С. Э. ХАЙКИН

# Силы инерции и невесомость

С. Э. ХАЙКИН

# СИЛЫ ИНЕРЦИИ И НЕВЕСОМОСТЬ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1967

531
Х 15
УДК 531.3

*В книге рассказывается о состоянии невесомости с физической точки зрения. Предварительно для того, чтобы дать достаточно глубокое (но и достаточно популярное, доступное неспециалисту) объяснение, рассматриваются вопросы о сущности силы инерции и силы тяготения и эквивалентности их, т. е. те же вопросы, что и в книге автора «Что такое силы инерции», вышедшей в 1939 г. Книгу можно рассматривать как интересное физическое введение в механику.*

*Вопрос о состоянии невесомости как об одном из аспектов проблемы космических полетов, несомненно, заинтересует самый широкий круг читателей — от школьников старших классов до студентов вузов, преподавателей, лекторов и всех интересующихся проблемами исследования межпланетного пространства.*

*Семен Эммануилович Хайкин*

Силы инерции и невесомость

М., 1967 г., 312 стр. с илл.

Редактор *В. И. Рыдник*

Техн. редактор *И. Ш. Аксельрод*
Корректор *С. Н. Емельянова*

Сдано в набор 3/I 1967 г. Подписано к печати 30/V 1967 г.
Бумага $84\times108^1/_{32}$. Физ. печ. л. 9,75. Условн. печ. л. 16,38.
Уч.-изд. л. 16,08. Тираж 28 000 экз. Т-06950.
Цена книги 67 к. Заказ № 558.

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой
Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете
Министров СССР, Измайловский проспект, 29.

$\frac{2-3-1}{228-66}$

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Со времени появления книги «Что такое силы инерции?» *) прошло около тридцати лет. С тех пор в связи с развитием космических полетов значительно расширился круг задач механики, в которых силы инерции играют существенную роль. Конечно, такие задачи рассматривались в механике и раньше; но только с наступлением «космической эры» приобрели конкретный характер и практическое значение задачи, в которых движение тел (находящихся внутри или вблизи космического корабля) оказалось целесообразным рассматривать в системах координат, жестко связанных с космическим кораблем, а значит, учитывать действующие в этих системах координат силы инерции. Эти силы играют существенную роль в возникновении состояния невесомости; поэтому рассматривать вопросы о силах инерции и состоянии невесомости целесообразно в одной книге, в связи с чем содержание книги было соответственно расширено.

Любопытно отметить, что не только эти два вопроса — о силах инерции и состоянии невесомости — тесно связаны между собой, но и трудности, возникающие при их рассмотрении, имеют одинаковое происхождение. Эти трудности возникают в результате применения нечеткой и неоднозначной терминологии. Так же как ошибки и недоразумения при рассмотрении задач, в которых фигурируют силы инерции, проистекают вследствие того, что в термин «сила инерции» вкладывают разное содержание, неправильные представления о происхождении и сущности состояния невесомости проистекают главным образом в результате нечеткого определения и применения терминов «сила веса» и «сила тяжести». Однако устранение широко распространенных дефектов терминологии представляет собой задачу почти безнадежную. Выход из этого положения состоит в столь детальном рассмотрении физической картины, что на ее фоне

*) С. Э. Хайкин, Что такое силы инерции, ГТТИ, 1939.

отчетливо выступают дефекты терминологии, и читатель сможет, самостоятельно уточнив терминологию, восстановить правильную физическую картину. Конечно, такой путь существенно увеличивает объем книги; но если при этом удастся хотя бы частично устранить недоразумения, возникающие при рассмотрении задач, в которых фигурируют силы инерции и состояние невесомости, то это увеличение объема вполне себя оправдает.

Помимо чисто практической задачи — устранения недоразумений, возникающих вследствие дефектов терминологии, — при рассмотрении сил инерции представляется весьма желательным осветить проблемы сил инерции с точки зрения теории относительности, т. е. попытаться не только преодолеть возникающие трудности, но и достичь более глубокого понимания существа дела.

Теория относительности сейчас представляет собой столь всеобъемлющую физическую теорию, что рассмотрение почти всякой физической проблемы в ее свете способствует более глубокому пониманию существа этой проблемы, конечно, при условии, что она имеет точки соприкосновения с теорией относительности. Вопрос о силах инерции непосредственно соприкасается с общей теорией относительности, которая рассматривает, как протекают физические явления и, в частности, механические движения в системах координат, движущихся с ускорением. Но в ускоренно движущихся системах координат действуют силы инерции. Поэтому в общей теории относительности силы инерции играют важную роль; изложению этого вопроса, по необходимости краткому и очень упрощенному, посвящен последний параграф книги. Для понимания изложенного в нем необходимо знакомство с элементами специальной теории относительности (с которыми можно познакомиться по любой из многочисленных популярных книг).

В заключение считаю своим приятным долгом выразить глубокую благодарность профессору С. П. Стрелкову, прочитавшему рукопись книги и высказавшему ряд ценных соображений, которыми я воспользовался.

*С. Хайкин*

Июнь 1966 г.

Глава I

# СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

## § 1. Описание движений

Приступая к изучению механики, необходимо прежде всего рассмотреть способы описания движений. Эту задачу (задачу кинематики) мы рассмотрим пока только применительно к простейшему случаю, когда для описания движения тела достаточно определить движение только одной его точки, например, когда тело движется поступательно (т. е. все точки тела движутся с одинаковыми по величине и направлению скоростями) или вращается вокруг оси, от которой это тело удалено на большое расстояние (по сравнению с размерами тела). Иначе говоря, мы ограничимся пока только задачами, при решении которых можно пользоваться кинематикой точки.

Для того чтобы описать движение тела (в частности, какой-либо фиксированной точки тела), необходимо выбрать некоторое другое тело (или другие тела), относительно которого мы будем определять положение точки в пространстве. Не пользуясь такими «телами отсчета», невозможно определить положение точки в пространстве так же, как невозможно, не пользуясь Солнцем, звездами, радиомаяками и т. п., определить положение судна в открытом океане. Говорить о движении тела «вообще», безотносительно к каким-либо другим телам, которые и играют роль «тел отсчета», не имеет смысла.

Выбрав тела отсчета (Солнце и звезды, Землю, какие-либо движущиеся на Земле тела и т. д.) и связав с ними какую-либо систему координат, например прямоугольную (декартову), мы можем в этой системе отсчета определять положение какой-либо точки в пространстве, измеряя значение трех ее координат $x$, $y$, $z$, т. е. расстояния от начала координат до проекций рассматриваемой точки на три оси координат $Ox$, $Oy$, $Oz$. При движении рассматриваемой точки координаты ее, вообще говоря, меняются со временем; поэтому задача описания движения точки требует определения значений координат точки в различные моменты времени. Чтобы ясно представить себе содержание этой задачи, рассмотрим некоторые конкретные способы определения положений, которые движущаяся точка занимает в пространстве в различные моменты времени.

Для упрощения задачи мы положим, что точка движется вдоль оси $Ox$ и, следовательно, изменяется со временем только ее координата $x$, координаты же $y$ и $z$ точки не изменяются и тождественно равны нулю. Если мы выберем за тело отсчета Землю, то, укрепив на Земле вдоль направления оси $Ox$ стальную линейку с делениями, мы могли бы определять координату $x$, заметив число, стоящее у того деления линейки, с которым совпадает положение движущейся точки в тот или иной момент времени (числа у делений линейки проставлены в возрастающем порядке в обе стороны от среднего деления, соответственно со знаками плюс и минус; среднее деление служит началом координат). Чтобы определить, в какой именно момент времени положение точки совпадает с данным делением линейки, необходимы часы, положение стрелок которых мы должны отмечать в тот момент, когда точка проходит мимо данного деления линейки. Иначе говоря, мы должны регистрировать совпадение двух событий — прохождения движущейся точки мимо определенного деления линейки и прохождения стрелки часов мимо определенного деления циферблата часов. Для того чтобы повысить точность регистрации совпадения этих двух событий, можно вместо визуальных наблюдений применить моментальную фотографию, установив фотоаппарат так, чтобы на фотопластинке фиксировались движущаяся точка, линейка с делениями и циферблат часов со стрелками. Пока мы изучаем движения, которые происходят не слишком быстро и ограничиваются пределами лаборатории, мы можем установить часы в любом месте лаборатории, лишь бы они попадали в поле зрения фотоаппарата; положение часов практически не играет роли.

Но когда указанные ограничения не соблюдаются, то положение часов играет существенную роль. В частности, если расстояние от движущейся точки до часов, по которым мы отсчитываем моменты прохождения точки через определенные положения, может изменяться в широких пределах, то необходимо учитывать, что свет распространяется с конечной скоростью, и поэтому мы наблюдаем событие несколько позже, чем оно в действительности произошло. Это запоздание равно тому промежутку времени, за который свет проходит путь от того места, где произошло событие, до того, где мы его наблюдаем. И если часы расположены в том месте, где мы наблюдаем событие («здесь»), а происходит это событие где-либо в другом месте («там»), то момент, когда мы визуально *) наблюдаем событие «здесь», запаздывает по сравнению с моментом, когда событие произошло «там», на промежуток времени, за который свет проходит путь «оттуда — сюда».

На это принципиально важное обстоятельство впервые указал Олаф Ремер еще в 1675 г. Произведенные современниками Ремера астрономические наблюдения указывали на нерегулярность наступления моментов затмений одного из спутников Юпитера (ближайшего к планете, с периодом обращения около 72 часов), т. е. моментов, когда наблюдаемый в направлении $AB$ спутник Юпитера (*С. Ю.*) скрывается за краем планеты *Ю* (рис. 1). Нерегулярность эта выражается в том, что в периоды, когда Земля вследствие движения по своей орбите удаляется от

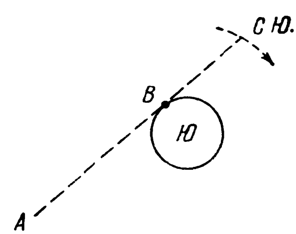


Рис. 1.

*) О визуальных наблюдениях мы говорим только для конкретности. Вместо визуальных наблюдений мы могли бы, как уже указывалось, при помощи фотоаппарата, расположенного «здесь», регистрировать на моментальных фотографиях одновременно событие, происходящее «там», и показания часов, расположенных «здесь». Существенно только, что в обоих случаях свет, приходящий «сюда», дает нам знать, что «там» произошло событие. «Световым сигналом» при этом могут служить появление света, исчезновение света или изменение интенсивности света, наблюдаемое «здесь».

Юпитера (область *A* на рис. 2), промежутки времени между затмениями увеличиваются, а в области *B*, когда Земля приближается к Юпитеру, эти промежутки времени уменьшаются. Между тем уже тогда были известны законы Кеплера для движений планет вокруг Солнца, по аналогии с которыми можно было утверждать, что спутники планет должны обращаться вокруг планет по эллиптическим (в простейшем случае круговым) орбитам, и время обращения каждого спутника по орбите должно оставаться неизменным*). Если бы расстояние между Землей и Юпитером также оставалось неизменным, то не менялся бы и тот промежуток времени, в течение которого свет, идущий от спутника Юпитера, продолжает приходить на Землю, после того как спутник зашел за край Юпитера. При этом все моменты затмений наблюдались бы на Земле с одинаковым запозданием и промежутки между затмениями оставались бы равными друг другу, так как спутник заходил за край Юпитера через равные промежутки времени.

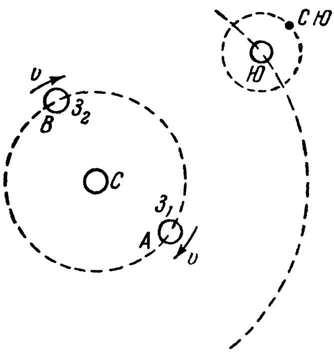

Рис. 2.

Но если расстояние от Юпитера до Земли за время между двумя моментами, когда спутник заходит за край Юпитера, уменьшается, то уменьшается и запоздание, с которым наблюдается на Земле каждое из затмений по сравнению с предыдущим. Наоборот, если расстояние между Юпитером и Землей за время между двумя моментами, когда спутник заходит за край Юпитера, уве-

*) Основы небесной механики, из которых эти утверждения прямо вытекают, были опубликованы Ньютоном в его книге «Математические начала натуральной философии» (1686 г.), т. е. позднее, чем Ремер сделал свое открытие. Поэтому Ремер мог судить о законах движения спутников планет, только пользуясь аналогией с движением плачет вокруг Солнца.

личивается, то увеличивается и промежуток времени между двумя наблюдаемыми на Земле затмениями спутника.

Так как скорость $v$, с которой Земля движется по своей орбите, Ремеру была уже достаточно хорошо известна, то он смог не только объяснить происхождение наблюдаемых нарушений периодичности затмений спутника Юпитера, но и определить скорость света. Зная $v$, можно найти, насколько уменьшается (в области $B$ на рис. 2) или увеличивается (в области $A$) расстояние от Юпитера до Земли за время между двумя затмениями. Разделив это изменение расстояния на наблюдаемое изменение промежутка времени между двумя затмениями, Ремер нашел, что свет распространяется со скоростью 310 000 *км/сек*. Таким образом, Ремер не только доказал, что свет распространяется с конечной скоростью, но и довольно точно определил ее величину.

Открытие Ремера, которое, как может показаться на первый взгляд, представляет интерес только для оптических явлений, имеет фундаментальное значение для всей физики и, в частности, для механики. Значение открытия Ремера определяется тем, что скорость света оказалась, с одной стороны, конечной, а с другой стороны, как выяснилось в дальнейшем, наибольшей из всех скоростей, с которыми могут распространяться какие-либо сигналы. Со времени открытия Ремера накоплен огромный фактический материал о распространении электромагнитных волн (световых и радиоволн) в различных условиях, и во всех без исключения случаях оказывалось, что при помощи электромагнитных волн энергия может переноситься только со скоростью, не превышающей скорости света в вакууме, т. е. не превышающей скорости

$$c = 299\,796 \text{ км/сек}$$

(оценка величины $c$ Ремером оказалась завышенной).

Но всякий сигнал для того, чтобы его можно было обнаружить, должен произвести какое-то действие, т. е. обладать энергией; поэтому сигналы, переносимые электромагнитными волнами, могут передавать «сюда» сообщение о том, что «там» произошло событие, со скоростью, не превышающей скорости света в вакууме $c$. Вместе с тем нам не известны никакие сигналы, которые распространялись бы со скоростью, превышающей $c$.

## § 2. *Роль скорости света в механике*

Конечная скорость распространения световых или радиосигналов и отсутствие каких-либо других сигналов, скорость передачи которых превышает $c$, ставят перед нами следующую альтернативу.

Для определения момента, когда «там» произошло событие (движущаяся точка прошла через данное деление линейки *)), необходимо либо отсчитывать этот момент по часам, находящимся «там же» (т. е. у того же деления линейки), либо, пользуясь часами, находящимися «здесь», учитывать время распространения «оттуда — сюда» сигнала, который сообщает о том, что «там» произошло событие. Посмотрим, как можно выполнить то или другое из этих альтернативных требований.

Для того чтобы определить момент, когда «там» произошло событие, по часам, находящимся «там же», можно, например, установить на теле $A$, движение которого мы изучаем, часы и фотоаппарат и при помощи последовательных моментальных фотографий фиксировать одновременно деление линейки, мимо которой проходит определенная точка тела $A$, и положение стрелок часов. Так как часы находятся каждый раз там же, где происходит событие (прохождение определенной точки тела мимо данного деления линейки), то поправок на время распространения сигнала вводить не требуется; набор моментальных фотографий дает полную информацию о движении определенной точки тела $A$. Достигается это, как видим, применением движущихся вместе с телом часов (и неподвижной линейки). При этом мы не пользуемся никакими сигналами для сообщения о том, что

*) Деления линейки, как и сама линейка, могут быть не реальными, а воображаемыми, например, в случае астрономических наблюдений «линейкой» служит среднее расстояние между Солнцем и Землей, а «деления» ее определяются путем измерения углов с помощью телескопов.

«там» произошло событие, а значит, скорость распространения световых или радиосигналов при этом как будто вообще не играет роли.

Второй из двух альтернативных путей — введение поправок в показания часов, находящихся «здесь», — в своем простейшем виде прежде всего требует знания скорости распространения сигналов, посылаемых «оттуда — сюда» в момент, когда «там» произошло событие (определенная точка тела $A$ прошла мимо данного деления линейки); кроме того, должно быть известно расстояние «оттуда» (от этого деления линейки) «сюда». Разделив это расстояние на скорость сигнала, мы определяем величину поправки, которая должна быть введена в показания часов, находящихся «здесь», чтобы определить момент, когда «там» произошло событие. Этот путь в принципе совпадает с тем, которым шел Ремер, но он решал обратную задачу: зная расстояния до Юпитера при разных положениях Земли на орбите и те поправки, которые надо ввести в показания часов на Земле, чтобы промежутки времени между следующими один за другим видимыми затмениями спутника были одинаковыми, Ремер определил скорость распространения световых сигналов. (Сигналом в наблюдениях, результатами которых пользовался Ремер, было наступление затмения, т. е. исчезновение света, идущего от спутника.)

Этот второй путь — введение поправок в показания часов, находящихся «здесь», — требует применения сразу трех «инструментов»: линейки для определения расстояния «оттуда — сюда», часов для отсчета времени «здесь» и световых сигналов для сообщения о том, что движущаяся точка «там» прошла мимо определенного деления линейки. Из этих трех «инструментов» один, именно световые сигналы, занимает особое место. Астрономические наблюдения и произведенные на Земле опыты позволили установить, что скорость распространения электромагнитных волн и, в частности, света в вакууме постоянна и не зависит от скорости движения источника света *). Эти свойства электромагнитных сигналов

*) Это справедливо до тех пор, пока отсутствуют сильные поля тяготения, которые могут влиять на условия распространения света.

позволяют так видоизменить второй из рассмотренных методов определения положения движущейся точки в данный момент времени, чтобы он требовал применения не трех, а только двух «инструментов» — часов и световых сигналов; такой метод широко используется в радиолокации.

Напомним идею радиолокационного метода определения расстояний до объекта («цели»). Передатчик радиолокатора посылает короткие радиоимпульсы («цуги» радиоволн). Отразившись от цели, например самолета, в разных направлениях, эти радиоволны частично возвращаются к радиолокатору и регистрируются его приемником. Промежуток времени $\tau$ между моментом, когда радиоимпульс был послан передатчиком, и моментом, когда отраженный радиоимпульс вернулся в приемник, измеряется при помощи специального электронного устройства. Расстояние до цели $x=\tau v/2$, где $v$ — скорость распространения радиолокационного импульса (вследствие влияния атмосферы $v$ меньше $c$, но это отличие $v$ от $c$ невелико и достаточно точно известно).

Так как цель движется, то расстояние от локатора до цели все время изменяется. К какому же моменту времени относится измеренное значение координаты $x$ цели? Этим вопросом при радиолокации самолетов, которые могут быть обнаружены только на ограниченных расстояниях, обычно не интересуются, так как $\tau$ столь мало, что даже скоростные самолеты за время $\tau$ не успевают переместиться на заметное расстояние, и поэтому измеренное значение координаты $x$ цели практически можно относить к любому моменту времени внутри промежутка $\tau$. Однако при радиолокации высоко летящих ракет, которые движутся с большой скоростью и могут быть обнаружены на очень больших расстояниях, указанный вопрос может иметь практическое значение. Способ определения положения движущейся точки, пригодный для всех случаев без ограничений, должен поэтому включать не только метод измерения расстояния до точки, но и метод определения момента времени, к которому относится измерение.

Выбор этого метода диктуется отмеченными выше свойствами радиосигналов. Так как скорость их распространения не зависит от скорости движения источника сигналов, нет никаких оснований предполагать, что скорость радиолокационных сигналов, отраженных от движущейся цели, отлична от скорости радиолокационных сигналов, посылаемых локатором. Полагая же, что скорость сигналов в обоих случаях одинакова, мы должны считать, что времена распространения сигнала от локатора до цели ($\tau'$) и отраженного от цели до локатора ($\tau''$) равны друг другу. Поэтому, если радиосигнал послан локатором в момент $t_0$ и вернулся в момент $t_1=t_0+\tau$, где $\tau=\tau'+\tau''=2\tau'=2\tau''$, то отражение сигнала от цели происходит в момент

$$t'=t_0+\frac{\tau}{2}=t_1-\frac{\tau}{2}. \tag{1.1}$$

К этому моменту $t'$ и относится определенная радиолокатором координата цели $x$.

Измеряя расстояние до цели, радиолокатор вместе с тем измеряет и ту поправку, которую надо внести в показания часов радиолокатора, чтобы определить момент, к которому относится измеренное расстояние. Радиолокационный метод не требует применения линейки; положение точки в данный момент времени определяется при помощи только двух «инструментов» — часов и радиосигналов.

Оба описанных метода измерения положения движущейся точки в определенный момент времени (первый, осуществляемый при помощи движущихся часов и неподвижной линейки, и второй — радиолокационный) принципиально осуществимы, и с этой точки зрения мы можем их считать одинаково приемлемыми. Однако на том основании, что оба метода осуществимы, мы не имеем права утверждать, что при измерении положения одной и той же движущейся точки они должны давать одинаковые результаты. Так как это — два различных метода, осуществляемых при помощи различных инструментов, то вопрос о том, дают ли оба метода одинаковые или разные результаты, не может быть решен умозрительно; ответ на него может дать только опыт. Произведя измерения положений одной и той же движущейся точки в определенные моменты времени обоими методами, мы должны убедиться в том, что положения точки, измеренные для одного и того же момента времени обоими методами, совпадают (или, наоборот, что совпадают моменты времени, соответствующие одному и тому же положению точки).

Известный опыт Майкельсона заставил сделать вывод, что результаты наблюдения движения точки обоими методами не могут совпадать. Правда, это не был прямой опыт, но истолкование опыта Майкельсона при условии постоянства скорости световых или радиосигналов позволяет со всей определенностью утверждать, что для одного и того же положения движущейся точки измерения при помощи движущихся вместе с точкой часов и измерения радиолокационным методом должны дать различные моменты времени и что расхождение результатов измерений обоими методами тем более заметно, чем больше скорость движущейся точки *).

Какой же вывод из этого нужно сделать? Каким из двух методов следует пользоваться для определения момента времени, к которому относится измерение положения движущейся точки? А может быть, можно пользоваться и тем и другим методом, выбирая тот из них, который в данных условиях более удобен? (Конечно, в этом последнем случае нужно знать, как связаны между собой результаты измерений каждым из методов, чтобы можно было от результатов, полученных одним методом, перейти к результатам, полученным другим.)

## § 3. *Синхронизация часов*

Исчерпывающие ответы на все эти вопросы мы смогли бы получить в результате детального рассмотрения опыта Майкельсона. Но и без этого рассмотрения можно

---

*) Прямой опыт, который можно было бы осуществить, например, сопоставляя измерения положения самолета в разные моменты времени, производимые штурманом самолета по земным ориентирам и находящимся в кабине штурмана часам, с измерениями при помощи радиолокатора, следящего за самолетом с Земли, недостаточно точен для того, чтобы обнаружить расхождения результатов этих двух методов измерений.

уточнить постановку вопросов, на которые опыт должен дать ответ. Задача эта несколько усложняется тем, что в двух обсуждаемых методах применяются различные инструменты: в первом — неподвижная линейка и движущиеся часы, во втором — неподвижные часы и радиолокационные сигналы. При этом, однако, в радиолокационном методе радиосигналы несут «двойную нагрузку»; они служат для определения, во-первых, расстояния до движущейся точки и, во-вторых, поправки к показаниям часов, находящихся «здесь». Но так как сейчас нас интересует только вопрос о результатах определения двумя методами момента времени, к которому относятся измеренные расстояния до движущейся точки, то мы можем в радиолокационном методе заменить измерение расстояний с помощью радиосигналов измерением их тем же способом, что и в первом методе, т. е. с помощью неподвижной линейки. Тогда на долю радиосигналов остается только одна задача — определение поправки к показаниям часов, находящихся «здесь», для определения момента времени, когда «там» произошло событие *).

Для этой цели нет надобности пользоваться локатором всякий раз, когда мы наблюдаем движение. Ведь величина вводимой поправки в каждой точке пространства никак не зависит от скорости наблюдаемого движения, поскольку скорость отраженного радиолокационного сигнала не зависит от скорости движущейся точки. Поэтому поправку, которую надо вводить в показания часов, находящихся в начале координат, мы можем для каждой точки на оси $x$ определить раз навсегда, поместив вдоль оси $x$ неподвижные отражатели радиолокационных импульсов *1*, *2*, *3*, ... (рис. 3). Радиолокационные

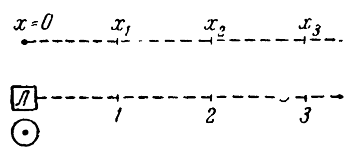


Рис. 3.

*) То обстоятельство, что световые или радиосигналы способны нести «двойную нагрузку», вообще говоря, может играть принципиальную роль. Здесь же для нас существенно только, что одна из функций, которые выполняют радиосигналы, может быть выполнена при помощи линейки.

импульсы, посылаемые локатором *Л*, расположенным в начале координат, отразившись от отражателей *1*, *2*, *3*, ..., расположенных в точках с координатами $x_1$, $x_2$, $x_3$, ..., возвратятся в приемник локатора соответственно через промежутки времени*) $\tau_1=2x_1/c$, $\tau_2=2x_2/c$, ... Моменты $t_1'$, $t_2'$, $t_3'$, ..., когда сигнал локатора достигает соответственно отражателей *1*, *2*, *3*, ..., по-прежнему определяются соотношениями (1.1):

$$t_1'=t_0+\frac{\tau_1}{2}; \qquad t_2'=t_0+\frac{\tau_2}{2}; \ \ldots,$$

где $t_0$ — отсчитанный по установленным в начале координат часам момент посылки локатором радиолокационного импульса. Определив раз навсегда с помощью локатора поправки $\tau_1/2$, $\tau_2/2$, ..., которые нужно вводить в показания часов, находящихся в точках *1*, *2*, *3*, ..., мы можем по световым или радиосигналам, извещающим о прохождении движущейся точки через неподвижные точки с координами $x_1$, $x_2$, ..., определять моменты, когда «там» произошло это событие.

Можно пойти еще дальше и отказаться от световых сигналов, извещающих о том, что «там» произошло событие. Мы можем разместить в точках $x_1$, $x_2$, $x_3$, ... неподвижные часы и по каждым часам отсчитывать момент, когда в соответствующей точке произошло событие (движущаяся точка прошла через точку $x_1$, $x_2$, ...). Так как каждый раз событие происходит в той же точке, где расположены часы, то определение момента, когда произошло событие, мы производим непосредственно по этим часам, не вводя никаких поправок.

Но это уже новый (третий) метод определения момента времени, когда в какой-либо точке произошло событие, — метод, в котором применяются неподвижные линейки и неподвижные часы. Хотя, вообще говоря, мы

---

*) Отличием скорости световых и радиолокационных сигналов в воздухе от их скорости в вакууме мы в дальнейшем будем пренебрегать.

не имеем права утверждать, что различные методы измерения должны давать одинаковые результаты, но, рассматривая с этой точки зрения второй и третий методы — радиолокационный и метод измерения при помощи неподвижных линеек и часов, — мы вправе поставить вопрос: можно ли так установить начальные положения стрелок всех часов, расположенных неподвижно в точках $x_1$, $x_2$, $x_3$, ..., чтобы отсчитываемые по этим часам моменты прохождения движущейся точки через точки $x_1$, $x_2$, $x_3$, ... совпадали с моментами прохождения, определяемыми радиолокационным методом? Нетрудно убедиться в том, что достичь этого можно, если применить следующий способ начальной установки стрелок часов. Определим заранее радиолокационным методом все соответствующие точкам $x_1$, $x_2$, ... поправки $\tau_1/2$, $\tau_2/2$, ..., которые нужно вводить в показания часов, находящихся в начале координат. Затем в известный момент, когда эти часы показывают время $t_0$, локатор, установленный в начале координат, посылает радиолокационный импульс. В тот момент, когда этот импульс достигает точки $x_1$, стрелки часов, находящихся в этой точке, устанавливаются в таком положении, чтобы часы показывали время $t_0+\tau_1/2$; когда импульс достигает точки $x_2$, стрелки часов, находящихся в этой точке, устанавливаются в таком положении, чтобы часы показывали время $t_0+\tau_2/2$, и т. д. Иначе говоря, в каждой точке $x_1$, $x_2$, ... начальные положения стрелок всех часов устанавливаются с учетом времени распространения радио- или светового сигнала от начала координат до точек $x_1$, $x_2$, ... соответственно.

Так как в радиолокационном методе вводилась поправка в показание часов, расположенных в начале координат, равная времени распространения радиосигнала от точки $x_1$, $x_2$, ... до начала координат, то поправки, вводимые в том и другом методе, равны по величине, т. е. для момента $t'_1$ ($t'_2$, $t'_3$, ...), когда движущаяся точка проходит через точку $x_1$ ($x_2$, $x_3$, ...), в обоих случаях получается одно и то же выражение (1.1). Различие заключается, однако, в том, что в радиолокационном методе время распространения сигнала определяется и учитывается при каждом наблюдении, а в методе многих неподвижных часов оно учитывается раз навсегда соответствующей установкой начальных показаний часов, расположенных в разных точках.

Если все часы после того, как они однажды установлены указанным образом в начальные положения, имеют одинаковый ход, т. е. их стрелки движутся с одинаковой угловой скоростью, то время распространения сигналов всегда будет правильно учитываться, и результаты измерения моментов времени с помощью описанного способа установки начальных показаний всех часов, расположенных неподвижно в точках $x_1$, $x_2$, $x_3$, ..., будут совпадать с результатами радиолокационных измерений с помощью локатора, расположенного неподвижно в точке $x_0$.

Метод установки начальных положений стрелок часов, расположенных в разных точках, как легко убедиться, не содержит ничего нового по сравнению с нашими интуитивными представлениями о «данном моменте времени». Действительно, ведь описанный способ установки начальных положений стрелок часов, расположенных в разных местах, сводится к тому, что в момент прихода сигнала стрелки каждых часов устанавливаются в таком же положении, в каком в этот же момент находятся стрелки часов, расположенных в начале координат. Но так как все часы имеют одинаковый ход, то после того, как у всех часов стрелки установлены указанным образом, они будут находиться в одинаковых положениях и в любой другой момент времени, т. е. все часы идут синхронно. Эта операция установки начальных положений стрелок у часов, расположенных неподвижно в разных точках, называется *синхронизацией системы часов*.

Как отмечено выше, способ установки начальных положений стрелок часов соответствует нашим интуитивным представлениям о «данном моменте времени». Но в физике нельзя довольствоваться такими представлениями и способ синхронизации часов нужно определить, что и было сделано выше.

Если бы в природе существовали сигналы, распространяющиеся с бесконечно большой скоростью, то операция синхронизации часов, расположенных неподвижно в разных точках, выглядела бы значительно проще. Применяя для синхронизации часов такие сигналы, достаточно было бы в некоторый момент, когда стрелки каких-либо одних неподвижных часов занимают заранее выбранное положение, послать синхронизующий сигнал и в момент прихода этого сигнала установить в то же заранее выбранное положение стрелки всех других неподвижных часов, не вводя никаких поправок на время распространения сигнала *).

Итак, система неподвижных часов, расположенных в разных точках $x_i$ и синхронизованных при помощи радиосигналов указанным выше методом, дает возможность измерять моменты прохождения движущейся точки через точки $x_i$; если все часы, входящие в систему, будут синхронизованы описанным выше методом, то результаты этих измерений будут совпадать с результатами радиолокационных измерений тех же моментов времени. Сами измерения в рассматриваемом (третьем) методе производятся при помощи неподвижных линеек и системы неподвижных часов, но для синхронизации часов применяются радиосигналы.

Возникает вопрос: необходима ли эта синхронизация всех часов с помощью радиосигналов? Мы ее применили, чтобы быть уверенными в том, что новый (третий) метод будет давать те же результаты, что и радиолокационный. Но, может быть, можно предварительно собрать все часы в одном месте, выверить их, т. е убедиться в том, что измерение промежутка времени между двумя любыми событиями, происходящими в данной точке, с помощью всех часов дает одинаковые результаты, а затем синхронизовать все часы между собой, т. е., попросту выбрав какие-либо одни часы, в любой момент времени установить стрелки всех других собранных часов системы в такое же положение, какое занимают в этот

*) Такой способ проверки часов по радиосигналам времени применяется повсеместно не потому, что радиосигналы распространяются с бесконечно большой скоростью, а потому, что скорость распространения радиосигналов столь велика, что в пределах земных расстояний время распространения радиосигнала мало и в большинстве случаев для практических целей можно пренебрегать указанными малыми временами, т. е. считать, что радиосигналы распространяются практически с бесконечно большой скоростью.

момент выбранные часы*), после чего перенести все часы в точки $x_i$. Если бы при переносе предварительно собранных в одном месте и синхронизованных часов в различные точки пространства их синхронизм не нарушался, то синхронизация при помощи радиосигналов оказалась бы вообще ненужной. Тогда для измерения положения движущейся точки в известные моменты времени было бы достаточно только двух инструментов — линеек и часов; а именно, в первом методе потребовались бы неподвижные линейки и одни движущиеся часы, а в третьем — неподвижные линейки и много неподвижных часов.

Но на вопрос о том, сохраняется или нарушается синхронизм часов при переносе их в различные точки пространства, ответ может дать только опыт. И опыт Майкельсона, на который мы уже ссылались выше, дал вполне определенный ответ: часы, идущие синхронно, когда они покоятся друг относительно друга, оказываются несинхронными, когда они движутся друг относительно друга. Как мы сейчас увидим, этот ответ прямо вытекает из утверждения, высказанного на основании опыта Майкельсона и состоящего в том, что результаты измерения первым и вторым методами моментов прохождения движущейся точки через какую-либо определенную точку в пространстве не совпадают между собой.

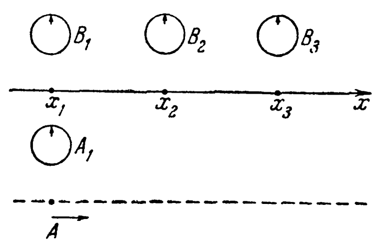


Рис. 4

Чтобы наглядно представить себе этот ответ, сопоставим первый и третий методы измерения тех моментов времени, в которые движущаяся вдоль оси $x$ точка $A$ проходит через точки $x_1$, $x_2$, $x_3$, ... (рис. 4). В этих точках неподвижно размещены и синхронизованы между собой часы $B_1$, $B_2$, $B_3$, ... , служащие для определения моментов прохождения точки $A$ через точки $x_1$, $x_2$, $x_3$, ...

*) Так как все эти часы находятся в одном месте, то для их синхронизации никаких специальных сигналов не требуется.

по третьему методу. С движущейся точкой $A$ жестко связаны часы $A_1$, служащие для определения момента прохождения точки $A$ через точки $x_1$, $x_2$, $x_3$, ... по первому методу. Для упрощения дальнейших рассуждений положим, что в момент, когда часы $A_1$ поравнялись с часами $B_1$ (именно этот момент изображен на рис. 4), мы установили стрелки часов $A_1$ в такое же положение, в каком в тот же момент находятся стрелки часов $B_1$.

Поскольку опыт Майкельсона показал, что результаты измерений первым и вторым методами не совпадают, — а мы убедились в том, что результаты наблюдений вторым и третьим методами должны совпадать, — то результаты измерений, произведенных первым и третьим методами, не могут совпадать. Это значит, что стрелки часов $A_1$, установленные в момент прохождения мимо часов $B_1$ в то же положение, что и стрелки часов $B_1$, в моменты прохождения мимо часов $B_2$, $B_3$, ... оказываются не в том положении, в котором в эти моменты находятся стрелки часов $B_2$, $B_3$, ... Но ведь, переставляя стрелки часов $A_1$ в момент их прохождения мимо часов $B_1$, мы их устанавливаем в то же положение, в каком в этот момент находятся стрелки не только часов $B_1$, но и синхронных с ними часов $B_2$,$B_3$, ...

Таким образом, часы $A_1$, стрелки которых в точке $x_1=0$ установлены так, что они должны были бы быть синхронными с часами $B_1$, $B_2$, $B_3$, ..., если бы $A_1$ покоились относительно $B_1$, $B_2$, $B_3$, ..., оказываются несинхронными с $B_2$, $B_3$, ..., когда $A_1$ движутся относительно $B_1$, $B_2$, $B_3$, ... Это и есть ответ на поставленный вопрос: если какие-либо двое (или много) покоящихся друг относительно друга часов были синхронизованы, то синхронность их хода нарушается, когда одни часы движутся относительно других. Именно поэтому после того, как несколько часов, находящихся в одной точке пространства и синхронизованных между собой, перемещаются в разные точки пространства, их необходимо снова синхронизовать между собой при помощи световых или радиосигналов.

Часы — это прибор, позволяющий отсчитывать промежутки времени, пользуясь тем, что в нем происходит какой-то процесс, скорость протекания которого во времени совершенно постоянна (или изменяется по точно известному закону). Наиболее удобными для этой цели являются периодически повторяющиеся процессы — вращение Земли вокруг своей оси, колебания маятника в астрономических часах, колебания кварцевой пластинки в кварцевых часах, колебания молекул (или атомов) в молекулярных (или атомных) часах.

Утверждение о том, что синхронность двух часов нарушается, когда одни часы движутся по отношению к другим, касается не каких-либо одних часов определенного типа, а любых часов, независимо от того, какой известным образом протекающий во времени процесс в них происходит. Но нарушение синхронизма двух часов при их взаимном движении означает, что если те процессы, которые служат для отсчета промежутков времени в покоящихся друг относительно друга часах, протекают с одинаковой скоростью, то при движении одних часов относительно других они протекают в них с различной скоростью. Поскольку нарушение синхронизма наблюдается в любых часах, значит, скорости любых процессов, служащих для отсчета промежутков времени, изменяются при движении одних часов относительно других.

Следовательно, эффект нарушения синхронизма часов обусловлен не свойствами того или иного процесса, служащего для отсчета промежутков времени, а свойствами самого времени. Не следует представлять себе этот эффект как результат того, что те или другие из движущихся друг относительно друга часов начинают «врать»; эффект обусловлен тем, что в двух движущихся друг относительно друга часах само время течет с разной скоростью. Таким образом, свойства времени таковы, что с помощью неподвижных (в данной системе отсчета) часов можно измерять время, но часы не пригодны для того, чтобы «переносить время» из одной точки пространства в другую. Для этого необходимы световые или радиосигналы, с помощью которых мы можем синхронизовать между собой любое количество часов, расположенных в разных точках пространства, но покоящихся в данной системе отсчета (т. е. неподвижных друг относительно друга). В другой системе отсчета, движущейся относительно первой, мы так же можем расставить неподвижно в разных точках любое количество часов и синхронизовать их между собой при помощи световых или радиосигналов. Но невозможно синхронизовать между собой две группы (синхронизованных внутри каждой системы) часов, покоящихся соответственно в каждой из систем отсчета, если сами эти системы движутся друг относительно друга. В каждой из групп синхронизованных часов, движущихся друг относительно друга, время течет с разной скоростью, и показания любой пары часов, принадлежащих к двум разным их группам (покоящихся в разных системах отсчета), могут совпасть только в какой-то один момент времени, но не могут совпадать ни в какой другой момент.

Для того чтобы пользоваться одновременно часами, покоящимися в различных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, необходимо знать, как связаны между собой показания тех или иных часов, покоящихся в первой системе отсчета, с показаниями тех или иных часов, покоящихся во второй системе отсчета. Но для того чтобы вообще не возникало вопроса о влиянии движения часов на их показания, можно пользоваться только часами, *покоящимися* в выбранной нами системе отсчета. После того как все эти часы синхронизованы между собой при помощи световых или радиосигналов, мы можем момент, когда в какой-либо точке произошло событие, определять непосредственно по часам, находящимся в этой точке.

Применяя во всех случаях одну и ту же систему отсчета и группу неподвижных относительно нее часов, мы избавляемся от необходимости учитывать влияние движения часов на их ход.

Аналогичная проблема возникает и в том случае, когда мы применяем движущиеся друг относительно друга линейки. Опыт позволяет утверждать не только, что можно сделать много часов, которые, будучи установлены в одном и том же месте и синхронизованы между собой, и дальше идут синхронно. Можно сделать и много линеек одинаковой длины (т. е. линеек с совпадающими одинаковыми делениями), которые, покоясь друг относительно друга, всегда будут иметь одинаковую длину. Однако это относится к часам и линейкам, покоящимся друг относительно друга или движущимся друг относительно друга с небольшими скоростями. Опыт же Майкельсона показал, что при достаточно больших скоростях движения друг относительно друга часов или линеек изменяются не только ход часов, но и длина линеек. Оба эти эффекта — изменения хода часов и длины линеек — имеют относительную величину порядка $v^2/c^2$, где $v$ — скорость движения часов или линеек друг относительно друга ($c$ — скорость света). Поэтому обнаружить эти эффекты при $v/c \approx 1 \cdot 10^{-4}$ удалось только с помощью очень точных опытов. Практическое же значение эти эффекты приобретают только при скоростях $v$, не слишком малых по сравнению со скоростью света $c$.

## § 4. *Выбор тел отсчета*

Поскольку нами не изучены эффекты изменения хода часов и длины линеек при их движении*), мы должны, строго говоря, пользоваться только часами и линейками, неподвижными относительно выбранных нами раз и навсегда тел отсчета. (Иначе потребовалось бы учитывать эти эффекты при переходе от одной системы отсчета к другой.) Однако поскольку эффекты эти очень малы при $v/c < 1 \cdot 10^{-4}$, мы могли бы практически пользоваться различными телами отсчета, пока скорость $v$ движения выбираемых тел отсчета друг относительно друга удовлетворяет приведенному выше условию. Каждый раз, как уже сказано, мы должны были бы пользоваться линейками и часами, неподвижными относительно системы координат, связанной с выбранным телом отсчета. При переходе от системы координат, связанной с одним телом отсчета, к системе координат, связанной с другим телом отсчета, мы могли бы результатами измерения расстояний и промежутков времени в одной системе ко-

---

*) Эти эффекты исследуются в специальной теории относительности Отправным пунктом исследования послужил упомянутый выше опыт Майкельсона.

ординат пользоваться и в другой системе координат вследствие того, что эффектами изменения хода часов и длины линеек при $v/c < 1 \cdot 10^{-4}$ практически можно пренебрегать.

Однако даже при соблюдении приведенного условия малости $v$ важные методические соображения говорят за то, что, начиная изучение законов механики, следует пользоваться всегда одними и теми же телами отсчета.

Действительно, как мы приходим к пониманию законов механики? Наблюдая разнообразные движения и сопоставляя их между собой, удается подметить общие черты движений, установить факты, наблюдаемые во всех разнообразных случаях. Обобщение этих фактов и приводит к формулировке законов механики. Но факты выглядят, вообще говоря, по-разному, когда мы пользуемся системами координат, связанными с разными телами отсчета. Для пояснения сказанного приведем простейший пример. Допустим, мы наблюдаем через окно вагона покоящийся в вагоне (незакрепленный) предмет. Отмечать положение этого предмета мы можем как по отношению к Земле, так и по отношению к поезду. Если поезд стоит на месте, наши наблюдения за движением предмета в двух системах координат — связанной с Землей и связанной с поездом — дадут одинаковые результаты: предмет покоится как по отношению к Земле, так и по отношению к поезду. Но если поезд движется, положим, равномерно относительно Земли, то движение предмета будет различным по отношению к системе координат, связанной с поездом, и по отношению к системе координат, связанной с Землей. Относительно поезда предмет по-прежнему покоится, а относительно Земли движется.

Вообще движения одних и тех же тел в разных системах координат могут выглядеть совершенно по-разному. Например, движение, прямолинейное в одной системе координат, может оказаться криволинейным в другой. Чтобы убедиться в этом, представим себе линейку, закрепленную в горизонтальном положении над листом бумаги, который может вращаться вокруг вертикальной оси. Пока лист бумаги неподвижен, карандаш, движущийся вдоль линейки от $A$ к $B$, прочерчивает на бумаге прямую линию (рис. 5, *а*). Когда лист бумаги вращается вокруг оси $O$, карандаш, по-прежнему движущийся вдоль линейки от $A$ к $B$, прочерчивает на бумаге кривую линию (рис. 5, *б*). Неподвижный лист бумаги — это одна система отсчета, относительно которой карандаш движется прямолинейно, вращающийся лист бумаги — другая система отсчета, относительно которой карандаш совершает криволинейное движение.

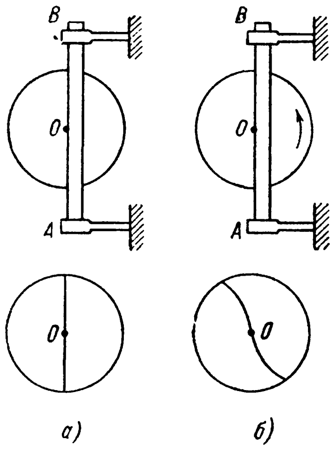


Рис. 5.

Поскольку характер движений, совершаемых каким-либо телом, зависит от выбора системы координат, движения могут потерять свои общие черты уже только потому, что мы будем одно из движений относить к одной системе координат, а другое — к другой. Тем самым будут затруднены установление общих закономерностей и формулировка законов механики.

Для иллюстрации вернемся к приведенному выше примеру, в котором одна из систем координат связана с Землей, а другая — с поездом. Если мы наблюдаем движения незакрепленных в вагоне тел, относя их к системе координат, связанной с Землей, то нам удастся подметить такой общий для всех этих движений факт: всякий раз, когда тело испытывает ускорение, мы обнаруживаем какое-либо другое тело (или тела), присутствием которого можно объяснить наблюдаемое ускорение. За исключением некоторых специальных случаев (о которых у нас еще будет идти речь), этот факт наблюдается всегда, пока мы относим все движения к системе координат, связанной с Землей. На основании этих наблюдений следует сделать заключение о том, что всякое тело может испытывать ускорение только в результате действия на него других тел *). Но если мы часть движений относим к Земле, а часть — к системе координат, связанной с поездом, то мы в этом втором случае можем наблюдать ускорения, но не обнаружить никаких тел, присутствием которых можно было бы наблюдаемые ускорения объяснить. Действительно, когда поезд начинает ускоренно двигаться, то предмет, покоящийся относительно вагона, но не связанный с ним жестко, например яблоко на гладком столике вагона, приобретает ускорение относительно вагона в направлении, обратном ускорению поезда, но никаких других тел, появлением которых можно было бы объяснить возникновение этого ускорения тела относительно поезда, мы не обнаружим. Наблюдаемый выше факт теряет свою общность: он наблюдается в одних случаях и не наблюдается в других, и мы уже не могли бы утверждать, что ускорения всякого тела всегда являются результатом действия каких-то других тел. Это важное положение, справедливое в одних случаях, было бы несправедливым в других; это легко объяснить: так как одно и то же тело в одно и то же время в разных системах координат совершает различные движения, то и причины возникновения этих движений также могут быть различными.

Принципиально мы могли бы для каждого рассматриваемого движения выбирать «свою» систему координат; например, для движений тел на поверхности Земли — систему координат, связанную с Землей, для движения тел в вагоне поезда — систему координат, связанную с вагоном, и т. д. Однако применение различных систем координат, как мы только что убедились, лишает наблюдаемые движения их общих черт и затрудняет установление общих закономерностей, справедливых для всех наблюдаемых движений.

Поэтому целесообразно, выбрав одну определенную систему координат, относить к ней все движения и попытаться подметить закономерности, общие для всех этих движений, справедливые в этой определенной

*) Это утверждение составляет одно из основных положений механики Ньютона. В дальнейшем мы об этом положении будем говорить подробно.

системе координат. После того, как найдены эти закономерности, можно поставить вопрос о том, следует ли и как именно видоизменить их, чтобы они были справедливыми в какой-либо другой системе координат. Но, приступая к изучению движений и формулировке законов механики, нужно начать с того, чтобы выбрать определенные тела отсчета и к связанной с ним системе координат относить все без исключения изучаемые движения. Тогда гораздо легче будет подметить общие черты у всех изучаемых движений и сформулировать общие для них законы движения. Именно так поступил Ньютон.

Введенное Ньютоном понятие об «абсолютном пространстве», в сущности, и определяет ту единственную систему координат, которой он пользовался при установлении законов движения. Правда, Ньютон пытался понятию «абсолютного пространства» придать абсолютный характер, считая, что можно определять положение и описывать движение тел в этом пространстве, не прибегая к каким-либо конкретным телам отсчета (которые, как указывалось выше, необходимы для того, чтобы с ними связать систему координат, с помощью которой определяется положение тела в пространстве). Но сейчас в ньютоновом «абсолютном пространстве» можно видеть только выбор системы координат, связанной с определенными телами отсчета.

## *§ 5. Инерциальные системы координат*

Какие именно тела фактически служили для Ньютона телами отсчета при установлении законов движения, можно выяснить, проследив развитие представлений о движении планет (как известно, главным образом изучение движений планет дало тот фактический материал, обобщение которого привело Ньютона к формулировке законов механики и закона всемирного тяготения). В течение многих веков в астрономии господствовала система Птолемея, который рассматривал движение планет относительно системы координат, связанной с Землей, причем траектории движения планет оказались столь разнообразными и сложными, что не удавалось установить достаточно общих закономерностей для всех этих движений. Идея Коперника, состоявшая в том, что, поскольку обращение всех планет происходит вокруг Солнца, движение планет следует рассматривать в системе координат, связанной с Солнцем, а не с Землей, сыграла исключительно важную роль в дальнейшем развитии не только небесной механики, но и всей механики вообще.

В системе координат, связанной с Солнцем *), движения всех планет оказались достаточно простыми и единообразными. Это позволило Кеплеру установить законы движений всех планет. На основе анализа законов Кеплера и некоторых других данных, известных из астрономических наблюдений (в частности, значения ускорения Луны в ее движении вокруг Земли) и земных опытов (при помощи которых было определено значение ускорения свободного падения тел у поверхности Земли), Ньютон сформулировал как основные законы движения, так и закон всемирного тяготения. Отсюда ясно, что Ньютон фактически пользовался системой координат, связанной с Солнцем и звездами.

Преимущества этой системы координат при рассмотрении движений планет подтверждены теми фактами из истории развития механики, которые приведены выше. Вместе с тем эти факты свидетельствуют о том, сколь целесообразно во всех случаях пользоваться одной и той же системой отсчета. Поэтому мы на первых порах будем пользоваться той же системой координат, которой пользовался Ньютон. Однако определение этой системы координат потребует некоторого уточнения. Дело в том, что в системе координат, которой мы собираемся пользоваться, названо только одно тело отсчета — Солнце. Но Солнце само вращается вокруг своей оси; поэтому система координат, жестко связанная с Солнцем, также вращалась бы вместе с ним. Это внесло бы усложнения в картину движения планет; фактически ни Коперник, ни Кеплер, ни Ньютон не учитывали того, что Солнце вращается

*) Телами отсчета в этой системе координат, помимо Солнца, служат также звезды (см. ниже).

вокруг своей оси*). Следовательно, они пользовались в качестве одного из тел отсчета не Солнцем, а *центром* Солнца. С этой точкой Солнца (которая не участвует в его вращении) можно связать, например, начало прямоугольной системы координат. Но тогда, чтобы определить направления всех трех осей координат, нужно выбрать еще какие-то тела отсчета. В качестве таких «дополнительных» тел отсчета Ньютон воспользовался звездами. Следуя ему, мы также будем пользоваться системой координат, начало которой совпадает с центром Солнца, а три оси направлены на какие-либо три звезды. При этом неважно, какие именно три звезды мы выберем (существенно только, чтобы это не были планеты нашей Солнечной системы). Неважно также и то, что расположение звезд друг относительно друга несколько меняется со временем. Вследствие удаленности звезд видимые угловые движения их столь медленны и изменения направлений на звезды столь малы, что никакого практического значения эти изменения иметь не будут, пока мы будем рассматривать движения планет за не очень большие промежутки времени.

Систему координат, указанным образом связанную с Солнцем и звездами, принято называть «*неподвижной*». Однако говорить о неподвижности или о движении *исходной* системы отсчета вообще не имеет смысла, пока нет никакой другой системы отсчета, к которой можно было бы относить движение исходной системы. Если же у нас есть несколько различных систем отсчета, движущихся друг относительно друга, то мы имеем совершенно одинаковые основания (вернее, одинаково не имеем оснований) любую из них называть неподвижной, а другие — движущимися; если мы говорим, что система координат $A$ движется относительно системы координат $B$ с некоторой скоростью $v$, то это в то же время означает, что система координат $B$ движется относительно системы координат $A$ со скоростью $-v$.

Выбранную нами систему координат, связанную с Солнцем и какими-то тремя звездами, мы будем назы-

*) Коперник, а возможно, и Кеплер вообще не знали о том, что Солнце вращается, так как вращение Солнца было открыто Галилеем в последние годы жизни Кеплера.

вать «неподвижной» только для краткости, и чтобы было ясно, что мы не вкладываем в этот термин никакого физического представления, мы будем брать его в кавычки.

«Неподвижная» система координат по сравнению с произвольно выбранной системой координат обладает преимуществом не только в тех случаях, когда рассматривается движение планет. Как будет показано далее, эти преимущества сказываются при рассмотрении всех движений, независимо от их характера, и имеют принципиальное значение. Однако практически «неподвижная» система координат является неудобной для описания движений, происходящих на Земле. Для описания этих движений гораздо удобнее пользоваться системой координат, связанной с Землей. Но так как Земля движется с ускорением относительно Солнца и звезд (в результате суточного вращения Земли и ее годового движения по орбите), то в системе координат, связанной с Землей, мы обнаружим иные законы движения, чем в «неподвижной» системе координат.

Практически для большинства движений, происходящих на Земле, эти различия в характере и законах движений не играют роли. Вследствие малости угловой скорости вращения Земли вокруг своей оси (угловая скорость движения Земли по своей орбите еще меньше) это вращение сказывается на характере происходящих на Земле движений очень незначительно и играет заметную роль только в некоторых специальных случаях. Эти случаи мы в дальнейшем рассмотрим и выясним принципиальное различие между системами координат, связанной с Солнцем и звездами, и связанной с Землей. Пока же мы рассматриваем задачи, в которых вращение Земли не играет заметной роли, можно пользоваться как той, так и другой системами координат, не делая различия между ними. Если, например, мы будем говорить, что тело покоится или не имеет ускорений, то, хотя принципиально мы должны это понимать так, что оно покоится или не имеет ускорения относительно «неподвижной» системы координат, но практически можно считать, что оно покоится или не имеет ускорения относительно Земли. Те случаи, когда так поступать нельзя, будут специально оговорены.

Итак, «неподвижная» система координат практически совпадает с той, которую имел в виду Ньютон, вводя представление об абсолютном пространстве. Исследуя найденные Кеплером законы движения планет относительно «неподвижной» системы координат, Ньютон установил следующий основной факт (о котором мы уже упоминали): ускорение, испытываемое каждой планетой при ее движении по орбите, обусловлено действием Солнца на эту планету. В тех случаях, когда движение данной планеты не точно следует кеплеровским законам, это возмущение движения планеты всегда может быть объяснено тем, что на данную планету, помимо Солнца, действует еще ее спутник или какая-либо другая планета, сообщающая данной планете добавочное ускорение. Точно так же и для движений у поверхности Земли Ньютон установил, что ускорение всякого тела является результатом действия на него другого тела или других тел. Словом, ускорение всякого тела всегда представляет собой результат действия на него других тел. Другой важный факт, установленный Ньютоном, состоит в следующем. Действия тел друг на друга (выражающиеся в том, что тела сообщают друг другу ускорения) взаимны: если тело $A$ сообщает ускорение телу $B$, то и тело $B$ сообщает ускорение телу $A$. Направлены эти ускорения всегда в противоположные стороны, величины же этих ускорений могут быть различными.

Эти два факта тесно связаны между собой и могут быть объединены в одно положение: *все ускорения, которые испытывают тела по отношению к «неподвижной» системе координат*, являются результатом взаимодействия тел.

Из этого общего положения сразу можно сделать важный вывод для одного частного случая. Если бы мы могли наблюдать уединенное тело, т. е. тело, которое расположено так далеко от всех других тел, что эти последние на него совсем не действуют, то оно не могло бы обладать ускорением относительно «неподвижной» системы координат. А это значит, что уединенное тело должно двигаться относительно «неподвижной» системы координат прямолинейно и равномерно с той скоростью, которая этому телу была сообщена в начальный момент.

Этот вывод представляет собой не что иное, как первый закон Ньютона, или закон инерции.

Мы можем всегда (по крайней мере в принципе) выбрать такое тело отсчета, которое двигалось бы относительно «неподвижной» системы координат прямолинейно и равномерно. Тогда в системе координат, связанной с этим телом отсчета, будет соблюдаться закон инерции. Действительно, если по отношению к «неподвижной» системе координат уединенное тело движется прямолинейно и равномерно со скоростью $u$, а тело отсчета движется так же прямолинейно и равномерно относительно «неподвижной» системы координат со скоростью $v$, то и уединенное тело должно двигаться прямолинейно и равномерно относительно выбранного тела отсчета. Это ясно из того, что скорость уединенного тела относительно выбранного тела отсчета $u'$ зависит только от скоростей $u$ и $v$, которые не зависят от $t$. Значит, и $u'$ не зависит от $t$, т. е. уединенное тело движется относительно выбранного тела отсчета прямолинейно и равномерно. Итак, если мы выберем такое тело отсчета, которое движется прямолинейно и равномерно относительно «неподвижной» системы координат, то в связанной с этим телом отсчета системе координат также будет соблюдаться закон инерции. Такие тела отсчета и системы координат называются инерциальными.

Если бы опыт показал, что уединенное тело действительно движется относительно «неподвижной» системы координат прямолинейно и равномерно, то это значило бы, что «неподвижная» система координат является инерциальной. Однако мы никогда не имеем дела с телами, которые были бы, строго говоря, уединенными (уже по одному тому, что на все тела вблизи Земли действует сила притяжения Земли, на все тела в пределах Солнечной системы действует сила притяжения Солнца и т. д.). Поэтому нет возможности прямым опытом установить, что «неподвижная» система координат является строго инерциальной. Только косвенные опыты и наблюдения, например наблюдения за движениями планет, позволяют установить, что все ускорения небесных тел относительно «неподвижной» системы координат вызываются действиями других небесных тел, и, следовательно, в отсутствие этих других тел уединенное небесное тело двигалось бы прямолинейно и равномерно. Но подобные наблюдения и опыты *) производятся с определенной точностью, и значит, только с этой ограниченной точностью справедлив и вывод о том, что «неподвижная» система координат является инерциальной. Таким образом, выбранную нами «неподвижную» систему координат мы должны рассматривать как «практически инерциальную», а не принципиально инерциальную. Однако если бы наши наблюдения или опыты по мере повышения их точности позволили бы обнаружить отклонения «неподвижной» системы координат от инерциальной, то по этим отклонениям мы могли бы определить, как должна какая-то другая система координат двигаться относительно «неподвижной», чтобы эта другая система координат была инерциальной. Так, опираясь на «неподвижную» систему, мы сможем найти такую, мало отличающуюся от «неподвижной» систему координат, которую с любой доступной нам точностью можно считать инерциальной. Назовем ее для краткости системой координат $K$. Однако если существует одна такая система $K$, то, значит, существует еще множество систем координат, которые с той же точностью являются инерциальными. В самом деле, если в системе $K$ уединенное тело движется прямолинейно и равномерно, то, как ясно из приведенных выше соображений, и в любой системе координат, которая движется относительно $K$ прямолинейно и равномерно, то же уединенное тело будет двигаться прямолинейно и равномерно.

## § 6. *Принцип относительности Галилея*

Одна общая черта всех инерциальных систем координат отмечена выше; она состоит в том, что прямолинейное и равномерное движение какого-либо тела относительно одной из инерциальных систем координат ока-

*) Один из земных опытов, который дает ответ на вопрос об инерциальности или неинерциальности той или иной системы координат, будет описан ниже (§ 17).

зывается прямолинейным и равномерным относительно любой другой из этих инерциальных систем координат ($K'$, $K''$, ...). Но сходство всех инерциальных систем координат не исчерпывается этой общей чертой, а оказывается гораздо более глубоким. Все инерциальные системы координат оказываются равноправными в том смысле, что любой механический опыт, повторенный в различных инерциальных системах координат, дает один и тот же результат, если, конечно, он воспроизводится в одинаковых условиях. Последнее требование носит несколько неконкретный характер, пока не уточнено, что значит «в одинаковых условиях». Конкретное содержание этого условия выяснится постепенно при рассмотрении различных опытов. Но и без уточнения этого вопроса из сказанного выше о равноправии различных инерциальных систем координат следует, что никакими механическими опытами невозможно обнаружить прямолинейное и равномерное движение выбранной системы координат $K'$ по отношению к системе $K$, т. е. движение одной инерциальной системы координат относительно другой. Это утверждение было впервые высказано Галилеем и вошло в науку под названием «принципа относительности Галилея».

Последующее развитие механики не только полностью подтвердило справедливость принципа относительности Галилея, но и позволило понять, почему этот принцип соблюдается в механике.

Однако теоретические представления, сложившиеся в электродинамике во второй половине прошлого века, приводили к заключению, что для электромагнитных и, в частности, для световых явлений принцип относительности Галилея не соблюдается. Эти представления покоились на гипотезе о существовании некоей заполняющей все пространство среды — «мирового эфира», в котором распространяются электромагнитные волны, в том числе и световые. При этом предполагалось, что «мировой эфир» покоится в «неподвижной» системе отсчета, связанной с Солнцем и звездами.

Но в таком случае планеты, в том числе и Земля, в своем движении вокруг Солнца движутся и относительно «мирового эфира». Вследствие малой угловой скорости этого движения ускорение планет в их движении относительно Солнца невелико, но линейная скорость этого движения значительна: для Земли она составляет около 30 *км/сек*. Приближенно можно считать, что в каждый момент Земля движется относительно «неподвижной» системы координат, а значит, и относительно «мирового эфира» с постоянной скоростью 30 *км/сек* (т. е. не учитывать того, что направление этой скорости медленно меняется — на $2\pi$ радиан за год). Не учитывая также и суточного вращения Земли, можно считать, что система координат, связанная с Землей, движется относительно «неподвижной» системы координат с указанной постоянной скоростью 30 *км/сек* *). Если принцип относительности Галилея верен не только для механики, но и для всей физики, то это движение не может быть обнаружено не только механическими, но и никакими другими опытами.

Однако, как уже было отмечено, из представлений электродинамики XIX века вытекало заключение, что принцип относительности Галилея неприменим к оптическим явлениям. Причину этого видели в следующем: хотя система координат, связанная с Землей (если не учитывать вращения Земли вокруг своей оси и ее обращения вокруг Солнца), является инерциальной, так же как и «неподвижная» система координат, но оптические опыты в этих двух системах координат не могут быть произведены в одинаковых условиях.

Действительно, если мы делаем какой-либо опыт с оптическими приборами, неподвижными относительно Земли, то при повторении этого опыта в «неподвижной» системе координат требование соблюдения тех же самых условий означает прежде всего, что оптические приборы должны быть неподвижны по отношению к Солнцу и звездам. Пусть воображаемый космический корабль покоится в космическом пространстве относительно Солнца и звезд; поместим в нем все необходимые для выполнения оптического опыта приборы. С точки зрения электродинамики XIX века условия опыта на Земле и в этом

*) Именно $v=30$ *км/сек* и дает для $v/c$ значение $1 \cdot 10^{-4}$, которое мы приводили выше (стр. 24).

воображаемом космическом корабле были бы неодинаковыми: на Земле все оптические приборы двигались бы относительно «мирового эфира» со скоростью 30 *км/сек*, а на космическом корабле эти приборы вместе с кораблем покоились бы относительно «мирового эфира».

Вопрос, следовательно, состоит в том, распространяются ли в случае оптических опытов требования, касающиеся одинаковых условий опыта в двух инерциальных системах координат, также и на скорость движения приборов относительно «мирового эфира». Если распространяются, то скорость относительно эфира должна быть одинаковой для того, чтобы два одинаковых оптических опыта, выполненные в двух разных инерциальных системах координат, дали одинаковые результаты; значит, опыты на Земле и в воображаемом космическом корабле не должны дать одинаковых результатов, поскольку скорость относительно «эфира» в обоих опытах неодинакова, т. е. принцип относительности Галилея для оптических явлений несправедлив. Если же скорость движения приборов относительно «эфира» не входит в те условия опыта, которые должны быть одинаковыми (не влияет на результаты опыта), то опыты на Земле и в воображаемом космическом корабле должны были бы дать одинаковые результаты, т. е. принцип относительности Галилея был бы справедлив не только для механических, но и для электромагнитных и, в частности, оптических явлений.

Выяснить, влияет ли движение оптических приборов относительно «мирового эфира» на результаты опыта, оказалось возможным, не пользуясь тем воображаемым, покоящимся относительно Солнца и звезд космическим кораблем, о котором шла речь. Этот вопрос Майкельсон выяснил с помощью поставленного на Земле опыта, на который мы уже ссылались. Идея опыта заключалась в следующем: если на результаты опыта влияет движение относительно «эфира» приборов (с помощью которых производится опыт), то при повороте плиты, на которой установлены все приборы, вокруг вертикальной оси на 90° наблюдаемая картина должна измениться, поскольку изменится ориентировка всей установки по отношению к вектору скорости движения Земли относительно «эфира». Опыт, впервые произведенный Майкельсоном в 1881 г., дал неожиданный результат. Согласно представлениям электродинамики того времени ожидалось, что опыт позволит обнаружить движение Земли относительно «эфира» («эфирный ветер»), но он дал отрицательный результат — «эфирный ветер» не был обнаружен. Этот результат казался непонятным и поэтому неправдоподобным; опыт неоднократно повторяли (сам Майкельсон и его сотрудники, а затем и другие экспериментаторы) со все большей тщательностью, и сейчас можно считать отрицательный его результат совершенно достоверным (с той высокой точностью, с какой этот опыт выполнялся).

Итак, опыт Майкельсона непосредственно доказывает, что принцип относительности Галилея справедлив не только для механических, но и для электромагнитных явлений. С другой стороны, как уже указывалось, истолкование опыта Майкельсона в свете постулата о постоянстве скорости света приводит к выводу об изменении длины линеек и хода часов при движении. На первый взгляд эти два вывода из опыта Майкельсона противоречат друг другу. Ведь измерения расстояний и промежутков времени непосредственно или косвенно производятся почти во всяком физическом опыте. И если применяемые для этих измерений линейки и часы при переносе их в другую систему координат (движущуюся относительно первой) изменяют соответственно длину и ход, то результаты каждого отдельного измерения линейкой или часами также должны измениться. Между тем результаты одинаковых опытов, т. е. комбинации результатов нескольких измерений, произведенных в двух различных инерциальных системах координат, в соответствии с принципом относительности Галилея, распространенным на все физические явления, должны быть одинаковыми.

Это кажущееся противоречие разъяснил Альберт Эйнштейн. Он радикально пересмотрел многие представления, лежавшие в основе физики XIX века, в частности представления о пространстве и времени, и показал, что эти представления в некоторых случаях ошибочны и от них следует полностью отказаться, а в других случаях они требуют уточнения. В результате пересмотра этих представлений, Эйнштейн создал специальную теорию относительности (1905 г.), которая оказала весьма существенное влияние на дальнейшее развитие почти всех разделов физики.

В качестве введения к этой теории рассматриваются соотношения между результатами измерения расстояний и промежутков времени при помощи линеек и часов, покоящихся в различных инерциальных системах координат, т. е. в том специальном случае, когда различные системы координат движутся одна относительно другой прямолинейно и равномерно (отсюда и название теории — «специальная»). Это рассмотрение поясняет, как, несмотря на изменение длины линеек и хода часов, результаты опытов, произведенных в двух различных инерциальных системах координат, совпадают между собой. Тем самым полностью ликвидируется отмеченное выше кажущееся противоречие и становится понятным, почему соблюдается принцип относительности Галилея.

После создания специальной теории относительности Эйнштейн приступил к разработке «общей теории относительности». Одну из основных задач этой теории он видел в том, чтобы найти такую формулировку физических законов, которая справедлива не только для любых инерциальных, но и для движущихся с ускорением друг относительно друга систем координат. В «Основах общей теории относительности» (1916 г.) Эйнштейн привел соображения, указывающие пути решения этой задачи.

В проблемах, рассматриваемых в общей теории относительности, силы инерции играют важную роль. Однако изложение даже только тех элементов теории относительности, которые необходимы для понимания роли сил инерции, все-таки заведет нас слишком далеко. Поэтому мы пока отложим изложение элементов теории относительности и вернемся к ним после того, как будут рассмотрены вопросы, составляющие основное содержание книги. При этом рассмотрении необходимо будет изучать одни и те же движения в различных системах координат; но мы не касались вопроса о том, как осуществляется переход от одной системы координат к другой. Чтобы обойти эту трудность, мы воспользуемся, во-первых, тем обстоятельством, что в случае инерциальных систем координат, как было указано, изменения длины линеек и хода часов практически становятся заметными, только когда скорость $v$ относительного движения систем координат не слишком мала по сравнению с скоростью света $c$. Поэтому, если мы будем рассматривать только случаи, когда $v \ll c$, то можно будет пренебрегать изменениями длины линеек и хода часов при движении, т. е. считать, что измерения расстояний и промежутков времени в двух различных системах координат дают одни и те же результаты. Когда возникает необходимость перехода от одной системы координат к другой, движущейся относительно первой с ускорением, мы должны были бы учитывать, что на длину линеек и ход часов могут влиять не только скорость, но и ускорение той системы координат, в которой эти линейки и часы покоятся. Но если по-прежнему $v \ll c$ и к тому же мы ограничиваемся достаточно малыми значениями ускорений, то влиянием скорости и ускорения системы координат на длину линеек и ход часов можно будет пренебречь.

Иначе говоря, при переходе от одной системы координат к другой мы пока будем считать (в случае как инерциальных, так и ускоренно движущихся систем координат), что во всех них измеренные при помощи покоящихся линеек расстояния между двумя нанесенными на твердое тело точками равны друг другу и измеренные при помощи покоящихся в этих системах координат часов промежутки времени между двумя данными событиями также равны друг другу.

Поэтому, если, например, две системы координат $K$ и $K'$, оси $x$ и $x'$ которых совпадают (рис. 6), движутся вдоль этих совпадающих осей друг относительно друга так, что $K'$ движется относительно $K$ со скоростью $v$ (и $K$ относительно $K'$ со скоростью $-v$), то переход от системы $K$ к системе $K'$, может быть осуществлен следующим образом. Пусть какая-либо точка $a$ имеет в момент времени $t=0$ в системе $K'$ координаты $x'$, $y'$, $z'$. Для дальнейшего упрощения положим, что в момент

$t=0$ оси $y$ и $y'$, $z$ и $z'$ совпадают. Тогда в момент времени $t$ координаты точки $a$ в системе $K'$ и координаты той же точки $x$, $y$, $z$ в системе $K$ связаны соотношениями

$$x=x_0+x', \quad y=y', \quad z=z', \tag{1.2}$$

где $x_0$ — координата точки $O'$ в системе $K$ в момент времени $t$. Координату $x_0$ в системе $K$ мы должны были бы измерять линейкой, покоящейся в системе $K$, а координату точки $x'$ в системе $K'$ — линейкой, покоящейся в $K'$. Но на основании сказанного выше мы можем считать, что результаты измерений $x_0$ и $x'$ двумя линейками — движущейся и неподвижной — совпадают, так же как измерения промежутка времени $t$, прошедшего с момента $t=0$, при помощи двух часов, — одних, покоящихся в системе $K$, и других, покоящихся в системе $K'$. Поэтому мы можем для измерений в обеих системах координат пользоваться одной линейкой и одними часами, покоящимися в любой из этих систем координат.

