние поиски. В.А.Беляев в статье «Находка Левитана» (Материалы научно-практической конференции «XII Плесские чтения», Плес, изд-во «Референт», 2010) пишет: «И вот однажды в его путешествии по Волге произошло Нечто – встреча с Плесом! Волжская панорама Плеса неспешно открывалась перед страждущим взором художника, подплывающего к городу на пароходе от Нижнего Новгорода (пароходы тогда ходили медленно). Оценивающий взгляд пейзажиста зорко скользнул по… О! Как интересно попытаться проследить за ним… и за тем, как ошеломило его это щедро источаемое могущество тишины и какой-то сказочной умиротворенности, неторопливой осмысленности во всем облике как бы «нависающей» над художником панорамы городка. Эта вразумительная неспешность проступала во всех ее частях. И в монументально стоящих купеческих домах, образующих ряд, подчеркивающий набережную как основу города, и в домиках, карабкающихся по крутому склону» (Беляев, 2010, с.3). «Именно плесский ландшафт, - продолжает В.А.Беляев, - подарил мастеру возможность гениально о себе заявить, обогатив мировую культуру изобразительной поэзией русского пейзажа» (там же, с.4). «Плесский пленэр в творчестве Левитана, - замечает В.А.Беляев, - открыл живописный ресурс русского пейзажа. Ведь Россию невозможно представить без Волги. А плес в картинах Левитана золотится отблеском волжского плеса от горящей золотой вечерней зари» (там же, с.5).

Аналогия Анри Матисса. Французский живописец Анри Матисс (1869-1954) создал большое количество картин с элементами цветочного узора (орнамента), используя то, что он видел в детстве и юности. Дело в том, что Матисс долго жил с родителями в городе Боэн (Франция), который славился своими ткачами, производившими ткани с фантастическим разнообразием узоров. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (Москва, «Молодая гвардия», 2011) пишет: «В тот самый критический период карьеры Матисса – десятилетие перед Первой мировой войной, когда он и его единомышленники пытались вырвать живопись из мертвой хватки классической традиции, - именно текстиль станет его стратегическим союзником. Украшенные цветочным узором, крапчатые, полосатые или гладкие, волнующиеся либо плоско лежащие на поверхности холста, ткани сделались в его руках разрушительной силой, способной взорвать традиционные законы трехмерной иллюзии. Критики не раз нападали на него за чрезмерную декоративность, а он, вслед за боэнскими ткачами, повторял: «Роскошь – это нечто более ценное, чем богатство, но при этом доступное каждому» (Сперлинг, 2011, с.20).

Аналогия Анри Матисса. Под руководством своего учителя Гюстава Моро (1826-1898) А.Матисс с большим рвением изучал и копировал в Лувре картины старых мастеров, чтобы в дальнейшем по аналогии использовать их опыт в своем творчестве. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) пишет: «Дважды в неделю Моро правил работы студентов, а потом вел своих питомцев в Лувр. Особенно он любил старых голландцев и итальянцев – их живопись его особенно вдохновляла. «Он не показывал нам, как писать, - вспоминал Матисс, - он пробуждал наше воображение зрелищем жизни, которое находил в этих картинах» (Сперлинг, 2011, с.35). А.Матисс с восхищением копировал полотна французского живописца Жана Батиста Шардена (1699-1779), который и сейчас признается одним из известнейших художников 18 столетия и одним из лучших колористов в истории живописи. Х.Сперлинг отмечает: «Мастером, тронувшим Матисса загадочностью и мощью своей живописи не меньше Гойи, в те годы был Шарден. Первой картиной, которую Анри копировал в Лувре, был «Натюрморт с трубкой». Его оглушила неуловимость сине-голубого неба, каким была написана коробка в центре полотна. В один день он казался розовым, в другой зеленым… Матисс перепробовал все, чтобы разгадать секрет картины; с помощью лупы изучал состав краски, зернистость холста, лаковое покрытие, переходы от света к тени» (там же, с.35). По свидетельству Х.Сперлинг, «Натюрморт с трубкой» оказался единственной копией, закончить которую он (Матисс – Н.Н.Б.) не сумел. Зато написал «Натюрморт с яблоками» для Вассо, который называл приятеля «Мой маленький Шарден» (там же, с.36).

Аналогия Анри Матисса. А.Матисс много сил потратил на копирование сложной картины Шардена «Скат» (1727). В процессе воспроизведения этого шедевра Шардена Матисс перенимал его приемы. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) констатирует: «Матисс копировал Шардена четыре раза. Тяжелее всего ему дался «Скат» - огромное полотно с устрицами и гигантским выпотрошенным скатом, возвышавшимся на кухонном столе подобно своду готического собора. Матисс безуспешно сражался с натюрмортом Шардена год за годом, без малого шесть с половиной лет («Я хотел перенять его приемы») – почти столько же, сколько занимался в мастерской Моро» (Сперлинг, 2011, с.36).

Аналогия Анри Матисса. Неподражаемое терпение позволило Матиссу скопировать в Лувре картину голландского живописца, мастера натюрморта Яна Давидса де Хема (1606-1684) под названием «Десерт». Впоследствии, при создании собственных произведений, Матисс трижды по аналогии включал элементы «Десерта» де Хема в свои картины. Перед нами яркий пример того, что живописцы (даже великие) копируют творения предшественников не просто так, а чтобы в будущем использовать их находки в собственном творчестве. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) пишет: «Другим художником, которого Матисс с тем же упорством копировал в Лувре, был Ян Давидс де Хем. «Десерт» голландца оказался дьявольски сложной задачей – своего рода тестом на изображение материалов и фактур. Теперь это были ткани, стекло, полированное дерево, фарфор, перламутр, сверкающее серебро, тусклая оловянная посуда, чеканное золото и кованая медь, всевозможные экзотические фрукты и цветы. Предложенная для копирования своему амбициозному ученику (уже готовому признать поражение) картина была хитроумным выбором Моро. (…) Матисс принял вызов учителя, предложившего ему продемонстрировать виртуозность живописи родной Фландрии: Анри отошел к дальней стене и начал писать так, как если бы ему пришлось писать предметы с натуры. «Десерт» Хема навсегда остался для Матисса «пробным камнем». Он будет возвращаться к нему трижды, используя в 1897 году в качестве «отправной точки» в сражении с импрессионизмом, в 1908-м, когда до предела упростит свою живопись, и в 1915-м, когда вплотную подойдет к кубизму» (Сперлинг, 2011, с.36).

Аналогия Анри Матисса. Расписывая стены особняка своего родственника (Эмиля Жерара), А.Матисс вновь обратился к полотнам старых мастеров, то есть использовал копии этих полотен, сделанные в Лувре. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) пишет о родственнике художника Эмиле Жераре: «Он заказал своему крестнику декорировать столовую в недавно купленном им в Ле-Като особняке на улице Республик, 45, считавшемся едва ли не самым роскошным в их родном городе. Потолок столовой, украшенной деревянными панелями, Матисс расписал, выбрав золотой, красный и темно-синий тона, а в проемы поместил свои же копии с работ старых мастеров, сделанных в Лувре («Пастораль» Буше, «Урок музыки»

Фрагонара, «Пирамида из фруктов» Шардена и «Хромоножка» Хусепе Риберы)» (Сперлинг, 2011, с.43).

Аналогия Анри Матисса. Работая над полотном «Семья художника» (1911), А.Матисс заимствовал богато орнаментированную поверхность, украшенную стилизованным цветочным мотивом, из изобразительного искусства Востока. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) пишет о картине Матисса «Семья художника»: «У восточных мастеров Матисс позаимствовал главный из приемов, использованных в «Семье художника», богато орнаментированную поверхность, украшенную стилизованным цветочным мотивом и поделенную на сегменты, как ковер. Это помогло ему изобразить пространство, в котором все находящееся вдали становится туманным или просто пропадает» (Сперлинг, 2011, с.188). Следует отметить, что Матисс обратился к искусству Востока по совету искусствоведа и торговца картинами Мэттью Стюарта Причарда после одного из провалов на художественной выставке. Х.Сперлинг в той же книге пишет: «…Причард подобрал наиболее эффективное «противоядие» для разбитого и раздавленного своим парижским провалом Матисса и предложил в качестве «лекарства» искусство мусульманского мира. Обилие восточных ковров, резьбы, изразцов, керамики, витражей, книжных миниатюр, византийских монет и бронзы действительно завораживало. Матисс с Причардом часами ходили по выставке, обсуждая влияние исламского искусства на современность. Ничто не могло так скрепить их союз, как эта проведенная в Мюнхене неделя. То, что Матисс назовет «открытием Востока», будет питать его творчество и определит маршруты путешествий трех последующих лет» (там же, с.172).

Аналогия Анри Матисса. А.Матисс был хорошо знаком с работами Винсента Ван Гога и Клода Моне и в ряде работ подражал их живописной манере. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) говорит о пребывании художника в Базеле (Швейцария), где родилась его жена Амели Парейр: «Анри делал этюд за этюдом, «рифмуя» тополя с их отражениями в воде, - в знак признательности и уважения к Моне. А в пейзажах, которые писал в окрестностях Тулузы, и в лаконичных, каллиграфических рисунках, для которых позировала Амели, продолжал вести диалог с Ван Гогом» (Сперлинг, 2011, с.61). Кроме Ван Гога и К.Моне, были и другие художники, чье искусство было образцом (предметом освоения) для А.Матисса: Камиль Коро, Эжен Делакруа, Доминик Энгр, Эдуард Мане. В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (Москва, изд-во МГУ, 1993) перечисляет мастеров, чей опыт использовал А.Матисс: «Коро учил структурности пластического мышления, особо в своих «фигурных жанрах», Делакруа – свободному эксперименту с цветом, Энгр – рисунку, Мане – открытым краскам. Картины многих мастеров XVI-XIX вв. послужили иконографическим источником для ряда картин Матисса, для его панно «Танец» и «Музыка», для «Одалисок» в 1920-е гг. Интерес к старым мастерам продолжал развиваться, поощряемый особенно в период обучения у Гюстава Моро» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Анри Матисса. Отправной точкой (исходным мотивом) картины А.Матисса «Роскошь, покой и сладострастие» (1904) послужило произведение П.Сезанна «Три купальщицы» (1882), а также полотно Пюви де Шаванна «Счастливая страна» (1882). А.Матисс написал свою картину, используя технику точечного мазка (пуантилистский метод) П.Синьяка и Ж.Сера. В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993) отмечает: «Панно «Панно «Роскошь, покой и сладострастие» было куплено Синьяком. Название – строчка из стихотворения Бодлера; иконографические источники – приобретенные сезанновские «Три купальщицы» и «Счастливая страна» де Шаванна. В манере исполнения видны дивизионистская пуантиль и декоративизм модерна группы Наби» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Анри Матисса. В картине А.Матисса «Нимфа и сатир» (1909) без труда обнаруживается влияние полотна П.Сезанна «Похищение» (1867). Х.Сперлинг в книге

«Матисс» (2011) пишет о картине «Нимфа и сатир»: «Картина написана в духе «Похищения» («Насилия») Сезанна, где точно такой же обнаженный мужчина властно увлекает за собой такую же безвольную, вялую женщину. Неистовый эротический заряд обеих картин усиливался резким цветом и размашистостью линий» (Сперлинг, 2011, с.151). Конечно, наибольшее влияние на А.Матисса оказала картина Сезанна «Три купальщицы» (1882). «Матисс впитывал в себя Сезанна, - повествует Х.Сперлинг, - как когда-то сам Сезанн – Пуссена; и хотя внешне художники были совершенно непохожи, скрытая связь между ними была несомненна. Влияние картины Сезанна было огромным еще и в духовном смысле. «Если Сезанн прав, значит, и я прав, - повторял Матисс словно заклинание в тяжелые минуты» (там же, с.88).

Аналогия Анри Матисса. Создавая портрет Огюста Пеллерена (1916), А.Матисс включил в него фрагмент одного из произведений О.Ренуара. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) пишет об Анри: «…Он искал помощи у других художников. Теперь он больше рассчитывал на своих непосредственных предшественников, нежели на классических мастеров из Лувра. Зимой 1916/17 года он несколько раз ездил к Пеллерену, чтобы всмотреться в его Сезаннов (в картины, написанные Сезанном – Н.Н.Б.). Побывал у Моне в Живерни и включил фрагмент ренуаровского «Портрета мэтра Рафа» в свой портрет Пеллерена, попутно написав Полю Розенбергу о мечте встретиться с Ренуаром лично» (Сперлинг, 2011, с.248). Х.Сперлинг приводит слова А.Матисса: «Я никогда не избегал влияния других. Я счел бы это трусостью и недоверием к самому себе» (там же, с.138).

Аналогия Анри Матисса. Сюжет картины «Разговор» (1912) А.Матисс по аналогии почерпнул у каменной стелы в Лувре, изображающей ассирийского царя, который приветствует сидящую на троне богиню. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) повествует о картине Матисса «Разговор»: «Летом 1912 года Матисс закончил большую картину, начатую в Исси, на которой изобразил себя и жену. Сюжет «Разговора» был позаимствован у каменной стелы в Лувре (ассирийский царь приветствует сидящую на троне богиню): Амели в черном халате с зеленым воротом восседает в кресле у окна гостиной, выходящего в их сад, а он сам, в полосатой пижаме, стоит с другой стороны» (Сперлинг, 2011, с.208).

