

**С. И. ЕВТЯНОВ
Г. Е. РЕДЬКИН**

**ИМПУЛЬСНЫЕ
МОДУЛЯТОРЫ
С ИСКУССТВЕННОЙ
ЛИНИЕЙ**



С. И. ЕВТЯНОВ,
Г. Е. РЕДЬКИН

**ИМПУЛЬСНЫЕ
МОДУЛЯТОРЫ
С ИСКУССТВЕННОЙ
ЛИНИЕЙ**



МОСКВА
«СОВЕТСКОЕ РАДИО» 1973

Евтянов С. И., Редькин Г. Е. **Импульсные модуляторы с искусственной линией.** М., «Сов. радио», 1973, 272 с.

Книга посвящена исследованию переходных процессов в импульсных модуляторах, в которых для формирования импульса на нагрузке используется искусственная линия. В теоретическом плане применяется новый подход — линия трактуется как каскадное соединение звеньев фильтров низкой частоты типа κ и переходная характеристика представляется как суперпозиция аналогов падающих и отраженных волн. Впервые исследованы переходные процессы в искусственной линии при работе на несогласованную активную, комплексную и нелинейную нагрузки, при изменении параметров элементов линии для коррекции формы импульса, при малых отклонениях параметров элементов, с учетом потерь в элементах линии. Установлена количественная связь между параметрами модулятора, нагрузки и основными параметрами формируемого импульса для пересчитанных случаев.

Книга предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов старших курсов и может служить пособием по проектированию и расчету импульсных модуляторов.

Рис. 113, табл. 15, библи. назв. 37.

Редакция радиотехнической литературы

Сергей Иванович Евтянов,

Григорий Евгеньевич Редькин

Импульсные модуляторы с искусственной линией

Редактор *Т. М. Бердичевская*

Художественный редактор *З. Е. Вендрова*

Обложка художника *Б. К. Шаповалова*

Технические редакторы: *О. Д. Кузнецова, А. А. Белоус*

Корректоры: *Л. И. Кирильченко, Г. М. Денисова*

Сдано в набор 23/VI 1973 г. Подписано в печать 11/X 1973 г. Т. 1563

Формат 84×108/32 Бумага машинномеловая

Объем 14,28 усл. п. л., 14,609 уч.-изд. л.

Тираж 7 300 экз.

Зак. 293

Цена 1 р. 07 к.

Издательство «Советское радио», Москва, Главпонтamt, а/я 693

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

E 0343-090
043(01)-73 — 22-73

© Издательство «Советское радио», 1973.

Предисловие

Настоящая книга посвящается изучению процессов формирования импульсов при разряде искусственной линии (ИЛ) импульсного модулятора (ИМ) на нагрузку, которой обычно является генератор сверхвысокой частоты.

Основная проблема, возникающая при проектировании импульсного модулятора, заключается в синтезе искусственной линии для получения требуемой формы импульса. При этом изготовление ИЛ должно быть технологически простым. Хотя этот вопрос исследовался многими авторами, нельзя считать, что эта проблема получила вполне удовлетворительное решение. В книге излагается новый метод исследования переходных процессов в импульсных модуляторах с ИЛ, идея которого состоит в том, что ИЛ рассматривается как каскадное включение фильтров низкой частоты типа κ . Решение трактуется как суперпозиция бегущих волн вдоль ИЛ. При однородной ИЛ волновые компоненты описываются функциями Бесселя. Можно также учесть неоднородность ИЛ в одном или двух звеньях, однако, когда неоднородных звеньев много, получить решение затруднительно. В данной книге приводится ряд новых результатов, представляющих интерес, и нам кажется, что при дальнейшем развитии исследований можно прийти к полному решению задачи.

Во введении дается изложение истории вопроса, цель которого — показать место наших исследований в ряду исследований, принадлежащих другим авторам.

В гл. 2 излагаются основы теории переходных процессов в ИМ с однородной ИЛ, при этом предполагается, что нагрузка активная и согласована с характеристическим сопротивлением ИЛ.

В гл. 3 анализируется влияние на форму импульса неоднородности ИЛ в первом звене, которая получается

при включении дополнительной индуктивности на входе первого звена и изменении в нем емкости.

В гл. 4 рассматривается работа ИМ на комплексную нагрузку, состоящую из активного сопротивления, шунтированного емкостью и индуктивностью. Эти элементы являются параметрами эквивалентной схемы импульсного трансформатора (ИТ).

В гл. 5 исследуется влияние потерь в элементах ИЛ на форму импульса. Потери предполагаются малыми и решение составляется методом теории возмущений.

В гл. 6 рассчитываются мгновенные и эффективные значения токов через индуктивности и емкости ИЛ. Цель этих расчетов — выяснить условия работы различных элементов ИЛ и определить теряемую в них мощность.

В гл. 7 исследуется зависимость формы импульса на активной нагрузке от сопротивления шунта индуктивности первого звена. Найдено оптимальное значение шунта, при котором возрастает крутизна фронта импульса и уменьшается амплитуда первого выброса на вершине.

В гл. 8 рассматривается работа ИМ на нелинейную нагрузку, которая трактуется как кусочно-линейная. Анализируется возможность применения нелинейных устройств для коррекции формы импульса.

В гл. 9 рассматривается влияние малых изменений параметров звеньев, т. е. L и C , на форму импульса. В результате выясняется, как можно использовать малые вариации параметров для коррекции формы импульса. Кроме того, анализируется влияние случайных технологических разбросов параметров L и C звеньев на статистический разброс формы импульса.

Многие результаты теоретических расчетов сопоставлены с результатами экспериментальной проверки.

Авторы книги выражают признательность Я. С. Ицхоки и Д. Е. Вакману, принявшим участие в обсуждении книги, и рецензентам Л. И. Телятникову и Г. Г. Гонtareву, высказавшим ряд ценных замечаний.

Отзывы на книгу можно направлять в адрес издательства «Советское радио»: Москва, Главпочтамт, а/я 693.

Глава 1

ВВЕДЕНИЕ

Импульсные модуляторы (ИМ) применяются в генераторах, предназначенных для работы в импульсном режиме в диапазоне радиочастот. Такие генераторы входят в состав импульсных радиолокационных станций, а также в радиотехническую часть установок экспериментальной физики.

В зависимости от типа коммутирующего элемента, управляемого запускающим импульсом, различают импульсные модуляторы жесткого и мягкого типа [1]. В ИМ жесткого типа функции коммутирующего элемента обычно выполняет вакуумная лампа или транзистор, а в ИМ мягкого типа — различные электронные приборы, такие, как тиратроны, игнитроны, тиристоры. К ИМ мягкого типа следует также отнести магнитные модуляторы, где функции коммутирующего элемента выполняет дроссель с релейной характеристикой намагничивания [2]*). Нагрузкой ИМ обычно является генератор высокой частоты, например, генератор на вакуумной лампе (типа триода или тетрода) или на лампе бегущей волны, клистрон, магнетрон, амплитрон и др. Генератор включается в ИМ через импульсный трансформатор (ИТ) (рис. 1.1).

На рисунке показана схема импульсного модулятора с ИЛ. В промежутках между запускающими импульсами ИЛ заряжается от выпрямителя через цепь L_3 и D , при поступлении на коммутирующий элемент ($KЭ$) импульса ИЛ разряжается на нагрузку.

На основании теоремы эквивалентного генератора процесс разряда ИЛ эквивалентен процессу ее заряда от некоторого источника постоянного напряжения E ,

*) В данной книге речь идет главным образом об ИМ мягкого типа, поэтому они называются сокращенно ИМ. Поскольку ИМ жесткого типа упоминаются редко, они всегда называются полностью.

равного напряжению заряда. Поэтому процесс формирования импульса можно описать при помощи эквивалентной схемы на рис. 1.2, где КЭ заменен идеальным ключом К. Это означает, что в первом приближении

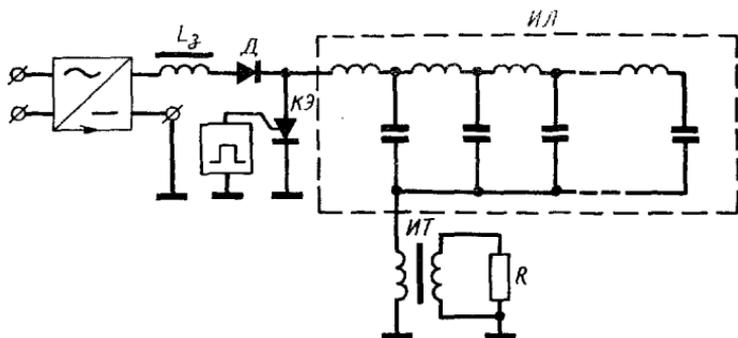


Рис. 1.1. Схема импульсного модулятора с искусственной линией.

влияние КЭ на формирование импульса можно не учитывать.

Параметры ИЛ надо подбирать так, чтобы форма импульса напряжения на нагрузке была близка к требуемой. Рассмотрим в общих чертах вопрос о том, как форма модулирующего импульса влияет на качество работы радиопередающего устройства. Принято считать, что импульс напоминает неравнобокую трапецию, и у него различают фронт, вершину и спад.

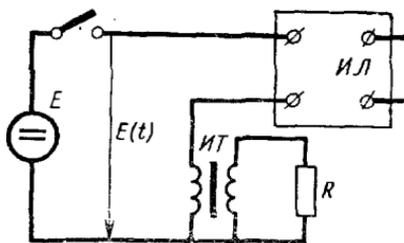


Рис. 1.2. Эквивалентная схема ИМ для расчета напряжения на нагрузке.

Одним из важных параметров импульса является неравномерность вершины. Она может носить монотонный характер

в виде равномерного спада или подъема, либо на вершине могут быть осцилляции, которые характеризуются амплитудой первого выброса, первого провала, второго выброса и т. д. Неравномерность вершины модулирующего импульса вызывает паразитную фазовую модуляцию, в результате чего спектр высоко-

частотного импульса искажается. Это явление особенно заметно в том случае, когда генератор СВЧ содержит приборы с большим временем пролета электронов (ЛБВ, клистрон). В магнетронном автогенераторе из-за эффекта электронного смещения частоты получается паразитная частотная модуляция. Все это приводит к тому, что обработка импульса на месте приема не оптимальна. Влияние фронта и спада модулирующего импульса на спектр модулируемых частот можно исключить, применяя режим отсечки, однако в этом случае бесполезно затрачивается мощность ИМ.

Важным является вопрос о характере нагрузки модулятора. Как правило, она нелинейна и имеет активную и реактивные компоненты. Однако в грубом приближении нагрузку ИМ можно считать линейной и активной, равной сопротивлению генератора высокой частоты постоянному току (поскольку модулирующий импульс вводится в цепь постоянной составляющей тока генератора). При этом импульсный трансформатор считается идеальным. Для более точной характеристики нагрузки следует учесть ее реактивные компоненты — шунтирующую емкость (в нее входит и паразитная динамическая емкость ИТ), а также индуктивности рассеяния и намагничивания ИТ. Наконец, можно учесть и нелинейные свойства нагрузки. В данной книге нелинейная нагрузка трактуется как кусочно-линейная. Еще более точная теория должна учитывать наличие реактивных компонент нагрузки с кусочной линейностью активной компоненты.

Итак, на первых порах считаем нагрузку ИМ активной и линейной. Предположим, что ИЛ представляет некоторый реактивный двухполюсник. Известно [1], что на активной нагрузке R можно получить импульс прямоугольной формы, если в качестве такого двухполюсника использовать однородную разомкнутую на конце линию, длина которой l связана с длительностью импульса τ и скоростью распространения волн в линии v равенством

$$\tau = 2l/v. \quad (1.1)$$

При этом необходимо согласование между волновым сопротивлением линии ω и сопротивлением нагрузки:

$$\omega = R. \quad (1.2)$$

С учетом связи погонных индуктивности L_{11} и емкости C_{11} линии с $v = 1/\sqrt{L_{11}C_{11}}$ и $\omega = \sqrt{L_{11}/C_{11}}$ получим следующие

выражения для статических индуктивности линии $L_{\pi} = L_{\pi} l$ и ее емкости $C_{\pi} = C_{\pi} l$:

$$L_{\pi} = R\tau/2, \quad (1.3)$$

$$C_{\pi} = \tau/2R. \quad (1.4)$$

Чтобы учесть влияние ИТ, надо в (1.3) и (1.4) ввести квадрат коэффициента трансформации.

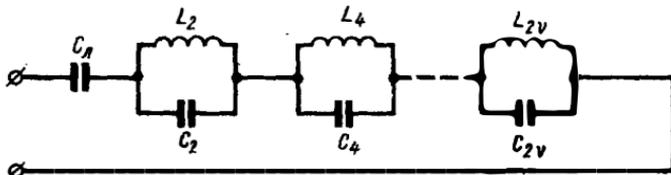


Рис. 1.3. Схема искусственной линии с антирезонансными контурами, эквивалентная разомкнутой линии со статическими емкостью C_{π} и индуктивностью

$$L_{\pi} [C_{2v} = C_{\pi}/2, L_{2v} = 2L_{\pi}/\pi^2(2v)^2].$$

Применение однородной естественной линии для формирования импульсов в ряде случаев неудобно потому, что длина ее получается слишком большой. Таким образом, возникает задача построения схем ИЛ из реактивных элементов, т. е. синтеза ИЛ.

Существуют разные подходы к синтезу ИЛ. Один из подходов сводится к синтезу такого двухполюсника, свойства которого близки к свойствам естественной линии. Например, можно рассмотреть выражение для реактивного сопротивления разомкнутой на конце линии и представить его в виде суммы компонент, описывающих

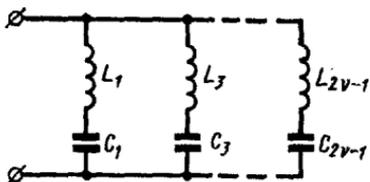


Рис. 1.4. Схема искусственной линии с резонансными контурами, эквивалентная разомкнутой линии со статическими емкостью C_{π} и индуктивностью

$$L_{\pi} [L_{2v-1} = L_{\pi}/2, C_{2v-1} = 8C_{\pi}/\pi^2(2v-1)^2].$$

поведение сопротивления вблизи полюсов, т. е. вблизи частот антирезонанса. Такому выражению соответствует ИЛ из антирезонансных контуров, представленная на рис. 1.3 [1]. Аналогичным образом можно поступить с выражением для реактивной проводимости разомкнутой линии. Тогда получается сумма компонент, описывающих поведение проводимости вблизи частот

резонанса линий. Это выражение позволяет синтезировать ИЛ, составленную из резонансных контуров (рис. 1.4) [1].

При синтезе ИЛ по схемам на рис. 1.3 и 1.4 ограничиваются конечным числом антирезонансных или резонансных контуров. Принято считать, что схема с резонансными контурами лучше схемы с антирезонансными. Это объясняется тем, что при разряде ИЛ на активную согласованную нагрузку ($\omega=R$) по схеме на рис. 1.4 форма импульса напоминает трапецию высотой около $E/2$, при этом фронт импульса начинается с нуля. При работе ИЛ на такую же нагрузку по схеме на рис. 1.3 в момент времени $t=0$ получается выброс, равный E , что объясняется броском тока через емкости.

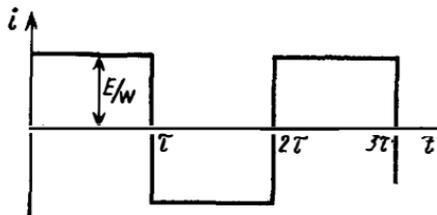


Рис. 1.5. Ток в начале разомкнутой линии со временем пробега $\tau/2$ при включении напряжения E .

Результаты, соответствующие схеме на рис. 1.4, можно получить исходя из других соображений. Для этого рассмотрим схему на рис. 1.2, в которой вместо ИЛ включается естественная линия при коротком замыкании нагрузки. Тогда ток от источника E за счет распространения по линии прямой и отраженных волн получается в форме коробчатой кривой, представленной на рис. 1.5 [1]. Длительность полупериода этой кривой τ , а амплитуда тока E/ω . Такую функцию можно представить в виде ряда Фурье.

$$i = \frac{E}{\omega} \sum_{\nu=1}^{\infty} \alpha_{2\nu-1} \sin(2\nu-1)\pi \frac{t}{\tau}, \quad (1.5)$$

где

$$\alpha_{2\nu-1} = 4/\pi(2\nu-1). \quad (1.6)$$

Сумму гармоник ряда можно трактовать как сумму токов через контуры схемы на рис. 1.4. Такой подход более нагляден. Параметры контуров определяются следующими выражениями:

$$\text{собственные частоты } \omega_{2\nu-1} = \pi(2\nu-1)/\tau, \quad (1.7)$$

$$\text{характеристики } \rho_{2\nu-1} = \omega/\alpha_{2\nu-1}, \quad (1.8)$$

$$\text{индуктивности } L_{2\nu-1} = 2L_n/\pi(2\nu-1)\alpha_{2\nu-1}, \quad (1.9)$$

$$\text{емкости } C_{2\nu-1} = 2\alpha_{2\nu-1}C_n/\pi(2\nu-1). \quad (1.10)$$

Формулы (1.9) и (1.10) содержат коэффициенты ряда Фурье $\alpha_{2\nu-1}$, поэтому они являются общими. Если заменить $\alpha_{2\nu-1}$ значением коэффициента для коробчатой кривой (1.6), то для L и C получим значения, указанные в подписи к рис. 1.4.

При реализации ИЛ приходится ограничиваться конечным числом контуров. Следовательно, коробчатая функция будет описываться усеченным рядом Фурье. Из выражения (1.5) следует, что ошибка при отбрасывании высших гармоник тем меньше, чем быстрее убывают с номером коэффициенты Фурье, т. е. чем быстрее ряд сходится. Из теории рядов Фурье известно, что убывание с номером коэффициентов Фурье зависит от характера разрывов разлагаемой функции. Если разрыв претерпевает сама функция, то характер убывания коэффициентов с номером определяется соотношением $\alpha_k \sim 1/k$, если же разрыв претерпевает первая производная, то коэффициенты убывают быстрее $\alpha_k \sim 1/k^2$, при разрыве второй производной получаем $\alpha_k \sim 1/k^3$ и т. д. Для того чтобы использовать это свойство, надо заменить коробчатую кривую другой, близкой к ней, чтобы при этом разрыв претерпевали производные функции, описывающей эту кривую.

Гиллсмин [1] предложил заменить коробчатую кривую трапецией с прямолинейным фронтом и таким же симметричным спадом, тогда амплитуды гармоник убывают как $1/k^2$. Тот же автор предложил сделать нарастание фронта кривой по параболическому закону, тогда гармоники ряда убывают как $1/k^3$. Подобные методы расчета называются квадратичным приближением, поскольку при конечном числе членов ряда Фурье минимизируется квадратичное отклонение относительно разлагаемой функции. Следует отметить, что применение расчетов Гиллемана хотя и приводит к ослаблению осцилляций на вершине трапеции, все же не очень эффективно из-за так называемого явления Гиббса [33].

Другой, более эффективный подход к решению этой проблемы состоит в добавлении коэффициентам Фурье весовых множителей с таким расчетом, чтобы конечную

сумму компонент измененного ряда Фурье можно было представить в виде равнобокой трапеции с достаточно крутым фронтом и слабыми осцилляциями на вершине. Весьма наглядная трактовка такого подхода принадлежит Л. А. Мсеровичу [3]. Он рассматривает ряд с конечным числом членов как результат прохождения колебаний, описываемых полным рядом Фурье, через идеальный фильтр с частотой среза ω_c . Разницу между полным и усеченным рядом можно приблизительно учесть синусоидальной компонентой с частотой ω_c .

Меерович рассматривает полусумму рядов, симметрично смещенных на время, равное четверти периода частоты ω_c . В результате получаются коэффициенты ряда Фурье с весовыми множителями $\alpha_{2\nu-1} \cos(2\nu-1)\pi/2n_c$, где $n_c = \omega_c/\omega_1$, т. е. частота среза упомянутого идеального фильтра, отнесенная к частоте первой гармоники. Величину n_c можно выбрать таким образом, чтобы сумма конечного числа членов ($\nu=1 \div n$, где n — число членов) давала функцию, достаточно близкую к коробчатой, со слабыми осцилляциями на вершине при достаточно крутом фронте. Согласно рекомендации Мееровича хорошие результаты получаются при $n_c = 2n$. Если выбрать $n_c = 2n - 1/2$, то получится ряд, найденный С. Н. Бернштейном. Такие методы расчета называются равномерным приближением, поскольку в этом случае конечная сумма ряда обладает свойством равномерной сходимости, нарушаемой у ряда Фурье в точках разрыва функции.

При другом методе сглаживания явления Гиббса, предложенном К. Ланцошом [4], применяют весовые σ -множители

$$\sigma_{2\nu-1} = \frac{\sin[\pi 2(\nu-1)/n]}{\pi(2\nu-1)/n}. \quad (1.11)$$

В этом случае коэффициенты ряда Фурье определяются из произведения $\alpha_{2\nu-1} \sigma_{2\nu-1}$.

На рис. 1.6 показаны результаты суммирования простого ряда Фурье и ряда Фурье с весовыми множителями для $n=5$ и $n=10$.

Графики показывают переходную характеристику ненагруженной ИЛ. Вопрос о характере переходной характеристики при включении нагрузки требует особого исследования, причем его проведение представляет значительные трудности, так как связано с рассмотрением

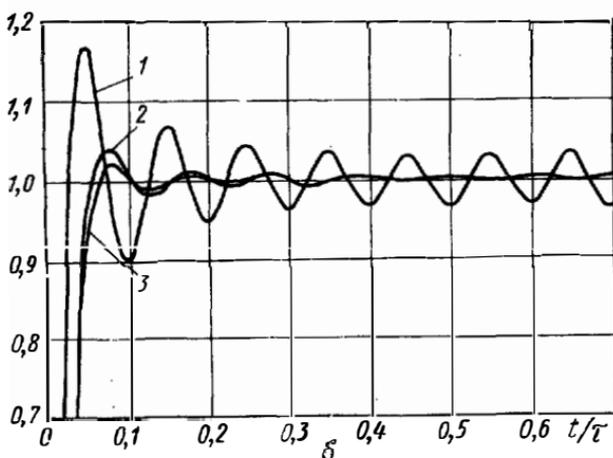
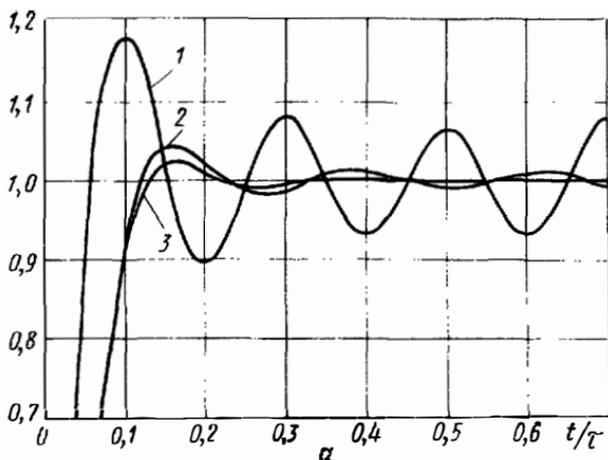


Рис. 1.6. Кривые ряда Фурье при числе членов $n=5$ (а), 10 (б).

1 — простой ряд Фурье (квадратичное приближение); 2 — ряд Фурье с весовыми множителями (равномерное приближение); 3 — ряд Фурье с весовыми σ -множителями (1.11).

вопроса о свободных колебаниях диссипативной системы с n степенями свободы. Трудность состоит в том, что характеристическое уравнение задачи имеет степень $2n$, и его корни можно отыскивать либо численными методами, либо методами приближенного решения.

Вернемся к схеме ИЛ на рис. 1.3. Эту схему также можно получить из анализа переходных процессов ненагруженной линии. Для этого рассмотрим схему на

рис. 1.2 при коротком замыкании нагрузки, при этом вместо источника напряжения включим источник тока I . В этом случае напряжение на линии имеет вид нарастающих ступенек, средняя линия которых характеризует процесс линейного заряда емкости ИЛ C_n (рис. 1.7). Очевидно, что на схеме ИЛ (рис. 1.3) напряжение $u_{сн}$ соответствует напряжению на емкости C_n , а разность напряжений ($u - u_{сн}$) — напряжению на антирезонансных кон-

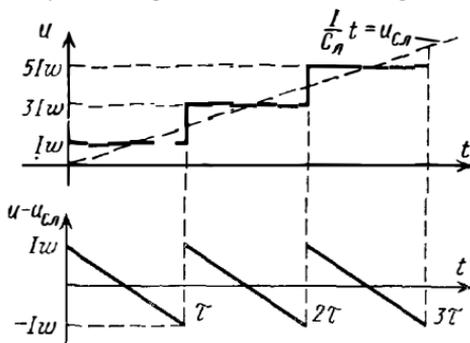


Рис. 1.7. Напряжение в начале разомкнутой линии со временем пробега $\tau/2$ при включении источника тока I .

турах рис. 1.3. Она имеет вид зубчатой кривой с периодом τ , гармоники которой можно трактовать как напряжения на антирезонансных контурах рис. 1.3.

Рассмотрим, насколько удобна для реализации ИЛ, собранная по схеме на рис. 1.4. По технологическим соображениям наиболее удобными являются ИЛ, состоящие из однородных элементов. В ИЛ на рис. 1.4 индуктивности одинаковы, однако емкости значительно различаются. Например, при $n=5$ емкость наиболее высокочастотного контура отличается от емкости первого контура в 81 раз. При этом требуются очень малые емкости, они соизмеримы с паразитными емкостями схемы. Поэтому возникает задача преобразования данной схемы ИЛ в эквивалентную ей, но удобную для реализации.

Так как схема на рис. 1.4 является одной из четырех канонических схем реактивных двухполюсников [5], ее можно преобразовать в любую из трех других канонических схем. Кроме того, существует бесконечное множество неканонических схем, которые имеют большее

количество реактивных элементов, чем канонические, но могут оказаться более удобными по технологическим соображениям.

На рис. 1.8 представлена вторая каноническая схема с антирезонансными контурами, эквивалентная схеме на рис. 1.4, с другой стороны, она подобна схеме на рис. 1.3, но отличается от нее тем, что последовательно с контурами включена индуктивность L_{2n} . Кроме того, параметры контуров схемы на рис. 1.8 не тождественны

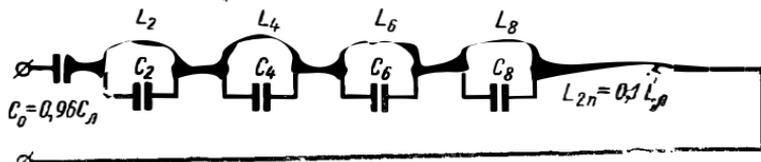


Рис. 1.8. Схема искусственной линии с антирезонансными контурами, эквивалентная схеме на рис. 1.4, при $n=5$:

$$C_0 = C_1 + C_3 + \dots + C_{2n-1}; \quad 1/L_{2n} = 1/L_1 + 1/L_3 + \dots + 1/L_{2n-1}.$$

параметрам схемы на рис. 1.3. Однако можно предположить, что если число контуров будет достаточно велико, то параметры контуров этих схем будут незначительно отличаться, поэтому при числе контуров $n \rightarrow \infty$ схема на рис. 1.8 будет подобна схеме на рис. 1.3. Следует сказать, что схема на рис. 1.8 с точки зрения реализации имеет те же недостатки, что и схема рис. 1.4, а именно, требуемые индуктивности контуров уменьшаются с ростом их номера примерно так же, как емкости на рис. 1.4. Например, при $n=5$ самая маленькая индуктивность меньше индуктивности низкочастотного контура L_2 в 100 раз. Поскольку схема на рис. 1.8 не представляет большого интереса с точки зрения реализации, мы не будем заниматься составлением формул, выражающих параметры этой схемы через параметры исходной схемы на рис. 1.4. На рис. 1.8 приводятся формулы для определения C_0 и L_{2n} , поскольку они получаются весьма просто из рассмотрения условий одинакового поведения сопротивления схем на очень низких и очень высоких частотах.

Следует отметить, что обычно схему на рис. 1.8 считают лучше схемы рис. 1.4, так как в первом случае зарядное напряжение приложено только к емкости C_0 , в то время как в схеме рис. 1.4 оно приложено ко всем

емкостям. Таким образом, габариты ИМ по схеме на рис. 1.8 меньше. Однако выигрыш будет незначительным потому, что размеры высоковольтных конденсаторов зависят не только от рабочего напряжения, но и от величины емкости.

Рассмотрим цепочечную или лестничную схему ИЛ, эквивалентную схеме на рис. 1.4. На рис. 1.9 показана та-

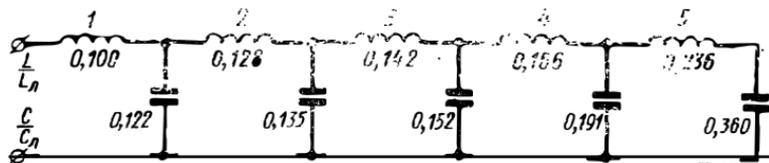


Рис. 1.9. Цепочечная схема ИЛ, эквивалентная схеме на рис. 1.4, при $n=5$.

кая схема при $n=5$ и приведены параметры всех звеньев, отнесенные к статическим параметрам исходной линии $L_{ст}C_{ст}$. Так как вычисления параметров такой ИЛ достаточно сложны, они не приводятся. Сравним ее с цепочечной схемой того же начертания, которая получается при равномерном распределении статических индук-

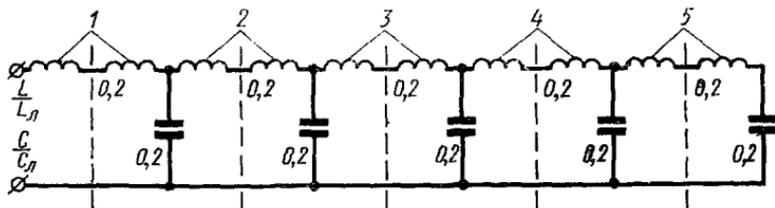


Рис. 1.10. Цепочечная схема ИЛ с равномерным распределением параметров по звеньям для $n=5$.

Пунктиром показано деление ИЛ на Т-образные звенья фильтров низкой частоты типа к.

тивности и емкости естественной линии между тем же числом звеньев, т. е. при $n=5$. Такая ИЛ с одинаковыми звеньями представлена на рис. 1.10.

На рис. 1.11 представлены кривые, характеризующие изменения индуктивности и емкости звеньев на рис. 1.9 при увеличении номера звена, там же пунктиром показан уровень, соответствующий значению этих параметров при равномерном распределении (рис. 1.10).

Из рис. 1.11 видно, что для звеньев с $\nu=1 \div 4$ происходит умеренное возрастание L_ν и C_ν при увеличении ν . Однако в последнем звене параметры L и особенно C значительно изменяются.

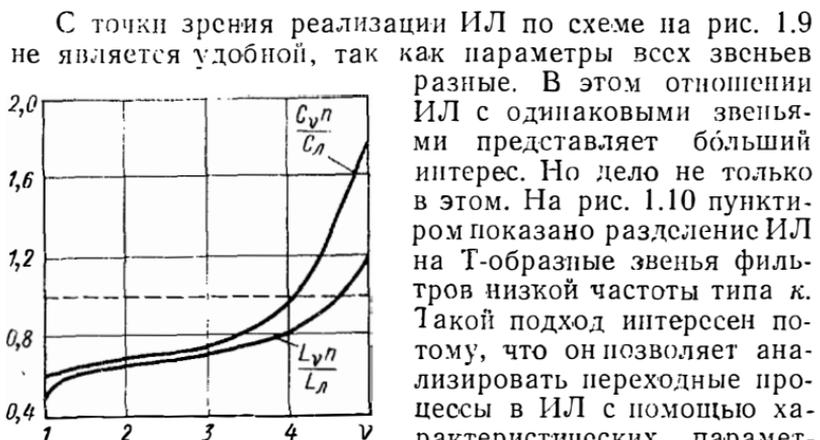


Рис. 1.11. Зависимость индуктивностей и емкостей в звеньях цепочной ИЛ от номера звена ν при $n=5$ (рис. 1.9).

Пунктиром показаны параметры звеньев ИЛ при их равномерном распределении (рис. 1.10).

С точки зрения реализации ИЛ по схеме на рис. 1.9 не является удобной, так как параметры всех звеньев разные. В этом отношении ИЛ с одинаковыми звеньями представляет больший интерес. Но дело не только в этом. На рис. 1.10 пунктиром показано разделение ИЛ на Т-образные звенья фильтров низкой частоты типа κ . Такой подход интересен потому, что он позволяет анализировать переходные процессы в ИЛ с помощью характеристических параметров симметричного четырехполюсника и применить понятие аналогов падающих и отраженных волн. Оказывается, что переходные процессы в такой системе можно описать выражениями, содержащими функции Бесселя, т.е. применить аппарат хорошо разработанных в математике специальных функций. Кроме того, взяв за основу одинаковые звенья, можно описать переходные процессы и в том случае, когда одно или два звена ИЛ имеют другие параметры. Например, из рис. 1.10 видно, что половина индуктивности в начале ИЛ не входит в Т-образное звено, и ее следует рассматривать как дополнительную индуктивность. Изменяя эти параметры, можно получить требуемые параметры формируемого импульса. Наиболее просто выяснить влияние на переходные процессы параметров первого звена, в частности дополнительной индуктивности.

Предметом настоящей книги является исследование переходных процессов ИЛ с одинаковыми звеньями. При этом, однако, остается нерешенным вопрос о характере переходных процессов в ИЛ на рис. 1.9. Эта схема представляет каскадное включение неодинаковых и несимметричных четырехполюсников, поэтому применение по-

нятий падающих и отраженных волн наталкивается на трудности. Трудности в расчетах переходных процессов при заданных параметрах ИЛ можно преодолеть; намного труднее провести исследование зависимости этих процессов от параметров одного из звеньев. Решение этих задач приходится отложить на будущее.

Если рассматривать ИЛ как каскадное соединение симметричных четырехполюсников с одинаковыми характеристическими параметрами, ее можно построить из Т-образных звеньев фильтра низкой частоты типа *m*. Можно предположить, что при оптимальном подборе параметров такой ИЛ и вариации значений параметра *m* и элементов первого и последнего звеньев можно получить хорошую переходную характеристику. Решение этих вопросов также должно составить задачу дальнейших исследований.

До сих пор речь шла об ИЛ, заряжаемой от источника напряжения. Она имитирует свойства естественной линии, разомкнутой на конце. Возможны еще дуальные ИЛ, заряжаемые от источника тока, они имитируют свойства естественной линии, замкнутой на конце. Хотя такие ИЛ и ИМ, частью которых они являются, имеют свои особенности (например, источник напряжения должен быть заменен источником тока, КЭ должен работать не на замыкание, а на размыкание), переходные процессы в них протекают аналогичным образом, и в данной работе такие ИЛ рассматриваться не будут.

Рассмотрим работы других авторов, посвященные анализу и синтезу искусственных линий.

Заслуживают внимания работы, посвященные вопросам синтеза ИЛ по заданной форме импульса, выполненные П. М. Матхановым [6]. Основное содержание этих работ сводится к тому, что для описания спада импульса согласно преобразованию Лапласа требуется введение оператора запаздывания e^{-p^2} . Матханов заменяет этот оператор гиперболическими функциями, которые, в свою очередь, представляют бесконечными произведениями и обрываются на определенном количестве членов. Далее автор получает выражение для сопротивления двухполюсника, замещающего ИЛ, и затем синтезирует ее. В дальнейшем автор не преобразовывает реактивный двухполюсник в такую схему, которая была бы близка к ИЛ с одинаковыми звеньями. Переходные процессы теоретически не исследуются, а только приводятся осцил-

лограмма импульса. Таким образом, остаются неясными вопросы реализации ИЛ и подбора оптимальных параметров для получения требуемой формы импульса. Однако работы Матханова представляют интерес, и решение перечисленных вопросов, связанных с этими работами, желательно найти в дальнейшем.

Посвящены вопросам синтеза статьи С. Р. Каца [7] и С. Славинского [8]. Синтезированные ими ИЛ довольно сложны, они состоят из двух ИЛ, включенных последовательно с нагрузкой и параллельно ей, и поэтому применять их затруднительно.

Переходим к обзору работ, посвященных исследованию переходных процессов в ИЛ. Первой работой, рассматривающей этот вопрос, является работа Я. С. Ицхоки [9], в которой исследуется ИЛ с равномерным распределением параметров. Напряжение на активной нагрузке представляется в виде суммы экспонент с показателями, которые являются корнями характеристического уравнения. Это уравнение описывает свободные колебания в ИЛ, нагруженной на активное сопротивление. При числе звеньев n получается характеристическое уравнение степени $2n$, решение которого при $2n > 2$ представляет сложную задачу. В работе [9] оно получено численным методом Лобачевского — Грэффе. Таким образом, построена форма импульса для разного числа звеньев $n = 1 \div 4$, кроме того, исследовано влияние дополнительной индуктивности на форму импульса.

В книге Ф. В. Лукина [10] форма импульса на активной нагрузке описывается интегральным уравнением типа Вольтерра. В уравнение входит производная переходной функции ИЛ при отсутствии нагрузки. Интегральное уравнение решают численно по способу Прозада, разбивая участок интегрирования, равный длительности импульса τ , на достаточно малые интервалы. Построены импульсы на нагрузке для ИЛ по схеме на рис. 1.4 при разных способах определения амплитуд гармоник ряда Фурье (способы квадратичного и равномерного приближений), а также для лестничной схемы ИЛ с одинаковыми звеньями. Импульсы построены для разного числа звеньев, $n = 1 \div 5$. На основе сравнения построенных импульсов для разных схем сделаны заключения о качестве этих схем. Однако эти выводы нельзя считать окончательными, поскольку не было выяснено, как надо изменять параметры ИЛ, например, дополнительную индук-

тивность или смкость первого звена лестничной схемы, для получения оптимальной формы импульса.

В работе Д. Е. Вакмана [11] впервые исследованы переходные процессы в ИМ с ИЛ, построенной по цепочечной схеме с одинаковыми звеньями. Для этого используются характеристические параметры Т-образных фильтров низкой частоты типа κ и понятие падающих и отраженных волн. Кроме того, в работе исследовано влияние дополнительной индуктивности на форму импульса. Однако все исследования касаются несколько особой схемы ИМ с двумя линиями (двухступенчатая схема). При этом имеет место значительное запаздывание как фронта, так и спада импульса. Для описания такой схемы использовались решения для переходной функции линии задержки, найденные Карсоном [12], который предположил, что нагрузкой линии задержки является ее характеристическое сопротивление. Решением является интегральная функция Бесселя порядка $2n$, где n — число ячеек. Впоследствии переходные процессы в линиях задержки с активной нагрузкой были предметом исследований в работах Б. В. Елизарова, Г. Н. Крылова и Г. И. Макарова [13, 14]. Результаты этих работ позволяют описать спад импульса.

Переходные процессы в цепочечной ИЛ явились предметом наших исследований, результаты которых были опубликованы в ряде статей за 1966—1969 гг. в журнале «Радиотехника» [15—21]. Результаты этих работ излагаются и в настоящей книге, однако материал существенно изменен, главным образом, в методическом плане. Кроме того, в книге помещены и новые результаты исследований (гл. 8, 9).

Глава 2

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИСКУССТВЕННЫХ ЛИНИЯХ

В настоящей главе излагается новый метод расчета формы импульса, формируемого в импульсных модуляторах с цепочечной искусственной линией, который ос-

нован на использовании операционного исчисления, теории фильтров и ее аналогии с теорией длинных линий. Выражение для напряжения на нагрузке представляется в виде ряда, члены которого трактуются как аналоги падающей и отраженной волн.

2.1. Уравнения, описывающие форму импульса на нагрузке

На основании теоремы об эквивалентном генераторе можно утверждать, что ток в нагрузке не изменится, если его формирование происходит не в процессе разряда предварительно заряженной искусственной линии до напряжения E , а в процессе ее заряда от источника

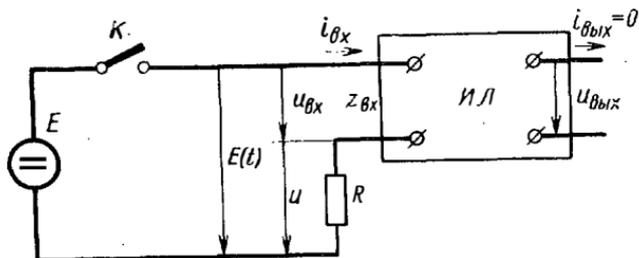


Рис. 2.1. Эквивалентная схема импульсного модулятора для расчета напряжения на активной нагрузке.

напряжения E . Поэтому в дальнейшем при исследовании переходных процессов в искусственной линии будем пользоваться схемой на рис. 2.1, где R — активная нагрузка искусственной линии (ИЛ), K — ключ, заменяющий коммутирующий элемент.

В связи с использованием для исследования переходных процессов в ИЛ операторного метода вместо функций времени, например напряжений и токов, будем применять их преобразования по Лапласу, т. е. вместо $u_{вх}(t)$ и $i_{вх}(t)$ будем писать $u_{вх}(p)$, $i_{вх}(p)$. Во многих случаях, где это не может вызвать недоразумений, аргумент опускается для сокращения записи.

Заметим, что поскольку введенный оператор p безразмерный, то и соответствующее ему время t будет тоже безразмерным, связанным с реальным временем t_1 выражением $t = \omega_0 t_1$.

Целочисную ИЛ, состоящую из n ячеек, можно представить в виде каскадного соединения Т-образных звень-

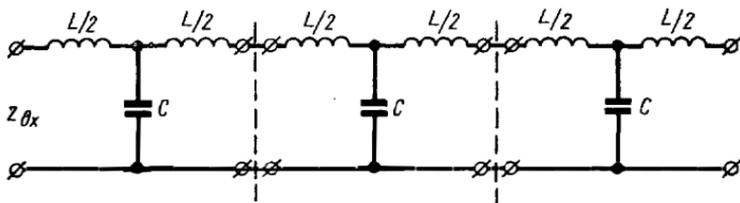


Рис. 2.2. Цепочечная ИЛ в виде каскадного соединения Т-образных звеньев фильтра нижних частот.

ев фильтра нижних частот без потерь (рис. 2.2). Из теории фильтров [5] известно, что характеристическое сопротивление ω Т-образного фильтра нижних частот при частоте среза $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ выражается через безразмерный оператор

$$p = i\omega/\omega_0 \quad (2.1)$$

следующим образом:

$$\omega = \rho \sqrt{1 + \rho^2}, \quad (2.2)$$

где характеристика ячейки $\rho = \sqrt{L/C}$

Характеристическая постоянная γ определяется выражением

$$\text{sh}(\gamma/2) = \rho. \quad (2.3)$$

Из последнего равенства находим

$$e^{-\gamma/2} = \sqrt{1 + \rho^2} - \rho. \quad (2.4)$$

Для ИЛ с n ячейками входное напряжение $u_{\text{вх}}$ и ток $i_{\text{вх}}$ связаны с выходными напряжением $u_{\text{вых}}$ и током $i_{\text{вых}}$ следующими операторными соотношениями:

$$u_{\text{вх}}(\rho) = u_{\text{вых}} \text{ch} \gamma n + \omega i_{\text{вых}} \text{sh} \gamma n, \quad (2.5)$$

$$i_{\text{вх}}(\rho) = (u_{\text{вых}}/\omega) \text{sh} \gamma n + i_{\text{вых}} \text{ch} \gamma n.$$

Следовательно, входное сопротивление разомкнутой на конце ИЛ ($i_{\text{вых}} = 0$)

$$z_{\text{вх}} = \omega \text{cth} \gamma n. \quad (2.6)$$

Для схемы на рис. 2.1 напряжение на нагрузке u в операторной форме

$$u(\rho) = K(\rho)E(\rho), \quad (2.7)$$

где коэффициент передачи $K(\rho) = R/(R + z_{\text{вх}})$.

Подставляя значения $K(p)$ и $z_{вх}$ в (2.7), получаем

$$u(p) = RE(p)/(R + \omega \operatorname{cth} \gamma n). \quad (2.8)$$

Проведем анализ процессов в ИЛ методом Даламбера, который сводится к представлению напряжения в линии и на нагрузке в виде суммы падающих и отраженных волн. Для этого в (2.8) выразим $\operatorname{cth} \gamma n$ через экспоненты:

$$\operatorname{cth} \gamma n = (1 + e^{-2\gamma n})/(1 - e^{-2\gamma n}),$$

и введем обозначение для коэффициента отражения от нагрузки R на входе ИЛ: $\kappa = (R - \omega)/(R + \omega)$. Тогда после преобразований из (2.8) найдем

$$u(p) = \frac{R}{R + \omega} \frac{1 - e^{-2\gamma n}}{1 - \kappa e^{-2\gamma n}} E(p). \quad (2.9)$$

Представим это выражение в виде ряда по степеням $\kappa e^{-2\gamma n}$ и в результате получим

$$u(p) = \frac{R}{R + \omega} [1 - (1 - \kappa) e^{-2\gamma n} - \kappa(1 - \kappa) e^{-4\gamma n} - \dots - \kappa^2(1 - \kappa) e^{-6\gamma n} - \dots] E(p). \quad (2.10)$$

Выражение (2.10) представляет сумму компонент, которые можно трактовать как аналоги волн в длинной линии. При этом первое слагаемое описывает падающую волну, второе — волну, возникающую после двойного пробега первой волны по ИЛ с полным отражением от разомкнутого конца и отражением от нагрузки, что учитывается множителем $(1 - \kappa)$.

Следующий член, содержащий $e^{-4\gamma n}$, характеризует волну, возникающую после четырехкратного пробега падающей волны по ИЛ, и т. д. Так как появление отраженных волн зависит от степени согласования нагрузки с характеристическим сопротивлением линии, здесь уместно сделать замечание, какой смысл вкладывается в это понятие. Под согласованием в полном смысле этого слова следует понимать выполнение условия $R = \omega$, тогда коэффициент отражения $\kappa = 0$. Однако из (2.2) видно, что ω является иррациональной функцией p , и если нагрузка активна, то такое согласование невозможно. Поэтому можно говорить о согласовании в узком смысле

или о квазисогласовании в окрестности нулевой частоты, т. е. при $p=0$, когда $\omega=p$. Тогда под квазисогласованием следует понимать выполнение равенства $R=p$. При этом, строго говоря, $\kappa \neq 0$, но в некотором диапазоне частот, устремляющем к $\omega=0$, согласование будет достаточно хорошим, например, при $\omega=0,45\omega_0$ $\omega \leq 0,9\rho$. Поэтому в дальнейшем под согласованием будет пониматься выполнение условия $R=p$. Несмотря на то, что при квазисогласовании коэффициент отражения $\kappa \neq 0$, в диапазоне частот $\omega \leq 0,45\omega_0$ он мал, и можно допустить, что не будет большой ошибкой считать $\kappa=0$.

Таким образом, можно предположить, что в выражении (2.10) компоненты, характеризующие волны, возникающие после многократных пробегов падающей волны в ИЛ, $e^{-4\gamma n}$, $e^{-6\gamma n}$ и т. д., незначительно влияют на форму импульса на нагрузке и поэтому их можно не учитывать. При отсутствии согласования эти компоненты могут достигать значительной величины, однако их можно не учитывать, если применяется коммутирующий элемент жесткого типа, который закрывается до того момента, когда произойдет полный разряд ИЛ.

Учитывая сказанное, оставим в (2.10) только две компоненты и запишем выражение в следующем виде:

$$u(p) = u_1(p) - u_2(p), \quad (2.11)$$

$$\text{где } u_1(p) = E(p)R/(R + \omega);$$

$$u_2(p) = (1 - \kappa) e^{-2\gamma n} E(p)R/(R + \omega).$$

Подставив выражение (2.2) и обозначив нормированное сопротивление $m = R/\rho$, получим

$$u_1(p) = E(p) m / (m + \sqrt{1 + p^2}), \quad (2.12)$$

$$u_2(p) = u_1(p) (1 - \kappa) e^{-2\gamma n}. \quad (2.13)$$

В выражении (2.11) первая компонента $u_1(p)$ соответствует падающей волне в начале линии, а вторая $u_2(p)$ — волне, отраженной от начала ИЛ, т. е. совершившей двукратный пробег. Можно утверждать, что первая компонента описывает фронт и вершину импульса, так как из-за эффекта запаздывания вторая компонента еще не будет заметна. За время двойного пробега волны напряжение, соответствующее первой компоненте, можно считать установившимся и равным $u_1(t) \rightarrow Em/(m+1)$

при $p \rightarrow 0$. К этому времени начинает влиять вторая компонента, которая вместе со стационарным значением первой компоненты описывает спад импульса.

Перейдем к подробному исследованию выражения (2.12), описывающего фронт и вершину импульса.

2.2. Фронт и вершина импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ

Рассмотрим случай, когда сопротивление нагрузки R равно характеристике ячейки ρ , т. е. $m=1$.

Операционное выражение для падающей волны $u_1(p)$ согласно (2.12) при замене $E(p)=1/p$ приобретает вид

$$u_1(p) = 1/p(1 + \sqrt{1+p^2}). \quad (2.14)$$

Чтобы найти временное выражение $u_1(t)$, соответствующее $u_1(p)$, проведем в (2.14) необходимые преобразования, после чего получим

$$u_1(p) = \frac{1}{p^2}(\sqrt{1+p^2} - 1). \quad (2.15)$$

Дальнейшие преобразования этого равенства могут быть различными в зависимости от того, в какой форме мы хотим получить временное представление $u_1(t)$. Поскольку равенство (2.15) является произведением некоторых операционных выражений, возможно применение свертки во временной области. Однако поскольку первый сомножитель есть отрицательная степень оператора p , то возможна его интерпретация как многократного (в данном случае трехкратного) интеграла по времени t . Наконец, второй сомножитель содержит радикал, что дает возможность интерпретировать это выражение при помощи функций Бесселя. Для разных вариантов выражений с функциями Бесселя существуют разные операционные представления, и потому выражение в скобках в (2.15) может трактоваться различным образом.

Рассмотрим различные варианты решения равенства (2.15). Начнем с того, которое представляется наиболее важным, а именно с привлечения следующего операционного соответствия между радикалом $\sqrt{1+p^2}$ и функцией Бесселя первого порядка:

$$\sqrt{1+p^2} - p \rightarrow \frac{I_1(t)}{t}. \quad (2.16)$$

Чтобы использовать это соответствие в (2.15), прибавим к радикалу и отнимем от него оператор p и, перегруппировав члены, запишем

$$u_1(p) = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^3} + \frac{1}{p^3} (V\sqrt{1+p^2} - p). \quad (2.17)$$

Применив известное операционное соответствие между отрицательными степенями оператора p и параболической временной функцией [23]

$$1/p^{(k+1)} \rightarrow t^k/k!, \quad (2.18)$$

а также свертку во временной области, получаем следующее представление временной функции:

$$u_1(t) = t - \frac{t^2}{2} + \int_0^t \frac{(t-\tau)^2}{2} \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (2.19)$$

Ту же временную функцию можно получить и в другой форме, если трактовать деление последней компоненты в (2.17) на p как многократный интеграл во временной области:

$$u_1(t) = t - \frac{t^2}{2} + \int_0^t \int_0^\tau \int_0^\tau \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (2.20)$$

Обе записи (2.19) и (2.20) эквивалентны.

Другой способ преобразования равенства (2.15) состоит в использовании операционного соответствия между радикалом и функцией Бесселя нулевого порядка

$$\frac{1}{V\sqrt{1+p^2}} \rightarrow J_0(t). \quad (2.21)$$

Чтобы использовать это соответствие, приведем (2.15) к виду

$$u_1(p) = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p^3} \right) \frac{1}{V\sqrt{1+p^2}} - \frac{1}{p^3}. \quad (2.22)$$

На основании встречавшихся ранее операционных соответствий и теорем операционного исчисления получаем из (2.22) две формы записи временной функции:

$$u_1(t) = \int_0^t J_0(\tau) d\tau + \int_0^t \frac{(t-\tau)^2}{2} J_0(\tau) d\tau - \frac{t^2}{2}, \quad (2.23)$$

$$u_1(t) = \int_0^t J_0(\tau) d\tau + \int_0^t \int_0^\tau \int_0^\tau J_0(\tau) d\tau - \frac{t^2}{2}. \quad (2.24)$$

Равенство (2.24), содержащее многократный интеграл от $J_0(t)$, представляет интерес в связи с тем, что в работе [24] имеются таблицы таких многократных интегралов.

Переходим к обсуждению свойств полученной временной функции. Прежде всего исследуем фронт импульса при малых временах, т. е. при $t \rightarrow 0$. Для этого представим $u_1(t)$ в виде ряда по степеням t . Это можно сделать различными способами, например, из (2.20), представляя функцию Бесселя в виде ряда по степеням t

$$\frac{J_1(t)}{t} = \frac{t}{2 \cdot 1!} - \frac{t^3}{1! \cdot 2^3 \cdot 2!} + \frac{t^5}{2! \cdot 2^5 \cdot 3!} - \dots$$

с последующим почленным трехкратным интегрированием. Однако наиболее короткий путь состоит в представлении операционного выражения (2.15) в виде ряда по отрицательным степеням оператора для применения операционного соответствия (2.18). Перепишем (2.15) в форме

$$u_1(p) = \frac{1}{p^2} \left(1 + \frac{1}{p^2}\right)^{1/2} - \frac{1}{p^3}. \quad (2.25)$$

Используя бином Ньютона и некоторые тождества с факториалами, получим

$$u_1(p) = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^3} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{(k-1)} (2k+1)!}{(2k-1)! (2k+1)! (k!)^2 2^{2k} p^{2k+2}}. \quad (2.26)$$

После привлечения операционного соответствия (2.18) получим представление $u_1(t)$ в виде ряда по степеням t :

$$u_1(t) = t - \frac{t^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} t^{2k+1}}{(2k-1)! (2k+1)! (k!)^2 2^{2k}}. \quad (2.27)$$

Если оставить в этом ряду четыре члена, то получим

$$u_1(t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{12} - \frac{t^5}{960} + \dots \quad (2.28)$$

Отсюда следует, что при достаточно малых t , когда можно пренебречь высшими степенями t (t^2 , t^3 и т. д.), напряжение на нагрузке возрастает со временем линейно.

Для построения фронта и вершины импульса целесообразно исходит из выражения (2.19). Однако оно неудобно для непосредственных вычислений, поэтому преобразуем его. Развернем двучлен под интегралом и проведем почленное интегрирование, тогда получим

$$u_1(t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^2}{2} \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau - t \int_0^t J_1(\tau) d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t \tau J_1(\tau) d\tau. \quad (2.29)$$

В этом выражении содержится три интеграла от функций Бесселя. Наиболее подробные таблицы имеются для первого интеграла, поэтому целесообразно свести два последних интеграла к первому.

Из теории функции Бесселя [25] имеем

$$J_n'(t) = J_{n-1}(t) - nJ_n(t)/t. \quad (2.30)$$

При $n=0$

$$J_1(t) = -J_0'(t). \quad (2.31)$$

Тогда для второго интеграла в (2.29) получим

$$\int_0^t J_1(\tau) d\tau = 1 - J_0(t). \quad (2.32)$$

Третий интеграл принимает вид

$$\int_0^t \tau J_1(\tau) d\tau = - \int_0^t \tau J_0'(\tau) d\tau = -tJ_0(t) + \int_0^t J_0(\tau) d\tau. \quad (2.33)$$

Это равенство приведено в приложении 3 под номером 6. Второе слагаемое в (2.33) с учетом (2.30) приводим к виду

$$\int_0^t J_0(\tau) d\tau = J_1(t) + \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (2.34)$$

После подстановки (2.34) в (2.33) имеем

$$\int_0^t \tau J_1(\tau) d\tau = -tJ_0(t) + J_1(t) + \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (2.35)$$

Тогда выражение (2.29) приобретает вид

$$u_1(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2} t J_0(t) + \frac{1}{2} J_1(t) + \frac{1}{2} (1+t^2) \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (2.36)$$

Таким образом, мы получили выражение, описывающее фронт и вершину импульса, в котором содержится только один интеграл. В [26] существуют подробные таблицы для интеграла с той же подынтегральной функцией, но с другими пределами ($t \rightarrow \infty$). Поэтому сделаем замену пределов интегрирования по схеме

$$\int_0^t = \int_0^\infty + \int_\infty^t = \int_0^\infty - \int_t^\infty. \quad (2.37)$$

Тогда окончательно получим

$$u_1(t) = \frac{1}{2} \left[1 + t J_0(t) + J_1(t) - (1+t^2) \int_t^\infty \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right]. \quad (2.38)$$

Как отмечалось раньше, безразмерное время t связано с реальным t_1 равенством

$$t = \omega_0 t_1. \quad (2.39)$$

При анализе влияния числа ячеек ИЛ на форму импульса на нагрузке наряду с этой нормировкой времени иногда будет применяться другая. Для этого используем связь ω_0 с заданной длительностью импульса τ и числом ячеек n , которую можно установить из (2.3). Когда частота среза достаточно высока, $\omega_0 \rightarrow \infty$, то можно согласно (2.1) считать $p \rightarrow 0$. При этом из (2.3) следует $\sqrt{2} = p$, и множитель в (2.10), учитывающий двойной пробег волны по линии, будет e^{-4np} . Известно, что время двойного пробега по идеальной линии выбирается равным длительности импульса τ . Изложенные рассуждения приводят к выводу, что частота среза должна быть связана с длительностью импульса и числом ячеек соотношением

$$\omega_0 = 4n/\tau. \quad (2.40)$$

Таким образом, получаем следующую связь безразмерного времени t с обычным временем t_1 :

$$t = 4\pi t_1 / \tau. \quad (2.41)$$

Это равенство показывает, что если за масштаб времени принять длительность импульса τ , формируемого иде-

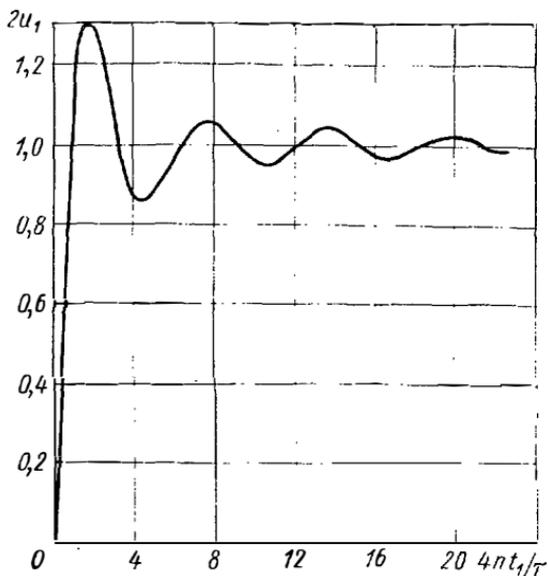


Рис. 2.3. Фронт и вершина импульса на нагрузке R в схеме на рис. 2.1, вычисленные по (2.38).

альной линией, то безразмерное время t зависит от числа ячеек.

На рис. 2.3 представлен график $u_1(t)$, вычисленный по формуле (2.38). Для построения графика сначала находим значения t , при которых функция (2.38) принимает экстремальные значения. Для этого вычислим 3-ю производную от (2.38):

$$u_1^{(3)}(t) = J_1(t)/t. \quad (2.42)$$

Корни (2.42) при $t > 0$ совпадают с корнями $J_1(t)$, для которых в [26] имеются таблицы. При достаточно больших t нулевые значения функции (2.42) будут соответствовать экстремумам исходного выражения (2.38), так как функция Бесселя при значениях аргумента, превы-

шающих их порядок, хорошо описываются тригонометрическими функциями. При небольших значениях t экстремумы (2.38) будут смещены вправо относительно нулевых значений функции (2.42). Из рис. 2.3 можно получить представление о вершине импульса, формируемого ИЛ, содержащей Т-образные ячейки, и о зависимости крутизны фронта импульса от параметров линии. Рисунок показывает, что на вершине импульса имеют место значительные осцилляции: первый выброс достигает 30% от стационарного значения амплитуды импульса, первая впадина — 14%, второй выброс — 8% и вторая впадина — 5%. Из графика можно также найти длительность фронта импульса $t_{1\phi}$, которая определяется как междельное время установления напряжения на нагрузке, т. е. время между уровнями 0,1 и 0,9 от стационарного значения амплитуды импульса:

$$t_{1\phi} = 0,52\tau/4n. \quad (2.43)$$

Это равенство показывает, что длительность фронта импульса обратно пропорциональна числу ячеек n .

2.3. Спад импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ

Спад импульса описывается в операционной форме выражением (2.11), которое содержит две компоненты $u_1(p)$ и $u_2(p)$. Так как первая компонента уже исследована, рассмотрим вторую, т. е. выражение (2.13).

Это равенство содержит три множителя: первый $u_1(p)$ характеризует падающую волну, второй $(1-k)$ учитывает отражение волны от нагрузки после прихода ее от разомкнутого конца ИЛ, третий множитель $e^{-2\tau n}$ определяет запаздывание и искажение фронта импульса при двойном пробеге его по линии за счет зависимости γ от частоты (затухание в области частот $\omega > \omega_0$ и дисперсия в области $\omega < \omega_0$). Исследования показывают, что искажение формы импульса, вызванное двойным пробегом его по линии, значительно сильнее искажения, характеризующего первыми двумя множителями. Поэтому для упрощения расчетов допустим, что в первых двух множителях равенства (2.13) $\rho = 0$. Это равносильно предположению, что $u_1(p) = 1/2 E(p)$, т. е. имеет место полное согласование. Иначе говоря, при построении спада импульса в силу значительного искажения его при

двойном пробеге по линии можно не учитывать подробности очертания импульса на рис. 2.3 и его искажения при отражении от нагрузки. Таким образом, вместо (2.13) при $m=1$ будем рассматривать более простое выражение:

$$u_2(p) = 1/2 e^{-2in} E(p). \quad (2.44)$$

Чтобы свести (2.44) к форме, удобной для применения операционных соответствий, введем в него (2.4) и заменим $E(p) = 1/p$. Решение полученного уравнения выражается через функцию Бесселя [22]:

$$u_2(t) = \frac{1}{2} \int_0^t 4n \frac{J_{4n}(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (2.45)$$

Это выражение показывает, что спад импульса определяется функцией Бесселя порядка $4n$. При числе ячеек линии $n=5 \div 20$ порядок функции Бесселя получается $20 \div 80$, т. е. весьма высокий. Таблиц для интегралов от функций Бесселя высоких порядков не существует, поэтому вычисления (2.45) были сделаны путем планиметрирования.

Результаты вычислений формы импульса по формулам (2.11), (2.38) и (2.45) для $n=5$ и $n=10$ представлены на рис. 2.4, который позволяет сделать некоторые заключения о влиянии числа ячеек на форму импульса. О влиянии на фронт импульса уже говорилось в связи с обсуждением рис. 2.3. Но величина n влияет и на вершину импульса, определяя безразмерное время t , при котором начинается спад импульса. На рисунке видно, что при $n=10$ спад начинается при $t=36$, а при $n=5$ — при $t=17$. В первом случае осцилляции на вершине к моменту спада почти затухают, а во втором случае они еще достаточно велики. Из рис. 2.4 следует, что межячеечное время спада импульса при учете принятой нормировки времени увеличивается по мере роста числа ячеек. Изучение семейства графиков для разных значений n позволило найти следующую зависимость времени спада t_{1c} от числа ячеек при $n \gg 5$:

$$t_{1c} = (4,6 + 0,15 n) \tau / 4n. \quad (2.46)$$

Все сказанное позволяет сделать общий вывод, что с увеличением числа ячеек уменьшается длительность фронта и спада импульса, при этом частота осцилляций

на вершине увеличивается и они как бы перемещаются по направлению к фронту импульса. Поэтому, чем больше ячеек, тем на меньшей части импульса заметны искажения. Кроме того, сопоставление выражений (2.43) и (2.46) показывает, что длительность спада значитель-

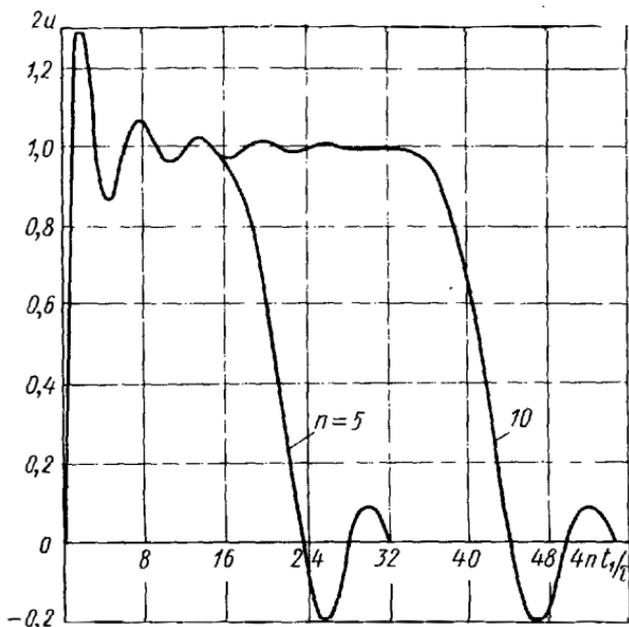


Рис. 2.4. Форма импульса на согласованной нагрузке в схеме на рис. 2.1 для $n=5$ и 10. Вычисления производились по формулам (2.38) и (2.45).

но превышает длительность фронта импульса. Это связано с искажениями сигнала, которые вносит ИЛ при двойном пробеге импульса по ней. Эти искажения обусловлены ограничением полосы пропускания частотой среза фильтра и нелинейностью фазочастотной характеристики в пределах этой полосы, т. е. влиянием дисперсии.

2.4. Форма импульса на нагрузке, не согласованной с характеристикой ячейки ρ

Рассмотрим случай, когда активная нагрузка не согласована с ρ , т. е. когда $m \neq 1$. Сначала исследуем операционное выражение для фронта импульса (2.12). Чтобы найти временное представление (2.12), преобразуем

его таким образом, чтобы можно было применить теоремы операционного исчисления и, в частности, свертку во временной области. Для этого, умножив числитель и знаменатель (2.12) на сопряженное знаменателю выражение и заменив $E(p) = 1/p$, получим

$$u_1(p) = m \sqrt{1 + p^2 - \alpha^2} / p(p^2 - \alpha^2), \quad (2.47)$$

где

$$\alpha^2 = m^2 - 1. \quad (2.48)$$

Для знаменателя этого выражения имеем следующие операционные соответствия:

$$\frac{1}{(p^2 - \alpha^2)} \rightarrow \frac{\text{sh } \alpha t}{\alpha}, \quad (2.49)$$

$$\frac{1}{p(p^2 - \alpha^2)} \rightarrow \frac{1}{\alpha^2} (\text{ch } \alpha t - 1) =: \frac{2 \cdot \text{sh}^2(\alpha t/2)}{\alpha^2}. \quad (2.50)$$

Для радикала в числителе используем операционное соответствие (2.16), для чего прибавим и отнимем от радикала оператор p . Перегруппировав члены, запишем (2.47) в следующем виде:

$$u_1(p) = m \left[\frac{1}{p^2 - \alpha^2} - \frac{m}{p(p^2 - \alpha^2)} + \frac{\sqrt{1 + p^2 - \alpha^2}}{p(p^2 - \alpha^2)} \right] \quad (2.51)$$

Применив написанные выше операционные соответствия и теорему о свертке, получим

$$u_1(t) = m \left\{ \frac{\text{sh } \alpha t}{\alpha} - m \frac{2 \text{sh}^2 \alpha t/2}{\alpha^2} + \right. \\ \left. + \int_0^t \frac{2 \text{sh}^2 \alpha (t - \tau) / 2}{\alpha^2} \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \quad (2.52)$$

Интересно посмотреть, что дает полученное выражение при $m=1$ ($\alpha=0$). После учета простых неопределенностей получим (2.19).

При малых временах, т. е. при $t \rightarrow 0$, когда можно пренебречь высшими степенями t (t^2 , t^3 и т. д.), (2.52) приобретает вид $u_1(t) \approx mt$. Таким образом, можно сделать вывод, что при $m \neq 1$ напряжение $u_1(t)$ при малых t нарастает в m раз быстрее, чем при $m=1$ (2.28).

Представляют интерес асимптотические формулы для сильного рассогласования нагрузки с характеристикой ячейки ρ , т. е. когда $m \gg 1$ и $m \ll 1$.

Рассмотрим случай $m \gg 1$. Исследования показали, что на основании тождества для гиперболических функций в формуле (2.52) целесообразно ввести замену

$$2\text{sh}^2 at/2 = \text{ch} at - 1. \quad (2.53)$$

Тогда интеграл в (2.52) распадается на два. Произведем у второго интеграла замену пределов интегрирования по формуле (2.37). Кроме того, учтем введенное выше обозначение $\alpha^2 = m^2 - 1$. Тогда после простых преобразований получим

$$u_1(t) \approx \frac{m}{1+m} + \frac{m}{\alpha} \left[\text{sh} t\alpha - \frac{m}{\alpha} \text{ch} t\alpha + \right. \\ \left. + \frac{1}{\alpha} \int_t^\infty \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau + \frac{1}{\alpha} \int_0^t \text{ch}(t-\tau) \alpha \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right]. \quad (2.54)$$

Здесь первая компонента $m/(1+m)$ — стационарное значение $u_1(t)$, компонента в квадратных скобках — переходная часть $u_1(t)$, которая при $t \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Подробно эти вычисления представлены в приложении 1.

При $m \gg 1$ $\alpha^2 \gg 1$, поэтому (2.54) представим в виде ряда по степеням $1/\alpha$. Для этого рассмотрим последний интеграл в (2.54), введя обозначение

$$J_1(t)/t = X(t). \quad (2.55)$$

После многократного интегрирования по частям указанный интеграл представим в виде ряда по степеням $1/\alpha$:

$$\int_0^t \text{ch} \alpha(t-\tau) X(\tau) d\tau = \text{sh} t\alpha \left[X(0) + \frac{X^{(2)}(0)}{\alpha^2} + \dots \right] - \\ - \left[\frac{X'(t)}{\alpha} + \frac{X^{(3)}(t)}{\alpha^3} + \dots \right]. \quad (2.56)$$

Подставив в (2.54) значение этого интеграла, получим

$$u_1(t) = \frac{m}{1+m} + \frac{m}{\alpha} \left\{ \text{sh} t\alpha - \frac{m}{\alpha} \text{ch} t\alpha + \frac{1}{\alpha} \int_t^\infty \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau + \right. \\ \left. + \frac{1}{\alpha^2} \left[\text{sh} t\alpha \left(X(0) + \frac{X^{(2)}(0)}{\alpha^2} \right) - \left(\frac{X'(t)}{\alpha} + \frac{X^{(3)}(t)}{\alpha^3} \right) \right] \right\}. \quad (2.57)$$

Оставив в (2.57) члены с порядком малости не выше $1/\alpha^2$ и заменив $X(0) = 1/2$, имеем

$$u_1(t) \approx \frac{m}{1+m} + \frac{m}{\alpha} \left\{ \operatorname{sh} t\alpha - \frac{m}{\alpha} \operatorname{ch} t\alpha + \right. \\ \left. + \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau + \frac{1}{2\alpha^2} \operatorname{sh} t\alpha \right\}. \quad (2.58)$$

В случае $m < 1$ величина $\alpha^2 = m^2 - 1$ получается отрицательной и, следовательно, α будет мнимой. При этом в написанных выше формулах аргумент у гиперболических функций становится мнимым и указанные функции трансформируются в тригонометрические. Чтобы произвести замену, введем обозначение

$$\alpha_1^2 = 1 - m^2. \quad (2.59)$$

Величина α связана с α_1 равенством

$$\alpha = i\alpha_1. \quad (2.60)$$

Подставив (2.60) в (2.52), получим

$$u_1(t) = m \left\{ \frac{\sin t\alpha_1}{\alpha_1} - m \frac{2\sin^2 t\alpha_1/2}{\alpha_1^2} + \right. \\ \left. + \int_0^t \frac{2\sin^2(t-\tau)\alpha_1/2}{\alpha_1^2} \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \quad (2.61)$$

Аналогичным образом могут быть представлены и другие формулы, содержащие гиперболические функции с параметром α .

Представляет интерес асимптотическая формула для $u_1(t)$ при $m \ll 1$ в виде ряда по степеням m . Для этого формулы типа (2.61) и ей подобные недостаточно удобны. Поэтому в данном случае используем операционное выражение (2.12), которое можно представить в виде ряда по степеням малого параметра m :

$$u_1(p) = \frac{m}{p(m + \sqrt{1+p^2})} = \frac{m}{p\sqrt{1+p^2}} \left(1 + \frac{m}{\sqrt{1+p^2}} \right)^{-1} = \\ = m \left[\frac{1}{p\sqrt{1+p^2}} - \frac{m}{p(1+p^2)} + \frac{m^2}{p(1+p^2)\sqrt{1+p^2}} \right]. \quad (2.62)$$

Чтобы написать временную функцию, соответствующую (2.62), используем теорему о свертке и операционные соотношения, которые упоминались раньше, после чего

$$u_1(t) \approx m \left\{ \int_0^t J_0(\tau) d\tau - 2m \sin^2 \frac{t}{2} + \right. \\ \left. + m^2 \int_0^t 2 \sin^2 \frac{t-\tau}{2} 2J_0(\tau) d\tau \right\}. \quad (2.63)$$

Отбрасывая в (2.63) члены с порядком малости выше m , получим

$$u_1(t) = m \int_0^t J_0(\tau) d\tau. \quad (2.64)$$

Последнее равенство совпадает с выражением, полученным Карсоном [12] для линии задержки, т. е. при $m \rightarrow 0$.

Полученные формулы позволяют исследовать фронт и вершину импульса при малых и больших значениях m . При возрастании m фронт и осцилляции на вершине импульса уменьшаются по сравнению со случаем, когда $m=1$, а при уменьшении m они увеличиваются и достигают максимального значения при $m \rightarrow 0$. Первый выброс при этом достигает 47% вместо 30%, когда $m=1$.

Рассмотрим выражение (2.11), описывающее спад импульса.

При значительном числе звеньев n процесс установления падающей волны к началу спада импульса практически успевает полностью закончиться, и к тому времени, когда компонента $u_2(t)$ становится заметной, можно считать, что значение $u_1(t)$ стало стационарным, т. е. при $E=1$ $u_1(t) = m/(1+m)$. Поэтому можно считать, что спад импульса можно описать более простой формулой: $u(t) = m/(1+m) - u_2(t)$. Иначе говоря, падающую волну можно считать постоянной и поэтому можно предположить, что спад импульса формируется фронтом отраженной волны. Таким образом необходимо исследовать компоненту $u_2(t)$. Ее операционное представление дается равенством (2.13), из которого, заменив $E(p) = 1/p$, получим

$$u_2(p) = m(1 - \kappa) e^{-2\gamma n} / p(m + \sqrt{p^2 + 1}). \quad (2.65)$$

Поскольку рассматриваются случаи, когда согласование между R и p отсутствует, т. е. m отличается от единицы,

нельзя считать, что коэффициент отражения κ близок к нулю. Подставив в (2.65) его значение

$$\kappa = (m - \sqrt{1+p^2}) / (m + \sqrt{1+p^2}),$$

найдем

$$u_2(p) = 2m \sqrt{1+p^2} e^{-2in} / p(m + \sqrt{1+p^2})^2, \quad (2.66)$$

где экспонента определяется равенством (2.4). Таким образом, в развернутом виде

$$u_2(p) = 2m \sqrt{1+p^2} (\sqrt{1+p^2} - p)^{4n} / p(m + \sqrt{1+p^2})^2. \quad (2.67)$$

Отыскание временной функции, соответствующей (2.67), является достаточно трудной задачей. Рассмотрим приближенное ее решение, когда $m \ll 1$ и $m \gg 1$.

В первом случае при $m \rightarrow 0$ из (2.67) получим приближенное выражение

$$u_2(p) \approx 2m (\sqrt{1+p^2} - p)^{4n} / p \sqrt{1+p^2}. \quad (2.68)$$

Во втором случае при $m \rightarrow \infty$ придадим выражению (2.67) ту же структуру, что и (2.68), для чего умножим числитель и знаменатель на $\sqrt{1+p^2}$. Тогда получим

$$u_2(p) \approx \frac{2}{m} \left(\frac{1}{p} + p \right) \frac{(\sqrt{1+p^2} - p)^{4n}}{\sqrt{1+p^2}}. \quad (2.69)$$

Используя операционное соответствие с функцией Бесселя

$$\frac{(\sqrt{1+p^2} - p)^{4n}}{\sqrt{1+p^2}} \rightarrow J_{4n}(t) \quad (2.70)$$

и некоторые теоремы операционного исчисления, найдем следующие выражения для временных функций при малых и больших m :

$$u_2(t) \underset{m \rightarrow 0}{\approx} 2m \int_0^t J_{4n}(\tau) d\tau, \quad (2.71)$$

$$u_2(t) \underset{m \rightarrow \infty}{\approx} \frac{2}{m} \left[\int_0^t J_{4n}(\tau) d\tau + J'_{4n}(t) \right]. \quad (2.72)$$

Сопоставление равенств (2.71) и (2.72) показывает, что они незначительно отличаются по своей структуре, так

как поправка в (2.72) в виде производной от функции Бесселя невелика и ее можно не учитывать. Более того, сопоставление этих выражений с равенством (2.45) для компоненты $u_2(t)$ при $m=1$ показывает, что их отличие также незначительно потому, что интегралы от функции Бесселя и интегральной функции при одинаковых индексах отличаются незначительно.

Таким образом, мы приходим к следующим выводам: изменение нагрузки R в широких пределах относительно ρ , что соответствует $0 < m < \infty$, приводит только к соответствующему изменению масштаба компоненты, а ее временная структура остается практически неизменной. Изменяется в основном амплитуда импульса, так как интегральные функции Бесселя (2.71) и (2.72) почти накладываются друг на друга.

2.5. Экспериментальная проверка формы импульса

В эксперименте были использованы две схемы. Схема, изображенная на рис. 2.1, в которой источник напряжения E и ключ K были заменены генератором импульсов, работала при низком уровне напряжения, а схема импульсного модулятора с активной нагрузкой (рис. 1.1) — при высоком уровне напряжения. Как показало исследование, присутствие коммутирующего элемента в схеме импульсного модулятора (тиратрон или управляемый диод) не сказывается заметно на форме импульса. Возбуждение ИЛ при низком уровне напряжения облегчало выполнение мер по технике безопасности. Хотя этот способ настройки и регулировки ИЛ, основанный на принципе эквивалентного генератора, не получил распространения, нам кажется полезным привлечь к нему внимание.