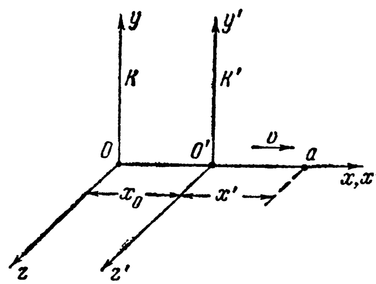

Рис. 6.

Так как точка $O'$ движется в системе $K$ с постоянной скоростью $v$ и в момент $t=0$ имела координату $x=0$, то $x_0=vt$ и соотношения (1.2) принимают вид

$$x=x'+vt, \quad y=y', \quad z=z'. \tag{1.3}$$

Эти соотношения выражают те преобразования координат, которые необходимо выполнить при переходе от инерциальной системы координат $K'$ к инерциальной же системе координат $K$ при условии, что $v \ll c$. Эти преобразования получили название преобразований Галилея. (Они имеют такой вид для частного случая, когда оси $x$ и $x'$ совпадают все время, а в момент $t=0$ совпадают ось $y'$ с осью $y$ и ось $z'$ с осью $z$.) Дифференцируя по времени выражения (1.3) один, а затем второй раз, получим выражения для галилеевых преобразований соответственно скоростей $u'$ и ускорений $j'$ точки $A$ в системе $K'$ к скоростям $u$ и ускорениям $j$ в системе $K$. Так как $v$ от времени не зависит, то, дифференцируя по $t$ (1.3), получаем:

$$u_x = u'_x + v, \qquad u_y = u'_y, \qquad u_z = u'_z; \tag{1.4}$$

дифференцируя по $t$ (1.4), получаем:

$$j_x = j'_x, \qquad j_y = j'_y, \qquad j_z = j'_z. \tag{1.5}$$

При переходе от системы $K$ к системе $K'$ нужно учитывать, что скорость системы $K$ относительно $K'$ есть $-v$. Все остальные соображения остаются в силе. Поэтому в преобразованиях Галилея от системы $K$ к системе $K'$ для координат (1.3) и скоростей (1.4) скорость $v$ должна быть заменена на $-v$.

Глава II

# ОСНОВНЫЕ ЧЕРТЫ МЕХАНИКИ НЬЮТОНА

## § 7. Взаимодействие тел как причина ускорений

Как мы уже упоминали (§ 5), Ньютон установил, что ускорение всякого тела относительно «неподвижной», а значит, и любой инерциальной системы координат (так как ускорение данного тела во всех инерциальных системах одинаково) есть результат взаимодействия данного (ускоряемого) тела с другими (ускоряющими) телами. Природа этих взаимодействий в разных случаях может быть различной. Тела могут действовать друг на друга при непосредственном соприкосновении, могут действовать в отсутствие непосредственного соприкосновения («на расстоянии»), например, вследствие взаимного тяготения или вследствие взаимодействия между электрическими зарядами, которыми обладают тела. Все эти взаимодействия тел мы можем разделить на две основные категории:

1) взаимодействия, характер которых зависит только от конфигурации взаимодействующих тел, — например, от формы тел, в частности от того, насколько деформированы, т. е. изогнуты, скручены и т. п., взаимодействующие тела, на каком расстоянии друг от друга эти тела находятся, где расположены на них электрические заряды и т. д.;

2) взаимодействия, характер которых зависит не только от конфигурации, но и скоростей взаимодействующих тел, например от скорости, с которой одно тело скользит по другому или движется относительно окружающей его среды, с которой движутся друг относительно друга электрически заряженные тела и т. д.

К первой категории относятся: а) упругое взаимодействие между соприкасающимися телами, возникающее при упругих деформациях, т. е. при изменении формы тел, и исчезающее при возвращении тела к исходной форме; характер упругого взаимодействия зависит от упругих свойств тел и величин упругих деформаций; б) взаимодействие тел, обусловленное всемирным тяготением; характер этого взаимодействия зависит от распределения масс взаимодействующих тел, расстояния между ними, а также от плотности, размеров и формы тел; в) взаимодействие между электрически заряженными телами, которое в случае неизменного взаимного расположения тел и зарядов зависит от величин зарядов и расстояния между телами, от размеров и формы тел и, наконец, от свойств среды, окружающей заряды.

Ко второй категории относятся прежде всего взаимодействия, препятствующие движению тел: а) трение, возникающее при скольжении одного тела по другому (а также возникающее и до того, как началось скольжение, если это скольжение должно было бы происходить, когда трение отсутствует); характер трения, помимо относительной скорости скольжения тел, зависит от свойств и состояния соприкасающихся поверхностей тел; б) сопротивление среды, возникающее при движении тела в среде и выражающееся в том, что среда тормозит движение тела, т. е. сообщает телу отрицательное ускорение, а тело в свою очередь сообщает ускорение противоположного направления частицам среды (характер этого взаимодействия, помимо скорости тела относительно среды, зависит от свойств среды, в частности ее плотности и вязкости, и от формы и размеров тела); в) магнитные взаимодействия, т. е. те дополнительные взаимодействия, которые возникают между электрически заряженными телами вследствие того, что эти тела движутся (характер этих взаимодействий зависит, помимо относительной скорости движения заряженных тел друг относительно друга, от величин зарядов, расстояния между ними, от размеров и формы тел и, наконец, от свойств среды, в которой движутся заряды) *).

При изучении движения тел прежде всего необходимо определять ускорения, которые они испытывают

*) Заметим, что действия движущихся зарядов друг на друга в некоторых случаях не носят характера взаимодействий. К этому особому случаю мы еще вернемся (§ 18).

в результате взаимодействия с другими телами. Зная, каковы ускорения тел в различные моменты времени, как ускорения зависят от взаимного расположения тел, их деформаций, относительных скоростей и т. д., и зная, наконец, каковы начальные условия, т. е. значения координат и скоростей тел в какой-либо определенный момент времени, всегда возможно (по крайней мере принципиально) найти координаты и скорости тел в любой момент времени, т. е. со всей полнотой описать движение. Поскольку ускорения определяются характером взаимодействия тел, задача сводится к тому, чтобы определить, какие именно ускорения будут существовать в том или другом случае взаимодействия тел. Для этого нужно установить связь между теми или иными характеристиками взаимодействующих тел и ускорениями, которые в этой системе наблюдаются.

Для наглядности сначала мы рассмотрим лишь взаимодействия, которые зависят только от конфигурации тел (взаимодействия первой категории). Затем мы распространим наше рассмотрение и на взаимодействия второй категории. Вводить в рассмотрение сразу обе категории взаимодействий было бы нецелесообразно, так как это усложнило бы наши рассуждения. Чтобы получить более простую и ясную картину, мы, кроме того, не будем принимать во внимание явлений механического гистерезиса, т. е. того обстоятельства, что иногда явления в данный момент зависят от «истории», от того, как протекало явление в предшествующие моменты времени.

Итак, сначала мы рассматриваем такие случаи, когда ускорения зависят только от взаимного расположения тел, от конфигурации всей системы. Например, наблюдая ускорение какой-либо планеты, обусловленное действием Солнца, Кеплер установил, что это ускорение зависит от расстояния между планетой и Солнцем и что величина ускорения обратно пропорциональна квадрату этого расстояния, а направлено оно к Солнцу *).

*) Сам Кеплер сформулировал свои выводы несколько иначе. Но из них прямо вытекает то, что сказано нами об ускорении, сообщаемом планетам Солнцем.

Другой пример: наблюдая ускорение, сообщаемое пружиной какому-либо телу, мы обнаружим, что ускорение зависит от деформаций (сжатия или растяжения) пружины, т. е. от ее конфигурации (взаимного расположения отдельных витков пружины), причем, если деформации невелики, то ускорение, сообщаемое телу пружиной, пропорционально величине деформации пружины.

Продолжая наши наблюдения, мы убедимся в том, что во многих случаях не только ускорения зависят от конфигурации тел, но и что *конфигурацией системы однозначно определяются ускорения всех тел системы*; это значит, что одной и той же конфигурации данных тел всегда соответствуют одни и те же ускорения. В частности, при одной и той же конфигурации тел ускорения всех тел будут всегда одни и те же, независимо от того, какими скоростями уже обладают эти тела *). В случае, когда играют роль только взаимодействия первой категории, задача состоит в том, чтобы по заданной конфигурации тел и заданному их физическому состоянию (например, степени электризации и т. д.) определять их ускорения, соответствующие этой конфигурации и этому состоянию.

Так как тела испытывают, вообще говоря, различные ускорения, то они будут двигаться с различными скоростями, вследствие чего их взаимное расположение будет все время изменяться, поэтому все время будут изменяться и ускорения. Положим, опять-таки для упрощения, что физическое состояние тел не изменяется; тогда все ускорения зависят только от конфигурации тел; если мы знаем, как именно зависят ускорения от конфигурации, мы сможем установить связь между координатами различных точек системы, которыми определяется кон-

*) Строго говоря, это не совсем правильно. Ускорения, наблюдаемые в какой-либо системе, зависят не только от конфигурации тел, но и от их скоростей (даже тогда, когда взаимодействия второй категории отсутствуют). Эта зависимость ускорений от скоростей обусловлена зависимостью массы тел от скорости, но она становится заметной только при скоростях тел, сравнимых со скоростью света. Позднее этот вопрос будет рассмотрен специально (§ 21). Пока же мы будет полагать, что скорости тел малы по сравнению со скоростью света, и поэтому зависимость массы от скорости можно не учитывать.

фигурация системы, и вторыми производными от координат по времени (ускорениями соответствующих точек системы).

Таким образом, когда присутствуют силы только первой категории, основное положение ньютоновой механики математически может быть сформулировано следующим образом: *координатами системы тел однозначно определяются вторые производные этих координат по времени*. Это положение, имеющее как будто чисто математический характер, содержит вполне определенное физическое утверждение, установленное на основании опыта. Утверждается, что именно вторые производные от координат по времени (т. е. ускорения), а не, например, первые производные (скорости), определяются взаимным расположением тел и что *при одном и том же расположении тел скорости их могут быть какие угодно, а ускорения будут всегда одни и те же*. Это утверждение подчеркивает наиболее характерную черту всех движений для тех случаев, когда взаимодействия второй категории не играют роли. Уравнения, связывающие вторые производные от координат с координатами, могут быть разрешены относительно вторых производных, т. е. последние могут быть выражены как функции координат.

Если же играют роль и взаимодействия второй категории, то движения уже не обладают этой чертой. При этом ускорения тел в каждый момент определяются не только координатами, но и скоростями, которыми обладают тела в этот момент, иначе говоря, в этом случае *между ускорениями, координатами и скоростями данной системы тел существует определенная связь*, т. е. при одном и том же расположении тел и одних и тех же скоростях тел ускорения их всегда одни и те же. Уравнения, связывающие между собой координаты, первые и вторые производные от координат по времени, во-первых, не зависят от начальных условий и, во-вторых, таковы, что они всегда могут быть разрешены относительно вторых производных, и, следовательно, *ускорения могут быть выражены в виде функций от координат и скоростей*.

Однако пока исключены из рассмотрения взаимодействия второй категории, сказанное выше является менее общим, но зато приводит к более прозрачному утверждению, уже сформулированному выше: *ускорения тел являются однозначными функциями координат тел.* (В дальнейшем, рассматривая специально законы движения Ньютона, мы будем более подробно говорить о физическом содержании этого утверждения.)

При наличии взаимодействий только первой категории задача исследования движений прежде всего состоит в том, чтобы установить связь, которая должна существовать между координатами и ускорениями тел. После того как установлена эта связь, т. е. написаны дифференциальные уравнения движения, путем интегрирования может быть установлена связь между координатами и временем. Однако эта связь еще не определяет движения полностью, так как в полученные в результате интегрирования выражения войдут произвольные постоянные. Для установления однозначных связей между координатами и временем, т. е. для исключения произвольных постоянных, должны быть известны значения всех координат и скоростей в какой-то определенный момент времени. Обычно в задачах механики бывают известны конфигурация системы тел и их скорости в какой-то момент времени, который можно рассматривать как начальный момент, т. е. известны начальные условия.

После того как написаны дифференциальные уравнения движения и заданы начальные условия, остаются лишь математические операции — интегрирование уравнений движения и определение произвольных постоянных по заданным начальным условиям. Правда, интегрирование уравнений движения нередко представляет большие трудности, однако это — трудности не принципиальные, а вычислительные. Они часто могут быть преодолены, если удовлетвориться не точным, а приближенным решением уравнений движения.

Начальные условия устанавливаются путем наблюдения за изучаемой системой. Измерив значения координат и скоростей в какой-либо определенный момент времени, мы можем принять результаты этих измерений за начальные условия нашей задачи. После этого движение, при котором система проходит через состояние, выбранное нами за начальное, может быть определено.

Правда, когда изучаются вопросы равновесия или исследуются такие движения, в которых ускорения не играют существенной роли (таковы, например, задачи теории упругости, теории пластичности и т. д.), сами уравнения задачи имеют другой характер. В этих задачах связь должна быть установлена не между ускорениями и координатами, а, например, между деформациями (которые выражаются производными от смещений по координатам) и координатами. (Вместе с тем в подобных задачах вместо начальных условий должны быть заданы так называемые краевые условия.) Но мы не будем рассматривать задачи этого типа.

Для установления зависимости ускорения тел от их координат и скоростей мы должны снова обратиться к опыту. На основании наблюдений мы сможем сделать определенные выводы о зависимости ускорений от координат или скоростей, а также от тех или иных физических условий. Зная же зависимость ускорений от координат и скоростей и начальные условия, мы сумеем определить все будущие и прошедшие движения системы.

## *§ 8. Силы в механике Ньютона*

В приведенной выше формулировке задачи механики отсутствует понятие силы. Мы обходились без этого понятия, так как предполагали, что каждый раз может быть установлена связь непосредственно между конфигурацией тел и испытываемыми ими ускорениями. Однако такая задача не может быть решена в общем виде, ибо в каждой новой конкретной задаче мы имеем дело, вообще говоря, с новой конфигурацией новых тел. Поэтому приходится заново устанавливать связь между конфигурацией данной системы тел и ускорениями в системе. При этом мы сразу обнаружим, что различные тела при одной и той же конфигурации сообщают друг другу, вообще говоря, различные ускорения.

Мы значительно продвинемся вперед, если найдем общие закономерности для зависимости ускорений от конфигураций и научимся устанавливать вид этой зависимости для отдельных конкретных систем по возможности не из специальных наблюдений за данной конкретной системой, а на основании заранее изученных общих свойств тех тел, которые образуют рассматриваемую систему. На этом пути мы и встречаемся с понятиями *силы* и *массы*. Мы видели, что в результате взаимодействия тела сообщают друг другу ускорения. Вот эти *действия тел друг на друга*, в результате которых возникают ускорения тел, и *называются силами*. Это определение силы пока еще очень расплывчато и далеко не полно. В дальнейшем постепенно мы уточним и сделаем более отчетливым определение силы. Сейчас сразу дать полное определение силы было бы трудно.

Но это пока расплывчатое определение все же содержит наиболее важные черты понятия силы. Когда мы говорим, что на данное тело действует сила, то это значит, что на данное тело действуют другое тело или другие тела, так или иначе влияющие на ускорение данного тела. Только такой смысл мы будем вкладывать в термин «сила».

Таким образом, мы можем сказать, что в приведенных выше примерах Солнце действует с определенными силами на Землю и другие планеты, сжатая пружина действует с определенной силой на прикрепленное к ней тело и т. д. При этом, как мы знаем, в случае взаимодействий первой категории величины сообщаемых ускорений зависят от конфигурации тел; например, действие сжатой пружины на данное тело определяется только величиной ее сжатия. Поэтому мы можем считать, что сила, с которой действует пружина на прикрепленное к ее концу тело, однозначно определяется сжатием этой пружины. (Напомним, что мы исключили из рассмотрения явления гистерезиса.)

Вводя представление о какой-либо новой физической величине, мы должны сразу же установить способ измерения этой величины. Вводя понятие силы в механику, мы должны сразу же указать способ измерения силы, т. е. установить порядок выполнения того измерения, в результате которого мы получим число, выражающее величину данной силы. Как и всякое измерение физической величины, измерение силы представляет собой некоторый опыт, который должен производиться вполне определенными приборами, обладающими известными свойствами. В качестве прибора для измерения сил мы будем пользоваться пружинами, предполагая, что сила, с которой действует пружина на прикрепленное к ней тело, однозначно определяется ее деформацией.

При выборе приборов для измерений мы всегда вынуждены делать некоторые предположения об их свойствах. По результатам выполненных измерений мы можем убедиться в правильности сделанных предположений. Например, выбирая прибор для измерения расстояний, мы предполагаем, что в выбранной для этой цели линейке расстояние между определенными штрихами не изменяется при измерениях. Если бы расстояние между двумя точками твердого тела при повторяемых в одинаковых условиях измерениях оказывалось различным, мы должны были бы сделать заключение о том, что наше предположение не оправдывается. Точно так же, если бы выбранная для измерений пружина обладала гистерезисом, то по результатам измерений мы убедились бы, что наше предположение не оправдывается.

Для установления способа измерения сил мы должны выбрать, во-первых, эталон силы, а во-вторых, способ сравнения других сил с этим эталоном. Для определения эталона силы мы возьмем какую-то вполне определенную пружину $\Pi_э$, растянутую (или сжатую) до известной величины. За эталон силы $F_э$ мы примем ту силу, с которой пружина $\Pi_э$ при фиксированном растяжении действует на прикрепленное к одному из ее концов тело $m$ (рис. 7); эта сила направлена вдоль оси пружины.

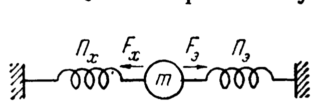


Рис. 7.

Способ сравнения других сил с этим эталоном мы установим следующий: будем считать измеряемую силу равной по величине и противоположной по направлению эталону силы, если при одновременном действии на тело $m$ силы-эталона $F_э$ и измеряемой силы $F_x$ (рис. 7) тело $m$ не испытывает ускорения. Но при измерениях мы всегда можем выбрать любые начальные условия, в частности такие, чтобы скорость тела $m$ в начальный момент была равна нулю. Тогда условие равенства сил сведется к тому, что при одновременном действии сил $F_x$ и $F_э$ тело $m$ должно оставаться в покое.

Пользуясь только одним эталоном силы, мы указанным способом сможем установить равенство сил $F_э$ и $F_x$, если они равны, и судить, какая из них больше, если они не равны (по тому, в сторону какой из сил направлено ускорение тела $m$ при действии сил $F_э$ и $F_x$). Но установленный нами способ сравнения сил позволяет воспроизводить силу-эталон в любом количестве экземпляров. Действительно, для этого достаточно взять *любую* пружину и подобрать ее растяжение так, чтобы при одновременном действии этой пружины $П_1$ и пружины-эталона $П_э$ в противоположных направлениях тело $m$ оставалось в покое (рис. 8). Зафиксировав растяжение пружины $П_1$, мы сможем дальше пользоваться ею также в качестве эталона силы.

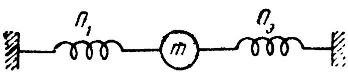

Рис. 8.

Располагая двумя эталонами силы, мы сможем установить способ измерения сил, величина которых не равна эталону силы. Способ этот состоит в следующем: мы прикрепляем к телу $m$, на которое действует измеряемая сила $F_x$, две пружины-эталона и располагаем их под такими углами (рис. 9), чтобы тело $m$ не испытывало ускорения*). (Если $F_x < 2F_э$, то это всегда окажется возможным.) Тогда силу $F_x$ мы будем считать по величине равной геометрической сумме двух сил $F_{э1}$ и $F_э$

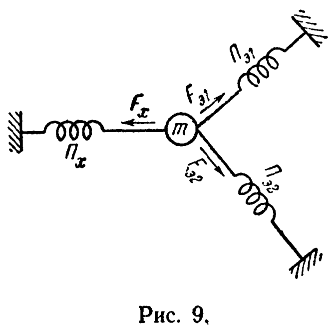

Рис. 9.

*) При этом растяжение пружин-эталонов должно все время оставаться таким, какое мы зафиксировали, выбирая эталон силы.

и направленной в противоположную сторону *). В частности, если обе пружины-эталона оказывается необходимым расположить в одном и том же направлении, чтобы при действии силы $F_x$ тело $m$ не имело ускорений (рис. 10), то, значит, $F_x = 2F_э$. Таким образом, мы можем воспроизводить силы в два, четыре и т. д. раз большие, чем эталон силы $F_э$. Пользуясь затем этими кратными эталонами силы, мы сможем по нашему способу измерить силы любой величины (а не только меньшие, чем $2F_э$).

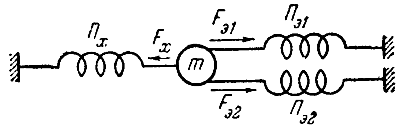

Рис. 10.

Конечно, при измерениях сил нет никакой надобности воспроизводить каждый раз такое измерение с помощью двух эталонов силы. Мы можем взять любую подходящую пружину и измерить по нашему способу силу, развиваемую этой пружиной при различных растяжениях. Более того, так как при малых растяжениях сила, действующая со стороны пружины, пропорциональна растяжению пружины (закон Гука), то, пользуясь только малорастянутыми пружинами, достаточно, взяв эталон той наибольшей силы $F_{э.м}$, которую нам предстоит измерять, определить растяжение пружины (с помощью которой мы будем производить измерение сил), соответствующее силе $F_{э.м}$. Тогда, определяя при помощи линейки, какую долю наибольшего растяжения составляет растяжение пружины, мы будем определять (в долях $F_{э.м}$) силу, с которой эта пружина действует. Наконец, и эталоном $F_{э.м}$ практически можно не пользоваться, а взять гирю, которая притягивается Землей с силой $F_{э.м}$. Этими способами калибровки пружин и пользуются для изготовления динамометров. Однако принципиально важно, что существует способ измерения сил, в котором мы не пользуемся ни законом Гука, ни гирями, силу

*) Для конкретности на наших рисунках изображен случай, когда измеряемая сила $F_x$ обусловлена действием пружины $П_x$. Но это, конечно, не обязательно. Наш способ позволяет измерить силу $F_x$, какова бы ни была ее природа и какими бы телами она ни вызывалась.

притяжения которых к Земле мы считаем известной. Описанный выше способ измерения сил при помощи двух пружин-эталонов обладает именно тем принципиальным преимуществом, что в нем не используются никакие законы или предположения, кроме предположения о том, что силы, с которыми действуют на данное тело две пружины, складываются геометрически, причем справедливость этого предположения может быть непосредственно проверена на опыте *). Это предположение представляет собой частный случай закона сложения сил, однако, как будет показано ниже (стр. 57), закон сложения сил носит гораздо более общий характер, чем сделанное выше предположение.

На первый взгляд может показаться, что способ измерения силы мы установили совершенно произвольно. Однако в действительности это не так; хотя способ измерения какой-либо физической величины и должен быть заранее установлен, но в выборе этого способа мы вовсе не свободны, так как результаты измерений, произведенных установленным нами способом, должны удовлетворять вполне определенным требованиям. Уже не говоря о том, что результаты измерений должны быть однозначны (т. е. должны повторяться при повторных измерениях), они должны удовлетворять еще целому ряду требований. Важнейшее из этих требований состоит в том, что числа, которые выражают значения измеряемых физических величин и которые мы получаем в результате измерений, должны обладать всеми свойствами, которыми обладают любые числа. Это требование может быть сформулировано так. Положим, что мы произвели измерения трех однородных физических величин (например, трех сил) и получили их значения $A$, $B$ и $C$. Тогда, если при попарном сравнении трех величин мы находим их отношения и оказывается, что

$$\frac{A}{B} = \lambda_{AB}, \qquad \frac{B}{C} = \lambda_{BC},$$

*) Непосредственным опытом может быть проверено и предположение, которое мы приняли с самого начала, — отсутствие гистерезиса.

то третье непосредственное сравнение величин $A$ и $C$ *непременно* должно дать результат:

$$\frac{C}{A}=\lambda_{CA}=\frac{1}{\lambda_{AB}\lambda_{BC}}.$$

Действительно, так как для любых трех чисел должно быть справедливо соотношение

$$\frac{A}{B}\cdot\frac{B}{C}\cdot\frac{C}{A}=1,$$

то, следовательно, результаты трех *независимых* измерений $\lambda_{AB}$, $\lambda_{BC}$, $\lambda_{CA}$ должны удовлетворять соотношению

$$\lambda_{AB}\cdot\lambda_{BC}\cdot\lambda_{CA}=1.$$

В частности, если при сравнении оказалось, что $\lambda_{AB}=1$ и $\lambda_{BC}=1$, то непосредственное сравнение $A$ и $C$ должно привести нас к результату $\lambda_{AC}=1$. Другими словами, если при сравнении оказалось, что две величины $A$ и $C$ порознь равны третьей величине $B$, то непосредственное сравнение величин $A$ и $C$ должно показать, что эти величины равны друг другу. Точно так же, если при сравнении оказалось, что $\lambda_{AB}>1$ (т. е. $A>B$) и $\lambda_{BC}>1$ (т. е. $B>C$), то непосредственное сравнение должно дать $\lambda_{AC}>1$, так как $\lambda_{AC}=\frac{1}{\lambda_{CA}}=\lambda_{AB}\lambda_{BC}$. Иначе говоря, если при сравнении оказалось, что $A>B$ и $B>C$, то непосредственное сравнение $A$ и $C$ должно дать результат $A>C$.

Если бы это было не так, то это значило бы, что установленную нами операцию сравнения нельзя рассматривать как способ измерения некоторой физической величины, ибо «числа», которые мы получили в результате измерений, в действительности не ведут себя как числа. Таким образом, хотя способ измерения той или иной физической величины никогда не является самоочевидным и все операции, из которых состоит измерение, должны быть установлены и описаны, однако выбор этих операций отнюдь не является произвольным, поскольку результаты измерений должны удовлетворять вполне определенным требованиям, и соблюдение этих требований может быть проверено на опыте.

Не следует думать, что эти требования будут соблюдаться при любом способе сравнения, так сказать «автоматически». Чтобы показать, что это не так, мы приведем такой, вообще говоря, мыслимый способ сравнения сил, при котором эти условия не будут соблюдены. Будем сравнивать силы следующим образом: возьмем какой-либо *неравноплечий* рычаг, который может вращаться вокруг оси $O$ (рис. 11). Пружину-эталон $П_э$ прикрепим к левому концу рычага, а измеряемые пружины $П_1$ или $П_2$ будем прикреплять по очереди к правому концу рычага. Силы будем считать равными, если рычаг остается в покое. Если при измерении сил $F_1$ и $F_2$, действующих со стороны пружин $П_1$ и $П_2$, окажется, что $F_1=F_э$ и $F_2=F_э$, то, прикрепив к концам рычага пружины $F_1$ и $F_2$, мы, очевидно, не получим равновесия: ведь пружины $F_1$ и $F_2$ действуют с одинаковой силой на концы неравноплечего рычага, и рычаг не будет оставаться в покое. При так выбранном способе сравнения сил две силы, порознь равные третьей, оказываются не равными друг другу; поскольку выбранный способ сравнения сил не удовлетворяет требованиям, которым должны удовлетворять результаты измерения всякой физической величины, этот способ непригоден для измерения сил.

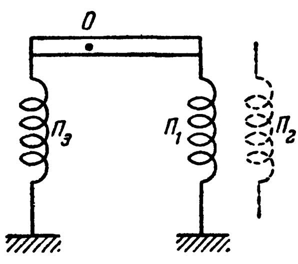


Рис. 11.

Мы видим, что при установлении способов измерения физических величин мы далеко не свободны в выборе этих способов, так как всякий способ подвергается затем испытанию на опыте и вовсе не любой это испытание выдерживает. Но установленный нами выше способ измерения сил при испытании на опыте удовлетворяет всем требованиям, которым должны удовлетворять результаты измерения физических величин, и поэтому мы вправе им пользоваться.

Располагая способом измерения сил, мы можем сразу же убедиться на опыте в одном важном свойстве сил, именно в том, что силы, независимо от их природы, складываются геометрически, т. е. так, как складываются векторные величины. Пусть, например, на тело $m$ действуют силы притяжения со стороны двух других тел $M_1$ и $M_2$ (рис. 12). Каждую из этих сил, если бы она действовала отдельно, мы можем измерить описанным выше способом; положим, мы нашли, что эти силы равны $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$. Если же на тело $m$ действуют одновременно оба тела, $M_1$ и $M_2$, то, чтобы тело $m$ не испытывало ускорений, к нему, как показывает опыт, нужно приложить пружину, действующую с силой, равной по величине и противоположной по направлению геометрической сумме сил $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$. Следовательно, два тела $M_1$ и $M_2$ совместно действуют с такой силой $\boldsymbol{F}$, которая равна геометрической сумме сил $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$.

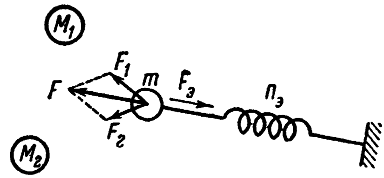

Рис. 12.

Если бы на тело $m$ действовали не два, а несколько тел, то точно так же мы убедились бы на опыте, что все эти тела вместе действуют на тело $m$ с силой, равной геометрической сумме тех сил, с которыми действовало каждое из этих тел в отдельности. Для двух пружин-эталонов это прямо вытекает из определения способа измерения сил. Однако для всех других типов сил, для более чем двух сил и т. д. мы не могли этого знать заранее, и поэтому принцип геометрического сложения сил (или правило параллелограмма сил) есть физическое утверждение, справедливость которого должна быть подтверждена и подтверждается на опыте.

Сжатая (или растянутая) пружина не только является эталоном силы, но и может служить прообразом всех сил, величина которых зависит от конфигурации тел. Поэтому, пока мы ограничиваемся только первой категорией взаимодействий, мы можем широко пользоваться представлением о силах, действующих со стороны деформированных пружин. При этом вовсе не обязательно, чтобы эти «пружины» имели вид обычных пружин. Это могут быть какие угодно твердые тела любой формы. Всякое твердое тело в большей или меньшей степени может деформироваться, и при деформации в нем возникают силы, которые однозначно зависят от деформации, пока деформации невелики, происходят достаточно медленно*) и пока отсутствуют явления гистерезиса.

В природе нет абсолютно жестких тел, которые в результате тех или иных воздействий совершенно не изменяли бы своих размеров или формы. Вместе с тем при изменении размеров или формы твердого тела всегда возникают силы. Так, например, нить только тогда будет действовать с известной силой на привязанный к ней шарик, когда она будет растянута; подставка только тогда будет с известной силой давить на лежащий на ней груз, когда она деформируется — прогнется. Точно так же и груз будет с известной силой давить на подставку только тогда, когда он немного деформируется — его нижняя часть сожмется.

Словом, тел абсолютно жестких не только нет в природе, но, строго говоря, им нет места в механике, и легко понять, почему. Всякое тело может в разных условиях действовать с разной силой на другие тела. Например, как будет ясно из дальнейшего, когда подставка опускается вниз с ускорением, то лежащий на ней груз давит на нее с меньшей силой, чем когда подставка покоится. Это обусловлено тем, что деформации подставки и груза в обоих случаях будут различными (в дальнейшем будет выяснено, почему это происходит). Такое объяснение вполне соответствует развитым выше представлениям: силы в обоих случаях различны потому, что различна конфигурация. Но что будет, если считать, что груз и подставка — абсолютно жесткие тела? При этом деформации невозможны, и в обоих случаях конфигурация будет одна и та же (пока груз прикасается к подставке), т. е. при одной и той же конфигурации силы будут различными (когда подставка покоится и когда она падает). Откуда же груз «знает», что он «должен» слабее давить на подставку, когда эта последняя опускается с ускорением? (В случае деформируемых тел грузу не нужно было этого «знать»; он давит слабее потому, что меньше деформирован.)

---

*) В противном случае заметную роль могут играть силы внутреннего трения (см. § 9), величина которых зависит не от величины деформации, а от скорости изменения деформации.

Само возникновение этого вопроса показывает, что, применяя представление об абсолютно жестких телах, мы упускаем из виду принципиально важную связь между силой и деформацией и вследствие этого лишаемся возможности построить физическую картину взаимодействия груза и подставки и других аналогичных явлений, которые в случае деформируемых тел, как мы убедимся ниже, могут быть детально прослежены. Поэтому сначала мы не будем пользоваться представлением об абсолютно жестких телах. Мы вообще были бы вправе изгнать из физической механики абсолютно жесткие тела потому, что их в природе не существует. Однако в механике широко и с большим успехом пользуются понятием об абсолютно жестких телах и об абсолютно жестких связях, и этого мы, конечно, не можем игнорировать. Поэтому, хотя мы сначала не будем пользоваться представлением об абсолютно жестких телах и все твердые тела будем уподоблять пружинам, но в дальнейшем (§ 19) мы рассмотрим вопрос о том, какое физическое содержание можно вкладывать в представление об абсолютно жестких телах и связях.

Все сказанное относится не только к твердым телам, но и к жидкостям и газам, которые тоже способны изменять свои форму и объем. В жидкостях и газах при деформациях также возникают упругие силы, но только в том случае, когда эти деформации связаны с уменьшением величины объема жидкости или газа. (Изменение формы объема не сопровождается появлением упругих сил.) Если скорости изменения деформаций невелики, то величина возникающих сил также зависит только от величины деформации (степени сжатия) жидкости или газа и эта величина обращается в нуль при исчезновении сжатия. Таким образом, деформации жидкости или газа, сопровождающиеся изменением их объема, носят характер упругих деформаций, т. е. жидкости и газы в этом случае ведут себя подобно пружинам. Поэтому сжатые под поршнем жидкость или газ мы можем заменить воображаемой сжатой пружиной (рис. 13) с соответствующим образом подобранными упругими свойствами. Вместе с тем, так же как в механике твердого тела широко применяется представление об абсолютно жестких телах, в механике жидкостей широко применяются представления, например, об абсолютно несжимаемых жидкостях. Физическое содержание, которое можно вкладывать в эти представления, мы выясним в дальнейшем.

Пользуясь понятием силы, можно сформулированную выше задачу механики разбить на две части. Вместо того чтобы искать непосредственную связь между конфигурацией системы тел и ускорениями этих тел, мы можем теперь, с одной стороны, устанавливать связь между конфигурацией и силами, а с другой — между силами и ускорениями. Такое разделение задачи на две части становится возможным только потому, что силы зависят от конфигурации, т. е. координат системы, но не зависят от ускорений. Если бы силы зависели от ускорений, то это лишило бы нас возможности разделить задачу механики на две самостоятельные задачи: с одной стороны, задачу о том, как силы зависят от координат, а с другой стороны, — как ускорения зависят от сил. Очевидно, что сказанное останется справедливым и тогда, когда мы введем в рассмотрение взаимодействия второй категории, так как силы будут зависеть от координат и скоростей, но по-прежнему не будут зависеть от ускорений.

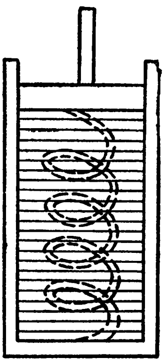

Рис. 13.

Разделение задачи на две самостоятельные очень существенно облегчает установление тех связей, которые существуют между конфигурациями и ускорениями. Связи между ускорениями и силами, с одной стороны, и силами и конфигурацией, с другой, оказываются гораздо более прозрачными, чем непосредственная связь между ускорениями и конфигурацией. Поэтому введение понятия силы и разделение общей задачи механики на две самостоятельные задачи позволяют сразу сделать значительный шаг вперед в направлении установления общих законов движения.

Из двух задач, на которые мы разделили общую задачу механики, строго говоря, только одна — задача установления связи между силами и ускорениями (с целью дальнейшего определения ускорений, скоростей и траекторий движения по заданным начальным условиям) — является задачей собственно механики. Другая задача — установление связи между конфигурацией и силами — в большинстве случаев (кроме задачи о связи между деформациями и упругими силами) выходит за пределы собственно механики и относится к другим областям физики: например, к термодинамике в том случае, когда нужно установить связь между объемом газа, заключенного в цилиндре под поршнем, и силой давления газа на поршень, к электростатике, когда нужно определить силы, действующие между электрически заряженными телами, и т. д.

Установление связи между конфигурацией и силами выходит за рамки механики, но, конечно, тесно связано с механикой уже по одному тому, что в этой задаче мы пользуемся представлением о силе, введенным в механике, и из механики должны заимствовать способы измерения силы. Хотя метод измерения сил, который был описан выше, иллюстрировался на примерах измерения сил, действующих со стороны пружин, но, как было указано, он пригоден для измерения любых сил. И конечно, для того чтобы быстрее подметить общие черты различных движений, нужно всегда пользоваться одним и тем же методом измерения сил (так же как одним и тем же методом измерения расстояний и промежутков времени). Поэтому, независимо от типа сил и от практических методов их измерения, мы всегда будем иметь в виду тот принцип их измерения, который был установлен выше: силы сравниваются с пружинами-эталонами, причем две силы считаются равными, если, действуя совместно, они не сообщают ускорения телу, на которое они действуют.

Располагая способом измерения сил, мы можем приступить к изучению зависимости сил от конфигурации тел. Пока мы ограничиваемся силами упругого взаимодействия, возникающими при непосредственном соприкосновении тел, мы можем, как уже указывалось, уподоблять эти тела пружинам. Задача сведется к установлению зависимости сил от деформации тел. Пользуясь нашим способом измерения сил, мы обнаружим, например, что сила пропорциональна относительному сжатию или растяжению тел, пока деформации невелики. Но, кроме того, мы обнаружим, что для различных тел сила зависит не только от конфигурации, но и от свойств самих тел: в частности, при одинаковой деформации сила будет различна для различных тел.

Для определения сил окажется необходимым знать не только конфигурацию, но и некоторые свойства и физическое состояние этих тел. Это, конечно, ни в какой мере не противоречит тому, что мы говорили о зависимости сил от конфигурации, ибо для одной и той же системы тел, находящихся в одном и том же физическом состоянии, сила, измеренная установленным выше методом, при указанных выше ограничениях (отсутствии гистерезиса), всегда будет зависеть только от конфигурации тел и однозначно определяться ею. Зависимость силы от свойств тел и их физического состояния, а не только от конфигурации (например, от химического состава тела или от его температуры) лишь несколько усложнит задачу определения силы, но изучение зависимости сил от конфигурации, свойств и состояния тел приведет к установлению известных закономерностей, которые позволят определять силы, существующие в данной системе тел, не только при любой их конфигурации, но и при любых их свойствах и физическом состоянии (конечно, свойства и состояние данной системы тел должны быть известны).

В заключение необходимо подчеркнуть, что способ измерения сил, которым мы будем пользоваться, требует предварительного выбора системы отсчета. Действительно, чтобы установить равенство измеряемой и эталонной сил, мы должны убедиться в том, что при одновременном действии обеих сил тело покоится (или движется без ускорений); но ведь сама постановка вопроса о том, обладает ли тело ускорением, приобретает смысл только после того, как выбрана система координат, относительно которой мы определяем положение покоя или отсутствие ускорения.

Как было условлено, мы будем пока в качестве системы отсчета пользоваться только «неподвижной» системой координат, связанной с Солнцем и звездами.

Это значит, что обе действующие на тело силы — измеряемую и эталонную — мы будем считать равными только тогда, когда при одновременном действии этих сил тело покоится (или вообще не имеет ускорения) *относительно «неподвижной» системы координат.*

Итак, укажем наиболее характерные черты механики Ньютона. Движения рассматриваются относительно «неподвижной» системы координат; ускорение всякого тела относительно этой системы координат возникает вследствие того, что на данное тело действует сила со стороны другого тела; величина и направление действующей силы определяют величину и направление сообщаемого данному телу ускорения *). Силы, действующие со стороны одного тела на другое, носят характер взаимодействий, т. е. если при наличии двух тел $A$ и $B$ тело $B$ сообщает ускорение телу $A$, то и тело $A$ в свою очередь сообщает ускорение телу $B$ (при наличии более чем двух тел, например трех — $A$, $B$ и $C$, — может случиться, что $A$ и $B$ испытывают ускорения под действием сил со стороны $C$, но силы, действующие со стороны $A$ и $B$, вместе не сообщают ускорения $C$ вследствие того, что $A$ и $B$ сообщают $C$ равные по величине, но противоположные по направлению ускорения).

## § 9. Силы, возникающие при непосредственном соприкосновении тел

Как уже говорилось, с точки зрения механизма «передачи силы» все силы можно разделить на два класса: силы, возникающие между телами при непосредственном их соприкосновении, и силы, действующие между телами «на расстоянии». Для второго класса сил естественно возникает вопрос о том, как передаются силы от одного тела к другому («на расстояние»); для первого класса сил этот вопрос как будто не возникает. Однако мы увидим из сопоставления этих классов сил, что не только вопрос одинаково уместен для обоих классов, но и,

*) Более детально связь между силой и сообщаемым ею ускорением будет рассмотрена позже (§ 11).

более того, ответ на него, в сущности, оказывается одинаковым. Все же, когда речь идет об измерении сил, принадлежащих к этим двум классам, то различие между ними играет существенную роль, и поэтому целесообразно каждый из классов рассматривать отдельно.

Мы начнем рассмотрение с первого класса — сил, возникающих при непосредственном соприкосновении. Эти силы в свою очередь можно разделить на два типа: упругие силы и силы трения (впрочем, такое разделение не всегда можно провести совершенно четко — в некоторых случаях возникают силы, обладающие чертами как упругих сил, так и сил трения).

Как уже указывалось, упругие силы начинают действовать между телами, когда в телах возникают упругие деформации *), т. е. такие деформации, которые исчезают после исчезновения вызвавшей их причины. Величина упругой силы однозначно связана с величиной деформации, обусловливающей возникновение силы.

Чтобы не усложнять задачи, мы ограничимся в дальнейшем только одним типом деформации — сжатием и растяжением (обе деформации различаются только знаком).

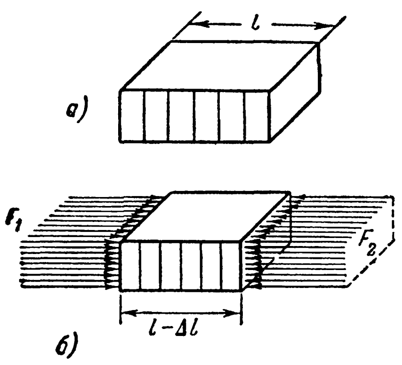

Рис. 14.

Для наглядности рассмотрим деформации упругого тела, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, на боковой грани которого нанесены штрихи, отстоящие на равных расстояниях друг от друга, пока параллелепипед находится в недеформированном состоянии (рис. 14, *а*). Если на торцевые грани стержня действуют равномерно распределенные по поверхности грани силы $F_1$ и $F_2$, равные

*) Механизм возникновения деформаций будет прослежен на конкретных примерах в §§ 12 и 13.

по величине и направленные, положим, внутрь стержня, то начальная длина стержня $l$ (которую он имел в недеформированном состоянии) сокращается до $l-\Delta l$. При этом вследствие того, что силы $F_1$ и $F_2$ распределены равномерно по поверхности торцевых граней и все сечения стержня, перпендикулярные направлению сил $F_1$ и $F_2$, равны по площади и форме, все слои параллелепипеда, ограниченные двумя такими сечениями, находятся в совершенно одинаковых условиях и поэтому должны быть деформированы (сжаты) одинаково. Значит, расстояние между штрихами, нанесенными на боковой грани, должны уменьшиться одинаково, и все штрихи по-прежнему окажутся на одинаковом расстоянии друг от друга. Опыт это подтверждает (рис. 14, *б*). Количественной характеристикой деформации сжатия служит относительное уменьшение расстояния между любыми двумя фиксированными сечениями, перпендикулярными направлению, в котором происходит сжатие, или уменьшение расстояния между совпадающими с этими сечениями штрихами на боковой грани стержня *). Так как в рассматриваемом случае при сжатии расстояния между всеми штрихами уменьшаются, но остаются одинаковыми, то относительное уменьшение расстояния между любыми двумя сечениями (любыми двумя штрихами) равно $-\Delta l/l$ (знак минус соответствует уменьшению расстояния). Количественной характеристикой сжатия и служит относительное сжатие

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l} \text{ и } \varepsilon<0, \text{ так как } \quad \Delta l<0.$$

Если деформации во всех точках деформированного тела одинаковы, то деформация называется однородной. В рассматриваемом случае в стержне наблюдается однородное сжатие.

Рассмотрим, как возникла эта деформация и какова ее величина. Для конкретности представим себе, что стержень расположен между плитами гидравлического

---

*) Для наглядности мы будем изменения расстояний между штрихами изображать в преувеличенном виде по сравнению с теми изменениями, которые приходится обычно наблюдать в твердых телах.

пресса, которые начинают сближаться и давить на торцы стержня. Под действием этого давления непосредственно прилегающие к торцам слои стержня будут сближаться и стержень будет укорачиваться.

Как было показано выше, во всех слоях стержня возникнет одинаковая деформация сжатия. Вместе с деформациями во всех слоях стержня возникнут упругие силы, действующие как внутри стержня, так и на его обоих торцах. Чтобы представить себе наглядно распределение этих сил, разделим мысленно стержень на две части плоскостью $AB$ (рис. 15). Так как по обе стороны этой плоскости находятся сжатые слои стержня, то они будут давить на прилегающие к ним другие слои с некоторыми силами $P_1$ и $P_2$. Поскольку в рассматриваемом случае деформации во всех точках любого сечения стержня одинаковы, то одинаковыми будут и упругие силы, возникающие в любой точке сечения. Иначе говоря, силы $P_1$ и $P_2$ будут распределены по сечению стержня равномерно. Все сказанное справедливо для любого воображаемого сечения стержня. Так как воображаемое сечение, перпендикулярное длине стержня, мы можем провести через любую точку стержня, то, значит, упругие силы действуют между двумя прилегающими друг к другу слоями стержня через разделяющее эти слои воображаемое сечение стержня, перпендикулярное его длине.

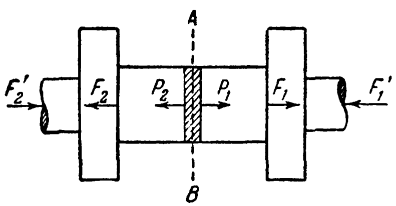

Рис. 15.

Деформированный упругий стержень «заполнен упругими силами» примерно так, как спичечная коробка заполнена спичками. Распилив коробку со спичками в направлении, перпендикулярном длине коробки, мы в каждой точке плоскости распила обнаружим две части спички, соответственно тому, как в каждой точке любого сечения стержня мы обнаружили две упругие силы, действующие через сечение со стороны одной части стержня на другую. Эта отдаленная аналогия не годится для определения величины и направления упругих сил при помощи «разрезанных спичек» (этого и не требуется, так как направление упругих сил мы уже определили, а величину определим ниже простым расчетом). Но если представлять себе сечения спичек очень малыми, то эта аналогия дает наглядное представление о силах, «сплошь заполняющих» некоторую часть пространства. В этом случае говорят, что в данной части пространства существует «поле сил».

Характеристикой упругих сил в силовом поле служит величина силы, действующей со стороны одного слоя на другой через единицу площади сечения, разграничивающего эти два слоя и перпендикулярного направлению действующих сил. Эта величина называется упругим напряжением. Если величина упругого напряжения в данном упругом теле равна $\sigma$, то в соответствии с приведенным выше ее определением, через сечение площади $S$, разграничивающее два слоя однородно деформированного тела, со стороны одного слоя на другой действует сила

$$P = \sigma S. \tag{2.1}$$

Для того чтобы установить связь между величинами упругих деформаций и упругих напряжений, продолжим рассмотрение упругого стержня, находящегося между плитами гидравлического пресса. Определим силу, с которой торцевые поверхности стержня давят на плиты гидравлического пресса после того, как движение поршня гидравлического пресса прекратилось и деформация стержня, достигнув определенной величины, перестала изменяться. В этом случае речь идет не о силе, действующей через воображаемую границу раздела двух частей стержня, а о силе, действующей со стороны торцевой поверхности стержня на плиту пресса. Но поскольку все слои стержня деформированы одинаково, то, значит, крайний слой стержня, прилегающий к торцу, давит на плиту пресса с той же силой, с какой два любых смежных слоя стержня давят друг на друга. Пользуясь соотношением (2.1), мы можем величину упругого напряжения в стержне $\sigma$ связать с величиной той силы $F_1$ (или $F_2$), с которой торцевая поверхность стержня давит на плиту (рис. 15):

$$F_1 = \sigma S,$$

где $S$ — площадь сечения стержня (очевидно, с той же силой давят друг на друга любые два смежных слоя стержня). Если, как мы предположили, движение поршня прекратилось, то, значит, сила $F'_1$, с которой масло в цилиндре гидравлического пресса давит на поршень, как раз равна силе $F_1$, с которой поршень давит на масло в цилиндре (иначе поршень не оставался бы неподвижным). Измерив давление масла в цилиндре пресса, мы можем вычислить силу $F'_1$, а значит, определить силу $F_1$ и напряжение в стержне $\sigma = F_1/S$.

С помощью какого-либо достаточно точного инструмента мы можем измерять укорочение стержня $\Delta l$, происходящее при разных значениях силы $F_1$, т. е. соответствующее разным значениям напряжения $\sigma$. Так мы можем установить связь между $\varepsilon = \left|\frac{\Delta l}{l}\right|$ и $\sigma$. Опыт показывает, что пока $\varepsilon$ не превосходит некоторого предела, $\varepsilon$ и $\sigma$ связаны между собой прямо пропорциональной зависимостью, т. е.

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{2.2}$$

где модуль упругости $E$ для данного упругого материала остается постоянной величиной, пока $\varepsilon$ не превосходит упомянутого выше предела («предела пропорциональности»).

Если силы $F'_1$ и $F'_2$, действующие на торцевые поверхности стержня, направлены не внутрь стержня, а наружу (рис. 16, *а*), то будет происходить не укорочение, а удлинение стержня ($\Delta l > 0$ и $\varepsilon > 0$), и в стержне возникнет деформация не сжатия, а растяжения (рис. 16, *б*). Чтобы и эта деформация была однородной, также необходимо обеспечить равномерное распределение сил $F'_1$ и $F'_2$ по торцевым поверхностям стержня. В этом случае для того чтобы достичь равномерного распределения сил по торцевым поверхностям, нужно применять какие-то специальные конструкции: например, если стержень не жесткий, — приклеивать или приваривать его торцевые поверхности к очень жестким плитам, которые практически не деформируются под действием сил $F'_1$ и $F'_2$, приложенных к центрам плит.

Во всяком случае, принципиально возможно обеспечить однородную деформацию растяжения в стержне неизменного по длине сечения. Тогда через перпендикулярную длине стержня воображаемую плоскость $AB$

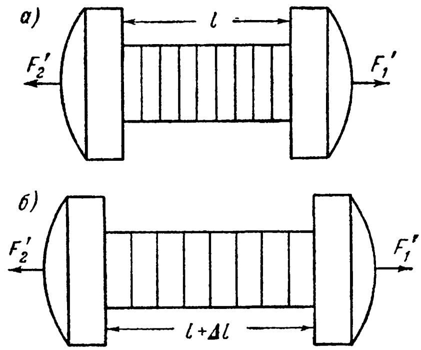


Рис. 16.

(рис. 17), разделяющую два соседних слоя стержня, действуют силы $P_1$ и $P_2$, направленные противоположно тем силам, которые действуют между двумя смежными слоями однородно сжатого стержня (рис. 15). Для того чтобы яснее представить себе направление упругих сил в случае стержня, растягиваемого силами $F_1'$ и $F_2'$, выделим два прилегающих к плоскости $AB$ слоя стержня. Со стороны этих слоев на

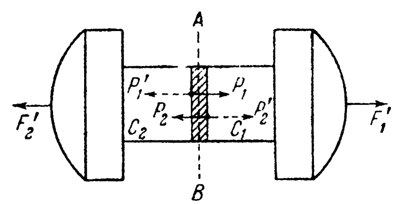


Рис. 17.

прилегающие к ним остальные части стержня $C_1$ и $C_2$ в случае деформации растяжения действуют силы $P_1$ и $P_2$. Прилегающие к этим слоям части стержня $C_1$ и $C_2$ в свою очередь действуют на рассматриваемые слои с силами $P_1'$ и $P_2'$, равными по величине и противоположными по направлениям силам $P_1$ и $P_2$. Что же касается количественных соотношений между величинами деформаций и напряжений, приведенных выше для однородного сжатия, то они справедливы и для однородного растяжения, причем для данного материала значение $E$ оказывается одинаковым для сжатия и растяжения в еще более широких пределах изменений $\varepsilon$, чем те, в которых $E$ остается постоянным.

Мы рассмотрели однородные деформации сжатия и растяжения. Однако часто возникают деформации, которые оказываются неоднородными. В конкретном случае, описанном выше, неоднородность деформаций может быть вызвана, например, тем, что сечение стержня в разных местах различно, или тем, что силы, действующие на торцы стержня, распределены по торцевым поверхностям неравномерно. Особенно важным для нас является случай, когда причиной возникновения неоднородной деформации упругого тела является сам характер движения тела. Но для исследования этого случая нужно применять законы движения, которые будут изложены позднее (§ 11), поэтому картину возникновения неоднородной деформации движущегося тела мы детально рассмотрим ниже (§§ 12 и 13). Пока же мы ограничимся некоторыми общими замечаниями относительно сил, возникающих при неоднородных деформациях.

Конечно, выводы относительно сил, возникающих при однородных деформациях, сделанные нами выше, теперь оказываются несправедливыми. Но основное положение, состоящее в том, что величина упругих сил в каждой области упруго деформированного тела однозначно определяется величиной упругой деформации в этой области тела, остается справедливым и для неоднородной деформации. Поэтому, если в неоднородно деформированном теле мы выделим столь малую область, в пределах которой величину деформации $\varepsilon$ можно считать везде одинаковой, то мы можем определить упругое напряжение $\sigma$ в этой области (если известен модуль упругости $E$ материала тела), так же как и в случае однородной деформации. Если же величина деформации в пределах интересующей нас области не может считаться постоянной, то для определения упругих напряжений в этой области нужно знать, как именно в ней распределена величина деформации. Как это можно сделать, покажем на самом простом примере.

Положим, что рассмотренный выше упругий стержень оказался деформированным неоднородно, так что величина деформации возрастает от $\varepsilon=0$ у начала стержня до $\varepsilon=\varepsilon_m$ на конце стержня пропорционально расстоянию от начала стержня *). Для определенности будем полагать, что в стержне (рис. 18, *а*) возникла деформация растяжения (рис. 18, *б*). С помощью графика рис. 18, *в*, изображающего распределение деформации вдоль длины стержня, мы можем определить значение $\varepsilon$ в любой точке $x$ стержня: $\varepsilon=\frac{x}{l+\Delta l}\varepsilon_m$. Пусть нам нужно определить сумму упругих сил, действующих на слой стержня, ограниченный плоскостями $A_1B_1$ и $A_2B_2$, со стороны прилегающих к нему частей стержня (рис. 18, *б*). Плоскости $A_1B_1$ и $A_2B_2$ лежат соответственно на расстояниях $x_1$ и $x_2$ от начала стержня; как следует из сказанного, в этих плоскостях деформации стержня равны соответственно

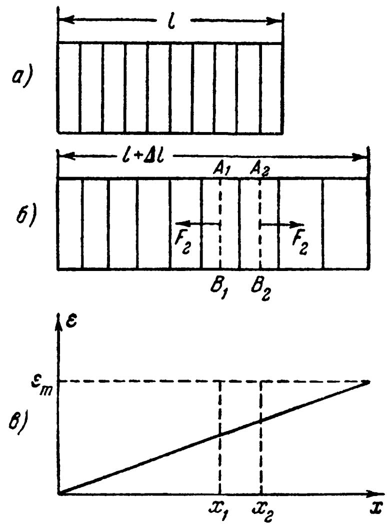

Рис. 18.

$$\varepsilon_1=\frac{x_1}{l+\Delta l}\varepsilon_m \quad \text{и} \quad \varepsilon_2=\frac{x_2}{l+\Delta l}\varepsilon_m,$$

а упругие напряжения, вызванные этими деформациями (см. (2.2)),

$$\sigma_1=\frac{Ex_1\varepsilon_m}{l+\Delta l}, \qquad \sigma_2=\frac{Ex_2\varepsilon_m}{l+\Delta l}. \tag{2.3}$$

*) Как может возникнуть такая деформация, см. ниже (§ 12).

Силы, действующие через всю площадь $S$ сечения стержня, равны

$$P_1=\frac{SEx_1\varepsilon_m}{l+\Delta l}, \qquad P_2=\frac{SEx_2\varepsilon_m}{l+\Delta l}. \tag{2.4}$$

Так как эти силы направлены в противоположные стороны, то сумма упругих сил, действующих на слой стержня, ограниченный сечениями $A_1B_1$ и $A_2B_2$, равна

$$P_1+P_2=SE\frac{\Delta x\varepsilon_m}{l+\Delta l}, \tag{2.5}$$

где $\Delta x=x_2-x_1$ (толщина слоя). Поскольку сумма упругих сил, действующих на выделенный слой стержня со стороны прилегающих к нему других слоев, прямо пропорциональна толщине слоя $\Delta x$, то это значит, что она пропорциональна объему выделенного слоя. Что же касается суммы сил, действующих на выделенный мысленно объем однородно деформированного стержня, то из сказанного выше ясно, что сумма этих сил при однородной деформации равна нулю (например, $P_1'$ и $P_2'$ на рис. 17 равны по величине, но, как и в случае неоднородной деформации, противоположны по направлению). Отсюда мы должны сделать важный для дальнейшего вывод: *чтобы сумма упругих сил, действующих на какую-либо часть тела со стороны других его частей, не была равна нулю, это тело должно быть неоднородно деформировано.*

Переходим к рассмотрению другого типа сил, возникающих при непосредственном соприкосновении тел, именно сил трения. Наиболее характерной чертой этих сил является та, что величина их зависит не только от конфигурации и свойств соприкасающихся тел, но в той или иной степени и от относительной скорости тел. Мы начнем с рассмотрения сил трения, возникающих, когда одно из тел скользит по поверхности другого. Как известно, при скольжении какого-либо твердого тела $M$ по поверхности другого твердого тела $N$ на тело $M$ действует сила $f$, лежащая в плоскости соприкосновения тел и направленная навстречу скорости скольжения $v$ (рис. 19). Обычно это приводит к тому, что в отсутствие других сил скорость скольжения уменьшается. Чтобы измерить силу $f$, нужно определить величину силы $P$, необходимой для того, чтобы скольжение происходило с постоянной скоростью. Сила $P$ должна быть приложена к телу $M$ и направлена в сторону скольжения. В таком случае на тело $M$ со стороны тела $N$ действует сила трения скольжения $\boldsymbol{f} = -\boldsymbol{P}$.

Величина силы трения скольжения обычно слабо зависит от величины скорости скольжения, но направление силы трения скольжения всегда противоположно направлению скорости скольжения, и в этом смысле сила трения скольжения существенно зависит от скорости скольжения. Вместе с тем сила трения скольжения существенно зависит и от конфигурации соприкасающихся поверхностей. Это видно из того, что сила трения скольжения зависит от силы нормального давления $T$, с которой соприкасающиеся поверхности давят друг на друга (сила трения скольжения растет с увеличением нормального давления).

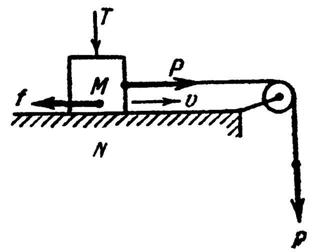


Рис. 19.

Обратим теперь внимание на силы, действующие на тело $N$. Если бы тело $N$ не было закреплено и могло бы в горизонтальном направлении свободно двигаться (например, на катках) так, чтобы силы трения между столом и телом $N$ отсутствовали, то оно начало бы двигаться с ускорением в том же направлении, что и тело $M$. Чтобы прекратилось движение свободного тела $N$, к нему необходимо было бы приложить силу $P'$, равную по величине и противоположно направленную той силе $P$, которую необходимо приложить к телу $M$, чтобы обеспечить его скольжение с постоянной скоростью (рис. 20).

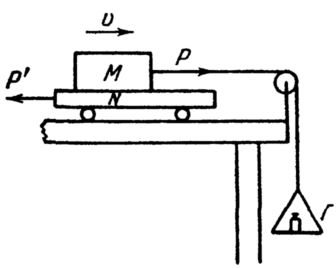


Рис. 20.

Из этого следует, что при скольжении тело $M$ действует на тело $N$ с силой $-f$, т. е. что на оба соприкасающихся тела действуют силы трения скольжения, равные по величине и противоположные по направлению.

Чтобы получить полную картину возникновения сил трения скольжения, необходимо обратить внимание на следующую специфическую особенность силы трения, возникающей между твердыми телами: между соприкасающимися телами она начинает действовать не тогда, когда уже возникло скольжение, а раньше, когда появилась сила, под действием которой скольжение должно было бы возникнуть, — это так называемое «трение покоя». Убедиться в существовании трения покоя и определить величину его силы можно, произведя следующий опыт. Закрепим на столе (рис. 20) тело $N$ и будем постепенно увеличивать груз $\Gamma$, лежащий на чашке, прикрепленной с помощью нити и блока к телу $M$.

Опыт показывает, что пока сила $P$, с которой груз $\Gamma$ притягивается Землей, не превосходит некоторой величины $P_m$, тело $M$ будет оставаться в покое. Только когда $P$ достигнет предельного значения $P_m$, тело $M$ начнет скользить по столу. Величина $P_m$ зависит от массы тела $M$, т. е. от величины нормального давления, которым тело $M$ прижимается к телу $N$, и от состояния соприкасающихся поверхностей тела $M$ и тела $N$, а именно от степени шероховатости поверхностей. При $P<P_m$ тело $M$ остается в покое. Но тело $M$ может покоиться лишь в том случае, когда на него со стороны поверхности действует еще одна сила $f$, равная по величине силе $P$ и направленная в противоположную сторону, т. е. навстречу тому скольжению, которое должно было бы возникнуть, если бы сила $P$ отсутствовала. Эта сила $\boldsymbol{f}=-\boldsymbol{P}$ и носит название силы трения покоя (рис. 19).

Так как $P$ может иметь любое направление и любую величину (но чтобы не возникло скольжение, она должна быть меньше $P_m$), то и сила $f$ должна иметь возможность принимать любое направление (в плоскости соприкосновения) и любую величину, не превосходящую, однако, $P_m$. Поскольку скольжение при этом не возникает, то, значит, «автоматически» устанавливается как раз такая величина силы трения покоя $f$, которая уравновешивает приложенную силу $P$. Таким образом, величина и направление силы трения покоя $f$ определяются приложенными внешними силами, но величина $f$ ограничена значением $P_m$.

Силы взаимодействия, возникающие при непосредственном соприкосновении двух твердых тел, имеют упругий характер в двух случаях: либо когда эти силы нормальны к поверхности соприкосновения тел, либо когда эти силы лежат в плоскости соприкосновения тел, но они очень малы по сравнению с теми силами, при которых должно наступить скольжение тел, т. е. эти силы представляют собой силы трения покоя. В этих случаях работа, затрачиваемая на преодоление сил взаимодействия, превращается в энергию упругой деформации. Силы взаимодействия, возникающие в плоскости соприкосновения при наличии скольжения, т. е. силы трения скольжения, не являются упругими силами, и работа, затрачиваемая на преодоление сил трения скольжения, целиком превращается в тепло.

В газах и жидкостях также могут возникать два типа сил, обусловленных непосредственным соприкосновением: упругие силы и силы трения *). Но эти силы отличаются от таких же сил, возникающих между соприкасающимися твердыми телами, в одном существенном пункте — в жидкостях и газах отсутствуют силы трения покоя.

Для того чтобы наглядно представить себе силы, действующие в жидкостях и газах, будем, как и в случае упругого стержня, мысленно делить жидкость на отдельные слои и рассматривать силы, действующие со стороны одного слоя на другой. Однако в упругом стержне мы рассматривали только деформации однородного сжатия и растяжения, следовательно, все деформации

*) В жидкостях может возникать еще один тип сил, обусловленных притяжением и отталкиванием между молекулами, находящимися на малом расстоянии друг от друга. Так как эти взаимодействия между молекулами становятся заметными только на расстояниях, сравнимых с размерами молекул, то порождаемые ими силы естественно рассматривать как обусловленные непосредственным соприкосновением. Их называют силами поверхностного натяжения или капиллярными силами. Мы дальше встретимся с вопросами, в которых необходимо учитывать капиллярные силы, и тогда эти силы рассмотрим (§ 25).

сводились к изменению расстояния между плоскостями, разделяющими упругий стержень на слои. Но в жидкости или газе очень часто возникают и существенную роль играют движения, при которых один слой жидкости (или газа) скользит по другому. При этом, конечно, воображаемое разделение жидкости или газа на отдельные слои становится гораздо более условным, чем в упругом стержне, в котором отдельные слои не скользят один вдоль другого *). Эта условность состоит в том, что скорость движения слоев жидкости или газа, прилегающих к общей границе, не может изменяться на этой границе скачком, как нам приходится предполагать, деля жидкость на отдельные слои, а должна меняться непрерывно **). Из дальнейшего рассмотрения станет ясно, что чем меньше толщина каждого слоя, тем меньше разница между скоростями двух смежных слоев. Поэтому, переходя к очень тонким слоям, мы получим «почти непрерывное» изменение скорости жидкости, но пока для большей наглядности мы будем рассматривать слои, имеющие не очень малую толщину, и скорость, изменяющуюся от слоя к слою скачком.

Отсутствие силы трения покоя в жидкостях и газах приводит к тому, что возникающие между двумя соприкасающимися их слоями упругие силы всегда нормальны к плоскости раздела слоев, а силы трения всегда лежат в плоскости раздела слоев. При этом упругие силы возникают между слоями, когда они деформированы (сжаты), т. е. занимают меньший объем, чем в начальном состоянии (когда на жидкость или газ никакие силы не действуют), независимо от того, покоятся слои жидкости или газа или движутся (скользят) один относительно другого. Силы же трения возникают между соприкасающимися слоями только в том случае,

---

*) Слои не скользят один вдоль другого при деформации растяжения или сжатия. При специальном типе деформации («сдвиге») слои упругого стержня могут сдвигаться один вдоль другого на некоторую величину; но мы деформации сдвига рассматривать не будем.

**) В некоторых случаях в жидкостях и газах возникают столь резкие изменения скорости, что их можно рассматривать как скачки скорости на границе двух слоев.

когда эти слои движутся в направлении их границы раздела с различными скоростями, т. е. два слоя скользят один относительно другого (рис. 21). Сила трения всегда направлена навстречу скорости скольжения. Поэтому в изображенном на рис. 21 примере, когда слой $A$ движется вправо со скоростью $v_A$, а слой $B$ движется вправо же со скоростью $v_B<v_A$, слой $A$ скользит относительно слоя $B$ со скоростью $v'=v_A-v_B$, направленной вправо, а слой $B$ скользит относительно слоя $A$ со скоростью $-v'=v_B-v_A$, направленной влево. Соответственно сила трения $F_{AB}$, действующая со стороны слоя $A$ на слой $B$, направлена вправо и сила трения $F_{BA}$, действующая со стороны слоя $B$ на слой $A$, направлена влево.

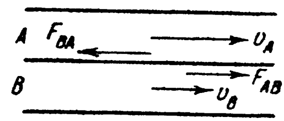

Рис. 21.

Количественной характеристикой сил трения в жидкости или газе служит величина силы трения, действующей со стороны одного слоя на другой через площадь границы раздела между ними, равную единице (например, 1 $см^2$). Величина этой силы растет с увеличением относительной скорости соприкасающихся слоев $v'$. Если движение слоев носит регулярный характер (ламинарное течение), так что жидкость, текущая в одном слое, не попадает в соседние слои, то величина силы трения пропорциональна относительной скорости соприкасающихся слоев. Вместе с тем она зависит от свойств жидкости (коэффициент пропорциональности между скоростью и силой трения, действующей на единицу площади границы раздела, зависящий от свойств жидкости, называется *коэффициентом вязкости* жидкости). Если течение носит нерегулярный характер, так что жидкость, текущая в разных слоях, сильно перемешивается (турбулентное течение), то сила трения между слоями резко возрастает.

Все сказанное относительно сил трения в текущей жидкости качественно справедливо и для течения газа. Но вследствие того, что, с одной стороны, коэффициенты вязкости жидкостей и газов существенно различаются по величине, а с другой — плотности жидкостей и газов также весьма различны, силы трения могут по-разному сказываться на характере движения жидкостей и газов.

Несмотря на эти различия, их общая черта, отмеченная выше (отсутствие сил трения покоя), придает этим движениям сходство между собой и существенное отличие от движений, сопряженных со скольжением друг относительно друга соприкасающихся поверхностей твердых тел. Эти сходство и различие мы выясним при сопоставлении характера движений твердого тела, погруженного в жидкость или газ, и твердого тела, соприкасающегося с другим твердым телом.

Если твердое тело движется в жидкости, то слой жидкости, непосредственно прилегающий к нему, увлекается твердым телом за собой. Между этим слоем и прилегающим к нему внешним слоем возникает относительная скорость, и начинают действовать силы вязкости, тормозящие движение твердого тела и «прилипшего» к нему первого слоя и вызывающие движение второго слоя. Вследствие этого появится относительная скорость между вторым и третьим слоем и т. д. Таким образом, от движущегося тела к слоям жидкости будет передаваться движение с уменьшающейся по мере удаления от твердого тела скоростью. Если мы будем представлять себе слои, на которые мысленно разделена жидкость, достаточно тонкими, то можно будет считать, что скорость жидкости по мере удаления от тела будет уменьшаться очень мелкими скачками, т. е. практически непрерывно. Вместе с уменьшением величины скачка скорости (т. е. величины относительной скорости двух смежных слоев) уменьшается и сила трения, действующая между слоями. Но если это уменьшение скорости, приходящееся на единицу расстояния от тела, во всех слоях одинаково, то отношение величины силы трения, действующей между двумя слоями, к толщине выбранного слоя остается неизменным. Поэтому для расчета сил трения в жидкости (или газе) мы можем, вместо того чтобы делить жидкость на воображаемые слои и брать разность скоростей в двух смежных слоях, прямо брать изменение скорости жидкости на расстоянии, равном единице и взятом в направлении, перпендикулярном скорости жидкости. Эта величина называется градиентом скорости жидкости (или газа).

Из сказанного становится ясным различие в характере сил трения, возникающих между двумя соприкасающимися твердыми телами и между твердым телом и жидкостью (или газом). В первом случае силы возникают и действуют только между поверхностными слоями твердых тел и величина сил существенно зависит от состояния поверхностей обоих тел (степени шероховатости, твердости, химической чистоты поверхности и т. д.). Во втором случае силы трения возникают в толще жидкости; поэтому их величина зависит главным образом от свойств жидкости (ее вязкости) и почти не зависит от свойств поверхности движущегося в жидкости тела (по крайней мере пока скорость движения этого тела невелика).

Другое существенное различие в характере сил трения в двух рассматриваемых случаях состоит в том, что вследствие наличия силы трения покоя скольжение одного твердого тела по другому может возникнуть только под действием достаточно большой внешней силы, превышающей максимальную силу трения покоя $P_m$. При движении же твердого тела в жидкости вследствие того, что сила трения покоя отсутствует, а сила трения, действующая на движущееся тело со стороны жидкости, пропорциональна скорости тела, с уменьшением этой скорости величина силы трения уменьшается, и для поддержания медленного движения тела в жидкости нужны очень небольшие силы. Поэтому, отталкиваясь шестом от берега, человек может двигать (конечно, очень медленно) находящуюся на плаву баржу весом в сотни тонн, но не сможет сдвинуть с места такую же баржу, сидящую на мели.