Аналогия Анри Матисса. Сюжеты двух панно «Марокканцы» и «Арабская кофейня» были подсказаны Матиссу сценами в танжерской кофейне. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) повествует: «Вскоре по возвращении в Марокко Матисс набросал два «танжерских панно», предназначавшихся Щукину. Идею обоих подсказали сцены в кофейне. Эскиз с пьющими кофе на плоской крыше кофейни в казбе арабами лег в основу «Марокканцев» - самой бескомпромиссной из полуабстрактных картин художника, которая будет написана в разгар Первой мировой войны в отрезанном от мира Исси. Второе панно, «Арабская кофейня», Матисс написал осенью 1912 года в своей мастерской в Танжере, изобразив на холсте комнату с синими стенами, небольшим окном с видом на залив и двенадцатью клетками с певчими птицами, свисавшими с потолка. Эту тему навеяло другое популярное в Танжере заведение, на которое Матисс набрел в первые недели, заслышав звуки скрипки» (Сперлинг, 2011, с.214).

Аналогия Анри Матисса. Моделью героини одной из картин А.Матисса, написанной в Танжере (крупном торговом порту Марокко), послужила мулатка в марокканском костюме, которую художник случайно встретил в отеле. Перед нами еще один эпизод влияния фактора случая на поиск нужного типажа. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) описывает события, связанные с пребыванием Матисса в Танжере: «К радости Матисса, юный Амидо взял на себя роль гида и посредника между художником и потенциальными моделями. На одну из них Матисс наткнулся практически сразу: случайно увидел в дверях отеля «вытянувшуюся, подобно пантере, мулатку в марокканском костюме, который подчеркивал изящество ее тела, такого стройного, гибкого, молодого». Фатьма была больше африканкой, чем арабкой, горячей, дерзкой и сильной, а в лице ее было что-то кошачье. Матисс выбрал длинный узкий холст и начал писать свою новую модель на открытой террасе, несмотря на сильный ветер» (Сперлинг, 2011, с.210).

Аналогия Анри Матисса. Отправной точкой (исходным мотивом) одной из картин А.Матисса послужило полотно П.Сезанна «Мадам Сезанн в желтом кресле» (1894). Речь идет о произведении А.Матисса «Портрет мадам Матисс» (1905). Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) пишет о том, как жена художника Амели позировала ему для картины: «Амели позировала мужу, сидя в пальмовом кресле. На ней был черный костюм, шарф, или, если угодно, шаль, а на голове – модная маленькая шляпка из страусиных перьев, украшенная торчащим пером и розовым цветком: эта легкомысленная парижская шляпка довольно резко контрастировала с острой, даже мрачной серьезностью картины. В мае на выставке в Париже Матисс видел «Женщину в желтом кресле» Сезанна и попробовал повторить тот же легкий грациозный наклон головы и придать модели такое же трогательное спокойствие» (Сперлинг, 2011, с.220). Примечательно, что для этого портрета супруга художника Амели позировала не менее 100 сеансов. «На то, чтобы добиться в «Портрете мадам Матисс» нужной грациозности позы и нежности красок марокканских фигур, - поясняет Х.Сперлинг, - художнику потребовалось более ста сеансов» (там же, с.221).

Аналогия Анри Матисса. Картина А.Матисса «Гармония в красном» (1908) была написана под впечатлением удивительного разнообразия узоров на тканях, которые он видел в детстве. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) указывает: «Ткацкое дело на родине Матисса шло рука об руку с радикальным новаторством. В «Гармонии в красном» художник использовал богатейшие декоративные традиции края, в котором родился; он ниспровергал академические правила, пытаясь доказать свою преданность чистому цвету, которую всеми силами стремились обуздать его учителя» (Сперлинг, 2011, с.147). Произведение А.Матисса «Натюрморт в венецианском красном» (1908) было создано с использованием узоров персидского ковра, который художник купил специально для картины. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) повествует: «В тот самый день, когда пребывавшая в состоянии полного счастья от сыпавшихся на мужа щукинских заказов Амели Матисс похвасталась Грете Молль, что купила замечательные простыни в универмаге «Бон Марше», Матисс тоже отправился за покупками. «Изумительный персидский ковер был чудо как хорош. Он не мог забыть его и только повторял: «Как он прекрасен! Как прекрасен!» Эти восторги Амели выслушивала в течение двадцати четырех часов, а потом пошла и вернула простыни. Семейный бюджет не мог осилить двух покупок, и повторилась история с синей бабочкой. Матисс получил свой волшебный ковер и, как вспоминала Грета Молль, сидел довольный, попыхивая сигарой, любуясь его красками и орнаментом, которые вскоре перевоплотятся в чудесный «Натюрморт в венецианском красном» (Сперлинг, 2011, с.149).

Аналогия Анри Матисса. Картина Анри Матисса «Танец», заказанная в 1909 году русским меценатом Сергеем Щукиным, написана путем заимствования танцующих фигур из ранней греческой живописи. К.Кларк в книге «Нагота в искусстве» (2004) пишет о декоративном полотне Матисса «Танец», где изображено кольцо танцующих женских фигур: «…Художественная сторона картины говорит о том, что автор не скрывал заимствований из ранней греческой живописи, которая помогла ему возродить не только сосредоточенную строгость выразительного силуэта, но и подлинные жесты танцоров VI века до нашей эры» (Кларк, 2004, с.351).

Аналогия Анри Матисса. В ряде произведений А.Матисса обнаженные фигуры повторяют позы скульптур «Дня» и «Ночи», созданных Микеланджело для надгробия Медичи. В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (Москва, изд-во МГУ, 1993) пишет о картинах А.Матисса: «Временами его обнаженные повторяют позы «Дня» и «Ночи» с надгробия Медичи. Матисс находит умеренное соотношение между условностью и передачей реального. Для определения его нового стиля критики употребляют термин «рококо» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Анри Матисса. Мы уже говорили о том, как молодой Матисс копировал произведение Яна Давидса де Хема «Десерт», чтобы впоследствии воспользоваться деталями его композиции в своих полотнах. Один из случаев сделать это представился Матиссу в 1915 году. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) описывает события 1915 года: «Творческая недееспособность тяготила Матисса. Он представлял себе, как бы сложилась его жизнь, стань он юристом, как мечтал отец, или, наоборот, скрипачом. Летом пятнадцатого года он случайно наткнулся на небольшой холст, который написал в 1891 году. Это была ученическая копия «Десерта» де Хема, и он решил повторить ее, только холст взял размером вдвое больше. «Я добавлю в него все, что увидел с тех пор», - написал он критику Ренэ Жану, заметив, что покой и изобилие фламандского натюрморта помогают бороться с беспомощностью, ужасом и отвращением в дни крушения привычного миропорядка. Небольшой луврский шедевр становился для Матисса «испытательным полигоном» уже дважды» (Сперлинг, 2011, с.236).

Аналогия Анри Матисса. Создавая декорации к балету Сергея Дягилева «Песнь Соловья», А.Матисс использовал макет (образец, аналог, прототип) балетной сцены и костюмов главных героев представления. Это заставляет нас вспомнить, как русский художник Николай Ге лепил из глины фигуры апостолов, чтобы создать макет (аналог) для своей картины «Тайная вечеря», а также вспомнить, как француз Теодор Жерико лепил из воска фигуры людей и расставлял их на макете плота, чтобы потом перенести композицию на картину «Гибель фрегата «Медуза». Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) пишет о том, как Матисс работал над декорациями к балету С.Дягилева «Песнь Соловья»: «Его спас игрушечный театр, который он выстроил своими руками, как когда-то в Боэне. Только на этот раз упаковочный ящик превратился в модель сцены театра «Эмпайр» на Лестер-сквер, в которую тамошний плотник вмонтировал электрический свет. Для декораций Матисс выбрал свой любимый небесно-голубой цвет, вырезал из цветной бумаги декорации и костюмы и направил на них луч света. Русские декораторы были поражены необычными методами француза («Он работал в мастерской ножницами, вырезая и составляя макет из кусочков бумаги») и полным пренебрежением общепринятыми правилами оформления сцены» (Сперлинг, 2011, с.271).

Аналогия Анри Матисса. Изображая на своих полотнах интерьеры гаремов Танжера (Марокко), Матисс часто использовал восточные вещи, которые сам покупал из года в год. Х.Сперлинг в книге «Матисс» (2011) сообщает: «Матисс годами покупал восточные вещи – жилеты, куртки, шелковые платья, ковры, лампы, подносы, инкрустированные столики – у супругов-ливанцев по имени Ибрагим, державших лавку на улице Ройяль в Париже. Из них художник и сочинял интерьеры гаремов Танжера с бесконечными коврами, диванными подушками, пышными тканями, маленькими столиками или табуретками. Белый тюрбан, в котором позировала Маргерит, а до нее Лоретта и Антуанетта Арну, Матисс попросил прислать из Исси вместе с восточной кушеткой и персидским платьем. Идею использовать всю эту бутафорию и костюмы, похоже, подсказало сотрудничество с дягилевским балетом, вдохновившее Матисса на экспериментирование с шароварами и топами, испанскими шалями…» (Сперлинг, 2011, с.280). Многие полотна А.Матисса часто подвергались переделкам и исправлениям, что позволяет говорить о методе проб и ошибок. Х.Сперлинг в той же книге говорит о том, как дочь художника Маргерит счищала (соскребала) краску с картин своего отца, если он не находил в них совершенства: «Как бы отчаянно семья ни нуждалась («мясник и булочник тянут ко мне руки в ожидании денег»), он систематически уничтожал – или заставлял это делать жену и дочь – любое полотно, в котором обнаруживал хотя бы малейший след банальности или конформизма. Маргерит вспоминала, как скрепя сердце счищала краску с картины за картиной, обреченных на уничтожение…» (там же, с.93). «Всю свою жизнь Маргерит слышала от отца, что лучше уничтожить картину, чем довольствоваться быстрыми результатами, сколь привлекательными бы они ни казались на первый взгляд…» (там же, с.255).

Аналогия Андре Дерена. Французский художник А.Дерен (1880-1954) нередко по аналогии применял в своей живописи стилистические особенности творчества художников периода Раннего Возрождения, а также современных ему мастеров кисти. Г.В.Дятлева, С.А.Хворостухина и О.В.Семенова в книге «Популярная история западноевропейской живописи» (2001) отмечают: «Дерен никогда не останавливался на достигнутом, он постоянно совершенствовал свой метод, изучая и копируя произведения мастеров Раннего Возрождения, болонских живописцев и современных ему знаменитых художников. Многие особенности их творчества он применял в своей живописи («Две обнаженные женские фигуры и натюрморт», 1935; «Мрачный пейзаж», ок.1950)» (Дятлева и др., 2001, с.445).

Аналогия Жоржа Брака. Французский художник Жорж Брак (1882-1963) создал некоторые свои произведения по аналогии с полотнами Пабло Пикассо. В частности, картина Ж.Брака «Обнаженная» (1908) демонстрирует силу влияния «Авиньонских девиц» (1907), созданных Пикассо. В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993) повествует: «Друзья художника (друзья Пикассо – Н.Н.Б.), особенно поэты, были покорены «Авиньонскими девицами». Гийом Аполлинер первым понял, что находится у истоков необычного искусства. Он приводит в мастерскую Жоржа Брака, который пишет «Обнаженную» - отклик на «Девиц» (В.С.Турчин, 1993). Об этом же пишет А.Валлантен в книге «Пабло Пикассо» (1998): «…Через некоторое время после знакомства с Пикассо он (Ж.Брак – Н.Н.Б.) посылает в Салон независимых художников большое полотно (это была его первая картина, показанная широкой публике), которое явно было интерпретацией художественного видения Пикассо в «Авиньонских девицах» (А.Валлантен, 1998).

Аналогия Пабло Пикассо. Отправной точкой (исходным мотивом) полотна Пикассо «Крестьяне и волы» послужила картина испанского художника Эль Греко (1541-1614) «Святой Иосиф с младенцем Иисусом». Данное произведение Эль Греко не было единственной предпосылкой указанной работы Пикассо, но его роль нельзя оставить без внимания. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) описывает иконографические источники полотна «Крестьяне и волы»: «По свидетельству Барра, как раз в то время, когда Пикассо проездом по пути в Госол находился в Барселоне, его старый друг Мигель Утрилло только что издал первую испанскую монографию, посвященную Эль Греко. В этой книге, а также в двух художественных журналах, напечатанных в Париже той осенью, в качестве иллюстрации была помещена репродукция картины Эль Греко «Святой Иосиф с младенцем Иисусом», в композиции которой просматривается очевидная близость с «Крестьянами и волами» (Р.Пенроуз, 2005). «…Спустя почти два года, - резюмирует Р.Пенроуз, - на уме у Пикассо вновь был Эль Греко» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Влияние Эль Греко отразилось в рисунке Пикассо «Старик с больной девочкой», который появился на свет гораздо раньше полотна «Крестьяне и волы». Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) отмечает: «Уже в мадриде на него (на Пикассо – Н.Н.Б.) произвела глубокое впечатление живопись Эль Греко, а тот интерес, с которым Русиньол и Утрилло относились к творчеству этого великого мастера, побуждал Пикассо рассматривать его картины с еще большим восхищением. В рисунках Пабло, выполненных рашкулем, вроде «Старика с больной девочкой», ясно просматривается столь характерная для Эль Греко удлиненность голов и конечностей, которую Пикассо позаимствовал у него, приспособив для себя» (Р.Пенроуз, 2005). Отметим, что Мигель Утрилло был историком искусств, а также художественным критиком, исповедовавшим прогрессивные идеи. Он много путешествовал по Италии. По свидетельству Р.Пенроуза, «интерес Пикассо к готическим и романским фрескам, а также к полихромной скульптуре, которой изобиловала Каталония, берет свое начало как раз с того периода, когда энтузиазм Утрилло по отношению к этим художественным явлениям достиг наивысшей точки» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. В картине Пикассо «Старик-гитарист» можно заметить следы заимствований у французских художников Анри Тулуз-Лотрека и Поля Гогена. Х.В.Янсон и Э.Ф.Янсон в книге «Основы истории искусств» (1992) говорят об указанной картине Пикассо: «Старик-гитарист» представляет собой странную смесь маньеризма и заимствований у Тулуз-Лотрека и Гогена, приправленную меланхолическим настроением самого двадцатидвухлетнего гения» (Х.В.Янсон, Э.Ф.Янсон, 1992). Авторы монографии «Основы теории искусств» не называют имена художников маньеристского направления, у которых заимствовал Пикассо, но мы знаем, что речь может идти о том же самом Эль Греко. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) детализирует источники, от которых отталкивался Пабло: «Есть, например, картина под названием «Старый гитарист»: его удлиненные конечности, перекрученная поза и аффектированные жесты вызывают в памяти маньеристский стиль Эль Греко…» (Р.Пенроуз, 2005). О влиянии Эль Греко на молодого Пикассо говорит также А.Валлантен в книге «Пабло Пикассо» (1998): «Первым свидетельством влияния живописи Греко на Пикассо была маленькая пастель «Мать и сын», написанная в 1898 году (коллекция Странского, Нью-Йорк). Фигуры и лица людей на картине вытянуты, женщина и ребенок как бы спаяны друг с другом, расположение складок на мантии подчеркивает стремление вверх» (А.Валлантен, 1998).

