

Е.А.Мурзина

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ИЗЛУЧЕНИЯ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ
С ВЕЩЕСТВОМ**

(учебное пособие)

Москва 2007

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА
КАФЕДРА ФИЗИКИ КОСМОСА
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Д.В. СКОБЕЛЬЦИНА

Мурзина Е.А.

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ИЗЛУЧЕНИЯ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ
С ВЕЩЕСТВОМ**

(учебное пособие)

УДК 539
ББК 22.38я73
Р19

Мурзина Евгения Алексеевна.

Взаимодействие излучения высокой энергии с веществом.

Учебное пособие. – 2007., с. 97

Предлагаемое учебное пособие представляет собой систематическое изложение основных электромагнитных взаимодействий заряженных частиц и фотонов с веществом. В тексте приводятся многочисленные рисунки, таблицы справочного характера, контрольные вопросы и задачи. Предназначено для лучшего понимания и усвоения материала по курсу лекций «Взаимодействие излучения высокой энергии с веществом», читаемого студентам кафедры физики космоса отделения ядерной физики физического факультета МГУ.

ISBN

© Мурзина Е.А., 2007 г.

© НИИЯФ МГУ, 2007 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	4
Глава 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ	4
1.1. Классификация элементарных частиц	4
1.2. Взаимодействия элементарных частиц	6
Глава 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ	10
2.1. Классификация электромагнитных взаимодействий	10
2.2. Ионизационные потери тяжелых заряженных частиц	13
2.3. Ионизационные потери электронов	25
2.4. Пробег заряженных частиц в веществе	26
2.5. δ -электроны	29
2.6. Флуктуации ионизационных потерь	32
2.7. Кулоновское взаимодействие частиц с ядрами (упругое рассеяние).....	35
2.8. Многократное рассеяние	37
2.9. Тормозное излучение	39
2.10. Излучение Вавилова-Черенкова	48
2.11. Переходное излучение	55
Вопросы и задачи к главе 2	58
Глава 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФОТОНОВ С ВЕЩЕСТВОМ	59
3.1. Кривая поглощения	59
3.2. Фотоэффект	61
3.3. Комптон-эффект	64
3.4. Рождение электронно-позитронных пар	69
3.5. Другие процессы взаимодействия фотонов с веществом	71
3.6. Суммарное сечение взаимодействия фотонов с веществом	71
3.7. Аннигиляция позитронов в веществе	72
Вопросы и задачи к главе 3	75
Глава 4. ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫЕ КАСКАДЫ	76
4.1. Сечения процессов при высоких энергиях	76
4.2. Рассеяние электронов	78
4.3. Электронно-фотонные каскады	79
4.4. Каскадная теория в приближении А	80
4.5. Каскадная теория в приближении Б	87
4.6. Осевое приближение каскадной теории	90
4.7. Эффект Ландау-Померанчука-Мигдала	92
Вопросы и задачи к главе 4	96
ЛИТЕРАТУРА	96

ВВЕДЕНИЕ

Задача о прохождении частиц (излучения) через вещество и связанных с этим потерях энергии была поставлена при самом возникновении современных представлений о структуре атомов. Этапы в решении этой задачи совпали с этапами развития квантовой теории и теории относительности. Опыты по прохождению частиц через вещество послужили экспериментальной основой для проверки справедливости этих теорий.

Трудно переоценить значение теорий, связанных с прохождением частиц через вещество, для становления современной физики. Большая часть методов исследования атомных ядер и элементарных частиц, а также интерпретация измерений в ядерной физике, физике высоких энергий и космических лучей основывается на выводах этой теории.

Эта книга посвящена изучению электромагнитных взаимодействий частиц с веществом, которые в основном определяют их проникающую способность, вероятность различных процессов взаимодействия и зависимость их от природы и параметров частиц и свойств вещества.

Электромагнитные взаимодействия - лишь один из четырех типов взаимодействия, известных в настоящее время. Остальные три типа взаимодействия здесь подробно не рассматриваются.

ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

1.1. Классификация элементарных частиц

Со времен Ньютона и Лейбница под понятием "элементарная частица" подразумевался бесструктурный точечный объект. По мере накопления знаний о природе материи на протяжении только последних ста лет элементарными частицами считали сначала атомы, потом ядра, адроны. К 60-м годам прошлого века число элементарных частиц достигло сотни. Возникло подозрение относительно их "элементарности". Казалось, что природа не может быть столь расточительной. Все разнообразие этих частиц попытались объяснить наличием меньшего количества унифицированных элементарных объектов.

На современном уровне знаний элементарными считают 12 частиц и 12 античастиц или, как говорят, ароматов, а также 12 переносчиков взаимодействий. Все элементарные частицы – фермионы (их спин $s = \hbar/2$), а все переносчики взаимодействия – бозоны ($s = 1\hbar$).

В свободном состоянии наблюдается только 6 (из 12) элементарных частиц. Это - лептоны: электрон e^- , мюон μ^- , таон τ^- ,

нейтрино электронное ν_e , нейтрино мюонное ν_μ , и нейтрино таонное ν_τ . Антинейтрино и положительно заряженные лептоны считаются античастицами. Лептоны - слабо взаимодействующие частицы.

Остальные 6 элементарных частиц - кварки - существуют только в связанном состоянии. Это относится и к 6 антикваркам. Кварки и антикварки - частицы, обладающие сильным взаимодействием.

Кварки и антикварки имеют дробный электрический заряд: $q = \frac{2}{3}e$ у u ("up" - верхний), c ("charm" - очарованный), t ("truth" - истинный или "top" - вершинный); соответственно заряд $q = -\frac{2}{3}e$ имеют антикварки: $\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}$. Заряд $q = -\frac{1}{3}e$ имеют кварки: d ("down" - нижний), s ("strange" - странный) и b ("beauty" - прелестный или "bottom" - донный), а заряд $q = +\frac{1}{3}e$ у антикварков: $\bar{d}, \bar{s}, \bar{b}$.

Таблица 1.1. Элементарные частицы (ароматы)

Поколения	Лептоны		Кварки	
I	e^- e^+	ν_e $\bar{\nu}_e$	u \bar{u}	d \bar{d}
II	μ^- μ^+	ν_μ $\bar{\nu}_\mu$	c \bar{c}	s \bar{s}
III	τ^- τ^+	ν_τ $\bar{\nu}_\tau$	t \bar{t}	b \bar{b}

Комбинации из кварков и антикварков дают мезоны. Например: π^- ($\bar{u}d$), π^+ ($u\bar{d}$), π^0 ($u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$).

Комбинация трех кварков создает барионы. Например: p (uud), n (udd).

Частицы, построенные из кварков и антикварков, называются адронами. Слово "адрон" происходит от греческого "хадрос" - сильный, поскольку все эти объекты участвуют в сильных взаимодействиях.

Все элементарные частицы (12 частиц и 12 античастиц) естественным образом разбиваются на три группы, или, как говорят, на три поколения фундаментальных фермионов. Каждое поколение содержит четыре частицы (и 4 античастицы). Самые легкие частицы образуют первое поколение. В каждом из последующих поколений заряженные частицы тяжелее, чем в предыдущем.

Фермионы первого поколения постоянно существуют в природе. Они в совокупности с фотонами являются той материей, из которой

построена современная Вселенная. Из u и d -кварков состоят нуклоны, а значит, и ядра атомов, из электронов - атомные оболочки. Без электронных нейтрино не могли бы протекать реакции ядерного синтеза в Солнце и звездах.

Частицы второго и третьего поколений возникают во взаимодействиях адронов и лептонов высокой энергии в космических лучах или на ускорителях. Фермионы второго и третьего поколений играли важную роль в ранней Вселенной, в первые мгновения так называемого Большого Взрыва. В частности, число сортов (ароматов) нейтрино определило соотношение между распространенностями водорода и гелия во Вселенной. Фермионы второго и третьего поколений нестабильны, в результате распада все они быстро переходят в частицы первого поколения. Конечными продуктами всех превращений являются лептоны. Исключение составляет лишь протон. Однако есть предположение, что и протон распадается, хотя время его жизни очень велико – много больше 10^{33} лет.

1.2. Взаимодействия элементарных частиц

Процессы, в которых участвуют элементарные частицы, бесчисленны и разнообразны. Но за всеми процессами, которые наблюдались до сих пор, кроются фундаментальные взаимодействия всего лишь четырех типов: гравитационное, электромагнитное, слабое и сильное. Также называются и силы, обеспечивающие эти типы взаимодействия.

Гравитационное взаимодействие универсально: в нем участвуют все частицы, имеющие массы. Но поскольку массы элементарных частиц малы, влияние гравитационных сил обычно не учитывается.

Слабые силы действуют между всеми известными элементарными частицами. Сильные взаимодействия существуют только между кварками. Электромагнитные взаимодействия испытывают только электрически заряженные частицы.

Хотя природа этих сил различна, механизм взаимодействия частиц одинаков - взаимодействие частиц происходит благодаря обмену другими частицами, которые называются переносчиками взаимодействия или квантами соответствующего поля. Так, при электромагнитных взаимодействиях происходит обмен фотонами (квантами электромагнитного поля), при слабых - W^\pm и Z^0 -бозонами (квантами слабого поля). Все три бозона - тяжелые частицы: $m_W = 80,8$ ГэВ, $m_Z = 92,9$ ГэВ. При сильных взаимодействиях происходит обмен глюонами (8 типов глюонов), при гравитационном - обмен гравитонами. Из-за слабости гравитационного взаимодействия до сих пор гравитоны не обнаружены.

Расстояние r , на котором две частицы "чувствуют" присутствие

друг друга, определяется массой переносчика взаимодействия m . Эта масса может быть определена из соотношения неопределенности: $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$, где $\Delta E = mc^2$, а $\Delta t = r/c$. Отсюда $r \sim \hbar/mc$. Поскольку массы гравитона, фотона и глюона равны нулю, гравитационные, электромагнитные и сильные взаимодействия должны были бы обладать бесконечным радиусом взаимодействия. Слабые взаимодействия имеют малый радиус взаимодействия:

$$r_W \sim \hbar/m_W c \sim 2 \cdot 10^{-16} \text{ см}.$$

На расстояниях $r \ll 10^{-16}$ см, по-видимому, все силы ведут себя одинаково - они обратно пропорциональны квадрату расстояния: $F \sim r^{-2}$. Поэтому величина $F \cdot r^2$ характеризует интенсивность взаимодействия, независимую от расстояния (для $r < 10^{-16}$ см). В случае электромагнитного взаимодействия электронов удобнее интенсивность взаимодействия выразить в безразмерных величинах $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$. Тогда вероятность любого акта электромагнитного взаимодействия пропорциональна α . Для кварков с дробным зарядом q вероятность электромагнитного взаимодействия будет пропорциональна $\alpha \cdot q^2$. Теория электромагнитных взаимодействий - квантовая электродинамика (КЭД).

В случае сильных взаимодействий по аналогии с электродинамикой вводится константа сильного взаимодействия $\alpha_s = g_s^2/\hbar c$, где g_s - сильный (или цветовой) заряд является источником этих сил.

Теория сильных взаимодействий строится аналогично КЭД, но называется квантовой хромодинамикой (КХД), и вот почему. В электродинамике имеется лишь один заряд e , отличающийся только знаком (+, -) для частиц и античастиц.

Сильный заряд g_s кварков имеет три значения, т.е. кварки каждого аромата существуют в трех разновидностях. Принято говорить, что эти разновидности отличаются друг от друга своими цветами. Обычно говорят, что кварки бывают трех цветов: желтого, синего и красного. "Цвет" в этом случае - просто удобный термин для обозначения квантовых чисел, характеризующих кварки¹.

Выбор трех основных оптических (желтого, синего, красного) цветов для обозначения зарядов кварков позволяет пользоваться наглядной оптической аналогией. Цветовые заряды антикварков сопряжены зарядам кварков. Иногда их называют антижелтым, антисиним, антикрасным, иногда - фиолетовым, оранжевым и зеленым

¹ Еще в 1965г. Н.Н.Боголюбов установил наличие трех степеней свободы у кварков, а название "цвет" ввел Гелл-Ман в 1973 г.

в соответствии с известной последовательностью дополнительных цветов в оптическом спектре. Сумма одинаковых заряда и антизаряда равна нулю. Сумма трех зарядов взаимно дополнительных цветов также равна нулю. При таком подборе кварковых цветов адроны естественно называть бесцветными, белыми частицами. Барионы бесцветны, так как состоят из трех кварков взаимно дополнительных цветов. Мезоны представляют собой бесцветные суперпозиции кварков и антикварков. Таким образом, было принято называть заряды сильного взаимодействия - цветными, а теорию сильного взаимодействия – хромодинамикой.

Итак, каждый кварк с определенным ароматом может иметь один из трех цветных зарядов: красный (к), желтый (ж), синий (с), и взаимодействие их сводится к обмену цветом. Поэтому переносчик сильного взаимодействия – глюон - должен быть двухцветным, т.е. он имеет цветной заряд. В этом заключается существенное отличие от электромагнитного взаимодействия, где переносчик взаимодействия фотон не имеет электрического заряда. Это обстоятельство имеет свои важные последствия.

Явление поляризации вакуума приводит в КЭД к экранировке электрического заряда. Поясним это. Электрический заряд непрерывно испускает и поглощает виртуальные фотоны, которые могут порождать виртуальные электрон-позитронные пары. Заряд поляризует эти пары так, что исходный заряд оказывается частично экранированным распределенным в окружающем пространстве облаком виртуальных пар. На макроскопических расстояниях мы наблюдаем некоторый эффективный заряд e . По мере приближения к центру экранирующее действие пар ослабевает, что эквивалентно увеличению заряда, т.е. возрастанию "константы взаимодействия". Действительно, на расстоянии $r = 10^{-17}$ см константа электромагнитного взаимодействия α оказывается равной $1/129$, а не $1/137$ как при $r > 10^{-13}$.

Аналогичное влияние на цветные заряды оказывают виртуальные $q \bar{q}$ - пары, образующиеся около сильного заряда, они также поляризуются исходным кварком и в результате уменьшают его заряд. Но возникающие вместе с $q \bar{q}$ -парами цветные глюоны тоже поляризуются и иначе, чем кварки. Кроме того, их - восемь видов, и, благодаря своим цветовым зарядам, глюоны сильно взаимодействуют друг с другом. В результате этого исходный заряд как бы "распухает" из-за виртуальных глюонов, и с увеличением расстояния суммарный заряд кварка и облака виртуальных глюонов возрастает. На больших расстояниях при $r > 10^{-13}$ см цветные силы становятся постоянными

$$F \sim \alpha_S \cdot r^{-2} + k,$$

а потенциал (т.е. энергия взаимодействия) V возрастает с расстоянием:

$$V \sim F \cdot r \sim \alpha_S \cdot r^{-1} + k \cdot r.$$

Образно говоря, между кварками как бы "натянута" струна. На малых расстояниях струна "провисает", энергия их взаимодействия мала и кварки свободны, а на больших расстояниях струна натянута и стягивает кварки с силой 10 тонн.

При уменьшении расстояния, по мере проникновения в глубь глюонного облака, окружающего кварк, цветовой заряд его уменьшается. Это означает, что в пределе бесконечно малых расстояний между кварками цветное взаимодействие между ними выключается. Константа сильного взаимодействия становится очень малой, и кварки почти не взаимодействуют между собой. Это явление получило название асимптотической свободы. Таким образом "константа" сильного взаимодействия меняется с расстоянием, поэтому ее называют бегущей константой. На расстоянии $r \sim 10^{-13}$ см $\alpha_S = 1$, а на расстоянии $r \sim 10^{-17}$ см $\alpha_S = 0,1$ (рис.1.1).

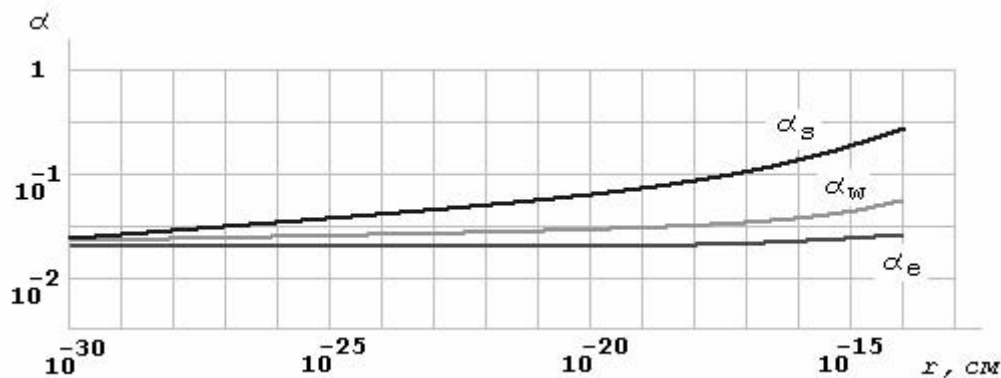


Рис 1.1. Зависимость величины безразмерных констант для трёх типов взаимодействия от расстояния между зарядами

Поскольку переносчиками слабого взаимодействия также являются заряженные частицы – W^{\pm} - бозоны, то константа слабого взаимодействия, как и сильного, уменьшается с уменьшением расстояния. На расстоянии $r \sim 10^{-17}$ см. $\alpha_W \approx 1/27$.

Итак, константы всех трех взаимодействий при расстояниях порядка 10^{-17} см не так уж далеки друг от друга по величине и проявляют тенденцию к дальнейшему сближению. Экстраполяция всех бегущих констант в область очень малых расстояний приводит к тому, что на расстояниях $r \sim 10^{-28}$ см. все они становятся одинаковыми $\alpha_{GU} \approx 1/40$. Индекс GU происходит от английских слов grand

unification и означает великое объединение трех фундаментальных взаимодействий. Возможно, что при таких расстояниях исчезает различие между лептонами и кварками и существует один тип частиц - лептокварки.

Ранее отмечалось, что слабые взаимодействия испытывают все частицы: и лептоны и кварки. Однако опыт показал, что в слабых взаимодействиях участвуют только некоторые пары частиц, образующие слабо взаимодействующие дублеты. Причиной этого является зависимость слабого взаимодействия от *спиральности частицы*, т.е. от того, совпадает или нет направление проекции спина частицы с направлением ее движения. Если направление проекции спина совпадает с направлением движения частицы, то такая частица называется правополяризованной, если нет, - то левополяризованной. Если масса частицы равна нулю, то ее спиральность не может быть изменена. Частицы с $m > 0$ могут менять свою спиральность.

Оказывается, в слабых взаимодействиях участвуют только частицы с левой поляризацией и античастицы с правой поляризацией. Эти частицы могут переходить друг в друга в результате обмена W -бозонами, они и образуют дублеты первого поколения.

ГЛАВА 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

2.1. Классификация электромагнитных взаимодействий

Теория электромагнитных взаимодействий (электродинамика - ЭД, квантовая электродинамика - КЭД) разработана уже довольно давно и настолько хорошо, что она может быть применена к большинству проблем, возникающих при электромагнитном взаимодействии излучения с веществом. При любой экспериментальной проверке предсказания этой теории подтверждались в пределах экспериментальных ошибок и математических приближений.

Электромагнитные взаимодействия существуют между всеми частицами, имеющими электрический заряд, и фотонами. Их можно рассматривать как результат обмена фотонами в момент взаимодействия или как результат поглощения и испускания фотонов. В качестве константы взаимодействия, определяющей интенсивность процесса, в случае электромагнитных взаимодействий выступает квадрат заряда e^2 или безразмерная величина, пропорциональная e^2 : $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$. Если в процессе взаимодействия участвует один фотон, то вероятность такого процесса пропорциональна α , если два фотона, то пропорциональна α^2 и т.д.

Остановимся на основных процессах, которые происходят с

наибольшей вероятностью и при которых осуществляется наибольшая передача энергии, поэтому они, в основном, и определяют проникающую способность частиц в вещество.

Эти элементарные электромагнитные процессы можно классифицировать с точки зрения классической физики на основе представления о параметре удара (прицельном параметре или параметре соударения) b , т.е. расстоянии наибольшего сближения частиц.

При взаимодействии частиц с атомами среды, через которую они летят, естественно сопоставлять величину параметра удара b с размером атомов a . В зависимости от того, как соотносятся между собой величины b и a происходит тот или иной процесс взаимодействия.

1. $b \gg a$. Если параметр удара настолько велик, что атом реагирует как целое на переменное электромагнитное поле, создаваемое заряженной частицей, то возникает возбуждение и ионизация атомов.

Взаимодействие фотона с атомом, как целым, приводит к фотоэффекту.

2. $b \sim a$. Если параметр удара сравним с размерами атома, то будет происходить взаимодействие частицы с отдельными электронами атома. В этом случае заряженная частица может передать электрону значительную энергию, электрон вырывается из атома и сам может производить ионизацию других атомов. Такой электрон называется δ -электроном. Если энергия, получаемая δ -электроном, велика по сравнению с энергией связи его в атоме, то это явление может рассматриваться как взаимодействие пролетающей частицы и свободного электрона.

При столкновении фотона с таким "свободным" электроном фотон рассеивается (комптоновое рассеяние, комптон-эффект).

3. $b \ll a$. При еще меньших значениях параметра удара происходит взаимодействие частицы с кулоновским полем ядра. Траектория частицы при этом заметно искривляется, и происходит ускорение (или замедление) частицы. Согласно классической электродинамики в этом случае должно возникнуть тормозное излучение.

При взаимодействии фотонов высокой энергии с ядрами атомов могут возникать электрон-позитронные пары. При этом фотон поглощается, и вся его энергия переходит в энергию пары. Этот эффект пороговый, так как он может происходить, если энергия фотона больше суммарной энергии покоя электрона и позитрона. Ядро принимает на себя избыток импульса. Заряженные частицы тоже

могут образовывать электрон-позитронные пары, так как электромагнитное поле быстро движущейся частицы может быть представлено как поток фотонов со спектром, зависящим от энергии частицы. Эти виртуальные фотоны могут создавать e^-e^+ -пары так же, как и реальные фотоны. Однако вероятность такого события в 137 раз меньше вероятности рождения пары реальным фотоном.

Особый класс взаимодействий составляют процессы излучения электромагнитных волн при равномерном движении частиц в среде с показателем преломления $n > 1$. К ним относится *излучение Вавилова-Черенкова*, на основе которого созданы разнообразные черенковские детекторы.

Кроме того, существует *переходное излучение*, возникающее при пересечении равномерно двигающейся заряженной частицей границы раздела двух сред с разными показателями преломления.

Размер атома a . Некоторые полезные оценки и соотношения можно получить из простейшей концепции Нильса Бора. Пусть имеем ядро с зарядом Ze . Рассмотрим электрон в стационарном состоянии, т.е. допустим, что электрон вращается вокруг ядра по стационарной круговой орбите радиуса a с орбитальной скоростью $v_{орб}$.

Атом - система квантовая, поэтому момент количества движения электрона $m_e v_{орб} a$ квантуется, т.е. может принимать лишь дискретные значения $m_e v_{орб} a = n \hbar$, где $n = 1, 2, 3, \dots$.

Поскольку рассматриваемая система стационарна, то центробежная сила равна кулоновской силе притяжения электрона к ядру, т.е. $m_e v_{орб}^2 / a = Ze^2/a^2$, $m_e v_{орб}^2 a = Ze^2$, и, следовательно, $n \hbar \cdot v_{орб} = Ze^2$.

Отсюда получаем важные для нас соотношения:

$$v_{орб} = Ze^2/n\hbar, \quad \text{и} \quad a = n\hbar/m_e v_{орб} = n^2 \hbar^2/m_e Ze^2,$$

т.е. скорость вращения электронов в атоме убывает с увеличением главного квантового числа n , а радиус орбиты вращения электронов в атоме пропорционален n^2 .

Энергия связи ($\epsilon_{св}$) электрона с ядром, т.е. его потенциальная энергия на орбите, получается равной:

$$\epsilon_{св} = Ze^2/a = m_e v_{орб}^2, \quad \text{а} \quad v_{орб}^2 = \epsilon_{св}/m_e.$$

Отсюда видно, что скорость вращения больше у внутренних электронов атома, для которых больше $\epsilon_{св}$. Например, для К-электронов $n=1$, следовательно, $v_{орб} = Ze^2/\hbar$. Для атома водорода $Z=1$, поэтому $v_{орб} = e^2/\hbar = 2,3 \cdot 10^8$ см/с и $a = \hbar^2/m_e e^2 = 0,5 \cdot 10^{-8}$ см.

В общем случае для электронных орбит в атомах имеем:

$$v_{орб} = Z/n \cdot 2,3 \cdot 10^8 \text{ см/с.} \quad \text{и} \quad a = n^2/Z \cdot 5 \cdot 10^{-9} \text{ см.}$$

Чтобы произошла ионизация, т.е. электрон мог покинуть атом,

надо, чтобы при взаимодействии с пролетающей мимо заряженной частицей этот электрон получил кинетическую энергию T_e большую, чем энергия связи его с атомом, т.е. $T_e > \epsilon_{св}$.

Определим минимальную кинетическую энергию E и скорость V пролетающей частицы, необходимые для ионизации атома среды.

Пусть пролетающая частица имеет массу $M \gg m_e$ и кинетическую энергию $E = \frac{1}{2} M V^2$. Так как максимальная энергия, которая может быть передана этой частицей электрону при упругом столкновении $T_e = E \cdot 4m_e M / (M+m_e)^2$, то при $M \gg m_e$ наибольшая энергия, получаемая электроном, будет $T_e \sim E \cdot 4m_e / M$. Чтобы электрон смог покинуть этот атом, необходимо, чтобы $T_e > \epsilon_{св}$, т.е. $E \cdot 4 m_e / M > \epsilon_{св}$. Отсюда получаем соотношения $E > \epsilon_{св} \cdot M / m_e$ и $V^2 > v_{орб}^2$.

Если энергия, передаваемая электрону $T_e \gg \epsilon_{св}$, т.е. энергия пролетающей частицы $E \gg \epsilon_{св} \cdot M / m_e$, то все электроны атома могут рассматриваться свободными и покоящимися по сравнению с быстро летящей частицей. Какова же должна быть энергия частицы, чтобы выполнялось это условие? Найдем, например, энергию протона, который имеет скорость $V = 4,6 \cdot 10^8$ см/с, т.е. равную $2 v_{орб}$ для атома водорода: $E_p = MV^2/2 \sim 100$ КэВ. Протон с $E_p > 100$ КэВ может ионизовать атом водорода, но лишь при энергии протона $E_p \gg 100$ КэВ, можно пренебречь связью электронов с ядрами атомов водорода и считать их свободными.

2.2. Ионизационные потери тяжелых заряженных частиц

Ионизация вещества - явление исключительное по своему значению для экспериментальной ядерной физики и физики высоких энергий, поскольку оно лежит в основе действия большинства детекторов заряженных частиц. Путем регистрации ионизации были открыты естественная радиоактивность и космические лучи, впервые наблюдаены реакции расщепления атомных ядер.

В результате возбуждения и ионизации быстрыми заряженными частицами атомов вещества детектора и последующего усиления слабого первоначального ионизационного сигнала возникает наблюдаемый макроскопический ионизационный эффект. Измерения этого ионизационного эффекта, как и времени пролета, а также переходного и черенковского излучений широко используются для идентификации заряженных частиц и интерпретации экспериментов.

Основные закономерности, описывающие ионизационные потери энергии тяжелыми заряженными частицами, можно получить из сравнительно простых качественных соображений, основанных на классических представлениях. Впервые эти закономерности были

получены в 1915 г. Нильсом Бором.

Итак, рассмотрим прохождение через вещество тяжелой ($M \gg m_e$) нерелятивистской ($V \ll c$) заряженной (ze) частицы. Предположим, что частица эта настолько быстра ($V \gg v_{орб}$), что можно считать все атомные электроны свободными.

Сначала разберем взаимодействие этой частицы с одним электроном среды, расположенным на расстоянии b от ее траектории (b - прицельный параметр) (рис.2.1). В результате электростатического взаимодействия электрон получает импульс в направлении, перпендикулярном к направлению движения частицы. Продольная же составляющая импульса электрона близка к нулю, так как две ее компоненты, соответствующие приближению частицы к электрону и удалению от него, почти равны по величине (если потери энергии частицей малы) и противоположны по направлению. Так как $M \gg m_e$, то можно не учитывать изменения направления движения частицы после такого единичного взаимодействия.

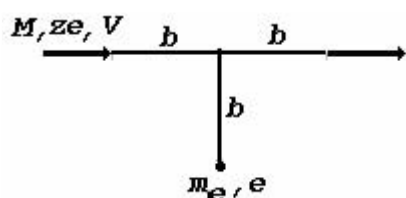


Рис.2.1. Схема взаимодействия заряженной частицы с электроном

1. Итак, в результате действия кулоновских сил между частицей и электроном среды этот электрон получает импульс $p_e = F \cdot t$, где $F = ze \cdot e / b^2$, а $t = 2b/V$ - время взаимодействия, т.е.

$$p_e = ze^2/b^2 \cdot 2b/V = 2 ze^2 / Vb$$

В этом рассмотрении, казалось бы, допущен некий произвол при утверждении, что временем взаимодействия считается время пролета частицей расстояния $2b / V$ вблизи электрона среды (рис 2.1). Однако это так, в чем легко убедиться, проведя более аккуратные вычисления переданного электрону импульса. Рассмотрим постепенное приближение летящей частицы к электрону среды. В каждый момент кулоновская сила, действующая между ними, будет: $F = ze^2 / (x^2 + b^2)$, где x - расстояние от места нахождения частицы в любой момент времени до точки наибольшего сближения с электроном (рис.2.2).

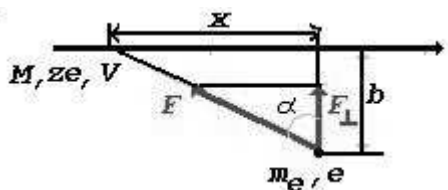


Рис 2.2. К расчёту передаваемого электрону импульса.