## *§ 10. Силы тяготения*

Наиболее часто встречающимся в задачах механики классом сил, действующих между телами в отсутствие непосредственного соприкосновения («на расстоянии»), являются силы тяготения. Как уже было указано, Ньютон открыл и исследовал эти силы, пользуясь результатами наблюдений движений небесных тел (планет и их спутников), а также движений тел у поверхности Земли. Для этого Ньютон пользовался сформулированными им законами движения. Но такой путь не является единственно возможным. Позднее благодаря усовершенствованию техники измерений оказалось возможным пойти по другому пути: изучить законы взаимного тяготения тел в лабораторных условиях (не пользуясь данными о движении небесных тел). Этот второй путь для нас более приемлем, поскольку позволяет исследовать силы тяготения до того, как сформулированы законы движения, и тем самым сохранить выбранную последовательность изложения: сначала рассмотреть силы (их свойства, способы измерений и т. д.), а затем перейти к рассмотрению законов движения. Конечно, выбрав этот путь, мы нарушим историческую перспективу и упустим возможность проследить поразительно смелый ход мыслей Ньютона. Но после того как будут изложены законы взаимного тяготения и законы движения, попутно с изложением дальнейших вопросов удастся частично наверстать упущенное.

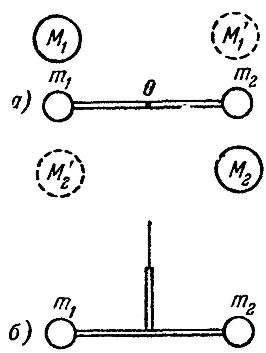


Рис. 22.

Силы взаимного тяготения между телами небольших размеров впервые удалось измерить Кэвендишу при помощи крутильных весов. Напомним принцип устройства таких весов (рис. 22): на массивной подставке покоятся два больших свинцовых шара, которые могут занимать либо положения $M_1$ и $M_2$, либо положения $M_1'$ и $M_2'$ (рис. 22, *а*, вид сверху). На некоторой высоте над точкой $O$, которая делит пополам линию, соединяющую центры шаров $M_1$ и $M_2$, расположен подвес, поддерживающий длинную тонкую нить с коромыслом, на концах которого закреплены два меньших свинцовых шара $m_1$ и $m_2$ (рис. 22, *б*, вид сбоку). Длины коромысла и нити подобраны так, что центры шаров $m_1$ и $m_2$ находятся на той же высоте и на том же расстоянии от точки $O$, что и центры шаров $M_1$ и $M_2$. Угол поворота коромысла определяется при помощи укрепленного на коромысле легкого зеркальца, отбрасывающего световой зайчик на экран с делениями.

Если установить шары в положения $M_1$ и $M_2$ (рис. 22, *а*), то силы взаимного тяготения между шарами $M_1$ и $m_1$ и $M_2$ и $m_2$ создадут вращающий момент, поворачивающий коромысло по часовой стрелке. Оно будет поворачиваться до тех пор, пока момент упругих сил, возникающих при закручивании нити, не уравновесит момента сил тяготения. В этом положении, соответствующем отклонению на некоторый угол $\alpha_1$, коромысло остановится.

Если переставить шары $M_1$ и $M_2$ в положения $M_1'$ и $M_2'$, то момент пары сил взаимного тяготения, действующих на шар $m_1$ со стороны шара $M_2'$ и на шар $m_2$ со стороны $M_1'$, будет поворачивать коромысло против часовой стрелки, и оно остановится в положении, соответствующем повороту на некоторый угол $\alpha_2$ в другую сторону. Определив предварительной калибровкой моменты упругих сил, действующих со стороны нити на коромысло при разных углах $\alpha_1$ и $\alpha_2$, можно определить моменты, создаваемые силами взаимного тяготения, действующими на шары $m_1$ и $m_2$ со стороны шаров $M_1$ и $M_2$, и вычислить величины этих сил. Производя такие измерения при разных начальных расстояниях между центрами шаров $M$ и $m$, можно определить, как зависит от этого расстояния сила взаимного тяготения между шарами.

Далее, производя измерения с разными шарами, массы которых определены независимыми измерениями, например с помощью взвешивания*), можно установить, как сила взаимного тяготения двух тел зависит от масс этих тел. Эти измерения позволили установить, что

*) Вопрос о способах измерения масс дальше будет рассмотрен подробно. В зависимости от способа измерения масс мы должны различать инертную и тяжелую массы. Здесь речь идет о массе, характеризующей силы взаимного притяжения тел, т. е. о тяжелой массе.

сила взаимного тяготения направлена по линии, соединяющей центры масс, и по величине прямо пропорциональна произведению масс притягивающихся шаров $M$ и $m$ и обратно пропорциональна $r^2$ — квадрату расстояния между их центрами, т. е. что сила взаимного притяжения

$$F=\gamma \frac{Mm}{r^2}, \tag{2.6}$$

где $\gamma$ — коэффициент пропорциональности, получивший название гравитационной постоянной; численное его значение зависит от того, какие единицы силы, массы и длины применяются для измерения $M$ и $m$, $r$ и $F$. Если применять систему СГС, т. е. измерять силу в динах, массы в граммах, а длину в сантиметрах, то $\gamma=6{,}7\times 10^{-8}$ *см*$^3$/*г·сек*$^2$; в системе СИ $\gamma=6{,}7\cdot 10^{-11}$ *м*$^3$/*кг·сек*$^2$. Иначе говоря, две массы по 1 *г*, центры которых находятся на расстоянии 1 *см* друг от друга, притягиваются друг к другу с силой, численно равной значению $\gamma$ в системе СГС, т. е. $6{,}7\cdot 10^{-8}$ *дин*. Аналогично две массы по 1 *кг*, центры которых находятся на расстоянии 1 *м* друг от друга, притягиваются друг к другу с силой, численно равной значению $\gamma$ в системе СИ, т. е. $6{,}7\cdot 10^{-11}$ *н*. Отсюда видно, что пока речь идет о силах тяготения между малыми телами (с которыми можно производить измерения на крутильных весах), силы тяготения оказываются столь малыми, что измерения их представляют значительные технические трудности.

Зависимость (2.6) была установлена Ньютоном раньше, чем были выполнены первые измерения на крутильных весах. Единственный новый результат, полученный при помощи крутильных весов, заключался в том, что было определено значение $\gamma$. Однако именно этот результат лабораторных измерений оказался очень важным для астрономии: он позволил достаточно точно определить массы небесных тел.

Из выражения (2.6) следует, что при данном расстоянии между телами $M$ и $m$ силы тяготения, действующие со стороны тела $M$ на тело $m$ и со стороны тела $m$ на тело $M$, равны по величине, т. е. что силы тяготения являются силами взаимодействия.

Далее, из выражения (2.6) следует не только, что сила тяготения $F$ зависит от масс обоих тяготеющих тел, но и то, что отношение силы, действующей на притягиваемое тело, к массе этого тела не зависит от массы этого последнего. Действительно,

$$\frac{F}{m} = \frac{\gamma M}{r^2}, \tag{2.7}$$

т. е. зависит только от массы притягивающего тела $M$ и расстояния $r$ от центра притягивающего тела до центра притягиваемого тела. (Ясно, что если мы будем считать притягивающим тело $m$, а притягиваемым тело $M$, то сделанные выше выводы останутся в силе.)

Тот факт, что $F/m$ зависит не от $m$, а только от $M$ и $r$, позволяет истолковать взаимное тяготение тел как совокупность двух эффектов. Первый эффект состоит в том, что тело $M$ создает в окружающем пространстве поле тяготения (гравитационное поле), величина напряженности которого $G = \gamma M/r^2$ зависит только от массы тела $M$ и расстояния $r$, т. е. в каждой точке пространства однозначно определяется только положением и свойствами притягивающего тела. Второй эффект состоит в том, что на тело массы $m$, помещенное в поле тяготения напряженностью $G$, действует сила тяготения

$$F = mG = \frac{\gamma m M}{r^2}. \tag{2.8}$$

Так как сила $F$ есть вектор, направленный к центру притягивающего тела, то и напряженность поля $G$, отличающаяся от $F$ только скалярным множителем $m$, является вектором, совпадающим по направлению с $F$, т. е. всегда направлена к центру того тела, которое мы рассматриваем как притягивающее. (Ясно, что если вместо тела $M$ мы будем считать притягивающим тело $m$, то все рассуждения сохранят свою силу, только $M$ и $m$ поменяются местами.)

Таким образом, первый из рассмотренных эффектов однозначно определяется положением и свойствами притягивающего тела, а второй эффект (при заданном поле тяготения) — положением и свойствами притягиваемого тела. Если бы напряженность поля тяготения не была независима от свойств притягиваемого тела, то мы не могли бы рассматривать всю картину взаимодействия тел как совокупность описанных двух эффектов.

Из всего сказанного ясно, что силы тяготения принадлежат к категории сил, зависящих только от конфигурации тел. Поэтому работа против сил тяготения не может превращаться в тепло, а должна превращаться в потенциальную или кинетическую энергию. Например, если тело $m$ мы при помощи какой-либо машины будем медленно удалять от притягивающего его тела $M$, то в отсутствие сил трения вся работа этой машины будет переходить в потенциальную энергию тела $m$ (медленность движения тела $m$ позволяет нам пренебрегать его кинетической энергией). Потенциальная энергия тела $m$ в поле тяготения тела $M$ (или взаимная потенциальная энергия тел $m$ и $M$) растет все время по мере удаления тела $m$ от тела $M$ (машина совершает положительную работу); но так как сила притяжения тела $m$ телом $M$ с ростом расстояния между ними уменьшается, то потенциальная энергия тела $m$ с ростом расстояния тела $m$ от тела $M$ возрастает все медленнее и медленнее. Подсчет, которого мы здесь проводить не будем, показывает, что потенциальная энергия тела $m$ в поле тела $M$ зависит от расстояния между телами следующим образом:

$$U_{r_1} = \gamma m M \left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right], \tag{2.9}$$

где $r_0$ — начальное расстояние между телами $m$ и $M$, а $r_1$ — конечное расстояние между ними. Если тело $m$ удаляется на расстояние $r_1$, очень большое по сравнению с начальным расстоянием $r_0$, то $\frac{1}{r_0} \gg \frac{1}{r_1}$ и $\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \approx \frac{1}{r_0}$, откуда

$$U_\infty = \frac{\gamma m M}{r_0}. \tag{2.10}$$

Значит, если тело $m$ удалено на очень большое расстояние от тела $M$, то его потенциальная энергия зависит от того наименьшего расстояния $r_0$, на которое тело

$m$ может приблизиться к телу $M$. На рис. 23 приведен график зависимости $U_{r_1}$ от расстояния $r_1$ между $m$ и $M$.

Так как в механике всегда играет роль не сама величина потенциальной энергии, а ее изменение, то отсчитывать потенциальную энергию можно от любого,

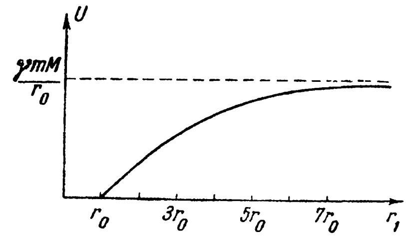


Рис. 23.

произвольно выбранного уровня. Если в качестве нулевого уровня мы примем значение потенциальной энергии при очень большом $r_1$, то значения потенциальной энергии при меньших $r$ будут лежать ниже этого нулевого уровня, т. е. будут отрицательными, и тогда

$$U = -\frac{\gamma m M}{r}. \tag{2.11}$$

Оказалось, что тем же соотношениям удовлетворяют и силы взаимодействия между электрическими зарядами и между «магнитными полюсами» (т. е. сближенными концами двух длинных магнитных стрелок). Однако в отличие от взаимного тяготения существуют электрические заряды и магнитные полюсы различных полярностей, и соответственно, помимо сил притяжения между электрическими зарядами разных знаков и магнитными полюсами разной полярности, существуют и силы отталкивания между электрическими зарядами одного знака и магнитными полюсами одинаковой полярности. Картину взаимодействия электрических зарядов и магнитных полюсов можно, так же как и картину взаимного тяготения тел, представить в виде сочетания двух эффектов: возникновения электрического поля под действием одного заряда (или магнитного поля под действием одного магнитного полюса) и возникновения силы, действующей на электрический заряд, помещенный в электрическое поле (или на магнитный полюс, помещенный в магнитное поле). При этом остаются справедливыми все те соображения, которые были приведены выше при рассмотрении картины взаимного тяготения тел. Нужно только учитывать существование как притяжения, так и отталкивания между зарядами и полюсами, чему соответствуют два противоположных направления электрического или магнитного полей, создаваемых зарядами или полюсами разной полярности.

В заключение остановимся на вопросе о скорости распространения полей, о которых идет речь. Представим себе, что электрический заряд, магнитный полюс или тяжелое тело начинают колебаться с определенной частотой. Так как напряженности создаваемого ими электрического, магнитного или гравитационного поля зависят от расстояния до заряда, полюса или тяжелого тела, то в каждой точке пространства с той же частотой начнут происходить колебания напряженностей полей. Время, в течение которого эти колебания дойдут до точки, где помещены другой заряд, полюс или тяжелое тело, зависит от скорости распространения соответствующего поля. Для электрического и магнитного полей, как было установлено экспериментально, эти скорости в вакууме совпадают со скоростью света. Для гравитационных полей такой эксперимент при современном уровне техники не может быть осуществлен (амплитуды колебаний гравитационного поля, которые практически могут быть созданы, оказываются столь малыми, что обнаружить их невозможно). Но так как возникновение колебаний гравитационного поля может служить сигналом, а с точки зрения теории относительности передача сигналов со скоростью, превышающей скорость света, невозможна, то скорость распространения гравитационных полей во всяком случае не должна превышать скорость света. Следовательно, теория тяготения должна учитывать конечную скорость распространения гравитационных полей. Это сделано в теории относительности. С точки зрения этой теории закон тяготения Ньютона является справедливым лишь приближенно, в тех случаях, когда изменения полей тяготения из-за перемещения тяготеющих масс происходят гораздо медленнее, чем распространяется само поле тяготения (т. е. когда тяготеющие массы не очень велики и перемещения их происходят не очень быстро).

## *§ 11. Законы движения*

При изучении законов движения мы ограничимся для простоты только такими случаями, в которых размеры и форма движущегося тела не играют существенной роли и их можно не учитывать при установлении основных свойств изучаемого движения. В таких случаях (они встречаются достаточно часто) рассмотрение законов движения существенно упрощается, и вместе с тем этого рассмотрения оказывается вполне достаточно для выяснения основного содержания законов движения. Обычно форма и размеры движущегося тела не играют существенной роли тогда, когда эти размеры малы по сравнению с некоторыми другими расстояниями, характеризующими поставленную задачу. Поскольку форма и размеры тела не играют роли, мы можем делать о размерах тела любые упрощающие предположения, в частности, считать эти размеры ничтожно малыми, т. е. рассматривать тело как материальную точку. Таким образом, когда мы в дальнейшем будем говорить о движении тел, мы всегда будем иметь в виду тела, законы движения которых можно найти, рассматривая эти тела как материальные точки. В соответствии с этим мы могли бы пользоваться терминологией, принятой в механике точки, и говорить не о движущемся теле, а о движущейся материальной точке.

Но дело в том, что хотя размеры и форма тел в наших задачах не будут существенно влиять на характер движения, однако само состояние движущегося тела и, в частности, его деформация играют принципиальную роль. Говорить же о деформации материальной точки, конечно, не имеет смысла. Поэтому мы и будем говорить о движении тел, а не материальных точек, но практически будем иметь дело только с такими случаями, когда при решении задачи о движении тела достаточно рассматривать движение только одной его точки.

При установлении законов движения прежде всего, как уже было указано, необходимо выяснить, как связаны между собой силы и сообщаемые ими ускорения. Связь между силой и ускорением устанавливается вторым законом движения Ньютона, который можно сформулировать следующим образом *): ускорение тела пропорционально действующей на тело силе и по направлению совпадает с направлением этой силы. Математически второй закон Ньютона можно записать так:

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\boldsymbol{F} \quad \text{или} \quad m\boldsymbol{j}=\boldsymbol{F}, \tag{2.12}$$

где $\boldsymbol{F}$ — действующая на тело сила, $\boldsymbol{j}$ — ускорение тела, а $m$ — его масса**). Две величины, входящие в математическую формулировку второго закона Ньютона, $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{j}$, мы уже умеем измерять. Что же касается массы, то хотя мы уже встретились с необходимостью измерять ее, но упомянули только кратко способы этого измерения.

Между тем физическое содержание всякого закона только тогда становится ясным, когда точно определены способы измерения всех физических величин, фигурирующих в математической формулировке этого закона.

Во всяком положении, которое мы формулируем, следует ясно различать, что в нем составляет определение, а что — утверждение. Утверждением является только то, что могло бы оказаться либо верным, т. е. согласующимся с опытными фактами, либо неверным, т. е. противоречащим опытным фактам. Определение же не может оказаться неверным в том смысле, как это сказано об утверждении. Конечно, и определение может

---

*) При формулировке законов движения мы иногда будем отступать от формулировок, данных самим Ньютоном, приспосабливая эти формулировки к ходу нашего изложения.

**) Здесь речь идет о массе, характеризующей инертные свойства тел, т. е. об инертной массе (в отличие от тяжелой массы, о которой шла речь в предыдущем параграфе).

оказаться нецелесообразным и даже непригодным вследствие того, что оно например, неоднозначно. Но вполне возможно, что два и более различных определения могут оказаться пригодными. Следовательно, утверждениями мы будем называть только те положения, которые нуждаются в опытной проверке. Правда, и определения, как указывалось, должны быть подвергнуты испытанию на опыте, но эти испытания имеют целью проверить только *целесообразность* или вообще пригодность определения. Поэтому-то и важно во всяком физическом положении различать, что является утверждением, а что — определением, ибо только утверждения являются *физическими законами*, поддающимися опытной проверке.

Посмотрим же, какие утверждения содержатся во втором законе движения (в том виде, как мы его сформулировали), т. е. в какой мере сформулированное нами положение является физическим законом. Когда мы говорим, что ускорение пропорционально силе, то для того, чтобы это положение являлось утверждением, должны существовать независимые методы измерения как ускорения, так и силы. Этими методами мы располагаем. Если при помощи линейки и часов мы измерим ускорение какого-либо тела в разных случаях, а при помощи калиброванной пружины измерим силы, действующие в соответствующих случаях, то мы убедимся на опыте, что измеренные ускорения пропорциональны соответствующим силам. Если бы мы не располагали независимыми методами измерения ускорения и силы, то никакого утверждения во втором законе Ньютона не содержалось бы. Действительно, только если мы умеем отдельно измерить $\boldsymbol{F}$ и отдельно $\boldsymbol{j}$, утверждение, что $\boldsymbol{j}$ пропорционально $\boldsymbol{F}$, представляет собой физический закон, поддающийся опытной проверке. Если бы мы не имели независимого метода измерения силы, то равенство $m\boldsymbol{j}=\boldsymbol{F}$ можно было рассматривать как определение силы, и то при условии, что мы располагаем независимым способом измерения массы. Так поступают иногда, принимая второй закон Ньютона за определение силы. Но тогда нужно признать, что этот закон перестает быть законом, так как не содержит никакого утверждения. Если же, воспользовавшись вторым законом Ньютона для определения силы, мы затем еще раз будем формулировать его как утверждение, то это будет чистая тавтология, ибо мы будем утверждать то, что раньше было принято за определение.

Вообще со всеми математическими соотношениями, встречающимися в физике (и других опытных науках), дело обстоит таким же образом. Всякое соотношение только тогда имеет характер утверждения, когда входящие в него величины каждая в отдельности могут быть независимым способом измерены. Тогда утверждение состоит в том, что результаты этих независимых измерений всегда будут находиться в известном соотношении между собой. Если же мы не имеем метода для измерения каких-либо величин, входящих в данное соотношение, то оно может содержать утверждения, касающиеся только тех физических величин, для которых существуют независимые способы измерения. Что же касается физических величин, для которых не установлены методы измерения, то данное соотношение можно рассматривать, в лучшем случае, как определение метода измерений этих величин, но отнюдь не как утверждение.

Мы будем рассматривать второй закон Ньютона в части, касающейся пропорциональности между силой и ускорением, как утверждение, как физический закон. Для этого мы и установили прежде всего метод измерения силы, независимый от закона Ньютона. Утверждение, содержащееся во втором законе, может быть проверено на опыте самыми разнообразными методами, — например, так. Представим себе тележку на рельсах (рис. 24), причем трение в осях тележки и трение качения колес по рельсам очень малы. К тележке прикреплена пружина — динамометр *Д*, а к концу пружины — нить с грузом *P*, перекинутая через блок. Пружина будет растянута

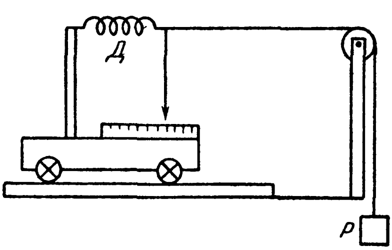


Рис. 24.

в большей или меньшей степени в зависимости от величины груза $P$. Сила, с которой действует пружина динамометра на тележку, однозначно определяется растяжением пружины. Никакие другие силы, кроме как со стороны пружины, в горизонтальном направлении на тележку не действуют (трением, а значит, и действием рельсов на тележку мы пренебрегаем).

Таким образом, силу, действующую на тележку, мы определяем непосредственно по показаниям динамометра *Д*. Подвешивая к концу нити разные грузы, измеряя ускорения, с которыми при разных грузах движется тележка, и сопоставляя их с показаниями динамометра, мы установим связь между силой и ускорением. В этом опыте тележке может быть сообщена лишь небольшая скорость, а измерения силы и ускорения производятся сравнительно грубо. Поэтому описанный опыт может служить только грубым подтверждением прямой пропорциональности между силой и ускорением и относится только к медленным движениям. Точные опыты при больших скоростях показали, что, когда скорость тела становится сравнимой со скоростью света, прямая пропорциональность между ускорением и силой нарушается. В чем выражается это нарушение прямой пропорциональности и что из него вытекает, будет рассмотрено позднее (§ 21).

Пока мы ограничимся только такими движениями, скорость которых мала по сравнению со скоростью света. При этом условии описываемый опыт (а также и гораздо более точные опыты) подтверждает, что ускорение тела пропорционально действующей силе. Производя опыты, мы сможем убедиться не только в том, что ускорение пропорционально действующей силе, но и в том, что оно по направлению совпадает с направлением силы. Точно так же, действуя на данное тело массы $m$ сразу несколькими силами, мы убедимся в том, что ускорение тела $\boldsymbol{j}$ пропорционально геометрической сумме действующих сил и совпадает по направлению с направлением этой результирующей силы. Таким образом, мы убедимся на опыте, что во всех случаях $\boldsymbol{j} = \sum \boldsymbol{F}$, где $\sum \boldsymbol{F}$ — геометрическая сумма действующих на тело сил.

Проверка второго закона Ньютона в той части, о которой идет речь, как мы видим, состоит в измерении отдельно силы (по растяжению пружины динамометра) и отдельно ускорения; наблюдаемая на опыте пропорциональность между результатами этих двух *независимых измерений* и подтверждает второй закон Ньютона.

Мы не будем устанавливать независимого способа измерения инертной массы *) и поэтому должны считать, что во втором законе содержится только одно утверждение — именно, что ускорение пропорционально силе, и одно определение — определение массы. Для измерения массы тела мы должны один раз *одновременно* измерить как действующую на него силу, так и сообщаемое этой силой ускорение. Отношение силы к ускорению и определяет массу данного тела. Когда масса тела определена таким образом, второй закон Ньютона уже можно целиком рассматривать как утверждение, которое состоит в том, что произведение массы данного тела на испытываемое им ускорение равно действующей на тело силе. Иначе говоря, после того, как масса данного тела определена по отношению какой-либо одной силы к сообщаемому ею ускорению, мы уже сможем на основании второго закона движения сказать, какое ускорение этому же телу сообщает какая-либо другая известная сила. Но мы еще ничего не можем сказать о том, какое ускорение сообщит данная сила какому-либо другому телу, так как для определения ускорения нам нужно знать еще и массу этого другого тела. Мы смогли бы ее определить, измерив один раз ускорение, сообщаемое этому новому телу какой-либо известной силой. Тогда нам был бы известен коэффициент пропорциональности, который должен быть подставлен во второй закон Ньютона при его применении к новому телу, т. е. была бы известна масса этого нового тела. После этого мы сможем определить то ускорение, которое сообщит данному телу любая известная нам сила. Таким образом, *для данного тела, измеряя силы, мы всегда можем определить ускорение тела, или, наоборот, измеряя ускорение тела, мы можем*

*) Методом взвешивания измеряют не инертную, а тяжелую массу.

*определить сумму действующих на него сил, если хотя бы один раз для этого тела мы произвели одновременно измерение и действующей силы и сообщаемого ускорения.* В этом и состоит содержание второго закона Ньютона, если идти по избранному нами пути, т. е. не устанавливать независимого (от второго закона Ньютона) способа измерения массы.

Определение массы, которое указано выше, устанавливает связь между единицами силы, массы и ускорения. Действительно, массой, равной единице, будет обладать такое тело, которому сила, равная единице, сообщает ускорение, также равное единице. Поэтому, если единицы ускорения и силы выбраны, то единица массы будет тем самым определена, т. е., произвольно выбрав единицу силы, мы тем самым установили бы вполне определенную единицу массы.

Однако в физике поступили наоборот: произвольно выбрали единицу массы и тем самым определили единицу силы. Такой путь предпочли потому, что хранить и воспроизводить эталон массы гораздо проще, чем эталон силы. В международной системе единиц СИ за единицу массы принята масса, которой обладает платиновая гиря, хранящаяся в Парижской палате мер и весов. Эта единица массы называется «килограмм». Поскольку единица массы выбрана, то тем самым определена и единица силы. В системе СИ, где за единицу длины принят 1 *м*, за единицу времени — 1 *сек*, а значит, единица ускорения есть 1 *м/сек*$^2$, за единицу силы мы должны принять такую силу, которая массе в 1 *кг* сообщает ускорение в 1 *м/сек*$^2$. Эта единица силы получила название «ньютон» (сокращенно *н*).

Мы рассматривали до сих пор только одну сторону вопроса — связь между силами, действующими на данное тело со стороны других тел, и ускорением, которое они сообщают данному телу. Но, как уже указывалось, силы, действующие со стороны одних тел на другие, всегда носят характер взаимодействий, т. е. если тело $A$ сообщает ускорение телу $B$, то и тело $B$ сообщает ускорение телу $A$; значит, если со стороны тела $A$ на тело $B$ действует сила, то и со стороны тела $B$ на тело $A$ также действует сила.

Третий закон Ньютона устанавливает количественную сторону этих взаимодействий. Этот закон сформулирован Ньютоном следующим образом *): «Действию всегда есть равное и противоположное противодействие; иначе: взаимодействия двух тел друг на друга между собой равны и направлены в противоположные стороны».

Мы уже убедились в справедливости этого утверждения на рассмотренных выше отдельных случаях взаимодействия: например, в случае взаимодействия двух частей деформированного упругого стержня и в случае взаимного тяготения двух тел.

Располагая методом измерения сил, мы можем это утверждение подвергнуть непосредственной опытной проверке и во всех других случаях взаимодействия. Пусть мы имеем два тела $A$ и $B$ одинаковой массы, взаимодействующих между собой (рис. 25), например, притягивающихся по закону всемирного тяготения, или заряженных разноименными электрическими зарядами, либо стянутых пружиной и т. д. Подвесим эти оба тела на нитях одинаковой длины к какой-либо жесткой неподвижной раме. Опыт покажет, что обе нити должны отклониться на одинаковый угол $\alpha$, чтобы тела $A$ и $B$ не имели ускорений. Но из равенства сил земного тяготения $P_A$ и $P_B$ и углов $\beta_A$ и $\beta_B$ следует, что силы $f_{AB}$ и $f_{BA}$, с которыми тела $A$ и $B$ притягиваются друг к другу, равны по величине и противоположны по направлению. Опыт всегда даст эти результаты независимо от природы взаимодействия тел $A$ и $B$

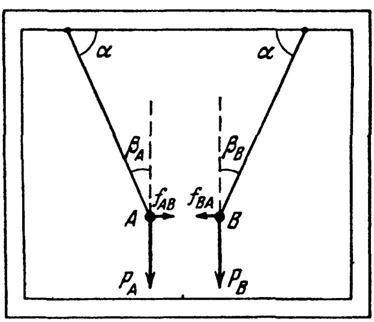

Рис. 25.

*) Все формулировки Ньютона взяты из русского перевода «Математических начал натуральной философии», выполненного акад. А. Н. Крыловым.

и их конфигурации *). Однако таким образом мы можем проверить непосредственно только то, что при взаимодействии *покоящихся* тел силы равны по величине и противоположны по направлению.

Но третий закон Ньютона утверждает, что силы взаимодействия между двумя телами всегда равны по величине и противоположны по направлению, независимо от того, покоятся или движутся эти тела. Чтобы проверить это утверждение, нужно уметь определять величину сил, действующих между ускоренно движущимися (поскольку действуют силы) телами. Для этого нужно привлечь на помощь второй закон Ньютона.

Так как по третьему закону Ньютона силы, действующие между двумя телами, равны по величине и направлены в противоположные стороны, то на основании второго закона Ньютона мы можем утверждать, что два тела сообщают друг другу ускорения, направленные в противоположные стороны и обратно пропорциональные их массам. Но для того, чтобы проверить на опыте это утверждение, нужно располагать методом измерения массы. Выше мы установили способ измерения масс на основании второго закона Ньютона: для измерения массы данного тела мы должны один раз измерить *одновременно* действующую на это тело силу и сообщаемое ею этому телу ускорение. Пользуясь этим способом, для проверки на опыте приведенного выше утверждения мы должны поступать так. Пусть у нас есть два тела $A$ и $B$. Действуя на эти тела какими-либо известными силами $F_A$ и $F_B$ и измеряя сообщаемые телам ускорения $j_A$ и $j_B$, мы найдем массы этих тел:

$$m_A = \frac{F_A}{j_A}, \qquad m_B = \frac{F_B}{j_B}. \tag{2.13}$$

Мы можем поступить и по-иному: заставим эти два тела $A$ и $B$ *каким угодно способом* взаимодействовать между собой и измерим сообщаемые ими друг другу

*) Это справедливо только для взаимодействий тел в отсутствие электромагнитного излучения. При его наличии третий закон Ньютона соблюдается только, если учтены силы взаимодействия между излучающими телами и излучаемым электромагнитным полем.

ускорения $j_{AB}$ и $j_{BA}$ (первое — ускорение тела $A$, сообщаемое ему телом $B$, второе — ускорение тела $B$, сообщаемое ему телом $A$). Если третий закон Ньютона верен и в любом случае силы взаимодействия равны по величине и противоположны по направлению, то для сил $F_A$ и $F_B$, с которыми тела действуют друг на друга, справедливо равенство $F_B = -F_A$ и, следовательно,

$$\frac{j_{AB}}{j_{BA}} = -\frac{m_B}{m_A}. \tag{2.14}$$

Соотношение (2.14) должно соблюдаться во всех случаях, независимо от характера взаимодействия. (Напомним, что это утверждение справедливо только в тех случаях, когда ускорение пропорционально силе, т. е. когда скорости тел малы по сравнению со скоростью света.) Это утверждение целиком может быть проверено на опыте, который его и подтверждает. Опыт этот состоит в том, что какие-либо два тела мы заставляем различными способами взаимодействовать между собой так, чтобы они сообщали друг другу ускорения. Тогда отношение обоих ускорений во всех случаях будет иметь одну и ту же величину. Таким образом, определяя массу из второго закона Ньютона, в двух законах Ньютона — втором и третьем — мы можем выделить следующие утверждения: 1) во втором законе — утверждение, что ускорение тела прямо пропорционально действующей на тело силе; остальная часть этого закона представляет собой не утверждение, а определение способа измерения массы (масса измеряется отношением силы, действующей на тело, к сообщаемому этой силой ускорению); 2) в третьем законе — утверждение (2.14), что ускорения, которые сообщают друг другу взаимодействующие тела, всегда обратно пропорциональны массам тел. Обычная формулировка третьего закона Ньютона («силы взаимодействия равны и противоположны по направлению») не является с этой точки зрения самостоятельным утверждением, а представляет собой комбинацию утверждения (2.14), содержащегося в третьем законе Ньютона, и определения массы, заимствованного из второго закона Ньютона.

Практически для измерения масс применяется упомянутый выше метод взвешивания. Для определения массы пользуются вторым законом Ньютона и применяют его к случаю притяжения тел Землей. По второму закону Ньютона $m_1 g_1 = P_1$, где $P_1$ — сила притяжения тела Землей, $m_1$ — масса тела, а $g_1$ — ускорение свободного падения. Для другого тела $m_2 g_2 = P_2$. Но, как показывает опыт, все тела в данном месте Земли падают с одинаковым ускорением $g$. Поэтому, если взвешивание $m_1$ и $m_2$ происходит в одном месте, то $g_1 = g_2$ и, значит, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{P_1}{P_2}$, т. е. массы тел пропорциональны силам, с которыми эти тела притягиваются Землей. Но мы уже знаем закон тяготения и, пользуясь им, можем определить, с какой силой должно притягиваться тело, тяжелая масса которого равна $m_g$, к Земле (масса которой равна $M_З$, а радиус $R_З$); для тел, находящихся у поверхности Земли, эта сила должна быть равна

$$F = \gamma \frac{m_g M_З}{R_З^2}. \tag{2.15}$$

Отсюда видно, что сила земного притяжения действительно должна быть пропорциональна массе притягиваемого Землей тела.

Однако здесь речь идет о массе, которая входит в закон тяготения («тяжелой массе» $m_g$), а вовсе не о массе, которая входит во второй закон Ньютона («инертной массе» $m_и$). И заранее нельзя утверждать, что обе эти массы для данного тела должны быть равны. Но опыт, который показывает, что все тела при свободном падении в данном месте имеют одинаковое ускорение, позволяет это утверждать: так как по второму закону Ньютона $F = m_и g$, то, как видно из сравнения с (2.15), $g$ для всех тел у поверхности Земли будет одинаковым только, если для всех тел $m_и = m_g$, т. е. инертная масса равна тяжелой. Этот опытный факт, установленный Ньютоном в результате измерения периодов качаний маятников (откуда может быть определена величина ускорения свободного падения), имеет большое принципиальное значение, которое станет ясным из дальнейшего.

Для определения способа измерения масс не обязательно пользоваться вторым законом Ньютона. Это определение может быть заимствовано из третьего закона Ньютона. (Конечно, при этом изменится и содержание утверждений, заключенных во втором и третьем законах.) Но, во всяком случае, оба закона Ньютона — второй и третий — нельзя одновременно рассматривать полностью как утверждения. Либо во втором, либо в третьем законе Ньютона должно содержаться определение способа измерения массы, ибо нельзя указать какого-либо независимого от них способа измерения инертной массы. Поэтому эти законы, наряду с известными утверждениями, непременно должны содержать в себе определение способа измерения инертной массы тел.

## § 12. *Происхождение деформаций*

Мы знаем уже, что при деформации твердых тел возникают силы, действующие как внутри тел со стороны одних частей на другие, так и между различными соприкасающимися телами. В случае деформаций, связанных с изменением объема, это справедливо также и для жидкостей и газов. Словом, во многих случаях причиной возникновения сил являются деформации. Но как возникают сами деформации? Обычно говорят, что *деформации есть результат действия сил.* После сказанного выше может показаться, что это утверждение вообще не имеет смысла, ибо мы ведь раньше утверждали, что *силы возникают в результате деформаций.* Однако, хотя первое утверждение имеет определенный смысл, его нельзя рассматривать как объяснение происхождения деформаций. Действительно, деформация — это изменение формы тела, *изменение взаимного расположения отдельных частей тела друг относительно друга, т. е. результат различных перемещений отдельных частей тела.* Объяснить происхождение деформаций — это значит объяснить происхождение тех движений, которые привели к изменению взаимного расположения отдельных частей тела.

Деформация есть результат определенного движения, и непосредственной причиной деформаций является движение, а не силы. Конечно, силы играют существенную роль в возникновении движений, а значит, и в появлении деформаций. Но они являются лишь косвенной причиной деформаций. Установить непосредственную связь между силами и деформациями не всегда возможно. Силы сами по себе еще не определяют деформаций, которые должны возникнуть. Зная силы, мы должны при помощи законов механики определить движения, которые возникнут под действием этих сил. Если эти силы таковы, что разные части тела совершают различные движения, то взаимное расположение различных частей тела изменится, т. е. возникнут деформации. Зная, как движутся различные части тела, мы можем определить деформации, которые в результате этих движений появятся.

Правда, в тех случаях, когда, несмотря на действие сил, движение тела, в конце концов, прекращается и деформации перестают изменяться, эти установившиеся (статические) деформации однозначно определяются действующими на тело силами. Но в общем случае, когда деформированное тело движется, деформации не определяются однозначно приложенными силами, поскольку одни и те же силы могут вызывать в разных случаях различные деформации тел.

Таким образом, *определение деформаций есть в общем случае задача, требующая изучения движения тел.* Нужно ставить вопрос, не какие силы, а *какие движения вызвали деформацию.* Поставив этот вопрос для ряда конкретных примеров, мы убедимся, что на так поставленный вопрос всегда может быть дан исчерпывающий ответ. Вместе с тем мы убедимся, что, не пользуясь законами движения, установить связь между силами и деформациями в общем случае невозможно.

В качестве простейшего примера рассмотрим две массы $m$ и $M$, между которыми находится недеформированная пружина $П$; коэффициент упругости ее $k$ нам известен (рис. 26). Будем считать, что масса пружины пренебрежимо мала по сравнению с массами $m$ и $M$. Пусть на массу $m$ начинает действовать сила $F$. Под действием этой силы масса $m$ приобретает ускорение влево, масса же $M$ в первый момент остается в покое, ибо на нее не действуют никакие силы. Следовательно, в начальный момент левый конец пружины начнет двигаться влево, а правый будет оставаться в покое, вследствие чего пружина начнет растягиваться. Вместе с деформацией пружины возникнет сила, действующая со стороны пружины на массу $M$ влево. Под действием этой силы масса $M$ также приобретает ускорение влево, однако сначала, пока растяжение пружины еще мало́, ускорение массы $M$ также будет мало́ и пружина будет продолжать растягиваться, левый ее конец будет двигаться быстрее правого. Вследствие этого сила, с которой действует пружина на массу $M$, а значит, и ускорение массы $M$ будут возрастать, ускорение массы $m$ будет уменьшаться *), и это будет продолжаться до тех пор, пока ускорение и скорость массы $M$ не станут равными ускорению и скорости массы $m$. Если это положение будет достигнуто, то, очевидно, дальнейшая деформация пружины прекратится, так как оба ее конца будут двигаться с одинаковой скоростью.

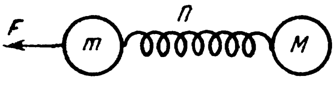


Рис. 26.

Однако для того чтобы достигнуть такого положения, нужны известные предосторожности. Дело в том, что в момент, когда ускорения масс $m$ и $M$ станут равными, их скорости еще не будут равны, так как ускорение массы $m$ до этого момента было все время больше ускорения массы $M$. Действительно, ведь сначала ускорение массы $m$ было равно $j_m = F/m$ и оно уменьшалось до некоторого конечного значения $j = F/(m+M)$, меньшего чем $j_m$; ускорение же массы $M$ возрастало от нуля до того же значения $j$. Поэтому, когда будет достигнуто общее для обоих тел ускорение $j$, скорость массы $m$ будет все еще больше скорости массы $M$ и растяжение пружины будет продолжаться. Вследствие этого ускорение массы $m$ будет продолжать уменьшаться, а массы

*) Вследствие того, что сила, действующая на массу $m$ со стороны пружины и направленная навстречу силе $F$, постепенно увеличивается с ростом растяжения пружины.

$M$ — увеличиваться. В момент, когда скорости сравняются, ускорение массы $m$ будет уже меньше, чем ускорение массы $M$, и масса $M$ начнет нагонять массу $m$. Отсюда ясно, что в системе, состоящей из масс $m$ и $M$, связанных пружиной $П$, возникнут продольные колебания. Такие колебания неизбежно возникнут всякий раз, когда сила $F$ начинает действовать сразу и «мгновенно» (практически очень быстро) достигает своего конечного значения. Если же сила возрастает плавно и лишь постепенно достигает своей конечной величины, так что ее изменения можно считать медленными по сравнению с периодом колебаний, которые возникают в системе масс и пружины, то амплитуда возникающих колебаний будет очень мала. Кроме того, эти возникшие вначале колебания будут затухать вследствие того, что часть энергии колебаний будет превращаться в тепло (так как во всякой механической системе действуют силы трения, например сопротивление воздуха). Поэтому возникшие вместе с появлением силы $F$ колебания масс $m$ и $M$ через некоторое время должны прекратиться. Это значит, что при постоянном значении силы $F$ установится неизменная деформация пружины.

Чтобы подсчитать эту конечную, установившуюся деформацию пружины, нужно воспользоваться уравнениями движения. Прежде всего при помощи второго закона Ньютона, принимая во внимание действующие силы, найдем конечное ускорение обеих масс. Если растяжение пружины равно $x$, то сила, действующая со стороны пружины на каждую массу, по величине равна $kx$, следовательно, ускорение массы $m$ определяется уравнением

$$mj_m = F - kx \tag{2.16}$$

и соответственно ускорение массы $M$ — уравнением

$$Mj_M = kx. \tag{2.17}$$

Так как конечное ускорение обеих масс одинаково, то

$$j_m = j_M = j,$$

и при этом условии из уравнений (2.16) и (2.17) мы можем определить как $j$, так и $x$. Именно,

$$j=\frac{F}{m+M}, \quad x=\frac{M}{m+M}\frac{F}{k}. \tag{2.18}$$

Мы видим, что растяжение $x$ пружины существенно зависит не только от упругих свойств пружины и величины приложенной силы, но и от величин масс $m$ и $M$. Лишь в предельном случае, когда масса $M$ гораздо больше массы $m$, растяжение пружины окажется равным статическому растяжению $x_0=F/k$, т. е. тому растяжению, которое получилось бы, если правый конец пружины был бы жестко закреплен. Во всех же других случаях растяжение зависит от соотношения масс и не может быть найдено только из величины приложенной силы. В частности, когда масса $m$ гораздо больше массы $M$, растяжение пружины близко к нулю, независимо от величины приложенной силы. При различных соотношениях масс получаются все промежуточные значения растяжений — между растяжением, равным нулю, и растяжением, равным статическому. Следовательно, нельзя дать однозначного ответа на вопрос о том, как растяжение пружины зависит от приложенной силы, пока мы не рассмотрим движения, вызванные этой силой.

Ставить вопрос о том, присутствие каких сил вызвало наблюдаемую деформацию пружины, так же уместно (вернее, так же неуместно), как и ставить вопрос о том, отсутствие каких сил является причиной деформации пружины. Действительно, если бы в рассмотренном примере одновременно с силой $F$, направленной влево и действующей на массу $m$, появилась бы сила $F'$, действующая на массу $M$ в ту же сторону и равная $\frac{M}{m}F$, то обе массы двигались бы все время с одинаковым ускорением и деформация пружины вообще не возникла бы. Поэтому одинаково основательны (вернее, одинаково неосновательны) были бы либо утверждение, что причина деформации пружины — наличие силы $F$, либо, что причина деформации — отсутствие силы $F'$. Именно потому, что сила непосредственно не вызывает деформации, на вопрос о том, какая сила является причиной деформации, вообще говоря, нельзя дать определенного ответа.

В рассмотренном примере мы для упрощения не принимали во внимание, с одной стороны, массы пружины, а с другой стороны, упругих деформаций обоих тел $m$ и $M$. Так часто поступают в механике, полагая, что масса и упругость сосредоточены в разных местах и одна часть тел обладает только массой и не может деформироваться, а другая часть может деформироваться и обладает известной упругостью, но не обладает массой.

Рассмотрим теперь деформации не только пружины, но и самих ускоряемых тел, возникающие при их движении. Для упрощения рассмотрим движение и деформацию только массы $M$, для чего положим, что масса $m$ гораздо меньше массы $M$, т. е. будем считать, что сила $F$ действует непосредственно на тот конец пружины, к которому в предыдущем случае была прикреплена масса $m$. Другой конец пружины прикреплен к телу массы $M$. Деформации этого тела, возникающие, когда на левый конец пружины действует сила $F$, мы и рассмотрим, положив для простоты, что тело имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Чтобы не усложнять картины, мы не будем учитывать уменьшения и увеличения поперечных размеров тела, происходящие соответственно при растяжении и сжатии тела, и будем, как в случае однородно деформированного стержня, считать, что сила, с которой действует растянутая пружина, распределена равномерно по всему левому основанию параллелепипеда (рис. 27).

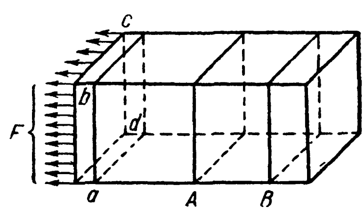

Рис. 27.

Распределенная равномерно по торцовой поверхности параллелепипеда сила, с которой действует пружина, может непосредственно сообщать ускорение влево только точкам, прилегающим к этому основанию параллелепипеда, т. е. тонкому слою $abcd$. Когда сила $F$ начала действовать, этот слой получил ускорение влево, а все остальные точки параллелепипеда в начале движения оставались в покое, так как на них не действуют никакие силы. Вследствие этого параллелепипед станет деформироваться (растягиваться), и появятся упругие силы, действующие со стороны одних слоев на другие и сообщающие им соответствующие ускорения влево. Очевидно, что деформация тела перестанет возрастать только после того, как ускорение всех слоев станет одинаковым, а для этого, как мы сейчас увидим, деформация различных слоев должна быть различной, т. е. неоднородной. Действительно, рассмотрим два сечения $A$ и $B$ параллелепипеда (рис. 27). Через сечение $A$ влево должна действовать упругая сила, сообщающая ускорение $j$ части массы параллелепипеда, находящейся справа от сечения $A$, а через сечение $B$ должна действовать влево упругая сила, сообщающая то же ускорение $j$ части массы параллелепипеда, находящейся вправо от сечения $B$, т. е. меньшей. Следовательно, упругая сила, действующая через сечение $B$, должна быть меньше, чем сила, действующая через сечение $A$, а значит, соответственно и растяжение в сечении $B$ должно быть меньше, чем в сечении $A$. И чем дальше вправо лежит сечение, тем меньше деформация тела. Словом, в параллелепипеде возникает неоднородная деформация растяжения, наибольшая по величине у того конца параллелепипеда, на который действует внешняя сила, и уменьшающаяся до нуля к свободному концу параллелепипеда.

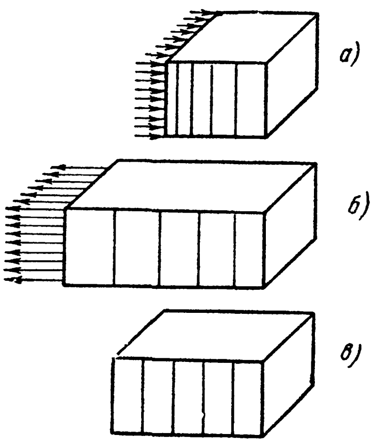

Рис. 28.

Если внешняя сила направлена внутрь параллелепипеда (рис. 28, *а*), т. е. давит на его торцевую поверхность (и, как прежде, распределена по этой поверхности равномерно), то, повторяя те же рассуждения, что и для предыдущего случая, легко убедиться в том, что в случае силы, которая давит на параллелепипед, в нем возникает неоднородная деформация сжатия, наибольшая на том конце параллелепипеда, на который действует внешняя сила, и убывающая до нуля на свободном конце параллелепипеда. Если, так же как мы это делали при описании однородной деформации упругого стержня (§ 9), на поверхность параллелепипеда нанести на равном расстоянии параллельные линии, то на неоднородно сжатом параллелепипеде они расположатся так, как на рис. 28, *а*, а на неоднородно растянутом — так, как на рис. 28, *б*.

Приближенно найти характер распределения деформации после того, как она установилась, можно при помощи следующих соображений. Разделим мысленно весь параллелепипед на одинаковые слои. На каждый слой будут действовать упругие силы со стороны двух соседних слоев справа и слева. Эти силы не должны быть равны (так как иначе слой не мог бы иметь ускорения), а должны давать равнодействующую $\Delta m_i j$, где $\Delta m_i$ — масса $i$-го слоя, а $j$ — ускорение, одинаковое для всех слоев. Вследствие неоднородной деформации параллелепипеда при одинаковой толщине слоев массы их не точно одинаковы. Однако если считать деформации малыми и пренебречь неодинаковой плотностью слоев, то можно считать все массы равными. Тогда прибавление одного слоя увеличивает массу рассматриваемой части параллелепипеда на одну и ту же величину. Значит, действующая на эту часть параллелепипеда сила также должна изменяться на одну и ту же величину, т. е. деформация должна изменяться при переходе от слоя к слою по линейному закону.

Мы уже рассматривали выше (§ 9) неоднородную деформацию стержня, в котором величина деформации распределена по линейному закону. Но тогда мы ничего не могли сказать о том, при каких условиях такая деформация возникает. Сейчас мы можем не только ответить на этот вопрос, но и уточнить количественные характеристики этой деформации.

Итак, всякий раз, когда тело испытывает ускорение под действием сил, возникающих при непосредственном соприкосновении, это тело должно быть деформировано. Если же тело получает ускорение в результате действия только сил тяготения, то оно не испытывает деформаций, поскольку силы тяготения сообщают всем элементам тела одинаковое ускорение (это условие соблюдается только при известных ограничениях, которые будут рассмотрены в § 26). Получая одинаковое ускорение, все точки тела движутся одинаково, и поэтому деформации не возникают. В простейшем случае силы инерции также сообщают всем точкам тела одинаковое ускорение, и поэтому ускоряемое ими тело оказывается недеформированным. Во всех же других случаях, кроме этих двух, и, в частности, в тех случаях, когда тело испытывает ускорение под действием сил, возникающих в результате непосредственного соприкосновения с другими телами, само ускоряемое тело непременно должно быть деформировано. Это ясно видно из того, что внешние силы, действующие со стороны других тел, могут сообщать ускорения только тем элементам ускоряемого тела, с которыми эти другие тела непосредственно соприкасаются. Все остальные элементы ускоряемого тела могут приобрести ускорение только за счет упругих сил, действующих внутри самого тела со стороны одних его элементов на другие, а для этого тело должно быть деформировано.

Возникновение такой деформации с точки зрения законов Ньютона необходимо. Действительно, пусть, например, со стороны тела $A$ на тело $B$ при непосредственном соприкосновении действует упругая сила (для чего тело $A$ должно быть деформировано). По третьему закону Ньютона со стороны тела $B$ на тело $A$ также должна действовать сила, равная по величине и противоположная по направлению силе, действующей на тело $B$. Но для возникновения силы, действующей со стороны тела $B$ на тело $A$, необходимо, чтобы тело $B$ тоже было деформировано. Только тогда возникнет та сила, которая должна действовать со стороны ускоряемого тела $B$ на ускоряющее тело $A$ и которую Ньютон, формулируя свой третий закон, назвал противодействием.

Конечно, это рассуждение не дает права утверждать, что противодействие должно быть равно действию, т. е.

что третий закон Ньютона верен. Правильность третьего закона Ньютона может быть подтверждена только опытом.

При непосредственном соприкосновении взаимодействующих тел «действие» и «противодействие» всегда возникают одновременно и представляют собой силы совершенно одинаковой природы. Если при этом возникают упругие силы, то ими являются как «действие» (со стороны ускоряющего тела на ускоряемое), так и «противодействие» (со стороны ускоряемого тела на ускоряющее). Если при этом возникают силы трения, то ими являются как «действие», так и «противодействие»: при скольжении двух соприкасающихся поверхностей эти силы действуют как со стороны первой поверхности на вторую, так и со стороны второй поверхности на первую.

Никакого принципиального различия между силами действующей и противодействующей нет, и различать эти две силы можно только условно, после того как мы разделим тела на «ускоряющее» и «ускоряемое». В действительности мы имеем тела взаимодействующие (а не «ускоряющее» и «ускоряемое»), которые сообщают ускорения друг другу, и поэтому разделение сил на «действие» и «противодействие» всегда в известной мере условно.

Нередко такое разделение вообще невозможно. Например, какую силу назвать «действием», а какую — «противодействием» в случае соударения двух одинаковых шаров? Но даже тогда, когда разделение на действие и противодействие имеет известный смысл, нужно помнить, что оно условно и никакого различия в природе тех сил, из которых мы одну назвали «действием», а другую — «противодействием», не существует.

Все сказанное справедливо в полной мере не только для сил, возникающих при непосредственном соприкосновении, но и для сил, действующих «на расстоянии», например сил тяготения. Как мы убедились из рассмотрения закона тяготения, эти силы суть силы взаимодействия, и природа обеих сил — «действия» и «противодействия», — конечно, одна и та же. Разделение сил тяготения на «действие» и «противодействие» еще более условно, чем в случае упругих сил, и часто не имеет вообще никакого смысла. Если, например, еще имеет известный смысл назвать «действием» силу, с которой неподвижный шар притягивает к себе подвижный, и «противодействием» обратную силу в описанном выше (§ 10) опыте Кэвендиша, то какую силу назвать «действием», а какую «противодействием» во взаимном притяжении Земли и Луны?

Во всяком случае, когда это разделение и возможно, то оно будет полезно, только если мы будем твердо помнить, что оно условно и что никакого различия в природе сил «действия» и «противодействия» нет.

В качестве другого примера, поясняющего возникновение деформации тел, движущихся с ускорением под действием сил, возникающих при непосредственном соприкосновении, мы рассмотрим вращение тела массы $m$ с постоянной угловой скоростью вокруг оси $O$ (рис. 29). Для того чтобы такое движение могло установиться, необходимо, как известно, чтобы на тело $m$ действовала сила, постоянная по величине и направленная все время от тела $m$ к оси вращения $O$. Этого можно достичь, прикрепив, например, тело $m$ к оси при помощи нити или пружины. При вращении тела $m$ мы обнаружим, что нить растянута и тем больше, чем больше масса $m$. Кроме того, растяжение нити будет тем больше, чем больше угловая скорость вращения $\omega$.

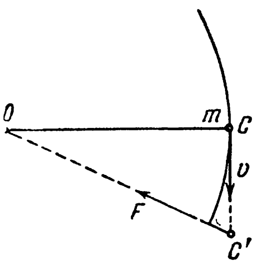

Рис. 29.

Как же возникла деформация нити? Опять, для того чтобы объяснить ее происхождение, мы должны рассмотреть те движения, которые привели к появлению деформации. Один из способов заставить тело $m$ вращаться вокруг оси $O$ с постоянной угловой скоростью заключается в следующем: поместив тело в точке $C$, толкнем его так, чтобы оно приобрело скорость $v$ в направлении, касательном к окружности, имеющей центр в точке $O$. Хотя телу $m$ сообщена начальная скорость, но в самом начале движения конфигурация всех тел еще не успеет заметно измениться, и можно считать, что при этом на тело не действуют никакие силы, т. е. оно движется прямолинейно и равномерно, вследствие чего расстояние между телом $m$ и осью $O$ возрастет (это ясно видно, если сравнить два положения тела — в точке $C$ и в точке $C'$) и нить растянется. Возникнет сила $F$, действующая на тело $m$ в направлении оси $O$ и сообщающая ему некоторое ускорение в этом направлении. Под действием силы $F$ тело будет двигаться уже не прямолинейно, а по некоторой криволинейной траектории. Однако вначале, пока нить мало растянута и сила $F$ мала, эта криволинейная траектория будет иметь радиус кривизны больший, чем радиус окружности, по которой, в конце концов, будет вращаться тело $m$. Поэтому удлинение нити будет продолжаться и прекратится лишь тогда, когда тело начнет двигаться по окружности радиуса $R$, несколько большего, чем $OC$; для этого тело $m$ должно испытывать центростремительное ускорение, равное $mv^2/R$. Следовательно, удлинение нити прекратится после того, как она растянется настолько, что сила $F$ достигнет величины $mv^2/R$.

Таким образом, растяжение пружины возникает вследствие наличия у тела $m$ начальной скорости $v$, нормальной к радиусу $OC$. Без составляющей начальной скорости в направлении, касательном к траектории движения тела $m$, т. е. к окружности радиуса $R$, вращение по этой окружности вообще не могло бы возникнуть; но как раз составляющая начальной скорости, нормальная к радиусу $OC$, приводит к тому, что расстояние между телом $m$ и осью $O$ начинает увеличиваться и, значит, нить оказывается растянутой *).

Таким образом, и в этом случае происхождение деформации становится очевидным только после рассмотрения тех движений, которые предшествовали наблюдаемой деформации и к ней привели. Правда, мы рассмотрели один из самых простых случаев возникновения равномерного вращения по окружности. Но и в более сложных случаях принципиально все будет происходить

*) Мы здесь несколько упрощаем задачу, не принимая во внимание колебаний, подобных тем, о которых мы говорили при рассмотрении случая, изображенного на рис. 26.

совершенно так же. И во всех этих случаях вместе с растяжением нити (ускоряющего тела) возникает деформация вращающегося (ускоряемого) тела. Происхождение этой деформации объясняется так же, как и в предшествующем случае. Для упрощения мы опять будем полагать, что вращающееся тело массы $m$ имеет форму прямоугольного параллелепипеда и что сила, действующая на тело со стороны нити, распределена равномерно по всей торцевой поверхности параллелепипеда, к которой прикреплена нить (рис. 30). Непосредственно нить сообщает ускорение только тому слою тела $m$, на который она действует. Все же остальные слои тела могут получить центростремительное ускорение, необходимое для вращения по окружности данного радиуса, только после того, как в теле возникнет деформация и со стороны одних слоев тела на другие начнут действовать упругие силы. Эта деформация тела $m$, по своему характеру близкая к деформации, изображенной на рис. 28, *б*, и является причиной того, что тело $m$ действует на нить с той силой, которая должна существовать по третьему закону Ньютона. Как и в предыдущем случае, природа обеих возникших сил одна и та же: нить действует с известной силой на массу $m$ потому, что нить деформирована, а масса $m$ действует на нить с силой, обусловленной тем, что масса $m$ деформирована. Силу, действующую со стороны нити на тело $m$, т. е. на ускоряемое тело, можно назвать «действием», а силу, действующую со стороны тела $m$ на нить, т. е. со стороны ускоряемого тела на ускоряющее, — «противодействием». Кроме того, первая сила направлена к центру, а вторая — от центра, и это дает повод назвать первую из них «центростремительной», а вторую — «центробежной».

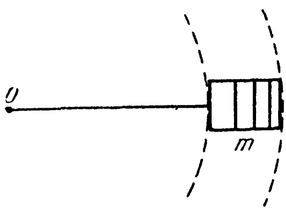

Рис. 30.

Против этих названий можно, однако, сделать ряд возражений: прежде всего, строго говоря, эти названия не нужны. Для того чтобы было ясно, о каких силах идет речь, достаточно назвать тело, со стороны которого сила действует, и тело, на которое сила действует. В нашем примере сила, действующая со стороны нити на тело, — это «центростремительная», а действующая со стороны тела на нить — «центробежная». Во-вторых, эти названия создают такое впечатление, словно это — какие-то новые силы, специфичные для вращательного движения. Между тем такое представление было бы глубоко ошибочным. Никаких новых специфических сил здесь нет. «Центростремительная» и «центробежная» силы — это «обычные» (в нашем примере упругие) силы, с которыми мы все время имеем дело и которые представляют собой действия одних тел на другие. Каковы бы ни были движения, если они привели к определенным деформациям, то возникнут вполне определенные силы, зависящие от этих деформаций и однозначно определяемые ими. *«Центростремительная» сила действует со стороны нити на тело не потому, что тело вращается, а потому, что нить натянута. Точно так же «центробежная» сила действует со стороны тела на нить не потому, что тело вращается, а потому, что оно растянуто.*

Если бы тело $m$ не вращалось, но и тело и нить в месте прикрепления нити к телу были бы деформированы так же, как при вращении (что может иметь место, например, в случае, изображенном на рис. 28, *б*), то они действовали бы друг на друга с такими же силами, как и при вращении; но эти силы мы бы не назвали центростремительной и центробежной.

Все сказанное особенно отчетливо выступает при рассмотрении движения небесных тел. Например, при рассмотрении вращения Луны вокруг Земли, когда нужно учитывать только две силы — притяжения Земли к Луне и Луны к Земле (других сил, кроме этих двух, в рассматриваемом случае можно не учитывать), можно одну из этих сил — действующую со стороны Земли на Луну — назвать центростремительной, так как она направлена внутрь орбиты Луны, а другую — действующую со стороны Луны на Землю — центробежной, так как она направлена «наружу». (Правда, все это остается наглядным только, пока мы не учитываем, что Луна и Земля вращаются вокруг их общего центра тяжести, который не совпадает с центром Земли, хотя и расположен внутри земного шара.) Но, например, совсем невозможно разделить силы тяготения на центростремительную и центробежную в случае двойных звезд, имеющих одинаковую массу и вращающихся вокруг их общего центра тяжести, находящегося на одинаковом расстоянии от обеих звезд. Совершенно ясно, что обе силы, действующие со стороны одной звезды на другую, ничем не отличаются друг от друга; они обе направлены внутрь траектории, описываемой двумя звездами, обе являются силами всемирного тяготения, которые действуют вовсе не потому, что тела вращаются, и независимо от того, что они вращаются. Величина этих сил однозначно определяется законом тяготения, т. е. взаимным расположением звезд, и никак не зависит от их скоростей и ускорений и вообще от того, что они движутся.

Проследим за дальнейшим изменением деформаций, возникающих при ускорении тел в результате непосредственного их соприкосновения. Порожденные этими деформациями силы всегда направлены так, что они противодействуют дальнейшему росту упругих деформаций. И если упругие силы окажутся достаточными для того, чтобы всем частям тела сообщать одинаковые ускорения, то дальнейший рост деформаций прекращается и наблюдаются установившиеся деформации.

Однако не всегда мы будем наблюдать такую картину. Если свойства тел таковы, что возникающие при деформации упругие силы недостаточны для того, чтобы прекратить дальнейший рост деформаций, то деформации будут возрастать и могут достигнуть столь больших значений, что связь между отдельными частями тела нарушится и наступит разрушение тела (разрыв, излом и т. д.). Всякое такое разрушение тела есть результат того, что расстояние между соседними частицами тела чрезмерно возросло, и поэтому связь между этими частицами нарушилась. Следовательно, разрушение тел есть результат чрезмерных деформаций (слишком большого удлинения, изгиба и т. п.), и объяснять происхождение разрушений нужно так же, как мы объяснили происхождение деформаций. Непосредственной причиной разрушения тел являются не силы, а движения. Объяснить, почему произошло разрушение, — это значит проследить за теми движениями, в результате которых возникли чрезмерные деформации и как следствие их — разрушение. Для пояснения этой картины разрушения тел при движении мы воспользуемся примером, аналогичным рассмотренному выше.

Мы рассмотрим, как происходит разрыв маховика, когда его скорость превзошла некоторый допустимый предел. Пусть сначала маховик покоится (рис. 31), а затем вал, на который он насажен, получает некоторое постоянное угловое ускорение. В первый момент вал, а вместе с тем и основания спиц начнут вращаться, между тем как обод маховика еще будет находиться в покое,

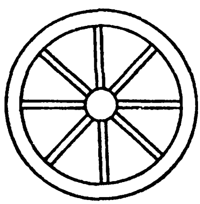

Рис. 31.

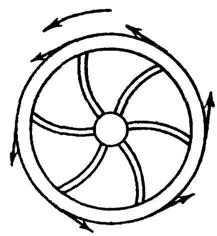

Рис. 32.

так как сначала на него не действовали никакие силы. Вследствие этого спицы немного изогнутся (в преувеличенном виде эта картина изображена на рис. 32) и возникнут силы, которые сообщат соответствующим участкам обода тангенциальные ускорения (ясно, что изогнутые, но не растянутые спицы могут сообщить только тангенциальные ускорения). В результате тангенциальных ускорений появятся скорости, направленные нормально к радиусу, и возникнут соответствующие смещения всех точек обода. Так как отдельные точки обода будут сначала смещаться в направлениях, касательных к окружности недеформированного обода (эти направления на рис. 32 указаны стрелками), то это приведет к тому, что обод растянется — его диаметр несколько возрастет. В деформированном (растянутом) маховике появятся упругие силы: на каждый участок обода будут действовать упругие силы $f_1$ и $f_2$ со стороны соседних участков обода и упругая сила $f_3$ со стороны спицы, связанной с этим участком обода (рис. 33). Все эти силы дадут результирующую, направленную к центру, и сообщат участку обода некоторое центростремительное ускорение. Если бы это ускорение достигло величины $v^2/r$, где $v$ — линейная скорость точек обода и $r$ — его радиус, то движение каждой точки обода происходило бы по окружности и дальнейшая деформация обода прекратилась бы (если бы в дальнейшем скорость $v$ не возрастала).

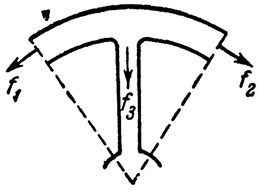

Рис. 33.

Но вал вращается с ускорением, спицы все время изогнуты и сообщают тангенциальное ускорение ободу. Поэтому вместе с угловой скоростью вала возрастает и линейная скорость точек обода. Испытываемое частями обода центростремительное ускорение оказывается недостаточным для того, чтобы заставить части обода двигаться по окружности. Радиус кривизны траекторий отдельных частей обода, например точки $a$, будет больше радиуса кривизны соответствующей окружности, и поэтому части обода будут продолжать удаляться от центра. Точка $a$ перейдет в точку $a'$ (рис. 34). Обод будет продолжать деформироваться все время, пока будет возрастать угловая скорость маховика. И если она превзойдет величину, которой соответствует предельная допустимая деформация обода и спиц, то связь между отдельными частицами металла, из которого сделаны обод и спицы, будет нарушена и маховик разрушится: отдельные его части полетят прямолинейно с той скоростью, которую они имели в момент разрыва, т. е. полетят по касательным к тем окружностям, которые описывала каждая часть маховика.

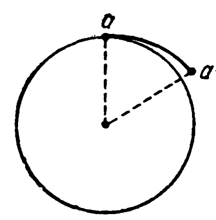

Рис. 34.

Таким образом, в маховике, угловая скорость которого все время возрастает, траекториями отдельных точек маховика являются не окружности, а спирали. Шаг этих спиралей зависит, с одной стороны, от того, как быстро возрастает угловая скорость маховика, а с другой, — от упругих свойств маховика. Для маховика правильно выбранной формы и сделанного из стали при не очень большом угловом ускорении шаг этих спиралей очень мал, но все же это — спирали, и поэтому расстояние всех точек маховика от оси вращения с увеличением угловой скорости все время возрастает, маховик все сильнее и сильнее растягивается. Когда деформация маховика превзойдет допустимые пределы, связь между его частями нарушится, упругие силы между отдельными частями перестанут действовать и траектории отдельных частей маховика *превратятся из спиралей в прямые*. Траектории частей разорвавшегося, в конце концов, маховика можно грубо изобразить так, как это сделано на рис. 35.

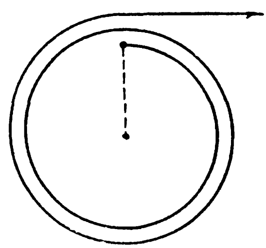

Рис. 35.

Итак, мы видим, что объяснение происхождения разрыва должно быть основано на рассмотрении возникающих при движении деформаций. Если деформация превзошла допустимые пределы и поэтому связь между соседними частицами тела нарушилась, то произойдет разрыв. Правда, практически прочность материала обычно характеризуют не наибольшими допустимыми деформациями, а наибольшими допустимыми напряжениями. Напряжения в материале, как мы знаем (§ 9), однозначно связаны с деформациями. И если модуль упругости материала нам известен, то мы можем перейти от напряжений к деформациям. Однако это справедливо только, пока деформации не превзошли предела пропорциональности. При больших деформациях, далеко превосходящих предел пропорциональности, такой переход от напряжений к деформациям неудобен. Поэтому, а также и по другим причинам, которые частично будут выяснены дальше, оказалось, что можно — и в большинстве случаев удобно — прочность материала характеризовать не наибольшими допустимыми деформациями, а наибольшими допустимыми напряжениями, т. е. наибольшими силами, приложенными известным образом. С такой постановкой вопроса о прочности материала теснейшим образом связана и широко распространенная в механике постановка вопроса о происхождении деформаций и разрушений.

## § 13. *Силы и деформации*

Случаи, когда легко может быть установлена связь непосредственно между силой и деформацией и когда уместно ставить вопрос, какие силы вызвали деформацию, — это прежде всего случаи статических деформаций. Конечно, как и всякая деформация, статическая деформация есть результат различных перемещений отдельных частей деформирующегося тела. Для того чтобы дать исчерпывающее объяснение происхождения деформации, нужно было бы, строго говоря, и в этом случае описать и объяснить те движения, которые привели к наблюдаемой деформации. Однако в простейших случаях статических деформаций эти движения часто бывают столь очевидны, что их описание и объяснение становятся излишними, и для объяснения происхождения деформаций можно удовлетвориться указанием сил, которые были причиной движений, приведших к деформациям. Рассмотрим, например, пружину, на концы которой, т. е. на точки $a$ и $b$ (рис. 36) действуют две равные по величине, но противоположные по направлению силы $f_1$ и $f_2$. Будем считать, что силы $f_1$ и $f_2$ начинают действовать не сразу, а постепенно и очень медленно возрастают до некоторого постоянного значения $f$, все время оставаясь равными по величине. Величина конечного растяжения пружины, т. е. величина статической деформации, определится из условия, что соответствующая этому растяжению упругая сила должна быть равна $f$ *). В этом случае характер движения концов пру-

*) Если бы требование медленности возрастания сил $f_1$ и $f_2$ не было соблюдено, то в пружине возникли бы колебания, подобные тем, с которыми мы уже сталкивались. Но после того как эти колебания затухнут, в пружине останется статическая деформация, определяемая из того же самого условия.

жины столь очевиден, что уместно опустить описание этих движений и прямо сказать, что растяжение пружины обусловлено действием сил $f_1$ и $f_2$. Можно считать, что происхождение деформации полностью объяснено, если указаны две равные по величине и противоположные по направлению силы, действующие на концы пружины (или вообще упругого тела). И в других случаях статических деформаций при объяснении происхождения деформаций можно ограничиться указанием сил, действующих на концы деформированной пружины. Это упрощенная схема рассуждений в случае статических деформаций достаточно хорошо передает существо дела. Нужно лишь правильно и последовательно эту схему применять. Иначе даже в простейших случаях она не будет способна правильно объяснить происхождение деформаций.

Рис. 36.

Рассмотрим, например, такой случай. На пружине, которая прикреплена к установленной на столе опоре, неподвижно висит тело массы $m$ (рис. 37). Пружина при этом, конечно, будет растянута. Как же объяснить происхождение деформации пружины, не описывая всех движений, которые к этой деформации привели, а пользуясь упрощенной схемой рассмотрения, т. е. прямо отвечая на вопрос, какие силы вызвали деформацию?

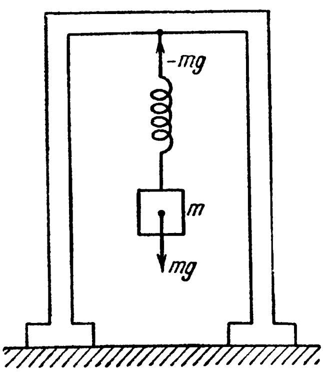

Рис. 37.

Еще ничего не зная о происхождении силы, действующей на нижний конец пружины, мы можем на основании третьего закона Ньютона утверждать, что такая сила должна существовать. Действительно, для того чтобы масса $m$ покоилась, на нее, кроме силы притяжения Земли $mg$, должна действовать сила натяжения пружины, также равная $mg$. Но если пружина с силой

$mg$ действует на массу $m$, то по третьему закону Ньютона масса $m$ должна с такой же силой действовать на пружину. Это и есть сила, действующая на нижний конец пружины и вызывающая ее растяжение. Однако третий закон Ньютона утверждает лишь, что эта сила должна существовать, но не объясняет ее происхождения. Для того чтобы объяснить происхождение силы, действующей со стороны тела $m$ на нижний конец пружины, нужно показать, что тело $m$ соответствующим образом деформировано. Как и прежде, будем полагать, что тело $m$ представляет собой удлиненный прямоугольный параллелепипед (рис. 38) и что пружина прикреплена к торцевой поверхности параллелепипеда так, что сила $f_2$, с которой действует пружина на тело $m$, распределена равномерно по этой поверхности. Тело $m$ должно быть деформировано, так как сила $f_2$ действует только на самый верхний его слой, а сила земного тяготения действует на все слои тела. Для того чтобы все слои тела покоились, сила тяготения Земли, действующая на данный слой тела, должна быть уравновешена упругой силой, действующей на данный слой со стороны соседних. Так как сила тяготения Земли, действующая на каждый слой, направлена вниз, то сумма сил, действующих на каждый слой со стороны соседних, должна быть направлена вверх. Эти силы, действующие на каждый слой тела со стороны соседних, могут возникнуть только в случае, если тело деформировано, и притом неоднородно (при однородной деформации сумма сил, действующих на любой слой тела, как мы видели, равна нулю).