Чтобы импульс в линии успел сформироваться, ИЛ в схеме на рис. 2.1 возбуждалась импульсами прямоугольной формы длительностью, превышающей длительность формируемого импульса примерно в 1,5 раза. Для ослабления влияния нагрузки на форму возбуждающего импульса параллельно выходу генератора импульсов подключалось сопротивление достаточно малой величины по сравнению с характеристикой ячеек. Если длительность фронта возбуждающего импульса достаточно мала (например, не превышает 10% от длительности фронта формируемого импульса), то можно утверждать, что фор-

ма импульса на нагрузке будет такой же, как и при разряде предварительно заряженной ИЛ через коммутирующий элемент, т. е. при нормальной работе модулятора. Обращалось также внимание на то, чтобы не было заметной магнитной связи между индуктивностями ячеек ИЛ. В качестве коммутирующего элемента в импульсном модуляторе применялся тиратрон ТГИ1-3/1. Напряжение импульса на нагрузке было равно 250 В. Импульс

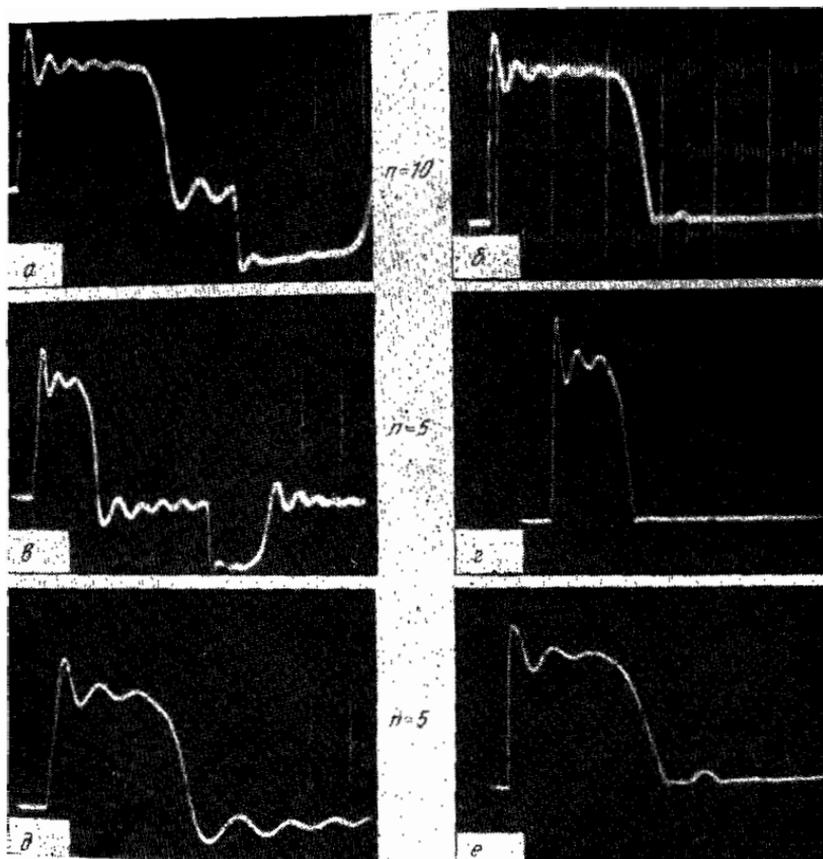


Рис. 2.5. Осциллограммы импульсов на согласованной нагрузке ($R = \rho$):

a, б, д — в схеме на рис. 2.1 при замыкании источника напряжения E и ключа K генератором импульсов; *в, г, е* — в схеме импульсного модулятора с тиратроном ТГИ1-3/1.
 Параметры ИЛ: для *a, б, в, г* $L/2 = 15$ мкГн, $C = 3000$ пФ, $\rho = 100$ Ом; для *д, е* $L/2 = 30$ мкГн, $C = 6000$ пФ, $\rho = 100$ Ом.

наблюдался на осциллографе С1-8. Осциллограммы на рис. 2.5, *а, в, д* получены в схеме на рис. 2.1, а осциллограммы на рис. 2.5, *б, г, е* — в импульсном модуляторе. Из рис. 2.5, *а, в* видно, что после основного положительного импульса следует меньший по амплитуде отрицательный импульс, который получается в результате разряда ИЛ при окончании возбуждающего импульса. Уменьшение амплитуды отрицательного импульса объясняется двумя причинами: подключением выходного сопротивления генератора последовательно к нагрузке и ограничением амплитуды импульса в осциллографе. Можно еще заметить, что на осциллограммах рис. 2.5, *б, г, е*, в конце спада нет осцилляций, которые видны на рис. 2.5, *а, в, д*. Это объясняется тем, что тираatron проводит ток только в одном направлении.

Таким образом, из сопоставления графиков на рис. 2.4 и осциллограмм на рис. 2.5 видно хорошее совпадение рассчитанных импульсов с реальными. Заметна некоторая разница во времени нарастания фронта импульса на осциллограммах рис. 2.5, *а, в, д* по сравнению с рис. 2.5, *б, г, е*, которая объясняется конечностью времени нарастания возбуждающего импульса.

Аналогичные испытания проводились еще с тремя ИЛ при иных параметрах ячеек, причем во всех случаях получились хорошие результаты.

Глава 3

ЗАВИСИМОСТЬ ФОРМЫ ИМПУЛЬСА ОТ НАГРУЗКИ, ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТИ ПЕРВОГО ЗВЕНА ИЛ

В гл. 2 было показано, что искусственная линия цепочного типа, составленная из Т-образных звеньев фильтра нижних частот с параметрами ячеек $L/2$ и C , формирует импульс с большими осцилляциями на вершине (первый выброс — 30%, впадина — 14%), которые влияют на стабильность частоты или фазы модулируемых колебаний.

Осцилляции на вершине импульса можно уменьшить с помощью дополнительной индуктивности L_d на входе ИЛ, включая ее последовательно с нагрузкой (рис. 3.1).

Из-за трудностей расчета влияние L_d на форму импульса исследовано недостаточно. В [9] рассмотрены случаи, когда $L_d = 3L/2$ при $n=3$ и $L_d = L/2$ при $n=2, 3, 4$, а в [10] — при $L_d = L/2$ для $n=1, 2, 3, 4$.

Целью настоящей главы является теоретическое исследование влияния любого значения L_d на форму импульса. Кроме того, для разного числа ячеек n рассматривается зависимость формы импульса от сопротивления нагрузки R при различных значениях L_d .

Исследуется также форма импульса на согласованной с ρ нагрузке при одновременном изменении индуктивности и емкости первой ячейки линии.

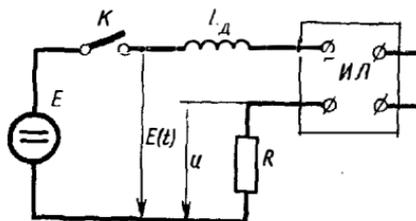


Рис. 3.1. Эквивалентная схема импульсного модулятора для расчета напряжения на нагрузке R при включении дополнительной индуктивности L_d .

3.1. Уравнения, описывающие форму импульса на нагрузке при включении дополнительной индуктивности

Для расчета напряжения на нагрузке рассмотрим схему на рис. 3.1. Введем обозначения для относительной дополнительной индуктивности: $\mu = \omega_0 L_d / \rho = L_d / 0,5L$, где частота среза ячеек фильтра, образующего ИЛ, $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$.

Считая, что на вход линии подается единичный скачок напряжения, и используя методику, изложенную в гл. 2, получим выражение для напряжения на нагрузке в операционной форме:

$$u(p) = \frac{m}{m + \mu p + \sqrt{1 + p^2}} [1 - (1 - \kappa) e^{-2\gamma n} - \kappa(1 - \kappa) e^{-4\gamma n} - \kappa^2(1 - \kappa) e^{-6\gamma n} \dots] E(p), \quad (3.1)$$

где коэффициент отражения

$$\kappa = (m + \mu p - \sqrt{1 + p^2}) / (m + \mu p + \sqrt{1 + p^2}), \quad (3.2)$$

а характеристическая постоянная γ определяется уравнением (2.3) или (2.4).

Как говорилось в гл. 2, влияние компонент, содержащих множители $e^{-4\gamma n}$, $e^{-6\gamma n}$ и т. д., на форму импульса незначительно. В приложении 4 это доказано математически, поэтому вместо (3.1) можно написать приближенное выражение, где учтены только две компоненты:

$$u(p) = u_1(p) - u_2(p), \quad (3.3)$$

где

$$u_1(p) = E(p) m / (m + \mu p + \sqrt{1 + p^2}); \quad (3.4)$$

$$u_2(p) = u_1(p) (1 - \kappa) e^{-2\gamma n}. \quad (3.5)$$

Казалось бы, наиболее короткий путь исследования (3.4) и (3.5) заключается в решении общей задачи при произвольных значениях m и μ . Однако получить из общего решения частные можно только путем предельных переходов, так как при $m=1$ и μ произвольном или $\mu=1$ и m произвольном они дают неопределенность. Поэтому проще сначала рассмотреть следующие частные задачи: $m=1$ и $\mu=1$; $m \neq 1$, $\mu=1$; $m=1$, $\mu \neq 1$, а в заключение — общий случай.

3.2. Форма импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu=1$

Операционное выражение (3.4) при $m=1$ и $\mu=1$ и замене $E(p) = 1/p$ принимает вид

$$u_1(p) = 1/p(1 + p + \sqrt{1 + p^2}). \quad (3.6)$$

Для того чтобы найти временную функцию, соответствующую этому равенству, преобразуем его. Умножив числитель и знаменатель (3.6) на выражение, сопряженное знаменателю, перепишем его в форме

$$u_1(p) = \frac{1}{2p^2} - \frac{1}{2p^2} (\sqrt{1 + p^2} - p). \quad (3.7)$$

Применяя определенные операционные соответствия и теорему о свертке, получим выражение для временной функции

$$u_1(t) = \frac{t}{2} - \int_0^t \frac{(t-\tau) J_1(\tau)}{2\tau} d\tau. \quad (3.8)$$

Эта формула подобна полученной ранее (2.19) для ИЛ без дополнительной индуктивности ($\mu=0$). Интересно отметить, что при $\mu=1$ получается несколько более простое выражение.

Выражение (3.8) можно представить иначе, если учесть, что, когда верхний предел интеграла $t \rightarrow \infty$, $u_1(t) = 1/2$. Тогда получим

$$\frac{1}{2} = \frac{t}{2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{(t-\tau) J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.9)$$

В справедливости равенства (3.9) можно легко убедиться, если интеграл разбить на два, имея в виду, что интегралы в бесконечных пределах от функции $J_1(t)/t$ и $J_1(t)$ равны 1. Вычитая (3.9) из (3.8) и преобразуя интеграл в (3.8) по схеме (2.37), получим другую формулу:

$$u_1(t) = \frac{1}{2} + \int_t^{\infty} \frac{(t-\tau) J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.10)$$

Для того чтобы привести (3.10) к виду, удобному для вычислений, представим его в развернутой форме. Интеграл разбивается на два, причем решением второго из них является функция Бесселя нулевого порядка $J_0(t)$. Таким образом, получаем

$$u_1(t) = \frac{1}{2} \left[1 - J_0(t) + t \int_t^{\infty} \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right]. \quad (3.11)$$

Для определения места расположения выбросов и провалов на вершине импульса удобно иметь выражение для производной временной функции $u_1'(t)$, которую можно получить из операционного выражения (3.7). Из него следует, что начальное значение функции $u_1(t)$

$$u_1(0) = [p u_1(p)]_{p \rightarrow \infty} = 0.$$

Поэтому согласно правилам операционного исчисления для производной получаем изображение

$$u_1'(t) \rightarrow p u_1(p) = \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{2p} (\sqrt{1+p^2} - p). \quad (3.12)$$

Отсюда находим производную временной функции:

$$u'_1(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.13)$$

Сделав замену пределов интегрирования, получим

$$u'_1(t) = \frac{1}{2} \int_t^\infty \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.14)$$

Чтобы получить наглядное описание фронта импульса, т. е. поведение $u_1(t)$ при малых временах, разложим $u_1(t)$ в ряд по степеням t . Для этого в (3.8) функцию Бесселя представим в виде ряда

$$J_1(t) = \frac{t}{2} \left[1 - \frac{(t/2)^2}{1!2!} + \frac{(t/2)^4}{2!3!} - \frac{(t/2)^6}{3!4!} + \dots \right]. \quad (3.15)$$

После почленного интегрирования из (3.8) получаем

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \frac{t}{2} - \frac{(t/2)^2}{2} + \frac{(t/2)^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{(t/2)^6}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{(t/2)^8}{3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8} + \dots = \\ &= \frac{t}{2} - \frac{t^2}{8} + \frac{t^4}{384} - \frac{t^6}{2304} + \dots \end{aligned} \quad (3.16)$$

Сравним этот ряд с аналогичным, полученным для ИЛ без дополнительной индуктивности (2.28). Из сопоставления следует, что при малых $t \rightarrow 0$ фронт можно считать линейным и в том и в другом случае, но при $\mu = 1$, как и следовало ожидать, его крутизна вдвое меньше, так как индуктивность первого звена увеличивается вдвое, и в начале переходного процесса входное сопротивление ИЛ можно заменить только сопротивлением индуктивного плеча.

Рассмотрим рис. 3,2, где представлены графики $u_1(t)$, вычисленные для трех значений нагрузки, соответствующих $m=3$; 1; 0,5. График для $m=1$ построен по формуле (3.11). О том, как получены графики для других значений m , будет сказано позже. Из графика для $m=1$ видно, что на вершине импульса имеют место осцилляции: первый выброс достигает 12,3% от стационарного значения амплитуды, первая впадина — 5%, второй выброс — 2,9% и вторая впадина — 1,8%. Из этого рисунка можно также найти длительность фронта импульса, ко-

торая определяется, как межцильное время установления напряжения на нагрузке:

$$t_{1\phi} = 1,22\tau/4n. \quad (3.17)$$

Сравнение этого равенства с подобным равенством (2.43), которое соответствует $\mu=0$, показывает, что вве-

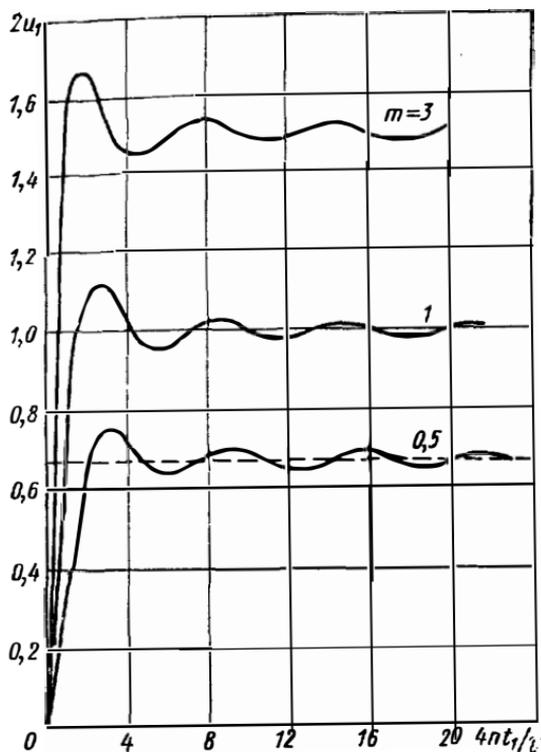


Рис. 3.2. Фронт и вершина импульса при различных значениях нагрузки для $\mu=1$.

дение дополнительной индуктивности, соответствующей $\mu=1$, увеличивает время нарастания напряжения на нагрузке более чем вдвое.

Для расчета спада импульса исследуем выражение (3.5), которое при $m=\mu=1$ принимает вид

$$u_2(p) = [E(p)/(1+p \cdot \sqrt{1+p^2})](1-\kappa)e^{-2\tau n}. \quad (3.18)$$

В это выражение входит три сомножителя. Первый сомножитель описывает фронт и вершину импульса, вто-

рой — учитывает искажение фронта и вершины за счет отражения от нагрузки, па что указывает присутствие коэффициента отражения κ , третий — характеризует запаздывание импульса при пробеге по ИЛ от нагрузки до разомкнутого конца и обратно. Из-за дисперсионных свойств ИЛ завал фронта запаздывающей волны, характеризуемый e^{-2in} , значительно превосходит завал фронта и вершины импульса $u_1(t)$, учитываемый множителем $(1-\kappa)$, и поэтому в первом приближении можно было бы считать, что фронт и вершина представляют скачок напряжения половинной амплитуды, поскольку $m=1$. И, следовательно, решение для (3.18) выражалось бы формулой, аналогичной (2.45), т. е. через интегральную функцию Бесселя порядка $4n$:

$$u_2(t) \approx \frac{1}{2} \int_0^t 4n \frac{J_{4n}(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.19)$$

Однако, как показано в приложении 4, можно получить более точное решение уравнения (3.18), учитывающее отличие фронта от скачка напряжения и отражение от нагрузки ($\kappa \neq 0$), если заменить в (3.19) интегральную функцию Бесселя порядка $4n$ на функцию порядка $(4n+1)$:

$$u_2(t) \approx \frac{1}{2} \int_0^t (4n+1) \frac{J_{4n+1}(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.20)$$

Для вычислений удобнее пользоваться формулами, представленными в приложении 4 (П.4.16). Результаты вычислений формы импульса при различных значениях m представлены на рис. 3.3. При $m=1$ приводятся графики для $n=5$ и 10. Фронт и вершина импульса вычислялись по (3.11), а спад — по (П.4.16). На рис. 3.4 показаны аналогичные графики, с той лишь разницей, что по оси абсцисс дано другое относительное время t_1/τ . О графиках на рис. 3.3 для $m=3$ и 0,5 при $n=10$ будет сказано в § 3.3. Из рис. 3.3 и 3.4 видно влияние числа ячеек на форму импульса при $m=1$. С увеличением числа ячеек длительность импульса уменьшается согласно (3.17), а частота осцилляций увеличивается и они как бы перемещаются по направлению к фронту импульса.

Если ввести понятие длительности переходного процесса $t_{п}$, понимая под этим долю длительности импуль-

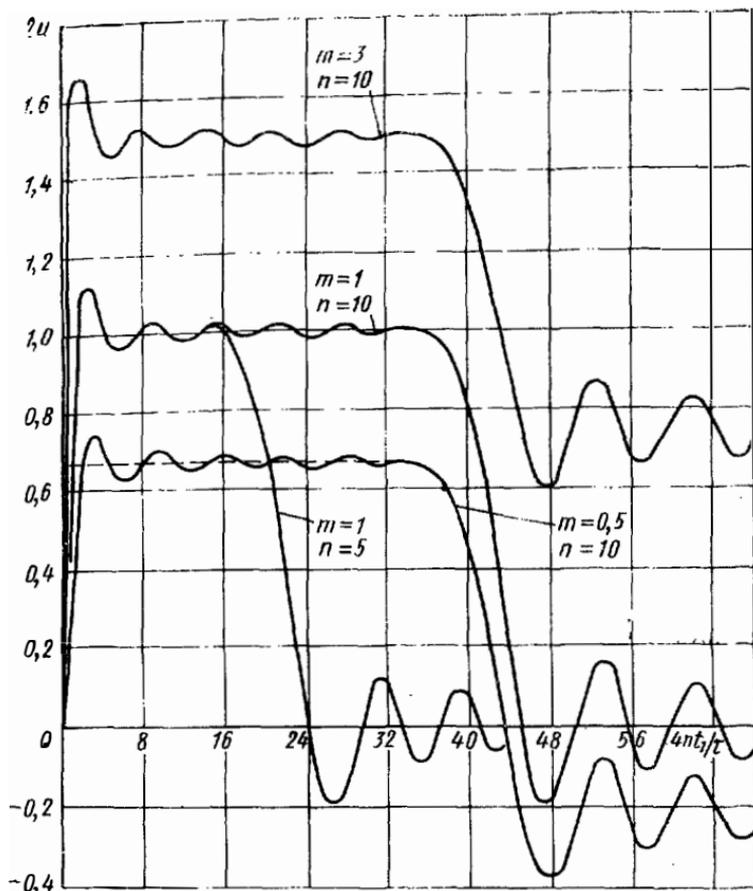


Рис. 3.3. Форма импульса при различных значениях нагрузки для $\mu=1$.

са, при которой напряжение на нагрузке отличается от стационарного значения больше чем на 5% (это соответствует первой впадине на вершине импульса), то можно написать

$$t_{\text{ин}}/\tau = 5,76/4n, \quad (3.21)$$

т. е. с увеличением числа ячеек впадина перемещается ближе к фронту импульса. Но n влияет также и на спад импульса. В гл. 2 для $\mu=0$ найдено выражение для длительности спада (2.46). Оно остается верным и при $\mu \neq 0$.

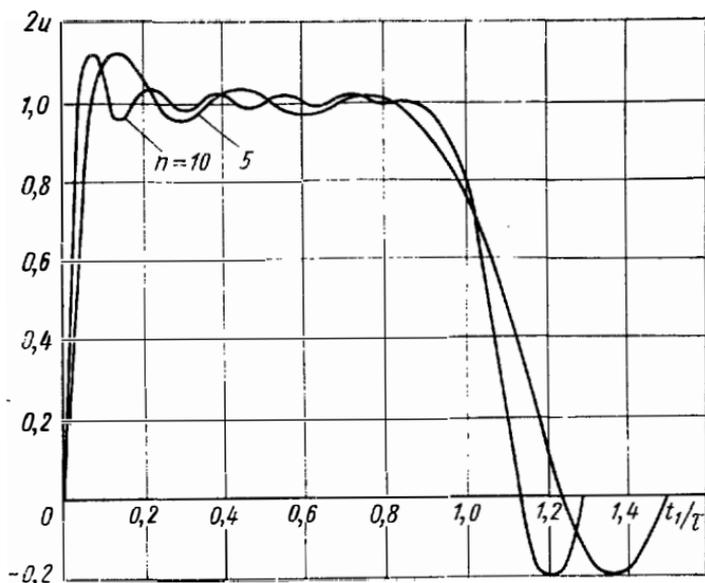


Рис. 3.4. Форма импульса на нагрузке для $m=1$, $\mu=1$ при двух значениях числа ячеек n .

3.3. Форма импульса на нагрузке, не согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu=1$

При $m \neq 1$, $\mu=1$ операционное выражение для фронта и вершины импульса (3.4) при замене $E(p)=1/p$ имеет вид

$$u_1(p) = m/p(m + p + \sqrt{1+p^2}). \quad (3.22)$$

Для определения временной функции преобразуем выражение (3.22), как это делалось в аналогичных случаях ранее [при выводе (3.6)]. В результате получим

$$u_1(p) = \frac{m}{2} \frac{1}{p(p+\alpha)} - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1+p^2} - p}{p(p+\alpha)}, \quad (3.23)$$

$$\text{где } \alpha = (m^2 - 1)/2m. \quad (3.24)$$

Выражение (3.23) содержит два слагаемых. Рассмотрим их временные соответствия. В первом слагаемом множителю в скобках соответствует временное представление в виде экспоненты

$$\frac{1}{p+\alpha} \rightarrow e^{-\alpha t}, \quad (3.25)$$

С учетом деления на p получим

$$\frac{1}{p(p+\alpha)} \rightarrow \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}. \quad (3.26)$$

Второе слагаемое в (3.23) является произведением выражения (3.26) и знакомой комбинации с радикалом, которой соответствует временное представление с функцией Бесселя (2.16). Указанное произведение в (3.23) приводит к свертке во временной области. Временное представление для (3.23) оказывается следующим:

$$u_1(t) = \frac{m}{2} \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha} - \frac{1}{2} \int_0^t \frac{1-e^{-\alpha(t-\tau)}}{\alpha} \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.27)$$

Из полученной формулы при $m=1$ ($\alpha=0$) после раскрытия неопределенности можно получить найденное ранее равенство (3.8).

Для построения фронта и вершины импульса найдем производную $u'_1(t)$, используя операционное равенство (3.23) и правила операционного исчисления, как это было показано в предыдущем параграфе. В результате получим

$$u'_1(t) = \frac{m}{2} e^{-\alpha t} - \frac{1}{2} \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.28)$$

При $t=0$ $u'_1(t) = m/2$, это значит, что крутизна нарастающей напряженности на нагрузке в начале импульса максимальна и изменяется пропорционально m .

Когда параметр m велик или мал относительно единицы ($m \gg 1$ и $m \ll 1$), модуль параметра α согласно (3.24) получается большим. Найдем асимптотическое выражение для $u_1(t)$ из равенства (3.27) при $|\alpha| \rightarrow \infty$. Для этого разобьем интеграл на два слагаемых и второе преобразуем, многократно интегрируя по частям, после чего получим

$$\begin{aligned} u_1(t) = & \frac{m}{2} \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha} - \frac{1}{2\alpha} \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau + \\ & + \frac{1}{2\alpha^2} \left[X(t) - \frac{X'(t)}{\alpha} + \frac{X''(t)}{\alpha^2} - \dots \right] - \\ & - \frac{1}{2\alpha^2} e^{-\alpha t} \left[X(0) + \frac{X''(0)}{\alpha^2} + \dots \right], \end{aligned} \quad (3.29)$$

где $X(t) = J_1(t)/t. \quad (3.30)$

Учитывая только члены порядка $1/\alpha$, получим следующие асимптотические выражения:

$$u_1(t) \underset{m \rightarrow 0}{\approx} m \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau, \quad (3.31)$$

$$u_1(t) \underset{m \rightarrow \infty}{\approx} 1 - e^{-\alpha t} - \frac{1}{m} \int_0^t \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.32)$$

Расчеты показывают, что уже при $m < 0,4$ и $m \geq 10$ выражение (3.31) и соответственно (3.32) хорошо описывают фронт и вершину импульса.

Возьмемся к рис. 3.2, где представлены графики $u_1(t)$, вычисленные по формуле (3.27) для $m=3$ и $0,5$. Из рисунка можно сделать вывод об изменении фронта и вершины импульса при $m \neq 1$. При малом m длительность фронта увеличивается и при $m \rightarrow 0$, как можно установить из (3.31), равна

$$t_{1\phi} = 2,2\tau/4n. \quad (3.33)$$

Осцилляции на вершине импульса с уменьшением m медленно ослабевают, например, первый выброс при $m \rightarrow 0$ становится равным 9,2% вместо 12,3% при $m=1$. При возрастании m длительность фронта и осцилляции на вершине уменьшаются и стремятся к нулю при $m \rightarrow \infty$ (3.32). Значения относительных амплитуд первого выброса и первой впадины при разных m приведены в табл. 3.1, из которой видно, что с возрастанием m форма импульса на нагрузке улучшается.

Режим $m \gg 1$ можно реализовать в жестком модуляторе с вакуумной лампой в качестве коммутирующего элемента и с ИЛ с низким волновым сопротивлением в качестве накопителя энергии при частичном разряде линии.

Таблица 3.1

Относительные амплитуды первого выброса и первой впадины при $\rho = 1$, и разных значениях m

m		0,5	1	2	3	5	25	50	75	100
$\epsilon, \%$	первый выброс	10,5	12,3	11,6	10,6	8,8	3,1	1,7	1,2	0,8
	первая впадина	4,5	5,0	4,0	3,2	2,0	0,38	0,2	0,13	0,08

Обычно в модуляторе с вакуумной лампой в качестве накопителя энергии используется емкость. Но если вместо нее использовать ИЛ, то можно получить импульс с незначительными осцилляциями на вершине при существенно меньшей общей емкости ИЛ. Покажем это.

Параметры ИЛ при $m \neq 1$ следует считать по формулам

$$nC = \tau m / 2R; \quad nL = \tau R / 2m. \quad (3.34)$$

Сосредоточенная емкость C_c в жестком модуляторе при малом спаде вершины $\Delta u / u$ выбирается из условия

$$C_c \approx \frac{\tau}{R \Delta u / u}. \quad (3.35)$$

Сопоставляя полную емкость ИЛ nC и C_c , видим, что

$$\frac{C_c}{nC} = \frac{2}{m \Delta u / u}. \quad (3.36)$$

Сравним энергии заряда сосредоточенной емкости Q_c и ИЛ Q_n из условия равенства мощностей в нагрузке. В первом случае средняя мощность определяется средним напряжением за время импульса \bar{u} :

$$\bar{u} = u (1 - \Delta u / 2u). \quad (3.37)$$

Здесь и далее предполагается, что сопротивление вакуумной лампы входит в сопротивление нагрузки. Во втором случае средняя мощность определяется напряжением u , которое при напряжении E на ИЛ равно

$$u = mE / (m + 1). \quad (3.38)$$

Для равенства мощностей на одной и той же нагрузке необходимо обеспечить равенство уравнений (3.37) и (3.38), откуда находим

$$E = \frac{m + 1}{m} u \left(1 - \frac{\Delta u}{2u} \right) \quad (3.39)$$

или

$$\frac{Q_c}{Q_n} = 2m \left/ \frac{\Delta u}{u} (m + 1)^2 \left(1 - \frac{\Delta u}{2u} \right)^2 \right. \quad (3.40)$$

При $m \gg 1$ и $\Delta u / u \ll 1$ получим

$$\frac{Q_c}{Q_n} = \frac{2}{m \Delta u / u}. \quad (3.41)$$

Таким образом, сопоставляя (3.36) и (3.41), видим, что при $m \gg 1$ и малом спаде вершины $\Delta u / u$ энергия в сосредоточенной емкости во столько раз больше, во сколько раз C_c больше общей емкости ИЛ, т. е. nC . Следует указать, что в тех случаях, когда C_c набирается из ряда параллельно включенных конденсаторов, применение ИЛ дает выигрыш в габаритах накопителя почти во столько раз, во сколько C_c больше nC . Другое, не менее важное преимущество состоит в следующем. Коммутирующий прибор — вакуумная

лампа, а также генераторный прибор при меньшей емкости накопителя энергии работают более надежно. Импульсным лампам присущи искрения, при которых энергия накопителя полностью рассеивается в модуляторной лампе и в нагрузке. Поэтому для каждой модуляторной лампы бывает, как правило, задана предельно допустимая величина емкости накопителя. По этим же причинам при параллельной работе нескольких ламп общая анодная емкость модулятора составляется из нескольких конденсаторов, по числу равных числу ламп. При этом каждый конденсатор разряжается с помощью соответствующей лампы на общую нагрузку.

Из всего сказанного ясно, насколько важно уменьшение анодной емкости модуляторной лампы. Но ее снижению препятствуют высокие требования к величине спада вершины импульса, как видно из (3.35), особенно при большой длительности формируемого импульса. Применение ИЛ вместо сосредоточенной емкости позволяет уменьшить общую емкость. Результаты расчета показывают, что если вместо сосредоточенной емкости C_c , дающей величину спада вершины импульса $\Delta u/u=1\%$, использовать ИЛ, то при $m=50$ в соответствии с (3.36) общая емкость ИЛ будет в 4 раза меньше C_c , а вершина импульса при этом будет почти плоской: первый выброс составит $1,7\%$, затем впадина $-0,2\%$ и следующий выброс $-0,08\%$. При $m=25$ емкость ИЛ будет в 8 раз меньше C_c , а на вершине будут следующие колебания: первый выброс $-3,1\%$, затем впадина $-0,38\%$ и второй выброс $-0,17\%$ и т. д. С помощью методов, рассмотренных в гл. 7 можно уменьшить эти колебания, доведя их почти до нуля, без увеличения фронта импульса. Кроме того, в случае пробросов в модуляторной лампе волновое сопротивление ИЛ ограничит ток. При использовании сосредоточенной емкости для ограничения тока устанавливают специальный защитный резистор.

Приведем пример. Мощный импульсный тетрод ГМИ-8А имеет следующие параметры: анодное напряжение $u=65$ кВ, импульсный ток $I=285$ А при длительности импульса $\tau=3$ мкс. Предельно допустимая величина емкости накопителя $C_c=0,33$ мкФ.

Без коррекции импульса на нагрузке в соответствии с (3.35) получим спад вершины импульса

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{\tau}{RC} = \frac{I\tau}{uC} = \frac{285 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{65 \cdot 10^3 \cdot 0,33 \cdot 10^{-6}} = 0,04. \quad (3.42)$$

При использовании ИЛ с $\rho=R/25$ общая емкость, как следует из (3.36), равна $0,0165$ мкФ. При этом вершина импульса будет почти плоской с незначительными осцилляциями.

Для анализа спада импульса рассмотрим выражение (3.5), из которого после подстановки (3.2) и (3.4) при $m \neq 1$ и $\mu=1$ следует

$$u_2(p) = \frac{m}{m+p+\sqrt{1+p^2}} \frac{2\sqrt{1+p^2}}{m+p+\sqrt{1+p^2}} e^{-2\tau p} E(p). \quad (3.43)$$

Для определения соответствующего временного выражения надо взять свертку два раза, что при произвольном m приводит к очень сложным выражениям. Поэтому

му сначала найдем $u_2(t)$ при $m \rightarrow 0$ и $m \rightarrow \infty$, потом напишем приближенное выражение для произвольного m .

При $m \rightarrow 0$ из (3.43) получим

$$u_2(p) = 2m \sqrt{1+p^2} (\sqrt{1+p^2} - p)^2 e^{-2\gamma n} E(p). \quad (3.44)$$

Так как из (2.4) следует $e^{-2\gamma n} = (\sqrt{1+p^2} - p)^{2n}$, то получим

$$u_2(p) = 2m \sqrt{1+p^2} (\sqrt{1+p^2} - p)^{2n+2} E(p). \quad (3.45)$$

Для упрощения $\sqrt{1+p^2}$ принимаем за единицу (это возможно при $n \gg 5$). Таким образом, при $m \rightarrow 0$ получим

$$u_2(t) \approx 2m \int_0^t (4\tau + 2) \left[\frac{J_{2n+2}(\tau)}{\tau} \right] d\tau. \quad (3.46)$$

При $m \rightarrow \infty$ из § 3.3 мы знаем, что длительность фронта и осцилляции на вершине, определяемые множителем перед экспонентой в (3.43), стремятся к нулю, поэтому его можно принять за скачок напряжения амплитудой $2m/(m+1)^2$, т. е. опять принимаем $p=0$. Тогда

$$u_2(p) \underset{m \rightarrow \infty}{\approx} \frac{2m}{(m+1)^2} e^{-2\gamma n} E(p). \quad (3.47)$$

чему соответствует

$$u_2(t) \underset{m \rightarrow \infty}{\approx} \frac{2m}{(m+1)^2} \int_0^t 4n \frac{J_{2n}(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.48)$$

Согласно (3.20) при $m=1$ мы имели выражение, характеризующее спад импульса, с интегральной функцией Бесселя порядка $(4n+1)$. Следовательно, при изменении m в пределах $\infty > m > 0$, кроме амплитуды $u_2(t)$, установившееся значение которой равно $2m/(m+1)^2$, изменяется порядок интегральной функции Бесселя от $4n$ до $(4n+2)$ через $(4n+1)$, когда $m=1$.

Таким образом, можно предположить, что для произвольного значения m будет справедливо следующее приближенное равенство:

$$u_2(t) \approx \frac{2m}{(m+1)^2} \int_0^t 4n' \frac{J_{4n'}(\tau)}{\tau} d\tau, \quad (3.49)$$

где $n' = n + 1/2(1+m)$.

Из (3.49) видно, что при $m \rightarrow \infty$ $u_2(t) \rightarrow 0$, т. е. отраженная волна напряжения пропадает и мы имеем только падающую волну, а при $m \rightarrow 0$ получаем (3.46), т. е. на нагрузке будет знакопередающееся напряжение, так как установившееся значение падающей волны $u_1(t)$, как видно из (3.31), равно m , а установившееся значение $u_2(t)$ в (3.46) равно $2m$.

Результаты вычисления формы импульса при m равном 3 и 0,5 приведены на рис. 3.3, где фронт и вершина вычислялись по формуле (3.27). Необходимо объяснить, как строился спад импульса. Дело в том, что согласно (3.49) требуются интегральные функции Бесселя дробного порядка, которых нет в таблицах. Поэтому строили два графика для ближайших целых значений порядков, а для дробного значения $[4n + 2/(m + 1)]$ проводили приближенно. Кроме того, вместо интегральной функции Бесселя использовалась сумма функций Бесселя по формулам (П. 5.13), (П.5.14) из приложения 5.

3.4. Форма импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu \neq 1$

Операционное выражение (3.4) при $m=1$ и замене $E(p) = 1/p$ имеет следующий вид:

$$u_1(p) = 1/p(1 + \mu p + \sqrt{1 + p^2}). \quad (3.50)$$

Освободимся от радикала в знаменателе и образуем в числителе комбинацию с радикалом, которой соответствует временное представление (2.16), после чего получим

$$u_1(p) = \frac{1}{1 - \mu^2} \left\{ \frac{-1}{p^2(p + \alpha)} + \frac{1 - \mu}{p(p + \alpha)} + \frac{\sqrt{1 + p^2} - p}{p^2(p + \alpha)} \right\}, \quad (3.51)$$

где

$$\alpha = 2\mu/(\mu^2 - 1). \quad (3.52)$$

Операционное выражение (3.51) содержит три слагаемых. Для второго из них временное соответствие дается формулой

$$\frac{1}{p(p + \alpha)} \rightarrow \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha}. \quad (3.53)$$

Для первого слагаемого временное соответствие можно найти разными способами, либо непосредственно, либо

интегрируя (3.53).

$$\frac{1}{p^2(p+\alpha)} \rightarrow \frac{1}{\alpha} \left(t - \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha} \right). \quad (3.54)$$

Третьему слагаемому соответствует свертка (3.54) и (2.16). После перечисленных подстановок и преобразований получим временную функцию

$$u_1(t) = \frac{1}{2\mu} \left\{ t - \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha} - \int_0^t \left[t - \tau - \frac{1-e^{-\alpha(t-\tau)}}{\alpha} \right] \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \quad (3.55)$$

Исследуем выражение (3.55) при $\mu=0$ и $\mu=1$. При $\mu=0$ получится неопределенность, которая легко раскрывается и приводит к найденному раньше равенству (2.19). При $\mu \rightarrow 1$ ($1/\alpha \rightarrow 0$) и члены, содержащие в качестве множителя $1/\alpha$, исчезают; в результате получаем ранее найденное выражение (3.8).

Для анализа фронта и вершины из равенства (3.55) найдем производную

$$u'_1(t) = \frac{1}{2\mu} \left\{ 1 - \frac{1-\mu}{1+\mu} e^{-\alpha t} - \int_0^t [1 - e^{-\alpha(t-\tau)}] \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \quad (3.56)$$

Из равенства видно, что крутизна фронта в момент коммутации $u'_1(0) = 1/(1+\mu)$, а с учетом (2.41)

$$\left(\frac{du_1}{dt_1} \right)_{t_1=0} = \frac{1}{1+\mu} \frac{4n}{\tau}. \quad (3.57)$$

Здесь $E=1$. Когда $E \neq 1$, то получим

$$\left(\frac{du}{dt_1} \right)_{t_1=0} = \frac{2u}{1+\mu} \frac{4n}{\tau}. \quad (3.58)$$

Эта формула подтверждает известный факт [9], что включение дополнительной индуктивности L_d на входе ИЛ снижает крутизну изменения напряжения на нагрузке. При $t > 10$ получим приближенное равенство

$$u'_1(t) \approx \frac{1}{2\mu} \int_t^\infty \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.59)$$

Сравнение (3.59) с (3.14) наглядно показывает влияние L_d на крутизну изменения напряжения при $t > 10$.

Рассмотрим рис. 3.5, где представлены графики $u_1(t)$ для нескольких значений μ , вычисленные по формуле (3.55).

Таблица 3.2

Относительная амплитуда первого выброса при различных μ

μ	0	0,5	0,6	0,7	0,8	1	2	3	4	5
$\epsilon_1, \%$	30	19,5	17,7	16,4	12,8	12,3	3	0,44	0,12	0,046

В табл. 3.2 показаны, какие значения принимает относительная амплитуда первого выброса при различных μ .

Из таблицы видно, что уже при L_d , соответствующей $\mu=3$, амплитуда первого выброса пренебрежимо мала, она составляет 0,44% от установившегося значения.

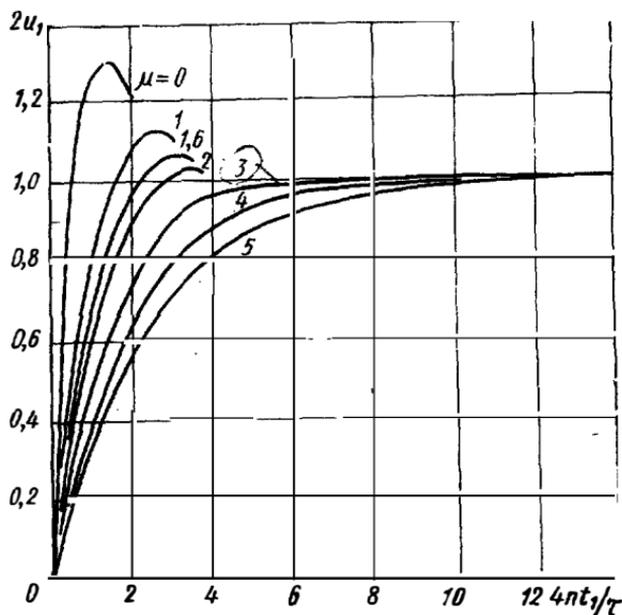


Рис. 3.5. Фронт и вершина импульса на нагрузке при $m=1$ для разных значений μ .

Рассмотрим подробнее фронт и вершину импульса при изменении μ от 2,25 до 3. (табл. 3.3).

Из таблицы видно, что, хотя при $\mu=3$ осцилляции на вершине малы (не превышают 0,5%), процесс установле-

Длительность фронта и осцилляции на вершине импульса при разных μ

μ	$t_{\Phi} = 4n t_{1\Phi}/\tau$		t		$\epsilon, \%$		t		$\epsilon, \%$	
	0—0,9 u_1	0,9—1,0 u_1	первый выброс		первая впадина		второй выброс			
2,25	2,4	0,9	4,0	1,4	6,5	1,6	9,6	0,88		
2,5	2,6	1,7	4,4	0,05	6,6	1,44	9,7	0,72		
3,0	3,1	5,6	9,9	0,44	12,9	0,35	16	0,25		

ния импульса сильно затягивается. При этом основная доля запаздывания соответствует уровню 0,9—1,0 u_1 . При $\mu=3$ запаздывание равно 5,6, т. е. более, чем в три раза превышает запаздывание при $\mu=2,5$. Поэтому в тех случаях, когда допустимы осцилляции в 1,5%, следует выбирать $\mu=2,5$, что соответствует первой индуктивности линии $L_1=0,5L+0,5\mu L=1,75L$.

Для анализа спада импульса при $m=1$ рассмотрим выражение (3.5). После подстановки (3.2) и (3.4) в (3.5) получаем

$$u_2(p) = \frac{1}{1 + \mu p + \sqrt{1 + p^2}} \frac{2\sqrt{1 + p^2}}{1 + \mu p + \sqrt{1 + p^2}} e^{-2\gamma n} E(p). \quad (3.60)$$

Рассуждая так же, как в § 3.3, можно показать, что приблизительно при $\mu \leq 5$

$$u_2(t) = \frac{1}{2} (4\tau + \mu) \int_0^t \frac{J_{4n+\mu}(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (3.61)$$

Результаты вычислений формы импульса для $\mu=3$ при числе ячеек $n=5$ и 10 представлены на рис. 3.6. При этом фронт и вершина вычислялись по формуле (3.55), а спад — по (3.61). Из рассмотрения можно сделать следующие выводы: если требуется получить импульс с почти плоской вершиной, целесообразно выбирать дополнительную индуктивность, соответствующую $\mu=3$. В этом случае длительность фронта определяется по формуле

$$t_{1\Phi} = 2,8\tau/4n. \quad (3.62)$$

Если при этом требуется получить длительность фронта такую же, как при $\mu=1$ (3.17), надо увеличить число ячеек линии приблизительно вдвое.

Теперь можно сделать некоторые общие заключения, касающиеся сглаживания осцилляций на вершине импульса с помощью дополнительной индуктивности L_d . В практике встречаются случаи, когда необходимо обеспечить достаточно малые осцилляции на вершине импульса в течение определенного промежутка времени. При этом фронт и близлежащая к фронту часть вершины импульса с большими осцилляциями не используются из-за большой нестабильности фазы высокочастотных модулируемых колебаний. Значит, при задан-

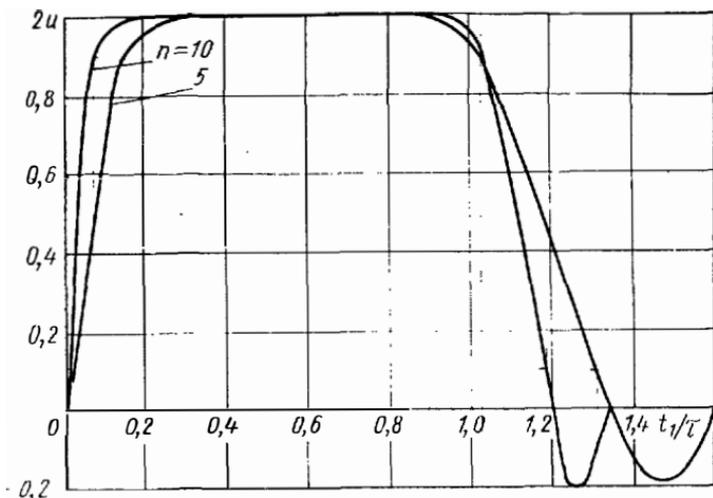


Рис. 3.6. Форма импульса на нагрузке при $m=1$, $\mu=3$ для двух значений n .

Фронт и вершина импульса вычислялись по формуле (3.55), спад — по формуле (3.61).

ной длительности огибающей сигнала длительность модулирующего импульса увеличивают на некоторое время Δt , за которое вся потребляемая от модулятора мощность рассеивается в усилителе.

Для уменьшения потерь такого рода необходимо уменьшить длительность фронта модулирующего импульса с одновременным ослаблением осцилляций на вершине. Но, как было установлено раньше, сглаживание колебаний с помощью L_d в первой ячейке линии приводит одновременно к затягиванию фронта импульса. Поэтому целесообразно привести приближенную формулу, показывающую, как изменяется теряемая в усилителе мощность при изменении μ . Допустим, что полезной является та часть импульса, в пределах которой напряжение на нагрузке отличается от установившегося значения не более чем на 3%. (это соответствует первому выбросу при $\mu=2$). Тогда вычисления показывают, что отношение мощностей потерь при $\mu=1$ и 2

$$\int_0^t u_1^2(\tau) d\tau_{\mu=1} \Big/ \int_0^t u_1^2(\tau) d\tau_{\mu=2} \approx 3,85, \quad (3.63)$$

т. е. сглаживание осцилляций на вершине с помощью L_d не только не приводит к увеличению потерь, как могло показаться, а, наоборот, уменьшает их, например, в данном случае почти в 4 раза.

3.5. Форма импульса на нагрузке, не согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu \neq 1$

При произвольных m и μ найдем решение только для $u_1(t)$ (3.4), а для $u_2(t)$ (3.5) не будем искать по следующим причинам. Вычисления получаются сложными, а результаты сводятся к тому, что $u_2(t)$ получает смещение в виде изменения порядка интегральной функции Бесселя, т. е. к (3.49) с заменой $4n$ на $4n + [2/(m+1)] + (\mu-1)$. Кроме того, при $m > 1$ спад импульса формируется не ИЛ, а КЭ.

Исследуем операционное выражение (3.4), которое после замены $E(p) = 1/p$ приобретает вид

$$u_1(p) = m/p(m + \mu p + \sqrt{1 + p^2}). \quad (3.64)$$

После соответствующих преобразований получим

$$u_1(p) = m \frac{m + (\mu - 1)p - (\sqrt{1 + p^2} - p)}{p[b_0 p^2 + b_1 p + b_2]}. \quad (3.65)$$

В знаменателе в скобках содержится полином второй степени, его коэффициенты

$$b_0 = \mu^2 - 1, \quad b_1 = 2m\mu, \quad b_2 = m^2 - 1. \quad (3.66)$$

Представим полином в виде произведения простых множителей, содержащих его корни:

$$b_0 p^2 + b_1 p + b_2 = b_0(p + \alpha_1)(p + \alpha_2), \quad (3.67)$$

которые определяются из равенства

$$\alpha_{1,2} = (m\mu \pm \lambda) / (\mu^2 - 1), \quad (3.68)$$

где

$$\lambda = \sqrt{m^2 + \mu^2 - 1}. \quad (3.69)$$

Итак, предстоит найти временное представление для операционной функции

$$u_1(p) = \frac{m}{\mu^2 - 1} \frac{m + (\mu - 1)p - (\sqrt{1 + p^2} - p)}{p(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}. \quad (3.70)$$

Это выражение распадается на три слагаемых. Напишем временные соответствия для операционных функций, входящих в эти слагаемые.

Временное представление второго слагаемого:

$$\frac{1}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)} \rightarrow \frac{\mu^2 - 1}{2\lambda} (e^{-\alpha_2 t} - e^{-\alpha_1 t}). \quad (3.71)$$

Для первого слагаемого имеем интеграл от (3.71)

$$\frac{1}{p(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)} \rightarrow \frac{\mu^2 - 1}{2\lambda} \left(\frac{1 - e^{-\alpha_2 t}}{\alpha_2} - \frac{1 - e^{-\alpha_1 t}}{\alpha_1} \right). \quad (3.72)$$

Для исследования временной функции при некоторых критических значениях параметров представление ее в форме (3.72) оказывается удобнее (3.71). Поэтому для объединения подобных членов целесообразно придать (3.71) ту же форму, что и (3.72). Простые гождественные преобразования позволяют получить

$$\frac{1}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)} \rightarrow \frac{\mu^2 - 1}{2\lambda} \left[-\alpha_2 \frac{1 - e^{-\alpha_2 t}}{\alpha_2} + \alpha_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 t}}{\alpha_1} \right]. \quad (3.73)$$

Последнее слагаемое в (3.70) соответствует временной свертке (3.72) и выражения с функцией Бесселя (2.16). Таким образом, выражению (3.70) соответствует временная функция

$$u_1(t) = \frac{m}{2\lambda} \left\{ \frac{m + \lambda}{1 + \mu} \frac{1 - e^{-\alpha_2 t}}{\alpha_2} - \frac{m - \lambda}{1 + \mu} \frac{1 - e^{-\alpha_1 t}}{\alpha_1} - \int_0^t \left[\frac{1 - e^{-\alpha_2(t-\tau)}}{\alpha_2} - \frac{1 - e^{-\alpha_1(t-\tau)}}{\alpha_1} \right] \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \quad (3.74)$$

Полученное выражение (3.74) является довольно общим, так как оно пригодно для описания переходной функции $u_1(t)$ при произвольных значениях параметров m и μ . Из этого выражения должны следовать полученные ранее равенства для $u_1(t)$ при некоторых частных значениях параметров: $m=1$, $\mu=1$ и $\mu=-0$.

Рассмотрим подробнее, какие значения при этом принимают параметры задачи λ , $\alpha_{1,2}$ и насколько быстро удается получить выражения для трех частных случаев:

1) $m=1$; $\lambda=\mu$; $\alpha_1=2\mu/(\mu_2-1)$; $\alpha_2=0$.

Подстановка указанных значений и раскрытие простой неопределенности приводят к полученному ранее выражению (3.55) при замене α_1 на α .

2) $\mu=1$; $\lambda=m+(\mu_2-1)/2m=m$; $\alpha_1=m/(\mu-1)+1/2m \rightarrow \infty$;

$$\alpha_2=m/(1+\mu)-1/2m=(m^2-1)/2m. \quad (3.75)$$

Следует заметить, что в рассматриваемом случае при вычислении λ (3.69) и корней $\alpha_{1,2}$ (3.68) надо помнить о правилах предельного перехода. Соответствующие подстановки также довольно быстро приводят к ранее полученному выражению (3.27) при замене α_2 на α .

$$3) \mu = 0; \lambda = \sqrt{m^2 - 1}; \alpha_1 = -\lambda; \alpha_2 = \lambda.$$

В данном случае преобразования оказываются более продолжительными, поскольку экспоненту необходимо заменить гиперболическими функциями. Соответствующие вычисления приводят к найденному ранее равенству (2.52) при замене λ на α .

Наконец, представляет интерес асимптотическое выражение для $u_1(t)$ при очень малом $m \rightarrow 0$ и очень большом $m \rightarrow \infty$ сопротивлений нагрузки.

При $m \rightarrow 0$ в выражении (3.74) оставим только малые порядка m . Тогда получим, что характеристические корни имеют разные знаки, но одинаковые модули

$$\alpha = \alpha_1 = -\alpha_2 = 1/\lambda = 1/\sqrt{\mu^2 - 1}. \quad (3.76)$$

Комбинацию из экспонент с показателями α_1 и α_2 можно выразить через гиперболические функции, в результате чего получим

$$u_1(t) \underset{m \rightarrow 0}{\approx} m \left\{ \sqrt{\frac{\mu - 1}{\mu + 1}} \operatorname{sh} t - 2 \int_0^t \operatorname{sh}^2 \left[(t - \tau) \frac{\alpha}{2} \right] \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \quad (3.77)$$

При $m \rightarrow \infty$, прежде чем переходить к составлению асимптотических формул, придадим равенству (3.74) несколько другую форму:

$$\begin{aligned} u_1(t) = & \frac{m}{1+m} + \frac{m}{2\lambda} \left\{ \left(\mu - 1 - \frac{m}{\alpha_2} \right) e^{-\alpha_2 t} - \right. \\ & \left. \left(\mu - 1 - \frac{m}{\alpha_1} \right) e^{-\alpha_1 t} + \left(\frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1} \right) \int_0^\infty \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau + \right. \\ & \left. + \int_0^t \left[\frac{e^{-\alpha_2(t-\tau)}}{\alpha_2} - \frac{e^{-\alpha_1(t-\tau)}}{\alpha_1} \right] \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \quad (3.78) \end{aligned}$$

При $m \rightarrow \infty$ величины α_1 , α_2 , λ имеют тот же порядок, что и при $m \rightarrow 0$, а обратные им величины получаются

Длительность фронта импульса и осцилляции на вершине при разных m и μ

m	μ	$t_{\Phi} = \frac{t_{\Phi}}{4\pi t_{1\Phi/\tau}}$	t		$\epsilon, \%$		t		$\epsilon, \%$	
			первый выброс		первая впадина		второй выброс			
5	3/5	1,22	2,45	3,62	5,15	-1,32	8,25	0,656		
		1,92	3,6	0,44	5,7	-0,82	8,8	0,38		
10	3	0,73	1,65	3,68	4,5	-0,89	7,65	0,43		
	5	1,12	2,35	1,9	4,95	-0,72	8,05	0,32		
	8	1,72	3,5	0,15	5,45	-0,5	8,55	0,26		
15	3	0,47	1,3	3,2	4,25	0,6	7,00	0,29		
	5	0,71	1,85	2,11	4,6	0,56	7,7	0,25		
	8	1,09	2,65	0,86	5,05	0,44	8,1	0,208		
	10	1,33	3,2	0,24	5,25	0,38	8,35	0,18		
20	3	0,38	1,1	2,78	4,15	0,5	7,00	0,21		
	5	0,56	1,55	2,03	4,4	0,44	7,55	0,19		
	8	0,85	2,15	1,12	4,75	0,41	7,85	0,18		
	10	1,04	2,6	0,63	4,95	0,34	8,05	0,16		
25	3	0,3	0,95	2,44	3,85	0,38	7,00	0,17		
	5	0,47	1,3	1,89	3,85	0,38	7,0	0,17		
	8	0,67	1,95	0,22	3,85	0,38	7,0	0,17		
	10	0,9	2,45	-0,24*)	3,75	0,38	7,0	0,1		
50	3	0,16	0,55	1,49	3,85	0,19	7,00	0,08		
	5	0,25	0,8	1,3	3,85	0,19	7,00	0,08		
	8	0,38	1,15	0,75	3,85	0,19	7,00	0,08		
	10	0,45	1,45	0,54	3,85	0,19	7,00	0,08		
0,1	1,0	2,0	3,75	9,2	6,6	4,0	9,5	2,4		
	1,1	2,0	3,8	8,14	6,75	3,3	9,75	2,1		
	1,2	2,1	3,9	6,39	6,9	2,93	—	—		
	1,3	2,2	4,1	4,81	6,7	2,54	—	—		
	1,4	2,3	4,3	3,35	7,1	2,2	—	—		
	1,5	2,4	4,5	2,03	7,1	1,97	—	—		
	1,6	2,5	4,7	0,83	7,0	1,84	—	—		
0,15	1,1	1,9	3,7	8,52	6,7	3,31	9,70	2,2		
	1,2	2,0	3,9	6,81	6,9	3,13	—	—		
	1,3	2,1	4,0	5,27	7,0	2,68	—	—		
	1,4	2,2	4,2	3,84	7,0	2,31	—	—		
	1,5	2,3	4,3	2,53	7,0	2,04	—	—		
	1,6	2,4	4,5	1,35	7,0	1,87	—	—		
	1,8	2,6	5,0	0,69	6,9	1,81	—	—		

m	μ	$t_{\Phi} = \frac{t}{4\pi t_{\Phi}} \sqrt{\dots}$	первый выброс		первая впадина		второй выброс	
			t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$
0,2	1,1	1,8	3,6	8,86	6,7	3,77	9,65	2,3
	1,2	1,9	3,8	7,2	6,8	3,3	9,9	2,2
	1,3	2,0	3,9	5,7	6,9	2,81	10	1,83
	1,4	2,1	4,1	4,28	6,9	2,41	—	—
	1,5	2,2	4,2	3,0	7,0	2,12	—	—
	1,6	2,3	4,4	1,83	7,1	1,91	—	—
	1,8	2,5	4,8	0,21	6,9	1,77	—	—
0,25	1,1	1,7	3,5	9,16	6,6	3,99	9,5	2,4
	1,2	1,8	3,7	7,56	6,7	3,42	9,8	2,2
	1,3	1,8	3,8	6,07	6,8	2,92	9,9	1,82
	1,4	2,0	4,0	4,69	7,0	2,49	—	—
	1,5	2,1	4,1	3,43	6,9	2,2	—	—
	1,6	2,2	4,3	2,27	6,9	1,97	—	—
	1,8	2,4	4,69	2,42	6,9	1,75	—	—
2,0	2,7	5,2	1,39	6,9	1,89	—	—	
0,4	1,1	1,6	3,3	9,89	6,4	4,34	9,6	2,65
	1,2	1,7	3,5	8,39	6,5	3,74	9,7	2,22
	1,3	1,8	3,6	7,01	6,6	3,23	9,7	1,91
	1,4	1,9	3,7	5,72	6,7	2,79	9,8	1,66
	1,5	2,0	3,9	4,52	6,7	2,44	9,8	1,45
	1,6	2,1	4,0	3,42	6,79	2,16	9,9	1,28
	1,8	2,2	4,3	1,44	6,8	1,79	—	—
2,0	2,4	4,7	0,22	6,7	1,68	—	—	

*) Первый экстремум оказывается ниже установленного значения амплитуды импульса.

малыми, не более $1/m$. Например, если учесть малые до порядка $1/m^2$, то получим

$$\frac{1}{\alpha_1} = \frac{\mu - 1}{m} \left(1 - \frac{\mu - 1}{2m^2} \right); \quad \frac{1}{\alpha_2} = \frac{\mu + 1}{m} \left(1 + \frac{\mu + 1}{2m^2} \right);$$

$$\frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{\mu^2 - 1}{2m^2}. \quad (3.79)$$

Введя обозначение

$$X(\tau) = J_1(\tau)/\tau \quad (3.80)$$

и преобразуя последний интеграл в (3.78) путем многократного интегрирования по частям, получим

$$u_1(t) = \frac{m}{1+m} + \frac{m}{2\lambda} \left\{ \left(\mu - 1 - \frac{m}{\alpha_2} \right) e^{-\alpha_2 t} - \right.$$

$$\left. - \left(\mu - 1 - \frac{m}{\alpha_1} \right) e^{-\alpha_1 t} + \left(\frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1} \right) \int_0^{\infty} X(\tau) d\tau + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\alpha_2^2} \left(X(t) - \frac{X^{(1)}(t)}{\alpha_2} + \frac{X^{(2)}(t)}{\alpha_2^2} - \dots \right) - \\
& - \frac{1}{\alpha_2^2} e^{-\alpha_2 t} \left(X(0) - \frac{X^{(1)}(0)}{\alpha_2} + \frac{X^{(2)}(0)}{\alpha_2^2} - \dots \right) - \\
& - \frac{1}{\alpha_1^2} \left(X(t) - \frac{X^{(1)}(t)}{\alpha_1} + \frac{X^{(2)}(t)}{\alpha_1^2} - \dots \right) + \\
& + \frac{1}{\alpha_1^2} e^{-\alpha_1 t} \left(X(0) + \frac{X^{(1)}(0)}{\alpha_1} + \frac{X^{(2)}(0)}{\alpha_1^2} + \dots \right). \quad (3.81)
\end{aligned}$$

Если в последнем выражении оставить члены не выше второго порядка малости, т. е. порядка $1/m^2$, то с учетом соотношений (3.79) придем к следующему выражению:

$$\begin{aligned}
u_1(t) \underset{m \rightarrow \infty}{\approx} & \left(1 + \frac{1}{m^2}\right) (1 - e^{-\alpha_2 t}) - \frac{1}{m} \int_0^t X(\tau) d\tau + \\
& + (\mu/m^2) (2X(t) \cdot e^{-\alpha_2 t}), \quad (3.82)
\end{aligned}$$

где

$$\alpha_2 \approx [m/(\mu + 1)] [1 - (\mu + 1)/2m]. \quad (3.83)$$

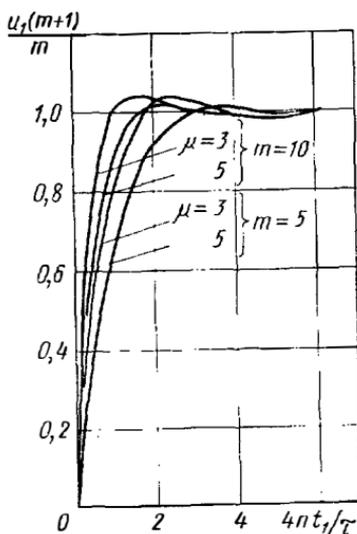


Рис. 3.7. Фронт и вершина импульса для $m=5$ и $m=10$ при двух значениях дополнительной индуктивности.

Результаты расчета фронта и вершины импульса (3.78) при различных m и μ сведены в табл. 3.4. Кроме того, на рис. 3.7 для $m=5; 10$ при $\mu=3; 5$ представлены графики, где для удобства сопоставления импульсов при различных m по оси ординат отложено $u_1(m+1)/m$.

Из рис. 3.7 и табл. 3.4 видно, что при малых m небольшое увеличение дополнительной индуктивности L_d приводит к сильному уменьшению осцилляции на вершине. Например, при $m=0,1$ и $\mu=1,4$, т. е. увеличению первой индуктивности на 20%, первый выброс уменьшается с 9,2% до 3,35%. При больших m действие L_d ослабляется, что можно объяснить физически. Из при-

ближешего выражения (3.82) следует, что при $m \geq 25$ все осцилляции на вершине, кроме первого выброса, определяются только входящим в него интегралом, так как экспонента имеет заметное значение только при малых t , соответствующих фронту и первому выбросу. Это означает, что дополнительная индуктивность оказывает влияние только на фронт импульса и положение и амплитуду первого выброса. Действительно, из табл. 3.4 видим, что при $m \geq 25$ все колебания, кроме первого выброса, почти не зависят от μ . Это можно объяснить тем, что при $m \gg 1$ скорость изменения $u_1(t)$ при росте m сильно возрастает только на фронте, а дальше она очень мала (3.28).

3.6. Зависимость формы импульса от индуктивности и емкости первой ячейки

В предыдущих параграфах было установлено, что при увеличении индуктивности первой ячейки ИЛ вершина импульса эффективно сглаживается. Однако при этом имеет место большое затягивание фронта главным образом на уровне $0,9-1,0$ стационарного значения. Оно особенно возрастает, если требуется сгладить осцилляции до уровня меньше, чем $(1,0 \pm 0,5)\%$. Например, из табл. 3.3 видно, что для $\mu=3$ (первая индуктивность $L_1=0,5L(\mu+1)=2L$) время нарастания импульса в интервале $(0-0,9)u_1$ составляет $t=3,1$, а в интервале $(0,9-1,0)u_1$ $t=5,6$. Таким образом, общее время нарастания в интервале $(0-1,0)u_1$ составляет $t=8,7$. Относительное время нарастания в долях длительности импульса составляет $t_1/\tau=8,7/4n$ и зависит от числа ячеек. Следовательно, для уменьшения длительности фронта импульса следует увеличивать число ячеек n . Однако в некоторых случаях увеличение n нежелательно, например, с точки зрения уменьшения габаритов модулятора. Поэтому необходимо рассмотреть другие способы сглаживания вершины импульса при небольшом затягивании его фронта.

Как уже отмечалось выше, увеличение индуктивности первой ячейки ИЛ сглаживает осцилляции на вершине импульса. Можно предположить, что аналогичный результат можно получить при увеличении емкости первой ячейки. При этом будем рассматривать формирование только фронта и вершины импульса по причинам,

изложенным в предыдущих разделах. Дополнительно к обозначениям, введенным в § 3.1, введем фактор ν для оценки дополнительной емкости C_d , $\nu = 2C_d/C$. Таким образом, емкость первой ячейки $C_1 = (1 + \nu)C/2$, а индуктивность $L_1 = (1 + \mu)L/2$. При $\nu = \mu = 1$ имеем однородную цепочечную ИЛ, которая составлена из Т-образных звеньев фильтра нижних частот без потерь.

Составим операционное выражение для фронта и вершины импульса при $m=1$ и произвольных значениях $\nu \neq 1$ и $\mu \neq 1$. В данном случае вместо (3.4) получим

$$u_1(p) = \frac{1}{1 + (1 + \mu)p + 1/(\nu p + \sqrt{1 + p^2})} E(p). \quad (3.84)$$

После соответствующих преобразований и замены $E(p) = 1/p$, получим

$$u_1(p) = [A(p) - (\sqrt{1 + p^2} - p)] p^2 B(p), \quad (3.85)$$

где

$$A(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3;$$

$$B(p) = b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3. \quad (3.86)$$

Коэффициенты этих полиномов выражаются через параметры ν и μ следующим образом:

$$\begin{aligned} a_0 &= (1 - \nu)^2 (1 + \mu); & b_0 &= (1 - \nu^2) (1 + \mu)^2; \\ a_1 &= 1 - \nu^2; & b_1 &= 2(1 - \nu^2) (1 + \mu); \\ a_2 &= \mu - \nu; & b_2 &= \mu^2 - \nu^2 + 2(1 - \nu)(1 + \mu); \\ a_3 &= 1; & b_3 &= 2(a_2 + 1). \end{aligned} \quad (3.87)$$

Для составления временной функции учтем помимо полюса второй кратности в нуле полюсы, соответствующие корням полинома $B(p) = 0$. Обозначим эти корни $(-\alpha_1)$, $(-\alpha_2)$, $(-\alpha_3)$ и представим $B(p)$ в виде произведения простых сомножителей:

$$B(p) = b_0(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)(p + \alpha_3). \quad (3.88)$$

Для отыскания этих корней следует решить уравнение третьей степени

$$b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3 = 0. \quad (3.89)$$

Для сокращения последующих записей введем обозначение для разложения обратного полинома $1/B(p)$ на простые дроби:

$$\frac{1}{B(p)} = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{B_{-k}(-\alpha_k)(p + \alpha_k)}. \quad (3.90)$$

Здесь символ $B_{-k}(-\alpha_k)$ есть значение полинома (3.88) с изъятием множителя, соответствующего корню α_k , на это указывает индекс « $-k$ ». При составлении временной функции следует принять во внимание следующие операционные соответствия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{p + \alpha_k} &\rightarrow e^{-\alpha_k t}; & \frac{1}{p(p + \alpha_k)} &\rightarrow \frac{1 - e^{-\alpha_k t}}{\alpha_k}; \\ \frac{1}{p^2(p + \alpha_k)} &\rightarrow \frac{1}{\alpha_k} \left(t - \frac{1 - e^{-\alpha_k t}}{\alpha_k} \right); \\ \frac{p}{p + \alpha_k} &\rightarrow -\alpha_k e^{-\alpha_k t} + \delta(t); & \sqrt{1 + p^2} - p &\rightarrow \frac{J_1 t}{t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.91)$$

Учитывая перечисленные операционные соответствия и применяя свертку во временной области, получим следующее выражение для временной функции, описывающей фронт и вершину импульса:

$$\begin{aligned} u_1(t) = & \sum_{k=1}^3 \frac{1}{B_{-k}(-\alpha_k)} \left\{ a_0(-\alpha_k) e^{-\alpha_k t} + a_1 e^{-\alpha_k t} + \right. \\ & + a_2 \frac{1 - e^{-\alpha_k t}}{\alpha_k} + \frac{a_3}{\alpha_k} \left(t - \frac{1 - e^{-\alpha_k t}}{\alpha_k} \right) - \\ & \left. - \int_0^t \frac{1}{\alpha_k} \left(\frac{t - \tau - 1 - e^{-\alpha_k(t-\tau)}}{\alpha_k} \right) \frac{J_1(\tau)}{\tau} d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (3.92)$$

В этом решении отсутствует δ -функция, хотя в одном из операционных соответствий (3.91) она присутствует. Это объясняется тем, что имеет место тождество

$$\sum_{k=1}^3 [1/B_{-k}(-\alpha_k)] = 0. \quad (3.93)$$

Результаты расчетов фронта и вершины импульса по формуле (3.92) при различных значениях ν и μ сведены

Таблица 3.5

Длительность фронта и осцилляции на вершине импульса на согласованной нагрузке при разных значениях γ и μ

γ	μ	t_{Φ}		t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$
		$0-0,9\mu_1$	$0-1,0\mu_1$	первый выброс		первая впадина	второй выброс		
1,1	1,5	1,75	2,5	3,29	8,31	6,39	2,52	9,19	1,08
	1,7	2,0	2,65	3,39	6,59	6,49	1,97	9,19	0,67
	2,0	2,1	3,2	3,79	4,31	6,69	1,35	8,99	0,19
	2,2	2,6	3,3	3,99	3,0	6,89	1,07	8,89	0,05
	2,4	2,7	3,7	4,29	1,83	6,89	0,83	---	---
	2,5	3,0	4,1	4,39	1,3	6,89	0,82	8,59	0,27
	2,6	3,2	4,2	4,59	0,81	6,89	0,78	8,59	0,33
1,2	1,5	1,75	2,25	3,29	9,63	6,59	2,05	9,60	0,99
	1,7	1,85	2,4	3,49	7,88	6,79	1,49	9,7	0,77
	2,0	2,1	2,7	3,79	5,57	7,099	0,88	9,7	0,54
	2,2	2,2	3,25	4,09	4,23	7,19	0,57	9,8	0,45
	2,4	2,7	3,65	4,29	3,05	7,29	0,35	9,7	0,39
	2,5	2,8	3,9	4,49	2,5	7,39	0,27	9,7	0,36
	2,6	2,9	4,2	4,59	2,0	7,39	0,2	9,7	0,35
	2,7	3,0	4,4	4,89	1,09	7,39	0,13	9,7	0,032
3,0	3,2	4,5	5,4	0,33	7,199	0,14	9,6	0,3	
1,25	1,5	1,9	2,4	3,29	10,25	6,79	1,84	9,70	0,85
	1,7	2,0	2,55	3,49	8,49	6,99	1,29	9,8	0,64
	2,0	2,1	2,75	3,89	6,17	7,29	0,68	9,8	0,45
	2,2	2,35	3,1	4,09	4,84	7,49	0,38	9,8	0,39
	2,4	2,55	3,4	4,29	3,64	7,59	0,14	9,8	0,35
	2,5	2,8	3,7	4,49	3,09	7,69	0,06	9,8	0,34
	2,6	2,9	3,9	4,59	2,58	7,69	0,016	9,7	0,34
	2,8	2,9	4,1	4,99	1,65	7,79	0,11	9,7	0,34
	3,0	3,0	4,0	5,29	0,86	7,69	0,14	9,6	0,34
	3,2	3,3	5,9	5,89	0,24	7,29	0,08	9,6	0,33
1,3	2,0	2,1	2,55	3,89	6,78	7,49	0,51	9,9	0,36
	2,2	2,25	3,0	4,09	5,43	7,69	0,21	10,0	0,31
	2,4	2,4	3,25	4,29	4,21	7,89	0,02	9,8	0,30
	2,5	2,4	3,4	4,49	3,67	7,99	0,11	9,7	0,31
	2,6	2,6	3,6	4,69	3,14	8,09	0,19	9,6	0,32
	2,8	2,75	4,0	4,99	2,21	8,19	0,29	9,5	0,35
	3,0	2,9	4,4	5,29	1,39	8,29	0,36	9,29	0,38
	3,2	3,15	4,9	5,79	0,73	7,99	0,36	9,29	0,39
	3,4	3,35	8,0	6,79	0,25	7,099	0,25	9,4	0,39

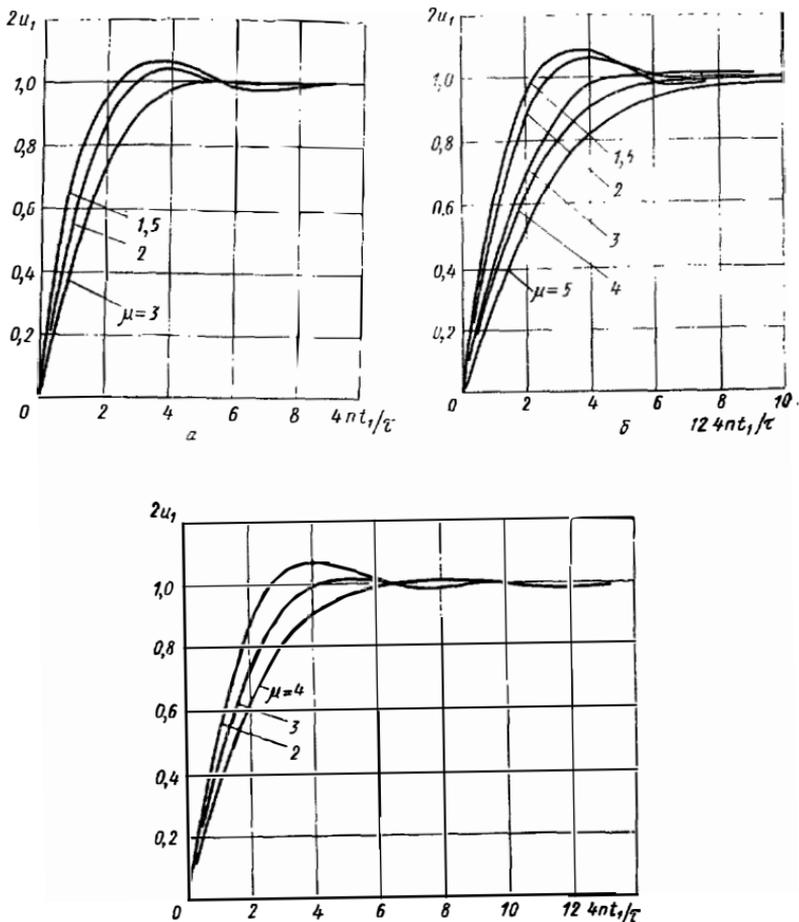


Рис. 3.8. Фронт и вершина импульса на согласованной нагрузке ($m=1$) при нескольких значениях первой индуктивности $L_1 = (1+\mu)L/2$, увеличенной первой емкости $C_1 = (1+\nu)C/2$ и: а) $\nu=1,1$; б) $\nu=1,2$; в) $\nu=1,3$.

в табл. 3.5. Для некоторых значений ν и μ представлены графики на рис. 3.8.

Из рисунков и таблицы видно, что небольшое увеличение C_1 при одновременном увеличении L_1 позволяет эффективно корректировать импульс. Например, при $\nu=1,1$, т. е. увеличении C_1 всего на 5%, и $\mu=2,6$ осцилляции на вершине меньше 0,81% при времени нарастания напряжения от 0 до стационарного значения $u_1=1$

$t=4,2$. Из табл. 3.3, которая соответствует $\nu=1$, видно, что приблизительно при том же времени нарастания напряжения от 0 до $1,0u_1$ $t=4,3$ осцилляции составляют 1,44%, т. е. больше чем в 1,5 раза. Если взять $\nu=1,2$ (увеличение первой емкости на 10%), то из табл. 3.5 видно, что при $\mu=3$ осцилляции на вершине импульса не превышают 0,33% при времени нарастания фронта $t=4,5$. Сопоставим это со случаем $\nu=1$ и $\mu=3$ (табл. 3.3). Там осцилляции меньше 0,44%, т. е. близки к 0,33%, но время нарастания импульса $t=8,7$ увеличено более чем в 1,5 раза.

Таким образом, сравнивая методы коррекции импульса только изменением первой индуктивности и одновременно изменением емкости и индуктивности первой ячейки, приходим к выводу, что во втором случае имеем выигрыш более чем в 1,5 раза либо во времени нарастания импульса, либо в ослаблении осцилляций на вершине.

3.7. Экспериментальная проверка формы импульса

Представленный выше анализ переходных процессов в цепочечных искусственных линиях содержит некоторые допущения, например при описании спада импульса для $m \neq 1$ и $\mu \neq 1$, поэтому была проведена экспериментальная проверка формы импульса.

В эксперименте использовалась схема, изображенная на рис. 3.1, но источник напряжения E и ключ K заменялись генератором импульсов. Искусственная линия с параметрами $L/2=15$ мкГ, $C=3000$ пФ, $\rho=100$ Ом, $n=10$ и $n=5$ возбуждалась импульсами прямоугольной формы, длительность которых в несколько раз превышала длительность формируемых импульсов. Для ослабления реакции нагрузки на форму возбуждающего импульса параллельно выходу генератора импульсов включалось малое относительно ρ сопротивление 18 Ом.

Полученные при разных значениях m , μ , n осциллограммы импульсов показаны на рис. 3.9. Сравнение осциллограмм с расчетными графиками на рис. 3.3, 3.4, 3.6 позволяет сделать следующие заключения.

Из осциллограмм на рис. 3.9, *а, б, в, г* видно, что осцилляции после импульса располагаются не вокруг нуля, а несколько выше, хотя ИЛ нагружена на сопро-

тивление, соответствующее $m=1$. Это объясняется заметным значением внутреннего сопротивления генератора импульсов (18 Ом). Поэтому напряжение возбуждающего импульса немного увеличивалось относительно нуля после окончания заряда ИЛ. По той же причине

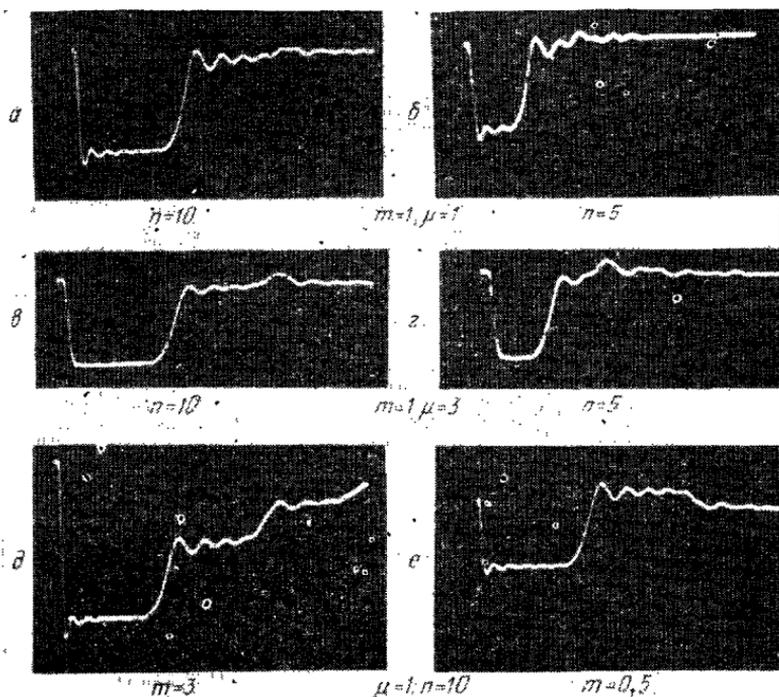


Рис. 3.9. Осциллограммы импульсов, полученные в схеме на рис. 3.1 для разных значений m и n .

на рис. 3.9,е импульс, следующий после основного импульса, расположен несколько ближе к нулю, чем это показано на рис. 3.3.

Сравнивая рис. 3.9,а и б, видим, что одни и те же по величине осцилляции на вершине импульса при $n=5$ занимают большую часть вершины импульса, чем при $n=10$.

На рис. 3.9,д кроме импульса, пробежавшего 2 раза по ИЛ, виден импульс, пробежавший 4 раза.

Интересно отметить весьма большой завал спада второго импульса из-за сильно выраженного явления дисперсии. Если учесть, что внутреннее сопротивление генератора импульсов не равно нулю, то можно отметить хорошее совпадение рассчитанных импульсов с реальными.