Перпендикулярная составляющая этой силы будет $F_{\perp} = F \cdot \cos \alpha =$

$F \cdot b / (x^2 + b^2)^{1/2}$ и, следовательно, $F_{\perp} = z e^2 \cdot b / (x^2 + b^2)^{3/2}$. Перпендикулярная составляющая переданного импульса получается при интегрировании по всему времени взаимодействия $p_e = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\perp} dt$, где $dt = dx / V$, и

$$p_e = \frac{z e^2 b}{V} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{z e^2 b}{V} \cdot \frac{2}{b^2} = \frac{2 z e^2}{V b}.$$

Получили то же самое выражение для переданного импульса и, следовательно, наше утверждение, что взаимодействие определяется в основном временем $t = 2 b / V$ – верно.

2. Если электрон в результате взаимодействия приобрел импульс $p_e = 2 z e^2 / V b$, то, следовательно, он приобрел и кинетическую энергию: $T_e = p_e^2 / 2 m_e = 2 z^2 e^4 / m_e V^2 b^2$.

Здесь уместно вспомнить о законе сохранения энергии для данного частного случая: сколько энергии приобрел электрон (T_e), столько же энергии (ΔE) потеряла частица при взаимодействии с этим электроном: $|\Delta E| = T_e = 2 z^2 e^4 / m_e V^2 b^2$.

3. Теперь вспомним, что среда наполнена атомами (A, Z) и, следовательно, в ней много электронов. Если плотность среды ρ г/см³, то плотность атомов в ней будет: $n_{am} = \rho \cdot N_{AB} / A$ см⁻³, где N_{AB} – число Авогадро. Плотность электронов будет в Z раз больше: $n_e = Z \cdot n_{am} = Z / A \cdot \rho \cdot N_{AB}$ см⁻³.

Если частица проходит в среде путь dx , то она взаимодействует почти одинаково со всеми электронами, которые располагаются на одном и том же расстоянии b от ее траектории, и каждому из них передает энергию T_e . Количество таких электронов на пути dx будет определяться плотностью электронов и объемом кольцевого цилиндра длиной dx с внутренним радиусом b и внешним радиусом $b + db$ (рис.2.3). Объем этого цилиндра – $2\pi b db dx$. Электронов в нем будет: $n_e = 2\pi b db dx \cdot Z n_{am}$.

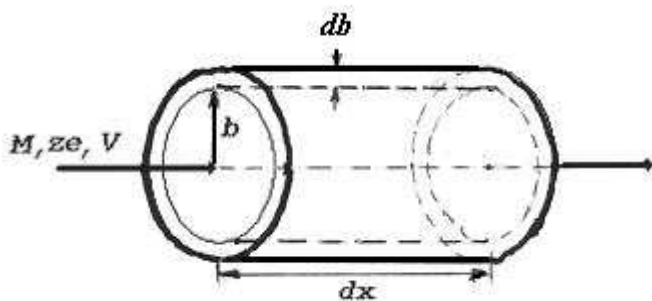


Рис.2.3. К расчету ионизационных потерь энергии

Каждому из этих электронов пролетающая частица передает энергию ΔE , а всем электронам, находящимся на расстоянии b от нее

на пути dx , частица передает энергию

$$\left| \frac{dE(b)}{dx} \right| = \frac{4\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot Z n_{cm} \cdot \frac{db}{b}.$$

Не следует забывать, что энергия частицы при этом взаимодействии уменьшается, и поэтому производная $dE(b)/dx$ отрицательна.

4. Чтобы найти ионизационные потери частицы на пути dx со всеми электронами среды, с которыми она взаимодействует с разными параметрами удара, надо проинтегрировать по всем возможным параметрам удара от b_{\min} до b_{\max} :

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{4\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot n_{cm} Z \cdot \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} = \frac{4\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot Z n_{cm} \cdot \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-1}.$$

Пределы интегрирования должны быть конечны, так как из самых общих физических соображений удельные потери энергии dE/dx должны иметь конечную величину - частица с конечной энергией не может потерять бесконечно большую энергию. Отсюда следует, что $b_{\min} \neq 0$ и $b_{\max} \neq \infty$. Рассмотрим, какими факторами определяются величины предельных параметров удара b_{\min} и b_{\max} .

b_{\min} . Минимальному значению параметра удара соответствует максимальная передаваемая энергия. Ранее было получено соотношение, связывающее передаваемую электрону энергию с параметром удара b : $Te = |\Delta E| = 2 z^2 e^4 / m_e V^2 b^2$. Откуда имеем: $b^2 = 2 z^2 e^4 / m_e V^2 \cdot 1 / \Delta E$ и, следовательно, $b_{\min}^2 = 2 z^2 e^4 / m_e V^2 \cdot 1 / \Delta E_{\max}$.

Если сталкиваются две частицы с массами M и m_e и $M \gg m_e$, то максимальная передаваемая энергия будет:

$$\Delta E_{\max} = 4 m_e M / (M + m_e)^2 \cdot M V^2 / 2 \approx 2 m_e V^2.$$

Следовательно:

$$b_{\min}^2 = \frac{2 e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{1}{2 m_e V^2} = \frac{e^4 z^2}{m_e^2 V^4} \quad \text{и} \quad b_{\min} = \frac{e^2 z}{m_e V^2}.$$

В релятивистском случае в выражении для b_{\min} появляется коэффициент $\sqrt{1 - \beta^2}$, так как максимальная передаваемая энергия будет расти со скоростью частицы:

$$\Delta E_{\max} = \frac{2 m_e V^2}{1 - \beta^2}, \quad \text{а} \quad b_{\min} = \frac{e^2 z}{m_e V^2} \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Итак, мы получили выражение для b_{\min} с точки зрения классического подхода.

Можно найти минимальный параметр удара b'_{\min} с помощью квантово-механического подхода, используя для этого соотношение неопределенностей: $p_{e \max} \cdot b'_{\min} \sim \hbar$.

Так как $p_{e \max} = (2 m_e \Delta E_{\max})^{1/2} = (4 m_e^2 V^2)^{1/2} = 2 m_e V$, то для b'_{\min} получаем:

$$b'_{\min} = \hbar / 2 m_e V \quad \text{в нерелятивистском случае}$$

$$b'_{\min} = \hbar \cdot \sqrt{1 - \beta^2} / 2 m_e V \quad \text{в релятивистском случае.}$$

Обычно $b'_{\min} > b_{\min}$, поэтому используется классическое выражение для b_{\min} .

b_{\max} . Чем больше параметр удара, тем меньше передаваемая электрону энергия. b_{\max} соответствует случаю, когда передаваемая энергия близка к энергии связи этого электрона с ядром. Поскольку энергия связи разных электронов атома различна, то вводится обычно некоторая усредненная характеристика энергии связи электронов в атомах данного элемента (A,Z), называемая *средним потенциалом ионизации I*.

Для разных элементов $I = I_0 \cdot Z$, где I_0 слабо зависит от Z вещества. В табл.2.1 приведены значения I_0 для некоторых элементов.

Таблица 2.1. Величины I_0 для разных элементов

ВЕЩЕСТВО	Be	C	Воздух	Al	Cu	Pb
I_0 , эВ	16,0	13,0	12,8	12,8	11,1	10,0

Итак, выбираем в качестве максимального прицельного параметра такой, при котором электрону передается энергия, равная среднему потенциалу ионизации: $\Delta E_{\min} = I$. Так как

$$b_{\max}^2 = \frac{2e^4 z^2}{m_e V^2} \cdot \frac{1}{\Delta E_{\min}}, \quad \text{то} \quad b_{\max}^2 = \frac{2e^4 z^2}{m_e V^2} \cdot \frac{1}{I}.$$

Теперь можно найти выражение для $\ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{b_{\max}^2}{b_{\min}^2} \right)$.

Подставляя найденные нами значения b_{\max} и b_{\min} , получаем:

$$\ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{2 m_e V^2}{I (1 - \beta^2)}.$$

Выражение для удельных ионизационных потерь энергии приобретает вид:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot Z n_{cm} \cdot \ln \frac{2m_e V^2}{I(1-\beta^2)}.$$

Вывод этой формулы на основе классических представлений первоначально был предложен Н.Бором в 1915 г., поэтому она и называется формулой Бора в этом виде или в более уточненном варианте:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi e^4}{m_e} \frac{z^2}{V^2} Z n_{cm} \left[\ln \frac{2m_e V^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \right].$$

Позднее Г.А.Бете проделал аналогичные вычисления на основе квантовой механики. В 1930-1933 гг. Г.А.Бете и Ф.Блохом были теоретически вычислены и получены из многочисленных экспериментальных данных величины b_{\min} и b_{\max} . Кроме того, в 1933 г. Ф.Блохом было предложено несколько иное выражение для среднего потенциала ионизации: $I(Z) = I_H Z$, где $I_H = 13,5$ эВ – энергия, соответствующая частоте Ридберга.

Формула для ионизационных потерь энергии, выведенная Бете и Блохом с учетом квантовых и релятивистских эффектов, называется их именем (формулой Бете-Блоха) и имеет вид:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4}{m_e} \frac{z^2}{V^2} Z n_{cm} \left[\ln \frac{2m_e V^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 - \delta - u \right] \text{эргсм}^{-1}.$$

Замечание: У читателя может возникнуть естественный вопрос, почему релятивизм не проявился в коэффициенте перед логарифмом в формуле? Причина в том, что этот коэффициент, как видно из вывода формулы, определяется величиной переданного импульса $p_{er} = F t$. В случае релятивистских скоростей максимальное значение силы F , действующей со стороны частицы на электрон, увеличивается на множитель $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$. С другой стороны время взаимодействия t уменьшается на множитель γ . Произведение их остается неизменным.

Зависимость ионизационных потерь от параметров частицы

1. Удельные ионизационные потери энергии пропорциональны квадрату заряда частицы:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| \sim z^2.$$

Это означает, что при одинаковой скорости ядро железа ($z=26$) теряет на ионизацию вещества в 676 раз больше энергии, чем протон.

2. Удельные потери не зависят от массы частицы M . Это

получается из-за того, что происходит взаимодействие электрических зарядов частиц, а не их масс. Однако, если сопоставлять потери на ионизацию различных частиц с одинаковой кинетической энергией, тогда в коэффициент перед логарифмическим членом неизбежно войдет масса частицы, так как $V^2 \sim E/M$. Поскольку в нерелятивистском случае ионизационные потери обратно пропорциональны квадрату скорости частицы:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| \sim \frac{1}{V^2}, \quad \text{то} \quad \left| \frac{dE}{dx} \right| \sim \frac{M}{E}.$$

Следовательно, частицы с одинаковой кинетической энергией теряют ее на ионизацию тем больше, чем больше их масса. Например, на единице своего пути дейтрон теряет на ионизацию энергию в 2 раза большую, чем протон с такой же кинетической энергией, а мюон в ~ 9 раз меньшую.

3. Удельные потери энергии на единице пути являются довольно сложной функцией скорости (и, следовательно, кинетической энергии) частицы. Эта зависимость схематически изображена на рис.2.4, где по оси абсцисс отложена кинетическая энергия в единицах своей собственной энергии Mc^2 , а по оси ординат – средние удельные потери энергии этой частицей на ионизацию среды.

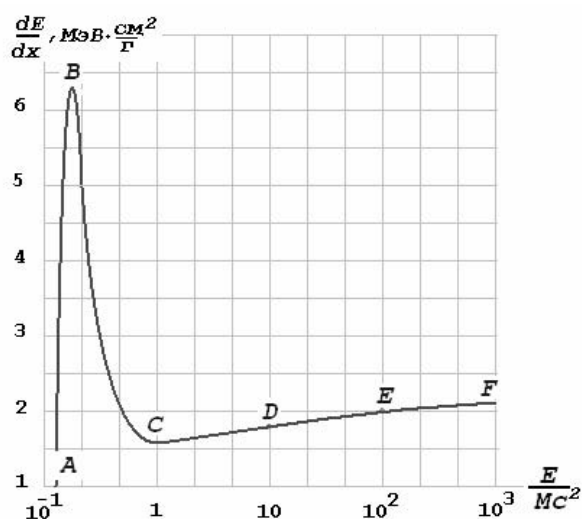


Рис.2.4. Зависимость средних удельных ионизационных потерь энергии тяжелых частиц в свинце от энергии

Вся сложная кривая рисунка разделена буквами А, В, С, D, E, F на отдельные участки с характерным для них поведением этой

зависимости.

(BC). Участок (BC) соответствует случаю, когда с, одной стороны, частица нерелятивистская, т.е. $E < Mc^2$ и $\beta < 1$, другой стороны, она настолько быстрая, что все электроны атомов могут считаться свободными. Поведение кривой в этой области (BC) определяется коэффициентом перед квадратными скобками в формуле Бете-Блоха:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right|_{BC} \propto \frac{4\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot Zn_{cm}, \quad \text{т.е.} \quad \left| \frac{dE}{dx} \right| \propto \frac{Mz^2}{E}.$$

Такая зависимость в нерелятивистской области получилась из-за того, что переданный электрону импульс $p_{er} = F t$, зависит от времени взаимодействия t , которое, в свою очередь, обратно пропорционально скорости частицы $t \sim 1/V$. Переданная же электрону энергия, потерянная частицей $\sim 1/V^2$, и, следовательно, $\sim 1/E$.

Зависимость $\left(\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{V^2} \right)$ имеет место вплоть до релятивистских скоростей. При $V \approx c$ коэффициент перед скобкой принимает минимальное значение.

(CD). На участке (CD) кривой (см. рис. 2.4) удельные ионизационные потери снова начинают увеличиваться. Этот рост потерь обусловлен ростом величины логарифмического члена, так как при $\beta \rightarrow 1$ $\frac{1}{1-\beta^2} \rightarrow \infty$. Поскольку этот множитель стоит под знаком логарифма, то и рост потерь наблюдается медленный - "логарифмический". Логарифмическое возрастание $\frac{dE}{dx}$ с увеличением энергии обычно называют релятивистским подъемом ионизации. Он начинается после того, как dE/dx достигнет минимальной величины при $V \cong 0,96c$. Частично этот подъем происходит за счет близких столкновений, так как увеличивается максимальная передаваемая энергия ΔE_{max} , а частично за счет далеких столкновений из-за релятивистского увеличения b_{max} .

Рост потерь, обусловленный вторым фактором, происходит из-за релятивистского сжатия кулоновского поля частицы в продольном направлении (вдоль траектории частицы) и возрастания поля в поперечном направлении. Рис.2.5 иллюстрирует сказанное: для нерелятивистских частиц эквипотенциальная поверхность имеет сферически симметричную форму (а), а форма эквипотенциальной поверхности поля релятивистских частиц другая (б): расстояние в продольном направлении уменьшается в γ^{-1} раз, а в поперечном - увеличивается в γ раз, получается эллипсоид, "блин", который с

увеличением скорости частицы все более сплющивается в продольном направлении и увеличивается в поперечном. Это означает, что все большее число электронов среды попадает в поле воздействия летящей частицы. Растет b_{\max} и все большему числу электронов частица передает свою энергию. Следовательно, и потери энергии частицей на единице ее пути растут.

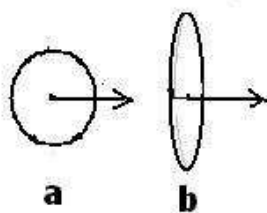


Рис.2.5. Форма эквипотенциальной поверхности кулоновского поля: (а) для нерелятивистской, (б) релятивистской скорости частицы

(DE). Казалось бы, эффект релятивистского сжатия поля должен был бы приводить к неограниченному увеличению потерь. Однако это не так. При дальнейшем увеличении энергии частицы b_{\max} может стать больше расстояния между атомами среды. В этом случае возникает так называемый эффект плотности, который особенно существенен для плотных газов, жидкостей и, тем более, для твердых веществ. Эффект плотности связан с тем, что поле летящей частицы поляризует атомы среды. В результате поляризации многих атомов возникает поле диполей, направленное в сторону, противоположную полю летящей частицы. Оно ослабляет поле частицы и как бы экранирует от него далеко расположенные электроны. На некотором расстоянии от траектории частицы поле ее компенсируется полностью противоположным полем диполей.

(EF). Область кривой (EF) и соответствует этому случаю: рост потерь энергии существенно замедляется из-за эффекта плотности. Остается только рост потерь за счет увеличения передаваемой энергии, которое обязательно растет ΔE_{\max} . В формуле Бете-Блоха эффект плотности учитывается членом " δ ". Поскольку эффект поляризации прямо пропорционален плотности электронов среды n_e , то этот эффект в сильной степени зависит от плотности вещества, за что и получил свое название.

Поправка на эффект плотности в несколько упрощенном виде впервые была рассчитана Э.Ферми в 1939 г. и поэтому область (EF) часто называют "плато Ферми". В крайнем релятивистском случае поправка на эффект плотности дается выражением:

$\delta = -\ln(1 - \beta^2) - \varphi$, где $\varphi = \ln \frac{I^2}{\hbar^2 v^2} + 1$, а $v = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\pi m_e}}$ - плазменная частота электронов.

В предельном случае очень больших энергий часть релятивистского возрастания потерь полностью компенсируется эффектом плотности. Оставшаяся часть связана с передачей энергии при близких столкновениях. В случае не очень больших энергий максимальная передаваемая энергия ΔE_{\max} растет как $(1 - \beta^2)^{-1}$. При очень высоких энергиях ΔE_{\max} возрастает приблизительно как $(\sqrt{1 - \beta^2})^{-1}$, т.е. релятивистский подъем оказывается в три раза меньше того, который можно было ожидать без учета эффекта плотности.

Иногда употребляется понятие "ограниченные ионизационные потери" энергии, обычно связанное с условиями наблюдения, например, с ограничением пробега в трековом детекторе δ -электронов, получивших в результате ионизации максимальную энергию T_e^{\max} . Из-за этого регистрируется не максимальная передача энергии, а меньшая $T_e^{\text{оп}}$, т.к. она ограничена размерами детектора. В этом случае не будет наблюдаться рост ионизационных потерь в области (EF).

(AB). Формула для ионизационных потерь была выведена в предположении, что все электроны атомов среды при взаимодействии с частицей могут считаться свободными, т.е. выполняется условие:

$$\Delta E \gg \varepsilon_{св}, \quad \text{и} \quad E \gg \frac{M}{m_e} \varepsilon_{св}.$$

По мере уменьшения энергии частицы это соотношение может оказаться нарушенным. В первую очередь это нарушение будет относиться к наиболее сильно связанным электронам в атомах: К- и L-электронам.

Когда скорость частицы станет меньше скорости орбитального движения К-электронов, ионизация их станет невозможной, и, следовательно, К-электроны должны быть выключены при вычислении плотности электронов в среде, т.е. число их как бы уменьшится, и, соответственно, потери энергии также уменьшатся.

При дальнейшем уменьшении скорости частицы то же самое следует отнести и к L-электронам, затем к M-электронам и т.д. Чем больше Z среды, тем больше $\varepsilon_{св}$ и тем выше граничная энергия частицы, при которой следует учитывать этот эффект. Поскольку $V_{sp} \sim v_{орб}^k = Ze^2/\hbar$, то граничная кинетическая энергия частицы будет

$$E_{sp} = \frac{MV_{sp}^2}{2} = \frac{MZ^2}{2} \left(\frac{e^2}{\hbar} \right)^2 = \frac{Mc^2 \cdot Z^2}{2} \cdot \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 = \frac{\alpha^2}{2} \cdot Mc^2 \cdot Z^2,$$

где $\alpha = 1/137$ - постоянная тонкой структуры . В таблице 2.2 приведена граничная энергия для протонов и α -частиц в нескольких средах.

Уменьшение потерь энергии при малых энергиях частицы соответствует левому "завалу" кривой ионизационных потерь (AB), и в формуле Бете-Блоха учитывается последним членом и в квадратных скобках.

При рассмотрении ионизационного торможения тяжелых заряженных частиц (ионов атомов) нужно учитывать явление перезарядки, связанное с захватом частицей электронов среды и их потерей. Этот эффект становится существенным при скоростях частицы, сравнимых со скоростями орбитального движения электронов (AB).

Таблица 2.2. Граничная энергия для протонов и α -частиц

Вещество	$E_{гр}$ для протонов, МэВ	$E_{гр}$ для α -частиц , МэВ
Углерод	0,9	3,6
Алюминий	4,2	16,9
Медь	21,0	84,4

Зависимость ионизационных потерь от параметров среды

1. Положение максимума кривой (B) определяется $E_{гр}$ для каждой среды, так как $E_{гр} \sim Z^2$.

2. Удельные ионизационные потери энергии пропорциональны плотности электронов в среде:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| \propto Z n_{ам} = n_e.$$

В 1 см^3 среды содержится электронов $n_e = Z n_{ам} = \frac{N_A}{A} \cdot \rho \cdot Z = N_A \cdot \frac{Z}{A} \cdot \rho$,

где N_A – число Авогадро, Z и A – заряд и атомный вес среды, а ρ – плотность среды.

Для легких веществ $\frac{Z}{A} \approx 0.5$. Следовательно, для этих сред получается простая зависимость $\left| \frac{dE}{dx} \right| \sim \rho \text{ г/см}^3$. Это обстоятельство побудило ввести в обиход массовую единицу длины x_r , размерность

которой $[x\rho]$ - г/см². Смысл массовой единицы длины очевиден: это такая высота столбика вещества с сечением 1 см², который весит $x\rho$ г, иначе говоря, это давление, которое оказывает на площадь в 1 см² столбик вещества высотой $x\rho$.

В массовых единицах формула Бете-Блоха принимает вид

$$\left| \frac{dE}{d(x\rho)} \right| = \frac{4\pi e^4}{m_e} N_A \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{Z}{A} \cdot \left[\ln \frac{2m_e V^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 - \delta - u \right] \frac{эрг}{г/см^2}.$$

Поскольку $Z/A \sim 0.5$, а $I(A,Z)$ слабо влияет на величину потерь, так как входит под знаком логарифма, то оказывается, что при расчете на 1 г/см² ионизационные потери во всех веществах приблизительно одинаковы. Для иллюстрации сказанного в таблице 2.3 приведены ионизационные потери энергии однозарядными релятивистскими частицами около минимума кривой, где $E \approx (2-3) \text{ МэВ}$.

Таблица 2.3. Величина ионизационных потерь энергии в 1 г/см² вещества

Вещество	$dE/d(x\rho)$, МэВ·см ² /г
Воздух	1,8
Алюминий	1,65
Железо	1,50
Свинец	1,2

Как видно из табл.2.3, зависимость от A и Z слабая, но все же заметная из-за того, что отношение Z/A уменьшается с ростом A .

3. Величина потенциала ионизации $I(A,Z)$ уже обсуждалась нами ранее. И хотя потенциал ионизации входит под знаком логарифма и слабо сказывается на величине ионизационных потерь, тем не менее, для аккуратных вычислений его надо обязательно учитывать.

Если среда содержит атомы различных элементов со своими характеристиками Z_i , A_i и ρ_i , то плотность электронов в среде будет зависеть от всех этих величин, и можно считать с хорошей степенью точности, что их тормозная способность складывается (правило Брэгга). В формуле Бете-Блоха для средних ионизационных потерь в г/см² вместо Z/A и $\ln I$ появятся соответственно другие величины:

$$\overline{\left(\frac{Z}{A} \right)} = \sum_i f_i \cdot \frac{Z_i}{A_i} \quad \text{и} \quad \overline{\ln I} = \sum_i f_i \ln I_i \quad \text{где} \quad f_i = \frac{n_i Z_{ii}}{\sum_i n_i Z_i}.$$

Здесь n_i – число атомов элемента с атомным номером Z_i , а I_i – его средний потенциал ионизации.

2.3. Ионизационные потери электронов

Вывод формулы для потерь энергии на ионизацию электронами в принципе такой же, как и для других заряженных частиц. Также для электронов ($z=1$) получается соотношение:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{4\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{1}{V^2} \cdot n_e \cdot \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}},$$

но величины b_{\max} и b_{\min} приходится выбирать несколько по-другому. Необходимо при этом учитывать, что

- 1) падающие электроны в процессе взаимодействия из-за малости своей массы будут отклоняться от первоначального направления;
- 2) из-за тождественности взаимодействующих частиц будут возникать обменные эффекты, имеющие квантовую природу.

При учете этих замечаний формула для удельных ионизационных потерь принимает вид:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{2\pi e^4}{m_e V^2} \cdot n_e \cdot \left[\ln \frac{m_e V^2 E}{2I^2(1-\beta^2)} - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \cdot \ln 2 + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 \right].$$

В этой формуле $E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_e c^2$ - релятивистская кинетическая энергия электрона.

В нерелятивистском случае формула сводится к более простому выражению:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{4\pi e^4}{m_e V^2} \cdot n_e \cdot \ln \frac{m_e V^2}{2I}.$$

В ультрарелятивистском случае при $E \gg m_e c^2$ формула для потерь энергии также имеет простой вид:

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{2\pi e^4}{m_e c^2} \cdot n_e \cdot \left[\ln \frac{E^2}{2I^2 \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{1}{8} \right].$$

В отличие от тяжелых частиц для электронов важны оба эти предельных случая, так как $m_e c^2 = 0,511$ МэВ и электрон становится ультрарелятивистским уже при энергии в несколько МэВ.

Сравнение ионизационных потерь для электронов и тяжелых заряженных частиц приводит к следующим выводам.

1. Множители перед квадратными скобками в выражениях для ионизационных потерь электронов и тяжелых заряженных частиц одинаковы, т.е. при одинаковых скоростях удельные потери их одинаковы.

2. При одной и той же энергии электронов и тяжелых частиц в нерелятивистском случае удельные потери энергии пропорциональны массе частиц. Следовательно, для протонов они почти в 2000 раз больше, чем для электронов. Это очень важно для методов регистрации частиц. Например, в ядерных эмульсиях протоны с энергией 5 МэВ оставляют отчетливый след, тогда как электрон такой же энергии практически незаметен.

3. При очень высоких энергиях все по-другому. При $V \sim c$ член перед скобкой не меняется. Становится существенной зависимость от $\sqrt{1-\beta^2}$ под логарифмом. Поэтому при ультрарелятивистских скоростях величина dE/dx слабо зависит и от энергии, и от массы частицы. Например, при кинетической энергии электрона и протона, равных 10 ГэВ потери энергии электронами в ≈ 2 раза превышают потери энергии протонами (при различии их масс в 2000 раз).

2.4 . Пробег заряженных частиц в веществе

Потеряв всю энергию, частица останавливается. Расстояние, пройденное частицей в веществе, называется пробегом. На этом пути заряженная частица изменяет свою энергию от начального значения E_0 до нуля в результате разных механизмов взаимодействия, основным из которых для области энергий до 100 МэВ являются ионизационные потери. Поэтому понятно, что величина пробега зависит от массы, заряда, энергии частицы и характеристик среды.

Пробег R частицы с начальной энергией E_0 можно определить выражением

$$R = \int_0^R dx = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)} = \int_0^{E_0} \frac{dE}{\frac{dE}{dx}}.$$

Для нерелятивистских частиц $dE = d\left(\frac{MV^2}{2}\right) = MVdV$, а

$$\left|\frac{dE}{dx}\right| = \frac{4\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot n_e \cdot \left[\ln \frac{2m_e V^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 - \delta - u\right] \sim \frac{z^2}{V^2} \cdot \rho.$$

Оценим теперь, как пробег зависит от параметров частицы и среды:

$$R \sim \int \frac{MVdV}{\frac{\rho \cdot z^2}{V^2}} = \frac{M}{\rho \cdot z^2} \int V^3 dV \approx \frac{MV^4}{z^2 \cdot \rho}.$$
 Из этого соотношения можно

сделать ряд полезных выводов:

1. При равных скоростях пробеги частиц прямо пропорциональны их массам и обратно пропорциональны квадратам зарядов.

2. Пробеги обратно пропорциональны плотности среды, т.е. удобно измерять пробеги в массовых единицах длины. В этом случае величина пробега практически не будет зависеть от характеристик среды: $R\rho(\text{г/см}^2)\sim MV^4/z^2$.

При более аккуратных расчетах не следует забывать, что в формуле Бете-Блоха есть еще коэффициенты, зависящие от среды: Z/A и I . Но для большинства веществ с малыми и средними A величина отношения $Z/A\sim 0,5$ и очень медленно падает с увеличением A , а средний ионизационный потенциал I стоит под знаком логарифма, т.е. тоже слабо влияет на величину средних потерь энергии и, как следствие этого, на величину пробега.

3. Чтобы сравнивать пробеги частиц с одинаковыми кинетическими энергиями, удобно несколько преобразовать выражение для R :

$$R \propto \frac{MV^4}{z^2\rho} = \frac{M^2V^4}{Mz^2\rho} \propto \frac{E^2}{Mz^2\rho}.$$

Из этого соотношения видно, что при равных кинетических энергиях пробеги частиц обратно пропорциональны их массам.

Пусть на слой поглотителя перпендикулярно к нему падает пучок однородных частиц с одинаковой энергией E_0 . Как будет выглядеть зависимость числа этих частиц N от толщины поглотителя x ?

Для тяжелых заряженных частиц (практически всех частиц, кроме электронов), которые проходят слой поглотителя почти без рассеяния и поэтому имеют прямолинейную траекторию в веществе, все очень просто: частицы выбывают из пучка в основном из-за остановки в результате потерь энергии на ионизацию и возбуждение среды. А так как у них начальная энергия E_0 была одинакова и средние потери энергии dE/dx тоже одинаковы, то все частицы должны были бы проходить одинаковые расстояния в веществе. В этом случае кривая поглощения должна описываться горизонтальной резко обрывающейся линией. На самом деле, вместо этой картины наблюдается разброс величины пробегов, связанный со статистическим характером процесса ионизационных потерь. Частицы теряют свою энергию в очень большом, но конечном числе отдельных актов. Флуктуациям подвержено как число таких актов на единицу длины, так и потери энергии в каждом отдельном акте, в особенности в связи с образованием δ -электронов.