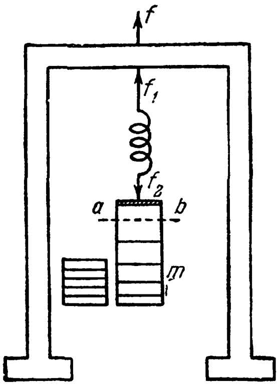

Рис. 38.

Чтобы установить, какова должна быть деформация самого верхнего слоя тела $m$, рассмотрим горизонтальное сечение тела $ab$, лежащее совсем близко к верхнему концу тела. Тогда на часть тела, лежащую ниже $ab$, кроме силы тяготения Земли $mg$, должна действовать равная ей по величине и противоположная по направлению упругая сила со стороны деформированного самого верхнего слоя тела. Сила эта должна быть направлена вверх, т. е. слой должен быть растянут.

Легко установить, как должен изменяться характер деформации от слоя к слою. Чем ниже расположена плоскость $ab$, тем меньше сила тяготения Земли, действующая на лежащую ниже этой плоскости часть тела. Но, значит, и упругая сила, действующая через плоскость $ab$ со стороны верхней части тела на нижнюю, должна быть тем меньше. Следовательно, и растяжение $\varepsilon$ будет убывать сверху вниз. Характер этой деформации (она изображена тем же способом, что и прежде на рис. 38, слева показано тело $m$ в недеформированном состоянии) совершенно подобен такой деформации, которая возникла бы, если бы на тело не действовала сила притяжения Земли, но зато тело испытывало бы направленное кверху ускорение $-g$ под действием направленной вверх силы $F$ (рис. 39). Деформация тела $m$ и обуславливает возникновение силы, действующей со стороны тела на конец пружины.

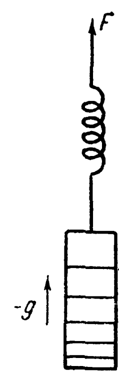

Рис. 39.

Теперь мы можем дать объяснение происхождения деформации пружины в соответствии с принятой выше схемой. Деформация пружины обусловлена силами, действующими на концы пружины (рис. 38): силой $f_1$, действующей со стороны деформированной опоры на верхний конец пружины, и силой $f_2$, действующей со стороны деформированного тела $m$ на нижний ее конец; сама же деформация тела $m$ обусловлена, с одной стороны, натяжением пружины, приложенным к верхнему слою тела $m$, и, с другой стороны, силой тяготения Земли, действующей на все элементы тела $m$. Но нельзя считать, что пружину растягивает сила тяготения Земли $mg$, так как эта сила не действует на конец пружины. Правда, подменяя силой тяготения Земли силу $f_2$, действующую на нижний конец пружины со стороны тела $m$, мы не делаем количественной ошибки (так как сила, с которой действует тело на конец пружины, также равна $mg$), но только в том случае, когда опора и тело $m$ покоятся относительно Земли.

Обычно в рассматриваемом случае говорят, что «сила тяжести растягивает пружину»; но эта формулировка не объясняет существа дела. Неточность утверждения, что «сила тяжести (т. е. сила земного тяготения) растягивает пружину», становится особенно ясной при переходе от статики к динамике. Представим себе, что подставка с прикрепленной к ней пружиной и телом (рис. 38) начинает падать вниз с ускорением свободного падения $g$. В таком случае, как мы знаем, пружина не будет растянута. Исходя из представления, что пружину растягивает сила тяготения Земли, можно было бы заключить, что при падении подставки вместе с грузом сила земного тяготения «перестает действовать». В действительности это, конечно, не так. На массу $m$ сила тяготения Земли действует одинаково, независимо от того, покоится эта масса или падает. Но все дело в том, что когда тело $m$ падает с ускорением $g$, то, как мы уже видели, оно не будет деформировано, и поэтому оно не будет действовать на пружину.

Только рассмотрев движения всех частей тела, можно до конца проследить, как возникла деформация, например, тела, висящего на пружине. Для этого положим, что сначала тело вместе с пружиной и опорой (рис. 38) свободно падает с ускорением $g$. При этом, как мы уже знаем, ни тело, ни пружина не будут деформированы. Пусть в какой-то момент на верхнюю точку опоры начинает действовать направленная вверх и очень медленно возрастающая сила $f$. Под действием этой силы начнет уменьшаться скорость прикрепленной к опоре верхней точки пружины. Вследствие того, что тело, прикрепленное к нижнему концу пружины, движется сначала с прежним ускорением $g$, пружина начнет растягиваться и возникнет упругая сила, действующая со стороны пружины на верхний слой тела $m$. Ускорение верхнего слоя тела начнет уменьшаться, а нижние слои сначала будут продолжать двигаться с прежним ускорением $g$. В результате возникнет деформация растяжения тела $m$, увеличивающаяся по мере роста силы $f$ и уменьшения ускорения, с которым падает опора.

Когда величина силы $f$ станет равной $Mg$ (где $M$ — сумма масс тела, опоры и пружины), то опора, пружина и масса $m$ остановятся (благодаря очень медленному росту $f$ переход от свободного падения к состоянию покоя не будет сопровождаться колебаниями). В момент полной остановки пружина и тело $m$ окажутся растянутыми так, как изображено на рис. 38. Таким образом, проследив до конца движения тел, предшествовавшие наблюдаемому состоянию, мы можем полностью объяснить происхождение наблюдаемых деформаций.

Так же мы могли бы объяснить деформации тела, не висящего на пружинном подвесе, а лежащего на пружине, упирающейся в покоящуюся подставку (рис. 40, *а*; вертикальные направляющие служат для того, чтобы подставка не наклонялась). У тела, покоящегося на подставке, сильнее всего деформирован (сжат) не верхний, а нижний слой. Деформации тела будут такими же, как если бы сила притяжения Земли не действовала, а тело $m$ испытывало ускорение $-g$ (направленное кверху) под действием толкающей его снизу вверх пружины (на рис. 40, *б* изображено недеформированное тело $m$).

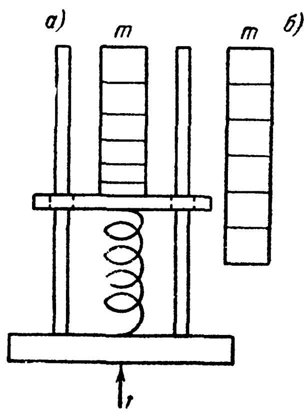

Рис. 40.

Ту же схему рассуждений, которую мы применяли для объяснения статических деформаций, можно применять и для объяснения разрушений (разрывов, изломов и т. д.), происходящих при статических деформациях.

В простейших случаях статических деформаций задачу можно свести к рассмотрению двух сил, равных по величине и противоположных по направлению, так как сумма сил, действующих на тело, должна быть равна нулю (иначе деформированное тело не могло бы покоиться). Когда же деформированное тело движется с ускорением, то сумма действующих на него сил должна быть отлична от нуля. Поэтому деформации тел, движущихся с ускорением, нельзя объяснить действием двух сил, равных по величине и противоположных по направлению. Это очень хорошо видно при сопоставлении двух примеров, рассмотренных нами выше, — тела, подвешенного на пружине и покоящегося (рис. 38), и тела, ускоряемого приложенной к нему силой $F$ (рис. 39). В обоих случаях тело $m$ деформируется совершенно одинаково, но объяснить происхождение деформации во втором случае такими же рассуждениями, как в первом, невозможно. В первом случае на тело действуют две равные силы — сила тяжести и натяжение пружины; во втором примере на тело $m$ действует только одна сила $F$ и задача уже не может быть сведена к элементарному случаю статической деформации.

Но в задачах динамики часто можно пренебрегать массой некоторых упругих тел, например массой нити, пружины и т. д. Тогда мы должны считать, что сумма сил, действующих на тело, массой которого мы пренебрегаем, равна нулю (когда стремится к нулю масса тела, а ускорение его остается конечным, то, значит, вместе с массой сумма сил стремится к нулю). В таком случае мы получим совершенно такую же картину, как в случае статических деформаций, и сможем объяснить происхождение деформации как результат действия равных по величине и противоположных по направлению сил. Следовательно, когда в задачах динамики возникает вопрос о деформациях тел, массой которых можно пренебречь, то объяснить происхождение этих деформаций можно так же, как и в случае статических деформаций, непосредственно действием сил.

Хорошей иллюстрацией к этому опять могут служить два рассмотренных нами примера с покоящимся (рис. 38) и ускоренно движущимся (рис. 39) телами, а именно, сопоставление происхождения деформаций пружин в том и другом случае. Если мы пренебрегаем массой пружины, то происхождение деформаций пружины в обоих случаях можно объяснить совершенно одинаково. В первом случае (покоящийся груз) мы объясняли деформацию пружины действием двух равных сил, приложенных к ее концам: одной, действующей со стороны деформированной опоры на верхний конец, и другой, действующей со стороны деформированного тела $m$ на нижний конец. Во втором случае, когда тело $m$ движется с ускорением, можно объяснять происхождение деформации пружины действием двух равных сил: силы $f$, действующей на верхний конец пружины, и равной ей по величине силы, действующей со стороны деформированного тела $m$ на нижний конец пружины (поскольку массой пружины мы пренебрегли, то силы эти должны быть равны).

Предположение о том, что масса тела исчезающе мала, позволяет свести вопрос о деформациях этого тела к статике, потому что характер движения этого тела никак не отражается на его собственных деформациях. (Деформация данного тела зависит от характера движения других тел, массы которых принимаются во внимание.)

Таким образом, в задачах динамики очень часто оказывается возможным установить непосредственную связь между силами и деформациями и ответить на вопрос: «какие силы вызвали деформацию?» Такая же постановка вопроса может быть распространена и на объяснение причин разрушений, когда речь идет о разрушениях таких соединительных частей механизма, масса которых играет второстепенную роль. Определив силы, которые являются причиной деформации данной детали при работе механизма, и зная силы, при которых статическая деформация приводит к разрушению этой детали, мы сразу можем решить вопрос о том, грозит ли интересующей нас детали или части механизма разрушение.

Такие случаи, когда масса деформированного или разрушающегося тела играет второстепенную роль, часто встречаются в динамике. Поэтому оказывается возможной постановка вопроса, заимствованная из статики: «какие силы вызвали деформацию или разрушение тела?» Вместе с тем оказывается применимым из статики же заимствованное представление о непосредственной связи между силами и деформациями. И везде, где это возможно, в механике стремятся сохранить эту привычную постановку вопроса и это наглядное представление. Однако нужно помнить, что это представление является упрощенным, что в нем отсутствует существенное промежуточное звено, и поэтому не всегда такое представление применимо и такой вопрос уместен. Там, где играет существенную роль масса самого деформированного или разрушающегося тела, нельзя непосредственно связывать силы и разрушения и ставить вопрос о том, какие силы были причиной разрушения.

Нельзя, например, ставить вопрос, какие силы отрывают от пера каплю чернил, когда мы стряхиваем чернила с кончика пера. Читатель уже знает, как нужно объяснить наблюдаемые в этом случае явления. Сначала перо и капля чернил на нем имеют одинаковую скорость. Когда наша рука останавливается, перо испытывает большое отрицательное ускорение. Для того чтобы капля двигалась вместе с пером, она должна испытывать такое же большое ускорение, а для этого нужны большие силы, которые могут на каплю действовать только со стороны пера. Но сил сцепления между каплей и пером оказывается для этого недостаточно, и капля летит дальше, в то время как перо останавливается. Капля отрывается именно потому, что она обладает массой; поэтому нельзя ставить вопрос о том, какие силы отрывают каплю, так как эта постановка вопроса уместна только тогда, когда масса разрушающегося тела не играет роли. В противном случае сама постановка вопроса о том, какие силы являются причиной разрушения, может только привести к недоразумениям.

Заимствованное из статики представление о непосредственной связи между силами и деформациями или разрушениями, уместное в одних случаях, оказывается неприменимым в других. И всегда прежде, чем пытаться ответить на вопрос, «какие силы вызвали разрушение», необходимо убедиться в том, что этот вопрос в данном случае уместен.

## *§ 14. Ньютоновы силы инерции*

Следуя намеченному плану, мы ничего не говорили о силах инерции до тех пор, пока не было в достаточной степени разъяснено само понятие силы и в это понятие вложено физическое содержание. Теперь эту задачу можно уже считать выполненной, и поэтому мы переходим к рассмотрению того, что понимают в механике под силами инерции. Как мы уже указывали, силами инерции в механике называют две совершенно различные категории сил.

В одном случае силами инерции называют некоторые из сил, по своему происхождению и свойствам ничем не отличающиеся от тех сил, с которыми мы имели дело выше и которые представляют собой действия одних тел на другие. Именно, в тех случаях, когда оказывается оправданным разделение взаимодействующих тел на ускоряемое и ускоряющее, обычно представляется целесообразным различать силы, действующие со стороны ускоряющего тела на ускоряемое и действующие со стороны ускоряемого тела на ускоряющее. И чтобы отличить вторые от первых, силы, действующие со стороны ускоряемого тела на ускоряющее, называют силами инерции. Чтобы пояснить, что понимают под «силами инерции» в этом случае, мы приведем несколько конкретных примеров. Прежде всего рассмотрим пример, которым мы уже неоднократно пользовались: к телу $m$ прикреплена пружина, на конец которой действует сила $F$. Если считать пружину ускоряющим телом, а массу ускоряемым, то в соответствии с этим силу, с которой деформированное тело $m$ действует на пружину, можно назвать «силой инерции» в том смысле, как этот термин был определен выше.

Точно так же при вращении тела $m$ вокруг оси $O$, к которой прикреплена нить, удерживающая тело $m$, можно считать, что эта нить является ускоряющим телом, а тело $m$ — ускоряемым. При вращении тело $m$, как мы уже знаем, деформируется, и вследствие этой деформации возникает сила, которая действует со стороны тела $m$ на нить, т. е. со стороны ускоряемого тела на ускоряющее.

Эту силу и называют «силой инерции» или «центробежной силой инерции», так как она направлена от центра вращения. Наконец, третий пример: когда поезд движется по рельсам по криволинейному пути, то колеса и рельсы оказываются деформированными. Поезд испытывает ускорение вследствие давления деформированных рельсов на реборды колес; направлена эта сила давления к центру кривизны криволинейного пути. При этом естественно считать, что рельсы являются ускоряющим телом, а поезд — ускоряемым. В соответствии с этим давление деформированных реборд колес поезда на рельсы называют «силами инерции». Так как эта сила направлена от центра кривизны пути, то ее можно назвать «центробежной силой инерции».

«Силы инерции» в таком понимании существуют всегда, когда происходит ускорение тел.

Но та сила, которая действует со стороны ускоряющего тела на ускоряемое, и та, которая действует со стороны ускоряемого тела на ускоряющее, имеют одинаковое происхождение, и поэтому выделение специальной категории «сил инерции», т. е. сил, действующих со стороны ускоряемого тела на ускоряющее, как уже неоднократно подчеркивалось, имеет условный смысл. Оно так же условно, как и вообще разделение тел на ускоряющие и ускоряемые или как разделение сил на «действие» и «противодействие». Однако в целом ряде случаев такое разделение приобретает четкий смысл.

Это происходит тогда, когда мы имеем дело с движением при наличии достаточно жестких связей, т. е. тел, мало поддающихся деформациям и расположенных таким образом, что они вынуждают данное тело двигаться почти точно по заданному пути. Мы говорим «почти точно» потому, что абсолютно жестких связей в природе не существует и при движении тел все связи в большей или меньшей степени деформируются. Поэтому даже очень жесткие связи лишь приблизительно, а не вполне точно определяют путь тела *). Но все же,

*) Ниже (§ 19) будет показано, как представление об абсолютно жестких связях, которым широко пользуются в механике, можно согласовать с истинной физической картиной, в которой абсолютно жесткие тела отсутствуют.

если связи достаточно жестки, то в случае неподвижных связей (например, рельсов) их движением можно пренебречь и считать, что они ускоряют движущееся тело, но не испытывают ускорений сами. В таком случае разделение тел на ускоряющие и ускоряемые становится вполне отчетливым: все неподвижные жесткие связи должны быть отнесены к числу ускоряющих тел.

Но, как мы видели, можно не принимать во внимание ускорения связей и в тех случаях, когда связи, хотя и движутся, но массой их можно пренебречь; например, в случае, когда при вращении тела, удерживаемого нитью, массой нити можно пренебречь, имеет смысл считать вращающееся тело ускоряемым, а нить — ускоряющим телом. В этих случаях достаточно отчетливо выделяются и те силы взаимодействия между телами, которые должны получить название «сил инерции». Так следует назвать все силы, действующие со стороны движущихся тел на связи, массой которых можно пренебречь. К силам, действующим на связи либо неподвижные, либо обладающие пренебрежимо малой массой, чаще всего и применяют термин «силы инерции» в его первом смысле.

Термин «сила инерции» встречается у Ньютона в «Математических началах натуральной философии». Понятие «силы инерции» Ньютон определяет следующим образом:

«Врожденная сила материи есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает свое состояние покоя или прямолинейного движения». И дальше: «Эта сила всегда пропорциональна массе и если отличается от инерции массы, то разве только воззрением на нее. От инерции материи происходит, что всякое тело лишь с трудом выводится из своего покоя или движения. Поэтому «врожденная сила» могла бы быть весьма вразумительно названа «силой инерции». Эта сила проявляется телом единственно, лишь когда другая сила, к нему приложенная, производит изменение в его состоянии».

Нужно прямо сказать, что это высказывание способно породить и часто порождает недоразумения и предрассудки. Если можно говорить о какой-либо «врожденной способности» материи, то лишь о «способности» всех без исключения тел следовать второму закону Ньютона, согласно которому изменения скорости тела могут происходить только под действием сил. Второй закон движения полностью определяет поведение тела, всякие рассуждения о «способности» тел удерживать состояние покоя или движения представляют собой лишь словесную характеристику поведения тела; между тем поведение это как с качественной, так и с количественной стороны полностью определяется вторым законом Ньютона. Поэтому после того, как этот закон сформулирован, всякие словесные описания поведения тел становятся излишними. Точно так же ненужными становятся рассуждения о том, что тела «сопротивляются» изменению скорости или «упорно стремятся» сохранить состояние покоя или прямолинейного равномерного движения.

О «сопротивлении» тел изменению состояния говорит сам Ньютон; еще более сильные выражения вроде «упорно стремятся» применяют авторы многих книг по механике и физике, пытаясь таким образом полнее передать мысль Ньютона. Обо всех этих и им подобных высказываниях можно сказать следующее: либо они не содержат в себе ничего большего, чем то, что содержит второй закон Ньютона, и тогда нужно себе это именно таким образом представлять: рассматривать эти фразы лишь как словесное и потому неточное выражение второго закона движения; либо этими фразами хотят сказать нечто большее, чем то, что утверждается во втором законе Ньютона, но тогда это неверно, ибо по этому вопросу ничего большего сказать нельзя, так как второй закон Ньютона исчерпывающим образом определяет движение тела под действием сил.

Эти рассуждения вместе с тем и не помогают созданию правильных физических представлений, ибо они совершенно излишне подчеркивают «сопротивление» тел изменению скорости. Конечно, если понимать термин «сопротивляется» только так, что для изменения скорости нужно приложить силу, то против этого термина ничего нельзя возразить. Но когда говорят о сопротивлении, иногда представляют себе нечто большее, например, то сопротивление, которое оказывают упругие тела изменению их формы. По существу же изменению формы и изменению скорости упругие тела «сопротивляются» совсем по-разному.

Действительно, если на закрепленное упругое тело будет действовать какая-либо постоянная внешняя сила, то лишь сначала будет изменяться форма тела, а затем упругие силы, возникшие при деформации, уравновесят приложенную извне силу и дальнейшее изменение формы тела прекратится, хотя внешняя сила продолжает действовать. Если же сила действует на незакрепленное тело, то она сообщает ему ускорение, и изменение скорости происходит все время, пока действует сила. Таким образом, изменению формы тело «сопротивляется» так, что, в конце концов, это «сопротивление» приостанавливает изменение формы, и форма дальше не изменяется, несмотря на действие силы; изменению же скорости тело «сопротивляется» не так, ибо это изменение происходит все время, пока действует сила *).

О «сопротивлении», может быть, было бы уместно говорить, если бы, несмотря на действие сил, вопреки действующим силам, тело сохраняло бы свою скорость.

Но этого ведь нет на самом деле. Как только начинает действовать сила, тотчас же начинается изменение скорости, и это изменение продолжается до тех пор, пока действует сила; так что под словами «сопротивляется изменению» кроется лишь такой смысл: скорость не изменяется без причины, сама по себе, но она начинает изменяться тотчас же, как только начинает действовать сила.

Вряд ли целесообразно такое положение вещей характеризовать словами: «сопротивляется изменению» или «стремится сохранить». Ведь с таким же основанием можно говорить, что тело сопротивляется изменению температуры, ибо температура не изменится, пока

---

*) Последнее справедливо только, пока скорость тела не достигла скорости света. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в § 21.

телу не будет сообщено тепло. По меткому замечанию Максвелла, с таким же основанием можно сказать, что кофе сопротивляется тому, чтобы стать сладким, так как кофе в чашке не становится сладким само по себе, а для этого в чашку нужно положить сахар.

Словом, термин «сопротивляется» нельзя признать удачным, так как он создает впечатление «нежелания» тела изменять свою скорость; между тем тело не изменяет своей скорости только до тех пор, пока к этому нет причины, а когда появляется причина (начинает действовать сила), тело тотчас же и «с охотой» начинает изменять свою скорость.

Итак, сила инерции, о которой идет речь, — это «противодействующая» сила, возникающая при всяком изменении скорости тела. Эта противодействующая сила должна существовать, поскольку существует сила «действующая», изменяющая скорость тела. Как мы видели, «противодействующая» сила — это та сила, которая наряду с «действующей» силой фигурирует в третьем законе Ньютона. Но, как бы мы эту силу ни называли, необходимо твердо помнить, что это не есть сила какой-либо новой, особой природы. «Действующая» и «противодействующая» силы представляют собой силы одной и той же природы, с которыми два тела взаимодействуют между собой. То, что силы, с которыми мы имеем дело,— это силы взаимодействия, является очень важной чертой рассматриваемого класса сил. Как мы увидим дальше, из третьего закона Ньютона вытекают важные следствия, справедливые, естественно, для тех сил, для которых справедлив третий закон Ньютона. До сих пор мы встречались именно с такими силами. Но уже в следующей главе мы встретимся с новым классом сил, к которым третий закон Ньютона оказывается неприменимым. Этот новый класс сил также получил название сил инерции. Чтобы сразу исключить опасность смешать эти два совершенно различных класса сил, что неизбежно приводит к недоразумениям, мы ту силу инерции, о которой шла речь в этом параграфе, назвали «ньютоновой силой инерции». Название же «силы инерции» мы сохраним для тех новых сил, которые нам предстоит изучить. Самое существенное отличие «сил инерции просто» от ньютоновых сил инерции *) (о которых шла речь в этом параграфе) уже отмечено выше: к «силам инерции просто» нельзя применять третьего закона Ньютона, поскольку для этих сил речь идет не о взаимодействии между двумя конкретными телами, а только о действии одних тел на другие в более широком смысле.

---

*) Профессор Е. Л. Николаи в своей работе, посвященной историческому обзору развития термина «сила инерции» (Труды Ленинградского индустриального института № 6, 1936, ОНТИ, Ленинград), указывает, что, по словам Эйлера, впервые термин «сила инерции» в том смысле, как мы его применяли в этой главе, встречается у Кеплера.

Глава III

# СИЛЫ ИНЕРЦИИ В УСКОРЕННО ДВИЖУЩИХСЯ СИСТЕМАХ КООРДИНАТ

## § 15. Силы инерции

Мы пользовались выше «неподвижной» системой координат, связанной с Солнцем и звездами. Поэтому мы можем утверждать, что сформулированные Ньютоном законы механики и сложившиеся в механике Ньютона представления о силах (например, представление о том, что все силы являются силами взаимодействия) справедливы именно в этой «неподвижной» системе координат. Но мы не можем утверждать, что законы Ньютона будут справедливы и силы сохранят все свои характерные черты, если мы перейдем к какой-либо другой системе координат, которая сама так или иначе движется относительно Солнца и звезд.

Возникает вопрос: изменятся ли сами законы Ньютона и представления о свойствах и происхождении сил, справедливые в механике Ньютона, если мы все движения будем относить не к «неподвижной» системе координат, а к какой-либо другой системе координат, произвольным образом движущейся относительно «неподвижной»?

Принцип относительности Галилея дает ответ на этот вопрос только в том случае, когда выбранная система координат движется прямолинейно и равномерно относительно «неподвижной». Так как выбранная система координат является инерциальной, а все инерциальные системы координат (в том числе и «неподвижная») совершенно равноправны, то все движения в ней, так же как в «неподвижной», а значит, законы Ньютона и представления о силах, остаются такими же, какие были установлены для движений относительно «неподвижной» системы координат.

Если же выбранная система координат движется с ускорением относительно «неподвижной», то ускорение одного и того же тела в этих двух системах координат, вообще говоря, будет различным. Действительно, ускорение данного тела относительно выбранной системы координат зависит не только от ускорения этого тела относительно «неподвижной» системы координат, но и от ускорения первой системы координат относительно второй. Не будучи уверенными в том, что в системе координат, движущейся с ускорением относительно «неподвижной», сохраняются все черты механики Ньютона, мы все же должны попытаться сохранить, по возможности, основные ее черты и прежде всего основной закон движения. Поэтому мы положим, что второй закон Ньютона полностью сохраняет свою силу. Но если второй закон Ньютона верен также и в системе координат, ускоренно движущейся относительно «неподвижной», то различное ускорение одного и того же тела в этих двух системах координат свидетельствует о том, что в них на тело действуют различные силы. Значит, переходя к рассмотрению движений тел в системе координат, движущейся ускоренно относительно «неподвижной», и полагая, что второй закон Ньютона в этой системе координат справедлив, мы должны быть готовы к тому, что, помимо тех сил, которые действуют на тело в «неподвижной» системе координат и зависят от конфигурации других тел (и скоростей относительно других тел), в ускоренно движущейся системе координат мы встретим силы совсем другого типа, зависящие от ускорения этой последней системы координат относительно «неподвижной». Эти силы, характер которых мы изучим дальше на конкретных примерах, также называют силами инерции.

В соответствии с приведенным определением сил инерции, действующих в той или другой системе координат, движущейся ускоренно относительно «неподвижной», для нахождения этих сил в простейших случаях мы должны поступать так*): определить сумму всех

*) Простейшими случаями мы называем такие, когда ускоренная система координат движется относительно «неподвижной» с постоянным по величине и направлению ускорением (см. § 16). Один из более сложных случаев будет рассмотрен в § 17.

сил, действующих в выбранной системе координат на какое-либо тело, а затем вычесть из нее те силы, которые на то же тело при тех же условиях действуют в «неподвижной» системе координат. Полученный после этой операции остаток и представляет собой силы инерции. Определить сумму всех сил $\Sigma F'$, действующих на данное тело в выбранной ускоренно движущейся системе координат, можно, измерив ускорение $j'$ данного тела в этой системе координат. Тогда по второму закону Ньютона

$$\sum F' = mj', \tag{3.1}$$

где $m$ — масса данного тела. Если то же тело при тех же условиях в «неподвижной» системе координат имеет ускорение $j$, то сумма сил, действующих на тело в этой системе координат,

$$\sum F = mj, \tag{3.2}$$

а сила инерции в выбранной системе координат

$$F_{\text{и}} = \sum F' - \sum F = m(j' - j). \tag{3.3}$$

В частности, если $j' = 0$, т. е. в выбранной ускоренно движущейся системе координат данное тело не обладает ускорением, то $\Sigma F' = 0$ и

$$F_{\text{и}} + \sum F = 0. \tag{3.4}$$

Таким образом, для измерения сил инерции в ускоренно движущихся системах координат можно пользоваться тем же методом, который был принят выше (§ 8), а именно, измерять сумму сил $\Sigma F$, которые действуют на данное тело в «неподвижной» системе координат и при этом уравновешивают силы инерции, действующие в ускоренно движущейся системе координат.

В следующих разделах будут рассмотрены силы инерции в двух случаях: во-первых, в простейшем случае движения выбранной системы координат относительно «неподвижной» с ускорением, постоянным как по величине, так и по направлению, и, во-вторых, в случае равномерного вращения выбранной системы координат относительно оси, сохраняющей неизменным свое положение в «неподвижной» системе координат.

## *§ 16. Силы инерции в системах координат, движущихся с постоянным ускорением*

Систему координат, движущуюся относительно «неподвижной» прямолинейно с постоянным ускорением, приближенно можно реализовать, выбрав за начало координат центр Земли и направив три оси координат на какие-либо три звезды, лежащие в трех взаимно перпендикулярных направлениях. (Земной шар относительно так выбранной системы координат вращается вокруг своей оси с угловой скоростью $2\pi$ радиан в сутки.) В этой системе координат Земля под действием силы тяготения Солнца испытывает ускорение, направленное к Солнцу; благодаря малой угловой скорости обращения Земли вокруг Солнца можно пренебречь происходящим за ограниченное время (например, за сутки) изменением направления ускорения центра Земли и считать, что выбранная система координат обладает по отношению к «неподвижной» ускорением, постоянным как по величине, так и по направлению.

Силы, действующие в этой системе координат на данное тело, можно определить, укрепив это тело на подвесе, установленном в какой-либо точке на поверхности Земли. Наблюдая за движением этого тела относительно выбранной системы координат, а также относительно «неподвижной» и поступая, как указано выше, мы найдем действующую на тело силу инерции. Для наглядности представим себе, что подвес установлен на северном полюсе и точка подвеса лежит на продолжении земной оси (точка $O$ на рис. 41). Зная из опыта, как ведет себя тело на подвесе, установленном в разных точках на поверхности Земли, мы можем, не производя специальных опытов на полюсе, точно указать, как ведет себя тело на подвесе, установленном на полюсе. Именно, мы можем утверждать, что тело $m$ будет покоиться относительно выбранной системы координат, причем линия отвеса будет совпадать с продолжением земной оси. (Чтобы исключить влияние вращения Земли, можно нить подвеса закрепить в подшипнике $П$; тогда вращения тела $m$ вокруг продолжения земной оси возникать не будет.) Поскольку тело $m$ покоится в выбранной системе координат, то ускорение его

$$j'=0$$

и в соответствии с (3.4)

$$F_{и}+\sum F=0. \tag{3.5}$$

Чтобы определить силу инерции $F_{и}$, нужно найти все силы, действующие на тело $m$ в «неподвижной» системе координат. Как мы знаем, в последней на всякое тело могут действовать силы только со стороны других тел, причем величина этих сил зависит от конфигурации тел (мы исключаем силы трения и им подобные, которые зависят от взаимных скоростей взаимодействующих тел). В рассматриваемом опыте на тело $m$ могут действовать силы тяготения со стороны Земли $F_З$ и со стороны Солнца $F_С$ и сила натяжения нити $P$ (рис. 41). Первые две из этих сил мы можем вычислить, пользуясь законом всемирного тяготения (см. § 10):

$$F_З=\gamma\frac{m_g M_З}{r_З^2}, \tag{3.6}$$

$$F_С=\gamma\frac{m_g M_С}{R_З^2}, \tag{3.7}$$

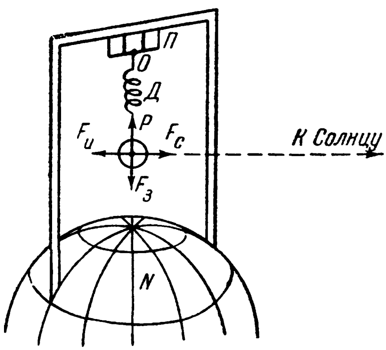


Рис. 41.

где $m_g$ — тяжелая масса тела $m$, $M_З$ и $M_С$ — соответственно тяжелые массы Земли и Солнца, $r_З$ и $R_З$ — радиусы земного шара и земной орбиты, $\gamma$ — гравитационная постоянная. Силу натяжения нити $P$ можно измерить при помощи динамометра $Д$. Эти измерения покажут (результат измерений мы можем предсказать на основании многочисленных измерений силы натяжения нити подвеса в других точках на поверхности Земли), что $|P|=|F_З|$, и так как они направлены в противоположные стороны, то

$$P+F_З=0. \tag{3.8}$$

Следовательно, результирующая сила, действующая на тело *m* в «неподвижной» системе координат, есть

$$F_С = \gamma \frac{m_g M_С}{R_З^2}. \qquad (3.9)$$

Эта сила должна была бы вызвать отклонение тела *m* в направлении Солнца на такой угол $\alpha$ (рис. 42), для которого составляющая натяжения нити $P'$ в направлении, противоположном Солнцу, $P' \sin\alpha = F_С$. В таком отклоненном положении отвес должен был бы покоиться в «неподвижной» системе координат.

Угол отклонения отвеса определяется уравнениями

$$P' \sin\alpha = F_С \quad \text{и} \quad P' \cos\alpha = F_З,$$

откуда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_С}{F_З},$$

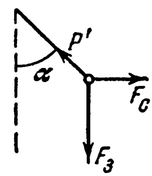


Рис. 42.

т. е. имеет величину, которая вполне может быть не только обнаружена, но и точно измерена. Между тем опыт показывает, что отвес покоится в *неотклоненном* направлении, совпадающем с направлением земной оси. Значит, в выбранной системе координат действует сила $F_и$, уравновешивающая силу $F_С$ (рис. 41). Эта сила $F_и$ является силой инерции, поскольку в «неподвижной» системе координат она не действует. Так как сила $F_и$ должна уравновешивать силу $F_С$, то $F_и = -F_С$.

Величину силы $F_С$ мы можем выразить так:

$$F_С = m_и j_С, \qquad (3.10)$$

где $m_и$ — инертная масса тела *m*, а

$$j_С = \frac{\gamma M_С}{R_З^2}$$

— ускорение, сообщаемое Солнцем телу *m*. Тогда согласно (3.10)

$$F_и = -F_С = -m_и j_С.$$

Но сила тяготения Солнца сообщает любому телу, находящемуся в данной точке пространства, одинаковое ускорение, в частности, такое же ускорение $j_C$ оно сообщает Земле *). Следовательно, ускорением $j_C$ по отношению к «неподвижной» системе координат обладает и выбранная нами выше система координат, начало которой совпадает с центром Земли. Таким образом, в системе координат, движущейся относительно «неподвижной» с постоянным по величине и направлению ускорением $j$, действующая на массу $m_и$ сила инерции

$$F_и = -m_и j. \tag{3.11}$$

Мы получили этот результат, пользуясь тем, что сила тяготения сообщает любым телам, находящимся в данной точке пространства, одинаковое ускорение. Но так как сила инерции тоже пропорциональна массе тела, на которое она действует, то она обладает той же особенностью. Среди всех классов сил только силы тяготения и силы инерции обладают этой особенностью; никакая другая сила не может сообщать телам разной массы одинаковые ускорения. В дальнейшем из этого будут сделаны важные выводы.

Аналогичные результаты мы получим, когда тело отсчета, с которым связана ускоренная система координат, — не Земля (движущаяся с ускорением, вызванным силой тяготения Солнца), а какие-либо другие тела, движущиеся с постоянным ускорением относительно «неподвижной» системы координат.

И в этом случае результаты опытов получаются наиболее наглядными, если их «ставить на полюсе». (Как и прежде, результаты таких опытов мы можем уверенно предсказать, опираясь на результаты таких же опытов, неоднократно выполнявшихся на других широтах.) Представим себе платформу, установленную на полюсе горизонтально (т. е. перпендикулярно земной оси) и вращающуюся вокруг этой оси с угловой скоростью $2\pi$

---

*) Мы пренебрегаем некоторым различием в расстояниях от центра Солнца до тела $m$, с одной стороны, и до центра Земли, с другой. Как может повлиять это различие на ускорения, сообщаемые телам силами тяготения, будет видно из дальнейшего (§ 27).

радиан в сутки в направлении, обратном вращению Земли. Эта платформа (она, очевидно, не вращается относительно «неподвижной» системы координат) будет обладать относительно «подвижной» постоянным по величине и направлению ускорением $j_C$ (такими же, каким обладает центр Земли). На эту платформу установим тележку (рис. 43), к которой на нити, перекинутой через блок *Б*, подвешен груз *P*, вызывающий натяжение нити, равное *F*. Если величина силы *F* постоянна, то она сообщает тележке постоянное по величине и направлению ускорение относительно «неподвижной» системы координат. Изменяя величину и направление *F*, можно менять величину и направление ускорения тележки. Связанная с тележкой система координат, если масса груза *P* постоянна, также будет обладать постоянным по величине и направлению ускорением относительно «неподвижной» системы координат. В этой системе координат мы и будем производить наблюдения за поведением отвеса, а затем будем сопоставлять их результаты с поведением того же отвеса в «неподвижной» системе координат, связанной с Солнцем и звездами.

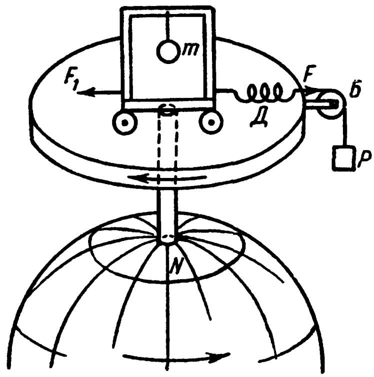


Рис. 43.

Если тележке сообщить относительно Земли ускорение, гораздо большее, чем то ускорение $j_C$, которое испытывает Земля под действием тяготения Солнца, то можно пренебречь ускорением Земли относительно «неподвижной» системы координат и практически считать, что ускорение системы координат, связанной с тележкой, по отношению к «неподвижной» системе координат равно ускорению тележки относительно Земли. Таким образом, изменяя величину груза *P* и положение блока *Б*, мы можем изменять величину и направление ускорения выбранной нами системы координат (жестко связанной с тележкой) относительно «неподвижной» системы. В выбранной системе ускорение относительно «неподвижной» мы можем изменять по своему усмотрению и производить опыты при различных (но постоянных по величине и направлению) ускорениях этой системы координат относительно «неподвижной». Для этого установим на тележке опору с прикрепленным к ней на нити телом $m$ (рис. 43). Пока тележка удерживается силой $F_1$, уравновешивающей силу $F$, она покоится относительно платформы; в этом случае отвес, как и в предыдущем опыте, будет покоиться в неотклоненном положении. Если сила $F_1$ плавно уменьшается до нуля, то относительно «неподвижной» системы координат тележка приобретает плавно возрастающее ускорение, которое, достигнув величины

$$j = \frac{F}{m_и + m_{и0}}$$

(где $m_и$ и $m_{и0}$ — инертные массы тела $m$ и тележки с опорой), далее остается постоянным. Отвес будет отклоняться в сторону, противоположную $j$; угол его отклонения будет постепенно увеличиваться и достигнет постоянной величины $\alpha$, когда ускорение достигнет постоянной величины $j$. (Если бы сила $F_1$ уменьшалась до нуля не плавно, а резко, то отвес начал бы совершать колебания около положения, соответствующего отклонению на угол $\alpha$.) Под действием сил натяжения нити $P$ и притяжения Земли $F_з$ тело $m$ движется с ускорением $j$ относительно «неподвижной» системы координат (рис. 44). Поэтому оно покоится относительно тележки. Но в системе координат, связанной с тележкой, на тело $m$, помимо силы натяжения нити $P$ и силы притяжения Земли

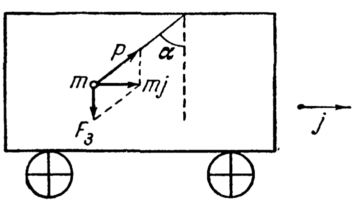

Рис. 44.

$$F_з = \gamma \frac{m_g M_з}{r_з^2}, \tag{3.12}$$

действует еще сила инерции $F_и$. Поскольку в системе координат, связанной с тележкой, отвес (при постоянных $j$ и $\alpha$) покоится, сумма всех сил, действующих на массу $m$ (рис. 45):

$$\boldsymbol{P}+\boldsymbol{F}_{з}+\boldsymbol{F}_{и}=0. \tag{3.13}$$

Вычислив из (3.12) величину $F_з$ и измерив с помощью динамометра натяжение нити $P$, мы обнаружили бы, что

$$F_з=P\cos\alpha. \tag{3.14}$$

Отсюда, как видно из рис. 44, следует, что равнодействующая сил $F_з$ и $P$ направлена горизонтально и равна $P\sin\alpha$. Тогда из (3.13) и (3.14) следует, что

$$F_и=-P\sin\alpha. \tag{3.15}$$

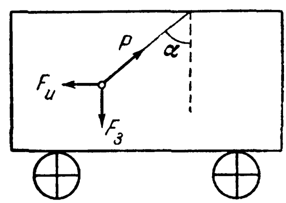

Рис. 45.

Чтобы установить, как сила инерции $F_и$ зависит от ускорения $j$, рассмотрим движение тела $m$ относительно «неподвижной» системы координат (жестко связанной с вращающейся платформой). В «неподвижной» системе тело $m$ вместе с тележкой движется с ускорением $j$. Это ускорение ей сообщают силы $F_з$ и $P$ (только эти силы действуют на тело $m$ в «неподвижной» системе), и величины их остаются неизменными при переходе от движущейся к «неподвижной» системе. Следовательно, попрежнему равнодействующая сил $F_з$ и $P$ есть $P\sin\alpha$.

Поскольку относительно «неподвижной» системы тело $m$ движется с ускорением $j$, то

$$m_и j=P\sin\alpha. \tag{3.16}$$

Сопоставляя (3.15) и (3.16), найдем:

$$F_и=-m_и j. \tag{3.17}$$

Таким образом, из сопоставления опытов в системах координат, жестко связанных с центром Земли («невращающейся» Землей), с опытами в системах координат, жестко связанных с ускоренно движущейся (а также невращающейся относительно Солнца и звезд) тележкой, следует, что в обоих случаях ускорение системы координат и сила инерции, действующая в этой системе координат, связаны одинаковыми соотношениями (3.11) и (3.17).

Нам придется и в дальнейшем сопоставлять два движения: одно в «неподвижной» системе координат, а другое в системе координат, движущейся ускоренно по отношению к первой. Для краткости мы будем говорить соответственно о наблюдениях неподвижного и подвижного «наблюдателей». Не следует, однако, думать, что здесь какую-либо роль играют субъективные впечатления наблюдателей. Вместо наблюдателей мы могли бы установить покоящиеся в той и другой системах координат комплекты приборов, регистрирующие ускорения (а если нужно, то и скорости), которыми обладает движущееся тело по отношению к прибору. Так как один из двух приборов покоится по отношению к «неподвижной» системе координат, а другой движется с ускорением по отношению к ней, то оба прибора запишут, очевидно, различные ускорения. Вот эти результаты, зарегистрированные различными приборами, и имеют в виду, когда говорят о наблюдениях неподвижного и движущегося «наблюдателей».

Результаты наблюдений неподвижного наблюдателя мы можем истолковать на основании законов Ньютона; конечно, для этого должны быть известны все силы, действующие на тело в «неподвижной» системе координат (в простейшем случае для этого должна быть известна конфигурация взаимодействующих тел). Для того чтобы истолковать результаты наблюдений движущегося наблюдателя, кроме сил, действующих в «неподвижной» системе координат, необходимо знать силы инерции, действующие в той системе координат, которой пользуется движущийся наблюдатель. Для этого, как мы убедились в рассмотренном простейшем случае, достаточно знать ускорение движущегося наблюдателя по отношению к неподвижному.

Сопоставление результатов наблюдений обоих наблюдателей мы начнем с простейшего случая, когда первый движется по отношению ко второму с ускорением, но прямолинейно. Пусть, например, один из наблюдателей покоится относительно Земли, находясь на площадке лестницы дома, а второй находится в движущемся (в шахте этого дома) с постоянным ускорением лифте. (Мы пока ограничимся только такими задачами, для которых суточное и годовое движения Земли не играют роли, тогда можно считать, что первый наблюдатель является неподвижным.)

В качестве простейшего примера рассмотрим тело $m$ (рис. 46), подвешенное на динамометре $Д$, который может быть прикреплен к полу или потолку лифта, движущегося относительно «неподвижной» системы координат с данным постоянным ускорением $j_0$. На основании второго закона Ньютона найдем силу $f$, с которой пружина динамометра $Д$ действует на тело $m$. Так как тело $m$ движется вместе с лифтом с ускорением $j_0$ по отношению к «неподвижной» системе координат, то по второму закону Ньютона сумма действующих на тело сил притяжения Земли $m_g g$ и растянутой пружины $f$ должна быть равна $m_и j_0$, т. е.

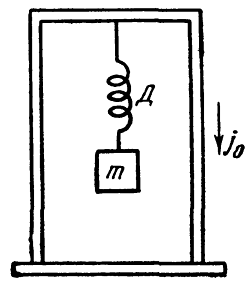

Рис. 46.

$$m_и j_0 = m_g g - f \quad \text{или} \quad f = m_g g - m_и j_0. \qquad (3.18)$$

Зафиксировав показания движущегося мимо него динамометра $Д$, неподвижный наблюдатель может убедиться в том, что

$$f = m_g g - m_и j_0.$$

Для наблюдателя, покоящегося в лифте, на тело $m$, помимо силы $m_g g$, действующей со стороны Земли, и силы $f$, действующей со стороны пружины, действует еще сила инерции $F_и = -m_и j_0$. Обозначая через $a'$ ускорение тела $m$, отсчитываемое движущимся наблюдателем, мы можем на основании (3.18) написать:

$$m_и a' = (m_g g - m_и j_0) - m_g g + m_и j_0,$$

т. е. $a' = 0$, как и должно быть, поскольку тело $m$ относительно лифта покоится.

Итак, наблюдатель, движущийся с ускорением $j_0$ относительно «неподвижной» системы координат, должен учитывать силу инерции $F_и = -m_и j_0$, где $m_и$ — инертная масса того тела, на которое действует сила инерции, а $j_0$ — ускорение движущегося наблюдателя относительно «неподвижной» системы координат *).

Рассмотрим несколько иной опыт в лифте. Пусть наблюдатель, находящийся в лифте, движущемся с постоянным ускорением $j_0$, производит опыты с свободным падением тел (т. е. пружина, участвовавшая в предыдущем опыте, удалена). Для определенности примем, что наблюдатель и лифт опускаются вниз с ускорением $j_0$, меньшим $g$. Тогда свободно падающее в лифте тело для движущегося наблюдателя будет иметь ускорение $g - j_0$. Для объяснения наблюдаемого ускорения движущийся наблюдатель, кроме силы тяжести $mg$, должен ввести силу инерции $-mj_0$, направленную вверх. Одновременным действием этих двух сил и объясняет движущийся наблюдатель ускорение $g - j_0$. Для «неподвижного» наблюдателя, покоящегося вне лифта, наблюдения свободного падения в лифте не дадут никаких новых результатов и не потребуют новых объяснений. Пока тело в лифте падает действительно свободно (не соприкасаясь с полом или потолком лифта), ускорение его для неподвижного наблюдателя будет равно $g$.

Как мы убедились, движущийся наблюдатель должен вводить силу инерции $-mj_0$, независимо от того, наблюдает ли он ускорение $a'$ тела $m$ относительно той системы координат, в которой он покоится, или же это ускорение $a'$ равно нулю. Иначе говоря, в рассматриваемом случае, когда $j_0 = \text{const}$, величина силы инерции зависит только от $m$ и $j_0$ и не зависит от характера движения

*) В дальнейшем рассмотрении мы введем некоторое упрощение в запись выражений сил тяготения и сил инерции. Чтобы подчеркнуть, что в случае сил тяготения играет роль тяжелая масса, а в случае *сил инерции — инертная масса, мы пользовались* индексами «$g$» и «и». Однако, как уже указывалось, инертная и тяжелая массы тела всегда равны. Поэтому мы не будем пользоваться в дальнейшем этими индексами. Если у читателя возникнет желание установить, о какой массе идет речь, он легко это сделает и без помощи индексов, на основании всего сказанного выше по этому вопросу.

тела $m$ относительно движущейся системы координат. Более сложные случаи, когда ускорение движущейся системы координат относительно «неподвижной» изменяется со временем по величине или направлению, будут рассмотрены в § 17.

Во многих случаях рассматриваемое движение оказывается с точки зрения движущегося наблюдателя более простым, чем с точки зрения «неподвижного». Поэтому переход от «неподвижной» системы координат к движущейся ускоренно часто упрощает рассмотрение, несмотря на то, что при этом приходится учитывать силы инерции. В качестве иллюстрации этого случая рассмотрим следующий опыт. Представим себе маятник в виде тела массы $m$, укрепленного на конце жесткого стержня, другой конец которого может вращаться вокруг оси $O$, заделанной в легкую рамку (рис. 47). Положим, что массой стержня и рамки можно пренебречь по сравнению с массой $m$. Когда рамка покоится в «неподвижной» системе координат (практически относительно Земли) и маятнику сообщена начальная скорость, то в зависимости от величины этой скорости он будет либо качаться около нижнего (отвесного) положения, либо (при достаточно большой начальной скорости) вращаться вокруг оси $O$ с переменной угловой скоростью, причем в низшей точке скорость будет наибольшей, а в высшей — наименьшей (так как, двигаясь от низшей точки к высшей, маятник будет терять скорость под действием силы притяжения Земли).

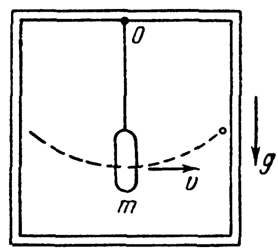

Рис. 47.

Положим теперь, что рамка с ускорением $g$ падает вниз. Пусть в момент, когда началось свободное падение рамки, маятник проходит через среднее положение с некоторой скоростью $v$. Каково будет дальнейшее движение маятника? С точки зрения «неподвижного» наблюдателя движение будет сложным и рассмотреть его будет не просто. Если же рассматривать движение с точки зрения наблюдателя, движущегося вместе с рамкой, т. е. с ускорением $g$, то задача существенно упрощается. Действительно, кроме сил, действующих на тело $m$ со стороны Земли и стержня (на котором укреплено тело $m$), движущийся наблюдатель должен учесть действующую на тело $m$ силу инерции $-mg$, направленную вверх. Эта сила уравновешивает силу притяжения Земли, и поэтому маятник движется так, как если бы на него действовала сила только со стороны деформированного стержня, на котором укреплен маятник. Но эта сила, направленная радиально, не может изменить величины линейной скорости вращения маятника, а изменяет лишь ее направление. Таким образом, для движущегося наблюдателя маятник будет вращаться с постоянной линейной скоростью $v$ (а значит, и с постоянной угловой скоростью) вокруг точки $O$. После этого нетрудно описать движение маятника с точки зрения «неподвижного» наблюдателя, прибавив к равномерному вращению маятника вокруг точки подвеса движение самой точки подвеса вниз с ускорением $g$.

Рассмотренный пример достаточно убедительно показывает, насколько может быть упрощена задача применением целесообразно выбранной движущейся системы координат.

Во всех рассмотренных выше задачах предполагалось, что тело, на которое действует сила инерции, можно рассматривать как материальную точку. В противном случае (если тело нужно рассматривать как протяженное), возникает вопрос о точке приложения силы инерции $(-mj)$. Так как сила инерции, действующая на каждый элемент тела, пропорциональна массе этого элемента и все эти элементарные силы параллельны друг другу (поскольку $j$ во всех точках имеет одинаковое направление), то силы инерции в рассматриваемом случае совершенно подобны силе тяжести и, значит, их равнодействующая должна быть приложена к центру тяжести тела (центру масс).

Во всех рассмотренных выше задачах движение тела относительно системы координат, движущейся с постоянным по величине и направлению ускорением относительно «неподвижной», особое место занимает ее движение под действием силы тяжести. (Телом отсчета в этих случаях служат соответственно Земля в опыте с отвесом на полюсе, лифт в опытах с телом, падающим в лифте, свободно падающая рамка в опытах с маятником.) Во всех этих случаях сила инерции, действующая в ускоренно движущейся системе координат на тело, движение которого рассматривается, оказывается равной по величине и противоположной по направлению силе тяготения, действующей на рассматриваемое тело, вследствие чего обе силы уравновешивают друг друга.

Легко понять, почему и при каких условиях так происходит. Если на рассматриваемое тело и тело отсчета действует одно и то же поле тяготения (для чего поле тяготения должно быть практически однородным во всей области, в которой заключены оба тела), то они под действием поля тяготения испытывают одинаковое ускорение $j$. Но в таком случае на рассматриваемое тело поле тяготения действует с силой $mj$, а действующая на это тело сила инерции равна $-mj$, где $m$ — масса рассматриваемого тела. Это объяснение основано на двух положениях: во-первых, в одной и той же точке поля тяготения все тела под действием этого поля испытывают одинаковое ускорение. Это положение (которым мы уже пользовались выше) справедливо всегда (оно вытекает из равенства инертной и тяжелой масс); во-вторых, на тело отсчета действует такое же поле тяготения, какое действует на рассматриваемое тело (никакие другие силы на тело отсчета не действуют). Это второе положение справедливо не всегда; условия, при которых оно приблизительно соблюдается, будут рассмотрены в § 27.

## *§ 17. Силы инерции во вращающихся системах координат*

Когда выбранная система координат вращается относительно «неподвижной», то ускорение разных точек этой системы координат относительно «неподвижной» оказывается различным. Поэтому, если тело движется относительно вращающейся системы координат, то ускорение тела относительно «неподвижной» системы оказывается зависящим от скорости перемещения тела во вращающейся системе (от того, как быстро тело переходит от точки вращающейся системы, имеющей одно ускорение по отношению к «неподвижной», к другой точке этой системы, имеющей другое ускорение относительно «неподвижной»). Это затрудняет задачу определения ускорения тела относительно «неподвижной» системы координат, а вместе с тем и задачу нахождения сил инерции во вращающейся системе координат. Чтобы на первых порах исключить эти трудности, мы ограничимся сначала рассмотрением только таких случаев, когда тело, движение которого мы наблюдаем, покоится в системе координат, вращающейся вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью $\omega$. Тогда относительно последней тело будет вращаться вокруг той же неподвижной оси и с той же по величине угловой скоростью $\omega$, но в обратном направлении. При этом ускорение $j$ тела относительно «неподвижной» системы будет оставаться неизменным по величине и равным $\omega^2 r$, где $r$ — расстояние от тела до оси вращения; направление же ускорения $j$ будет изменяться со временем, так как в каждый момент оно будет направлено к оси вращения по радиусу, проведенному из точки, в которой в данный момент находится вращающееся тело.

Как уже указывалось, системой координат, вращающейся относительно «неподвижной» с постоянной угловой скоростью, является, в частности, система, жестко связанная с земным шаром, например так, что начало координат совпадает с центром Земли, ось $z$ этой системы координат совпадает с осью Земли, а оси $x$ и $y$ пересекают экватор в точках, отличающихся по долготе на 90° (рис. 48). Правда, ось Земли, вокруг которой вращается так выбранная система координат, движется относительно «неподвижной» системы по эллипсу (орбите Земли), но сохраняет при этом неизменным свое направление в пространстве. Вследствие этого и медленности движения Земли по орбите можно не учитывать обращения Земли вокруг Солнца. Что же касается ускорения, которое испытывает Земля, а вместе с ней и выбранная система координат под действием силы притяжения Солнца, то, как мы убедились (§ 16), возникающая при этом сила инерции как раз уравновешивает силу притяжения Солнца, и поэтому, рассматривая движения тела относительно выбранной системы, не нужно учитывать ни действующей в ней силы инерции, ни силы притяжения Солнца. Таким образом, систему координат, жестко связанную с Землей, практически можно считать вращающейся относительно «неподвижной» системы координат вокруг земной оси (покоящейся в этой системе координат) со скоростью $\omega=2\pi$ радиан в сутки.

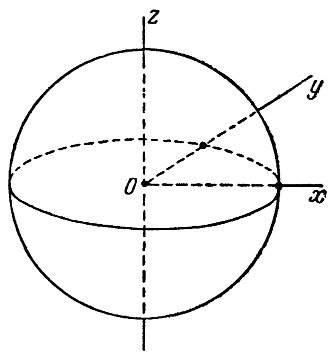

Рис. 48.

Чтобы определить силы инерции, действующие во вращающейся системе координат, мы по-прежнему будем рассматривать опыты с телом $m$, укрепленным на подвесе. Подвес установлен на платформе, расположенной на северном полюсе, перпендикулярно земной оси. Если платформа покоится относительно Земли, то относительно «неподвижной» системы координат платформа вращается со скоростью $\omega=2\pi$ радиан в сутки. Вследствие медленности этого вращения, если к тому же и расстояние от тела до оси Земли мало, величина силы инерции, действующей на массу $m$, оказывается очень малой по сравнению с силой земного тяготения. Хотя принципиально при этих условиях можно измерить величину силы инерции, но практически вследствие малости этой силы измерение оказалось бы очень трудной задачей. Для того чтобы сила инерции возросла до величины, при которой ее легко можно измерить, нужно привести платформу во вращение вокруг земной оси с угловой скоростью $\omega_1$, гораздо большей, чем $\omega$. Поскольку $\omega_1 \gg \omega$, то приближенно можно считать, что платформа вращается относительно «неподвижной» системы координат также с угловой скоростью $\omega_1$.

Заметим кстати, что если платформа установлена не на полюсе и вращается с угловой скоростью $\omega_1 \gg \omega$ не вокруг земной оси, а вокруг любой неподвижной относительно Земли прямой, то приближенно можно считать, что и в этом случае платформа вращается относительно «неподвижной» системы координат с угловой скоростью $\omega_1$. Этим соображением мы в дальнейшем воспользуемся.

Итак, установим на платформе, вращающейся с угловой скоростью $\omega_1 \gg 2\pi$ радиан в сутки вокруг земной оси, опору с подвешенным на ней телом массы $m$; пусть точка прикрепления верхнего конца нити находится на расстоянии $a$ от продолжения оси Земли (рис. 49). Для того чтобы тело $m$ покоилось относительно платформы, как показывает опыт, отвес должен быть отклонен на некоторый угол $\alpha$ от направления, которое он занимал, когда платформа вращалась с угловой скоростью $\omega = 2\pi$ *рад/сутки* (рис. 49). Тогда тело $m$ будет двигаться вместе с платформой и описывать окружность в «неподвижной» системе координат. Величина угла, как показал бы опыт, должна удовлетворять соотношению

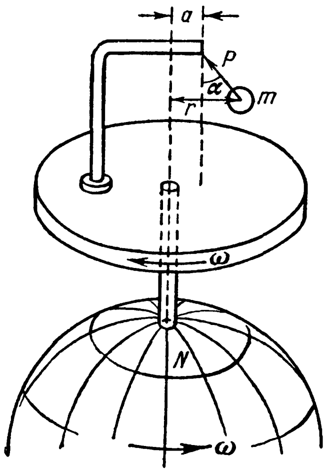


Рис. 49.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega_1^2 r}{g}, \qquad (3.19)$$

где $\omega_1$ — угловая скорость вращения платформы, $r$ — радиус окружности, описываемой телом $m$ в «неподвижной» системе координат,

$$g = \gamma \frac{M_З}{r_З^2}$$

— ускорение, сообщаемое силой земного тяготения телу $m$ (и вообще любому телу, находящемуся вблизи поверхности Земли). Измерив при помощи динамометра натяжение $P$ нити подвеса, мы найдем, что

$$P = \frac{m\omega_1^2 r}{\sin \alpha}$$

и, следовательно, вертикальная составляющая *) этого натяжения (рис. 50)

$$P_{\text{в}} = P\cos\alpha = \frac{m\omega_1^2 r}{\operatorname{tg}\alpha}; \tag{3.20}$$

но тогда, как следует из (3.19),

$$P_{\text{в}} = mg. \tag{3.21}$$

Таким образом, вертикальная составляющая натяжения нити уравновешивает силу земного притяжения, действующую на тело $m$. Так как тело $m$ относительно вращающейся системы координат покоится, то в этой системе координат на тело должна действовать сила, уравновешивающая горизонтальную составляющую силы натяжения нити,

$$P_{\text{г}} = m\omega_1^2 r. \tag{3.22}$$

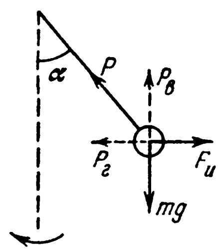


Рис. 50.

Эта уравновешивающая $P_{\text{г}}$ сила, т. е. равная $P_{\text{г}}$ по величине, но противоположная $P_{\text{г}}$ по направлению, и есть сила инерции $F_{\text{и}}$, действующая в рассматриваемом случае во вращающейся системе координат:

$$-F_{\text{и}} = P_{\text{г}} = -m\omega_1^2 r.$$

Как видно из рис. 50, составляющая силы инерции вдоль нити отвеса

$$F'_{\text{и}} = P\sin\alpha. \tag{3.23}$$

Следовательно, сила инерции, действующая на отвес во вращающейся системе координат, вызывает не только отклонение отвеса, но и изменение натяжения его нити. Вдали от полюса, где расстояние тела $m$ от оси вращения имеет величину порядка радиуса Земли, отклонение отвеса от вертикали и изменение натяжения нити, обусловленные действием силы инерции в системе

---

*) Поскольку $r$ и $a$ ничтожно малы по сравнению с радиусом Земли, прямую, проведенную через $m$ параллельно оси Земли, можно считать направленной к центру Земли.

координат, связанной с Землей, не очень малы, и их можно измерить.

В «неподвижной» системе координат сила инерции $F_и$ отсутствует, и на тело $m$ действует горизонтальная составляющая силы натяжения нити $P_г$. Так и должно быть, поскольку в «неподвижной» системе координат тело $m$ не покоится, а движется по окружности радиуса $r$ с угловой скоростью $\omega_1$. А при этом на тело $m$ должна действовать центростремительная сила $m\omega_1^2 r$, т. е. как раз равная $P_г$.

Рассмотрим теперь, как связана возникающая во вращающейся системе координат сила инерции с тем ускорением, с которым вращающаяся система координат движется относительно «неподвижной». Так как мы рассматриваем тело, покоящееся в какой-то точке $A$ вращающейся системы координат, то эта точка $A$ в «неподвижной» системе координат движется по окружности радиуса $r$, где $r$ — расстояние от точки $A$ до оси, вокруг которой вращается движущаяся система координат. При этом точка $A$ испытывает направленное к оси вращения ускорение

$$j = \omega_1^2 r,$$

где $\omega_1$ — угловая скорость вращения движущейся системы координат. Но, как мы убедились, в этой точке $A$ на тело массы $m$ действует сила инерции $F_и = -m\omega_1^2 r$. Значит, во вращающейся системе координат на тело, покоящееся в этой системе координат, действует сила инерции

$$F_и = -mj,$$

где $j$ — ускорение той точки движущейся системы координат, в которой покоится тело массы $m$.

Итак, пока тело покоится во вращающейся системе координат, в ней, так же как и в системе координат, движущейся с постоянным по величине и направлению ускорением, сила инерции равна взятому с обратным знаком произведению массы тела на ускорение относительно «неподвижной» системы координат, которым обладает та точка движущейся системы координат, где находится тело. Если же рассматриваемое тело движется относительно вращающейся системы координат, то задача нахождения сил инерции усложняется. Мы рассмотрим дальше только некоторые из таких задач. Предварительно мы приведем еще несколько примеров, которые можно свести к простейшему случаю, когда тело, движение которого мы изучаем, покоится во вращающейся системе координат.

Пусть, например, шарик массы $m$, удерживаемый нитью, вращается относительно Земли вокруг точки $O$ с постоянной угловой скоростью $\omega_1$ *) (рис. 51). Для этого шарик должен испытывать центростремительное ускорение $\omega_1^2 r$ и, следовательно, нить (сообщающая ему это ускорение) должна действовать на шарик с направленной к точке $O$ силой, равной $m\omega_1^2 r$. Эта сила обусловлена тем, что при вращении шарика нить оказывается деформированной (растянутой); силу эту можно измерить, вставив между нитью и шариком динамометр.

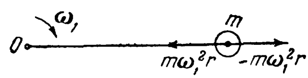


Рис. 51.

Рассмотрим теперь это же движение с точки зрения наблюдателя, находящегося в системе координат, вращающейся вместе с шариком (т. е. вокруг той же точки $O$ и с той же угловой скоростью $\omega_1$). Для этого наблюдателя шарик покоится; между тем на шарик действует со стороны нити сила $m\omega_1^2 r$ (эту силу движущийся наблюдатель, так же как и неподвижный, мог бы измерить динамометром). Чтобы объяснить, почему шарик покоится, несмотря на то, что со стороны нити на него действует направленная к центру сила $m\omega_1^2 r$, движущийся наблюдатель должен учесть уже найденную нами в предыдущем опыте силу инерции

$$P_{\text{и}} = -m\omega_1^2 r,$$

направленную от центра, — ее называют «центробежной силой инерции». Тогда с точки зрения движущегося наблюдателя на шарик действуют две силы: одна со

*) Если $\omega_1 \gg \omega_0$ (где $\omega_0$ — угловая скорость вращения Земли вокруг ее оси), то, как указывалось выше, можно считать, что шарик вращается с угловой скоростью $\omega_1$ относительно «неподвижной» системы координат.

стороны нити, направленная к центру, и другая — сила инерции, направленная от центра. Силы эти равны по величине и направлены навстречу, т. е. сумма их равна нулю; так движущийся наблюдатель объясняет тот факт, что шарик покоится во вращающейся системе координат.

Центробежную силу инерции, которая в рассматриваемом случае действует на шарик, ни в коем случае не следует смешивать с той центробежной силой, о которой шла речь в предыдущей главе и которая принадлежит к классу ньютоновых сил инерции. Обе эти силы легко смешать потому, что они в простейших случаях равны по величине и направлены в одну сторону (от центра). И действительно, в отношении этих двух «центробежных сил» особенно часто допускают ошибку, смешивая их друг с другом; между тем это — две совершенно различные силы.

Прежде всего они различны по своей природе: первая из них есть ньютонова сила инерции, т. е. сила, действующая со стороны какого-либо тела на другое потому, что первое тело деформировано (в нашем случае — сила, действующая со стороны деформированного шарика на нить). Вторая же из них — это сила инерции, обусловленная ускоренным движением системы координат относительно «неподвижной» (сила, которая действует только во вращающейся системе координат). Помимо различия по своей природе, обе силы инерции приложены к разным телам: ньютонова центробежная сила инерции приложена к нити, а неньютонова — к шарику.

Для «неподвижного» наблюдателя существует только одна центробежная сила, действующая на нить и принадлежащая к классу ньютоновых сил инерции. Для наблюдателя, покоящегося во вращающейся системе координат, существуют две центробежные силы — первая та же, что и для неподвижного наблюдателя, действующая на нить, а вторая — действующая на шарик.

Итак, если наблюдатель вместе с системой координат вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1$ относительно «неподвижной», а тело массы $m$ для этого наблюдателя покоится, то, помимо сил, действующих со стороны других тел в «неподвижной» системе координат, он должен ввести центробежную силу инерции, направленную от оси вращения и равную $-m\omega_1^2 r$, где $r$ — расстояние от тела массы $m$ до оси, вокруг которой вращается система координат.

Мы пока рассматривали только простейшие случаи, когда тело покоится во вращающейся системе координат. Если же тело движется в этой системе, то, как уже отмечалось, задача определения силы инерции становится более сложной. Мы не будем приводить общих соображений, касающихся методов определения сил инерции в этом случае, а ограничимся несколькими примерами.

Представим себе, что на тело массы $m$ в «неподвижной» системе координат не действуют никакие силы и тело в ней покоится, а наблюдатель покоится в системе координат, вращающейся вокруг оси $O$ с постоянной угловой скоростью $\omega_0$ относительно «неподвижной» (рис. 52). Для этого наблюдателя масса $m$ будет вращаться в обратном направлении с той же по величине угловой скоростью $\omega_0'$. Чтобы объяснить вращение массы $m$, вращающийся наблюдатель должен ввести действующую на нее центростремительную силу $m\omega_0^2 r$. Как же он объяснит происхождение этой направленной к центру силы? В «неподвижной» системе координат никакие силы на массу $m$ не действуют, и поэтому всю силу, действующую во вращающейся системе координат, движущийся наблюдатель должен истолковать как силу инерции. Но ведь вращающемуся наблюдателю известно (он в этом убедился из описанных выше опытов), что на тела, покоящиеся в его системе координат, действует центробежная сила инерции $-m\omega_0^2 r$. Так как эта сила не зависит от скорости движения тела во вращающейся системе координат, то нужно полагать, что центробежная сила инерции действует на все тела, находящиеся во вращающейся системе координат, независимо от того, покоятся ли тела или движутся в этой системе координат. Следовательно, на массу $m$ действует сила инерции $-m\omega_0^2 r$. Но это не только не объяснит вращающемуся наблюдателю вращения массы $m$, но даже

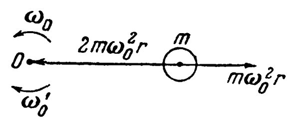

Рис. 52.

усложнит задачу. Ведь этот наблюдатель должен объяснить существование силы $m\omega_0^2 r$, направленной к оси вращения, а известная ему центробежная сила инерции направлена от оси вращения. Следовательно, должна существовать еще одна сила инерции (помимо центробежной), которая в рассматриваемом случае должна быть направлена к оси вращения и равна $2m\omega_0^2 r$ (рис. 52); она вместе с центробежной силой инерции даст равнодействующую, направленную к оси вращения и равную $m\omega_0^2 r$. Вновь введенная сила инерции (в рассматриваемом частном случае равная $2m\omega_0^2 r$ и направленная к центру) носит название *кориолисовой силы инерции.* Она должна зависеть от скорости $v'$ тела по отношению к движущейся системе координат и притом так, чтобы эта сила обращалась в нуль при $v' \to 0$, так как она не действует, когда тело покоится (тогда, как мы знаем, действует только центробежная сила инерции $m\omega_0^2 r$). Вместе с тем эта новая сила должна зависеть и от угловой скорости $\omega_0$ так, чтобы она исчезала при $\omega_0 \to 0$ (так как для наблюдателя, покоящегося в «неподвижной» системе координат, эта сила отсутствует). Поскольку в рассматриваемом случае $v' = \omega_0 r$, то мы удовлетворим обоим указанным условиям, если запишем кориолисову силу инерции в виде

$$f_к = 2mv'\omega_0. \tag{3.24}$$

Рассмотрим несколько более сложный пример, который покажет нам, что не только в описанном простейшем случае новая, кориолисова сила инерции, которая должна быть добавлена к центробежной силе, выражается формулой (3.24) и направлена к оси вращения. Представим себе, что укрепленное на нити тело массы $m$ вращается по окружности радиуса $r$ относительно «неподвижной» системы координат с угловой скоростью $\omega_1$ в одну сторону, а движущаяся система координат вместе с движущимся наблюдателем вращается с угловой скоростью $\omega_0$ вокруг той же оси в другую сторону (рис. 53),

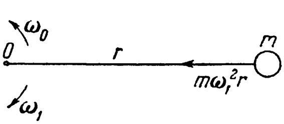

Рис. 53.