Помимо упомянутой, испытания проводились с другой ИЛ ($L/2=30$ мкГ, $C=0,05$ мкФ, $\rho=34,7$ Ом, $n=10$),

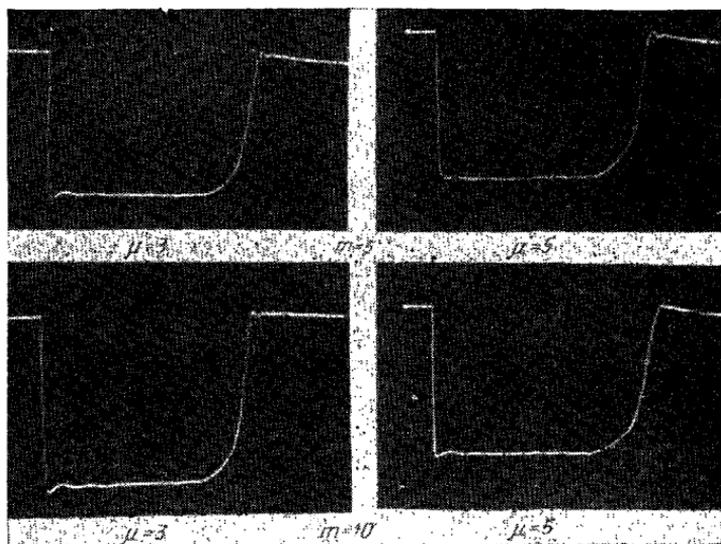


Рис. 3.10. Осциллограммы импульсов на несогласованной нагрузке при разных значениях μ и m .

при этом получались результаты, аналогичные описанным выше.

При $m > 1$ и $\mu > 1$ эксперименты проводились в схеме импульсного модулятора на рис. 1.1. В качестве КЭ применялся транзистор типа КТ-803, работавший в режиме отсечки. Схема ИМ использовалась для того, чтобы более точно измерить амплитуду осцилляций на вершине импульса. При возбуждении линии от генератора импульса такой возможности не было, так как при сильном шунтировании выхода генератора уменьшалась амплитуда импульса. Одновременно пришлось использовать другую ИЛ с большей длительностью импульса

($L/2=30$ мкГ, $C=0,05/3$ мкФ, $n=10$, $\rho=60$ Ом), чтобы в меньшей мере проявлялись инерционные свойства транзистора. Полученные осциллограммы представлены на рис. 3.10.

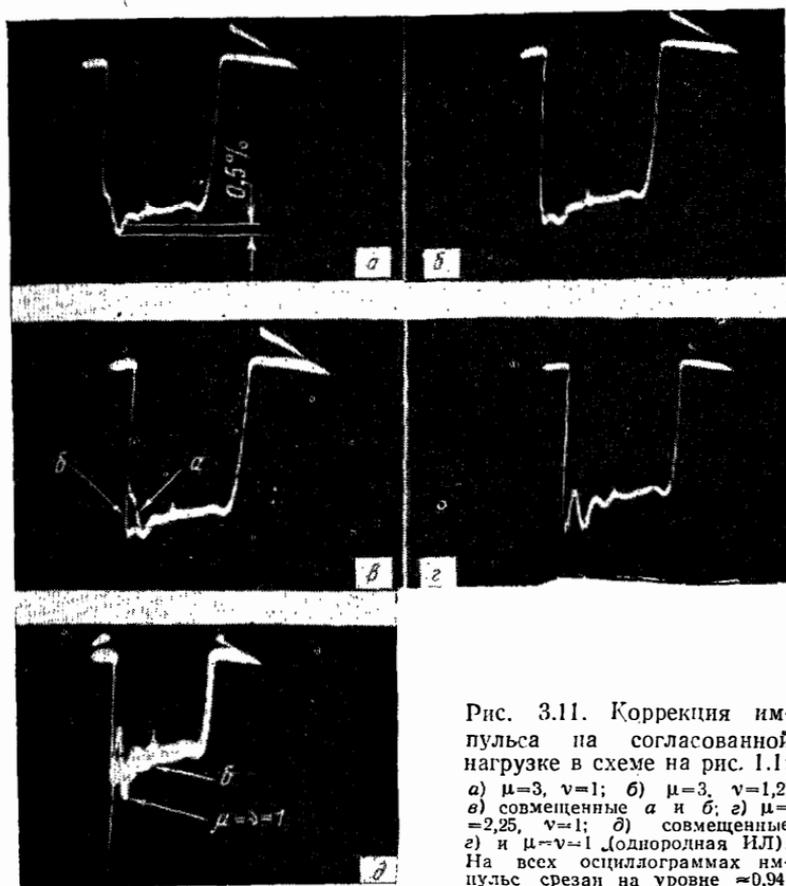


Рис. 3.11. Коррекция импульса на согласованной нагрузке в схеме на рис. 1.1: а) $\mu=3$, $\nu=1$; б) $\mu=3$, $\nu=1,2$; в) совмещенные а и б; г) $\mu=2,25$, $\nu=1$; д) совмещенные а) и б) и $\mu=\nu=1$ (однородная ИЛ). На всех осциллограммах импульс срезан на уровне $\approx 0,94$.

Проводились также измерения амплитуды первого выброса на вершине импульса. Приведем результаты эксперимента, в скобках для сравнения укажем расчетные значения: при $m=5$ для $\mu=3$ $\epsilon_1=3,8\%$ (3,62%), для $\mu=5$ $\epsilon_1=0,5\%$ (0,44%); при $m=10$ для $\mu=3$ $\epsilon_1=3,8\%$ (3,68%), для $\mu=5$ $\epsilon_1=2\%$ (1,9%). Сопоставляя графики на рис. 3.7 и осциллограммы на рис. 3.10, а так-

же результаты измерений осцилляций на вершине, устанавливаем, что они хорошо совпадают.

В процессе эксперимента производилась коррекция формы импульса на нагрузке при одновременном изменении индуктивности и емкости первой ячейки. При этом использовался импульсный модулятор по схеме на рис. 1.1. Параметры ИЛ: $L/2=30$ мкГ, $C=0,05/3$ мкФ, $n=10$. Импульсы наблюдались на осциллографе С1-15. Для подробного исследования микроструктуры вершины импульса амплитуда его была срезана примерно на уровне $0,93 \div 0,94$ с помощью дифференциального предусилителя С1-15/2. Полученные осциллограммы представлены на рис. 3.11.

На рис. 3.11,а показан импульс, скорректированный только увеличением первой индуктивности удвоенного значения. Можно заметить, что осцилляции на вершине импульса не превышают 0,5%, но имеется большое затягивание фронта и даже излом вблизи стационарного значения. При обсуждении табл. 3.3 отмечалось, что действительно резкое замедление нарастания напряжения наблюдается вблизи установившегося значения. Осциллограмма на рис. 3.11,а подтверждает это.

На рис. 3.11,б представлен импульс, скорректированный изменением индуктивности и емкости первой ячейки. При этом первая индуктивность вдвое больше остальных ($\mu=3$), а первая емкость на 10% ($\nu=1,2$) превышает другие. На рис. 3.11,в изображены совмещенные осциллограммы а и б. Из рисунка видно, что дополнительная емкость как бы заполняет «вырыв» на фронте импульса и, кроме того, снижает колебания до 0,3%. При коррекции «вырыва» только изменением $L_1=1,63L$ ($\mu=2,25$) осцилляции на вершине импульса составляют 1,5% (рис. 3.11,г).

На рис. 3.11,д показаны две совмещенные осциллограммы: одна — для однородной ИЛ ($\mu=\nu=1$), другая — для ИЛ с коррекцией (рис. 2.11,б) с помощью $L_1=2L$ и $C_1=1,1C$. На всех осциллограммах виден спад вершины импульса, который обусловлен, как мы покажем в гл. 5, потерями в индуктивностях ИЛ.

РАБОТА ИСКУССТВЕННОЙ ЛИНИИ
НА КОМПЛЕКСНУЮ НАГРУЗКУ

В гл. 2 и 3 нагрузка ИЛ считалась активной. Реальная нагрузка модулятора не является чисто активной, она имеет комплексный характер главным образом из-за шунтирующей паразитной емкости. Кроме того, в ряде случаев нагрузка подключается к ИЛ через импульсный трансформатор (ИТ). Поэтому необходимо выяснить влияние активной и реактивных составляющих нагрузки на форму импульса. Для этого рассмотрим схему на рис. 4.1, где L_d — индуктивность рассеяния ИТ (она играет ту же роль, что и дополнительная индуктивность на входе ИЛ), L_n — индуктивность намагничивания ИТ, C_n — емкость, параллельная нагрузке, она складывается из паразитных емкостей ИТ и нагрузки R .

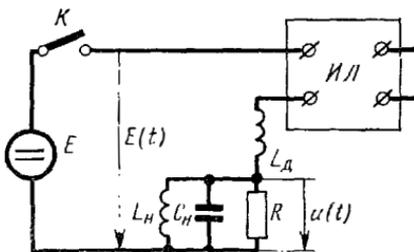


Рис. 4.1. Эквивалентная схема импульсного модулятора для расчета напряжения на комплексной нагрузке.

4.1. Уравнения, описывающие форму импульса
на комплексной нагрузке

Введем обозначения для параллельных нагрузке нормированных емкости σ и индуктивности λ : $\sigma = \omega_0 C_n R = m\chi$, где $\chi = C_n / 0,5C$, $\lambda = R / \omega_0 L_n = mL / 2L_n$. Считая, что на вход ИЛ, включенной последовательно с комплексной нагрузкой, подается единичный скачок напряжения, и используя методику, изложенную в гл. 2, получаем выражение для напряжения на нагрузке в операторной форме

$$u_1(p) = - \frac{m/(1 + p^2 + \lambda/p)}{m/(1 + p^2 + \lambda/p) + \mu p + \sqrt{1 + p^2}} [1 - (1 - \kappa) e^{-2\gamma n} - \kappa(1 - \kappa) e^{-4\gamma n} - \kappa^2(1 - \kappa) e^{-6\gamma n}] E(p), \quad (4.1)$$

где коэффициент отражения

$$\kappa = \frac{m(1 + p^2 + \lambda/p) + \mu p + \sqrt{1 + p^2}}{m(1 + p^2 + \lambda/p) - \mu p + \sqrt{1 + p^2}}, \quad (4.2)$$

а характеристическая постоянная γ определяется выражением (2.3) или (2.4).

Если в написанных уравнениях положить $\sigma=0$, $\lambda=0$, то получим выражение для напряжения на активной нагрузке. По причинам, указанным в гл. 2, сначала рассмотрим влияние реактивных компонент нагрузки на форму импульса при $m=1$, а затем проведем исследования для произвольного значения R ($m \neq 1$).

Так как при $m=1$ влияние компонент, содержащих множители $e^{-4\gamma n}$, $e^{-6\gamma n}$ и т. д., на форму импульса незначительно, вместо (4.1) напомним выражение

$$u(p) = u_1(p) - u_2(p), \quad (4.3)$$

где

$$u_1(p) = \frac{1(1 + p\sigma + \lambda/p)}{1/(1 + p\sigma + \lambda/p) + \mu p + \sqrt{1 + p^2}} E(p), \quad (4.4)$$

$$u_2(p) = u_1(p) (1 - \chi) e^{-2\gamma n}. \quad (4.5)$$

Из-за сложности вычислений не будем исследовать (4.4) и (4.5) при произвольных значениях μ , σ , λ , ограничимся только значением $\mu=1$ при $\lambda=0$. Позже будет показано, что присутствие большой шунтирующей индуктивности L_n , что, как правило, обеспечивается конструкцией ИТ (λ — мало), приводит лишь к спаду вершины импульса. Кроме того, $\mu=1$ не означает единственного значения индуктивности рассеяния ИТ $L_d=L/2$, так как ее можно по-разному распределить между индуктивностью первой ячейки и индуктивностью рассеяния ИТ.

4.2. Фронт импульса при малых временах

Прежде чем отыскивать временную функцию $u_1(t)$, описывающую падающую волну на нагрузке при t , изменяющемся от 0 до ∞ , рассмотрим $u_1(t)$ при малых временах, для чего представим ее в виде ряда по степеням t . Исследования показали, что такой ряд можно получить при любых значениях параметров m , μ и χ , поэтому будем исходить из следующего выражения:

$$u_1(p) = \frac{m}{m + (1 + m\chi p)(\mu p + \sqrt{1 + p^2})} E(p).$$

Представим это выражение в виде ряда по отрицательным степеням p . Во временном выражении ограничимся

членами ряда до t^5 , поэтому в операторном выражении надо учесть члены до $1/p^6$. После замены $E(p) = 1/p$ и некоторых преобразований представим $u_1(p)$ в следующем виде:

$$u_1(p) = \frac{1}{(1+\mu)\chi p^3} \left\{ 1 + \frac{\alpha_1}{p} + \frac{\alpha_2}{p^2} + \frac{\alpha_3}{p^3} \right\}^{-1},$$

где коэффициенты ряда связаны с исходными параметрами следующими равенствами:

$$\alpha_1 = \frac{1}{m\chi}; \quad \alpha_2 = \frac{1+\chi^2}{(1+\mu)\chi}, \quad \alpha_3 = \frac{1/2m}{(1+\mu)\chi}.$$

После применения бинома Ньютона получим

$$u_1(p) = \frac{1}{(1+\mu)\chi} \left\{ \frac{1}{p^3} - \frac{\alpha_1}{p^4} (-\alpha_2 + \alpha_1^2) \frac{1}{p^5} + \right. \\ \left. + (-\alpha_3 + 2\alpha_1\alpha_2 - \alpha_1^3) \frac{1}{p^6} \right\}.$$

Этому выражению соответствует временная функция в виде ряда по степеням t :

$$u_1(t) = \frac{1}{(1+\mu)\chi} \left\{ \frac{t^2}{2!} - \alpha_1 \frac{t^3}{3!} + (-\alpha_2 + \alpha_1^2) \frac{t^4}{4!} + \right. \\ \left. + (-\alpha_3 + 2\alpha_1\alpha_2 - \alpha_1^3) \frac{t^5}{5!} \right\}.$$

При малом t в этом ряде можно сохранить только первый член

$$u_1(t) = \frac{1}{(1+\mu)\chi} \frac{t^2}{2!}.$$

Таким образом, мы видим, что при малых t фронт импульса описывается квадратичной параболой. Это можно объяснить процессом заряда емкости χ , шунтирующей нагрузку, через индуктивность $(1+\mu)$, которая состоит из индуктивности первого звена ИЛ и дополнительной индуктивности μ . Из гл. 3 легко убедиться, что при отсутствии емкости, шунтирующей нагрузку, фронт импульса при малых t парастал линейно:

$$u_1(t) = mt/(1+\mu).$$

Как показали вычисления, приводимые дальше, при наличии дополнительной индуктивности μ и шунтирующей нагрузку емкости σ фронт импульса получает некоторое запаздывание t_0 . Величина t_0 характеризует искажение фронта в самом грубом приближении, т. е. когда он трактуется как внешнее воздействие $E(t)$ в виде еди-

ничного скачка, но с запаздыванием на время t_0 . Определение t_0 необходимо еще и потому, что оно является параметром падающей волны. Кроме того, определение t_0 полезно для составления выражения $u_2(t)$, описывающего волну, отраженную от разомкнутого конца ИЛ.

Для определения t_0 введем коэффициент передачи $K(p)$ на входе ИЛ, который связывает функции воздействия $E(p)$ и падающей волны $u_1(p)$:

$$u_1(p) = K(p) E(p),$$

где $K(p) = m/[m + (1 + m\gamma p)(\mu p + \sqrt{1 + p^2})]$.

Для определения t_0 предположим, что $K(p)$ описывает идеальное запаздывающее звено:

$$K(p) = K(0) e^{-pt_0}, \quad (4.6)$$

и рассмотрим $K(p)$ при $p \rightarrow 0$. Для этого представим левую и правую части последнего равенства в виде двух членов ряда по p :

$$K(0) + K'(0)p = K(0)(1 - pt_0).$$

Отсюда находим выражение для времени запаздывания

$$t_0 = -K'(0)/K(0).$$

Вычисления дают следующий результат:

$$\begin{aligned} K(0) &= m/(m + 1), \\ K'(0) &= -K(0)(\mu + m\gamma)/(m + 1). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Отсюда получаем

$$t_0 = (\mu + m\gamma)/(m + 1) = (\mu + \chi)/(m + 1). \quad (4.8)$$

Равенство (4.8) показывает, что присутствие емкости χ , шунтирующей нагрузку, приводит к увеличению времени запаздывания фронта падающей волны. В этой главе мы будем часто считать $\mu = 1$ и $m = 1$, тогда

$$t_0 = (1 + \chi)/2.$$

4.3. Зависимость фронта импульса от емкости, шунтирующей нагрузку, согласованную с характеристикой ячейки ρ

Операционное выражение для падающей волны на нагрузке (4.4) при $m = 1$, $\mu = 1$, $\lambda = 0$ принимает вид

$$u_1(p) = \frac{1}{1 + (1 + \rho\sigma)(p + \sqrt{1 + p^2})} E(p). \quad (4.9)$$

Заменив $\tilde{E}(p) = 1/p$ и выполнив некоторые преобразования, получим

$$u_1(p) = \frac{1 - (1 + p\alpha)(\sqrt{1 + p^2} - p)}{\sigma(2 - \sigma)p^2(p + \alpha)}, \quad (4.10)$$

$$\text{где } \alpha = 2(1 - \sigma)/\sigma(2 - \sigma). \quad (4.11)$$

Структура (4.10) аналогична структуре других операционных выражений, которые исследовались раньше. Например, оно близко к (3.51) по характеру входящих в него операционных компонент, даваемых операционными соответствиями (3.53) и (3.54). Поэтому можно сразу написать временную функцию, соответствующую (4.10):

$$u_1(t) = \frac{1}{\sigma(2 - \sigma)\alpha} \left\{ t - \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha} - \int_0^t \left[t - \tau - \frac{1 - e^{-\alpha(t-\tau)}}{\alpha} + \sigma(1 - e^{-\alpha(t-\tau)}) \right] X(\tau) d\tau \right\}, \quad (4.12)$$

где $X(\tau) = J_1(\tau)/\tau$.

При некоторых частных значениях σ , а именно при $\sigma = 0, 1, 2$, в выражении (4.12) необходимо рассматривать предельные переходы. Однако форма выражения такова, что упомянутые предельные переходы можно найти очень быстро и наглядно. Поэтому оставим (4.12) именно в этом виде.

При $\sigma = 0$, $\alpha = 1/\sigma \rightarrow \infty$, $\alpha\sigma = 1$ из (4.12) следует известное выражение (3.8), описывающее фронт и вершину импульса при $m = 1$.

При $\sigma = 1$, $\alpha = 0$ получаем

$$u_1(t) = \frac{t^2}{2} - \int_0^t \left[\frac{(t - \tau)^2}{2} + t - \tau \right] X(\tau) d\tau. \quad (4.13)$$

При $\sigma = 2$, $\alpha \rightarrow -1/(2 - \sigma) \rightarrow \infty$, $\alpha(2 - \sigma) = -1$ находим

$$u_1(t) = -\frac{t}{2} + \int_0^t \left(\frac{t - \tau}{2} + 1 \right) X(\tau) d\tau. \quad (4.14)$$

Для построения фронта и вершины импульса необходимо найти выражение для производной $u'_1(t)$. Это выражение можно получить разными способами: либо

составляя операционное выражение для производной, а затем определяя соответствующую ему временную функцию, либо непосредственно из равенства (4.12), используя правило дифференцирования под знаком интеграла. В последнем случае получим

$$u'_1(t) = \frac{1}{\sigma(2-\sigma)} \left\{ \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha} - \int_0^t \left[\frac{1-e^{-\alpha(t-\tau)}}{\alpha} + \tau e^{-\alpha(t-\tau)} \right] \times \right. \\ \left. \times X(\tau) d\tau \right\}. \quad (4.15)$$

Рассмотрим это выражение при упомянутых выше значениях σ . При $\sigma=1$, $\alpha=0$

$$u'_1(t) = t - \int_0^t (t-\tau+1) X(\tau) d\tau. \quad (4.16)$$

После простых преобразований, замены пределов интегрирования и привлечения тождества из теории функций Бесселя $J_1(t) = -J'_0(t)$ получаем

$$u'_1(t) = (t+1) \int_t^\infty X(\tau) d\tau - J_0(t). \quad (4.17)$$

При $\sigma=2$, $\alpha \rightarrow \infty$, $\alpha(2-\sigma) = -1$ находим

$$u'_1(t) = X(t) - \frac{1}{2} \int_t^\infty X(\tau) d\tau. \quad (4.18)$$

При составлении этого выражения было принято во внимание, что из второй экспоненты под интегралом в (4.15) образуется δ -функция по формуле

$$\alpha e^{-\alpha t} \rightarrow \delta(t). \quad (4.19)$$

Составим выражение для отраженной волны согласно (4.5). Для упрощения задачи считаем $\kappa=0$, т. е. при $m=1$ не будем учитывать некоторый эффект отражения падающей волны от нагрузки на входе ИЛ. Тогда вместо (4.5) имеем

$$u_2(p) = u_1(p) e^{-2\gamma n}. \quad (4.20)$$

Из этого равенства ясно, что главную роль в искажении фронта отраженной волны играет экспоненциальный множитель $e^{-2\gamma n}$. Если учесть, что

$$e^{-\gamma/2} = \sqrt{1+p^2} - p,$$

и предположить, что экспонента $e^{-\gamma/2}$ характеризует идеальное запаздывающее звено, то надо заменить $\gamma \rightarrow 2\rho$. Это значит, что каждое звено ИЛ вносит запаздывание, равнос 2 (в безразмерных единицах), а волна, пробежавшая по ИЛ с числом звеньев n в прямом и обратном направлениях, получает запаздывание $4n$. Учитывая, что входная цепь вносит запаздывание для фронта падающей волны, характеризуемое t_0 , получим общее время запаздывания для фронта отраженной волны $(4n + t_0)$. С другой стороны, мы знаем, что отраженная волна для ИЛ при единичном скачке напряжения на ее входе описывается интегральной функцией Бесселя порядка $4n$. Поэтому можно предположить, что с учетом влияния входной цепи отраженная волна будет хорошо описываться аналогичной формулой при замене $4n$ на $(4n + t_0)$:

$$u_2(t) = \frac{1}{2} \int_0^t (4n + t_0) \frac{J_{4n+t_0}(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (4.21)$$

Это выражение можно объяснить следующим образом: для упрощения задачи мы заменим цепь на входе ИЛ эквивалентным звеном, вносящим запаздывание t_0 , остальные параметры которого совпадают с параметрами звеньев ИЛ, т. е., говоря иначе, мы пренебрегаем неоднородностью входной цепи относительно ИЛ.

На рис. 4.2 представлено семейство графиков падающей волны при $m=1$, построенных для $\sigma=0, 1, 2$ по (4.12). На рис. 4.3 представлены импульсы на нагрузке при $n=10$ и $\sigma=1, 2$. Поскольку отраженная волна зависит от n , то и универсальность безразмерного времени на рис. 4.2 теряется при переходе к рис. 4.3, где взято другое нормированное время t_1/τ .

Из рисунков видно, что емкость, шунтирующая нагрузку, искажает не только фронт импульса, но и его вершину. Для иллюстрации влияния C_H на форму импульса приведем величины относительной амплитуды осцилляций на вершине при разных значениях σ . В скоб-

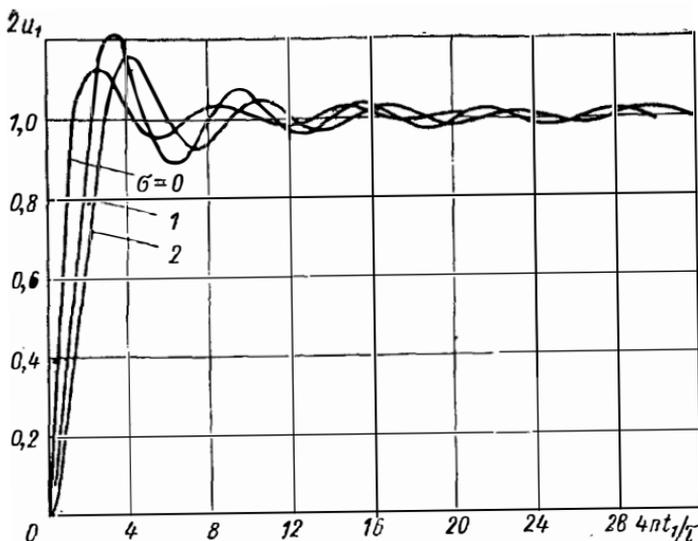


Рис. 4.2. Фронт и вершина импульса на комплексной нагрузке для трех значений емкости, шунтирующей нагрузку $C_H = \sigma C/2$, при включении дополнительной индуктивности $L_d = L/2$, индуктивность, параллельная нагрузке, не включена ($L_H = \infty$) (рис. 4.1).

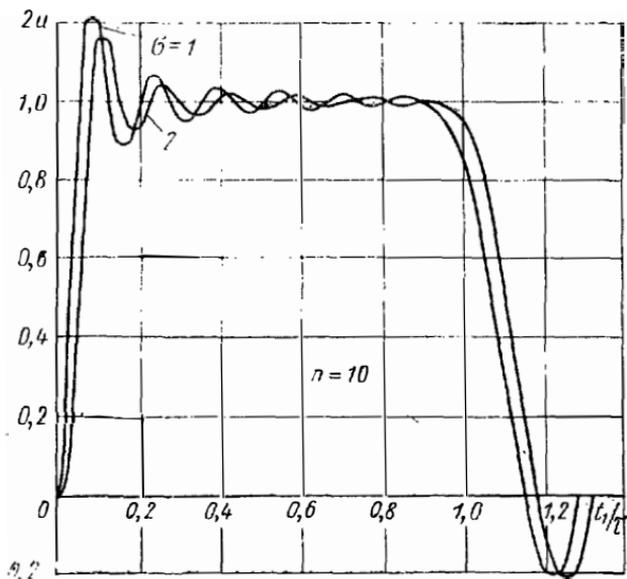


Рис. 4.3. Форма импульса на комплексной нагрузке для двух значений емкости, шунтирующей нагрузку $C_H = \sigma C/2$, при $L_d = L/2$, $L_H = \infty$ и $n=10$.

как для сравнения укажем те же величины для $\sigma=0$. При $\sigma=1$ первый выброс достигает 21,4% (12,3%), первая впадина — 11,4% (5%), второй выброс — 6,5% и впадина — 4,5% (1,8%) и т. д. При $\sigma=2$ первый выброс достигает 15,6%, первая впадина — 7,6%, второй выброс — 4,7% и впадина — 3,3% и т. д.

Междецильное время длительности фронта также увеличивается с ростом σ . Из рис. 4.2 видно, что при $\sigma=1$

$$t_{1\phi} = 1,55\tau/4n, \quad (4.22)$$

при $\sigma=2$

$$t_{1\phi} = 2,02\tau/4n. \quad (4.23)$$

Напомним, что согласно (3.17) при $\sigma=0$, $t_{1\phi} = 1,22\tau/4n$.

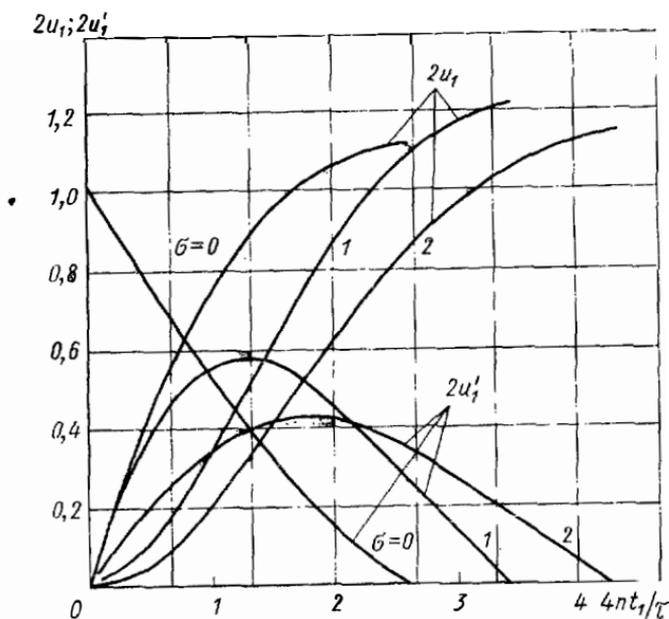


Рис. 4.4. Фронт импульса для трех значений емкости, шунтирующей нагрузку $C_{ш} = \sigma C/2$, и соответствующая им крутизна $u'_1(t)$.

На рис. 4.4 показаны графики крутизны $u'_1(t)$ и повторен рис. 4.2, при этом масштаб по оси абсцисс более растянут. Интересно отметить, что несмотря на заметное увеличение длительности фронта импульса при $\sigma=1$

и $\sigma=2$ относительно $\sigma=0$ крутизна фронта на уровне, близком к стационарному ($0,7-0,9 u_1$), почти такая же, как и при $\sigma=0$. Это указывает на то, что шунтирующая емкость не столько заваливает фронт импульса, сколько вносит запаздывание.

На рис. 4.5 показана зависимость относительной амплитуды первого выброса от величины нормированной емкости σ . Вычисления производились по формуле

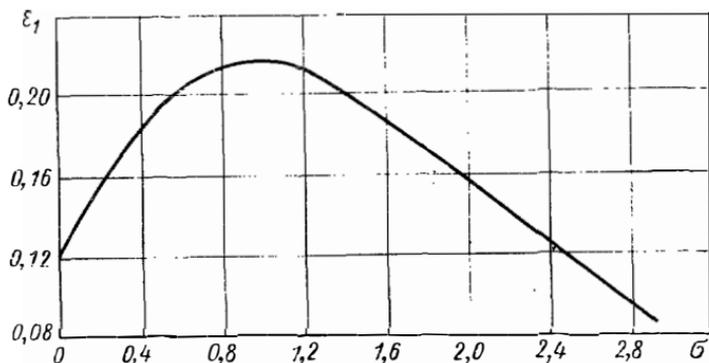


Рис. 4.5. Зависимость относительной амплитуды первого выброса на вершине импульса от коэффициента σ , характеризующего емкость, шунтирующую нагрузку.

(4.12) для ряда значений σ (с шагом $\sigma=0,2$). Из рисунка видно, что первый выброс, а значит, и все осцилляции на вершине максимальны при $\sigma=1$. Учитывая, что при $m=1$ $\chi=C_{\text{п}}/0,5C$, видим, что $\sigma=1$ соответствует $C_{\text{п}}=C/2$, т. е. осцилляции на вершине будут максимальны при $C_{\text{п}}$, равной половине емкости ячейки ИЛ. Поскольку емкость ячейки $C=\tau/2nR$, то отсюда следует, что значения $\sigma=1$ можно избежать, выбирая соответствующее число ячеек n . Из рис. 4.5 видно, что при заданной $C_{\text{п}}$ первый выброс не превысит значения, соответствующего $\sigma=0$ (12,3%), если увеличить число ячеек в 2,4 раза относительно $\sigma=1$ (21,4%).

Следует указать, что полученные результаты отличаются от опубликованных в некоторых работах, в которых рассматривались переходные процессы в ИЛ при нагрузке, приведенной на рис. 4.1, но без $L_{\text{п}}$. При этом ИЛ заменялась активным сопротивлением, равным характеристике ячейки ρ . При этом рекомендовалось для

получения минимального времени установления импульса при $R = \rho$ выполнять соотношение

$$R = \sqrt{L_d / C_{\text{н}}} . \quad (4.24)$$

При этом осцилляции на вершине импульса равны 4%. Изменение $C_{\text{н}}$ в обе стороны от значения, при котором выполняется условие (4.24), приводит к уменьшению осцилляций, но к увеличению времени установления импульса. В нашем же случае для выполнения (4.24) при $L_d = L/2$ следует положить $C_{\text{н}} = C/2$. Однако было установлено из рис. 4.2, что при таком значении $C_{\text{н}}$ осцилляции на вершине максимальны и достигают 21,4%, при этом время установления импульса отличается от минимального значения. Причем оно увеличивается с увеличением емкости $C_{\text{н}}$. Разница в полученных результатах объясняется тем, что характеристическое сопротивление ω ИЛ считалось независимым от частоты и равным ρ .

4.4. Зависимость формы импульса от емкости, шунтирующей нагрузку, не согласованную с характеристикой ячейки ρ

По причинам, указанным в § 3.5, найдем решение только для $u_1(t)$. Операционное выражение (4.4) при $m \neq 1$, $\mu = 1$ и $\lambda = 0$ и заменив $E(p) = 1/p$ принимает вид

$$u_1(p) = m/p [m + (1 + p\sigma)(p + \sqrt{1 + p^2})] . \quad (4.25)$$

Выполняя стандартные преобразования получим

$$u_1(p) = \frac{m [m - (1 + \sigma p)(\sqrt{1 + p^2} - p)]}{p (b_0 p^2 + b_1 p + b_2)} . \quad (4.26)$$

В знаменателе содержится полином второй степени, его коэффициенты связаны с исходными параметрами задачи равенствами

$$b_0 = \sigma(2m - \sigma) = m^2 \gamma (2 - \gamma); \quad (4.27)$$

$$b_1 = 2(m - \sigma) = 2m(1 - \gamma); \quad b_2 = m^2 - 1.$$

Представим указанный полином в виде произведения простых множителей, содержащих его корни:

$$b_0 p^2 + b_1 p + b_2 = b_0 (p + \alpha_1) (p + \alpha_2) . \quad (4.28)$$

Корни определяются из равенства

$$\alpha_{1,2} = (-1 \pm \chi \pm \theta) m / b_0, \quad (4.29)$$

$$\text{где } \theta = \sqrt{1 - b_0}. \quad (4.30)$$

Подставляя (4.28) в (4.26), получаем

$$u_1(p) = \frac{m}{b_0} \frac{m - (1 + \sigma p)(\sqrt{1 + p^2} - p)}{p(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)} \quad (4.31)$$

Это выражение похоже на (3.65), которое уже было исследовано. Во всяком случае, (4.31) можно разложить на аналогичные компоненты, и поэтому можно использовать временные соответствия, которые применялись при исследовании (3.65). Поэтому напомним сразу временную функцию, соответствующую (4.31),

$$u_1(t) = \frac{m}{b_0(\alpha_1 - \alpha_2)} \left\{ m \left(\frac{1 - e^{-\alpha_2 t}}{\alpha_2} - \frac{1 - e^{-\alpha_1 t}}{\alpha_1} \right) - \int_0^t \left[\frac{1 - e^{-\alpha_2(t-\tau)}}{\alpha_2} - \frac{1 - e^{-\alpha_1(t-\tau)}}{\alpha_1} + \sigma (e^{-\alpha_2(t-\tau)} - e^{-\alpha_1(t-\tau)}) \right] X(\tau) d\tau \right\}. \quad (4.32)$$

Рассмотрим случаи вырождения решения (4.32), когда один из коэффициентов характеристического полинома b_0, b_1, b_2 обращается в нуль. При этом соответственно изменяются значения характеристических корней α_1, α_2 (обращаются в нуль, бесконечность или становятся комплексными сопряженными).

Рассмотрим характеристические корни полинома при $b_2 = 0$, что согласно (4.27) соответствует $m = 1$. Непосредственно из характеристического полинома (4.28) при $b_2 = 0$ получим значения его корней

$$\alpha_1 = 2(1 - \sigma) / \sigma(2 - \sigma); \quad \alpha_2 = 0. \quad (4.33)$$

Можно заметить, что значение одного из корней совпадает с (4.11). Простые предельные переходы в (4.32) при $\alpha_2 \rightarrow 0$ приводят к выражению (4.12) при замене обозначений α_1 на α и b_0 на $\sigma(2 - \sigma)$.

Рассмотрим характеристические корни полинома при $b_0 = 0$, что согласно (4.27) соответствует $2m = \sigma$. В этом случае полином второй степени в (4.26) вырождается

В Полином первой степени, из которого можно получить выражение для одного из характеристических корней:

$$\alpha_1 = b_2/b_1 = (1 - m^2)/2m. \quad (4.34)$$

При этом второй корень мигрирует в бесконечность:

$$\alpha_2 \rightarrow b_1/b_0 = 1/(2m - \sigma) \rightarrow \pm \infty.$$

Те же значения корней можно получить и из (4.29), (4.30), соблюдая правила предельных переходов. Таким образом, в выражении (4.32) останется одна экспонента. После небольших преобразований получим

$$u_1(t) = \frac{m^2}{m^2 - 1} \left\{ 1 - e^{-\alpha_1 t} - \frac{1}{m} \int_0^t X(\tau) d\tau + m \int_0^t e^{-\alpha_1(t-\tau)} X(\tau) d\tau \right\}. \quad (4.35)$$

Изменяя пределы интегрирования первого интеграла, придадим этому равенству более компактную форму:

$$u_1(t) = \frac{m}{m+1} - \frac{m^2}{m^2-1} e^{-\alpha_1 t} + \frac{m}{m^2-1} \int_t^\infty X(\tau) d\tau + \frac{m^2}{m^2-1} \int_0^t e^{-\alpha_1(t-\tau)} X(\tau) d\tau. \quad (4.36)$$

Для дальнейших исследований запишем выражение (4.32) в другой форме. Дело в том, что это уравнение «непрозрачно» в том смысле, что из него не видно стационарного $u_1(t \rightarrow \infty)$ и начального $u_1(0)$ значений амплитуды импульса. В (4.32) в весовых множителях при экспонентах почти отсутствуют параметры нагрузки, входящие в исходное выражение (4.26), но присутствуют корни характеристического уравнения. Исследования показали, что при замене экспонент гиперболическими функциями можно получить наглядную форму записи. Для сокращения записи введем следующие обозначения:

$$\text{csh } t = 0,5 (e^{-\alpha_1 t} + e^{-\alpha_2 t}),$$

$$\text{sinh } t = 0,5 (e^{-\alpha_2 t} - e^{-\alpha_1 t}).$$

Введенные здесь функции удобны потому, что они имеют следующие начальные значения $\text{csh } 0 = 1$, $\text{sh } 0 = 0$. Если учесть, что α_1 и α_2 есть корни квадратного характеристического уравнения, и ввести для них обозначение

$$\alpha_{1,2} = \beta \pm \alpha,$$

где

$$\beta = (-1 + \chi) / [m\chi(2 - \chi)], \quad \alpha = \theta / [m\chi(2 - \chi)],$$

что следует из (4.29), то введенные функции можно представить в виде

$$\text{csh } t = \text{ch } \alpha t e^{-\beta t}, \quad \text{sh } t = \text{sh } \alpha t e^{-\beta t}.$$

Если характеристические корни — комплексные сопряженные, т. е. величина α мнимая:

$$\alpha = i\alpha_m,$$

где $\alpha_m = \theta_1 m / b_0$,

$$\theta_1 = \sqrt{b_0 - 1}, \quad (4.37)$$

то гиперболические функции переходят в тригонометрические. В этом случае используем для новых функций те же обозначения, но без буквы h , а именно:

$$\text{csh } t = \text{cs } t, \quad \text{sh } t = i \text{sn } t.$$

Таким образом, будем иметь

$$\text{cs } t = \cos \alpha_m t e^{-\beta t}, \quad \text{sn } t = \sin \alpha_m t e^{-\beta t}.$$

Говоря иначе, введенные функции есть гармонические функции с затуханием по показательному закону. Преимуществом этого обозначения является более компактная форма записи.

После введения указанных обозначений и преобразований выражение (4.32) приобретает вид

$$\begin{aligned} u_1(t) = & \frac{m^2}{m^2 - 1} \left[1 - \text{csh } t + (1 - \chi) \frac{\text{sh } t}{\theta} \right] - \\ & - \frac{m}{m^2 - 1} \int_0^t \left[1 - \text{csh}(t - \tau) + \right. \\ & \left. + (1 - m^2 \chi) \frac{\text{sh}(t - \tau)}{\theta} \right] X(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Напомним, что здесь

$$\theta = \sqrt{1 - b_0} = \sqrt{1 - m^2 \chi(2 - \chi)}.$$

Из (4.30) следует, что при $b_0 > 1$ характеристические корни полинома становятся комплексными сопряженными, т. е. величина α получается мнимой. Тогда вместо (4.38) получаем

$$u_1(t) = \frac{m^2}{m^2 - 1} \left[1 - \cos t + (1 - \gamma) \frac{\sin t}{\beta_1} \right] - \\ - \frac{m}{m^2 - 1} \int_0^t \left[1 - \cos(t - \tau) + (1 - m^2 \gamma) \frac{\sin(t - \tau)}{\beta_1} \right] X(\tau) d\tau. \quad (4.39)$$

Рассмотрим (4.39), когда обращается в нуль вещественная часть корней $\beta = 0$. Это соответствует $\sigma = m$. Такое положение возникает, когда между емкостью, шунтирующей нагрузку, и емкостью звена справедливо соотношение $C_{ш} = C/2$, т. е. $\chi = 1$. Тогда согласно (4.27) $b_1 = 0$, $b_0 = m^2$, а из (4.37) следует

$$\alpha_m = \sqrt{m^2 - 1}/m. \quad (4.40)$$

С учетом условия $\beta = 0$ и равенства (4.40) вместо (4.39) получим

$$u_1(t) = \frac{2 \sin^2 \alpha_m t / 2}{\alpha_m^2} - \int_0^t \left[\frac{2 \sin^2(t - \tau) \alpha_m / 2}{m \alpha_m^2} + \right. \\ \left. + \frac{\sin(t - \tau) \alpha_m}{\alpha_m} \right] X(\tau) d\tau. \quad (4.41)$$

Из выражения (4.41) видно, что при $\alpha_m \rightarrow 0$ ($m = 1$) оно вырождается в полученную выше формулу (4.13). С другой стороны, можно рассмотреть это выражение при $m \rightarrow \infty$ (сопротивление нагрузки велико). Физически это означает, что при $1/m \rightarrow 0$ и $\sigma/m = \chi = C_{ш}/0,5C = 1$ ИЛ работает на емкость $C_{ш} = C/2$, шунтированную малой активной проводимостью $1/R$. Как видно из (4.40), если пренебречь величиной $1/m^2$, то получим $\alpha_m = 1$ и тогда (4.41) приобретает вид

$$u_1(t) = 2 \sin^2 \frac{t}{2} - \int_0^t \left[\sin(t - \tau) + \frac{2}{m} \sin^2 \frac{(t - \tau)}{2} \right] X(\tau) d\tau. \quad (4.42)$$

Для упрощения этого равенства применим тригонометрическое тождество $2\sin^2\alpha/2=1-\cos\alpha$ и следующие свертки $\sin t$ и $\cos t$ с функцией $X(t)=J_1(t)/t$:

$$\int_0^t \sin(t-\tau) X(\tau) d\tau = J_0(t) - \cos t,$$

$$\int_0^t \cos(t-\tau) X(\tau) d\tau = \sin t - J_1(t).$$

Кроме того, используем $X(t) = J_0(t) - J_1'(t)$. Тогда вместо (4.42) получим

$$u_1(t) = 1 - J_0(t) - \frac{1}{m} \left[\int_{-1}^t J_0(\tau) d\tau - \sin t \right]. \quad (4.43)$$

Эта формула приобретает особо простой вид при $1/m=0$, т. е. когда нагрузка имеет чисто емкостной характер и равна половине емкости ячейки ИЛ: $C_{II}=C/2$. На рис. 4.6 представлены результаты расчетов по точной формуле (4.42) и приближенной (4.43) при $1/m=0$. Графики на этих рисунках показывают, что результаты расчетов по приближенной формуле достаточно точны. На рис. 4.6,б результаты точных и приближенных расчетов совпадают. Формулу (4.43) можно получить другим путем, если вернуться к равенству (4.26), которое после замены $\sigma=\chi m$ с учетом (4.27) приобретает вид

$$u_1(p) = \frac{1 - (1/m + \chi p) (\sqrt{1+p^2} - p)}{\chi(2-\chi)p(p^2 + 2\beta p + \nu^2)}, \quad (4.44)$$

где

$$2\beta = \frac{b_1}{b_0} = \frac{2(1-\chi)}{m\chi(2-\chi)}; \quad \nu^2 = \frac{b_2}{b_0} = \frac{1-1/m^2}{\chi(2-\chi)}. \quad (4.45)$$

Рассмотрим (4.44) при $\chi=1$, $\beta=0$. Так как условились не учитывать малые члены порядка $1/m^2$ и выше, то примем $\nu^2=1$. Тогда (4.44) приобретает вид

$$u_1(p) = [1 - (1/m + p) (\sqrt{1+p^2} - p)] / p(p^2 + 1). \quad (4.46)$$

Отсюда после привлечения простых соответствий операционного исчисления следует полученная выше формула (4.43).

Рассмотрим другой случай асимптотического преобразования формулы (4.39), когда фактор затухания β

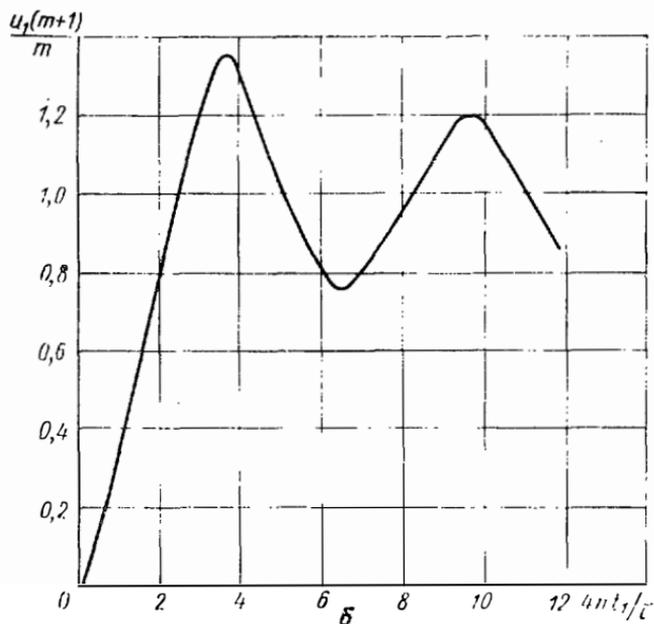
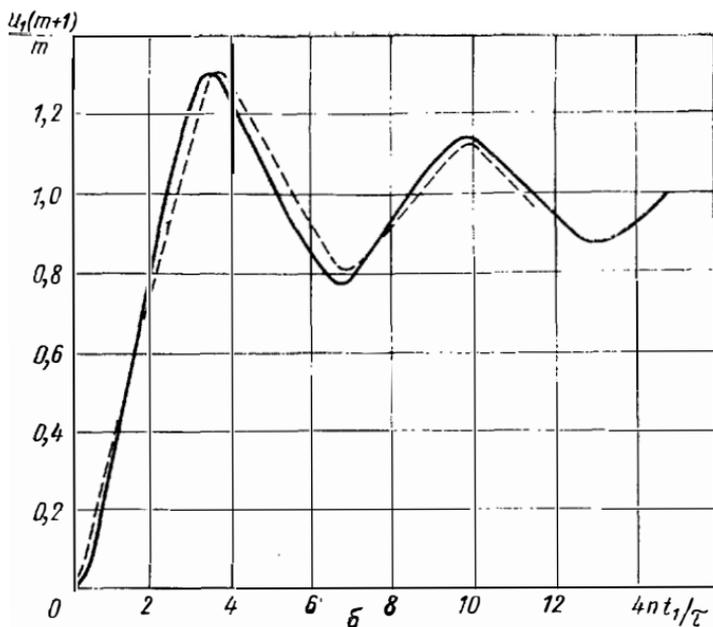


Рис. 4.6. Фронт и вершина импульса на комплексной нагрузке, рассчитанные по точной (4.42) (—) и приближенной (4.43) (---) формулам при:
 а) $m=3$, $\sigma=3$; б) $m=5$, $\sigma=5$.

мал, а частота свободных колебаний α_M велика. Тогда гармонические функции под интегралом можно считать быстро осциллирующими относительно других сомножителей

$$X(\tau) e^{-\beta(t-\tau)}.$$

Интегрируя (4.39) по частям, получим ряд по степеням малой величины $1/\alpha_M$. Покажем, какой цепи присущи указанные значения β и α_M и при каких значениях ее исходных параметров m и χ они имеют место. Ответы на перечисленные вопросы следуют из анализа формул (4.40), (4.44) и (4.45). Мы видим, что в знаменателе (4.44) содержится полином второй степени, который следует трактовать как характеристический, описывающий некоторый колебательный контур. Чтобы связать этот полином с параметрами контура, вспомним, что для обычного контура с затуханием δ и собственной частотой Ω_0 этот полином имеет вид

$$p^2 + \delta\Omega_0 p + \Omega_0^2.$$

Сопоставляя его с полиномом в (4.44), делаем вывод, что

$$\Omega_0^2 = v^2 = \frac{1}{2\chi} \frac{1 - 1/m^2}{1 - \chi/2}, \quad (4.47)$$

$$\delta = \frac{2\beta}{v} = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{2}{\chi} \frac{1 - \chi}{(1 - \chi/2)(1 - 1/m^2)}}.$$

Выражения для Ω_0 и δ содержат два множителя: главную часть и некоторую поправку. Чтобы выяснить физическое содержание этих равенств, пренебрегаем множителями, образующими поправку, что допустимо, если величины χ и $1/m^2$ малы относительно единицы. Несколько позже мы убедимся, что это действительно подтверждается. Тогда получаем

$$v = 1/\sqrt{2\chi}, \quad \delta = (1/m) \sqrt{2/\chi}. \quad (4.48)$$

Учитывая, что в операционных выражениях использовался безразмерный оператор $p \rightarrow i\omega/\omega_0$, нормированный на собственную частоту ячейки ω_0 , а также значения m и χ , найдем следующие выражения для частоты и

и затухания:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{2 \cdot 0,5LC_{II}}; \quad \delta = (1/R)\sqrt{2 \cdot 0,5L/C_{II}}.$$

Таким образом, можно предположить, что рассматривается колебательный контур с емкостью C_{II} и индуктивностью $2 \cdot 0,5L$, состоящей из дополнительной индуктивности $L_{д} = 0,5L$ (поскольку $\mu = 1$) и индуктивности первой ячейки $0,5L$. Характеристическое сопротивление ИЛ определяется, как входное сопротивление первой ячейки, так как у рассматриваемого контура частота ν велика относительно единицы (в нормированной форме), т. е. размерная частота велика относительно частоты ячейки ω_0 . Иными словами, это означает, что в данном случае формула для характеристического сопротивления

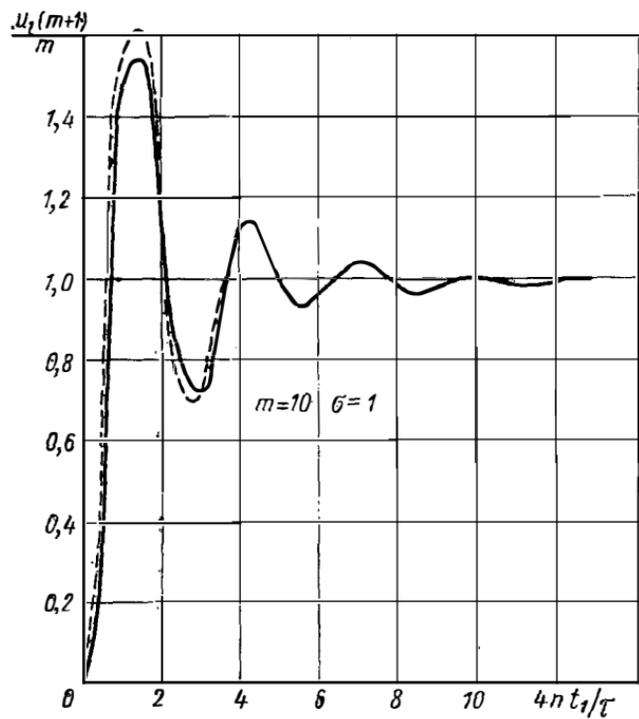
$$\omega = \rho \sqrt{1 + \rho^2} \text{ приобретает вид } \omega \approx \rho \rho \rightarrow i \omega L/2.$$

Возникает вопрос, нельзя ли получить контур, собственная частота которого низка относительно ω_0 , чтобы можно было считать $\omega = \rho$. Из формулы (4.45) следует, что такое соотношение параметров вообще невозможно потому, что для этого надо считать, что $\chi \gg 1$, а тогда частота ν становится мнимой. Таким образом, приходим к заключению, что заменять $\omega = \rho$ и при том рассматривать переходный процесс на фронте импульса как колебательный вообще нельзя.

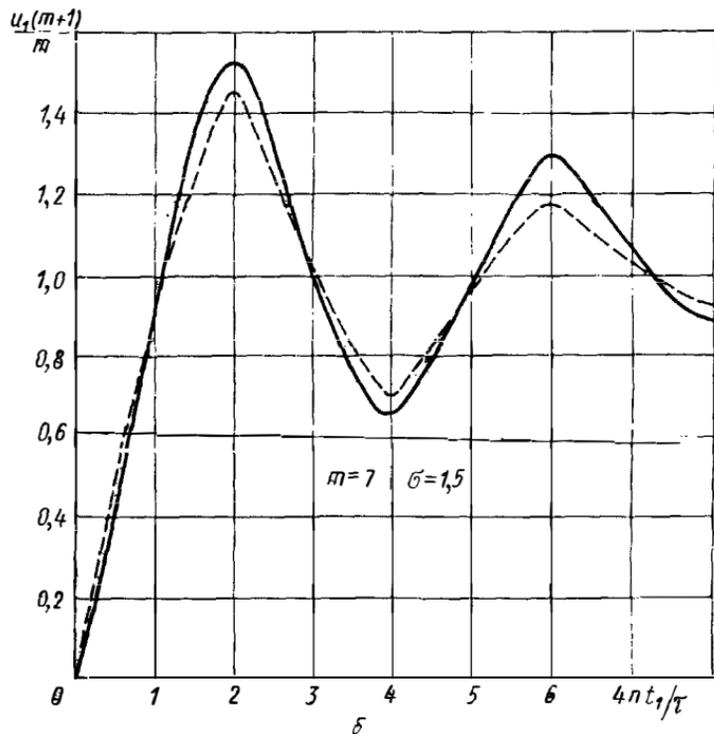
Возвращаясь к (4.48), определим, при каких значениях параметров m и χ можно считать, что ν велико, а δ мало. Допустим, что подобные соотношения можно считать выполненными, если $\nu \geq 2$, а $\delta \leq 1/2$, тогда из (4.48) следует, что при этом должно быть $(1/m) \leq (1/8)$ и $\chi \leq 1/8$. Таким образом, как и предполагалось, эти величины малы относительно единицы.

Рассмотрим временную функцию $u_1(t)$ при таком соотношении параметров. Если (4.39) интегрировать по частям, то получим выражение в виде ряда по степеням $1/a$. Если учесть малые порядка $1/a$, то с заменой $\alpha_m \rightarrow a$ получим

$$u_1(t) = \frac{m^2}{m^2 - 1} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\chi}{2} \right) \left(\cos at + \frac{\beta}{a} \sin at \right) e^{-\beta t} - \frac{1}{m} \left(\int_0^t X(\tau) d\tau - \frac{1}{2\alpha} \sin at e^{-\beta t} \right) - \chi X(t) \right\}. \quad (4.49)$$



a



б

Рис. 4.7, а, б.

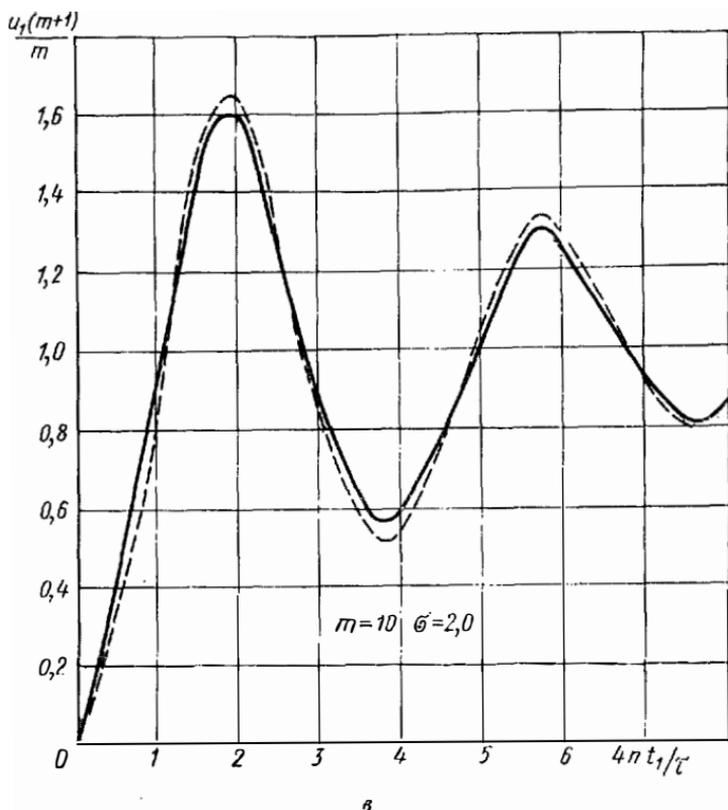


Рис. 4.7. Фронт и вершина импульса на комплексной нагрузке, рассчитанные по точной (—) и приближенной (---) формулам при различных m и σ .

При учете членов более высокого порядка малости необходимо интегрировать (4.39) по частям несколько раз, поэтому вычисления становятся сложными. В этом случае целесообразнее рассматривать операционное выражение (4.44).

На рис. 4.7 показаны результаты расчетов фронта и вершины импульса по точной (4.39) и приближенной (4.49) формулам при различных значениях σ и m . Из рисунков видно, что расчеты по приближенной формуле оказываются достаточно точными даже в случае, когда значения параметров m и σ не в полной мере соответствуют той области значений, которая дает хорошие результаты вычисления по формуле (4.49). Это относится, например, к рис. 4.7,б, где $1/m=1/7$, а $\chi=0,214 \sim 1/4,7$.

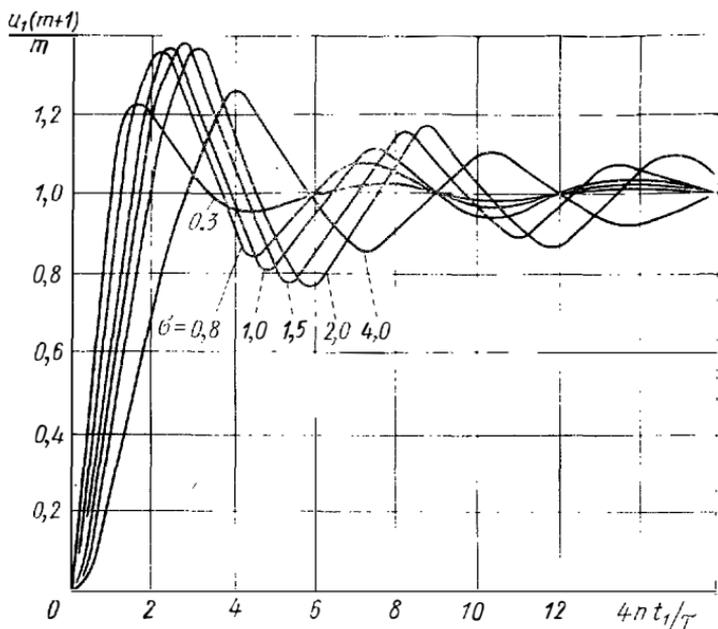
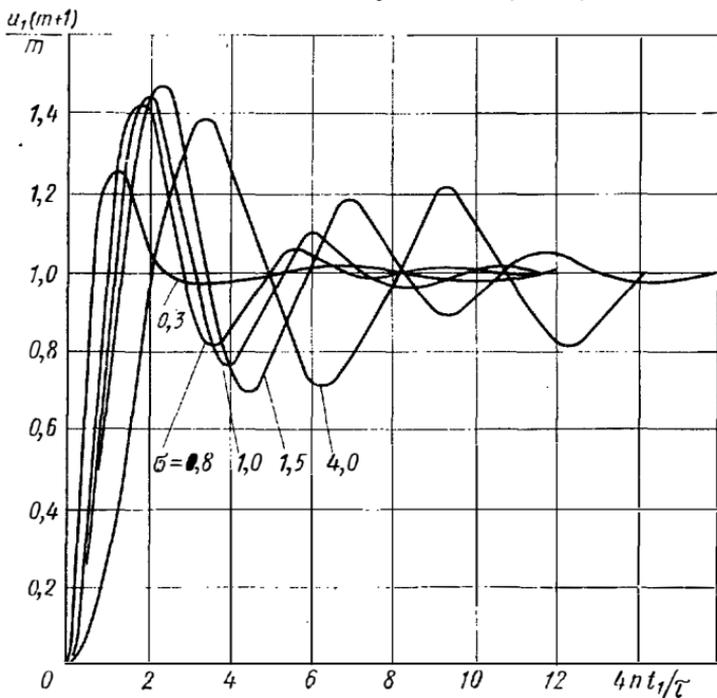
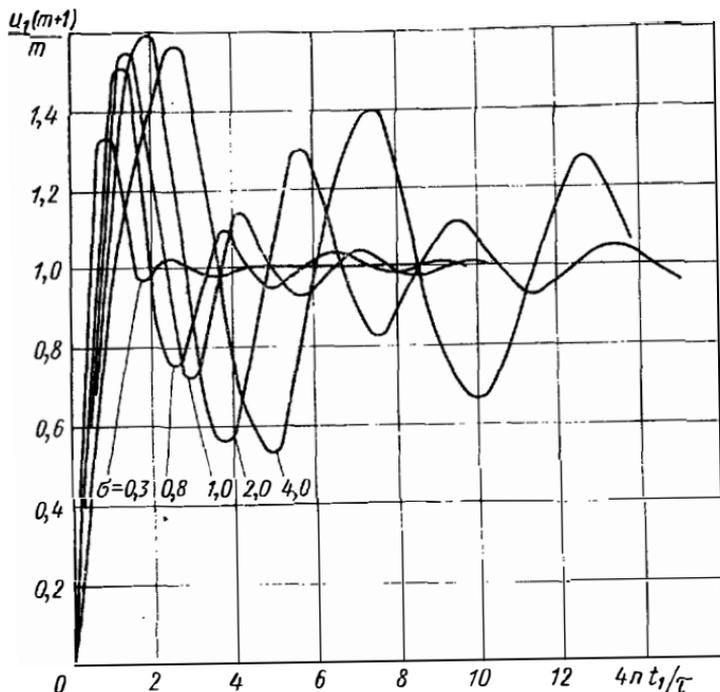


Рис. 4.8. Фронт и вершина импульса на комплексной нагрузке для нескольких значений σ при $m=3$ и $\mu=1$ (4.39).



На рис. 4.8—4.10 приведены графики фронта и вершины импульса для разных значений σ при $m=3, 5, 10$. На всех рисунках по оси ординат отложено $u_1(m+1)/m$, т. е. $u_1(t)$ нормировано к стационарному значению амплитуды импульса, по оси абсцисс — безразмерное



Фиг. 4.10. Фронт и вершина импульса на комплексной нагрузке для нескольких значений σ при $m=10$ и $\mu=1$ (4.39).

время $4nt_1/\tau$. Вычисления для указанных значений m производились по (4.39).

Для более подробного исследования фронта и вершины импульса составлена табл. 4.1. Для $m=0,8$ вычисления производились по формуле (4.32). Напомним, что параметр σ определяется равенством $\sigma = \omega_0 C_H R$, его можно также выразить в виде:

$$\sigma = 4nC_H R/\tau. \quad (4.50)$$

Рис. 4.9: Фронт и вершина импульса на комплексной нагрузке для нескольких значений σ при $m=5$ и $\mu=1$ (4.39).

Таблица 4.1

Осцилляция на вершине импульса при разных значениях m и σ

m	σ	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$
		первый выброс		первая впадина		второй выброс	
0,8	0,3	2,95	16,05	6,0	6,92	9,1	3,97
	0,5	3,1	18,1	6,15	8,1	9,25	4,7
	0,8	3,45	19,2	6,35	8,8	9,6	5,1
	2,0	4,6	12,2	7,8	5,8	10,8	3,5
	3,0	5,4	4,2	8,2	3,4	11,4	2,0
3	0,3	1,65	21,8	4,2	5,2	7,45	1,99
	0,5	1,9	29,1	4,1	9,5	7,05	3,0
	0,8	2,2	34,6	4,5	16,4	7,1	7,2
	1,0	2,4	36,5	4,8	19,5	7,4	10,5
	1,5	2,75	37,5	5,4	23,3	8,15	15,3
	2,0	3,1	36,13	5,9	23,5	8,8	16,6
	4,0	4,05	25,6	7,25	14,98	10,4	10,1
	5,0	4,4	20,3	7,65	10,8	10,85	6,9
5	0,3	1,25	25,8	3,15	2,6	7,1	1,1
	0,5	1,7	34,2	3,1	9,5	7,1	1,3
	0,8	1,75	41,7	3,6	18,0	5,6	6,0
	1,0	1,9	44,2	3,9	23,6	6,0	10,3
	1,5	2,25	46,6	4,5	30,3	6,85	18,8
	2,0	2,55	46,5	5,0	32,8	7,55	23,4
	3,0	3,0	43,5	5,75	31,8	8,55	25,0
	4,0	3,35	39,2	6,3	27,8	9,3	21,9
	7,0	4,2	25,7	7,45	15,0	10,7	10,3
	9,0	4,65	18,1	7,95	9,3	11,2	5,9
7	0,3	1,0	29,3	2,2	2,4	2,95	—
	0,5	1,25	38,1	2,55	11,1	3,8	1,0
	0,8	1,5	46,3	3,05	21,5	4,65	6,7
	1,0	1,65	49,3	3,35	26,5	5,05	11,0
	1,5	1,9	52,1	3,8	34,7	5,9	20,4
	2,0	2,2	52,9	4,4	38,6	6,6	26,8
	3,0	2,6	51,1	5,1	39,9	7,7	32,0
	4,0	3,0	47,5	5,5	37,2	8,4	30,9
	5,0	3,2	43,8	6,1	33,3	9,0	27,5
	9,0	4,1	28,9	7,4	17,8	10,6	12,7
10	0,3	0,79	33,8	1,8	4,4	2,4	1,7
	0,5	0,99	43,7	2,1	9,0	3,0	3,8
	0,8	1,2	51,0	2,6	24,9	3,8	9,6
	1,0	1,4	54,3	3,0	27,7	4,2	13,6
	1,5	1,6	57,7	3,4	39,0	4,99	22,6
	2,0	1,9	59,3	3,79	44,2	5,69	29,9
	3,0	2,3	58,5	4,49	47,7	6,69	37,9
	4,0	2,3	58,5	4,49	47,7	6,69	37,9
	5,0	2,79	53,4	5,39	44,3	8,09	38,7
	7,0	3,19	46,5	6,09	37,0	8,9	31,9
9,0	3,59	40,1	6,69	29,6	9,7	24,3	

m	σ	t	ε, %	t	ε, %	t	ε, %
		первый выброс		второй выдвиг		второй выброс	
15	0,3	0,6	38,1	1,4	9,3	2,0	4,6
	0,5	0,79	49,2	1,6	19,1	2,4	8,0
	0,8	0,99	56,9	2,0	29,8	3,2	13,9
	1,0	1,2	59,1	2,2	34,5	3,4	18,3
	1,5	1,4	63,8	2,8	44,5	4,2	26,8
	2,0	1,6	65,4	3,09	49,9	4,69	33,7
	3,0	1,9	65,8	3,79	55,2	5,69	42,9
	4,0	2,2	64,1	4,19	56,4	6,39	47,6
	5,0	2,4	62,2	4,69	55,5	6,99	49,0
	7,0	2,7	57,1	5,29	50,7	7,89	46,4
9,0	3,09	52,0	5,79	44,5	8,59	40,2	
20	0,3	0,6	43,4	1,2	13,1	1,6	6,2
	0,5	0,79	50,0	1,4	24,1	2,2	12,0
	0,8	0,79	57,9	1,8	34,8	2,6	18,4
	1,0	0,99	63,8	2,0	39,8	3,0	23,0
	1,5	1,2	67,9	2,4	48,6	3,6	31,1
	2,0	1,4	69,6	2,7	53,7	4,09	37,2
	3,0	1,7	70,2	3,29	59,9	4,99	46,2
	4,0	1,8	68,7	3,8	61,8	5,59	48,4
	5,0	2,0	67,3	4,2	61,8	6,19	51,4
	7,0	2,4	64,0	4,79	59,1	7,19	54,6
9,0	2,8	59,4	5,2	54,4	7,79	51,3	
25	0,3	0,6	39,7	1,0	17,9	1,6	7,9
	0,5	0,6	56,0	1,2	26,0	2,0	24,6
	0,8	0,8	63,9	1,6	38,45	2,4	22,9
	1,0	0,8	63,5	1,8	43,2	2,6	26,1
	1,5	1,0	68,9	2,2	51,3	3,2	34,4
	2,0	1,2	72,2	2,4	56,1	3,8	39,5
	3,0	1,4	72,1	3,0	63,0	4,4	48,0
	4,0	1,6	72,0	3,4	65,7	5,2	53,9
	5,0	1,8	71,0	3,8	66,3	5,6	57,6
	7,0	2,2	68,8	4,4	64,7	6,6	59,6
9,0	2,4	64,8	4,8	61,5	7,2	58,4	
50	0,3	0,4	52,7	0,7	30,8	1,0	16,8
	0,5	0,4	62,5	0,9	41,0	1,3	25,9
	0,8	0,6	70,5	1,1	49,6	1,7	35,3
	1,0	0,6	73,8	1,3	53,0	1,9	39,3
	1,5	0,8	77,2	1,5	60,8	2,3	46,6
	2,0	0,9	79,6	1,8	65,3	2,6	50,8
	3,0	1,1	81,1	2,1	70,8	3,2	58,0
	4,0	1,2	81,4	2,5	74,2	3,7	62,5
	5,0	1,4	81,2	2,7	76,1	4,1	65,6
	7,0	1,6	80,0	3,2	77,6	4,8	69,7
9,0	1,8	78,1	3,6	77,1	5,4	71,8	

Из этой формулы видно, что различные значения σ можно получить, изменяя число ячеек n при заданном отношении $C_{II}R/\tau$, а также то, что при одной и той же постоянной времени нагрузки с увеличением длительности импульса при заданном числе ячеек σ уменьшается, следовательно, будет изменяться амплитуда колебаний на нагрузке.

В гл. 3 при исследовании влияния активной нагрузки на форму импульса указывалось, что при $m \gg 1$ осцилляции на вершине импульса резко ослабляются в сравнении со случаем $m=1$. Здесь же мы видим, что шунтирующая нагрузка емкость при $m \gg 1$ значительно увеличивает осцилляции на вершине в сравнении со случаем $m=1$. Рассмотрим, как можно ослабить осцилляции при учете реактивных составляющих нагрузки. Исследованию этого вопроса посвящен следующий параграф.

4.5. Фронт на активно-емкостной нагрузке при ИЛ, состоящей из П-образных звеньев

Рассмотрим $u_1(t)$ на нагрузке, состоящей из активного сопротивления, шунтированного емкостью, при этом ИЛ составлена из П-образных звеньев фильтров нижних частот. Кроме того, будем считать, что в начале ИЛ включена параллельно ей дополнительная емкость $C_d = = \nu C/2$. Таким образом, проводимость нагрузки

$$\rho_{II} = (1/m) + \chi p, \quad (4.51)$$

а входная проводимость ИЛ для падающей волны

$$\rho_{вх} = \nu p + \sqrt{1 + p^2}. \quad (4.52)$$

Напряжение на нагрузке в операционной форме

$$u_1(p) = E(p) z_{II} / (z_{II} + z_{вх}). \quad (4.53)$$

Выразим все сопротивления через проводимости с теми же индексами ($z=1/y$), тогда после простых преобразований получим

$$u_1(p) = E(p) - E(p) y_{II} / (y_{II} + y_{вх}). \quad (4.54)$$

В этом равенстве вторая компонента имеет ту же структуру, что и (4.53). При переходе к дуальной схеме (заменяем проводимости сопротивлениями, имеющими ту же структуру, но с индексом d , т. е. $y_{II} \rightarrow z_{II d}$, $y_{вх} \rightarrow y_{вх d}$)

вторая компонента в (4.54) будет определяться по формуле (4.53). Поэтому введем для нсе обозначение u_1 , но с дополнительным индексом ∂

$$u_{1\partial}(p) = E(p) y_n'(y_n + y_{вх}) \quad (4.55)$$

и вместо (4.54) напишем

$$u_1(p) = E(p) - u_{1\partial}(p). \quad (4.56)$$

Тогда напряжения в исходной схеме $u_1(p)$ и дуальной $u_{1\partial}(p)$ связаны соотношением, вытекающим из равенства (4.56),

$$u_1(t) = E(t) - u_{1\partial}(t) \quad (4.57)$$

или, считая $E(t) = 1$, — соотношением

$$u_1(t) = 1 - u_{1\partial}(t). \quad (4.58)$$

Учитывая равенства (4.51), (4.52) и (4.55), имеем операционное выражение для дуальной схемы

$$u_{1\partial}(p) = \frac{(1/m) + \chi p}{(1/m) + \chi p + \nu p + \sqrt{1 + p^2}} E(p). \quad (4.59)$$

Это выражение соответствует выражению для напряжения на комплексной нагрузке, состоящей из активного $1/m$ и индуктивного χp сопротивлений. Поэтому можно предположить, что для составления временного выражения, соответствующего (4.59), можно использовать найденную ранее временную функцию для напряжения на активной нагрузке при ИЛ, состоящей из T -образных звеньев, с дополнительной индуктивностью на входе $L_{\chi} = \mu L/2$:

$$u_1(p) = E(p) m / (m + \mu p + \sqrt{1 + p^2}). \quad (4.60)$$

Пусть выражению (4.60) соответствует временная функция

$$u_1(p) \longrightarrow u_1(t).$$

Тогда, сопоставляя (4.59) с (4.60) и учитывая правила операционного исчисления, получим выражение $u_{1\partial}(t)$ через $u_1(t)$ при замене m на $1/m$ и μ на $(\nu + \chi)$:

$$u_{1\partial}(t) = \{u_1(t) + (\chi/m) [u_1'(t) + \delta(t) u_1(0)]\}.$$

Кроме того, из (4.60) следует, что $u_1(0) = 0$, поэтому можно записать

$$u_{10}(t) = \{u_1(t) + (\chi/m)u'_1(t)\}. \quad (4.61)$$

Таким образом, для определения временной функции, соответствующей (4.59), найдем временную функцию для (4.60) и произведем в ней указанные замены.

Итак, исходя из (4.58) и (4.61), имеем при замене m на $1/m$ и μ на $(\nu + \chi)$

$$u_1(t) = 1 - \{u_1(t) + (\chi/m)u'_1(t)\}. \quad (4.62)$$

Для составления искомого выражения воспользуемся временной функцией (3.74). Выразим это уравнение через введенные функции $\cosh t$ и $\sinh t$:

$$u_1(t) = \frac{m^2}{m^2 - 1} (1 - \cosh t) - \left(1 + \frac{\mu}{m^2 - 1}\right) \frac{\sinh t}{\theta/m} - \\ - \frac{m}{m^2 - 1} \int_0^t \left[1 - \cosh(t - \tau) - \mu \frac{\sinh(t - \tau)}{\theta/m}\right] X(\tau) d\tau.$$

После соответствующих вычислений и замен согласно (4.62) получим следующий результат:

$$u_1(t) = \frac{1 + \nu}{1 + \nu + \chi} + \left(\frac{m^2}{m^2 - 1} - \frac{1 + \nu}{1 + \nu + \chi}\right) (1 - \cosh t) + \\ + \left[\frac{m^2}{m^2 - 1} (-\nu - \chi) + \frac{1 + \nu}{1 + \nu + \chi}\right] \frac{\sinh t}{\theta m} - \\ - \frac{m}{m^2 - 1} \int_0^t \left[1 - \cosh(t - \tau) + (-\nu - \chi m^2) \frac{\sinh(t - \tau)}{\theta m}\right] X(\tau) d\tau. \quad (4.63)$$

В этом выражении характеристические корни определяются из (3.68), (3.69) после замены, указанных к (4.62):

$$\alpha_{1,2} = \beta \pm \alpha,$$

где

$$\beta = (\nu + \chi)/m [(\nu + \chi)^2 - 1]; \quad \alpha = \theta/m [(\nu + \chi)^2 - 1]; \quad (4.64) \\ m\theta = \sqrt{1 + m^2 [(\nu + \chi)^2 - 1]}.$$

Если в (4.63) положить $\nu = -1$, то получим временную функцию по формуле (4.38) для ИЛ, состоящей из Т-образных звеньев, с дополнительной индуктивностью на входе ($\mu = 1$).

Из (4.63) следует, что начальное значение напряжения на нагрузке, т. е. при $t=0$,

$$u_1(0) = (1 + \nu) / (1 + \nu + \chi). \quad (4.65)$$

Физическое содержание этого равенства очень простое: в начальный момент времени напряжение источника $E = 1$ делится между емкостью нагрузки χ и емкостью в начале ИЛ $(1 + \nu)$. Равенство (4.65) можно также получить из операционных выражений (4.56), (4.59) при $p \rightarrow \infty$, что соответствует $t \rightarrow 0$.

Из (4.63) получим стационарное значение напряжения, т. е. при $t \rightarrow \infty$

$$u_1(t) = m / (m + 1). \quad (4.66)$$

Это выражение можно получить из операционных равенств (4.56), (4.59), в которых надо положить $p=0$.

Определим, как надо подобрать дополнительную емкость ν в начале ИЛ, чтобы начальное (4.65) и стационарное (4.66) значения напряжения на нагрузке совпали. Приравнявая указанные выражения, найдем

$$1 + \nu = m\chi. \quad (4.67)$$

Отсюда следует, что, например, если $m=1$, $\chi=1$, то $\nu=0$, т. е. в этом случае включать дополнительную емкость в начале ИЛ не надо.

Рассмотрим табл. 4.2, где представлены результаты расчета фронта и вершины импульса по (4.63) при $m=10$. Эти результаты можно сопоставить с результатами расчета фронта и вершины импульса (рис. 4.10) на такой же нагрузке ($m=10$), но при ИЛ, состоящей из Т-образных ячеек, начинающейся с дополнительной индуктивности $L_d = L/2$.

Из рис. 4.10 видно, что, например, при $\sigma=2$ первый выброс достигает почти 60%, первая впадина — 44%. Если на входе ИЛ включить дополнительную емкость $\nu=1,5$, то, как видно из табл. 4.2, на той же нагрузке $R=10\rho$, шумированной емкостью $\chi=0,2$, осцилляции на вершине становятся незначительными: первый выброс равен 1,85%, первая впадина — 2,06%, далее колебания быстро затухают. Если в первом случае при ИЛ, составленной из Т-образных ячеек, с дополнительной индуктивностью в начале ($\mu=1$) размах между первым выбросом и первой впадиной составлял более 100%, то во втором

Осцилляции на вершине импульса при $m = 10$ и разных значениях χ и ν

χ	ν	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$
		первый выброс при $t=0$	первая впадина		второй выброс		вторая впадина	
0,1	1,0	+4,76	2,6	-1,59	6,0	+0,57	9,7	-0,65
	1,5	+5,76	3,2	-0,51	6,2	+0,26	9,4	-0,15
	2,0	+6,45	4,2	-0,18	5,9	+0,26	9,5	-0,07
0,15	1,0	+2,32	2,10	-2,55	5,8	+0,725	9,1	-0,41
	1,5	+3,77	2,6	-1,14	6,1	+0,3	9,1	-0,19
	2,0	+4,76	3,3	-0,205	6,0	+0,22	9,2	-0,103
0,2	1,0	0,00	1,7	-3,83	5,7	+0,87	8,8	-0,472
	1,5	+1,85	2,1	-2,06	6,0	+0,34	9,0	-0,23
	2,0	+3,12	2,6	-0,87	6,1	+0,18	9,0	-0,14
0,3	1,0	-4,35	1,2	-6,68	5,6	+1,09	8,7	-0,59
	1,5	-1,78	1,5	-4,43	6,0	+0,35	8,8	-0,32
	2,0	0,000	1,9	-2,74	6,2	+0,05	8,8	---
	3,0	+2,32	2,7	-0,57	6,0	+0,08	8,9	-0,11
0,4	1,0	-8,33	1,0	-10,14	5,6	+1,2	8,7	-0,68
	1,5	-5,17	1,2	-7,1	6,0	+0,29	8,7	-0,41
	2,0	-2,94	1,4	-4,95	6,4	+0,13	8,6	-0,36
	3,0	0,00	2,0	-2,15	6,7	+0,27	8,6	-0,31
0,5	1,0	-12,0	0,8	-13,35	5,7	+1,2	8,7	-0,74
	1,5	-8,34	1,0	-9,8	6,1	+0,15	8,6	-0,5
	2,0	-5,7	1,2	-7,26	6,6	+0,34	8,4	-0,5
	3,0	-2,22	1,6	-3,89	---	---	---	---
	5,0	+1,54	2,7	-0,32	5,9	0,03	8,8	-0,08

случае при ИЛ, составленной из П-образных ячеек, с дополнительной емкостью на входе $\nu=1,5$ общий размах колебаний не превышает 4%. При этом значительно уменьшается длительность фронта импульса $t_{1\phi}$. Если в первом случае $t_{1\phi}/\tau=1,9/4\pi$ (это видно из рис. 4.10), то во втором случае $t_{1\phi}=0$. Таким образом, из приведенного примера видно, насколько эффективно включение емкости на входе ИЛ, если $m \gg 1$. Причем наилучшие результаты получаются тогда, когда емкость на входе выбирается исходя из (4.67). Это подтверждает и табл. 4.2.