Пробеги отдельных частиц распределены около среднего пробега по закону Гаусса:

$$p(R)dR = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta R^2}} \cdot \exp\left[-\frac{(R-\bar{R})^2}{2\Delta R^2}\right] \cdot dR,$$

где \bar{R} – средний пробег, $\overline{\Delta R^2} = \overline{(R - \bar{R})^2}$ – среднеквадратичное отклонение от среднего значения.

Относительный разброс пробегов $\frac{\sqrt{\overline{\Delta R^2}}}{\bar{R}}$ называется стрэгглингом. Наличие этого разброса приводит к тому, что кривая поглощения имеет не резкий, а плавный спад, такой, как изображен на рис. 2.6 а (для α -частиц). На основании свойств гауссова распределения можно найти, что интенсивность пучка упадет в два раза в точке $x = R_0$, которая соответствует среднему пробегу частиц. Более того, в этой точке кривая имеет наибольшую крутизну. Построив касательную с максимальным наклоном в точке $x=R_0$ и продолжив ее до пересечения с осью абсцисс, можно найти экстраполированный пробег R_3 . Обычно разность $R_3 - R_0$ называется параметром разброса. Величина параметра разброса для тяжелых заряженных частиц

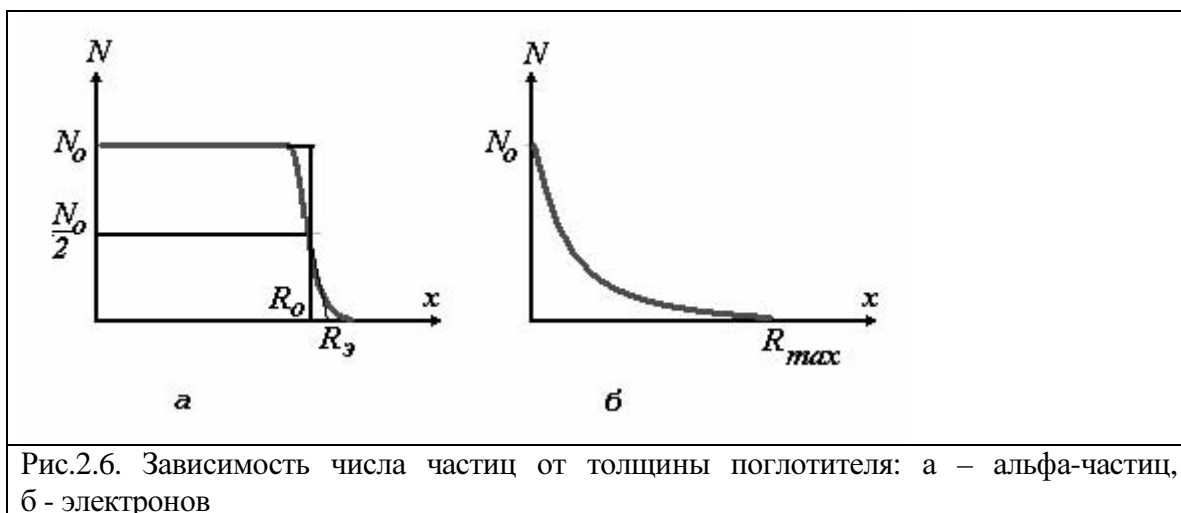


Рис.2.6. Зависимость числа частиц от толщины поглотителя: а – альфа-частиц, б - электронов

незначительна и составляет единицы или десятые доли процента от R_0 . Это обстоятельство дает возможность по величине пробега с хорошей точностью определять энергию частиц.

Для электронов ситуация с пробегами иная. Понятие пробега для электронов весьма условно, потому что кроме ионизационных потерь для электронов существенную роль играют радиационные потери энергии. Кроме того, электроны испытывают в веществе многократное рассеяние, и поэтому их путь в веществе не прямолинеен (как для тяжелых частиц). Направление их движения часто меняется, и только небольшое число электронов из пучка проходят максимальное

расстояние в поглотителе в направлении, перпендикулярном к его поверхности. Кривая поглощения коллимированного пучка моноэнергетических электронов имеет другой, чем для тяжелых частиц, вид (рис.2 б. б).

Относительный разброс пробегов (стрэгглинг) и параметр разброса для электронов значительно больше, чем для других частиц. Для электронов вводят еще одно понятие: максимальный пробег R_{max} , это толщина вещества, в которой задерживаются все электроны. Теоретически рассчитать R_{max} очень трудно. Поэтому для оценок обычно пользуются полуэмпирическими формулами. Например, для моноэнергетических электронов с энергией E (МэВ) часто применяется простая формула:

$$R_{max}(г/см^2) = 0,526 E(МэВ) - 0,24.$$

Обычно энергию электронов определяют не по пробегу, а по полной ионизации, произведенной ими в веществе.

2.5 . δ-электроны

При столкновении заряженной частицы с электроном среды в случае достаточно малого параметра удара $b \sim a$ электрон может получить такую энергию, что сам будет вызывать ионизацию других атомов. Такие электроны называются δ-электронами.

При ионизационных потерях в каждом столкновении пролетающей частицы с электроном среды в среднем ею теряется очень небольшая порция энергии. И только в редких случаях передается значительная энергия, т.е. образуется δ-электрон. Вспомним уже полученное нами соотношение между энергией электрона T_e и параметром удара:

$$b^2 = \frac{2 \cdot e^4 \cdot z^2}{m_e \cdot V^2} \cdot \frac{1}{T_e}$$

Отсюда следует заключение, что большая передача энергии с образованием δ-электрона осуществляется при малых параметрах удара. Поэтому вероятность образования δ-электронов определяется вероятностью оказаться электрону среды в кольце площадью $2\pi b db$ около траектории частицы, т.е. $d\sigma_\delta = 2\pi b db$. Но

$$d(b^2) = 2b db = (-1) \frac{2e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{|dT_e|}{T_e^2}. \text{ Следовательно, } d\sigma_\delta = \frac{2\pi e^4}{m_e} \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{|dT_e|}{T_e^2}.$$

При прохождении частицей пути dx она передает энергию T_e

каждому из электронов среды, находящихся в объеме кольцевого цилиндра радиуса b , с площадью кольца $2\pi b db$ и длиной dx . Объем такого кольцевого цилиндра $-2\pi b db dx$, а количество электронов, находящихся в нем $-n_e \cdot 2\pi b db dx$, где n_e -плотность электронов в среде. Таким образом, на единице своего пути в веществе частица образует следующее число δ -электронов с энергией в интервале $(T_e, T_e + dT_e)$: $dN_\delta = 2\pi b db dx \cdot n_e = n_e dx d\sigma_\delta$.

Подставляя выражение для $d\sigma_\delta$ получим:

$$dN_\delta(T_e) = \frac{2\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot n_e \cdot dx \cdot \frac{dT_e}{T_e^2}, \text{ или } dN_\delta(T_e) = Q \cdot \frac{dT_e}{T_e^2}, \text{ где}$$

$$Q = \frac{2\pi e^4}{m_e} N_A \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{Z}{A} d(x\rho), \text{ т.к. } n_e = N_A \cdot \frac{Z}{A} \cdot \rho.$$

Таким образом, мы получили энергетический спектр δ -электронов

$$\frac{dN_\delta}{dT_e} = \frac{Q}{T_e^2},$$

из которого видно, что наиболее часто образуются δ -электроны малых энергий и по мере увеличения энергии δ -электронов число их резко падает.

Для релятивистских частиц $\beta \approx 1$ величина Q перестает зависеть от энергии частицы:

$$Q = \frac{2\pi e^4}{m_e c^2} N_A \cdot z^2 \cdot \frac{Z}{A} d(x\rho) = 0,15 \frac{MэВ}{z/cм^2} \cdot z^2 \frac{Z}{A} d(x\rho),$$

а число δ -электронов с энергией T_e (МэВ) в интервале $(T_e, T_e + dT_e)$, созданных в среде на пути в 1 г/см^2 релятивистской частицей, получается равным:

$$\frac{dN_\delta}{d(x\rho)} = 0,15 \cdot \frac{Z}{A} \cdot z^2 \cdot \frac{dT_e}{T_e^2}.$$

Из этой формулы видно, что число δ -электронов с энергией T_e , образованных в 1 г/см^2 вещества релятивистской частицей, прямо пропорционально квадрату заряда частицы z^2 и практически не зависит от характеристик среды, так как $Z/A \approx 0,5$. Отсюда следует, что по плотности δ -электронов на треке частицы (например, в пузырьковой или фотоэмульсионной камере) можно определить заряд z релятивистской частицы.

Чтобы найти число δ -электронов на единице пути частицы (плотность δ -электронов), надо проинтегрировать по всем возможным энергиям δ -электронов T_e от минимальной до максимальной:

$$\frac{dN_\delta}{d(x\rho)} = \frac{O}{d(x\rho)} \cdot \int_{T_e^{\min}}^{T_e^{\max}} \frac{dT_e}{T_e^2} = \frac{2\pi e^4}{m_e} N_A \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{Z}{A} \cdot \left(\frac{1}{T_e^{\min}} - \frac{1}{T_e^{\max}} \right).$$

T_e^{\min} – некоторая нижняя граница δ -электронов, которая может быть выбрана довольно произвольно, но при условии, что δ -электроны все же могут сами ионизовать. Часто, например, принимают величину минимальной энергии $T_e^{\min} = 4 \cdot I$.

Максимальная энергия, которую может получить электрон при столкновении с ним частицы массы M и кинетической энергией E , будет: $T_e^{\max} = \frac{4m_e M}{(M + m_e)^2} \cdot E$, и, если $M \gg m_e$, то $T_e^{\max} = \frac{4m_e}{M} \cdot E$. Подставляя значения T_e^{\min} и T_e^{\max} в полученное выражение для $dN_\delta / d(x\rho)$, найдем плотность δ -электронов на $1\text{г}/\text{см}^2$ своего пути:

$$\frac{dN_\delta}{d(x\rho)} = \frac{\pi e^4}{2m_e} N_A \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{Z}{A} \left(\frac{1}{I} - \frac{M}{m_e} \cdot \frac{1}{E} \right) \approx \frac{\pi e^4}{2m_e} N_A \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{I}.$$

Угловое распределение δ -электронов в системе центра инерции (с.ц.и.) определяется формулой Резерфорда:

$$dp(\theta) = \frac{z^2 e^4}{16 \cdot E_{\text{ци}}^2} \cdot \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

где θ – угол рассеяния в с.ц.и., $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ и $E_{\text{ци}}$ – суммарная энергия частиц в с.ц.и.:

$$E_{\text{ци}} = \frac{m_e M}{m_e + M} \cdot \frac{V^2}{2} \approx \frac{m_e}{2} V^2, \text{ если } M \gg m_e.$$

Для перехода в лабораторную систему координат (л.с.) воспользуемся соотношением: $\psi = (\pi - \theta)/2$, где ψ – угол вылета δ -электрона по отношению к направлению движения частицы. Отсюда: $\sin \theta/2 = \cos\psi$, $\sin^4 \theta/2 = \cos^4\psi$, $\sin \theta = \sin 2\psi = 2 \sin \psi \cos \psi$, $d\theta = -2d\psi$. Элемент телесного угла в лабораторной системе координат $d\omega = 2\pi \sin\psi d\psi$.

Распределение δ -электронов по углам в л.с. принимает вид

$$dp(\psi) = \left(\frac{e^2 z}{m_e V^2} \right)^2 \cdot \frac{d\omega}{\cos^3 \psi}.$$

Из полученного соотношения видно, что большая часть δ -электронов вылетает под углами, близкими к $\pi/2$ относительно направления движения частицы.

Энергия, переданная заряженной частицей δ -электрону, связана с углом его вылета соотношением:

$$T_e = \frac{4m_e M}{(m_e + M)^2} \cdot E \cdot \cos^2 \psi \approx \frac{4m_e}{M} \cdot E \cdot \cos^2 \psi$$
 при $M \gg m_e$. Таким образом δ -электроны, вылетающие под малыми углами к траектории частицы ($\psi \sim 0$), имеют максимальную энергию $\left(T_e^{\max} = \frac{4m_e}{M} \cdot E \right)$, а вылетающие под углами, близкими к $\pi/2$, имеют энергии минимальные. Зная энергию δ – электрона (например, по пробегу) и угол его вылета ψ можно оценить энергию частицы E .

2.6. Флуктуации ионизационных потерь

Потери энергии заряженной частицей есть статистический процесс, т.к. различные столкновения, ответственные за эти потери, представляют собой независимые события. Поэтому при прохождении через определенный слой вещества Δx частицы одного и того же сорта и одинаковой энергии ($E_0, E_0 + dE_0$) теряют не одно и то же количество энергии. В среднем энергия частиц уменьшается за счет ионизационных потерь на величину $\overline{\Delta E} = \frac{dE}{dx} \cdot \Delta x$, где $\frac{dE}{dx}$ – средние ионизационные потери на единице пути (формула Бете-Блоха).

Реальные ионизационные потери флуктуируют около средних по двум причинам. Во-первых, флуктуирует *число актов* столкновения в данном слое dx , и во-вторых – флуктуирует *величина* потерь энергии в каждом отдельном столкновении с электроном среды. Результатом флуктуации ионизационных потерь является возникновение энергетического разброса в пучке моноэнергетических частиц после прохождения слоя вещества Δx . Статистические флуктуации потерь энергии заряженной частицей с массой $M \gg m_e$ сравнительно малы, т.к. в каждом отдельном случае передача энергии мала, а число столкновений велико.

Для электронов ионизационные потери энергии вообще не являются главной причиной энергетических потерь и, тем более, главной причиной, вызывающей флуктуации этих потерь. Поэтому обычно проблему флуктуаций ионизационных потерь энергии связывают с тяжелыми заряженными частицами (мюонами, пионами, протонами и др.).

Характер возникающего при этом энергетического распределения частиц зависит от толщины слоя Δx .

В 1915 г. Н.Бор показал, что флуктуации ионизационных потерь в *толстых* поглотителях (т.е. в таких, в которых происходит усреднение многих актов столкновения и разных передач энергии электронам вещества) подчиняются закону Гаусса:

$$p(\Delta E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \cdot \exp\left[-\frac{(\Delta E - \overline{\Delta E})^2}{2D}\right], \text{ где}$$

$$\overline{\Delta E} = \frac{dE}{dx} \cdot \Delta x - \text{средние потери энергии в слое } \Delta x, \text{ а } D = 4\pi e^4 z^2 n_e \Delta x -$$

дисперсия распределения. Распределение Гаусса симметрично, наиболее вероятные потери совпадают со средними потерями. Но на практике обычно используются тонкие поглотители.

Поскольку характер энергетического распределения частиц, проходящих слой Δx , зависит от толщины этого слоя, то необходимо количественно определить понятия "толстый" и "тонкий" слой вещества.

Назовем слой поглотителя толстым, если в нем происходит много актов столкновения с максимальной передаваемой энергией: $N(> T_e^{\max}) \gg 1$. Но число столкновений на пути Δx с передачей электрону энергии T_e в интервале $(T_e, T_e + dT_e)$ было уже ранее найдено:

$$dN(T_e) = \frac{2\pi e^4 z^2}{m_e V^2} \cdot n_e \Delta x \frac{dT_e}{T_e^2}.$$

Следовательно, число столкновений в слое Δx с передачей энергии $T_e \geq T_e^{\max}$ будет:

$$N(\geq T_e^{\max}) = \int_{T_e^{\max}}^{\infty} dN(T_e) = \frac{2\pi e^4 z^2}{m_e V^2} \cdot n_e \cdot \Delta x \cdot \frac{1}{T_e^{\max}}.$$

Отсюда можно получить условие "толстого поглотителя":

$$\frac{2\pi e^4 z^2}{m_e V^2} \cdot n_e \Delta x \gg T_e^{\max}.$$

Если с электроном сталкивается тяжелая нерелятивистская частица, то $T_e^{\max} = 2m_e V^2$. Отсюда получаем, что слой Δx поглотителя толстый, если

$$\frac{2\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot n_e \cdot \Delta x \gg 2m_e V^2.$$

Если же в слое Δx произошло мало столкновений с большой передачей энергии электронам $N(> T_e^{\max}) \ll 1$, то такой слой будем называть тонким. Этому понятию соответствует соотношение

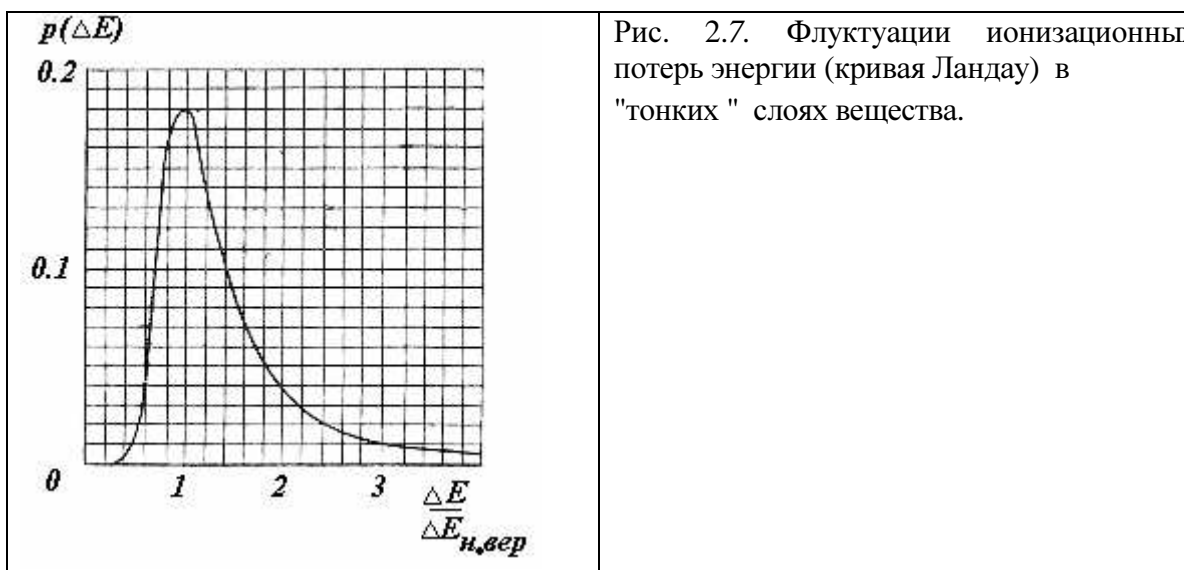
$$\frac{2\pi e^4 z^2}{m_e V^2} \cdot n_e \Delta x \ll T_e^{\max}.$$

Величину флуктуации потерь энергии в тонких слоях вещества впервые рассчитал Л.Д.Ландау в 1944 г. Он вывел функцию распределения потерь и получил выражение для наиболее вероятных $\Delta E_{вер}$ и средних $\Delta E_{ср}$ потерь энергии:

$$p(\Delta E) = \psi\left(\frac{\Delta E - \Delta E_{вер}}{\xi}\right), \quad \text{где} \quad \xi = \frac{2\pi e^4 z^2}{m_e V^2} \cdot n_e \Delta x, \quad \text{а}$$

$$\Delta E_{вер} = \xi \cdot \left(\ln \frac{2m_e V^2}{I^2} + 0,373\right).$$

Полученное распределение называется кривой Ландау и имеет вид, схематически изображенный на рис.2.7. Распределение Ландау для "тонких" поглотителей существенно несимметрично: положение максимума кривой ($\Delta E = \Delta E_{вер}$) не совпадает со средними потерями энергии: $\Delta E_{ср} = 1,4 \Delta E_{вер}$. Ширина распределения на половине высоты близка к 4ξ . Асимметрия обусловлена сравнительно редкими близкими столкновениями, в которых образовавшимся δ – электронам передается значительная доля энергии частицы, следовательно, при этом наблюдаются большие потери энергии.



С увеличением толщины слоя вещества происходит постепенный переход от распределения Ландау к распределению Гаусса для потерь энергии.

Функция распределения Ландау оказалась довольно похожей по форме на наблюдаемые на опыте распределения, но полуширина наблюдаемого распределения больше, чем дает Ландау.

В 1950 г. О.Блунк и С.Лейзеганг уточнили решение Ландау, учтя

следующий член в разложении при вычислении функции распределения.

В 1957 г. П.В.Вавилову удалось найти точное решение задачи о флуктуациях ионизационных потерь тяжелых частиц в тонких поглотителях и определить условия, при которых можно пользоваться распределениями Гаусса и Ландау:

если $\xi \leq 0,01 T_e^{\max}$, то справедливо решение Ландау с уточнением Блунка-Лейзеганга;

если $0,01 T_e^{\max} \leq \xi \leq T_e^{\max}$, то надо использовать решение Вавилова;

если $\xi \gg T_e^{\max}$, то справедливо распределение Гаусса.

2.7. Кулоновское взаимодействие частиц с ядрами (упругое рассеяние)

При пролете заряженной частицы через атом в непосредственной близости от ядра происходит кулоновское взаимодействие с ядром, так как прицельный параметр ($b \ll a$) настолько мал, что кулоновское поле ядра не экранируется полем атомных электронов.

Механизм кулоновского взаимодействия частиц с ядрами в общих чертах тот же, что и при ионизационном торможении. Сравним потери энергии заряженной частицей (M, ze, V) при взаимодействии с кулоновским полем ядер (m_J, Ze) и атомными электронами (m_e, e). При этом покажем, что передача энергии ядрам за счет кулоновских сил будет невелика по сравнению с ионизационными потерями.

1. Импульс, передаваемый в одном акте взаимодействия (прицельный параметр b), с кулоновским полем ядра - $p_J = \frac{2e^2 z \cdot Z}{Vb}$, с

кулоновским полем электрон - $p_e = \frac{2e^2 z}{Vb}$,

2. Энергия, теряемая частицей в одном акте взаимодействия с ядром - $dE|_J = \frac{p_J^2}{2m_J} = \frac{2e^4 z^2 Z^2}{m_J V^2 b^2}$, с электроном - $dE|_e = \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{2e^4 z^2}{m_e V^2 b^2}$.

3. Количество столкновений на пути dx : с ядрами - $n_a \cdot 2\pi b db dx$, с электронами - $n_e \cdot Z \cdot 2\pi b db dx$.

4. Энергия, передаваемая при этих столкновениях:

с ядрами - $\frac{dE(b)}{dx}|_J = \frac{4\pi e^4 Z^2 z^2 n_a \cdot db}{m_J \cdot V^2 \cdot b}$, с электронами -

$$\left. \frac{dE(b)}{dx} \right|_e = \frac{4\pi e^4 Z z^2 n_a \cdot db}{m_e V^2 \cdot b}.$$

Отношение потерь энергии на пути dx в этих случаях будет:

$$\frac{\left. \frac{dE(b)}{dx} \right|_я}{\left. \frac{dE(b)}{dx} \right|_e} = \frac{Z \cdot m_e}{m_я} = \frac{Z \cdot m_e}{A \cdot m_n} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{m_e}{m_n} \approx 0,03\%.$$

Таким образом, потери энергии на упругое взаимодействие с ядрами составляют около 0,03% от ионизационных потерь, т.е. дают незначительный вклад в общие ионизационные потери энергии.

Величину энергетических потерь из-за кулоновского взаимодействия частицы с ядрами среды получают интегрированием $\left. \frac{dE(b)}{dx} \right|_я$ по всем возможным прицельным параметрам: от $b_{\min} \approx R$ до $b_{\max} \approx a$, при котором наблюдается полное экранирование кулоновского поля ядра атомными электронами.

Несмотря на то, что кулоновское взаимодействие частиц с ядрами среды не приводит к большим потерям энергии, тем не менее, это взаимодействие существенно, так как вызывает рассеяние частиц. Дело в том, что траектория частицы, взаимодействующей с многозарядным тяжелым ядром ($Z e, m_я$), заметно отличается от прямолинейной. В каждом акте взаимодействия частица отклоняется от своего первоначального направления на угол рассеяния θ (рис.2.8).



Этот угол может быть найден из условия $\text{tg}\theta = \Delta p/p$, где p - импульс налетающей частицы, а Δp - приращение импульса в результате взаимодействия с рассеивающим центром. Но

$$\text{tg}\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{F \cdot \Delta t}{p} = \frac{Zze^2}{b^2} \cdot \frac{2b}{V} \cdot \frac{1}{p} = \frac{2e^2 Zz}{pV} \cdot \frac{1}{b}.$$

Из этого соотношения видно, что:

1. Наиболее сильно рассеиваются легкие частицы, а тяжелые частицы рассеиваются слабее.

2. Поскольку $\text{tg}\theta \sim 1/b$, а более вероятны далекие взаимодействия ($2\pi b \gg db$), то, следовательно, преобладают рассеяния на малые углы. Однако, так как в реальном случае прицельный параметр ограничен размерами атома ($b_{\text{max}} \approx a$), то очевидно, что углы рассеяния не могут принимать сколь угодно малые значения. Иными словами, из-за эффекта экранирования рассеяния на очень малые углы маловероятны.

3. Чем меньше передаваемая ядру энергия, тем меньше и угол рассеяния, так как $T_{\text{я}} \sim b^{-2}$.

4. Поскольку $\text{tg}\theta \sim 1/pV$, то частицы с большей энергией рассеиваются на меньшие углы.

2.8. Многократное рассеяние

При прохождении через вещество частицы претерпевают многократное рассеяние. Если заряженная частица движется в плотной среде, то, проходя мимо различных ядер этой среды в пределах $b < b_{\text{max}}$, она будет рассеиваться каждым из них на некоторый угол θ , среднее значение которого тем больше, чем меньше масса движущейся частицы и чем меньше ее энергия. Этот процесс упругих рассеяний частицы в кулоновском поле ядер, мимо которых она движется, называется *многократным кулоновским рассеянием*.

Пусть в результате N столкновений на пути x частица испытает последовательную серию отклонений $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$. Каждый из этих углов определяется конкретными условиями данного столкновения (например, значением параметра удара b_i), так что вообще говоря $\theta_1 \neq \theta_2 \neq \theta_3 \neq \dots \neq \theta_N$. Каждое из этих отклонений может быть направлено в любую сторону относительно предшествующего. Т.к. они статистически независимы и равновероятны по разным направлениям, то суммарное отклонение будет равно нулю $\sum_1^N \theta_i = 0$.

Поэтому результирующий угол рассеяния не может служить

мерой многократного рассеяния. Однако из-за того, что каждое рассеяние дает угол отклонения $\theta_i \neq 0$, то для количественного описания вводится среднеквадратичный угол многократного

рассеяния
$$\alpha = \sqrt{\sum_1^N \theta_i^2} = \sqrt{N \cdot \overline{\theta^2}}, \quad \text{так как} \quad \overline{\theta^2} = \frac{\sum_1^N \theta_i^2}{N}.$$

Ранее было получено соотношение между угловым отклонением θ и прицельным параметром b : $\text{tg} \theta = \frac{2e^2 Z z}{pV} \cdot \frac{1}{b}$. Так как для малых углов $\text{tg} \theta \approx \theta$, то можно записать:

$$\theta^2(b) = \left(\frac{2e^2 Z z}{pV} \right)^2 \cdot \frac{1}{b^2}.$$

Число столкновений с параметром удара b на пути x , приводящих к отклонению на угол $\theta(b)$, равно $N(b)db = 2\pi x b db$, а полное число столкновений на пути x будет

$$N = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} N(b) db.$$

Среднее значение $\overline{\theta^2}$ на пути x в результате N столкновений можно найти следующим образом:

$$\overline{\theta^2} = \frac{\int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \theta^2(b) \cdot N(b) \cdot db}{\int_{b_{\min}}^{b_{\max}} N(b) db} = \frac{8\pi e^4 Z^2 z^2}{N \cdot p^2 V^2} \cdot nx \cdot \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}, \quad \text{и}$$

$$\overline{\alpha^2} = N \cdot \overline{\theta^2} = \frac{8\pi e^4 Z^2 z^2}{p^2 V^2} \cdot nx \cdot \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}.$$

Эта формула была бы совершенно точной, если бы на расстояниях, больших b_{\max} , заряд ядра был полностью экранирован электронами атома, и рассеяния не было совсем, а для всех расстояний, меньших b_{\max} и больших b_{\min} , экранирование вообще бы отсутствовало. Но такой определенной границы в действительности не существует, так как с увеличением расстояния от ядра экранирование возрастает постепенно. Однако логарифмический множитель слабо зависит от величин b_{\max} и b_{\min} , и поэтому можно положить, что $b_{\min} \approx R$ ядра, а $b_{\max} \approx a$ - радиусу атома. По порядку величины логарифмический член равен 10.

Таким образом, если скорость частицы на пути x не меняется, то среднеквадратичный угол многократного рассеяния

$$\alpha = \sqrt{\alpha^2} \sim \frac{Z \cdot z}{p \cdot V} \cdot \sqrt{nx}.$$

В классическом случае произведение pV равно удвоенной кинетической энергии частицы. В предельно релятивистском случае $Vp \approx c \cdot p$ и почти равно кинетической энергии, поэтому при грубой оценке можно считать, что $\alpha \sim \frac{Zz}{pV} \cdot \sqrt{nx}$.

Многократное рассеяние играет большую роль при экспериментальном изучении частиц большой энергии. Измерение угла многократного рассеяния в ядерной эмульсии является эффективным методом определения энергии быстрых частиц. В других случаях как, например, при работе с вершинными детекторами на ускорителе, необходимо учитывать многократное рассеяние, поскольку оно искажает углы вылета вторичных частиц и затрудняет кинематический анализ явления.

2.9. Тормозное излучение

Тормозное излучение – это электромагнитное излучение заряженной частицей, возникающее в результате ее торможения (изменения скорости) при взаимодействии с электростатическим полем атомного ядра и атомных электронов. В электродинамике доказывалось, что заряженная частица, движущаяся с ускорением, обязательно излучает электромагнитные волны.