Тогда для вращающегося наблюдателя тело имеет угловую скорость $(\omega_0+\omega_1)$ и линейную скорость $v'=(\omega+\omega_1)r$. Какие же силы действуют на тело с точки зрения вращающегося наблюдателя? Во-первых, на тело действует со стороны растянутой нити упругая сила, направленная к центру и равная $m\omega_1^2 r$. Эту силу он мог бы измерить динамометром. Впрочем, то, что эта сила должна быть равна $m\omega_1^2 r$, можно сказать заранее, так как ведь именно она является единственной силой, обусловливающей вращение тела с угловой скоростью $\omega_1$ относительно «неподвижной» системы координат. Кроме этой силы, действующей со стороны нити, на тело $m$ должны действовать еще силы инерции — центробежная $-m\omega_0^2 r$ и направленная к оси вращения кориолисова, равная $2mv'\omega_0$. Подставляя вместо $v'$ его значение $(\omega_0+\omega_1)r$, и складывая все три силы (направленные к оси вращения — со знаком плюс, от оси — со знаком минус), получим:

$$m\omega_1^2 r - m\omega_0^2 r + 2m(\omega_0+\omega_1)\omega_0 r = m(\omega_1+\omega_0)^2 r. \qquad (3.25)$$

Но это — как раз та центростремительная сила, какая нужна, чтобы происходило вращение тела с угловой скоростью $(\omega_1+\omega_0)$, которую и обнаружит вращающийся наблюдатель. Таким образом, вводя, кроме сил, действующих на тело в «неподвижной» системе, еще две силы инерции — центробежную и кориолисову, вращающийся наблюдатель объяснит наблюдаемое им движение.

Выражение (3.24) можно записать так, чтобы оно указывало не только величину, но и направление кориолисовой силы. В рассмотренных примерах кориолисова сила направлена к оси вращения, т. е. перпендикулярна как оси вращения, так и линейной скорости $v'$. Если рассматривать угловую скорость как вектор, направленный по оси вращения по правилу буравчика, то вектор кориолисовой силы можно представить как умноженное на $2m$ векторное произведение векторов $\boldsymbol{v}'$ и $\boldsymbol{\omega}_0$:

$$f_к = 2m[\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\omega}_0]. \qquad (3.26)$$

Полученное выражение для кориолисовой силы оказывается справедливым не только в рассмотренных нами простейших случаях. Всегда, когда система координат вращается с угловой скоростью $\omega_0$, а тело движется в этой системе координат с линейной скоростью $v'$, вращающийся наблюдатель должен, кроме сил, действующих со стороны других тел, ввести еще две силы инерции — центробежную, равную $m\omega_0^2 r$, и кориолисову, равную $2m[\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\omega}_0]$.

Таким образом, результирующая сила инерции, которая должна быть добавлена к силам, действующим в «неподвижной» системе координат, чтобы второй закон Ньютона был справедлив для вращающейся системы координат, состоит из двух компонент — центробежной и кориолисовой сил, по-разному зависящих от $v'$ и $\omega_0$. Первая зависит только от угловой скорости $\omega_0$, вторая зависит также и от скорости $v'$. Первая, не зависящая от скорости тела во вращающейся системе координат, направлена всегда от оси вращения и поэтому получила название центробежной силы инерции. Вторая же, зависящая от линейной скорости, направлена всегда перпендикулярно как линейной скорости $v'$, так и угловой $\omega_0'$ в сторону, определяемую правилом векторного перемножения векторов. Эта составляющая силы инерции получила название кориолисовой силы по имени ученого Кориолиса, впервые указавшего на то, что во вращающейся системе координат, помимо ускорения тела, обусловленного ее вращением, должно существовать добавочное ускорение, зависящее от скорости движения тела в этой системе. Соображения, подтверждающие, что такое ускорение действительно существует, мы приведем позже при рассмотрении конкретных примеров, которые придадут этим соображениям бо́льшую наглядность.

В тех случаях, когда вращение Земли сказывается на рассматриваемом движении, можно пользоваться системой координат, связанной с Землей, но при этом, помимо сил, действующих в «неподвижной» системе координат на тело, необходимо учитывать силы инерции — не только обусловленную ускорением центра Земли (см. § 16), но и центробежную $m\omega_0^2 r$ и кориолисову $2m[\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\omega}_0]$. Здесь $\boldsymbol{\omega}_0$ — вектор угловой скорости вращения Земли относительно «неподвижной» системы координат; по правилу буравчика он направлен по оси Земли от южного полюса к северному; $r$ — расстояние от движущегося тела до земной оси (т. е. радиус параллельного круга данного места); $\boldsymbol{v}'$ — линейная скорость тела относительно Земли. Пока рассматриваются тела, покоящиеся на поверхности Земли, кориолисова сила отсутствует (так как $v'=0$), и помимо сил, действующих на движущееся тело в «неподвижной» системе координат, необходимо учитывать только центробежную силу инерции.

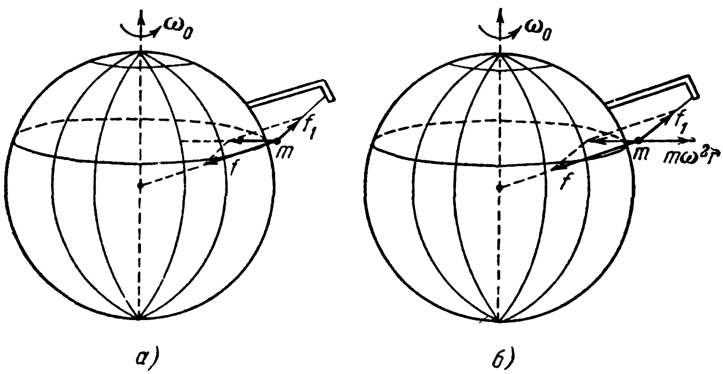


Рис. 54.

Для каждой данной точки земной поверхности эту силу, действующую в данной точке, можно раз навсегда прибавить к силе притяжения Земли, действующей в этой точке. Так как сила притяжения Земли направлена практически к центру Земли (отклонением формы Земли от шарообразной мы пренебрегаем), а центробежная сила направлена по радиусу параллельного круга наружу, то результирующая силы притяжения Земли и центробежной силы инерции будет отличаться от силы притяжения Земли как по величине, так и по направлению.

Пусть, например, мы рассматриваем массу $m$, подвешенную над поверхностью Земли (рис. 54, *а*). Если масса $m$ покоится по отношению к Земле, то относительно «неподвижной» системы координат она вместе с Землей вращается вокруг земной оси с угловой скоростью $\omega_0$. Для того чтобы такое движение происходило, на массу $m$ должна действовать центростремительная сила $m\omega_0^2r$, направленная по радиусу параллельного круга внутрь Земли. Следовательно, чтобы объяснить движение массы $m$, «неподвижный» (внеземной) наблюдатель должен объяснить происхождение силы $m\omega_0^2r$, направленной к земной оси. Эта сила представляет собой равнодействующую двух сил: силы земного притяжения $f$, направленной к центру Земли, и силы натяжения нити $f_1$. Для этого силы $f$ и $f_1$ не должны лежать на одной прямой, т. е. направление отвеса нити должно быть немного отклонено к экватору от вертикали данного места. Вращающийся (вместе с Землей) наблюдатель, кроме сил $f$ и $f_1$, должен учитывать действующую во вращающейся системе координат центробежную силу инерции $m\omega^2r$. Сумма этих трех сил, как и должно быть, оказывается равной нулю (рис. 54, *б*).

Когда тело движется по поверхности Земли, то, кроме центробежной силы инерции, земной наблюдатель должен ввести кориолисову силу инерции. Так как эта сила по направлению совпадает с векторным произведением $[\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\omega}_0]$, то она всегда должна быть направлена перпендикулярно земной оси. Следовательно, кориолисова сила инерции всегда должна лежать в плоскости параллельного круга, проходящего через данную точку земной поверхности, и в зависимости от направления может давать как горизонтальную, так и вертикальную составляющую. Горизонтальная ее составляющая объясняет с точки зрения земного наблюдателя целый ряд своеобразных эффектов, сопровождающих движение тел по поверхности Земли.

Рассмотрим конкретный пример действия кориолисовой силы — движение поезда по поверхности Земли. Для конкретности будем считать, что поезд *П* движется с севера на юг в северном полушарии (рис. 55). Прежде чем рассматривать движение поезда с точки зрения движущегося (т. е. покоящегося относительно Земли) наблюдателя, покажем, что при движении тела во вращающейся системе координат действительно должно возникать добавочное ускорение относительно «неподвижной» системы координат, зависящее от $\omega_0$ и скорости $v'$ поезда относительно Земли. Линейная скорость $v_1$ движения поезда относительно «неподвижной» системы координат, обусловленная вращением Земли, будет направлена с запада на восток (рис. 55), и если поезд приближается к экватору, то радиус параллельного круга, на котором находится поезд, увеличивается, а вместе с тем увеличивается и линейная скорость $v_1$, обусловленная вращением Земли. Поскольку при движении поезда $v_1$ растет, то, значит, должно существовать ускорение, направленное с запада на восток (при движении поезда с юга на север отрицательное ускорение в северном полушарии будет направлено с востока на запад). Кроме того, с точки зрения «неподвижного» наблюдателя поезд движется, конечно, непрямолинейно, так как, кроме движения по меридиану, он участвует во вращении Земли. Поэтому путь поезда оказывается искривленным с запада на восток при движении поезда относительно Земли с севера на юг в северном полушарии (т. е. относительно «неподвижной» системы координат поезд испытывает ускорение, направленное с запада на восток). Оба эти ускорения вместе, которые, во-первых, увеличивают скорость $v_1$ поезда и, во-вторых, изменяют направление скорости $v'$ относительно «неподвижной» системы координат, и представляет собой кориолисово ускорение, обусловленное тем, что поезд движется по вращающейся Земле. Но если с точки зрения «неподвижного» наблюдателя движущийся (с севера на юг) поезд испытывает ускорение, направленное с запада на восток, значит, на поезд со стороны какого-то другого тела должна действовать сила, направленная с запада на восток. Происхождение этой силы легко указать: на движущийся поезд (на реборды его правых колес) оказывает давление деформированный правый рельс. (Если бы у колес

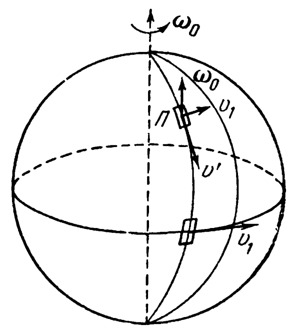

Рис. 55.

не было реборд, поезд не мог бы участвовать во вращении Земли: колеса соскользнули бы с рельс и Земля ушла бы «из-под поезда» в направлении своего вращения.) Правда, сама эта деформация очень незначительна вследствие жесткости рельс, но наличие давления правого рельса на реборды колес может быть обнаружено по другому признаку. На всех двухколейных железных дорогах северного полушария внутренняя сторона правого рельса постепенно все больше и больше стирается *). Ясно, что на одноколейных дорогах этого не должно быть, так как поезда, идущие в одном направлении, испытывали бы давление со стороны одного рельса, а идущие в обратном направлении — со стороны другого рельса, и оба рельса стирались бы одинаково.

Итак, на движущийся поезд, помимо силы притяжения Земли и сил трения, действующих со стороны рельс вдоль хода поезда, действует еще упругая сила деформированного правого (в северном полушарии) рельса в направлении, перпендикулярном ходу поезда. Этим давлением «неподвижный» наблюдатель объясняет то изменение величины и направления скорости, которое испытывает движущийся на юг поезд.

Рассмотрим теперь это же движение с точки зрения движущегося (земного) наблюдателя. Предварительно установим, как должна быть направлена действующая на поезд кориолисова сила инерции в системе координат, вращающейся вместе с Землей. Так как эта сила $f_к$ перпендикулярна векторам $\boldsymbol{v}'$ и $\omega_0$, то она должна быть перпендикулярна плоскости меридиана; по правилу буравчика (если рукоятку его поворачивать от $\boldsymbol{v}'$ к $\omega_0$ по кратчайшему пути) для поезда, движущегося на юг в северном полушарии, $f_к$ должна быть направлена с востока на запад (рис. 56; если бы поезд двигался в том же направлении в южном полушарии, то кориолисова сила инерции $f_к'$ была бы направлена с запада на восток). Движущийся наблюдатель обнаружит также все те силы, которые в «неподвижной» системе координат действуют на поезд (движущийся с севера на юг в север-

*) В южном полушарии стертым оказывается левый рельс.

ном полушарии). В частности, он обнаружит давление на поезд со стороны правого рельса. Но он не обнаружит того ускорения, направленного с запада на восток, которым обладает поезд по отношению к «неподвижной» системе координат. Ведь для земного наблюдателя поезд, двигаясь по рельсам, никакими ускорением и скоростью в направлении, перпендикулярном рельсам, не обладает. Следовательно, земной наблюдатель обнаружит силу давления правого рельса, действующую влево (считая по ходу поезда), но не обнаружит никакого ускорения в том направлении, в котором действует сила. Чтобы устранить это противоречие со вторым законом Ньютона, земной наблюдатель должен учесть, что на поезд действует кориолисова сила инерции, направленная навстречу давлению рельса, т. е. вправо, и уравновешивающая его (как мы убедились выше, кориолисова сила действительно направлена вправо). Таким образом, с точки зрения земного наблюдателя поезд прижимается к правому рельсу потому, что на поезд действует кориолисова сила.

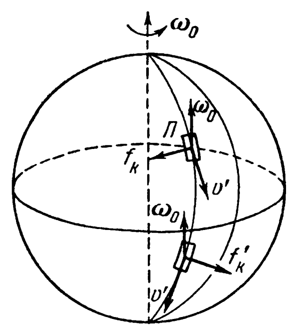

Рис. 56.

Подобные же эффекты наблюдаются в реках. В северном полушарии правый берег рек, текущих в направлении, близком к меридиану, бывает всегда крутым, так как он подмывается текущей водой. С точки зрения земного наблюдателя это объясняется кориолисовой силой, «прижимающей» текущую воду к правому берегу. Точно так же кориолисовой силой (с точки зрения земного наблюдателя) объясняется возникновение ветров постоянного направления (пассатов), отклонение падающих тел к востоку и т. д.

Поясним происхождение терминологии, применяемой в наших рассуждениях. В них фигурируют кориолисово ускорение и кориолисова сила, направленные в противоположные стороны. Кориолисово ускорение — это ускорение относительно «неподвижной» системы координат, которым обладает тело, движущееся во вращающейся системе координат. Как и всякое ускорение относительно «неподвижной» системы координат, это ускорение может возникнуть только в результате действия другого тела (в нашем примере этим другим телом являются рельсы). Но этого ускорения относительно «неподвижной» системы координат не наблюдает движущийся вместе с землей наблюдатель, так как он относит движение поезда к Земле. Значит, движущийся наблюдатель не обнаруживает и ускорений, связанных с изменением величины и направления скоростей этих движений, обусловленных вращением Земли.

Таким образом, кориолисово ускорение существует только для «неподвижного» наблюдателя, но силу бокового давления рельс обнаруживают как «неподвижный», так и движущийся наблюдатели. Однако движущийся наблюдатель не обнаруживает ускорения, которое сила бокового давления рельс должна сообщать поезду. Движущийся наблюдатель объясняет это тем, что существует кориолисова сила инерции, уравновешивающая действие той силы, которая сообщает кориолисово ускорение. Поэтому кориолисова сила инерции и кориолисово ускорение направлены навстречу друг другу.

Сопоставление данных «неподвижного» (внеземного) и движущегося (земного) наблюдателей приводит к принципиально важным выводам при рассмотрении известного опыта Фуко. Опыт этот показал, что качающийся маятник изменяет плоскость своих качаний относительно Земли. Чтобы упростить истолкование этого опыта и сопоставление его с некоторыми опытами, описанными выше, будем по-прежнему полагать, что опыт Фуко производится на полюсе (для определенности на северном). Положим также, что в какой-то момент мы сообщаем неотклоненному маятнику начальную скорость в горизонтальном направлении. (Практически опыт производится не так: маятнику сообщают не начальную скорость, а начальное отклонение. Но это различие не играет принципиальной роли, а рассматривать проще случай, когда маятнику сообщена начальная скорость в горизонтальном направлении.) Направление этой начальной скорости определяет ту вертикальную плоскость, в которой начинает двигаться маятник.

Рассмотрим движение маятника в «неподвижной» системе координат. В ней изменение плоскости качаний маятника может происходить только под действием силы, не лежащей в начальной плоскости качаний. Но силы, действующие на маятник со стороны других тел,— притяжение Земли и натяжение нити — находятся в той же вертикальной плоскости, в которой лежит начальная скорость маятника. Поэтому скорость маятника, хотя и может изменяться, но всегда будет лежать в той же самой плоскости, в которой маятник начал свое движение, и значит, маятник должен сохранять плоскость своих качаний неизменной по отношению к «неподвижной» системе координат. И, действительно, опыт, произведенный на полюсе, показал бы, что плоскость качаний маятника не изменяет своего положения относительно Солнца и звезд (т. е. относительно платформы, вращающейся вокруг продолжения земной оси с угловой скоростью вращения Земли, но в обратном направлении). Вместе с тем, очевидно, плоскость качаний маятника по отношению к Земле должна вращаться со скоростью одного оборота в сутки в направлении, обратном вращению Земли. Поэтому земной наблюдатель должен обнаружить вращение плоскости качаний маятника (относительно Земли) со скоростью одного оборота в сутки.

Для того чтобы объяснить это вращение плоскости качаний маятника, земной наблюдатель должен учесть силы, которые действуют на маятник в направлении, перпендикулярном плоскости его качаний. Силы, действующие в «неподвижной» системе координат на маятник со стороны Земли и подвеса, лежат в плоскости качаний, но земной наблюдатель должен учесть еще силы инерции, в частности кориолисову силу.

Так как эта сила лежит в горизонтальной плоскости и направлена вправо относительно движения маятника (на северном полюсе), то путь маятника будет искривляться вправо; след маятника на горизонтальной плоскости будет искривлен. Эти искривления пути и приведут к тому, что плоскость качаний маятника будет вращаться по часовой стрелке, если смотреть сверху. След маятника на Земле изображен на рис. 57. Величина угловых перемещений плоскости качаний за один период маятника на этом рисунке для наглядности сильно преувеличена (весь период маятника гораздо меньше 1 часа, а полный оборот плоскость качаний делает за 24 часа). Но форма траектории на рисунке передана с сохранением наиболее характерной черты: в крайних точках траектория касается окружности, на которой лежат крайние точки. Действительно, если маятнику, расположенному точно над полюсом, сообщена некоторая начальная скорость относительно «неподвижной» системы координат, то, когда маятник достигает наибольшего отклонения, эта скорость должна быть равна нулю. Следовательно, для земного наблюдателя скорость, обусловленная вращением Земли, в крайних точках должна быть касательна к окружности, на которой они лежат. (В действительности, поскольку маятнику сообщается начальное отклонение, форма траектории будет несколько отличаться от изображенной на рис. 57. Но, как уже сказано, эти отличия не имеют принципиального значения, и мы на них останавливаться не будем.)

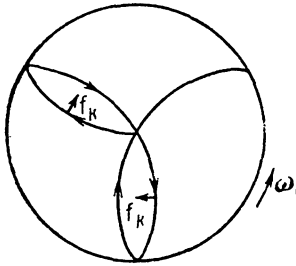


Рис. 57.

Если производить опыт Фуко не на полюсе, а где-либо в средних широтах, то картина усложняется. Маятник уже не может сохранять плоскость своих качаний неизменной относительно Солнца и звезд. Это видно из того, что плоскость качаний маятника всегда должна проходить через вертикаль данного места, а так как сама вертикаль вращается вместе с Землей вокруг земной оси, то ни одна плоскость, проходящая через вертикаль данного места, не может сохранить неизменным свое положение относительно Солнца и звезд. Плоскость качаний маятника частично увлекается Землей в ее движении, однако не участвует в ее движении полностью. Если вектор угловой скорости вращения Земли $\omega_0$ разложить на составляющие: $\omega_1$ — в направлении вертикали данного места и $\omega_2$ — в направлении меридиана данного места (рис. 58), то в отношении вращения $\omega_1$ плоскость качаний маятника будет себя вести так же, как на полюсе, т. е. не будет участвовать в этом вращении (с точки зрения внеземного наблюдателя). Во вращении $\omega_2$, напротив, плоскость качаний маятника будет полностью участвовать вместе с Землей. Поэтому с точки зрения внеземного наблюдателя Земля уходит из-под плоскости качаний маятника с угловой скоростью

$$\omega_1 = \omega_0 \sin \varphi,$$

где $\varphi$ — широта данного места. С точки зрения же земного наблюдателя это объясняется тем, что кориолисова сила, действующая на маятник на широте $\varphi$, есть

$$f_к = 2m[\boldsymbol{v}_1 \boldsymbol{\omega}_0] = 2mv'\omega_0 \sin \varphi,$$

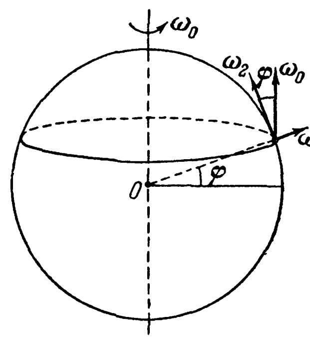


Рис. 58.

т. е. в отношении $\sin \varphi : 1$ меньше, чем на полюсе, и поэтому угловая скорость вращения плоскости качаний также соответственно меньше во столько раз, во сколько раз $\sin \varphi$ меньше единицы. Но при всех этих осложнениях принципиально картина остается прежней. «Неподвижный» (внеземной) наблюдатель может объяснить все наблюдаемые им движения, учитывая только силы, действующие в «неподвижной» системе координат со стороны других тел. Движущийся (земной) наблюдатель для объяснения наблюдаемых движений должен, помимо сил, действующих в «неподвижной» системе координат, учесть еще силы инерции, в частности кориолисову силу инерции.

Итак, «неподвижный» наблюдатель может объяснить неподвижность плоскости качаний маятника Фуко на полюсе отсутствием сил, направленных перпендикулярно плоскости качаний; движущийся же наблюдатель для объяснения наблюдаемых движений плоскости качаний маятника должен учесть силы инерции. Тем самым опыт Фуко дает ответ на вопрос, какая из двух систем координат — связанная с Землей или связанная с Солнцем и звездами — является инерциальной. Поскольку обе эти системы вращаются, т. е. движутся одна относительно другой с ускорением, они обе *одновременно* во всяком случае не могут являться инерциальными.

Фуко своим опытом доказал, что система координат, связанная с Солнцем и звездами, т. е. та система координат, которую мы называем «неподвижной», действительно практически является инерциальной, так как если на данное тело не действуют силы со стороны других тел, то оно в «неподвижной» системе координат не испытывает ускорения. Но в таком случае система координат, связанная с Землей, и, значит, движущаяся с ускорением относительно «неподвижной», уже не может быть инерциальной. Действительно, в системе координат, связанной с Землей, движения плоскости качаний маятника, наблюдаемые в опыте Фуко, показывают, что, помимо сил, действующих на маятник в «неподвижной» системе координат, действуют также и силы инерции.

Теперь становится ясным значение того шага, который мы сделали в самом начале, выбрав в качестве системы отсчета систему координат, связанную с Солнцем и звездами. Выбранная нами система оказалась принадлежащей к числу инерциальных. Правда, таких инерциальных систем координат существует не одна, а бесчисленное множество, так как всякая система координат, движущаяся прямолинейно и равномерно, т. е. без ускорений относительно нашей «неподвижной» системы координат, также является инерциальной. Но любая другая система координат, движущаяся *с ускорением* по отношению к любой из всех инерциальных систем координат, *оказывается уже неинерциальной* (за исключением некоторых случаев, рассмотренных в § 28).

Все же мы можем утверждать только, что «неподвижная» система координат лишь практически, т. е. с известной степенью точности, является инерциальной, ибо опыты, при помощи которых мы убедились в том, что «неподвижная» система координат является инерциальной, например опыт Фуко, как и всякие опыты, дают те или иные результаты лишь с известной степенью точности. Если бы мы повысили точность наших опытов, то могло бы оказаться, что в «неподвижной» системе координат обнаруживаются хотя бы небольшие ускорения, которые не вызываются действием на движущееся тело каких-либо других тел, и что, значит, «неподвижная» система координат является лишь приблизительно инерциальной. Но тогда при помощи этих же точных опытов мы могли бы определить ту систему координат, которая с той же степенью точности является инерциальной.

Эта последняя должна была бы, очевидно, известным образом двигаться по отношению к «неподвижной» системе координат. Опыт позволил бы определить, как именно должна двигаться относительно приблизительно инерциальной другая система координат, для того чтобы эта последняя система координат с заданной точностью была инерциальной. Точно измерив те ускорения, которые наблюдаются в приблизительно инерциальной системе, но не вызываются силами, действующими в «неподвижной» системе, мы определим те силы инерции, которые действуют в приблизительно инерциальной системе координат, и т. д. Как бы ни совершенствовались опыты и как бы ни повышалась их точность, мы всегда сможем указать такую систему координат, которая с этой точностью является инерциальной, а вместе с тем — и множество других инерциальных систем координат, которые движутся относительно первой прямолинейно и равномерно. Следовательно, мы можем утверждать, что должно существовать и по крайней мере принципиально может быть указано множество действительно инерциальных систем координат.

## *§ 18. О происхождении сил инерции*

Опыты, описанные в предшествующих двух параграфах, позволяют определить силы инерции, действующие в различных ускоренных системах координат. Но о происхождении сил инерции эти и другие опыты говорят очень мало. Они лишь позволяют установить общую черту всех сил инерции: эти силы действуют в системах координат, обладающих ускорением по отношению к «неподвижной». Поэтому все предложенные объяснения происхождения сил инерции пока следует рассматривать как гипотезы. Мы ограничимся изложением только одной из этих гипотез; она может быть изложена достаточно просто и вместе с тем по своему характеру наиболее близка к механике Ньютона. Однако следует подчеркнуть, что указанные преимущества излагаемой гипотезы являются чисто методическими и не дают оснований считать ее более правдоподобной, чем другие предложенные гипотезы о происхождении сил инерции.

Гипотеза, о которой идет речь, так объясняет происхождение сил инерции. В «неподвижной» системе координат, для которой телами отсчета являются Солнце и три лежащие в трех взаимно перпендикулярных направлениях звезды, практически неподвижными являются не только эти тела отсчета, но и все удаленные небесные тела, лежащие за пределами солнечной системы, — звезды, туманности, звездные системы (галактики). Следовательно, система координат, движущаяся с ускорением относительно «неподвижной», с таким же ускорением движется относительно всех удаленных небесных тел Вселенной, обладающих огромной общей массой. На рис. 59 эти тела изображены в виде сферической оболочки, охватывающей Солнечную систему.

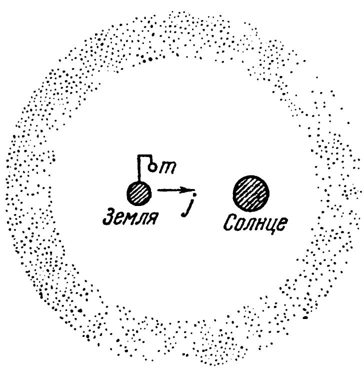


Рис. 59.

Конечно, такая картина является очень упрощенной. Галактики во многих случаях не имеют сферической формы. В частности, форму, существенно отличающуюся от сферической, имеет и наша Галактика. Но масса нашей Галактики не может играть заметной роли, когда речь идет о совокупности множества тел Вселенной. Что же касается других удаленных галактик, то число их очень велико и отличие формы каждой отдельной галактики от сферической также не может играть существенной роли. Поскольку все галактики расположены во Вселенной с равномерной плотностью, мы вправе независимо от их формы упрощенно представить себе их совокупность, а также и межзвездное вещество в виде массивной сферы с внутренним диаметром, значительно превышающим размеры Солнечной системы.

В описанных в § 16 опытах, позволяющих обнаружить и измерить силы инерции, мы пользовались двумя системами координат: 1) «неподвижной», начало которой совпадает с центром Солнца, и 2) движущейся ускоренно, начало которой совпадает с центром Земли (вращение как первой, так и второй системы координат было исключено тем, что все три оси каждой из систем координат были направлены на три надлежащим образом выбранные звезды).

В первой системе координат Солнце и сфера удаленных небесных тел неподвижны. Ускорением, которое Солнцу сообщают силы притяжения Земли и других планет, можно пренебречь, поскольку масса Солнца гораздо больше масс планет. Поэтому практически можно считать, что Солнце и сфера удаленных небесных тел друг относительно друга покоятся. Земля же в первой системе координат под действием силы притяжения Солнца движется по направлению к Солнцу с ускорением $j$; с тем же ускорением и по той же причине движется к Солнцу и масса $m$ в опыте с телом, подвешенным над полюсом.

Во второй, движущейся ускоренно системе координат Земля неподвижна, а Солнце и сфера удаленных небесных тел движутся практически с одинаковым ускорением $-j$. Гипотеза, которую мы излагаем, состоит в том, что ускоренное движение всей сферы удаленных небесных тел, обладающих огромной общей массой, является причиной возникновения сил инерции в той системе координат, в которой происходит это ускоренное движение.

Таким образом, возникновение сил инерции в этой гипотезе объясняется примерно так же, как возникновение сил, действующих на электрический заряд со стороны другого ускоренно движущегося электрического заряда. Как известно, когда электрический заряд покоится, то он создает в окружающем пространстве электростатическое поле, действующее с кулоновской силой на любой другой электрический заряд. Если же электрический заряд движется с ускорением, то он создает в окружающем пространстве взаимосвязанные электрическое и магнитное поля, которые действуют на находящиеся в этом поле электрические заряды с некоторой добавочной силой.

Согласно излагаемой гипотезе аналогичная картина должна существовать для гравитационных полей, создаваемых тяготеющими массами. Если тяготеющая масса покоится (или вообще движется без ускорения), то она создает вокруг себя статическое гравитационное поле, в котором всякое тело испытывает силу притяжения со стороны покоящейся массы. Если же тяготеющая масса движется с ускорением, то, помимо статического гравитационного поля, она создает еще добавочное гравитационное поле, в котором всякое тело также испытывает добавочную силу — силу инерции. Но направление этой силы зависит не от направления, в котором лежит тяготеющая масса, а от направления того ускорения, с которым эта масса движется. Поэтому, хотя возникновение сил инерции обусловлено существованием массивного тяготеющего тела, сила инерции по своему характеру не является просто силой тяготения, поскольку ее направление никак не связано с направлением, в котором лежит та масса, чье ускоренное движение порождает силу инерции.

Заметим, кстати, что эти соображения поясняют также, почему массивная сфера удаленных тел может при ускоренном движении породить силы инерции, но не может быть источником поля тяготения, достаточно сильного для того ,чтобы это поле тяготения было обнаружено на Земле. Дело в том, что две противолежащие части сферы удаленных тел в области центра сферы создают поля тяготения, направленные навстречу друг другу и ослабляющие друг друга; ускорения же двух противолежащих участков сферы (движущейся как одно целое) совпадают по направлению, а значит, совпадают по направлению, т. е. усиливаются порождаемые ими силы инерции.

Итак, с точки зрения излагаемой гипотезы силы инерции по своему происхождению напоминают силы, действующие на электрически заряженное тело со стороны ускоренно движущегося заряда (с тем, однако, существенным различием, что силы инерции действуют на всякое тело, в то время как силы, порождаемые ускоренно движущимся зарядом, действуют только на электрически заряженные тела). Гравитационное поле, создаваемое ускоренно движущимися массами и распространяющееся в пространстве со скоростью света, называют гравитационной волной.

Однако следует иметь в виду, что пока не существует никаких экспериментальных доказательств существования гравитационных волн.

Таким образом, излагаемая гипотеза считает, что силы инерции, как и «обычные силы» в механике Ньютона, обусловлены действием на данное тело других тел.

Но в случае сил тяготения мы всегда можем выделить взаимодействие двух тяготеющих тел. Даже когда речь идет о взаимном тяготении многих тел, мы всегда можем рассматривать взаимодействие одной пары выделенных тел, затем другой пары и т. д.

В случае же сил инерции мы не можем свести их к взаимодействию двух тел, так как эти силы действуют на данное тело со стороны всей сферы удаленных тел, движущейся с ускорением относительно выбранной системы координат. Можно, конечно, считать по аналогии с силами тяготения, что сила инерции есть сила взаимодействия данного тела с ускоренно движущейся сферой удаленных тел. Но, рассматривая взаимодействие между двумя телами, из которых одно тело, движение которого мы исследуем, обладает исчезающе малой массой по сравнению с другим (сферой удаленных небесных тел), мы не можем сделать никаких конкретных выводов о характере этого взаимодействия. Мы можем определить силу инерции, а значит, и ускорение, сообщаемое данному телу ускоренно движущейся сферой удаленных небесных тел, но ничего не можем сказать о той силе, с которой данное тело действует на всю сферу удаленных тел.

Вследствие этого к силам инерции невозможно применить третий закон Ньютона. Этот закон применим только в тех случаях, когда речь идет о взаимодействии двух конкретных тел (или многих тел, которые можно рассматривать как систему попарно взаимодействующих конкретных тел). Только когда мы знаем, какое конкретное тело из рассматриваемой системы тел является источником силы, действующей на другое конкретное тело, мы можем, применяя третий закон Ньютона, сделать определенные выводы относительно движений тел рассматриваемой системы. Эти выводы будут сделаны в следующем параграфе. А сейчас мы подробнее рассмотрим одну уже отмеченную выше общую черту сил инерции и сил тяготения.

Эта общая черта состоит в следующем: силы тяготения сообщают всем телам или всем частям одного и того же тела, находящимся в одной и той же малой области пространства (в которой поле сил тяготения можно считать однородным), одинаковое ускорение; а так как сила инерции, действующая на данное тело, пропорциональна инертной массе этого тела и поле сил инерции в достаточно малой области пространства также можно считать однородным, то сила инерции, как и сила тяготения, в данной малой области пространства сообщает всем телам или всем частям одного и того же тела одинаковое ускорение. Наконец, поскольку инертная и тяжелая массы любого тела равны, то равные друг другу силы инерции и тяготения сообщают любому телу равные ускорения.

Это общее свойство сил тяготения и сил инерции обусловлено, во-первых, тем, что как те, так и другие силы пропорциональны массам, на которые они действуют (такие силы называются массовыми), и, во-вторых, тем, что тяжелая и инертная массы любого тела равны между собой. Первым замечательным свойством обладают только силы тяготения и силы инерции. Вторая же общая черта обеих сил придает им такое сходство, что часто оказывается невозможным разделить их и определить, в какой мере наблюдаемое ускорение вызвано силами тяготения, а в какой — силами инерции. Это обстоятельство и имеют в виду, когда говорят об эквивалентности сил инерции и сил тяготения.

Иллюстрацией эквивалентности сил инерции и сил тяготения могут служить описанные в § 16 опыты в движущемся лифте, например, взвешивание тел на пружинных весах. Растяжение пружины, как мы уже знаем, будет зависеть от того ускорения, которым обладает лифт. Учтя силы инерции, мы в свое время объяснили зависимость растяжения пружины от ускорения с точки зрения наблюдателя, находящегося в лифте. Но тот же наблюдатель с равным основанием может объяснить наблюдаемое им растяжение пружины либо тем, что действуют силы тяготения, либо тем, что действуют силы инерции. Если наблюдатель не знает, что происходит вне лифта, то при изменении натяжения пружины он не может определить, изменилась величина силы инерции или величина силы тяготения. Существенно, что при любой массе тела, подвешенного на пружине, определенное ускорение лифта может быть заменено определенными силами тяготения, именно потому, что как силы инерции, так и силы тяготения сообщают всякому телу ускорение, не зависящее от массы тела. (Силу, действующую со стороны пружины, например, мы не могли бы заменить определенной силой тяготения, так как ускорение, сообщаемое данной пружиной телам разной массы, оказывается различным.) Во всех случаях ускорение лифта относительно «покоящейся» системы координат может быть заменено некоторой силой тяготения, и наоборот. Производя опыты внутри лифта и не зная, что происходит вне лифта, мы не можем различить, когда на тела, находящиеся внутри лифта, действуют силы тяготения, а когда — силы инерции.

В таком положении оказывается всякий наблюдатель, находящийся в неинерциальной системе координат. Те изменения в ускорениях, которые констатирует этот наблюдатель, всегда могут быть им объяснены изменением либо сил инерции, либо сил тяготения; при переходе от одной системы координат к другой, которая обладает ускорением по отношению к первой, мы можем все наблюдаемые в них различия в движениях объяснить либо тем, что изменились силы инерции, либо тем, что изменились силы тяготения. Мы можем вообще не вводить сил инерции, а вводить эквивалентные им силы тяготения. В таком случае во всех системах координат — как инерциальных, так и неинерциальных — будут действовать силы тяготения и отсутствовать силы инерции. Но при этом в различных системах координат, обладающих ускорением друг относительно друга, силы тяготения окажутся различными. (В частности, силы тяготения могут действовать в одной системе координат и отсутствовать в другой.)

Все сказанное справедливо только до тех пор, пока мы рассматриваем движения в небольшой области пространства. Если не налагать этого ограничения, то оказывается, что силы тяготения не могут быть заменены равными им силами инерции, и наоборот. Причина этого заключается в том, что те и другие силы по-разному изменяются с расстоянием. Например, в ускоренно движущемся лифте сила инерции одинакова во всех точках, а сила тяготения изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от притягивающего тела. Далее (§ 27) мы рассмотрим примеры того, как нарушается эквивалентность сил инерции и тяготения вследствие различной структуры полей сил тяготения и сил инерции. Но пока область, в которой заключены рассматриваемые тела, мала и в этой области равенство сил тяготения и сил инерции не нарушается (имеет место «локальная эквивалентность»), мы всегда можем в выбранной системе координат силы инерции заменить силами тяготения, действующими со стороны определенным образом расположенных тяготеющих тел. (Для упрощения мы будем считать, что кориолисова сила инерции отсутствует, например, потому, что все точки выбранной системы координат имеют одинаковое ускорение относительной «неподвижной» системы координат.)

В эквивалентности сил инерции силам тяготения, т. е. возможности заменить первые вторыми, иногда видят основание считать силы инерции фиктивными. Однако ведь возможна и обратная замена — сил тяготения силами инерции. Но силы тяготения на этом основании никто не считает фиктивными. Значит, обсуждать следует такой вопрос: чем силы инерции отличаются от сил тяготения, чтобы первые из них можно было считать фиктивными, а вторые реальными? Наиболее существенное различие между силами тяготения и силами инерции заключается в том, что для сил тяготения мы всегда можем в пределах Солнечной системы указать отдельные конкретные тела, являющиеся источниками этих сил, для сил же инерции мы таких тел в пределах Солнечной системы указать не можем. Из этого вытекает и другое отличие — невозможность применять к силам инерции третий закон Ньютона. Во всем же остальном силы инерции для движущегося наблюдателя подобны силам тяготения: они могут сообщать ускорения, совершать работу, уравновешивать другую силу, и т. д. Если движущийся наблюдатель будет измерять силы при помощи динамометров и при этом будет пользоваться для сравнения сил обычным приемом (т. е. будет считать, что две силы, действующие на тело, равны, когда ускорение тела относительно «неподвижной» системы координат равно нулю), то он обнаружит силы инерции совершенно так же, как обнаруживает силы тяготения и другие силы (упругие, трения и т. д.).

Указанные выше различия между силами тяготения и силами инерции не столь существенны, чтобы первые можно было считать реальными, а вторые фиктивными. Хотя с точки зрения изложенной выше гипотезы происхождение сил инерции отличается от происхождения сил тяготения, но и те, и другие силы порождаются тяготеющими телами.

Другое различие сил тяготения и сил инерции — несоблюдение третьего закона Ньютона для сил инерции — также не дает оснований сомневаться в реальности последних. Это видно хотя бы из того, что в физике, в частности в электродинамике, известны силы, действующие между двумя телами, но не равные друг другу. Например, если в двух отрезках провода текут быстропеременные токи одинаковой частоты, то в зависимости от взаимного расположения проводов они могут действовать друг на друга либо с одинаковыми, либо с разными силами. Но несоблюдение третьего закона Ньютона в этом случае не может привести к сомнениям относительно реальности сил, действующих между двумя отрезками проводов, питаемых быстропеременными токами одинаковой частоты.

Наконец, перейдем к последнему различию между силами инерции и тяготения, состоящему в том, что силы инерции зависят от ускорения той системы координат, в которой они действуют (по отношению к «неподвижной» системе) и исчезают, если это ускорение обращается в нуль. То что эти силы исчезают, для «неподвижного» наблюдателя также не дает оснований сомневаться в их реальности. Ведь и скорости и ускорения, которые при помощи тех или иных приборов обнаруживает движущийся наблюдатель, часто не существуют для «неподвижного» наблюдателя, или наоборот; но от того, что скорости и ускорения, обнаруживаемые одним наблюдателем, не обнаруживаются другим, они вовсе не перестают быть реальными для первого наблюдателя.

Учитывая все сказанное, следует признать, что у нас нет сколько-нибудь веских оснований сомневаться в реальности сил инерции и считать, что они «ниже рангом», чем другие силы.

## § 19. *Силы инерции и принцип Даламбера*

Принцип Даламбера в своей наиболее распространенной формулировке (данной Лагранжем) не содержит никакого упоминания о силах инерции. Если бы эта формулировка сохранилась в механике в качестве единственной, то никакого отношения к силам инерции принцип Даламбера бы не имел, и настоящий параграф не был бы нужен. Однако в позднейших формулировках принципа Даламбера появляется термин «силы инерции». Так как этим термином обозначаются два разных класса сил — во-первых, ньютоновы силы инерции и, во-вторых, силы инерции, возникающие в системах координат, движущихся ускоренно относительно «неподвижной», — то необходимо выяснить, что понимать под силами инерции, о которых идет речь при формулировке принципа Даламбера.

Это необходимо прежде всего для того, чтобы не оставлять никаких неясностей в толковании термина «сила инерции». При этом мы встретимся еще с одним новым истолкованием термина «силы инерции»; эта новая точка зрения, хотя и не играет важной роли в механике, поучительна тем, что согласно ей силы инерции бесспорно оказываются фиктивными. Знакомство с такими фиктивными силами будет полезно: ведь при обсуждении вопроса о том, реальными или фиктивными являются силы инерции, мы до сих пор так и не встретились с конкретным примером бесспорно фиктивных сил; рассмотрение такого примера сделает более убедительными соображения, высказываемые в пользу того, что силы инерции не являются фиктивными. Знакомство с принципом Даламбера будет поучительно еще и потому, что он предназначен для рассмотрения движений, характер которых существенно зависит от «абсолютно жестких связей», наложенных на движущееся тело. Между тем во всем предшествующем изложении мы нацело исключили представление об абсолютно жестких телах и связях, поскольку таких тел и связей в природе не существует и все реальные тела и связи всегда в большей или меньшей степени деформируются при движении. Таким образом, представление об абсолютно жестких телах и связях есть абстракция. Однако этой абстракцией широко пользуются в механике; в ее развитии такое представление сыграло очень существенную роль. Поэтому рассмотрение принципа Даламбера, в котором центральное место занимает представление об абсолютно жестких связях, поможет выяснению той физической картины, которой это представление соответствует.

Вводя представление об абсолютно жестких связях и забывая о том, что это представление является абстракцией, забывая о той физической картине, которая с этим представлением связана, мы лишаем понятие силы его конкретного физического содержания. Мы сразу натолкнемся на принципиальные трудности, если будем представление об абсолютно жестких связях и абсолютно жестких телах понимать буквально. Эти трудности, о которых мы уже упоминали, заключаются в том, что мы оказываемся не в состоянии ответить на вопросы, которые физик не может оставить без ответа. Напомним пример, который мы уже приводили: на абсолютно жестком столе лежит абсолютно жесткая гиря, на которую сверху надавливают рукой. Сила, с которой стол давит на гирю, зависит от величины давления руки, и если оно изменяется, то и сила, с которой стол давит на гирю, также изменяется. Но ведь в состоянии стола и гири при этом ничего не изменяется, так как они оба абсолютно жестки. Почему же может изменяться сила, с которой стол давит на гирю? Откуда стол «знает», что рука давит сильнее и он также «должен» давить сильнее?

На все эти вопросы мы не можем дать никакого ответа до тех пор, пока считаем стол и тело абсолютно жесткими, т. е. считаем, что под действием сил никаких изменений в физическом состоянии стола и гири не происходит, в частности, деформации не возникают.

Совершенно такие же затруднения появятся при рассмотрении вопросов движения. Пусть, например, поезд на абсолютно жестких колесах движется криволинейно по абсолютно жестким рельсам. Мы знаем, что при движении по кривой реборды колес будут давить на внешний рельс и сила этого давления будет зависеть от скорости поезда. Почему же давление будет зависеть от скорости, если в состоянии и взаимном расположении колес и рельс при этом ничего не изменилось? Откуда колесо и рельс «знают», что давление должно увеличиться, если скорость увеличивается?

Но если мы учтем, что стол и гиря, колеса и рельсы не абсолютно жесткие, что они могут деформироваться и что силы, с которыми они действуют друг на друга, определяются величиной деформации, то ответ на все вопросы становится совершенно очевидным. Все дело в том, что в первом случае при изменении давления руки изменяется величина деформации тела и стола, а во втором случае при изменении скорости поезда изменяется величина деформации колес и рельс. (Вопрос о том, как возникают и изменяются деформации, мы уже рассматривали так подробно, что сейчас на нем останавливаться нет надобности.)

Если же мы рассматриваем абсолютно жесткие тела, то мы должны полагать, что изменения сил происходят без всякого изменения деформаций (абсолютно жесткие тела, по определению, не способны деформироваться), т. е. без всякого изменения состояния тел, и значит, силы не определяются состоянием тел. Из действий, определяемых физическим состоянием взаимодействующих тел, силы превращаются в действия, не зависящие и не определяемые физическим состоянием тел; и хотя при помощи некоторых формальных приемов силы, действующие со стороны абсолютно жестких тел, можно определить, но их происхождение никак нельзя объяснить. Этим выхолащивается физическое содержание понятия силы, и силы приобретают какой-то мистический характер. Вместе с тем из действий, которые могут быть однозначно определены по физическому состоянию тел, силы превращаются в такие действия, которые могут появляться и исчезать без всякой видимой причины.

Вряд ли нужно доказывать, что такое представление абсолютно неприемлемо и что его нужно всячески избегать, а для этого необходимо всегда помнить, что представление об абсолютно жестких телах и абсолютно жестких связях — это абстракция, что реальные тела и реальные связи при непосредственном соприкосновении друг с другом всегда в большей или меньшей степени деформируются. Но когда эти деформации достаточно малы, происходящие движения очень мало отличаются от тех, которые происходили бы, если бы тела и связи действительно были абсолютно жесткими. Поэтому удается рассматривать движения, не принимая вовсе во внимание этих малых деформаций, т. е. рассматривая тела и связи как абсолютно жесткие.

Однако при этом, помимо тех принципиальных трудностей, которые уже указывались выше, возникают трудности количественного рассмотрения движений. Как вычислять те силы, с которыми отдельные части абсолютно жесткого тела действуют друг на друга или абсолютно жесткие связи действуют на движущиеся тела? Если бы сами движущиеся тела и связи рассматривались не как абсолютно жесткие, а как упругие, то, зная упругие свойства этих тел и связей, мы всегда могли бы, по крайней мере принципиально, вычислить силы, действующие на тело со стороны связей, т. е. выразить эти силы как функции координат. Затем, прибавив эти силы к другим силам, действующим на тело (и также зависящим от координат или координат и скоростей), мы могли бы с помощью второго закона Ньютона составить дифференциальные уравнения движения, в которых ускорение (вторая производная от координаты) выражается через скорость (первую производную от координаты) и саму координату, и найти ускорения и скорости как функции времени.

Если же мы считаем некоторые тела и некоторые связи абсолютно жесткими, то силы, действующие между отдельными частями тела или со стороны связей, не определяются координатами тела; силы, действующие между частями абсолютно жесткого тела, и силы, действующие со стороны абсолютно жестких связей, при одной и той же конфигурации могут иметь различную величину. Мы не в состоянии выразить эти силы как функции координат, и поэтому не можем составить уравнений движения, пользуясь вторым законом Ньютона, так как в правую часть войдут силы, которые мы не умеем выразить через координаты или координаты и скорости.

На первый взгляд эта трудность одинаково касается как движущихся абсолютно жестких тел, так и абсолютно жестких связей. Но, как мы сейчас увидим, в случае абсолютно жестких тел эта трудность отпадает сама собой, а в случае абсолютно жестких связей должны быть найдены специальные пути обхода указанной трудности. В первом случае силы взаимодействия между отдельными частями абсолютно жесткого тела входят как *силы внутренние*, и из уравнений движения этого тела, как будет показано в § 20, они выпадают. Поэтому при рассмотрении движения всякого достаточно жесткого тела его всегда можно рассматривать как абсолютно жесткое, не сталкиваясь с указанным выше затруднением.

Во втором случае это затруднение встает во весь рост. Силы, действующие на движущееся тело со стороны абсолютно жестких связей, в задаче о движении тела являются внешними и входят в уравнение движения тела. Между тем эти силы мы не умеем выразить как функции координат. Путь, который позволил обойти это затруднение, указал Даламбер. Если силы, действующие со стороны абсолютно жестких связей, нельзя рассчитать как функции координат, то их надо исключить специальным приемом. Принцип Даламбера в форме, данной Лагранжем *), дает возможность это сделать.

Достигается это следующим образом. Прежде всего задача о движении формально сводится к задаче о равновесии. Если тело движется под действием «обычных» сил $F$ и сил $N$, действующих со стороны связей, то по второму закону Ньютона

$$m\boldsymbol{a}=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{N}, \tag{3.26а}$$

где $m$ — масса тела и $\boldsymbol{a}$ — его ускорение. В другой записи

$$\boldsymbol{F}-m\boldsymbol{a}+\boldsymbol{N}=0. \tag{3.26б}$$

т. е. вектор $(\boldsymbol{F}-m\boldsymbol{a})$ уравновешивается силами, действующими со стороны связей. Поэтому к нему можно применить принцип возможных перемещений, как он применяется к действующим силам $F$ в случае равновесия системы со связями. Тогда из уравнений движения силы, действующие со стороны связей, исключаются так же, как из уравнений равновесия.

Понятно, почему силы связей исключаются из уравнений в результате применения принципа возможных перемещений. Этот принцип содержит определенные высказывания относительно работы, которую совершают действующие на тело силы при его возможных перемещениях. Но ведь при абсолютно жестких связях

---

*) На развитии принципа Даламбера и изменениях, внесенных в него после Лагранжа, мы не останавливаемся, так как рассмотрение содержания принципа Даламбера и его места в механике не входит в нашу задачу. Нас этот принцип интересует постольку, поскольку он оказал влияние на развитие представлений о силе. История развития формулировок принципа Даламбера рассмотрена в упоминавшейся статье проф. Е. Л. Николаи в сборнике «Труды Ленинградского индустриального института», № 6, 1936, ОНТИ, Ленинград.

перемещения в направлении сил, действующих со стороны связей, невозможны. Поэтому силы связи не совершают работы (мы полагаем, что силы трения, которые могли бы действовать со стороны связей на движущееся тело в направлении его перемещения, отсутствуют). Таким образом, то обстоятельство, которое препятствует введению сил связи в уравнения Ньютона — абсолютная жесткость связей, позволяет исключить эти силы из уравнений динамики, вытекающих из принципа Даламбера.

До Даламбера не существовало общих методов рассмотрения движений при наличии абсолютно жестких связей. Но после того как Даламбер дал такой общий метод, представление об абсолютно жестких связях прочно вошло в механику и стало широко применяться. Когда связи оказываются столь жесткими, что они мало деформируются при движении тела, на которое наложены, — это движение очень мало отличается от того, которое происходило бы, если бы связи совсем не деформировались. Предположение о том, что связи являются абсолютно жесткими, позволяет определить характер происходящего в действительности движения тела (т. е. движения при деформации связей) с достаточной степенью точности: тем точнее, чем меньше деформация связей при движении.

Само собой разумеется, что, предполагая связи абсолютно жесткими, мы лишаемся возможности определить те деформации, которые эти связи испытывают при движении. Однако мы не лишаемся возможности определить те силы, которые действуют на тело со стороны связей. После того как эти силы исключены и найдены ускорения, можно силы связей вычислить. Действительно, ускорения мы нашли, а все силы, кроме сил связей, нам известны. Так как равнодействующая всех сил должна быть равна массе, умноженной на ускорение, то, вычитая из этой величины известные нам силы (т. е. все силы, кроме сил связей), мы получим силы, действующие со стороны связей. Таким образом, пренебрегая деформацией связей, мы не лишаемся возможности ответить на вопрос о силах, действующих со стороны связей, а вместе с тем по третьему закону Ньютона —

определить и силы, с которыми движущееся тело действует на связи. Этот последний вопрос часто бывает особенно важен, так как силы, действующие на связи, определяют, не подвергнутся ли связи разрушению при движении тела.

Для того чтобы уяснить себе ту физическую картину, которая соответствует представлению об абсолютно жестких связях, *следует рассматривать абсолютно жесткие связи как предельный случай все более и более жестких связей.* Когда связи достаточно жестки, дальнейшее увеличение их жесткости уже не влияет на характер движения. Но чем жестче связи, тем меньше их деформации при движении. С другой стороны, поскольку характер движения тела по мере роста жесткости связей заметно не меняется (если с самого начала они были достаточно жесткими), то, значит, и величина сил, действующих со стороны связей, по мере роста их жесткости тоже заметно не меняется. Следовательно, увеличение жесткости и соответствующее уменьшение деформации происходят так, что упругие силы, действующие со стороны деформированных связей на движущееся тело, остаются практически неизменными, если с самого начала жесткость связей была достаточно большой. Поэтому и в пределе, когда делается предположение об абсолютно жестких связях, силы, действующие со стороны связей, оказываются конечными.

Таким образом, в принципе Даламбера рассматриваются силы, которые действуют со стороны одних тел на другие. В этом смысле они ничем не отличаются от «обычных» сил. Правда, в вопрос о зависимости этих сил от конфигурации принцип Даламбера вносит нечто новое. Именно, в том случае, когда при очень малых изменениях конфигурации возникают большие силы, т. е. если связи очень жестки, принцип Даламбера позволяет вовсе не учитывать зависимости сил от конфигурации. Рассматривая связи как абсолютно жесткие и пользуясь принципом Даламбера, можно вовсе исключить силы связей из уравнений движения, а затем, найдя движение, определить и исключенные силы, хотя мы и не знаем, как они зависят от изменений конфигурации. Как видим, в сами представления о силах принцип

Даламбера в форме, данной Лагранжем, не вносит ничего существенного, и если бы не появилось новых обстоятельств, не требовалось бы ставить вопрос так, как он сформулирован в заголовке этого параграфа.

Но в дальнейшем, как указывает Е. Л. Николаи*), в формулировку принципа Даламбера стали вводить термин «силы инерции», называя этими словами вектор $-m\boldsymbol{a}$ в уравнении (3.26б) после того, как он был поставлен рядом с «обычными» силами. Необходимо выяснить физический смысл, который можно вкладывать в термин «силы инерции» в том случае, когда этот термин применяется для обозначения вектора $-m\boldsymbol{a}$ в уравнении (3.26б). Ясно, что только условно можно называть силой произведение массы на ускорение. Хотя сила — это величина, имеющая размерность массы, умноженной на ускорение, и сила по величине может быть равна произведению массы на ускорение, но физическое содержание этих понятий совершенно различно. Все три величины — сила, масса и ускорение — определяются независимо, и из этих определений никак не вытекает, что произведение массы на ускорение есть сила. Принцип Даламбера представляет собой лишь прием, позволяющий обойтись без вычисления сил, действующих со стороны связей, и не дает нам права вводить никаких новых сил по своему усмотрению. Для неподвижного наблюдателя никаких других сил, кроме действий тел друг на друга, нет и не может быть, а все действия на рассматриваемое тело других тел учитываются суммой векторов $\boldsymbol{F}+\boldsymbol{N}$ в уравнении (3.26а). То, что в принципе Даламбера называют «силой инерции», т. е. выражение $-m\boldsymbol{a}$, вообще не есть сила — это есть произведение массы на ускорение; с этой точки зрения термин «сила инерции» в формулировке принципа Даламбера можно понимать только как сокращенное условное название. Вместо того чтобы говорить «произведение массы тела на ускорение, взятое с обратным знаком», кратко говорят «сила инерции».

Если под $-m\boldsymbol{a}$ понимать силу, действующую на движущееся тело, то прежде всего это означало бы отказ

*) В работе, упомянутой в примечании на стр. 183.

от второго закона Ньютона, ибо тогда, как видно из уравнения (3.26б), сумма действующих на тело сил (в «неподвижной» системе координат) равнялась бы нулю, но, несмотря на это, тело обладало бы ускорением $\boldsymbol{a}$, отличным от нуля. Значит, если называют $-m\boldsymbol{a}$ силой, то заведомо нельзя считать, что эта сила действует на движущееся тело. Но $-m\boldsymbol{a}$ называют не просто силой, а силой инерции. Так как силами инерции называют два разных класса сил, то необходимо «примерить» оба толкования термина «сила инерции» к силе $-m\boldsymbol{a}$.

Итак, посмотрим, можно ли толковать $-m\boldsymbol{a}$ как ньютонову силу инерции. Если тело массы $m$ движется с ускорением $\boldsymbol{a}$, то сумма сил, действующих на все остальные тела, включая и связи, со стороны этого тела всегда будет равна $-m\boldsymbol{a}$. Это следут непосредственно из законов Ньютона. Действительно, если тело массы $m$ испытывает ускорение $\boldsymbol{a}$, то по второму закону Ньютона сумма сил, действующих на него со стороны всех других тел, должна быть равна $m\boldsymbol{a}$. Значит, по третьему закону Ньютона ускоряемое тело массы $m$ действует на все ускоряющие тела (в том числе и связи) с силами, сумма которых должна быть равна $-m\boldsymbol{a}$. Это те силы, которые мы называем ньютоновыми силами инерции. Таким образом, если тело массы $m$ движется с ускорением $\boldsymbol{a}$, то действительно существует система сил, равнодействующая которых равна $-m\boldsymbol{a}$, и эта система сил представляет собой ньютоновы силы инерции. Но, как всегда, ньютоновы силы инерции приложены к *ускоряющим телам*, а не к *ускоряемому*, движение которого мы рассматриваем.

Поэтому принцип Даламбера можно интерпретировать таким образом. Если к силам, действующим на ускоряемое тело, мы *мысленно* прибавим ньютоновы силы инерции, которые в действительности на ускоряемое тело не действуют (а действуют со стороны этого ускоряемого тела на все ускоряющие тела), то сумма всех этих сил должна быть равна нулю. Результат этот очевиден: ведь если рассматривается движение относительно «неподвижной» системы координат, то сумма сил, действующих на все ускоряющие и ускоряемые тела, есть сумма всех сил, действующих в замкнутой системе тел. Можно условно сказать, что все эти внутренние силы «уравновешивают» друг друга. Это, конечно, фиктивное равновесие, ибо мы получаем нуль в результате сложения сил, действующих не на одни и те же, а на различные тела. Силы же, которые фактически действуют на ускоряемое тело, не могут дать в сумме нуль, ибо тогда тело не испытывало бы ускорений. Таким образом, под силами инерции в принципе Даламбера можно понимать ньютоновы силы инерции, мысленно перенесенные с ускоряющих тел, на которые они фактически действуют, на тело ускоряемое, на которое они *фактически не действуют.*

Хотя сами по себе ньютоновы силы инерции отнюдь не фиктивны, это — «обычные» силы, действующие со стороны одних тел на другие, но их действие на ускоряемые тела это фикция, ибо в действительности этого нет. Поэтому, когда термин «силы инерции» применяется в указанном смысле, при формулировке принципа Даламбера к термину «силы инерции» часто прибавляют слово «фиктивные». Их фиктивность в том и состоит, что «настоящие» силы, действующие на одни тела, мы представляем себе приложенными к другим телам, на которые эти силы вовсе не действуют. Здесь налицо бесспорный признак фиктивности сил.

Называя выражение $-m\boldsymbol{a}$, фигурирующее в уравнении принципа Даламбера (3.26б), силами инерции, можно применить этот термин и во втором смысле, т. е. понимать под силами инерции силы, которые действуют в ускоренно движущихся системах координат. Задачу о движении всегда можно свести к задаче о равновесии, связав систему координат с самим телом, движущимся с ускорением $\boldsymbol{a}$. Тогда ускорение тела в этой системе координат будет равно нулю, но зато в этой системе координат на тело массы $m$ будет действовать сила инерции, равная $-m\boldsymbol{a}$. Таким образом, под силами инерции в принципе Даламбера можно также понимать те силы инерции, которые вводит наблюдатель, движущийся вместе с телом, обладающим ускорением, т. е. силы, действующие в ускоренно движущейся системе координат. В этом случае задача об ускоренном движении не только формально, но и фактически сводится к задаче о равновесии (так как для движущегося наблюдателя ускорение отсутствует). Поэтому сумма всех сил, фактически действующих на ускоряемое тело, для движущегося вместе с телом наблюдателя должна быть равна нулю. В этой второй картине силы инерции фактически действуют на то тело, движение которого мы изучаем, и поэтому нет никаких оснований считать их фиктивными, поскольку мы пришли к выводу, что силы инерции, действующие в ускоренно движущихся системах координат, не являются фиктивными. Нужно, однако, иметь в виду, что такая интерпретация принципа Даламбера, кажущаяся на первый взгляд вполне наглядной, теряет свою наглядность, если движущееся тело нельзя рассматривать как материальную точку, т. е. если нужно учитывать, что разные части тела движутся по-разному. Тогда разные части тела могут иметь разные ускорения, и поэтому при такой интерпретации сил инерции, фигурирующих в принципе Даламбера, для рассмотрения движения тела может оказаться необходимым ввести не одну, а сразу несколько или даже много движущихся систем координат.

Таким образом, применение термина «сила инерции» для обозначения величины ($-m\mathbf{a}$) в формулировке принципа Даламбера не способствует более наглядному истолкованию этого принципа. Вместе с тем оно усугубляет терминологические трудности, поскольку, помимо «ньютоновых сил инерции» и «сил инерции просто», появляется еще новое толкование сил инерции. Поэтому применять термин «сила инерции» при формулировке принципа Даламбера нецелесообразно.

## *§ 20. Законы сохранения и силы инерции*

Наряду с законами движения существенную роль в механике играют законы сохранения энергии, импульса (количества движения) и момента импульса (момента количества движения). Во многих и притом весьма важных случаях эти законы позволяют, не рассматривая движений во всех деталях (не решая дифференциальных уравнений движения), установить связь между различными состояниями системы, например, установить, каково должно быть конечное состояние системы, если известно ее начальное состояние. Законы сохранения справедливы только при определенных условиях. Прежде всего, законы сохранения энергии и сохранения импульса соблюдаются только в системах, на которые не действуют внешние силы («замкнутые системы»); несколько сложнее формулируется закон сохранения момента импульса: для того чтобы этот закон соблюдался, система может быть и незамкнутой, но момент внешних сил должен быть равен нулю. Наконец, для того чтобы в системе соблюдался закон сохранения энергии*), система не только должна быть замкнутой, но в ней должны отсутствовать силы трения или аналогичные им силы (зависящие от скоростей). При соблюдении этих условий законы сохранения являются следствием законов движения. Несмотря на то, что законы сохранения не являются в этих случаях самостоятельными законами, они имеют для механики столь фундаментальное значение, что заслуживают специального рассмотрения и с точки зрения интересующих нас вопросов. Необходимо выяснить, как сказывается на законах сохранения переход к движущимся системам координат и появление сил инерции; чтобы выяснить эти вопросы, нужно проследить связь между законами сохранения и законами Ньютона. Мы начнем рассмотрение с закона сохранения импульса, а затем перейдем к закону сохранения энергии.

Импульс выражается, как известно, вектором $m\boldsymbol{v}$, т. е. представляет собой вектор скорости $\boldsymbol{v}$, умноженный на скалярную величину — массу $m$; следовательно, по направлению вектор импульса совпадает с вектором скорости. Если масса тела не изменяется, тело не распадается, от него не отделяются части и т. п., то импульс

*) Мы имеем здесь в виду закон сохранения энергии в узко механическом смысле. Закон сохранения энергии в широком физическом смысле является самостоятельным и одним из наиболее общих законов природы.

пропорционален скорости тела*), и любые его изменения могут происходить только при изменении скорости тела.

Рассматривая по-прежнему движущееся тело как материальную точку, можно выражение второго закона Ньютона (2.12) заменить эквивалентным ему:

$$\frac{d}{dt}(m\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{F}, \quad \text{или} \quad d(m\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{F}\,dt. \tag{3.27}$$

Такой записи и соответствует та формулировка второго закона движения, которая дана самим Ньютоном: «Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует». Величину $\boldsymbol{F}\,dt$, представляющую собой произведение силы на малый промежуток времени, в течение которого силу $\boldsymbol{F}$ можно считать постоянной, часто называют *импульсом силы*. (Его не следует смешивать с импульсом или количеством движения $m\boldsymbol{v}$, о котором шла речь выше.) Применяя этот термин, второй закон Ньютона можно сформулировать так: «Изменение импульса тела за малый промежуток времени равно импульсу силы за этот промежуток времени».

Из такой формулировки второго закона Ньютона сразу вытекает, что в отсутствие сил импульс $m\boldsymbol{v}$, которым обладает тело, остается неизменным, так как при $F=0$ производная от импульса равна нулю. Это и есть простейший случай, когда соблюдается закон сохранения импульса. Но в таком виде это утверждение является тривиальным, так как известно, что в отсутствие сил тело движется прямолинейно и равномерно, и если масса его остается неизменной, то импульс тела есть величина постоянная. Однако уже из этого простейшего случая сразу становится ясным, что возможность применения закона сохранения импульса связана с выбором системы координат. Если в какой-либо системе координат сумма всех сил, действующих на

*) Это справедливо, только пока скорости движущихся тел и систем отсчета достаточно малы по сравнению со скоростью света. Вопрос об импульсе тела при скоростях, сравнимых со скоростью света, будет рассмотрен специально (§ 21).

рассматриваемое тело, равна нулю, а значит, тело движется прямолинейно и равномерно, то его импульс остается постоянным; но в другой системе координат, движущейся с ускорением относительно первой, действуют силы инерции, поэтому сумма сил, действующих на то же тело (равная нулю в первой системе), вообще говоря, не будет равна нулю во второй и, следовательно, импульс тела во второй системе координат не будет оставаться постоянным.

В частности, если первая система координат была инерциальной, то во второй системе координат появятся силы инерции, которые в этой движущейся системе координат так же, как и другие силы, изменят импульс $m\boldsymbol{v}$ рассматриваемого тела. Действительно, наблюдатели, находящиеся в различных системах координат, будут отсчитывать различные ускорения, т. е. различные изменения скоростей, а значит, и различные изменения импульса $m\boldsymbol{v}$. Наоборот, если первая система координат была неинерциальной и нулю была равна сумма всех действующих на рассматриваемое тело сил, как «обычных», так и сил инерции, то импульс $m\boldsymbol{v}$ в этой системе останется постоянным. Но во второй системе координат, движущейся относительно первой с ускорением, изменится величина сил инерции и сумма всех действующих на рассматриваемое тело сил («обычных» и сил инерции) уже не будет равна нулю, а значит, импульс тела будет изменяться.

Таким образом, наблюдатели, находящиеся в различных системах координат, движущихся друг относительно друга с ускорением, будут отмечать различные ускорения одного и того же тела и по-разному оценивать его импульс. Но пока все наблюдатели находятся в инерциальных системах координат, импульс тела для каждого из наблюдателей отличается на некоторую постоянную величину, и поэтому, пока закон сохранения импульса справедлив для одного наблюдателя, он справедлив и для всех других наблюдателей.

Перейдем теперь к закону сохранения импульса не для одного тела, а для системы тел; в этом случае, как мы увидим, закон сохранения импульса оказывается не тривиальным следствием второго закона Ньютона, а новым и важным выводом из второго и третьего законов Ньютона (в тех случаях, конечно, когда последний закон применим).

Поскольку закон сохранения импульса может оказаться справедливым в одних системах координат и несправедливым в других, посмотрим сначала, при каких условиях он будет соблюдаться, если мы будем пользоваться инерциальными системами координат (в которых существуют только силы, действующие со стороны одних тел на другие и зависящие от конфигурации этих тел, а силы инерции отсутствуют). Рассмотрим систему, состоящую из многих тел, которые могут действовать друг на друга с некоторыми силами. Пронумеруем все входящие в систему тела и обозначим через $m_i$ массу тела «номер $i$», а через $\boldsymbol{v}_i$ скорость этого тела. Тогда для каждого из тел системы мы можем написать на основании второго закона Ньютона:

$$\frac{d}{dt}(m_i\boldsymbol{v}_i) = \sum \boldsymbol{F}_i. \tag{3.28}$$

Здесь $\Sigma \boldsymbol{F}_i$ — сумма всех сил, действующих на тело «номер $i$», причем в эту сумму включены как силы, действующие со стороны других тел, входящих в рассматриваемую систему (эти силы являются внутренними для данной системы), так и внешние силы, действующие со стороны тел, не входящих в систему. Таких уравнений мы можем написать столько, сколько тел входит в систему. Сложим почленно правые и левые части этих уравнений. В сумму сил войдут все внутренние и внешние силы. Но по третьему закону Ньютона (который применим ко всем силам, поскольку система инерциальна и силы представляют действия отдельных тел друг на друга) силы взаимодействия равны по величине и противоположны по направлению. Поэтому при сложении внутренние силы дадут в сумме нуль (так как войдут парами, равными по величине и противоположными по знаку), и в правой части останется только сумма внешних сил. Таким образом, мы получим:

$$\frac{d}{dt}\sum m_i\boldsymbol{v}_i = \sum \boldsymbol{F}_a, \tag{3.29}$$

где $\Sigma \boldsymbol{F}_a$ — сумма всех внешних сил, $\Sigma m_i \boldsymbol{v}_i$ — полный импульс системы, т. е. геометрическая сумма импульсов всех входящих в нее тел. Так как координаты центра масс $x$, $y$, $z$, как известно, определяются уравнениями

$$x = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}; \quad y = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}; \quad z = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}, \tag{3.30}$$

где $x_i$, $y_i$, $z_i$ — координаты каждого из тел, образующих систему (напомним, что отдельные тела мы рассматриваем как материальные точки), то, взяв производные от каждого из этих выражений, мы получим компоненты скоростей каждого из тел и центра масс их, а сложив геометрически компоненты каждой из скоростей, получим соответственно векторы скорости $\boldsymbol{v}_i$ каждого из тел системы и вектор $\boldsymbol{v}_c$ скорости центра масс всех тел системы; окончательно мы получим выражение:

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \boldsymbol{v}_i = \left( \sum_{i=1}^{i=n} m_i \right) \boldsymbol{v}_c. \tag{3.31}$$

Подставив в (3.29) вместо $\Sigma m_i \boldsymbol{v}_i$ его выражение из (3.31), найдем уравнение движения центра масс системы тел:

$$\frac{d}{dt} \left( \sum m_i \right) \boldsymbol{v}_c = \sum \boldsymbol{F}_a. \tag{3.32}$$

Следовательно, центр масс системы материальных точек движется так же, как двигалась бы материальная точка, масса которой равна сумме масс всех тел системы и на которую действует сила, равная сумме всех внешних сил, действующих на тела системы. Вместе с тем из (3.32) следует, что производная по времени от общего импульса системы тел равна сумме внешних сил, ибо, как следует из (3.31), общий импульс системы равен импульсу, которым обладала бы материальная точка с массой, равной сумме масс системы и движущаяся так же, как движется центр масс системы.

Если $\Sigma F_a = 0$, т. е. внешние силы либо вообще отсутствуют, либо сумма их равна нулю, то

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{i=n} m_i \boldsymbol{v}_i = 0. \tag{3.33}$$

Это — закон сохранения импульса для системы тел. Он вытекает из второго и третьего законов Ньютона. Система тел, на которую не действуют внешние силы (т. е. которая изолирована от воздействия других тел, не входящих в данную систему), как уже указывалось, называется *замкнутой*. Следовательно, в замкнутой системе действует закон сохранения импульса. Однако для этого не обязательно, чтобы внешние силы вообще отсутствовали; достаточно, чтобы их сумма была равна нулю. Если речь идет о законе сохранения импульса, то и такие системы тел, на которые действуют внешние силы, но сумма этих сил равна нулю, также можно называть замкнутыми.