4.6. Зависимость формы импульса от индуктивности, шунтирующей нагрузку

Рассмотрим влияние на форму импульса индуктивности L_{II} , шунтирующей нагрузку, т. е. будем считать, что $\lambda = R/\omega_0 L_{II} \neq 0$. Так как исследование операционного выражения (4.4) при произвольных значениях параметров μ , σ и λ представляет значительные трудности, рассмотрим упрощенную задачу, а именно предположим, что индуктивность L_{II} достаточно велика ($\lambda \ll 1$). Перед тем как перейти к преобразованию операционного выражения (4.4), для сокращения записи введем обозначения для входного сопротивления ИЛ $\rho z_{вх}(p)$ и для проводимости нагрузки $[y_{II}(p) + \lambda/p]R$.

Нетрудно видеть, что $z_{вх}(p)$ и $y_{II}(p)$ есть соответственно нормированное входное сопротивление ИЛ и проводимость нагрузки, к которой добавляется проводимость индуктивности, шунтирующей нагрузку. При работе ИЛ на комплексную нагрузку эти величины связаны с параметрами модулятора следующим образом:

$$z_{вх}(p) = \mu p + \sqrt{1 + p^2}, \quad y_{II}(p) = 1 + p\sigma. \quad (4.68)$$

Тогда операционное выражение (4.4) можно записать в виде

$$u_1(p, \lambda) = E(p) / \{1 + (p/R) z_{вх}(p) [y_{II}(p) + \lambda/p]\}. \quad (4.69)$$

В этом равенстве подчеркнуто, что операционное выражение зависит от параметра λ . Так как в рассматриваемом случае $m=1$, равенство (4.69) запишем в виде

$$u_1(p, \lambda) = E(p) / \{1 + z_{вх}(p) [y_{II}(p) + \lambda/p]\}. \quad (4.70)$$

Желая разделить (4.70) на две части: не зависящую от параметра λ и зависящую от него, перепишем выражение (4.70) в форме

$$u_1(p, \lambda) = \frac{1}{1 + z_{вх}(p) y_{II}(p)} \times \\ \times \frac{1}{1 + z_{вх}(p) \lambda / [1 + z_{вх}(p) y_{II}(p)]} E(p).$$

Поскольку компонента с параметром λ заметно влияет на форму импульса при малых значениях оператора p ,

положим в множителе при $\lambda, p=0$, т. е. заменим $z_{вх}(p) = 1$, $y_n(p) = 1$. Подставив $E(p) = 1/p$, получим

$$u_1(p, \lambda) = u_1(p, 0)p/(p + \lambda/2), \quad (4.71)$$

где

$$u_1(p, 0) = 1/p [1 + z_{вх}(p)y_n(p)]. \quad (4.72)$$

Из (4.71), (4.72) легко видеть, что $u_1(p, 0)$ есть знакомое операционное выражение (4.70) при $\lambda=0$ (индуктивность, шунтирующая нагрузку, отсутствует). Второй множитель в (4.71) представляет нормированный коэффициент передачи некоторой цепи. Из предыдущих рассуждений можно уяснить, что это есть коэффициент передачи импульсного модулятора, в котором входное сопротивление ИЛ определяется при $p \rightarrow 0$, т. е. $z_{вх}(p) = 1$, или в размерном виде равно ρ , а нагрузка представляет параллельное соединение R и L_n , поскольку считалось, что $y_n(p) = 1$. Физическое содержание этого вывода легко понять. Переходные процессы, вызванные присутствием индуктивности, шунтирующей нагрузку, протекают медленно, и потому входное сопротивление ИЛ можно считать активным (ρ), при этом емкость, шунтирующую нагрузку, можно не учитывать, т. е. $y_n(p) = 1$. Постоянная времени указанной цепи определяется параллельным соединением сопротивлений ρ и R и индуктивностью L_n :

$$L_n(1/R + 1/\rho) = (L_n/R)(1 + 1/m).$$

В рассматриваемом случае, когда $m=1$, постоянная времени удваивается, этим и объясняется, что вместо нормированной величины λ получается $\lambda/2$. Очевидно, что в общем случае, когда $m \neq 1$, вместо $\lambda/2$ мы бы имели $\lambda m/(1+m)$.

Продолжаем преобразование формулы (4.71). Прибавим к числителю и отнимем от него $\lambda/2$, тогда получим

$$u_1(p, \lambda) = u_1(p, 0) \cdot \left(1 - \frac{\lambda/2}{p + \lambda/2}\right). \quad (4.73)$$

Можно сказать, что указанное преобразование означает замену коэффициента передачи некоторой системы с широкой полосой пропускания суммой двух коэффициентов. Первое слагаемое в скобках (единица) представляет коэффициент передачи всепропускающей системы (на ее выходе получается то же, что и на входе). Иначе го-

воя, $u_1(p, 0)$ соответствует временная функция $u_1(t, 0)$. Вторая компонента в скобках представляет коэффициент передачи некоторой узкополосной цепи ($\lambda \rightarrow 0$). Произведение $u_1(p, 0)$ на эту компоненту можно трактовать как каскадное включение цепи, дающей на выходе $u_1(t, 0)$, и узкополосного звена. Из-за узкополосности можно пренебречь подробностями очертания временной функции $u_1(t, 0)$ и считать, что она представляет единственный скачок, т. е. $u_1(t, 0) = 1/2$. Иначе говоря, при умножении $u_1(p, 0)$ на второе слагаемое в скобках можно положить

$$u_1(p, 0) \approx 0,5/p$$

и переписать (4.73) в виде

$$u_1(p, \lambda) = u_1(p, 0) - \frac{1}{2} \frac{\lambda/2}{p(p + \lambda/2)}. \quad (4.74)$$

Итак, операционное выражение свелось к сумме двух компонент. Первой соответствует полученное ранее выражение для фронта и вершины импульса, а вторая имеет структуру, которая неоднократно встречалась ранее. Поэтому временную функцию, соответствующую (4.74), пишем сразу

$$u(t, \lambda) \approx u(t, 0) - 0,5(1 - e^{-0,5\lambda t}).$$

В этом и последующих выражениях индекс «1» опущен. Так как полученное выражение приближенное, то не будет большой ошибкой замена $0,5 \rightarrow u(t, 0)$. Тогда получим более компактное равенство

$$u(t, \lambda) \approx u(t, 0) e^{-0,5\lambda t}. \quad (4.75)$$

Из (4.75) можно сделать вывод, что присутствие индуктивности, шунтирующей нагрузку, приводит к спаду вершины импульса. Обозначим спад вершины в конце импульса, т. е. при $t_1 = \tau$, через Δu и заменим экспоненту в (4.75) двумя первыми членами ряда. Согласно (2.41) $t_1 = \tau$ соответствует безразмерному времени $t = 4n$, поэтому получим

$$\Delta u/u = (\lambda/2) 4n. \quad (4.76)$$

Из (4.76) видно, что при небольшом спаде вершины (единицы процентов) λ должно быть очень мало. Равенство (4.76) можно выразить через другие параметры нагрузки. Заменяя в (4.76) $\lambda = R/\omega_0 L_H$ и $t = \omega_0 \tau$, получим

$$\Delta u/u = R\tau/2L_H. \quad (4.77)$$

Эта формула показывает, какими элементами определяется постоянная времени цепи, состоящей из активного сопротивления, шунтированного индуктивностью. Если учесть равенство (1.3), то можно выразить (4.77) через статическую индуктивность идеальной линии $L_{д1}$, формирующей импульс длительностью τ ,

$$\Delta u/u = L_{д1}/L_{н}. \quad (4.78)$$

При отсутствии согласования между R и ρ ($m \neq 1$) формулы (4.77) и (4.78) надо заменить на следующие:

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{R\tau}{(1+m)L_{н}} = \frac{2m}{1+m} \frac{L_{д1}}{L_{н}}. \quad (4.79)$$

4.7. Экспериментальная проверка формы импульса

Эксперимент для $m=1$ проводился по схеме на рис. 4.1, но генератор напряжения E и ключ K заменялись генератором импульсов. ИЛ с параметрами $L/2 = 15$ мкГ, $C = 3000$ пФ, $\rho = 100$ Ом, $n = 10$ возбуждалась импульсами, длительность которых в несколько раз превышала длительность формируемых импульсов. В результате эксперимента мы не получили хорошего совпадения рассчитанных импульсов с осциллограммами. По-видимому, это можно объяснить следующим: внутреннее сопротивление генератора, включенное последовательно с индуктивностью $L_{д1}$, приводит к увеличению затухания контура $L_{д1}C_{н}R$. Чтобы устранить его влияние, было решено получить осциллограммы в схеме импульсного модулятора, где в качестве коммутирующего элемента применялся кремниевый управляемый диод УД-63, а ИЛ имела параметры $L/2 = 30$ мкГ, $C = 0,05$ мкФ, $n = 10$, $\rho = 34,7$ Ом. Полученные осциллограммы показаны на рис. 4.11, а, б, в. Здесь амплитуда колебаний на вершине импульса превышала колебания на осциллограммах, полученных в схеме на рис. 4.1. Однако сравнение рис. 4.2 и 4.3 с рис. 4.11, а, б, в показывает, что осцилляции на осциллограммах все же имеют меньшую амплитуду. Например, при $\sigma = 1$ первый выброс составляет 15,7%, а при $\sigma = 2$ его величина 12,3%, в то время как на рис. 4.2 или 4.3 соответственно имеем 21,4% и 15,6%. Видимо, это объясняется инерционностью полупроводникового диода.

Чтобы ослабить влияние инерционности диода, была собрана ИЛ с большим значением $\rho = 60$ Ом ($L/2 =$

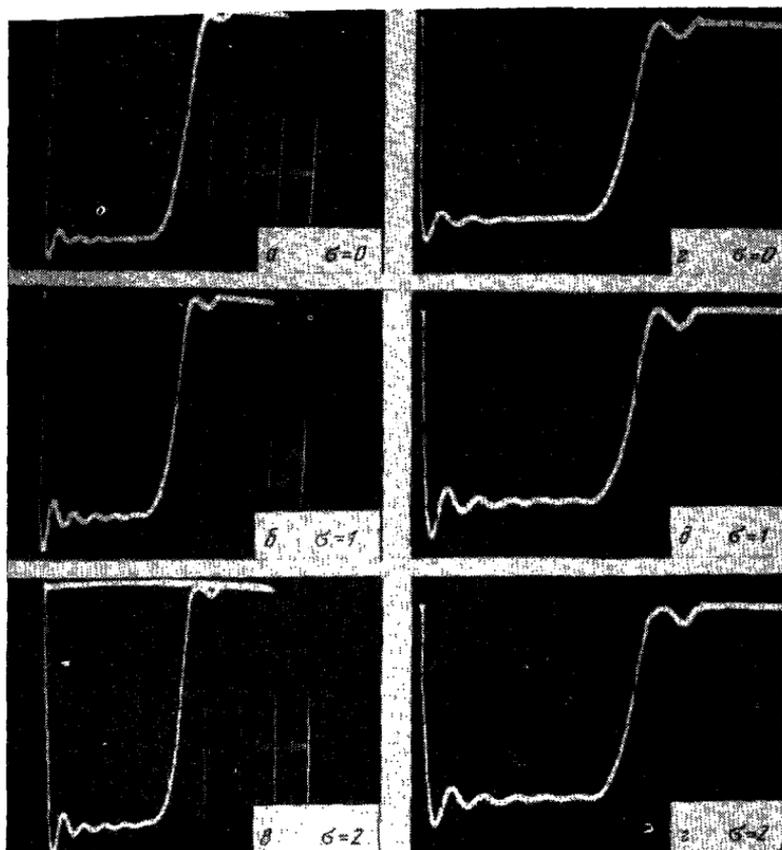


Рис. 4.11. Осциллограммы импульсов на комплексной нагрузке импульсного модулятора с различными управляемыми диодами при $m=1$, $\mu=1$ и разных значениях σ : а, б, в — диод УД-63; г, д, е — диод Д-238.

$=30$ мкГ, $C=0,05/3$ мкФ, $n=10$) и, кроме того, применялся другой управляемый диод Д-238. Осциллограммы, полученные в последнем случае, показаны на рис. 4.11, г, д, е. Они хорошо совпадают с рассчитанными импульсами на рис. 4.2 и рис. 4.3. Первый выброс при $\sigma=1$ составляет 20,7%, а при $\sigma=2$ он равен 15,5%.

С последней ИЛ проводились эксперименты для $m>1$. Поскольку при $m>1$ в момент $t=\tau$ управляемый диод продолжает оставаться открытым, то в качестве комму-

тирующего элемента применялся транзистор КТ-803. Импульсы запуска длительностью не менее $\tau = 2\pi \sqrt{LC}$ и с амплитудой, достаточной для того, чтобы транзистор работал в режиме ключа, подавались от генератора Г5-7А. Производилось измерение амплитуды колебаний на вершине импульса. На рис. 4.12 приведены осцилло-

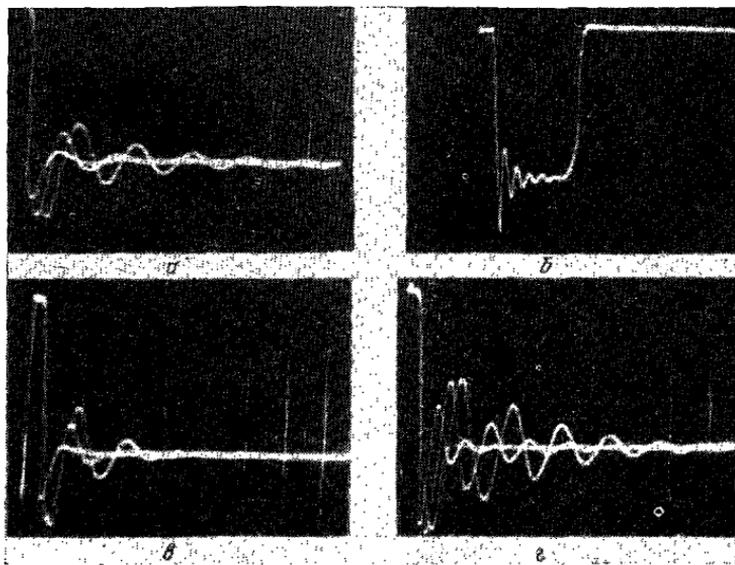


Рис. 4.12. Осциллограммы импульсов на комплексной нагрузке импульсного модулятора с ИЛ ($L/2=30$ мкГн, $C=0,05/3$ мкФ, $n=10$):

а) $m=3$, $\sigma=0,3$; 0,8; 2,0; б) $m=3$, $\sigma=1,5$; в) $m=5$, $\sigma=0,3$; 0,8; 1,5; г) $m=10$, $\sigma=0,8$; 2,0; 4,0.

граммы импульсов на комплексной нагрузке при разных значениях m и σ . Результаты измерений осцилляции сведены в табл. 4.3, где для сравнения приведены расчетные данные.

Из рис. 4.12 и табл. 4.3 видно хорошее совпадение осциллограмм с рассчитанными графиками на рис. 4.8—4.10.

До сих пор говорилось об экспериментах с ИЛ₁, в начале которой включена индуктивность. Были проведены также эксперименты с ИЛ₂, на входе которой включена емкость (рис. 4.13).

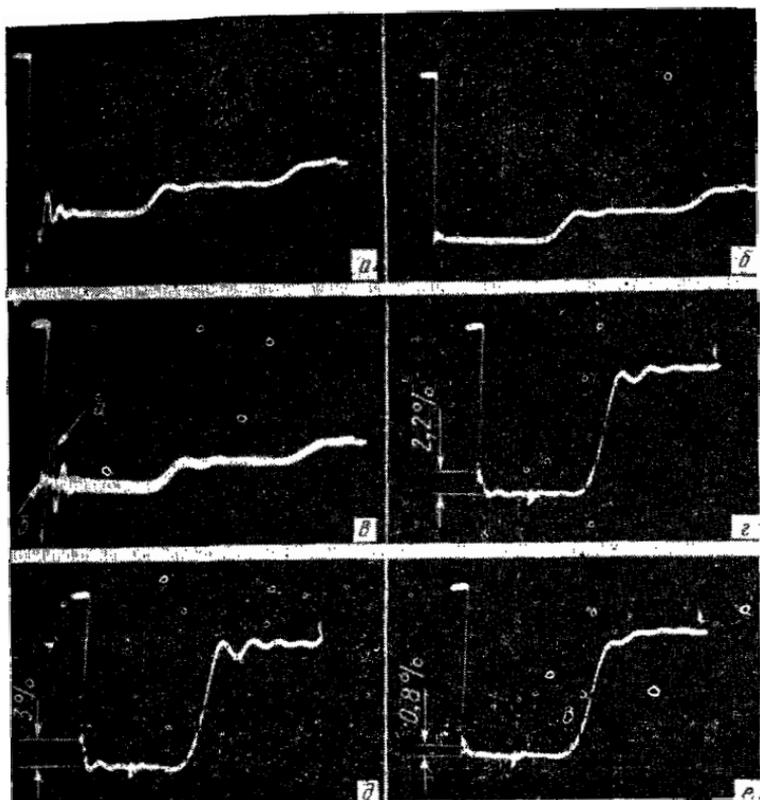


Рис. 4.13. Осциллограммы импульсов на комплексной нагрузке: *а* — при ИЛ₁, т. е. в начале линии индуктивность ($\mu=1$, $\sigma=2$, $m=10$); *б* — при ИЛ₂, т. е. в начале линии емкость ($\mu=1$, $\sigma=2$, $m=10$, $\nu=1,5$); *в* — совмещение *а* и *б*; *г* — увеличенная в 4 раза вершина импульса *б*; *д* и *е* — вершины импульсов в ИЛ₂ в масштабе *г* при значениях первой емкости $\nu=1,0$; 2,2. Параметры ИЛ: $L_1/2=30$ мкГн, $C_1=0,05/3$ мкФ, $n=10$.

На этом же рисунке представлена осциллограмма импульса (рис. 4.13, *а*) на такой же нагрузке, но от ИЛ₁. Из совмещенной осциллограммы (рис. 4.13, *в*) видно, насколько улучшается импульс, если на входе ИЛ включена емкость $C_1=1,25$ С. Осциллограммы импульсов снимались и при других значениях емкости ИЛ: $C_1=C$ и $1,6$ С (рис. 4.13, *д*, *е*). Для более подробного исследования вершины импульса осциллограммы *г*, *д*, *е* были увеличены в четыре раза и срезаны на уровне примерно 0,8. Сравнивая эти осциллограммы с импульсами из расчетов по

Сопоставление результатов измерений и расчетов амплитуд первого выброса и первой впадины при разных значениях m и σ

m	σ	$\epsilon, \%$			
		первый выброс		первая впадина	
		эксперимент	расчет	эксперимент	расчет
3	0,3	24	21,8	4	5,2
	0,8	35	34,6	14	16,4
	2,0	35	36,1	23	23,5
5	0,3	26	25,8	3	2,6
	0,8	42	41,7	19	19,0
	1,5	45	46,6	30	30,3
10	0,8	50	51,0	25	24,9
	2,0	56	59,3	40	44,2
	4,0	54	56,0	43	47,0

формуле (4.63) (табл. 4.2 для $\chi=0,2$ и $\nu=1,5; 1,0$ и $2,0$), видим, что они хорошо совпадают. Исключение составляет только фронт, так как из-за инерционности коммутирующий элемент (тиристор) не пропускал бесконечно короткий фронт импульса. Начиная с первой впадины, совпадение хорошее. Из расчетов следует (табл. 4.2 $\chi=0,2$), что первая впадина при $\nu=1,5$ составляет 2,06%; при $\nu=1$ —3,83%, при $\nu=2$ —0,87%. Из осциллограмм на рис. 4.13, *г, д, е* имеем соответственно 2,2%; 3,0% и 0,87% (последний случай соответствует $\nu=2,2$ вместо $\nu=2$ в таблице).

Глава 5

РАСЧЕТ ТОКОВ И ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В ЭЛЕМЕНТАХ ИСКУССТВЕННОЙ ЛИНИИ

Расчет токов через индуктивности и емкости цепочной искусственной линии представляет интерес по ряду причин. Он позволяет более детально уяснить физическую картину процессов, происходящих в ИЛ при формировании импульса. Поскольку активные сопротивления

элементов ИЛ малы, токи можно рассчитать, пренебрегая потерями в ИЛ. Далее можно вычислить эффективные значения токов и средние мощности, теряемые в малых активных сопротивлениях элементов ИЛ и во всей линии в целом, и определить, какие элементы нагружены сильнее.

Подход к расчету токов через элементы ИЛ может быть разным. Самый простой основан на предположении, что звенья линии вносят только запаздывание, при этом не принимается во внимание ограниченность их полосы пропускания, т. е. амплитудно-частотная характеристика, и дисперсия, т. е. нелинейность их фазочастотной характеристики. Тогда ток в элементах звеньев имеет прямоугольную форму. Такой расчет представлен в работах Д. Е. Вакмана [28, 29]. Более точный расчет должен основываться на учете реальных частотных свойств звеньев, когда форма тока в элементах значительно отличается от прямоугольной. Такой расчет был проведен в работах Г. Е. Редькина [18, 19]. В настоящей главе излагаются оба расчета и производится их сопоставление. Кроме того, результаты расчетов сопоставляются с экспериментальными данными.

5.1. Уравнения для токов через индуктивности и емкости звеньев ИЛ

Для расчета токов в элементах ИЛ представим ее в виде каскадного включения звеньев фильтров (рис. 5.1,а). На рис. 5.1,б изображена схема Т-образного звена фильтра низкой частоты и представлена индексация токов и напряжений на входе и выходе звена. Изображения напряжений и токов по Лапласу на выходе звена с номером k связаны системой двух уравнений:

$$u_k(p) = Ae^{-\gamma k} + Be^{\gamma k}, \quad wi_k(p) = Ae^{-\gamma k} - Be^{\gamma k}, \quad (5.1)$$

где

$$\omega(p) = \rho \sqrt{1 + p^2}; \quad e^{-\gamma/2} = \sqrt{1 + p^2} - \rho. \quad (5.2)$$

Правая часть уравнений (5.1) содержит экспоненты, описывающие падающую и отраженную волны с амплитудами A и B , определяемые из граничных условий, которые сводятся к следующему:

$$\begin{aligned} \text{на входе ИЛ } (k=0) \quad u_0(p) + i_0 z(p) &= E(p), \\ \text{на выходе ИЛ } (k=n) \quad i_n(p) &= 0, \end{aligned} \quad (5.3)$$

где $z(p)$ — символическое сопротивление в начале ИЛ, состоящее из нагрузки R и дополнительной индуктивности L_d ,

$$z(p) = \rho(m + \mu p).$$

Рассмотрим уравнения (5.1) при граничных условиях (5.3), откуда найдем A и B :

$$A = \omega E(p) / (\omega + z)(1 - \kappa e^{-\gamma 2n}), \quad B = A e^{-\gamma 2n}, \quad (5.4)$$

где κ — коэффициент отражения, учитывающий элементы, включенные в начале ИЛ, т. е. L_d и R :

$$\kappa = (z - \omega) / (z + \omega). \quad (5.5)$$

После подстановки (5.4) в (5.1) получим следующее уравнение для тока:

$$i_k(p) = \frac{E(p)}{\omega + z} [e^{-\gamma k} - e^{-\gamma(2n-k)}] \frac{1}{1 - \kappa e^{-\gamma 2n}}. \quad (5.6)$$

Чтобы использовать выражение (5.6) для расчетов и раскрыть его физическое содержание, представим по-

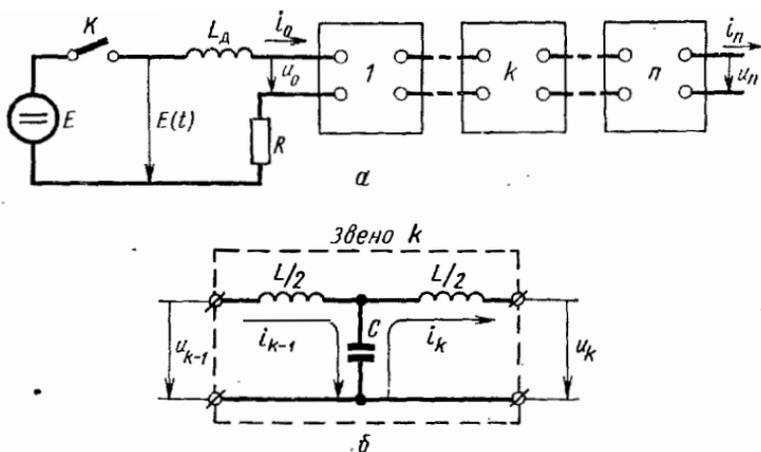


Рис. 5.1. Нумерация звеньев ИЛ (а) и схема ее Т-образного звена (б) для расчета токов в элементах ИЛ.

следний множитель в виде ряда по степеням компоненты, содержащей κ ,

$$\frac{1}{1 - \kappa e^{-\gamma 2n}} = 1 + \kappa e^{-\gamma 2n} + \kappa^2 e^{-\gamma 4n} + \dots \quad (5.7)$$

После подстановки (5.7) в (5.6) получим

$$i_k(p) = \frac{E(p)}{\omega + z} [e^{-\gamma k} - e^{-\gamma(2n-k)} + \kappa e^{-\gamma(2n+k)} - \kappa e^{-\gamma(n-k)} + \dots]. \quad (5.8)$$

Мы видим, что ток на выходе звена с номером k можно трактовать как сумму падающей и ряда отраженных волн тока от обоих концов ИЛ. Очевидно, что первая экспонента в (5.8) характеризует падающую волну, пробежавшую от начала ИЛ, состоящей из k звеньев. Вторая экспонента описывает волну тока, отраженную от разомкнутого конца ИЛ, с изменением знака. Эта волна пробежала n звеньев слева направо (рис. 5.1,а) и $(n-k)$ звеньев в обратном направлении. Третья экспонента характеризует волну, пробежавшую по ИЛ дважды в прямом и обратном направлении, отразившуюся от начала ИЛ с коэффициентом отражения κ и пробежавшую еще k звеньев в прямом направлении. Наконец, четвертая экспонента описывает волну, пробежавшую по ИЛ в прямом и обратном направлении и еще раз отразившуюся от правого конца с переменной знака. Перемена знака у экспонент, содержащих κ , связана с тем, что отражение в начале ИЛ (левый конец на рис. 5.1,а) также дает перемену знака, если $\kappa > 0$, так как при этом фаза волны тока меняет знак (как и в том случае, когда конец линии разомкнут $z > \omega$).

Определим, сколько компонент надо оставить в (5.8) для расчета токов в звеньях ИЛ. При согласованной нагрузке можно считать, что κ мало, и пренебречь всеми компонентами с κ . При отсутствии согласования компонентами с κ можно также пренебречь, но по другой причине. В этом случае в качестве коммутирующего элемента применяется вакуумная лампа, и длительность импульса, как правило, равна времени пробега волны не более $2n$ звеньев. Поэтому компоненты со множителем κ в (5.8) окажутся за пределами длительности импульса. Это верно для всех звеньев кроме входа первого, на входе которого надо считать $k=0$.

Итак, для расчета токов используем выражение, в котором учитываются только две компоненты,

$$i_k(p) = \frac{E(p)}{\omega(p) + z(p)} [e^{-\gamma k} - e^{-\gamma(2n-k)}]. \quad (5.9)$$

Таким образом, мы получили операционное уравнение для токов на входе и выходе звеньев ИЛ (рис. 5.1,б).

Иначе говоря, используя это выражение, можно определить токи через индуктивности звеньев.

Составим равенство для тока через емкость звена. Из того же рисунка следует, что искомый ток определяется через токи на входе и выходе звена:

$$i_{Ck}(p) = i_{n-1}(p) - i_k(p).$$

Для сокращения записи в последующих формулах сместим индекс k на единицу, т. е. заменим k на $(k+1)$, тогда

$$i_{Ck+1}(p) = i_k(p) - i_{k+1}(p). \quad (5.10)$$

Подставив (5.9), получим

$$i_{Ck+1}(p) = \frac{E^*(p)}{w(p) + z(p)} (1 - e^{-\gamma}) [e^{-\gamma k} + e^{-\gamma(2n-k-1)}]. \quad (5.11)$$

Для дальнейшего исследования уравнений (5.9) и (5.11) перепишем их так, чтобы было удобно ввести безразмерные величины для тока, нагрузки и т. д. Для этого заменим $E(p)$ на $1(p)$, учтем $w(0) = \rho$, $z(0) = R$ и обозначим ток в нагрузке для падающей волны в стационарном режиме:

$$I = E/(\rho + R) = E/\rho(1 + m). \quad (5.12)$$

С учетом перечисленных обозначений (5.9) приобретает вид

$$i_k(p) = I \frac{\rho(1+m)}{w(p) + z(p)} [e^{-\gamma k} - e^{-\gamma(2n-k)}] 1(p). \quad (5.13)$$

Аналогичным образом получим

$$i_{Ck+1}(p) = I \frac{\rho(1+m)}{w(p) + z(p)} (1 - e^{-\gamma}) [e^{-\gamma k} + e^{-\gamma(2n-k-1)}] 1(p). \quad (5.14)$$

5.2. Расчет токов в элементах идеальной ИЛ, состоящей из звеньев, вносящих только запаздывание

Определение соответствующих выражениям (5.13), (5.14) временных функций связано со значительными трудностями, поэтому приходится идти на дальнейшие упрощения. Разберем различные подходы к решению этой задачи.

Наиболее простой и наглядный способ основан на предположении, что звенья ИЛ вносят только запаздывание, т. е. не учитывается их ограниченная полоса прозрачности и нелинейность фазочастотной характеристики. Чтобы определить запаздывание, вносимое одним звеном, рассмотрим асимптотическое уравнение $\text{sh}(\gamma/2) = \rho$ при $\rho \rightarrow 0$. Отсюда следует, что

$$\gamma \rightarrow 2\rho. \quad (5.15)$$

Таким образом, асимптотическое равенство для экспонент, содержащих γ , при $\rho \rightarrow 0$ имеет вид

$$e^{-\gamma k} \approx e^{-2kp}. \quad (5.16)$$

Это означает, что ИЛ, состоящая из k звеньев, вносит запаздывание $t_{3k} = 2k$, т. е. время запаздывания одного звена

$$t_3 = 2. \quad (5.17)$$

Как известно из предыдущего параграфа, токи в элементах ИЛ определяются операционными уравнениями (5.13), (5.14). Докажем, что первый множитель в (5.13) является коэффициентом передачи идеального запаздывающего звена. Для этого введем обозначение проводимости цепи (для падающей волны), состоящей из ИЛ и элементов, включенных перед линией,

$$y(p) = \rho(1 + m)/[\omega(p) + z(p)].$$

Чтобы найти время запаздывания t_0 , вносимого этой цепью, рассмотрим выражение при $\rho \rightarrow 0$, т. е. представим его в виде ряда по ρ из двух членов:

$$y(p) = y(0) + y'(0)\rho = y(0)[1 + y'(0)\rho/y(0)].$$

Если мы таким же образом представим выражение для коэффициента передачи идеального запаздывающего звена

$$y(p) = y(0)e^{-pt_0}$$

и сопоставим эти равенства, то получим

$$t_0 = -y'(0)/y(0).$$

Найдем выражение для t_0 , считая, что проводимость $y(p)$ описывается равенством

$$y(p) = (1 + m)/(\sqrt{1 + p^2} + \mu p + m).$$

Отсюда найдем

$$y(0) = 1, \quad t_0 = \mu / (m + 1). \quad (5.18)$$

Следовательно,

$$y(p) = e^{-pt_0}.$$

В дальнейшем будем считать, что дополнительная индуктивность на входе ИЛ соответствует значению $\mu = 1$, а нагрузка R согласована с ρ , т. е. $m = 1$. Тогда из (5.18) следует, что запаздывание, вносимое входной цепью, $t_0 = 1/2$. Если вспомнить, что каждое звено ИЛ вносит запаздывание $t_n = 2$ (5.17), то можно сказать, что входная цепь ИЛ добавляет запаздывание, соответствующее $1/4$ запаздывания, вносимого одним звеном.

После всего сказанного операционное уравнение (5.13) можно выразить через функции запаздывания в упрощенной форме следующим образом:

$$i_k(p) = I e^{-pt_0} [e^{-p2k} - e^{-p2(2n-k)}] 1(p). \quad (5.19)$$

Это равенство позволяет сразу написать временное выражение для тока через индуктивность звеньев ИЛ

$$i_k(t) = I \{ 1(t^* - 2k) - 1[t^* - (4n - 2k)] \}, \quad (5.20)$$

где $t^* = t - t_0$.

Выражение (5.20) показывает, что ток на выходе звена с номером k можно представить как разность двух единичных скачков тока, разнесенных во времени на $4(n-k)$. Следует еще отметить, что входная цепь влияет только на положение импульса тока, но не влияет на его длительность. Кроме того, величина запаздывания t_0 мала относительно запаздывания, вносимого одним звеном, поэтому в дальнейших рассуждениях будем считать $t^* \rightarrow t$.

На рис. 5.2 показаны графики токов на выходе звеньев k и $(k+1)$, построенные по формуле (5.20). Мы видим, что ток i_k на входе звена $(k+1)$ имеет форму прямоугольного импульса с высотой, равной импульсу тока в нагрузке I , и длительностью $4(n-k)$. На выходе того же звена ток i_{k+1} представляет импульс той же высоты, но меньшей длительности на 4 единицы безразмерного времени. Таким образом, половины индуктивностей, образующих звено, нагружены неравномерно. Кроме того, звенья, расположенные ближе к началу ИЛ, нагружены больше.

Графики на рис. 5.2 объясняют физическое содержание процессов, протекающих в ИЛ, их можно использовать для ориентировочных расчетов потерь мощности в ИЛ, о чем будет сказано дальше. Однако более подробные расчеты показали, что реальные графики токов в элементах ИЛ значительно отличаются от прямоуголь-

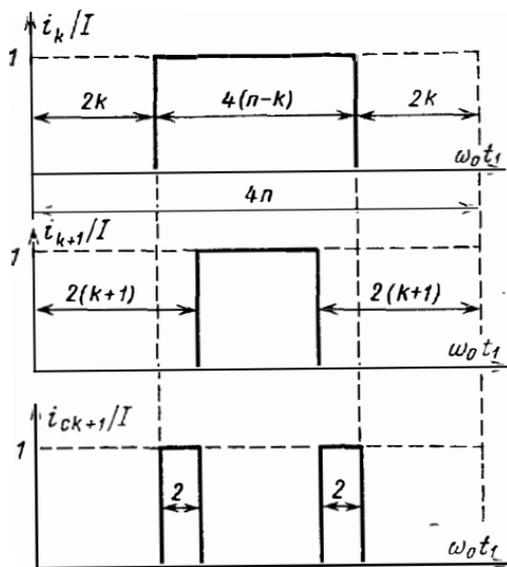


Рис. 5.2. Графики токов через индуктивности и емкости ИЛ (здесь ИЛ не искажают формы импульса, а вносят только запаздывание).

ных. Это приводит к поправкам, которые представляют принципиальный интерес и для количественных расчетов. Поэтому необходимо более точно исследовать операционные уравнения для токов.

5.3. Расчет токов в элементах реальной ИЛ при согласованной нагрузке

Исследуем выражение (5.13) с учетом равенств для $\omega(p)$ и $z(p)$ при $\mu=1$ и $l(p)=1/p$. Кроме того, ток i_k заменим нормированным током i_k/I , но обозначение оставим то же. Тогда (5.13) примет следующий вид:

$$i_k(p) = \frac{1+m}{\sqrt{1+p^2+p+m}} [e^{-\gamma k} - e^{-\gamma(2n-k)}] \frac{1}{p}. \quad (5.21)$$

Структура этого выражения аналогична структуре выражения для напряжения на нагрузке, например в форме (3.1), если считать $m=1$, $\mu=1$ и не учитывать множители, характеризующие волны, пробежавшие по линии 4 и более раз, т. е. $e^{-4n\tau}$, $e^{-6n\tau}$ и т. д. Отличие сводится к тому, что в выражении для тока через индуктивность с номером k следует заменить 1 на $e^{-k\tau}$ и $e^{-2n\tau}$ на $e^{-(2n-k)\tau}$. Кажалось бы можно использовать те же преобразования, что и при исследовании формы импульса на нагрузке согласно (3.1). Однако в данном случае старые приемы не позволят получить формулы для определения тока через индуктивность при разных значениях k . Например, если k замсто больше единицы, то первый множитель в (5.21) можно интерпретировать как единичный скачок, а экспоненты в квадратных скобках — как интегральные функции Бесселя согласно (2.45). Однако такой подход дает неудовлетворительный результат для звеньев с малым номером, например когда $k=0, 1, 2$. Поэтому необходимо найти более универсальное решение, пригодное для значений k , изменяющихся от 0 до $(n-1)$. Ниже излагается это решение задачи.

Считая в (5.21) $m=1$, освободимся от радикала в знаменателе, а в числителе заменим выражение с радикалом согласно (5.2), тогда получим

$$i_k(p) = \frac{1 - e^{-\tau/2}}{p} [e^{-\tau k} - e^{-\tau(2n-k)}] \frac{1}{p}. \quad (5.22)$$

Для сокращения записи введем обозначение

$$\sqrt{1+p^2} - p = X. \quad (5.23)$$

После простых преобразований получим

$$(1-X^2)/2p = X. \quad (5.24)$$

Из сопоставления (5.2) и (5.23) следует равенство

$$e^{-\tau} = X^2. \quad (5.25)$$

Учитывая сказанное, запишем выражение (5.22) следующим образом:

$$i_k(p) = \frac{1}{p} [X^{2k} - X^{2(2n-k)} - X^{2k+1} + \\ + X^{2(2n-k)+1}] \frac{1}{p}. \quad (5.26)$$

Компоненты этого выражения можно выразить во временной области либо через двукратные интегралы от интегральных функций Бесселя разных порядков, либо как свертку этих функций с функцией t . Тогда каждая такая свертка распадается на сумму интегралов от простых и интегральных функций Бесселя. Существует еще и другой способ, который состоит в следующем. В выражении (5.26) содержатся разности четных и нечетных степеней функции X , которые можно выразить через суммы нечетных и четных степеней X . Для этого перепишем тождество (5.24), умножив его на X^{2k} затем на X^{2k+2} и X^{2k+4} и т. д. Получим систему равенств

$$\left. \begin{aligned} (1/2\rho) X^{2k} (1 - X^2) &= X^{2k+1}, \\ (1/2\rho) X^{2k+2} (1 - X^2) &= X^{2k+3}, \\ (1/2\rho) X^{2k+4} (1 - X^2) &= X^{2k+5}. \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

Если сложить равенства (5.27), то в левой части уничтожатся все члены, кроме самого первого и самого последнего, и мы получим

$$(1/2\rho)(X^{2k} - X^{2k+6}) = X^{2k+1} + X^{2k+3} + X^{2k+5}. \quad (5.28)$$

Равенство (5.28) легко поддается обобщению при любом числе слагаемых и позволяет записать выражение (5.26) в следующем виде:

$$i_k(\rho) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} (X^{2\nu+1} - X^{2\nu+2}) \frac{1}{\rho}. \quad (5.29)$$

Необходимо подчеркнуть, что из вывода равенства (5.29) следует, что оно справедливо только для $k \leq n-1$. Для $k=n$ равенство (5.29) становится неверным, так как в этом случае $i_n=0$. Это замечание следует иметь в виду и для последующих формул, вытекающих из (5.29).

Заменим X операционным выражением в соответствии с (5.23):

$$i_k(\rho) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} [(V\overline{1+\rho^2} - \rho)^{2\nu+1} - (V\overline{1+\rho^2} - \rho)^{2\nu+2}] \frac{1}{\rho}. \quad (5.30)$$

Временные функции для входящих в (5.30) операционных выражений хорошо известны — это интегральные функции Бесселя:

$$i_k(t) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} \left[(2\nu+1) \int_0^t \frac{J_{2\nu+1}(\tau)}{\tau} d\tau - (2\nu+2) \int_0^t \frac{J_{2\nu+2}(\tau)}{\tau} d\tau \right]. \quad (5.31)$$

Выражение (5.31) довольно громоздко, им можно пользоваться для построения графиков тока, однако оно непригодно для вычисления эффективного значения тока. В приложении 6 показано, что (5.31) можно упростить и приближенно заменить суммой функций Бесселя полужелого порядка (сферических функций Бесселя), деленной на t ,

$$i_k(t) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} (2\nu+1,5) \frac{J_{2\nu+1,5}(t)}{t}. \quad (5.32)$$

В этом же приложении приводится и другая приближенная формула, аналогичная (5.32), но с заменой в индексе $3/2$ на 1 :

$$i_k(t) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} (2\nu+1) \frac{J_{2\nu+1}(t)}{t}. \quad (5.33)$$

Замена индексов приводит к некоторой ошибке во временном сдвиге. Формулой (5.32) можно пользоваться для определения токов через индуктивности ИЛ с числом звеньев $n \leq 5$, так как имеющиеся в [30] таблицы сферических функций Бесселя обрываются при $t=25$. Формулой (5.33) можно пользоваться для определения токов через индуктивности при $n \leq 30$, так как в [31] имеются подробные таблицы для функций Бесселя целого порядка.

На рис. 5.3 показан график тока на выходе девятого звена ИЛ, рассчитанный по (5.33), при числе звеньев $n=10$. Для удобства сравнения графиков токов с осциллограммами на рис. 5.8 здесь и далее вместо i_k строилось $(-i_k)$. На рис. 5.3 пунктиром построен импульс тока, рассчитанный по приближенной формуле (5.20),

в которой не учитываются искажения фронта импульса при распространении волн тока вдоль звеньев ИЛ. Иначе говоря, показанный пунктиром импульс на рис. 5.3 подобен одному из импульсов на рис. 5.2 с надлежащим изменением нормировки времени, о чем будет сказано позже. Из рис. 5.3 видно, что графики, вычисленные по

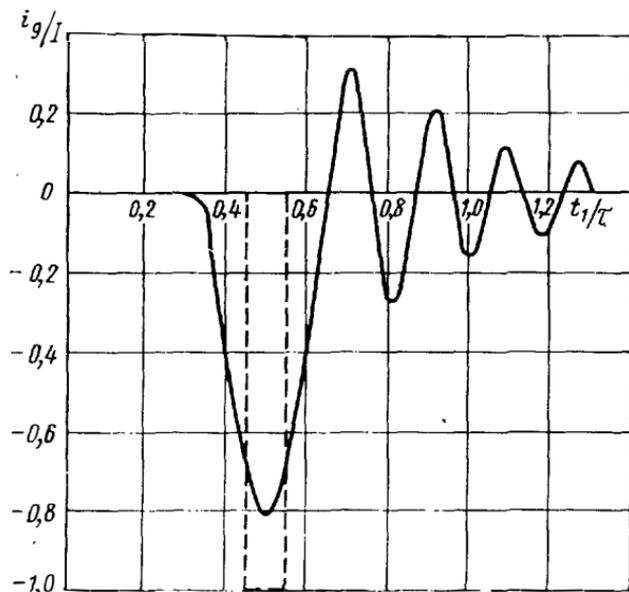


Рис. 5.3. Ток через индуктивность девятого звена i_9 или емкость i_{C10} десятого звена ИЛ при $n=10$ (5.33).

Пунктиром показан ток, рассчитанный по приближенной формуле (5.20) в предположении, что звенья ИЛ вносят только запаздывание.

приближенной и более точной формулам, не совпадают. График тока, построенный по (5.33), отображает осциллирующий процесс, частота которого возрастает с течением времени, а амплитуда затухает. Причем момент пикового значения тока через индуктивность совпадает с серединой импульса, рассчитанного по приближенной формуле, однако высота пика отличается от высоты идеального импульса и составляет 80% от тока нагрузки.

Отметим, что на рис. 5.3--5.6 вместо безразмерного времени $t = \omega_0 t_1$ (рис. 5.2) применяется безразмерное время $t = t_1/\tau$, стиснутое к длительности импульса τ , формируемого ИЛ, состоящей из n звеньев с идеальным за-

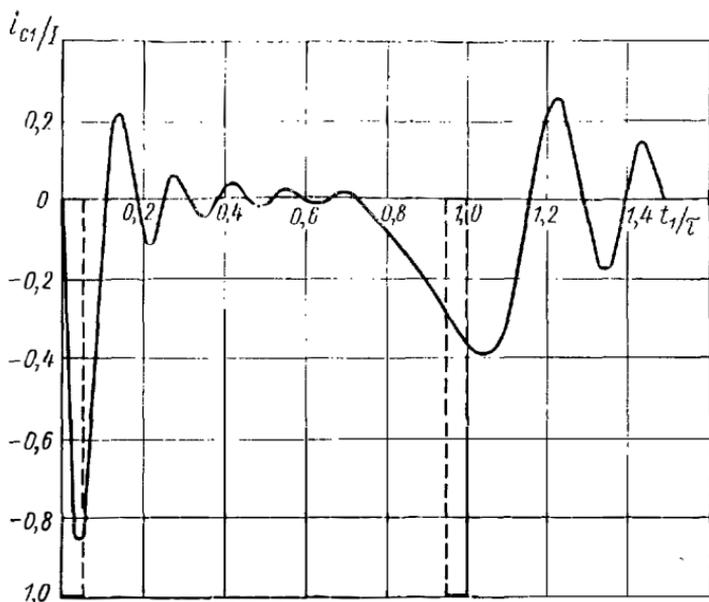


Рис. 5.4. Ток через емкость первого звена ИЛ при $n = 10$ (5.39).

Пунктиром показан ток, рассчитанный по приближенной формуле (5.20) в предположении, что звенья ИЛ вносят только запаздывание.

паздыванием. Указанные безразмерные времена связаны между собой следующим соотношением:

$$(l/4n) = (t_1/\tau). \quad (5.34)$$

Исследуем выражение для тока через емкость (5.14). После замены, аналогичных тем, которые делались при переходе от уравнения (5.13) к (5.21), получим

$$i_{Ck+1}(p) = \frac{1+m}{\sqrt{1+p^2+p+m}} (1 - e^{-\gamma}) [e^{-\gamma k} + e^{-\gamma(2n-k-1)}] \frac{1}{p}. \quad (5.35)$$

Рассмотрим это выражение при $m=1$. После освобождения от радикала в знаменателе имеем

$$i_{Ck+1}(p) = \frac{1 - e^{-\gamma}}{p} (1 - e^{-\gamma/2}) [e^{-\gamma k} + e^{-\gamma(2n-k-1)}] \frac{1}{p}. \quad (5.36)$$

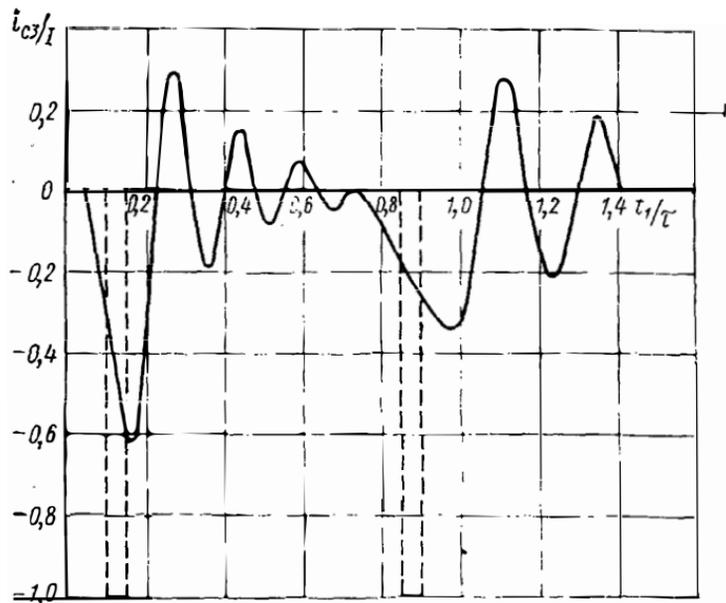


Рис. 5.5. Ток через емкость третьего звена ИЛ при $n=10$ (рис. 5.39).

Пунктиром показан ток, рассчитанный по приближенной формуле (5.20) в предположении, что звенья ИЛ вносят только запаздывание.

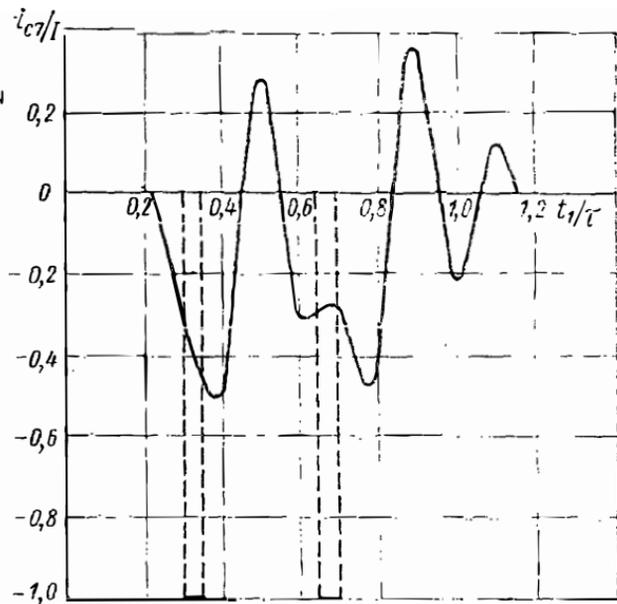


Рис. 5.6. Ток через емкость седьмого звена ИЛ при $n=10$ (рис. 5.39).

Пунктиром показан ток, рассчитанный по приближенной формуле (5.20) в предположении, что звенья ИЛ вносят только запаздывание.

С учетом (5.25) запишем это равенство следующим образом:

$$i_{Ck+1}(p) = \frac{1-X^2}{p} (1-X)(X^{2k} + X^{4n-2k-2}) \frac{1}{p}. \quad (5.37)$$

Заменим первый сомножитель этого равенства согласно (5.24), тогда получим

$$i_{Ck+1}(p) = 2(X^{2k+1} - X^{2k+2} + X^{4n-2k-1} - X^{4n-2k})(1/p). \quad (5.38)$$

Переходя к временным функциям, получим выражение, содержащее интегральные функции Бесселя различных порядков:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} i_{Ck+1}(t) = & (2k+1) \int_0^t \frac{J_{2k+1}(\tau)}{\tau} d\tau - \\ & - (2k+2) \int_0^t \frac{J_{2k+2}(\tau)}{\tau} d\tau + \\ & + 4n' \int_0^t \frac{J_{4n'}(\tau)}{\tau} d\tau - (4n'+1) \int_0^t \frac{J_{4n'+1}(\tau)}{\tau} d\tau, \end{aligned} \quad (5.39)$$

$$\text{где} \quad 4n' = 4n - (2k+1). \quad (5.40)$$

Вычисление токов через емкости по формуле (5.39) представляет известные трудности, поскольку отсутствуют таблицы для интегральных функций Бесселя высокого порядка. Для нахождения этих функций мы применяли формулы, выражающие их в виде рядов, членами которых являются простые функции Бесселя. Этот вывод приведен в приложении 5.

Формулу (5.39) можно записать приближенно в более компактной форме через функции Бесселя с полуцелым индексом, подобно тому, как это делалось при переходе от (5.31) к (5.32). Это приводит к следующему результату:

$$\frac{1}{2} i_{Ck+1}(t) = (2k + \frac{3}{2}) J_{2k+\frac{3}{2}}(t)/t + 4n' J_{4n'}(t)/t, \quad (5.41)$$

где $4n' = 4n - (2k + \frac{1}{2})$.

Формулой (5.41) можно пользоваться при вычислении эффективного значения токов через емкости ИЛ, о чем будет сказано дальше.

Рассмотрим графики токов через различные емкости ИЛ, рассчитанные по формуле (5.39) (рис. 5.4—5.6).

Заметим, что поскольку на рис. 5.3 изображен график тока на выходе предпоследнего звена ИЛ, то его можно рассматривать как график тока через последнюю емкость ИЛ ($i_{Cn} = i_{n-1}$).

На рис. 5.4—5.6 пунктиром показаны графики токов, рассчитанных по приближенным формулам, как на рис. 5.2. Из рисунков следует, что форма токов, получаемая при замене звеньев ИЛ звеньями с идеальным запыдыванием, существенно отличается от истинной.

Сравнивая рис. 5.3—5.6, можно отметить, что высота и форма импульса тока через емкость зависит от ее положения в ИЛ. В частности, только в первой $C1$ (рис. 5.4) и последней $C10$ (рис. 5.3) емкостях пиковое значение тока близко к величине тока в нагрузке I и достигает $0,86I$ и $0,8I$ соответственно. В промежуточных же емкостях оно меньше и достигает для $C3$ (рис. 5.5) $0,62I$, для $C7$ (рис. 5.6) $0,5I$. Кроме того, проведенные расчеты дали следующие результаты: $i_{C\text{макс}}$ для $C2$ составляет $0,68I$; $C4$ — $0,58I$; $C5$ — $0,54I$; $C6$ — $0,52I$; $C8$ — $0,6I$; $C9$ — $0,5I$. Из сопоставления графиков, рассчитанных по точной и приближенной формулам, мы видим, что пиковое значение тока в идеальном импульсе близко к реальному только для первой и последней емкостей (14% и 20%). Для других емкостей пиковое значение тока почти вдвое меньше.

5.4. Расчет эффективных значений токов в элементах ИЛ и потерь в индуктивностях

В предыдущих параграфах токи в элементах ИЛ определялись в предположении, что эти элементы чисто реактивны. Можно ожидать, что эти токи не изменятся при учете малых активных сопротивлений элементов ИЛ. Следовательно, выведенные формулы можно использовать при определении мощностей, теряемых в активных сопротивлениях элементов.

Определим эффективное значение тока $I_{\text{эф}}$ через индуктивности ИЛ. Учитывая, что полученные формулы определяют безразмерный ток i_h/I , а время t в этих формулах также безразмерное ($t = \omega_0 t_1$), получим

$$I_{\text{эф}}^2 = I^2 \frac{1}{T} \int_0^T i_h^2(t) dt, \quad (5.42)$$

где T — безразмерный период повторения импульсов, связанный с размерным периодом T_1 выражением

$$T = \omega_0 T_1 = 4n T_1 / \tau. \quad (5.43)$$

Если обозначить квадрат эффективного значения тока в нагрузке

$$I_{\text{э}}^2 = I^2 \tau / T_1, \quad (5.44)$$

то с учетом (5.43) получим формулу для квадрата эффективного значения тока в безразмерном виде

$$(I_{k\text{э}}/I_{\text{э}})^2 = \frac{1}{4n} \int_0^T i_k^2(t) dt. \quad (5.45)$$

Вычисление эффективного значения тока по этой формуле получается простым или сложным в зависимости от формы выражения для тока i_k . Вычисления оказываются очень простыми, если предположить, что графики токов в элементах ИЛ представляют прямоугольники (рис. 5.2). Тогда получим

$$(I_{k\text{э}}/I_{\text{э}})^2 = \frac{1}{4n} \int_{2k}^{4n-2k} dt.$$

Отсюда следует формула для квадрата эффективного значения тока через индуктивности

$$(I_{k\text{э}}/I_{\text{э}})^2 = 1 - k/n. \quad (5.46)$$

Это выражение показывает, что его величина зависит от номера звена: наибольший ток получается в звеньях, находящихся у начала ИЛ.

Для эффективного значения тока через емкости получим

$$(I_{Ck\text{э}}/I_{\text{э}})^2 = \frac{1}{4n} \int_{2(k-1)}^{2k} dt + \frac{1}{4n} \int_{4n-2k}^{4n-2(k-1)} dt.$$

Отсюда следует

$$(I_{Ck\text{э}}/I_{\text{э}})^2 = 1/n. \quad (5.47)$$

Это равенство показывает, что величина эффективного значения тока через емкости ИЛ не зависит от номера звена, т. е. все емкости работают в одинаковых условиях.

Определим среднюю мощность, теряемую в индуктивностях всех звеньев ИЛ. Для этого предположим, что мощность рассеивается на активных сопротивлениях r_L , включенных последовательно с индуктивностями. Теряемая в сопротивлениях индуктивностей мощность

$$P_L = r_L \sum_{k=0}^{n-1} I_{k0}^2. \quad (5.48)$$

Мощность, выделяемая в нагрузке,

$$P = I_0^2 R. \quad (5.49)$$

Отсюда относительная мощность потерь в индуктивностях

$$P_L/P = \frac{r_L}{R} \sum_{k=0}^{n-1} (I_{k0}/I_0)^2.$$

С учетом (5.46) получим

$$P_L/P = \frac{r_L}{R} \sum_{k=0}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{n}\right). \quad (5.50)$$

Это равенство содержит сумму членов арифметической прогрессии. Используя простые формулы, имеем

$$P_L/P = r_L(n+1)/2R. \quad (5.51)$$

Мы уже обращали внимание на то, что наиболее нагруженными оказываются индуктивности звеньев в начале ИЛ. Если составить выражение для мощности P_{L0} , теряемой в индуктивности первого звена и дополнительной индуктивности ($k=0$), отнесенной к мощности, теряемой во всех звеньях, то получим

$$P_{L0}/P_L = \zeta/(n+1).$$

Это равенство показывает, что мощность, теряемая в индуктивности первого звена, вдвое большей той, которая терялась бы в ней при равномерном распределении мощности потерь.

Определим эффективные значения токов, используя более точные выражения для мгновенных значений токов в элементах ИЛ. Так как формула (5.31) слишком слож-

на, используем приближенную формулу (5.32), где ток i_k представлен в виде суммы функций Бесселя полуцелого порядка, деленных на аргумент l . При вычислении интеграла в (5.45) для упрощения задачи заменим верхний предел T на ∞ . Такая замена дает малую ошибку, поскольку подынтегральное выражение хорошо сходится при $T \rightarrow \infty$. Итак, вместо формулы (5.45) имеем

$$(I_{k3}/I_3)^2 = \frac{1}{4n} \int_0^{\infty} i_k^2(t) dt. \quad (5.52)$$

Из (5.32) получим

$$i_k^2(t) = 4 \sum_{\nu=k}^{2n-(k-1)} \left\{ X_{\nu}^2(t) + 2 \sum_{\lambda=1}^{2(n-k)-1} X_{\nu}(t) X_{\nu+\lambda}(t) \right\}, \quad (5.53)$$

где

$$X_{\nu}(t) = (2\nu + 3/2) J_{2\nu+3/2}(t)/t. \quad (5.54)$$

После подстановки (5.53) в (5.52) получим выражение, содержащее сумму табличных интегралов. Поэтому преобразование (5.52), приведенное в приложениях 7 и 8, сводится к нахождению упомянутой суммы. Результаты вычислений показывают, что формулу для определения эффективных значений токов (5.46) можно считать справедливой и в этом случае. Поэтому мощность, теряемую в индуктивностях ИЛ, можно определить по (5.51).

Определим эффективные значения токов через емкости ИЛ. Для этого подставим в формулу (5.52) приближенное выражение для определения тока через емкости (5.41) (с заменой индексов k на $C+k+1$). Тогда подынтегральную функцию можно представить в виде (5.53):

$$i_{C+k+1}^2(t) = 4 \{ X_{\nu}^2(t) + X_{\nu+\lambda}^2(t) + 2X_{\nu}(t) X_{\nu+\lambda}(t) \}. \quad (5.55)$$

Здесь использовалось обозначение (5.54), при этом $\nu=k$,

$$\lambda = 2(n-k) - 2. \quad (5.56)$$

В результате вычислений, которые приводятся в приложениях 7 и 9, получаются табличные интегралы. Выражение (5.55) содержит три слагаемых.

Оказывается, что для всех звеньев, кроме первого ($k+1=1$) и последнего ($k+1=n$), достаточно учесть

только два первых слагаемых, и тогда формула для определения квадрата эффективного значения тока через емкости ИЛ примет вид

$$(I_{C_{k+1} \text{ э}}/I_0)^2 = 2/\pi n, \quad 2 \leq k+1 \leq n-1. \quad (5.57)$$

Для первого и последнего звена требуется еще учесть поправку, которую дает третье слагаемое в (5.55). Получаются следующие формулы.

Для первого звена ($k+1=1$)

$$(I_{C_{1 \text{ э}}}/I_0)^2 = 17/8\pi n. \quad (5.58)$$

Для последнего звена ($k+1=n$)

$$(I_{C_{n \text{ э}}}/I_0)^2 = 8/3\pi n. \quad (5.59)$$

Из этих формул видно, что для крайних звеньев квадраты эффективного значения тока через емкость больше, чем в промежуточных звеньях, на 6% в первом звене и на 33% в последнем.

Сравним формулы (5.57) и (5.47), откуда следует, что при более точном расчете квадрат эффективного значения тока через емкость в $\pi/2$ раз меньше.

5.5. Расчет токов и потерь в элементах ИЛ при несогласованной нагрузке

Чтобы найти выражения для мгновенных и эффективных значений токов через индуктивности ИЛ при произвольном значении m , рассмотрим операционное равенство (5.21). После преобразований получим

$$i_k(p) = \frac{1+m}{m[p+(m^2-1)/2m]} \times \left\{ \sum_{v=1}^{2n-k-1} m(\sqrt{1+p^2}-p)^{2v+1} - (\sqrt{1+p^2}-p)^{2v+2} \right\}. \quad (5.60)$$

Отсюда найдем два асимптотических выражения при $m \rightarrow \infty$ и $m \rightarrow 0$.

При $m \rightarrow \infty$ получим

$$i_k(p) = \frac{2}{m} \sum_{v=1}^{2n-k-1} (\sqrt{1+p^2}-p)^{2v+1}. \quad (5.61)$$

При $m \rightarrow 0$ найдем

$$i_k(p) = 2 \sum_{\nu=1}^{2n-k-1} (\sqrt{1+p^2} - p)^{2\nu+1}. \quad (5.62)$$

Сопоставление выражений (5.61) и (5.62) показывает, что структура их одинакова, а отличаются они только изменением показателя степени на 1. Поэтому можно предположить, что при произвольном m надо изменить показатель степени следующим образом: $(2\nu+1) + 1/(1+m)$. В этом можно убедиться, рассуждая следующим образом. Показатель степени есть время группового запаздывания, вносимого звеньями ИЛ, а слагаемое $1/(1+m)$ — время группового запаздывания t_0 , вносимого входной цепью при $\mu=1$. Итак, напишем одно обобщенное равенство:

$$i_k(p) = 2 \sum_{\nu=1}^{2n-k-1} (\sqrt{1+p^2} - p)^{2\nu+1-t_0}, \quad (5.63)$$

где $t_0 = 1/(1+m)$.

Временная функция, соответствующая (5.63),

$$i_k(t) = 2 \sum_{\nu=1}^{2n-k-1} (2\nu+1+t_0) [J_{2\nu+1+t_0}(t)/t]. \quad (5.64)$$

Интересно отметить, что это выражение можно использовать не только при $m \rightarrow 0$ и $m \rightarrow \infty$, но и для $m=1$ согласно формуле (5.32).

Определение эффективного значения тока по формуле (5.64) показывает, что остается в силе равенство (5.46).

Аналогичным образом надо поступать и при вычислении мгновенных и эффективных значений токов через емкости ИЛ, тогда получаются формулы (5.57) — (5.59).

5.6. Экспериментальная проверка токов в элементах ИЛ

В эксперименте использовался ИМ мягкого тила (рис. 5.7) с разными КЭ (водородный тиратрон, кремниевый управляемый вентиль — тиристор) и ИЛ ($n=10$ и $n=5$, $\rho=100, 60, 1$ Ом). Применялся также модулятор жесткого типа с вакуумной лампой ГМИ-5 или транзистором КТ-803 в качестве КЭ при различных значениях m

($m=0,4; 1; 3; 10$). Полученные в мягком модуляторе осциллограммы токов через $L_{10}(C_{10}), C_1, C_3, C_7$ при $m=1$ представлены на рис. 5.8,а—г. Из сопоставления рассчитанных графиков на рис. 5.3—5.6 и осциллограмм на рис. 5.8,а—г видно, что они хорошо совпадают.

В процессе эксперимента одним и тем же прибором измерялось эффективное значение тока в нагрузке и по-

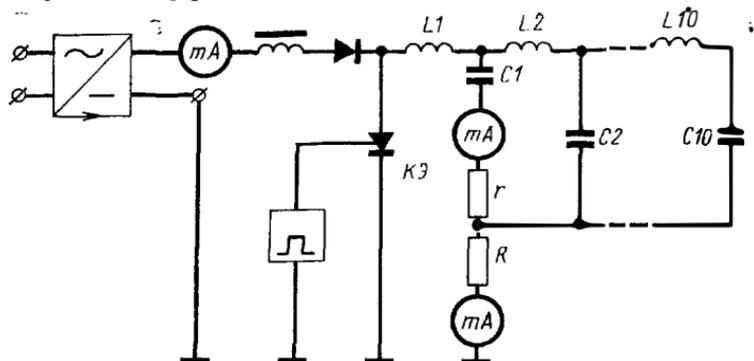


Рис. 5.7. Схема импульсного модулятора для наблюдения осциллограмм токов через элементы ИЛ и измерения их эффективных значений (r измерительный резистор).

очередно через каждую катушку и конденсатор ИЛ. Чтобы режим модулятора оставался неизменным, питание ИМ и генератора импульсов ГИ производилось от стабилизированных источников. Кроме того, в цепи заря-

Таблица 5.1

Сопоставление теоретических и экспериментальных значений $I_{кэ}/I_э$ при $n=10, m=1$

Номер звена k		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{I_{кэ}}{I_э}$	теоретическое	1,0	0,948	0,891	0,830	0,772	0,702	0,625	0,533	0,431	0,292
	экспериментальное	1,0	0,930	0,880	0,814	0,758	0,674	0,591	0,496	0,394	0,254

да и нагрузки были включены приборы для измерения и контроля постоянства соответствующих эффективных значений токов. Результаты измерений эффективных значений токов через катушки сведены в табл. 5.1, а токов через конденсаторы — в табл. 5.2.

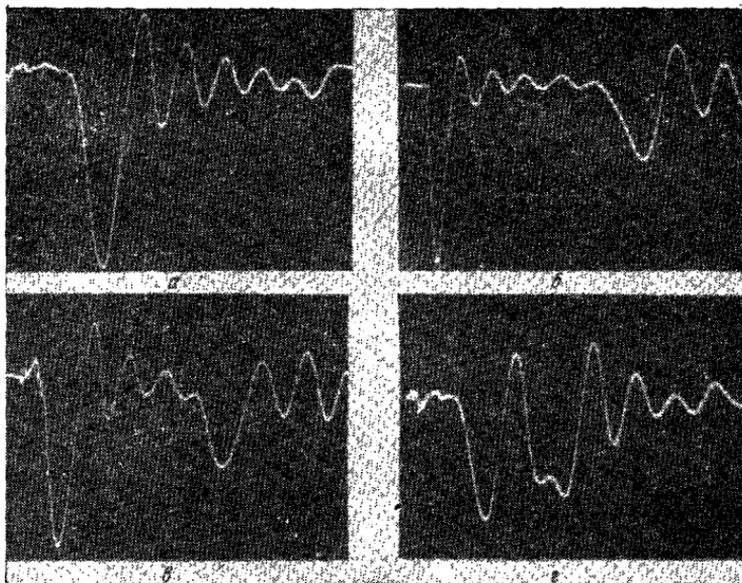


Рис. 5.8. Осциллограммы токов:

а) $i_9(i_{C10})$ (рассчитанный график на рис. 5.3); б) i_{C1} (рассчитанный график на рис. 5.4); в) i_{C3} (рассчитанный график на рис. 5.5); г) i_{C7} (рассчитанный график на рис. 5.6). Параметры ИЛ: $L/2=15$ мкГн, $C=3000$ пФ, $n=10$, $\rho=100$ Ом. Напряжение снималось с измерительного резистора $r=2$ Ом (рис. 5.7), включаемого в цепь измеряемого тока.

Таблица 5.2

Сопоставление теоретических и экспериментальных значений I_{Ck3}/I_0 в конденсаторах ИЛ

Номер звена <i>k</i>	I_{Ck3}/I_0						
	расчет		эксперимент				
	$m=1$		$m=0,4$	$m=1$		$m=3$	$m=10$
	$n=5$	$n=10$	$n=10$	$n=5$	$n=10$	$n=10$	$n=10$
1	0,368	0,261	0,23	0,35	0,23	—	0,24
2	0,358	0,253	—	0,33	0,22	—	—
3	0,358	0,253	—	0,33	0,21	0,22	0,22
4	0,358	0,253	—	0,33	0,21	—	—
5	0,412	0,253	—	0,40	0,21	0,22	0,22
6	—	0,253	—	—	0,21	0,22	—
7	—	0,253	—	—	0,21	—	—
8	—	0,253	—	—	0,21	0,22	0,22
9	—	0,253	—	—	0,21	—	—
10	—	0,292	0,25	—	0,25	0,26	0,26

Анализируя табл. 5.1, можно заметить, что расхождение теоретических и экспериментальных данных увеличивается по мере приближения к концу ИЛ, где оно достигает 15%. В начале линии разница незначительна. Было высказано предположение, что это объясняется влиянием внутреннего сопротивления миллиамперметра, равного 3 Ом. Для проверки был проделан следующий эксперимент: последовательно с миллиамперметром включалось дополнительное сопротивление 3 Ом. Оно не вызвало заметного искажения формы импульса на нагрузке, но при его закорачивании показание прибора в цепи последней катушки увеличивалось примерно на 4%, а показание прибора в цепи нагрузки оставалось неизменным. Чем ближе к началу ИЛ устанавливали прибор, тем заметнее становилось уменьшение тока в нагрузке. Если прибор находился в первом звене, то при закорачивании дополнительного сопротивления показания его и прибора в цепи нагрузки увеличивались примерно на 4%. При уменьшении числа ячеек линии до $n=5$ теоретическое значение $I_{к0}/I_a$ для последней индуктивности отличалось от экспериментального лишь на 5% (15% при $n=10$), т. е. можно сказать, что при меньшем числе ячеек внутреннее сопротивление прибора сильнее влияет на уменьшение тока в нагрузке.

Чтобы получить представление о потерях, измерялся перепад температур Δt_n° металлобумажных конденсаторов, в которые были впаяны термомпары. Полученные значения перепадов температур Δt_n° , отнесенные к перепаду температуры пятого конденсатора (Δt_5), представлены на рис. 5.9. Там же для сопоставления нанесены теоретические и экспериментальные значения $I_{к0}/I_a$.

Из табл. 5.2 и рис. 5.9 можно сделать некоторые заключения. Во-первых, эффективные значения токов через конденсаторы при заданном эффективном значении тока в нагрузке почти не зависят от m , во-вторых, они распределяются по ИЛ неравномерно; в конденсаторах С1 и С10 ($n=10$) или С1 и С5 ($n=5$) они больше, чем в промежуточных, что совпадает с теоретическими данными. Однако при $n=10$ расхождения между теоретическими и экспериментальными данными достигают 12—18%. Видимо, это объясняется влиянием внутреннего сопротивления миллиамперметра. Для проверки был проделан такой же эксперимент, как и при измерении эффективных

значений токов через катушки. Из табл. 5.2 видно, что при $n=10$ экспериментальные и расчетные значения токов через одну и ту же емкость отличаются всего на 4—10%. Это также доказывает предположение, что различие объясняется влиянием внутреннего сопротивления миллиамперметра. Причем при $n=5$ его влияние заметнее сказывалось на уменьшении тока в нагрузке. Поэтому

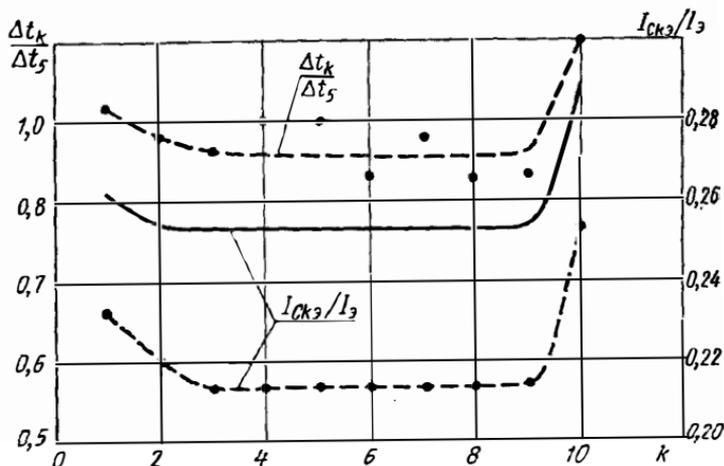


Рис. 5.9. Эффективные значения токов через емкости и их температуры для ИЛ с параметрами, перечисленными в подписи к рис. 5.8. Рассчитанные (—) и экспериментальные (---) значения I_{Ck2}/I_2 и перепад температур в конденсаторах ИЛ с $n=10$.

му отношению $I_{C_{k+12}}/I_2$ при $n=5$ было несколько выше, чем при $n=10$.

Измерялись также эффективные значения токов в элементах ИЛ при сглаживании пульсаций на вершине импульса увеличением первой индуктивности ИЛ. При этом они оказались примерно на 10% меньше.

Вернемся к рис. 5.9. Если бы все емкости имели одно и то же последовательное сопротивление в эквивалентной схеме (одинаковый $\text{tg } \delta$), то характер изменения перепада температур точно повторял бы характер изменения I_{Ck2}^2 . Из рис. 5.9 видно, что в среднем (пунктирная линия) данные Δt_k^0 довольно точно согласуются с данными I_{Ck2}^2 . Но для некоторых конденсаторов, например С6, значение Δt_6^0 оказалось ниже средней линии. Когда

С6 и С4 меняли местами, то значение Δt° для каждого из них осталось прежним. Это доказывает, что разница между полученным и ожидаемым перепадами температур объясняется не различным положением конденсаторов в ИЛ, а изменением $\operatorname{tg} \delta$ от конденсатора к конденсатору. Измерения $\operatorname{tg} \delta$ конденсаторов на частоте 200 Гц дали следующие результаты (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Результаты измерений $\operatorname{tg} \delta$ конденсаторов ИЛ

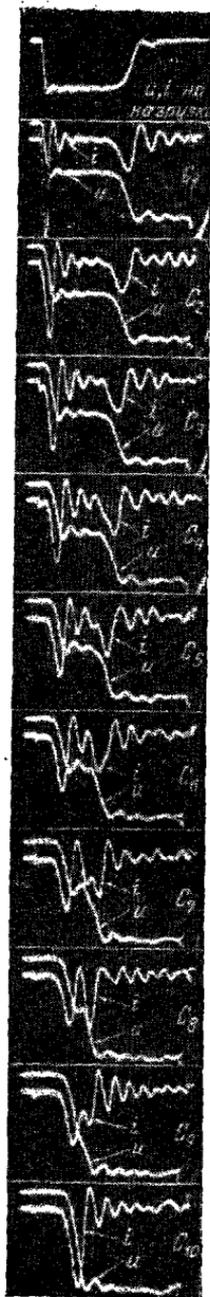
C_n	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
$\operatorname{tg} \delta \cdot 10^2$	0,16	0,17	0,16	0,17	0,16	0,13	0,15	0,14	0,14	0,15

Из табл. 5.3 видно, что у С6 самый низкий $\operatorname{tg} \delta$. Поэтому при одинаковом эффективном значении тока через С6 и С7 перепад температуры С6 оказался меньше (рис. 5.9).

Для проверки (5.51) мощность, теряемая в индуктивностях, измерялась в различных ИЛ. При этом значения P_L/P были очень близки к теоретическим, получаемым из (5.51) при подстановке вместо r_L величины сопротивления катушки постоянному току. Видимо, это объясняется тем, что в интервал времени, равный длительности импульса, через индуктивности проходит постоянный ток.

На рис. 5.10 представлены осциллограммы импульсов тока и напряжения для всех конденсаторов ИЛ с $\rho=60$ Ом, $n=10$, $C=0,05/3$ мкФ. При этом нагрузка R была включена в цепь анода КЭ (рис. 5.7), а обцы выводы конденсаторов были заземлены.

Импульсы наблюдались и фотографировались на осциллографе С1-15 с предусилителем и коммутатором С1-15/3. Для снятия осциллограмм тока последовательно с одним из конденсаторов ИЛ устанавливали сопротивление 1 Ом. Из сопоставления осциллограмм токов (напряжений) видна задержка разряда конденсаторов, находящихся в конце ИЛ. Из осциллограмм можно видеть, что конденсаторы разряжаются в две стадии, которые соответствуют падающей и отраженной волнам, причем последний разряжается один раз, т. е. здесь падающая и отраженная волны складываются, так как ИЛ разомкнута на конце.



Из рис. 5.10 видно также, что цепочная ИЛ обладает дисперсией, что проявляется в постепенном затягивании фронта импульса тока (напряжения) в конденсаторах по мере приближения падающей волны к концу линии и затем отражения к началу. Например, в первом конденсаторе резко отличаются начальный и последний выбросы тока. Если в формировании фронта импульса на нагрузке участвует первый и частично второй конденсатор, то в формировании спада — несколько конденсаторов — первый, второй, третий и частично четвертый. Это и объясняет, почему спад импульса более затянут в сравнении с фронтом импульса.

В заключение приведем результаты измерения мощности, теряемой в катушках ИЛ мощного модулятора. Была использована однородная цепочечная ИЛ с $n=10$ и $\rho=10$ Ом. Катушки были изготовлены из медной трубки и охлаждались водой. Эксперимент проводился по схеме на рис. 5.7, но ИЛ была включена иначе: общая шина конденсаторов подключалась к КЭ (тиратрону), а первая катушка — к нагрузке. Такое включение было необходимо для того, чтобы индуктивности ИЛ оказались под нулевым потенциалом в паузе между импульсами и таким образом исключалась возможность дополнительного подогрева воды токами утечки. Измерение теряемой мощности производилось калориметрическим способом при работе модулятора в номинальном режиме. По измеренному перепаду температуры воды на выходе

Рис. 5.10. Осциллограммы напряжения на активной согласованной нагрузке (вверху), а также токов и напряжений на конденсаторах ИЛ. Параметры ИЛ: $n=10$, $L/2=30$ мкГн, $C=0,05/3$ мкФ, $\rho=60$ Ом.

индуктивностей относительно входа $\Delta t = 10^2$ (скорость воды $v = 30 \text{ см}^3/\text{с}$) определялась термая мощность

$$P_L = 4,18 \text{ вА}^2.$$

Мощность в нагрузке определялась расчетным путем, исходя из измеренного значения потребляемой от выпрямителя мощности с учетом потерь в зарядной цепи и в тиратроне. В результате измерений получили отношение $P_L/P = 1,65\%$, расчет же дал $P_L/P = 1,8\%$. Такое совпадение можно считать хорошим.