Аналогичное излучение возникает при движении электронов в однородном магнитном поле. Впервые такое излучение наблюдалось в синхротроне, и поэтому получило название синхротронное излучение. Большой интерес представляет синхротронное излучение космических объектов, например, сверхновых звезд, пульсаров, квазаров, радиогалактик. Синхротронная природа излучения подтверждается особенностями спектра фотонов и их поляризации. По этим параметрам можно определить в этих объектах концентрацию и энергетический спектр релятивистских электронов, величину и направление магнитных полей.

В случае же возникновения излучения при кулоновском взаимодействии заряженных частиц с ядрами и электронами среды оно называется *тормозным излучением* и приводит к радиационным потерям энергии заряженной частицей.

Основные закономерности тормозного излучения можно понять

на основе классической электродинамики.

Пусть частица с массой M , зарядом ze и скоростью $V = \beta c$ движется мимо ядра с зарядом Ze и массой m_j . При кулоновском рассеянии на ядре частица претерпевает отклонение θ , следовательно, получает ускорение $\left| \frac{dV}{dt} \right|$, и в течение времени dt она излучает энергию, пропорциональную квадрату ускорения:

$\left| \frac{dE}{dt} \right| = \frac{2e^2}{3c^3} \cdot \left| \frac{dV}{dt} \right|^2$. Поскольку $\frac{dV}{dt} = \frac{F}{M} = \frac{Z \cdot z \cdot e^2}{M \cdot b^2}$, то излучаемая энергия будет описываться выражением

$$\left| \frac{dE}{dt} \right| = \frac{2e^6}{3c^3} \cdot \frac{z^2}{M^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{b^4}.$$

Из этого соотношения можно сделать два важных для нас заключения.

1. Потери энергии на излучение обратно пропорциональны квадрату массы частицы. Это приводит к тому, что тяжелые частицы излучают значительно меньшую энергию, чем легкие. Например, мюон ($M_\mu = 207m_e$) излучает энергию в ~ 40000 раз меньшую, чем электрон, а протон ($M_p = 1836m_e$) - в $3,4 \cdot 10^6$ раз меньше электрона. Поэтому радиационные потери энергии наибольшее значение имеют для легчайших заряженных частиц - электронов.

2. Излучаемая энергия прямо пропорциональна квадрату заряда рассеивающего центра, т.е. наиболее существенны радиационные потери в тяжелых веществах, например, в свинце. Поэтому в экспериментах с космическими лучами, где мы часто имеем дело с релятивистскими электронами и со свинцом в качестве фильтра, тормозное излучение играет очень существенную роль и его обязательно надо учитывать.

В 1934г. Бете и Гайтлер впервые описали тормозное излучение электрона при взаимодействии его с кулоновским полем ядра с помощью квантовой электродинамики, уравнений Дирака для электрона и борновского приближения. Ими было получено выражение для вероятности излучения электроном с энергией E при прохождении слоя вещества (Z, A, ρ) толщиной 1 см фотона с энергией E' в интервале $(E', E' + dE')$. Для случая $E \gg m_e c^2$ оно выглядит так:

$$w(E, E') dE = 4\alpha r_e^2 \cdot n Z^2 \cdot \frac{dE'}{E'} \cdot \left\{ \left[1 + \left(1 - \frac{E'}{E} \right)^2 \right] \Phi_1 - \left(1 - \frac{E'}{E} \right) \Phi_2 \right\}, \text{ где}$$

$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$, $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$ - классический радиус электрона, n - число атомов в 1 см^3 , E - полная энергия налетающего электрона. Функции

Φ_1 и Φ_2 – учитывают экранирование кулоновского поля ядра полями атомных электронов, т.е. эти функции зависят от величины прицельного параметра b и, по сути, от начальной энергии тормозящегося электрона E . Остановимся на этом.

Вероятность излучения существенным образом зависит от эффективного расстояния электрона от ядра, т.е. от прицельного параметра b . Дело в том, что электрическое поле ядра можно считать кулоновским, если $a \gg b \gg R_{\text{я}}$ (a – радиус атома, $R_{\text{я}}$ – радиус ядра). Если $b \sim a$, то начинает сказываться экранирование поля ядра атомными электронами. При $b > a$ экранирование будет максимальным или, как его называют, *полным*. Следует заметить, что случай полного экранирования реализуется наиболее часто, т.к. сечение процесса $\sigma = 2\pi b db$. Остановимся на этом подробнее.

С точки зрения классического подхода изменение импульса тормозящегося электрона

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = \frac{Ze^2}{b^2} \cdot \frac{2b}{V} = \frac{2e^2 Z}{V \cdot b}, \text{ т.е. } b \sim \frac{1}{\Delta p}.$$

С точки зрения квантового подхода изменение импульса Δp и прицельный параметр b связаны соотношением неопределенности Гайзенберга $b \cdot \Delta p \sim \hbar$, т.е. получили то же самое соотношение: $b \sim \frac{1}{\Delta p}$.

Используя закон сохранения энергии для случая торможения электрона, можно получить выражение для передаваемого электроном импульса:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_e c^2}{E} \cdot \frac{E'}{E - E'} \cdot m_e c.$$

Следовательно прицельный параметр b связан с энергией электрона E соотношением

$$b = \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{2\hbar}{m_e c} \cdot \frac{E}{m_e c^2} \cdot \frac{E - E'}{E'} = 2\lambda_0 \cdot \frac{E}{m_e c^2} \cdot \frac{E - E'}{E'}, \text{ где } \lambda_0 = \frac{\hbar}{m_e c} -$$

комптоновская длина волны электрона. Таким образом $b \sim E$ для любого перераспределения энергии (в акте торможения) между электроном ($E - E'$) и фотоном (E').

Вернемся к проблеме экранирования и определению функций Φ_1 и Φ_2 в формуле Бете – Гайтлера. Чтобы учесть эффект экранирования надо сопоставить величину прицельного параметра b с

размером атома a .

По модели Томаса-Ферми размер атома определяется соотношением: $a = a_0 \cdot Z^{-1/3} = 137 \cdot \lambda_0 \cdot Z^{-1/3}$, где $a_0 = 137 \lambda_0$ – боровский радиус атома водорода, а $\lambda_0 = 2,426 \cdot 10^{-10}$ см – комптоновская длина волны электрона ($\lambda_0 = 2\pi \cdot \lambda_e$).

Если $b \ll a$, то можно считать что взаимодействие происходит вблизи ядра, экранированием кулоновского поля ядра атомными электронами можно пренебречь. Используя приведенные выше значения b и a , можно найти энергию электрона, соответствующую этому случаю. Если положить, что $E - E' = E'$ (т.е. энергия делится между фотоном и электроном поровну), то соотношению $b \ll a$ соответствует соотношение $2 \frac{E}{m_e c^2} \ll 137 Z^{-1/3}$, и энергия электрона

$$\text{будет } E \ll \frac{1}{2} \cdot 137 \cdot m_e c^2 \cdot Z^{-1/3}.$$

В этом случае функции Φ_1 и Φ_2 в формуле Бете-Гайтлера принимают вид:

$$\Phi_1 = \ln \left(\frac{2E}{m_e c^2} \cdot \frac{E - E'}{E'} \right) - \frac{1}{2} \text{ и } \Phi_2 = -\frac{2}{3} \Phi_1.$$

Если $b > a$, то взаимодействие – далекое, экранирование кулоновского поля ядра максимальное (полное). Это происходит, если энергия электрона

$$E > \frac{1}{2} \cdot 137 \cdot m_e c^2 \cdot Z^{-1/3}.$$

Принято называть энергией полного экранирования величину $E_{п.экр} = 137 \cdot m_e c^2 \cdot Z^{-1/3}$. В таблице 2.4 приведены ее значения для некоторых веществ.

Таблица 2. 4. Энергия полного экранирования

Элемент	Z	A	E полн. экр., МэВ
H	1	1	68,5
C	6	12	38,5
N	7	14	36,6
Fe	26	56	23,6
Pb	82	207	15,0

В этом наиболее вероятном случае полного экранирования функции Φ_1 и Φ_2 равны: $\Phi_1 = \ln \left(191 \cdot Z^{-1/3} \right)$, $\Phi_2 = -\frac{2}{3} \Phi_1 + \frac{1}{9}$. Сама формула Бете -Гайтлера принимает более простой вид.

Итак, вероятность излучения электроном с энергией E фотона

с энергией E' в интервале $(E', E'+dE')$ в поле атомных ядер на 1см пути в веществе (Z, A, ρ) будет:

$$W_e(E, E')dE = 4\alpha r_e^2 \cdot nZ^2 \cdot \ln\left(183 \cdot Z^{-1/3}\right) \cdot \frac{dE'}{E'}$$

При прохождении вблизи атома электрон будет испытывать торможение не только в поле ядра, но и в поле атомных электронов. Учитывается этот эффект путем следующих рассуждений.

а) В поле одиночного заряда ($Z = 1$, т.е. в поле ядра водорода или протона)

$$W_e^P(E, E')dE = 4\alpha \cdot r_0^2 \cdot n \cdot \ln\left(183 \cdot Z^{-1/3}\right) \cdot \frac{dE'}{E'}$$

б) Заряд электрона по абсолютной величине равен заряду протона. Поэтому можно приближенно считать, что вероятность излучения в поле электрона такая же, как и в поле протона: $W_e^P = W_e^e$.

в) В атоме Z электронов, и на каждом из них возможно торможение (независимые события). Поэтому вероятность торможения на всех Z электронах атома получается суммированием Z раз по W_e^P , т.е. $Z \cdot W_e^P$.

г) Таким образом полная вероятность излучения от взаимодействия со всем атомом будет $W_e^P Z^2 + W_e^P Z = W_e^P \cdot Z(Z+1)$, и формула Бете-Гайтлера приобретает вид:

$$W_e(E, E')dE' = 4\alpha r_e^2 \cdot nZ(Z+1) \cdot \ln(183 \cdot Z^{-1/3}) \cdot \frac{dE'}{E'}$$

Коэффициент $4\alpha r_e^2 \cdot nZ(Z+1) \cdot \ln(183 \cdot Z^{-1/3}) = \frac{1}{t_0}$ имеет размерность см^{-1} . Поэтому величина t_0 называется радиационной единицей длины (еще ее называют t_0 -единицей, каскадной единицей, лавинной единицей). Величина радиационной единицы длины не зависит от энергии налетающего электрона E и энергии излученного фотона E' , она зависит от рода вещества и его плотности. Для примера в таблице 2.5 приведены для некоторых веществ значения t_0 .

Радиационная единица длины для смеси веществ, имеющих радиационные единицы t_i и весовые доли p_i , находится по формуле:

$$\frac{1}{t_0} = \sum_i \frac{p_i}{t_i}$$

Таблица 2. 5. Величина t_0 -единицы и критической энергии ε

Вещество	ρ , г/см ³	t_0 , см	t_0 , г/см ²	ε , МэВ
Воздух	$1,29 \cdot 10^{-3}$	$28,8 \cdot 10^3$	37,1	81
Вода	1,0	36,4	36,4	73
Al	2,7	9,0	24,3	40
Pb	11,34	0,56	6,4	7,4

Таким образом, если вероятность радиационных потерь энергии относить не к 1 см вещества, а к 1 t_0 -единице вещества, то оказывается, что вероятность излучения на одной радиационной единице длины во всех веществах будет одинакова

$$W_e(E, E') dE' = \frac{1}{t_0} \cdot \frac{dE'}{E'}$$

Теперь, когда известна вероятность процесса, можно получить сразу же много физических сведений об этом процессе. Итак, следствия из формулы Бете-Гайтлера для случая полного экранирования.

1. Энергетический спектр тормозных фотонов, т.е. распределение излученных фотонов по энергиям, во-первых, является сплошным, а во-вторых, $W_e(E, E') dE' \sim 1/E'$ - имеет вид гиперболы, т.е. на единице пути излучается либо много фотонов малой энергии, либо мало фотонов большой энергии.

2. Полная излучаемая электроном энергия на единице пути

$$\left| -\frac{dE}{dx} \right|_{\text{pad}} = \int_0^E E' \cdot W(E, E') dE' = \int_0^E E' \cdot \frac{1}{t_0} \cdot \frac{dE'}{E'} = \frac{E}{t_0}$$

Отсюда следует, что полная излучаемая на единице пути энергия пропорциональна энергии электрона E .

3. Относительная потеря энергии $-\frac{1}{E} \cdot \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{pad}} = \frac{1}{t_0}$ постоянна

для данного вещества и не зависит от энергии излучающего электрона. (При неполном экранировании относительная потеря энергии слабо возрастает с увеличением E).

4. Закон убывания энергии электрона за счет тормозного излучения

при прохождении слоя вещества x можно получить при интегрировании дифференциального уравнения $\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{t_0}$. В результате получаем уравнение:

$$E = E_0 \exp(-x/t_0),$$

где E_0 - начальная энергия электрона.

Это соотношение помогает раскрыть смысл радиационной единицы длины t_0 : при прохождении слоя вещества в 1 t_0 -единицу ($x = t_0$) энергия электрона в среднем за счет тормозного излучения уменьшается в e раз.

5. Дифференциальная вероятность передачи определенной доли энергии $E'W(E,E') dE'$ имеет очень простой вид: $E' \cdot W(E,E') dE' = dE'/t_0$. Это выражение не зависит от энергии фотона E' в рассматриваемом приближении.

На рис.2.9 приведены дифференциальные потери энергии из-за тормозного излучения на пути в одну радиационную единицу длины в свинце для электронов с энергиями 10^{10} и 10^8 эВ. Из рисунка видно, что энергия излучения почти с равной вероятностью распределяется между фотонами с большой и малой энергиями, т.е. энергия, передаваемая на единице пути фотонам с энергией в интервале от 0 до 0,5 E , почти равна энергии, передаваемой фотонам в интервале от 0,5 E до E . В первом случае возникает большое число малоэнергичных фотонов, а во втором – всего один-два фотона высокой энергии.

Следствие этого – большой разброс электронов по энергиям после первого же акта торможения их в веществе, т.е. электрон может передать значительную часть своей энергии фотону и сразу затормозиться. В этом ярко проявляется *различие между ионизационными потерями и потерями энергии на тормозное излучение*. Энергия, расходуемая на ионизацию, передается атомным электронам, как правило, малыми порциями, и быстро растрачивается на тепловое движение атомов вещества, т.е. происходит нагрев вещества. Энергия в этом случае теряется безвозвратно.

При тормозном излучении фотон имеет большую вероятность унести энергию, сравнимую с энергией электрона. В этом случае энергия электрона как бы "перекачивается" к фотонам, а не теряется безвозвратно.

Итак, при торможении электрон может затормозиться сразу, образовав энергичный фотон, или плавно терять энергию, создавая много фотонов. Это обстоятельство приводит к сильным флуктуациям в радиационных потерях энергии.

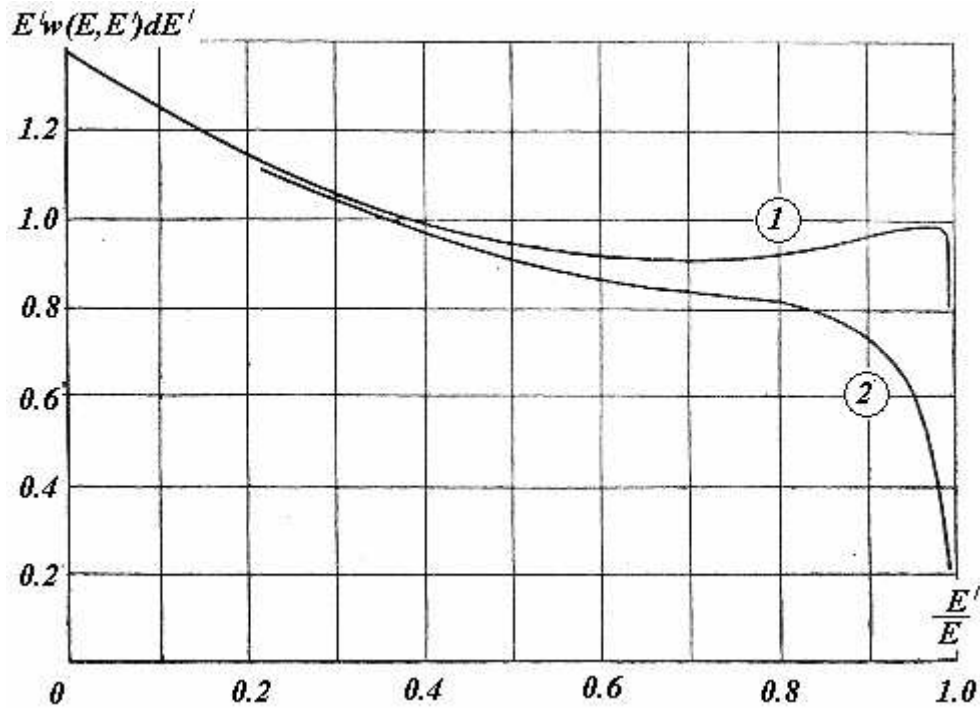


Рис.2.9. Дифференциальные потери энергии на тормозное излучение на одной t_0 -единице в свинце: 1 – $E=10^{10}$ эВ, 2 – $E=10^8$ эВ.

Угловое распределение фотонов тормозного излучения существенно зависит от энергии образующих их электронов. В нерелятивистском случае фотоны могут испускаться как вперед, так и назад. Их угловое распределение пропорционально $\cos^2\theta$, где θ – угол вылета фотона по отношению к траектории тормозящегося электрона.

Чем выше энергия электронов E , тем больше фотонов будет излучаться по направлению движения электронов. В ультрарелятивистском случае ($E \gg m_e c^2$) фотоны тормозного излучения сильно коллимированы в направлении движения электронов. Угловое распределение фотонов имеет вид:

$$d\sigma(E, \theta) = \frac{A \cdot \theta \cdot d\theta}{\theta^2 + \left(\frac{m_e c^2}{E}\right)^2}.$$

Средний угол вылета фотонов равен $\langle \theta \rangle = m_e c^2 / E$. Т.е. чем выше энергия электронов E , тем острее конус излучения.

В электронных ускорителях типа бетатрона или синхротрона при торможении пучка быстрых электронов на мишени возникает гамма-излучение в виде узкого пучка по направлению порождающих его электронов.

Тормозное излучение - это основной метод получения пучков фотонов высокой энергии, с помощью которых изучаются

электромагнитная структура элементарных частиц и атомных ядер, фоторождение элементарных частиц и другие процессы взаимодействия излучения с веществом.

Сравнение удельных потерь энергии электронов на излучение и ионизацию показывает, что они по-разному зависят от энергии электронов и параметров среды.

Радиационные потери сильнее зависят от атомного номера вещества, чем ионизационные ($\sim Z^2$ вместо $\sim Z$), и сильнее зависят от энергии электрона.

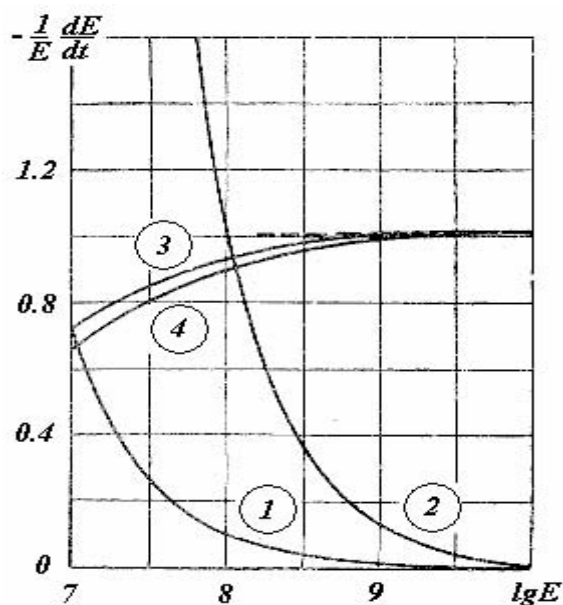


Рис.2.10. Относительные потери энергии электрона на одной t_0 -единице пути на ионизацию: (1 – в свинце, 2 – в воздухе) и на излучение (3 – в свинце, 4 – в воздухе)

Как уже отмечалось, радиационные потери быстро растут с возрастанием энергии электрона, в то время как ионизационные потери остаются практически постоянными при $E \gg m_e c^2$. Таким образом, при больших энергиях электронов потери на излучение оказываются гораздо более существенными, чем ионизационные потери.

На рис. 2.10 показаны относительные потери энергии на излучение и ионизацию на радиационной единице длины в воздухе и свинце. Возрастание относительных потерь на излучение до энергии электрона $E \sim 10^9$ эВ обусловлено эффектом неполного экранирования атомными электронами поля ядра, поэтому относительные потери энергии при торможении слабо возрастают с энергией электрона, достигая единицы при энергии $E \sim 10^9$ эВ.

Количественное сравнение потерь энергии ультрарелятивистскими электронами на ионизацию и тормозное излучение приводит к соотношению

$$\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}}} \approx \frac{Z \cdot E}{\text{Const}},$$

где $\text{Const} \approx 600 \text{ МэВ}$, если энергию электрона E измерять в МэВ.

Энергия электронов, при которой потери на излучение становятся равными потерям на ионизацию, называется критической энергией ε . Она разная для разных веществ

$$\varepsilon = \frac{\text{Const}}{Z} \approx \frac{600 \text{ МэВ}}{Z}.$$

В табл.2.5 приведены величины ε для разных веществ. Итак, при $E < \varepsilon$ ионизационные потери больше тормозных, при $E > \varepsilon$ преобладают потери на излучение, а при $E = \varepsilon$: $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}}$. Следовательно,

получаем $Z \cdot \varepsilon = \text{Const}$, и $\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}}} = \frac{E}{\varepsilon}$. Т.к. $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = \frac{E}{t_0}$, то

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{\varepsilon}{E} \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = \frac{\varepsilon}{E} \cdot \frac{E}{t_0} = \frac{\varepsilon}{t_0}.$$

Если принять за единицу пути радиационную единицу длины, т.е. положить $t = \frac{x}{t_0}$, то $\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{ион}} = \varepsilon$.

Следовательно, численно критическая энергия равна ионизационным потерям на одной радиационной единице пути t_0 .

2.10. Излучение Вавилова – Черенкова

История вопроса. Очень слабое голубовато-белое свечение прозрачных веществ, находившихся вблизи сильных радиоактивных источников, наблюдалось многими специалистами, изучавшими радиоактивность. Так, в 1910 г. М.Кюри обнаружила, что бутылки с концентрированными растворами радия испускали этот таинственный свет. Все это произошло задолго до того, как стала ясна природа этого свечения.

Первая попытка изучить это явление была предпринята в 1926-28 годах Л. Малле, работа которого несправедливо игнорирована и забыта. Малле обнаружил, что прозрачные тела, помещенные около

радиоактивного источника, всегда имеют одинаковую голубовато-белую окраску. Он нашел, что спектр излучения – непрерывный и отличается от люминесценции. К сожалению, Малле не продолжил своего исследования и не попытался найти объяснения этого явления. Оно было забыто до 1934 года, когда П.А.Черенков начал серию опытов, продолжавшихся до 1938 г.

Будучи аспирантом С.И.Вавилова П.А.Черенков исследовал люминесценцию растворов ураниловых солей под действием гамма-излучения радия. П.А.Черенков обнаружил свечение, которое нельзя было объяснить обычным механизмом возбуждения флуоресценции.

Флуоресценция возникает в случае перехода атомов из возбужденных энергетических состояний в основные. Длительность флуоресцентного высвечивания $\sim 10^{-10}$ с, и на вероятность перехода можно воздействовать, изменяя температуру среды или добавляя определенные гасящие вещества. Однако обнаруженное свечение подавить не удавалось – это была не флуоресценция.

Количественные измерения проводились Черенковым методом визуальной фотометрии по порогу зрения (методом гашения). Этот метод был разработан в лаборатории Физического института АН СССР (ФИАН) С.И. Вавиловым и Брунбергом. Метод гашения основывался на том, что сумеречное зрение имеет зрительный порог и пороговая энергия постоянна для данного наблюдателя. После адаптации на темноту, продолжавшуюся от 1 до 1,5 часов, светочувствительность глаза повышалась в $\sim 10^4$ раз. Это позволяло проводить измерения свечения методом визуальной фотометрии, причем для визуального гашения света использовался оптический клин.

Выводы исследований сказались неожиданными:

1) свечение не является флуоресценцией;
2) свечение вызывается не гамма-квантами, а быстрыми комптон- и фотоэлектронами, так как при наложении магнитного поля менялась поляризация свечения;

3) интенсивность излучения не зависит от заряда среды Z , т.е. оно не может быть радиационного (тормозного) происхождения;

4) излучение направлено под определенным углом к направлению движения частицы;

5) спектр свечения оказался сплошным. Это обстоятельство оказалось решающим для выяснения его природы и создания теории этого явления. Объяснение этого свечения было найдено в 1937 г. И.Е.Таммом и И.М.Франком. За открытие и объяснение этого явления И.Е.Тамму, И.М.Франку и П.А.Черенкову в 1958 г. была присуждена Нобелевская премия.

Итак, в 1937 г. Тамм и Франк показали, что свечение Вавилова - Черенкова и качественно и количественно может быть объяснено с помощью представлений как классической, так и квантовой электродинамики, из которых следует, что равномерно движущийся в среде заряд должен излучать свет, если его скорость превышает фазовую скорость света в этой среде, т.е. если $V > \frac{c}{n}$. Рассмотрим эти соображения.

1. Квантовый подход. Если заряд движется в однородной среде прямолинейно и равномерно со скоростью V , то и его электромагнитное поле переносится вместе с ним, т.е. излучаемая им волна имеет вид: $\exp(i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{V}t))$, где \vec{k} – волновой вектор, характеризующий направление распространения световой волны. Частота этой волны (множитель при t , в показателе экспоненты) определяется равенством: $\omega = \vec{k} \cdot \vec{V} = k \cdot V \cdot \cos\theta$, где θ – угол между направлением распространения волны \vec{k} и скоростью заряда \vec{V} . Но частота всякой электромагнитной волны в среде связана с ее волновым вектором соотношением $\omega = \frac{ck}{n}$, где n – показатель преломления для данной волны в однородной среде. Следовательно,

$$\frac{ck}{n} = kV \cdot \cos\theta \quad \text{и} \quad \cos\theta = \frac{c}{nV} = \frac{1}{n \cdot \beta}.$$

Полученное соотношение определяет угол, между направлением движения частицы и направлением распространения излучаемой ею волны. Естественно, что реально волна излучается лишь в том случае, если $\cos\theta \leq 1$, т.е. должно выполняться соотношение: $V \geq \frac{c}{n}$ – скорость заряженной частицы превосходит фазовую скорость света в среде.

Отсюда следует и другой важный вывод: так как $\beta \leq 1$ а $n\beta > 1$, то, следовательно, излучение возможно лишь в средах с показателем преломления $n > 1$.

2. Классический подход. Заряженная частица, двигаясь в среде с показателем преломления n , вызывает вдоль своего пути поляризацию атомов среды, которые на короткое время превращаются в диполи. Колебание диполей, сопровождающее возвращение поляризованных атомов в исходное состояние, приводит к появлению электромагнитного излучения.

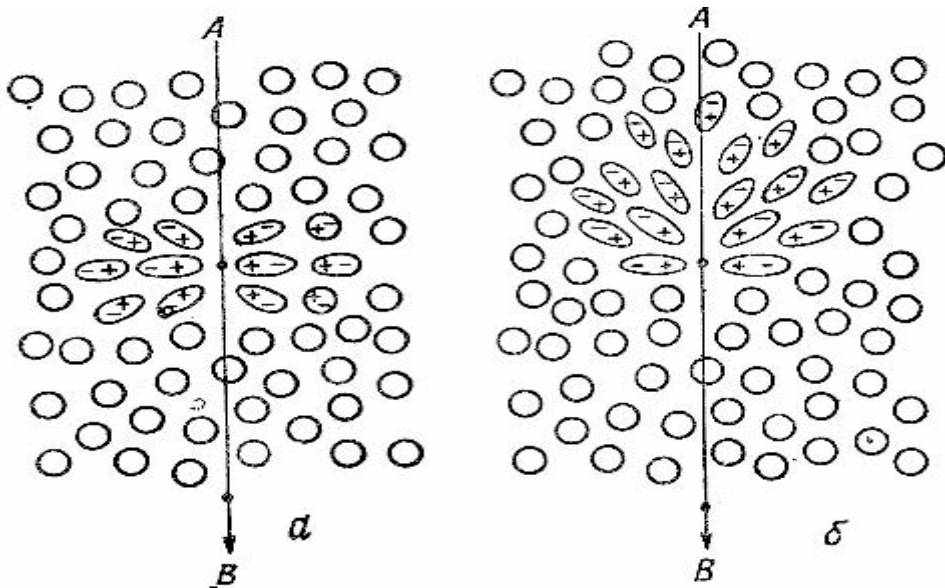


Рис.2.11. Поляризация, возникающая в среде при прохождении заряженной частицы: а – при скорости $V < c/n$; б - при $V > c/n$.

Если частица движется со скоростью V , меньшей скорости распространения света в среде c/n , то поляризация возникает и перед частицей и за ней (рис.2.11а). В целом поляризация сферически симметрична, и излучение всех диполей в сумме полностью скомпенсировано. Если частица движется со скоростью $V > c/n$, то поляризация возникает позади частицы (рис.2.11б) (эффект запаздывающей поляризации среды), в результате чего диполи ориентируются преимущественно в сторону движения частицы. В этом случае должно существовать такое направление, по которому может возникнуть когерентное излучение диполей, так как волны, испущенные в разных местах пути частицы, могут оказаться в одинаковой фазе.

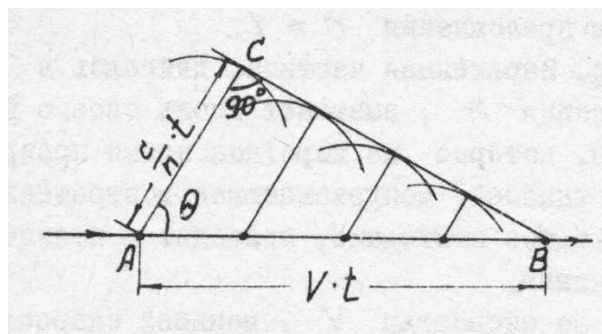


Рис.2.12. Построение Гюйгенса, иллюстрирующее когерентность

Таким образом в отдаленных точках будет существовать результирующее поле, причем излучение будет наблюдаться лишь

под определенным углом θ относительно траектории частицы (AB), при котором волны когерентны и образуют плоский волновой фронт (CB) (рис.2.12). Возникновение черенковского свечения аналогично появлению волн за парходом или ударных волн за сверхзвуковым самолетом.