Только к таким замкнутым системам и можно применять закон сохранения импульса в общем виде. Однако и к незамкнутым системам все же можно применять закон сохранения импульса, правда, уже не в такой общей форме. Так как уравнение (3.29) есть уравнение векторное, то из него следует, что проекция общего импульса системы на какое-либо направление будет изменяться только тогда, когда проекция внешних сил на это направление не равна нулю. Поэтому, если даже система не является замкнутой, но проекция на какое-либо направление действующих на эту систему внешних сил равна нулю, то проекция общего импульса системы на это направление есть величина постоянная, и в этом направлении система ведет себя как замкнутая. В большинстве практических задач закон сохранения импульса применяется именно в такой частной форме.

Однако пока мы пользуемся инерциальными системами координат, возможно указать такую систему тел, которая является замкнутой и к которой закон сохранения импульса может быть применен в общем виде. Так как в инерциальных системах координат все силы действуют между не слишком удаленными телами, всегда можно включить в рассматриваемую систему все взаимодействующие тела, которые и образуют замкнутую систему. Например, можно считать, что падающее на Землю тело, Земля и Солнце образуют замкнутую систему (при этом мы пренебрегаем силами тяготения, действующими на тело и Землю со стороны других планет и Луны). Практически из этой замкнутой системы можно исключить и Солнце, если падающее на Землю тело находится на небольшом расстоянии от ее поверхности. Тогда Солнце сообщает телу и Земле практически одинаковые ускорения. При этом в системах координат, для которых телами отсчета служат падающее тело и Земля, действуют силы инерции, которые, как было показано в § 16, как раз уравновешивают силы тяготения Солнца. Поэтому силы тяготения Солнца не влияют на характер движения тела, падающего на Землю, и мы можем рассматривать замкнутую систему, состоящую из двух тел — Земли и падающего тела.

Когда мы рассматриваем падение тела на Землю, то и Земля, и падающее тело обладают ускорением по отношению к «неподвижной» системе координат; но так как два притягивающихся друг к другу тела, как следует из закона тяготения, сообщают друг другу ускорения, обратно пропорциональные их массам, то значит, и скорости относятся обратно пропорционально массам падающего тела и Земли. Импульсы падающего тела и Земли в каждый момент оказываются равными по величине, и так как они направлены в противоположные стороны, то общий импульс все время остается равным нулю. (Это справедливо для любых взаимодействующих тел, образующих замкнутую систему.) Поэтому, если замкнутая система состоит из двух тел и если в какой-либо момент ее общий импульс равен нулю, то он всегда должен быть равен нулю.

Когда мы переходим к неинерциальным системам координат, то, помимо сил тяготения, действующих между телами, появляются силы инерции, которые действуют на все тела системы «извне» в том смысле, что тела, с которыми связано возникновение сил инерции (сфера удаленных тел), лежат за пределами любой ограниченной системы тел. Поэтому, если на любую ограниченную систему тел действуют силы инерции, то для нее эти силы инерции являются внешними. Они будут изменять общий импульс системы, и закон сохранения импульса для нее не будет соблюдаться. Следовательно, к неинерциальным системам координат закон сохранения импульса вообще не применим, так как в них ни одна ограниченная система тел не является замкнутой. Всегда существуют внешние силы, именно силы инерции, изменяющие общий импульс системы тел.

Эти изменения могут быть подсчитаны, как и в случае «обычных» сил: производная по времени от общего импульса системы тел равна сумме внешних сил, т. е., в рассматриваемом случае, —сумме сил инерции, действующих на систему тел. Сказанное можно проиллюстрировать на примере падения камня на Землю. Если мы выберем систему координат, связанную с Землей, то обнаружим возрастающую скорость камня и соответствующее возрастание импульса камня (но не импульса Земли, так как в системе координат, связанной с Землей, сама она неподвижна). Малое изменение импульса системы камень — Земля будет происходить за счет работы небольшой силы инерции, действующей в системе координат, связанной с Землей (сила инерции мала, поскольку мало ускорение, сообщаемое камнем Земле).

Посмотрим теперь, как будет оценивать изменение импульса системы наблюдатель, находящийся в системе координат, связанной с камнем (масса Земли $M$, масса камня $m$). Для этого наблюдателя ускорение камня равно нулю, а ускорение Земли равно $(j_M+j_m)$; соответственно скорости равны нулю и $(v_M+v_m)$. Поэтому для наблюдателя, связанного с камнем, Земля, а вместе с тем и вся система камень — Земля будут иметь огромный общий импульс $M(v_M+v_m)$; так как $\frac{v_m}{v_M}=\frac{M}{m}$, то величину этого импульса можно выразить так: $(M+m)v_m$. Возникновение этого огромного общего импульса (огромного потому, что велики и $M$ и $v_m$) наблюдатель, движущийся с камнем, объяснит действием на камень и Землю соответственно сил инерции $mj_m$ и $Mj_m$, поскольку он находится в системе координат, обладающей ускорением $j_m$ по отношению к «неподвижной». Следовательно, для наблюдателя, движущегося с камнем, система камень — Земля приобретает огромный импульс за счет действия силы инерции на Землю.

Легко видеть, что импульс тела или системы тел не есть величина, инвариантная по отношению к выбору системы координат. Различные наблюдатели будут обнаруживать различные скорости, а значит, и различные импульсы у одной и той же системы тел. Но пока все наблюдатели находятся в инерциальных системах координат, т. е. движутся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, эти импульсы будут отличаться на постоянные величины. Значит, для наблюдателей, находящихся в разных инерциальных системах координат, импульсы будут различными, но изменение общего импульса системы во всех системах координат будет одно и то же. И если закон сохранения импульса соблюден для одного наблюдателя, то он соблюден и для всех других наблюдателей, находящихся в инерциальных системах координат.

Для наблюдателей же, находящихся в неинерциальных системах координат, не только сами импульсы, но и изменения импульсов будут не такими, как для инерциального наблюдателя (так как скорость неинерциальной системы координат относительно инерциальной со временем меняется).

Эти различия в изменении импульсов обусловлены тем, что для наблюдателя, находящегося в неинерциальной системе координат, изменения общего импульса системы тел происходят не только под действием «обычных» внешних сил, действующих на тела системы со стороны каких-либо тел, не входящих в рассматриваемую систему тел, но и под действием сил инерции. Вследствие этого в неинерциальных системах координат закон сохранения импульса не соблюдается. Но в них, как и в инерциальных системах, всегда справедливо следствие, вытекающее из второго закона Ньютона и гласящее, что производная по времени общего импульса системы тел равна сумме всех внешних сил, действующих на систему тел (включая и силы инерции).

Посмотрим теперь, как состоит дело с законом сохранения энергии с точки зрения наблюдателей, находящихся в различных системах координат. Прежде всего ясно, что энергию системы различные наблюдатели будут оценивать по-разному: скорость одних и тех же движущихся тел, а значит, и их кинетическая энергия в различных системах координат будет различна; потенциальную энергию системы, которая зависит только от конфигурации тел, все наблюдатели будут оценивать одинаково. Поэтому полная энергия системы для разных наблюдателей будет различной.

Но пока все наблюдатели находятся в инерциальных системах координат, система тел, которая является замкнутой с точки зрения одного наблюдателя, будет замкнутой и для всех других наблюдателей (так как если сумма одних и тех же внешних сил равна нулю для одного наблюдателя, то она равна нулю и для других наблюдателей). Поэтому, если для одного из наблюдателей соблюдается закон сохранения энергии, т. е. сумма кинетической и потенциальной энергий системы остается постоянной, то это должно оставаться справедливым и для всех других наблюдателей. Так как потенциальную энергию системы все наблюдатели оценивают одинаково, то отсюда ясно, что хотя величина кинетической энергии системы для разных наблюдателей различна, но изменение ее наблюдатели должны оценивать одинаково. Это видно из того, что потенциальная энергия для всех наблюдателей изменяется одинаково, а полная энергия для всех наблюдателей должна оставаться постоянной (так как все системы замкнутые).

Однако хотя и ясно, что так должно быть, но не вполне очевидно, как это происходит (во всяком случае, не столь очевидно, как для импульса тел, поскольку кинетическая энергия связана со скоростью не линейной, а квадратичной зависимостью). Например, если для одного наблюдателя скорость тела есть $\boldsymbol{v}$, а для другого, движущегося относительно первого с постоянной скоростью $\boldsymbol{v}_0$, есть $\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0$, то кинетическая энергия для двух наблюдателей соответственно будет равна $\frac{mv^2}{2}$ и $\frac{m(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0)^2}{2}$, а разница между ними будет равна $m\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}_0-\frac{mv_0^2}{2}$. Следовательно, кинетическая энергия тела для двух наблюдателей, движущихся друг относительно друга с постоянной скоростью $v_0$, вообще говоря, будет отличаться не на постоянную величину, а на величину, зависящую от скорости тела $v$, которая может быть переменной. Конечно, если тело движется с постоянной скоростью $v$, кинетическая энергия тела для разных наблюдателей будет отличаться на постоянную величину. Однако в таком виде это заключение совершенно тривиально.

Замечательно другое, именно, что в *замкнутой* системе, даже тогда, когда отдельные тела движутся с переменными скоростями, все-таки полная кинетическая энергия замкнутой системы тел для различных наблюдателей, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, будет *различаться на постоянную величину*. Но если переменные величины отличаются друг от друга всегда на постоянную величину, то это и значит, что изменения их одинаковы. Покажем, что величины кинетической энергии одной и той же системы тел в различных замкнутых инерциальных системах координат действительно могут отличаться на любую, но обязательно постоянную величину. Пусть для одного наблюдателя отдельные тела нашей системы (массы $m_i$) имеют скорости $\boldsymbol{v}_i$, вообще говоря, переменные. Кинетическая энергия всей системы тел для этого наблюдателя будет равна

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Если второй наблюдатель движется по отношению к первому с постоянной скоростью $\boldsymbol{v}_0$, то для него скорости отдельных тел будут равны $(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_0)$ и кинетическая энергия всей системы:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i (\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_0)^2}{2} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^{i=n} m_i \boldsymbol{v}_i \boldsymbol{v}_0 + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i v_0^2}{2},$$

а разница в кинетической энергии для обоих наблюдателей будет равна

$$\Delta W_k = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \boldsymbol{v}_i \boldsymbol{v}_0 - \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i v_0^2}{2}. \qquad (3.34)$$

Второй член этого выражения есть величина постоянная, так как $v_0$ постоянно. Первый же член

$$\boldsymbol{v}_0 \sum_{i=1}^{i=n} m_i \boldsymbol{v}_i$$

представляет собой произведение постоянной относительной скорости наблюдателя $\boldsymbol{v}_0$ на общий импульс системы тел. Но даже если отдельные $\boldsymbol{v}_i$ изменяются, общий импульс тел в *замкнутых системах* тел есть величина постоянная, и значит, полная кинетическая энергия этих систем тел для всех наблюдателей, находящихся в инерциальных системах координат, может различаться только на некоторую постоянную величину.

Если же система тел не замкнута, то картина оказывается существенно иной. Прежде всего наблюдатели, находящиеся в различных (но по-прежнему инерциальных) системах координат, обнаружат, что одна и та же система тел в один и тот же момент времени обладает различной кинетической энергией (по той же причине, что и в замкнутой системе тел). При этом разность кинетических энергий (3.34), оцениваемая различными наблюдателями, будет изменяться со временем. Однако так как все системы координат инерциальны, то на каждое из тел системы (хотя она и не замкнутая) действуют одинаковые силы. Между тем изменение кинетической энергии разных тел (поскольку их потенциальная энергия, как указывалось выше, остается одинаковой) должно быть равно работе внешних сил. Поэтому если изменения кинетической энергии разные наблюдатели оценивают по-разному, они должны по-разному оценивать и работу, совершаемую внешними силами. Но на все тела системы действуют одинаковые силы, и различную величину работы этих сил различные наблюдатели могут объяснить только в том случае, если эти одинаковые силы вызывают *перемещения, по-разному оцениваемые различными наблюдателями.* Итак, если система тел не замкнута, то наблюдатели, находящиеся в различных инерциальных системах координат, обнаруживают различные изменения кинетической энергии тел, образующих незамкнутую систему, но при этом они должны обнаружить такие перемещения тел, чтобы в каждой системе координат работа внешних сил была бы равна изменению кинетической энергии системы тел.

В приведенном рассмотрении мы пользовались соображениями, вытекающими из законов Ньютона и закона сохранения энергии. Поскольку эти законы справедливы, то выводы, к которым мы пришли, также должны быть справедливы и не требуют доказательств. Однако для того, чтобы сделать более наглядными эти выводы, применим их к некоторым конкретным примерам.

Начнем с простейшего примера: тело массы $m$ движется под действием постоянной внешней силы $F$ (другие тела отсутствуют). Рассмотрим движение этого тела в двух системах координат *1* и *2*; система *2* движется относительно системы *1* вдоль оси $x$ с постоянной скоростью $-v_0$, т. е. в отрицательном направлении оси $x$. Положим, что в начальный момент в системе *1* масса $m$ имеет скорость нуль; под действием силы $F$, направленной в сторону положительных $x$, масса $m$ движется в системе *1* с ускорением $a_1=F/m$ и приобретает к моменту времени $t_1$ скорость $v_1=\frac{F}{m}t_1$. В системе *2* скорость $v_2$ массы $m$ в начальный момент равна $v_0$ и со временем возрастает по закону

$$v_2=v_0+\frac{F}{m}t.$$

Найдем значения кинетической энергии тела в обеих системах координат. В системе *1* в момент $t=0$ кинетическая энергия равна нулю, а в момент $t_1$

$$W_1=\frac{mv_1^2}{2}=\frac{m\left(\frac{Ft_1}{m}\right)^2}{2}=\frac{F^2t_1^2}{2m}.$$

В системе *2* кинетическая энергия тела $m$ в момент $t=0$ равна

$$W_{2,0}=\frac{mv_0^2}{2},$$

а в момент $t_1$

$$W_2=\frac{mv_2^2}{2}=\frac{m}{2}\left[v_0+\frac{F}{m}t_1\right]^2=\frac{mv_0^2}{2}+Fv_0t_1+\frac{F^2t_1^2}{2m}.$$

За промежуток времени от 0 до $t_1$ наблюдатель в системе *1* зарегистрирует изменение кинетической энергии на величину

$$\Delta W_1=\frac{F^2t_1^2}{2m},$$

а наблюдатель в системе *2* — изменение энергии на величину

$$\Delta W_2 = Fv_0 t_1 + \frac{F^2 t_1^2}{2m}.$$

Действительно, мы видим, что за один и тот же промежуток времени $t_1$ оба наблюдателя обнаружат различные изменения кинетической энергии тела $m$.

Какие же перемещения $S_1$ и $S_2$ тела $m$ обнаружат наблюдатели, находящиеся в обеих системах координат? Зная начальные скорости и ускорения тела, они (по формулам равномерно-ускоренного движения) найдут перемещения:

$$S_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{Ft_1^2}{2m}; \qquad S_2 = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} = v_0 t_1 + \frac{Ft_1^2}{2m}.$$

Но в обеих системах координат на тело действует одна и та же сила $F$. За время $t_1$ она совершит работу в системе *1*:

$$A_1 = FS_1 = \frac{F^2 t_1^2}{2m},$$

и в системе *2*:

$$A_2 = FS_2 = Fv_0 t_1 + \frac{F^2 t_1^2}{2m}.$$

Сопоставляя полученные выражения работы с найденными выше изменениями кинетической энергии, убеждаемся в том, что

$$A_1 = \Delta W_1 \quad \text{и} \quad A_2 = \Delta W_2,$$

т. е. два наблюдателя, рассматривая движение одного и того же тела за один и тот же промежуток времени в двух различных системах координат, обнаружат различные изменения кинетической энергии тела и различные значения работы сил. вызывающих перемещение тела. Но при этом для каждого наблюдателя работа сил равна изменению кинетической энергии тела.

Как уже было отмечено, предсказать этот результат можно из общих соображений. Но рассмотренный простейший пример позволяет отчетливо проследить за тем, как этот результат получается, в частности, становится совершенно очевидным тот факт, что, определяя перемещения тела за один и тот же промежуток времени, оба наблюдателя получат разные значения перемещения. В самом деле, ведь перемещение $\Delta S$, скорость $v$ и промежуток времени $\Delta t$ связаны соотношением

$$\Delta S = v\Delta t.$$

Но скорость тела для двух наблюдателей, находящихся в различных системах координат (движущихся друг относительно друга), всегда различна, т. е.

$$v_2 \neq v_1,$$

а так как изменения кинетической энергии и величину совершенной работы они определяют за один и тот же промежуток времени, то $\Delta t_1 = \Delta t_2$ и, следовательно,

$$\Delta S_1 \neq \Delta S_2.$$

Вывод, к которому мы пришли для инерциальных систем координат, легко может быть распространен и на неинерциальные системы координат. Для этого необходимо учесть, что в неинерциальных, незамкнутых системах координат, помимо «обычных» внешних сил, могут действовать и силы инерции, которые способны совершать работу и изменять энергию тел, поскольку силы инерции для всякой системы тел являются «внешними». Поэтому наблюдатели, находящиеся в различных неинерциальных системах координат, рассматривая одну и ту же замкнутую систему тел, обнаружат, что за один и тот же промежуток времени в этой системе тел происходят различные изменения энергии системы и совершается различная работа внешними силами. Но для обоих наблюдателей изменение энергии системы тел окажется равным работе сил инерции, если система тел замкнута.

Как и предыдущий, этот вывод вытекает из общих положений (законы Ньютона, закон сохранения энергии). Но чтобы придать этому выводу наглядность, его также полезно пояснить конкретным примером. В качестве такого примера мы воспользуемся уже рассмотренной задачей о падении камня на Землю. В этой задаче мы должны учитывать, что система камень — Земля обладает не только кинетической, но и потенциальной энергией (энергией взаимного тяготения). Чтобы упростить подсчет потенциальной энергии и работы сил тяготения, мы ограничим рассмотрение такой небольшой областью изменения высоты камня над Землей, в которой можно пренебречь изменением силы земного тяготения.

В «неподвижной» системе координат, как уже было показано выше (стр. 195), Землю и камень можно рассматривать как замкнутую систему. Сумма потенциальной и кинетической энергий такой системы должна оставаться постоянной *). Если в начальный момент скорости камня и Земли равны нулю, то система камень — Земля в этот момент обладает только потенциальной энергией. Затем под действием сил взаимного тяготения камень и Земля будут двигаться навстречу друг другу с ускорениями, которые при наложенном выше ограничении можно считать постоянными, т. е. движение камня и Земли — равноускоренным. Пусть масса камня равна $m$, его ускорение $j_m$, масса Земли $M$ и ее ускорение $j_M$. Поскольку камень и Земля движутся равноускоренно с начальной скоростью, равной нулю, то их скорости $v_m$ и $v_M$ в момент времени $t_1$ равны

$$v_{m1} = j_m t_1 \quad \text{и} \quad v_{M1} = j_M t_1.$$

Далее, так как система камень — Земля замкнутая и в начальный момент ее полный импульс равен нулю, то он и при движении камня к Земле будет оставаться равным нулю. Следовательно,

$$mv_m + Mv_M = 0 \quad \text{или} \quad \frac{v_m}{M} = -\frac{v_M}{m}.$$

Кинетическая энергия системы камень — Земля в «неподвижной» системе координат в момент $t_1$ будет равна

$$T_1 = \frac{mv_{m1}^2}{2} + \frac{Mv_{M1}^2}{2}.$$

От момента $t=0$ до момента $t_1$ величина кинетической энергии системы возросла на $T_1$. Настолько же

*) Мы, как и прежде, полагаем, что атмосфера у Земли отсутствует, и поэтому отсутствует сопротивление атмосферы падающему камню.

должна уменьшиться величина потенциальной энергии системы. Убедиться в этом можно, подсчитав работу, совершенную силами взаимного тяготения за время $t_1$. Работа эта будет равна произведению постоянной силы взаимного тяготения Земли и камня

$$F = |mj_m| = |Mj_M|,$$

на общий путь, пройденный Землей и камнем навстречу друг другу за время $t_1$. Путь, пройденный камнем,

$$S_1 = \frac{j_m t_1^2}{2} = \frac{v_{m1} t_1}{2},$$

а путь, пройденный Землей,

$$S_2 = \frac{j_M t_1^2}{2} = \frac{v_{M1} t_1}{2}.$$

Их общий путь

$$S_1 + S_2 = \frac{(v_{M1} + v_{m1}) t_1}{2}.$$

Работа сил взаимного тяготения, совершенная за время $t_1$:

$$A_1 = F(S_1 + S_2),$$

или

$$A_1 = \frac{(v_{m1} + v_{M1}) t_1}{2} m j_m.$$

Учитывая, что $j_m t_1 = v_{m1}$ и $|mv_{m1}| = |Mv_{M1}|$, формулу, выражающую работу $A_1$, можно преобразовать следующим образом:

$$A_1 = \frac{1}{2} m v_{m1}^2 + \frac{1}{2} m v_{m1} v_{M1} = \frac{m v_{m1}^2}{2} + \frac{M v_{M1}^2}{2}.$$

Сопоставляя работу $A_1$ с изменением кинетической энергии $T_1$, убеждаемся в том, что полная энергия системы камень — Земля, как и должно быть для замкнутой системы тел, остается постоянной.

Рассмотрим энергию системы камень — Земля, выбрав в качестве тела отсчета камень. Система координат, жестко связанная с камнем, не является инерциальной, так как по отношению к «неподвижной» системе координат она обладает постоянным ускорением $j_m$.

В связанной с камнем системе координат скорость камня равна нулю, а скорость Земли равна сумме скорости камня и Земли в «неподвижной» системе координат. Если в момент $t=0$ скорости Земли и камня в «неподвижной» системе координат по-прежнему равны нулю, то за время $t_1$ скорость Земли в системе координат, связанной с камнем, достигает значения

$$v'_{M1}=(v_{m1}+v_{M1}),$$

где $v_{m1}=j_m t_1$, а $v_{M1}=j_M t_1$. Так как в этой системе координат камень покоится, то общая кинетическая энергия системы камень — Земля в момент $t_1$ достигнет величины

$$T'_1=\frac{M(v_{m1}+v_{M1})^2}{2}=\frac{Mv_{m1}^2}{2}+Mv_{m1}v_{M1}+\frac{Mv_{M1}^2}{2}.$$

Между тем потенциальная энергия Земли и камня, обусловленная силами взаимного тяготения, будет изменяться со временем также, как и в «неподвижной» системе координат, т. е. к моменту $t_1$ уменьшится на величину

$$A_1=\frac{mv_{m1}^2+Mv_{M1}^2}{2}.$$

Избыток приращения кинетической энергии $T'_1$ по сравнению с уменьшением потенциальной $A_1$ окажется равным

$$T'_1-A_1=\frac{(M-m)\,v_{m1}^2}{2}+Mv_{m1}v_{M1},$$

или, так как

$$\frac{mv_{m1}^2}{2}=\frac{Mv_{M1}v_{m1}}{2},$$

то

$$T'_1-A'_1=\frac{Mv_{m1}(v_{m1}+v_{M1})}{2}.$$

Подсчитаем теперь работу, которую совершает действующая на Землю сила инерции $-Mj_m$ (ускорение связанной с камнем системы координат есть $j_m$).

В связанной с камнем системе координат за время $t_1$ Земля пройдет тот же путь $S'=S_1+S_2$, какой проходят

Земля и камень в «неподвижной» системе координат (расстояние между камнем и Землей в данный момент времени во всех системах координат должно быть одним и тем же).

Следовательно,

$$S' = \frac{v_{m1} + v_{M1}}{2} t_1.$$

Этот путь, проходимый Землей, направлен в сторону камня (расстояние между Землей и камнем уменьшается), т. е. в ту же сторону, в которую направлена сила инерции $-Mj_m$, действующая на Землю в системе координат, связанной с камнем (в сторону, противоположную ускорению камня относительно «неподвижной» системы координат). Работа, которую совершает сила инерции по перемещению Земли за время $t_1$,

$$A_2' = Mj_m \frac{(v_{M1} + v_{m1}) t_1}{2} = \frac{Mv_{m1}(v_{M1} + v_{m1})}{2},$$

т. е. как раз равна избытку приращения кинетической энергии по сравнению с уменьшением потенциальной $(T_1' - A_1')$, который мы обнаружили, рассматривая движение камня и Земли в системе координат, жестко связанной с камнем.

Итак, в замкнутой системе тел, для которой в «неподвижной» системе координат полная энергия (сумма потенциальной и кинетической энергии) сохраняется неизменной (так как прирост кинетической энергии равен убыли потенциальной), в неинерциальной системе координат полная энергия замкнутой системы тел изменяется, и это изменение равно работе, совершаемой при перемещении тел силами инерции, действующими в данной неинерциальной системе координат.

Все выводы, с которыми мы пришли, как указывалось, не требуют доказательств, так как вытекают из законов Ньютона и закона сохранения энергии. Но приведенные примеры делают эти выводы более наглядными и ясными. С этой целью полезно также рассмотреть общий случай, когда на систему тел действуют внешние силы и мы рассматриваем движение этих тел не только в инерциальных, но и в неинерциальных системах координат. Полная энергия системы не будет оставаться постоянной ни для наблюдателя в инерциальной системе координат, ни для наблюдателя в неинерциальной системе. Оба наблюдателя будут отмечать различные изменения общей энергии системы тел. Но каждый наблюдатель обнаружит, что изменение общей энергии системы тел будет равно работе внешних сил (в инерциальной системе координат — работе «обычных» внешних сил, в неинерциальной системе — работе как обычных внешних сил, так и работе сил инерции).

В качестве наглядного примера, иллюстрирующего этот случай, проследим за изменениями энергии, происходящими при движении грузов в машине Атвуда (рис. 60), рассматривая эти движения в «неподвижной» системе координат и в системе координат, связанной с движущимся грузом.

Обозначим массы грузов через $m_1$ и $m_2$ ($m_1 \neq m_2$), а натяжение нити через $f$. Тогда «неподвижный» наблюдатель на основании второго закона Ньютона для ускорений грузов $j$ и $-j$ должен написать уравнения

$$m_1 j = m_1 g - f, \qquad -m_2 j = m_2 g - f.$$

Отсюда мы найдем ускорение грузов и натяжение нити:

$$j = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g, \qquad f = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

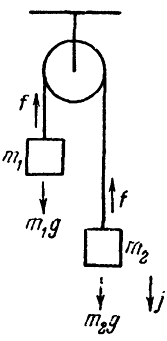


Рис. 60.

Если при $t=0$ неподвижные грузы начали двигаться, то по прошествии времени $t_1$ они приобретут скорость $v_1 = jt_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g t_1$ и кинетическая энергия какого-либо из грузов, например груза массы $m_1$, будет равна

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \frac{g^2 t_1^2}{2}.$$

Легко убедиться в том, что эта кинетическая энергия как раз равна работе внешних сил, действующих на груз $m_1$. Действительно, на груз $m_1$ действуют силы притяжения Земли $m_1 g$ и натяжения нити $f$. Их равнодействующая равна

$$F = m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g.$$

Путь, пройденный грузом $m_1$ за время $t_1$,

$$S_1 = \frac{v_1 t_1}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \frac{g t_1^2}{2}.$$

Следовательно, работа внешних сил

$$A_1 = FS = \frac{1}{2} m_1 \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g^2 t_1^2,$$

т. е. как раз равна кинетической энергии груза.

Рассмотрим теперь те же вопросы в системе координат, жестко связанной с грузом $m_2$. Чтобы найти ускорение массы $m_1$, нужно учесть силу инерции $m_1 j$ (так как груз $m_2$ обладает ускорением $-j$). Для него ускорение груза $m_1$ окажется равным $2j$. Соответственно и скорость массы $m_1$ в момент $t_1$ для этого наблюдателя будет вдвое большей, т. е.

$$v_1' = 2 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g t_1,$$

и перемещение $S_2$ также будет вдвое бóльшим:

$$S_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g t_1^2.$$

Кинетическая энергия

$$T_1' = \frac{m_1 v_1'^2}{2} = 2 m_1 \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g^2 t_1^2$$

окажется вчетверо большей.

Появление этой кинетической энергии движущийся наблюдатель должен объяснить работой внешних сил, т. е. сил притяжения Земли и натяжения нити и силы инерции. Прежде всего работа сил притяжения Земли и натяжения нити будет вдвое больше, чем для «неподвижного» наблюдателя, так как перемещение массы $m_1$ за время $t_1$ для движущегося наблюдателя будет вдвое бóльшим. Эта работа

$$FS_2 = m_1 \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g^2 t_1^2$$

составит только половину той кинетической энергии, которую приобрела масса $m_1$. Появление другой половины кинетической энергии обусловлено работой сил инерции. Действительно, на груз $m_1$ с точки зрения движущегося наблюдателя действует сила инерции

$$F_{\text{и}} = m_1 j = m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g,$$

и на пути $S_2$ она совершает работу

$$F_{\text{и}} S_2 = m_1 \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g^2 t_1^2.$$

Эта работа как раз и дает вторую половину кинетической энергии, которую приобрела масса $m_1$.

Мы видим вновь, что полное изменение энергии системы равно работе внешних сил, причем наблюдатель, находящийся в неинерциальной системе координат, должен при вычислении работы внешних сил учесть также и работу сил инерции.

## *§ 21. Законы сохранения при быстрых движениях*

Выше было оговорено, что законы движения, а значит, и вытекающие из них законы сохранения (импульса, момента импульса и энергии) в таком виде, как они изложены ранее (§ 20), справедливы только, если скорости всех движений пренебрежимо малы по сравнению со скоростью света. При скоростях, сравнимых со скоростью света, требуется специальное рассмотрение законов сохранения с учетом тех особенностей, которые возникают при быстрых движениях. Прежде всего, когда скорость движения тела становится сравнимой со скоростью света, опыты показали, что постоянство отношения действующей на тело силы $F$ к сообщаемому телу ускорению $j$ нарушается. Опыты эти были осуществлены впервые и осуществляются сейчас с заряженными элементарными частицами, так как методами ускорения макроскопических тел до скоростей, сравнимых со скоростью света, техника еще не владеет.

Заряженным элементарным частицам при помощи различных типов ускорителей сейчас уже удается сообщить скорости, не только не малые по сравнению со скоростью света, но даже очень близкие к этой скорости, тем более близкие, чем меньше масса заряженных частиц (например, электронам могут быть сообщены скорости, лишь в седьмом или даже восьмом знаке отличающиеся от скорости света в вакууме). Однако первые опыты, которые только что упоминались, были осуществлены на рубеже нашего столетия, когда не существовало методов, пригодных для ускорения заряженных частиц до скоростей, сравнимых со скоростью света. Эти первые опыты были произведены с электронами, выбрасываемыми атомами при радиоактивном распаде (скорости выброшенных ядром электронов оказываются сравнимыми со скоростью света). Пользуясь тем, что различные частицы обладают разными скоростями, физики измерили отношение силы, действующей на частицу, к ускорению частицы при различных ее скоростях. Чтобы на заряженную частицу действовала сила, на пути частиц создают электрическое ($E$) или магнитное ($H$) поле (или оба поля одновременно). В зависимости от направления полей можно создавать силу, действующую на частицы под разными углами к их траекториям. Результаты опытов проще всего истолковать в двух случаях, когда на частицу действует сила, либо перпендикулярная ее скорости, либо совпадающая с нею по направлению. В первом случае сила сообщает частице ускорение, которое изменяет только направление скорости, не изменяя ее величины, а во втором — ускорение, которое изменяет величину скорости, не изменяя ее направления.

Первый случай наиболее легко осуществить, расположив на пути частиц однородное магнитное поле $H$, силовые линии которого направлены перпендикулярно скоростям $v$ частиц (рис. 61). Тогда сила $F$, действующая на электрон, перпендикулярна $v$ и $H$, и траектории частиц представляют собой окружности, лежащие в плоскостях, перпендикулярных силовым линиям магнитного поля. Радиусы этих окружностей при неизменной скорости $v$ частиц обратно пропорциональны напряженности магнитного поля $H$, а при неизменном $H$ прямо пропорциональны $v$. Создавая на некотором участке пути, помимо магнитного, также и электрическое поле, ориентируя поля так, чтобы те силы, с которыми действуют эти поля на электроны, были направлены навстречу друг другу, и изменяя величины напряженностей полей $E$ и $H$, можно добиться того, чтобы сумма обеих сил была равна нулю и электроны двигались прямолинейно и равномерно; на этом участке пути траектории электронов превращаются в прямые линии. По тому отношению напряженностей полей $E$ и $H$, при котором траектория электрона становится прямолинейной, можно определить скорость $v$ электронов *). Далее, на пути электронов можно создать электрическое поле, которое будет действовать на них с силой, совпадающей по направлению с их скоростью; тогда электроны будут двигаться по прямолинейным траекториям, но с тангенциальным ускорением, и это ускорение можно определить, измерив скорости электронов в двух точках прямолинейной траектории.

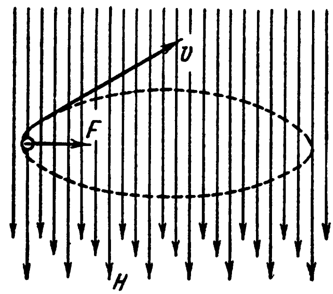


Рис. 61.

Комбинируя по-разному электрическое и магнитное поля, можно измерить скорости $v$ электронов и определить нормальное $j_n$ и тангенциальное $j_t$ ускорения, которые испытывают электроны при данной скорости $v$. Так как силы $F_n$ и $F_t$, с которыми действуют электрическое и магнитное поля на движущиеся заряженные частицы, можно вычислить, зная напряженности полей $E$ и $H$, то в результате описанных опытов можно определить отношение $F_n/j_n$ и $F_t/j_t$ при различных значениях скорости $v$ частиц.

---

*) Так как электрическое поле действует на электрон с силой, направленной вдоль поля, а магнитное поле — с силой, направленной перпендикулярно полю, то обе силы могут скомпенсировать друг друга только в том случае, когда электрическое и магнитное поля взаимно перпендикулярны. Поэтому такой метод измерения $v$ получил название «метода скрещенных полей».

Это отступление в область механики заряженных частиц понадобилось, чтобы дать представление о том, как могут быть экспериментально изучены законы движения при скоростях, сравнимых со скоростью света. Достаточно в общих чертах представлять себе, как можно измерить скорости и ускорения заряженных частиц, движущихся со скоростями, близкими к скорости света. Детали экспериментов с заряженными частицами для нас не важны, так как ничего специфического, свойственного только заряженным частицам, нам из результатов этих экспериментов извлекать не придется.

Напротив, поскольку есть все основания утверждать, что основные законы движения для заряженных и незаряженных частиц должны быть одинаковыми, то, обнаружив в законах движения быстрых заряженных частиц какие-либо отличия от законов Ньютона, мы будем полагать, что эти отличия обусловлены не тем, что частицы заряжены, а тем, что они движутся со скоростями, значительно превышающими скорости, с которыми имела дело классическая механика. Поэтому результаты изучения законов движения заряженных частиц при скоростях, сравнимых со скоростью света, могут быть распространены на незаряженные частицы, движущиеся с такими же скоростями *).

Прежде всего мы можем воспользоваться результатами измерения отношений $F_n/j_n$ и $F_t/j_t$, которые, как уже указано выше, могут быть определены для заряженных частиц. Эти измерения дали следующие результаты **). По мере увеличения скорости движения становятся заметными отклонения от прямой пропорцио-

*) Все это справедливо только при следующем ограничении: если ускорения заряженных частиц велики, то частицы становятся источниками электромагнитного излучения, и возникают эффекты, не учитываемые в механике. (Это ограничение касается ускорений, а не скоростей; от ограничения, касающегося скоростей, мы в этом параграфе отказались.)

**) Чтобы не возвращаться к подробностям экспериментов с заряженными частицами, мы при ссылках на эти эксперименты не будем придерживаться последовательности, в которой они производились, и даже не всегда будем приводить результаты самих экспериментов. Мы будем излагать только некоторые выводы этих экспериментов.

нальности между действующей на тело силой и сообщаемым телу ускорением; чем больше скорость тела, тем меньшее ускорение сообщает ему данная сила. Сохраняя принятый метод определения массы (по которому величина массы определяется отношением силы к сообщаемому этой силой ускорению — см. § 11), мы должны истолковать этот экспериментальный результат следующим образом: масса тела не есть величина постоянная, а растет с ростом скорости тела. Экспериментально был определен и характер зависимости массы от скорости *). Оказалось, что когда тело испытывает только нормальное $j_n$ или только тангенциальное $j_t$ ускорение, получается различная зависимость массы тела $m$ от его скорости $v$:

в случае нормального ускорения

$$m_n = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{3.35}$$

а в случае тангенциального ускорения

$$m_t = \frac{m_0}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^3}, \tag{3.36}$$

где $m_0$ — масса тела при $v=0$ — так называемая *масса покоя* тела.

На первый взгляд как будто напрашивается следующее истолкование этого результата: всякое тело обладает двумя инертными массами — поперечной и продольной. Однако представление о двух массах, из которых играет роль либо одна, либо другая «по очереди», — искусственно и ненаглядно. Но, как оказалось, такое истолкование вовсе не является необходимым. Совершенно естественное истолкование вытекает из рассмотрения второго закона Ньютона. Пока массу тела можно было считать постоянной (для достаточно медленных

---

*) Предположение о том, что масса тела должна изменяться (возрастать) со скоростью, впервые высказал Лоренц. В опытах Кауфмана по определению скорости электронов, выбрасываемых радиоактивными атомами, Лоренц нашел подтверждение этого предположения.

движений), второй закон Ньютона можно было писать в виде

$$\frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt}=\boldsymbol{F}, \tag{3.37}$$

или

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\boldsymbol{F}, \tag{3.38}$$

так как при постоянном $m$ обе записи эквивалентны. Но при $m$, зависящем от $v$, а значит, и от $t$, если движение происходит с переменной по величине скоростью, $d(mv)\neq m\,dv$, и обе записи становятся неэквивалентными. Поэтому необходимо оба варианта записи второго закона сопоставить с экспериментальными фактами и выбрать тот, который согласуется с опытом. (Заметим, что обе записи (3.37) и (3.38) соответствуют формулировкам второго закона, данным Ньютоном; но этому, конечно, нельзя придавать какого-либо значения, поскольку Ньютон не подозревал и не имел никаких оснований подозревать, что масса тела зависит от его скорости.)

Для этого сопоставления положим, что зависимость массы от скорости выражается соотношением (3.35), и посмотрим, удовлетворяет ли это предположение опыту в случае того или иного из двух вариантов записи.

Начнем с варианта (3.37), т. е. запишем второй закон Ньютона так:

$$\frac{d}{dt}\frac{m_0\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\boldsymbol{F}. \tag{3.39}$$

Если сила $F_n$ нормальна к скорости, т. е. сообщает телу только нормальное ускорение, то $v^2$ есть постоянная скалярная величина, вследствие чего весь знаменатель в (3.39) так же, как и $m_0$, может быть вынесен из-под знака дифференцирования, и под ним остается только вектор $\boldsymbol{v}$, постоянный по величине, но переменный по направлению; причем изменение вектора $\boldsymbol{v}$ все время направлено нормально к скорости $v$ и, следовательно, $d\boldsymbol{v}=dv_n$, так что:

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dv_n}{dt}=F_n. \tag{3.40}$$

Так как мы определяем в этом случае массу как отношение $\frac{F_n}{dv_n/dt}$, то из сопоставления (3.40) с (3.35) видно, что второй закон Ньютона в форме (3.37) согласуется с экспериментально найденной зависимостью массы от скорости (3.35) для нормального ускорения.

Если по направлению со скоростью совпадает сила $F_t$, то при нашем предположении о зависимости массы от скорости вариант (3.37) второго закона Ньютона должен быть записан в такой форме:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=F_t. \tag{3.41}$$

Так как направление $\boldsymbol{v}$ остается неизменным, то уравнение (3.41) можно рассматривать как скалярное, но нужно учитывать, что $v$ и $v^2$ по величине меняются со временем. Поэтому

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\frac{d}{dv}\left(\frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)\frac{dv_t}{dt}=\frac{m_0\frac{dv_t}{dt}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \tag{3.42}$$

(так как в этом случае $d\boldsymbol{v}=dv_t$). Заменяя левую часть (3.41) согласно (3.42), получим выражение для второго закона Ньютона в варианте (3.37)

$$\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\frac{dv_t}{dt}=F_t. \tag{3.43}$$

Так как массу в этом случае мы определяем как $\frac{F_t}{dv_t/dt}$, то из сопоставления (3.43) с (3.36) видно, что запись второго закона Ньютона в форме (3.37) согласуется с данными опыта для тангенциального ускорения. После того, как мы убедились, что вариант (3.37) закона Ньютона согласуется с данными опыта как для нормального, так и для тангенциального ускорений, становится очевидным, что вариант (3.38) закона Ньютона не может оказаться в согласии с данными опыта и для нормального, и для тангенциального ускорений. Итак, надобность различать поперечную и продольную массы отпадает, если мы будет писать второй закон Ньютона в форме (3.37) и введем следующую зависимость массы от скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{3.44}$$

Подчеркнем, что эти высказывания о формулировке второго закона Ньютона и характере зависимости массы от скорости не являются гипотезами, а непосредственно вытекают из опыта. Кривую рис. 62, выражающую зависимость массы от скорости (3.44), следует рассматривать как экспериментальную кривую.

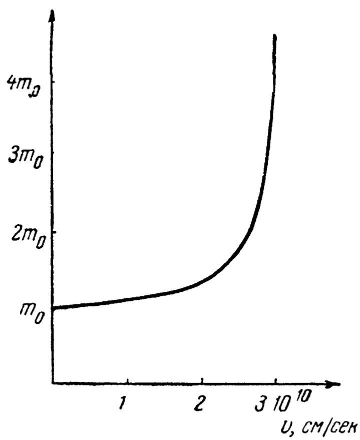


Рис. 62.

В соответствии с новой формой выражения закона Ньютона новую форму приобретает и выражение закона сохранения импульса; если речь идет о теле, на которое внешние силы не действуют, то $F_n = F_t = 0$, и, как следует из (3.40) и (3.44),

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \text{const}. \tag{3.45}$$

Перейдем теперь к исследованию зависимости кинетической энергии тела от его скорости при $v$, сравнимых с $c$. Чтобы определить кинетическую энергию тела, нужно, как и в случае малых скоростей, подсчитать работу, которую совершает внешняя сила, сообщившая телу конечную скорость $v_2$, если его начальная скорость $v_1 = 0$. Для этого нужно проинтегрировать выражение второго закона Ньютона (3.43), справедливое для случая, когда сила $F_t$ сообщает телу тангенциальное ускорение (вдоль оси $x$). Мы получим:

$$\int_0^{v_1} \frac{m_0 v_x\, dv_x}{\left(1-\frac{v_x^2}{c^2}\right)^{3/2}} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\, dx, \tag{3.46}$$

где $x_1$ — координата точки, в которой тело начало двигаться под действием силы $F_x$, а $x_2$ — координата точки, в которой тело достигло скорости $v_2$ и сила $F_x$ перестала действовать. Интегрируя левую часть уравнения (3.46), подставляя пределы и обозначая $\int_{x_1}^{x_2} F_x dx = A_{21}$, получим:

$$T = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right] = A_{21}, \tag{3.47}$$

где $T$ выражает кинетическую энергию тела, а $A_{21}$ обозначает работу, совершенную действовавшей на тело силой. Зависимость кинетической энергии тела с массой покоя $m_0$ от его скорости, выражаемая формулой (3.47), приведена на рис. 63.

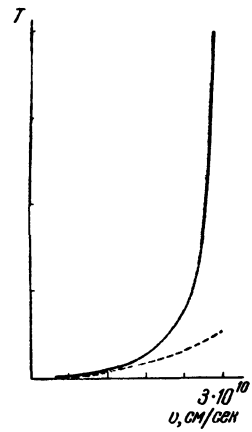


Рис. 63.

Пунктир изображает ту же зависимость в случае, если бы масса тела была постоянна и равна массе покоя. Полученное выражение на первый взгляд существенно отличается от выражения кинетической энергии при скоростях, малых по сравнению со скоростью света. Однако нетрудно убедиться в том, что это отличие велико только при $v$, приближающихся к $c$, и что выражение (3.47) по мере уменьшения $v$ переходит в выражение для кинетической энергии при малых скоростях. Для этого разложим выражение (3.47) в ряд по степеням $v/c$:

$$T = m_0 c^2 \left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} - 1\right] = \frac{m_0 v^2}{2}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{v^2}{c^2} + \ldots\right), \tag{3.48}$$

откуда видно, что если $v^2/c^2 \ll 1$, то

$$T \approx \frac{m_0 v^2}{2}.$$

Из выражения (3.47) следует, что когда $v \to c$, то $T \to \infty$, т. е. для того, чтобы сообщить телу скорость, равную скорости света, сила, действующая на тело, должна совершить бесконечно большую работу, для чего либо сила должна быть бесконечно велика, либо отрезок пути, на котором эта сила действует, должен быть бесконечно велик. Следовательно, конечная сила за конечное время не может никакому телу сообщить скорость, равную, а тем более превышающую скорость света. (Зависимость между скоростью $v$, сообщенной телу с массой покоя $m_0 = 1$ *г* и работой $A$, которую совершила сила, сообщившая эту скорость, изображена на графике

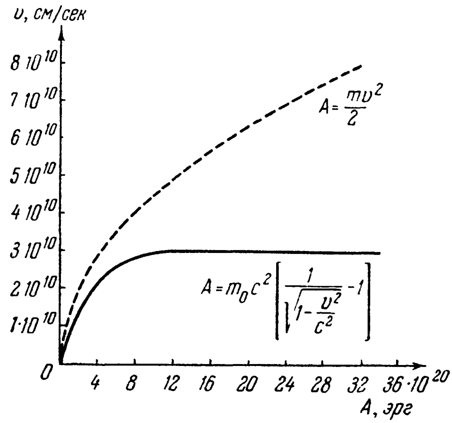


Рис. 64.

рис. 64; из графика сразу видно, что скорость тела может только приблизиться к скорости света, но не может превзойти ее.)

Принципиально важный факт, что никакому телу не может быть сообщена скорость, превышающая скорость света, обусловлен, как мы убедились, тем, что с ростом скорости тела растет и его масса. Это значит, что инертные свойства тела зависят не только от массы покоя тела, но и от его скорости. А так как скорость тела определяет кинетическую энергию тела, то значит, инертные свойства тела зависят от того, какой кинетической энергией оно обладает. Уже при сопоставлении графиков зависимости массы от скорости (рис. 62) и кинетической энергии от скорости (рис. 63) бросается в глаза их сходство. Простые расчеты показывают, что здесь имеет место не только сходство, но и вполне определенная количественная связь. Найдем, как увеличивается не вся масса, а прирост массы со скоростью. Если масса покоя есть $m_0$, а масса при движении со скоростью $v$ есть $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, то прирост массы $\Delta m$ при увеличении скорости от 0 до $v$ равен

$$\Delta m = m_0\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right]. \tag{3.49}$$

Из сопоставления этого выражения с (3.47) видно, что

$$c^2\Delta m = T.$$

Этот результат позволяет дать наглядное истолкование зависимости массы от скорости. Пропорциональность между кинетической энергией и приростом массы тела можно объяснить тем, что кинетическая энергия обладает массой (т. е. обладает инерцией) так же, как всякое тело. Поэтому при росте кинетической энергии на $\Delta T$ возрастает масса тела на пропорциональную $\Delta T$ величину $\Delta T/c^2$.

Однако при таком толковании сразу возникают вопросы, какое место в этой картине занимают, с одной стороны, другие виды энергии, кроме кинетической, а с другой, — масса покоя. Ответ на эти вопросы, который дает исчерпывающее истолкование соотношения между массой и энергией, таков: не может быть энергии без массы и массы без энергии. Если тело обладает массой покоя $m_0$, но не обладает при этом ни потенциальной, ни кинетической энергией, то, значит, оно обладает энергией покоя $E=m_0c^2$. Если тело потеряло часть этой энергии $\Delta E$, например, в результате отдачи тепла, то масса тела $m_0$ уменьшилась на $\Delta m=\Delta E/c^2$ и стала равной $m_0-\Delta m$. Наоборот, если тело приобрело добавочную энергию $\Delta E$, то его масса увеличилась на $\Delta m=\Delta E/c^2$ и стала равной $m_0+\Delta m$, совершенно независимо от того, получило ли тело эту энергию в виде потенциальной, кинетической, энергии поверхностного натяжения и т. д.

Как следует из сказанного, для того чтобы найти полную энергию движущегося тела, нужно, помимо кинетической энергии тела, учесть и ту энергию покоя, которая обусловливает существование массы покоя $m_0$. Пользуясь приведенным выше выражением (3.47) для кинетической энергии тела и учитывая, что при массе покоя $m_0$ соответствующая ей энергия покоя $E_0=m_0c^2$, мы можем найти сумму кинетической энергии $T$ и энергии покоя $E_0$:

$$T+E_0=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=W. \tag{3.50}$$

Это и есть полная энергия тела $W$, которой соответствует полная масса тела $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Как и должно быть, между полной энергией тела $W$ и полной массой его существует то же общее соотношение (пропорциональность с коэффициентом $c^2$), которое найдено выше при сопоставлении кинетической энергии тела с приростом массы тела, обусловленным его скоростью.

Эта связь между массой и энергией, которую можно сформулировать так, что всякая масса $m$ обладает энергией $mc^2$ и всякая энергия $W$ обладает массой $W/c^2$, обнаруживается во всех явлениях, в которых происходят сколько-нибудь значительные изменения энергии тел, и прежде всего во всех явлениях, относящихся к области ядерной энергетики. Существование этой связи было предсказано Эйнштейном из теоретических соображений еще до возникновения ядерной физики (а не только ядерной энергетики). Пожалуй, ни одно из предсказаний, сделанных на основании теоретического анализа, не сыграло такой роли в физике и не получило такого многократного, разнообразного и бесспорного подтверждения, как предсказание Эйнштейна о соотношении между массой и энергией.

Обнаруженная связь между массой и энергией указывает на то, что законы сохранения массы и сохранения энергии также должны быть связаны между собой. Закон сохранения массы в узко механическом смысле имеет очень ограниченное значение. В сущности, мы уже встречались с этим законом выше, когда рассматривали движение центра масс системы тел (§ 20). Вывод о том, что система тел ведет себя так же, как тело, обладающее массой, равной сумме масс всех тел системы, и представляет собой закон сохранения масс (или закон аддитивности масс) в узко механическом смысле, справедливый в том случае, пока не происходит изменений энергии, сравнимых с величиной полной энергии системы $W=c^2\Sigma m_i$, где $\Sigma m_i$ — общая масса всех тел системы. Если же это условие не соблюдается, то необходимо учитывать изменения массы тел системы, связанные с изменениями ее полной энергии. При этом и обнаруживается связь, существующая между законами сохранения массы и энергии.

Чтобы наглядно показать, в чем состоит эта связь, рассмотрим (качественно) картину соударений двух одинаковых шаров, движущихся навстречу друг другу по линии, соединяющей их центры. Скорости обоих шаров до соударения известны, нужно найти их скорости после соударения. Вообще говоря, шары после соударения могут двигаться с разными скоростями; поэтому для определения скоростей нужны два уравнения. Одно из уравнений может нам дать закон сохранения импульса, который должен соблюдаться, поскольку система, образованная двумя шарами, замкнута (мы не учитываем сил земного притяжения и других внешних сил). Второе уравнение может быть получено из закона сохранения энергии, поскольку в замкнутой и изолированной системе тел кинетическая энергия движущихся шаров может либо оставаться неизменной, либо превращаться в энергию покоя тел. В этом последнем случае изменяется и масса шаров, что сказывается на выражении закона сохранения импульса (здесь и начинает проявляться связь между законами сохранения массы и энергии).

Что именно происходит с кинетической энергией двух шаров при соударении — остается ли она неизменной, частично или полностью превращается в энергию покоя тел, — зависит от свойств материала шаров и условий, при которых происходит их соударение. Если материал шаров достаточно упругий и в нем практически отсутствуют силы, зависящие не от деформаций, а от скоростей, с которыми происходят деформации (силы внутреннего трения в материале и другие силы, работа которых связана с потерей энергии), то при соударении кинетическая энергия остается неизменной. В таком случае удар называется абсолютно упругим. Если, наоборот, силы внутреннего трения велики, то значительная часть кинетической энергии при соударении шаров идет на их нагревание, т. е. превращается в энергию покоя шаров.

Что происходит после соударения в этом случае, мы можем определить из следующих соображений. Если силы внутреннего трения значительно больше упругих сил, то соударение кончается тем, что оба тела начинают двигаться вместе и с одинаковой скоростью. Чтобы убедиться в этом, достаточно представить себе, как происходит соударение двух шаров. При столкновении шары деформируются (сжимаются), и в месте их соприкосновения возникают силы, направленные против скоростей шаров и уменьшающие эти скорости. Когда скорости обоих шаров окажутся одинаковыми, их деформации будут наибольшими. Дальнейшее поведение шаров зависит от того, какие силы преобладают — упругие или силы внутреннего трения. Если преобладают упругие силы, то они толкают оба шара в разные стороны и заставляют их разойтись; после того как соприкосновение шаров прекратилось, они движутся дальше с постоянными, но обязательно различными скоростями (так как после момента, когда скорости шаров стали одинаковыми, на них еще продолжают действовать силы, направленные в противоположные стороны и сообщающие шарам противоположно направленные ускорения, отчего равенство скоростей обоих шаров неизбежно будет нарушено).

Если же силы, действующие между шарами, зависят не от деформаций шаров, а от скоростей, с которыми эти деформации происходят, и при скорости деформации, равной нулю, эти силы тоже обращаются в нуль, то как раз в тот момент, когда скорости шаров станут равными и прекратится изменение деформаций, обратятся в нуль и силы, действующие между шарами, а значит, дальше шары будут продолжать двигаться вместе с одинаковой скоростью. В таком случае удар называется абсолютно неупругим.

Поскольку шары стали двигаться вместе с одинаковой скоростью, для определения этой скорости требовалось бы только одно уравнение. Им могло бы быть уравнение, выражающее закон сохранения импульса. Однако часть кинетической энергии шаров в случае абсолютно неупругого удара неизбежно превращается в энергию покоя шаров; поэтому необходимо определить, какова величина этой доли энергии, чтобы учесть изменения масс шаров при ударе; без этого мы не могли бы правильно подсчитать общий импульс обоих шаров после удара, знать который необходимо для составления уравнения, выражающего закон сохранения импульса. Иначе говоря, неизвестными в уравнении, выражающем закон сохранения импульса, являются две величины — общая скорость двух соединившихся при ударе шаров и их общая масса.

Необходимое для определения двух неизвестных величин второе уравнение может быть получено из закона сохранения энергии. Хотя в узко механическом смысле закон сохранения энергии не соблюдается при абсолютно неупругом ударе (поскольку между шарами действуют силы, зависящие от скоростей деформации), но когда мы учитываем полную энергию тела, т. е. учитываем не только кинетическую энергию, но и ту энергию покоя, которая определяет массу покоя, то в таком общем виде закон сохранения энергии справедлив для всякой изолированной системы, которая не обменивается энергией с внешней средой. Таким образом, записывая энергию шаров (каждого в отдельности или двух соединяющихся вместе) в таком виде, в каком мы получили выражение полной энергии $W$, мы должны считать, что для всякой изолированной системы тел, независимо от характера внутренних сил в системе, закон сохранения энергии соблюдается.

# НЕВЕСОМОСТЬ

## § 22. Сила веса

Положим, что на Земле, на плотном грунте покоится тело, например, стоит такой же брусок, имеющий форму прямоугольного пареллелепипеда (рис. 65, *а*), какой мы рассматривали при изучении деформации тел. (Во всех дальнейших рассуждениях, если не будет сделано специальной оговорки, нужно считать, что тело имеет форму удлиненного прямоугольного параллелепипеда и изготовлено из однородного упругого материала.) Мы знаем, что если масса бруска равна $m$, то брусок давит на грунт с силой, равной $mg$ (влиянием атмосферы и ускорения Земли по отношению к «неподвижной» системе координат мы пренебрегаем).

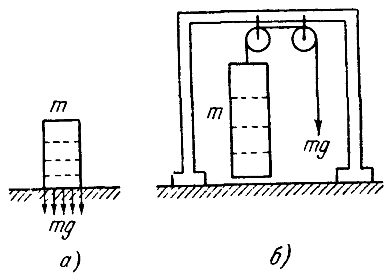

Рис 65.

Как ответить на вопрос: почему брусок давит на грунт? В задаче фигурируют только два тела: Земля и брусок. В этой замкнутой системе могут возникнуть только силы, действующие со стороны Земли на брусок или со стороны бруска на Землю. В поставленном вопросе речь идет о силе, действующей со стороны бруска на грунт. Мы должны объяснить, как возникла эта сила. Легко убедиться в том, что эта сила возникает только при непосредственном соприкосновении между бруском и Землей. Действительно, если бы мы при помощи нити, прикрепленной к бруску и перекинутой через блок (рис. 65, *б*), слегка приподняли брусок над грунтом, то сила со стороны бруска на грунт перестала бы действовать (конечно, при этом изменились бы силы, действующие на грунт со стороны опор, на которых укреплен блок). Будем считать, что не только брусок, но и грунт — упругие тела. Тогда сила, которая действует со стороны бруска на грунт при непосредственном соприкосновении и направлена по нормали к плоскости соприкосновения, представляет собой упругую силу, обусловленную деформацией бруска. Значит, чтобы объяснить происхождение этой силы, нужно указать, как возникла деформация сжатия нижнего конца бруска, который давит на грунт.

Чтобы проследить за тем, как возникло это сжатие, представим себе, что мы медленно отпускаем нить и нижняя грань бруска приходит в соприкосновение с грунтом. До этого момента самый нижний слой бруска не был деформирован, а дальнейшие слои были неоднородно растянуты (эта картина деформации подвешенного бруска была рассмотрена в § 13). После соприкосновения нижней грани бруска с грунтом движение этой грани замедляется (из-за того, что на нее начинает действовать направленная кверху упругая сила со стороны деформирующегося грунта). Но так как нить мы продолжаем опускать, то постепенно растяжение бруска уменьшается и превращается в неоднородное сжатие (эта картина деформации стоящего на подставке бруска также была рассмотрена в § 13; рассматривать детально все промежуточные положения нет надобности). Итак, брусок давит на грунт, потому что он оказался деформированным (сжатым). По третьему закону Ньютона и грунт давит на брусок, потому что под бруском он деформирован.

У читателя может возникнуть сомнение, нужно ли было такое детальное рассмотрение этого, казалось бы, простого и к тому же частично уже рассматривавшегося вопроса.

Хотя бы один раз провести это рассмотрение необходимо для того, чтобы выяснить физическую картину и, опираясь на эту картину, уточнить содержание тех терминов, которыми мы пользуемся при описании картины. Обратим особое внимание на содержание термина «сила веса» (или просто «вес»), поскольку нам предстоит рассматривать состояние невесомости.

Сам термин «невесомость» указывает на наиболее характерную черту этого состояния — исчезновение силы веса. Поэтому прежде всего необходимо точно определить, что такое сила веса, когда она возникает, каким телом создается и на какое тело действует, от чего зависит ее величина и, наконец, почему эта сила перестает действовать, когда складываются условия, при которых наступает состояние невесомости. Читатель, вероятно, заметил, что мы нигде раньше не пользовались термином «сила веса». Это было сделано именно затем, чтобы не разделять двух связанных между собой вопросов — что такое сила веса и что такое состояние невесомости. Первый из этих двух вопросов кажется совсем простым и не требующим детального рассмотрения, но такое представление ошибочно. Вопрос о том, что такое сила веса, казался простым, пока мы не задумывались над тем, как она может исчезнуть. Но когда мы ставим оба указанных выше вопроса, то для ответа на второй из них необходимо сначала подробно рассмотреть первый.

Прежде чем обозначать терминами те или другие силы, перечислим все силы, которые мы можем встретить в рассматриваемой задаче. Поскольку в замкнутую систему входят только Земля и брусок (блок с нитью убран) и между ними могут действовать силы тяготения, а при непосредственном соприкосновении также и упругие силы, то всего в системе могут действовать четыре силы:

$F_1$ — сила тяготения, действующая на брусок со стороны Земли;

$F_2$ — сила тяготения, действующая на Землю со стороны бруска;

$F_3$ — упругая сила, действующая на брусок со стороны Земли;

$F_4$ — упругая сила, действующая на Землю со стороны бруска.

По третьему закону Ньютона $F_2=-F_1$ и $F_4=-F_3$, но, кроме того, так как брусок покоится на Земле, а ускорение Земли относительно «неподвижной» системы координат в рассматриваемой задаче не играет роли, то мы можем считать, что и брусок не имеет ускорения относительно «неподвижной» системы координат. Тогда из второго закона Ньютона следует, что $F_1+F_3=0$, т. е. все четыре силы по абсолютной величине равны между собой, но направлены попарно в противоположные стороны. Таким образом, из четырех сил две попарно оказываются равными и по величине и по направлению: $F_1=$ $=F_4$ и $F_2=F_3$. Но каждые две равные силы приложены к разным телам ($F_1$ и $F_3$ — к бруску, а $F_2$ и $F_4$ — к Земле). Поскольку все четыре силы различаются между собой либо по направлению, либо по точке приложения, то, хотя они равны по величине, их надо четко отличать друг от друга, а для этого необходимо их по-разному называть.

Чтобы однозначно определить, о какой силе идет речь, как уже было отмечено, следовало бы указать тело, со стороны которого сила действует, и тело, на которое сила действует, а также происхождение силы. Однако это оказывается слишком длинно и неудобно, и поэтому применяют сокращенные названия; например, в рассматриваемом случае применяют термины «сила веса» и «сила тяжести». Но этих терминов только два, а сил, которые нужно различать, четыре. Разумнее всего эти два кратких названия применить для тех двух сил, к которым ближе то или иное название в его обычном понимании, чтобы понятия, соответствующие этим двум названиям, пришлось бы не пересматривать, а только уточнить. По этому признаку название «сила тяжести» следует применить к одной из сил тяготения, а название «сила веса» — к одной из двух упругих сил.

В названии «сила веса» нет ничего, что бы указывало на ее связь с тяготением, и поэтому такое название подходит для упругой силы. За какой же из двух сил тяготения следует закрепить название «сила тяжести»? Конечно, когда речь идет о телах, движущихся у поверхности Земли или покоящихся на ней, то чаще всего идет речь о силе тяготения, с которой Земля притягивает эти тела (сила, с которой эти тела притягивают Землю, например, сила, с которой брусок притягивает Землю, обычно не играет роли вследствие того, что масса Земли очень велика по сравнению с массой бруска). В этих случаях уместно полное название силы $F_1$ — «сила тяготения, действующая на брусок со стороны Земли», — заменить сокращенным — «сила тяжести». Но если мы перейдем к случаю движения тела вдали от Земли, например, движения космического корабля, приближающегося к Луне, то на корабль будут действовать силы тяготения со стороны Земли и со стороны Луны; применять один и тот же термин «сила тяжести» к обоим этим силам нельзя, так как это разные силы. Поэтому термином «сила тяжести» можно пользоваться только в простейших случаях *), а в более сложных приходится говорить о «силе тяготения Земли» (или «силе тяготения Луны» и т. п.), как мы и делали выше.

Силой веса можно назвать силу, с которой тело, лежащее на грунте, давит на Землю. Взвешивание тела на пружинных весах и представляет собой измерение при помощи пружинного динамометра той силы, с какой взвешиваемое тело давит на подставку, на которой оно лежит, или действует на опору, к которой оно подвешено. Ясно, что если тело и весы покоятся относительно Земли, то тело давит на чашку весов с такой же силой, с какой оно давило на грунт. Так как в обоих случаях — и на подставке, и на подвесе — тело покоится в неподвижной системе координат, то величина силы, действующей на подставку или подвес, одинакова и равна $mg$, где $m$ — масса тела. И если мы назвали силой веса силу, действующую на грунт, то силой веса является также сила, действующая на подставку и на подвес. Но чтобы измерять силу, с которой тело действует на грунт, нужны какие-то сложные приспособления, а чтобы измерить силу, с которой тело действует на подставку или подвес, нужно только снабдить подставку или подвес динамометром соответствующей конструкции. Поэтому когда нужно конкретно представить себе силу

*) Есть еще одно обстоятельство, которое нужно учитывать, если для обозначения силы притяжения Земли применять термин «сила тяжести». Дело в том, что в гравиметрии — науке, предметом которой является исследование силы тяжести, под силой тяжести понимают не просто силу земного тяготения, а некоторую близкую к ней величину, получающуюся в результате учета влияния фигуры Земли и ее вращения вокруг оси на силу тяжести.

веса тела, то так целесообразно называть ту силу, с которой данное тело действует на любую подставку или любой подвес, на котором оно покоится. (Эти два случая — подставки и подвеса — различаются только знаком и характером распределения деформаций, как это было показано в § 13. Во всем остальном они совершенно идентичны.)

Силы веса, действующие на подставку или подвес, это, так сказать, «концевые эффекты», вызванные действием деформированного нижнего или верхнего конца тела. Но совершенно такого же происхождения упругие силы возникают и внутри тела, покоящегося в поле тяжести. Чтобы представить себе наглядно эти силы, мысленно разделим покоящееся на подставке тело горизонтальной плоскостью $AB$ на две части (рис. 66). Конечно, от этого воображаемого разделения в распределении сил ничего не изменится, но, пользуясь приемом, который мы применяли выше (§ 13), можно определить силы, действующие со стороны одной части тела на другую через плоскость $AB$. Мы можем подставку с частью тела, лежащей ниже плоскости $AB$, рассматривать как «новую» подставку, на которой покоится верхняя часть тела, лежащая выше плоскости $AB$. Верхняя часть тела должна давить на нижнюю с упругой силой, равной $m_1g$, где $m_1$ — масса верхней части тела. (Иначе тело не могло бы находиться в состоянии покоя.) Эта упругая сила по мере приближения плоскости $AB$ к нижнему концу тела растет по линейному закону (как и деформация). У нижнего конца стержня эта сила становится равной $mg$, где $m$ — масса всего тела, т. е. равной силе веса, действующей на подставку.

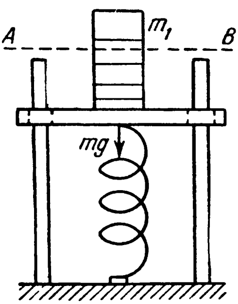

Рис. 66.

Аналогичные рассуждения мы можем применить в случае тела, покоящегося на подвесе (рис. 67). Разделив мысленно тело горизонтальной плоскостью $AB$, мы можем подвес с верхней частью тела рассматривать как «новый» подвес, а нижнюю часть тела — как покоящуюся на этом «новом» подвесе. Повторяя сказанное для тела, покоящегося на подставке, мы придем к выводу, отличающемуся лишь тем, что нижняя часть тела *тянет* верхнюю с силой $m_1g$, где $m_1$ — масса нижней части тела; деформация, как и упругая сила, будет расти по линейному закону по мере приближения к верхнему концу тела, и у верхнего конца тела упругая сила достигнет значения $mg$, т. е. станет равной силе веса, действующей со стороны тела на подвес. Упругие силы, действующие внутри тела, покоящегося в поле тяжести, возрастающие от свободного конца тела к концу, закрепленному в подвесе или опирающемуся на подставку, и на этом конце равные силе веса $mg$ всего тела, качественно и количественно ничем не отличаются от «концевой» силы веса.

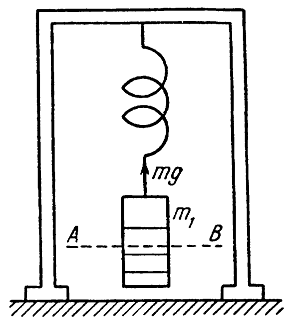

Рис. 67.

Они представляют собой силы веса, действующие внутри тела со стороны одной его части на другую.

Конечно, по третьему закону Ньютона через каждое сечение со стороны первой части тела на вторую действует сила $F_{12}$, а со стороны второй части на первую — сила $F_{21} = -F_{12}$. Но в соответствии с тем, как «концевой» силой веса мы назвали ту из этих двух сил, с которой тело давит на подставку или натягивает подвес (а не равную ей по величине, но противоположную по направлению упругую силу, с которой подставка или подвес действуют на тело), силой веса, действующей внутри тела, нужно считать силу, направленную к подставке, когда тело лежит на подставке, и направленную от подвеса, когда тело висит на подвесе. (Естественно, что из двух направленных в противоположные стороны упругих сил название силы веса больше подходит для той силы, которая совпадает по направлению с силой тяжести.) Но тогда для направленной в противоположную сторону упругой силы («противодействующей» по третьему закону Ньютона силе веса) у нас уже не остается сокращенного названия *). Ее полное название — «упругая сила, действующая на тело со стороны подставки или подвеса». Эта сила приложена к телу (или к части тела, если тело мысленно разделено, например, на две части), направлена навстречу силе тяготения и, когда тело покоится, равна силе тяготения, действующей на тело (или на его часть); именно эта «упругая сила с длинным названием» уравновешивает силу тяготения, когда тело покоится в поле тяготения, так что как раз сила, для которой у нас не осталось «сокращенного названия», играет важную роль в картине равновесия тела в поле тяготения.

Как всегда, когда речь идет о «сокращенных названиях», т. е., в сущности, об условных названиях, в которых не содержится определения (или по крайней мере полного определения) того объекта, которому это название присваивается, возникает опасность смешения сокращенных названий — не только тогда, когда сходны названия, но и тогда, когда сходными чертами обладают объекты, к которым названия применяются. Опасность смешения названий, а значит, и понятий, существует в отношении двух применяемых нами сокращенных названий «сила тяжести» и «сила веса» вследствие того, что они обладают сходством. Сходные черты этих двух сил таковы: обе они направлены в одну сторону (к Земле), обе они равны друг другу по величине (когда тело покоится); вследствие этого, поскольку сила тяготения — массовая сила, сила веса также «похожа» на массовую.

Но между ними существует и четкое различие — они приложены к разным телам и действуют со стороны разных тел: сила тяжести действует со стороны Земли на рассматриваемое тело и приложена к центру тяжести тела, а сила веса действует со стороны рассматриваемого тела на грунт, подставку или подвес, словом, на Землю и приложена к поверхности соприкосновения тела

*) Напомним, что у нас не осталось сокращенного названия и для силы тяготения, с которой рассматриваемое тело действует на Землю. Однако, как указывалось, обычно масса Земли гораздо больше массы тела, поэтому сила, действующая со стороны тела на Землю, не играет заметной роли, и ее не приходится рассматривать.

с грунтом, подставкой или подвесом. (Мы говорим, что сила веса «похожа» на массовую, так как сила тяготения распределена пропорционально распределению массы тела, *на которое она действует,* и это является основной чертой массовых сил, а сила веса пропорциональна массе того тела, *со стороны которого она действует.*)

Уже этих различий между силой тяжести и силой веса более чем достаточно для того, чтобы четко различать их, а значит, и их названия. Характер этих различий таков, что смешение двух названий и понятий неизбежно приведет к недоразумениям и ошибкам. Но еще более существенное различие между силой тяжести и силой веса возникает в тех случаях, когда тело в поле тяжести не покоится (или движется без ускорений), а обладает ускорением по отношению к ««неподвижной» системе координат.