Глава 6

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИСКУССТВЕННОЙ ЛИНИИ С ПОТЕРЯМИ

Рассмотрим ИЛ, составленную из звеньев фильтра нижних частот с потерями (рис. 6.1). Потери учитываются активными сопротивлениями r_L , включенными последовательно с индуктивностями, и активными проводимостями g_C , включенными параллельно емкостям. Так как исследование переходных процессов в ИЛ с потерями в полном объеме представляет сложную задачу, она здесь не рассматривается. Практический интерес представляет случай, когда потери малы, тогда задачу удается решить приближенно. Для количественной оценки потерь вводятся затухания δ_L и δ_C , вызванные r_L и g_C на частоте среза ω_0 ,

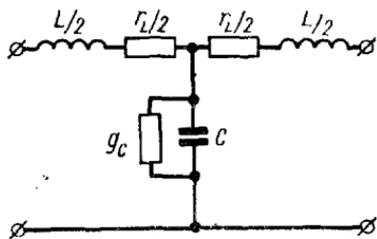


Рис. 6.1. Эквивалентная схема Т-образного звена ИЛ с потерями в виде r_L и g_C .

$$\delta_L = r_L/L\omega_0, \quad \delta_C = g_C/C\omega_0. \quad (6.1)$$

Смысл слов «малые потери» состоит в том, что затухания δ_L и δ_C малы относительно единицы. Будем считать, что все затухания одного порядка малости, и потому вместо δ_L и δ_C будем говорить просто о δ без индекса,

познавая под этим одно из упомянутых затуханий. Величины, пропорциональные δ в первой степени, мы будем называть малыми первого порядка, а произведения δ и величины, пропорциональные δ в высших степенях, — соответственно малыми второго и более высоких порядков малости. Для наших целей достаточно учесть поправку за счет малых первого порядка.

Переходный процесс в ИЛ с потерями, насколько нам известно, до сих пор не исследовался. Имеется только работа [32] об экспериментальном исследовании процессов в ИЛ с потерями на аналоговой машине, материалы которой мы обсудим после описания наших экспериментов с ИЛ с потерями.

6.1. Фронт и вершина импульса на нагрузке с учетом потерь в ИЛ

Анализ переходных процессов в ИЛ с потерями сводится к выявлению влияния потерь на вершину импульса. Так как фронт и вершина импульса формируются преимущественно падающей волной, рассмотрим уравнение, описывающее ее,

$$u_{\delta}(p) = E(p) R / [R + \omega_0 L_{\text{д}}(p + \delta_L) + \omega], \quad (6.2)$$

где $L_{\text{д}}$ — дополнительная индуктивность, включенная последовательно с ИЛ, вносящая то же затухание δ_L , что и индуктивные плечи ячеек ИЛ.

Характеристическое сопротивление Т-образных ячеек (рис. 6.1) определяется равенством

$$\omega = \sqrt{z_L z_C + (z_L/2)^2}, \quad (6.3)$$

где

$$z = \omega_0 L(p + \delta_L); \quad (1/z_C) = \omega_0 C(p + \delta_C). \quad (6.4)$$

Подставив (6.4) в (6.3), получим выражение для ω с учетом потерь:

$$\omega = p \sqrt{(p + \delta_L) / (p + \delta_C) + (p + \delta_L)^2}. \quad (6.5)$$

Если в (6.5) оставить только малые первого порядка относительно δ , то получим следующее выражение:

$$\omega = p \left\{ \sqrt{1 + p^2} + \left[(\delta_L - \delta_C) \frac{1}{p} + 2\delta_L p \right] \frac{1}{2\sqrt{1 + p^2}} \right\}. \quad (6.6)$$

Считаем; что

$$\omega_0 L_d = \rho. \quad (6.7)$$

Это означает, что $L_d = L/2$. Подставим (6.6) в (6.2) и введем обозначение m . Оставив только малые первого порядка относительно δ , найдем

$$u_\delta(\rho) = [E(\rho) m / (m + \rho + \sqrt{1 + \rho^2})] + \Delta u(\rho), \quad (6.8)$$

где $\Delta u(\rho)$ — поправка к напряжению падающей волны за счет потерь, равная

$$\Delta u(\rho) = - \frac{m}{(m + \rho + \sqrt{1 + \rho^2})^2} \times \\ \times \left\{ \delta_L + \left[(\delta_L - \delta_C) \frac{1}{\rho} + 2\delta_L \rho \right] \frac{1}{2\sqrt{1 + \rho^2}} \right\} E(\rho). \quad (6.9)$$

В дальнейшем будем рассматривать только случай, когда $m=1$. Кроме того, заменим $E(\rho) = 1/\rho$. Тогда (6.9) приобретает вид

$$\Delta u(\rho) = - 1/4 (\delta_L u_L - \delta_C u_C), \quad (6.10)$$

где

$$u_L = \frac{2[(2\rho/X) + 1]}{(1 + 1/X)^2 \rho^2 \sqrt{1 + \rho^2}}; \quad u_C = \frac{2}{(1 + 1/X)^2 \rho^2 \sqrt{1 + \rho^2}}. \quad (6.11)$$

в этих выражениях обозначено

$$X = \sqrt{1 + \rho^2} - \rho. \quad (6.12)$$

Последующие преобразования упрощаются, если учесть, что для выражения (6.12) имеют место тождества

$$1/X = \sqrt{1 + \rho^2} + \rho, \quad 1 - X^2 = 2\rho X. \quad (6.13)$$

После умножения числителей и знаменателей выражений (6.11) на $(1 - 1/X)^2$ и простых преобразований с учетом (6.12) и тождеств (6.13) получим

$$u_L = (\sqrt{1 + \rho^2} - 1 + \rho)^2 / 2\rho^4 \sqrt{1 + \rho^2}, \quad (6.14)$$

$$u_C = (\sqrt{1 + \rho^2} - 1 - \rho)^2 / 2\rho^4 \sqrt{1 + \rho^2}. \quad (6.15)$$

Такая запись показывает, что выражения для u_L и u_C симметричны и отличаются только знаком при ρ . Поэтому целесообразно представить u_L и u_C в виде комби-

нации двух компонент u_a и u_b , четной и нечетной относительно p ,

$$u_L = u_a + u_b, \quad u_C = u_a - u_b, \quad (6.16)$$

где

$$u_a = (1 + p^2 - \sqrt{1 + p^2})/p^4 \sqrt{1 + p^2}; \quad (6.17)$$

$$u_b = p(\sqrt{1 + p^2} - 1)/p^4 \sqrt{1 + p^2}. \quad (6.18)$$

Применив опять обозначение (6.12), получим

$$u_a = (X/p^4) + (1/p^3) - (1/p^4), \quad (6.19)$$

$$u_b = (X/p^4 \sqrt{1 + p^2}) + (1/p^3) - (1/p^4). \quad (6.20)$$

Входящим в эти равенства спектральным функциям соответствуют временные:

$$X(p) \rightarrow \frac{J_1(t)}{t} = X(t), \quad \frac{X(p)}{\sqrt{1 + p^2}} \rightarrow J_1(t).$$

Таким образом, учитывая теоремы операционного исчисления, получим следующие временные представления для функций u_a и u_b :

$$u_a = \int_0^t \frac{(t - \tau)^2}{3!} X(\tau) d\tau + \frac{t^2}{2!} - \frac{t^3}{3!}, \quad (6.21)$$

$$u_b = \int_0^t \frac{(t - \tau)^2}{3!} J_1(\tau) d\tau + \frac{t^2}{2!} - \frac{t^3}{3!}. \quad (6.22)$$

Можно заметить, что эти формулы симметричны. Однако они достаточно сложны, и, рассматривая их, трудно сделать какие-либо заключения качественного характера. Чтобы избежать ошибок при вычислениях, найдем другие временные представления, которые можно получить, представив спектральные формулы (6.17) и (6.18) в виде

$$u_a = \left(\frac{1}{p^4} + \frac{1}{p^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + p^2}} - \frac{1}{p^4}, \quad (6.23)$$

$$u_b = \frac{1}{p^3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + p^2}} \right). \quad (6.24)$$

Спектральная функция, содержащая радикал, имеет временное представление через функцию Бесселя нулевого порядка:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + p^2}} \rightarrow J_0(t).$$

Поэтому, привлекая теорему операционного исчисления, можно получить временные представления функций u_a и u_b через $J_0(t)$:

$$u_a = \int_0^t \frac{(t-\tau)^3}{3!} J_0(\tau) d\tau + \int_0^t (t-\tau) J_0(\tau) d\tau - \frac{t^3}{3!}, \quad (6.25)$$

$$u_b = \frac{t^2}{2!} - \int_0^t \frac{(t-\tau)^2}{2!} J_0(\tau) d\tau. \quad (6.26)$$

Сложность этих выражений объясняется тем, что они описывают поправку к напряжению падающей волны и на фронте, и на вершине импульса. Однако ясно, что поправка к фронту для нас не представляет интереса, поскольку она мала, и фронт достаточно хорошо описывается первой компонентой равенства (6.8), т. е. уже известным выражением для ИЛ без потерь. Наибольший интерес представляет поправка к напряжению падающей волны на вершине, т. е. ее асимптотическое значение при $t \rightarrow \infty$. Чтобы найти асимптотические выражения для u_a и u_b при $t \rightarrow \infty$, привлечем следующие асимптотические разложения функций Бесселя нулевого и первого порядка при большом значении аргумента.

$$\sqrt{2/\pi} J_0(t) = (\alpha_0 t^{-1/2} + \alpha_1 t^{-5/2}) \cos(t - \pi/4) + (b_0 t^{-3/2} + b_1 t^{-7/2}) \sin(t - \pi/4),$$

$$\sqrt{2/\pi} J_1(t) = (\alpha_0 t^{-1/2} + \alpha_1 t^{-5/2}) \sin(t - \pi/4) + (\beta_0 t^{-3/2} + \beta_1 t^{-7/2}) \cos(t - \pi/4).$$

Здесь обозначены численные коэффициенты:

$$\alpha_0 = 1; \quad \alpha_1 = -\frac{(3!!)^2}{2! 8^2}; \quad b_0 = \frac{1}{8}; \quad b_1 = -\frac{(5!!)^2}{3! 8^2};$$

$$\alpha_0 = 1; \quad \alpha_1 = \frac{5!!}{2! 8^2}; \quad \beta_0 = \frac{3}{8}; \quad \beta_1 = -\frac{3 \cdot 7!!}{3! 8^2}.$$

При вычислении асимптотических выражений для u_a и u_b по (6.21) и (6.22) в них нельзя подставлять сразу асимптотические разложения функций Бесселя. Предварительно их надо представить в виде, содержащем только

интегралы от $J_0(t)$ или $J_1(t)$, поскольку такие интегралы сходятся:

$$\int_0^t J_0(\tau) d\tau = 1 + \int_0^t J_0(\tau) d\tau, \quad \int_0^t J_1(\tau) d\tau = 1 + \int_0^t J_1(\tau) d\tau.$$

В процессе вычислений приходилось использовать формулы с интегралами от функций Бесселя следующего вида:

$$\begin{aligned} \int_0^t \tau J_1(\tau) d\tau &= \int_0^t J_0(\tau) d\tau - tJ_0(t), \\ \int_0^t \tau^2 J_1(\tau) d\tau &= 2tJ_1(t) - t^2 J_0(t), \\ \int_0^t \tau^3 J_1(\tau) d\tau &= 3t^2 J_1(t) - t^3 J_0(t) + 3tJ_0(t) - 3 \int_0^t J_0(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Формулы указанного типа и им подобные выписаны в приложении 3.

Вычисления асимптотических выражений для u_a и u_b по формулам (6.21) и (6.22) оказались длительными и сложными, так как они связаны с большим количеством преобразований, в том числе алгебраических и арифметических. Не исключалась возможность ошибок, которые могли бы привести к ошибкам в окончательных результатах. Для проверки указанные вычисления выполнялись дважды: один раз по формулам (6.21), (6.22) и второй раз по формулам (6.25), (6.26). Результат считался правильным, когда оба вычисления приводили к одинаковым выражениям. После вычислений и ряда проверок были получены следующие асимптотические равенства для u_a и u_b при $t \rightarrow \infty$:

$$u_a = (t/2) + t^{-3/2} \sqrt{2/\pi} \sin(t - \pi/4), \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} u_b = & 1/2 + t^{-1/2} \sqrt{2/\pi} \sin(t - \pi/4) - (13/8)t^{-3/2} \times \\ & \times \sqrt{2/\pi} \cos(t - \pi/4). \end{aligned} \quad (6.28)$$

В этих выражениях учтены только малые члены порядка $t^{-1/2}$ и $t^{-3/2}$. Хотя в окончательных выражениях (6.27), (6.28) не учитывались малые порядка $t^{-5/2}$ и выше, в процессе вычислений необходимо было учитывать, что под

Некоторыми интегралами присутствуют множители t , t^2 и t^3 . Поэтому в асимптотических представлениях функций Бесселя учитывались малые более высоких порядков, до $t^{-7/2}$.

При этом можно вычислить выражения для u_a и u_b (6.27), (6.28) только с учетом членов порядка $t^{-1/2}$. Для учета членов порядка $t^{-3/2}$ в асимптотических представлениях для J_0 и J_1 следует оставить члены до $t^{-9/2}$, которые в написанных выше формулах отсутствуют. Поправки к напряжению с членами порядка $t^{-3/2}$ в (6.27) и (6.28) были получены иным путем, о чем будет сказано дальше. В этих формулах первые слагаемые представляют главную часть, а за ними следуют осциллирующие члены с амплитудой, убывающей со временем. Главные (неосциллирующие) компоненты в этих выражениях можно довольно просто получить непосредственно из операционных выражений, рассматривая их при $p \rightarrow 0$. Для этого наиболее удобны выражения (6.23) и (6.24), из которых при $p \rightarrow 0$ получим

$$u_a(p) \simeq 1/2p^2, \quad u_b(p) \simeq 1/2p.$$

Этим спектральным функциям соответствуют временные

$$u_a(t) = t/2, \quad u_b(t) = 1/2. \quad (6.29)$$

Эти выражения соответствуют главным компонентам асимптотических формул (6.27) и (6.28). Полученные результаты позволяют сделать ряд заключений о влиянии затуханий δ_L и δ_C на вершину импульса. Подставив в формулу (6.10) выражения (6.16) и (6.27), (6.28), получим

$$\Delta u(t) = -1/4 \left\{ \delta_L \left[\frac{(t+1)}{2} + t^{-1/2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin \left(t - \frac{\pi}{4} \right) \right] - \delta_C \left[\frac{(t-1)}{2} - t^{-1/2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin \left(t - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right\}. \quad (6.30)$$

Здесь в осциллирующей части учтены только члены порядка $t^{-1/2}$. Сначала рассмотрим главные части поправок, при этом не будем учитывать осциллирующие компоненты. Из (6.30) видно, что наличие δ_L приводит к линейному спаду напряжения на вершине, а δ_C — к линейному подъему. Если затухания равны $\delta_L = \delta_C = \delta$, то линейное изменение напряжения на вершине за счет δ_L и δ_C ком-

пенсироваться, и остается только постоянное во времени уменьшение напряжения $\Delta u = -\delta/4$.

Рассмотрим влияние осциллирующих компонент на вершину импульса. Из (6.30) видно, что осцилляции за счет δ_L и δ_C складываются. Необходимо сравнить фазу осцилляций, связанных с поправкой напряжения за счет затухания, и основных осцилляций, вызванных падающей волной в ИЛ без потерь. Этот вопрос интересен потому, что желательно знать, будет ли присутствие потерь приводить к появлению осцилляций на вершине импульса. Чтобы ответить на этот вопрос, получим асимптотическое выражение для падающей волны в ИЛ без потерь и сопоставим его с выражением для поправки напряжения за счет потерь (6.30).

Падающая волна в ИЛ без потерь описывается первой компонентой выражения (6.8). Она исследовалась в гл. 3, где было получено следующее временное представление при $m=1$:

$$u(t) = \frac{1}{2} \left\{ t - \int_0^t (t - \tau) X(\tau) d\tau \right\}.$$

Так же как было описано раньше, найдем из этого равенства асимптотическое выражение при $t \rightarrow \infty$:

$$u(t) = 1/2 \{ 1 + t^{-3/2} \sqrt{2/\pi} \sin(t - \pi/4) \}. \quad (6.31)$$

Отсюда следует, что амплитуда осцилляций на вершине импульса, формируемого ИЛ без потерь, пропорциональна $t^{-3/2}$, в то время как из (6.30) следует, что поправка за счет потерь в ИЛ дает осцилляции с амплитудой $\sim t^{-1/2}$. Это различие несущественно, так как амплитуды осцилляций можно рассматривать как медленно меняющиеся функции времени. Сопоставление (6.31) и (6.30) показывает, что фазы осцилляций противоположны и, следовательно, поправку напряжения за счет потерь можно использовать для компенсации осцилляций на вершине импульса в линии без потерь.

Существует другой подход к выяснению вопроса о фазе осцилляций, вызванных наличием потерь в ИЛ. Можно построить графики функций u_L и u_C на основе полученных далее формул и сопоставить эти графики с кривыми, описывающими фронт и вершину импульса в ИЛ без потерь (рис. 3.2). Так как нас сейчас интере-

сует осциллирующая часть u_L и u_C , исключим главные компоненты, обозначив осциллирующую часть u_L^* и u_C^* , в результате получим

$$u_L = 1/2(t+1) + u_L^*, \quad u_C = 1/2(t-1) + u_C^*.$$

Осциллирующие компоненты u_L^* и u_C^* представлены на рис. 6.2. Из сопоставления его с рис. 3.2 (для $m=1$) следует, что первый выброс имеет место при $t=2,6$, а первая

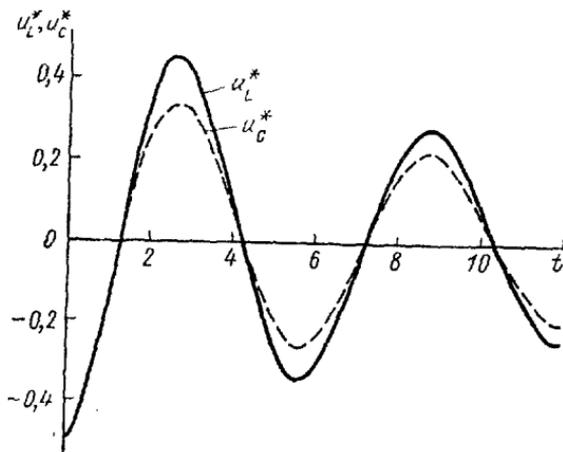


Рис. 6.2. Графики осциллирующих компонент поправки к напряжению падающей волны ИЛ из-за потерь в виде r_L и g_C .

впадина — при $t=5,6$; примерно при тех же значениях t имеют место первый выброс и первая впадина на кривой падающей волны на рис. 3.2.

Итак, мы видим, что затухания δ_C и δ_L вызывают не только равномерный спад или подъем вершины импульса, но и осцилляции, притом такие, что их можно использовать для компенсации осцилляций на вершине импульса в ИЛ без потерь.

Однако введение затуханий δ_L и δ_C для исправления формы импульса мало оправдано, потому что будет вызывать потерю мощности. Это объясняется тем, что при способе введения затуханий, изображенном на рис. 6.1, постоянная составляющая тока проходит через сопротивления, это приводит к потере мощности. С этой точки зрения целесообразнее включить затухания так, чтобы через сопротивления не проходила постоянная состав-

ляющая тска (рис. 6.3). Эта схема более подробно анализируется в § 6.2.

Составим формулу для расчета относительной неравномерности вершины импульса при $m \neq 1$. Непосредственно из операционного выражения (6.9) можно полу-

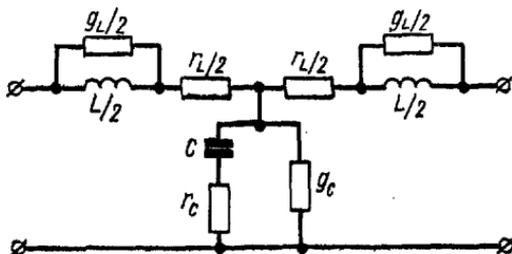


Рис. 6.3. Эквивалентная схема Т-образного звена ИЛ с потерями в виде последовательных сопротивлений r_L и r_c и шунтов с проводимостями g_L и g_c .

чить следующее асимптотическое равенство в области $p \rightarrow 0$:

$$\Delta u(p) \approx -\frac{m}{(1+m)^2} \left\{ \frac{\delta_L}{2} \left[\frac{1}{p^2} + \frac{2m}{p(1+m)} \right] - \frac{\delta_C}{2} \left[\frac{1}{p^2} - \frac{2}{p(1+m)} \right] \right\}. \quad (6.32)$$

Отсюда находим временную функцию

$$\Delta u(t) \approx -\frac{m}{(1+m)^2} \left\{ \frac{\delta_L}{2} \left(t + \frac{2m}{1+m} \right) - \frac{\delta_C}{2} \left(t - \frac{2}{1+m} \right) \right\}. \quad (6.33)$$

Наибольший интерес представляет учет δ_L , потому что можно считать, что $\delta_C = 0$, тогда имеем

$$\Delta u(t) \approx -[m \delta_L / (1+m)^2] [t + 2m/(1+m)]. \quad (6.34)$$

Чтобы оценить относительную неравномерность вершины импульса, разделим поправку (6.34) на стационарное значение $u = m/(1+m)$. Кроме того, заменив безразмерное время t по формуле $t = 4nt_1/\tau$, получим

$$\Delta u(t_1)/u = -[2n\delta_L/(1+m)] [t_1/\tau + m/2n(1+m)]. \quad (6.35)$$

Неравномерность вершины в конце импульса, когда $t_1 = \tau$,

$$\Delta u(\tau)/u = -[2n\delta_L/(1+m)] [1 + m/2n(1+m)]. \quad (6.36)$$

• При $m = 1$ имеем

$$\Delta u(\tau)/u = -n\delta_L(1 + 1/4n). \quad (6.37)$$

На рис. 6.4 представлен импульс на нагрузке, построенный для нескольких значений δ_L . При этом предполагалось, что фронт импульса и осцилляции на его вершине остаются такими же, как у ИЛ без потерь, а вершина строилась по формуле (6.35), считалось так-

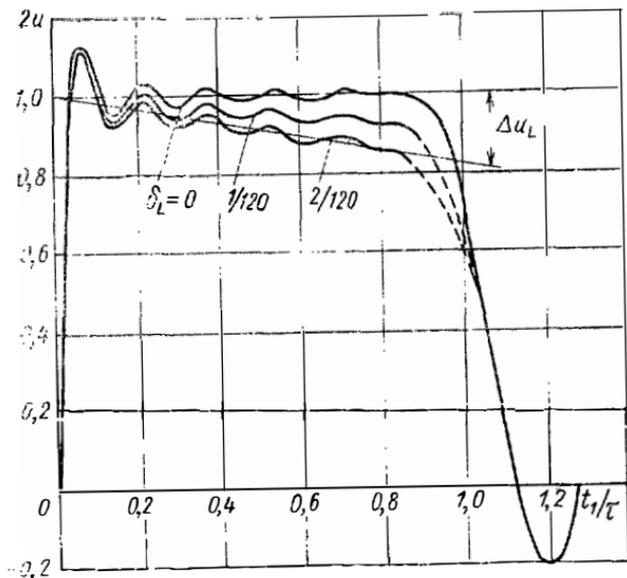


Рис. 6.4. Форма импульса на согласованной нагрузке при $m=1$, $\mu=1$. ИЛ ($n=10$) при разных значениях затуханий, вызванных активными сопротивлениями индуктивности δ_L .

же, что затухание не влияет на спад импульса. Экспериментальная проверка показала, что такой упрощенный подход к учету влияния δ_L на форму импульса при малом δ_L дает достаточно удовлетворительные результаты.

6.2. Форма напряжения на нагрузке с учетом различных затуханий, обусловленных сопротивлениями, включенными последовательно и параллельно элементам ИЛ

На рис. 6.3 представлено звено ИЛ с активными сопротивлениями, вносящими затухания, которые будут учитываться в настоящем параграфе. Из сопоставления рис. 6.1 и 6.3 видно, что помимо сопротивлений, которые

мы учитывали раньше, добавлены новые: активная проводимость g_L , шунтирующая индуктивность, и активное сопротивление r_C , включенное последовательно с емкостью. Схема на рис. 6.3 представляется более полной, поэтому ее исследование может привести к более интересным заключениям. Можно ожидать, что поскольку постоянная составляющая тока не проходит через g_L и r_C , то они не будут вызывать равномерный спад или подъем вершины импульса. С другой стороны, наличие этих элементов должно привести к увеличению затухания и, таким образом, к компенсации осцилляций на вершине импульса.

Потери, вызываемые элементами g_L и r_C , так же как и r_L и g_C , будем считать малыми в том смысле, что соответствующие им затухания Δ_L и Δ_C малы относительно единицы. Они определяются равенствами

$$\Delta_L = g_L L \omega_0, \quad \Delta_C = r_C C \omega_0. \quad (6.38)$$

Можно заметить, что индуктивности и емкости с соответствующими активными сопротивлениями на рис. 6.3 представляют дуальные цепи в том смысле, что сопротивление, записанное в символической форме, например, для индуктивного плеча z_L будет иметь ту же структуру, что и проводимость емкостного плеча $1/z_C$. Это, в частности, относится и к равенствам (6.1) и (6.38). Величины z_L и $1/z_C$ определяются следующими выражениями:

$$z_L = \omega_0 L \left(\frac{p}{1 + \Delta_L p} + \delta_L \right), \quad \frac{1}{z_C} = \omega_0 C \left(\frac{p}{1 + \Delta_C p} + \delta_C \right). \quad (6.39)$$

Отсюда составим приближенные равенства с учетом малых только первого порядка относительно δ :

$$\begin{aligned} z_L &\simeq \omega_0 L (p + \delta_L - \Delta_L p^2), \\ 1/z_C &\simeq \omega_0 C (p + \delta_C - \Delta_C p^2). \end{aligned} \quad (6.40)$$

Эти выражения показывают, что у затуханий δ_L и δ_C появляются отрицательные добавки $-\Delta_L p^2$ и $-\Delta_C p^2$. Отсюда следует, что полученное ранее равенство (6.9) можно переписать и при учете дополнительных затуханий Δ_L и Δ_C , если сделать замены

$$\delta_L = \delta_L - \Delta_L p^2, \quad \delta_C = \delta_C - \Delta_C p^2. \quad (6.41)$$

Следовательно, к полученным ранее выражениям для компонент поправок u_L и u_C и их составляющих u_a и u_b (6.16) надо добавить члены, пропорциональные дополнительным затуханиям Δ_L и Δ_C . Обозначим их через старые дополнительные члены в символической форме $(-p^2 u_a)$ и $(-p^2 u_b)$. Согласно (6.19) и (6.20) имеем

$$\begin{aligned} -p^2 u_a &= -\frac{X}{p^2} - \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}, \\ -p^2 u_b &= \frac{X}{p^2 \sqrt{1+p^2}} - \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2}. \end{aligned} \quad (6.42)$$

Этим операционным соотношениям соответствуют временные функции, подобные (6.21) и (6.22),

$$\begin{aligned} -p^2 u_a &= -\int_0^t (t-\tau) X(\tau) d\tau - 1 + t, \\ -p^2 u_b &= -\int_0^t (t-\tau) J_1(\tau) d\tau - 1 + t. \end{aligned} \quad (6.43)$$

Помимо найденных формул можно получить и другие, если использовать операционные соотношения, вытекающие из равенств (6.23) и (6.24):

$$\begin{aligned} -p^2 u_a &= -\left(\frac{1}{p^2} + 1\right) \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} - \frac{1}{p^2}, \\ -p^2 u_b &= -\frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\right). \end{aligned} \quad (6.44)$$

Отсюда следуют временные функции, аналогичные по структуре (6.25) и (6.26),

$$\begin{aligned} -p^2 u_a &= -\int_0^t (t-\tau) J_0(\tau) p\tau - J_0(t) - t; \\ -p^2 u_b &= -1 + \int_0^t J_0(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (6.45)$$

Временные функции (6.43) и (6.45) значительно проще (6.21), (6.22) и (6.25), (6.26), поэтому для них сравнительно легко найти асимптотические выражения при

$t \rightarrow \infty$. После соответствующих вычислений были получены следующие результаты:

$$\begin{aligned}
 -p^2 u_a &\approx t^{-3/2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right); \\
 -p^2 u_b &\approx t^{-1/2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right) - \\
 &- \frac{5}{8} t^{-3/2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right). \quad (6.46)
 \end{aligned}$$

Можно убедиться, что написанные здесь выражения можно получить, двукратно дифференцируя найденные ранее формулы (6.27), (6.28). В том и другом случае учитываются величины, порядок малости которых не выше $t^{-3/2}$.

Сопоставление равенств (6.27), (6.28) и (6.46) показывает, что фазы осциллирующих исправок за счет δ_L , δ_C , Δ_L и Δ_C совпадают, и потому все, что говорилось применительно к компенсации осцилляций на вершине импульса за счет δ_L и δ_C , остается в силе и относительно Δ_L и Δ_C . Таким образом, мы видим, что шунтирование индуктивностей активными сопротивлениями улучшает форму импульса. Поэтому в гл. 7 проведено точное исследование влияния любых значений Δ_L на форму импульса с той, однако, разницей, что затухание Δ_L вводится только в первое звено ИЛ.

6.3. Экспериментальная проверка влияния потерь на форму импульса

Эксперименты проводились на схеме импульсного модулятора, где в качестве коммутирующего элемента применялся транзистор КТ-803, а ИЛ имела следующие параметры: $L/2 = 30$ мкГ, $C = 0,05/3$ мкФ, $\rho = 60$ Ом, $n = 10$. Последовательно с каждой катушкой включалось безиндукционное сопротивление 1 или 2 Ом. Транзистор запускался от генератора импульсов Г5-7А при амплитуде, достаточной для работы транзистора в режиме ключа. Производилось осциллографирование импульсов на нагрузке при включенных последовательно с каждым конденсатором сопротивлениях 1 или 2 Ом. При этом сопротивления последовательно с катушками не включались. Кроме того, наблюдали импульс на нагрузке

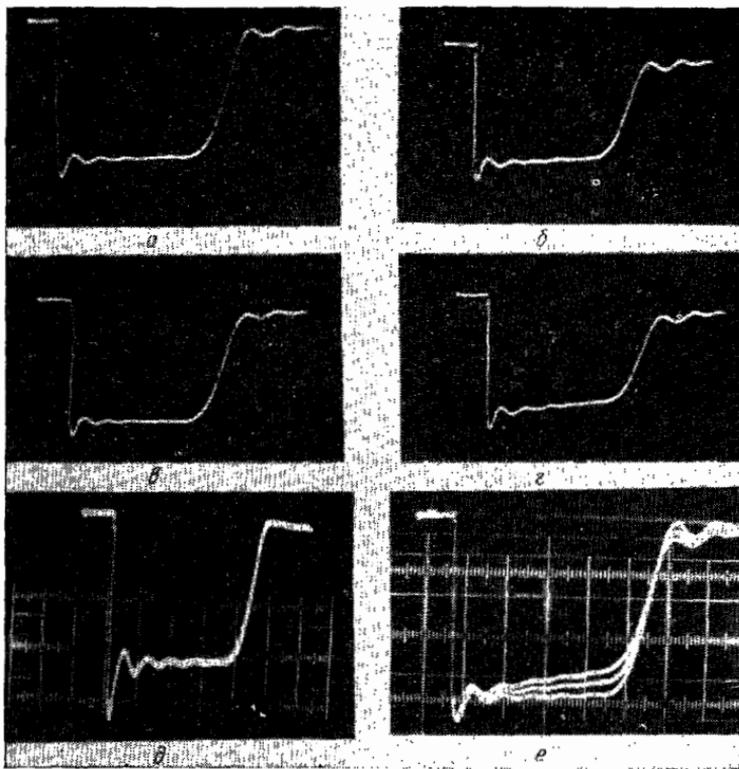


Рис. 6.5. Осциллограммы импульсов на согласованной нагрузке при разных активных сопротивлениях, включенных последовательно с индуктивностями и емкостями.

а) $r_L=0$, $r_C=1$ Ом; б) $r_C=0$, $r_L=1$ Ом; в) $r_L=0$, $r_C=2$ Ом; г) $r_C=0$, $r_L=2$ Ом, д) три совмещенных импульса: $r_L=0$, $r_C=0$; $r_L=0$, $r_C=1$ Ом; $r_L=0$, $r_C=2$ Ом; е) три совмещенных импульса: $r_C=0$, $r_L=0$; $r_C=0$, $r_L=1$ Ом; $r_C=0$, $r_L=2$ Ом.

На осциллограммах а, б, в, г, д, е, высота импульсов спезана на уровне 0,7.

при одновременно включенных сопротивлениях и $r_C=1$ Ом. Полученные осциллограммы приведены на рис. 6.5 и 6.6. Там же для сопоставления приведены осциллограммы импульсов, формируемых ИЛ без потерь.

Из сравнения рис. 6.4 и 6.5,е видно хорошее совпадение рассчитанных и экспериментальных импульсов. Следует особо объяснить, как мы получили осциллограммы трех совмещенных импульсов на рис. 6.5,е. Дело в том,

что при введении в цепь индуктивности различных затуханий ИЛ разряжалась не полностью, т. е. на ИЛ оставалось некоторое напряжение положительной полярности. Поскольку в качестве ключа применялся транзистор, который запирался после окончания импульса на базе, то остаточный заряд на ИЛ изменял начальные условия

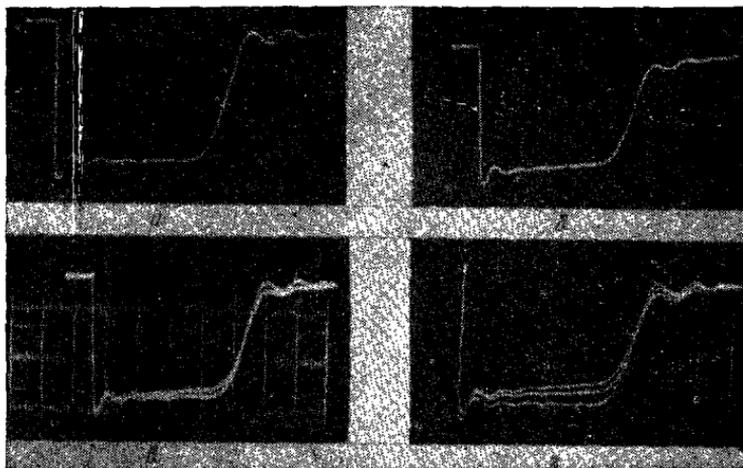


Рис. 6.6. Осциллограммы импульсов на согласованной нагрузке при разных активных сопротивлениях, включенных последовательно с индуктивностями и емкостями:

а) $r_C=0$, $r_L=0$; б) $r_C=1$ Ом, $r_L=1$ Ом; в) совмещенные импульсы а и б; г) три совмещенных импульса: а, б и рис. 6.5,е (без выравнивания зарядного напряжения ИЛ при различных затуханиях).

и поэтому в результате она заряжалась до меньшего уровня. Поэтому амплитуды импульсов также были разными, как видно на рис. 6.6,г. Для того чтобы совместить осциллограммы, увеличили длительность запускающего импульса, после чего ИЛ разряжалась полностью независимо от затухания. Следовательно, при введении различных затуханий ИЛ заряжалась до одинакового уровня, значит, и фронты импульсов совпадали, а далее вершина спадала в соответствии с затуханием.

На осциллограмме рис. 6.5,д приведены три импульса. Даже в таком увеличенном масштабе мало заметно влияние последовательных сопротивлений в цепях конденсаторов по сравнению с такими же сопротивлениями

в цепях катушек. На рис. 6.5,е все три осциллограммы слились.

Из приведенных осциллограмм видно, что спад вершины импульса определяется только последовательными сопротивлениями в цепях катушек.

В заключение расскажем о работе [32], в которой приведены результаты экспериментальных исследований ИЛ с потерями на аналоговой машине. В этой работе данные, определяющие спад вершины импульса, отличаются от полученных нами в 2 и более раз. Нам кажется, что результаты, полученные на аналоговой машине мало достоверны, когда речь идет о тонкой структуре импульса. Дело, видимо, в том, что в этом случае приходится решать дифференциальные уравнения высокого порядка (например, двадцатого и выше, потому что при числе звеньев n порядок дифференциального уравнения $2n$). При этом приходится использовать большое число усилителей, поэтому импульс на нагрузке искажается.

Глава 7

КОРРЕКЦИЯ ВЕРШИНЫ ИМПУЛЬСА ШУНТИРОВАНИЕМ ИНДУКТИВНОСТИ ПЕРВОГО ЗВЕНА ИЛ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

В гл. 6 были получены асимптотические выражения для формы импульса на нагрузке при малых потерях в звеньях ИЛ. Рассмотрим случай, когда потери не распределены по звеньям ИЛ равномерно, а сосредоточены в виде активной проводимости ($1/r_{ш}$), шунтирующей индуктивность первого звена ИЛ (рис. 7.1). Затухание, вносимое шунтом на частоте среза, определяется равенством

$$\Delta = \omega_0 L / r_{ш} = 2\rho / r_{ш}. \quad (7.1)$$

Как будет видно из дальнейшего анализа, эту схему можно подробно исследовать при любом значении затухания Δ .

Схему на рис. 7.1 можно рассматривать как ИЛ со звеньями типа П с дополнительной емкостью $C/2$ на входе (точки 33) при этом суммарная емкость равна C .

Характеристическая проводимость такой ИЛ

$$\frac{1}{\omega_{3-3}} = (1 + \sqrt{1 + \rho^2} + \rho) \rho. \quad (7.2)$$

Можно заметить, что (7.2) по своей структуре совпадает с выражением для характеристического сопротивления

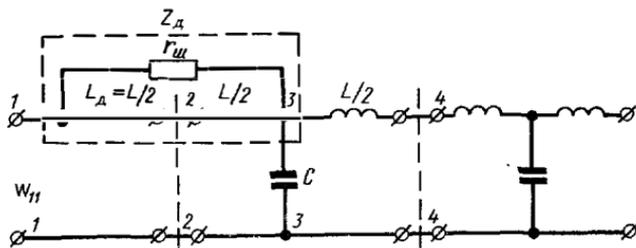


Рис. 7.1. Схема коррекции вершины импульса шунтированием индуктивностью первого звена сопротивлением $r_{ш}$.

ления ИЛ с Т-образными звеньями и дополнительной индуктивностью $L/2$ на входе:

$$\omega = \rho (\sqrt{1 + \rho^2} + \rho). \quad (7.3)$$

Это объясняется тем, что ИЛ с Т- и П-образными звеньями являются дуальными, т. е. структуры выражений для их характеристических сопротивления и проводимости совпадают. Умножив числитель и знаменатель (7.2) на сопряженное выражение, получим

$$\omega_{3-3} = \rho (\sqrt{1 + \rho^2} - \rho). \quad (7.4)$$

Аналогичный результат можно получить, включив на вход ИЛ отрицательную и положительную индуктивности $L/2$ (рис. 7.2). Тогда ИЛ можно трактовать как состоящую из звеньев типа Т. В этом случае дополнительное сопротивление z_d включает в себя сопротивление отрицательной индуктивности. Из рисунка видно, что характеристическое сопротивление ИЛ относительно точек 3-3 будет определяться тем же равенством (7.3). Таким образом, отрицательную компоненту в (7.4) можно рассматривать как сопротивление отрицательной индуктивности.

Составим выражения для характеристического сопротивления ИЛ относительно точек 1-1 на рис. 7.2, если

$$z_d = \rho \cdot 2p / (1 + \Delta p). \quad (7.5)$$

Тогда получим выражение

$$\omega_{1-1} = \rho [\sqrt{1 + p^2} - p + 2p / (1 + \Delta p)],$$

которое можно переписать в виде

$$\omega_{1-1} = \rho [\sqrt{1 + p^2} + p(1 - \Delta p) / (1 + \Delta p)]. \quad (7.6)$$

Можно проверить, что при $\Delta = 0$ (отсутствие шунта) (7.6) вырождается в (7.3), а при $\Delta = \infty$ ($r_{ш} = 0$) -- в (7.4).

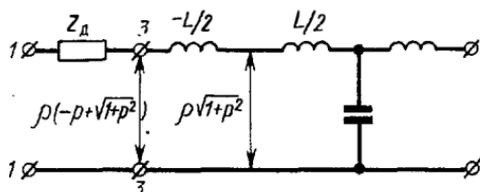


Рис. 7.2. ИЛ (рис. 7.1) с добавлением отрицательной и положительной индуктивностей для сведения задачи к случаю Т-образных звеньев.

После всего сказанного составим выражение для компоненты падающей волны на активной нагрузке:

$$u_1(p) = \frac{R}{R + \rho [\sqrt{1 + p^2} + p(1 - \Delta p) / (1 + \Delta p)]} E(p). \quad (7.7)$$

В дальнейшем рассмотрим только $u_1(p)$, а компоненту $u_2(p)$, вызванную волной, отраженной от конца ИЛ, подробно рассматривать не будем, так как на основании материала предыдущих глав можно утверждать, что последняя от величины Δ зависит слабо. Для описания $u_2(t)$ при $\Delta = \infty$ можно использовать формулу (2.45) для ИЛ без дополнительной индуктивности, а при $\Delta = 0$ -- формулу (3.20) для ИЛ с дополнительной индуктивностью. Упомянутые формулы содержат функцию Бесселя порядка $4n$ (2.45) и $(4n + 1)$ (3.20). Это означает, что изменение $r_{ш}$ от 0 до ∞ вызывает только небольшую

временной сдвиг спада импульса (поскольку $4n$ — величина, большая единицы). Поэтому небольшие изменения фронта и вершины падающей волны отразятся лишь в очень малой степени на спаде импульса. По этой причине мы не будем рассматривать уточненное решение для $u_2(t)$. Будем считать, что при изменении $t_{\text{ш}}$ $u_2(t)$ описывается интегральными функциями Бесселя разных порядков от $4n$ до $(4n+1)$.

7.1. Фронт и вершина импульса при шунтировании индуктивности первого звена сопротивлением

Исследуем операционное выражение (7.7) при $m=1$. Заменяя $E(p) = 1/p$, получим

$$u_1(p) = \frac{1}{1 + \sqrt{1+p^2} + p(1-\Delta p)/(1+\Delta p)} \frac{1}{p}. \quad (7.8)$$

Чтобы найти соответствующую временную функцию, преобразуем (7.8), при этом введем следующие обозначения:

$$X(p) = \sqrt{1+p^2} - p, \quad (7.9)$$

$$\alpha^2 = \Delta(2+\Delta). \quad (7.10)$$

Тогда (7.8) принимает вид

$$u_1(p) = \left[\frac{(1+\Delta p)^2}{2p^2} (1-X) - \Delta(1+\Delta p) \right] \frac{1}{1-\alpha^2 p^2}. \quad (7.11)$$

Чтобы получить удобное для вычислений выражение, выделим в (7.11) главную часть, которая получается при $\Delta=0$. Для этого при умножении первой компоненты в квадратных скобках (7.11) на множитель вне скобок представим последний в виде

$$1/(1-\alpha^2 p^2) = 1 + \alpha^2 p^2 / (1-\alpha^2 p^2). \quad (7.12)$$

Тогда вместо (7.11) получим

$$u_1(p) = \frac{(1+\Delta p)^2}{2p^2} (1-X) + \left[\frac{\alpha^2}{2} (1+\Delta p)^2 (1-X) - \Delta(1+\Delta p) \right] \frac{1}{1-\alpha^2 p^2}. \quad (7.13)$$

После преобразований придадим этому равенству следующую форму:

$$u_1(p) = \frac{1 + 2\Delta p}{2p^2} (1 - X) + \Delta \{ (1 + \Delta)(X - \Delta p) + \alpha^2 p X - \Delta \} \frac{(-1)}{1 - \alpha^2 p^2}. \quad (7.14)$$

Для перехода к временной функции, привлечем следующие операционные соответствия:

$$\frac{-\alpha}{1 - \alpha^2 p^2} \rightarrow \operatorname{sh} \frac{t}{\alpha}, \quad \frac{1}{p^2} \rightarrow t, \\ \frac{-\alpha^2 p}{1 - \alpha^2 p^2} \rightarrow \operatorname{ch} \frac{t}{\alpha}, \quad \frac{1}{p} \rightarrow 1, \quad X(p) \rightarrow \frac{J_1(t)}{t} = X(t). \quad (7.15)$$

Кроме того, там, где требуется, применяем свертку, после чего получаем

$$u_1(t) = \frac{1}{2} \left[t - \int_0^t (t - \tau) X(\tau) d\tau \right] + \Delta \left(1 - \int_0^t X(\tau) d\tau \right) + \\ + \frac{1 + \Delta}{2 + \Delta} \left(\alpha \int_0^t \operatorname{sh} \frac{t - \tau}{\alpha} X(\tau) d\tau - \Delta \operatorname{ch} \frac{t}{\alpha} \right) + \\ + \frac{\alpha}{2 + \Delta} \left(\alpha \int_0^t \operatorname{ch} \frac{t - \tau}{\alpha} X(\tau) d\tau - \Delta \operatorname{sh} \frac{t}{\alpha} \right). \quad (7.16)$$

Это выражение содержит первое слагаемое, которое не зависит от Δ , и ряд слагаемых, пропорциональных Δ . При $\Delta = 0$ все слагаемые, кроме первого, обратятся в нуль, тогда получим

$$u_1(t) = \frac{1}{2} \left[t - \int_0^t (t - \tau) X(\tau) d\tau \right]. \quad (7.17)$$

Это равенство описывает падающую волну без корректирующего шунта на индуктивности первого звена. Как и следовало ожидать, оно совпадает с полученной ранее формулой (3.8).

Проследим за трансформацией слагаемых в (7.16) при предельных значениях t .

При $t=0$ все интегралы, а также внеинтегральные члены $t/2$ и $\text{sh}(t/\alpha)$ обращаются в нуль. В результате получается

$$u_1(t) = \Delta / (2 + \Delta). \quad (7.18)$$

Чтобы выяснить физическое содержание этого равенства, подставим значение Δ (7.1), приняв во внимание, что $\rho=R$,

$$\Delta = 2R/r_{ш}.$$

Тогда из (7.18) следует:

$$u_1(t) = R / (R + r_{ш}). \quad (7.19)$$

Смысл этого равенства легко понять. Из рис. 7.1 видно, что при $t=0$ входное сопротивление ИЛ для падающей волны определяется $r_{ш}$, и, следовательно, напряжение

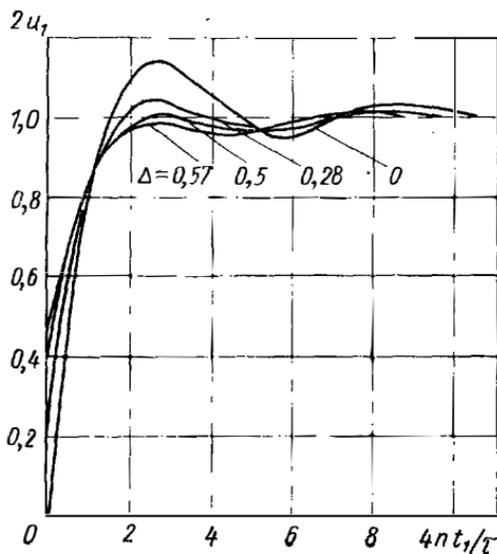


Рис. 7.3. Фронт и вершина импульса для разных значений $r_{ш} = 2\rho/\Delta$, шунтирующей индуктивности на входе ИЛ (рис. 7.1).

источника $E=1$ распределяется таким образом, что на нагрузке оно соответствует (7.19). Следовательно, при наличии шунта напряжение на нагрузке в начальный момент не равно нулю, а устанавливается скачком согласно формуле (7.18). На рис. 7.3 и 7.4 представлены

графики $u_1(t)$ для разных Δ . Более подробное обсуждение этих рисунков мы проведем позже. Сейчас же отметим, что шунт позволяет получить значительно более крутой фронт, поэтому его применение заслуживает внимания.

Рассмотрим поведение различных компонент выражения (7.16) при $t \rightarrow \infty$. В двух первых интегралах можно

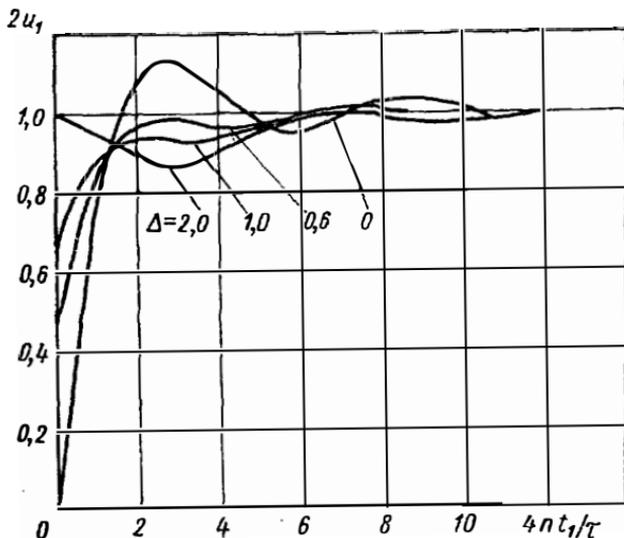


Рис. 7.4. То же, что на рис. 7.3, но при других значениях Δ .

заменить пределы по схеме (2.37) и учесть при этом значение интегралов с верхним пределом $t = \infty$. Тогда вместо (7.16) будем иметь

$$\begin{aligned}
 u_1(t) = & \frac{1}{2} + \int_t^{\infty} \frac{t-\tau}{2} X(\tau) d\tau + \Delta \int_t^{\infty} X(\tau) d\tau + \frac{1+\Delta}{2+\Delta} \left(\alpha \times \right. \\
 & \times \int_0^t \operatorname{sh} \frac{t-\tau}{\alpha} X(\tau) d\tau - \Delta \operatorname{ch} \frac{t}{\alpha} \left. \right) + \\
 & + \frac{\alpha}{2+\Delta} \left(\alpha \int_0^t \operatorname{ch} \frac{t-\tau}{\alpha} X(\tau) d\tau - \Delta \operatorname{sh} \frac{t}{\alpha} \right). \quad (7.20)
 \end{aligned}$$

При $t \rightarrow \infty$ входное сопротивление ИЛ для падающей волны (т. е. характеристическое сопротивление) $\omega \rightarrow \rho$

(это видно, например, из (7.4) при $p=0$). Поскольку $\rho = R$, то стационарное значение падающей волны при $t \rightarrow \infty$ будет $u_1(t) = R/(R+1 \cdot \rho) = 1/2$. Отсюда следует, что первое слагаемое в (7.20) является стационарным значением падающей волны. При $t = \infty$ два первых интеграла обращаются в нуль. Докажем, что при $t \rightarrow \infty$ остальные члены в (7.20), заключенные в скобки, взаимно уничтожаются. При этом надо учесть, что в выражении рассматриваются гиперболические функции при вещественном значении аргумента и что $\text{sh}(t/a)$ и $\text{ch}(t/a)$ содержат две экспоненты, одна из которых возрастает при $t \rightarrow \infty$, а другая убывает.

Сначала рассмотрим члены с возрастающей экспонентой. После выноса за скобки экспоненты $e^{t/\alpha}$ в (7.20) внутри скобок получатся выражения такого вида:

$$e^{t/\alpha} \left(\alpha \int_0^t e^{-\tau/\alpha} X(\tau) d\tau - \Delta \right). \quad (7.21)$$

Можно заметить, что этот интеграл близок к выражению для преобразования Лапласа от функции $X(\tau)$:

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} X(\tau) d\tau = X(p). \quad (7.22)$$

Поэтому, положив в (7.21) верхний предел $t = \infty$, получим

$$e^{t/\alpha} [\alpha X(1/\alpha) - \Delta]. \quad (7.23)$$

Используя (7.9), найдем

$$e^{t/\alpha} (\sqrt{1 + \alpha^2} - 1 - \Delta). \quad (7.24)$$

Далее учитываем связь α с Δ согласно (7.10) и убеждаемся, что (7.24) равно нулю.

Рассмотрим члены с убывающей экспонентой:

$$\int_0^t e^{-(t-\tau)/\alpha} X(\tau) d\tau. \quad (7.25)$$

В данном случае вывести экспоненту и затем положить верхний предел $t \rightarrow \infty$ нельзя, так как тогда под знаком интеграла оказывается экспонента с положитель-

ным показателем, а, как известно, такой интеграл не существует. Поэтому можно поступить следующим образом. Используем при больших t асимптотическое представление функции Бесселя $[X(t) = J_1(t)/t]$:

$$X(t) \cong \sqrt{2/\pi} t^{-3/2} \sin(t - \pi/4). \quad (7.26)$$

Интеграл (7.25) можно трактовать как реакцию звена с коэффициентом передачи

$$1/(p+1/\alpha) \quad (7.27)$$

на воздействие типа (7.26). Притом, поскольку нас интересуют большие значения t , то можно не учитывать изменения амплитуды синусоиды в (7.26) со временем и учесть только влияние упомянутого звена (7.27) на амплитуду и фазу синусоиды. Изложенные рассуждения приводят нас к следующему результату:

$$\int_0^t e^{-(t-\tau)/\alpha} X(\tau) d\tau \cong \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{t^{-3/2}}{\sqrt{1+1/\alpha^2}} \sin\left(t - \frac{\pi}{4} - \varphi\right), \quad (7.28)$$

где $\operatorname{tg} \varphi = \alpha. \quad (7.29)$

Из (7.28) следует, что компоненты с отрицательными показателями обратятся в нуль при $t \rightarrow \infty$. Внеинтегральные члены в скобках (7.20), т. е. $\operatorname{ch}(t/\alpha)$ и $\operatorname{sh}(t/\alpha)$, содержат еще экспоненты с отрицательным показателем, однако они будут с течением времени убывать, и поэтому их влиянием можно пренебречь.

Итак, мы приходим к заключению, что равенство (7.20) при $t \rightarrow \infty$ дает стационарное значение падающей волны, соответствующее первому слагаемому.

По формуле (7.20) были рассчитаны импульсы при разных значениях затухания Λ , вносимого шумом. По результатам этих расчетов построены графики фронта и вершины импульса на рис. 7.3 и 7.4. Кроме того, была составлена табл. 7.1.

Из рисунков и таблицы видно, что существует оптимальное значение $\Lambda_{\text{опт}} = 0,5$, при котором наилучшим образом компенсируются осцилляции на вершине импульса, при этом фронт импульса не растягивается. Особенно заметно уменьшается амплитуда первого выброса. При $\Lambda_{\text{опт}} = 0,5$ она почти равна нулю (точнее 0,027) вместо

Начальное значение импульса ($t = 0$) и осцилляции на его вершине при шунтировании первой индуктивности активным сопротивлением

Δ	$2u_1$ $t = 0$	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$
		первый выброс		первая впадина		второй выброс	
0,28	0,24	2,79	+4,43	5,4	-3,18	8,4	+1,87
0,36	0,30	2,79	+2,68	5,10	-3,11	8,10	+1,69
0,40	0,33	2,79	+1,87	5,10	-3,09	8,10	+1,64
0,50	0,40	2,79	+0,027	5,10	-3,10	8,10	+1,50
0,570	0,44	2,79	-1,14	4,50	-3,57	7,80	+1,44
0,60	0,46	2,79	-1,61	4,50	-3,71	7,80	+1,42
1,00	0,67	2,40	-6,36	3,60	-6,7	7,50	+1,00
2,00	1,00	3,00	-12,52	6,90	+0,341	9,30	-2,11
4,00	1,33	2,79	-15,7	6,39	+1,79	8,89	-4,34
5,00	1,43	2,79	-16,09	6,19	+1,91	8,89	-5,00
6,00	1,50	2,79	-16,18	6,19	+1,83	8,79	-5,419
7,00	1,56	2,79	-16,14	6,09	+1,63	8,79	-5,69
8,00	1,60	2,79	-16,04	5,99	+1,43	8,80	-5,85
9,00	1,63	2,80	-15,90	6,00	+1,18	8,80	-5,94
10,00	1,67	2,80	-15,77	6,00	0,93	8,80	-5,97

12,3% при $\Delta=0$ ($r_{ш}=\infty$). В этом случае впадина равна 3,1% вместо 5%. Таким образом, наиболее эффективное сглаживание вершины импульса имеет место при

$$r_{ш} = 2\rho/\Delta_{opt} = 4\rho. \quad (7.30)$$

7.2. Дуальные ИЛ и их искажения, попытка применить комбинацию дуальных ИЛ для компенсации искажений импульса

ИЛ на рис. 7.1 при $r_{ш}=0$ вырождается в ИЛ, начинающуюся с емкости. Легко видеть, что она дуальна линии, начинающейся с индуктивности, в том смысле, что их характеристические сопротивления ω и ω_0 удовлетворяют соотношению

$$\omega_0 = \rho^2/\omega. \quad (7.31)$$

Можно сказать, что нормированное характеристическое сопротивление ИЛ₁ равно нормированной характеристической проводимости ИЛ₂, т. е.

$$\omega_0/\rho = \rho/\omega. \quad (7.32)$$

Следует подчеркнуть, что речь идет именно о характеристическом сопротивлении, а не о схеме ИЛ в целом. Дело в том, что w есть сопротивление ИЛ для падающей волны, иначе говоря, это сопротивление ИЛ с бесконечным числом звеньев. Поэтому для бесконечной ИЛ несущественно, какая нагрузка включена на ее конце. В нашем случае конец линии разомкнут и ей соответствует дуальная ИЛ с коротким замыканием на конце. Мы же предполагаем, что и у дуальной ИЛ конец разомкнут, т. е. можно говорить о дуальности только для падающей волны.

Выражение для напряжения падающей волны можно получить разными способами, и позже мы найдем связь между падающими волнами на нагрузке при замене ИЛ на дуальную. Покажем, как вырождается полученная ранее формула (7.16) при $\Delta \rightarrow \infty$ ($r_{\text{н}} \rightarrow 0$). Чтобы трансформировать формулу наиболее наглядным способом перепишем ее, сделав перегруппировку членов следующим образом:

$$\begin{aligned}
 u_1(t) = & \Delta \left[1 - \frac{1 + \Delta}{2 + \Delta} \operatorname{ch} \frac{t}{\alpha} + \int_0^t \left(\operatorname{ch} \frac{t - \tau}{\alpha} - 1 \right) X(\tau) d\tau \right] - \\
 & - \left[\frac{\Delta}{2 + \Delta} \frac{\operatorname{sh}(t/\alpha)}{1/\alpha} - \frac{1 + \Delta}{2 + \Delta} \int_0^t \frac{\operatorname{sh}[(t - \tau)/\alpha]}{1/\alpha} X(\tau) d\tau \right] + \\
 & + \frac{1}{2} \left[t - \int_0^t (t - \tau) X(\tau) d\tau \right]. \quad (7.33)
 \end{aligned}$$

При $\Delta \rightarrow \infty$ получим $1/\alpha \rightarrow 0$, поэтому учтем следующие предельные соотношения для гиперболических функций:

$$\operatorname{ch}(t/\alpha) \rightarrow 1, \quad \frac{\operatorname{sh}(t/\alpha)}{1/\alpha} \rightarrow t. \quad (7.34)$$

Кроме того, необходимо представить дробь, содержащую Δ при $\operatorname{ch}(t/\alpha)$, в виде следующего ряда по $1/\Delta$:

$$(1 + \Delta)/(2 + \Delta) \rightarrow 1 - 1/\Delta. \quad (7.35)$$

Тогда переход к пределу в (7.33) при $\Delta \rightarrow \infty$ дает следующий результат: первое слагаемое в квадратных скобках обращается в единицу, а второе слагаемое совпадает с последним (с точностью до знака и коэффициентом 1

Вместо $1/2$). Итак, из (7.33) получим следующее выражение для падающей волны на нагрузке $R=r$ от ИЛ, начинающейся с емкости:

$$u_1(t) = 1 - \frac{1}{2} \left[t - \int_0^t (t - \tau) X(\tau) d\tau \right]. \quad (7.36)$$

Выражение для напряжения на нагрузке ИЛ, начинающейся с индуктивности, также следует из формулы (7.16), но при $\Delta=0$, оно было получено раньше в виде формулы (7.17). Импульсы, построенные по этим формулам, представляют кривые, зеркально отраженные относительно стационарной прямой $u_1(t) = 1/2$ (рис. 7.5). При анализе рис. 7.5 возникает мысль о возможности

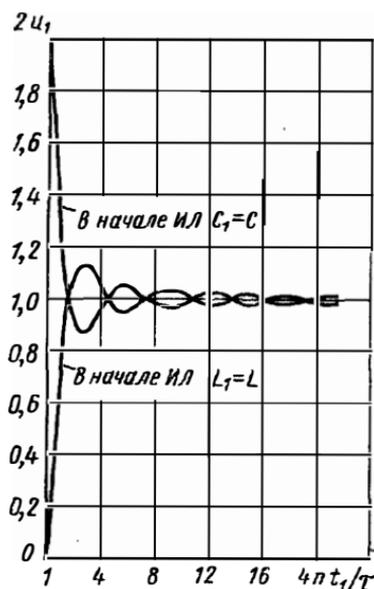


Рис. 7.5. Сопоставление напряжений на согласованной нагрузке при дуальных ИЛ, начинающихся с емкости и индуктивности.

использования этой особенности дуальных схем для компенсации искажений, даваемых ИЛ, начинающейся с индуктивности. Очевидно, речь должна идти о работе двух ИМ на общую нагрузку, притом у одного из них должна быть ИЛ, начинающаяся с индуктивности, а у другого — ИЛ, начинающаяся с емкости. Несмотря на то, что эта идея кажется очень простой, реализация ее невозможна, так как мы предполагаем, что нет взаимного влияния ИМ через общую нагрузку. На самом деле при простой схемной реализации такое взаимодействие будет иметь место и это приводит к тому, что компенсации осцилляций не удается получить.

До сих пор речь шла об ИЛ без потерь, работающей на согласованную нагрузку. Рассмотрим теперь выражение для напряжения падающей волны с учетом потерь в некоторых звеньях ИЛ. Положим, что нагрузка описывается сопротивлением $z(p)$, а характеристическое со-

противление линии $\omega(p)$. Тогда напряжение падающей волны на нагрузке будет

$$u(p) = E(p)z(p)/[z(p) + \omega(p)]. \quad (7.37)$$

Заменим ИЛ на дуальную по характеристическому сопротивлению согласно (7.31). Тогда напряжение падающей волны на нагрузке будет

$$u_{\partial}(p) = E(p)z(p)/[z(p) + \rho^2/\omega]. \quad (7.38)$$

Чтобы установить связь между $u(p)$ и $u_{\partial}(p)$, после простых преобразований в (7.38) получим

$$u_{\partial}(p) = \{1 - z_{\partial}(p)/[z_{\partial}(p) + \omega(p)]\} E(p), \quad (7.39)$$

где
$$z_{\partial}(p) = \rho^2/z(p). \quad (7.40)$$

Сопоставление равенства (7.39) и (7.37) позволяет заметить, что $u_{\partial}(p)$ можно выразить по формуле, аналогичной формуле для $u(p)$ при замене нагрузки на дуальную согласно (7.40). Итак:

$$u_{\partial}(p) = E(p) - u(p). \quad (7.41)$$

Во временной записи это равенство дает

$$u_{\partial}(t) = E(t) - u_1(t). \quad (7.42)$$

Физическое содержание полученной формулы сводится к тому, что напряжение падающей волны от дуальной линии на нагрузке z_{∂} можно выразить через напряжение для ИЛ₁ при условии, что нагрузка z заменена дуальной z_{∂} . Замена нагрузки на дуальную оказывается особенно простой при $z(p) = R$, т. е. при активной нагрузке. При согласовании ($R_1 = \rho$) переход к дуальной схеме означает, что нагрузка остается неизменной. Частный случай этого результата мы имеем в виде формулы (7.36).

При отсутствии согласования введем безразмерную нагрузку $m = R/\rho$. Тогда переход к дуальной нагрузке, которой соответствует $m_{\partial} = R_{\partial}/\rho$, означает замену m на $1/m_{\partial}$.

В заключение покажем, как происходит преобразование ИЛ по схеме на рис. 7.1 в дуальную для падаю-

шей волны (рис. 7.6). Дуальное преобразование означает переход от звеньев типа Т к звеньям типа П, при этом сопротивление шунта $r_{ш}$ преобразуется в сопротивление,

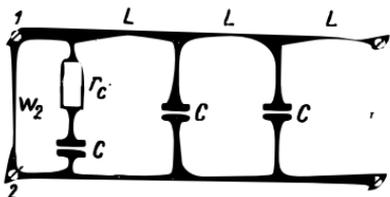


Рис. 7.6. ИЛ, дуальная для падающей волны ИЛ на рис. 7.1.

включенное последовательно с емкостью. Затухание, вносимое шунтом $r_{ш}$, на рис. 7.1 остается тем же, что и затухание, вносимое сопротивлением r_c на рис. 7.6, отсюда получаем равенство $r_c = \Delta\rho/2$. Как следует из (7.42), напряжение падающей волны на согласованной нагрузке будет описываться графиками, представленными

на рис. 7.3, 7.4, по опрокинутыми относительно линии $u = 1/2$. Такая форма импульсов не представляет каких-либо преимуществ перед импульсами на рис. 7.3 и 7.4.

7.3. Экспериментальная проверка коррекции импульса

Эксперименты проводились на схеме импульсного модулятора, где в качестве коммутирующего элемента применялся транзистор типа КТ-803, а ИЛ имела параметры $L/2 = 30$ мкГ, $C = 0,05/3$ мкФ, $n = 10$, $\rho = 60$ Ом. Транзистор запускался импульсами прямоугольной формы от генератора импульсов Г5-7А при амплитуде, достаточной для работы транзистора в режиме ключа. Полученные осциллограммы для различных значений Δ при $R = \rho$ представлены на рис. 7.7. Сопоставляя осциллограммы рис. 7.7, а, б с рис. 7.3 и 7.4, видим хорошее совпадение рассчитанных и экспериментальных импульсов. Действительно, при $r_{ш} = 2\rho/\Delta_{\text{оит}} = 4\rho$ имеем наиболее сглаженный импульс. Это хорошо видно из рис. 7.7, д, где показаны совмещенные осциллограммы импульсов от некорректированной ИЛ (рис. 7.7, в) и от ИЛ, у которой первая индуктивность шунтирована $r_{ш} = \rho/0,25$ (рис. 7.7, з). Максимальное отклонение при этом равно 3,1% (впадина) вместо 12,3% (выброс), когда $r_{ш}$ отсутствует. В процессе эксперимента доказывалось также утверждение, что при изменении $r_{ш}$ в больших пределах спад импульса не претерпевает больших изменений. Из осциллограм-

мы на рис. 7.7, *д* видно, что линии спада импульсов почти сливаются.

Во время эксперимента мы попытались еще больше сгладить вершину импульса, увеличивая первую емкость C_1 . При этом осцилляции на вершине уменьшались и не

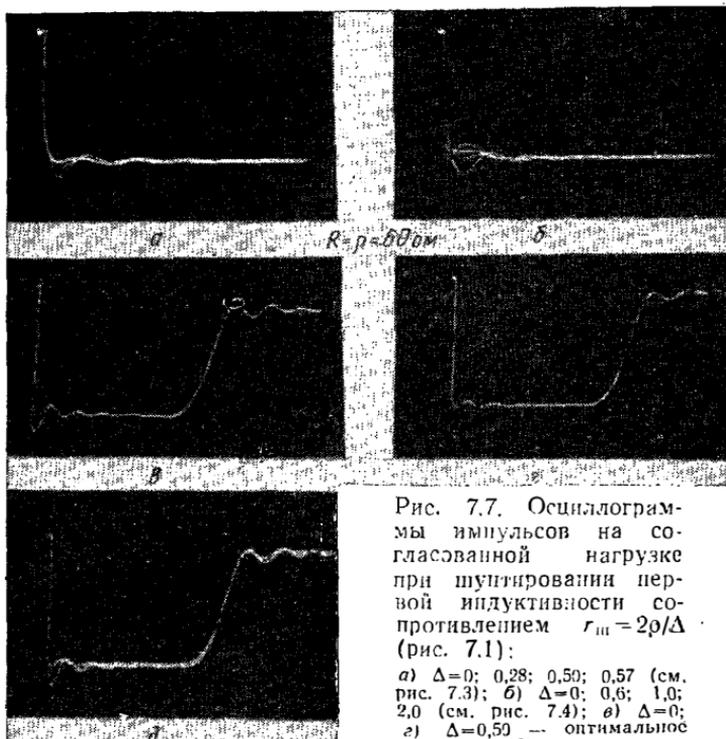


Рис. 7.7. Осциллограммы импульсов на согласованной нагрузке при шунтировании первой индуктивности сопротивлением $r_{ш1} = 2\rho/\Delta$ (рис. 7.1):

а) $\Delta = 0; 0,28; 0,50; 0,57$ (см. рис. 7.3); *б*) $\Delta = 0; 0,6; 1,0; 2,0$ (см. рис. 7.4); *в*) $\Delta = 0$; *г*) $\Delta = 0,50$ — оптимальное значение; *д*) совмещенные осциллограммы *в* и *г*.

превышали 1%. Примерно одинаковую форму импульса мы имели при следующих комбинациях $r_{ш1}$ и C_1 :

$$\begin{array}{ccc} r_{ш1}/\rho & 1,7 & 2,3 & 2,8 \\ C_1/C & 1,3 & 1,2 & 1,12. \end{array} \quad (7.43)$$

Затем мы шунтировали вторую индуктивность активным сопротивлением $r_{ш2}$ и увеличили вторую емкость C_2 . При этом для улучшения формы импульса пришлось изменять величины $r_{ш1}$ и C_1 . Наиболее сглаженный импульс получается при следующих значениях:

$$\begin{array}{l} r_{ш1}/\rho = 1,65 \div 1,8; \quad C_1/C = 1,18; \\ r_{ш2}/\rho = 5,6; \quad C_2/C = 1,07. \end{array} \quad (7.44)$$

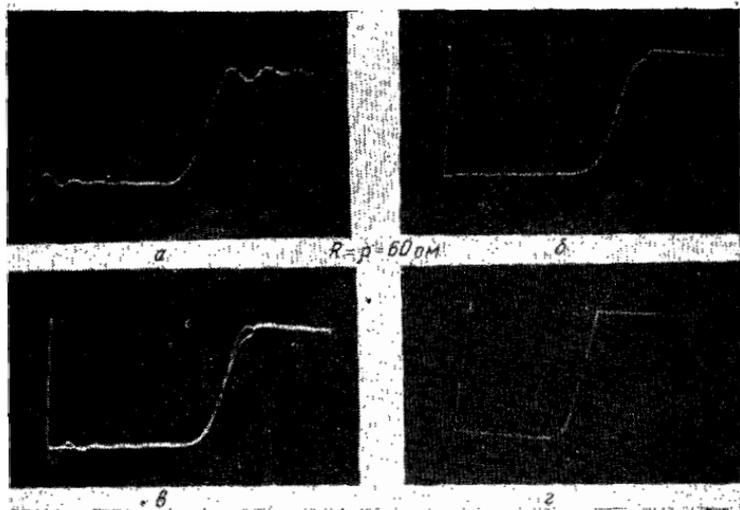
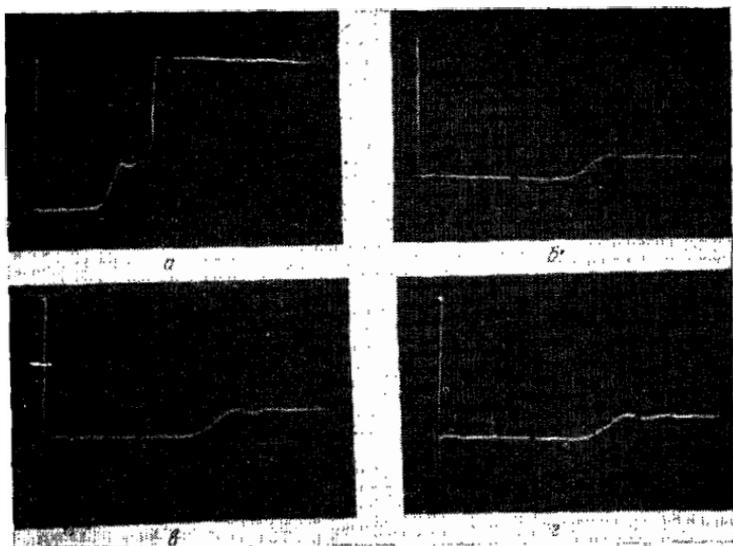


Рис. 7.8. Осциллограммы импульсов на согласованной нагрузке при шунтировании первых двух индуктивностей сопротивлениями и увеличении первых двух емкостей согласно (7.44): *а* — некорректированная ИЛ; *б* — корректированная ИЛ (согласно 7.44); *в* — совмещенные осциллограммы *а* и *б*; *г* — корректированная согласно (7.44) ИЛ ($R=\rho=100$ Ом).



Осциллограммы импульсов от ИЛ, скорректированной согласно (7.44), представлены на рис. 7.8. При этом осцилляции на вершине не превышают 0,3- 0,5%. Осцил-

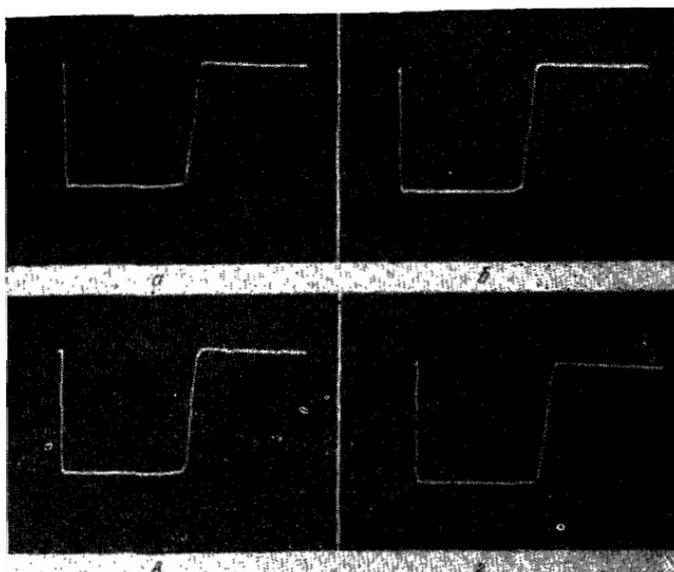


Рис. 7.10. Осциллограммы импульсов на несогласованной нагрузке $m=10$ (коррекция шунтированием первой индуктивности сопротивлением $r_{ш}$ и увеличением первой емкости).

Параметры ИЛ: $L/2=30$ мкГн, $C=0,05/3$ мкФ; $n=10$, $\rho=60$ Ом.
 а) $r_{ш}=4\rho$ (оптимальное значение) $C_1=C$, $\Delta u/u=1,5\%$; б) $r_{ш}=2,5\rho$, $C_1=1,06C$, $\Delta u/u=1\%$; в) $r_{ш}=1,67\rho$, $C_1=1,16C$, $\Delta u/u=0,4\%$;
 г) $r_{ш}=1,41\rho$, $C_1=1,35C$, $\Delta u/u=0,4\%$.

лограммы *а*, *б* и *в* относятся к ИЛ с $L/2=30$ мкГ, $C=0,05/3$ мкФ, $n=10$, $\rho=60$ Ом, коммутирующий элемент — транзистор, осциллограмма *г* — к ИЛ с $L/2=15$ мкГ, $C=3000$ пФ, $n=10$, $\rho=100$ Ом, коммутирующий элемент — тиратрон.

Рис. 7.9. Осциллограммы импульсов на несогласованной нагрузке при разных m .

Параметры ИЛ: $L/2=30$ мкГ, $C=0,05/3$ мкФ, $n=10$, $\rho=60$ Ом.
 а) $m=5$, $r_{ш}=\rho/0,25$ — оптимальное значение; б) $m=10$, $r_{ш}=\rho/0,25$;
 в) $m=10$, некорректированная ИЛ ($r_{ш}=\infty$); г) совмещенные осциллограммы б и в.

Интересно отметить еще одно обстоятельство. Найденное теоретически оптимальное значение $r_{ш1}=4\rho$ при согласованной нагрузке остается верным и для несогласованной активной нагрузки. Осциллограммы для $m=5$

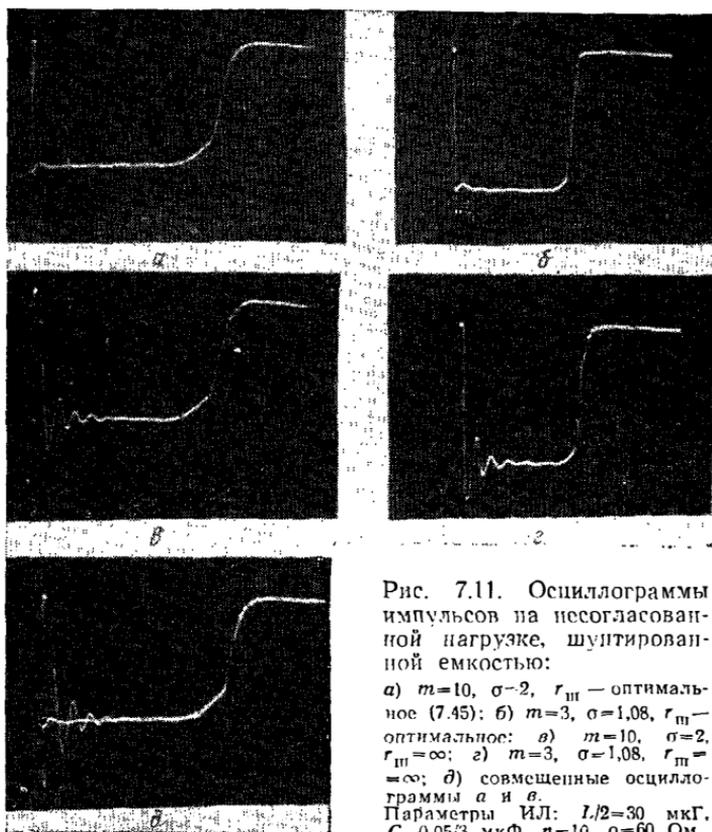


Рис. 7.11. Осциллограммы импульсов на несогласованной нагрузке, шунтированной емкостью:

а) $m=10$, $\sigma=2$, $r_{ш1}$ — оптимальное (7.45); б) $m=3$, $\sigma=1,08$, $r_{ш1}$ — оптимальное; в) $m=10$, $\sigma=2$, $r_{ш1}=\infty$; г) $m=3$, $\sigma=1,08$, $r_{ш1}=\infty$; д) совмещенные осциллограммы а и в.
 Параметры ИЛ: $L/2=30$ мкГ, $C=0,05/3$ мкФ, $n=10$, $\rho=60$ Ом.

и 10 представлены на рис. 7.9. Как известно из гл. 3, при некорректированной ИЛ импульс на нагрузке имеет значение первого выброса 8,4% для $m=5$ и 6% для $m=10$. При шунтировании первой индуктивности $r_{ш1}=4\rho=240$ Ом первый выброс почти равен нулю, а первая впадина не превышает 2% для $m=5$ и 1,5% для $m=10$. Чтобы еще больше сгладить вершину, мы увеличили первую емкость. При этом лучшую форму импульса получали при другом значении шунтирующего сопротивления.

На рис. 7.10 представлены осциллограммы на нагрузке при $m=10$ для четырех значений $r_{\text{ин}}$ и C_1 . Если при $C_1=C$ и $r_{\text{ин}}=4\rho$ (рис. 7.10,а) мы имели максимальное отклонение 1,5%, то при $r_{\text{ин}}=2,5\rho$ и $C_1=1,06C$ (рис. 7.10,б) амплитуда колебаний равнялась 1%. При $r_{\text{ин}}=1,67$, $C_1=1,16C$ и $r_{\text{ин}}=1,41\rho$ и $C_1=1,35C$ (рис. 7.10,в, г) колебания не превышали 0,4%. На всех рис. 7.10 не видно импульсов, отраженных от нагрузки, несмотря на то, что $m=10$, потому что длительность запускающего импульса совпадала с длительностью τ импульса, формируемого ИЛ после двукратного пробега.