Аналогия Пабло Пикассо. Хотя еще до приезда в Париж Пикассо мог видеть отдельные картины Тулуз-Лотрека, Гогена и Дега, тем не менее, именно в столице Франции, которая в то время являлась крупным центром художественной жизни, Пикассо внимательно изучил работы перечисленных мастеров, включая Ван Гога. Он стал смело использовать в своем творчестве их стиль и сюжеты. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) говорит о первом приезде Пикассо в Париж: «Молодой Пикассо с жадностью изучал картины Дега, Ван Гога, Гогена и Тулуз-Лотрека. Несмотря на кратковременный характер этого посещения Парижа и на неисчислимое количество всевозможных развлечений, молодой художник нашел время, чтобы написать несколько картин, которые несут на себе отпечаток той невероятной быстроты, с которой он был способен ассимилировать эти новые влияния» (Р.Пенроуз, 2005). «Пикассо, - поясняет Р.Пенроуз, - с его жадным аппетитом к исследованию творчества других художников, стал интенсивно осознавать новые веяния. Выбирая художественные явления, впечатлявшие его наиболее глубоко, он без всяких смущений и колебаний брал от них те элементы, в которых нуждался. (…) Украденные идеи трансформировались и ассимилировались им настолько полно, что действительные творцы этих идей могли бы лишь в немногих случаях претендовать на авторство» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Картины Пикассо «Канкан» и «Мулен де ла Галетт» (1900) написаны по образцу с работами А.Тулуз-Лотрека. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) замечает относительно указанных картин Пикассо: «Канкан» и еще более значительная его работа «Мулен де ла Галетт», - это произведения, в которых отчетливо проявляется влияние Тулуз-Лотрека. Поскольку здесь, в Париже, была вотчина этого своеобычного живописца, очень трудно было видеть те же сцены, которые он с такой яркостью писал когда-то, и нисколько не подпасть под его обаяние» (Р.Пенроуз, 2005). Антонина Валлантен в книге «Пабло Пикассо» (Ростов-на-Дону, изд-во «Феникс», 1998) повествует: «Тулуз-Лотрек стал одним из первых великих открытий молодого Пабло

Пикассо. «Именно в Париже я понял, каким великим художником он был», - вспоминает он. Он очарован этим четко оформившимся мастерством, которое казалось независимым от сюжета. В своей бедной комнатушке на бульваре Клиши Пикассо повесил на стену афишу Тулуз-Лотрека, изображающую танцовщицу Мэй Мильтон в развевающихся юбках» (А.Валлантен, 1998).

Аналогия Пабло Пикассо. Специалисты полагают, что картина Пикассо «Танцующая карлица» (1901) – результат изучения произведений Веласкеса и других художников. А.Валлантен в книге «Пабло Пикассо» (1998) пишет о «Танцующей карлице»: «В парижском сюжете чувствуется испанское влияние, «Карлица» напоминает скорее шутов Веласкеса, чем завсегдатаев «Мулен Руж» (А.Валлантен, 1998). Р.Пенроуз в монографии «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) дает следующую характеристику картине «Танцующая карлица»: «Пикассо еще раз продемонстрировал свою способность украсть из различных стилей то, что его заинтересовало, а потом собрать награбленное воедино таким образом, чтобы итог стал его собственным гармоническим творением» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Молодой художник восхищался произведениями Ван Гога, находя в них много полезного для себя. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) говорит о картинах Пабло, написанных в 1900-е годы: «…Смелая, даже дерзкая, хоть и несколько тяжеловесная манера живописи вкупе с подчеркнутой уверенностью рисунка свидетельствуют о том же, о чем говорил и сам Пикассо, - а именно, что влияние Ван Гога на него было в ту пору гораздо сильнее, нежели воздействие любого другого живописца» (Р.Пенроуз, 2005). Об этом же пишет А.Валлантен в монографии «Пабло Пикассо» (1998): «Когда позднее его спросили, чье влияние он ощущал более всего по приезде в Париж, он, не колеблясь, ответил: «Ван Гога» (А.Валлантен, 1998).

Аналогия Пабло Пикассо. Пикассо не прошел мимо греческой скульптуры, что не удивительно, ведь именно античные произведения в свое время вдохновляли итальянских живописцев эпохи Вохрождения. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) раскрывает то, что питало художественную мысль Пикассо на определенном этапе его эволюции: «Впоследствии интенсивное изучение греческой скульптуры тоже принесло свои плоды в виде атлетических фигур мальчиков, ведущих под уздцы лошадей, и в роскошной, плодоносной женственности крестьянок из Госола. Уроки Греции придали изобильность их формам и изящество телесным пропорциям, причем этого удалось добиться, не возвращаясь к академическим концепциям» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Многие произведения Пабло Пикассо, написанные в стиле так называемого «кубизма», появились на свет в результате заимствования и переноса на полотно элементов негритянской скульптуры. Впервые Пикассо столкнулся с роскошным собранием негритянской скульптуры в Музее исторической скульптуры в Трокадеро (Париж), причем совершенно случайно. Следовательно, перед нами не что иное, как перенос (аналогия), основанный на факторе случая. Этот момент роднит деятельность художников с деятельностью ученых, многие открытия которых также совершаются на базе случая (непредвиденного стечения обстоятельств). Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (Минск, «Поппури», 2005) пишет о Пикассо: «Заглянув в Музей исторической скульптуры в Трокадеро, он случайно обнаружил, что в тамошнем этнографическом отделе содержится роскошное собрание негритянской скульптуры. Искусство черной Африки пользовалось в Трокадеро уважением лишь по причине его научной ценности. В ту пору не предпринималось никаких попыток представить эти вещицы как произведения искусства – напротив, они были небрежно свалены в ужасно освещенных стеклянных витринах с полным пренебрежением к тем немногим чудакам, которые могли бы заинтересоваться их потрясающей художественной формой. В некоторых отношениях данное обстоятельство придавало его открытию еще более захватывающий характер, и Пикассо навсегда запомнил чувство, испытанное им при первом соприкосновении с негритянским искусством. Весьма существенно, что он сразу же уяснил всю значимость своей находки и узрел ее глубинный смысл, на который можно было опереться, вызвав революцию в искусстве, - в отличие от других живописцев, прежде него совершивших то же открытие, но в их творчестве до сих пор не было заметно никаких признаков его влияния. Вскоре после этого Пикассо начал покупать негритянские статуэтки в антикварной лавке на рю де Ренне. (…) Полностью пренебрегая стилистическим единством, Пикассо вписал в свою картину две чудовищные головы, в которых запечатлелось его восторженное отношение к своему новому открытию» (Р.Пенроуз, 2005). Здесь речь идет о картине Пикассо «Авиньонские девицы», положившей начало кубизму. Р.Пенроуз пишет об этой картине: «Пикассо завершил работу над «Авиньонскими девицами» не позднее чем через год после появления картины Матисса «Радость жизни», с которой у нее есть кое-какое поверхностное сходство» (Р.Пенроуз, 2005). Говоря о деформациях лица и тела персонажей на картинах Пикассо первого десятилетия 20 века, В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993) замечает: «Очевидно воздействие традиционной африканской скульптуры. Ею с 1905 г. увлекались Матисс, Дерен и Вламинк. Осенью 1907 г. в Трокадеро была открыта большая выставка, посвященная быту и культуре народов Африки. Поэтому маскообразность отдельных ликов, их почти ритуальная штриховка, несомненно, идет от этих внеевропейских образцов искусства. Попытки освежить средства изобразительного искусства за счет обращения к «чужим» культурам наметились давно, со времен Поля Гогена, уехавшего на острова Океании, и мастеров стиля модерн. Но столь радикальных выводов, кроме Пикассо, никто не сделал» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Пабло Пикассо. Специалисты полагают, что прототипами фигур обнаженных женщин на картине Пикассо «Авиньонские девицы» (1907) послужили обнаженные женские тела, представленные на многих полотнах Поля Сезанна. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) говорит об этих прототипах: «Прототипы для общей композиционной схемы можно отыскать в картинах Сезанна, где целые группы обнаженных женских тел объединены в большие композиции, изображающие купальщиц. Вполне возможно, что какая-то подсказка была навеяна его же «Искушением святого Антония», где центральный образ – это обнаженная фигура с поднятой рукой на фоне драпировки. А идею замкнутого интерьера, ограниченного занавесами, Пикассо почерпнул из «Олимпии» того же автора» (Р.Пенроуз, 2005). Но упрощенные черты лиц женщин, изображенных на картине «Авиньонские девицы», конечно, имеют своим источником африканские скульптуры с негритянскими масками. «В африканской скульптуре, - поясняет Р.Пенроуз, - было множество различных аспектов, которые интриговали Пикассо. Упрощенные черты негритянских масок с невероятной силой выражают первобытные ужасы джунглей» (Р.Пенроуз, 2005). Далее Р.Пенроуз говорит о головах, которые встречаются во многих этюдах Пикассо: «По утверждению большинства критиков, эти головы происходят от масок, привезенных с Берега Слоновой Кости (теперь Кот-д'Ивуар). Именно в силу этой и других подобных причин данный этап творчества Пикассо, начинающийся как раз с «Авиньонских девиц», был назван негритянским периодом» (Р.Пенроуз, 2005). В.С.Турчин в монографии «По лабиринтам авангарда» (1993) также связывает «Авиньонских девиц» Пикассо с полотнами Сезанна. «Группировка фигур, - пишет В.С.Турчин о картине «Авиньонские девицы», - возможно, навеяна одной из композиций картины «Купальщицы» Поля Сезанна, ставшего вдохновляющим примером для будущих художников-кубистов. Учтем, в 1907 г. в Париже была показана ретроспективная выставка произведений скончавшегося год назад мастера из Экса» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Пабло Пикассо. Картина Пикассо «Женщина в желтом» также написана под влиянием негритянской скульптуры. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) пишет о влиянии негритянской скульптуры на Пикассо: «Эти влияния ассимилировались и органически сочетались с той неизменной любовью, которую Пикассо питал к архаическим иберийским скульптурам из бронзы. Кое-какие образы, напоминающие об этих влияниях, по-прежнему прослеживаются в таких картинах, как, например, «Женщина в желтом» (Р.Пенроуз, 2005). «Интерес к необузданной экспрессивности и примитивной силе негритянской скульптуры, - замечает Р.Пенроуз, - возник в тот момент, когда Пикассо вновь был поглощен проблемой воссоздания трехмерных пространственных форм на двумерной поверхности холста. Его мысли вдохновлялись тогда скульптурой, но лишь два года спустя он опять взялся за это ремесло» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Ранний набросок к картине Пикассо «Семейство комедиантов» (1905) – своеобразная реминисценция (аллюзия) на картины Эдгара Дега, посвященные той же теме. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) пишет о произведении Пикассо «Семейство комедиантов»: «В раннем наброске данной картины фоном служила сцена, разыгрывающаяся на ипподроме, своего рода реминисценция жанровых картин Дега, причем один из наездников падал с лошади» (Р.Пенроуз, 2005). Следует отметить, что цирк и его персонажи были сюжетом многих картин таких художников, как Дега, Тулуз-Лотрек, Сера. Как справедливо отмечает Р.Пенроуз, «в продолжение нескольких лет наиболее популярным местом развлечения среди артистической молодежи всех мастей был цирк Медрано (находящийся в Париже – Н.Н.Б.), который до сегодняшнего дня все еще продолжает очаровывать все новые поколения парижан. Его клоуны, акробаты и лошади приводили в восхищение Дега, Тулуз-Лотрека, Форена, Сера и многих других художников» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Картины Пикассо, на которых изображены циркачи и акробаты, отражают воздействие произведения П.Сезанна «Пьеро и Арлекин» (1888). Французское название этого полотна «Mardi Gras». Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) констатирует: «На протяжении XIX века Арлекин отнюдь не был в фаворе у живописцев, но еще до того, как столетие подошло к концу, этот персонаж блистательным образом появился вновь в картине Сезанна «Mardi Gras». Ее приобрел Воллар, и Пикассо успел увидеть эту замечательную работу прежде, чем ее перекупил коллекционер Щукин и увез с собой в Россию. Следовательно, тема этого живописного полотна оказалась первой ласточкой бесспорного влияния на Пикассо со стороны Сезанна. Все это случилось приблизительно за шесть лет до того, как он готов был полностью впитать в себя грандиозные стилистические новации, свойственные творчеству Сезанна» (Р.Пенроуз, 2005). Однако картина Сезанна «Пьеро и Арлекин» - лишь один из иконографических источников многочисленных полотен Пикассо, на которых присутствуют балетные, театральные и цирковые персонажи. Среди других источников (предпосылок) мы видим театральные представления, организованные русским деятелем искусства Сергеем Дягилевым во Франции в начале XX века. С.Батракова в книге «Художник XX века и язык живописи. От Сезанна к Пикассо» (1996) отмечает: «В 1909 г. состоялись первые гастроли дягилевского балета во Франции. Спустя несколько лет Ж.Кокто привел в русский театр Пикассо, который вскоре принял участие в оформлении спектаклей. Новаторская стилистика русского балета оказала огромное влияние на художника, страстно влюбленного в театр и в молодую жену – балерину Ольгу Хохлову. Именно в балете изысканная театральность, отличавшая творчество художников «Мир искусства», обрела свободу и чистоту выражения. Балетное парение над реальностью, все эти Петрушки, Коломбины, Арлекины, фавны и нимфы оказались как нельзя кстати для Пикассо, давно одержимого поисками не совсем обычных, выпадающих из обыденности персонажей» (С.Батракова, 1996). Большое впечатление на Пикассо оказали также герои цирка Фернандо (цирка Медрано в Париже), которых впоследствии художник переносил в свои картины. Жан Поль Креспель в книге «Повседневная жизнь импрессионистов» (Москва, «Молодая гвардия», 2012) говорит о цирке Медрано: «…Руо, Ван Донген, Пикассо и многие другие современные художники часто именно здесь находили сюжеты для самых удачных своих полотен. У Пикассо цирку посвящены почти все картины «розового периода», справедливо названного Фернандой Оливье «периодом арлекинов» (Креспель, 2012, с.177).