Направление распространения излучения легко найти. Если за время t частица, двигаясь со скоростью V , прошла путь $AB = t \cdot V$, то за то же самое время волна, испущенная диполем в точке A, прошла путь $AC = t \cdot c/n$. Так как $AC = AB \cdot \cos \theta$, то $c/n \cdot t = V \cdot t \cdot \cos \theta$, откуда получаем уже знакомое нам соотношение: $\cos \theta = 1 / \beta \cdot n$.

3. Характерные особенности черенковского излучения

1). Для среды с показателем преломления n можно найти диапазон скоростей частицы β , при котором наблюдается черенковское свечение. Так как $\cos \theta = 1/\beta n$, то при $\theta_{min}=0$, $\cos \theta_{min}=1$ и $\beta = 1/n$. С другой стороны скорость частицы не может превышать c , т.е. $\beta_{max} = 1$. Следовательно, $\cos \theta_{max} = 1 / n$. Итак, частица будет создавать черенковское излучение, если ее скорость находится в диапазоне:

$$\frac{1}{n} \leq \beta \leq 1.$$

При этом угол θ , под которым наблюдается это свечение относительно траектории частицы, растет с увеличением скорости частицы в диапазоне $0 \leq \theta \leq \arccos \frac{1}{n}$, и этот угол θ одинаков для частиц любых зарядов и масс, движущихся в среде со скоростью $\beta > 1/n$.

2). Для величины энергии излучения, т.е. для величины энергии, потерянной на черенковское излучение частицей с зарядом ze , скоростью β на единице пути в среде с показателем преломления n , И.Е.Тамм и И.М.Франк получили следующее выражение:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 \cdot e^2}{c^2} \cdot \int_{\beta n > 1} \left(1 - \frac{1}{n^2 \beta^2}\right) \cdot \omega \cdot d\omega.$$

Из этого выражения видно, что излучаемая на единице пути энергия:

- пропорциональна квадрату заряда частицы $(ze)^2$,
- не зависит от массы частицы M ,
- не зависит от Z атомов среды,
- зависит от показателя преломления среды $n(\omega)$; и
- пропорциональна частоте излучения ω .

(рис.2.12) В реальной среде n зависит от частоты излучения

ω , т.е. среда всегда обладает дисперсией, так что излучение ограничено областью, для которой $n(\omega) > 1$. На рис.2.13 изображена кривая дисперсии типичной прозрачной среды в разных диапазонах спектра электромагнитного излучения.

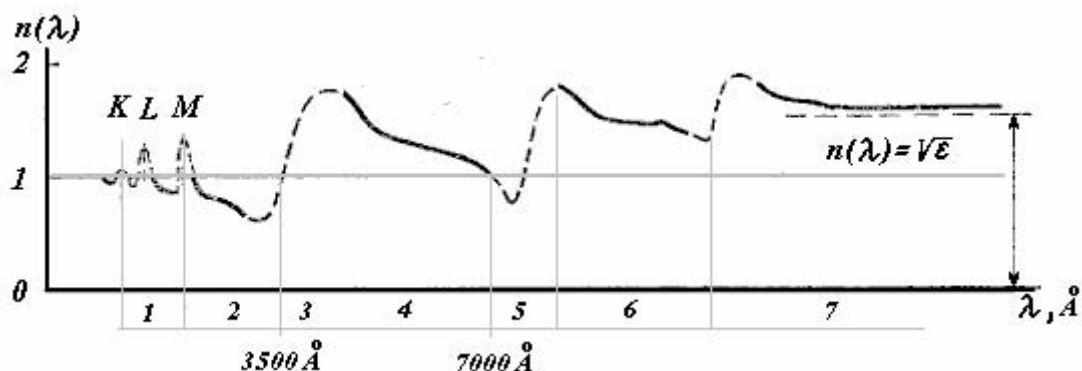


Рис.2.13. Кривая дисперсии типичной прозрачной среды в разных диапазонах спектра электромагнитного излучения: 1-рентгеновская область; 2-далекая ультрафиолетовая; 3 - близкая ультрафиолетовая; 4 - видимая; 5 - близкая инфракрасная; 6 - далекая инфракрасная область; 7 - радиочастотная, ϵ - диэлектрическая постоянная среды

Так как черенковское излучение образуется только при $n > 1$, то, следовательно, оно возможно:

- а) в области близкого ультрафиолета и видимого света, т.е. в диапазоне $3500 \text{ \AA} - 7000 \text{ \AA}$;
- б) в области далекого инфракрасного излучения;
- с) в области радиочастот.

Черенковское излучение полностью отсутствует в рентгеновском диапазоне и в области далекого ультрафиолета, так как для них $n(\omega) < 1$.

Так как спектральное распределение излучения имеет вид:

$$\frac{d^2E}{dx d\omega} \sim \omega,$$

то наибольшая энергия выделяется в области близкого ультрафиолета и голубого видимого света. Поэтому черенковское свечение имеет голубое цвет.

3). Зная энергию, переданную частицей на единице пути на черенковское излучение $-dE/dx$, можно найти число испущенных на этом пути фотонов dN/dx (так как $dE = dN \cdot \hbar\omega$).

Итак, число фотонов в интервале частот $(\omega, \omega + d\omega)$, испускаемых

на единице пути в среде с показателем преломления n частицей с зарядом ze и скоростью βc под углом θ к траектории частицы, по теории Франка-Тайма, имеет вид:

$$\frac{d^2 N}{dx \cdot d\omega} = \frac{z^2 e^2}{\hbar \cdot c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2 \beta^2}\right) = z^2 \frac{\alpha}{c} \left(1 - \frac{1}{n^2 \beta^2}\right) = z^2 \frac{\alpha}{c} \cdot \sin^2 \theta.$$

Следствия из этого выражения:

а) число фотонов растет с увеличением скорости частицы от 0 (при $\beta=1/n$) до максимального числа фотонов (при $\beta = 1$), равного

$$\frac{d^2 N_{\max}}{dx \cdot d\omega} = z^2 \cdot \frac{\alpha}{c} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right);$$

б) число фотонов на единице пути dx и в единице частотного интервала $d\omega$ не зависит от их частоты ω , т.е. спектр черенковского свечения равномерен по частотам.

Так как энергия фотонов равна $\hbar\omega$, то основная энергия излучения сконцентрирована в наиболее коротковолновой части спектра. Поэтому при практическом использовании эффекта Черенкова выгодно выбирать среды, прозрачные для высоких частот;

с) так как основная энергия выделяется в диапазоне длин волн от 3500 \AA до 7000 \AA , то на 1 см пути частицей излучается фотонов:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dx} &= z^2 \frac{\alpha}{c} \cdot \int_{7000 \text{ \AA}}^{3500 \text{ \AA}} \sin^2 \theta \cdot d\omega = \frac{\alpha z^2}{c} \overline{\sin^2 \theta} \cdot (\omega_{\max} - \omega_{\min}) = \\ &= 2\pi\alpha z^2 \cdot \overline{\sin^2 \theta} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{\min}} - \frac{1}{\lambda_{\max}}\right) = 655 z^2 \overline{\sin^2 \theta}; \end{aligned}$$

д) интенсивность излучения прямо пропорциональна квадрату заряда частицы;

е) интенсивность свечения прямо пропорциональна $\sin^2\theta$, т.е. существенно зависит от величины угла θ . Для одной и той же среды при увеличении скорости частицы увеличивается θ и интенсивность излучения тоже растет.

4. Доля энергии, теряемая заряженной частицей на черенковское излучение, вообще незначительна и составляет всего несколько процентов от других видов энергетических потерь.

Отличия излучения Вавилова-Черенкова от тормозного излучения.

1. Черенковское излучение возникает при движении частиц с

постоянной скоростью. Тормозное излучение - при движении заряженных частиц с ускорением.

2. Черенковский свет испускается средой, а тормозное излучение - частицей.

3. Черенковский свет - это когерентное излучение большого числа атомов. Тормозное излучение возникает при взаимодействии с отдельным атомом (ядром).

4. Черенковское излучение в основном состоит из мягких фотонов видимого или ультрафиолетового света, а тормозные фотоны - жесткие, энергия которых сравнима с энергией частицы.

5. Интенсивность черенковского света не зависит от массы M частицы, тормозного излучения $\sim 1/M^2$.

6. Интенсивность черенковского света не зависит от характеристик среды (Z, A), тормозного $\sim Z^2$.

7. Угол θ черенковского излучения увеличивается с увеличением энергии (скорости) частицы, а тормозного - уменьшается.

В излучении Вавилова-Черенкова впервые проявилась связь ядерной физики и оптических свойств вещества (n). Характерные свойства излучения Вавилова-Черенкова определяют главным образом три величины: заряд частицы, скорость частицы и показатель преломления света средой. Есть и другие явления, связанные с оптическими свойствами среды, т.е. явления, в которых оптические свойства среды существенны для излучения быстрой частицы. К ним относится переходное излучение.

2.11. Переходное излучение

Переходное излучение – это излучение электромагнитных волн равномерно и прямолинейно движущейся частицей при пересечении ею границы двух сред с разными показателями преломления, т.е. отличающихся скоростью распространения в них света.

Такое излучение наблюдается экспериментально и называется **переходным**.

При движении частицы в однородной среде ее поле перемещается вместе с ней. Характер поля определяется зарядом, скоростью частицы и свойствами среды. Когда частица переходит в другую среду, ее поле меняется, что сопровождается излучением электромагнитных волн.

Пример 1. Пусть быстрая заряженная частица попадает из вакуума в идеальный проводник. В момент пересечения границы раздела электрическое поле заряда во внешнем пространстве исчезает и возникает электромагнитное излучение. Если еще при этом энергия частицы очень велика, и не происходит заметного рассеяния и изменения скорости, то частицу можно считать равномерно

движущейся. Таким образом возникает излучение при равномерном движении частицы, которое существенно зависит от оптических свойств среды.

Переход из вакуума в идеальный проводник (некоторые металлы) – это только частный случай возникновения переходного излучения. Излучение должно возникать каждый раз, когда частица пересекает границу двух сред с разными оптическими характеристиками.

Пример 2. Наблюдаемое свечение анода в катодных трубках под действием падающих электронов оказалось сплошным (Лиленфельд, 1919 г.), хотя его пытались отнести за счет люминесценции и других видов тормозного излучения. Все были убеждены, что при равномерном движении заряженной частицы излучения происходит не должно. Это представление отпало после появления теории эффекта Вавилова – Черенкова.

Существование переходного излучения было предсказано В.Л. Гинзбургом и И.М. Франком в 1945 г. – задолго до его экспериментального наблюдения. Ими было показано, что излучение должно возникать по обе стороны от границы раздела, "вперед" и "назад".

1. Переходное излучение "назад". Теория на основе уравнений электродинамики и расчеты показали:

- a) "назад" (т.е. в среду, из которой частица выходит) излучаются электромагнитные волны видимого диапазона независимо от скорости частицы,
- b) интенсивность этого излучения мала (1 фотон на 100 падающих частиц),
- c) при малых энергиях частицы ($v \ll c$) энергия, излучаемая назад, растет пропорционально энергии частицы, т.е. $\Delta E \sim E$.

При увеличении скорости частицы ($v \rightarrow c$) излучаемая энергия $\Delta E \sim \ln E$, т.е. рост потерь энергии замедляется.

В 1958 г. излучение "назад" наблюдалось на эксперименте: при падении пучка частиц из вакуума на металл возникало яркое белое светящееся пятно в том месте, куда падает пучок. Экспериментально найденные характеристики хорошо согласовывались с предсказанными.

Определение характеристик переходного излучения ("назад") в оптической области со временем стало настолько точным, что по его параметрам (по спектру, поляризации, угловому распределению) можно судить об оптических свойствах поверхностей, что нашло применение на практике.

2. Переходное излучение ("вперед") оказалось очень перспективным для наблюдения частиц сверхвысоких энергий.

а) Частотный спектр переходного излучения оказался сплошным в очень широком диапазоне: от оптического до рентгеновского, причем максимальная частота его прямо пропорциональна энергии частицы E , т.е. основная часть излучения находится в рентгеновском диапазоне: $\omega_{\max} = \bar{\omega}_0 \cdot \frac{E}{Mc^2} = \omega_0 \cdot \gamma$, где M – масса частицы, γ – ее лоренц-фактор, а $\omega_0 = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e}$ – плазменная частота среды.

б). При больших энергиях частиц E энергия, передаваемая ими в переходное излучение $\Delta E = \frac{e^2 z^2}{c^2} \cdot \omega_0 \cdot \frac{E}{Mc^2} = \frac{e^2 z^2}{c^2} \omega_{\max}$, где z – заряд частицы. Например, электрон с энергией 10 ГэВ при выходе вперед из плотной среды в газ излучает фотон с энергией 10 КэВ, т.е. фотон в рентгеновском диапазоне (РПИ – рентгеновское переходное излучение).

с). Испущенное "вперед" излучение распространяется под малыми углами к направлению движения частицы: $\langle \theta \rangle = \left[\frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \sim \frac{1}{\gamma}$,

т.е. $\langle \theta \rangle \sim \frac{Mc^2}{E}$.

д). Интенсивность излучения, т.е. число фотонов на границу раздела очень мала:

$$\sim 2/3 \cdot \alpha \cdot z^2 \approx 0,5\% \cdot z^2.$$

Эти свойства рентгеновского переходного излучения ($\sim 1/\gamma$, $\Delta E \sim \gamma z^2$) используются для идентификации частиц высоких энергий при $\gamma > 10^3$, т.е. когда применение других методов затруднительно. Однако, следует отметить и отрицательные стороны РПИ: очень большие флуктуации и малую интенсивность излучения. Низкая абсолютная интенсивность РПИ привела к необходимости использовать слоистые или пористые радиаторы.

Слоистый радиатор состоит из нескольких сотен тонких (5-100 мкм) слоев легкого вещества (Li, Be, лавсан и др.) попеременно с воздушными промежутками (или вакуумом) в 0,1 – 2мм. При этом существует определенное расстояние и внутри плотного вещества и в промежутке, необходимое для возникновения переходного излучения, – зона формирования. Дело в том, что характерной особенностью переходного излучения из стопки пластин является интерференция излучения на двух границах одной пластины, а также от различных пластин, зависящая от материала пластин, частоты

излучения ω , величины лоренц-фактора частицы γ , и угла излучения θ . Результатом этой интерференции является возникновение когерентной длины излучения или зоны формирования РПИ, причем величина этой зоны как в плотной среде – "а" (фольга, майлар, полиэтилен), так и в промежутке – "b" (вакуум, воздух) получается

$$\text{равной: } Z_{a,b} = \frac{2c}{\omega} \cdot \left[\gamma^{-2} + \left(\frac{\omega_0^{a,b}}{\omega} \right)^2 + \theta^2 \right]^{-1} \text{ см.}$$

Толщина слоев "а" и "b" должна быть больше величины зоны формирования, иначе интенсивность РПИ резко уменьшается за счет деструктивной интерференции излучения.

Пористый радиатор – гранулированный LiH, легкий пенопласт, полипропиленовое или углеродное волокно. Толщина волокна, фольги и ширина зазоров должны удовлетворять требованиям к длине формирования. Пористый радиатор генерирует на 10 –15 % меньше фотонов, чем слоистый из того же материала.

Использование РПИ для детектирования заряженных частиц имеет некоторые преимущества перед другими методами:

1) идентифицирует частицы с энергиями $10^2 - 10^3$ ГэВ, т.е. $\gamma \sim 10^3$, других методов в этой области энергий нет;

2) идентифицирует частицы "на лету", т.е. частица сохраняется как таковая в отличие от других методов, при которых она либо поглощается, либо рассеивается, либо тормозится и пр.

Вопросы и задачи к главе 2

1. Мюон с кинетической энергией 10 МэВ пролетает на расстоянии 10^9 см от свободного электрона. Какую энергию он потеряет?

2. Протон с кинетической энергией 100 МэВ пролетает от свободного электрона на расстоянии 10^9 см. Какую энергию он потеряет?

3. Сравнить удельные ионизационные потери энергии для α -частиц и для протонов с энергией 100 МэВ при прохождении через алюминий ($Z=13, A=27, \rho=2,7 \text{ г/см}^3$) и свинец ($Z=82, A=207, \rho=11,3 \text{ г./см}^3$).

4. Сравнить пробеги протонов и мюонов с одинаковой энергией 50 МэВ в алюминии.

5. Посчитать плотность δ -электронов на пути релятивистского протона в воздухе ($Z=7, A=14, \rho=1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$) и алюминии ($Z=13, A=27, \rho=2,7 \text{ г/см}^3$).

6. Найти угол многократного рассеяния в воздухе и алюминии для протона с энергией 100 МэВ и 100 ГэВ.

7. Какая в среднем энергия останется у монохроматических

протонов с энергией 100 МэВ после прохождения пластины из алюминия толщиной 1 см?

8. Поток электронов с кинетической энергией 100 МэВ падает на свинцовую пластинку толщиной 1 см. Какова средняя энергия электронов при выходе из пластинки ($t_0=0,56\text{см}$)?

9. Какой средний угол вылета фотонов при торможении электронов с энергией 100 МэВ?

10. Найти пороговую энергию эффекта Вавилова-Черенкова для p , π , e в стекле ($n=1,8$), плексигласе ($n=1,5$), воде (1,33), и в воздухе ($n=1,0003$).

11. Определить кинетическую энергию электронов, если черенковский свет от них в плексигласе ($n=1,5$) наблюдается под углом 30° к направлению их движения.

12. Определить интенсивность потока черенковских фотонов при прохождении 1 см плексигласа для условия, приведенного в задаче 11.

ГЛАВА 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФОТОНОВ С ВЕЩЕСТВОМ

3.1. Кривая поглощения

К γ -излучению относят электромагнитные волны, длина волны которых значительно меньше межатомных расстояний, т.е. $\lambda \ll a$, где $a \sim 10^{-8}$ см. Таким образом, нижний предел энергии γ -квантов получается $E = h\nu = hc/\lambda = 12$ кэВ.

Подобно заряженным частицам, поток фотонов поглощается веществом в основном за счет электромагнитного взаимодействия. Однако механизм этого поглощения существенно иной. На это есть две причины:

1) фотоны не имеют электрического заряда и, следовательно, не подвержены влиянию дальнедействующих кулоновских сил. Поэтому при прохождении через вещество фотоны сравнительно редко сталкиваются с электронами и ядрами, но зато при столкновении, как правило, резко отклоняются от своего пути, т.е. практически выбывают из пучка;

2) фотоны обладают нулевой массой покоя и, следовательно, не могут иметь скорости, отличной от скорости света. А это значит, что в среде они не могут замедляться. Они либо поглощаются, либо рассеиваются, причем в основном на большие углы. При прохождении пучка фотонов через вещество в результате взаимодействий со средой постепенно ослабляется интенсивность этого пучка. Найдем закон, по которому происходит это ослабление, т.е. кривую

поглощения фотонов в веществе.

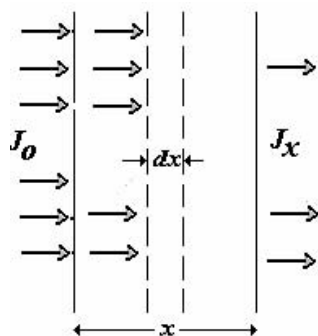


Рис. 3.1. Иллюстрация к получению кривой поглощения

Пусть на поверхность плоской мишени перпендикулярно ей падает поток фотонов J_0 $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$ (рис. 3.1), и толщина мишени x (см) настолько мала, что происходит лишь однократное взаимодействие. Изменение интенсивности этого потока dJ при прохождении фотонами слоя вещества dx пропорционально величине потока J на глубине этого слоя, толщине слоя dx (см), плотности атомов n (см^{-3}) и эффективному сечению взаимодействия фотонов σ (см^2):

- $dJ = J n \sigma dx$. Решение этого уравнения дает кривую поглощения $J_x = J_0 e^{-\sigma n x}$.

Обычно с поглощением фотонов в веществе связывают два понятия.

1. Линейный коэффициент поглощения $\tau = n \sigma$; $[\tau] = \text{см}^{-1}$ и $J_x = J_0 e^{-\tau x}$. Таким образом τ^{-1} - эта такая толщина вещества в сантиметрах, на которой поток фотонов ослабляется в e раз.

2. Массовый коэффициент поглощения $\mu = \tau / \rho = \sigma \cdot n / \rho$, где ρ ($\text{г}/\text{см}^3$) - плотность вещества. Размерность μ получается следующей: $[\mu] = \text{см}^2/\text{г}$. При этом изменение потока фотонов принимает вид: $J_x = J_0 e^{-\mu x \rho}$, где $x \rho$ ($\text{г}/\text{см}^2$) - толщина вещества, измеренная в массовых единицах. Смысл тот же - эта такая толщина вещества в $\text{г}/\text{см}^2$, на которой поток ослабляется в e раз.

Коэффициент поглощения полностью характеризует прохождение фотонов через вещество. Он зависит от свойств среды и энергии фотонов. Если поглощение идет за счет нескольких различных процессов, каждому из которых соответствует свой коэффициент поглощения, μ_i, τ_i, \dots , то полный коэффициент поглощения $\mu = \sum \mu_i$ и $\tau = \sum \tau_i$.

Поглощение фотонов веществом в основном происходит за счет трех процессов: фотоэффекта, комптон-эффекта и рождения электронно-позитронных пар в кулоновском поле ядра.

3.2 Фотоэффект

Фотоэлектрический эффект – это освобождение электронов, находящихся в веществе в связанном состоянии, под воздействием фотонов. Различают внутренний фотоэффект и внешний.

Внутренним фотоэффектом называют переходы электронов под воздействием электромагнитного излучения внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу.

Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах, газах, на отдельных атомах и молекулах – это испускание электронов наружу при поглощении фотонов. В этих лекциях будет обсуждаться только внешний фотоэффект. Фотоэффектом будем называть процесс, при котором атом поглощает фотон и испускает электрон. При этом падающий фотон взаимодействует со связанным в атоме электроном и передает ему свою энергию. Электрон получает кинетическую энергию T_e и покидает атом, а атом остается в возбужденном состоянии. Поэтому фотоэффект всегда сопровождается характеристическим рентгеновским излучением атома или испусканием электронов Оже. При эффекте Оже происходит непосредственная передача энергии возбуждения атома одному из его электронов, который в результате этого покидает атом.

Законы сохранения энергии и импульса при фотоэффекте могут быть представлены в виде: $h\nu = T_e + I_i + T_\gamma$, и $\frac{h\nu}{c} = \vec{p}_e + \vec{p}_\gamma$, где

$$T_e = m_e c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right), \quad T_\gamma = \frac{p_\gamma^2}{2m_\gamma} - \text{кинетическая энергия ядра отдачи; } I_i -$$

энергия ионизации i -й оболочки атома; $p_e = \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Так как обычно

$h\nu \gg I_i + T_\gamma$, то энергия фотоэлектронов $T_e \approx h\nu$, и, следовательно, энергетический спектр фотоэлектронов близок к монохроматическому.

Из законов сохранения энергии и импульса следует, что фотоэффект не может происходить на свободном электроне. Докажем это «от противного»: предположим, что такой процесс возможен.

Тогда законы сохранения будут выглядеть так $h\nu = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$,

и
$$\frac{h\nu}{c} = \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Отсюда получаем уравнение $1 - \beta = \sqrt{1-\beta^2}$, которое имеет два

корня $\beta=0$ и $\beta=1$. Первый из них соответствует $T_e = hv = 0$, а второй не имеет физического смысла для частиц с массой отличной от нуля.

Еще нагляднее это доказательство выглядит для нерелятивистского случая: $hv = m_e v^2/2$ и $hv/c = m_e v$. Решение системы приводит к выражению $v = 2c$, чего не может быть.

Таким образом, свободный электрон не может поглощать фотон. Для фотоэффекта существенна связь электрона с атомом, которому передается часть импульса фотона. Фотоэффект возможен лишь на связанном электроны. Чем меньше энергия связи электрона с атомом по сравнению с энергией фотона, тем менее вероятен фотоэффект. Это обстоятельство определяет все основные свойства фотоэффекта:

- а) ход сечения с энергией фотона – $\sigma_\phi(h\nu)$,
- б) соотношение вероятностей фотоэффекта на разных электронных оболочках,
- в) зависимость сечения от Z среды.

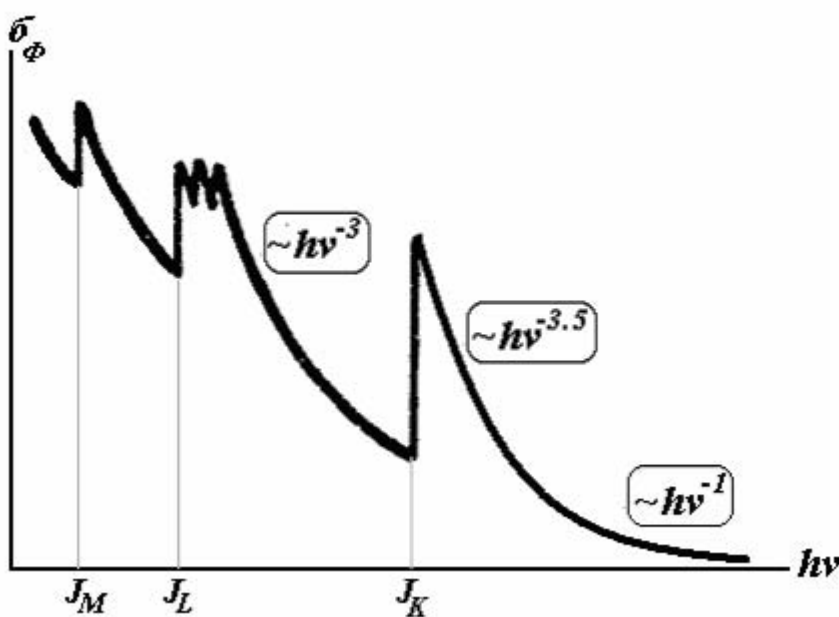


Рис.3.2.
Зависимость
эффективного
сечения
фотоэффекта от
энергии фотонов

а) На рис.3.2 изображена зависимость эффективного сечения фотоэффекта от энергии фотонов. Если энергия фотона велика по сравнению с энергией связи электронов в атоме, то сечение фотоэффекта σ_ϕ быстро убывает с увеличением энергии фотона. При $I_i \ll h\nu < m_e c^2$ $\sigma_\phi \sim (h\nu)^{-3.5}$. При $h\nu > m_e c^2$ $\sigma_\phi \sim (h\nu)^{-1}$.

По мере убывания $h\nu$, т.е. возрастания связности электронов $I_k/h\nu$, сечение процесса быстро растет до тех пор, пока энергия фотона не станет равной энергии I_k . При $h\nu < I_k$ фотоэффект на К-оболочке атома станет невозможным, сечение фотоэффекта будет определяться только взаимодействием фотонов с электронами L, M и

др. оболочек. Но эти электроны связаны с ядром слабее, чем К-электроны. Поэтому при равных энергиях фотонов вероятность фотоэффекта на L-электронах много меньше, чем на К-электронах. В зависимости $\sigma_{\phi}(h\nu)$ будет наблюдаться резкий скачок. Затем при $h\nu < I_k$ снова σ_{ϕ} начинает расти с убыванием $h\nu$, так как возрастает относительная связность электрона $I_L/h\nu$, и т.д.

б) Формулы для сечения фотоэффекта на К-электронах, полученные методами квантовой электродинамики и подтвержденные экспериментом, имеют вид:

$$\sigma_{\phi}^K = 1,09 \cdot 10^{-16} \cdot Z^5 \left(\frac{13,5}{h\nu(\text{эВ})} \right)^{3,5} \quad \text{для } h\nu < m_e c^2$$

и

$$\sigma_{\phi}^K = 1,34 \cdot 10^{-33} \cdot Z^5 \left(\frac{1}{h\nu(\text{МэВ})} \right)^1 \quad \text{для } h\nu > m_e c^2.$$

Отношения сечений фотоэффекта на разных оболочках получаются следующими:

$$\frac{\sigma^L}{\sigma^K} \cong \frac{1}{5}; \quad \frac{\sigma^M}{\sigma^L} \cong \frac{1}{4}, \quad \text{т.е.} \quad \frac{\sigma^M}{\sigma^K} = \frac{1}{20}.$$

Поэтому при вычислении полного сечения фотоэффекта обычно используется соотношение:

$$\sigma_{\phi} = \frac{5}{4} \sigma^K.$$

с) Из этой же формулы видна сильная зависимость σ_{ϕ} от Z среды: $\sigma_{\phi} \sim Z^5$. Это понятно, так как в легких элементах электроны связаны кулоновскими силами ядра слабее, чем в тяжелых. В тяжелых веществах фотоэффект является главной причиной поглощения мягких фотонов.

Угловое распределение фотоэлектронов получается расчетным путем из формулы для дифференциального сечения. Из нее следует, что фотоэлектроны распределены симметрично по закону $\sim \cos^2\phi$ относительно направления электрического вектора \vec{E} падающей электромагнитной волны. Кроме того, угловое распределение существенно зависит от энергии фотоэлектронов. В нерелятивистском случае $T_e \ll m_e c^2$ ($\beta \ll 1$) интенсивность фотоэлектронов максимальна в плоскости поляризации векторов \vec{E} и \vec{H} фотона, т.е. в плоскости, перпендикулярной направлению движения фотона. При

больших энергиях $T_e > m_e c^2$ угол, под которым интенсивность фотоэлектронов максимальна, уменьшается, причем чем больше энергия электронов, тем меньше угол их вылета по сравнению с направлением движения фотона, угловое распределение получается вытянутым вперед.