Из гл. 4 известно, что импульс на нагрузке, шунтированной емкостью, имеет большие искажения (см. рис. 4.11, 4.13). Оказывается, что с помощью сопротивления, шунтирующего первую индуктивность, и в этом случае удастся в значительной мере исправить импульс.

На рис. 7.11 представлены осциллограммы на нагрузке ($m=3; 10$), шунтированной емкостью $C_{\text{ш}}=3\ 000$ пФ ($\sigma=2mC_{\text{ш}}/C=1,08$), а также $C_{\text{ш}}=1\ 680$ пФ ($\sigma=2,0$). При шунтировании первой индуктивности активным сопротивлением выброс значительно уменьшается и становится равным $\approx 3\%$ вместо 30—55% (рис. 4.11—4.13) при одновременном уменьшении длительности фронта. В результате обработки многочисленных осциллограмм мы получили следующую формулу для оптимального значения $r_{\text{ин}}$ при нагрузке, шунтированной емкостью:

$$r_{\text{ин}} = 4\rho / (1 + \sigma/2). \quad (7.45)$$

Глава 8

РАБОТА ИМПУЛЬСНОГО МОДУЛЯТОРА С ИЛ НА НЕЛИНЕЙНУЮ НАГРУЗКУ

В предыдущих главах рассматривалась работа импульсного модулятора на линейную нагрузку, так как, во-первых, анализ переходных процессов в ИМ при линейной нагрузке значительно проще, чем при нелинейной, и, во-вторых, по соображениям техники безопасности ИМ палаживают при низком уровне мощности. В этих условиях заменить реальную нагрузку активной очень просто. Поэтому представляет интерес вопрос, как по форме импульса на линейной нагрузке можно предсказать его форму на нелинейной нагрузке.

Реальная нагрузка модулятора нелинейна, ею является цепь постоянноточной составляющей тока электронного генератора. Такowymi могут быть ламповые генераторы на триодах или тетрадах, клистронные генераторы, генераторы на ЛБВ, на магнетронах или амплитронах. Помимо нелинейности естественной нагрузки иногда необходимо учитывать нелинейность устройства, например диода со смещением, включенного в цепь нагрузки для ослабления осцилляций на вершине импульса.

Свойства нагрузки описываются ее вольтамперной характеристикой, т. е. зависимостью $i(u)$. Ее легко снять в квазистатическом режиме, т. е. при медленном изменении напряжения, когда можно не учитывать переходные процессы в тракте высокой частоты генератора. Так как анализ совместного протекания переходных процессов в генераторе и ИМ слишком сложен, предположим, что переходные процессы в генераторе имеют квазистатический характер. Если свойство нагрузки задано в виде нелинейной вольтамперной характеристики $i(u)$, исследования переходных процессов в ИМ с ИЛ тоже сложны, ибо в этом случае речь идет о свободных колебаниях системы со многими степенями свободы, содержащей нелинейный элемент.

Для решения задачи приходится аппроксимировать характеристику $i(u)$ отрезками прямых. Тогда при анализе переходных процессов необходимо учитывать, что при переходе с одного отрезка характеристики на другой начальные условия не нулевые, так как в реактивных элементах ИМ в течение переходного процесса накапливается некоторая энергия. Количество отрезков характеристики может быть любым, но учет начальных условий в точках стыка отрезков не так прост, и поэтому исследуем вольтамперную характеристику, аппроксимированную только двумя отрезками.

Для этого рассмотрим эквивалентную схему ИМ на рис. 8.1. Ее можно трактовать либо как схему со специальным диодом D для ослабления осцилляций на вершине импульса, либо как эквивалентную схему прибора с нелинейной нагрузкой, имеющей вольтамперную характеристику, показанную на рис. 8.2. Параллельно активной нагрузке включена цепь с идеальным диодом D , последовательно с которым включены сопротивление R_1 и напряжение смещения E_1 . Пока $u < E_1$, нагрузка определяется линейным сопротивлением R . При $u > E_1$ от-

крывается диод \bar{D} , тогда характеристика описывается выражением

$$i = (u/R) + (u - E_1)/R_1. \quad (8.1)$$

В рабочей точке нагрузка модулятора определяется сопротивлением постоянному току или статическим сопротивлением R_0 .

Заметим, что вместо схемы на рис. 8.1 можно использовать другую с ключом K вместо диода, который замы-

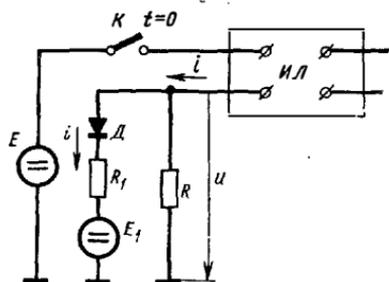


Рис. 8.1. Схема импульсного модулятора с кусочно-линейной нагрузкой.

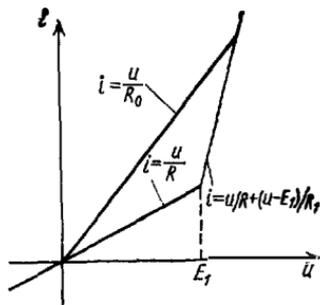


Рис. 8.2. Вольтамперная характеристика кусочно-линейной нагрузки по схеме на рис. 8.1.

кается в некоторый момент времени t' , когда напряжение $u(t')$ достигает значения E_1 , т. е. когда выполняется равенство $u(t') = E_1$. Следует заметить, что истинная характеристика $i(u)$ упиолярна, т. е. при $u < 0$ $i(u) = 0$. При этом ее надо аппроксимировать тремя отрезками. Если в паузе между импульсами напряжение на нагрузке не принимает отрицательного значения, то обратную ветвь вольтамперной характеристики можно не учитывать.

Ход кусочно-линейной характеристики на рис. 8.2 зависит от двух безразмерных параметров: отношений E_1/E и R_1/R . Меняя величины этих параметров, можно существенно изменять рисунок характеристики, не меняя принципа аппроксимации. Например, при $R_1/R \rightarrow \infty$ имеем линейную нагрузку — случай, который исследовался в предыдущих главах; при $R_1/R \rightarrow 0$ имеем ограничение напряжения на уровне E_1 . Такая характеристика близка к характеристике магнетрона или амплитрона, для которой типично малое отношение R_1/R . Наконец, при $R_1/R \approx 1$ получим характеристику, похожую на такую для клистронного генератора и генератора на ЛБВ.

В дальнейшем для краткости нелинейную нагрузку с вольтамперной характеристикой, показанной на рис. 8.2, будем называть нагрузкой магнетронного типа. Если оба отрезка u/R и $(u - E_1)/R_1$ будут расположены выше ветви u/R_0 , то нагрузку с такой характеристикой будем называть нагрузкой пентодного типа. Заметим, что в этом случае для того, чтобы в начале координат сопротивление нагрузки было меньше R_0 , а после t' общее сопротивление в результате отпирания диода D (рис. 8.1) было больше R_0 , нужно, чтобы R_1 было отрицательным и по модулю больше R . Тогда параллельное соединение R и $(-R_1)$ при $|R_1| > R$ даст положительное увеличенное сопротивление. Отрицательное сопротивление по схеме на рис. 8.1 реализовать нельзя. Однако в § 8.3 будет показано, как можно преобразовать нелинейную нагрузку на рис. 8.1 в нагрузку пентодного типа (при этом все элементы положительны).

8.1. Переходный процесс в ИЛ при кусочно-линейной нагрузке

Составим выражения, описывающие изменение напряжения на нагрузке во времени $u(t)$ (рис. 8.1) для той области характеристики, где $u > E_1$. При этом рассмотрим

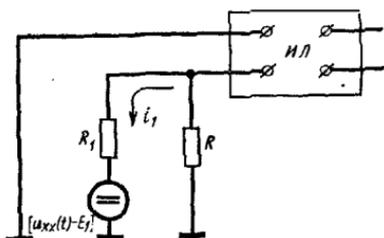


Рис. 8.3. Эквивалентная схема импульсного модулятора для расчета напряжения на кусочно-линейной нагрузке.

отрезок времени, соответствующий фронту и вершине импульса. Для упрощения записи напряжение на фронте и вершине обозначим через u вместо u_1 (гл. 2, 3). При $u < E_1$ $u(t)$ описывается выражением (3.64). Начиная с момента t' , при котором диод D открывается, характер переходного процесса меняется, таким образом, момент времени t' является началом отсчета для нового

переходного процесса. Поэтому в дальнейших рассуждениях используем время $(t - t')$.

Чтобы найти уравнение, описывающее переходный процесс при $t > t'$, используем теорему эквивалентного генератора (ЭГ). Для этого разорвем цепь диода D и найдем напряжение холостого хода с учетом E_1 , равное

$[u_{xx}(t) - E_1]1(t-t')$. Здесь u_{xx} означает напряжение $u(t)$ в режиме холостого хода между точками разрыва. Далее согласно теореме включим между точками разрыва напряжение холостого хода, а напряжение источника E обратим в нуль. Тогда получим эквивалентную схему на рис. 8.3. Согласно теореме ЭГ ток I_1 в цепи R_1 будет тем же, что и в исходной схеме на рис. 8.1. Обозначим входное сопротивление ИЛ $z(p)$, тогда получим

$$I_1(p) = [u_{xx}(p) - E_1/p] \left(R_1 + \frac{1}{1/R + 1/z(p)} \right). \quad (8.2)$$

Согласно рис. 8.1 напряжение на нагрузке

$$u(p) = E_1/p + I_1(p)R_1. \quad (8.3)$$

Подставив (8.2) в (8.3), находим

$$u(p) = E_1/p + [u_{xx}(p) - E_1/p] \frac{1/R + 1/z(p)}{1/R_1 + 1/R + 1/z(p)}. \quad (8.4)$$

Проверим полученное уравнение в некоторых предельных случаях, для которых результат заранее известен.

1. При $1/R_1 \rightarrow 0$ согласно (8.4) получаем $u(t) = u_{xx}(t)$. Это означает, что диод D отключен, тогда напряжение на нагрузке описывается выражением (3.78).

2. При $1/R_1 \rightarrow \infty$ из (8.4) получаем $u(t) = E_1$. Это означает, что в области $(t-t') > 0$ получается идеальное ограничение напряжения на нагрузке (рис. 8.4).

3. При $1/R \rightarrow 0$ нагрузка при напряжении $u < E_1$ не проводит ток. Уровень E_1 достигается мгновенно, т. е. при $t' = 0$, а $u_{xx}(t) = E$. Тогда из (8.4) имеем

$$u(p) = E_1/p + (E/p - E_1/p)R_1/[R_1 + z(p)]. \quad (8.5)$$

Такая характеристика приблизительно соответствует вольт-амперной характеристике магнетрона и амплитрона. При

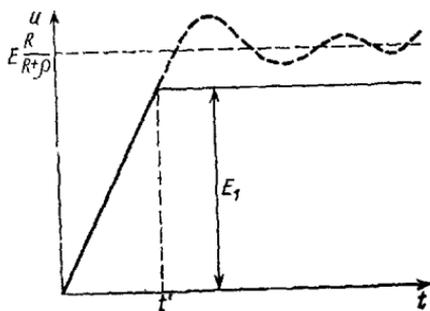


Рис. 8.4. Фронт и вершина импульса на нагрузке в схеме на рис. 8.1 при $R_1 = 0$.

Этой ветвь $i = u/\dot{R}$ на рис. 8.2 совпадает с осью абсцисс. Из (8.5) видно, что отыскание напряжений на нелинейной нагрузке указанного типа сводится к определению напряжения на линейной нагрузке с локальным сопротивлением R_1 . При этом напряжение источника определяется разностью $(E - E_1)$.

Выражение (8.4) можно записать в другой более удобной для вычислений форме. Обозначим

$$h = R_1 / (R_1 + R) \quad (8.6)$$

и введем нормированные сопротивления нагрузки

$$m = R/\rho, \quad (8.7)$$

$$m_1 = mh \quad (8.8)$$

и нормированное входное сопротивление ИЛ

$$\zeta(p) = z(p)/\rho. \quad (8.9)$$

Из сопоставления (8.6), (8.7) и (8.8) следует, что m_1 есть нормированное локальное сопротивление в рабочей точке на второй ветви вольтамперной характеристики ($E > E_1$) на рис. 8.2. При этом сопротивление нагрузки равно параллельному включению R и R_1 .

Подставив (8.6) — (8.9) в (8.4), получим

$$(p) = E_1/p + [u_{xx}(p) - E_1/p] h [m + \zeta(p)] / [m_1 + \zeta(p)]. \quad (8.10)$$

Чтобы избавиться от $\zeta(p)$ в числителе, заменим $m = m_1 + m - m_1$ и убедимся в справедливости тождества

$$h [m + \zeta(p)] / [m_1 + \zeta(p)] = h + (1 - h) m_1 / [m_1 + \zeta(p)]. \quad (8.11)$$

Тогда вместо (8.10) имеем

$$u(p) = E_1/p + [u_{xx}(p) - E_1/p] [h + (1 - h) m_1 / (m_1 + \zeta(p))]. \quad (8.12)$$

Таким образом, мы составили уравнение для напряжения на нелинейной нагрузке при $t > t'$.

Чтобы найти соответствующую временную функцию, введем обозначение в последнем множителе, деленном на p ,

$$u_{m_1}(p) = m_1/p [m_1 + \zeta(p)]. \quad (8.13)$$

Очевидно, $u_{m_1}(p)$ есть спектральное представление переходной функции $u_{m_1}(t - t')$ для системы с ИЛ и отно-

сительной нагрузкой m_1 при воздействии единичного скачка напряжения, т. е.

$$u_{m_1}(p) \rightarrow u_{m_1}(t-t'). \quad (8.14)$$

Кроме того, заметим, что $u_{xx}(p)$ есть спектральная функция для напряжения на нагрузке m при воздействии скачка напряжения E , т. е.

$$u_{xx}(p) = Eu_m(p) \rightarrow Eu_m(t). \quad (8.15)$$

Учитывая (8.13) и (8.15), записываем (8.12) в виде

$$u(p) = E_1/p + [Eu_m(p) - E_1/p][h + (1-h)pu_{m_1}(p)]. \quad (8.16)$$

Операционное уравнение (8.16) позволяет написать выражение для искомой временной функции:

$$u(t) = E_1 + h[Eu_m(t) - E_1] + (1-h) \int_0^{t-t'} [Eu_m(t-\tau) - E_1] u'_{m_1}(\tau) d\tau. \quad (8.17)$$

Последний множитель в подынтегральной функции означает производную $u_{m_1}(\tau)$.

Найдем стационарное значение (8.17), т. е. $u(t)$ при $t \rightarrow \infty$. Наиболее просто это сделать из выражения (8.16). При этом надо учесть стационарные значения спектральных функций

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_m(t) = pu_m(p) = m/(m+1), \quad (8.18)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_{m_1}(t-t') = pu_{m_1}(p) = m_1/(m_1+1). \quad (8.19)$$

Таким образом, находим

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = pu(p) = \frac{1}{m_1+1} [(1-h)E_1 + m_1E]. \quad (8.20)$$

Разумеется, этот результат совпадает с результатом вычислений напряжения по уравнению (8.1). Выражение (8.20) понадобится нам позже при выводе соотношения для напряжения смещения E_1 для разных вольтамперных характеристик.

Рассмотрим табл. 8.1, где представлены результаты расчетов формы напряжения на нелинейной нагрузке по формуле (8.17). Поясним, как производился расчет. Поскольку введенное напряжение смещения E_1 в явном виде не всегда известно, то оно определялось через со-

Таблица 8.1

Фронт импульса и осцилляции на вершине при разных
вольтамперных характеристиках нелинейной нагрузки
и $R_0 = \rho$, $\mu = 1$

$\frac{m_1}{m_0}$	$\frac{m}{m_0}$	t_{Φ}		t	$\epsilon, \%$	t	$\epsilon, \%$
		0÷0,9 μ	0,9÷1,0 μ				
0,1	15	0,08	2,68	3,9	0,93	7,1	0,4
	5	0,24	2,54	3,66	0,98	6,85	0,42
	2	0,62	2,35	3,46	1,02	6,65	0,47
	1,1	1,21	2,0	3,2	1,4	6,4	0,57
0,133	15	0,5	2,63	3,83	1,22	7,0	0,53
	5	0,44	2,64	3,84	1,24	6,9	0,56
	2	0,61	2,44	3,64	1,34	6,8	0,59
	1,1	1,21	2,0	3,3	1,8	6,5	0,75
0,5	15	1,3	2,0	3,24	6,6	6,3	2,5
	5	1,33	1,93	3,13	6,6	6,2	2,5
	2	1,3	1,8	3,2	6,7	6,3	2,55
	1,5	1,24	1,84	3,1	6,7	6,2	2,5
	1,1	1,21	1,7	3,0	7,2	6,1	2,9
2,0	0,9	1,4	1,53	2,46	20,6	—	—
	0,5	1,25	1,4	2,35	22,4	5,15	8,0
	0,2	1,23	1,35	2,18	22,8	5,17	8,12
	0,1	1,2	1,35	2,14	22,8	5,14	8,2
3,0	0,2	1,15	1,28	1,96	30,0	4,8	9,2
6,67	0,9	1,5	1,55	2,06	36,0	4,7	9,2
	0,2	1,14	1,19	1,75	43,0	4,55	9,7
	0,1	1,1	1,15	1,66	44,7	4,4	10,0
1	1	1,20	1,6	2,65	12,3	5,67	5,0

противление вольтамперной характеристики в начале координат m и локальное сопротивление m_1 относительно статического сопротивления в рабочей точке m_0 . Обычно эти сопротивления известны.

При расчетах табл. 8.1 взят случай согласования статического сопротивления R_0 с характеристикой ячейки ρ , т. е. $m_0 = R_0/\rho = 1$. Для сопоставления в конце таблицы приведен расчет фронта и вершины импульса на линейной нагрузке ($m_1/m_0 = m/m_0 = 1$). Из таблицы видно, что для нагрузок с одинаковыми значениями $m_1/m_0 = 0,1$ и разными $m/m_0 = 15 \div 1,1$ амплитуда осцил-

ляции на вершине импульса изменяется незначительно: например, амплитуда первого выброса изменяется от 0,93 до 1,4%, т. е. примерно в 1,5 раза. Значения $m/m_0=1,1$ и $m_1/m_0=0,1$ характеризуют почти линейную нагрузку с намеренным изменением хода вольтамперной характеристики в рабочей точке для коррекции импульса. При изменении же m/m_0 от 15 до 2 осцилляции изменяются от 0,93 всего до 1,02%, т. е. незначительно.

Аналогичные утверждения можно отнести, как это видно из табл. 8.1, и к другим значениям m_1/m_0 , т. е. осцилляции при этом мало изменяются с изменением m/m_0 . Например, для $m_1/m_0=2$ и $m/m_0=0,9 \div 0,1$ амплитуда первого выброса изменяется от 20,6 до 22,8%. Таким образом, можно сделать вывод, что на осцилляции на вершине импульса в основном влияет изменение величины m_1 .

8.2. Вольтамперная характеристика с отсечкой

Можно показать, что (8.17), являющееся решением уравнения (8.4), в предельных случаях дает те же результаты, что и (8.4). Рассмотрим лишь один, когда $R \rightarrow \infty$. Это соответствует случаю, когда первая ветвь вольтамперной характеристики (рис. 8.2) совпадает с осью абсцисс. Для краткости назовем такую характеристику вольтамперной характеристикой с отсечкой. При этом $h \rightarrow 0$ и $u_m(t)=1$, а $m_1=R R_1/\rho(R+R_1) \rightarrow R_1/\rho$. Тогда из (8.17) получим

$$u(t) = E_1 + (E - E_1) u_{m_1}(t). \quad (8.21)$$

Таким образом, из (8.21) видно, что при этом нелинейную нагрузку можно рассматривать как линейную, если перенести начало координат вольтамперной характеристики в точку $i=0, u=E_1$ (рис. 8.5). Выражение (8.21) можно также получить непосредственно из рисунка. Если $R \rightarrow \infty$, то напряжение на нагрузке будет определяться выражением (8.21). Вторая компонента в этом выражении представляет известное из предыдущих глав (2, 3, 4) выражение для напряжения на линейной нагрузке при воздействии на ИЛ и нагрузку скачка напряжения $(E - E_1)$.

Найдем связь между осцилляциями на линейной m_1 и нелинейной нагрузке

$$m_0 = R_0/\rho \quad (8.22)$$

при $R \rightarrow \infty$. Из (8.21) видно, что осцилляции обусловлены только второй компонентой и их относительное значение определяется равенством

$$\Delta u / u_{m0}^* = (\Delta u / u_{m1}^*) (u_{m1}^* / u_{m0}^*). \quad (8.23)$$

Здесь стационарные напряжения

$$u_{m0}^* = E u_{m0}, \quad u_{m1}^* = (E - E_1) u_{m1},$$

где $u_{m0} = m_0 / (1 + m_0)$; $u_{m1} = m_1 / (1 + m_1)$.

Легко видеть, что последний множитель в (8.23) можно выразить через отношение сопротивлений R_1 / R_0 (m_1 / m_0):

$$u_{m1}^* / u_{m0}^* = m_1 / m_0. \quad (8.24)$$

Тогда получим

$$\Delta u / u_{m0} = (\Delta u / u_{m1}) (m_1 / m_0). \quad (8.25)$$

Здесь и далее для краткости заменим u_{m0}^* на u_{m0} , u_{m1}^* на u_{m1} .

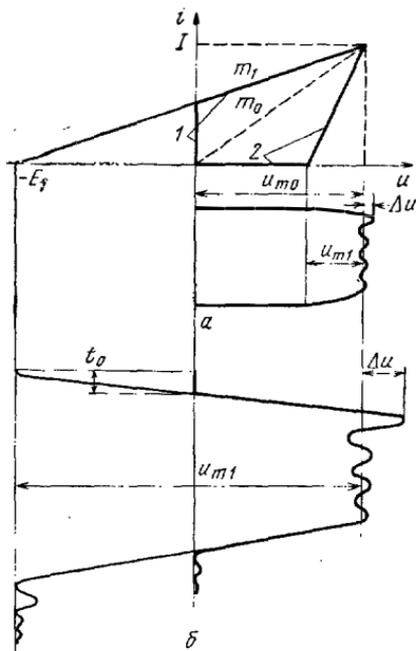


Рис. 8.5. Геометрическая интерпретация формирования импульса на нелинейных нагрузках пентодного (1) и магнетронного (2) типов.

Таким образом, осцилляции на нелинейной нагрузке во столько раз больше осцилляций на линейной нагрузке, во сколько раз локальное сопротивление m_1 больше сопротивления постоянному току m_0 . При $m_1 / m_0 < 1$ осцилляции ослабевают, а при $m_1 / m_0 > 1$ — увеличиваются. При этом следует иметь в виду, что сравниваются осцилляции на нелинейной нагрузке m_0 с заданным относительным локальным сопротивлением m_1 / m_0 с осцилляциями на линейной нагрузке m_1 . Значит, в (8.25) для заданного m_1 / m_0 $\Delta u / u_{m1}$ зависит еще и от m_0 . Напомним, речь идет о частном случае нелинейной нагрузки, когда $R \rightarrow \infty$ (рис. 8.1), т. е. когда первая ветвь вольтамперной характеристики совпадает с осью абсцисс, или $R \rightarrow$

→0, т. е. когда первая ветвь вольтамперной характеристики совпадает с осью ординат. Иначе говоря, речь идет о вольтамперной характеристике с отсечкой. Позже мы покажем, что (8.25) с небольшим приближением верно и для других вольтамперных характеристик, когда их первые ветви не совпадают с осями координат, т. е. когда отсечки нет. В этом случае для нахождения амплитуды осцилляции на вершине можно воспользоваться данными расчета для линейной нагрузки в табл. 3.4.

Формулу (8.25) можно также легко получить и из геометрических построений импульса, как показано на рис. 8.5. Из рис. 8.5,а видно, что на нагрузке магнетронного типа напряжение скачком достигает уровня E_1 при $m/m_0 \rightarrow \infty$, а затем нарастает в соответствии с линейной нагрузкой m_1 . Осцилляции на вершине, определяемые нагрузкой m_1 , теперь относятся ко всему напряжению u_{m_0} , поэтому они уменьшаются. На нагрузке пентодного типа (рис. 8.5,б) нарастание напряжения сначала задерживается на время t_0 , а затем быстро увеличивается, так как $m_1 > m_0$. Здесь уже осцилляции, определяемые нагрузкой $m_1 > m_0$, относятся не ко всему напряжению u_{m_1} , а только к части его, к u_{m_0} , поэтому они возрастают.

Приведем примеры расчета по (8.25).

1. Для $m_1/m_0 = 0,1$, $m_0 = 1$, $\mu = 1,1$ получим согласно (8.25) $\Delta u/u_{m_0} = 0,81\%$, так как из табл. 3.4 имеем $\Delta u/u_{m_1} = 8,1\%$.

2. Данные те же, что в примере 1, но $m_0 = 4$, тогда получим $\Delta u/u_{m_0} = 0,99\%$, так как из табл. 3.4 имеем $\Delta u/u_{m_1} = 9,99\%$. При $m_0 = 10$ получим $\Delta u/u_{m_0} = 1,23\%$. Таким образом, мы видим, что с увеличением m_0 осцилляции возрастают. Так же как при линейной нагрузке, экстремум наблюдается в области $m_1 \approx 1$ (табл. 3.1). Отсюда следует, что нужно избегать указанного значения m_1 .

3. Для $m_1/m_0 = 0,15$, $\mu = 1,1$, $m_0 = 1$ в соответствии с (8.25) и табл. 3.4 имеем $\Delta u/u_0 = 1,27\%$.

Из этих примеров видно, что на нелинейной нагрузке магнетронного типа $m_1/m_0 \ll 1$ осцилляции на вершине сильно сглаживаются. Как известно из § 3.4, при $\mu = 1$ осцилляции на линейной нагрузке при изменении m от 1 до 0 изменяются от 12,3 до 9,2%. В приведенных выше примерах считалось $\mu = 1,1$; если же взять $\mu = 1$, то $\Delta u/u_{m_0}$ будет соответственно $\approx 0,92$, 1,1, 1,42%. Из приведенных примеров видно также, что на нелинейной нагрузке магнетронного типа небольшое увеличение первой индуктивности L_1 эффективно сглаживает осцилляции. При увеличении $L_1 = 0,5L(1 + \mu)$ только на 5% (при изменении μ от 1 до 1,1) они уменьшаются с 1,42 до 1,27% ($m_1/m_0 = 0,15$).

На нелинейной нагрузке пентодного типа осцилляции увеличиваются, так как в этом случае $m_1/m_0 > 1$. Например, воспользовавшись данными табл. 3.1, можно сразу сказать, что для $m_1/m_0 = 3$ и $m_0 = 1$ в соответствии с (8.25) $\Delta u/u_{m_0} = 10,6\% \times 3 = 31,8\%$. Здесь речь идет о первом выбросе. Подобным же образом можно определять

впадины и следующие выбросы. С ростом m_1/m_0 осцилляции быстро увеличиваются, но если при этом увеличивать также $m_0 \gg 1$, т. е., например, работать от модулятора с ИЛ, где в качестве коммутирующего элемента применена вакуумная лампа или транзистор, то $\Delta u/u_{m0} \rightarrow 0$, так как осцилляции на линейной нагрузке при больших m примерно пропорциональны $1/m$, что видно из табл. 3.1. Действительно, подставив в (8.25) вместо $\Delta u/u_{m1} = 1/m$, получим $\Delta u/u_{m0} = (1/m)(m_1/m_0) \rightarrow 0$. Отметим, что если имеются экспериментальные данные по форме импульса на линейной нагрузке, то формула (8.25) также позволяет предсказать величину осцилляции при нелинейной нагрузке. Сопоставлять нужно линейную нагрузку m_1 с нелинейной, для которой даны значения m_1/m_0 и m_0 . Например, определим осцилляции на вершине импульса при работе импульсного модулятора на генератор ЛБВ с $m_1/m_0 = 0,6$ и $m_0 = 1$. Допустим, что осцилляции на линейной нагрузке с $m_1 = 0,6$ составляют 5%. Тогда на нелинейной нагрузке согласно (8.25) осцилляции равны 3%.

Таким образом, по форме напряжения на линейной нагрузке можно предсказать форму напряжения на нелинейной нагрузке. Это важно потому, что не всегда можно учесть все паразитные параметры нагрузки и импульсного трансформатора. Зная же форму импульса на какой-бы то ни было сложной линейной нагрузке, можно определить форму импульса на реальной (нелинейной) нагрузке, если известна ее вольтамперная характеристика или хотя бы локальное сопротивление R_1 .

Несмотря на то что (8.25) получена для частного случая нелинейной нагрузки (характеристика с отсечкой), она даст небольшую погрешность при расчете импульса без отсечки характеристики. В этом легко убедиться при анализе табл. 8.1, где представлены результаты расчета формы импульса по точной формуле (8.17). Например, из таблицы видно, что для $m_1/m_0 = 0,1$ и при изменении $m/m_0 = 15 \div 2$ первый выброс изменяется от 0,93 до 1,02%, а согласно (8.25) он равен 0,92%. Для $m_1/m_0 = 2$ и $m/m_0 = 0,9 \div 0,1$ первый выброс изменяется от 20,6% до 22,8, а в соответствии с (8.25) он равен 23%.

До сих пор говорилось об осцилляциях на вершине импульса. Рассмотрим медленные изменения напряжения на вершине, обусловленные током намагничивания импульсного трансформатора (гл. 4) и потерями в катушках ИЛ (гл. 6). Было установлено, что при линейной нагрузке спад вершины импульса определяется соответственно выражениями (4.79) и (6.36). Тогда для определения спада вершины импульса на нелинейной нагрузке следует в (8.25) подставить вместо отношения $\Delta u/u_{m1}$ выражения (4.79) и (6.36), имея в виду m_0 вместо m . Так мы поступаем потому, что медленный спад вершины характеризуется либо полным напряжением (ток намагничивания ИТ), либо полным током (сопротивления по-

терь в индуктивностях ИЛ) нелинейной нагрузки. Для определения спада вершины импульса, вызванного индуктивностью ИТ L_n , шунтирующей нагрузку, и сопротивлением потерь r в каждой из n ячеек ИЛ получим следующие выражения

$$\Delta u/u_{m0} = [R_0 \tau / L_n (m_0 + 1)] m_1 / m_0, \quad (8.26)$$

$$\Delta u/u_{m0} = [rn / (m_0 + 1) \rho] m_1 / m_0. \quad (8.27)$$

Приведем примеры расчета. Если на линейной нагрузке $R = R_0 = \rho$ спад вершины импульса, вызванной L_n , равен $K\%$, то на нелинейной нагрузке согласно (8.26) при $m_1/m_0 = 0,6$ и $m_0 = 1$, $\Delta u/u_{m0} = 0,6 K\%$. Если спад вершины импульса на линейной нагрузке с $R = R_0 = \rho$ из-за потерь в ИЛ равен $K\%$, то на нелинейной нагрузке $m_1/m_0 = 0,6$ и $m_0 = 1$ осцилляции согласно (8.27) составят $\Delta u/u_{m0} = 0,6 K\%$.

У некоторых СВЧ приборов (магнетрон, амплитрон) стабильность работы определяется стабильностью тока в нагрузке, поэтому напишем формулу для колебаний тока в нелинейной нагрузке. Изменения тока и напряжения на нелинейной нагрузке, как легко показать, связаны следующим соотношением:

$$\Delta u/u_{m0} = (m_1/m_0) \Delta I/I_{m0}. \quad (8.28)$$

Следовательно, в соответствии с (8.25)

$$\Delta I/I_{m0} = \Delta u/u_{m1}, \quad (8.29)$$

т. е. относительные колебания тока на нелинейной нагрузке с m_1/m_0 равны колебаниям тока на линейной нагрузке, равной m_1 .

Мы закончили исследование переходного процесса в импульсном модуляторе с нелинейной нагрузкой. Теперь проведем синтез схем нелинейной нагрузки с кусочно-линейной вольтамперной характеристикой. Имитация нелинейной нагрузки необходима для исследования и настройки импульсного модулятора при низком уровне напряжения.

8.3. Синтез схем, имитирующих нелинейную нагрузку с кусочно-линейными вольтамперными характеристиками

Уравнение кусочно-линейной вольтамперной характеристики (8.1) позволяет синтезировать схемы, обладающие такой характеристикой.

Положим, мы хотим получить нагрузку с характеристикой, которая описывается следующими равенствами:

$$u < E_1, \quad i = u/R; \quad (8.30)$$

$$u > E_1, \quad i = (u/R) - (u - E_1)/R_1. \quad (8.31)$$

В этих равенствах: E_1 — напряжение перелома характеристики $i(u)$; $1/R$ — крутизна характеристики в области $u < E_1$, а $1/R_1$ — приращение крутизны в области $u > E_1$; таким образом, в этой области полная крутизна определяется суммой $(1/R) + (1/R_1)$. Уравнение (8.31) описывает схему, изображенную на рис. 8.6.

Чтобы получить другую схему нагрузки с той же характеристикой, перепишем равенство (8.31) следующим образом:

$$i = [u - E_1 / (1 + R_1/R)] (1/R + 1/R_1). \quad (8.32)$$

Этому уравнению соответствует схема, показанная на рис. 8.7, когда ключ K разомкнут. Однако, когда диод заперт, эта схема даст $i=0$ вместо того значения тока, которое следует из уравнения (8.30). Чтобы получить схему с заданной характеристикой, надо замкнуть ключ K , чтобы включить некоторое сопротивление, величина которого

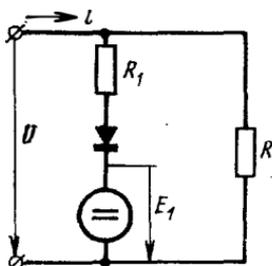


Рис. 8.6. Схема нагрузки с кусочно-линейной вольтамперной характеристикой магнетронного типа согласно (8.30) и (8.31).

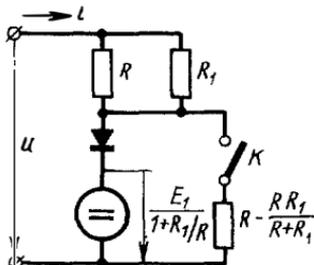


Рис. 8.7. Преобразованная схема на рис. 8.6, обладающая той же вольтамперной характеристикой.

го должна быть такой, чтобы суммарное сопротивление схемы было равно R , т. е.

$$R = [RR_1 / (R + R_1)]. \quad (8.33)$$

Рассмотренные здесь схемы можно реализовать при $R_1 > 0$, а это означает, что крутизна характеристики $i(u)$ в области $u > E_1$, т. е. за точкой перелома, возрастает. Иначе говоря, это соответствует нагрузке магнетронного типа. Если надо получить характеристику пентодного типа, т. е. чтобы за точкой перелома $u > E_1$ крутизна уменьшилась, тогда потребуется отрицательное сопротивление $R_1 < 0$. Такие схемы можно синтезировать при помощи комбинации положительных сопротивлений и диода, работающего в режиме, дуальном

режиму в схемах на рис. 8.6 и 8.7. Чтобы синтезировать эти схемы, рассмотрим уравнения, дуальные выражениям (8.30) и (8.31), т. е. с заменой напряжений токами (\bar{u} на i), токов напряжениями (i на u), сопротивлений проводимостями (R на g) и т. д. Таким образом, будем иметь

$$i < i_1, \quad u = i/g; \quad (8.34)$$

$$i > i_1, \quad u = (i/g) + (i - i_1)/g_1. \quad (8.35)$$

Уравнениям (8.34) и (8.35) соответствует кусочно-линейная характеристика на рис. 8.8.

Уравнение (8.35) характеризует схему на рис. 8.9, в которой вместо источника напряжения смещения E_1 включен источник тока смещения i_1 . Но эта схема неудобна потому, что генератор тока надо реализовать в виде генератора напряжения с большим внутренним сопротивлением. Однако поскольку на рис. 8.9 генератор тока шунтирован проводимостью g_1 , то ее можно трактовать как проводимость генератора, поэтому генератор тока можно заменить генератором напряжения. Тогда получим схему на рис. 8.10.

Схему на рис. 8.9 можно преобразовать совершенно так же, как была преобразована схема на рис. 8.6 в схему на рис. 8.7. Уравнение (8.35) можно переписать в виде уравнения, дуального (8.32), т. е. в следующей форме:

$$u = [i - i_1/(1 + g_1/g)] (1/g + 1/g_1). \quad (8.36)$$

Этому уравнению соответствует схема на рис. 8.11 при условии, что ключ K замкнут. Такой схеме соответствует вольтамперная

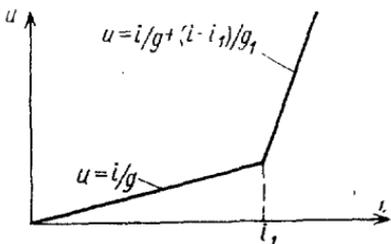


Рис. 8.8. Кусочно-линейная вольтамперная характеристика согласно (8.34) и (8.35), дуальная характеристике на рис. 8.2.

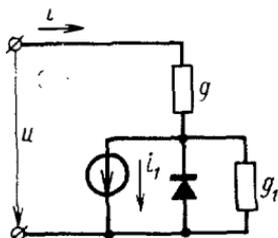


Рис. 8.9. Схема, дуальная схеме на рис. 8.6, обладающая вольтамперной характеристикой пентодного типа (рис. 8.8).

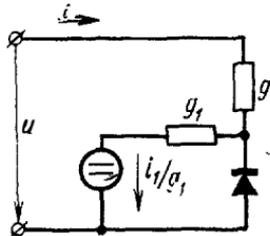


Рис. 8.10. Схема, эквивалентная схеме на рис. 8.9, при замене генератора тока генератором напряжения.

характеристика в области $i > i_1$, при этом левая ветвь схемы разомкнута. Однако в области $i < i_1$ левая ветвь схемы замкнута, в итоге получим $u \equiv 0$ вместо того значения, которое следует из уравнения (8.34). Чтобы получить схему с заданной характеристикой, следует разомкнуть ключ K и в месте разрыва включить сопротивление с проводимостью

$$g - [gg_1 / (g + g_1)].$$

Схема на рис. 8.11 неудобна для реализации, так как содержит генератор тока. Разумеется, генератор тока i_1 можно реализовать при помощи генератора напряжения $i_1 R_v$ с большим внутренним сопротивлением R_v ($R_v \gg 1/g$).

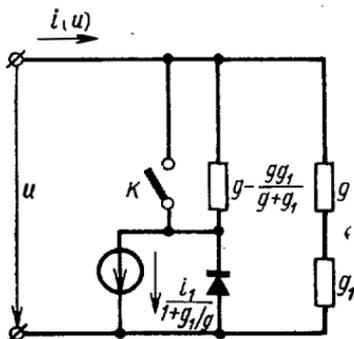


Рис. 8.11. Схема, дуальная схеме на рис. 8.7, обладающая той же вольтамперной характеристикой, что и схемы на рис. 8.9, 8.10.

Итак, мы пришли к выводу, что возможна реализация двух схем (рис. 8.6 и 8.7) для нагрузки магнетронного типа и двух схем (рис. 8.10 и 8.11) для нагрузки пентодного типа. Выясним, какие схемы более удобны для реализации. Можно ожидать, что для нагрузки магнетронного типа схема на рис. 8.6 более удобна, так как в данном случае через вентиль проходит меньшая часть импульсного тока, поэтому искажения формы импульса за счет неидеальности вентиля меньше, чем в схеме на рис. 8.7. Для нагрузки пентодного типа наиболее удобной является схема на рис. 8.10. Схема на рис. 8.11 хуже, так как требует создания генератора тока, т. е. генератора напряжения с большим внутренним сопротивлением, что, в свою очередь, приводит к большой мощности генератора.

Из сказанного следует, что при разных значениях сопротивления R и R_1 и проводимостей g и g_1 получаются различные нелинейные нагрузки. Но чаще требуется конструировать нелинейную нагрузку для заданного сопротивления постоянному току $R_0 = m_0 \rho$ в рабочей точке при известном сопротивлении первой ветви характеристики

$$R = m\rho, \quad (8.37)$$

а также известном локальном сопротивлении в рабочей точке второй ветви, т. е.

$$RR_1 / (R + R_1) = m_1 \rho \quad (8.38)$$

для схем на рис. 8.6 и 8.7 или

$$R + R_1 = m_1 \rho \quad (8.39)$$

для схемы на рис. 8.10 и 8.11. Тогда, решая совместно (8.37) и (8.38), получим, что для схемы на рис. 8.6 величины R и R_1 при заданных m/m_0 , m_1/m_0 и R_0 определяются из следующих равенств:

$$R = \frac{m}{m_0} R_0, \quad R_1 = \frac{(m_1/m_0)(m/m_0)}{(m/m_0) - (m_1/m_0)} R_0. \quad (8.40)$$

Определим напряжение E_1 , приравняв (8.20) и (8.24):

$$E_1 = \frac{1 - (m_1/m_0)}{1 - (m_1/m_0)(m_0/m)} \frac{m_0}{m_0 + 1} E. \quad (8.41)$$

В (8.40) и (8.41), как и в других местах можно было бы произвести упрощения, но мы этого не делаем потому, что обычно обе ветви

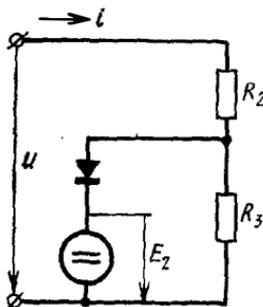


Рис. 8.12. Схема нелинейной нагрузки магнетронного типа, подобная схеме на рис. 8.7.

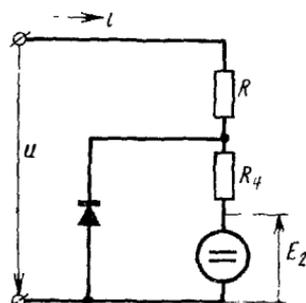


Рис. 8.13. Схема нелинейной нагрузки пентодного типа, подобная схеме на рис. 8.10.

вольтамперной характеристики задаются сопротивлениями в начале координат и в рабочей точке, отнесенными к статическому сопротивлению.

Определим сопротивления для схемы на рис. 8.12, эквивалентной схеме на рис. 8.7. Напряжение $E_2 = E_1 / (1 + R_1/R)$ легко определить после подстановки значения R и R_1 из (8.40). В результате получаем

$$R_2 = \frac{m_1}{m_0} R_0, \quad R_3 = \left(\frac{m}{m_0} - \frac{m_1}{m_0} \right) R_0,$$

$$E_2 = \frac{m_0}{m_0 + 1} \left(1 - \frac{m_1}{m_0} \right) E.$$

Определим элементы схемы на рис. 8.13, эквивалентной схеме пентодной нагрузки на рис. 8.10:

$$R = \frac{m}{m_0} R_0, \quad R_4 = \left(\frac{m_1}{m_0} - \frac{m}{m_0} \right) R_0,$$

$$E_2 = \left(1 - \frac{m_1}{m_0} \right) \left(\frac{m_0}{m_0 + 1} \right) E.$$

Определение параметров схемы эквивалентной нелинейной нагрузки поясняется на рис. 8.14, где представлены в нормированных

координатах вольтамперные характеристики при разных значениях параметров нагрузки. Для удобства вычисления E_1 масштаб по осям координат выбран таким: ось абсцисс u/U , ось ординат i/I , где $U = Em_0/(m_0 + 1)$, $I = E/\rho(m_0 + 1)$.

Например, для создания нелинейной нагрузки с $m/m_0 = 3$ — прямая между точками (0; 0) и (0,9; 0,3) — и $m_1/m_0 = 0,5$ — прямая между точками (1; 1) и (0,5; 0) — следует установить напряжение смещения диода $E_1 = 0,6$ относительно номинального напряжения на нагрузке. Если при этом $m_0 = 1$, то $E_1 = 0,3E$. Это же следует и из (8.41).

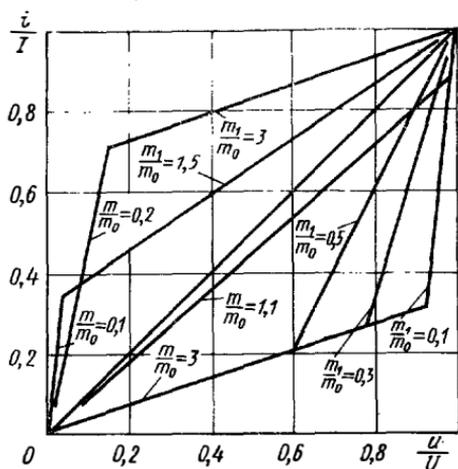


Рис. 8.14. Вольтамперные характеристики кусочно-линейной нагрузки при разных значениях m/m_0 и m_1/m_0 .

ному сопротивлению, до пересечения с осью абсцисс, например, при $m_1/m_0 = 1,5$ или $m_1/m_0 = 3$.

8.4. Зависимость напряжения и тока в нелинейной нагрузке от напряжения E на ИЛ и напряжения смещения E_1

Определим зависимость стационарных значений напряжения и тока I на нелинейной нагрузке от колебаний напряжения генератора E (напряжения на ИЛ) и напряжения смещения E_1 . Известно, что только на линейной нагрузке относительные изменения напряжения $\Delta u/U$ и тока $\Delta i/I$ равны относительным изменениям напряжения генератора $\Delta E/E$. Если же нагрузка нелинейная, то упомянутая связь сложнее и зависит как от вольтамперной характеристики нагрузки, так и от типа модулятора. Кроме того, разные экземпляры одного и того же типа приборов СВЧ или один и тот же экземпляр, но при изменении режима работы изменяют свое внутреннее сопротивление, обусловленное изменением характеристики. При этом изменяются напряжения и ток в нагрузке. В действительности вольтамперная характеристика изменяется сложным образом, но для упрощения эти изменения будем характеризовать только изменением напряжения смещения E_1 . Сопротивления нагрузки в начале координат

нат и в рабочей точке (локальное сопротивление) будем считать постоянным.

Для нахождения требуемых зависимостей вернемся к равенству (8.41), откуда найдем относительное сопротивление постоянному току:

$$m_0 = [E_1 (1 - h) + Em_1] / [E - E_1 (1 - h)]. \quad (8.42)$$

Давая приращения Δm_0 и ΔE , найдем

$$m_0 + \Delta m_0 = \frac{1}{\rho} \frac{U (1 + \Delta u/U)}{I (1 + \Delta i/I)} = m_0 \frac{1 + \Delta Em_1 / [E_1 (1 - h) + Em_1]}{1 + \Delta E / [E - E_1 (1 - h)]}. \quad (8.43)$$

Из (8.43) получим выражения для изменений напряжения и тока:

$$\frac{\Delta u}{U} = \frac{\Delta Em_1}{E_1 (1 - h) + Em_1}, \quad \frac{\Delta i}{I} = \frac{\Delta E}{E - E_1 (1 - h)}. \quad (8.44)$$

Подставляя в (8.44) значения E_1 , из (8.41) получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta u}{U} &= \frac{m_1}{m_0} \frac{1 + m_0}{1 + (m_1/m_0) m_0} \frac{\Delta E}{E}, \\ \frac{\Delta i}{I} &= \frac{1 + m_0}{1 + (m_1/m_0) m_0} \frac{\Delta E}{E}. \end{aligned} \quad (8.45)$$

При $m_1/m_0 = 1$ т. е. при линейной нагрузке, относительные колебания напряжения и тока равны относительному изменению напряжения на ИЛ.

Как видно из (8.45), при данном изменении напряжения на ИЛ $\Delta u/U$ и $\Delta i/I$ зависят от условия согласования m_0 с характеристикой ячейки и отношения m_1/m_0 и не зависят от m/m_0 . При этом мы предполагаем, что изменения напряжения E таковы, что не заходят в область начальной вставки характеристики.

Из (8.45) видно, что при $m_1/m_0 > 1$ имеет место усиление колебания напряжения и ослабление колебаний тока, а при $m_1/m_0 < 1$ — ослабление колебания напряжения и усиление колебаний тока. Например, при $m_1/m_0 = 0,1$, $m_0 = 1$, $\Delta u/U = 0,18 \Delta E/E$, $\Delta i/I = 1,8 \Delta E/E$.

Заметим, что при данном m_1/m_0 , но при росте m_0 отношения $\Delta u/U$ и $\Delta i/I$ увеличиваются и при $m_0 \rightarrow \infty$ (жесткий модулятор) имеем

$$\frac{\Delta u}{U} = \frac{\Delta E}{E}, \quad \frac{\Delta i}{I} = \frac{1}{m_1/m_0} \frac{\Delta E}{E}. \quad (8.46)$$

Таким образом, при работе жесткого модулятора, являющегося почти генератором напряжения, колебания напряжения на нагрузку передаются почти без изменения, а колебания тока усиливаются в m_0/m_1 раз.

Таким образом, для получения меньших изменений напряжения и тока на СВЧ приборе при колебаниях напряжения сети их лучше питать от модулятора с ИЛ при $m_0 = 1$.

Найдем связь между напряжением на нелинейной нагрузке и напряжением смещения E_1 . Изменение E_1 (рис. 8.1), т. е. изменение вольтамперной характеристики (рис. 8.2), имеет место из-за разбро-

са параметров СВЧ приборов от экземпляра к экземпляру и из-за изменения режима работы прибора -- частоты сигнала, напряженности магнитного поля. При некоторых режимах работы частота возбуждения СВЧ прибора меняется от импульса к импульсу либо за время одного модулирующего импульса. В таких случаях надо знать, как изменяется напряжение и ток на СВЧ приборе при неизменном напряжении сети (при неизменном напряжении заряда ИЛ). Для определения этой зависимости воспользуемся вновь выражением (8.42). Давая приращение ΔE_1 , найдем

$$m_0 + \Delta m_0 = \frac{U(1 + \Delta u/U)}{\rho I(1 + \Delta i/I)} = m_0 \frac{1 + \Delta E_1(1-h)/[E_1(1-h) + Em_1]}{1 - \Delta E_1(1-h)/[E - E_1(1-h)]}. \quad (8.47)$$

Из (8.47) определяем

$$\frac{\Delta u}{U} = \frac{\Delta E_1(1-h)}{E_1(1-h) + Em_1}, \quad \frac{\Delta i}{I} = -\frac{\Delta E_1(1-h)}{E - E_1(1-h)}. \quad (8.48)$$

Подставляя в (8.48) значение E_1 из (8.41), получаем

$$\frac{\Delta u}{U} = \frac{\Delta E_1}{E_1} \frac{1 - (m_1/m_0)}{1 + (m_1/m_0)m_0}, \quad (8.49)$$

$$\frac{\Delta i}{I} = -\frac{\Delta E_1}{E_1} \frac{m_0[1 - (m_1/m_0)]}{1 + (m_1/m_0)m_0}.$$

Как и в предыдущем случае, колебания тока и напряжения не зависят от наклона первой ветви вольтамперной характеристики, а определяются наклоном только второй ветви m_1/m_0 и условием согласования $m_0 = R_0/\rho$. Анализируя (8.49), можно сделать некоторые заключения: для приборов магнетронного типа, когда $m_1/m_0 \approx 0,1 \div 0,15$, одно и то же изменение $\Delta E_1/E_1$ приводит к меньшим изменениям тока при $m_0 = 1$ [$\Delta i/I = -(0,82 \div 0,74)\Delta E_1/E_1$], чем при $m_0 > 1$. Например, при $m_0 = 10$ и $m_1/m_0 = 0,1 \div 0,15$, $\Delta i/I = (4,5 \div 3,4)\Delta E_1/E_1$. Таким образом, если нагрузкой импульсного модулятора является амплитрон или магнетрон, стабильность работы которых характеризуется стабильностью тока при изменении E_1 , их лучше питать от модулятора с мягким коммутирующим элементом ($m_0 = 1$), так как в этом случае колебания тока ослабляются по сравнению с колебаниями E_1 .

Наоборот, такие приборы, как ЛБВ, клистрон (когда $m_1/m_0 = 0,6 \div 0,75$), стабильность работы которых определяется стабильностью напряжения, лучше питать от модулятора с жестким коммутирующим элементом ($m_0 > 1$), так как при этом колебания напряжения на нагрузке уменьшаются по сравнению с колебаниями E_1 . Причем при увеличении m_0 значение $\Delta u/U$ уменьшается:

Например, для $m_0 = 1$ согласно (8.49) имеем $\Delta u/U = (0,25 \div 0,14)\Delta E_1/E_1$, для $m_0 = 10$ и $\Delta u/U = (0,057 \div 0,03)\Delta E_1/E_1$.

Из (8.49) получим

$$\Delta i/I = -m_0 \Delta u/U, \quad (8.50)$$

т. е. приращения тока и напряжения при изменении E_1 имеют разный знак. Кроме того, эти приращения в координатах вольтамперной

характеристики на рис. 8.14 изменяются по прямой, угол наклона которой определяется значением m_0 . Прямая (8.50), перенесенная из начала координат в точку (1,1) (рис. 8.14), представляет локальную вольтамперную характеристику, по которой изменяются i и u при колебаниях E_1 .

В заключение этого параграфа отметим следующее. По формулам (8.49) легко определить изменения напряжения и тока на СВЧ приборе при известном изменении напряжения смещения $\Delta E_1/E_1$. Хотя оно не всегда известно, всегда известно изменение тока в нагрузке $\Delta i_1/I_1$, например, при изменении частоты возбуждения или снятия возбуждения при постоянном напряжении. Известно также изменение напряжения $\Delta u_1/U_1$ при постоянном токе (для амплитронов при изменении частоты сигнала). Поэтому возникает необходимость преобразовать (8.49) для упомянутых случаев.

Постоянство напряжения можно обеспечить при питании СВЧ прибора от генератора напряжения, т. е. когда $m_0 \rightarrow \infty$. Действительно, из (8.49) видно, что при этом $\Delta u/U \rightarrow 0$, а

$$\frac{\Delta i_1}{I_1} = -\frac{\Delta E_1}{E_1} \frac{1 - (m_1/m_0)}{m_1/m_0}.$$

Определив отсюда $\Delta E_1/E_1$ и подставив в (8.49), найдем

$$\frac{\Delta u}{U} = -\frac{\Delta i_1}{I_1} \frac{m_1/m_0}{1 + (m_1/m_0) m_0}. \quad (8.51)$$

Постоянство тока можно обеспечить при питании СВЧ прибора от генератора тока, т. е. при $m_0 \rightarrow 0$. Действительно, при этом, как видно из (8.49), $\Delta i/I \rightarrow 0$, а

$$\frac{\Delta u_1}{U_1} = (\Delta E_1/E_1) (1 - m_1/m_0). \quad (8.51a)$$

Найдя отсюда $\Delta E_1/E_1$ и подставив в (8.49), получим

$$\Delta i/I = -m_0 \Delta u_1/U_1 [1 + (m_1/m_0) m_0]. \quad (8.52)$$

Отметим, что и в первом и во втором случае $\Delta i_1/I_1$ и $\Delta u_1/U_1$ равняются относительному изменению потребляемой мощности СВЧ прибором $\Delta P/P$ при постоянном напряжении или постоянном токе. Таким образом, зная изменение потребляемой мощности СВЧ прибором с изменением частоты при постоянном напряжении или токе, по формулам (8.51) и (8.52) можно определить изменение напряжения и тока на СВЧ приборе. Приведем численные примеры.

1. Для нагрузки магистронного типа: а) $m_1/m_0=0,6$, $m_0=1$, $\Delta i_1/I_1=0,2$, тогда в соответствии с (8.51) изменение напряжения, вызванное изменением потребляемой мощности при изменении частоты или при снятии сигнала, $\Delta u/U=0,075$; б) $m_1/m_0=0,1$; $m_0=1$, $\Delta u/U=0,1$, тогда в соответствии с (8.52) изменение тока, вызванное изменением частоты, $\Delta i/I=0,0625$.

2. Для нагрузки петляного типа $m_1/m_0=3$, $m_0=1$, $\Delta i_1/I_1=0,3$. Тогда в соответствии с (8.51) $\Delta u/U=0,225$.

Из приведенных примеров видно, что изменения тока или напряжения на нагрузке ослабевают в сравнении с изменением потребляемой мощности.

8.5. Коррекция импульса цепочкой с автосмещением

В § 8.1 мы рассмотрели форму импульса на нелинейной нагрузке и установили, что огибающая и спад напряжения на его вершине изменятся в m_1/m_0 раз относительно колебаний напряжения на линейной нагрузке m_1 [табл. 8.1 и формулы (8.25) — (8.27)]. Если нагрузкой модулятора является амплитрон (магнетрон) с $m_1/m_0 \ll 1$, то огибающая и спад напряжения на вершине импульса сильно уменьшаются по сравнению с теми же параметрами линейной нагрузки. Если же нагрузка имеет локальное сопротивление, близкое к сопротивлению постоянному току, т. е. $m_1/m_0 \approx 1$ (ЛБВ, кластрон) или $m_1/m_0 > 1$ (триод), то огибающая и спад напряжения на вершине импульса почти не уменьшаются, либо даже увеличиваются. Но в этом случае импульс можно корректировать с помощью схемы на рис. 8.15, эквивалентной схеме на рис. 8.1, где вместо источника напряжения E_1 включена ячейка автосмещения $C_K R_K$. При правильно подобранных параметрах C_K и R_K эта цепь будет так же корректировать импульс, как и схема со специальным источником смещения E_1 . Отличие сводится к тому, что в схеме с автоматическим смещением появляется переходный процесс, поэтому амплитуда импульса после включения ИМ устанавливается не сразу. Иногда для устранения переходного процесса параллельно цепочке $C_K R_K$ подключается маломощный источник напряжения E_1 .

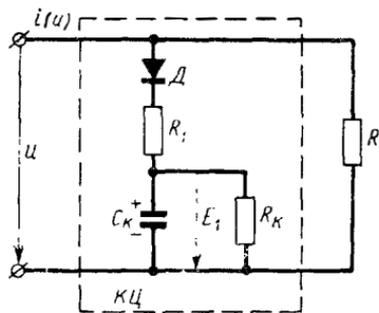


Рис. 8.15. Схема корректирующей цепочки с ячейкой $C_K R_K$ для автоматического смещения на диод E_1 (рис. 8.1).

пульса после включения ИМ устанавливается не сразу. Иногда для устранения переходного процесса параллельно цепочке $C_K R_K$ подключается маломощный источник напряжения E_1 .

В следующем параграфе мы рассмотрим некоторые варианты схем корректирующей цепочки, отличные от схемы на рис. 8.15. При прохождении импульса тока через цепь диод D , $C_K R_K$ емкость импульса, величина которого зависит от многих параметров: C_K , R_K , R_1 , R , ρ , τ . Возникает вопрос, как рассчитать C_K , R_K , R_1 при заданных нагрузке R , длительности импульса τ , характеристике ячейки ИЛ ρ , допустимом подъеме средней амплитуды импульса $\Delta u/u$ и ослаблении огибающей.

Задаваясь ослаблением огибающей на вершине, в соответствии с равенством (8.25), т. е. задаваясь m_1/m_0 , можно найти R_1 . Напомним, что даже если корректировать импульс на линейной нагрузке, то включение корректирующей цепи в соответствии с рис. 8.15 делает общую нагрузку нелинейной со статическим сопротивлением в рабочей точке R_0 , тогда R_1 можно определить из выражения (8.40). Объясним, как следует пользоваться этой формулой в данном случае. При конструировании нелинейной нагрузки мы задавались значениями m/m_0 и m_1/m_0 (обе ветви характеристики). Теперь, при расчете параметров КЦ мы также задаемся значением m_1/m_0 , поскольку оно характеризует ослабление огибающей на вершине импульса в соответствии с (8.25). Так как значение m/m_0 пока неизвестно, выразим его через новый параметр $q = u(\tau)/u_{xx}$, где $u(\tau)$ —

максимальное напряжение в конце импульса при подключенной КЦ, а u_{xx} — напряжение холостого хода, когда КЦ отключена. Составим выражения для напряжения на нагрузках m и m_0 по формуле (8.18), найдем

$$q = (m + 1)/(m'm_0)(m_0 + 1),$$

откуда

$$m'm_0 = 1/[q - m_0(1 - q)]. \quad (8.52a)$$

Таким образом, задаваясь ослаблением осцилляций на вершине импульса m_1/m_0 , уменьшением амплитуды импульса в результате коррекции $q(m'm_0)$, по (8.40) можно определить R_1 .

Определим значения C_k и R_k , исходя из заданного медленного подъема вершины импульса $\Delta u/u$ и уменьшения напряжения на нагрузке после включения КЦ. Импульс считаем прямоугольным. По-видимому, не требуется доказательства для выражения установившегося напряжения на нагрузке в конце импульса $u(\tau)$:

$$u(\tau) = u_{xx} - (u_{xx} - E_1(0)) e^{-\tau/\theta} + (R_1/R^*)(u_{xx} - E_1(0)) e^{-\tau/\theta}, \quad (8.53)$$

где $E_1(0)$ — напряжение на C_k в начале импульса, $R^* = R_1 + R\rho/(R + \rho)$, $\theta = C_k R^*$.

В (8.53) первые две составляющие — это напряжение на C_k в конце импульса, а третья составляющая — это падение напряжения на R_1 в конце импульса. Из формулы можно найти C_k , для этого требуется произвести некоторые промежуточные выкладки. Используя (8.53), найдем выражение для напряжения на нагрузке в начале импульса:

$$u(0) = E_1(0) + (R_1/R^*)(u_{xx} - E_1(0)). \quad (8.54)$$

Определив отсюда $E_1(0)$, подставим его значение в (8.53). Кроме того, отнесем обе части полученного равенства к $u(\tau)$, имея в виду, что нарастание напряжения за время импульса $\Delta u = u(\tau) - u(0)$, тогда получим

$$1 = \frac{1}{q} - \left[\frac{1}{q} - \frac{1}{1 - (R_1/R^*)} \left(1 - \frac{\Delta u}{u(\tau)} - \frac{R_1}{R^*} \frac{1}{q} \right) e^{-\tau/\theta} \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{R_1}{R^*} \right) \right]. \quad (8.55)$$

Из (8.55) найдем

$$e^{-\tau/\theta} = 1 / \left(1 + \frac{q}{1 - q} \frac{\Delta u}{u(\tau)} \right). \quad (8.56)$$

Решив полученное уравнение относительно показателя θ , имея в виду, что $\theta = C_k [R_1 + R\rho/(R + \rho)]$, а также выразив τ через параметры ИЛ, т. е. $\tau = 2C\rho$, получим

$$\frac{C_k}{C} = \frac{2(m + 1)/m}{1 + R_1(m + 1)/\rho m} \frac{1}{\ln [1 + q\Delta u/(1 - q)u(\tau)]}. \quad (8.57)$$

Таким образом, задаваясь величинами q и допустимого подъема вершины за время импульса $\Delta u/u(\tau)$, можно определить C_k .

Выражение (8.57) можно упростить при $[q/(1-q)][\Delta u/u(\tau)] = x \ll 1$. В этом случае можно заменить

$$\ln(1+x) \approx +x. \quad (8.58)$$

Тогда

$$\frac{C_{\kappa}}{C_{\pi}} = \frac{2(m+1)}{m[1+R_1(m+1)/\rho m]} \frac{1-q}{q\Delta u/u(\tau)}. \quad (8.59)$$

Рассмотрим (8.57) при $m=1$:

$$C_{\kappa}/C_{\pi} = 4/(1+2R_1/\rho) \ln[1+q\Delta u/(1-q)u(\tau)]. \quad (8.60)$$

Часто принимают $R_1=0$, тогда имеет место идеальное ограничение амплитуды импульса. При этом значение C_{κ} , как следует из (8.57), возрастает. О том, когда следует устанавливать R_1 , мы скажем ниже при обсуждении табл. 8.2. Из (8.57) видно, что если $R_1=0$, то при $m \rightarrow 0$ $C_{\kappa}/C_{\pi} \rightarrow \infty$. Причем, если $m \rightarrow 0$ при $\rho = \text{const}$ ($R \rightarrow 0$), то $C_{\kappa} \rightarrow \infty$. Это можно объяснить физически: для шунтирования нагрузки, стремящейся к нулю, требуется очень большая емкость. Если же $R = \text{const}$, а $\rho \rightarrow \infty$ ($m \rightarrow 0$), то $C_{\pi} \rightarrow 0$. Тогда C_{κ} также стремится к большой величине, так как под знаком логарифма вторая компонента $q\Delta u/(1-q)u \rightarrow 0$, тогда $\ln 1 = 0$. Действительно, чтобы скорректировать подъем вершины импульса при очень малом напряжении на нагрузке (оно стремится к нулю при $\rho \rightarrow \infty$), необходимо, чтобы $C_{\kappa} \rightarrow \infty$. Таким образом, при $m \rightarrow 0$ $C_{\kappa} \rightarrow \infty$. Если же $m \rightarrow \infty$ (это возможно также в двух случаях: $m \rightarrow \infty$ при $R \rightarrow \infty$ и $\rho = \text{const}$ и $m \rightarrow \infty$ при $\rho \rightarrow 0$ и $R = \text{const}$), C_{κ}/C_{π} уменьшается в 2 раза относительно согласованной нагрузки. Правда, в первом случае, так как $\rho = \text{const}$, а значит, $C_{\pi} = \text{const}$, C_{κ} действительно уменьшается вдвое, а во втором случае, так как $\rho \rightarrow 0$, $C_{\pi} \rightarrow \infty$, $C_{\kappa} \rightarrow \infty$. Это можно объяснить следующим образом. Известно, что при этом напряжение на нагрузке возрастает в 2 раза и при сохранении отношения $\Delta u/u(\tau)$ Δu также возрастает в 2 раза, а это может произойти только на емкости, вдвое меньшей исходной.

Для удобства расчетов напомним выражение (8.57) в другой форме:

$$\frac{C_{\kappa}}{C_{\pi}} B = 4/\ln \left[1 + \frac{q}{1-q} \frac{\Delta u}{u(\tau)} \right], \quad (8.61)$$

где

$$B = \frac{2m}{m+1} \left(1 + \frac{R_1}{\rho} \frac{m+1}{m} \right). \quad (8.62)$$

Мы теперь знаем, как по заданному ослаблению осцилляций на вершине импульса и допустимому нарастанию вершины $\Delta u/u(\tau)$ определить R_1 (8.40) и C_{κ} (8.57).

Определим R_{κ} . При известных $\Delta u/u(\tau)$ и C_{κ} это очень простая задача. В паузе между импульсами напряжение на емкости C_{κ} уменьшается на такую же величину ΔE_1 , на какую возрастает при заряде во время импульса. Поэтому имеем

$$T/C_{\kappa}R_{\kappa} = -\ln(1-\Delta E_1/E_1(\tau)), \quad (8.63)$$

где $E_1(\tau)$ — напряжение на C_{κ} в конце импульса. Так как относительное изменение напряжения на емкости C_{κ} неизвестно, выразим

его через относительное изменение напряжения на нагрузке $\Delta u/u(\tau)$. Для этого составим выражение для Δu в виде разности напряжений по формулам (8.53) и (8.54) и сопоставим эту разность с напряжением по (8.53). Затем, исходя из того, что при $R_1=0$ полученное равенство соответствует $\Delta E_1/E_1$ (см. рис. 8.15), найдем

$$\frac{\Delta E_1}{E_1(\tau)} = \frac{\Delta u}{u(\tau)} \frac{q}{q - (2R_1/\rho B)}. \quad (8.64)$$

Таким образом, подставляя (8.64) в (8.63), получаем

$$\frac{T}{C_K R_K} = - \ln \left(1 - \frac{q}{q - (2R_1/\rho B)} \frac{\Delta u}{u(\tau)} \right). \quad (8.65)$$

Для определения R_K , введем в это выражение скважность импульсов T/τ . Тогда

$$\frac{2T/\tau}{(C_K/C_{\Sigma})(R_K/\rho)} = - \ln \left(1 - \frac{q}{q - (2R_1/\rho B)} \frac{\Delta u}{u(\tau)} \right), \quad (8.66)$$

откуда

$$\frac{R_K}{\rho} = - \frac{2T/\tau}{(C_K/C_{\Sigma}) \ln [1 - q \Delta u / (q - 2R_1/\rho B) u(\tau)]}. \quad (8.67)$$

При малых значениях добавки относительно единицы под знаком логарифма получим

$$\frac{R_K}{\rho} = - \frac{2T/\tau}{(C_K/C_{\Sigma}) \Delta u/u(\tau) q / (q - 2R_1/\rho B)}. \quad (8.68)$$

Следует подчеркнуть, что найденные значения R_1 (8.40), C_K (8.57) и R_K (8.68) относятся к случаю, когда нагрузка подключается к импульсному модулятору без импульсного трансформатора. Если коррекция импульса осуществляется во вторичной обмотке трансформатора, то найденные значения R_1 и R_K следует умножить, C_K разделить на квадрат коэффициента трансформации.

Рассмотрим рис. 8.16, где представлены графики для определения C_K при разных значениях $\Delta u/u(\tau)$ и $q = u_0/u_{xx}$. Для уменьшения объема рисунка масштаб по обсем осям выбран логарифмический. По оси ординат отложена обобщенная емкость BC_K/C_{Σ} . Из рисунка легко определить значение C_K . Например, задавая допустимым подъемом вершины $\Delta u/u(\tau) = 0,5\%$ и уменьшением напряжения в результате коррекции до $q = u_0/u_{xx} = 0,95$, найдем по оси ординат $BC_K/C_{\Sigma} = 43$ (точка M). Если при этом нагрузка до коррекции была согласована с характеристикой ячейки ИЛ, т. е. $m=1$ и $R_1=0$, то $B=1$ и, значит, $C_K/C_{\Sigma} = 43$. Если же $m \neq 1$ и $R_1 \neq 0$, то для определения C_K/C_{Σ} надо число 43 разделить на коэффициент B (8.62).

Из рис. 8.16 можно судить о влиянии R_K и C_K на форму корректирующего импульса. Изменение R_K вызывает подъем вершины импульса в соответствии с (8.67). При этом разным значениям $\Delta u/u(\tau)$, но постоянной линии BC_K/C_{Σ} соответствуют разные $q = u(\tau)/u_{xx}$. Таким образом, изменение R_K при $C_K/C_{\Sigma} = \text{const}$ изменяет не только подъем вершины, но и коэффициент передачи на-

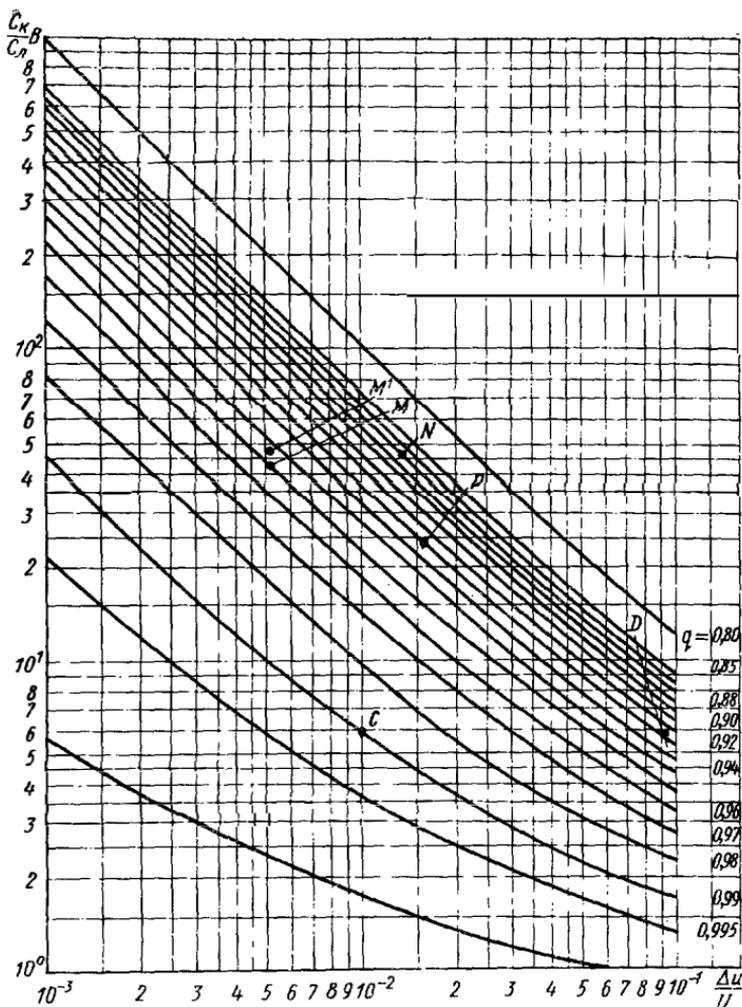


Рис. 8.16. Графики для определения корректирующей емкости C_k при заданных значениях $\Delta u/U$ и q .

пряжения q , причем уменьшение R_k приводит к увеличению $\Delta u/u(\tau)$ и к уменьшению амплитуды напряжения на нагрузке $q = u/u_{хх}$. Изменение же C_k при $R_k = \text{const}$ также приводит к пропорциональному изменению $\Delta u/u(\tau)$ при малых $\Delta u/u(\tau)$, но к более слабому изменению q , чем при изменении R_k , причем уменьшение C_k приводит к увеличению $\Delta u/u(\tau)$ и максимальной амплитуде на нагрузке.

Рассмотрим, почему изменения C_k и R_k дают разные знаки Δq . Дело в том, что уменьшение R_k приводит к увеличению потребления мощности КЦ и, как следствие, к уменьшению напряжения на нагрузке. Уменьшение же C_k не ведет к увеличению потребления

мощности, а поэтому при сохранении средней амплитуды напряжения максимальное напряжение в конце импульса возрастает, т. е. q растет.

Часто при выбранных параметрах КЦ R_1 , C_K и R_K изменяется режим модулятора, например за счет нагрузки в небольших пределах или частоты повторения импульсов. Полученные формулы (8.51), (8.57) и (8.67) позволяют не только ответить на вопрос, как изменится подъем вершины импульса и его амплитуда при коррекции, но и принять меры к возможному уменьшению указанных параметров.

Пусть сопротивление нагрузки увеличивается. Используем графики на рис. 8.16. Исходные данные $m=1$, $q=0,95$, $\Delta u/u(\tau)=0,5\%$, $C_K/C_d=43$ (точка M), при этом для упрощения полагаем $R_1=0$. При увеличении сопротивления нагрузки, к примеру, на 20%, т. е. $m'=1,2m$ при данных C_K/C_d и $\Delta u/u(\tau)$, в соответствии с (8.67) получим новое значение $BC_K/C_d=4,7$. На рис. 8.16 это точка M' , которой соответствует значение $q'=0,945$, но относительно другого напряжения u'_{xx} . Тогда напряжение на нагрузке будет $u'=q'u'_{xx}$. Таким образом, напряжение на увеличенном на 20% сопротивлении нагрузки $u'=0,945[1,2m/(1,2m-1)]E=0,515E$, (было $u=0,95 \cdot 0,5E=0,475E$), т. е. увеличилось на 8,5%. Если нужно, чтобы при новом увеличенном сопротивлении нагрузки напряжение на нем не изменялось, то необходимо увеличить q , уменьшая частоту повторения импульсов. Для этого сначала найдем еще одно значение q'' из условия равенства напряжений

$$q''m'/(m'+1) = qm/(m+1).$$

Отсюда

$$q'' = qm(m'+1)/(m+1)m'. \quad (8.69)$$

При $m=1$ и $m'=1,2$ получаем $q''=0,871$. Проводя линию параллельно оси абсцисс через точку M' до пересечения с линией, соответствующей $q''=0,871$, найдем точку N . Опуская перпендикуляр на ось абсцисс, находим новое $\Delta u/u(\tau)=1,3\%$. Таким образом, для того, чтобы сохранить постоянным напряжение на увеличенном на 20% сопротивлении нагрузки, приходится увеличить подъем вершины с 0,5 до 1,3%. Для этого, как следует из (8.67) или для малых $\Delta u/u(\tau)$ из (8.68), надо увеличить период повторения импульсов в 2,6 раза. Следует отметить, что несмотря на изменение сопротивления нагрузки на 20%, общее потребление мощности от модулятора с КЦ почти не изменяется, т. е. почти сохраняется условие согласования. Рассмотренный режим возможен при снятии возбуждения СВЧ прибора.

Может быть и обратная задача, например при тренировке СВЧ приборов, когда сначала устанавливается пониженная частота посылок импульсов, а значения C_K и R_K рассчитаны для номинального режима (повышенной частоты). Тогда при пониженной частоте посылок в соответствии с (8.67) найдем новое значение $\Delta u/u(\tau)$, чему будет соответствовать при известном BC_K/C_d новое значение q . По полученному q можно определить новое напряжение источника питания, т. е. (8.68), для сохранения напряжения на нагрузке модулятора прежним.

По формулам (8.61) и (8.67) или (8.68) можно рассчитать значения емкости и сопротивления «ник-приставок», служащих для измерения импульсных напряжений. При этом следует иметь в виду, что по найденному BC_K/C_d нужно определять C_K относительно

не всей емкости ИЛ $C_{л}$, а только некоторой ее части, в зависимости от того, на какой части импульса производится измерение.

Приведем некоторые примеры расчета элементов корректирующей цепочки $R_1 C_{к} R_{к}$ для разных случаев согласования нагрузки с характеристикой ячейки ИЛ. При этом зададимся одними и теми же значениями $q=0,99$, $m_1/m_0=0,1$ (ослабление оспилляций на вершине в 10 раз) и $\Delta u/u(\tau)=0,01$ (медленный подъем вершины).

1) $m_0=1$ (модулятор с мягким коммутирующим элементом). По формуле (8.52а) найдем, что значению $q=0,99$ соответствует $m/m_0 \approx 1,02$. Тогда, подставляя полученное m/m_0 и заданное $m_1/m_0=0,1$ значения в (8.40), найдем $R_1/\rho=0,11$. Затем по формуле (8.61) найдем $BC_{к}/C_{л}=5,8$. Этот же результат можно легко получить из рис. 8.16. Действительно, значениям $\Delta u/u(\tau)=0,01$ и $q=0,99$ соответствует $BC_{к}/C_{л}=5,8$. Коэффициент B , как следует из (8.62), равен 1,23. Тогда $C_{к}/C_{л}=4,72$. Далее по (8.67) находим $(R_{к}/\rho)=-35(T/\tau)$. Таким образом, для удовлетворения указанных требований следует выбрать: $R_1/\rho=0,11$, $C_{к}/C_{л}=4,72$, $R_{к}/\rho=35T/\tau$.

2) $m_0=3$ (модулятор с жестким коммутирующим элементом). По (8.52а) найдем $m/m_0=1,04$. Тогда из (8.40) получим $R_1/\rho=0,33$. Здесь, как и в первом примере, $BC_{к}/C_{л}=5,8$. По теперь $m=1,04$, $m_0=3,12$, поэтому в соответствии с (8.62) $B=2,17$. Значит, $C_{к}/C_{л}=2,67$. По (8.67) найдем $R_{к}/\rho=51,3T/\tau$.