Аналогия Пабло Пикассо. Поза фигуры, изображенной на картине Пикассо «Дриада» (1908), по аналогии заимствована из седьмой гравюры второй книги знаменитого анатома Андреаса Везалия «О строении человеческого тела». На этой гравюре изображен висельник, поза которого идентична позе Дриады Пикассо. А.Г.Костеневич в статье «Дриада. Генезис и смысл картины Пикассо» («Вестник истории, литературы, искусства», Москва, изд-во «Наука», 2005, том 1, стр.118-131) пишет о результатах исследований знатока искусства Джона Ричардсона, который изучил иконографические источники картин Пикассо: «Оказалось, что поза Дриады идентична позе висельника в 7-й гравюре из второй книги знаменитого естествоиспытателя и ксилографа XVI века Андреаса Везалия «О строении человеческого тела». Это не значит, что Пикассо попросту заимствовал у старого мастера позу, ведь он и сам постепенно приближался к ней, но Везалий подсказал ему окончательную редакцию. Ричардсон справедливо предположил, что с жуткой гравюрой повешенного мертвеца, полускелета-полуэкорше, художника познакомил Гийом Аполлинер, большой ценитель антикварных книг. По словам Ричардсона, интерес Пикассо к Везалию был не случаен» (А.Г.Костеневич, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Полотна Пикассо, изображающие молодых женщин с мандолиной, написаны не без влияния картин Камиля Коро «Девушка с мандолиной» (1865), «Цыганка с мандолиной» (1874). Что касается произведения Пикассо «Танец с покрывалом» (1907), то в нем можно обнаружить перекличку с картиной А.Матисса «Голубое ню» (другое название – «Голубая обнаженная», 1907). В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993) констатирует: «Некоторые «мандолинистски» Пикассо восходят к «Девушкам с мандолиной» К.Коро; его «Танец с покрывалом» (1907) – вариация на картину «Голубое ню» А.Матисса» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Пабло Пикассо. Помимо Сезанна, Пикассо написал ряд картин под влиянием Анри Руссо (художника, которого называли «таможенник Руссо»). Об этом свидетельствует следующий фрагмент из книги Р.Пенроуза «Пикассо: жизнь и творчество» (2005): «Незадолго до отъезда из Ла-Рю-де-Буа Пикассо развлечения ради написал две картины, в которых содержатся очень яркие реминисценции из творчества двух живописцев, о которых он в ту пору размышлял больше всего. На одной из указанных работ центральным объектом является высокая черная шляпа, столь характерная для более поздних картин Сезанна – она лежит на мятой узорчатой скатерти, а перед ней разложены фрукты. Другая картина представляет собой натюрморт с цветами, где центральное расположение букета и простые, симметричные формы цветков и листьев напоминают о стиле таможенника Руссо» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. В ряде случаев Пикассо переносил на свои полотна идеи, взятые у французского живописца, графика и скульптора Жоржа Брака (1882-1963). Впрочем, и сам Ж.Брак черпал идеи у Пикассо, что можно назвать взаимным обменом находками и достижениями. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (Минск, «Поппури», 2005) пишет: «Зачастую говорилось, и не без злого умысла, что Пикассо готов украсть что угодно и у кого угодно, коль скоро это его в достаточной мере заинтригует. Есть и люди, утверждающие, будто во времена своего тесного сотрудничества с Браком он, посетив мастерскую друга, всякий раз спешил домой, чтобы поскорее воспользоваться идеями, подсказанными ему только что увиденной работой Брака. Эти злонамеренные слухи расползались до такой степени, что, как говорит Кокто (который и сам отнюдь не был свободен от привычки к заимствованию, особенно у Пикассо), второстепенные художники-кубисты чуть ли не прятали свои самые последние и самые любимые изобретения, когда Пикассо приходил к ним с визитом, поступая так из опасения, что тот с выгодой для себя воспользуется какой-нибудь подсмотренной им тривиальной идеей, с которой его конкуренты тайно связывали надежды на известность или даже славу. Это, однако, нельзя назвать воровством, и – поскольку мир идей не должен иметь никаких границ, - важно здесь совсем другое, а именно: что же удалось сделать из этого впоследствии» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Некоторые полотна Пикассо несут на себе следы влияния иберийской скульптуры, которая процветала в Испании до нашествия римлян. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) говорит о Пикассо: «Он опять соприкоснулся с романским и готическим искусством Каталонии, и в нем вновь разгорелось страстное увлечение живописью Эль Греко. Но еще более важным для художника стало открытие иберийской скульптуры, которая процветала на полуострове еще до нашествия римлян и, кстати, незадолго до поездки Пикассо в Испанию впервые выставлялась в Париже. Эти бронзовые статуэтки были найдены при раскопках в Осуне, неподалеку от Малаги, а в 1903 году их приобрел Лувр. К ним добавился еще один экспонат – полихромный портретный бюст, известный под названием «Дама из Элче». Для Пикассо, который вел неустанный и жадный поиск новых форм в искусстве, эти скульптуры оказались привлекательными благодаря их неортодоксальному стилю, пренебрегавшему тщательной отделкой и проработкой деталей» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Картина «Три танцовщицы» (1925), знаменующая собой начало периода сюрреализма в творчестве Пикассо, по аналогии подсказана знаменитой скульптурной группой «Танец» (1869), созданной на фасаде здания Большой оперы в Париже известным скульптором Жаном Батистом Карпо. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) пишет о картине Пикассо «Три танцовщицы»: «…Вся данная композиция выглядит навеянной известной группой полных чувственности танцующих фигур, которых Карпо расположил на фасаде парижской «Гранд-Опера» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Создавая картину «Герника» (1937), главным персонажем которой является мать, прижимающая к себе мертвого ребенка, Пикассо срисовал лица изображенных на полотне женщин со своих бывших жен: Мари-Терез Вальтер, с которой впервые встретился в 1931 году, и Доры Маар, которая стала его спутницей в 1936 году. А.Валлантен в книге «Пабло Пикассо» (1998) пишет о картине Пикассо «Герника»: «В своем стремлении к упрощению Пикассо отказался от каких бы то ни было элементов символизма и декоративности (у него была целая серия этюдов, где он изобразил глаза персонажей в виде цветов, рыб, узлов). Для женских лиц Пикассо использовал знаковые модели: несчастная мать, а также две женщины в правой части полотна позаимствовали свои черты у Мари-Терез; прекрасный профиль женщины в окне, держащей фонарь – тот самый фонарь, которым были отмечены прощания любовников на улице Ля Боэси – это Дора Маар» (А.Валлантен, 1998).

Аналогия Пабло Пикассо. Моделью многих женщин, изображенных на картинах Пикассо, послужила Мария-Тереза Вальтер (1909-1977), очаровательная девушка, которую художник случайно встретил в Галерее Лафайет в Париже. Мы уже говорили о том, что случайность, дающая о себе знать в творческой деятельности живописцев, похожа на случайность, которая играет существенную роль в научном поиске. Перед нами еще один пример фактора случая, влияющего на результаты поиска нужной модели (желаемого типажа) для картины. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) говорит о событиях 1932 года: «Новой моделью Пикассо, чье сладострастное влияние так настойчиво отображается во всех этих холстах, как правило, больших по своим размерам, стала Мария-Тереза Вальтер – молоденькая девушка, встретившаяся ему совершенно случайно некоторое время назад и привлекшая художника своей крепкой, здоровой фигурой, обликом скандинавской блондинки и странной отчужденностью. Она всегда вела себя согласно собственной сиюминутной склонности, меняя свое настроение или образ жизни совершенно непоследовательным образом…» (Р.Пенроуз, 2005).

Аналогия Пабло Пикассо. Создавая картину «Резня в Корее» (1951), Пикассо заимствовал отдельные детали композиции из картины Ф.Гойи «Расстрел мадридских повстанцев в ночь на 3 мая 1808 года» (1814) и полотна Эдуарда Мане «Казнь императора Максимилиана» (1867). Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) пишет: «После «Герники» и «Склепа» картина «Резня в Корее» взывает к чувствам зрителя способом, который в целом более понятен широкой публике. В ее композиции присутствует нечто, в определенной мере позаимствованное как из сцены расстрела 1808 года, написанной Гойя, так и из «Казни Максимилиана» Мане» (Р.Пенроуз, 2005). Изложенное подтверждает Антонина Валлантен в монографии «Пабло Пикассо» (Ростов, «Феникс», 1998): «Резня в Корее» отражает его жалость к слабым и глубокое отвращение к жестокой силе. В своем произведении он избегает символики, говоря на доступном всем языке, как народный оратор, обращающийся к массам. Чтобы написать то, что происходит в Азии, он черпает вдохновение в картине Гойи «Расстрел 3 мая» (А.Валлантен, 1998).

Аналогия Пабло Пикассо. Среди произведений Пикассо есть картины, написанные благодаря тому, что испанец по аналогии перенес в них отдельные образы и мотивы полотен Рембрандта. С.Батракова в книге «Художник XX века и язык живописи. От Сезанна к Пикассо» (1996) подчеркивает: «Пикассо всегда помнился его любимый Рембрандт. Особенно пристально он смотрел графику великого голландца. Можно найти прямые переклички в творчестве Пикассо и Рембрандта. К примеру, упомянутый офорт «Отдыхающий скульптор и модель в маске» из «Сюиты Воллара» (№ 50) напоминает рембрандтовский рисунок и гравюру с изображением художника и модели (рисунок 1639 г.). В правом нижнем углу рембрандтовской композиции художник за работой, а над ним возвышается изящная фигурка обнаженной модели, повернутая к нам спиной (как тут не вспомнить древнегреческую статую Афродиты Каллипиги, т.е. «прекраснозадой»)» (С.Батракова, 1996). В так называемой «Сюите Воллара» имеются работы Пикассо, где художник с любовью изображает самого Рембрандта. С.Батракова в той же монографии поясняет: «Пикассо любил Рембрандта. Творчество великого голландца (особенно графика) оказало на него огромное влияние. Что касается образа Рембрандта в «Сюите», то он, как рассказал Пикассо в 1934 году, возник на гравировальной доске случайно, вроде бы сам собой. Пикассо увлекся, вслед за первым листом появился второй, третий, четвертый… Сначала Рембрандт очень похож на собственные автопортреты, разве что чуть-чуть утрированы черты его серьезного, толстого, усатого лица…» (С.Батракова, 1996).

Аналогия Пабло Пикассо. Картина Эжена Делакруа «Алжирские женщины» (1834) по аналогии подсказала Пикассо тему многочисленных вариаций, которые он создал в 1955 году. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) говорит о том, как он (сам Р.Пенроуз – Н.Н.Б.) впервые ознакомился с циклом этих вариаций, разработанных великим испанцем: «…В центре комнаты стоял сам Пикассо, дружелюбный и улыбчивый. Вытаскивая одно за другим полотна, образующие собой данный цикл, он показывал мне все богатое разнообразие стилей и фантазийных вариаций, которым подверг «Алжирских женщин». Первый же взгляд на мавританские интерьеры и провокационные позы нагих девушек напомнил мне об одалисках Матисса. «Вы правы, - со смехом подтвердил он, - когда Матисс умер, то оставил своих одалисок мне в качестве наследства, и меня давно волновали идеи насчет Востока, хотя я там и никогда не был» (Р.Пенроуз, 2005). В другом месте своей книги Р.Пенроуз вновь обсуждает вопрос о вариациях, написанных Пикассо под влиянием одного из полотен Делакруа: «…Он начал в 1954 году работу над циклом из пятнадцати вариаций на тему шедевра Делакруа «Алжирские женщины». Эта картина часто вспоминалась ему» (Р.Пенроуз, 2005). Этот же вопрос рассматривает Антонина Валлантен в книге «Пабло

Пикассо» (Ростов, «Феникс», 1998): «13 декабря 1954 года Пикассо пишет два первых варианта «Алжирских женщин». На него явно повлияла спокойная чувственность двух произведений Делакруа на эту тему; появившуюся в его творчестве восточную атмосферу он связывает с присутствием Жаклин (Жаклин Рок, ставшей женой художника в 1958 году – Н.Н.Б.). Двух из четырех женщин на своей картине он заимствует с полотна Делакруа, находящегося в Лувре: одна из них сидит, скрестив ноги, к зрителю она обращена в профиль, голова ее слегка наклонена. Женщина обнажена, у нее круглые груди и большой живот» (А.Валлантен, 1998).