3.3. Комптон-эффект

Взаимодействие фотонов с веществом может приводить к их рассеянию без поглощения. Рассеяние может быть двух видов: 1) без изменения длины волны (когерентное рассеяние, томсоновское, классическое) и 2) с изменением длины волны (некогерентное, комптоновское рассеяние).

1. Томсоновское рассеяние происходит, если $h\nu < I_i$ ($\lambda \sim 10^{-8}$ см). В этом случае атом воспринимается фотоном "как единое целое", и фотон обменивается энергией и импульсом со всем атомом. Так как масса атома очень велика по сравнению с эквивалентной массой фотона $h\nu/c^2$, то отдача в этом случае практически отсутствует. Поэтому рассеяние фотонов происходит без изменения их энергии, т.е. когерентно.

Можно считать, что источником рассеянного излучения являются связанные электроны атома, которые приходят в резонансные колебания под действием падающего излучения и, вследствие этого, излучают фотоны такой же частоты. Сечение томсоновского рассеяния зависит от угла рассеяния фотона θ :

$$\sigma(\theta) = 0,5 r_e^2 (1 + \cos^2 \theta),$$

где $r_e = e^2/m_e c^2 = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см – классический радиус электрона.

Интегрируя по всем θ можно получить сечение полного томсоновского рассеяния. Эффективное сечение томсоновского рассеяния, рассчитанное на 1 электрон, равно:

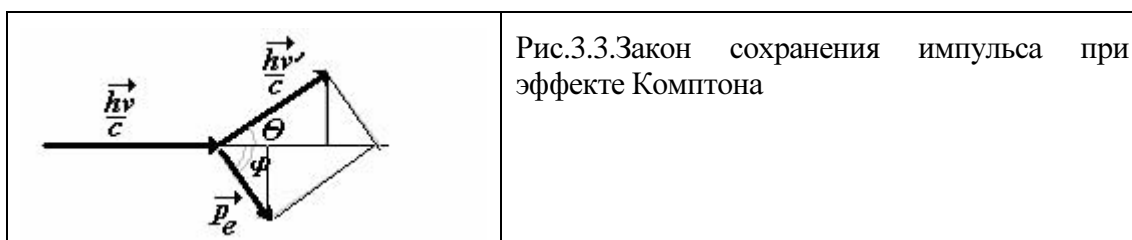
$\sigma_T = 8/3 \pi r_e^2 = 0,66$ барн., где σ_T – универсальная постоянная и не зависит от частоты падающего излучения.

2. Комptonовское рассеяние возникает при $h\nu \gg I_e$. В этом случае все электроны атома можно считать свободными.

Комptonовское рассеяние происходит в результате упругого столкновения фотона с электроном, причем фотон передает электрону часть своей энергии и импульса. Поэтому энергетические и угловые характеристики явления полностью определяются законами сохранения энергии и импульса для упругого удара (рис. 3.3):

$$h\nu = h\nu' + T_e \quad \text{и} \quad \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} + \vec{p}_e, \quad \text{где} \quad T_e = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad \text{и}$$

$$p_e = \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} - \text{кинетическая энергия и импульс электрона отдачи.}$$



Совместное решение этих уравнений позволяет получить энергии рассеянного фотона $h\nu'$ и электрона отдачи T_e в зависимости от угла рассеяния фотона θ :

$$h\nu' = h\nu \cdot \left[1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} \cdot (1 - \cos\theta) \right]^{-1} \quad \text{и} \quad T_e = h\nu \cdot \left[1 + \frac{m_e c^2}{h\nu \cdot (1 - \cos\theta)} \right]^{-1}.$$

Из этих соотношений вытекает ряд важных следствий.

1. Из первого соотношения легко найти, на сколько изменилась длина электромагнитной волны при комptonовском рассеянии (формула Комптона):

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu} \left(\frac{\nu}{\nu'} - 1 \right) = \frac{c}{\nu} \cdot \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = \lambda_0 \cdot (1 - \cos\theta),$$

где $\lambda_0 = h/m_e c = 2,426 \cdot 10^{-10}$ см - комptonовская длина волны электрона. Из формулы Комптона следует, что:

- а) сдвиг волны $\Delta\lambda$ не зависит от величины длины волны;
- б) сдвиг $\Delta\lambda$ определяется лишь углом рассеяния фотонов θ : при $\theta=0$ $\Delta\lambda=0$ (т.е. нет рассеяния), при $\theta=\pi/2$ $\Delta\lambda=\lambda_0$ и при $\theta=\pi$, $\Delta\lambda=2\lambda_0$ (максимально возможный сдвиг происходит при рассеянии назад).

2. Энергетический спектр фотонов, полученный в результате комптоновского рассеяния пучка моноэнергетических γ -квантов, оказывается непрерывным в интервале энергий от

$$h\nu^{\min} = h\nu \cdot \left(1 + \frac{2h\nu}{m_e c^2}\right)^{-1} \text{ при } \theta = \pi \text{ до } h\nu^{\max} = h\nu \text{ при } \theta = 0.$$

3. В результате комптоновского рассеяния моноэнергетических γ -квантов получается непрерывный энергетический спектр электронов отдачи в интервале от

$$T_e^{\min} = 0 \text{ при } \theta = 0 \text{ до } T_e^{\max} = h\nu \cdot \left(1 + \frac{m_e c^2}{2h\nu}\right)^{-1} \text{ при } \theta = \pi.$$

4. Связь углов вылета рассеянного фотона θ и электрона отдачи φ (рис.3.3) можно найти из закона сохранения импульса, записанного для продольной и поперечной составляющих (относительно направления движения первичного фотона):

$$p_e \sin \varphi = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta \quad \text{и} \quad p_e \cos \varphi + \frac{h\nu'}{c} \cos \theta = \frac{h\nu}{c}.$$

Преобразуем второе уравнение:

$$p_e \cos \varphi = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \theta = \frac{h\nu'}{c} \cdot \left(\frac{\nu}{\nu'} - \cos \theta\right) =$$

$$\frac{h\nu'}{c} \cdot \left[\frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) + (1 - \cos \theta)\right] = \frac{h\nu'}{c} (1 - \cos \theta) \cdot \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}\right).$$

$$\text{Отсюда находим: } \operatorname{tg} \varphi = \frac{p_e \sin \varphi}{p_e \cos \varphi} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \cdot \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}\right)^{-1} = \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \cdot \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}\right)^{-1}.$$

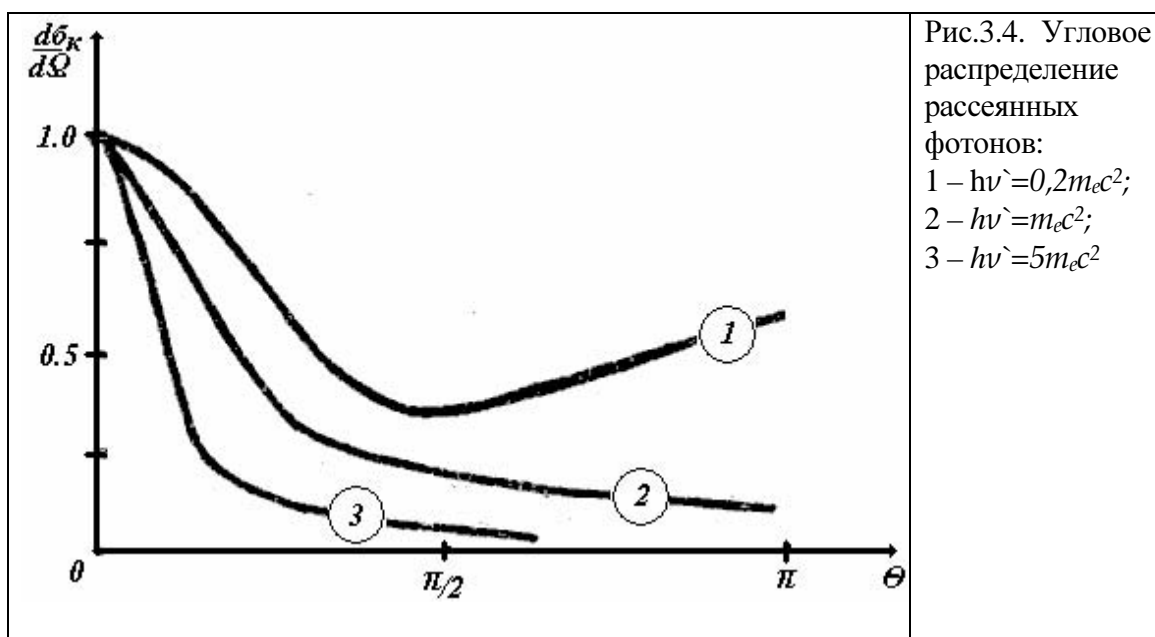
Из полученного соотношения видно, что изменению угла рассеяния фотона в интервале $0 \leq \theta \leq \pi$ соответствует изменение угла вылета электрона отдачи в интервале $\frac{\pi}{2} \geq \varphi \geq 0$. Таким образом, электроны вылетают только в переднюю полусферу, причем наиболее энергичные электроны летят в направлении первичного фотона.

Дифференциальное эффективное сечение комптоновского рассеяния было впервые рассчитано О.Клейном и У.Нишиной в 1929 г., а в 1930 г. эту же формулу другим способом получил И.Е.Тамм. Формула Клейна-Нишины-Тамма имеет вид:

$$\frac{d\sigma_k}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \cdot \left(\frac{h\nu'}{h\nu}\right)^2 \cdot \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \sin^2 \theta\right),$$

где $\frac{d\sigma_k}{d\Omega}$ – дифференциальное эффективное сечение рассеяния

фотона под углом θ в телесный угол $d\Omega$, а r_e - классический радиус электрона. После подстановки в эту формулу значения $h\nu'$ получается зависимость дифференциального сечения комптоновского рассеяния только от $h\nu$ и от θ , причем форма зависимости сечения от θ меняется с изменением энергии фотонов. При малых значениях $h\nu$: $\frac{d\sigma_K}{d\Omega} \sim 1 + \cos^2 \theta$. С ростом $h\nu$ все большее количество фотонов рассеивается в направлении "вперед", причем с увеличением первичной энергии $h\nu$ повышается вероятность рассеяния на малые углы (рис.3.4).



Полное сечение находится после интегрирования по всем θ :

$$\sigma_K(h\nu) = \sigma_T \cdot \left[1 - f\left(\frac{h\nu}{m_e c^2}\right) \right],$$

где $\sigma_T = \frac{8}{3}\pi \cdot r_e^2$ - сечение томсоновского рассеяния, а $f\left(\frac{h\nu}{m_e c^2}\right) < 1$ и возрастает с увеличением $h\nu$.

При малых значениях $h\nu$ ($\frac{h\nu}{m_e c^2} \ll 1$), $\sigma_K \approx \sigma_T \cdot \left(1 - \frac{2h\nu}{m_e c^2}\right) \rightarrow \sigma_T$ с уменьшением $h\nu$.

$$\text{При } \frac{h\nu}{m_e c^2} \gg 1, \quad \sigma_K \approx \pi r_e^2 \cdot \frac{m_e c^2}{h\nu} \cdot \left(\ln \frac{2h\nu}{m_e c^2} + \frac{1}{2} \right).$$

Так как в 1см^3 среды находится Zn электронов, то полная вероятность комптоновского рассеяния на 1см пути в веществе

$$(Z, A, \rho) \text{ будет: } \sigma_K = \pi \cdot r_e^2 \cdot \frac{m_e c^2}{h\nu} \cdot nZ \cdot \left(\ln \frac{2h\nu}{m_e c^2} + \frac{1}{2} \right).$$

Таким образом, вероятность комптоновского рассеяния на 1 см пути обратно пропорциональна энергии фотонов и пропорциональна Z вещества (сечение в расчете на 1 электрон не зависит от Z вещества, а каждый атом содержит Z электронов). На рис.3.5 изображен график зависимости σ_K/σ_T от энергии фотонов. На этом рисунке приведены в тех же единицах сечение фотоэффекта в различных веществах. Сравнение зависимостей показывает, что с повышением энергии фотонов вероятность комптон-эффекта становится существенно больше сечений фотоэффекта.

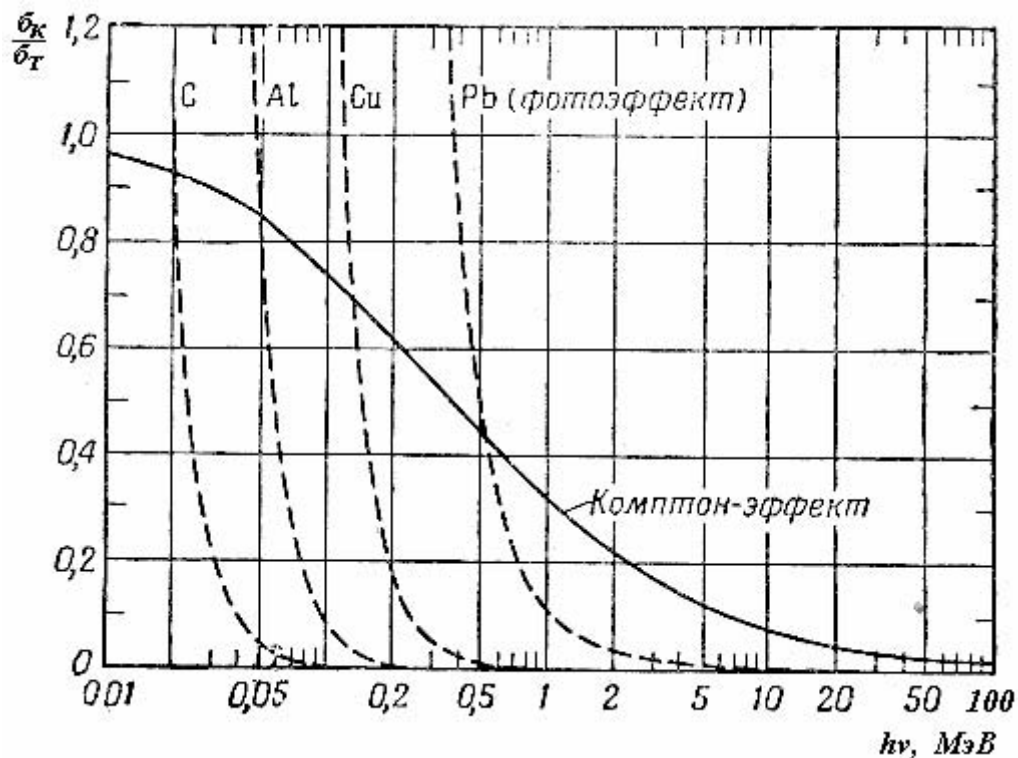


Рис.3.5. Зависимость полных сечений комптоновского рассеяния (сплошная кривая) и фотоэффекта в пересчете на 1 электрон (пунктир для C, Al, Cu и Pb) от энергии фотонов

Комптоновское рассеяние может происходить не только на электронах, но и на других частицах, имеющих электрический заряд. Однако вероятность такого эффекта очень мала. Например, комптоновское рассеяние на ядрах атомов пренебрежимо мало из-за того, что у ядер очень мала величина их классического электромагнитного радиуса $\frac{Ze^2}{m_p c^2}$.

Существует еще явление, называемое обратным комптон-эффектом. Оно происходит при упругом рассеянии фотонов на релятивистских электронах. В этом случае энергия и импульс фотонов

будут увеличиваться за счет энергии и импульса электронов-мишеней.

3.4. Рождение электронно-позитронных пар

При достаточно большой энергии фотонов ($h\nu > 2m_e c^2$) становится возможным процесс образования пары, при котором в поле ядра фотон поглощается, и рождаются электрон и позитрон. Расчет по КЭД и опыт свидетельствуют о том, что этот процесс происходит не внутри ядра, а около него, в области, имеющей размер комптоновской длины волны $\lambda_0 = 2,4 \cdot 10^{-10}$ см. Поскольку при этом взаимодействии фотона с полем ядра рождаются электрон и позитрон, то этот процесс имеет энергетический порог, т.е. он происходит, если $h\nu > 2 m_e c^2$.

Законы сохранения энергии и импульса могут быть записаны в виде:

$$h\nu = 2m_e c^2 + T_- + T_+ + T_{\text{я}}$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{m_e \beta_- c}{\sqrt{1-\beta_-^2}} + \frac{m_e \beta_+ c}{\sqrt{1-\beta_+^2}} + p_{\text{я}},$$

где β_- и β_+ - относительные скорости электрона и позитрона, T_- и T_+ - их кинетические энергии, а $T_{\text{я}}$ и $p_{\text{я}}$ - энергия и импульс ядра отдачи.

Исходя из законов сохранения энергии и импульса, можно показать, что образование электронно-позитронной пары фотоном в вакууме невозможно: энергия и импульс обязательно должны распределяться между тремя частицами: электроном, позитроном и, например, ядром. Если предположим, что рождение пары может происходить в вакууме ($T_{\text{я}} = p_{\text{я}} = 0$), то законы сохранения принимают вид:

$$h\nu = 2m_e c^2 + T_- + T_+ \quad \text{и} \quad \frac{h\nu}{c} = \frac{m_e \beta_- c}{\sqrt{1-\beta_-^2}} + \frac{m_e \beta_+ c}{\sqrt{1-\beta_+^2}}.$$

Первое из этих уравнений можно записать в форме:

$$h\nu = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\beta_-^2}} + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\beta_+^2}},$$

и сразу же становится очевидной его несовместимость со вторым уравнением.

В частном случае, когда $T_- = T_+ = 0$, получается система противоречивых уравнений: $h\nu = 2m_e c^2$ и $h\nu/c = 0$. Таким образом, чтобы выполнялись законы сохранения, нужна третья частица, в поле которой происходит процесс рождения пары и которая принимает на себя избыточный импульс. Такой частицей может быть не только ядро, но и, например, электрон. Но если у ядра $T_{\text{я}} = p_{\text{я}}^2/2m_{\text{я}}$ - малая

величина, то у электрона отдача будет очень большая, и электрон отдачи может получить энергию того же порядка, что и компоненты пары. В этом случае порог процесса будет существенно превышать $2m_e c^2$. Пороговая энергия фотона для образования пары в поле электрона равна $4m_e c^2 = 2,044$ МэВ.

Теоретические расчеты зависимости сечения рождения пар от энергии γ -квантов приводят к довольно сложному виду. Однако для области энергий $5m_e c^2 < h\nu < 50m_e c^2$ эта зависимость может быть представлена в виде:

$$\sigma_{\pi} \sim Z^2 \ln \frac{h\nu}{m_e c^2}.$$

При энергии фотонов $h\nu < 5m_e c^2$ и $h\nu > 50m_e c^2$ сечение растет медленнее. При $h\nu > 50m_e c^2$ рост сечения ограничивается экранированием кулоновского поля ядра атомными электронами. В предельно релятивистском случае при $h\nu > 10^3 m_e c^2$ сечение не зависит от энергии: $\sigma_{\pi} \sim 0,08 \cdot Z^2 \cdot r_e^2 = 0,63 \cdot 10^{-26} \cdot Z^2 \text{ см.}^2$

Общий характер зависимости сечения от энергии фотонов представлен на рис. 3.6.

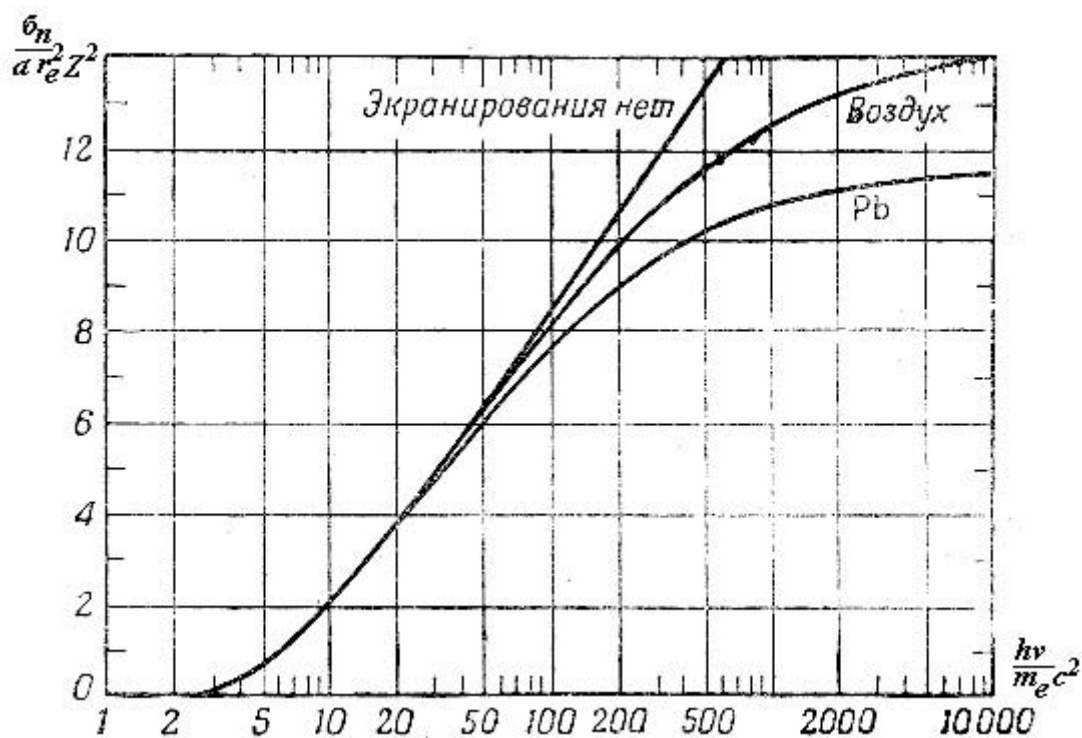


Рис.3.6. Зависимость сечения рождения пар от энергии фотонов

Процесс рождения пар подобен процессу тормозного излучения. Поэтому выражения, описывающие эти два процесса, очень похожи по своей структуре: в случае полного экранирования вероятность того,

что фотон с энергией $E' = h\nu$ на пути в 1 см образует электрон с энергией E в интервале $(E, E+dE)$ и позитрон с энергией $(E'-E)$ будет:

$$W_{\Pi}(E', E)dE = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{t_0} \cdot \frac{dE}{E'}$$

Вероятность образования пары не зависит от энергии электрона E и позитрона $E'-E$, и это понятно, так как в процессе их образования фотон исчезает и равновероятно распределение энергии между компонентами пары. Зная W_{Π} , можно найти полную вероятность образования пары на пути 1 см:

$$\sigma_{\Pi} = \int_0^{E'} W_{\Pi}(E', E)dE = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{t_0}$$

Таким образом, в случае полного экранирования полное сечение рождения пары не зависит от энергии фотона.

3.5. Другие процессы взаимодействия фотонов с веществом

1. Ядерный фотоэффект - поглощение γ -кванта ядром и испускание при этом нуклона, т.е. (γ, n) -реакция. Порог ядерного фотоэффекта $\sim 6-10$ МэВ т.е. порядка энергии связи нуклонов в ядрах. Сечение ядерного фотоэффекта $\sigma_{\text{яф}} \sim Z$ и по величине существенно меньше сечений трех рассмотренных эффектов.

2. Если энергия фотонов много больше энергии связи нуклонов в ядрах, то может происходить фоторасщепление ядер с вылетом нескольких частиц. Например, $(\gamma, 2p)$, $(\gamma, n, 2p)$ - реакции. Сечение такого процесса $\sigma_{\text{я}} \sim 10^{-26} \text{ см}^2$.

3. Если $h\nu > 2m_{\mu}c^2$, т.е. $h\nu > 200$ МэВ, то в поле ядра γ -кванты могут образовывать $\mu^{-}\mu^{+}$ -пары, аналогично $e^{-}e^{+}$ -парам.

4. Если $h\nu > m_{\pi}c^2$, т.е. $h\nu > 140$ МэВ, то может возникать фотогенерация пионов с сечением $\sim 10^{-28} \text{ А см}^2$.

Таким образом, поглощение γ -квантов за счет всех перечисленных процессов пренебрежимо мало по сравнению с σ_{Π} .

3.6. Суммарное сечение взаимодействия фотонов с веществом

Ослабление потока фотонов при прохождении через вещество определяется главным образом тремя процессами: фотоэффектом, комптон-эффектом и образованием пар в кулоновском поле атомных ядер. Вследствие этого в формуле $J = J_0 e^{-\sigma n x}$ сечение σ является суммой сечений этих процессов: $\sigma = \sigma_{\text{ф}} + \sigma_{\text{к}} + \sigma_{\Pi}$, а линейный и массовый коэффициенты поглощения соответственно равны:

$$\tau = \sigma n = \tau_{\text{ф}} + \tau_{\text{к}} + \tau_{\Pi} \quad \text{и} \quad \mu = \sigma n / \rho = \mu_{\text{ф}} + \mu_{\text{к}} + \mu_{\Pi}. \quad \text{Каждое из}$$

слагаемых по-разному зависит от энергии фотонов и свойств вещества, поэтому относительная роль отдельных слагаемых может сильно меняться. Так, в алюминии (рис.3.7) в широком интервале энергий фотонов $50 \text{ КэВ} < h\nu < 15 \text{ МэВ}$ преобладает комптон-эффект, а при $h\nu > 15 \text{ МэВ}$ - образование пар. В свинце же фотоэффект (рис.3.7) является доминирующим вплоть до энергии $0,5 \text{ МэВ}$, а при $h\nu > 5 \text{ МэВ}$ основную роль играет процесс рождения пар.

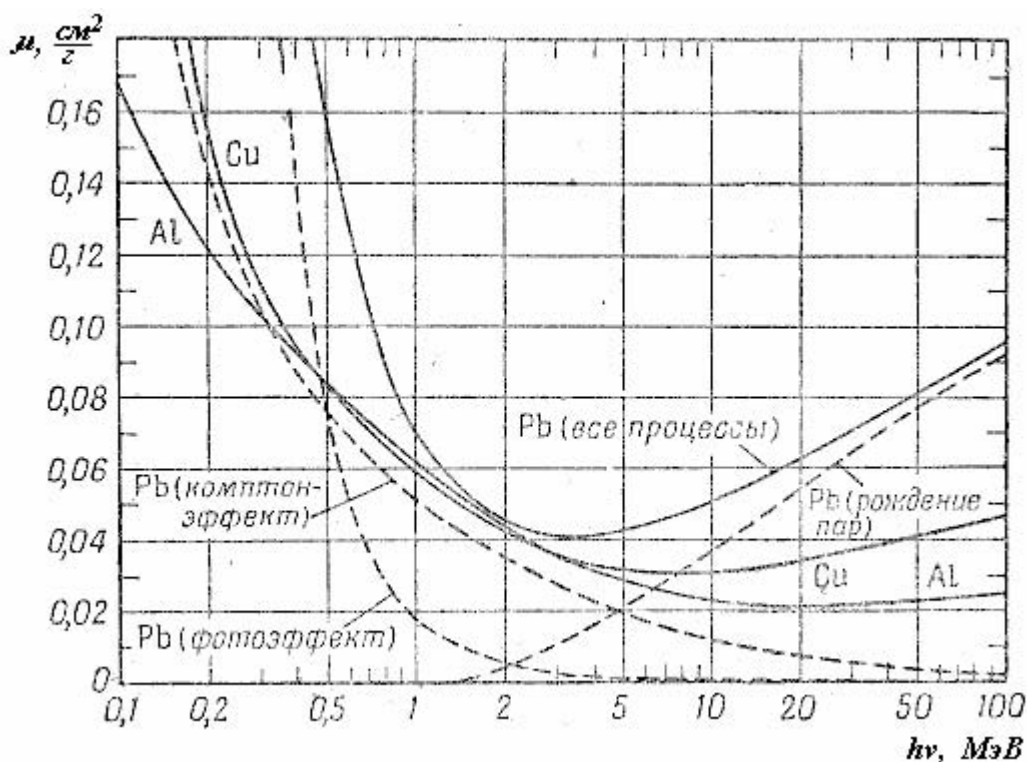


Рис.3.7. Зависимость массового коэффициента поглощения фотонов от их энергии в алюминии, меди и свинце

В заключение следует отметить важное обстоятельство: все три вида взаимодействия фотонов с веществом приводят к возникновению быстрых электронов.

3.7. Аннигиляция позитронов в веществе

Слово "аннигиляция" означает "исчезновение", "превращение в ничто". Это процесс, в котором частица и ее античастица превращаются в электромагнитное излучение (фотоны) или другие элементарные частицы (лептоны, кварки). Это процесс, обратный рождению пар γ -квантами. И тот и другой процессы – это просто взаимопревращения.

Эти взаимопревращения управляются фундаментальными законами сохранения: законом сохранения энергии, импульса, момента количества движения, электрического заряда и др.

Процессы рождения и аннигиляции частиц были теоретически предсказаны в 1931г. П.А.Дираком. Они вытекали из созданной им теории электрона. Согласно Дираку, совместить квантовую механику (к тому времени уже подтвержденную экспериментом) с теорией относительности удастся лишь, если наряду с состоянием электрона с положительной энергией ввести состояние электрона с отрицательной энергией (или положительного "электрона" с положительной энергией).

В 1932 г. К.Д. Андерсон, исследуя состав космических лучей с помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле, получил экспериментальные доказательства существования позитрона (Нобелевская премия, 1936 г.). По знаку кривизны следа частицы нашли, что частица положительная, а по изменению кривизны (после прохождения ею 6 мм свинца) и по плотности зерен в треке определили массу и импульс частицы. В 1933 г. Фредерик и Ирен Жолио-Кюри впервые получили фотографию камеры Вильсона со следами электрона и позитрона, рожденных гамма-квантом, и в том же году Ф.Жолио-Кюри впервые наблюдал аннигиляцию электронов и позитронов в два фотона.