Но прежде чем рассматривать роль, которую играет ускорение той системы координат, в которой покоится тело, относительно «неподвижной», сделаем еще несколько замечаний о силе веса. Определение силы веса, принятое выше, может показаться имеющим ограниченное применение вследствие того, что в этом определении фигурируют специальные инструменты — подставка или подвес. Ну, а в случаях, когда такие инструменты отсутствуют, или в естественных условиях, в которых вообще отсутствуют какие-либо специальные сооружения, — как мы будем определять силу веса, и существует ли она, если нет ни подставки, ни подвеса? Прежде всего и в естественных условиях, в сооружениях или приборах, в которых отсутствуют специальные подставки или подвесы, когда речь идет о равновесии в поле тяготения твердых тел, соприкасающихся с другими твердыми телами, всегда можно указать те твердые тела, которые играют роль подставки или подвеса.

Впрочем, «или» здесь не обязательно. Возможно, что равновесие тела $A$ в поле тяготения обеспечивают одновременно два или несколько тел, из которых по отношению к телу $A$ одни играют роль подставок, а другие — роль подвесов. Этот случай не содержит ничего принципиально отличного от тех случаев, когда тело покоится только на подставке или только на подвесе, но сила веса тела определяется как сумма абсолютных величин сил, действующих на все подставки и подвесы. Кроме того, в этом случае характер деформаций тела, а значит, и распределение сил веса, действующих внутри тела, будет отличаться от той картины, которую мы наблюдаем в случае тела, покоящегося только на подставке, или только на подвесе.

На простейшем примере мы рассмотрим распределение сил веса внутри тела, покоящегося одновременно на подставке и подвесе (рис. 68). Отметим прежде всего следующее: только потому, что подставка, подвес и тело способны деформироваться, такое рассмотрение имеет смысл. Если бы они все были абсолютно жесткими, то практически невозможно было бы добиться такого положения, чтобы тело действовало на подставку и на подвес. Действительно, представим себе, что тело уже висит на подвесе. Подведем снизу подставку с каким-либо устройством для плавного подъема и начнем ее постепенно поднимать. Но как только абсолютно жесткая подставка приподымет абсолютно жесткое тело на совсем малую величину, натяжение абсолютного жесткого подвеса исчезнет и действовать будет только подставка.

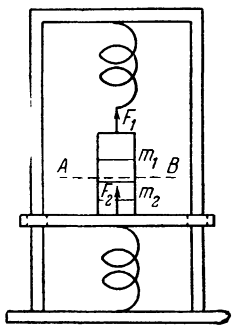


Рис. 68.

Однако так как все реальные тела, в том числе подвесы и подставки, не абсолютно жестки, то подставка, подымаясь, будет деформироваться сама и изменять деформацию тела так, что сила, действующая со стороны тела на подвес, будет постепенно уменьшаться, а действующая на подставку — постепенно увеличиваться. В пределах определенных перемещений подставки (тем больших, чем менее жестки тело, подставка и подвес) тело будет действовать с силой веса и на подставку и на подвес. При этом равновесие всех элементов тела массы $m$ возможно только при условии, что верхняя часть тела растянута, нижняя сжата, а в одном из сечений тела плоскостью $AB$ деформация тела равна нулю (рис. 68). Это видно из того, что действующая со стороны подвеса сила $F_2$ должна уравновесить силу тяготения $P_1 = m_1 g$, действующую со стороны Земли на часть тела, лежащую выше плоскости $AB$ и имеющую массу $m_1$, а действующая со стороны подставки сила $F_2$ должна уравновесить силу тяготения $P_2 = m_2 g$, действующую со стороны Земли на некоторую часть тела, лежащую ниже плоскости $AB$ и имеющую массу $m_2$. При этом через плоскость $AB$ на верхнюю часть тела со стороны нижней и на нижнюю со стороны верхней никакие силы действовать не должны, так как под действием таких сил нарушилось бы равновесие обеих частей тела.

Но если через какую-либо плоскость $AB$ силы не действуют, то значит, деформации тела в этом сечении отсутствуют. Легко видеть, что силы, действующие со стороны концов тела на подставку и подвес, равны соответственно $m_1 g$ и $m_2 g$, т. е. тем наибольшим значениям, которых достигают силы веса, действующие внутри тела (для этого достаточно представить себе, что через плоскость $AB$ произведен не воображаемый, а истинный разрез; так как через эту плоскость силы не действуют, то равновесие как верхней, так и нижней частей тела не нарушается при разрезе). Таким образом, и в случае, когда силы веса действуют и на подставку и на подвес, эти силы существуют также и внутри тела.

Из всего сказанного ясно, что силы, действующие со стороны тела на подставку или подвес, не занимают какого-либо особого места по сравнению с силами веса, действующими внутри тела. Измеряя распределение деформаций во всем теле и зная модуль упругости материала тела, можно определить упругие силы и, в частности, силы веса, действующие в разных сечениях тела, в том числе и в крайних, а значит, определить величину сил, действующих на подставку и на подвес. Таким образом, определить силы веса, действующие в теле, можно и в том случае, когда среди тел, обеспечивающих равновесие рассматриваемого тела в поле тяготения, трудно отчетливо выделить подставки и подвесы. (Так особенно часто бывает, когда равновесие обеспечивается действием не твердых тел, а жидкостей и газов.)

Но мы могли бы сформулировать определение сил веса, вовсе не прибегая к подставкам и подвесам, например, таким образом. Сила веса — это упругая сила, возникающая в теле $A$ в результате его деформаций, вызванных действующей на тело $A$ силой тяготения, по направлению совпадающая с силой тяготения и действующая либо со стороны тела $A$ на другие соприкасающиеся с ним тела, либо со стороны одной части тела $A$ на другую часть этого же тела. Конечно, содержание этого определения по существу не изменится от того, что мы вместо «другие тела» скажем «подставки» и «подвесы». Но эти наглядные образы сделают более наглядными и все определение силы веса.

Покончив с этими замечаниями, мы можем приступить к рассмотрению вопроса о том, как зависит возникающая в каком-либо теле сила веса от ускорения этого тела по отношению к «неподвижной» системе координат. При рассмотрении этого вопроса мы встретимся с состоянием невесомости.

## § 23. *Состояние невесомости*

Если тело, находящееся под действием силы тяготения, покоится (или движется без ускорения) относительно «неподвижной» системы координат, то сила веса тела равна действующей на тело силе тяготения; если же тело обладает ускорением (по отношению к той же системе координат), то равенство между силой веса и силой тяготения нарушается. В этом мы убедимся, вернувшись к опыту с телом, подвешенным на пружинных весах в лифте (§ 16). Если тело массы $m$ покоится на подвесе, а подвес с лифтом покоится в «неподвижной» системе координат, то сила натяжения пружины $\boldsymbol{f}=-m\boldsymbol{g}$, а сила веса $(-\boldsymbol{f})=m\boldsymbol{g}$. Если же лифт движется с ускорением $\boldsymbol{a}$, направленным, например, вниз (рис. 69), то тело может покоиться на подвесе только, если оно движется вместе с лифтом, также с ускорением $\boldsymbol{a}$; для этого по второму закону Ньютона должно быть

$$m\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{g}-\boldsymbol{f}, \quad \text{или} \quad \boldsymbol{f}=m(\boldsymbol{g}-\boldsymbol{a}). \tag{4.1}$$

Учитывая, что сила $m\boldsymbol{g}$ притяжения тела Землей не зависит от того, движется это тело относительно Земли с ускорением или покоится (либо движется без ускорения), мы должны сделать вывод, что сила натяжения пружины $\boldsymbol{f}$ уменьшается с ростом $\boldsymbol{a}$, значит, и сила веса $(-\boldsymbol{f})$ с ростом $\boldsymbol{a}$ уменьшается по абсолютной величине, и при $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{g}$, т. е. когда лифт падает свободно, натяжение пружины исчезает и сила веса обращается в нуль. (Если ускорение лифта направлено вверх и равно $-\boldsymbol{a}$, то сила веса ни при каком значении $\boldsymbol{a}$ не обращается в нуль.) Вместе с тем, как было показано, когда тело, подвешенное на пружине, вместе с подвесом падает с ускорением свободного падения $\boldsymbol{g}$, то оно находится в недеформированном состоянии; поэтому и исчезают силы веса, действующие со стороны тела на подставку или подвес, а также силы веса, действующие внутри тела со стороны одной его части на другую.

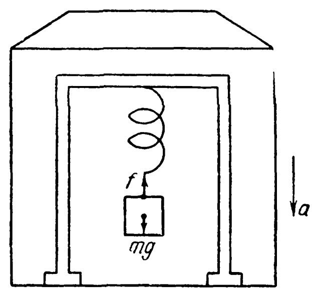


Рис. 69.

Легко проследить, как исчезают деформации тела, а значит, и сила веса при переходе тела от состояния покоя к свободному падению. В состоянии покоя тело, покоящееся на подвесе, находится в деформированном (растянутом) состоянии, и между слоями тела действуют упругие силы. Поэтому, если освободить тело от подвеса, например пережечь нить, которой оно прикреплено к пружине, то, пока деформации не успели исчезнуть, на верхние слои, кроме сил тяготения, действуют упругие силы, направленные вниз, а на нижние слои — упругие силы, направленные вверх. В результате верхние слои будут падать с ускорением, превышающим $g$, и будут догонять нижние (падающие с ускорением, меньшим $g$), пока деформации не исчезнут.

Вообще, при любой начальной деформации тела, вызванной силами тяготения, после того как началось свободное падение тела под действием этих сил тяготения, деформации будут уменьшаться и постепенно исчезнут.

Этот случай, когда тело движется под действием только силы тяготения и поэтому находится в недеформированном состоянии, является особым в том смысле, что он может наступить под действием только массовых сил, т. е. только сил тяготения, если мы относим движение к «неподвижной» системе координат. (Истолкование этого случая в неинерциальных системах координат, когда, кроме сил тяготения, действуют и другие массовые силы — силы инерции, будет дано позднее.) Так как тело находится в недеформированном состоянии, то в нем отсутствуют все упругие силы и, в частности, силы веса. Такое состояние, когда на тело действуют только силы тяготения, но в теле не возникают силы веса, и называется *состоянием невесомости.*

Подчеркнем еще раз, что, пока мы относим движение тела к «неподвижной» или, вообще, к инерциальной системе координат, характерным для состояния невесомости является *присутствие* сил тяготения и *отсутствие* сил веса. (Случай, когда отсутствуют также и силы тяготения, не требует специального рассмотрения, так как тогда силы веса вообще не могут возникнуть.) Сила тяготения в состоянии невесомости действует, и притом «во всю мочь», так как она сообщает телу, находящемуся в состоянии невесомости, именно то ускорение, которое она должна ему сообщать — ускорение свободного падения. Вместе с тем, поскольку никакие другие силы на это тело извне не действуют, все его элементы испытывают одинаковое ускорение, деформации в теле не возникают, вследствие чего и силы веса отсутствуют.

Стоит особо упомянуть о том случае, когда между двумя телами действуют как силы тяготения, так и упругие силы, т. е. случае, когда два притягивающихся друг к другу тела соприкасаются. Подобный случай — брусок, стоящий на грунте, — мы уже рассматривали (§ 22). Ясно, что этот случай принципиально ничем не отличается от всех других случаев, когда, несмотря на наличие сил тяготения, тела, на которые эти силы действуют, покоятся. В этих телах возникают деформации и силы веса, совершенно такие же, как в телах, покоящихся на подвесах или подставках. Упомянуть об этом случае стоит, чтобы не создалось впечатления, что в притягиваемом теле возникают деформации и силы веса, если притягиваемое тело покоится обязательно на каких-то других телах, а не на притягивающем теле. Для того чтобы возникли деформации и обусловленные ими силы веса в притягиваемом теле, важно не то, что существует другое тело, кроме притягивающего, а то, что действуют другие силы, кроме сил тяготения.

Таким образом, пока речь идет об одном теле, оно может находиться в состоянии невесомости только в том случае, если извне на него никакие другие силы, кроме сил тяготения, не действуют. Конечно, внутри тела, находящегося в состоянии невесомости, могут действовать различные силы. Например, если у полос, сделанных из двух разных металлов (имеющих разные коэффициенты теплового расширения), сварить концы, нагрев предварительно обе полосы до одинаковой высокой температуры, то, после того как полосы остынут, они изогнутся, т. е. в них возникнут деформации, а значит, и упругие силы. Но так как эти деформации не вызваны силами тяготения, а возникли в результате различного теплового расширения полос, то они (деформации), конечно, не исчезнут, когда сваренные полосы начнут свободно падать, т. е. будут находиться в состоянии невесомости. Точно так же в жидком теле в состоянии невесомости отнюдь не исчезают силы поверхностного натяжения, которые действовали в нем до наступления состояния невесомости. Напротив, их действие станет более заметным, так как деформации, вызванные силой тяготения, исчезнут, а вместе с тем исчезнут и связанные с этими деформациями упругие силы, в частности, силы веса, которые препятствуют силам поверхностного натяжения собирать жидкость в сферические капли большого диаметра. (Подробнее этот вопрос будет изложен в § 26.)

Состояние невесомости свободно падающего тела нарушается, если какая-либо внешняя сила (кроме силы тяготения) начинает действовать на тело*) и падение тела перестает быть свободным. Например, если какое-

*) Напомним, что силы инерции мы пока исключили из рассмотрения.

либо достаточно плотное тело начинает падать с большой высоты (где плотность атмосферы очень мала) на Землю, то в начале падения, когда скорость тела еще невелика и плотность атмосферы очень мала, сопротивление воздуха падению тела также весьма мало и ускорение тела очень близко к ускорению свободного падения. Но все же, поскольку на падающее тело, помимо силы тяготения, действуют и силы сопротивления воздуха, в теле появляются деформации (характер которых зависит от того, как распределены силы сопротивления воздуха по поверхности тела), а вместе с тем — и упругие силы, действующие между отдельными элементами. Те из этих сил, направление которых совпадает с направлением силы тяготения, представляют собой силы веса — «остаток» тех сил веса, которые должны были бы исчезнуть полностью, если бы тело падало с ускорением свободного падения, но не исчезнувшие полностью вследствие того, что ускорение, с которым падает тело, оказалось несколько меньше ускорения свободного падения (из-за наличия сил сопротивления воздуха). Состояние тела в этом случае лишь близко к состоянию невесомости.

По мере увеличения скорости падения тела и увеличения плотности воздуха сопротивление воздуха все больше и больше возрастает, «остаток» сил веса также возрастает и состояние падающего тела все больше и больше приближается к состоянию «нормальной весомости». Когда сопротивление воздуха движению тела возрастает до величины, равной действующей на тело силе земного тяготения, то дальнейшее падение тела будет происходить с постоянной скоростью, и действующие в теле силы веса достигнут тех значений, когда тело относительно «неподвижной» системы координат покоится на подставке или подвесе. Однако при падении с постоянной скоростью распределение деформаций в теле, а следовательно, и действующих в нем сил веса может существенно отличаться от распределения в покоящемся теле вследствие особенностей распределения сил сопротивления воздуха на поверхности тела. Но если, как это часто бывает при больших скоростях, силы сопротивления воздуха действуют главным образом на носовую часть тела (нижнюю, если тело падает вертикально), то распределение деформаций, а значит, и сил веса будет примерно подобно распределению деформаций в таком же теле и так же расположенном относительно силы тяжести, но покоящемся на подставке, на которую оно опирается своей носовой частью.

Мы рассматривали пока случай, когда тело массы $m$ падает либо с ускорением свободного падения, либо с меньшим ускорением, но направленным в ту же сторону. В этом случае сила веса меняется от нуля (при свободном падении) до величины $mg$ (при падении без ускорения) и соответственно тело переходит (при уменьшении ускорения до нуля) от состояния невесомости через все промежуточные состояния к состоянию «нормальной весомости». Но при движении тела в сопротивляющейся среде может случиться, что ускорение $|j|$, сообщаемое телу силой сопротивления среды, окажется больше ускорения свободного падения $|g|$, и в этом случае результирующее ускорение меняет знак. Действительно, пока ускорение $j$ меньше ускорения свободного падения $g$, то $(g - j)$ направлено в ту же сторону, что и $g$. Но если падение тела под действием силы земного тяготения начинается с очень большой высоты, где атмосфера очень разрежена, то тело до вхождения в более плотные слои атмосферы успевает приобрести такую большую скорость, при которой сопротивление среды оказывается гораздо больше, чем сила притяжения Земли, т. е. по абсолютной величине $|j| > |g|$. Тогда $(g - j)$ оказывается направленным навстречу $g$.

Сила сопротивления воздуха действует только на поверхность тела, на которую непосредственно давят прилегающие к телу слои воздуха (преимущественно слои, лежащие перед носовой частью тела, т. е. слои, в которые тело входит при своем движении). Для того чтобы все тело обладало одинаковым ускорением $(g - j)$, со стороны поверхностных слоев тела на его внутренние слои должны действовать упругие силы такой величины, чтобы они сообщали всем внутренним слоям тела одинаковые ускорения $j$, направленные против $g$, т. е. вверх. Эти силы возникают в результате деформаций, которые появляются во всяком теле, испытывающем ускорение под действием сил, приложенных к поверхности тела, а не действующих непосредственно на все элементы тела. Так как силы сопротивления приложены к носовой (нижней) части падающего тела и направлены вверх, то деформации падающего тела будут иметь такой же характер, как у тела, покоящегося (в таком же положении, как и падающее) на подставке, на которую оно опирается своей носовой частью.

Но величина этой деформации в рассматриваемом случае будет существенно иная. В покоящемся теле эти деформации должны быть такими, чтобы возникающие упругие силы уравновешивали силу тяготения Земли $\Delta mg$, где $\Delta m$ — масса того элемента, на который упругая сила действует. В теле, движущемся с ускорением $(g—j)$, направленным вверх, возникающие упругие силы должны сообщать каждому элементу тела массы $\Delta m$ направленное вверх ускорение $—j$ (чтобы результирующее ускорение тела было равно $g — j$), которое, как было указано, по абсолютной величине может быть гораздо больше $g$.

Таким образом, при падении тела с большой высоты состояние тела будет изменяться, проходя последовательно следующие стадии. Вначале, пока сопротивление воздуха (из-за очень малой плотности атмосферы) практически незаметно, происходит свободное падение и тело находится в состоянии невесомости (деформации и силы веса отсутствуют); затем, по мере вхождения тела в более плотную атмосферу, силы сопротивления воздуха возрастают, ускорение уменьшается (однако оно еще направлено вниз, пока сила сопротивления воздуха меньше силы притяжения Земли) и состояние невесомости нарушается, в теле возникают деформации и начинают действовать упругие силы, в частности силы веса; по мере увеличения сопротивления воздуха ускорение уменьшается, а деформации и силы веса увеличиваются, приближаясь к величинам, которые они должны иметь в покоящемся теле, и когда ускорение падает до нуля, наступает состояние «нормальной весомости».

После этого, так как плотность атмосферы и сопротивление воздуха продолжают расти, результирующее ускорение тела становится отрицательным и растет по абсолютной величине. Но характер деформаций связан только с величиной и направлением ускорения $-j$, обусловленного силами сопротивления среды (ускорения, обусловленные силами тяготения, не вызывают никаких деформаций), а так как направление ускорения $-j$ не меняется (оно все время направлено вверх), то и характер деформаций и упругих сил также не изменяется при переходе тела через состояние «нормальной весомости». По мере того как $-j$ растет по абсолютной величине, растут деформации, а вместе с тем и силы веса, с которыми части падающего тела действуют друг на друга или падающее тело действует на соприкасающиеся с ним другие тела (в частности, подставки или подвесы). И так как по абсолютной величине ускорение $-j$ может значительно превзойти ускорение свободного падения, то силы веса могут достичь значительно бо́льших величин, чем в состоянии «нормальной весомости». Такое состояние называется *состоянием перегрузки.*

Итак, если тело испытывает действие только силы тяготения, то оно находится в состоянии невесомости, независимо от величины сил тяготения; любая сила тяготения приводит тело (если оно свободно) к состоянию невесомости. Если тело находится под действием не только силы тяготения, но и каких-либо других сил, например, действующих при непосредственном соприкосновении, то оно испытывает деформации и в нем возникают силы веса, величина которых зависит от величины ускорения, сообщаемого всеми действующими на тело силами, кроме сил тяготения *). Если все эти силы вместе сообщают телу ускорение, по величине равное ускорению свободного падения, но направленное в противоположную сторону, то тело либо покоится, либо движется с постоянной скоростью (относительно «неподвижной» системы координат). В этом случае в теле возникают деформации, а вместе с ними и силы веса, величина которых равна $\Delta mg$, где $\Delta m$ — масса элемента тела, со стороны которого действует сила веса, а $g$ — ускорение свободного падения. Это состояние мы назвали состоянием

---

*) Напомним, что мы пока рассматриваем движения относительно «неподвижной» и вообще инерциальных систем координат, а поэтому силы инерции отсутствуют.

«нормальной весомости», потому что в таком или примерно таком состоянии находятся все тела, покоящиеся или движущиеся относительно Земли с ускорениями, много меньшими, чем $g$, т. е. большинство тел, находящихся на поверхности или вблизи поверхности Земли. Наконец, если все силы, действующие на тело в направлении, противоположном силе тяготения, сообщают телу ускорение $-j$, превышающее по абсолютной величине $g$, то тело находится в состоянии перегрузки, в нем возникают деформации и силы веса достигают величин $\Delta m(j-g)$, т. е. при больших $j$ могут значительно превышать те, которые существуют в состоянии «нормальной весомости».

В рассмотренном конкретном примере, кроме силы тяготения, на тело действовала только сила, направленная навстречу силе тяготения, например, сила сопротивления среды. Но все сказанное можно распространить и на другие силы, возникающие при непосредственном соприкосновении.

В отличие от рассмотренного примера, в котором сила сопротивления среды всегда направлена навстречу скорости и поэтому может только уменьшать скорость тела, на тело могут действовать силы в направлении, совпадающем с его скоростью и увеличивающие эту скорость (а также силы, направленные под углом к скорости тела и изменяющие не только величину, но и направление скорости). Для изолированных тел, не соприкасающихся с жидкой или газообразной средой, наиболее важным типом сил, которые могут сообщать этим телам большие ускорения и разгонять их до высоких скоростей или, наоборот, «гасить» ту скорость, которая раньше была сообщена телу, являются реактивные силы, т. е. силы, с которыми выбрасываемая струя жидкости, газа или твердых частиц действует на то тело, которое эту струю выбрасывает. Действует эта сила в направлении, противоположном тому, в котором выбрасывается струя.

По закону сохранения импульса уносимый струей и приобретаемый телом импульсы должны быть равны. Если скорость движения частиц в струе и общая масса частиц, выбрасываемых струей за единицу времени, а значит, и импульс, уносимый струей, достаточно велики, то импульс, приобретаемый телом, будет быстро расти — тело будет двигаться с большим ускорением. Этот принцип реактивного движения применяется в ракетах и, в частности, в ракетах-носителях, служащих для запуска искусственных спутников Земли или космических кораблей, движущихся по орбитам, определяемым тяготением Солнца (подобно планетам Солнечной системы). При посадке космических кораблей применяются реактивные двигатели, установленные так, чтобы выбрасываемая ими струя совпадала по направлению со скоростью корабля; тогда реактивная сила направлена навстречу скорости корабля и тормозит его движение. Реактивная сила, как и всякая сила, действующая при непосредственном соприкосновении, вызывает деформацию корпуса корабля и находящихся в нем тел, нарушает состояние невесомости, и если реактивная сила вызывает ускорение или торможение корабля, заметно превышающее $g$, то в корабле возникает состояние перегрузки. Поэтому при запуске космических кораблей и их возвращении на Землю неизбежно возникают состояния перегрузки, а при движении космических кораблей по орбитам спутников или планет — состояние невесомости. Прежде чем продолжать изучение состояния невесомости, мы в следующем параграфе рассмотрим, как происходят запуск, движение и посадка на Землю искусственных спутников и планет.

## § 24. *Искусственные спутники и планеты*

В данной точке поля тяготения Земли (или другого небесного тела) все другие тела испытывают, независимо от их массы, одинаковые ускорения. Поэтому при одних и тех же начальных условиях все тела в поле тяготения Земли будут двигаться по одним и тем же орбитам; то же справедливо и для движений в поле тяготения Солнца. Вследствие этого задача о движении искусственных спутников вокруг Земли ничем не отличается от задачи о движении Луны вокруг Земли, а задача о движении искусственных планет вокруг Солнца ничем не отличается от задачи о движении естественных планет. Различие в величине масс естественных и искусственных спутников и планет только упрощает задачу. Так как массы искусственных спутников и планет исчезающе малы по сравнению с массами соответственно Земли или Солнца, вокруг которых они вращаются, то можно полностью пренебречь теми ускорениями, которые они сообщают Земле или Солнцу. (Между тем, например, при точных расчетах движений Луны вокруг Земли в «неподвижной» системе координат приходится учитывать не только ускорение, которое Земля сообщает Луне, но и ускорение, которое Луна сообщает Земле.)

Начнем с определения условий, при которых искусственный спутник может двигаться по круговой орбите над самой поверхностью Земли. (Конечно, такое движение не может быть осуществлено в реальных условиях из-за сопротивления воздуха; рассматривается воображаемый случай, когда атмосфера вокруг Земли отсутствует.) По закону тяготения Ньютона сила, действующая на спутник у поверхности Земли (см. § 10),

$$F_З = \frac{\gamma m M_З}{r_З^2}, \tag{4.2}$$

где $m$ — масса спутника, $M$ — масса Земли ($M \approx \approx 6 \cdot 10^{24}$ *кг*), $r_З$ — радиус Земли ($r_З \approx 6{,}35 \cdot 10^6$ *м*) и $\gamma$ — гравитационная постоянная ($\gamma = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ *м*$^3 \cdot$*кг*$^{-1} \cdot$*сек*$^{-2}$). Ускорение, испытываемое спутником,

$$j_n = \frac{\gamma M_З}{r_З^2}, \tag{4.3}$$

должно быть направлено к центру орбиты и по величине равно

$$j_n = \frac{v_1^2}{r_З}. \tag{4.4}$$

Приравнивая (4.3) и (4.4), получим:

$$v_1^2 = \frac{\gamma M_З}{r_З}, \quad \text{или} \quad v_1 = \sqrt{\frac{\gamma M_З}{r_З}}. \tag{4.5}$$

Такая начальная скорость должна быть сообщена спутнику в направлении вдоль поверхности Земли, чтобы он двигался по круговой орбите над поверхностью Земли. Подставляя в (4.5) значения $\gamma, M_З$ и $r_З$, получим:

$$v_{\text{к}1} \approx 8 \text{ км/сек}. \tag{4.6}$$

Если начальная скорость, сообщенная спутнику, меньше $v_{\text{к}1}$, то как видно из (4.4), поскольку притяжение Земли будет сообщать спутнику прежнее ускорение, радиус орбиты спутника должен уменьшиться; при дальнейшем уменьшении скорости спутник, двигаясь по скручивающейся спирали, в конце концов ударится о поверхность Земли. Таким образом, $v_{\text{к}1}$ — это та наименьшая начальная скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно превратилось в искусственный спутник Земли в том случае, если бы у Земли отсутствовала атмосфера; эта скорость $v_{\text{к}1}$ называется *первой космической скоростью* (почему первой, будет ясно из дальнейшего).

В реальных условиях в присутствии атмосферы, создающей сопротивление движению спутника, даже если бы удалось сообщить ему в начальный момент скорость $v_{\text{к}1}$, она очень быстро уменьшалась бы*) и спутник двигался бы по скручивающейся спирали. Но если спутнику будет сообщена достаточно большая скорость $v$, касательная к окружности, центр которой совпадает с центром Земли (рис. 70) и радиус которой заметно превышает радиус Земли, так что на высоте этой окружности атмосфера уже весьма разрежена и не оказывает практически заметного сопротивления движению спутника (для этого достаточна высота $H \sim 300$ *км*; заметим, кстати, что на этой высоте сила земного тяготения уменьшается примерно лишь на 10%, так что зависимость силы тяготения от высоты мы можем не учитывать), то по этой окружности

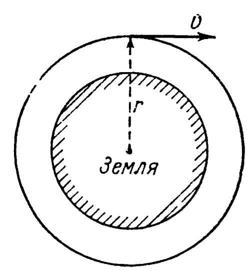

Рис. 70.

*) Сопротивление атмосферы при такой скорости столь велико, что выделяющееся тепло (которое всегда образуется при работе против сил трения) нагрело бы спутник до очень высокой температуры и он бы расплавился или сгорел.

спутник может вращаться длительное время без заметной потери скорости. Эта окружность радиусом 6700 *км* и будет являться орбитой спутника.

Но, как видно из (4.5), при увеличении радиуса орбиты линейная скорость движения спутника по круговой орбите уменьшается и при $r \approx 6700$ *км* должна быть $v \approx 7{,}8$ *км/сек*, т. е. несколько меньше первой космической скорости. Однако работа, которую должны совершить двигатели ракеты-носителя, чтобы вывести спутник на эту орбиту, превышает ту, которую требовалось бы затратить на запуск спутника на воображаемую круговую орбиту, близкую к поверхности Земли (в отсутствие атмосферы). Хотя мощность, затрачиваемая на то, чтобы сообщить спутнику начальную скорость $v_{\text{к1}} \approx 8$ *км/сек*, несколько больше, чем та, которую нужно затратить на сообщение начальной скорости $v \approx 7{,}8$ *км/сек*, но в этом последнем случае ракета должна быть поднята на высоту $H \approx 300$ *км* над поверхностью Земли и при этом ее двигатели должны затратить работу на преодоление силы тяготения. Кроме того, двигатели должны совершить большую работу против сил сопротивления движению ракеты со стороны нижних слоев атмосферы.

Если двигатели ракеты могут совершить еще бóльшую работу, то спутнику на высоте $H \approx 300$ *км* может быть сообщена горизонтальная начальная скорость, превышающая 7,8 *км/сек*. Тогда, поскольку ускорение, сообщаемое спутнику силой земного тяготения, останется прежним, то, как следует из (4.4), радиус кривизны траектории спутника должен возрасти, т. е. спутник начнет двигаться по кривой $B$, менее изогнутой, чем окружность $A$ (рис. 71) (траектория спутника уже не будет окружностью). Но пока $v$ не слишком превосходит $v_{\text{к1}}$ для этой высоты, траектория будет замкнутой. Как установил Кеплер, орбиты планет представляют собой эллипсы (в некоторых случаях близкие к окружностям). Кроме того, Кеплер нашел, что один из фокусов этого

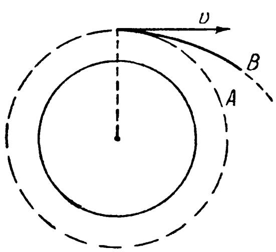

Рис. 71.

эллипса совпадает с центром Солнца, и открыл «закон площадей», который состоит в том, что радиус-векторы, проведенные от Солнца к планете, описывают за равные времена $\Delta t$ разные дуги $ab$ и $cd$, но равные площади $Q_1$ и $Q_2$ (рис. 72). Позднее Ньютон доказал, что установленные Кеплером факты вытекают из трех законов движения и закона всемирного тяготения. Мы не будем приводить этого доказательства, а ограничимся только определением условий, при которых траектории искусственных спутников (или искусственных планет) оказываются замкнутыми (эллиптическими). Для этого их начальная скорость не должна превосходить определенной величины. Вот как можно в этом убедиться. Из «закона площадей», который представляет собой не

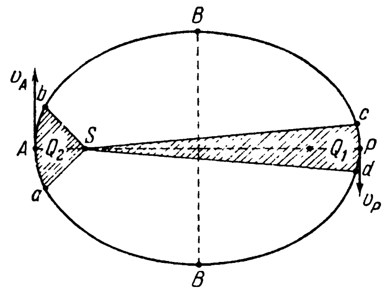


Рис. 72.

что иное, как закон сохранения момента импульса планеты относительно оси, проходящей через центр Солнца перпендикулярно плоскости орбиты, следует, что площади криволинейных треугольников $abS$ и $cdS$ (рис. 72) равны друг другу, если $ab=v_A\Delta t$ и $cd=v_P\Delta t$, где $v_A$ и $v_P$ — соответственно линейные скорости планеты вблизи точек $A$ и $P$ (если $ab$ и $cd$ достаточно малы, то малые отрезки дуг $ab$ и $cd$, пройденные за время $\Delta t$ спутником, можно заменить их хордами). Из закона сохранения момента импульса следует, что

$$v_P r_P = v_A r_A, \qquad \text{или} \qquad \frac{v_P}{v_A} = \frac{r_A}{r_P}, \tag{4.7}$$

где $r_A=AS$ и $r_P=PS$, т. е. соответственно расстояния от фокуса $S$ до точек $A$ и $P$.

С другой стороны, так как участок траектории вблизи точки $P$ симметричен участку траектории вблизи точки $A$ относительно диаметра эллипса $BB$, то радиусы кривизны $\rho$ в точках $A$ и $P$ должны быть равны, и нормальные ускорения в этих точках

$$j_P = \frac{v_P^2}{\rho} \quad \text{и} \quad j_A = \frac{v_A^2}{\rho}, \tag{4.8}$$

также должны быть равны.

Следовательно,

$$\frac{j_P}{j_A} = \frac{v_P^2}{v_A^2}. \tag{4.9}$$

Отсюда и из (4.7) следует, что

$$\frac{j_P}{j_A} = \frac{r_A^2}{r_P^2}, \tag{4.10}$$

т. е. что ускорения планеты в рассматриваемых точках обратно пропорциональны квадратам расстояний от нее до Солнца, как и должно быть по закону всемирного тяготения. В случае спутников Земли точка $P$ — вершина эллипса, ближайшая к тому фокусу, в котором находится Земля, — называется *перигеем,* а точка $A$, наиболее удаленная от этого фокуса, — *апогеем.*

Теперь мы можем найти то условие, при котором спутник, вышедший из перигея, может попасть в апогей по той же эллиптической орбите. Это условие вытекает из того, что при движении планет или спутников силы сопротивления среды отсутствуют, и поэтому сумма потенциальной и кинетической энергий спутника или планеты должна оставаться постоянной, и, в частности, суммы кинетической и потенциальной энергий в апогее и перигее должны быть равны. Потенциальную энергию спутника мы должны отсчитывать от уровня, соответствующего его нахождению на поверхности Земли. Тогда потенциальная энергия спутника массы $m$ соответственно в апогее и перигее будет равна (см. (2.11))

$$U_A = -\frac{\gamma m M_З}{r_A} \quad \text{и} \quad U_P = -\frac{\gamma m M_З}{r_P}. \tag{4.11}$$

Кинетическую энергию в апогее и перигее можно выразить, воспользовавшись формулами (4.3) и (4.8) и исключив из них соответственно $j_A$ и $j_P$:

$$\frac{v_A^2}{\rho}=\frac{\gamma M_3}{r_A^2} \quad \text{и} \quad \frac{v_P^2}{\rho}=\frac{\gamma M_3}{r_P^2}. \tag{4.12}$$

Подставляя $v_A^2$ и $v_P^2$ из (4.12) в выражение для кинетической энергии в апогее и перигее, получим:

$$T_A=\frac{\gamma m M_3 \rho}{2r_A^2} \quad \text{и} \quad T_P=\frac{\gamma m M_3 \rho}{2r_P^2}. \tag{4.13}$$

Пользуясь (4.11) и (4.13), напишем условие равенства сумм потенциальной и кинетической энергий в апогее и перигее:

$$\frac{\gamma m M_3 \rho}{2r_A^2}-\frac{\gamma m M_3}{r_A}=\frac{\gamma m M_3 \rho}{2r_P^2}-\frac{\gamma m M_3}{r_P}. \tag{4.14}$$

После очевидных сокращений и преобразований получим:

$$\frac{\rho}{2}\,\frac{r_A+r_P}{r_A r_P}=1. \tag{4.15}$$

Воспользуемся еще вторым из выражений (4.12), чтобы исключить $\rho$ из (4.15):

$$\frac{v_P^2 r_P}{2\gamma M_3}\,\frac{r_A+r_P}{r_A}=1. \tag{4.16}$$

Так как

$$\frac{r_A+r_P}{r_A}>1,$$

то равенство (4.16) может быть соблюдено только при условии

$$\frac{v_P^2 r_P}{2\gamma M_3}<1. \tag{4.17}$$

Следовательно, если скорость в перигее так велика, что неравенство (4.17) нарушается, то спутник не может попасть из перигея в апогей той же эллиптической орбиты, поскольку при этом не соблюдался бы закон сохранения энергии, на основании которого получено равенство (4.16).

Пока соблюдается условие (4.17), возможно движение из перигея до апогея одной и той же эллиптической орбиты, а значит, и обратное движение от апогея до перигея, т. е. движение по замкнутым траекториям. Если условие (4.17) нарушается, то спутник будет двигаться по незамкнутой траектории.

В этом легко убедиться из рассмотрения граничного случая, когда

$$\frac{v_P^2 r_P}{2\gamma M_З} = 1. \tag{4.18}$$

В этом случае уравнение (4.16), вытекающее из закона сохранения энергии, удовлетворяется при условии

$$\frac{r_A + r_P}{r_A} = 1.$$

Для этого должно быть $r_A = \infty$, т. е. апогей должен удалиться в бесконечность. Но это и значит, что в рассматриваемом случае траектория оказывается незамкнутой. Этому граничному случаю соответствует параболическая траектория. Если скорости в перигее больше, чем в рассматриваемом граничном случае, т. е. если

$$\frac{v_P^2 r_P}{2\gamma M_З} > 1,$$

то соответствующие этим скоростям траектории также оказываются незамкнутыми, но являются гиперболическими.

Величина скорости в перигее, соответствующая граничному случаю, определяется из (4.18):

$$v_P = \sqrt{\frac{2\gamma M_З}{r_P}}. \tag{4.19}$$

Значение скорости в перигее, при которой космический корабль будет двигаться по незамкнутой параболической траектории, называется *второй космической скоростью* $v_{к2}$. Как видно из сопоставления (4.19) с (4.5),

$$v_{к2} = \sqrt{2}\, v_{к1}, \tag{4.20}$$

т. е.

$$v_{к2} \approx 11 \text{ км/сек}.$$

Такова минимальная скорость космического корабля в перигее, при которой он может превратиться в искусственную планету.

Движение искусственных спутников так же, как и движение естественных спутников, должно быть плоским. Плоскость орбиты искусственного спутника — это плоскость, в которой лежат центр Земли и вектор начальной скорости спутника в момент отделения последней ступени ракеты-носителя. Поскольку сила земного притяжения также лежит в этой плоскости и нет никаких сил, которые могли бы сообщить спутнику скорость, не лежащую в этой плоскости, то последняя сохраняет неизменным свое положение относительно «неподвижной» системы координат. Земля вращается относительно неподвижной плоскости орбиты спутника; все происходит так же, как с плоскостью качаний маятника Фуко на полюсе. Однако это верно только приблизительно: вращение Земли вследствие того, что она не имеет точно шарообразной формы, вызывает возмущения в движении спутника, выражающиеся, в частности, в том, что плоскость орбиты спутника медленно изменяет свое положение относительно «неподвижной» системы координат. Но если этими медленными движениями плоскости орбиты пренебречь, то проекция траектории спутника на поверхность Земли представляет собой «витки», смещенные один относительно другого на расстояние, соответствующее времени обращения спутника по его орбите. Для круговой орбиты радиуса $r$ период обращения

$$T = \frac{2\pi r}{v_1}, \tag{4.21}$$

где $v_1$ определяется выражением (4.5). Например, для рассмотренной выше круговой орбиты $r \approx 6700$ *км*, для которой $v_1 = 7{,}8$ *км*,

$$T \approx 91 \text{ мин}.$$

В заключение рассмотрим вкратце, как происходят запуск космического корабля на орбиту и возвращение его на Землю. Ракета-носитель вместе с космическим кораблем под действием силы «тяги»*) реактивного двигателя поднимается вертикально со все возрастающей скоростью. Ускорение ракеты определяется по второму закону Ньютона массой ракеты и алгебраической суммой трех сил: 1) силы притяжения Земли, 2) силы тяги двигателя и 3) силы сопротивления воздуха (первая и третья направлены вниз, вторая — вверх). Результирующая сил тяги и сопротивления воздуха, направленная вверх, растет по мере увеличения силы тяги двигателя и уменьшения силы сопротивления воздуха. Поскольку ускорение с самого начала движения направлено вверх, то с самого начала деформации и силы веса, существовавшие в покоящейся ракете, т. е. в состоянии «нормальной весомости», начинают расти, и наступает состояние перегрузки.

Ракеты-носители, от которых требуется совершение большой работы (запуск тяжелых спутников Земли или искусственных планет), обычно делаются многоступенчатыми. После того как отработала (израсходовала все горючее) первая ступень ракеты, она автоматически отделяется от ракеты, и включается вторая ступень и т. д. Вследствие роста ускорения (благодаря уменьшению сопротивления воздуха с высотой и уменьшению массы ракеты при отключении очередной ступени) перегрузки возрастают; деформации и веса всех тел, находящихся в ракете, возрастают во много (до десяти и более) раз по сравнению с состоянием «нормальной весомости» (ускорение ракеты достигает величин порядка $10g$). К тому моменту, когда ракета подымается до заданной высоты (на которой сопротивление воздуха перестает играть роль), скорость ракеты должна приобрести определенные величину и направление, соответствующие какой-то точке орбиты, на которую должен быть выведен космический корабль. В тот момент, когда ракета-носитель вместе с кораблем пришла в заданную точку с заданной скоростью, последняя ступень ракеты отделяется,

*) По сложившейся терминологии говорят «сила тяги» реактивного двигателя. Но в действительности сила реактивного двигателя не тянет, а толкает ракету, так как эта сила получается в результате давления образующихся в камере сгорания газов на переднюю ее стенку.

и космический корабль начинает двигаться по той орбите, на которую он выведен, под действием только сил тяготения Земли (если это спутник Земли), Земли и Луны (если это «лунник») и т. д. В этот момент в космическом корабле наступает состояние невесомости.

Для запуска на круговую орбиту, как мы видели, должны быть точно заданы величина и направление скорости ракеты-носителя в той точке, в которой происходит отделение ракеты от космического корабля. Для вывода же на эллиптическую орбиту скорость не должна быть задана по величине; она должна только не слишком сильно превышать по величине ту скорость, которая соответствует круговой орбите, расположенной на высоте, где происходит отделение последней ступени. Не очень существенную роль играет и направление скорости в момент отделения ракеты; оно не обязательно должно быть перпендикулярно радиус-вектору, как это требуется при запуске на круговую орбиту, а может отличаться от этого направления. Это отклонение приведет к тому, что перигей орбиты не будет лежать в точке, в которой произошло отделение последней ступени ракеты-носителя, но орбита останется эллиптической. Поэтому вывод спутника на круговую орбиту представляет собой гораздо более сложную операцию, чем выход на эллиптическую орбиту; такую операцию, однако, можно выполнить достаточно точно.

Для посадки космического корабля на Землю он должен быть при помощи находящихся на корабле реактивных двигателей (сравнительно небольшой мощности) переведен с орбиты, по которой он движется, на траекторию, приближающуюся к Земле (обычно имеющую вид скручивающейся спирали). Для этого достаточно включить на корабле реактивный двигатель, сопло которого направлено вперед (по движению спутника). Тогда реактивная сила двигателя будет направлена против движения, и скорость корабля будет убывать. Вследствие этого радиус кривизны траектории будет уменьшаться— корабль будет приближаться к Земле. После включения тормозного реактивного двигателя состояние невесомости, конечно, нарушится, но не очень сильно, так как отрицательное ускорение, сообщаемое двигателем, невелико. Когда корабль настолько приблизится к Земле, что начнут играть все большую и большую роль силы сопротивления воздуха, торможение корабля усилится и возникнут большие перегрузки, будет выделяться большое количество тепла, разогревающего стенки корабля и окружающий воздух, — словом, все будет происходить так, как и в случае падения тела с большой высоты при вхождении его в плотные слои атмосферы (этот случай рассматривался в § 23). После того как корабль, потеряв значительную часть своей скорости, достигнет еще более плотных слоев воздуха, для дальнейшего его торможения применяется парашют, который вместе со специальными амортизирующими устройствами обеспечивает безопасное приземление.

## *§ 25. Состояние невесомости и силы инерции*

Все движения, которые рассматривались в этой главе, как было условлено, мы относили к «неподвижной» системе координат. Поэтому в этой главе нигде не фигурировали силы инерции. Однако «неподвижная» система координат, удобная для рассмотрения движений планет (для чего она и была впервые применена Коперником) или других небесных тел, оказывается часто неудобной для рассмотрения движений, например, человека в вагоне ускоренно движущегося поезда или жидкости во вращающемся сосуде; неудобство состоит в том, что характер этих движений относительно «неподвижной» системы координат оказывается более сложным, чем относительно стен вагона или стенок сосуда. Применение неинерциальной системы координат, связанной, например, с вагоном или сосудом, устраняет это неудобство; описывать движения в этих неинерциальных системах часто оказывается гораздо проще, чем в «неподвижной». Но задача динамики при этом усложняется: помимо сил, действующих на движущееся тело в «неподвижной» системе координат, приходится учитывать и действующие на тело силы инерции. Однако в конечном счете, вследствие обстоятельств, которые будут изложены ниже, в неинерциальной системе координат решение задачи динамики может оказаться более простым, чем в инерциальной.

Какими же системами координат целесообразно пользоваться при рассмотрении движений, происходящих внутри космического корабля, например, движений космонавтов, подвижных частей многочисленных приборов, жидкости, которая в них содержится и т. д. и, наконец, — совсем новая задача, которая стала особенно актуальной после выхода космонавта А. А. Леонова из корабля в космическое пространство, — при рассмотрении движений космонавта или каких-либо предметов, находящихся вне корабля (покинувших корабль)?

Следует ожидать, что описание этих движений во всяком случае будет проще, если мы будем относить их к системе координат, связанной с кораблем. Мы увидим, что это действительно будет так до тех пор, пока на корабль действуют только силы тяготения (Земли, Солнца или нескольких небесных тел одновременно; случай, когда, кроме сил тяготения, на космический корабль действуют какие-либо другие силы, мы рассмотрим отдельно). Насколько же усложнится задача динамики, если мы будем пользоваться системой координат, связанной с кораблем? Здесь нас ждет «приятный сюрприз»: задача динамики не только не усложнится, а даже упростится при условии, что корабль не вращается относительно «неподвижной» системы координат вокруг осей, проходящих через его центр масс*). Упрощение не только описания движений, но и всей задачи динамики при переходе к системе координат, связанной с космическим кораблем, дает основания эту систему координат считать «естественной системой» для описания движений всех тел, находящихся внутри корабля или покинувших корабль (пока они не удалились от корабля на большие расстояния).

«Приятный сюрприз», о котором шла речь выше, отнюдь не является счастливой случайностью. Он предста-

---

*) Такие движения могут возникнуть, если внутри корабля начинают вращаться части каких-либо приборов, космонавт покидает кабину корабля или от корабля с некоторой скоростью отделяются какие-либо предметы и т. п.

вляет собой следствие положений, играющих важную роль в механике, с которыми мы отчасти уже знакомы. Мы начнем рассмотрение этих положений с простейшего конкретного случая, который позволит убедиться в том, что система координат, связанная с космическим кораблем, является (при наложенных выше ограничениях) инерциальной.

Итак, рассмотрим космический корабль, движущийся (для простоты) по круговой орбите под действием только сил тяготения и не вращающийся вокруг осей, проходящих через центр масс системы тел, которую образуют корабль и находящиеся в нем тела (вокруг осей, не проходящих через центр тяжести, свободный корабль вообще не может вращаться). Свяжем систему координат с кораблем следующим образом: поместим начало координат в центр масс корабля и связанных с ним тел, а одну из осей координат, например ось $z$, направим в центр Земли, вокруг которой корабль вращается; вторую ось координат направим в плоскости орбиты корабля перпендикулярно первой, а третью ось — перпендикулярно первым двум. Эта система координат вращается вместе с кораблем вокруг оси, проходящей через центр тяжести Земли перпендикулярно плоскости орбиты корабля, причем корабль находится на расстоянии $r$ от оси вращения, где $r$ — радиус орбиты корабля. Следовательно, в этой системе координат на тело массы $m$ действует центробежная сила инерции

$$F_{\text{и}} = m\omega^2 r, \tag{4.22}$$

где $\omega$ — угловая скорость вращения системы координат, а значит, и корабля вокруг Земли, а $m$ — масса самого корабля или любого тела, находящегося внутри или вблизи корабля, движение которого мы хотим рассмотреть. Как мы убедились выше (§ 17), центробежная сила инерции по величине равна, а по направлению противоположна той силе, которая сообщает кораблю центростремительное ускорение, т. е. силе притяжения Земли. Значит, на всякое тело, находящееся внутри корабля или вблизи него (или на любой элемент этого тела) в выбранной системе координат действуют две силы: сила притяжения Земли и центробежная сила инерции, равные по величине и противоположные по направлению; вследствие этого сумма их равна нулю.

Таким образом, учет сил инерции в неинерциальной системе координат, связанной с космическим кораблем, движущимся под действием только сил тяготения, приводит к тому, что обе названные силы уравновешивают друг друга. Такой же результат получился в случае, когда тело отсчета, с которым связана неинерциальная система координат, движется с постоянным по величине и направлению ускорением к центру Земли (§ 16). Если на данном расстоянии от центра Земли последняя сообщает падающему телу отсчета ускорение $g'$, то значит, Земля действует на любое тело, находящееся вблизи тела отсчета, с силой $mg'$, где $m$ — масса этого любого тела, и сила $mg'$ направлена к центру Земли. Но в связанной с телом отсчета ускоренно движущейся системе координат на любое тело действует сила инерции, равная $-mg'$ (направленная навстречу ускорению $g'$, т. е. от центра Земли). Таким образом, и в этом случае учет силы инерции в системе координат, связанной с телом отсчета, движущимся под действием силы тяготения, приводит к тому, что эти обе силы уравновешивают друг друга. В этом и заключается то упрощение, которое вносится в динамику в результате применения системы координат, связанной с телом отсчета, движущимся под действием только сил тяготения.

Поскольку сила тяготения и сила инерции уравновешивают друг друга, все тела, находящиеся внутри космического корабля или возле него, движутся относительно корабля так, как будто на них не действует ни одна из этих сил. Эти тела могут получать ускорения только в результате действия их друг на друга, например, в результате действия сил всеобщего тяготения, или сил, возникающих при непосредственном соприкосновении, и т. д. Если действуют только силы тяготения, то тела сообщают друг другу очень малые ускорения, и практически можно считать, что все тела в системе координат, связанной с кораблем, либо покоятся, либо движутся прямолинейно и равномерно. Выбранную «естественную систему координат», несмотря на то, что она связана с центром масс космического корабля (движущегося ускоренно по отношению к «неподвижной» системе координат), практически можно считать инерциальной, со всеми вытекающими отсюда последствиями: в ней справедлив принцип относительности Галилея, соблюдается третий закон Ньютона и могут быть выделены замкнутые системы тел, к которым применим закон сохранения импульса. Однако, поскольку поля сил тяготения и сил инерции в рассматриваемом случае, как и во всех других, имеют различную конфигурацию, полная эквивалентность сил тяготения и сил инерции имеет место только в ограниченной области пространства и в ограниченном промежутке времени (ограниченность во времени обусловлена тем, что тело отсчета движется в поле тяготения и за конечный промежуток времени выходит из той области, где силы инерции равны по величине и противоположны по направлению силам тяготения). Такая локальная эквивалентность сил инерции и сил тяготения приводит к тому, что *система координат, связанная с центром масс космического корабля, оказывается «локально инерциальной».*

Это очень упрощает рассмотрение движений тел внутри или вблизи космического корабля. В «естественной системе координат» очень простое объяснение получает состояние невесомости: поскольку силы тяготения уравновешиваются силами инерции, то сила тяжести как бы вообще отсутствует. Поэтому не возникают деформации, вызываемые силой тяжести, и отсутствуют силы веса.

Следует подчеркнуть, что это объяснение предполагает полную эквивалентность сил тяготения и сил инерции. В случае же неполной эквивалентности сил инерции и сил тяготения объяснение состояния невесомости звучит несколько иначе. Дело в том, что силы инерции — это силы массовые; поэтому они сами по себе так же, как и силы тяготения, и по тем же причинам не могут вызвать деформаций тел и обусловленных этими деформациями сил веса, — конечно, при условии, что поля сил инерции и тяготения можно считать однородными в пределах области, занимаемой телом. (В противном случае эти поля сообщали бы разным элементам тела разные ускорения и деформации были бы неизбежны.) Если при соблюдении этого условия к силам тяготения, которые сообщают всем элементам свободно падающего тела одинаковые ускорения, добавятся еще силы инерции, которые сообщают всем элементам тела также одинаковые ускорения (но отличные от тех, которые сообщают силы тяготения), то все элементы тела будут двигаться с ускорением, отличным от ускорения свободного падения, но все же одинаковым для всех элементов тела. Поэтому деформации в теле не возникнут, а значит, не появятся и силы веса. Всякое свободное тело, находящееся в однородных полях сил тяготения и сил инерции, независимо от величин этих полей, будет находиться в состоянии невесомости.

Чтобы проиллюстрировать этот вывод наглядным примером, вернемся к опытам со свободным падением тела в ускоренно движущемся лифте (§ 16). Так как тело свободно падает под действием силы тяготения, то оно не деформировано и будет находиться в состоянии невесомости независимо от того, с каким ускорением движется лифт, а значит, с каким ускорением движется падающее тело относительно лифта. Конечно, так и должно быть: ведь деформация тела имеет «абсолютный» характер, т. е. не зависит от того, в какой системе мы будем ее наблюдать (например, определять отношение расстояний между штрихами, нанесенными на боковую поверхность стержня). Поэтому и состояние невесомости будет наблюдаться во всех системах координат, если оно наблюдается в одной из них.

Итак, в системе тел наступает состояние невесомости, если всем входящим в эту систему телам и всем частям этих тел одинаковые ускорения сообщают силы тяготения и также одинаковые ускорения сообщают силы инерции. В рассматриваемом нами случае, когда система координат связана с центром масс космического корабля, испытывающего ускорение под действием только сил тяготения, мы обычно можем ограничиться малой областью пространства, в которой заключены корабль и находящиеся вблизи него тела. В этом случае как силы тяготения, так и силы инерции сообщают всем телам одинаковые ускорения, причем те и другие ускорения оказываются равными по величине (но противоположными по направлению), в результате чего связанная с кораблем система координат оказывается инерциальной.

Однако, если размеры системы тел велики, возможны такие случаи, когда, хотя на тело отсчета, с которым связана система координат и все другие тела системы, действуют только силы тяготения и силы инерции, все же сумма этих сил не равна нулю. Рассмотрим один из таких принципиально возможных случаев. Вообразим, что на большую высоту над поверхностью Земли (которая для упрощения рассуждений не вращается) заброшена (при помощи ракеты) кабина, к днищу которой на очень длинном тросе прикреплен груз $M$ (рис. 73) примерно такой же массы, как и масса кабины. Все это сооружение свободно падает под действием силы земного притяжения. Так как груз $M$ находится ближе к центру Земли, чем кабина, то Земля будет сообщать кабине и всем находящимся в ней телам меньшее ускорение, чем грузу. Ясно, что при этом трос натянется, вследствие чего ускорение кабины $j$ увеличится и окажется несколько больше, чем ускорение $g$ свободного падения тел, находящихся внутри кабины. Поэтому тело массы $m$, свободно лежавшее на дне кабины, будет отставать в своем свободном падении на Землю от дна кабины, т. е. по отношению к кабине будет все время «подыматься кверху».

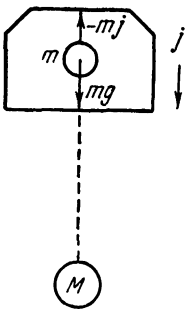

Рис. 73.

Чтобы объяснить это движение тела $m$ с точки зрения наблюдателя, покоящегося в кабине, мы должны учесть, что в системе координат, связанной с кабиной, на тело $m$, помимо силы притяжения Земли $mg$, действует сила инерции $-mj$, направленная вверх, и так как $|j|>|g|$, то и результирующая сила $m(g-j)$ также направлена вверх и сообщает телу ускорение $(g-j)$ относительно кабины. Так как сумма силы тяготения и силы инерции не равна нулю, система координат оказалась неинерциальной. При этом тело $m$ все время (пока не ударится о потолок кабины) будет свободно «падать» (на потолок кабины). Но тело $m$ будет находиться в состоянии невесомости благодаря тому, что его размеры достаточно малы, и поля сил тяготения и инерции в пределах тела $m$ можно считать однородными. Все же устройство в целом (кабина, трос и тело $M$) занимают такую большую область в пространстве, в которой поле тяготения уже нельзя считать однородным. Поэтому состояния невесомости для всего устройства в целом не наступает (трос натянут и действует на кабину с силой веса, тем большей, чем трос длиннее). Мы привели этот воображаемый опыт для того, чтобы подчеркнуть, что все своеобразие движений внутри космического корабля или вблизи него обусловлено не только состоянием невесомости, но и инерциальностью системы координат, связанной с кораблем.

Как будет показано ниже, когда система координат, связанная с космическим кораблем, оказывается неинерциальной, то состояние невесомости может наблюдаться лишь в течение очень ограниченного времени.

А сейчас рассмотрим примеры движений тел, находящихся в космическом корабле или вблизи него, в том случае, когда наступило состояние невесомости и система координат, связанная с кораблем, инерциальна.

## *§ 26. Движение тел в космическом корабле и вблизи него*

В условиях, когда силы тяготения и силы инерции, действующие извне на корабль и находящиеся в нем тела, уравновешивают друг друга, можно считать, что они вообще отсутствуют, а действуют лишь силы между телами, находящимися внутри корабля или вблизи него. Как уже было отмечено, силы тяготения между телами практически не играют роли. Если к тому же исключить силы взаимодействия между электрически заряженными телами (такие силы играют заметную роль только в специальных случаях), то нужно будет учитывать только силы, возникающие при непосредственном соприкосновении тел (в первую очередь упругие силы). Поэтому тело, находящееся внутри космического корабля и не имеющее начальной скорости, будет сохранять состояние покоя, т. е. будет «парить» внутри корабля до тех пор, пока оно не придет в соприкосновение с другими телами *). Если это соприкосновение произойдет не плавно, а с заметной скоростью (т. е. относительная скорость при соприкосновении тел будет не очень мала), то явление будет протекать как соударение тел.

Законы соударения в космическом корабле не будут принципиально отличаться от законов соударения в состоянии «нормальной весомости», поскольку зависимости между скоростями до и после удара в обоих случаях одинаковы, так как определяются они массами соударяющихся тел и их относительными скоростями.

Рассмотрим движение какого-либо тела внутри корабля и проследим, как возникают и исчезают скорости этого движения. Для конкретности представим себе, что космонавт отталкивается от стенки корабля, расположенной перпендикулярно направлению линейной скорости корабля $v_0$, обусловленной движением по орбите (орбиту для простоты будем считать круговой), в направлении к противоположной стенке. Достигнув этой стенки, космонавт удерживается около нее, схватившись за поручни, и тем самым «гасит» ту скорость, которую от должен был бы приобрести после соударения со второй стенкой (если бы соударение было упругим). На этом все движения заканчиваются. Для их рассмотрения можно пользоваться законом сохранения импульса (поскольку силы тяготения и силы инерции в выбранной системе отсчета уравновешивают друг друга и корабль вместе со всеми заключенными в нем телами образует замкнутую систему). Если космонавт массы $m$ оттолкнулся от стенки корабля и приобрел при этом скорость $v_1$ относительно центра масс корабля, то для сохранения общего импульса системы необходимо, чтобы скорость корабля относительно того же центра масс изменилась на величину $\Delta v_0$, причем $\Delta v_0$ должна быть направлена навстречу $v_0$, а ее величина приближенно (если учесть,

*) Напомним, что мы пользуемся системой координат, связанной с центром масс системы тел, в которую входят космический корабль и все находящиеся в нем тела. Поэтому, когда речь будет идти о состоянии покоя, скорости или ускорения космического корабля или находящихся в нем тел, мы должны относить все движения к этой системе координат.

что $m \ll M$) должна быть равна

$$\Delta v_0 \approx \frac{m}{M} v_1, \tag{4.23}$$

где $M$ — масса корабля. Так как движения космонавта (и корабля) направлены, как мы предположили, вдоль орбиты, то на время, когда космонавт движется от одной стенки к другой, орбитальная скорость корабля изменяется на $\Delta v_0$ (уменьшается, если космонавт оттолкнулся в направлении, совпадающем с $v_0$), а затем, когда космонавт достиг второй стенки и «погасил» свою скорость, орбитальная скорость увеличивается на $\Delta v_0$ и возвращается к исходному значению.

Чтобы оценить, насколько меняется орбитальная скорость корабля, примем, что масса корабля $M=3$ *т*, а космонавта $m=0{,}1$ *т* и что космонавт при отталкивании от стенки корабля может сообщить своему телу скорость примерно такую же, какую сообщает своему телу легкоатлет, совершающий прыжок с места (без разбега), т. е. скорость не более 10 *м/сек*. Следовательно, так как $m/M \approx 1/30$, а $\Delta v_0 = 10$ *м/сек* $: 30 \approx 0{,}3$ *м/сек*, то, учитывая, что орбитальная скорость корабля составляет величину порядка 10 *км/сек*, мы убеждаемся в том, что орбитальная скорость меняется не более чем на 1/30 000 своей величины. Это изменение скорости очень мало, к тому же через короткое время (порядка 1 секунды) орбитальная скорость возвращается к начальному значению; это движение не может сколько-нибудь заметно изменить орбиты корабля (поскольку орбитальная скорость жестко связана с радиусом орбиты, всякое ее изменение должно вызывать изменение орбиты корабля).

Но это изменение орбитальной скорости имеет принципиальное значение — оно позволяет «свести концы с концами». Так как система тел космический корабль — космонавт замкнута, то орбитальная скорость центра масс этой системы тел должна оставаться постоянной. Поскольку перемещение космонавта внутри корабля в направлении орбитальной скорости вызывает перемещение в том же направлении центра масс системы тел корабль — космонавт относительно корпуса корабля, то сам корпус должен перемещаться относительно центра масс системы в обратном направлении с той скоростью, которая дается соотношением (4.23). Космонавт, который может оценивать только скорость своего перемещения относительно корпуса корабля, конечно, не может определить, какую часть этой скорости (по отношению к центру масс системы корабль — космонавт) составляет скорость перемещения самого космонавта, а какую — скорость перемещения корпуса корабля, тем более, что последняя составляет малую долю первой.

Рассмотрим, как может двигаться космонавт вне космического корабля относительно системы координат, связанной с центром масс корабля и всех тел, образующих с ним вместе замкнутую систему. Если в этой системе космонавт не обладает начальной скоростью и не приходит в соприкосновение с другими телами, он будет вне корабля (так же как и внутри него) покоиться в любом положении, которое он занимает, — свободно «парить», не изменяя своего положения относительно корабля. Но для того чтобы, покидая корабль, не приобрести заметной начальной скорости относительно корабля, космонавт должен покинуть корабль, очень медленно и плавно перемещаясь по шлюзу, не отталкиваясь от стенок шлюза или корпуса корабля. Если космонавт действительно не приобретает заметной скорости относительно корабля, то он в течение не слишком большого промежутка времени будет сохранять почти неизменным свое положение относительно корабля и будет с той же скоростью, как и корабль, двигаться относительно «неподвижной» системы координат (практически и относительно Земли), т. е. со скоростью порядка 10 *км/сек*. Космонавт сам превратится в искусственный спутник Земли, «запущенный» на орбиту, почти точно совпадающую с орбитой космического корабля, поэтому космонавт не будет заметно удаляться от корабля.

Однако если космонавту не удастся совершенно плавно покинуть корабль (что требует очень точно рассчитанных движений), например, если, «шагая в космос», космонавт оттолкнется ногой от края люка, то он приобретет заметную скорость в системе координат, связанной с кораблем, а значит, и скорость космонавта относительно «неподвижной» системы окажется отличной от скорости корабля в той же системе координат.

Правда, различие в скоростях космонавта и корабля не может получиться значительным. Его можно оценить, принимая ту же, что и раньше, величину начальной скорости, которую может приобрести космонавт, отталкиваясь от корпуса корабля, т. е. 10 *м/сек*. Тогда в «неподвижной» системе координат скорость космонавта может отличаться от скорости корабля ($\sim 10$ *км/сек*) только на 1/1000 либо по величине, либо по направлению (т. е. во втором случае — на 3 угловые минуты). Но все же из-за различия в скоростях орбита, по которой будет двигаться космонавт, несколько отличается от орбиты, по которой движется корабль, покинутый космонавтом, вследствие чего космонавт будет постепенно удаляться от корабля. Так как при этом ему не от чего «отталкиваться», он не в состоянии изменить направления своей скорости и вернуться на корабль. Чтобы была обеспечена возможность космонавту вернуться на корабль, применяется специальный фал, связывающий космонавта с кораблем. Космонавт, перебирая руками фал и натягивая его, сообщает своему телу скорость, направленную к кораблю.

Конечно, это не самый совершенный способ перемещаться в космосе. Для того чтобы маневрировать в космосе, космонавт может применять те же методы, которые применяются для маневров космического корабля, — например, маломощный реактивный двигатель, сопло которого может изменять свое направление в пространстве. В качестве реактивного двигателя может применяться просто баллон с сжатым газом, выпускаемым из баллона через сопло, присоединенное к баллону с помощью гибкого шланга. Реактивная сила, действующая в направлении, противоположном направлению сопла, сообщает космонавту ускорение в любом, нужном для его маневров направлении.

Рассмотрим теперь вкратце, в каких случаях может изменяться ориентировка в пространстве самого космического корабля или находящихся в нем тел. Для этого движение тела, в отличие от рассмотренных выше случаев, не должно быть поступательным; для изменения ориентировки в пространстве тело должно поворачиваться вокруг каких-либо осей. Если внешние силы на тело не действуют, то его центр масс должен покоиться или двигаться прямолинейно и равномерно. В таком случае вращение тела может происходить только вокруг осей, проходящих через центр масс тела. Рассмотрим наиболее наглядный случай — тело в форме эллипсоида.

Три главные оси эллипсоида являются теми *свободными осями*, вокруг которых может происходить вращение тела. (Однако вращение не вокруг любой из этих осей является устойчивым, т. е. не вокруг любой из этих осей может происходить длительное свободное вращение тела.) Для того чтобы свободное вращение возникло, должны действовать моменты внешних сил относительно той или другой оси, изменяющие момент импульса относительно этой оси. Если же моменты внешних сил на тело не действуют, то момент импульса относительно любой из трех главных осей должен оставаться постоянным.

При рассмотрении задач ориентировки в пространстве самого корпуса корабля обычно речь идет об ориентировке относительно системы координат, начало которой совпадает с центром масс корабля, а из двух взаимно перпендикулярных осей, лежащих в плоскости орбиты, одна направлена к центру планеты (или Солнца), совпадающему с центром орбиты корабля, если эта орбита круговая. Эту систему координат, как мы уже видели, можно считать практически инерциальной и полагать, что в ней никакие внешние силы на корабль и находящиеся в нем или около него тела не действуют (так как силы тяготения и инерции компенсируют друг друга). Вообще говоря, корпус корабля может быть ориентирован относительно этой системы координат произвольным образом. Между тем при необходимости произвести торможение с помощью находящегося на корабле реактивного двигателя требуется ориентировать корабль вполне определенным образом — так, чтобы скорость струи, выбрасываемой двигателем, была направлена точно противоположно орбитальной скорости корабля; в противном случае, помимо уменьшения скорости, будет изменяться и ее направление. Для того чтобы повернуть корабль вокруг какой-либо из его осей, нужно создать момент силы относительно этой оси. Так как момент силы равен произведению силы на плечо, то выгоднее всего создать этот момент при помощи реактивного двигателя, расположенного на стенке корабля таким образом, чтобы направление скорости $v$ струи, выбрасываемой двигателем, лежало в плоскости, перпендикулярной той оси $C$ корабля, относительно которой должен быть создан момент силы, и было перпендикулярно этой оси (рис. 74).

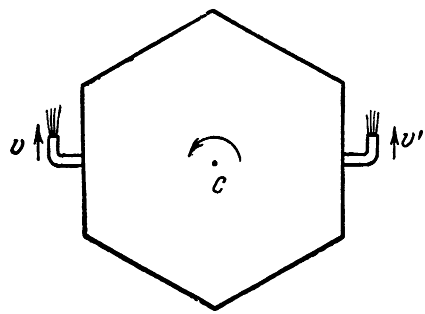


Рис. 74.

Момент силы, создаваемый двигателем, служащим для ориентировки корабля, вызывает увеличение момента импульса относительно соответствующей главной оси. Следовательно, пока двигатель работает, корпус корабля вращается вокруг данной оси с ускорением. Для того чтобы остановить корпус корабля в требуемом положении, нужно до того, как корабль это положение занял, изменить направление момента силы на обратное, т. е. включить другой двигатель, скорость струи которого $v'$ (рис. 74) направлена соответствующим образом.

Для того чтобы реактивный двигатель, установленный на корабле, при работе не вызывал вращения корпуса корабля вокруг его осей (например, двигатель, предназначенный для торможения корабля), он должен быть установлен так, чтобы его сила тяги, т. е.

равнодействующая сил реакции выбрасываемой струи, проходила точно через центр масс корабля. В противном случае двигатель также вызовет вращение корабля вокруг его осей.

Аналогично, пользуясь маломощным реактивным двигателем, космонавт может сообщить своему телу вращение вокруг одной из осей, расположив сопло двигателя так, чтобы сила реакции вылетающей струи создавала нужный момент силы. Для того чтобы придать поступательное или вращательное движение своему телу, космонавт может пользоваться, конечно, одним и тем же двигателем; в первом случае он должен расположить сопло так, чтобы направление силы реакции вытекающей струи проходило через центр тяжести его тела; во втором — направление силы реакции должно проходить в стороне от центра тяжести тела и должно быть смещено в определенном направлении в зависимости от того, как требуется изменить ориентировку тела. Например, если космонавту нужно повернуться вокруг своей «продольной оси» вправо, то он должен, удерживая сопло примерно на высоте пояса, перенести шланг с соплом вправо, держа сопло так, чтобы скорость струи воздуха была направлена вперед.

Внутри корабля или снаружи его, у стен корабля космонавт может, отталкиваясь от стен корабля или, наоборот, удерживаясь за поручни, не только изменять скорость своего поступательного движения, но и свою ориентировку относительно корпуса корабля. При этом он должен действовать мышцами рук и ног так, чтобы сначала сообщить своему телу момент импульса вокруг нужной оси и в нужном направлении, а затем, когда тело приблизится к нужному положению, погасить этот момент импульса. Наоборот, отталкиваясь от стен корабля с целью сообщить своему телу только поступательное движение, космонавт должен так действовать мышцами рук и ног, чтобы результирующая сила, которая возникнет со стороны стенки и будет действовать на космонавта, проходила через центр тяжести его тела. В противном случае космонавт не будет сохранять неизменной свою ориентировку в пространстве, а во все время движения будет «кувыркаться», Заметим, что космонавт принципиально может изменять свою ориентировку в пространстве, не отталкиваясь от других тел и не пользуясь реактивным двигателем. Как следует из закона сохранения момента импульса, если «свободно парящий» космонавт начнет вращать руку в плечевом суставе, описывая конус, например, по часовой стрелке, то рука приобретет определенный момент импульса, а значит, тело космонавта приобретет момент импульса равной величины и обратного направления; его ориентировка в пространстве будет изменяться. Космонавт может таким же образом в нужный момент погасить момент импульса, который он сообщил своему телу, остановить вращение, будучи по-другому ориентированным в пространстве. Однако такой прием требует очень точно координированных движений.

Следует учесть, что космонавт, управляя своими движениями в космическом корабле, движущемся по орбите под действием только силы тяжести, не может пользоваться такими привычными ориентирами, как «верх» и «низ». Вследствие того, что сила инерции компенсирует силу тяготения, последняя как бы отсутствует, и направления «вверх» и «вниз» физически ничем не отличаются друг от друга, равно как и от всех других направлений в пространстве, хотя, например, для искусственного спутника Земли они полностью сохраняют свой геометрический смысл (вниз — направление к центру Земли, вверх — противоположное направление). Вследствие того, что силы тяготения уравновешены силами инерции, тело, подвешенное на опоре с помощью нити, занимает не вертикальное (как в состоянии «нормальной весомости»), а любое положение (если нить не растянута и тело не обладает начальной скоростью). Аналогично и космонавту в искусственном спутнике для того, чтобы удерживать руку в перпендикулярном туловищу положении, не приходится напрягать мышц руки. Если же подвешенному телу сообщена начальная скорость, то оно не будет колебаться около вертикального положения (т. е. около направления «вверх — низ», как в состоянии «нормальной весомости»), а, как было показано в § 16, будет вращаться вокруг точки подвеса с постоянной угловой скоростью.