Аналогия Пабло Пикассо. Пабло Пикассо создал изрядное количество вариаций на тему картины Веласкеса «Менины». М.Дмитриенко в книге «Веласкес» (Москва, «Молодая гвардия», 1965) пишет: «…Спустя три столетия после Веласкеса другой андалузец – Пабло Пикассо – шел к Веласкесу, чтобы в другую эпоху, в другой обстановке проанализировать принципы построения «Менин». Он создал более 50 полотен на темы этого произведения» (Дмитриенко, 1965, с.246). Об этом же сообщает М.Ю.Торопыгина в книге «Веласкес» (Москва, «ОЛМА Медиа Групп», 2010): «В XX веке Пикассо пытается подвергнуть деконструкции знаменитые «Менины», а Дали включает в свои композиции отдельные мотивы из произведений мастера. Прекрасные живописные формулы Веласкеса используются как готовые находки, но уже в отрыве от того содержания, которое вкладывал и воплощал в них сам мастер» (Торопыгина, 2010, с.9). Можно также процитировать В.С.Турчина, который в книге «По лабиринтам авангарда» (1993) сообщает: «Что представляют из себя его вариации на тему картины одного мастера, лучше всего можно понять, взглянув на 44 версии «Менин» Веласкеса. Рожденный в стране Веласкеса и искренне любивший его произведения, Пикассо создает некие фантазии-воспоминания на тему известного полотна. Это свободный диалог с картиной, который ему во время работы напоминала простая черно-белая репродукция. (…) (…) Пикассо ломает обычные структуры, что-то добавляет или убирает. Это бесконечная игра в ассоциации, лаборатория пластических метафор» (В.С.Турчин, 1993). М.Дмитриенко пишет о картине Веласкеса «Менины», на которой живописец изобразил королевскую семью Испании: «Маэстро вынес короля и королеву за грань полотна. Возле двери с фигурой гофмаршала он написал зеркало. Из его мерцающей глади чуть проглядывали отражения их величеств. Это была находка! Художник нашел способ связать действие картины с реальностью настолько, что каждый, кто видел ее, невольно ощущал себя персонажем. Возле инфанты маэстро написал свой портрет. Иллюзия жизненности достигалась живописными средствами. Краски, брошенные на полотно легко и свободно, создавали впечатление объемности и глубины» (Дмитриенко, 1965, с.223). Примечательно, что эта картина Веласкеса нравилась многим художникам, в том числе И.Е.Репину. М.Дмитриенко в той же книге отмечает: «Художник России ценил в испанском маэстро умение лаконично передавать сущность создаваемого образа. Особенно нравились ему портреты. Когда И.Е.Репин посетил Мадрид, он часы проводил в Прадо, где копировал «Менины» (там же, с.245).

Аналогия Пабло Пикассо. Картина Э.Мане «Завтрак на траве» (1863) пополнила список шедевров, которые подверглись варьированию со стороны Пикассо. Р.Пенроуз в той же книге сообщает: «Пикассо снова взял классическую картину, которой он всегда восхищался, и использовал ее в качестве отправной точки для ряда последовательных вариаций и видоизменений. На сей раз он выбрал «Завтрак на траве» Мане, воспроизводивший событие, которое легко могло иметь место в солнечном свете и тенях, напитанных влагой лугов Вовенарга. Композиция этого пейзажа с человеческими фигурами уже была позаимствована самим Мане из выставленной в Лувре картины Джорджоне «Сельский концерт» (Р.Пенроуз, 2005). В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993) следующим образом характеризует склонность Пикассо к созданию вариаций на тему полотен мастеров прошлого: «Он интерпретирует картины Пуссена, Давида, Курбе, Делакруа, Мане, Веласкеса. Старинная живопись переведена художником на язык современных живописных символов. Подобные действия со стороны Пикассо понятны. Своих «варварских» обнаженных в ранний кубистический, т.е. крайне критический для использования музейных впечатлений период художник писал, оглядываясь на «Спящую Венеру» Джорджоне и «Одалиску» Энгра. (…) Пикассо мастерски играл на клавиатуре самых разнообразных стилей. В своем творчестве он мог использовать приемы рисунка греческой вазописи, пример скульптуры Африки и Древней Мексики, образцы живописи Эль Греко, Веласкеса, Рембрандта, Пуссена, Энгра, Делакруа, Курбе, Мане, Сезанна. (…) У каждого мастера он брал какую-то одну черту, органично «вплавляя» ее в свои произведения» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Пабло Пикассо. Как и другие художники, Пикассо писал некоторые этюды путем копирования фотографий, дополняя эти копии элементами, почерпнутыми из своего богатого художественного опыта. Р.Пенроуз в книге «Пикассо: жизнь и творчество» (2005) констатирует: «Возобновившийся интерес Пикассо к реалистическим рисункам часто приводил его к изготовлению графических копий и почтовых открыток «с картинками», на которые совершенно случайно падал его выбор. Открытка с изображением молодой пары в тирольских национальных костюмах превратилась в большой и роскошный рисунок карандашом, который ни в коем случае не является рабской копией, а скорее благородным и вдохновенным этюдом, нарисованным с такой жизненной силой и свежестью, что исходная фотография смотрелась бы рядом с ним несомненной и жалкой пародией на действительность» (Р.Пенроуз, 2005). О том, что в ряде случаев Пикассо использовал фотографию, которая помогала ему правильно отобразить на картине те или иные предметы и их очертания, сообщает также В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993): «…Художник нуждался в прямых контактах с натурой. Нередко он «выстраивал» свои натюрморты в объем, привешивая к будущему холсту, с намеченными контурами композиции, реальную гитару и вырезку из газеты. Еще более характерно, что в 1911-1912 гг. художник часто берет в руки фотоаппарат, делая такие снимки, как «Портрет Канвайлера» или «Ева Гуэль в кимоно» (В.С.Турчин, 1993). «В середине XIX столетия, - аргументирует В.С.Турчин, - фотография – массовое явление. Для создания своих произведений ею пользовались как источником вдохновения и поисков определенных пластических, запечатленных на бумаге мотивов многие: Делакруа, Курбе, Дега, Мане, Сезанн. Фотография широко вошла в быт» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Пабло Пикассо. В творениях Пикассо легко обнаружить влияние самых разных видов искусства настоящего и минувшего времени. Разумеется, это свидетельствует о том, что любой художник создает что-то новое благодаря тому, что черпает и переплавляет композиционные идеи своих предшественников (и современников). На неограниченную склонность Пикассо к заимствованию и ассимиляции обращали внимание все искусствоведы, изучавшие его творчество. Амшей Нюренберг в книге «Одесса-Париж-Москва. Воспоминания художника» (Дюссельдорф, 2009) говорит о Пикассо: «Его обвиняют в том, что он много заимствовал, что в его творчестве можно найти влияние мексиканской и негритянской скульптуры, что он много взял у греков. Да, это верно. Но Пикассо все взятое «переплавлял» в своем творческом горниле. И всему придал пикассовский характер и дух» (Нюренберг, 2009, с.172). «Впрочем, - аргументирует Нюренберг, - в Париже все художники и скульпторы влияют друг на друга. Здесь не стесняются заимствовать. Чем крупнее мастер, тем свободнее он заимствует у других» (там же, с.189). «Мане, - подчеркивает автор, - многое брал у Гойи, Веласкеса, Гальса и японцев, но стиль, созданный им, был свободен от заметного влияния этих гениальных художников» (там же, с.225). Отмечая творческую «всеядность» Пикассо, его готовность впитать в себя, освоить, включить в арсенал своих живописных средств любой оригинальный элемент культуры, С.Батракова в книге «Художник XX века и язык живописи. От Сезанна к Пикассо» (1996) пишет: «Что-то театральное чудится в способности Пикассо, меняя пристрастия и вкусы, заимствовать образы, мотивы, приемы отовсюду. Этрусские вазы и африканские маски, египетская и античная скульптура, Энгр и Делакруа, Тулуз-Лотрек и Сезанн, сюрреализм и информальная живопись, массовое искусство и китч, кукольный театр и цирк – все идет в дело. Характерная для современного художника «всеядность» в творчестве Пикассо проявилась с особой силой» (С.Батракова, 1996). Над многими картинами Пикассо работал методом проб и ошибок, многократно исправляя и переделывая те или иные элементы. В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993) говорит о Пикассо: «Художник полагал, что «картины живут своей жизнью», и в процессе работы часто менял и корректировал свои замыслы. Такие многочисленные исправления видны во многих произведениях. Рентгенограммы свидетельствуют, что некоторые части картин переписывались по два-три раза. Так он стремился добраться «до истины» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Сальвадора Дали. На ранних этапах творчества испанский художник Сальвадор Дали (1904-1989) копировал произведения Веласкеса, Вермеера, Леонардо да Винчи, Рафаэля, Энгра. Впоследствии он смело включал (переносил) в свои картины фрагменты произведений тех, кого копировал. А.А.Ладвинская в книге «70 знаменитых художников» (2007) повествует: «Сальвадор Дали, например, прошел жесткую выучку у мастеров эпохи Возрождения. Он без устали копировал Веласкеса, Вермеера Делфтского, Леонардо. Учился рисунку у Рафаэля и Энгра, боготворил Дюрера. В технике рисунка Дали достиг классического совершенства» (Ладвинская, 2007, с.436).

Аналогия Сальвадора Дали. Сальвадор Дали писал свои первые картины по аналогии с произведениями Исидора Ноннеля и Хавьера Ногеса. Мишель Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (Москва, «Молодая гвардия», 2008) пишет о Дали: «Разумеется, будущий великий художник не избежал заимствований. Помимо влияния импрессионистов и пуантилистов, помимо влияния – и очень заметного – Пикассо, Дали испытал на себе чары некоего Исидора Ноннеля, у которого позаимствовал его самые мрачные краски, он также попал под обаяние каталонского художника Хавьера Ногеса, связанного с движением «ноусентизма». Местная пресса, естественно, не оставила это незамеченным: «Можно подумать, что это работы Ногеса. Так говорят все наши друзья. Да, это бросается в глаза, но подражать Ногесу в семнадцать лет, значит, уже быть аристократом. Мало кто в состоянии понять Ногеса, еще меньше тех, кто в состоянии подражать ему…» «Его пейзажи темперой говорят о его потрясающей плодовитости, потрясающей эмоциональности и потрясающем изяществе. Видно, что наш великий Ногес произвел на него неизгладимое впечатление» («Эль Диа графико», 21 октября 1921 года)» (М.Нюридсани, 2008).

Аналогия Сальвадора Дали. Дали создал картину «Композиция из трех фигур», которая также носит название «Неокубистическая штудия» (1926), по аналогии с произведением Пикассо «Студия с гипсовой головой» (1925). Ян Гибсон в монографии «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (Москва, «Арт-Родник», 1998) пишет об указанном произведении Дали: «Картина «Композиция из трех фигур» («Неокубистическая штудия») обязана очень многим «Студии с гипсовой головой» Пикассо, которую Дали видел во время посещения мастерской великого художника в Париже. Некоторые элементы натюрморта Пикассо, в свою очередь, напоминавшего натюрморты Шардена «Атрибуты искусства», прямо перешли на полотно Дали. Ветвь слева от святого практически идентична ветви Пикассо; Дали позаимствовал и саму идею гипсовой головы, и даже тень, ею отбрасываемая, очень похожа на тень в картине Пикассо. То же самое можно сказать и об оконной раме» (Я.Гибсон, 1998). В другом месте своей книги Ян Гибсон вновь обсуждает иконографические источники картины Дали «Композиция из трех фигур»: «Две женские фигуры в нижней части композиции – не первое свидетельство сильного влияния работ Пикассо на искусство Дали того времени. Очевидно сходство этих фигур с мощными телами женщин в таких «неоклассических» работах старшего мастера, как «Источник» (1921), «Большая купальщица» (1921), «Женщины у моря»

(1921), «Две женщины, бегущие по берегу моря» (1922). Последняя настолько поразила Дали, что он прикрепил цветную репродукцию картины на стене в студии рядом с другими знаками своего восхищения Пикассо» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. С.Дали впитывал (вбирал) в себя элементы искусства Пикассо и до 1926 года, когда из-под его кисти вышло полотно «Композиция из трех фигур». Наряду с Пикассо Сальвадор Дали ассимилировал многие вещи, найденные в работах Де Кирико, о котором мы еще будем говорить. Некоторые специалисты характеризуют творчество С.Дали как блуждание от стиля к стилю и использование отдельных особенностей каждого из них. М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) аргументирует: «Но что поражает в его работах, относящихся к 1924 году и нескольким последующим годам, так это его блуждания от стиля к стилю, от кубизма к классицизму через неокубизм, эллинизм в духе Пикассо и пуризм в духе Озанфана. Многочисленные пробы кисти можно сравнить с экзерсисами одаренного юного виртуоза, играющего гаммы» (М.Нюридсани, 2008). «И налицо были, - продолжает М.Нюридсани, - всевозможные влияния и метания. Но не будем забывать: в 1924 году Дали было всего двадцать лет и жил он в Мадриде, то есть на краю света» (М.Нюридсани, 2008). Можно обратить внимание на то, что сказал сам Дали о своем творчестве: «Среди художников я больше кого-либо другого был подвержен чужому влиянию. В моем творчестве можно найти всего понемножку. И Кирико, конечно, а почему нет? И в огромном количестве Пикассо» (М.Нюридсани, 2008). Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) приводит еще одно высказывание С.Дали, свидетельствующее о его постоянной готовности ассимилировать чужие идеи: «Тот, кто намерен творить, основываясь только на собственном внутреннем мире, вскоре опустится до самых жалких имитаций своих же картин» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. Картина С.Дали «Барселонская манекена» (1927) – еще один пример внимательного изучения Сальвадором произведений Пикассо, созданных в период увлечения кубизмом. Александра Гузева в статье «Спаситель Сальвадор» (журнал «Октябрь», 2011, № 12), говоря о художниках и различных течениях в искусстве, из чьих тайников черпал идеи Сальвадор Дали, пишет: «Не остался без внимания и авангард. Например, в «Барселонской манекене» прослеживается явная тень Пабло Пикассо. Да и весь кубизм имел честь быть увековеченным Дали…» (А.Гузева, 2011). По свидетельству М.Нюридсани, рассматривающего творчество 20-летнего С.Дали, «влияние на него Пикассо было тогда очень заметным. Дали повторил весь его путь от голубого периода к эллинистическому через все стадии кубизма. И напрасно он пытался прикрываться Хуаном Грисом, это был обман» (М.Нюридсани, 2008).