Как же происходит аннигиляция позитронов? Попадая в вещество, быстрые позитроны ведут себя так же, как и электроны, т.е. при $T_e > \varepsilon$ они испытывают радиационное торможение, а при $T_e < \varepsilon$ – ионизационные потери и, как правило, почти полностью теряют свою скорость. В дальнейшем начинается их диффузия в веществе до встречи со свободными или связанными в атомах электронами и последующая аннигиляция позитронов. Перед аннигиляцией обе частицы (электрон и позитрон) чаще всего находятся в состоянии, когда их моменты количества движения равны нулю (S-состояние). Дальнейшая судьба их зависит от взаимной ориентации внутренних моментов количества движения (спинов) и от того, свободен ли электрон или находится в связанном состоянии.

При встрече электрона и позитрона их полная энергия, включая энергию покоя, почти целиком переходит в энергию электромагнитного излучения (процесс, обратный рождению пар) и частично передается какому-то третьему телу, например, ядру.

Если аннигиляция позитронов происходит на электроне, входящим в состав атома, то возможна аннигиляция с образованием *одного* фотона, т.к. импульс образующегося фотона будет компенсироваться отдачей атома или ядра, и закон сохранения импульсов будет выполняться. Законы сохранения энергии и импульса для этой ситуации можно записать так:

$$2m_e c^2 + T_e + T_+ = h\nu + T_{om0}, \quad \vec{p}_- + \vec{p}_+ = \frac{h\nu}{c} + \vec{p}_{om0}.$$

Если позитрон находится в тепловом движении, то законы сохранения принимают вид: $2m_e c^2 = h\nu + T_{омд}$, и $0 = \vec{h\nu}/c + \vec{p}_{омд}$, т.е. в этом случае фотон и атом разлетаются в разные стороны с одинаковыми импульсами. Из этих же уравнений видно, что *однофотонная* аннигиляция на *свободном* электроне невозможна.

Но, в отличие от процесса рождения пар, аннигиляция позитронов возможна и на свободных электронах, но при образовании двух и более квантов для выполнения законов сохранения энергии, импульса и спина:

$$2m_e c^2 + T_+ + T_- = \sum_{i=1}^n h\nu_i \quad \text{и} \quad \vec{p}_+ + \vec{p}_- = \sum_{i=1}^n \vec{h\nu}_i/c.$$

Замедлившийся до тепловой скорости позитрон может аннигилировать со свободным электроном, например, с одним из электронов проводимости в металле или с одним из внешних электронов атома. Если считать, что электрон и позитрон до аннигиляции покоились, то законы сохранения принимают вид: $2m_e c^2 = \sum h\nu$ и $0 = \sum \vec{h\nu}/c$, т.е. аннигиляция на свободном электроне возможна только при условии одновременного вылета не менее двух фотонов в противоположных направлениях. Поскольку обе аннигилирующие частицы с наибольшей вероятностью находятся в S-состоянии, то результат аннигиляции будет зависеть от взаимной ориентации внутренних моментов количества движения частиц, т.е. их спинов.

Если спины электрона и позитрона направлены в противоположные стороны ($+1/2 \hbar$ и $-1/2 \hbar$), и, следовательно, их суммарный спин равен нулю, то в результате аннигиляции (согласно закону сохранения зарядовой четности) может образоваться лишь четное число фотонов со спинами, также направленными в противоположные стороны, т.к. спин каждого фотона равен $1\hbar$. Так как вероятность аннигиляции $w \sim \alpha^n$, где n - число фотонов, то наиболее вероятно рождаются два фотона ($w \sim \alpha^2$) – так называемая *двухфотонная* аннигиляция, менее вероятно – четыре фотона ($w \sim \alpha^4$) и т.д.

Поскольку импульсы электрона и позитрона близки к нулю, то суммарный импульс системы тоже равен нулю, и, следовательно, образовавшиеся при аннигиляции фотоны летят в противоположные стороны, причем каждый из них забирает половину энергии системы, т.е. по 0,511 МэВ.

Если спины электрона и позитрона оказались параллельными, то их суммарный спин равен $1 \hbar$. В этом случае возможно образование нечетного числа фотонов, вероятнее всего - трех, так как один фотон возникнуть не может из-за невыполнения закона сохранения

импульса. Вероятность *трехфотонной* аннигиляции $\sim \alpha^3$, т.е. существенно меньше (в 1/137 раз), чем двухфотонной. В среднем трехфотонная аннигиляция осуществляется в (0,2 - 0,3) % случаев.

Если аннигиляция происходит "на лету", т.е. в случае, когда позитрон еще не потерял скорость, то фотоны разлетаются под углом, причем угол разлета фотонов зависит от их скорости. При больших энергиях аннигилирующих позитронов возникшие фотоны испускаются преимущественно "вперед" и "назад" относительно направления движения позитрона. Фотон, летящий вперед, уносит большую часть энергии позитрона. На долю же фотона, летящего назад, остается минимальная энергия, т.е. 0,511 МэВ. Поэтому при прохождении быстрых позитронов через вещество образуется пучок гамма-квантов, летящих в одном направлении, что используется для получения монохроматических пучков фотонов высокой энергии.

Позитрон – стабильная частица, в вакууме она существует бесконечно долго, но в веществе позитрон очень быстро аннигилирует. Среднее время жизни позитрона по отношению к процессу аннигиляции в твердых веществах составляет $\tau \sim 10^{-10}$ с, а в воздухе при нормальных условиях $\tau \sim 10^{-5}$ с.

Иногда аннигиляция идет через промежуточный этап, через образование связанного состояния электрона и позитрона, которое называется *позитронием*. Позитроний, в котором спины позитрона и электрона антипараллельны (парапозитроний), аннигилирует в два гамма-кванта со временем жизни $\tau \sim 1,25 \cdot 10^{-10}$ с. Позитроний с параллельными спинами частиц (ортопозитроний) образует три гамма-кванта со временем жизни $\tau \sim 1,4 \cdot 10^{-7}$ с.

Явление аннигиляции позитронов сейчас широко используется для исследования свойств элементарных частиц. На встречных пучках позитронов и электронов в вакууме камеры ускорителя происходит процесс аннигиляции, в котором выделяется точно определенная энергия. Точность взаимодействия и знание его энергии используется для доказательства существования кварков и определения их массы.

Вопросы и задачи к главе 3

1. Монохроматический пучок фотонов при прохождении алюминиевой пластины толщиной 2,9 см ослабляется в 2,6 раза. Определить τ , μ и σ .

2. Во сколько раз ослабится поток фотонов с энергией 1 МэВ при прохождении 10 см алюминия, если рассчитанное на один электрон эффективное сечение комптон-эффекта равно 0,2 барна?

3. Определить ослабление потока фотонов с энергией 2,62 МэВ

(γ -источник - Tl_{81}^{208}) при прохождении свинцовых фильтров толщиной 5 и 10 см.

4. Фотон с энергией 2,62 МэВ рассеивается на свободном электроне на угол $\pi/2$. Определить энергии и углы результирующих частиц.

5. Для фотонов с энергией 5 МэВ линейный коэффициент ослабления в свинце ($Z=82, A=207, \rho=11,3 \text{ г/см}^3$) равен $0,480\text{см}^{-1}$, а в алюминии ($Z=13, A=27, \rho=2,7 \text{ г/см}^3$) – $0,075\text{см}^{-1}$. определить эффективные сечения комптон-эффекта и образования пар в свинце и алюминии.

ГЛАВА 4. ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫЕ КАСКАДЫ

4.1. Сечения процессов при высоких энергиях

В предыдущих главах были рассмотрены все основные процессы, действующие при электромагнитных взаимодействиях заряженных частиц и фотонов с веществом. При высоких энергиях частиц (при $E > \varepsilon$ и $E > E_{\text{п.экп}}$) основными процессами являются:

- а) радиационное торможение электронов и
- б) образование фотонами электронно-позитронных пар.

Зависимость этих процессов от энергии для всех веществ описываются выражениями, очень похожими по форме, особенно если эти процессы относить к t_0 –единице (т.е. t_0 -единицу принять за масштаб длины), т.к. различие в свойствах веществ учтены в величине t_0 -единицы.

Вероятность радиационного торможения электрона энергии E с созданием фотона энергии E' в интервале $(E', E' + dE')$ на 1 см пути во всех веществах описывается выражением:

$$W_{\text{T}}(E, E')dE' = \frac{1}{t_0} \frac{dE'}{E'},$$

а полная вероятность процесса, т.е. вероятность создания на 1 см. пути любого фотона с энергией в интервале от 0 до E будет

$$\sigma_{\text{T}} = \int_0^E W_{\text{T}}(E, E')dE' = \frac{\ln E}{t_0}.$$

Поскольку²

$$\left| -\frac{dE}{dt} \right|_{\text{рад}} = E,$$

²В дальнейшем толщина вещества будет измеряться в радиационных единицах, т.е. $t = x/t_0$. Поэтому формула приобретает указанный вид

то "средний" электрон на одной радиационной единице вещества теряет всю свою энергию, причем теряет ее равномерно по E'/E , т.е. поровну в каждый энергетический интервал вторичных фотонов. Например, на каждый фотон с энергией 100 МэВ приходится в среднем 10 фотонов с энергией по 10 МэВ. Таким образом, после прохождения высокоэнергичным электроном одной радиационной единицы возникает с большой вероятностью фотон с энергией, сравнимой с энергией первичного электрона.

Вероятность создания фотоном энергии E' электрона с энергией E и позитрона с энергией $(E' - E)$ на 1 см пути во всех веществах описывается выражением :

$$W_{\Pi}(E', E)dE = \frac{7}{9} \frac{1}{t_0} \frac{dE}{E'},$$

а полная вероятность этого процесса равна

$$\sigma_n = \int_0^{E'} W_n(E', E) \cdot dE = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{t_0}.$$

Таким образом, в результате рождения пар каждый «средний» фотон «живет» около 1.3 радиационной единицы пути, причем энергия между электроном и позитроном распределяется с равной вероятностью. Например, вероятность того, что электрон получит энергию $0.1 E'$ и позитрон $0.9 E'$, равна вероятности того, что электрон получит $0.9 E'$, а позитрон $0.1 E'$, или того, что электрон и позитрон получают энергию по $0.5 E'$.

Эти свойства указанных процессов являются основой для качественного понимания возникновения электронно-фотонных каскадов (ЭФК) при высоких энергиях.

Сопоставляя радиационные потери энергии электронами с потерями на ионизацию, мы пришли к выводу, что относительные потери энергии электронами можно считать постоянными, если их энергия больше критической энергии \mathcal{E} данной среды.

С другой стороны, процесс образования пар можно считать независимым от энергии фотонов при условии полного экранирования, т.е. их энергия должна быть больше $E_{n.экр.} = 137m_e \cdot c^2 \cdot Z^{1/3}$. Но для большинства сред величина критической энергии \mathcal{E} не совпадает с величиной $E_{n.экр.}$ (таблица 4.1).

Таблица 4.1. Сравнение ε и $E_{n.экр.}$.

Вещество	t_0 , г/см ²	ε , МэВ	$E_{n.экр.}$, МэВ
Воздух	37.1	81	40
Углерод	43.3	77	38.5
Свинец	6.4	7.4	15

Например, для воздуха $\varepsilon > E_{n.экр.}$, а для свинца $\varepsilon < E_{n.экр.}$. Предельные выражения для тормозного излучения и процесса образования пар можно использовать при выполнении обоих этих условий. Поскольку в легких веществах (воздухе, углероде) $\varepsilon > E_{n.экр.}$, то при энергиях частиц $E_{n.экр.} < E < \varepsilon$ нужно учитывать ещё ионизационные потери электронов. В тяжелых веществах $E_{n.экр.} > \varepsilon$ и поэтому при энергиях частиц $E < E_{n.экр.}$ необходимо учитывать и другие процессы взаимодействия фотонов с веществом (комптоновское рассеяние и фотоэффект).

4.2. Рассеяние электронов

Кроме энергетической проблемы взаимодействия электронов и фотонов с веществом существует еще и геометрическая проблема, возникающая из-за рассеяния частиц при взаимодействиях. В каждом акте тормозного излучения, рождения пары или рассеяния при столкновении с электронами и ядрами атомов среды частицы отклоняются от своего первоначального направления.

Изменение направления движения электрона при тормозном излучении так же, как и угол разлета электронно-позитронной пары, определяется формулой

$$\langle \theta_n \rangle = \langle \theta_T \rangle \approx \frac{m_e c^2}{E}.$$

При прохождении электроном слоя вещества акты кулоновского рассеяния на ядрах происходят многократно. В результате на пути t возникает некоторый средний угол многократного рассеяния

$$\langle \theta_p \rangle = \sqrt{\langle \theta_p^2 \rangle} = 0,7 \frac{E_s}{E} \sqrt{\frac{t}{t_0}}, \quad \text{где } E_s = 21 \text{ МэВ.}$$

И тот, и другой угол зависят от энергии частицы одинаково ($\sim 1/E$). Однако по величине они могут сильно различаться. Сравним их величины на пути в одну радиационную единицу ($t = 1 t_0$):

$$\frac{\langle \theta_n \rangle}{\langle \theta_p \rangle} = \frac{m_e c^2}{0.7 \cdot E_s} \approx \frac{1}{30}.$$

Из этого отношения видно, что угол многократного рассеяния значительно больше углов, возникающих в актах тормозного излучения и при рождении пар. Например, в свинце электрон с энергией 15 МэВ при прохождении 1 t_0 -единицы пути (~0.5 см) рассеивается за счет многократного кулоновского взаимодействия с ядрами в среднем на угол ~1 радиана:

$$\langle \theta_p \rangle = \frac{0.7 \cdot E_s}{15 \text{ МэВ}} \approx 1 \text{ рад.}$$

4.3. Электронно-фотонные каскады

Электронно-фотонные ливни возникают в результате большого числа отдельных взаимодействий при попадании в вещество электрона или фотона большой энергии. Проследим цепь процессов, порождающих лавину частиц.

Пусть на вещество падает, например, электрон большой энергии ($E \gg E_{п.кр}$, и $E \gg \varepsilon$)

1. На первой t_0 -единице своего пути он испытывает тормозное излучение, в результате чего появляются фотоны, часть из которых будет иметь энергию того же порядка, что и электрон.

2. Возникшие фотоны на следующей t_0 -единице пути с большой вероятностью (7/9) создадут пары электронов и позитронов высокой энергии. В эксперименте обычно не различают электроны и позитроны, поэтому для простоты их всех называют электронами.

3. Эти электроны вновь испытывают торможение на следующей t_0 -единице вещества, и образовавшиеся фотоны создают новые пары, и т.д.

Следовательно, на глубине вещества в несколько t_0 -единиц будет существовать много электронов и фотонов, т.е. возникает электронно-фотонная лавина. Энергия первичного электрона распределяется между вторичными частицами. По мере увеличения числа лавинных частиц энергия их уменьшается и, наконец, достигает критической энергии ε . После этого энергия в основном поглощается за счет ионизационных потерь и лавина постепенно затухает.

Основной задачей теории, описывающей развитие и затухание электронно-фотонной лавины, — электромагнитной каскадной теории — является нахождение функции распределения частиц на разных глубинах по энергиям и углам, а значит, и по расстояниям от оси ливня, т.е. от направления движения первичной частицы. Во

многих случаях бывает достаточно ограничиться одномерной задачей, т.е. не рассматривать поперечные размеры ливня и угловые распределения частиц. Это оправдывается тем обстоятельством, что продольные размеры лавины много больше ее поперечных размеров.

Поперечные размеры ливня определяются в основном углом многократного рассеяния $\{\theta_p\}$, который обратно пропорционален энергии электрона. Чем меньше энергия частиц, тем на больший угол они рассеиваются. Наибольший угол рассеяния будет при энергии электронов $E \sim \varepsilon$, т.к. частицы меньших энергий быстро поглощаются за счет ионизационных потерь и выбывают из состава лавины. Электроны с энергией ε до следующей t_0 -единицы уже не смогут пройти, т.к. они на пути в одну t_0 -единицу на ионизацию расходуют всю свою энергию, равную ε . Следовательно, поперечный размер ливня, т.е. максимальное расстояние r , на которое на пути в 1 t_0 -единицу отходят частицы с энергией ε , будет

$$r = t_0 \cdot \langle \theta_p \rangle = 0.7 \cdot \frac{t_0 \cdot E_s}{\varepsilon} = 0.7 \cdot r_M,$$

где $r_M = t_0 E_s / \varepsilon$. Величина r_M называется мольеровской единицей длины и, по сути, является среднеквадратичным радиусом ливня r_M не зависит от энергии первичной частицы, а зависит только от свойств вещества. Поэтому, если расстояние от оси ливни выразить в мольеровских единицах длины, то развитие электронно-фотонного каскада в поперечном направлении перестает зависеть от свойств вещества. Для свинца, например, $r_M \sim 1.6$ см, а $r \sim 1.1$ см., т.е. около 2 t_0 -единиц.

Продольные размеры ливней при больших начальных энергиях составляют десятки t_0 -единиц. Таким образом, если не учитывать пространственное распределение частиц в ливне, то остается задача нахождения функции распределения лавинных частиц по их энергиям на разных глубинах развития лавины, и задача сводится к одномерной.

Кинетические уравнения каскадной теории можно составить для разных степеней приближения к реальности.

4.4. Каскадная теория в приближении А

Рассмотрим сначала простейший вариант теории и определим среднее число частиц в лавине на различных глубинах t ее развития. Пренебрежем всеми процессами взаимодействия, кроме тормозного

излучения электронами и рождения пар фотонами (приближение А).
Что кроется за этими условиями?

1. Для соответствующих сечений используется приближение полного экранирования, т.е. энергия частицы E должна быть больше энергии полного экранирования $E_{п.экр}$.

2. Пренебрегаем ионизационными потерями, т.е. рассматриваем частицы с энергиями, превышающими критическую энергию ε .

3. Не учитываются никакие флуктуации,

4. Не учитывается комптоновское рассеяние фотонов.

Пусть $P(E,t)dE$ – среднее число электронов с энергией в интервале $(E, E+dE)$ на глубине t , а $\Gamma(E,t)dE$ – среднее число фотонов в том же интервале энергий и на той же глубине.

Кинетические уравнения в приближении А можно сформировать следующим образом.

Изменение числа частиц в энергетическом интервале $(E, E+dE)$ при прохождении ими слоя dt на глубине t вещества можно записать так:

1. В результате образования пар фотонами с энергией $E' > E$ увеличивается число электронов в интересующем нас энергетическом интервале $(E, E + dE)$:

$$\frac{\partial P(E,t)}{\partial t} dE = +2 \int_E^\infty \Gamma(E',t) dE' \cdot W_{\Pi}(E',E) dE = 2dE \int_E^\infty \Gamma(E',t) \cdot W_{\Pi}(E',E) dE'.$$

2. В результате образования пар уменьшается число фотонов в энергетическом интервале $(E, E + dE)$:

$$\frac{\partial \Gamma(E,t)}{\partial t} dE = - \int_0^E \Gamma(E,t) dE \cdot W_{\Pi}(E,E') dE' = -\Gamma(E,t) dE \int_0^E W_{\Pi}(E,E') dE'.$$

3. В результате тормозного излучения на пути dt уменьшается число электронов в интервале $(E, E + dE)$:

$$\frac{\partial P(E,t)}{\partial t} dE = - \int_0^E P(E,t) dE \cdot W_{\Gamma}(E,E') dE' = -dE \int_0^E P(E,t) \cdot W_{\Gamma}(E,E') dE'.$$

4. В результате тормозного излучения электронов с энергией $E' > E$, часть из них перейдет в интервал энергий $(E, E + dE)$:

$$\frac{\partial P(E,t)}{\partial t} dE = + \int_E^\infty P(E',t) dE' \cdot W_{\Gamma}(E',E'-E) dE = +dE \int_E^\infty P(E',t) \cdot W_{\Gamma}(E',E'-E) dE'.$$

5. Изменение числа фотонов в интервале $(E, E + dE]$ из-за

тормозного излучения электронов энергии $E' > E$ будет:

$$\frac{\partial \Gamma(E, t)}{\partial t} dE = + \int_E^{\infty} P(E', t) dE' \cdot W_T(E', E) dE = + dE \int_E^{\infty} P(E', t) \cdot W_T(E', E) dE'.$$

Таким образом, кинетические уравнения каскадной теории можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(E, t)}{\partial t} &= 2 \int_E^{\infty} \Gamma(E', t) \cdot W_{\Pi}(E', E) dE' + \int_E^{\infty} P(E', t) \cdot W_T(E', E' - E) dE' \\ &\quad - \int_0^E P(E, t) \cdot W_T(E, E') dE', \\ \frac{\partial \Gamma(E, t)}{\partial t} &= \int_E^{\infty} P(E', t) \cdot W_T(E', E) dE' - \int_0^E \Gamma(E, t) \cdot W_{\Pi}(E, E') dE'. \end{aligned}$$

Полученные интегродифференциальные уравнения являются основными уравнениями каскадной теории в области больших энергий. Они линейны относительно функций P и Γ и однородны относительно E и E' . Эти свойства уравнений позволяют применить для их решения метод функциональных преобразований Лапласа-Меллина. Для этого перейдем от переменной E к новой переменной s с помощью соотношений:

$$P(t, s) = \int_0^{\infty} E^s P(E, t) dE \quad \text{и} \quad \Gamma(t, s) = \int_0^{\infty} E^s \Gamma(E, t) dE.$$

Умножив полученные нами кинетические уравнения на E^s и проинтегрировав их по E от 0 до ∞ , получим вместо них другую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(s, t)}{\partial t} &= -A(s) \cdot P(s, t) + B(s) \cdot \Gamma(s, t), \\ \frac{\partial \Gamma(s, t)}{\partial t} &= C(s) \cdot P(s, t) - \sigma_0 \cdot \Gamma(s, t), \end{aligned}$$

где

$$A(s) = 1.36 \cdot \frac{d}{ds} \ln \Gamma(s+2) - \frac{1}{(s+1)(s+2)} - 0,0750$$

$$B(s) = 2 \cdot \left[\frac{1}{s+1} - \frac{1.36}{(s+2) \cdot (s+3)} \right],$$

$$C(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{1,36}{s(s+1)}, \quad \sigma_0 = 0,77.$$

Зависимости $A(s)$, $B(s)$ и $C(s)$ приведены в монографии С.З. Беленького.

Решения вновь полученных уравнений можно записать в виде

$$P(s, t) = a_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + a_2 \cdot e^{\lambda_2 t},$$

$$\Gamma(s, t) = b_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + b_2 \cdot e^{\lambda_2 t},$$

причем коэффициенты a_1 , a_2 , b_1 и b_2 являются функциями s , а $\lambda_1(s)$ и $\lambda_2(s)$ — корнями квадратного уравнения

$$\lambda^2 + \lambda[A(s) + \sigma_0] + A(s) \cdot \sigma_0 - B(s) \cdot C(s) = 0;$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{A(s) + \sigma_0}{2} \pm \sqrt{\frac{[A(s) - \sigma_0]^2 + 4B(s)C(s)}{4}}$$

Коэффициенты $a_1(s)$, $a_2(s)$, $b_1(s)$ и $b_2(s)$ связаны между собой соотношениями

$$b_1(s) = \frac{C(s)}{\sigma_0 + \lambda_1(s)} \cdot a_1(s), \quad b_2(s) = \frac{C(s)}{\sigma_0 + \lambda_2(s)} \cdot a_2(s).$$

Далее надо сформулировать граничные условия $P(0, E)$ и $\Gamma(0, E)$ и подобрать коэффициенты $a_1(s)$ и $a_2(s)$ так, чтобы эти граничные условия были удовлетворены.

Например, если на слой вещества падает один электрон с энергией E_0 , не сопровождаемый фотонами, то $P(0, E) = \delta(E_0 - E)$, а $\Gamma(0, E) = 0$.

В этом случае

$$a_1(s) = \frac{\sigma_0 + \lambda_1(s)}{\lambda_1(s) - \lambda_2(s)} \cdot E_0^s \quad \text{и} \quad a_2(s) = \frac{\sigma_0 + \lambda_2(s)}{\lambda_2(s) - \lambda_1(s)} \cdot E_0^s.$$

Переходя затем обратно от параметра s к E получаем искомые функции $P(E, t)$ и $\Gamma(E, t)$.

Обычно, с практической точки зрения наиболее интересно знать, каково на глубине вещества t полное число электронов (или фотонов) с энергией больше заданной E при начальной энергии E_0 . Иначе говоря, интересен интегральный энергетический спектр лавинных частиц на глубине t :

$$N(\geq E, E_0, t) = \int_E^{E_0} P(E, t) dE.$$

Для частного случая граничных условий, когда при $t = 0$ имеется один электрон энергии E_0 , не сопровождаемый фотонами, число электронов на глубине t с энергией $>E$ определяется следующим выражением, которое обычно записывается в параметрической форме

$$N(\geq E, E_0, t) = \frac{H(s)}{s} \cdot \left(\frac{E_0}{E}\right)^s \cdot \frac{e^{\lambda_1(s) \cdot t}}{\sqrt{2\pi\lambda_1''(s) \cdot t}}.$$

Значения параметров

$$H_1(s), \lambda_1(s), \lambda_1''(s) = \frac{\partial^2 \lambda_1}{\partial s^2}$$

табулированы для разных s и представлены на рисунке 4.1.

Функция $H(s)$ положительна. Величина ее меняется от 0.55 до 0.2 при изменении параметра s от 0 до 2.

Функция $\lambda_1(s)$ — монотонно убывающая функция параметра s . Она меняет свой знак при $s = 1$. Для $s < 1$ эта функция положительна, что приводит к увеличению числа частиц в лавине с возрастанием глубины наблюдения t . При $s > 1$ функция $\lambda_1(s) < 0$ и теперь уже она определяет скорость поглощения частиц лавины с глубиной вещества t . Величина ее в интервале изменения s от 1.3 до 1.7 меняется мало: от -0,24 до -0,43.

Функция $\lambda_1''(s)$ всегда положительна и уменьшается с возрастанием параметра s сначала очень резко (от +75 при $s = 0.2$ до +2 при $s = 0.9$), а затем при $s > 1$ очень медленно.

Параметр $s(t)$, формально введенный при решении кинетических уравнений, имеет глубокий физический смысл: он характеризует степень развития электронно-фотонной лавины. Его часто называют возрастным параметром или просто возрастом ливня. Значение параметра $s(t)$ определяется из уравнения

$$\lambda_1'(s) \cdot t + \ln \frac{E_0}{E} = 0,$$

которое устанавливает связь между глубиной развития лавины t и энергией E вторичных лавинных частиц. Функция $\lambda_1'(s) < 0$ и возрастает с увеличением параметра s (рис. 4.1).

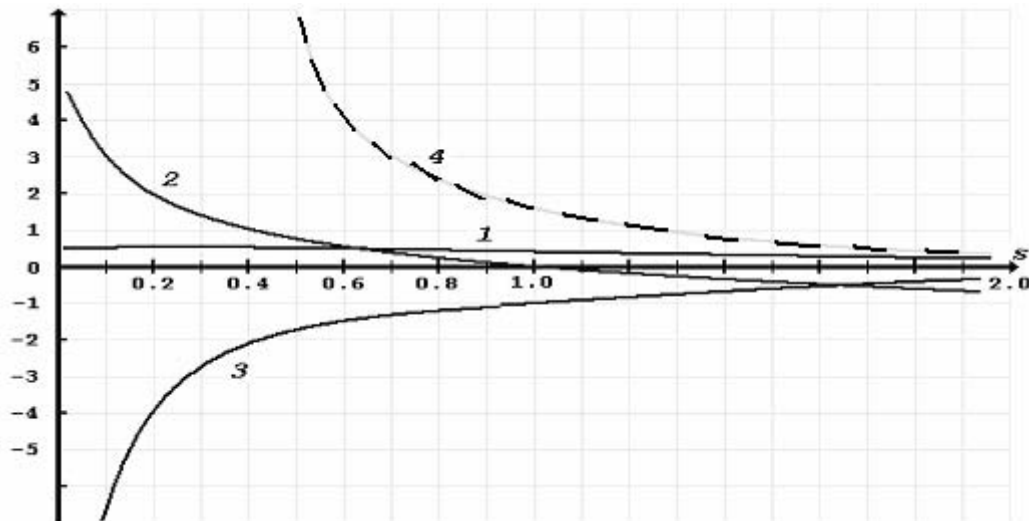


Рис.4.1. Зависимость от возрастного параметра s функций: $N(s)$ -1, $\lambda_1(s)$ -2, $\lambda_1'(s)$ -3, $\lambda_1''(s)$ -4

Исследование функции-решения $N(> E, E_0, t)$ показывает, что:

1. Максимальное число частиц в лавине $N_{max}(> E, E_0, t)$ соответствует $s = 1$ (по условию экстремума).

2. Зная величину s в максимуме, можно найти максимальное число электронов

$$N_{max}(\geq E, E_0, t_{max}) = \frac{0.137}{\sqrt{\ln \frac{E_0}{E}}} \cdot \frac{E_0}{E}.$$

3. Глубину максимума лавины можно найти из уравнения

$$\lambda_1'(1) \cdot t_{max} + \ln \frac{E_0}{E} = 0,$$

$$t_{max} = -\frac{1}{\lambda_1'(1)} \cdot \ln \frac{E_0}{E} = 1.01 \ln \frac{E_0}{E}.$$

4. Величина параметра $s(t)$ меняется с глубиной развития лавины t , поэтому по мере углубления лавины меняется и энергетический спектр вторичных частиц

$$N(\geq E, E_0, t) \sim \left(\frac{E_0}{E}\right)^s \sim E^{-s}.$$

До максимума, при $s < 1$, лавина находится в начале своего развития ($\lambda_1 > 0$), число частиц в ней увеличивается с глубиной, в ней еще много электронов большой энергии – энергетический спектр вторичных электронов "жесткий", "пологий". За максимумом, при $s > 1$, лавина затухает ($\lambda_1 < 0$), спектр становится более "мягкий", более крутой, средняя энергия электронов меньше, чем в максимуме развития каскада.