3) $m_0=10$ (модулятор с жестким коммутирующим элементом). Согласно (8.52а) найдем $m/m_0=1,12$, а из (8.40) получим $R_1/\rho=1,1$. Коэффициент B в соответствии с (8.62) равен 4,04. Тогда для нахождения $C_{к}/C_{л}$ нужно число, соответствующее по рис. 8.16 $BC_{к}/C_{л}=5,8$ при $\Delta u/u(\tau)=0,01$, разделить на B . В результате получим $C_{к}/C_{л}=1,44$. По (8.67) найдем $R_1/\rho=61,3T/\tau$. Сведем полученные результаты в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Результаты расчета корректирующей цепочки (рис. 8.15) при m_1/m_0 , $\Delta u/u(\tau) \approx 0,01$ и $q \approx 0,99$

Номер примера	m_0	$\frac{m}{m_0}$	$\frac{R_1}{\rho}$	$\frac{C_{к}}{C_{л}}$	$\frac{R_{к}}{\rho} \frac{\tau}{T}$	B
1	1	1,02	0,11	4,72	35	1,23
2	3	1,04	0,33	2,67	51,3	2,17
3	10	1,12	1,1	1,44	61,3	4,04

Из таблицы видно, что при росте m_0 от 1 до 10 $C_{к}$ уменьшается более чем в 2 раза, хотя при обсуждении выражения (8.57) мы видели, что при $m_0 \rightarrow \infty$ $C_{к}$ уменьшается в два раза, но при этом $R_1=0$. Таким образом, даже небольшое значение R_1 заметно уменьшает $C_{к}$. По дело не только в этом. Например, когда период повторения T увеличивается, то для сохранения $\Delta u/u(\tau)$, как это видно из (8.67), следует увеличить $R_{к}$, но часто это трудно и даже невозможно сделать, особенно в тех случаях, когда корректирующая цепочка применяется в схеме при высоком напряжении, где используется много последовательно включенных вентилях. Тогда $R_{к}$ составляется из последовательно соединенных сопротивлений, шунтирующих отдельные вентили. Эти сопротивления для создания одинаковых обратных напряжений на вентиллях не должны превышать некоторых заданных значений. Поэтому при увеличении T

В этом случае \hat{R}_k нельзя увеличивать. Тогда, как видно из формулы (8.67), можно увеличить R_1/ρ , уменьшив ослабленные осцилляции, зато подъем вершины $\Delta u/u(\tau)$ при этом не будет превышать $\Delta u/u(\tau)$ при исходном периоде повторения. Если же осцилляции на вершине окажутся несколько больше заданной величины, то их можно ослабить, увеличивая первую индуктивность ИЛ.

Для того чтобы найти новые значения $q = u_0/u_{xx}$ и $\Delta u/u(\tau)$ при изменении периода повторения T и сопротивления R_1 , следует решить совместно систему из двух уравнений (8.61) и (8.67). В результате найдем

$$q = \frac{\exp \frac{4}{BC_k/C_\pi} - 1 + \frac{2R_1}{\rho B} \left[1 - \exp \left(-\frac{2T/\tau}{(R_k/\rho)(C_k/C_\pi)} \right) \right]}{\exp \frac{4}{BC_k/C_\pi} - \exp \left(-\frac{2T/\tau}{(R_k/\rho)(C_k/C_\pi)} \right)}, \quad (8.70)$$

$$\frac{\Delta u}{u(\tau)} = \left[\exp \frac{4}{BC_k/C_\pi} - 1 \right] (1 - q)/q. \quad (8.71)$$

В заключение этого параграфа найдем выражения для расчета мощности, теряемой в корректирующей цепочке. Сначала определим мощность, рассеиваемую на сопротивлении R_k . При малом подъеме вершины $\Delta u/u(\tau)$ к R_k приложено почти постоянное напряжение $E_1 [1 + 0,5(\Delta E_1/E_1)]$. Квадрат этого напряжения, отнесенный к R_k , и есть мощность на R_k . При увеличении $\Delta u/u(\tau)$ мощность следует подсчитывать по следующей формуле, вывод которой, по-видимому, не требует пояснений:

$$P_{R_k} = (C_k/2) E_1^2(\tau) [2 - \Delta E_1/E_1(\tau)] \Delta E_1/E_1(\tau) T, \quad (8.72)$$

где $\Delta E_1/E_1(\tau)$ определяется выражением (8.64), а $E_1(\tau)$ — (8.41).

Для определения потерь на сопротивлении R_1 (рис. 8.15) поступим следующим образом. В равенстве (8.53) вторая компонента — падение напряжения на R_1 . Находя его средний квадрат и относя его к R_1 , а также преобразовав некоторые преобразования, найдем

$$P_{R_1} = P_{xx} \frac{R_1/\rho}{2m} (m+1)^2 (1-q) \left(2 + \frac{q}{1-q} \frac{\Delta u}{u(\tau)} \right) \times \\ \times q \frac{\Delta u}{u(\tau)} \frac{1}{\ln [1 + q \Delta u / (q-1) u(\tau)]}, \quad (8.73)$$

где P_{xx} — мощность на нагрузке при отключенной КЦ.

Из (8.73) при $\Delta u/u(\tau) \rightarrow 0$ получим

$$P_{R_1} = P_{xx} (R_1/\rho m) (m+1)^2 (1-q)^2. \quad (8.74)$$

Выражение (8.73) можно упростить при замене логарифма по формуле (8.58), тогда

$$P_{R_1} = P_{xx} \frac{R_1/\rho}{2m} (m+1)^2 (1-q) \left(2 + \frac{q}{1-q} \frac{\Delta u}{u(\tau)} \right) \times \\ \times q \frac{\Delta u}{u(\tau)} \frac{1}{4} \frac{C_k}{C_\pi} B, \quad (8.75)$$

где BC_k/C_π при заданных q и $\Delta u/u(\tau)$ можно определить из рис. 8.16.

В рассмотренных примерах (табл. 8.2) потери в сопротивлении R_1 составляют $P_{R_1} = 0,945 \cdot 10^{-4} P_{\text{xx}}$ для первого случая и $P_{R_1} = 31,4 \cdot 10^{-4} P_{\text{xx}}$ для третьего, т. е. с возрастанием m теряемая мощность на R_1 растет относительно P_{xx} . Это ясно и с физической точки зрения. При $m \rightarrow \infty$ $P_{\text{xx}} \rightarrow 0$. Поэтому $P_{R_1}/P_{\text{xx}} \rightarrow \infty$.

8.6. Некоторые схемы коррекции импульса

В предыдущем параграфе показано, что вершина импульса на пелицевой нагрузке с вольтамперной характеристикой магнетронного типа сильно сглаживается. Это ослабление неравномерности вершины в основном зависит от отношения m_1/m_0 . Для коррекции импульса можно уменьшить локальное сопротивление вблизи рабочей точки с помощью цепи диод D — сопротивление R_1 — емкость C_k с уткой R_k (рис. 8.15). Эта цепь подключается параллельно нагрузке. Она позволяет ослаблять не только осцилляции, но и

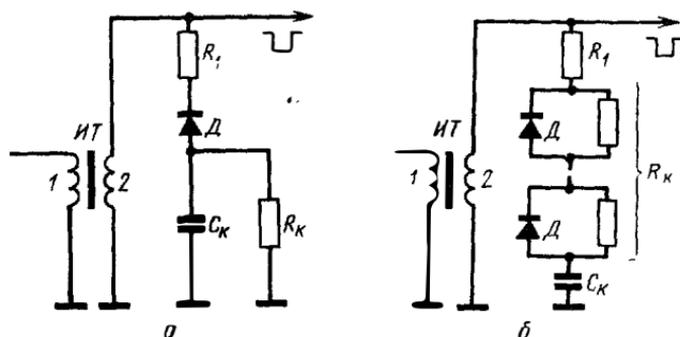


Рис. 8.17. Подключение корректирующей цепочки во вторичную обмотку импульсного трансформатора.

спад напряжения на вершине импульса, создаваемый потерями в искусственной линии и импульсным трансформатором.

Рассмотрим несколько новых схем коррекции импульса, в основе которых лежит идея уменьшения локального сопротивления в рабочей точке по сравнению со статическим. Корректирующую цепь можно установить как в первичной, так и во вторичной обмотке ИТ (рис. 8.17, а, б). На рис. 8.17, б сопротивление R_k состоит из сопротивлений, выравнивающих обратные напряжения на последовательно включенных диодах D , в паузе напряжение смещения E_1 обратной полярности прикладывается к диодам. Необходимо помнить, что при коррекции импульса во вторичной повышающей обмотке ИТ C_k , R_1 и R_k должны быть соответственно уменьшены и увеличены в k^2 раз (k — коэффициент трансформации ИТ).

Рассмотрим несколько новых схем, которые обладают некоторыми особенностями. В них нет ячейки автосмещения $R_k C_k$, напряжение смещения E_1 на корректирующий диод подается от выпрямителя, питающего импульсный модулятор. Преимущество такого способа реализации смещения E_1 в сравнении со схемой с автосмещением в устранении переходного процесса, возникающего при запуске ИМ

из-за заряда емкости автосмещения C_k , а перед схемой с внешним источником смещения -- в устранении необходимости иметь специальный выпрямитель высокого напряжения. Более того, мощность, которая расходуется на сопротивлении автосмещения, в этих схемах возвращается в выпрямитель, и, таким образом, почти не происходит уменьшения к. п. д.

Кроме того, в качестве емкости C_k используется емкость фильтра выпрямителя. Таким образом, уменьшаются габариты ИМ, так как не требуются особый источник смещения диода и емкость C_k . Однако наряду с перечисленными выше достоинствами описываемые ниже схемы имеют и недостатки. Он сводится к тому, что напряже-

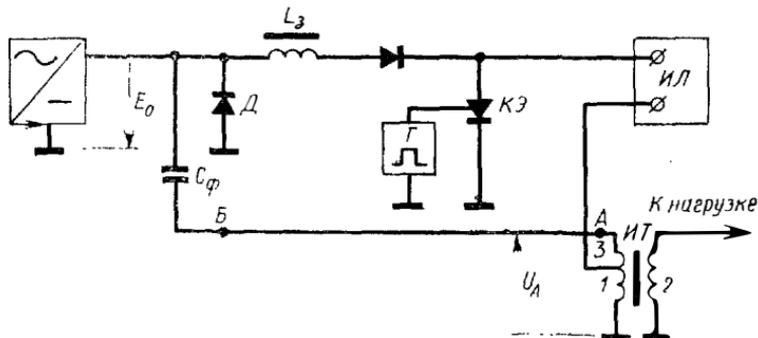


Рис. 8.18. Схема импульсного модулятора с коррекцией формы импульса при помощи цепи диода D .

ние выпрямителя оказывается больше требуемого напряжения смещения на диод E_1 , и для того, чтобы согласовать напряжение импульса с напряжением смещения, необходимо увеличить напряжение импульса. Для этого приходится делать либо специальный автотрансформатор, либо трансформатор с дополнительной обмоткой и т. п. Описываемые ниже схемы отличаются способом согласования напряжения импульса с напряжением смещения. Для всех схем корректирующая нелинейная цепь включается со стороны первичной обмотки ИТ.

Рассмотрим рис. 8.18. На этой схеме в качестве емкости C_k используется емкость фильтра выпрямителя C_ϕ , а в качестве напряжения отсечки E_1 на диоде — напряжение выпрямителя E_0 . Между положительным полюсом конденсатора фильтра и общей точкой заземления подключается вентиль D обратной полярности. Кроме того, изменяется подключение фильтрового конденсатора C_ϕ : отрицательный полюс конденсатора B подключается к высокопотенциальному зажиму A дополнительной обмотки 3 ИТ. В данной схеме конденсатор C_ϕ выполняет обычную роль фильтра и кроме того шунтирует нагрузку через диод D на вершине импульса. Для коррекции импульса напряжение в точке A рис. 8.18 на холостом ходе должно быть несколько больше напряжения E_0 на конденсаторе C_ϕ (рис. 8.19). Это достигается включением дополнительной обмотки 3 последовательно с обмоткой 1 .

Работает модулятор следующим образом. После поступления импульса на КЭ ИЛ разряжается на нагрузку через ИТ. Как

только уровень напряжения в точке А ИТ достигнет уровня напряжения E_0 на емкости C_Φ , нагрузка шунтируется цепью, состоящей из емкости C_Φ и вентиля Д. С этого момента амплитуда импульса в точке схемы А равна напряжению на емкости C_Φ . Некоторое отличие может иметь место, когда заметно сопротивление цепи вентиля Д — емкость, C_Φ — провод между А и В относительно сопротивления нагрузки. При прохождении тока по упомянутой цепи происходит частичный подзаряд C_Φ . Сопротивление коррекции R_{κ} параллельно C_Φ здесь не устанавливается, так как энергия C_Φ

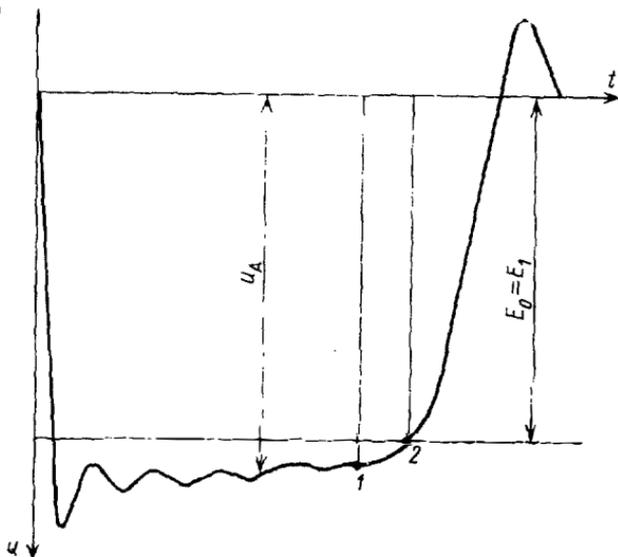


Рис. 8.19. Коррекция импульса на нагрузке в схеме на рис. 8.18.

расходуется на заряд ИЛ. Емкость C_Φ выбирается из условия малого изменения напряжения за время импульса, т. е. она должна быть не менее значения, которое следует из (8.61). Напомним, что емкость C_κ , подсчитанная по (8.61), является минимально необходимой. Во многих случаях это условие выполняется автоматически, так как требования к снижению пульсаций выпрямленного напряжения вынуждают выбрать C_Φ большой. Обычно она превышает в 10 и более раз статическую емкость ИЛ.

Следует указать, что в импульсном модуляторе по схеме на рис. 8.18 можно сделать более крутыми фронт и спад импульса, уменьшая индуктивность первой ячейки ИЛ. Обычно улучшение фронта и спада приводит к ухудшению вершины импульса. Однако в предлагаемой схеме этого не происходит, поскольку вершина импульса эффективно корректируется. Этот модулятор обладает также следующими преимуществами.

1. Поддерживает (напряжение на нагрузке постоянным при ее изменении в больших пределах. Поэтому его можно использовать, когда сопротивление нагрузки имеет различные величины, значи-

тельно превышающие ρ ПЛ, например, при испытании электровакуумных приборов на стадии их разработки.

2. Импульсное напряжение на нагрузке не зависит от изменения параметров импульсного модулятора при старении элементов или из-за колебаний температуры.

3. Позволяет без дополнительного усложнения схемы модулятора включать ИТ в цепь заряда — разряда при малой скважности импульсов. Поясним, что мы имеем в виду. Известно, что при заряде ИЛ в первый момент все напряжение конденсатора фильтра C_{ϕ} приложено к индуктивности зарядной цепи, которая состоит из индуктивности L_2 и индуктивности ИТ. При большой скважности импульсов индуктивность ИТ мала в сравнении с индуктивностью зарядной цепи, и последняя в основном состоит из специального зарядного дросселя L_3 . Следовательно, напряжение выпрямителя в первый момент прикладывается к зарядному дросселю L_3 . Когда же скважность импульсов мала, индуктивность ИТ составляет заметную долю индуктивности зарядной цепи (если предъявляются жесткие требования к спаду вершины импульса). При этом к ИТ, а следовательно и к СВЧ прибору в начальный момент прикладывается достаточно большое напряжение обратной полярности. Согласно требованиям технических условий на СВЧ приборы его необходимо ограничить, для этого приходится либо исключить ИТ из зарядной цепи, либо усложнить схему импульсного модулятора. Схема на рис. 8.18 позволяет избежать выше указанные недостатки при малой скважности импульсов. Дело в том, что в начальный момент зарядного цикла почти все напряжение прикладывается к дросселю L_3 и только небольшая его часть — к дополнительной обмотке 3 ИТ, индуктивность которой существенно меньше индуктивности обмотки 1.

4. Позволяет исключить прохождение тока через нагрузку с вольтамперной характеристикой (диод, ЛБВ, клистрон) в паузе между импульсами за счет заряда ПЛ. В обычном модуляторе при больших скважностях ток заряда ИЛ проходит через нагрузку, но он составляет малую долю относительно среднего тока рабочих импульсов. При малых скважностях из-за большой индуктивности намагничивания ИТ относительно индуктивности зарядного дросселя его доля может достигать 20% и более. В модуляторе на рис. 8.18 в паузе между импульсами ток через нагрузку не проходит, так как через первичную обмотку ИТ протекает постоянный ток выпрямителя B , а не зарядный ток полусинусоидальной формы ИЛ, как в импульсном модуляторе без использования C_{ϕ} для коррекции импульса.

Импульсный модулятор с корректирующей цепью может быть также реализован по схемам на рис. 8.20—8.22. На рис. 8.20 ИТ не имеет дополнительной обмотки, а требуемое напряжение в точке A устанавливается подбором соответствующего числа витков вторичной обмотки ИТ. При этом предполагается, что ИТ — повышающий и не изменяет полярность импульса. На рис. 8.21 добавляется специальный автотрансформатор (АТ). Так следует поступать тогда, когда модулятор питает несколько нагрузок с индивидуальными ИТ или без них. На рис. 8.22 показан модулятор с повышающим ИТ, который изменяет полярность импульса. Кроме того, если источник постоянного напряжения не имеет фильтрового дросселя, то роль вентиля D могут выполнять вентили выпрямителя. Тогда схема импульсного модулятора выглядит так, как показано на рис. 8.23.

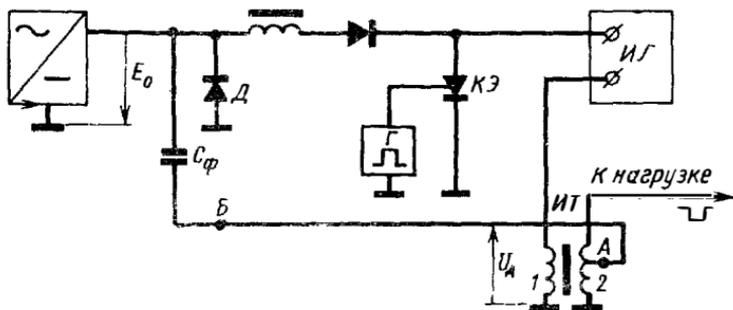


Рис. 8.20. Схема импульсного модулятора с коррекцией формы импульса, подобная схеме на рис. 8.18 (напряжение импульса снимается со вторичной обмотки ИТ).

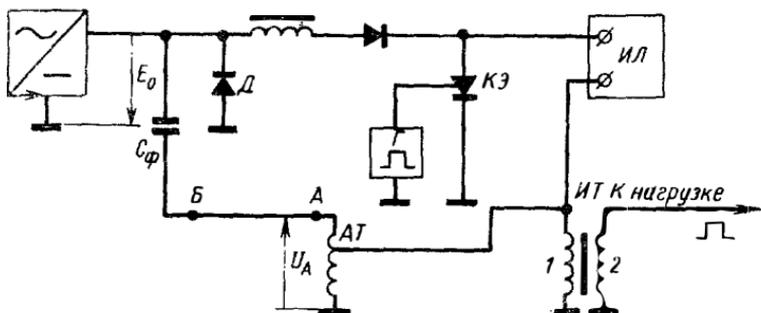


Рис. 8.21. Схема импульсного модулятора с коррекцией формы импульса (вместо дополнительной обмотки ИТ применяется автотрансформатор).

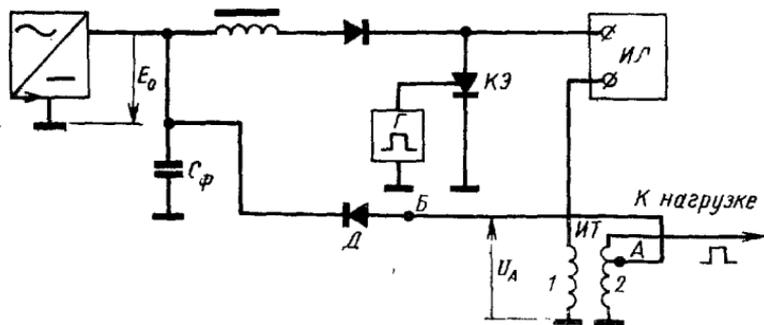


Рис. 8.22. Схема импульсного модулятора с коррекцией формы импульса (ИТ изменяет полярность импульса).

Укажем, что ИТ с дополнительной обмоткой 3 для эффективно-го ослабления осцилляции должен иметь малую индуктивность рас-сеяния. Для этого обмотка 3 должна наматываться по всей длине сердечника импульсного трансформатора. Если же по каким-либо

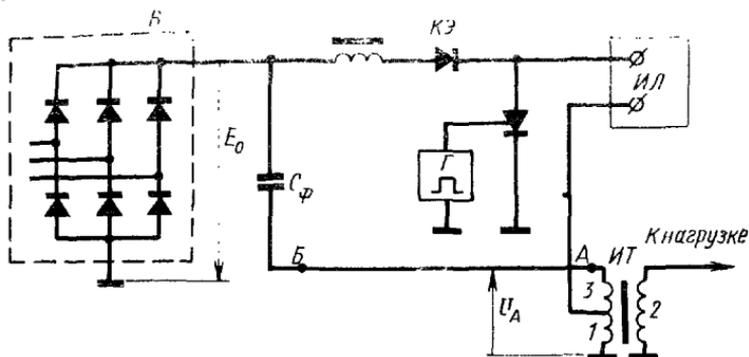


Рис. 8.23. Схема импульсного модулятора с коррекцией фор-мы импульса (вместе диода D используются вентили выпря-мителя).

причинам не удастся выполнить ИТ с малой индуктивностью рас-сеяния, то наиболее эффективно корректируется, т. е. выравнива-ется, медленное изменение напряжения на вершине, а осцилляции

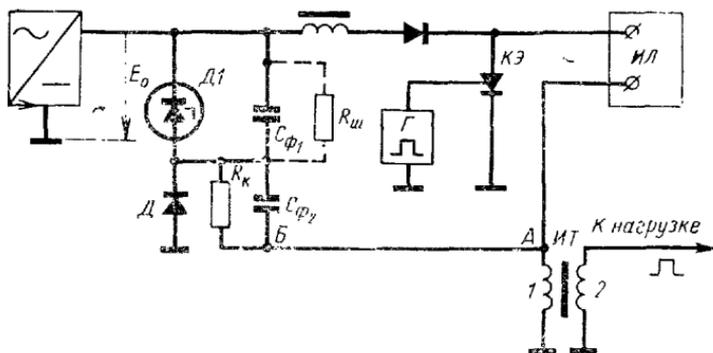


Рис. 8.24. Схема импульсного модулятора с коррекцией формы импульса, в которой напряжение смещения понижается отно-сительно напряжения импульса при делении на емкостях $C_{Ф1}$ — $C_{Ф2}$.

частично остаются. В таких случаях предлагается другая схема импульсного модулятора, показанная на рис. 8.24 [34]. Здесь ИТ без дополнительной обмотки, но емкость фильтра разбивается на две: $C_{Ф1}$ и $C_{Ф2}$, вентиль D подключается между $C_{Ф1}$ и $C_{Ф2}$ и общей точ-кой заземления. Параллельно $C_{Ф2}$ подключается сопротивление R_k .

Емкость $C_{\Phi 1}$ шунтируется стабилитроном $Д1$. Модулятор по схеме на рис. 8.24 работает так же, как по схеме на рис. 8.18—8.23, только на рис. 8.24 напряжение выпрямителя понижается относительно напряжения в точке A ИТ. Напряжение на емкости $C_{\Phi 2}$ должно составлять примерно $0,8 E_0$, а на $C_{\Phi 1}$ — $0,2 E_0$. Стабилитрон $Д1$ предотвращает повышение напряжения на емкости $C_{\Phi 1}$ при холостом ходе модулятора (пропадение импульса запуска, обрыв цепи заряда модулятора). Вместо стабилитрона $Д1$ емкость $C_{\Phi 1}$ можно шунтировать сопротивлением $R_{ш}$. Однако при этом несколько ухудшается к. п. д. Мощность, соответствующая срезанной части импульса, рассеивается в основном на сопротивлении R_k . Несмотря на это, построение модулятора по схеме рис. 8.24 приводит не к уменьшению общего к. п. д. модулятора и нагрузки, а даже к некоторому его увеличению. Для пояснения сказанного рассмотрим рис. 8.19.

В обычном модуляторе полезная часть импульса заканчивается в точке 1. При срезании вершины используется более широкая часть импульса, и теперь его полезная часть оканчивается в точке 2. Для сохранения прежней длительности импульса можно уменьшить число ячеек ИЛ и, значит, при прежней частоте повторения уменьшить потребление мощности от выпрямителя, так как потребляемый ток от выпрямителя пропорционален числу ячеек, причем доля уменьшения мощности превосходит мощность срезанной верхней части импульса. Был проведен следующий эксперимент. В макете импульсного модулятора, собранного по схеме на рис. 8.24, с числом ячеек в ИЛ $n=10$ при разомкнутой цепи AB и заземленном конце B , т. е. по обычной схеме без коррекции, была получена амплитуда напряжения u в середине импульса на вторичной обмотке ИТ. При этом от выпрямителя потреблялась мощность P . После соединения A и B , т. е. включения корректирующей цепи, амплитуда напряжения немного упала. Но мы сохранили ее прежней, увеличив напряжение выпрямителя. Число ячеек уменьшили до 8 (отключили 2 ячейки). Тогда длительность импульса на вершине оказалась прежней, т. е. точка 2 рис. 8.19 совместилась с точкой 1. В результате оказалось, что потребляемая мощность от выпрямителя уменьшилась и составила $0,95P$. Таким образом, несмотря на срезание вершины импульса и рассеивание ее энергии на сопротивлении R_k (рис. 8.24), к. п. д. всего устройства модулятор — нагрузка не только не уменьшается но даже повышается.

8.7. Экспериментальная проверка формы импульса и коррекции с помощью цепи $R_k C_k$

Эксперименты проводились на макете импульсного модулятора по схеме на рис. 8.25 (с эквивалентной пентодной нагрузкой). При магнетронной нагрузке часть схемы a заменялась схемой b . Модулятор питался от стабилизированного выпрямителя. Питание генератора запуска, а также осциллографов С1-15 и С1-18 осуществлялось от стабилизатора СН-500М. Импульсы наблюдались на осциллографе С1-15, а вольтамперные характеристики — на С1-18. Нелинейная нагрузка подбиралась изменением напряжения смещения E_1 на диоде D

с помощью сопротивлений R_2 и R_3 . Дроссели L_1 и L_2 были включены для того, чтобы устранить пунтирование нагрузки емкостью отключенного от корпуса вспомогательного стабилизированного выпрямителя B_1 . Чтобы импульсный ток не изменял напряжение E_1 на блокиро-

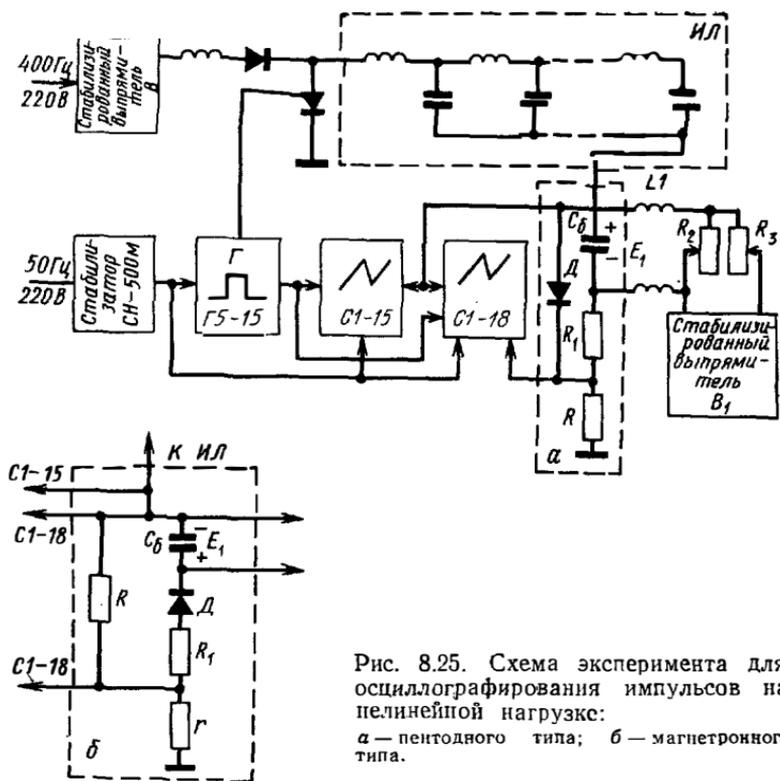


Рис. 8.25. Схема эксперимента для осциллографирования импульсов на нелинейной нагрузке:
а — пентодного типа; б — магнетронного типа.

вочной емкости C_6 , она была выбрана достаточно большой — в $20 \cdot 10^3$ раз больше емкости линии C_d . ИЛ имела число ячеек $n=10$, волновое сопротивление $\rho=60$ Ом. В качестве КЭ применялся тиристор. Для осциллографирования вольтамперной характеристики напряжение и ток нагрузки подавались соответственно через усилители на горизонтальные и вертикальные пластины осциллографа С1-18. На рис. 8.25,б для получения напряжения, пропорционального току, установлено малое измерительное сопротивление r . При нагрузке пентодного типа

(рис. 8.25,а) напряжение, соответствующее измеряемому току, снималось с сопротивления R , которое естественно входит в схему, имитирующую нелинейную нагрузку.

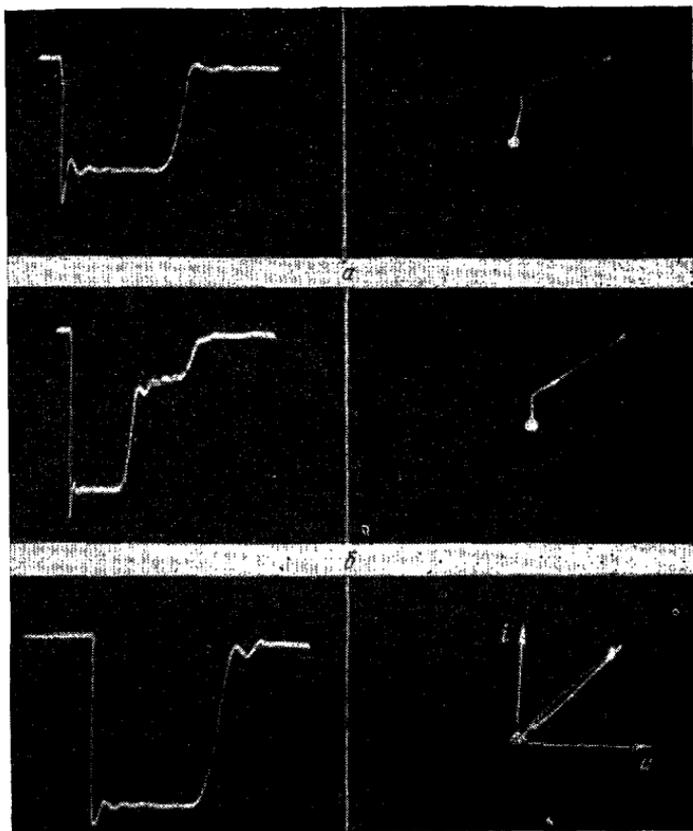
Осциллограммы импульсов на нелинейной нагрузке, а также на линейной с нелинейной цепочкой (рис. 8.15) представлены на рис. 8.26—8.32.

На рис. 8.26,а слева показан импульс напряжения на нелинейной нагрузке пентодного типа, а справа представлена ее вольтамперная характеристика. Этот случай интересен тем, что имеет место согласование статического сопротивления нагрузки с характеристикой ячейки ИД1, т. е. $m_0 = R_0/\rho = 1$. Для этой нагрузки начальная ветвь характеристики соответствует локальному сопротивлению $m = 0,2 m_0$, т. е. 20% R_0 . Вторая ветвь характеристики соответствует сопротивлению $m_1 = 3m_0$, т. е. после перелома ее локальное сопротивление возрастает в 15 раз.

На рис. 8.26,б показаны соответственно импульс напряжения на нелинейной нагрузке пентодного типа и ее вольтамперная характеристика. Этот случай отличается от случая рис. 8.26,а не только сопротивлениями для обоих участков вольтамперной характеристики $m = 0,1 m_0$, $m_1 = 1,5 m_0$, но и тем, что $R_0 = m_0 \rho = 2\rho$.

Наконец, на рис. 8.26,в для сопоставления представлены импульс напряжения и вольтамперная характеристика линейной нагрузки, согласованной с характеристикой ячейки, т. е. $R = m\rho = \rho$. Из приведенных рисунков видно, что осцилляции на вершине импульса при нелинейной нагрузке пентодного типа возрастают относительно осцилляций напряжения на линейной нагрузке. Согласно формуле (8.25) они возрастают во столько раз, во сколько локальное сопротивление m_1 больше статического сопротивления m_0 , т. е. на рис. 8.26,а они должны были возрасти в 3 раза ($m_1/m_0 = 3$), а на рис. 8.26,б — в 1,5 раза ($m_1/m_0 = 1,5$) относительно осцилляций на линейной нагрузке $m_1 = 3$. Из гл. 3 известно, что первый выброс при $m_1 = 3$ составляет 10,6% (табл. 3.1, рис. 3.2 для $m_1 = 3$ и рис. 3.9,д). Следовательно, на рис. 8.26,а, б первый выброс должен составить соответственно 31,8 и 15,9%. Измерения дали примерные значения первого выброса. Таким образом, мы видим подтверждение соотношения (8.25), полученного из теории.

Обратим внимание, что на вольтамперной характеристике рис. 8.26,в видна другая слабо засвеченная линия. На других характеристиках этого рисунка ее не видно



8

Рис. 8.26. Осциллограммы импульсов на нелинейных нагрузках и их вольтамперные характеристики:

а) $m/m_0=0,2$; $m_1/m_0=3$, $m_0=1$; б) $m/m_0=0,1$, $m_1/m_0=1,5$, $m_0=2$;
 в) $m/m_0=m_1/m_0=1$. Параметры ИЛ: $n=10$; $L/2=30$ мкГн; $\rho=-60$ Ом; $C=0,05/3$ мкФ.

из-за меньшей выдержки при фотографировании осциллограммы. Мы предполагаем, что ее появление объясняется присутствием входной емкости осциллографа С1-18 и измерительного кабеля (≈ 300 пФ). Луч осциллографа, очерчивая вольтамперную характеристику, проходит путь от начала координат до рабочей точки и обратно, что соответствует фронту и спаду импульса. Из представленных осциллограмм видно, что фронт импульса значительно круче спада. Бледная линия на ВАХ

соответствует бледной линии фронта импульса. Поскольку постоянная времени входного сопротивления измерительной цепи оказывается соизмеримой с временем нарастания импульса, то на характеристике (бледная линия) нарастание напряжения отстает относительно нарастания тока. Чтобы убедиться в этом, мы, увеличивая первую индуктивность искусственной линии, резко уменьшили крутизну фронта импульса, при этом бледная линия на характеристике совместилась с основной засвеченной линией.

На рис. 8.27, *а*, *б*, *в* показаны импульсы напряжения на нелинейной согласованной нагрузке магнетронного типа с одинаковыми сопротивлениями в начале координат и разными локальными сопротивлениями m_1 в рабочей точке. Справа представлены соответствующие вольтамперные характеристики. Из осциллограмм видно, что на нагрузке магнетронного типа осцилляции ослабляются в сравнении с линейной нагрузкой (рис. 8.26, *в*) тем больше, чем меньше локальное сопротивление в рабочей точке m_1 . Так, на рис. 8.27, *а* осцилляции ослаблены примерно в 2 раза, на рис. 8.27, *б* — в 3, на рис. 8.27, *в* — в 10 раз по сравнению с осцилляциями на линейной нагрузке $m_1=0,5; 0,3; 0,1$, приведенными в табл. 3.4. Правда, заметно некоторое искажение импульса на спаде (ступенька, примыкающая к вершине) в третьем случае (рис. 8.27, *в*). Это искажение вносит диод, входящий в схему эквивалентной нелинейной нагрузки. В последнем случае к диоду приложено значительно большее напряжение смещения E_1 , чем в первых двух случаях. Поэтому после прохождения прямого тока увеличивается время пропускания обратного тока диода.

На первых двух осциллограммах рис. 8.27, *а*, *б* искажение за счет диода также заметно, но оно проявляется только в затягивании спада импульса, а на третьей осциллограмме рис. 8.27, *в* уже видна ступенька на спаде импульса на уровне E_1 . На вольтамперных характеристиках на рис. 8.27 видна кроме основной яркой линии еще бледная линия. Ее появление мы объясним влиянием емкости диода, примененного в эквивалентной нелинейной нагрузке. Поскольку в приведенных на рис. 8.27 случаях обратное напряжение, т. е. напряжение смещения на диоде E_1 , разное (оно возрастает от a к b и меняется согласно (8.41) от $E_1/u=0,6$ для a до $E_1/u=0,78$ для b) то и характер искажения характери-

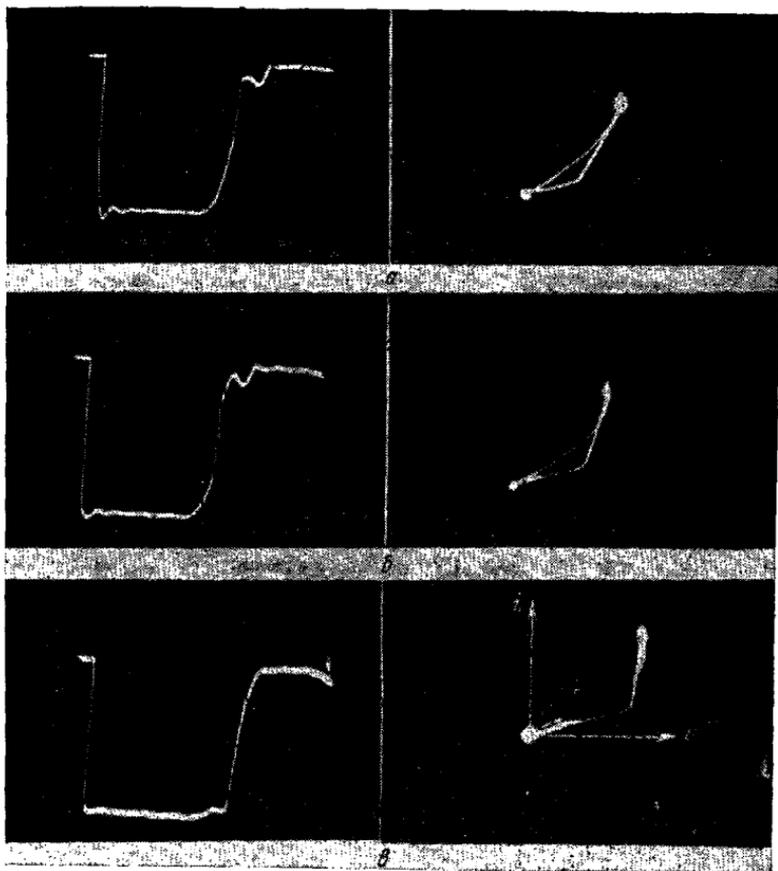


Рис. 8.27. Осциллограммы импульсов на нелинейных согласованных нагрузках ($m_0=1$) и их вольтамперные характеристики: а) $m_1/m_0=3$, $m_2/m_0=0,5$; б) $m_1/m_0=3$, $m_2/m_0=0,3$; в) $m_1/m_0=3$, $m_2/m_0=0,1$. Параметры ИЛ приведены в подписи к рис. 8.26.

стики во всех трех случаях неодинаков. При уменьшении крутизны фронта импульса путем увеличения дополнительной индуктивности в начале ИЛ мы и здесь, как уже упоминалось при обсуждении рис. 8.26, в, наблюдали приближение, но без совпадения бледной линии с основной. Об искажающем действии диода в схеме, имитирующей нелинейную нагрузку, мы скажем в конце этого параграфа.

На рис. 8.28, *а* и *б* показаны импульсы напряжения и вольтамперная характеристика нелинейной нагрузки с $m/m_0=1,05$, $m_1/m_0=0,05$. Так же как и в случае рис. 8.27, имеет место согласование статического сопротивления с характеристикой ячейки, т. е. $m_0=R_0/\rho=1$. Здесь, в отличие от рис. 8.27, приведен случай, когда

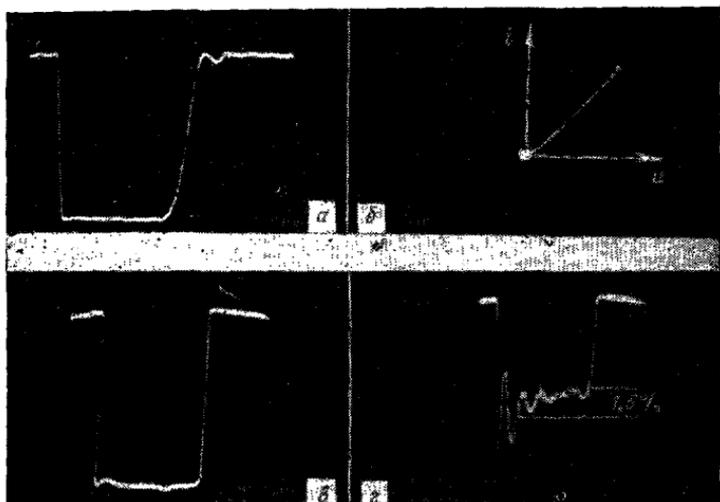


Рис. 8.28. Осциллограммы импульсов:

а — нелинейная нагрузка $m/m_0=1,05$, $m_1/m_0=0,05$, $\mu=1,2$; $m_0=1$; *б* — ее вольтамперная характеристика; *а* — вершина импульса на нелинейной нагрузке, увеличенная в 10 раз ($m_0=1$, $\Delta u/u \leq 0,25\%$); *г* — вершина импульса на линейной нагрузке, увеличенная в 10 раз ($m=1$, $\Delta u/u \leq 14\%$).

Параметры ИЛ приведены в подписи к рис. 8.26.

первая ветвь характеристики близка к ветви, соответствующей m_0 , т. е. $m=1,05 m_0$. Приведенными здесь осциллограммами подтверждается вывод табл. 8.1, что осцилляции на вершине импульса почти не зависят от наклона первой ветви вольтамперной характеристики, сопротивление которой определяется отношением m/m_0 . В этом случае, как видно из таблицы для $m=1,1 m_0$ (близкое к нашему случаю $m=1,05 m_0$), мы имели бы амплитуду первого выброса $\approx 0,7\%$ (вдвое слабее относительно $m_1/m_0=0,1$, приведенного в таблице) так как в нашем случае $m_1/m_0=0,05$. Однако, увеличивая первую индуктивность ИЛ до $L_1=1,1 L$, т. е. всего на 10%, уда-

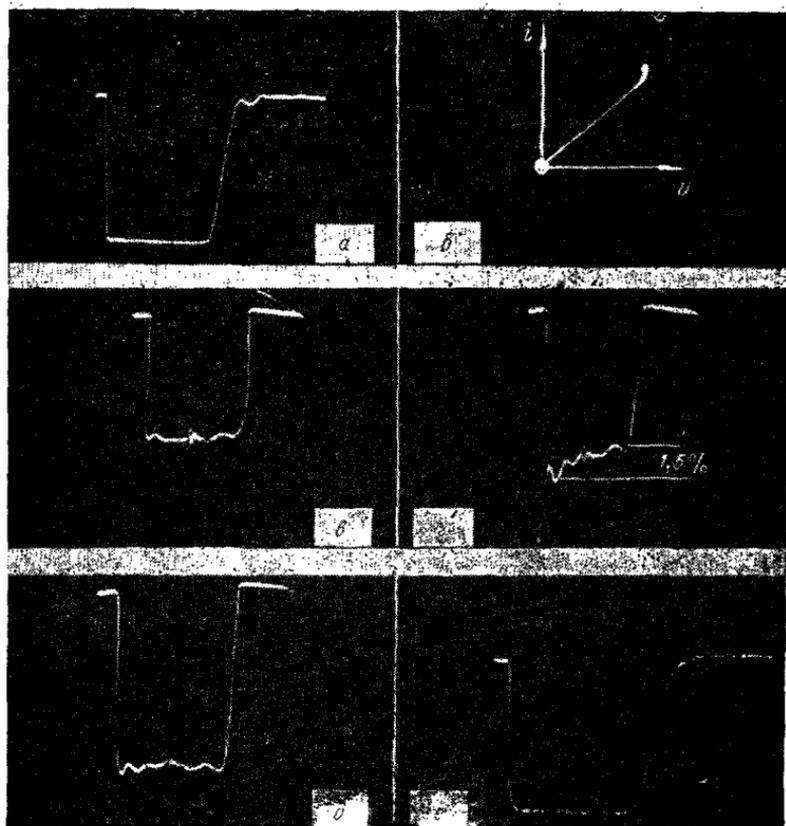


Рис. 8.29. Коррекция импульса при помощи нелинейной цепочки по схеме на рис. 8.15:

a — нелинейная нагрузка ($m_0=1$, $\mu=1,6$), $q=0,99$, $m_1/m_0=0,1$, *b* — ее вольт-амперная характеристика; *e* — осциллограмма вершины импульса *a*, увеличенная в 10 раз, $\Delta u/u \leq 0,25\%$; *c* — линейная нагрузка без коррекции ($m=1$, $\mu=1,6$), $\Delta u/u \leq 5\%$; *d*, *e* — нелинейная нагрузка ($m_0=1$, $\mu=2$) $\Delta u/u = 0,4\%$; *d* — вершина; *e* — полный импульс.

Параметры ИЛ приведены в подписи к рис. 8.26.

ется снизить осцилляции до $0,25\%$, т. е. почти в 3 раза. Для сравнения укажем, что на линейной нагрузке $m=1$ и $L_1=1,1 L$ (рис. 8.28, *z*) общий размах осцилляций составил $\approx 14\%$. Кроме того, на нелинейной нагрузке практически не заметен спад вершины. Таким образом, осциллограммы на рис. 8.28 показывают эффективность сглаживания вершины импульса на нелинейной нагрузке магнетронного типа при небольшом увеличении первой индуктивности ИЛ.

Рис. 8.29—8.31 иллюстрируют возможности коррекции формы импульса уменьшением локального сопротивления в рабочей точке по схеме рис. 8.15. Причем, если для имитации нелинейной нагрузки по схеме на рис. 8.25 (осциллограммы на рис. 8.26, 8.27, 8.28) мы выбирали емкость C_0 очень большой (потому ее и назвали блокировочной), то теперь при коррекции формы импульса мы устанавливали минимально возможную емкость C_K при заданном подъеме вершины импульса в соответствии с (8.61).

На рис. 8.29 показана коррекция импульса на согласованной нелинейной нагрузке $m_0=1$. Там же, на рис. 8.29,б, приведена вольтамперная характеристика нагрузки, полученной в результате подключения корректирующей цепочки по схеме рис. 8.15: $C_K/C_L=4,8$ ($C_K=0,8$ мкФ), $R_K/\rho=35 T/\tau$ ($R_K=520$ кОм), $R_1/\rho=0,11$ ($R_1=6,6$ Ом). На рис. 8.29,г для сопоставления приведен некорректированный импульс на линейной согласованной нагрузке, т. е. $m=1$. На осциллограммах рис. 8.29,в, г, д вершина импульса увеличена в 10 раз. Параметры корректирующей цепочки приблизительно соответствуют примеру 1 табл. 8.2, т. е. $m_1/m_0=0,1$, кроме того, допустили подъем вершины импульса на 1% и уменьшение амплитуды до $u=0,99 u_{xx}$. Для еще большего ослабления осцилляции мы увеличили первую индуктивность ИЛ на 30%, $L_1=1,3 L$. В результате оказалось, что спад вершины за счет потерь в ИЛ полностью компенсирован, а осцилляции уменьшились с 5% (рис. 8.29,г до 0,25% (рис. 8.29,в). Указанная коррекция производилась на частоте повторения импульсов 200 Гц ($T=5 \cdot 10^{-3}$ с). Далее мы увеличили период повторения импульсов в 10 раз, т. е. сделали $T=50 \cdot 10^{-3}$ с. При этом, как указывалось в § 8.5, если не изменять значения C_K и R_K КЦ, то должен резко возрасти подъем вершины при одновременном уменьшении высоты импульса.

Действительно, как это следует из (8.70) и (8.71) при сохранении $BC_K/C_L \approx 5,8$ (пример 1 из табл. 8.2) и $R_1/\rho=0,11$, но при увеличении периода повторения T в 10 раз высота импульса уменьшается до $u_0=qu_{xx}=0,917 u_{xx}$, а подъем вершины $\Delta u/u(\tau)=9\%$ вместо 1%, т. е. возрастает. Если обратиться к рис. 8.16, то увидим, что точка C перемещается в точку D . Для уменьшения подъема следовало бы увеличить сопротивление R_K (рис. 8.15) тоже в 10 раз. Но поскольку в некоторых случаях это

невозможно сделать, например, когда R_k составляется из сопротивлений, выравнивающих обратные напряжения на диодах (рис. 8.17, б), то мы пошли по другому пути. Уменьшив ослабление осцилляций на вершине импульса увеличением сопротивления $R_1 = 2\rho$ (рис. 8.15), мы устранили подъем вершины.

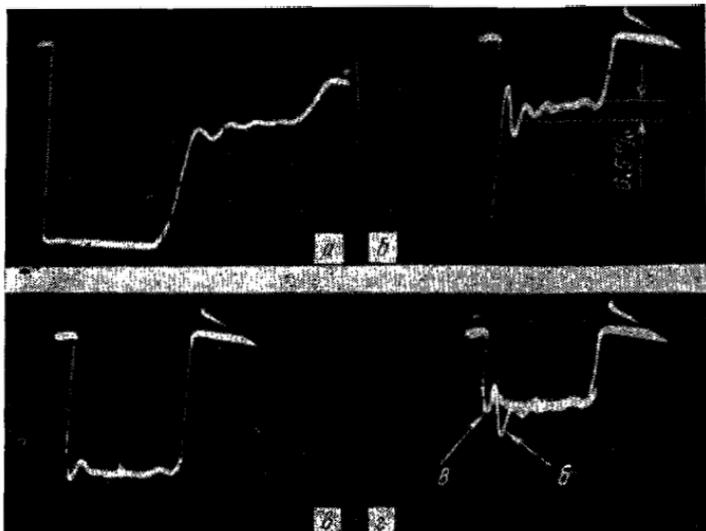


Рис. 8.30. Коррекция импульса при помощи нелинейной цепочки ($m_0=3$) по схеме на рис. 8.15 при $q=u(t)/u_{\text{тх}}=0,99$:

а — полная амплитуда скорректированного импульса; *б* — некорректированный импульс $\Delta u/u \leq 14\%$ (размах); *в* — вершина скорректированного импульса $\Delta u/u=1\%$; *г* — совмещенная осциллограмма *б* и *в*.

Параметры ИЛ приведены в подписи к рис. 8.26.

Теперь в соответствии с (8.70) и (8.71) при $BC_k/C_{\text{л}} \approx 23,6$ и увеличением в 10 раз периоде повторения имеем $q=0,925$ и $\Delta u/u=1,5\%$ (точка *P* на рис. 8.16), т. е. подъем вершины увеличивается всего в 1,5 раза в сравнении с исходным периодом повторения. На осциллограммах 8.29, *в* и *д* этого подъема не видно, по-видимому, потому, что импульс до коррекции имел спад вершины 1,6% из-за потерь в ИЛ.

Таким образом, при увеличении R_1 можно уменьшить подъем вершины, но при этом увеличиваются осцилля-

ции. Для их ослабления мы увеличили первую индуктивность в 1,5 раза, т. е. $L_1 = 0,5 L (1 + \mu) = 1,5 L$. В результате получили осцилляции, равные 0,4% (рис. 8.29, д). Таким образом, из рис. 8.29 видно, что коррекция импульса при помощи схемы на рис. 8.15 при одновременном увеличении первой индуктивности ИЛ дает хорошие результаты.

На рис. 8.30, в отличие от рис. 8.29, показана коррекция импульса на несогласованной нагрузке $m=3$. Здесь



Рис. 8.31. Коррекция импульса на согласованной нагрузке ($m_0=1$) при помощи пелинейной цепочки по схеме на рис. 8.15:

а) $\Delta u/u=0,7\%$ (размах), $m_1/m_0=0,3$; $m/m_0=1,05$; $\mu=2$; б) $\Delta u/u=0,8\%$ (размах), $m_1/m_0=0,3$, $m/m_0=1,05$.

Параметры ИЛ приведены в подписи к рис. 8.26.

а — полная осциллограмма корректированного импульса, б, в — вершины некорректированного и корректированного импульсов, г — совмещенные б и в. Параметры КЦ (рис. 8.15) следующие: $C_K/C_{Л}=2,7$ ($C=0,45$ мкФ), $R_K/\rho=51,3 T/\tau$ ($R_K=0,77$ МОм), $R_1/\rho=0,33$ ($R_1=20$ Ом), $T=5 \cdot 10^{-3}$ с. Эти значения элементов КЦ соответствуют данным примера 2 табл. 8.2. Из рис. 8.30 видно, что можно эффективно корректировать импульс на нагрузке $R > \rho$ ($m=3$) при емкости C_K , почти в 2 раза меньшей, чем при согласованной нагрузке (рис. 8.29). При этом осцилляции на вершине уменьшились с 14 до 1%, а спад вершины, который до коррекции составлял 0,5%, теперь отсутствует.

На рис. 8.31, а так же как и на рис. 8.29, показана коррекция импульса на согласованной нагрузке ($m_0=1$). Здесь мы намеренно допустили некоторое уменьшение ослабления осцилляции на вершине при помощи КЦ

с параметрами $C_R/C_{д1}=1$ ($C_R=0,166$ мкФ), $R_R/\rho=47$ Т/т ($R_R=700$ кОм), $T=5$ мс, $R_1/\rho=0,4$ ($R_1=24$ Ом), так как увеличили R_1 , которое стало равняться $0,4 \rho$ вместо $0,11 \rho$. Кроме того, мы увеличили $u_0=0,999$ $u_{кк}$. Это позволило значительно (в 4,8 раза) уменьшить емкость C_R в сравнении со схемой на рис. 8.28. Правда, при этом несколько увеличились осцилляции, с 0,25 до 0,7%, поэтому пришлось увеличить первую индуктивность на 50%, т. е. $L_1=1,5L$. На рис. 8.31,б представлена осциллограмма скорректированного импульса при увеличенном сопротивлении R_R до 1 МОм в сравнении с 700 кОм на рис. 8.30,в и 8.31,а. Из сопоставления осциллограмм рис. 8.31,а, б видно, что во втором случае появляется спад на вершине импульса, обусловленный потерями в ИЛ.

В заключение подчеркнем, что параметры КЦ приведены в относительных единицах. Поэтому можно, не прибегая к формулам (8.40), (8.61), (8.67), использовать данные на соответствующих рисунках для расчета корректирующей цепи.

В экспериментах с эквивалентными нелинейными нагрузками магнетронного типа и корректирующей цепочкой с некоторыми типами диодов мы иногда наблюдали, что первый выброс на вершине импульса ослаблен меньше, чем ожидалось из расчетов. Это объясняется инерционностью диода. Кроме этого, диод вносил и другие искажения, связанные с появлением проводимости в обратном направлении сразу же после прохождения прямого тока (рис. 8.27,в — ступенька на спаде импульса). При построении эквивалентов нелинейных нагрузок и работе с ними это следует иметь в виду. Для иллюстрации возможных искажений на рис. 8.32 приведены осциллограммы импульсов на нелинейной нагрузке с $m/m_0=0,2$; $m_1/m_0=0,3$ и $m_0=1$, т. е. на нагрузке с вольтамперной характеристикой, представленной на рис. 8.26,а. Применялись различные по типу диоды и диоды одного типа, но разных экземпляров. Эксперименты проводились по схеме рис. 8.25. На рис. 8.32 на каждом кадре показаны ток i и напряжение u . Напомним, как работает диод в эквивалентной нагрузке пентодного типа. До поступления импульса запуска, т. е. в паузе, диод проводит постоянный ток, равный $I=E_2/R_4$ (рис. 8.13). Диод продолжает проводить ток и на фронте импульса до тех пор, пока ток разряда ИЛ через сопротивление R_4 (рис. 8.13) не станет равным $I=E_2/R_4$.

На осциллограмме рис. 8.32,в интервал времени прохождения прямого тока через диод во время формирования импульса отмечен цифрой 1. На других осциллограммах этого рисунка участок 1, а также участки 2 и

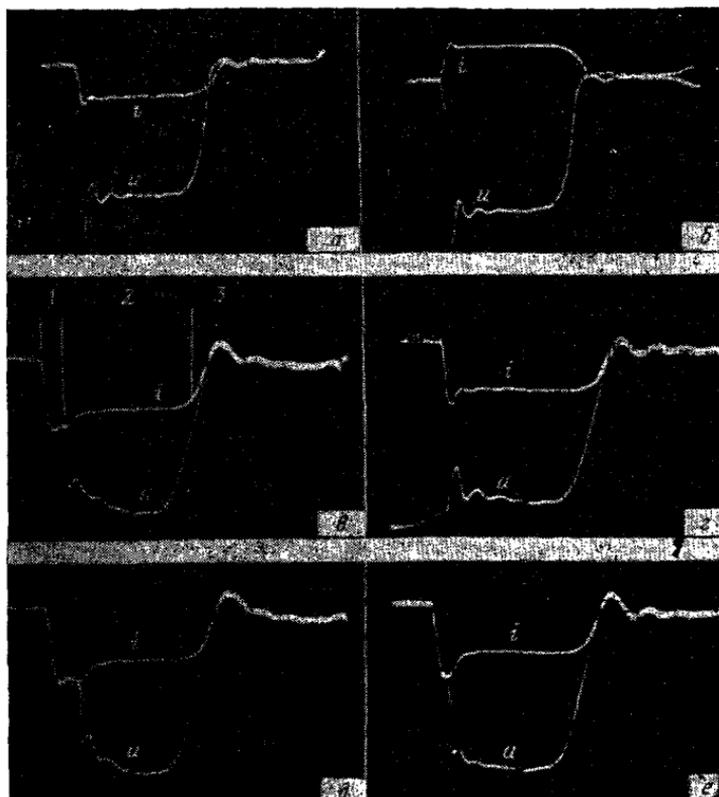


Рис. 8.32. Импульсы напряжения и тока на нелинейной нагрузке с вольтамперной характеристикой на рис. 8.25: а, б) Д-226; в) Д-226 — худший экземпляр; г) Д-214А; д) 2Д-202Р; е) ПВК-50-8Б.

3, о которых мы еще не говорили, соответствуют тем же частям импульса. На участке 2 диод заперт, т. е. падение напряжения на сопротивлении R_4 больше E_2 (рис. 8.13). На участке 3 диод вновь проводит ток, вызываемый E_2 . На рис. 8.32,а и б показаны осциллограммы тока и напряжения при использовании лучшего экземпляра диода

Д-226, а рис. 8.32,б отличается от рис. 8.32,а противоположной полярностью импульса тока для лучшего наблюдения фронтов тока и напряжения. Этот экземпляр диода почти не вносил искажения на фронте импульса, т. е. почти мгновенно запирался после прохождения прямого тока (участок 1 мал). На осциллограмме б видно, как в начале импульса ток и напряжение на нелинейной нагрузке совпадают, т. е. это соответствует линейной нагрузке R (рис. 8.13) — первой ветви вольтамперной характеристики рис. 8.14 для $m/m_0=0,2$. На участке 2 этот диод действительно заперт, ибо не видно изменения тока, а на участке 3 на спаде диод вновь открывается. Здесь, правда, заметно некоторое различие в осциллограммах напряжения и тока вместо полного совпадения, которое должно было быть потому, что после вступления в работу диода точки, откуда снимались импульсы тока и напряжений, становятся равнопотенциальными.

Различие осциллограмм вызвано тем, что диод не сразу начинал проводить ток, потенциал точки, откуда снималось напряжение, уменьшался относительно потенциала точки, в которой измерялся ток. Осциллограмма (рис. 8.32,в) для худшего экземпляра диода Д-226 имеет большие искажения на фронте и вершине импульса из-за медленного запираания диода после прохождения прямого тока (конец участка 1) и меньшие искажения на спаде (на участке 3). Линии тока и напряжения здесь на спаде совпадают, т. е. этот диод открывается быстрее первого.

Указанные два экземпляра диодов Д-226 проверялись также в нелинейной нагрузке магнетронного типа. Оказалось, что диод, с которым получена осциллограмма 8.32,в, давал меньший выброс на вершине импульса, чем другой (рис. 8.26,а). Иначе говоря, если первый диод на нелинейной нагрузке пентодного типа мало искажал фронт и вершину импульса и заметно спад, а второй диод, наоборот, сильно искажал фронт и вершину и слабо спад импульса, то на нагрузке магнетронного типа картина была обратной. Первый диод из-за инерционности давал больший выброс на вершине импульса, чем второй, зато спад импульса больше искажался у второго диода, т. е. наблюдалась ступенька импульса, примыкающая к вершине, как на рис. 8.27,в. На рис. 8.32,г, д, е показаны осциллограммы тока и напряжения при использовании диодов Д-214А, 2Д-202Р, ПВК-50-8-Б. Из этих осциллограмм видно, что перечис-

ленные диоды также сильно искажают фронт и вершину импульса и почти не искажают спад импульса, т. е. почти не обладают инерционностью при возникновении проводимости для прямого тока и медленно запираются после прохождения прямого тока.

Кроме перечисленных экспериментов на моделях импульсных модуляторов с эквивалентными нелинейными нагрузками сопоставлялись формы импульса на мощном импульсном модуляторе, работающем поочередно на линейную нагрузку с импульсным трансформатором и на реальную нагрузку — генератор СВЧ. Осцилляции на вершине импульса при напряжении 50 кВ измерялись высоковольтным осциллографом А-65024. Было найдено, что сопротивление генераторной лампы на уровне $1/3$ от номинального напряжения примерно в 1,5 раза больше статического сопротивления R_0 в рабочей точке, т. е. в нашем случае это $\frac{R}{R_0} = \frac{m}{m_0} = 1,5$.

Локальное сопротивление в рабочей точке составляет примерно $0,6 R_0$, т. е. $m_1/m_0 = 0,6$. Таким образом, имеем нагрузку магнетронного типа. Измерения осцилляций на вершине дали следующие результаты: на генераторной лампе — 3,7%, а на активной нагрузке, равной локальному сопротивлению, — 6%, т. е. осцилляции на нагрузке составляет 0,61 от осцилляций на активной нагрузке, что очень близко соответствует результатам, вычисленным по формуле (8.25).

Глава 9

ВЛИЯНИЕ НЕИДЕНТИЧНОСТИ ЗВЕНЬЕВ ИЛ НА ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

9.1. ИЛ как каскадное включение Г-образных звеньев

В предыдущих главах почти всегда предполагалось, что искусственная линия импульсного модулятора состоит из одинаковых звеньев. Неоднородность вводилась только в первое звено (гл. 3) или в первое и второе (гл. 7). На самом деле звенья неидентичны из-за техно-

логического (статистического) разброса параметров. Дополнительный разброс может быть обусловлен зависимостью указанных параметров от изменения температуры. Кроме того, неидентичные звенья можно делать намеренно для того, чтобы скорректировать форму импульса. Таким образом, представляет интерес анализ переходных процессов в ИМ при ИЛ с неодинаковыми звеньями. Решение этой задачи в общей форме, когда число звеньев велико, а отклонения их параметров значительны, весьма трудно. Поэтому при анализе переходных процессов допускаем, что относительные отклонения индуктивностей L и емкостей C звеньев малы ($\Delta L/L \ll 1$, $\Delta C/C \ll 1$), поэтому будем учитывать только малые поправки первого порядка относительно этих величин.

При статистическом разбросе параметров важно знать, как зависит средний квадрат отклонения переходной функции от среднеквадратического разброса параметров. При намеренном отклонении параметров звеньев интересно выяснить, какие изменения параметров улучшают форму импульса, а какие ухудшают ее.

Изучение вопроса о построении переходной функции ИЛ с неидентичными звеньями привело нас к заключению, что в этом случае трактовка ИЛ как каскадного включения симметричных Т-образных звеньев неудачна, потому что индуктивности в соседних звеньях надо рассматривать как отдельные элементы, хотя ясно, что они относятся к единой катушке и им следует приписать одинаковые свойства. Чтобы избавиться от этого неудобства, представим ИЛ в виде каскадного включения несимметричных Г-образных звеньев. Такая схема представлена на рис. 9.1. Рассмотрим, как изменяются при этом уравнения. Прежде всего, Г-образные звенья из-за несимметрии описываются двумя характеристическими сопротивлениями: для падающей волны $\omega_1(p)$ и отраженной волны $\omega_2(p)$, которые определяются следующими равенствами:

$$\omega_1(p) = \rho(\sqrt{1+p^2} + p), \quad \omega_2(p) = \rho(\sqrt{1+p^2} - p). \quad (9.1)$$

Характеристический показатель для волн, распространяющихся в прямом и обратном направлении, одинаков и определяется выражением

$$e^{-\tau/2} = \sqrt{1+p^2} - p. \quad (9.2)$$

Из схемы на рис. 9.1,а видно, что напряжение на нагрузке определяется через ток i_0 в начале ИЛ; чтобы найти его, напишем выражения для напряжения и тока на выходе звена с номером k :

$$\begin{aligned} u_{k\pm} &= M_1 e^{-\gamma k} + M_2 e^{\gamma k}, \\ i_k &= (M_1/\omega_1) e^{-\gamma k} - (M_2/\omega_2) e^{\gamma k}. \end{aligned} \quad (9.3)$$

Постоянные M_1 и M_2 определяются из равенств, характеризующих условия на концах ИЛ:

на входе

$$E = i_0 z + u_0, \quad (9.4)$$

на выходе

$$i_n = 0,$$

где z — суммарное сопротивление элементов, включенных на входе ИЛ,

$$z = R + z_d - \rho\rho. \quad (9.5)$$

В этом равенстве дополнительное сопротивление представлено в виде разности $(z_d - \rho\rho)$, потому что часть до-

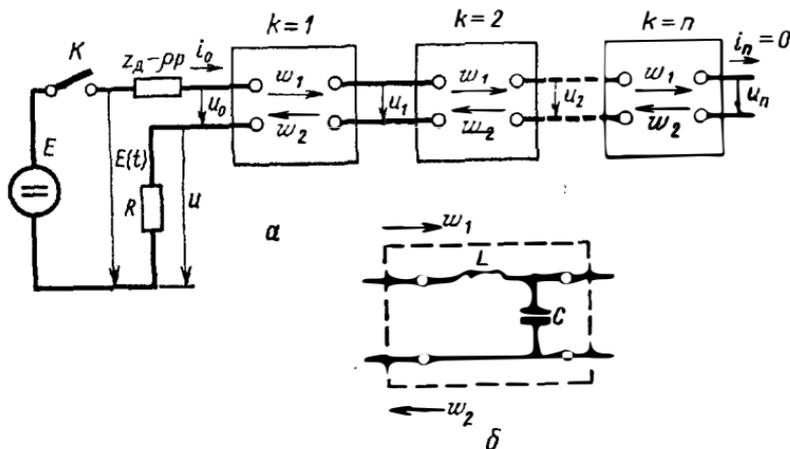


Рис. 9.1. а — ИЛ, состоящая из несимметричных Г-образных звеньев; б — Г-образное звено.

полнительной индуктивности следует считать включенной в первое звено; но, с другой стороны, мы хотим сохранить за величиной z_d тот же смысл, который приписывали ей в предыдущих главах, т. е.

$$z_d = \rho_1 \rho_1$$

где

$$\mu = L_d/0,5 L.$$

Наложим на уравнения (9.3) условия (9.4) и, определив постоянные M_1 и M_2 , получим следующее выражение для тока в начале ИЛ:

$$i_0 = \frac{E}{z + \omega_1} \frac{1 - e^{-2\gamma n}}{1 - \kappa e^{-2\gamma n}}, \quad (9.6)$$

где κ — коэффициент отражения по напряжению в начале ИЛ,

$$\kappa = (z - \omega_2)/(z + \omega_1). \quad (9.7)$$

Полезно обратить внимание на структуру коэффициента отражения (9.7) при несимметричных звеньях: ω_2 оказался в числителе, а ω_1 — в знаменателе.

Предполагая, что модуль коэффициента отражения κ мал относительно единицы, представим знаменатель (9.6) в виде ряда по κ

$$i_0 = [E/(z + \omega_1)] [1 - (1 - \kappa)e^{-2\gamma n} - \kappa(1 - \kappa) \times \\ \times e^{-4\gamma n} - \dots]. \quad (9.8)$$

В дальнейшем мы будем учитывать только две первые компоненты этого выражения.

Для напряжения на нагрузке имеем

$$u = [ER/(z + \omega_1)] [1 - (1 - \kappa)e^{-2\gamma n}]. \quad (9.9)$$

Итак, мы видим, что ИЛ, трактуемая как каскадное включение несимметричных Г-образных звеньев, описывается почти теми же выражениями, которые мы имели для ИЛ, трактуемой как каскадное включение симметричных Г-образных звеньев. Опираясь на эти результаты, составим операционное выражение для переходной функции при малой неидентичности звеньев.

9.2. Переходная функция при малой неидентичности звеньев

Рассмотрим эквивалентную схему на рис. 9.2, где ИЛ заменена каскадным включением трех четырехполюсников. Первый четырехполюсник имеет $(k-1)$ звено, третий — $(n-k)$ звеньев, второй — одно звено. Предполагается, что параметры этого звена ω_{1k} , ω_{2k} , γ_k незначитель-

не отличаются от идентичных параметров остальных звеньев $\omega_1, \omega_2, \gamma$, т. е.

$$\frac{\Delta\omega_{1k}}{\omega_1} = \frac{(\omega_{1k} - \omega_1)}{\omega_1} \ll 1, \quad \Delta\gamma_k = \gamma_k - \gamma \ll 1. \quad (9.10)$$

Здесь, разумеется, речь идет о модулях комплексных значений соответствующих величин.

Будем учитывать поправки к переходной функции от неидентичности звеньев только первого порядка. Ясно,

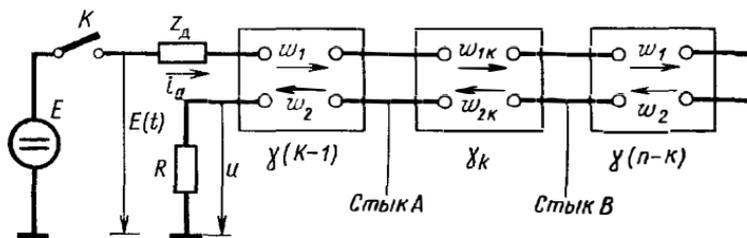


Рис. 9.2. Эквивалентная схема ИМ и ИЛ из n звеньев с неидентичным звеном k .

что поправки от неидентичности каждого звена будут входить аддитивно, поэтому достаточно учесть поправки от среднего звена с номером k , а потом просуммировать результат по k в пределах от 1 до n . Чтобы составить выражение для напряжения на нагрузке, учтем отражения прямых волн от стыков A и B , для этого введем коэффициенты отражения по напряжению $\Delta x_A, \Delta x_B$, а также учтем изменение показателя $2n\gamma$ для волны, отраженной от правого конца ИЛ, на величину $2\Lambda\gamma_k$ (разумеется, все это верно только потому, что мы учитываем лишь малые первого порядка). Принимая во внимание выражение (9.7) и рассматривая схему на рис. 9.2, напишем выражения

$$\begin{aligned} \Delta x_A &= \frac{\omega_{1k} - \omega_1}{\omega_{1k} + \omega_2} \approx \frac{\Delta\omega_{1k}}{2\rho\sqrt{1+\rho^2}}; & \Delta x_B &= \\ &= \frac{\omega_1 - \omega_{1k}}{\omega_1 + \omega_{2k}} \approx -\frac{\Delta\omega_{1k}}{2\rho\sqrt{1+\rho^2}}. \end{aligned} \quad (9.11)$$

Существенно заметить, что Δx_A и Δx_B имеют одинаковую величину, но разные знаки, поэтому можно предположить, что волны, отраженные от стыков A и B , будут компенсироваться. Однако полной компенсации не будет,

потому что волна, отраженная от стыка B , получит запаздывание, большее на время пробега двух звеньев (пробег по звену k в прямом и обратном направлении). При этом мы не учитываем коэффициенты отражения от стыков B и A для обратных волн, потому что они пробегают одинаковое число звеньев и компенсируются. Кроме того, в стыках A и B будут возникать преломленные волны, однако их амплитуды пропорциональны $(1 - \Delta\kappa_A)$ и $(1 - \Delta\kappa_B)$, а число пробегаемых ими звеньев одинаково, и потому поправки от них тоже будут компенсироваться.

Итак, для рис. 9.2 вместо (9.9) получим

$$u(p) = [E(p) R/(z + \omega_1)] \{1 - (1 - \kappa) e^{-2\gamma n} - (1 - \kappa) [\Delta\kappa_A e^{-2\gamma(k-1)} + \Delta\kappa_B e^{-2\gamma k} - 2\Delta\gamma_k e^{-2\gamma n}]\}. \quad (9.12)$$

Отсюда найдем поправку к напряжению на нагрузке Au_k за счет отклонения параметров звена с номером k :

$$\Delta u_k = [E(p) R/(z + \omega_1)] (1 - \kappa) [-\Delta\kappa_A (1 - e^{-2\gamma}) e^{-2\gamma(k-1)} + 2\Delta\gamma_k e^{-2\gamma n}]. \quad (9.13)$$

Структура выражения (9.13) позволяет сделать некоторые заключения о влиянии неидентичности звеньев ИЛ на переходную характеристику.

1. Это выражение содержит две компоненты. Первая характеризует волны, отраженные от стыков A и B (показатели экспонент $2\gamma(k-1)$ и $2\gamma k$). Она учитывает влияние неидентичности звена с номером k на характеристическое сопротивление. Волны, отраженные от стыков A и B , достигают нагрузки с тем большим запаздыванием, чем больше номер звена. Отсюда следует, чем больше номер звена с неидентичностью, тем на более позднюю часть импульса оно будет влиять.

2. Вторая компонента с экспонентой $2\gamma n$ отражает влияние неидентичности параметров звена k на волну, пробегающую дважды по ИЛ. Ясно, что она отражает влияние неидентичности параметров звена k на спад импульса. Следует подчеркнуть, что и компоненты, вызванные неидентичностью ω_k , также влияют на спад импульса и при том тем больше, чем больше значение k .

Анализ выражений (9.13) и (9.11) и равенств (9.1) и (9.2) привел к заключению, что они зависят от экспоненты $e^{-\gamma/2}$, описывающей в операционной форме коэф-

фициент передачи одного звена ИЛ. Поэтому введем для этой функции обозначение

$$X(p) = e^{-\tau/2} = \sqrt{1 + p^2} - p. \quad (9.14)$$

Как следует из (9.1), через функцию $X(p)$ выражается и характеристическое сопротивление для прямой и обратной волн:

$$\rho_1(p) = \rho/X, \quad \rho_2(p) = \rho X. \quad (9.15)$$

Чтобы составить равенства для определения приращений характеристических параметров $\Delta\omega_{1k}$ и $\Delta\gamma_k$ через приращение параметров звена, индуктивности ΔL_k и емкости ΔC_k , надо учесть, что эти приращения, в свою очередь, повлияют на приращение таких параметров звена, как характеристика ρ_k и частота среза ω_k , которые связаны равенствами

$$\rho_k = \sqrt{L_k/C_k}, \quad \omega_k = 2/\sqrt{L_k C_k}. \quad (9.16)$$

Введем обозначения для относительных отклонений L_k и C_k :

$$\sigma_{Lk} = \Delta L_k/L_k, \quad \sigma_{Ck} = \Delta C_k/C_k. \quad (9.17)$$

Тогда найдем

$$\begin{aligned} (\dot{\Delta}\rho_k/\rho) &= 0,5 (\sigma_{Lk} - \sigma_{Ck}), \\ (\Delta\omega_k/\omega) &= -0,5 (\sigma_{Lk} + \sigma_{Ck}). \end{aligned} \quad (9.18)$$

Частота ω_k входит в выражение для безразмерного оператора $p = p_1/\omega_k$, следовательно, приращение

$$\Delta p/p = 0,5 (\sigma_{Lk} + \sigma_{Ck}). \quad (9.19)$$

Чтобы выразить приращения $\Delta\omega_{1k}$ и $\Delta\gamma_k$ через $\Delta\rho$ и Δp , надо учесть, что приращение Δp повлияет на приращение $\Delta X(p)$:

$$\Delta X(p) = X'(p) p (\Delta p/p). \quad (9.20)$$

После вычислений найдем

$$X'(p) = -X(p)/\sqrt{1+p^2}. \quad (9.21)$$

Таким образом, получим

$$\Delta X/X = -(p/\sqrt{1+p^2}) (\Delta p/p). \quad (9.22)$$

Найдем теперь связь $\Delta\omega_{1k}$ с $\Delta\gamma_k$ через $\Delta\rho$ и Δp . Из равенства (9.14) следует, что

$$\Delta\gamma/2 = -(X'(p) p/X(p)) (\Delta p/p). \quad (9.23)$$

Таким образом, комбинируя последнее равенство с (9.21), найдем

$$\Delta\gamma/2 = (\rho/\sqrt{1+p^2}) (\Delta\rho/\rho). \quad (9.24)$$

Из выражения (9.15) получаем

$$\Delta\omega_1 = (\rho/X) (\Delta\rho/\rho - \Delta X/X). \quad (9.25)$$

С учетом (9.22) запишем

$$\Delta\omega_1 = (\rho/X) [(\Delta\rho/\rho) + (\rho/\sqrt{1+p^2}) (\Delta\rho/\rho)]. \quad (9.26)$$

Итак, используя равенства (9.24), (9.26), (9.18) и (9.19), получим равенства, выражающие прямую связь приращений характеристических параметров через приращения ΔL и ΔC ,

$$\Delta\gamma_k/2 = 1/2 (\sigma_{Lk} + \sigma_{Ck}) \rho/\sqrt{1+p^2}, \quad (9.27)$$

$$\Delta\omega_{1k} = (\rho/2X) [(\sigma_{Lk} - \sigma_{Ck}) + (\sigma_{Lk} + \sigma_{Ck}) \rho/\sqrt{1+p^2}]. \quad (9.28)$$

Полученные выражения показывают, что в одно из них ($\Delta\gamma_k$) входит компонента, пропорциональная сумме $(\sigma_{Lk} + \sigma_{Ck})$, а во второе ($\Delta\omega_{1k}$) — две компоненты, пропорциональные сумме $(\sigma_{Lk} + \sigma_{Ck})$ и разности $(\sigma_{Lk} - \sigma_{Ck})$. Первая характеризует приращение частоты среза $\Delta\omega_k$, а вторая — характеристики звена $\Delta\rho_k$. Из этих выражений следует, что если $\sigma_{Lk} = \sigma_{Ck}$, то компонента, вызванная $\Delta\rho_k$, компенсируется, но остается компонента, связанная с $\Delta\omega_k$. В случае, если $\sigma_L = -\sigma_C$, исчезает компонента, вызванная $\Delta\omega_k$, но остается компонента, связанная с $\Delta\rho_k$. Иногда предполагают, что влияние σ_C можно компенсировать влиянием σ_L . Все сказанное выше показывает, что это не так. Компенсация может получиться только в том случае, если поправка за счет $\Delta\omega_k$ будет очень мала, например когда частота среза ω_k очень велика и можно считать $\rho/\omega_k \rightarrow 0$.