Аналогия Сальвадора Дали. Определенное влияние на С.Дали в период его перехода от стиля кубизма к сюрреализму оказал Иероним Босх (1450-1516). Мередит Этерингтон-Смит в книге «Сальвадор Дали» (Минск, «Попурри», 2002) пишет: «Внимательное изучение Босха повлияло на Дали и постепенно отвратило его от кубистских влияний в сторону неизвестного и подсознательного, в сторону сновидений и расплывчато очерченных объектов, которые он станет рисовать в строго контролируемой манере, напоминающей голландских мастеров. Предвестия типичных для Дали навязчивых идей распада, символизируемых смутными объектами аморфных, изысканных, кальмароподобных форм, которые корчатся в вечных муках, могут быть обнаружены на многих картинах Босха, хранящихся в Прадо» (М.Этерингтон-Смит, 2002). «Дали позже, - поясняет М.Этерингтон-Смит, - использовал блистательную технику Босха для построения своего собственного сюрреалистического мира» (М.Этерингтон-Смит, 2002).

Аналогия Сальвадора Дали. Под воздействием произведений Франсиско Сурбарана (1598-1664) С.Дали создал картину «Корзинка с хлебом» (1925). М.Этерингтон-Смит в книге

«Сальвадор Дали» (2002) аргументирует: «Более классической и мистической картиной явилась первая версия «Корзинки с хлебом» - к этой теме Дали будет возвращаться снова и снова. Здесь можно подметить подверженность Дали влиянию произведений Сурбарана, виденных им в Прадо» (М.Этерингтон-Смит, 2002).

Аналогия Сальвадора Дали. Ряд произведений Сальвадора Дали отражают влияние французского художника-сюрреалиста Ива Танги (1900-1955). Ив Танги не получил специального художественного образования и до занятий живописью был моряком. М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) анализирует картину Дали «Мясо праздничной курицы» (1928) в качестве яркого примера полотна, написанного в стиле Танги: «…Нам хотелось бы обратить внимание на любопытную перспективу на зыбком фоне без точки схода – или с замаскированной точкой схода – на земле. А также заметить, что белесые формы, изображенные вверху в той же перспективе, что и внизу, но словно опрокинутой и растворяющейся в туманном небе, поначалу видятся такими же прочными, что и валуны снизу, но постепенно начинают терять очертания и расплываться в верхней части композиции. Эти белесые фигуры характерны для живописи Танги этого и предшествующего периодов» (М.Нюридсани, 2008). М.Нюридсани приводит слова Жозе Пьера о картинах Дали, написанных под воздействием И.Танги: «По сути, «Cenitas» (1926-1927) и «Мясо праздничной курицы» (1928) являют собой в творчестве молодого каталонского художника то, что можно назвать систематической гипертангизацией, начавшейся у него с тех репродукций, что он увидел в «Сюрреалистической революции», а затем в каталоге одной частной выставки 1927 года» (М.Нюридсани, 2008). Отметим, что «Сюрреалистическая революция» - это западный журнал, первый номер которого вышел в 1924 году под редакцией Андре Бретона.

Аналогия Сальвадора Дали. Известное полотно «Мед слаще крови» (этюд сделан в 1926 году, окончательный вариант – в 1941) написано Сальвадором Дали также по аналогии с работами Ива Танги. Специалисты считают одним из иконографических источников данной картины Дали холст Танги под названием «Он сделал то, что хотел». Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) также ссылается на аргументы Жозефа Пьера, охарактеризовавшего отдельный период творчества Дали «систематической гипертангизацией». Ян Гибсон пишет: «Дон Эйде доказывает преимущественное влияние Танги на Дали в тот период. Она уверена, что Дали видел картину «Он сделал то, что хотел» до того, как принялся за создание «Меда слаще крови». В картинах обоих художников «одни и те же фигуры «населяют» небо и землю. Кроме того, Дали заимствует у Танги изображения неких небесных призраков. Жозеф Пьер, автор вступительного слова к каталогу ретроспективной выставки Танги, прошедшей в Париже в 1982 году, не без иронии замечает, что с 1926 года Дали претерпевал процесс «систематической гипертангизации», и перечисляет те элементы, которые, по его мнению, были «изъяты» и «конфискованы» каталонцем у Танги. Это – «левитирующие» фигуры, эктоплазматические формы, буквы и цифры (в картинах «Механизм и рука» и «Останки»), фаллические символы и струйки дыма» (Я.Гибсон, 1998). «Позднее, - продолжает Я.Гибсон, - Дали без стеснения подтверждал, что многим обязан Танги. По словам Мерли Секрест, однажды он заявил Агнес Танги, племяннице художника: «Я выжал все из вашего дядюшки Ива» (Я.Гибсон, 1998). Кроме И.Танги, другой художник, а именно Де Кирико, также опосредованным образом причастен к картине С.Дали «Мед слаще крови». Тот же Я.Гибсон говорит о картине «Мед слаще крови»: «Что касается застывших черных теней от инструментов и разбросанных предметов – это дань Де Кирико, несколько репродукций картин которого были напечатаны к тому времени в «Сюрреалистической революции». Подобные тени отныне станут характерной чертой работ Дали» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. Картина Дали «Аппарат и рука» (1927) написана по аналогии с полотнами уже упоминавшегося нами итальянского художника, одного из предвестников сюрреализма Джорджо де Кирико (1888-1978). Де Кирико одним из первых стал воплощать на своих картинах принцип произвольного сочетания предметов, который пришелся по вкусу Сальвадору Дали. Хотя Дали многое заимствовал у Ива Танги, Хуана Миро (1893-1983), Марселя Дюшана (1887-1968), Амеде Озанфана (1886-1966) и Пабло Пикассо, еще больше он почерпнул из искусства де Кирико. М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) пишет об источниках, питавших творчество Дали: «Образцом служило творчество двух художников первой величины: Кирико и Дюшана. Милейший Миро и чудаковатый Танги тоже удостоились внимания (в частности, Дали активно использовал в собственных целях лексикон Танги), но занял второстепенные позиции по отношению к первым двум. Чем же Кирико привлек внимание? Дали вглядывался в него куда более пристально, чем в свое время в Пикассо, Озанфана или Лота. Главным образом утрированно точным изображением галлюцинаторной реальности с подчеркнуто резкими тенями. Кирико помог Дали выбраться из ловушки пуристской объективности. Принцип произвольного сочетания предметов, позволяющий образовывать немыслимые композиции в пространстве картины, имел не менее важное значение» (М.Нюридсани, 2008). «Картина «Аппарат и рука», - поясняет М.Нюридсани, - написана явно под влиянием Кирико, для которого характерны опрокинутая перспектива, четкая линия горизонта и манекены» (М.Нюридсани, 2008). Но и здесь влияние Ива Танги бросается в глаза. Ян Гибсон в монографии «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) пишет о картине Ива Танги «Потерявшиеся животные»: «В этой работе голова рыбы, венчающая странную фигуру слева, поразительно похожа на ту, до которой допрыгивает осел на картине Дали «Механизм и рука», законченной летом 1927 года. Кроме того, есть сходство между нею и головой св. Себастьяна на рисунке, сделанном в это же время» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. Заимствование ряда характерных композиционных элементов из работ Джорджо де Кирико позволило Сальвадору Дали создать полотно под названием «Высвеченные удовольствия» (1929). Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) говорит о картине Дали «Высвеченные удовольствия», на которой изображен Зигмунд Фрейд и не только он: «Его изображение взято из картины Макса Эрнста «Пьета, или Ночная революция», изобразившего основателя психоанализа справа на стене 49 дома. Поскольку картина была собственностью Элюара, Дали мог часто видеть ее и восхищаться ею. «Высвеченные удовольствия» с их безусловными заимствованиями из Де Кирико (картина в картине, угрожающие тени, «цефаллическая биомасса» с хохолком у горизонта) заслуживают отдельной монографии» (Я.Гибсон, 1998). М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) пишет о Де Кирико, у которого С.Дали черпал образы: «Кирико был целиком и полностью свободным, «неизлечимо» свободным. В своих пристрастиях. В своих воззрениях. В своих вкусах. В форме своего выражения, скорее классической, он даже писал копии картин великих мастеров эпохи Возрождения – и как раз в тот момент, когда Бретон писал свой манифест. Он не скрывал своей любви к «мастерству» и восхищения Рафаэлем. У Кирико более, чем у кого-либо (за исключением Дюшана), Дали будет черпать вдохновение и идеи…» (М.Нюридсани, 2008).

Аналогия Сальвадора Дали. Картина С.Дали «Преждевременное окостенение вокзала» (1930) – очередное произведение, написанное экстравагантным испанцем с оглядкой на творчество Де Кирико. М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) отмечает: «В «Преждевременном окостенении вокзала» влияние Кирико чувствуется не только в выборе натуры, но и в названии картины. Разве не называли Кирико в насмешку «любителем рисовать вокзалы»? И именно на этой картине впервые появляются ставшие впоследствии знаменитыми часы Дали - бесформенные, растекающиеся, почти «мягкие», показывающие без пяти семь» (М.Нюридсани, 2008). В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993), говоря о фантазии, позволявшей С.Дали создавать оригинальные произведения, раскрывает источники этой фантазии: «Фантазия его не знает границ, хотя и заметно, что именно он взял у своих современников: у де Кирико, Эрнста, Магритта. В какой-то степени это фантазии на «чужой основе», но его тяга к универсальности позволяла легко ассимилировать «чужое», в новых сочетаниях оно становится «своим». Да, впрочем, какой художник не использовал в своем творчестве традиции и опыт коллег?» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Сальвадора Дали. Полотно «Мелкие останки» (1928) создано Сальвадором Дали под впечатлением от работ испанского художника, скульптора и графика Хуана Миро (1893-1983). Впрочем, отзвуки искусства Х.Миро можно найти и в таких картинах С.Дали, как «Аппарат и рука» и «Мед слаще крови». М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) повествует о влиянии Хуана Миро на стиль Дали: «А еще был Хуан Миро, который, как отмечал Дали, «рисовал детей с растительностью на теле и гениталиями». Миро, как и он, каталонец. Миро, предлагавший ему свою помощь. Миро, чуткий учитель, распахнувший врата, в которые хлынет фантастический поток, о силе и глубине которого можно судить по таким картинам, как «Аппарат и рука», «Мелкие останки» или «Мед слаще крови» (М.Нюридсани, 2008). Сказанное подтверждает Ян Гибсон в работе «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998), где автор говорит о произведениях Х.Миро: «Некоторые из его картин Дали мог видеть в Галерее сюрреалистов, другие (числом пять) – в декабрьском номере «Сюрреалистическая революция» 1926 года, среди них был и «Карнавал Арлекино», итог, по словам Миро, голодных галлюцинаций. Возможно, что Дали видел некоторые работы Миро в галерее Далмау в Барселоне, да и его друг и единомышленник Себастьян Гаш, знавший Миро лично, мог поделиться с Сальвадором впечатлениями о нем. Определенно пейзажи Миро, с их четкой границей между небом и землей, чеканностью деталей и обилием света, гораздо более яркого, чем у Танги, сильно тронули Дали» (Я.Гибсон, 1998). «Миро любил, - поясняет Я.Гибсон, - рисовать пляжи и, подобно Танги, включал в них разнообразные предметы и тварей, которые появляются в таких картинах, как «Охотник» («Каталонский пейзаж») и «Карнавал Арлекино». В них есть нечто общее с эскизом к «Меду слаще крови»: конусы Дали, например, смоделированы в стиле Миро, что еще более заметно в явно перегруженном окончательном варианте картины» (Я.Гибсон, 1998). На многих картинах С.Дали имеются сексуальные детали, которые художник впервые почерпнул также у Хуана Миро. «Присутствие откровенно сексуальных деталей в работах Миро, - констатирует Ян Гибсон, - стало раскрепощающим моментом для Дали, и многие картины 1927-1928 годов созданы под влиянием известного мастера» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. С.Дали писал картину «Натюрморт» (1926) под впечатлением таких произведений Хуана Миро, как «Вспаханное поле» (1924) и «Охотник» (1924). Другое название картины «Охотник» - «Каталонский пейзаж». Р.Баландин в книге «Сальвадор Дали» (2010), который называет Хуана Миро Жоаном, повествует: «Отчасти сказывается влияние Миро в картине Дали «Натюрморт» («Приглашение ко сну») (1926), где контурные черты лица Гарсиа Лорки с закрытыми глазами и черной траурной тенью, геометрические формы в некоторой степени соотносятся со стилем «Вспаханного поля» и «Охотника» Жоана Миро. На картине Дали «Механизм и рука» (1927) также обыгрываются геометрические фигуры, отчасти повторяющие стиль упомянутых картин Миро» (Р.Баландин, 2010).

Аналогия Сальвадора Дали. С.Дали писал полотно «Метаморфоза Нарцисса» (1937), по аналогии ориентируясь на произведения итальянских живописцев эпохи Возрождения, в том числе С.Боттичелли, которых внимательно изучал во время своей предвоенной поездки в Италию. М.Этерингтон-Смит в книге «Сальвадор Дали» (2002) говорит о картине «Метаморфоза Нарцисса»: «Этот холст, первоначально принадлежавший Эдварду Джеймсу, теперь выставлен в галерее Тейта. Наряду с поглощенностью Дали двойным изображением «с секретом» (фигура Нарцисса превращается в окаменевшую руку, держащую яйцо, откуда прорастает Нарцисс), она показывает то влияние, которое оказали на его иконографию несколько посещений Италии, предпринятых им с целью изучить итальянских художников Возрождения. Например, позы танцующих фигур в центре заднего плана картины несут в себе неуловимые следы, восходящие к Боттичелли» (М.Этерингтон-Смит, 2002). Говоря о пребывании С.Дали в Италии в 1937 году, М.Этерингтон-Смит отмечает: «Дали продолжил изучение итальянского ренессанса, который через многие годы станет источником информации и вдохновения для его послевоенных религиозных картин. Эти предвоенные годы в Италии стали для Дали в некотором смысле большим ознакомительно-просветительным турне…» (М.Этерингтон-Смит, 2002).