Наличие максимума в числе лавинных частиц физически совершенно понятно. Сначала идет процесс размножения частиц из-за тормозного излучения электронов и последующего образования фотонами электронно-позитронных пар. Процесс размножения идет до тех пор, пока энергия лавинных частиц в среднем не упадет до выбранного минимального значения энергии E или до критической энергии ε . При дальнейшем движении частиц в веществе число их будет уменьшаться и образовавшаяся лавина затухать. Аналогичное положение имеет место и для фотонов. Поскольку эффективные сечения для образования пар и испускания тормозного излучения сравнительно близки друг к другу, отношение числа фотонов и электронов в лавине остается приблизительно постоянным.

Из всего рассмотрения ясно, что резко выраженный максимум в числе частиц будет наблюдаться только в случае, если на данное вещество падают частицы с одной и той же энергией E_0 . Если же первичные частицы имеют разные энергии (спектр энергий), то максимумы для частиц каждой энергии будут получаться на разных глубинах, и суммарная кривая окажется расплывчатой. При степенном виде спектра первичных частиц суммарная кривая вообще может не иметь максимума.

На больших глубинах, далеко за максимумом, число частиц будет экспоненциально убывать по закону поглощения

$$e^{\lambda_1(1.8)t} = e^{-0.47 \cdot t}.$$

Для ряда экспериментальных задач нужно знать распределение по энергиям электронов всей лавины, т.е.

$$P(\geq E, E_0) = \int_0^{\infty} N(\geq E, E_0, t) dt.$$

Если $E_0 \gg E$, то $P(>E, E_0) \sim E^{-1}$, т.е. совпадает с видом энергетического спектра частиц в максимуме лавины. Поскольку этот спектр получается в результате усреднения спектра лавинных частиц по глубине, то полученный спектр обычно называют *равновесным* спектром.

4.5. Каскадная теория в приближении Б

Приведенные ранее рассуждения относились к случаю, когда энергия лавинных частиц $E > \varepsilon$ в легких веществах и $E > E_{п.экр.}$ в тяжелых. Однако при экспериментальном наблюдении лавины (например, с помощью ионизационных калориметров) регистрируются все частицы, способные создавать ионизацию в детекторе, т.е. практически заряженные частицы любых энергий. Поэтому следующее приближение каскадной теории (приближение Б) должно учитывать ионизационные потери электронов лавины, комптоновское рассеяние фотонов и уменьшение сечения образования ими электронно-позитронных пар с уменьшением энергии.

Учесть ионизационные потери можно введением в кинетическое уравнение для электронов нового дополнительного члена. Этот член должен, с одной стороны, учитывать, что в энергетический интервал $(E, E + dE]$ в результате ионизационного торможения на пути dt может войти часть электронов из интервалов с более высокой энергией, и, с другой стороны, часть электронов может покинуть этот интервал по той же причине. Поэтому изменение числа электронов в энергетическом интервале $(E, E + dE)$ за счет ионизационного поглощения может быть описано выражением

$$\left. \frac{\partial P(E, t)}{\partial t} \right|_{\text{ион}} = \frac{\partial P(E, t)}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial P(E, t)}{\partial E},$$

т.к. на пути dt на ионизацию вещества расходуется энергия $dE = \varepsilon dt$.

Для фотонов переход к более низким энергиям по сути мало что изменит, если рассматривать каскад в легком веществе (рис.4.2а), т.к. учет комптоновского рассеяния компенсирует падение сечения рождения пар. Поэтому суммарный коэффициент поглощения

фотонов в легких веществах остается постоянным вплоть до энергии фотонов $h\nu \sim 0.1 \cdot \varepsilon$.

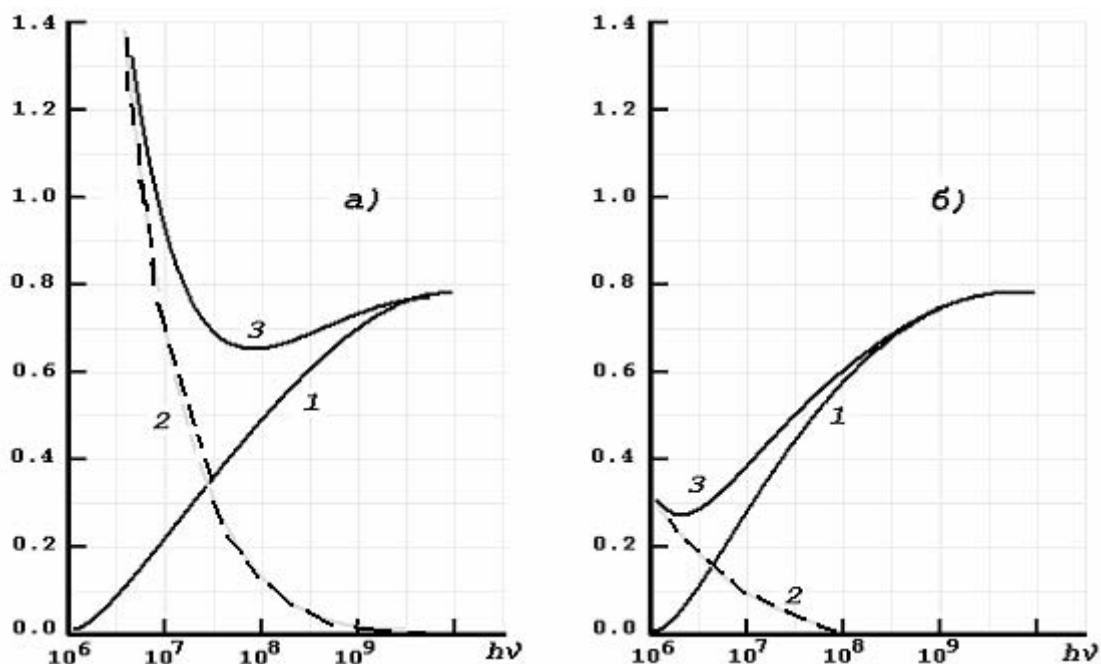


Рис. 4.2. Вероятности: 1- рождения пар, 2-комптоновского рассеяния, 3- их сумма на l_0 -единице в воздухе (а) и свинце (б)

В тяжелых (рис.4.2б) веществах необходимо учитывать сложную зависимость сечения взаимодействия фотонов от их энергии. Это обстоятельство приводит к тому, что приходится решать каскадные уравнения для легких и тяжелых веществ отдельно. Добавление этих членов в полученные ранее уравнения сразу же существенно усложняет задачу. Для решения этих уравнений разработаны специальные методы: метод моментов, метод статистических испытаний и др. Несмотря на возросшую сложность уравнений, решение их приводит к выводу, что общая качественная картина развития каскада в веществе остается прежней: зависимость числа частиц от глубины t также, как и в приближении А, описывается функцией с максимумом. Однако количественные изменения довольно существенны.

В легких веществах глубина максимума лавины t_{max} и число электронов с энергией $E > 0$ в максимуме каскада будут:

$$t_{max} = \ln \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad N_{max}(\geq 0, E_0, t_{max}) = \frac{0.3}{\sqrt{\ln \frac{E_0}{\varepsilon}}} \cdot \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Появление в этих выражениях ε вместо E понятно, т.к. частицы с энергией $E \leq \varepsilon$ не участвуют в дальнейшем развитии каскада, быстро поглощаясь из-за ионизационных потерь.

В тяжелых веществах формулы для t_{max} и N_{max} несколько сложнее:

$$t_{max} = k_2 \ln \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad N_{max} = \frac{k_1}{\sqrt{\ln \frac{E_0}{\varepsilon}}} \cdot \frac{E_0}{\varepsilon},$$

где параметры k_1 и k_2 зависят от начальной энергии E_0 (таблица 4.2).

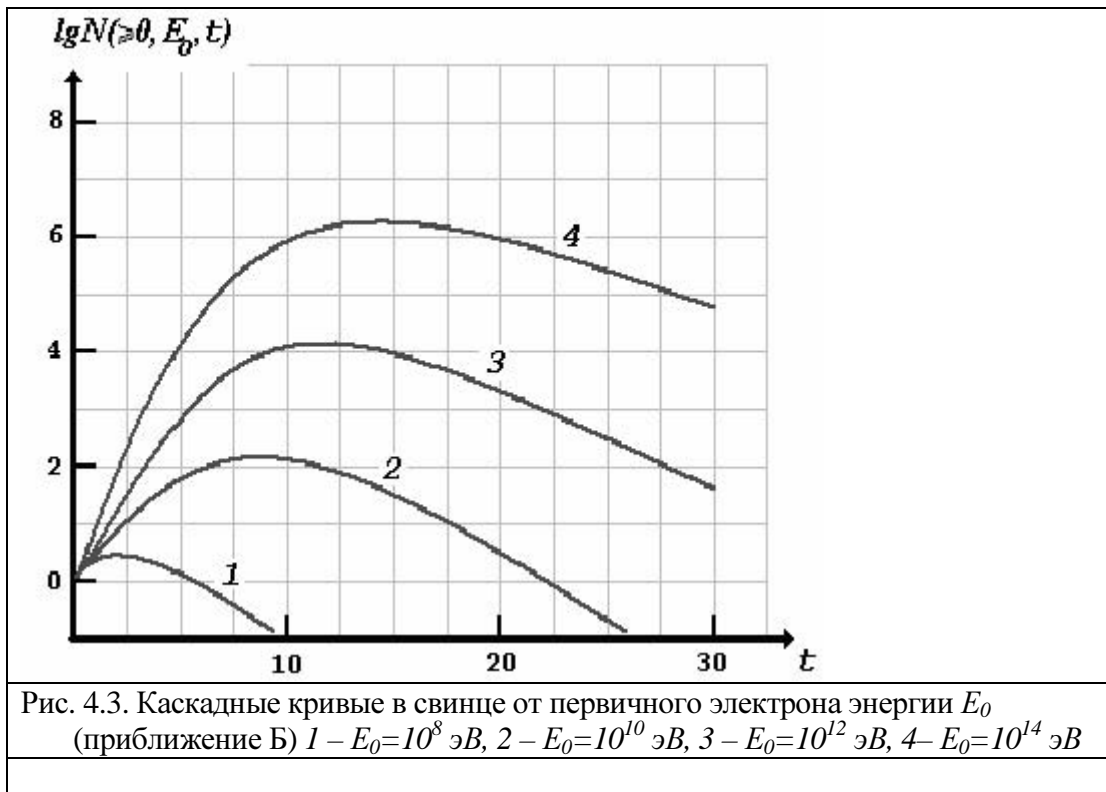
Таким образом, число частиц в максимуме каскада в тяжелых веществах меньше, а глубина максимума больше, чем в легких веществах, т.е. электронно-фотонная лавина глубже проникает в тяжелые вещества.

Таблица 4.2. Зависимость параметров k_1 и k_2 от E_0

$E_0, \text{эВ}$	k_1	k_2
$5 \cdot 10^8$	0.172	1.40
10^9	0.180	1.33
10^{10}	0.200	1,29

Это происходит из-за того, что в тяжелых веществах энергия полного экранирования существенно меньше, чем в легких веществах. Поэтому суммарный коэффициент поглощения фотонов с энергиями, близкими к ε , в тяжелых веществах существенно меньше, чем для фотонов больших энергий. Следовательно, фотоны таких энергий ($\sim \varepsilon$) в тяжелых веществах являются более проникающими, т.к. поглощаются слабее. Фотоны проносят энергию вглубь и затягивают лавину. Кроме того, отношение числа фотонов к числу электронов лавины в тяжелых веществах существенно больше, чем в легких веществах. На рис. 4.3 приведены каскадные кривые в свинце для числа электронов $N(> 0, E_0, t)$ в ливне, вызванном первичным электроном энергии E_0 .

Энергетический спектр лавинных электронов остается степенным $\sim E^{-s}$, как и в случае приближения А. В максимуме ливня ($s = 1$) около 80% электронов имеют энергию меньше критической ε и около 5% - менее $0,3 \varepsilon$. Средняя энергия электронов в максимуме каскада близка к ε . Энергетический спектр лавинных электронов за максимумом практически не зависит от E_0 . Наклон каскадных кривых в этой области одинаков для разных E_0 .



Эта часть каскадных кривых может быть аппроксимирована экспонентой $e^{-0,3t}$, т.е. на пути в 3,3 каскадных единицы число ливневых частиц уменьшается в e раз.

Вся первичная энергия частицы E_0 , в конечном счете расходуется на ионизацию, производимую заряженными частицами. Все остальные процессы (радиационное торможение, образование пар, комптон-эффект) лишь переводят энергию от фотонов к электронам и обратно. Поэтому справедливо считать, что теряется энергия ливня только за счет ионизации. Поэтому должно выполняться соотношение (закон сохранения энергии)

$$E_0 = \int_0^{\infty} N(t) \cdot \varepsilon \cdot dt = \varepsilon \cdot \int_0^{\infty} N(t) dt = \varepsilon \cdot N_{\text{полн}},$$

где $N_{\text{полн}}$ – полное число частиц в ливне (площадь под каскадной кривой) определяется величиной E_0/ε .

4.6. Осевое приближение каскадной теории

Как уже ранее обсуждалось, расстояние r , на которое отходит электрон от оси ливня в поперечном направлении, определяется в основном многократным кулоновским рассеянием электронов каскада на пути в 1 t_0 -единицу. При этом величина угла рассеяния

обратно пропорциональна энергии этих электронов:

$$\langle \theta_p \rangle = 0.7 \frac{E_s}{E} \sqrt{\frac{t}{t_0}}.$$

Следовательно, более энергичные частицы каскада испытывают меньшее кулоновское рассеяние и, вследствие этого, располагаются ближе к оси ливня, т.к. $r = t_0 \operatorname{tg} \langle \theta_p \rangle \sim t_0 \cdot \langle \theta_p \rangle$.

Если рассматривать лавинные частицы в круге малого радиуса $r \ll t_0$, то мы будем иметь дело с частицами очень больших энергий:

$$\frac{r}{t_0} = \langle \theta_p \rangle \approx \frac{E_s}{E}.$$

Например, в круге радиуса $r = 100$ мкм находятся лавинные частицы с энергией $E \geq 1$ ГэВ. Поскольку эта энергия много больше $E_{\text{п.экр.}}$ и ε , то можно ограничиться приближением А каскадной теории и не учитывать ионизационные потери лавинных электронов.

Но в случае приближения А $N(>E, E_0, t) = f(E_0/E, t)$ - есть функция двух переменных E_0/E и t . Так как $E = E_s/r$ (если r измерять в t_0 -единицах), то можно принять, что в круге радиуса $r \ll t_0$

$$N(\geq E, E_0, t) = f\left(\frac{E_0 r}{E_s}, t\right).$$

Таким образом, число частиц в круге радиуса r на глубине каскада t не зависит от энергии этих частиц E , а зависит от произведения $E_0 r$. Это заключение очень важно, т.к., определяя число частиц в круге радиуса r на глубине каскада t , можно сразу же найти первичную энергию E_0 частицы, вызвавшей этот каскад. Этот метод исследования получил название "метода осевого приближения".

Расчеты каскадных кривых для осевого приближения были впервые выполнены в 1961 г. Пинкау и Нишимурой. Эти кривые устанавливают связь между числом частиц в круге малого радиуса r и величиной $E_0 r$ для разных глубин развития каскада t (рис.4.4). Поскольку речь идет о $r < 1$ мм, то для детектирования таких ливней чаще всего используют эмульсионные детекторы – фотоэмульсионные и рентгеноэмульсионные камеры, которые позволяют определить (с помощью микроскопа или фотометрированием) число частиц в круге определенного радиуса.

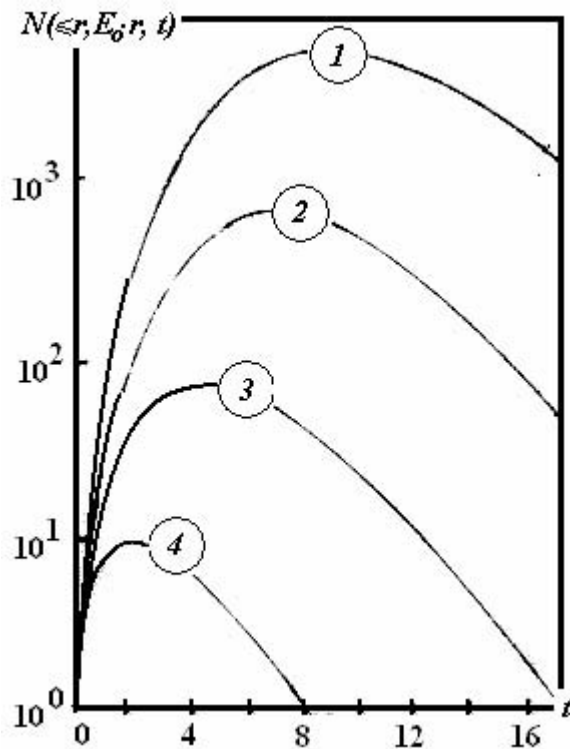


Рис.4.4. Зависимость числа электронов в круге радиуса r от глубины развития каскада t (осевое приближение каскадной теории):

1 - $E_0 \cdot r = 10^7$ ГэВ·мкм

2 - $E_0 \cdot r = 10^6$ ГэВ·мкм

3 - $E_0 \cdot r = 10^5$ ГэВ·мкм

4 - $E_0 \cdot r = 10^4$ ГэВ·мкм

Границы применимости осевого приближения зависят от параметров ливня, свойств вещества, энергии лавинных электронов E , глубины наблюдения t и начальной энергии E_0 .

Кроме того, поскольку речь идет о малых r , т.е. очень больших энергиях E , то надо учитывать эффект Ландау-Померанчука-Мигдала, не учтенный в работах Пинкау и Нишимуры.

47. Эффект Ландау – Померанчука – Мигдала (ЛПМ)

При высоких энергиях электронов и фотонов ($\gg \epsilon, E_{п.экр.}$) основными процессами электромагнитного взаимодействия являются процессы радиационного торможения электронов и образование электронно-позитронных пар фотонами. Формулы для вероятностей тормозного излучения и рождения пар на 1 см пути в любом веществе в теории Бете-Гайтлера имеют довольно простой вид:

$$W_T(E, E') dE' = 1/t_0 dE'/E', \quad W_{п.}(E', E) dE = 7/9 t_0 dE/E'.$$

При получении этих выражений сначала рассматривались соответствующие взаимодействия с отдельными атомами, а потом для получения эффекта на единице пути вещества суммировались эти результаты, т.е. бралась простая суперпозиция независимых друг от друга взаимодействий. Такой подход вполне оправдан для широкого интервала энергий и для легких и газообразных сред,

где межатомные расстояния много больше значений эффективного расстояния для взаимодействия. Потому в легких и газообразных средах нет каких-либо ограничений для применения теории Бете – Гайтлера в области высоких энергий.

Однако в плотных средах это не так. При энергиях больших 10^{13} эВ в плотных веществах нельзя рассматривать взаимодействия со средой как сумму независимых взаимодействий с отдельными атомами. Взаимодействия начинают носить коллективный характер, процессы радиационного торможения и образования пар начинают определяться всей совокупностью вещества, находящегося в зоне действия заряженной частицы, причем эта зона действия может достигать макроскопических размеров. Так, для электронов с энергией $E = 10^{16}$ эВ, она становится порядка 1 см. На таком пути одновременно с торможением электроны испытывают многократное рассеяние, теряя энергию, что приводит к уменьшению вероятности испускания фотонов и изменению их спектрального состава, и, как следствие этого, к уменьшению вероятности образования электронно-позитронных пар с ростом энергии исходного фотона. Впервые на это обратили внимание Л.Д.Ландау и И.Я.Померанчук в 1953 году и дали физическую интерпретацию этого явления, а в 1957 г. А.Б.Мигдал математически обосновал его на основе релятивистской квантовой теории. Поэтому сам эффект получил название эффекта Ландау – Померанчука – Мигдала (ЛПМ).

Поясним сказанное на примере учета влияния многократного рассеяния на результат тормозного излучения электрона (рис.4.5).

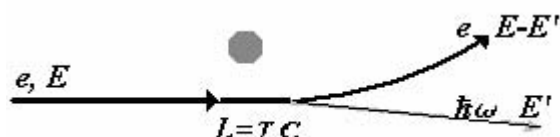


Рис.4.5. Схема, поясняющая эффект ЛПМ

Пусть электрон энергии E испытывает в поле ядра радиационное торможение. В системе покоя электрона время, необходимое для формирования им фотона, будет определяться частотой фотона, т.е. будет равно $1/\omega$. В лабораторной системе из-за наличия лоренц-фактора $\gamma = E / m_e c^2$ это время увеличивается в γ раз и становится равным $\tau = \gamma / \omega = 1/\omega \cdot E / m_e c^2$.

Путь, который проходит электрон, пока фотон не сформировался и не оторвался от электрона, будет равен $L = \tau \cdot c$. После излучения электроном фотона энергии E' у электрона останется энергия $E - E'$. Энергия излученного фотона E' связана с его частотой соотношением $E' = \hbar \omega \cdot (E - E') / m_e c^2$, где

$(E-E')/m_e c^2 = \gamma'$ - лоренц- фактор электрона с полной энергией $E-E'$. Из этого соотношения можно найти $\omega = \hbar /m_e c^2 \cdot (E -E')/ E'$ и, следовательно, время формирования фотона будет

$$\tau = \frac{\hbar}{m_e c^2} \cdot \frac{E-E'}{E'} \cdot \frac{E}{m_e c^2} \cdot 1$$

За это время электрон проходит расстояние

$$L = \tau \cdot c = \frac{\hbar}{m_e c} \cdot \frac{E-E'}{E'} \cdot \frac{E}{m_e c^2} = \lambda_0 \cdot \frac{E-E'}{E'} \cdot \frac{E}{m_e c^2},$$

где λ_0 – комптоновская длина волны электрона, $\lambda_0=3,87 \cdot 10^{-11}$ см. L – расстояние, на котором формируется фотон, называется эффективным расстоянием взаимодействия или длиной когерентности³.

Оценим величину L . Пусть $E = 10^{13}$ эВ, а $E' = 0,5 E$, тогда $L \approx 8$ мкм; если же $E'= 0.1 E$, то $L \approx 72$ мкм, т.е. эффективное расстояние взаимодействия становится вполне макроскопической величиной.

Что же происходит с электроном на этом пути? Например, он может испытывать многократное кулоновское рассеяние, и, следовательно, энергия электрона будет уменьшаться. Угол многократного рассеяния зависит от энергии частицы и длины ее пути L .

Найдем величину энергии электрона, при которой многократное рассеяние электрона на пути L становится заметным, т.е. угол многократного рассеяния $\langle \theta_p \rangle$ будет превышать угол $\langle \theta_T \rangle$, возникающий при радиационном торможении электрона:

$$\frac{0,7 E_s}{E} \cdot \sqrt{\frac{L}{t_0}} \geq \frac{m_e c^2}{E}.$$

Из этого соотношения получаем величины: $L/t_0 \geq (m_e c^2/0,7 E_s)^2$,

$$\frac{E}{m_e c^2} = \frac{L}{\lambda_0} \cdot \frac{E'}{E-E'} \geq \left(\frac{m_e c^2}{0,7 \cdot E_s} \right)^2 \cdot \frac{t_0}{\lambda_0} \cdot \frac{E'}{E-E'}$$

Для свинца, например, $t_0=0,56$ см и $E \sim 9 \cdot 10^{12}$ эВ.

Таким образом, уже при энергии электронов $E \geq 10$ ТэВ нельзя пренебрегать многократным рассеянием в свинце. К чему это приведет? На пути электрона $\sim L$ будет происходить многократное рассеяние, т.е. энергия электрона будет уменьшаться.

Уменьшение энергии электронов приводит к уменьшению ими потерь энергии на тормозное излучение, поскольку $(dE/dt)_m \sim E$, и к

³ Поля, созданные частицей при прохождении близких точек траектории на пути L , мало отличаются друг от друга и поэтому складываются когерентно.

изменению энергетического спектра тормозных фотонов – он становится обедненным фотонами низких энергий (рис.4.6).

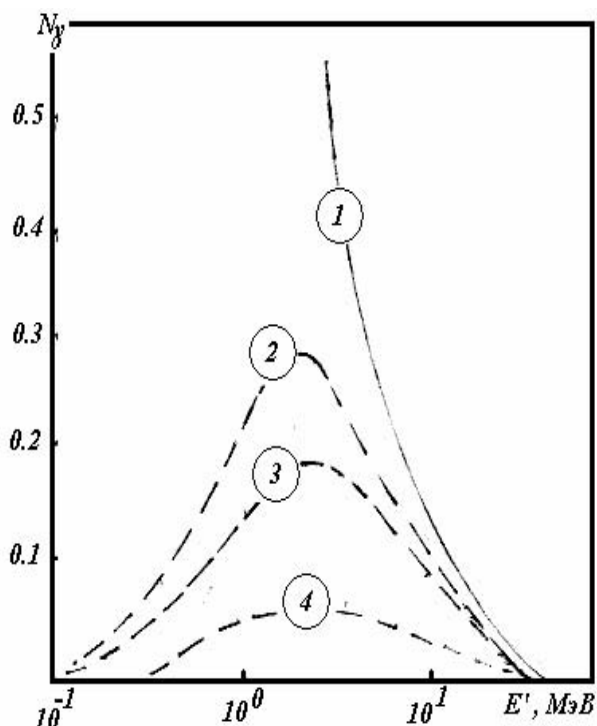


Рис.4.6. Энергетический спектр фотонов, возникающих при торможении электрона энергии $E_0=40$ ГэВ на одной t_0 -единице по расчётам:

- 1 – Бете-Гейтлера;
- 2 – ЛПМ (углерод)
- 3 – ЛПМ (алюминий)
- 4 – ЛПМ (свинец)

Кроме того, электрон, меньше теряя энергии на тормозное излучение, приобретает свойства более проникающей частицы. Все это приводит к изменению формы каскадной кривой (рис. 4.7).

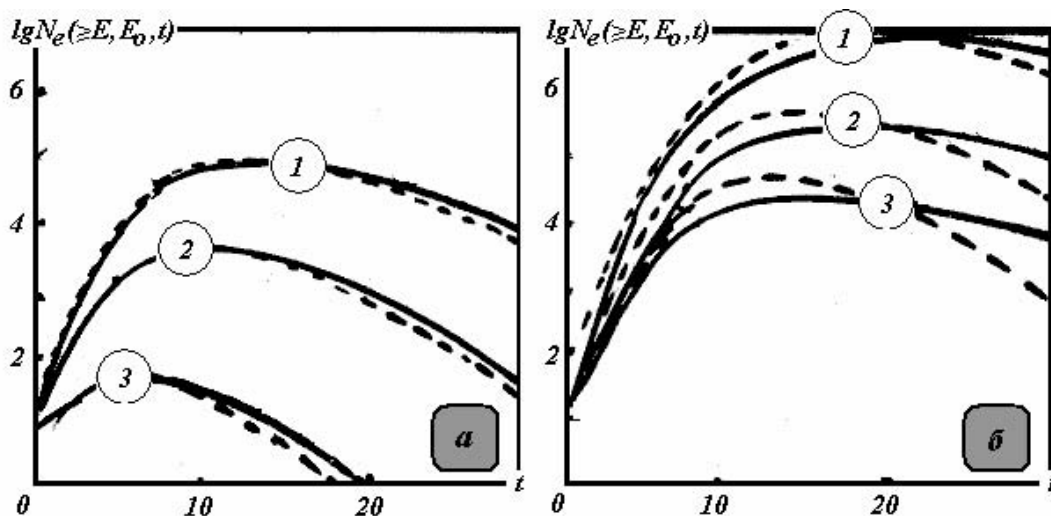


Рис.4.7. Сравнение каскадных кривых в свинце от первичного электрона с энергией $E_0=10^{13}$ эВ (а) и 10^{15} эВ (б), полученных с учётом (сплошные кривые) и без учёта (штриховые) эффекта ЛПМ. Энергия лавинных электронов: 1 – $E=10^6$ эВ; 2 – 10^8 эВ; 3 – 10^{10} эВ

Вопросы и задачи к главе 4

1. Определить число частиц в максимуме ЭФК в свинце от первичных электронов с энергиями: 1 ГэВ, 100 ГэВ, 1 ТэВ и глубины максимумов в этих каскадах.

2. Определить полное число частиц в этих каскадах

3. Какую толщину свинца необходимо использовать в эксперименте по определению энергии электрона порядка 10 ТэВ?

ЛИТЕРАТУРА

1. Окунь Л.Б. Физика элементарных частиц. – М.: Наука, 1988.
2. Люк К., Ву Цзянь-Сюн (составители-редакторы). Принципы и методы регистрации элементарных частиц. – М.: Иностранная литература, 1963.
3. Джелли Дж. Черенковское излучение и его применение. – М.: Иностранная литература, 1960.
4. Росси Б., Грейзен К. Взаимодействие космических лучей с веществом. – М.: Иностранная литература, 1948.
5. Беленький С.З. Лавинные процессы в космических лучах. – М.: Гостехиздат, 1948.
6. Иваненко И.П. Электромагнитные каскадные процессы. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1972.
7. Иваненко И.П., Роганова Т.М. Каскадные ливни, вызванные частицами сверхвысоких энергий. – М.: Наука, 1983.
8. Беляев А.А., Иваненко И.П. и др. Электронно-фотонные каскады в космических лучах при сверхвысоких энергиях. – М.: И. Наука, 1980.

Учебное издание

Мурзина Евгения Алексеевна

**Взаимодействие излучения высокой энергии с веществом
(учебное пособие)**

Работа поступила в ОНТИ .2007 г.

**Электронная обработка текста и рисунков выполнены ст.препод.
Е.А. Мурзиной, доц. В.И. Галкиным, н.с. Г.П. Кузнецовой и Н.В.Мурзиным**

**Оригинал-макет подготовлен н.с. Г.П. Кузнецовой и ст.препод.
Е.А. Мурзиной**

Редактор К.И. Стратилатова