Таким образом, «грубые» признаки, такие, например, как положение и поведение «отвеса» (которым может служить, например, рука космонавта), не дают космонавту никаких указаний о том, где верх, а где низ. Однако человек и в условиях «нормальной весомости» не мог бы при помощи таких признаков надежно определять вертикальное положение своего тела. Для этой цели у человека существует специальный чувствительный орган — вестибулярный аппарат, представляющий собой часть внутреннего уха. Чтобы не вдаваться в детали устройства этого аппарата, мы ограничимся только изложением «механического принципа» его действия, позволяющего человеку определять направление поля тяготения, т. е. направление верх — низ. Служащий для этого чувствительный элемент устроен так, что в состоянии «нормальной весомости» поле тяготения не вызывает деформации этого элемента, только если человек расположен вертикально. При наклонном положении человека составляющая силы тяжести вызывает деформацию клеток чувствительного элемента, и нервные волокна, окружающие эти клетки, передают «сигналы» об деформациях в центральную нервную систему.

Таким образом, отсутствие «сигналов» о деформации чувствительного элемента в одном положении и наличие таких сигналов во всех других положениях и позволяет человеку выделить то особое направление, в котором сигналы отсутствуют, т. е. вертикальное направление в условиях «нормальной весомости». Но в состоянии невесомости деформации всех упругих тел, в том числе и чувствительного элемента, отсутствуют, независимо от положения человека в пространстве, и он лишается возможности выделять то направление, в котором сигналы отсутствуют.

В заключение рассмотрим особенности поведения жидкостей в состоянии невесомости. Этот вопрос имеет большое практическое значение для космонавтики, так как в космическом корабле применяются машины и приборы, в которых движутся жидкости (жидкое топливо, жидкие теплоносители, служащие для обогрева или охлаждения приборов, и т. д.). Если силы тяготения и силы инерции компенсируют друг друга, то поведение жидкости в приборах космического корабля определяется, помимо упругих сил и сил вязкости, действующих при непосредственном соприкосновении так же, как и в твердых телах*), еще и силами поверхностного натяжения, или капиллярными силами. Эти силы возникают в поверхностных слоях жидкости вследствие нарушения равновесия сил взаимного притяжения между молекулами жидкости.

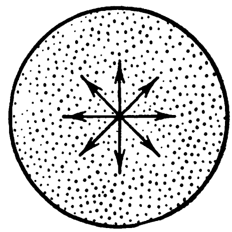
Рис. 75.

Внутри жидкости на данную молекулу действуют со всех сторон одинаковые силы притяжения (рис. 75), так как все соседние молекулы расположены в среднем симметрично относительно данной. Поэтому сумма сил притяжения, действующих на данную молекулу, равна нулю. Это правильно до тех пор, пока данная молекула расположена от поверхности жидкости на расстоянии, превышающем то наибольшее расстояние, на котором еще действуют силы притяжения между молекулами. Если же рассматриваемая молекула находится вблизи поверхности жидкости, то преобладают силы притяжения со стороны молекул, находящихся внутри жидкости (так как снаружи молекул мало). Таким образом, поверхностный слой молекул находится под действием сил притяжения со стороны внутренних слоев жидкости (рис. 76). Эти силы притяжения и делают возможным существование капель жидкости. Кроме сил притяжения, между молекулами действуют еще силы давления внутри жидкости (т. е. силы отталкивания, действие которых становится заметным, когда жидкость сжата).

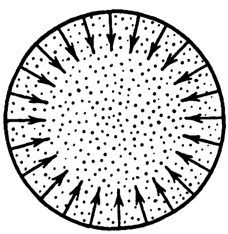
Рис. 76.

Если сила тяжести и сила инерции на каплю жидкости не действуют, то в капле должно существовать равновесие между силами притяжения молекул и силами

*) Но с тем различием, которое было отмечено в § 9, именно, отсутствием силы трения покоя в жидкостях.

внутреннего давления. Это равновесие (в отсутствии других сил) возможно только в том случае, если капля имеет сферическую форму.

Но, как известно, шар — это тело, которое при данном объеме обладает минимальной поверхностью. Если же капля принимает форму, отличающуюся от шарообразной, то площадь поверхностного слоя капли увеличивается. А так как плотность жидкости, и значит, число молекул в единице объема во всех слоях капли практически постоянны *), то при любом изменении формы капли, имевшей вначале форму шара, вместе с увеличением площади поверхностного слоя увеличивается и число молекул, лежащих в поверхностном слое. Это значит, что при любом изменении формы шарообразной вначале капли часть молекул, находившихся в внутренних слоях жидкости, после того как капля потеряла шарообразную форму, переходит в поверхностный слой жидкости. Но во внутренних слоях жидкости результирующая всех сил притяжения, действующих на данную молекулу со стороны других молекул, равна нулю, а в поверхностном слое она отлична от нуля и направлена внутрь жидкости. При переходе каждой молекулы из внутренних слоев в поверхностный должна быть совершена работа против сил притяжения других молекул; эту работу должны совершить какие-либо внешние силы. Напротив, при переходе молекул из поверхностного слоя во внутренние слои силы притяжения других молекул сами совершают работу. Как та, так и другая работа пропорциональны изменению площади поверхностного слоя жидкости, т. е. числу молекул, перешедших из внутренних слоев жидкости в поверхностный или обратно.

Таким образом, при изменении формы капли, с одной стороны, происходят изменения площади поверхностного слоя капли, а с другой — совершается работа, пропорциональная изменению этой площади. При увеличении площади поверхности работа должна быть совершена внешними силами, а при ее уменьшении работу совершают силы, действующие внутри жидкости. Это значит, что поверхностный слой жидкости обладает энергией;

*) Так как жидкости отличаются очень малой сжимаемостью.

она называется поверхностной энергией. Поэтому, пока внешние силы на каплю не действуют, для того чтобы энергия капли была минимальной, площадь поверхности капли должна быть минимальной, т. е. форма капли должна быть шарообразной. Если же на жидкость действуют какие-либо внешние силы, например сила тяготения, то минимальной должна быть не поверхностная энергия капли, а сумма поверхностной энергии и той потенциальной энергии, которой капля обладает в поле тяготения. Эта последняя уменьшается по мере того, как понижается высота центра тяжести капли $C$, т. е. когда капля сплющивается (рис. 77). Вначале, пока форма капли еще близка к шарообразной, сплющивание ее приводит к значительному понижению центра тяжести капли и сравнительно небольшому увеличению площади поверхности капли; поэтому при сплющивании капли сначала сумма потенциальной энергии и поверхностной энергии уменьшается. В каком-то положении увеличение поверхностной энергии начнет преобладать над уменьшением потенциальной. В каком-то промежуточном положении сумма поверхностной и потенциальной энергии достигнет минимума; следовательно, капля примет форму, соответствующую этому положению (рис. 77).

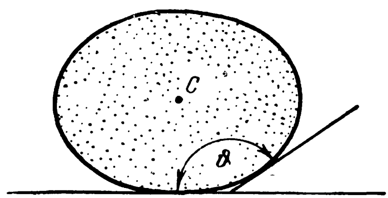

Рис. 77.

Обратимся теперь к вопросу о форме поверхности жидкости вблизи границы между свободной поверхностью жидкости и свободной поверхностью твердого тела, на которой капля лежит. Если через точку поверхности капли, лежащую близко к границе поверхности твердого тела, провести касательную, то угол $\vartheta$ внутри жидкости, который образует эта касательная и поверхность твердого тела в случае, изображенном на рис. 77, оказывается тупым.

Однако изображенная на рис. 77 картина в области границы свободной поверхности жидкости с свободной поверхностью твердого тела наблюдается далеко не всегда, а лишь при сочетании определенной жидкости с определенным твердым телом, например капли ртути на стекле. В других случаях, например воды на стекле, угол $\vartheta$ оказывается острым, и картина получается существенно иной (рис. 78). Все случаи соприкосновения поверхностей жидкости и твердого тела могут быть разделены на два класса в зависимости от величины угла $\vartheta$, который внутри жидкости образует с поверхностью твердого тела касательная к контуру капли. Когда $\vartheta > \pi/2$, получается картина, изображенная на рис. 77 (несмачивающая жидкость). Когда $\vartheta < \pi/2$, получается картина, изображенная на рис. 78 (смачивающая жидкость). Различие в поведении смачивающей и несмачивающей жидкостей состоит в том, что у смачивающей жидкости проявляется тенденция к увеличению площади соприкосновения с твердым телом, в то время как у несмачивающей — тенденция к уменьшению этой площади.

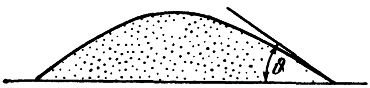


Рис. 78.

Это указывает на различную величину поверхностной энергии жидкости: приходящаяся на единицу площади энергия поверхностного слоя жидкости, соприкасающегося с твердым телом, у смачивающей жидкости меньше, чем энергия несоприкасающегося с твердым телом поверхностного слоя жидкости; у несмачивающей жидкости приходящаяся на единицу площади энергия поверхностного слоя жидкости, соприкасающегося с твердым телом, больше, чем энергия несоприкасающегося с твердым телом поверхностного слоя жидкости. Различие в величине поверхностной энергии, приходящейся на единицу площади поверхности жидкости, в двух рассмотренных случаях связано с тем, что на молекулу поверхностного слоя жидкости, помимо сил притяжения, действующих со стороны внутренних ее слоев, действуют еще силы притяжения или отталкивания со стороны молекул поверхности твердого тела. Поэтому результирующая сила, действующая на молекулы поверхностного слоя жидкости, прилегающего к твердому телу, может быть (в зависимости от направления и величины сил, действующих со стороны молекул твердого тела) либо меньше, либо больше сил, действующих на молекулы поверхностного слоя жидкости, не прилегающего к твердому телу. Соответственно и приходящаяся на единицу площади энергия поверхностного слоя жидкости, прилегающего к твердому телу, будет либо меньше (смачивающая жидкость), либо больше (несмачивающая жидкость), чем энергия поверхностного слоя жидкости, не прилегающего к твердому телу. Над свободной поверхностью жидкости должны обязательно присутствовать пары этой жидкости, а также могут присутствовать и другие газы, например, атмосфера; но пока плотность пара жидкости и других газов невелика, они не влияют существенно на рассмотренную картину.

В состоянии невесомости, если жидкость покоится, в ней не возникают силы внутреннего трения, поэтому в жидкости могут действовать только силы поверхностного натяжения и упругие силы (силы давления со стороны стенок сосуда на жидкость или соприкасающихся слоев жидкости друг на друга). Этими силами

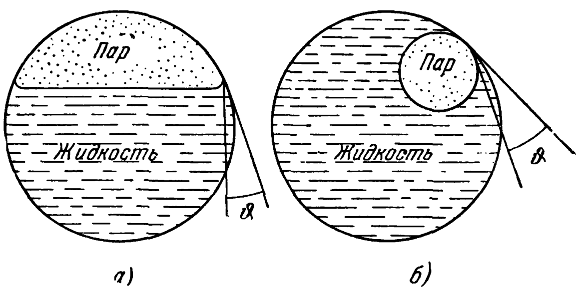


Рис. 79.

и определяется положение покоящейся в сосуде жидкости в космическом корабле. Сравним, например, расположение смачивающей жидкости, заполняющей сферический сосуд больше чем на половину, в состоянии «нормальной весомости» (рис. 79, *а*) и в состоянии невесомости (в космическом корабле). В первом случае действие сил поверхностного натяжения сказывается только у самой границы твердого тела и жидкости в том, что края жидкости несколько приподняты (угол $\vartheta$). В остальной части поверхности жидкости ее форма и положение определяются силой тяготения: поверхность жидкости должна быть везде перпендикулярна направлению силы тяготения, так как в противном случае силы давления внутренних слоев жидкости, нормальные к слою, прилегающему к поверхности, не могли бы уравновесить силу тяготения, действующую на этот слой, и жидкость не могла бы находиться в состоянии покоя.

Если же жидкость в космическом корабле находится в состоянии невесомости, положение и форма поверхности жидкости (рис. 79, *б*) определяются только силами поверхностного натяжения. Для жидкости, смачивающей стенки сосуда, поверхностная энергия определяется главным образом площадью свободной поверхности (так как приходящаяся на единицу площади энергия поверхностного слоя, прилегающего к стенкам, значительно меньше, чем энергия свободного слоя, можно пренебрегать первой). Чтобы общая энергия жидкости была минимальной, свободная поверхность должна иметь сферическую форму; как и должно быть, для смачивающей жидкости угол $\vartheta$ (в жидкости) между свободной поверхностью жидкости и поверхностью твердого тела в месте их соприкосновения оказывается меньше $\pi/2$. Положение центра сферы, заполненной паром, может быть любым, так как сила тяготения не действует. На рис. 79, *б* изображено одно произвольно выбранное из всевозможных положений сферического «пузыря», содержащего пары жидкости.

При помощи аналогичных, но более сложных рассуждений можно было бы рассмотреть и другие случаи. Для упрощения рассуждений можно исходить из того, что в состоянии невесомости все участки свободной поверхности жидкости должны быть сферическими, и положение границ этих участков определять из условия для $\vartheta$. Так, например, для $\vartheta=0$ («предельно-смачивающая» жидкость) в случае жидкости, заполняющей сосуд меньше чем наполовину, в состоянии невесомости жидкость будет полностью покрывать стенки сосуда (рис. 80), а «пузырь» с паром будет расположен внутри жидкости (свободная поверхность жидкости нигде не должна касаться стенки сосуда, так как в точке соприкосновения получилось бы $\vartheta \neq 0$).

В состоянии невесомости в жидкости отсутствует та часть давления, которая зависит от глубины погружения (а не от давления на свободную поверхность жидкости), поскольку эта часть давления представляет собой исчезающий в состоянии невесомости вес вышележащего столба жидкости с площадью сечения, равной единице. Отсутствие давления, растущего с глубиной погружения, приводит к тому, что в состоянии невесомости исчезает ряд явлений в жидкости, обусловленных этим давлением в состоянии «нормальной весомости». Прежде всего жидкость в сообщающихся сосудах не должна находиться на одинаковых уровнях (можно сказать даже больше: само понятие одинакового уровня в состоянии невесомости становится неопределенным, так как не от чего этот уровень отсчитывать); поэтому жидкость не будет выливаться из носика чайника, как бы круто его ни наклонили. Не будет жидкость вытекать и из горлышка бутылки, в каком бы положении она ни находилась. Жидкость из сосудов приходится либо выдавливать, сжимая сосуд, либо выталкивать при помощи поршня, движущегося в сосуде.

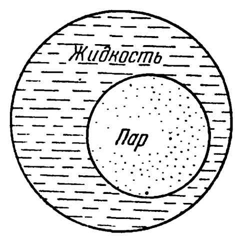

Рис. 80.

Отсутствие в жидкости сил давления, зависящих от глубины погружения, приводит к тому, что в состоянии невесомости на тело, погруженное в жидкость, не действует подъемная сила. Это сказывается на процессах в жидкости, содержащей пузырьки пара или газа. Например, при кипении жидкости именно подъемная сила заставляет образующиеся пузырьки газа подыматься на поверхность жидкости. Поэтому в состоянии невесомости, когда подъемная сила на пузырьки газа не действует, ход процесса кипения может существенно измениться. Изменяется также ход процесса выделения пузырьков при перекачке жидкости, содержащей пузырьки газа. Особенно усложняется вся проблема в тех случаях, когда какая-либо система должна функционировать как в состоянии перегрузок, так и в состоянии невесомости, например, система запуска тех реактивных двигателей, которые должны включаться как при разгоне космического корабля, так и при его движении на орбите.

## § 27. *Эквивалентность сил инерции и сил тяготения*

Неоднократно отмеченная выше общая черта сил тяготения и сил инерции, свойственная только этим двум категориям сил, состоит в том, что эти силы пропорциональны массам тел, на которые они действуют. Это утверждение было проверено с очень большой точностью на опыте, идея которого состоит в следующем. На массы $m_1$ и $m_2$, помещенные на концах коромысла крутильных весов, установленных на широте $\varphi$ (рис. 81), действуют, с одной стороны, силы притяжения Земли $f_{n1}$ и $f_{n2}$, направленные к центру Земли *), а с другой, — силы инерции $f_{c1}$ и $f_{c2}$, обусловленные вращением Земли вокруг своей оси (относительно «неподвижной» системы координат) и направленные от оси вращения. Если бы равнодействующие сил $f_{n1}$ и $f_{c1}$ и сил $f_{n2}$ и $f_{c2}$ не были равны друг другу, то коромысло не могло бы находиться в горизонтальном положении. Если взять две массы $m_1$ и $m_2$, изготовленные из разных материалов, то можно подобрать их так, чтобы коромысло весов находилось в горизонтальном положении. Как показывают наблюдения, коромысло покоится в этом положении.

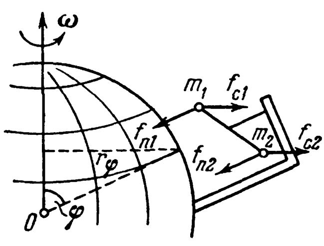

Рис. 81.

Горизонтальное положение коромысла свидетельствует о том, что силы притяжения Земли, действующие

---

*) На рис. 81 направления к центру Земли изображены условно параллельными друг другу.

на оба груза, $f_{m1}$ и $f_{m2}$, равны, и значит, $\frac{\gamma m_1 M_З}{r_З^2} = \frac{\gamma m_2 M_З}{r_З^2}$, откуда $m_1 = m_2$, где $m_1$ и $m_2$ — тяжелые массы обоих грузов, т. е. те массы, которые определяют силы тяготения между телами; вместе с тем оно свидетельствует о том, что силы инерции $f_{c1}$ и $f_{c2}$, действующие на оба груза, также равны друг другу. Эти силы инерции $f_{c1} = m_1'\omega^2 r_\varphi$ и $f_{c2} = m_2'\omega^2 r_\varphi$, где $m_1'$ и $m_2'$ — инертные массы тех же тел, $\omega$ — угловая скорость вращения Земли и $r_\varphi$ — радиус параллельного круга Земли на широте $\varphi$; так как $f_{c1} = f_{c2}$, то $m_1' = m_2'$. Таким образом, опыт показывает, что если тяжелые массы двух тел равны друг другу, то равны и их инертные массы. Это значит, что инертная и тяжелая массы данного тела пропорциональны друг другу, а при надлежащем выборе единиц инертной и тяжелой массы эти массы равны друг другу.

Равенство инертной и тяжелой масс, как мы видели выше (§§ 16, 17), приводит к тому, что силы тяготения и силы инерции, действующие на каждое тело (при соблюдении известных условий), оказываются равными по величине и противоположными по направлению. Такой случай, как мы убедились, реализуется в космическом корабле, движущемся относительно «неподвижной» системы координат под действием только сил тяготения. Вследствие того, что силы инерции и силы тяготения оказываются равными по величине и противоположными по направлению для любого элемента любого тела, их совместное действие не может вызвать никаких эффектов и их присутствие не может быть обнаружено никакими приборами. (Для других сил — не сил инерции и сил тяготения — такой случай принципиально невозможен; например, в случае, когда на тело, помимо силы тяготения, действует не сила инерции, а упругая сила, возникающая при непосредственном соприкосновении, как бы мы ни подбирали величин этих сил, мы всегда обнаружим деформации тела, на которое обе силы действуют, и по характеру этих деформаций сможем установить присутствие как упругих сил, так и сил тяготения.)

Но, как уже было указано, такое положение, когда силы тяготения и силы инерции равны по величине и противоположны по направлению, не может существовать во всех точках пространства одновременно. Причина этого лежит в том, что поля сил инерции и поля сил тяготения имеют различную конфигурацию. Поясним это на простейшем примере лифта, свободно падающего в поле тяготения. Если это поле создается притягивающим телом, находящимся на достаточно большом удалении от лифта (гораздо большем, чем размеры притягивающего тела), то поле тяготения во всех точках лифта будет направлено к центру тяжести притягивающего тела и по величине будет обратно пропорционально квадрату расстояния до него. Между тем в лифте, движущемся поступательно с ускорением $\boldsymbol{g}$, сила инерции равна $-m\boldsymbol{g}$, т. е. во всех точках лифта имеет одинаковые величину и направление. Иначе говоря, в то время как поле сил тяготения в рассматриваемом случае представляет собой «центральное поле», поле сил инерции представляет собой однородное поле. Поэтому, строго говоря, если в одной точке лифта сила инерции и сила тяготения точно равны по величине и противоположны по направлению, то ни в какой другой точке это уже невозможно.

Конечно, пока размеры лифта малы по сравнению с расстоянием до центра тяжести притягивающего тела, эти различия в величине и направлении силы инерции и силы тяготения также будут малы (поскольку поле тяготения практически также будет однородным). Но представим себе лифт в виде очень высокой башни, свободно падающей в направлении своей оси под действием силы тяготения. Если высота этой воображаемой башни не мала по сравнению с расстоянием до центра тяжести притягивающего тела, то равенство сил инерции и сил тяготения в таком «лифте» будет достаточно точно соблюдаться только в небольшой области, лежащей на середине высоты башни. Действительно, ускорение всей башни в целом будет равно $\boldsymbol{g}$ — ускорению свободного падения в какой-то точке $C$, лежащей примерно на середине высоты башни. Значит, сила инерции в системе координат, связанной с башней, будет везде равна $-mg$. Между тем сила тяготения только вблизи точки $C$ равна $mg$. В области выше точки $C$ сила тяготения будет равна $mg'<mg$ (где $g'$ — ускорение свободного падения в области, лежащей выше точки $C$, т. е. дальше от центра притягивающего тела); наоборот, в области, лежащей ниже точки $C$, где ускорение свободного падения $g''>g$ (эта область лежит ближе к центру притягивающего тела), $mg''>mg$. Только в середине высоты башни сумма силы инерции и силы тяготения равны нулю; в нижней части башни преобладает сила тяготения и результирующая сил инерции и тяготения направлена вниз; свободное тело будет падать к основанию башни. В верхней части башни преобладает сила инерции и результирующая сила направлена вверх; свободное тело будет подыматься к вершине башни.

Полная эквивалентность сил инерции и сил тяготения имеет место только в середине башни, т. е. носит локальный характер. Только в некоторой ограниченной области пространства может существовать такое положение, что с заданной точностью сумма сил инерции и сил тяготения равна нулю. Однако находящийся в падающей башне наблюдатель, изучая свободное движение тела в башне, не может определить, действуют ли на тело как сила тяготения, так и сила инерции, либо только одна из этих сил. Движение свободного тела вверх в верхней части башни и вниз в нижней части башни находящийся в башне наблюдатель может объяснить не только так, как сделано выше (т. е. тем, что сила тяготения в верхней части башни меньше силы инерции, а в нижней части башни — больше силы инерции). Ничего не зная о расположении тяготеющих масс вне башни, находящийся в ней наблюдатель может объяснить движение свободного тела в башне тем, что под основанием башни и над ее вершиной расположены два одинаковых притягивающих тела.

Оценим для искусственного спутника Земли, находящегося на орбите (т. е. движущегося только под действием сил тяготения) величину области, в которой сумму сил инерции и сил тяготения с достаточно высокой точностью можно считать равной нулю. Прежде всего во вращающейся системе координат, связанной с космическим кораблем (орбиту мы считаем круговой), направление силы инерции всегда противоположно направлению силы тяготения, так как сила тяготения направлена к центру вращения, а центробежная сила инерции — от центра вращения. Но абсолютные величины силы инерции и силы тяготения зависят от радиуса орбиты поразному. Это и ограничивает пределы области, в которой с заданной точностью можно считать силы инерции и тяготения равными по величине. Сила тяготения $f_т$ и сила инерции $f_и$ соответственно равны

$$f_т = \gamma \frac{mM_З}{r_0^2}, \quad f_и = m\omega^2 r_0, \tag{4.24}$$

где $m$ — масса тела, на которое силы действуют, $M_З$ — масса Земли, $r_0$ — расстояние тела от центра Земли, или, что то же самое, от оси, вокруг которой вращается корабль, и $\omega$ — постоянная угловая скорость вращения системы координат, связанной с кораблем, или, что то же самое, угловая скорость вращения космического корабля вокруг Земли. На орбите, описываемой центром масс корабля, $f_т = f_и$. Так как радиус этой орбиты равен $r_0$, то на тело массы $m$, находящееся на $\Delta r$ ближе к Земле, действуют сила тяготения

$$f'_т = \frac{\gamma m M_З}{(r_0 - \Delta r)^2}$$

и сила инерции $f'_и = m\omega^2(r_0 - \Delta r)$. Если $\Delta r \ll r_0$, то приближенно можно считать, что

$$f'_т \approx \frac{\gamma m M_З}{r_0^2}\left(1 + 2\frac{\Delta r}{r_0}\right) \quad \text{и} \quad f'_и \approx m\omega^2 r_0\left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right),$$

и так как при $r = r_0$ $f'_{0т} = f'_{0и}$, то

$$f'_т - f'_и = \frac{\gamma m M_З}{r_0^2}\frac{3\Delta r}{r_0}. \tag{4.25}$$

Примем, как и прежде, высоту спутника над Землей $H = 350$ *км*, тогда $r_0 = 6700$ *км*. При высоте кабины спутника в 4 *м* наибольшее смещение $\Delta r = 2$ *м* и

$\frac{\Delta r}{r_0} \approx 0,3 \cdot 10^{-6}$. Так как $\frac{H}{r_0} \approx \frac{1}{20}$, то $\frac{\gamma M_3}{(r_0+H)^2} \approx 0,9g \approx$ $\approx 9$ *м/сек*$^2$, а так как $\frac{3\Delta r}{r_0} \approx 1 \cdot 10^{-6}$, то $f'_т - f'_и \approx$ $\approx 9 \cdot 10^{-6}\, m \frac{кг \cdot м}{сек^2}$. Следовательно, при указанных условиях наибольшее ускорение, которое может испытывать тело, находящееся внутри космического корабля в результате нарушения равенства сил инерции и сил тяготения, составляет очень малую величину — примерно $1 \cdot 10^{-5}$ *м/сек*$^2$. Таким образом, при тех размерах, которые имеют современные космические корабли, тот факт, что эквивалентность сил инерции и сил тяготения носит локальный характер, не сказывается сколько-нибудь существенно на характере движений внутри корабля.

Следует учесть, что мы рассмотрели наименее благоприятный случай, поскольку радиус орбиты взяли близким к радиусу Земли. Для искусственных спутников Земли, движущихся по орбитам, радиус которых значительно больше радиуса Земли, или для искусственных планет пределы, в которых практически можно считать сумму силы инерции и силы тяготения равной нулю, будут значительно шире. Словом, в пределах космического корабля или даже космической станции более значительных размеров практически можно считать, что силы инерции и силы тяготения уравновешивают друг друга *).

Но при дальнейшем увеличении размеров рассматриваемой области мы неизбежно обнаружим нарушение равновесия между силами инерции и силами тяготения. Одним из следствий этого нарушения равновесия являются приливы и отливы, наблюдаемые в океанах. Мы рассмотрим сначала более простую картину возникновения приливов, вызываемых на Земле силой тяготения Солнца. Приливное действие Луны заметно сильнее, чем приливное действие Солнца, но картина возникновения приливов, вызываемых Луной, значительно сложнее. Более простая и наглядная картина в случае приливов,

*) Напомним, что мы исключили из рассмотрения случай, когда космический корабль или станция вращаются вокруг осей, проходящих через их центр масс.

вызванных Солнцем, обусловлена тем, что масса Солнца настолько больше массы Земли (примерно в $3 \cdot 10^5$ раз), что можно полностью пренебречь тем ускорением, которое Земля сообщает Солнцу, и, принимая орбиту Земли за круговую, считать, что центр этой окружности покоится в «неподвижной» системе координат. (Рассматривая картину приливов, вызванных Луной, мы должны будем учесть движения Земли, вызванные силой тяготения Луны.)

Зная радиус орбиты Земли ($R \approx 1{,}5 \cdot 10^{11}$ *м*) и угловую скорость ее вращения на орбите ($\omega = 2\pi$ *рад/год* $\approx$ $\approx 2 \cdot 10^{-7}$ *рад/сек*), найдем центростремительное ускорение, которое Солнце сообщает Земле:

$$j_{\text{ц}} \approx \omega^2 R = 6 \cdot 10^{-3} \ \text{м/сек}^2.$$

Следовательно, на массу $m$ (*кг*), находящуюся в центре Земли, Солнце действует с силой тяготения

$$f_{\text{т}} \approx 6 \cdot 10^{-3} m \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2}.$$

Свяжем с Землей движущуюся систему координат, начало которой совпадает с центром Земли; одна из трех осей направлена на центр Солнца, а две другие лежат в плоскости, перпендикулярной первой оси. Относительно «неподвижной» системы эта движущаяся система координат вращается с угловой скоростью $\omega$ вокруг оси, проходящей через центр Солнца и отстоящей на расстоянии $R$ от центра Земли.

Правда, для того чтобы рассматривать движение в системе координат, связанной с Землей, мы не должны были бы, строго говоря, одну из осей координат направлять на центр Солнца, а должны были бы все оси координат жестко связать с Землей. Но такая система координат вращалась бы не только относительно Солнца, но и вокруг земной оси, участвуя в ее суточном вращении. При этом, помимо сил инерции, обусловленных вращением системы координат относительно Солнца, необходимо было бы учитывать силы инерции, обусловленные вращением системы координат вокруг земной оси. Центробежные силы инерции, действующие в этом случае, были рассмотрены в § 17 и, как мы убедились, не зависят от долготы. Между тем явление приливов, которое нам предстоит рассмотреть, в каждый момент наблюдается только на определенных долготах, а их изменение с долготой связано только с суточным вращением Земли. Поэтому при рассмотрении приливов можно не учитывать сил инерции, обусловленных вращением Земли вокруг своей оси, а затем учесть перемещение приливов по поверхности Земли в результате вращения Земли. Выбрав систему координат, начало которой совпадает с центром Земли, а одна из осей направлена на центр Солнца, а затем учитывая, как сказывается вращение Земли на картине приливов в этой системе координат, мы, можно сказать, пренебрегаем динамическими эффектами, связанными с суточным вращением Земли, но учитываем кинематический эффект этого вращения (в результате мы получаем, конечно, приближенную картину). В так выбранной вращающейся системе координат действует сила инерции $f_и$, которая в центре Земли равна силе тяготения Солнца:

$$f_и = m\omega^2 R = 6 \cdot 10^{-3} m \frac{м \cdot кг}{сек^2}$$

и направлена от оси вращения, т. е. в центре Земли $-f_т = f_и$. На поверхности Земли в точках $a$ и $b$, лежащих на концах диаметра Земли, направленного на центр Солнца (рис. 82), величины сил инерции и сил тяготения будут иными, так как расстояние от центра Солнца до точек $a$ и $b$ равно не $R$, а соответственно $R - R_З$ и $R + R_З$, где $R_З$ — радиус Земли ($R_З \ll R$). Силы тяготения в точках $a$ и $b$ равны

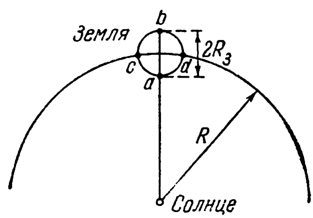


Рис. 82.

$$f_{т,\,a} = \frac{\gamma m M_С}{(R - R_З)^2} \approx \frac{\gamma m M_С}{R^2}\left(1 + \frac{2R_З}{R}\right), \qquad (4.26)$$

$$f_{т,\,b} = \frac{\gamma m M_С}{(R + R_З)^2} \approx \frac{\gamma m M_С}{R^2}\left(1 - \frac{2R_З}{R}\right), \qquad (4.27)$$

где $M_С$ — масса Солнца; силы инерции в тех же точках

$$f_{и, a} = m\omega^2 (R - R_З) = m\omega^2 R\left(1 - \frac{R_З}{R}\right), \qquad (4.28)$$

$$f_{и, b} = m\omega^2 (R + R_З) = m\omega^2 R\left(1 + \frac{R_З}{R}\right). \qquad (4.29)$$

Так как $R_З/R \approx 4 \cdot 10^{-5}$, то равнодействующие сил инерции и сил тяготения в точках $a$ и $b$ соответственно равны

$$f_{и, a} - f_{т, a} = -m\omega^2 R\left(\frac{3R_З}{R}\right) = -7{,}2 \cdot 10^{-7} m \frac{кг \cdot м}{сек^2}, \qquad (4.30)$$

$$f_{и, b} - f_{т, b} = m\omega^2 R\left(\frac{3R_З}{R}\right) = 7{,}2 \cdot 10^{-7} m \frac{кг \cdot м}{сек^2} \qquad (4.31)$$

и направлены от центра Земли. Они и представляют собой приливообразующие силы Солнца.

Несмотря на то, что эти силы очень малы по сравнению с силами притяжения Земли, они могут вызвать значительный подъем воды в океанах. Дело в том, что действуют эти силы не только в точках $a$ и $b$ (рис. 79), но на целом участке водной поверхности, охватывающем десятки градусов по долготе в обе стороны от точек $a$ и $b$ (дальше эти силы начинают быстро спадать и в точках $c$ и $d$ обращаются в нуль). Вода, находящаяся в этих областях, испытывает действие приливообразующих сил в течение продолжительного времени, и, хотя направленные вверх ускорения $a$, которые эти силы могут сообщить воде, составляют лишь $a = 7{,}2 \cdot 10^{-7}$ *м/сек*$^2$, за значительное время $t$ (например, 1 час) они могут, как легко подсчитать, вызвать подъем воды на величину порядка метра. Но, конечно, эти и дальнейшие расчеты позволяют получить только грубую оценку ускорений, сообщаемых приливообразующими силами, и высот подъема воды, так как явления приливов существенно зависят от ряда обстоятельств (склонения небесного тела, вызывающего приливы, широты места, на котором наблюдаются приливы, и т. д.), которых мы в наших упрощенных расчетах вообще не учитываем.

Так как подъем воды происходит в областях, как лежащей под Солнцем, так и лежащей с противоположной стороны, то при суточном вращении Земли места подъемов воды перемещаются по поверхности океана; два раза в сутки у берегов океана наблюдается подъем и спад воды. Но в небольших водных бассейнах (озерах) этот подъем очень мал вследствие кратковременности действия приливообразующих сил. Приведенный расчет не только позволяет понять механизм образования приливов, но и дает ответ на вопрос о том, как на поверхности какого-либо небесного тела могут быть обнаружены силы тяготения, действующие на него со стороны других небесных тел.

Может показаться, что для этого достаточно произвести такой опыт. Для определения силы притяжения Солнца взвесим на пружинных весах один и тот же груз массы $m$ (*кг*) в одной и той же точке Земли (рис. 83) один раз в 12 часов дня (когда Солнце находится над головой, рис. 83, *а*) и другой раз в 12 часов ночи (когда Солнце находится с противоположной стороны (рис. 83, *б*). Помимо силы притяжения Земли $f_З$, на взвешиваемое тело действует сила притяжения Солнца, равная $f_С$, которая в 12 часов дня направлена против силы притяжения Земли, а в 12 часов ночи — в ту же сторону. Если бы действовали только эти две силы, то вес груза массы $m$ днем был бы на $2f_С$ меньше, чем ночью. Подставив значение $f_С = 6 \cdot 10^{-3} m$ *кг·м/сек*$^2$, получим, что $2f_С = 1{,}2 \cdot 10^{-2} m$ *кг·м/сек*$^2$, т. е. составляет примерно 1/1000 силы притяжения Земли.

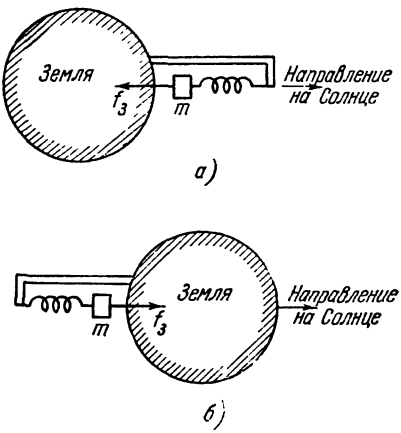

Рис. 83.

Однако в этом рассмотрении не учтено то обстоятельство, что, помимо сил тяготения Земли и Солнца, в системе координат, связанной с Землей и вращающейся вокруг Солнца, на все тела действует сила инерции, которая, как мы видели, почти полностью компенсирует силу тяготения Солнца. Силы, остающиеся в результате неполной компенсации, — это и есть приливообразующие силы Солнца. Они, как мы видели, в тысячи раз слабее силы притяжения Солнца, а значит, еще во много раз слабее силы притяжения Земли. Взвешивание тел на пружинных весах *) с точностью, которая необходима для обнаружения приливообразующих сил Солнца, представляет собой трудную задачу.

Все сказанное относится не только к Солнцу и Земле, но и ко всем небесным телам. Силы тяготения, действующие между любыми небесными телами, влияют только на движение центра тяжести того тела, на которое они действуют. Находясь на этом теле, обнаружить непосредственно действие сил тяготения другого тела невозможно. Можно обнаружить лишь «остаток» этих сил — приливообразующие силы, гораздо более слабые, чем сами силы тяготения.

Картина возникновения на Земле приливов, обусловленных силами притяжения Луны, как уже сказано, выглядит сложнее. Так как масса Луны только в 81 раз меньше массы Земли, то притяжение Луны заметно сказывается на движении Земли (в отличие от того, что имеет место для Солнца). Взаимное тяготение Земли и Луны, как любая внутренняя сила, не может сообщить движения общему центру масс этих двух планет. Поэтому совместное движение Земли и Луны должно происходить так, чтобы их общий центр масс двигался вокруг Солнца по орбите, определяемой законами Кеплера (этого движения общего центра масс Земли и Луны мы дальше можем не учитывать). Совместное движение Луны и Земли относительно их общего центра масс должно происходить так, чтобы это движение не изменяло положения общего центра масс (поскольку мы не учитываем его движения относительно Солнца), т. е. должно представлять собой вращение центров Земли и Луны вокруг общего центра масс, причем эти центры

*) Рычажные весы для измерения сил тяготения, действующих со стороны Земли и Солнца, конечно, непригодны, поскольку изменение этих сил будет одинаковым как для взвешиваемого тела, так и для гирь (сказанное справедливо и для сил инерции).

должны все время находиться на прямой, проходящей через общий центр масс, т. е. вращение Земли и Луны должно происходить с одинаковой угловой скоростью.

Все эти условия должны быть соблюдены для того, чтобы Земля и Луна, действующие друг на друга с одинаковыми силами и поэтому сообщающие друг другу центростремительные ускорения, обратные их массам, испытывали бы как раз такие центростремительные ускорения, которые необходимы для вращения центров масс Земли и Луны по круговым орбитам соответствующих радиусов. Легко убедиться в том, что при соблюдении этих условий получается требуемое движение. Обозначим соответственно для Земли и Луны через $m_з$ и $m_л$ их массы, $r_з$ и $r_л$ — радиусы круговых орбит центров Земли и Луны и $\omega_л$ их общую угловую скорость (рис. 84);

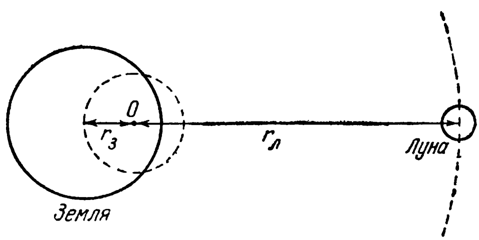


Рис. 84.

тогда $m_з\omega_л^2 r_з = m_л\omega_л^2 r_л$ или $m_з r_з = m_л r_л$ и есть условие того, что точка $O$ есть общий центр масс Земли и Луны. Так как $m_з/m_л = 81$, а $r_л + r_з = 384\,000$ *км* (расстояние от центра Луны до центра Земли), то $r_з \approx 5000$ *км*, а $r_л \approx 379\,000$ *км*. Это значит, что общий центр масс Земли и Луны (точка $O$) лежит внутри земного шара (радиус Земли $R_з \approx 6500$ *км*) на глубине $\sim 1500$ *км*.

Подобно тому как мы это делали при рассмотрении приливов, вызываемых тяготением Солнца, свяжем движущуюся систему координат с Землей; однако начало координат нужно связывать не с центром Земли, так как тогда начало этой системы координат будет, как и центр Земли, описывать окружность относительно «неподвижной» системы координат, и это будет не вращающаяся, а «качающаяся» система координат; вычисление действующих в ней сил инерции усложнится.

Для того чтобы движущуюся систему координат можно было бы рассматривать как вращающуюся относительно «неподвижной», ось вращения этой движущейся системы не должна изменять своего положения относительно «неподвижной» (вращение вокруг движущейся оси уже не есть «чистое» вращение). Правда, в системе тел Земля — Луна мы не можем выбрать такую точку, которая покоилась бы в «неподвижной» системе координат. Но общий центр масс этой системы тел движется относительно Солнца, т. е. в «неподвижной» системе координат, под действием только силы тяготения Солнца. Поместим начало движущейся системы координат в общем центре масс $O$ Земли и Луны и одну из осей этой системы (например, ось $x$), направим по линии, соединяющей Землю и Луну, а две других — в плоскости, перпендикулярной оси $x$.

Такая система координат будет вращаться вокруг оси, проходящей через точку $O$ (перпендикулярно плоскости, в которой вращаются Земля и Луна), с такой же угловой скоростью $\omega_{Л}$, с какой Луна обращается вокруг Земли. Так как период обращения Луны равен 28 суткам, то $\omega_{Л}=2\pi/28$ *рад/сутки* $\approx 2{,}6\cdot 10^{-6}$ *рад/сек.* Сама же ось будет двигаться по кеплеровой орбите (будем опять считать ее круговой) вокруг Солнца так же, как двигался бы по этой орбите центр Земли, если бы Луна никак не влияла на движение Земли. Но мы убедились, что в системе координат, связанной с телом, движущимся под действием только силы тяготения, силы инерции и силы тяготения почти полностью компенсируют друг друга; в такой системе координат действует только «слабый остаток» не вполне компенсированных сил инерции и сил тяготения — приливообразующие силы. Если пренебречь этим «слабым остатком», то можно считать, что сила тяготения Солнца не нарушает инерциальности системы координат, связанной с общим центром масс Земли и Луны. Тогда в системе координат, выбранной выше, мы должны будем учитывать только центробежную силу инерции $m\omega_{Л}^2 r$, где $r$ — расстояние рассматриваемого тела массы $m$ от точки $O$, а $\omega_л = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$ *рад/сек*. Что же касается величины приливообразующих сил Солнца, которыми мы сейчас пренебрегли, то они не могут существенно отличаться от найденных выше приливообразующих сил, вызываемых на Земле Солнцем. (Небольшое различие в характере изменений расстояния от центра Солнца до центра Земли в двух случаях — когда влияние Луны не учитывается и когда оно учитывается — не может существенно изменить величины приливообразующих сил.)

Итак, рассмотрим силы инерции и силы тяготения, действующие в системе координат, начало которой совпадает с точкой $O$ (рис. 85), а ось $x$ — с прямой, проходящей через центры Земли и Луны.

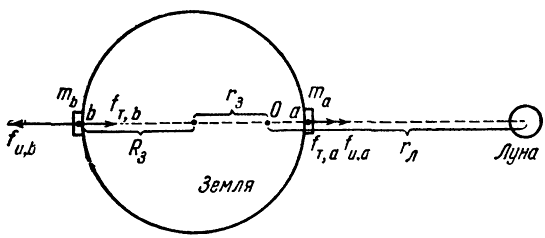


Рис. 85.

Найдем, во-первых, силы инерции $f_{и,a}$ и $f_{и,b}$, действующие в выбранной системе координат (вследствие того, что она вращается вокруг точки $O$ с угловой скоростью $\omega_л$), и, во-вторых, силы тяготения Луны $f_{т,a}$ и $f_{т,b}$, действующие на равные массы $m_a$ и $m_b$, находящиеся соответственно в подлунной точке $a$ и диаметрально противоположной ей точке $b$ (направление вправо на рис. 85 принимаем за положительное):

$$f_{и,b} = -m\omega_л^2(R_з + r_з) = -7{,}7 \cdot 10^{-5} m \,\frac{кг \cdot м}{сек^2},$$

$$f_{и,a} = m\omega_л^2(R_з - r_з) = 1 \cdot 10^{-5} m \,\frac{кг \cdot м}{сек^2},$$

$$f_{т,b} = \frac{\gamma m M_л}{(r_з + r_л + R_з)^2} = 3{,}5 \cdot 10^{-5} m \,\frac{кг \cdot м}{сек^2},$$

$$f_{т,a} = \frac{\gamma m M_л}{(r_з + r_л - R_з)^2} = 3{,}7 \cdot 10^{-5} m \,\frac{кг \cdot м}{сек^2};$$

равнодействующие этих сил:

$$f_{и,\,b}+f_{т,\,b}=-4{,}2\cdot 10^{-5}m\,\frac{кг\cdot м}{сек^2},$$

$$f_{и,\,a}+f_{т,\,a}=4{,}7\cdot 10^{-5}m\,\frac{кг\cdot м}{сек^2}$$

представляют собой приливообразующие силы в точках $b$ и $a$.

Как и в случае приливов на Земле, вызванных Солнцем, под действием приливообразующей силы Луны на поверхности океана образуются два «горба» в подлунной точке Земли $a$ и диаметрально противоположной ей $b$ (рис. 86). Если, упрощая картину, считать (как и в случае Солнца), что положение «горбов» определяется положением Луны, которое за сутки мало изменяется, то «горбы» не участвуют в суточном вращении Земли. Вследствие этого у берегов океана дважды в сутки происходит подъем уровня воды (прилив) и дважды в сутки спад его (отлив).

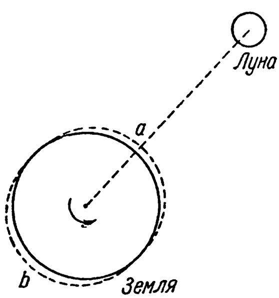

Рис. 86.

Приливы, как мы уже указывали выше, представляют собой один из наиболее характерных эффектов, вызываемых нарушением равенства между силами инерции и силами тяготения. Но нарушение этого равенства не означает нарушения эквивалентности сил инерции и сил тяготения, если понимать ее в более широком смысле слова, а именно: наблюдая в какой-либо ограниченной области пространства действие массовых сил и не зная ничего заранее о происхождении этих сил, мы не можем определить, действуют ли силы инерции или силы тяготения или те и другие одновременно. Явление приливов служит тому наглядным примером. Ведь приливы вызываются разностью сил инерции и сил тяготения; если один из приливных «горбов» обусловлен тем, что сила инерции превышает силу тяготения, и поэтому можно было бы сказать, что он обусловлен силой инерции, то для другого «горба» сила тяготения превышает силу инерции, и следовало бы сказать, что этот «горб» обусловлен силой тяготения. Таким образом, даже тогда, когда происхождение сил нам известно, разделение эффектов, вызванных силами инерции и силами тяготения, оказывается весьма условным. Если же происхождение массовых сил нам заранее неизвестно и мы наблюдаем только вызванные ими эффекты, то определить, какими силами — инерции или тяготения — эти эффекты вызваны, невозможно. В этом и выражается эквивалентность сил инерции и сил тяготения в широком смысле слова.

В результате нарушения равенства между силами инерции и тяготения в данной системе координат не только возникают приливообразующие силы, но и нарушается ее инерциальность. Мы уже рассматривали (рис. 73) воображаемый опыт в лифте, когда сила инерции и сила тяготения не равны *), и убедились в том, что при этом нарушается инерциальность системы координат; однако при малых размерах тела $m$ это практически не приводит к нарушению состояния невесомости, пока тело $m$ свободно движется внутри кабины вверх или вниз с ускорением $g'-g$ или $g''-g$ соответственно. Тело $m$ находится в состоянии невесомости до тех пор, пока оно не достигнет потолка или пола кабины. После этого возникнут деформации тела $m$, оно «ляжет» на потолок или пол и будет давить на них с силой $m|g'-g|$ или $m|g''-g|$.

Строго говоря, то же самое будет происходить и в космическом корабле, так как и в нем действует приливообразующая сила. Но так как она очень мала (по приведенному выше расчету она сообщает телу ускорение $1 \cdot 10^{-5}$ *м/сек*$^2$), то все свободные тела будут с очень малым ускорением либо подниматься к «потолку» корабля (те, которые сначала покоились в верхней части кабины корабля), либо будут опускаться на «пол» корабля (те, которые покоились в нижней части кабины).

---

*) Причина нарушения равенства между силами инерции и силами тяготения в этом случае аналогична той, которая вызывает приливы — различная конфигурация полей сил инерции и сил тяготения; следовательно, природа явления в обоих случаях одинакова.

Когда тела достигнут «потолка» или «пола» кабины, в них возникнут деформации, но очень малые — в $10^6$ раз меньше тех, которые испытывают эти тела, покоясь на поверхности Земли.

Следует добавить, что при столь слабых приливообразующих силах, действующих на тела внутри кабины космического корабля, движения всех свободных тел внутри кабины к его «полу» или «потолку» не только происходят очень медленно, но могут быть полностью нарушены, например, потоками воздуха, возникающими внутри кабины. Таким образом, приливообразующие силы в космических кораблях практически не нарушают инерциальности системы координат, связанной с корпусом корабля, и состояния невесомости связанных с ним тел.

Но если система координат, связанная с космическим кораблем, оказывается «сильно неинерциальной», т. е. неуравновешенные силы инерции и силы тяготения сообщают всем свободным телам значительные ускорения относительно корпуса корабля, то по-прежнему непосредственно эти силы не нарушают состояния невесомости. Однако все тела, двигаясь под действием этих сил, прижмутся к «полу» и «потолку» кабины корабля и будут испытывать значительные деформации, поскольку действующие на них силы значительны; состояние невесомости будет существенно нарушено. Как видно, нарушение инерциальности системы координат, хотя и не вызывает непосредственного нарушения состояния невесомости, но в конечном счете неизбежно приводит к этому и притом тем быстрее, чем сильнее нарушена инерциальность системы координат (так как тем с большим ускорением все свободные тела движутся к стенкам кабины).

Рассмотренный выше случай нарушения равенства между силами инерции и силами тяготения, как мы уже убедились, не может заметно нарушить инерциальности и состояния невесомости в космическом корабле. Но в космическом корабле возможно заметное нарушение инерциальности, а значит, и невесомости, по другой причине — в результате достаточно быстрого вращения кабины космического корабля относительно «неподвижной» системы координат вокруг одной из свободных осей, проходящих через центр масс корабля. Такое вращение может возникнуть, например, в момент отделения последней ступени ракеты-носителя при не вполне симметричном (относительно центра масс корабля) действии сил, заставляющих ракету отделиться от корпуса корабля. Тогда в соответствии с законом сохранения момента импульса ракета, отделившись от корабля, будет вращаться в одном направлении, а корабль — в противоположном. Если же корабль вращается не только вокруг Земли, но и вокруг одной из осей, проходящих через его центр масс, то силы инерции, обусловленные первым вращением, компенсируются силами притяжения Земли, а силы инерции, обусловленные вторым вращением, никак не компенсируются. Поэтому связанная с корпусом корабля система координат не будет инерциальной.

В ней на все тела будет действовать центробежная сила инерции, направленная от оси корабля и равная $m\omega^2 r$, где $m$ — масса тела, $r$ — его расстояние от оси корабля, вокруг которой происходит вращение, и $\omega$ — угловая скорость вращения корпуса корабля. Эта сила инерции заставит все незакрепленные тела двигаться с ускорением к стенкам кабины, параллельным оси вращения, и в результате возникших при соприкосновении со стенками деформаций давить на них с силой $m\omega^2 r_к$, где $r_к$ — радиус кабины.

Если $\omega$ и $r_к$ достаточно велики, то силы инерции у стенок корабля могут достичь величин, близких к $g$, и космонавты, опирающиеся на стенки корабля, а также все тела, лежащие на стенках, будут находиться в условиях, близких к состоянию «нормальной весомости» на Земле. Конечно, это состояние «искусственной весомости» будет отличаться от состояния «нормальной весомости» на Земле, так как конфигурации поля тяготения на Земле и поля центробежной силы инерции в космическом корабле существенно различны. Однако если $r_к$ достаточно велико, то на расстояниях, малых по сравнению с $r_к$ и вместе с тем заметно превышающих, например, рост человека, космонавты, располагающиеся на стенках корабля, будут находиться в состоянии, близком к «нормальной весомости». Это один из возможных способов решения весьма важной задачи — избавления космонавтов от длительного пребывания в состоянии невесомости. Обратная задача создания на Земле состояния «искусственной невесомости», длящегося достаточно долгое время, также оказывается важной (для тренировки космонавтов). Однако эта задача не может быть решена полностью. Состояние невесомости на Земле может быть либо только кратковременным, либо может быть имитировано в том смысле, что могут быть созданы такие механические устройства, в которых мозг человека, помещенного в это устройство, как и в состоянии невесомости, не будет получать никаких сигналов от чувствительного органа вестибулярного аппарата. Но с точки зрения механики тело человека, помещенного в такое устройство, не находится в состоянии невесомости.

## *§ 28. Общий принцип относительности и силы инерции*

Специальная теория относительности приводит к заключению о полной равноправности всех инерциальных систем координат. Неинерциальные системы координат, движущиеся с ускорением друг относительно друга, заведомо могут быть неравноправны, так как в них могут действовать различные силы инерции, а последние зависят от ускорений (вообще говоря, различных), с которыми эти неинерциальные системы координат движутся относительно «неподвижной».

Следует подчеркнуть, что хотя мы для определенности говорим об ускорении неинерциальных систем координат относительно «неподвижной», мы этим никак не выделяем «неподвижной» системы координат среди других инерциальных. Действительно, если бы мы заменили «неподвижную» систему координат какой-либо другой инерциальной, то ничего бы не изменилось, так как данная неинерциальная система координат движется относительно любой инерциальной системы координат, в том числе и относительно «неподвижной», с одним и тем же ускорением (поскольку все инерциальные системы координат движутся одна относительно другой без ускорения).

Равноправность всех инерциальных систем координат выражается в том, что одни и те же законы природы и, в частности, законы движения справедливы во всех них. Однако эта равноправность отнюдь не получилась «сама собой». Потребовалось установить определенные методы измерения координат (при помощи неподвижных линеек) и промежутков времени (при помощи синхронизованных неподвижных часов), а также найти способы перехода от результатов этих измерений в одной системе координат к результатам измерений в другой (преобразования Лоренца). Короче говоря, потребовалось найти такую специальную форму выражения законов природы, чтобы равноправность всех инерциальных систем координат была обеспечена. Естественно возникает вопрос о том, можно ли найти такую форму выражения законов природы, чтобы одни и те же законы были справедливы во всевозможных системах координат, а не только в инерциальных; или, иначе говоря, можно ли специальный принцип относительности распространить на неинерциальные системы координат, т. е. превратить его в общий принцип относительности?

В результате такой постановки вопроса возникла «общая теория относительности», которую еще нельзя считать полностью завершенной, но которая позволила, пользуясь общим принципом относительности, рассмотреть большое число проблем, ранее недоступных изучению. Однако изложение даже самых основ общей теории относительности по причинам, которые будут разъяснены ниже, практически невозможно в рамках настоящей книги. Поэтому мы ограничимся только отдельными простейшими случаями, когда применимость общего принципа относительности достаточно очевидна и результаты применения этого принципа достаточно наглядны.

С одним таким случаем мы, в сущности, уже встретились при рассмотрении опытов, служащих для определения сил инерции, действующих в системах координат, которые движутся с постоянным по величине и направлению ускорением относительно «неподвижной» системы (§ 16). Вернемся к опытам с отвесом на полюсе и отвесом на тележке, или с телом, подвешенным на пружинных весах в свободно падающем лифте и в лифте, к которому прикреплен трос лебедки. Опыты на полюсе и в свободно падающем лифте дают одинаковый результат: действующие на рассматриваемое тело в выбранной ускоренной системе координат силы тяготения и силы инерции оказываются равными по величине и противоположными по направлению. Вследствие этого сила инерции и сила тяготения компенсируют друг друга, в результате чего в выбранной системе координат как бы не действуют ни силы инерции, ни силы тяготения. В этих случаях имеет место полная эквивалентность сил инерции и сил тяготения (напомним, что это возможно только в ограниченной области пространства и в ограниченном промежутке времени). Как уже указывалось в § 27, полная эквивалентность сил инерции и сил тяготения в рассматриваемых случаях наступает потому, что выбранные ускоренно движущиеся системы координат связаны с телами отсчета (Земля и лифт), которые приобретают ускорение под действием только силы тяготения (Земля — под действием только силы тяготения Солнца, свободно падающий лифт — под действием только силы тяготения Земли). И пока тела, движение которых мы рассматриваем, заключены в некоторой ограниченной области, включающей и тело отсчета, сила тяготения и сила инерции, действующие на эти тела, оказываются практически равными по величине. В других опытах, когда, помимо сил тяготения, на тела отсчета действуют и другие силы, например, силы, возникающие при непосредственном соприкосновении (сила натяжения нити, к которой прикреплен груз в опытах на тележке, сила натяжения прикрепленного к лифту троса в случае лифта на лебедке), эквивалентность сил инерции и сил тяготения нарушается и они не компенсируют друг друга.

Итак, в случае, когда на тело отсчета действует только сила тяготения, вследствие чего тело отсчета, а значит, и связанная с ними система отсчета движутся с ускорением относительно «неподвижной» системы, силы инерции оказываются скомпенсированными силой тяготения, а следовательно, ускоренно движущаяся система координат оказывается инерциальной (поскольку силы инерции в ней не действуют). В этом случае общий принцип относительности оказывается справедливым *).

Распространение общего принципа относительности на более сложные случаи ускоренного движения системы координат требует пересмотра законов тяготения. Предполагая, что этот принцип должен быть справедлив во всевозможных системах отсчета, можно поставить следующую задачу: найти такой вид закона тяготения в данной ускоренной системе координат, чтобы общий принцип относительности был бы справедлив в этой системе координат. Во многих случаях эту задачу удается решить. Как и в рассмотренном простейшем случае, возможность решения этой задачи существует только благодаря тому, что поле тяготения обладает тем важным свойством, которое мы уже подчеркивали: сообщает всем телам, помещенным в данном поле тяготения, одно и то же ускорение. Но этим свойством поле тяготения обладает в силу равенства инертной и тяжелой масс тела. Равенство это, справедливость которого подтверждена многочисленными и точными опытами (часть из них описана в §§ 11 и 27), можно рассматривать как твердо установленный закон природы. Но если бы этот закон природы не существовал, то оказалось бы невозможным объяснить поведение тел в ускоренно движущейся системе координат наличием поля тяготения в этой системе координат и рассматривать выбранную систему координат как инерциальную. Таким образом, факт равенства инертной и тяжелой масс можно рассматривать как довод в пользу общего принципа относительности.

Однако не следует думать, что равенство тяжелой и инертной масс позволяет нам «произвольно распоря-

---

*) Напомним, что, помимо упомянутого выше ограничения области пространства и промежутка времени, должно быть исключено вращение системы координат, например, так, как это было сделано в § 16: путем применения платформы, вращающейся на полюсе вокруг земной оси с угловой скоростью $2\pi$ радиан в сутки в сторону, обратную вращению Земли.

жаться» силами тяготения. Действительно, при заданном поле тяготения, существующем в одной из систем отсчета, далеко не всегда можно найти другую систему отсчета, в которой это поле тяготения исчезало бы. Поэтому тот факт, что при одних и тех же условиях в разных ускоренно движущихся системах координат поле тяготения оказывается различным, вовсе не следует толковать так, что поле тяготения — это «кажущееся» поле и что силы тяготения «фиктивны». Только при определенных специальных конфигурациях полей тяготения можно выбрать такую ускоренно движущуюся систему отсчета, в которой поле тяготения в некоторой ограниченной области исчезает. Но это и значит, что полем тяготения мы не можем распоряжаться «по своему усмотрению», т. е. что это поле не фиктивное, а вполне реальное. Выше (§ 19) были приведены соображения в пользу того, что силы инерции в той же мере реальны, как и силы тяготения. Поэтому у нас нет никаких оснований говорить и о фиктивности сил инерции.

Как уже указывалось выше, рассматривать какие-либо случаи применимости общего принципа относительности, кроме рассмотренного простейшего, мы не имеем возможности. Можно привести некоторые соображения, поясняющие, почему нам пришлось «отступить» перед этой задачей (что же касается рассмотренного простейшего случая, то мы к нему еще вернемся). Трудности изложения общей теории относительности обусловлены тем, что для построения теории требуется пересмотреть целый ряд фундаментальных представлений не только классической физики, но и специальной теории относительности. Чтобы показать эти трудности, рассмотрим две системы отсчета — «неподвижную» $K$ и движущуюся ускоренно $K'$ в виде диска, вращающегося вокруг оси, перпендикулярной диску и проходящей через его центр. Рассмотрим некоторую ограниченную область пространства, в которой в системе $K$ не существует никакого поля тяготения. В системе $K'$ в той же ограниченной области находится движущийся наблюдатель. Положим, что он находится не в центре диска; тогда он обнаружит центробежную силу инерции, направленную по радиусу от центра. Но наблюдатель, покоящийся в системе $K'$, может на основании общего принципа относительности рассматривать систему $K'$ как покоящуюся, а обнаруженную им силу инерции — как результат действия некоторого гравитационного поля. Положим, что наблюдатели, покоящиеся в системах $K$ и $K'$, сопоставляют показания двух одинаковых часов, неподвижно установленных на диске на разном расстоянии от его центра. Для наблюдателя, покоящегося в системе $K$, часы $A$, расположенные ближе к центру диска, движутся по окружности меньшего радиуса с меньшей линейной скоростью, чем часы $B$, расположенные дальше от центра диска. Система $K$ является инерциальной, и в ней справедливы все результаты специальной теории относительности, в частности, вывод о замедлении хода часов при движении. Наблюдатель, покоящийся в системе $K$, обнаружит, что часы $B$ идут медленнее часов $A$. Но то же самое обнаружит и наблюдатель, покоящийся в $K'$. Убедиться в этом проще всего, представив себе две группы наблюдателей, расположенных в системах $K$ и $K'$ по окружностям одинакового радиуса, центр которых совпадает с центром диска. Тогда каждый наблюдатель системы $K'$ вследствие вращения диска будет проходить мимо всех наблюдателей системы $K$. Но два наблюдателя, находящиеся в одной и той же точке и наблюдающие одну и ту же пару часов, зафиксируют в один и тот же момент одинаковые показания часов $B$. Следовательно, если для наблюдателя, покоящегося в $K$, часы $B$ отстают от часов $A$, то и для наблюдателя, покоящегося в $K'$, происходит то же самое. Но для наблюдателя в $K'$ часы $A$ и $B$ покоятся, и, следовательно, вместо замедления хода часов при движении, которое обнаруживает наблюдатель в системе $K$, наблюдатель в $K'$ обнаруживает, что ход часов зависит от их положения, т. е. от того, в какой точке диска те или другие часы покоятся. (Этот факт наблюдатель в системе $K'$ может объяснить влиянием на ход часов поля тяготения или инерции, напряженность которого, как ему известно, в разных точках диска различна.) Таким образом, метод, применяемый в специальной теории относительности для измерений промежутков времени между двумя событиями при помощи двух часов, покоящихся в тех двух точках инерциальной системы координат, в которых произошли эти события, для неинерциальных систем координат оказывается непригодным.

К еще более серьезным затруднениям приводит попытка применения измерительных линеек для определения пространственных координат точек в неинерциальных системах координат. Пусть наблюдатель, находящийся в системе $K$, при помощи измерительных линеек определяет отношение длины окружности диска к его радиусу (для этого длина линейки должна быть очень мала по сравнению с длиной окружности диска). Если диск покоится в системе $K$, то, прикладывая измерительную линейку сначала вдоль окружности, а затем вдоль радиуса диска $R$ и взяв отношение длин окружности и радиуса, наблюдатель получит число $2\pi$. Если же диск вращается, то линейка, расположенная вдоль окружности, с точки зрения наблюдателя в системе $K$ движется в направлении своей длины и, следовательно, будет испытывать сокращение, т. е. уложится на длине окружности большее число раз, чем вдоль окружности покоящегося диска. Линейка же, расположенная вдоль радиуса диска, хотя и будет двигаться (с точки зрения наблюдателя в $K$), но не будет испытывать сокращения, так как скорость движения линейки $v$ все время направлена нормально к ее длине. Следовательно, при измерении радиуса диска наблюдатель получит то же значение, что и при покоящемся диске. Взяв отношение длины окружности к радиусу, наблюдатель в $K$ найдет не число $2\pi$, а большее. Следовательно, геометрия Евклида, которой мы пользовались в классической физике и в специальной теории относительности, как выяснилось, оказывается неприменимой на вращающемся диске, и вообще в ускоренно движущихся системах координат. Значит, для общей теории относительности непригодны и применяемые в специальной теории относительности методы определения координат точек в пространстве, так как в основе этих методов лежит геометрия Евклида.

И, наконец, еще одна трудность. В специальной теории относительности при определении пространственно-временных соотношений важную роль играют световые сигналы, относительно которых предполагается, что в вакууме они распространяются прямолинейно и с постоянной скоростью. Но, принимая во внимание положения общей теории относительности, мы должны допустить, что утверждения о постоянстве скорости света и прямолинейности его распространения не всегда оказываются справедливыми.

Действительно, одно из положений, которое не только с большой точностью подтверждено опытом, но, как мы видим, играет важную роль во всей структуре общей теории относительности, — это положение о равенстве тяжелой и инертной масс. Однако луч света переносит энергию и, значит, обладает инертной, а вместе с тем и тяжелой массой. В поле тяготения на луч света действует сила тяготения, которая искривляет траекторию луча (так же, как поле земного тяготения искривляет путь брошенного в наклонном направлении камня). Но изменение направления световых лучей может происходить только в том случае, когда величина скорости света изменяется от точки к точке. Значит, положение о прямолинейности распространения света и постоянстве его скорости в вакууме правильно лишь приблизительно, в достаточно слабом гравитационном поле.

Таким образом, все основные положения, на которые опираются методы описания пространственно-временных соотношений в специальной теории относительности, в общей теории относительности оказываются неприменимыми*).

Для разработки таких методов описания пространственно-временных соотношений, которые были бы пригодны в общей теории относительности, требуется специальный математический аппарат и, в частности, специальная геометрия (так как евклидова геометрия в ускоренно движущихся системах координат, как мы

*) Это, конечно, не значит, что специальная теория относительности неверна. Она верна до тех пор, пока гравитационные поля, с которыми приходится встречаться в рассматриваемых задачах, не слишком сильны. При этом условии выводы общей и специальной теории относительности должны совпадать, т е. специальная теория относительности входит в общую теорию относительности как частный случай (как приближенная теория, справедливая при указанном условии).

убедились, неприменима). Изложение этого математического аппарата и его применений никак не укладывается в рамки настоящей книги. Поэтому мы возвращаемся к рассмотренному выше простейшему случаю, в котором общий принцип относительности соблюдается, так сказать, «автоматически» и который не требует методов описания пространственно-временных соотношений, применяемых в общей теории относительности.

Рассмотренный выше простейший случай, когда на тело отсчета действует лишь сила тяготения, представляет интерес не только потому, что он служит наглядным примером ускоренно движущейся системы отсчета, к которой применим общий принцип относительности. Этот случай представляет большой практический интерес, так как он часто реализуется в космических полетах. Когда речь идет о расчетах траектории и определении положения в пространстве самого космического корабля, то наиболее удобной является система координат, связанная с Солнцем и звездами (или связанная с Землей — от второй легко перейти к первой, учитывая хорошо изученное движение Земли относительно Солнца и звезд). Но если необходимо рассмотреть движение космонавта или различных тел внутри космического корабля и вблизи него, то единственной практически пригодной является система координат, связанная с космическим кораблем.

Космический корабль после того, как он вышел на орбиту (т. е. движется за пределами атмосферы с выключенными двигателями), находится под действием только сил тяготения — Земли (если корабль является искусственным спутником Земли), Солнца (если корабль является искусственной планетой) или других небесных тел *). Вращение корабля вокруг осей, проходящих через его центр тяжести, может быть исключено путем автоматической системы ориентировки, удерживающей оси корабля в направлениях на выбранные звезды. Этот метод широко применяется в космических полетах, так

*) В некоторых специальных случаях может играть заметную роль сила светового давления на корабль со стороны Солнца, но мы этого и других подобных специальных случаев рассматривать не будем.

как для выполнения многих маневров корабля и нормальной работы установленных на нем приборов корабль должен сохранять неизменной свою ориентировку в пространстве. Если все перечисленные выше условия выполнены, то, как было показано выше, система координат, связанная с кораблем, оказывается инерциальной. (Строго говоря, эта система координат является лишь локально инерциальной, но так как речь идет о движении тел внутри или вблизи корабля, то эти тела заведомо не выходят за пределы той области, в которой выполняется это условие.)

Прежде, чтобы убедиться в том, что космический корабль в рассматриваемом случае является инерциальным телом отсчета, мы должны были определить силы тяготения и силы инерции и показать, что они компенсируют друг друга. Теперь мы можем обосновать это гораздо короче: космический корабль на орбите является инерциальным телом отсчета в силу общего принципа относительности. Эта формулировка не только короче, но и обладает большей общностью, чем прежняя: не требуется рассматривать все силы, действующие на корабль; достаточно убедиться в том, что на корабль не действуют никакие другие силы, кроме сил тяготения. Для космических кораблей этот случай (когда на корабль действуют только силы тяготения) не представляется каким-либо специальным и редким а, напротив, является наиболее распространенным, так как при современной технике космических полетов на большей части своего пути космический корабль совершает орбитальное движение.

В заключение напомним, что Эйнштейн в качестве простейшего примера тела отсчета, являющегося инерциальным, хотя оно и движется ускоренно, рассматривал свободно падающий лифт (§ 16). Вот как Эйнштейн описывал этот воображаемый лифт в одной из своих популярных книг, вышедшей в 1954 г. «Представим себе огромный лифт в башне небоскреба, гораздо более высокого, чем какой-либо из действительно построенных. Внезапно трос, поддерживающий лифт, обрывается и лифт свободно падает по направлению к Земле. Во время падения наблюдатели в лифте производят опыты». И далее, рассматривая результаты этих опытов, он продолжает: «Однако поколение физиков, рожденное и воспитанное в лифте, рассуждало бы иначе». Конечно, когда речь идет о воображаемом опыте, то неважно, в какой мере осуществим этот опыт практически. Но в наше время к практически неосуществимым опытам в падающем лифте мы можем добавить вполне эквивалентные им и практически осуществляемые опыты в космическом корабле, находящемся на орбите. Правда, с точки зрения кинематики картина в прямолинейно движущемся лифте выглядит несколько проще, чем в космическом корабле, движущемся по криволинейной траектории *). Но зато, анализируя опыты в космическом корабле, мы можем вместо ссылки на рассуждения воображаемого поколения физиков, родившихся и выросших в свободно падающем лифте, сослаться на реальный опыт космонавтов. Так, воображаемые опыты, относящиеся к общей теории относительности — области науки, весьма далекой от техники, благодаря успехам техники космических полетов оказались практически осуществимыми. Это один из примеров того, как неожиданно могут прийти в соприкосновение области науки и техники, на первый взгляд очень далекие друг от друга.

---

*) Физические условия в космическом корабле на орбите и в свободно падающем лифте совершенно одинаковы. Различие в характере траекторий (прямолинейная для лифта и криволинейная для космического корабля) не играет роли, и обе системы координат, связанная с лифтом и связанная с космическим кораблем, являются локально инерциальными.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава IV

*НЕВЕСОМОСТЬ*