Аналогия Сальвадора Дали. Создавая картину «Гваделупская богоматерь» (1959), С.Дали по аналогии заимствовал позы главных персонажей из произведения Рафаэля «Сикстинская Мадонна» (1513). Рудольф Баландин в книге «Сальвадор Дали» (Москва, «Вече», 2010) пишет: «У Дали есть крупная картина «Гваделупская Богоматерь» (1959) – перекличка с «Мадонной» Рафаэля: тот же младенец, те же позы главных персонажей. У Рафаэля одежда женщины скромна, таков же темно-зеленый занавес. У Дали одежда и материя, напоминающая мантию, роскошны, обилие парящих роз. У Рафаэля Мадонна стоит на земле, у Дали – где-то высоко над земным ландшафтом, в космосе, возможно, на фоне солнца, и лицо у нее подозрительно похоже на жену Галу с ее несколько хищным выражением» (Р.Баландин, 2010).

Аналогия Сальвадора Дали. С.Дали неоднократно «цитировал», то есть повторял в своих работах отдельные элементы картины Жана Франсуа Милле (1814-1875) «Анжеллюс», изображающей вечернюю молитву крестьян. Испанский художник обращался к этому произведению своего французского собрата по искусству в течение всей жизни, начиная с 1926 года, когда он впервые увидел ее. Александра Гузева в статье «Спаситель Сальвадор» (журнал «Октябрь», 2011, № 12) описывает один из эпизодов обращения С.Дали к шедевру Милле: «В картине «Рассвет, полдень, закат, сумерки» Сальвадор Дали «цитирует» Жана Франсуа Милле. Крестьянку с полотна Милле «Анжеллюс» сюрреалист в свойственной ему манере множит и разбрасывает по холсту» (А.Гузева, 2011). Напомним, что до Сальвадора Дали перед искусством Милле преклонялся и копировал его Винсент Ван Гог. Жан Франсуа Милле наряду с Делакруа и Рембрандтом был кумиром Ван Гога. Е.Мурина в книге «Ван Гог» (Москва, «Искусство», 1978) говорит: «Еще К.Ясперс отметил своеобразие этих копий: «Новой теперь является большая роль, которую для него играют копии с Милле, Делакруа и Рембрандта. Но эти копии, как переводы Гельдерлина с греческого, - не настоящие копии, а оригинальные творения, в которых объект, будучи перенесен в совершенно новую атмосферу, является лишь поводом». Свидетельство самого Ван Гога подтверждает это наблюдение: «Я использую черно-белые репродукции Делакруа или Милле как сюжеты. А затем я импровизирую цвет, хотя, конечно, не совсем так, как если бы делал это сам, а стараясь припомнить их картины» (Е.Мурина, 1978). По свидетельству Е.Муриной, исследовавшей творчество Ван Гога, «за год работы в Сен-Реми он делает повторения всего цикла рисунков Милле «Времена года» (десять штук), а также «Сеятеля» (F689, музей Креллер-Мюллер; F690, Афины, частное собрание). Ван Гог, шедший, как мы знаем, за Милле, мечтал продолжить тему «человека, живущего на лоне природы» на «теперешнем юге» (Е.Мурина, 1978).

Аналогия Сальвадора Дали. Картина С.Дали «Медитация с арфой» (1934) является наиболее сильной вариацией на тему произведений Ж.Ф.Милле. Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) дает возможность понять причины частого обращения С.Дали к работам Милле: «Еще учась в средней школе в Фигерасе, Дали был потрясен репродукцией «Анжелюса», висящей на стене возле классной двери; она рождала в нем чувство «неясной муки», столь острой, что воспоминание о двух застывших силуэтах преследовало его на протяжении нескольких лет, «постоянно угнетая его своим долгим и призрачным присутствием». Сумерки и эта картина тесно переплелись в воображении Дали. Затем явное воспоминание о картине погасло, вернувшись в 1929 году, когда он вновь увидел ее репродукцию и снова был «охвачен тем же чувством, неистово тягостным и горьким» (Я.Гибсон, 1998). «Поскольку Дали решил, - продолжает Я.Гибсон, - что «Анжелюс» Милле отражает его самые глубокие страхи и разочарования, неудивительно, что эта тема навязчивым образом появляется в десятках его картин и рисунков. Большинство из них относятся к 1933 и 1934 годам, но ей суждено непроизвольно всплывать в творчестве Дали до конца его дней. Из этих работ «Медитация с арфой» (1932-1934), возможно, является наиболее сильной вариацией на тему Милле» (Я.Гибсон, 2005).

Аналогия Сальвадора Дали. Произведение живописца эпохи Возрождения Пьеро делла Франчески (1420-1492) «Пресвятая Дева с младенцем в окружении ангелов и святых» по аналогии подсказала Сальвадору Дали мотив для его картины «Мадонна Порт-Льигата» (1950). М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) пишет: «Дали преподнес Пию XII один из вариантов своей картины «Мадонна Порт-Льигата», написанной по мотивам «Пресвятой Девы с младенцем в окружении ангелов и святых» Пьеро делла Франчески…» (М.Нюридсани, 2008). Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) говорит о той же картине С.Дали: «Дали заимствовал для своей «Мадонны Порт-Льигата» мотив яйца, висящего на нити над головой Пресвятой Девы, из картины Пьеро делла Франческа «Мадонна со святыми и герцогом Урбинским», репродукцию которой он воспроизвел в своей книге «Пятьдесят секретов магического ремесла». Это яйцо, говорил Дали, является «одной из величайших загадок живописи Ренессанса» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. Полотно Клода Лоррена «Погрузка «Святой Паулы» в Остии» (другое название – «Отплытие «Святой Паулы» из остии», 1639) послужило образцом для С.Дали, когда он создавал стереоскопическую картину «Рука Дали, удаляющая Золотое Руно в виде облака» (1977). Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) пишет о стереоскопической картине С.Дали «Рука Дали, удаляющая Золотое Руно»: «Две части этой картины, вдохновленные полотном «Погрузка «Святой Паулы» в Остии» Клода Лоррена в Прадо, были видны и телезрителю» (Я.Гибсон, 1998). «…Клод Лоррен, - поясняет Я.Гибсон, - вдохновил его на создание стереоскопического полотна. Подобная работа мысли подтверждает: свободные ассоциации, как и прежде, зачаровывали Дали, что бы он ни говорил по этому поводу» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. Одну из своих картин Сальвадор Дали написал по аналогии с известным произведением нидерландского живописца Яна Вермеера «Кружевница» (1670). Но С.Дали написал собственную картину в своем традиционном стиле, в духе неудержимой экстравагантности, изобразив на полотне носорожий рог. М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) пишет о Дали: «…Он попросил в Лувре разрешения сделать копию «Кружевницы» и привел в изумление друзей и главного хранителя музея тем, что в своей версии картины изобразил носорожий рог» (М.Нюридсани, 2008). Качества экстравагантности и постоянного стремления шокировать публику С.Дали приобрел еще в Париже, в пору формирования сюрреализма как нового направления в живописи. М.Нюридсани в той же книге говорит о Дали: «В Париже он увидел весь цвет сюрреализма, от Десноса до Магритта, почерпнул кое-что у Элюара, Миро и самого Бретона и открыл собственную формулу: мешанину из фобий и неосознанных устремлений, возведенных до уровня символов, стоящих в одном ряду с фрейдистскими символами, этакую смесь объективности и субъективности, которая приведет его к еще одному открытию: к его паранойя-критическому методу» (М.Нюридсани, 2008). О влиянии творчества Вермеера Делфского на С.Дали говорит также В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993): «Как-то художник (С.Дали – Н.Н.Б.) сказал, что произведения Вермеера могут быть использованы «как стул», иными словами, они помогли ему обратиться к реальности, и Дали не только копирует произведения голландского мастера XVII в., но и сам создает картины, выдержанные в «его стиле» (В.С.Турчин, 1993).

Аналогия Сальвадора Дали. Работая над картиной «Вселенский собор» (1960), С.Дали включил в нее образ Веласкеса, заимствованный из его холста «Менины». Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) пишет о произведении С.Дали «Вселенский собор»: «Он ввел в нее портрет Галы, вернее – повторение ее портрета в «Святой Елене Порт-Льигата» (1956). Здесь же мы видим и самого художника – в образе Веласкеса с картины «Менины», смотрящего на нас почти вызывающе» (Я.Гибсон, 1998). Отметим, что Гала – Елена Ивановна Дьяконова (1894-1982), жена, муза и модель Сальвадора, бывшая супруга поэта Поля Элюара, любовница немецкого и французского художника Макса Эрнста (1891-1976).

Аналогия Сальвадора Дали. Еще одна картина С.Дали, написанная под влиянием «Менин» Веласкеса, - полотно «Веласкес умирает за тем окном, из которого высовывается ложка» (1982). Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) отмечает: «Менины» до самых последних дней занимали воображение Дали, что заметно в нескольких поздних работах. На одной из них, названной «Веласкес умирает за тем окном, из которого высовывается ложка» (1982), изображен сидящим во внутреннем дворике Эскориала несчастный придворный карлик Себастьян де Поррас, костюм которого отделан «кружевами» из яичницы. На другой картине его место заняла инфанта Маргарита» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. Полотно С.Дали «Галлюциногенный тореодор» (1970) включает в себя элементы, происхождение которых хорошо проанализировано и описано знатоками искусства. Ян Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998) повествует: «Благодаря усилиям Ромеро, а также фотографа Мелитона Касальса («Мели») и Рейнольда Морза процесс создания «Галлюциногенного тореодора» на протяжении пятнадцати месяцев отражен документально. Почти все компоненты художественной «антологии» Дали проанализированы и классифицированы: кубистический стул в нижнем левом углу (заимствованный из картины Хуана Гриса «Натюрморт на стуле», 1917)… внизу в центре «Невидимый» пес, срисованный со знаменитой фотографии пса Р.К.Джеймса; женская фигура за молитвой – с картины Милле (в виде тени Венеры); мухи Жероны; фотография мертвого или умирающего быка и возрожденный образ мальчика Дали с картины «Призрак сексуального влечения» 1934 года» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. Картина С.Дали «Афины горят! Афинская школа и пожар в Борго» (1980) была написана путем заимствования образов и сюжетов из двух произведений Рафаэля: его «Афинской школы» и «Пожара в Борго». Помимо всего прочего, здесь С.Дали использовал технические средства стереоскопии. М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) пишет о произведении С.Дали «Афины горят! Афинская школа и пожар в Борго»: «В картине, состоящей из двух частей, левая из которых представляет собой копию «Афинской школы» Рафаэля, а правая – копию «Пожара в Борго» того же автора, Дали продолжает свои стереоскопические опыты и идет еще дальше. Во-первых, он усеивает все полотно пуантилистскими мазками, предназначенными для передачи информации, которая из-за интерференции воспринимается несколько искаженно» (М.Нюридсани, 2008). Об этом же говорит Я.Гибсон в книге «Безумная жизнь Сальвадора Дали» (1998): «…Показал журналистам свою последнюю работу. Она называлась «Пожар в Афинской школе» и была помещена в большой черный ящик. Работа вновь подтвердила увлечение Дали стереоскопией и другими оптическими трюками. На этот раз фокус заключался в соединении композиций картин Рафаэля «Афинская школа» и «Пожар в Борго» таким образом, чтобы языки пламени из второй картины охватывали рассуждающих философов первой» (Я.Гибсон, 1998).

Аналогия Сальвадора Дали. С.Дали не единожды переносил на свои картины те или иные элементы произведений великого Микеланджело. Примером такого переноса (заимствования) является картина С.Дали «Три знаменитые загадки Галы» (1982). Александра Гузева в статье «Спаситель Сальвадор» (журнал «Октябрь», 2011, № 12) пишет: «Дали заимствовал сюжеты не только у Веласкеса. В его творчестве гармонично объединились многие мастера Возрождения, да и вообще весь культурный европейский пласт. В работе «Три знаменитые загадки Галы» Дали обращается к Микеланджело, что заметно благодаря повернутому набок профилю а ля скульптура Ренессанса» (А.Гузева, 2011). «Еще одна поздняя работа Дали, - продолжает А.Гузева, - и снова по мотивам Микеланджело – «Голова Джулиана Медичи». Полотно сложно однозначно причислить к какому-либо стилю. (…) Может показаться, что Веласкес и Микеланджело устроили в сознании Дали что-то вроде дуэли, своеобразное сражение за место в его художественном мире. Кто из них победил, сказать сложно, несомненной остается лишь приверженность Дали национальным мотивам» (А.Гузева, 2011).

Аналогия Сальвадора Дали. С.Дали написал некоторые полотна благодаря копированию фотографий. М.Нюридсани в книге «Сальвадор Дали» (2008) приводит фрагмент беседы Сальвадора Дали с корреспондентами нью-йоркской газеты «Фигаро» (что имело место в 1952 году): «В тот момент, когда гиперреалисты принялись копировать фотоснимки, Вы проявили интерес к фотографии и именно с позиций художника, почему?» «Можно было подумать, что с появлением фотографии нужда в живописи отпадет, но произошло обратное: именно фотография сейчас способствует тому, чтобы живопись начала возрождаться. Живопись дошла до абстрактной, почти музыкальной формы выражения, а сейчас, благодаря фотографам, художники в буквальном смысле слова начинают копировать фотодокументы. Это самое героическое событие нашей эпохи и самое значимое, поскольку оно подтверждает идеи испанских иезуитов и, в частности, отца Мальбранша…» (М.Нюридсани, 2008). «Делакруа и Дега, - воспроизводит М.Нюридсани разговор С.Дали с журналистами, - тоже использовали фотографию. Но не очень хорошо! Единственные, кто делает это хорошо, это нынешние гиперреалисты; и первый среди них – мой друг Ричард Эстес, он великий художник и станет еще более великим» (М.Нюридсани, 2008). Об этом же говорит В.С.Турчин в книге «По лабиринтам авангарда» (1993): «В последние годы жизни Дали охотно обращается к фотографии, вплоть до того, что копирует ее; само по себе это не редкость для авангарда» (В.С.Турчин, 1993).

Литература к приложению № 3

Акройд П. Тернер. - Москва, «Колибри», 2012.
Алпатов М. Александр Иванов. - Москва, «Молодая гвардия», 1959.
Алпатов М.В. Этюды по истории русского искусства. - Москва, «Искусство», 1967.
Андреа Мантенья // журнал «Великие художники», Киев, 2003, выпуск 39.
Андреева Г. Уистлер и Россия // журнал «Третьяковская галерея», 2006, № 4.
Арган Дж. История итальянского искусства в 2-х томах. - Москва, «Радуга», 1990.
Баландин Р. Сальвадор Дали. - Москва, «Вече», 2010.
Батракова С. Художественный бриколаж. Современное искусство и миф // журнал «Искусствознание», 2000, № 1.
Батракова С. Художник XX века и язык живописи. От Сезанна к Пикассо. - Москва, «Наука», 1996.
Бахревский В. Виктор Васнецов. - Москва, «Молодая гвардия», 1989.
Белова Ю.Н. Проблематика творчества Антуана Ватто в контексте традиций западноевропейского искусства XVII века // автореферат кандидатской диссертации, Москва, 2008.
Белова Ю.Н. Взаимодействие творчества А.Ватто с наследием Жака Калло и Давида Тенирса Младшего // «Известия РГПУ им.А.И.Герцена», 2008, № 80.
Беляев В.А. Находка Левитана // Материалы научно-практической конференции «XII Плесские чтения», Плес, изд-во «Референт», 2010.
Богемская К. Пейзаж. Страницы истории. - Москва, «Галарт», 1992.
Бонафу П. Ренуар. - Москва, «Молодая гвардия», 2010.
Бочаров И., Глушакова Ю. Кипренский. - Москва, «Молодая гвардия», 1990.
Брион М. Микеланджело. - Москва, «Молодая гвардия», 2002.
Брион М. Дюрер. - Москва, «Молодая гвардия», 2006.
Вагнер Л., Григорович Н. Повесть о художнике Айвазовском. - Москва, 1958.
Вазари Дж. Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих. - Москва, «Альфа-книга», 2008.
Вайль П. Гений места. - Москва, «Колибри», 2008.
Валлантен А. Пабло Пикассо. - Ростов-на-Дону, изд-во «Феникс», 1998.
Вейс Д. Нагим пришел я. – Москва, «Правда», 1989.
Вержбицкий А. Творчество Рембрандта. - СПб., «Мифрил», 1995.
Верман К. История искусства всех времен и народов. - Москва, изд-во АСТ, 2000.
Виноградов И. Явление картины – Гоголь и Александр Иванов // журнал «Наше наследие», 2000, № 54.
Власова Р.И. Константин Коровин. - Ленинград, изд-во «Художник РСФСР», 1969.
Виппер Б.Р. Введение в историческое изучение искусства. - Москва, «АСТ-Пресс», 2004.
Власов В.Г. Новый энциклопедический словарь изобразительного искусства. Том 9. - СПб., «Азбука-классика», 2008.
Волошин М. Суриков. - Ленинград, «Художник РСФСР», 1985.
Воронова Б.Г. Японская гравюра 17-19 веков. - Москва, «Изобразительное искусство», 1987.
Всеобщая история искусств. Том 5. Редакторы - Ю.Д.Колпинский, Н.В.Яворская. - Москва, «Искусство», 1964.
Гелб М. Научитесь мыслить и рисовать как Леонардо да Винчи. - Минск, «Попурри», 2003.
Герман М. Давид. - Москва, «Молодая гвардия», 1964.
Гибсон Я. Безумная жизнь Сальвадора Дали. - Москва, «Арт-Родник», 1998.
Гомбрих Э. История искусства. - Москва, изд-во АСТ, 1998.
Грабарь И. В.А.Серов. Жизнь и творчество. - Москва, «Искусство», 1965.
Гузева А. Спаситель Сальвадор // журнал «Октябрь», 2011, № 12.
Гурина М. Философия. - Москва, «Республика», 1998.
Даниельссон Б. Гоген в Полинезии. - Москва, «Искусство», 1973.

Декарг П. Рембрандт. - Москва, «Молодая гвардия», 2000.
Делакруа // еженедельное издание «Художественная галерея», 2008, выпуск 25.
Демкин А. Несколько штрихов из истории создания картины «Степан Разин» // журнал «Антиквариат, предметы искусства и коллекционирования», апрель 2010 г.
Дживелегов К. Микеланджело. - Москва, «Молодая гвардия», 1938.
Джованни Беллини // журнал «Великие художники», Киев, 2003, выпуск 34.
Дмитриев В. Валентин Серов. - Петроград, изд-во «Свободное искусство», 1916.
Дмитриева Н.А. Винсент Ван Гог: человек и художник. – Москва, «Наука», 1980.
Дмитриева Н. Михаил Врубель: жизнь и творчество. - Москва, 1988.
Дмитриенко М. Веласкес. - Москва, «Молодая гвардия», 1965.
Добровольский О. Саврасов. – Москва, «Молодая гвардия», 1983.
Дурылин С.Н. Нестеров в жизни и творчестве. – Москва, «Молодая гвардия», 1976.
Дьяков Л.А. Эжен Делакруа. - Москва, «Искусство», 1973.
Дьяков Л. Дневник Эжена Делакруа // газета «Искусство», 2008, № 9.
Дьяченко А. Загадки и тайны великого Рембрандта // газета «Аномальные новости», № 32 (302), 2006 г.
Дятлева Г.В., Хворостухина С.А., Семенова О.В. Популярная история западноевропейской живописи. - Москва, «Вече», 2001.
Евдокимов И. Левитан. - Москва, «Советский писатель», 1959.
Егорова К.С. Нидерландская гравюра 15-16 веков. - Москва, «Изобразительное искусство», 1987.
Зарницкий С. Дюрер. - Москва, «Молодая гвардия», 1984.
Зорина И. Я – Гойя: Гойя от первого лица // «Вестник Европы», 2005, № 16.
Иванова М. Валентин Серов. Линия жизни // журнал «Третьяковская галерея», 2012, № 1.
Ильина Т.В. История искусств. - Москва, «Высшая школа», 2000.
Ионина Н. 100 великих картин. - Москва, «Вече», 2006.
Каптерева Т.П., Быков В.Е. Искусство Франции XVII века. - Москва, «Искусство», 1969.
Кларк К. Нагота в искусстве. - Санкт-Петербург, «Азбука-Классика», 2004.
Кларк К. Пейзаж в искусстве. – Москва, «Азбука-Классика», 2004.
Коган Д.З. М.А.Врубель. - Москва, «Искусство», 1980.
Козлов Г. Мона Лиза – путь звезды // журнал «Вокруг света», № 8 (2779), август 2005 г.
Колпинский Ю. Искусство Венеции. XVI век. - Москва, «Искусство», 1970.
Копшицер М. Поленов. - Москва, «Молодая гвардия», 2010.
Костеневич А.Г. Дриада. Генезис и смысл картины Пикассо // «Вестник истории, литературы, искусства», Москва, изд-во «Наука», 2005, том 1.
Креспель Ж.П. Повседневная жизнь импрессионистов. - Москва, «Молодая гвардия», 2012.
Кристофанелли Р. Дневник Микеланджело неистового. – Москва, «Прогресс», 1980.
Кудря А. Валентин Серов. - Москва, «Молодая гвардия», 2008.
Кудря А. Кустодиев. - Москва, «Молодая гвардия», 2006.
Лаврова О.И. Итальянская гравюра 15-16 веков. - Москва, «Изобразительное искусство», 1987.
Лекуре М.-А. Рубенс. - Москва, «Молодая гвардия», 2002.
Ладвинская А.А. Жизнь выдающихся людей. 70 знаменитых художников. - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2007.
Левитин Е.С. Голландский офорт 17 века. - Москва, «Изобразительное искусство», 1987.
Локтев В.И. Барокко от Микеланджело до Гварини. - Москва, «Архитектура-С», 2004.
Маркова Н. История рисунка // газета «Искусство», 2008, № 23.
Махов А.Б. Тициан. – Москва, «Молодая гвардия», 2006.
Махов А. Караваджо. - Москва, «Молодая гвардия», 2009.
Медкова Е. Диалог с истоками и исторические перспективы // газета «Искусство», 2007, № 12.

Михайлов И. Тициан и спящая Венера // женский журнал «Суперстиль», № 90 (1640) от 18 мая 2012 года.
Мурина Е. Ван Гог. – Москва, «Искусство», 1978.
Немилова И.С. Загадки старых картин. - Москва, «Изобразительное искусство», 1974.
Нюренберг А. Одесса-Париж-Москва. Воспоминания художника. – Дюссельдорф, 2009.
Нюридсани М. Сальвадор Дали. - Москва, «Молодая гвардия», 2008.
Осокин В. В.Васнецов. - Москва, «Молодая гвардия», 1959.
Островский Г.С. Как создается картина // Москва, изд-во Академии художеств СССР, 1962.
Педрокко Ф. Тициан. - Москва, «Слово», 1995.
Пенроуз Р. Пикассо: жизнь и творчество. - Минск, «Поппури», 2005.
Перрюшо А. Эдуард Мане. – Москва, «Молодая гвардия», 1976.
Перрюшо А. Сезанн. - Москва, «Молодая гвардия», 1966.
Перрюшо А. Жизнь Ренуара. - Москва, «Радуга», 1986.
Перрюшо А. Поль Гоген. – Москва, «Искусство», 1995.
Перрюшо А. Жизнь Ван Гога. - Москва, «Прогресс», 1973.
Перрюшо А. Жизнь Тулуз-Лотрека. - Москва, «Радуга», 1990.
Перрюшо А. Жизнь Сера. - Москва, «Радуга», 1992.
Познанская А.В. Роль японизма в становлении художественной системы Джеймса Макнейла Эббота Уистлера // диссертация на соискание ученой степени кандидата искусствоведения, Москва, 2008.
Петер Пауль Рубенс. Письма, документы, суждения современников. - Москва, «Искусство», 1977.
Петрочук О. Садро Боттичелли. - Москва, «Искусство», 1984.
Порудоминский В. Брюллов. - Москва, «Молодая гвардия», 1979.
Пророкова С. Левитан. - Москва, «Молодая гвардия», 1960.
Ревалд Дж. История импрессионизма. - Москва, изд-во АСТ, 2010.
Ревалд Дж. Постимпрессионизм. От Ван Гога до Гогена. - Москва-Ленинград, «Искусство», 1962.
Репин И.Е. Далекое и близкое. - Москва, «Искусство», 1953.
Рикетс М. Рембрандт. - Москва, «Айрис-пресс», 2006.
Роке К.А. Брейгель, или Мастерская сновидений. - Москва, «Молодая гвардия», 2008.
Самин Д.К. 100 великих художников. – Москва, «Вече», 2004.
Смирнова И.А. Тициан. - Москва, «Изобразительное искусство», 1987.
Сперлинг Х. Матисс. – Москва, «Молодая гвардия», 2011.
Степанова С. Страсти Христовы по Николаю Ге // журнал «Наука и религия», 2011, № 12.
Торопыгина М.Ю. Веласкес. - Москва, «ОЛМА Медиа Групп», 2010.
Тугендхольд Я. Французское искусство и его представители. - СПб., книгоиздательское товарищество «Просвещение», 1911.
Турчин В.С. По лабиринтам авангарда. - Москва, изд-во МГУ, 1993.
Уоллэйс Р. Мир Ван Гога. - Москва, изд-во «Терра», 1998.
Уэджвуд К.В. Мир Рубенса. - Москва, «Терра - книжный клуб», 1998.
Федоров-Давыдов А.А. Природа и человек в искусстве Врубеля. – Москва, «Искусство», 1968.
Федоров-Давыдов А.А. Илья Ефимович Репин. - Москва, «Искусство», 1989.
Фейнберг Л.Е., Гренберг Ю.И. Секреты живописи старых мастеров. – Москва, «Изобразительное искусство», 1989.
Фоконье Б. Сезанн. - Москва, «Молодая гвардия», 2011.
Фуко М. Живопись Мане. - СПб., «Владимир Даль», 2011.
Хосе Л.К. Мурильо и Веласкес в русской художественной культуре XIX – начала XX веков // диссертация на соискание ученой степени кандидата искусствоведения, Москва, 2001.
Чуковский К.И. Илья Репин. - Москва, «Искусство», 1969.
Чуковский К.И. Современники. - Москва, «Молодая гвардия», 1967.

Шагал М. Об искусстве и культуре. - Москва, изд-во «Текст», 2009.
Шкляревская М. Эстафета талантов, или Французские пристрастия к испанской живописи // журнал «Русский базар», № 14 (364), 2003 г.
Шмитт Г. Рембрандт. - Москва, изд-во «Терра», 1996.
Этерингтон-Смит М. Сальвадор Дали. - Минск, «Попурри», 2002.
Янсон Х.В., Янсон Э.Ф. Основы истории искусств. - СПб., «Икар», 1992.