После преобразований и учета обозначения (9.14) вместо (9.28) получим

$$\Delta\omega_{1k} = \rho (\sigma_{Lk} - \sigma_{Ck} X^2) / 2X^2 \sqrt{1+p^2}. \quad (9.29)$$

Учитывая (9.11), напишем

$$\Delta\kappa_A = (\sigma_{Lk} - \sigma_{Ck} X^2) / 4\sqrt{1+p^2} X^2. \quad (9.30)$$

Вернемся к выражению для поправки к напряжению на нагрузке (9.13) и введем в него равенства (9.27) и (9.30). Однако, чтобы придать последующим равенствам компактную форму, введем новое обозначение для коэффициента передачи входной цепи ИЛ:

$$K(p) = R(1 - \kappa_1)/(z + \omega_1) \sqrt{1 + p^2}. \quad (9.31)$$

Это выражение пропорционально падающей волне тока на входе ИЛ с учетом отраженной волны. Кроме того, в знаменателе есть радикал, который сократится с радикалом в числителе после замены X выражением (9.7). Используем обозначение (9.14), тогда вместо (9.13) получим

$$\Delta u_k = K(p) \{ -(\tau_{Lk} - \tau_{Ck} X^2) [(1 - X^4)/4p \sqrt{1 + p^2} X^2] X^{4(k-1)} + 2(\tau_{Lk} + \tau_{Ck}) X^{4n} \} p E(p). \quad (9.32)$$

Это выражение можно значительно упростить, так как второй множитель в первом слагаемом равен единице, ибо для функции X имеет место следующее тождество:

$$1 - X^4 = 4p \sqrt{1 + p^2} X^2. \quad (9.33)$$

Докажем справедливость этого тождества. Непосредственно из (9.14) получаем два тождества, содержащие X^2 :

$$1 - X^2(p) = 2pX(p), \quad 1 + X^2(p) = 2\sqrt{1 + p^2} X(p). \quad (9.34)$$

Перемножив эти тождества, убеждаемся в справедливости (9.33). После учета (9.33) введем обозначения

$$u_{Lk}(p) = K(p) [-X^{4(k-1)}(p) + 2X^{4n}(p)] E(p) p, \quad (9.35)$$

$$u_{Ck}(p) = K(p) [X^{4(k-2)}(p) + 2X^{4n}(p)] E(p) p$$

и запишем формулу (9.32) в следующем виде:

$$\Delta u_k = \sigma_{Lk} u_{Lk} + \sigma_{Ck} u_{Ck}. \quad (9.36)$$

Это равенство показывает, что u_{Lk} и u_{Ck} есть так называемые функции влияния или функции чувствительности. Они связывают отклонения параметров звена с отклонением переходной функции Δu_k .

Найдем временные функции, соответствующие (9.35). Эти уравнения содержат несколько компонент одинаковой структуры, поэтому достаточно найти временную

функцию для одной из них, например для первой во втором равенстве (9.35). Обозначим ее через $A_h(p)$, т. е.

$$A_h(p) = K(p) X^{4h-2}(p) E(p) p. \quad (9.37)$$

Последнее выражение содержит произведение двух спектральных функций $K(p)$ и $X^{4h-2}(p)$, причем вторая играет главную роль, а первую можно выразить как комбинацию тех же функций $X(p)$. Однако такой подход приведет к тому, что формула (9.37) распадается на несколько слагаемых и вычисления будут достаточно сложными.

Следует подчеркнуть, что не требуется большой точности вычисления функций влияния $u_{i,h}(t)$ и $u_{сн}(t)$, поскольку речь идет об определении поправки первого приближения. Поэтому представляет интерес такой подход, который приведет к простому результату ценой некоторой потери точности. Поскольку функция $K(p)$ соответствует достаточно крутому фронту падающей волны, то можно считать, что она описывает идеальное запаздывающее звено.

Еще более простым является другой подход, когда звено с коэффициентом $K(p)$ заменяется некоторым эквивалентным звеном, коэффициент передачи которого выражается через $X(p)$. Эквивалентность можно понимать в том смысле, что оба звена сводятся к одинаковым звеньям с идеальным запаздыванием. Если в (9.31) подставить выражения (9.1), (9.5) — (9.7), то с учетом $R = m\mu$ получим

$$K(p) = 2m / (m + \mu p + \sqrt{1 + p^2})^2. \quad (9.38)$$

Если заменить (9.38) выражением для идеального звена с запаздыванием t_0 , то будем иметь

$$K(p) = K(0) e^{-pt_0}. \quad (9.39)$$

Представим (9.38) и (9.39) в виде двух членов рядов по p и сопоставим их, после чего найдем

$$K(0) = 2m / (m + 1)^2, \quad (9.40)$$

$$t_0 = 2\mu / (m + 1). \quad (9.41)$$

С другой стороны, если звено с $X(p)$ представим идеальным запаздывающим звеном, то получим

$$X(p) \rightarrow e^{-p}, \quad (9.42)$$

поскольку $X(0) = 1$.

Составляя (9.42) и (9.39), приходим к выводу, что можно заменить

$$K(p) \rightarrow K(0) X^{t_0}(p) \quad (9.43)$$

или

$$K(p) = [2m/(m+1)^2] X^{t_0}(p). \quad (9.44)$$

Подставив (9.44) в (9.37) и заменив $E(p) = E/\rho$, получим следующее приближенное выражение:

$$A_k(p) = [2m/(m+1)^2] X^{4k+t_0-2}(p) E. \quad (9.45)$$

Для определения временной функции используем операционное соответствие

$$X^v(p) \rightarrow vJ_v(t)/t. \quad (9.46)$$

Для сокращения записи введем обозначение

$$vJ_v(t)/t = X_v(t). \quad (9.47)$$

Тогда операционное соответствие (9.46) представим в виде

$$X^v(p) \rightarrow X_v(t). \quad (9.48)$$

Итак, для искомой временной функции получим выражение

$$A_k(t) = [2m/(m+1)^2] X_{4k+t_0-2}(t) E. \quad (9.49)$$

Формула (9.49) приобретает особенно простой вид, при $m=1$, когда $t_0=3$ при $\mu=3$:

$$A_k(t) = X_{4k+\mu-2}(t) E/2. \quad (9.50)$$

Таким образом, учитывая все сказанное, получим следующие временные представления при $m=1$:

$$(2/E) u_{Lk}(t) = -X_{4k+\mu-4}(t) + 2X_{4n+\mu}(t), \quad (9.51)$$

$$(2/E) u_{Ck}(t) = X_{4k+\mu-2}(t) + 2X_{4n+\mu}(t). \quad (9.52)$$

Чтобы учесть разброс параметров во всех звеньях, перейдем к сумме по k от $k=1$ до $k=n$:

$$\Delta u = \sum_{k=1}^n (u_{Lk} \tau_{Lk} + u_{Ck} \tau_{Ck}). \quad (9.53)$$

Рассмотрим порядок расчета по (9.53), если отклонения параметров σ_{Lk} и σ_{Ck} носят случайный характер. В этом случае надо использовать некоторые понятия теории вероятностей. Если считать, что отклонения σ_{Lk} и σ_{Ck} — независимые случайные величины с нулевым средним значением, то среднее значение отклонения переходной характеристики Δu также равно нулю, т. е. $\overline{\Delta u} = 0$. Чтобы найти среднеквадратическое отклонение $\overline{\Delta u^2}$, возведем (9.53) в квадрат и произведем статистическое усреднение с учетом того, что случайные величины σ_{Lk} и σ_{Ck} независимы, тогда получим

$$\overline{\Delta u^2} = \sum_{k=1}^n (u_{Lk}^2 \overline{\sigma_{Lk}^2} + u_{Ck}^2 \overline{\sigma_{Ck}^2}). \quad (9.54)$$

Далее можно считать, что среднеквадратические отклонения параметров $\overline{\sigma_{Lk}^2}$, $\overline{\sigma_{Ck}^2}$ одинаковы для всех k , тогда из (9.54) следует более простое выражение:

$$\overline{\Delta u^2} = \overline{\sigma_L^2} \sum_{k=1}^n u_{Lk}^2 + \overline{\sigma_C^2} \sum_{k=1}^n u_{Ck}^2. \quad (9.55)$$

Найдем экстремальные значения добавочного напряжения на нагрузке при изменении параметров ячеек ИЛ. Расчеты по формулам (9.51) и (9.52) дают следующие результаты: при изменении параметров второй ячейки ($k=2$) первый экстремум (максимальный) равен 0,3, третьей ячейки — 0,26, четвертой — 0,245 и девятой — 0,2, т. е., чем дальше от начала ИЛ отстоит ячейка, тем слабее проявляется ее искажающее действие на форму импульса при изменении индуктивности или емкости.

Следовательно, максимальное отклонение вершины импульса от стационарного значения u_0 , соответствующего идентичным звеньям, составляет 0,3 $\sigma_L(\sigma_C)$ для второй ячейки, 0,26 $\sigma_L(\sigma_C)$ для третьей ячейки, 0,2 $\sigma_L(\sigma_C)$ для девятой ячейки и т. д. Таким образом, в среднем максимальные отклонения вершины импульса от u_0 примерно в 4 раза слабее изменения индуктивности или емкости от номинального значения:

$$\Delta u/u \leq 1/4 \sigma_L(\sigma_C). \quad (9.56)$$

Рассмотрим рис. 9.3—9.8, где представлены графики и осциллограммы вершины импульса при $\mu=1$ и $n=10$.

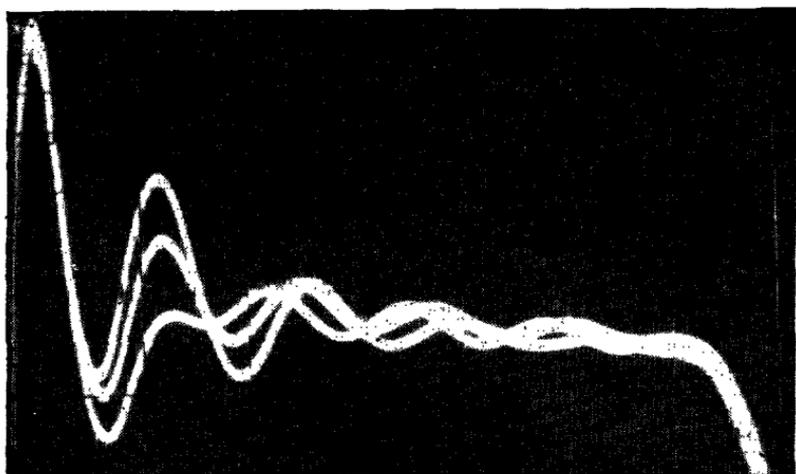
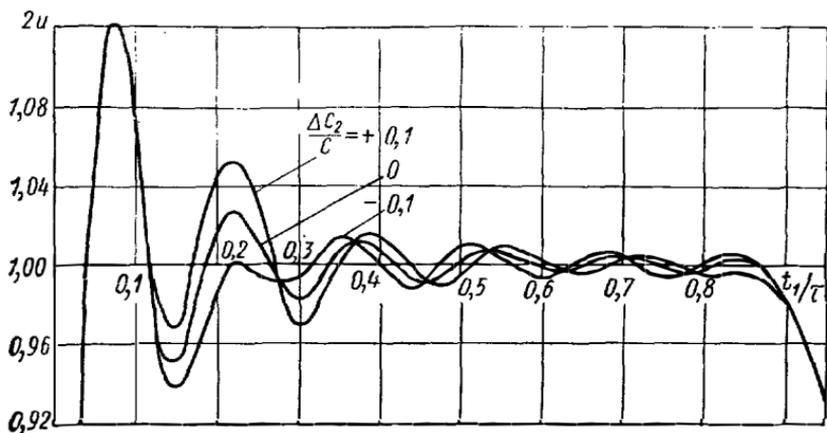


Рис. 9.3. Сопоставление расчетной и экспериментальной вершин импульса для модулятора с ИЛ ($n=10$) при изменении емкости второго звена ($k=2$).

На рисунках (об осциллограммах будет подробнее сказано в § 9.3) показано влияние изменения емкостей и индуктивностей второй, третьей, четвертой ячеек ($k=2, 3, 4$) на $\pm 10\%$ ($\sigma_{Lk} = \sigma_{Ck} = \pm 0,1$) на форму импульса. Графики импульсов строились следующим образом: сначала были построены импульсы, формируемые однородной ИЛ по формуле (3.11), затем добавляли либо

$\pm \sigma_{Ch} u_{Ch}$, либо $\pm \sigma_{Lk} u_{Lk}$, рассчитанные по формулам (9.51) и (9.52).

На рис. 9.9 показано влияние на форму импульса изменения емкости и индуктивности первой ячейки на $\pm 10\%$, а также последней индуктивности ИЛ при $n=10$ на -25% . Одновременное изменение $\Delta L/L_1$ и $\Delta C/C_1$ мы иллюстрируем намеренно. Результатом их совместного действия является дополнительная составляющая, которая и отражена на рис. 9.9. Из рис. 9.9 видно, что одновременное увеличение индуктивности и емкости первой

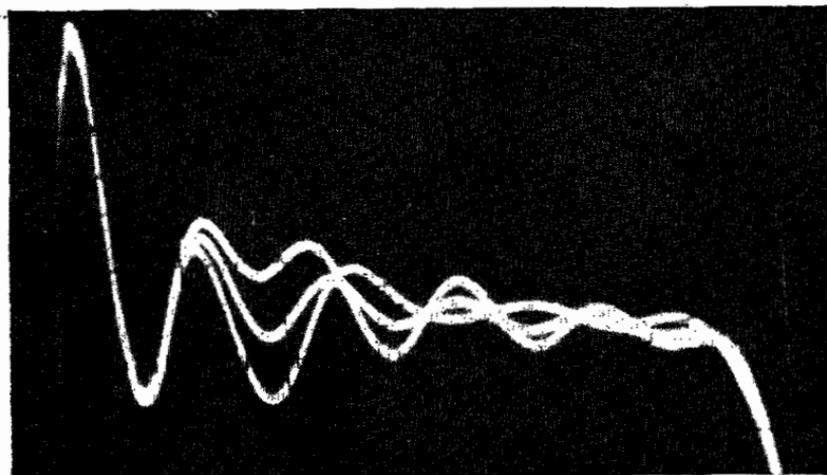
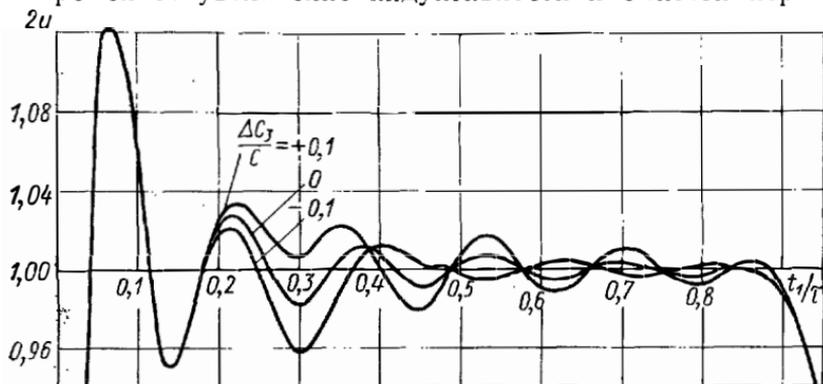


Рис. 9.4. Сравнение расчетной и экспериментальной вершин импульса для модулятора с ИЛ ($n=10$) при изменении емкости третьего звена ($k=3$).

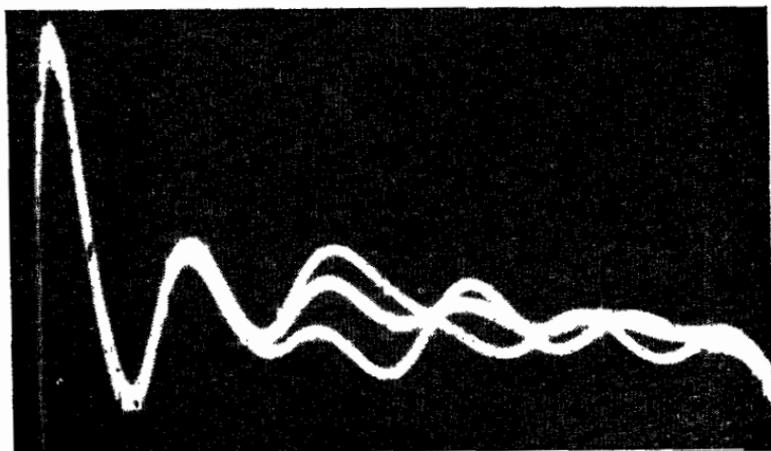
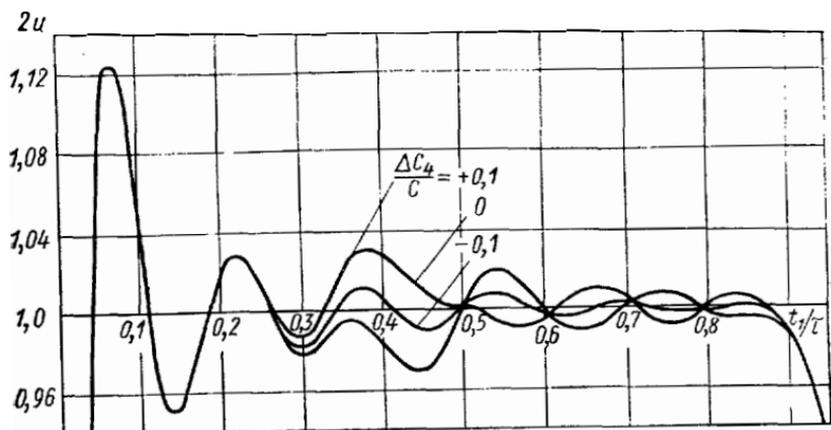


Рис. 9.5. Сравнение расчетной и экспериментальной вершин импульса для модулятора с ИЛ ($n=10$) при изменении емкости четвертого звена ($k=4$).

ячейки на 10% хотя и приводит к некоторому увеличению первого выброса, но существенно уменьшает первый провал (3,3 вместо 5%). Уменьшаются также все другие осцилляции. Уменьшить первый выброс и в еще большей мере остальные колебания можно, увеличивая первую индуктивность. Таким образом, мы получили результаты, аналогичные результатам гл. 3, где рассматривали одно-

временное изменение индуктивности и емкости первой ячейки.

Из рис. 9.9 также видно, что уменьшение последней индуктивности полезно, так как, несмотря на небольшое

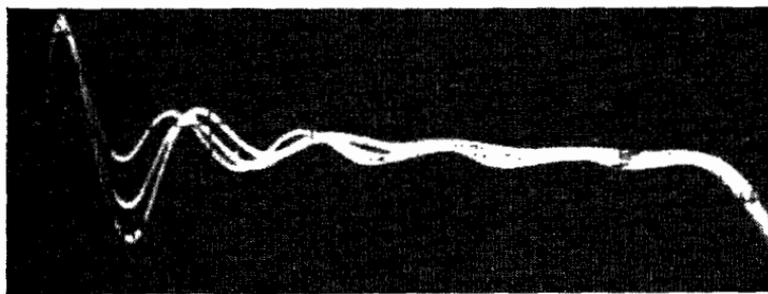
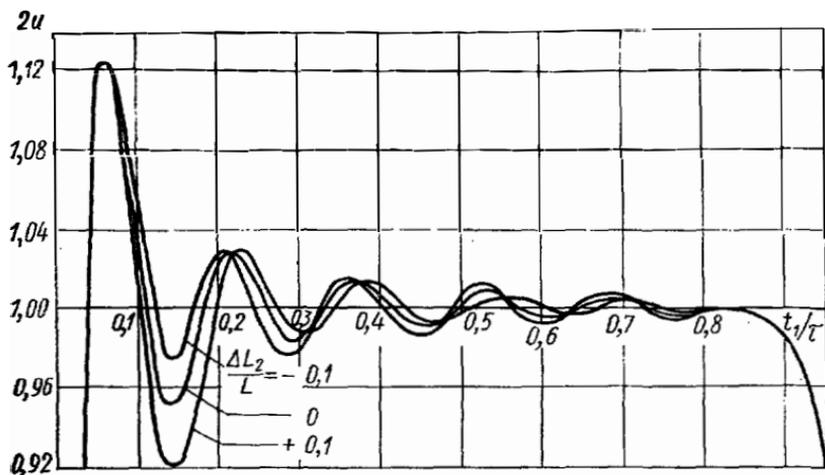


Рис. 9.6. Сопоставление расчетной и экспериментальной вершин импульса для модулятора с ИЛ ($n=10$) при изменении индуктивности второго звена ($k=2$).

возрастание последнего выброса, улучшается спад импульса, он становится более крутым. На всех рисунках графики представлены без учета потерь в ИЛ, которые, как известно (гл. 6), вызывают спад вершины импульса. Таким образом, в реальной ИЛ, формирующей хотя бы небольшой спад вершины, последний выброс из-за умень-

шения индуктивности не превысит других осцилляций на вершине, зато спад импульса будет более крутым.

По аналогии с первой ячейкой можно предположить, что одновременное увеличение последней емкости примерно на 10% и уменьшение последней индуктивности

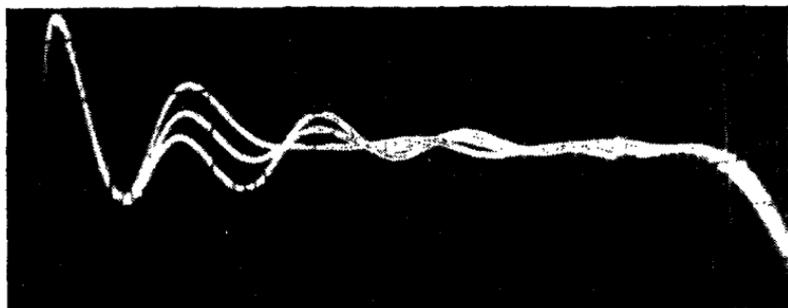
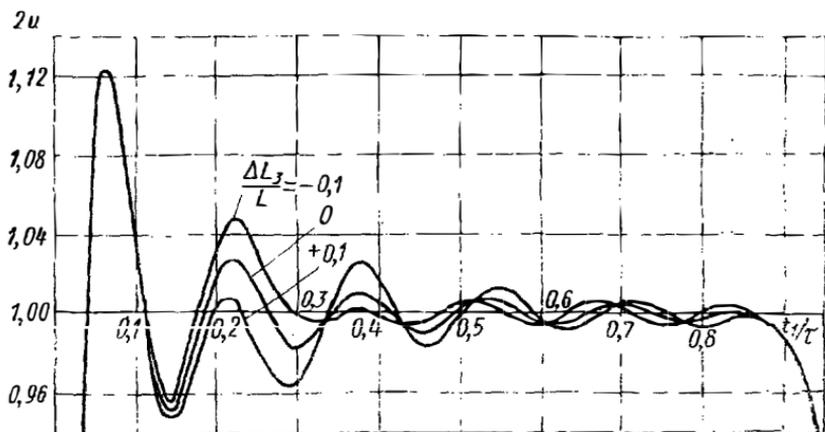


Рис. 9.7. Сопоставление расчетной и экспериментальной вершины импульса для модулятора с ИЛ ($n=10$) при изменении индуктивности третьего звена ($k=3$).

на 10—15% обеспечит еще лучшую коррекцию спада импульса.

Можно высказать также некоторые соображения о компенсации спада вершины импульса неоднородной ИЛ. При постепенном уменьшении индуктивностей всех ячеек от начала к концу ИЛ, т. е. $L_n < L_{n-1} < \dots < L_1 = R^2 C$, а лучше при увеличении от конца к началу, т. е.

$L_1 > L_2 > \dots > L_n = R^2 C$ (для того чтобы создать отрицательное напряжение на коммутирующем элементе после формирования импульса для ускорения его деионизации), можно скомпенсировать спад вершины, возникающий из-за потерь в индуктивностях ИЛ и в импульсном транс-

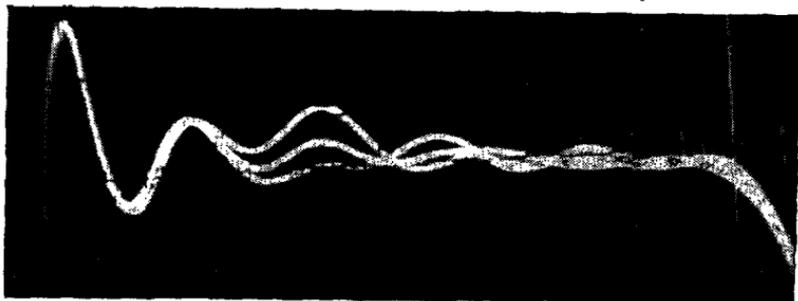
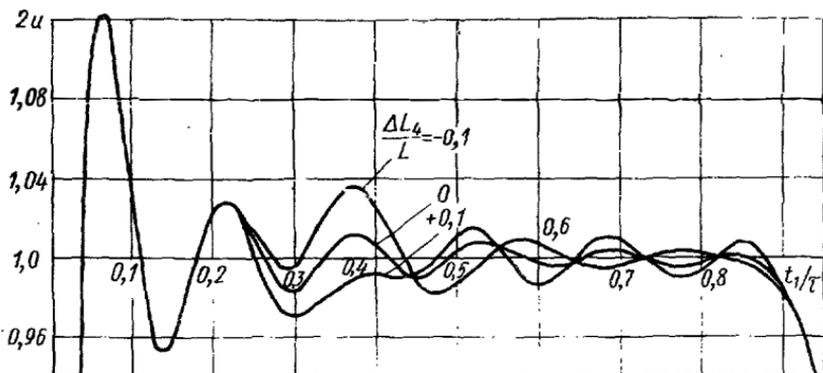


Рис. 9.8. Сопоставление расчетной и экспериментальной вершины импульса для модулятора с ИЛ ($n=10$) при изменении индуктивности четвертого звена ($k=4$).

форматоре. Допустим, что однородная ИЛ создаст спад вершины импульса на нагрузке 1% и импульсный трансформатор добавляет еще 1,5%. Таким образом, общий спад вершины равен 2,5%. Для его компенсации следует увеличивать индуктивности от конца к началу ИЛ постепенно, так чтобы первая индуктивность превышала последнюю примерно на 10%, т. е. σ_L была в 4 раза больше требуемой компенсации $\Delta u/u$ согласно (9.56). Если при этом ИЛ имеет число ячеек $n=10$, то соседние

индуктивности будут отличаться на 1%, если $n=20$, $\Delta L/L=0,5\%$.

Подведем некоторые итоги. Подробные расчеты приводят к следующим рекомендациям: индуктивность первой ячейки должна быть больше других индуктивностей в 2 раза ($\mu=3$), т. е. $L_1=0,5 L (1+\mu)=2L$, индуктивность

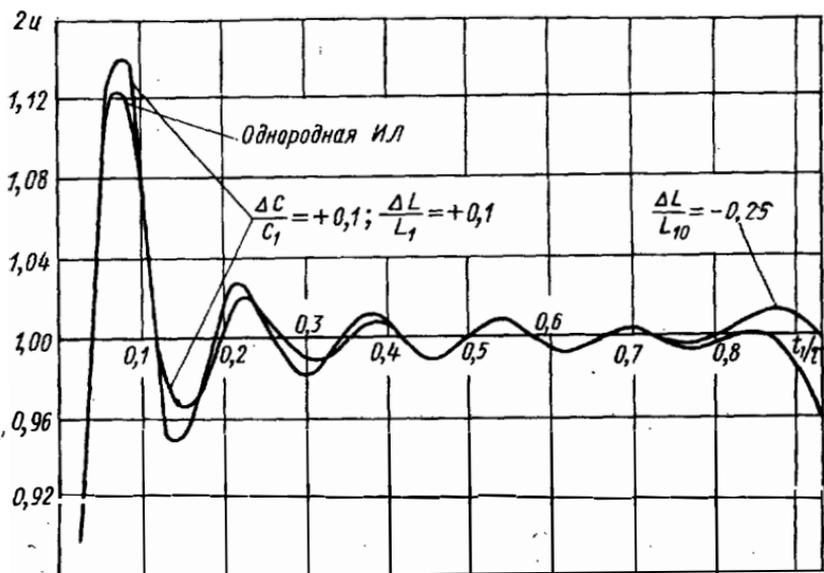


Рис. 9.9. Вершина импульса, формируемого однородной ИЛ при $n=10$ -и ИЛ с отклонением параметров первой и последней ячеек от номинальных значений.

последней ячейки должна быть уменьшена на 25%, емкость первой ячейки — увеличена на 10%. При этом, если параметры остальных ячеек имеют номинальные значения, то осцилляции на вершине не превысят 0,5%. Если в ИЛ установлены элементы с максимальным отклонением $\pm 5\%$, то осцилляции не превысят 0,7%, если элементы с отклонением $\pm 10\%$, то осцилляции не превысят 1%. Заметим, что приведенные здесь рекомендации не зависят от числа ячеек ИЛ.

Если корректировать импульс, применяя активные элементы, например шунтируя индуктивность первой ячейки сопротивлением (гл. 7), то полезно уменьшить индуктивность второй ячейки на 10%. Из рис. 9.6 видно, что уменьшение L_2 на 10% влияет в основном на первый

провал, он уменьшается с 5 до 2,5%. Остальные осцилляции при этом не изменяются. Как известно из гл. 7, при шунтировании первой индуктивности активным сопротивлением $r_{ш} = 4r$ первый выброс падает до нуля, а первый провал уменьшается с 5 до 3%, т. е. корректируется мало. Можно предположить, что если шунтировать первую индуктивность сопротивлением, а вторую индуктивность уменьшить на 10%, то на вершине импульса осцилляции не превысят 1,5%.

Производился также расчет среднего отклонения переходной характеристики $\overline{\Delta u^2}$ для ИЛ из 10 ячеек. При этом предполагалось, что $\sigma_i = 0$, и считалось, что используются конденсаторы с максимальным отклонением $\sigma_{\text{макс}} = \Delta C/C = \pm 10\%$. Тогда средний квадрат отклонения согласно правилу „трех сигм“ для нормального распределения $\sigma^2 = (0,1/3)^2 = 1,1 \cdot 10^{-4}$. По (9.52) вычислялись $u_{Ск}^2$ без учета второй компоненты (так как мы искали $u_{Ск}^2$ только на вершине импульса). В соответствии с (9.54) средний квадрат отклонения переходной характеристики равен $\overline{\Delta u^2} = 69 \cdot 10^{-6}$ или $\sqrt{\overline{\Delta u^2}} = 0,83 \cdot 10^{-2}$ (эта величина отнесена к установившемуся значению напряжения на нагрузке, т. е. считается $u_0 = 1$).

9.3. Экспериментальная проверка влияния разброса параметров на форму импульса

Эксперименты проводились на импульсном модуляторе по схеме на рис. 9.10. ИЛ имела число ячеек $n = 10$. Волновое сопротивление $\rho = 60, 112, 141$ Ом. Индуктивность ячейки для всех ИЛ $L = 60$ мкГ. Импульсы наблюдались и фотографировались на осциллографе С1-15 с дифференциальным усилителем С1-15/2, имеющим два входа для подробного исследования вершины импульса. На один вход подавался импульс напряжения, на другой — калиброванное постоянное регулируемое напряжение от осциллографа С1-15, в результате нижняя часть импульса срезалась. Модулятор запускался от генератора импульсов Г5-15. В качестве коммутирующего элемента применялся тиристор типа 2У-203И. Чтобы на результаты эксперимента не влияли такие факторы, как изменение напряжения сети, частоты повторения импульсов и т. д., модулятор питался от стабилизированного

выпрямителя, а генератор запуска и осциллограф — от феррорезонансного стабилизатора типа СН-500М. Импульсы осциллографировались после получасовой работы модулятора и всех приборов, чтобы исключить влияние переходных процессов, вызванных изменением темпера-

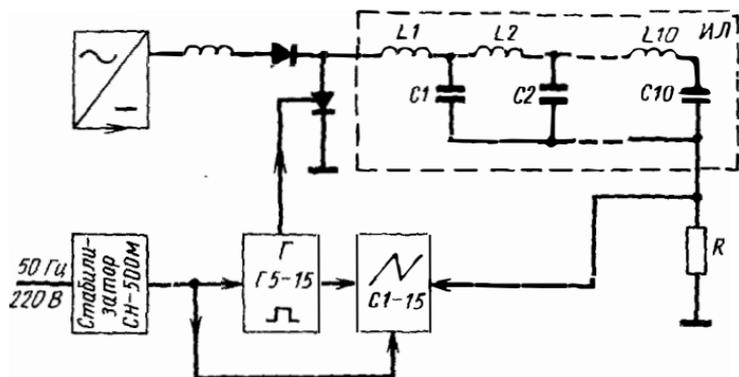


Рис. 9.10. Схема эксперимента для наблюдения импульсов, формируемых ИЛ с неидентичными звеньями.

туры на форму импульса (такое время было найдено в результате предварительных экспериментов).

Фотографировались импульсы при поочередном изменении емкости в ячейках 2, 3, 4, а также индуктивности в тех же ячейках ИЛ на $\pm 10\%$. Для большего удобства

Отклонения емкостей от номинальных значений в ячейках ИЛ в

Номер ячейки	$\Delta L/L_{\text{ср}}, \%$ при $L_{\text{ср}} = 61,34, \text{ мкГ}$	$\Delta C/C_{\text{ср}}$				
		4618,06	4633,91	4635,13	4712,71	4638,93
1	-0,46	-5,84	-1,40	-0,23	0,75	0,47
2	0,42	-0,33	-1,68	-1,39	-1,79	1,96
3	0,63	2,60	1,29	-0,03	-3,10	2,74
4	1,14	-0,11	-0,01	-0,85	-0,47	1,79
5	1,96	0,95	-0,78	2,05	0,17	-0,12
6	-1,76	2,63	-0,17	2,50	-1,63	-0,91
7	-1,37	-1,26	-0,91	-2,76	-1,88	-3,44
8	-1,67	-0,61	3,06	-0,75	7,49	-1,03
9	0,01	0,16	0,21	1,56	0,03	0,51
10	1,00	1,82	0,40	-0,49	0,44	-1,08

Примечание. $C_{\text{ср}}, L_{\text{ср}}$ — средние значения параметров ячеек; $C_{\text{ср}i}$ — среднее

анализа вершины импульса осциллограммы представлены вместе с графиками на рис. 9.3—9.8 и имеют примерно такой же масштаб. На каждом кадре приведены три осциллограммы: для ИЛ с идентичными звеньями (точнее, индуктивности имели отклонения согласно табл. 9.1, а емкости — на $\pm 1\%$) и при отклонении соответствующей емкости или индуктивности на $\pm 10\%$. Из сопоставления расчетных графиков и осциллограмм видно, что они хорошо совпадают.

Импульсы осциллографировались также для экспериментального определения статистических параметров переходной характеристики, в частности среднего квадрата отклонения. Для этого предварительно отобраны 110 конденсаторов типа КСОТ 4700 пФ $\pm 10\%$, емкости которых измеряли прибором ВМ-400 (Тесла), допускающим измерение с точностью до пяти верных знаков.

Средняя емкость при этом составила 4642,0 пФ, среднеквадратическое отклонение емкости (относительное) $\sqrt{\overline{\sigma_c^2}} = 2,6\%$ (эту величину можно было бы определить, используя правило „трех сигм“ для нормального распределения емкости конденсаторов, $\sqrt{\overline{\sigma_c^2}} = 10\%/3 = 3,3\%$). Затем фотографировалась осциллограмма напряжения на нагрузке при десяти любых конденсаторах, которые устанавливали в ИЛ из 10 ячеек. Таких экспериментов сделали 11. В табл. 9.1 приведены отклонения номинала

Таблица 9.1

11 экспериментах

%, при C_{cp}						$\Delta C/C_{cp}$, % при C_{cp} я. — 4642,0 пФ
4637,39	4591,83	4653,51	4635,88	4633,69	4637,93	
-2,08	0,72	-0,60	-2,95	-1,73	0,11	-1,2
0,76	-0,002	-4,33	-1,41	0,91	1,00	-0,5
0,31	2,63	0,24	-2,30	-1,13	-2,70	0,04
0,62	-0,76	0,96	2,35	2,21	-2,21	0,32
-1,21	0,64	0,42	1,59	0,21	4,07	0,72
2,18	-0,71	1,05	2,36	-1,17	-1,61	0,44
-1,27	-2,43	0,85	1,69	-0,55	-0,67	-1,15
-1,85	0,04	1,86	-0,20	0,99	-0,92	0,74
0,02	-0,05	0,08	0,09	2,07	0,94	0,51
2,53	-0,07	0,83	-1,22	-1,89	2,19	0,09

значение емкости каждой ячейки в 11 экспериментах.

от среднего значения конденсаторов в разных экспериментах. В последней колонке приведены отклонения средней емкости в каждой ячейке относительно общей средней емкости. Как и следовало ожидать, эти отклонения значительно меньше отклонений емкостей в отдельных экспериментах.

На рис. 9.11 приведены осциллограммы импульсов, соответствующие экспериментам табл. 9.1. Чтобы выявить микроструктуру вершины импульсов, амплитуда их была срезана на уровне примерно 0,94, а оставшаяся часть растянута. Там же, на рис. 9.11 (12), показан график усредненного импульса, начерченный в результате обработки 11 осциллограмм.

Из-за трудности сбора статистики мы не вычисляли среднеквадратическое отклонение амплитуды импульса из осциллограмм рис. 9.11.

Однако из рис. 9.3—9.8, как мы уже упоминали, видно, что рассчитанная форма импульса хорошо совпадает с экспериментальной.

Поэтому можно заменить расчет $\sqrt{\overline{\Delta u^2}}$ из графиков расчетом по формуле (9.55), подставив $\sqrt{\sigma_{Cr}^2} = 2,6\%$, найденное в результате измерения использованных 110 конденсаторов. В результате получим среднеквадратическое отклонение амплитуды импульса $\sqrt{\overline{\Delta u^2}} = 0,65 \cdot 10^{-2}$, которое составляет 0,65% в сравнении с 0,83%, полученными нами из расчетов в § 9.3. Была изготовлена искусственная линия с конденсаторами в ячейках, номинальные значения которых имели отклонения от среднего значения, указанные в табл. 9.1 (последняя колонка). Осциллограмма полученного импульса практически совпала с рис. 9.11 (12).

Были проведены также эксперименты по коррекции формы импульса изменением индуктивности и емкости первой ячейки и индуктивности последней ячейки. Для примера на рис. 9.12, а и б слева приведены две осциллограммы импульсов, также срезанных на уровне $\approx 0,94$, для 9-й и 11-й партии конденсаторов (табл. 9.1). Там же, на рис. 9.12, а и б, справа приведены осциллограммы импульсов, скорректированных при увеличении первой индуктивности в два раза, т. е. $L_1 = 0,5 L (1 + \mu)$, $\mu = 3$, и первой емкости на 10%, т. е. $C_1 = 1,1 C$, а также уменьшении последней индуктивности на 25%. Из осцилло-

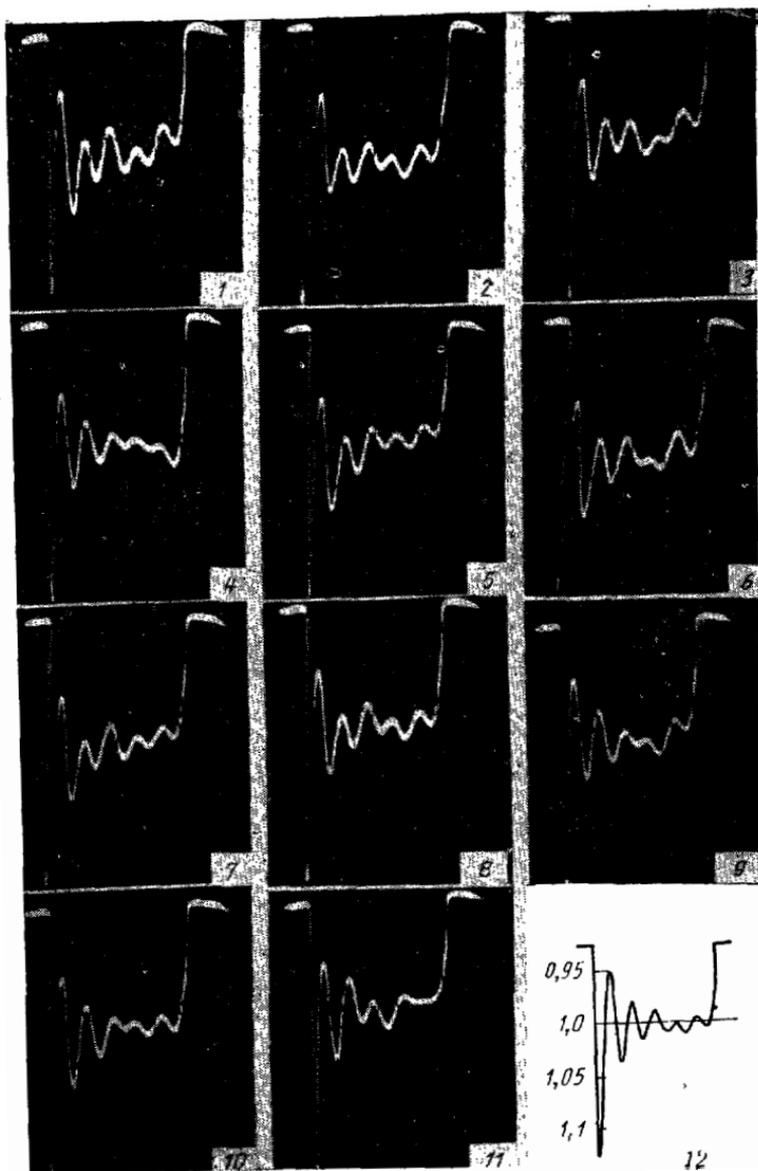


Рис. 9.11. Осциллограммы импульсов на нагрузке ($m=1$) при использовании в ИЛ разных конденсаторов номинала: $C=4700 \pm 10\%$ (значения емкостей указаны в табл. 9.1). График 12 является усредненным импульсом.

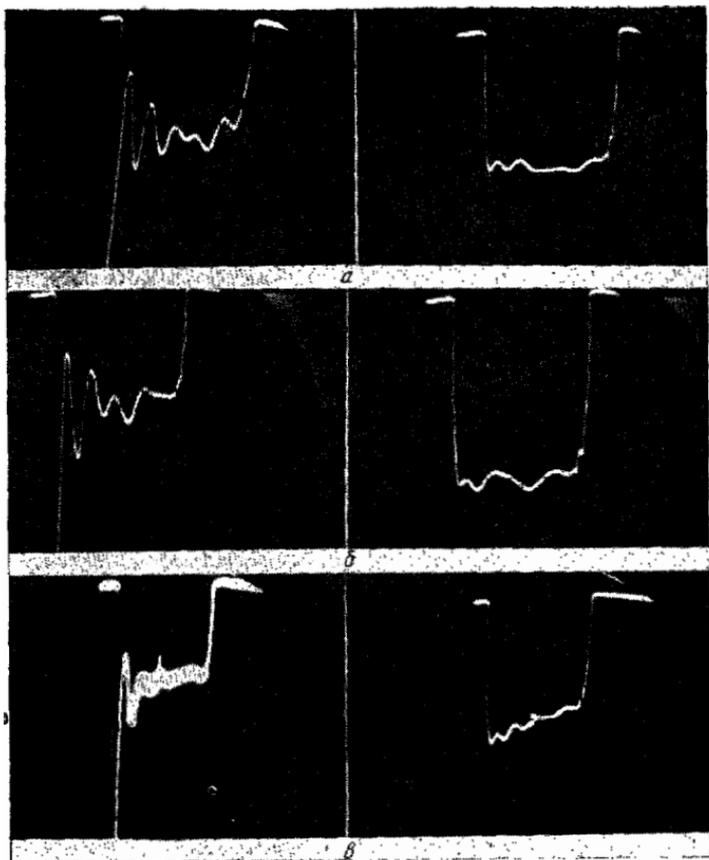


Рис. 9.12. Осциллограммы вершины импульса на нагрузке ($m=1$) до и после коррекции (для коррекции увеличены первая индуктивность ($L_1=2L$), первая емкость ($C_1=1,1C$), последняя индуктивность уменьшена на 25%):

a — девятая партия конденсаторов (табл. 9.1), слева — импульс до коррекции, $\Delta u/u=17\%$ (размах), справа — после коррекции, $\Delta u/u=0,8\%$ (размах); *б* — одиннадцатая партия конденсаторов (табл. 9.1), слева — импульс до коррекции $\Delta u/u=18\%$ (размах), справа — после коррекции $\Delta u/u=1\%$ (размах); *в* — конденсаторы другого номинала 0,053 мкФ, слева — импульс до коррекции $\Delta u/u=17\%$ (размах), справа — импульс после коррекции $\Delta u/u=0,6\%$ (размах).
 Параметры ИЛ: *a, б*) $L/2=30$ мкГ, $C=4700 \pm 10\%$ мкФ, $n=10$; *в*) $L/2=30$ мкГ, $C=0,05/3 \pm 1\%$ мкФ, $n=10$.

грамм видно, что если общий размах осцилляций до коррекции составлял 17 и 18% для 9-й и 11-й партий конденсаторов, то после коррекции он был равен 0,8 и 1% соответственно.

На осциллограмме рис. 9.12,в показаны вершины импульсов от ИЛ с $\rho = 60 \text{ Ом}$ (отклонение емкости конденсаторов $\pm 1\%$ от номинальной величины) соответственно до и после коррекции. Здесь осцилляции уменьшились с 17 до 0,6%, но замечен спад 1,6% из-за потерь в ИЛ.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Вычисление стационарного значения падающей волны (2.54)

Покажем, что (2.54) при $t \rightarrow \infty$ принимает вид

$$u_1(t)_{t \rightarrow \infty} = m/(m+1). \quad (\text{П.1.1})$$

Сделаем это сначала для $m > 1$, а затем для $m < 1$.

1) $m > 1$, $t \rightarrow \infty$. Второй и третий члены в (2.54) можно заменить соответственно $(m \exp \alpha t)/2\alpha$ и $-(m^2 \exp \alpha t)/2\alpha^2$, а сумма их

$$-[m(m-\alpha) \exp \alpha t]/2\alpha^2. \quad (\text{П.1.2})$$

Четвертый член в (2.54) при $t \rightarrow \infty$ стремится к нулю, а для определения пятого члена заменим гиперболическую функцию суммой экспоненциальных. Тогда последний интеграл распадется на два интеграла, причем один из интегралов с отрицательным показателем в экспоненте стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$, а другой, как это следует из [35, стр. 726], дает

$$\frac{m}{2\alpha^2} \exp \alpha t \int_0^t \exp(-\alpha\tau) X(\tau) d\tau = \frac{m(m-\alpha)}{2\alpha^2} \exp \alpha t, \quad (\text{П.1.3})$$

где $X(\tau) = J_1(\tau)/\tau$.

Из сопоставления (П.1.2) и (П.1.3) видно, что они взаимно уничтожаются. Таким образом, при $t \rightarrow \infty$ (2.54) принимает стационарное значение, равное (П.1.1).

2) $m < 1$, $t \rightarrow \infty$. Выражение (2.54) в этом случае принимает вид

$$u_1(t) = \frac{m}{m+1} + \frac{m}{\alpha_1} \left[\sin \alpha_1 t + \frac{m}{\alpha_1} \cos \alpha_1 t - \frac{m}{\alpha_1} \int_0^{\infty} X(\tau) d\tau - \right. \\ \left. - \frac{1}{\alpha_1} \int_0^t \cos \alpha_1(t-\tau) X(\tau) d\tau \right]. \quad (\text{П.1.4})$$

Четвертое слагаемое в (П.1.4) при $t \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Для определения пятого слагаемого в (П.1.4) сначала разобьем его на две компоненты, применив формулу для косинуса разности, а затем

для каждой из них определим интегралы в пределах от 0 до ∞ . Из [35] известно, что

$$\int_0^{\infty} \cos \sqrt{1-m^2} \tau X(\tau) d\tau = \cos(\arcsin \sqrt{1-m^2}), \quad (\text{П.1.5})$$

$$\int_0^{\infty} \sin \sqrt{1-m^2} \tau X(\tau) d\tau = \sin(\arcsin \sqrt{1-m^2}).$$

Но $\cos(\arcsin \sqrt{1-m^2}) = \sin(\arccos \sqrt{1-m^2}) = U_1$ — есть полином Чебышева 2-го рода 1-го порядка, а $\sin(\arcsin \sqrt{1-m^2}) = \cos(\arccos \sqrt{1-m^2}) = T_1$ — это полином Чебышева 1-го рода 1-го порядка.

Из [37] найдем, что $U_1 = m$, а $T_1 = \alpha_1$, значит, окончательно имеем

$$\frac{m}{\alpha_1^2} \cos \alpha_1 t \int_0^{\infty} \cos \sqrt{1-m^2} \tau X(\tau) d\tau = \frac{m^2}{\alpha_1^2} \cos \alpha_1 t, \quad (\text{П.1.6})$$

$$\frac{m}{\alpha_1^2} \sin \alpha_1 t \int_0^{\infty} \sin \sqrt{1-m^2} \tau X(\tau) d\tau = \frac{m}{\alpha_1} \sin \alpha_1(t).$$

Теперь мы видим, что пятое слагаемое в (П.1.4) при $t \rightarrow \infty$ и $m < 1$ даст две составляющие, которые взаимно уничтожаются со вторым и третьим членами в (П.1.4). Поэтому $u_1(t) = m/(m+1)$, что и требовалось доказать.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Операционные изображения для некоторых выражений, содержащих функции Бесселя

Обозначения: $X(p) = \sqrt{1+p^2} - p$, $X(t) = J_1(t)/t$.

Временное представление

Операционное изображение

$$1. \frac{1}{t} [1 - J_0(t)] =$$

$$= \frac{1}{t} \int_0^t J_1(\tau) d\tau$$

$$- \ln 2pX(p)$$

$$2. \frac{1}{t^2} [1 - J_0(t)]$$

$$X(p) + p \ln 2pX(p)$$

3. $t \int_0^t \frac{1 - J_0(\tau)}{\tau^2} d\tau$	$\frac{X(p)}{p^2}$
4. $t \int_0^t J_0(\tau) d\tau$	$\frac{1 + 2p^2}{p^2(1 + p^2)^{3/2}}$
5. $t \int_0^t X(\tau) d\tau$	$\frac{1}{p^2 \sqrt{1 + p^2}}$
6. $t^2 \int_0^t X(\tau) d\tau$	$\frac{2 + 3p^2}{p^3(1 + p^2)^{3/2}}$
7. $t^3 \int_0^t X(\tau) d\tau$	$\frac{6 + 15p^2 + 12p^4}{p^4(1 + p^2)^{5/2}}$
8. $tJ_1(t)$	$\frac{1}{(1 + p^2)^{3/2}}$
9. $t^2J_1(t)$	$\frac{3p}{(1 + p^2)^{5/2}}$
10. $tJ_0(t)$	$\frac{p}{(1 + p^2)^{3/2}}$
11. $t^2J_0(t)$	$\frac{2p^2 - 1}{(1 + p^2)^{5/2}}$
12. $t^2J_2(t)$	$\frac{3}{(1 + p^2)^{5/2}}$
13. $J_0(t) - t \int_t^\infty X(\tau) d\tau$	$\frac{1}{p^2} (\sqrt{1 + p^2} - 1)$
14. $J_0(t) + t \int_0^t X(\tau) d\tau$	$\frac{1}{p^2} \sqrt{1 + p^2}$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Некоторые соотношения между функциями Бесселя

Обозначения: $X(t) = J_1(t)/t$,

$$X_{\nu}(t) = \nu J_{\nu}(t)/t.$$

$$1. \int_0^t (t - \tau) X(\tau) d\tau = t \int_0^t X(\tau) d\tau + J_0(t) - 1.$$

2.
$$t \int_0^t \frac{1 - J_0(\tau)}{\tau^2} d\tau = \int_0^t (t - \tau) X(\tau) d\tau.$$
3.
$$\int_0^t \frac{(t - \tau)^2}{2} J_0(\tau) d\tau = \int_0^t \frac{(t - \tau)^2}{2} X(\tau) d\tau - \int_0^t J_0(\tau) d\tau + t$$
4.
$$\int_0^t \frac{\tau^2}{2} J_1(\tau) d\tau = tJ_1(t) - \frac{t^2}{2} J_0(t).$$
5.
$$\int_0^t J_0(\tau) d\tau = \int_0^t X(\tau) d\tau + J_1(t) = 1 - \int_t^\infty X(\tau) d\tau + J_1(t).$$
6.
$$\int_0^t \tau J_1(\tau) d\tau = \int_0^t J_0(\tau) d\tau - tJ_0(t).$$

$$\int_0^t \tau J_0(\tau) d\tau = tJ_1(t).$$
8.
$$\int_0^t \cos(t - \tau) X(\tau) d\tau = \sin t - J_1(t).$$
9.
$$\int_0^t \sin(t - \tau) X(\tau) d\tau = -\cos t + J_0(t).$$
10.
$$\int_0^t \cos \tau X(\tau) d\tau = \sin t J_0(t) - \cos t J_1(t).$$
11.
$$\int_0^t \sin t X(\tau) d\tau = 1 - \sin t J_1(t) - \cos t J_0(t).$$
12.
$$\int_0^t \cos(t - \tau) J_0(\tau) d\tau = tJ_0(t).$$
13.
$$\int_0^t \sin(t - \tau) J_1(\tau) d\tau = \sin t - tJ_0(t).$$
14.
$$\int_0^t \cos(t - \tau) J_2(\tau) d\tau = tJ_2(t) + 2[\sin t - 2J_1(t)].$$

$$15. \int_0^t \sin \tau J_0(\tau) d\tau = tJ_0(t) \sin t - tJ_1(t) \cos t.$$

$$16. \int_0^t \cos \tau J_0(\tau) d\tau = tJ_0(t) \cos t + tJ_1(t) \sin t.$$

$$16a. \int_0^t \tau^3 J_1(\tau) d\tau = 3t^2 J_1(t) - t^3 J_0(t) + 3tJ_0(t) - 3 \int_0^t J_0(\tau) d\tau.$$

$$17. \int_0^t \cos(t-\tau) X_{2n+1}(\tau) d\tau = J_{2n+1}(t) + (-1)^n \left[\sin t - 2 \sum_{k=0}^n (-1)^k J_{2k+1}(t) \right], \quad n=0, 1, 2, \dots$$

$$18. \int_0^t \sin(t-\tau) X_{2n+1}(\tau) d\tau = 2J_{(2n+2)}(t) + (-1)^n J_0(t) - (-1)^n \cos t + 2(-1)^n \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k J_{2k}(t), \quad n=0, 1, 2, \dots$$

$$19. \int_0^t \cos \tau X_{2n+1}(\tau) d\tau = \left\{ \left[J_{2n+1} - 2(-1)^n \times \sum_{k=0}^n (-1)^k J_{2k+1}(t) \right] \cos t + \left[2J_{2n+2} + (-1)^n J_0(t) + 2(-1)^n \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k J_{2k}(t) \right] \sin t \right\}.$$

$$20. \int_0^t \sin \tau X_{2n+1}(\tau) d\tau = \left\{ (-1)^n + \left[J_{2n+1} - 2(-1)^n \times \sum_{k=0}^n (-1)^k J_{2k+1}(t) \right] \sin t - \left[2J_{2n+2} + (-1)^n J_0(t) + 2(-1)^n \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k J_{2k}(t) \right] \cos t \right\}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

$$21. \int_0^t \sin(t-\tau) X_{2n+2}(\tau) d\tau = \left\{ 2J_{2n+3} - (-1)^n \sin t + \right. \\ \left. + 2(-1)^n \sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k J_{2k+1} \right\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$22. \int_0^t \cos(t-\tau) X_{2n+2}(\tau) d\tau = \left\{ J_{2n+2} - (-1)^n \cos t + \right. \\ \left. + (-1)^n J_0 + 2(-1)^n \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k J_{2k} \right\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$23. \int_0^t \cos \tau X_{2n+2}(\tau) d\tau = \left\{ -(-1)^n + \left[2J_{2n+3} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(-1)^n \sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k J_{2k+1} \right] \sin t + \left[J_{2n+2} + (-1)^n J_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(-1)^n \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k J_{2k} \right] \cos t \right\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$24. \int_0^t \sin \tau X_{2n+2}(\tau) d\tau = \left\{ \left[J_{2n+2} + (-1)^n J_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(-1)^n \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k J_{2k} \right] \sin t - \left[2J_{2n+3} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(-1)^n \sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k J_{2k+1} \right] \cos t \right\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$25. \int_0^t X_{2\nu+1}(\tau) d\tau = \int_0^t J_0(\tau) d\tau - J_{2\nu+1} - \\ - 2 \sum_{i=0}^{\nu-1} J_{2i+1}(t), \quad \nu = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$26. \int_0^t X_{2\nu}(\tau) d\tau = J_0(t) - J_{2\nu}(t) + 1 - 2 \sum_{i=0}^{\nu-1} J_{2i}(t), \\ \nu = 1, 2, 3, \dots$$

$$\begin{aligned}
27. \quad & \int_0^t \int_0^\tau X_{2\nu+1}(\tau) d\tau = (2\nu+1) J_\nu(t) - (2\nu+1) + \\
& + \int_0^t \int_0^\tau J_0(\tau) d\tau + 2 \sum_{i=1}^{\nu} [1+2(\nu-i)] J_{2i}(t), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \\
28. \quad & \int_0^t \int_0^\tau \int_0^\tau X_{2\nu+1}(\tau) d\tau = (2\nu^2+2\nu+1) \int_0^t J_0(\tau) d\tau - (2\nu+1)t + \\
& + \int_0^t \int_0^\tau J_0(\tau) d\tau - 4 \sum_{i=0}^{\nu} [\nu+1-i]^2 J_{2i-1}(t), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \\
29. \quad & \int_0^t \int_0^\tau X_{2\nu}(\tau) d\tau = t - 2\nu \int_0^t J_0(\tau) d\tau + \\
& + \sum_{i=1}^{\nu} [2+4(\nu-i)] J_{2i-1}(t), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \\
30. \quad & \int_0^t \int_0^\tau \int_0^\tau X_{2\nu}(\tau) d\tau = \frac{t^2}{2} - 2\nu \int_0^t \int_0^\tau J_0(\tau) d\tau + 2\nu^2(1-J_0(t)) - \\
& - 4 \sum_{i=1}^{\nu-1} (\nu-i)^2 J_{2i}(t), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots
\end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Решение операционного уравнения для отраженной волны (3.18) и его аппроксимация

Операционное уравнение (3.18) после подстановки в него значений $e^{-2\tau}$ и x согласно выражениям (2.4) и (3.2) ($m=1$, $\mu=1$), а также после освобождения от радикала в знаменателе приведем к виду, удобному для применения теорем операционного исчисления,

$$\begin{aligned}
u_2(p) = & \frac{1}{p^3} X^{4n+1}(p) - \frac{1}{p^3} X^{4n}(p) + \\
& + \frac{1}{p^2} X^{4n+1}(p) + \frac{1}{p} X^{4n+1}(p), \quad (\text{П.4.1})
\end{aligned}$$

где $X(p) = \sqrt{1+p^2} - p$.

Известно из [23], что $X^\nu(p)$ соответствует функции Бесселя порядка ν , деленной на t , а именно:

$$X^\nu(p) \rightarrow X_\nu(t) = \nu J_\nu(t)/t,$$

поэтому получим

$$u_2(t) = \int_0^t \int_0^t X_{4n+1}(\tau) d\tau - \int_0^t \int_0^t X_{4n}(\tau) d\tau + \\ + \int_0^t \int_0^t X_{4n+1}(\tau) d\tau + \int_0^t X_{4n+1}(\tau) d\tau. \quad (\text{П.4.2})$$

В это выражение входят многократные интегральные функции Бесселя высокого порядка. Они не табулированы, поэтому приведем (П.4.2) к другому виду, удобному для вычислений. Для этого заменим интегральные функции Бесселя суммой функций Бесселя. Используя одно из рекуррентных соотношений для функций Бесселя, можно показать, что (см. приложение 5)

$$\int_0^t X_{2\nu+1}(\tau) d\tau = \int_0^t J_0(\tau) d\tau - 2 \sum_{i=0}^{\nu-1} J_{2i+1}(t) - J_{2\nu+1}(t), \quad (\text{П.4.3}) \\ \nu = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

$$\int_0^t X_{2\nu}(\tau) d\tau = J_0(t) - 2 \sum_{i=1}^{\nu-1} J_{2i}(t) - J_{2\nu}(t), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{П.4.4})$$

Интегрируя два раза (П.4.3) и (П.4.4), получим для нечетных индексов

$$\int_0^t \int_0^t X_{2\nu+1}(\tau) d\tau = (2\nu+1) J_0(t) - (2\nu+1) + \\ + \int_0^t \int_0^t J_0(\tau) d\tau + 2 \sum_{i=1}^{\nu} [1 + 2(\nu-i)] J_{2i}(t), \quad (\text{П.4.5})$$

$$\int_0^t \int_0^t \int_0^t X_{2\nu+1}(\tau) d\tau = (2\nu^2 + 2\nu + 1) \int_0^t J_0(\tau) d\tau - (2\nu+1)t + \\ + \int_0^t \int_0^t \int_0^t J_0(\tau) d\tau - 4 \sum_{i=0}^{\nu} [\nu+1-i]^2 J_{2i-1}(t), \quad (\text{П.4.6})$$

где $\nu = 1, 2, 3$.

Для четных индексов получим

$$\int_0^t \int_0^t X_{2\nu}(\tau) d\tau = t - 2\nu \int_0^t J_0(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^{\nu} [2 + 4(\nu-i)] J_{2i-1}(t), \quad (\text{П.4.7})$$

$$\int_0^t \int_0^t \int_0^t X_{2\nu}(\tau) d\tau = 0,5t^2 - 2\nu \int_0^t \int_0^t J_0(\tau) d\tau + 2\nu^2 [1 - J_0(t)] - \\ - 4 \sum_{i=1}^{\nu-1} (\nu-i)^2 J_{2i}(t). \quad (\text{П.4.8})$$

Подставляя (П.4.3), (П.1.5), (П.4.4) в (П.4.2) и заменяя $\nu = 2n$, найдем

$$\begin{aligned}
 u_2(t) = & -J_{4n+1}(t) - 2 \sum_{k=1}^{2n} (1+2k^2) J_{4n-(2k-1)}(t) + \\
 & + 2 \sum_{k=0}^{2n-1} [1+2k(k+1)] J_{4n-2k}(t) + \left[\int_0^t \int_0^t + (4n+1) \times \right. \\
 & \times \left. \int_0^t + (8n^2+4n+2) \int_0^t \right] J_0(\tau) d\tau + (8n^2+4n+1) J_0(t) - \\
 & - 0,5t^2 - (4n+1)t - (8n^2+4n+1). \quad (\text{П.4.9})
 \end{aligned}$$

В этой формуле для более компактной записи коэффициентов перед функциями Бесселя изменен порядок следования последних — от высшего к низшему, а не наоборот, как в формулах (П.4.3) — (П.4.8).

В (П.4.9) содержатся суммы от функций Бесселя высокого порядка — они табулированы в [31] — и многократные интегралы от функций Бесселя нулевого порядка $J_0(t)$ таблицы для которых можно найти в [24]. К сожалению, таблицы в [24] недостаточно подробны (шаг $t=1$) и обрываются при $t=24$. Такие таблицы можно использовать только при небольшом числе ячеек $n \leq 4$. Чтобы производить вычисления для больших значений t , приведем формулу (П.4.9) к другому виду, где многократные интегралы от $J_0(t)$ заменим через интегральные функции первого порядка:

$$\begin{aligned}
 u_2(t) = & \frac{1}{2} - J_{4n+1}(t) - 2 \sum_{k=1}^{2n} (1+2k^2) J_{4n-(2k-1)}(t) + \\
 & + 2 \sum_{k=0}^{2n-1} [1+2k(k+1)] J_{4n-2k}(t) - \left[\frac{t^2}{2} + (4n+1)t + \right. \\
 & + \left. 8n^2 + 4n + \frac{3}{2} \right] \int_0^t X_1(\tau) d\tau + \left(8n^2 + 4n + \frac{3}{2} \right) J_1(t) + \\
 & + \left(8n^2 + 4n + 1 + \frac{t}{2} \right) J_0(t). \quad (\text{П.4.10})
 \end{aligned}$$

Интеграл, входящий в (П.4.10), можно найти в таблицах [26] для $t \leq 100$.

Все приведенные варианты формулы показывают, что расчеты по ним достаточно сложны, и потому возникает вопрос аппроксимации точного решения более простым, которое давало бы приемлемую точность. Эту задачу можно решать различными способами. поступим следующим образом: для первых множителей (3.18) введем обозначение

$$f_1(t) \rightarrow (1 - \kappa)/p(1 + p + \sqrt{1 + p^2})$$

и постараемся доказать, что вместо функции $f_1(t)$ можно взять более простую $f_2(t)$, операционное представление которой

$$f_2(t) \rightarrow \frac{1}{2p} e^{-\tau/2}. \quad (\text{П.4.11})$$

Тогда вместо (3.18) получим

$$u_2(p) = \frac{1}{2p} e^{-(4n+1)\tau/2}. \quad (\text{П.4.12})$$

Убедимся, что $f_1(t)$ мало отличается от $f_2(t)$. Преобразования приводят к следующему выражению:

$$f_1(t) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - [3 + t(2+t)] \int_t^\infty X_1(\tau) d\tau + (2+t)J_0(t) + J_1(t) \right\}. \quad (\text{П.4.13})$$

С другой стороны, уравнение (П.4.11) дает

$$f_2(t) = \frac{1}{2} \int_0^t X_1(\tau) d\tau. \quad (\text{П.4.14})$$

На рис. П.4.1 представлены графики функции $f_1(t)$ и $f_2(t)$. Мы видим, что $f_1(t)$ хорошо совпадает с $f_2(t)$ на фронте, но вершины их несколько отличаются. Это не оказывает почти никакого влияния

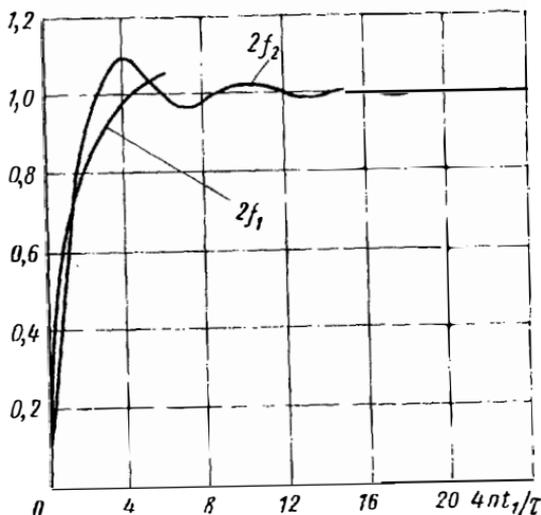


Рис. П.4.1. Временное представление множителя $f_1(t)$, входящего в выражение для спада импульса и его аппроксимация переходной функцией полузвена $f_2(t)$.

на результат свертки (П.4.13) или (П.1.14) с выражением, соответствующим третьему множителю в (13.18), т. е. $\int_0^t X_{4n}(\tau) d\tau$.

Поэтому приняв $f_2(t)$ вместо $f_1(t)$, получим для спада импульса операционное выражение (П.4.12), которому соответствует

$$u_2(t) = \frac{1}{2} \int_0^t X_{4n+1}(\tau) d\tau, \quad (\text{П.4.15})$$

т. е. учет отклонения фронта и вершины $u_1(t)$ от половинного скачка и неполного согласования нагрузки с характеристическим сопротивлением ($\kappa \neq 0$) приводит к смещению спада импульса, что выражается в изменении порядка функции Бесселя ($4n+1$) вместо $4n$.

Для вычислений (П. 4.15) удобнее пользоваться другой формулой, которую мы получим из (П.4.3),

$$u_2(t) = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^t J_0(\tau) d\tau - \sum_{\nu=0}^{2n-1} J_{2\nu+1}(t) - \frac{1}{2} J_{4n+1}(t) \right\}. \quad (\text{П.4.16})$$

Сравним результаты расчета спада импульса по точной (П.4.9) и приближенной (П.4.16) формулам при $n=4$ (табл. П.4.1).

Таблица П.4.1

Сопоставление результатов расчета спада импульса по точной (П.4.9) и приближенной (П.4.16) формулам

Номер формулы	$2u_2(t)$							
	$t=0$	12	14	16	18	20	22	24
П.4.9	0,003900	0,008626	0,054925	0,218956	0,559726	0,978526	1,192642	1,078993
П.4.16	0,003900	0,007387	0,049723	0,204734	0,549336	0,992467	1,226785	1,085883

Из таблицы видно весьма незначительное отличие спада импульса, рассчитанного по точной (П.4.9) и приближенной (П.4.16) формулам. С возрастанием числа ячеек относительная разница уменьшается.

В § 3.1 мы указывали, что в формуле (3.1) влияние компонент, содержащих множители $e^{-4\gamma n}$, $e^{-6\gamma n}$ и т. д., на форму импульса незначительно. Действительно, указанным множителям будут соответствовать интегральные функции Бесселя $\int_0^t X_{8n}(\tau) d\tau$, $\int_0^t X_{12n}(\tau) d\tau$

и т. д., которые заметно возрастают при $t=8n$, $12n$ и т. д. Например, если $n=10$, то $J_{80}=10^{-6}$ при $t=59$, а основной импульс заканчивается при $t=40$. Учет сверток интегральных функций Бесселя порядка $8n$, $12n$ и т. д. с $u_1(t)$ и с множителями в (3.1), содержащими коэффициент отражения κ , ничего не изменит. Значит, при расчетах спада импульса можно с достаточной степенью точности пользоваться приближенной формулой (П.4.16), которая уже при $n=4$ дает погрешность в определении длительности импульса порядка 0,04%.

Замена интегральной функции Бесселя суммой простых

В данной работе применяется следующее обозначение для функции Бесселя $\nu J_\nu(t)$, отнесенной к аргументу:

$$X_\nu(t) = \nu J_\nu(t)/t. \quad (\text{П.5.1})$$

Функция $X_\nu(t)$ имеет следующее спектральное представление:

$$X_\nu(t) \rightarrow X^\nu(p), \quad (\text{П.5.2})$$

где $X(p) = \sqrt{1+p^2} - p$. Наша задача состоит в замене $\int_0^t X_\nu(\tau) d\tau$

суммой простых функций Бесселя. Это необходимо потому, что интегральные функции Бесселя высших порядков ($\nu > 1$) не табулированы и потому их приходится вычислять либо планиметрированием, либо выразив через комбинацию простых функций Бесселя.

Интегральные функции Бесселя имеют следующее спектральное представление:

$$\int_0^t X_\nu(\tau) d\tau \rightarrow \frac{1}{p} X^\nu(p). \quad (\text{П.5.3})$$

Найдем замену интегральной функции, преобразуя написанную спектральную функцию. Чтобы представить, какие выражения следует получить, напомним, что спектральное представление функции Бесселя порядка ν

$$J_\nu(t) \rightarrow X^\nu(p)/\sqrt{1+p^2}. \quad (\text{П.5.4})$$

При этом используем следующее тождество:

$$X(p)\sqrt{1+p^2} = 1 - pX(p). \quad (\text{П.5.5})$$

В его справедливости легко убедиться, если подставить значение $X(p)$, выраженное через радикал, а затем обратно выразить радикал через $X(p)$. Отсюда следует равенство

$$X(p) = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} - \frac{pX(p)}{\sqrt{1+p^2}}. \quad (\text{П.5.6})$$

Следует заметить, что это равенство есть операционная форма известного из теории функций Бесселя тождества

$$J_1(t)/t = J_0(t) - J_1(t).$$

Разделив операционное равенство на p , напишем

$$\frac{1}{p} X(p) = \frac{1}{p\sqrt{1+p^2}} - \frac{X(p)}{\sqrt{1+p^2}}. \quad (\text{П.5.7})$$

Этому равенству соответствует следующее соотношение между функциями времени:

$$\int_0^t X(\tau) d\tau = \int_0^t J_0(\tau) d\tau - J_1(t).$$

Это выражение представляет частный случай ($\nu=1$) формулы, которую мы хотим найти для любого ν . Умножим (П.5.7) на $X^{\nu-1}(p)$, тогда получим

$$\frac{1}{p} X^\nu(p) - \frac{X^{\nu-1}(p)}{p\sqrt{1+p^2}} - \frac{X^\nu(p)}{\sqrt{1+p^2}}. \quad (\text{П.5.8})$$

В числителе первого слагаемого сделаем замену

$$X^{\nu-1}(p) \rightarrow X^{\nu-2}(p) \cdot X(p) \rightarrow X^{\nu-2}(p)(\sqrt{1+p^2} - p).$$

Тогда получим рекуррентную формулу

$$\frac{1}{p} X^\nu(p) = \frac{1}{p} X^{\nu-2}(p) - \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} (X^{\nu-2}(p) + X^\nu(p)). \quad (\text{П.5.9})$$

Если применим эту формулу еще раз, то найдем

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} X^\nu(p) &= \frac{1}{p} X^{\nu-4}(p) - \\ &- \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} (X^{\nu-4}(p) + 2X^{\nu-2}(p) + X^\nu(p)). \end{aligned} \quad (\text{П.5.10})$$

Рассмотрим эту формулу при четном и нечетном ν .

Для четного ν , заменив ν на 2ν и применив рекуррентную формулу надлежащее количество раз, получим равенство

$$\frac{1}{p} X^{2\nu}(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\nu-1} X^{2k}(p) + X^{2\nu}(p) \right). \quad (\text{П.5.11})$$

Для нечетного ν в исходной рекуррентной формуле заменим ν на $2\nu+1$ и опять применим ее надлежащее количество раз. Тогда найдем

$$\frac{1}{p} X^{2\nu+1}(p) = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} \left(\frac{1}{p} - 2 \sum_{k=0}^{\nu-1} X^{2k+1}(p) - X^{2\nu+1}(p) \right). \quad (\text{П.5.12})$$

Последнюю формулу можно получить и из предыдущей, если умножить ее на $X(p)$, а в правой части опять использовать тождество (П.5.7). Найденные операционные соотношения приводят к следующим искомым уравнениям во временной области:

$$\int_0^t X_{2\nu}(\tau) d\tau = 1 - J_0(t) - 2 \sum_{k=1}^{\nu-1} J_{2k}(t) - J_{2\nu}(t), \quad (\text{П.5.13})$$

$$\int_0^t X_{2\nu+1}(\tau) d\tau = \int_0^t J_0(\tau) d\tau - 2 \sum_{k=0}^{\nu-1} J_{2k+1}(t) - J_{2\nu+1}(t). \quad (\text{П.5.14})$$

Замена разности интегральных функций Бесселя цилиндрической функцией Бесселя

Ток через индуктивности ИЛ в операционной форме определяется выражением (5.29):

$$i_k(p) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} (X^{2\nu+1}(p) - X^{2\nu+2}(p)) \frac{1}{p}.$$

По таблицам операционных соответствий

$$X^\nu(p) \rightarrow X_\nu(t) = \nu J_\nu(t)/t.$$

Покажем, что разность функций под знаком суммы можно заменить той же функцией, но с другой степенью. Для этого представим разность в следующей форме:

$$(X^{2\nu+1}(p) - X^{2\nu+2}(p)) 1/p = X^{2\nu+1}(p) K(p), \quad (\text{П.6.1})$$

где $K(p)$ — коэффициент передачи некоторого звена, включенного каскадно со звеном с коэффициентом передачи $X^{2\nu+1}(p)$,

$$K(p) = (1 - X(p))/p. \quad (\text{П.6.2})$$

Предположим, что $K(p)$ и $X(p)$ характеризуют звенья с запаздываниями t_K и t_X соответственно:

$$K(p) = K(0) e^{-p t_K}, \quad X(p) = X(0) e^{-p t_X}. \quad (\text{П.6.3})$$

Указанная замена сводится к представлению, например, $K(p)$ в виде ряда

$$K(p) = K(0) + K'(0)p.$$

Таким же рядом заменяется экспонента $e^{-p t_K}$, и тогда получается равенство для определения времени запаздывания:

$$t_K = -K'(0)/K(0).$$

В рассматриваемом случае найдем

$$K(0) = 1, \quad t_K = 1/2; \quad X(0) = 1, \quad t_X = 1.$$

Далее заменим $K(p)$ на $X(p)$, тогда получим в общем виде

$$K(p) = K(0) [X(p)/X(0)]^{t_K/t_X}.$$

В нашем случае из этого равенства следует

$$K(p) = X^{1/2}(p). \quad (\text{П.6.4})$$

Все сказанное позволяет записать равенство (5.29) в следующей форме:

$$i_k(p) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} X^{2\nu+3/2}(p). \quad (\text{П.6.5})$$

Этому операционному уравнению соответствует временная функция (5.32), которую можно записать в более краткой форме:

$$i_k(t) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} X_{2\nu+3/2}(t). \quad (\text{П.6.6})$$

Итак, мы представили временную функцию для токов в индуктивных звенах ИЛ в виде ряда по функциям Бесселя полуцелого порядка (сферическим функциям Бесселя).

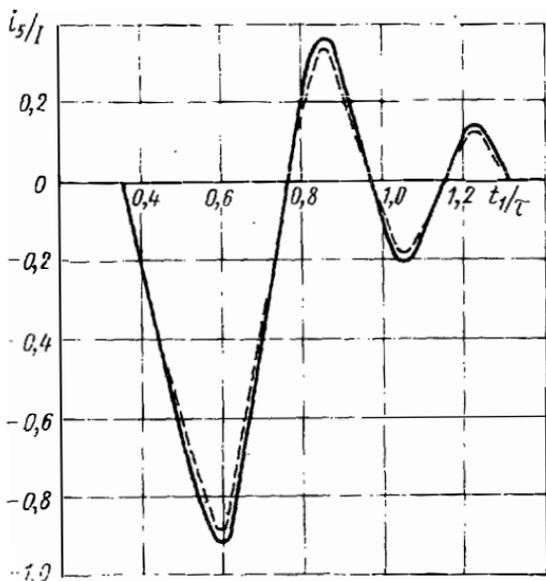


Рис. П.6.1. Ток через индуктивность пятого звена ИЛ при $n=5$, рассчитанный по точной (—) (5.31) и приближенной (---) (П.6.6) формулам.

Еще более простую формулу можно получить, если предположить, что $K(p)$ характеризует всепропускающее звено без запаздывания, т. е. $K(p) \rightarrow K(0)$, что в нашем случае означает $K(p) \rightarrow 1$. Тогда формулу (5.29) можно заменить следующей:

$$i_k(p) = 2 \sum_{k=1}^{2n-k-1} X^{2\nu+1}(p). \quad (\text{П.6.7})$$

Этому равенству соответствует временная функция

$$i_k(t) = 2 \sum_{\nu=k}^{2n-k-1} X_{2\nu+1}(t). \quad (\text{П.6.8})$$

Это выражение совпадает с формулой (5.33).

По формуле (П.6.6) можно довольно точно определить ток через индуктивности. На рис. П.6.1 показаны график тока через пятую индуктивность ИЛ, состоящей из 5 ячеек, вычисленный по (5.31), и для сравнения график, вычисленный по (П.6.6). Для определения токов при $n \leq 30$ ячеек можно пользоваться другой приближенной формулой (П.6.8), так как в [31] имеются подробные таблицы для функций Бесселя целого порядка. Она дает большую погрешность только при определении тока через первую индуктивность ($k=0$). При определении токов через остальные индуктивности точность расчета не хуже 5%.

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Вычисление интегралов произведения функций Бесселя

Для вычисления среднеквадратического значения тока через индуктивности ИЛ по формулам (5.52), (5.53), (5.54) требуется найти значение интеграла

$$S(\nu, \mu) = \int_0^{\infty} X_{\nu}(\tau) X_{\mu}(\tau) d\tau, \quad (\text{П.7.1})$$

где $X_{\nu}(\tau) = \nu J_{\nu}(\tau)/\tau$. (П.7.2)

Этот интеграл относится к числу табличных [35], и если ввести обозначения

$$\alpha = (\nu + \mu)/2, \quad \beta = (\nu - \mu)/2, \quad (\text{П.7.3})$$

то его можно записать через Γ -функцию:

$$S(\nu, \mu) = \frac{\nu \mu \Gamma(\alpha - 1/2)}{4 \Gamma(3/2 + \alpha) \Gamma(3/2 + \beta) \Gamma(3/2 - \beta)}. \quad (\text{П.7.4})$$

Преобразуем это выражение, используя функциональные равенства для Γ -функции. Сначала используем равенство

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z).$$

Применяя это уравнение дважды для одного из сомножителей, в знаменателе получим

$$\Gamma(3/2 + \alpha) = (1/2 + \alpha)\Gamma(1/2 + \alpha) = (\alpha + 1/2)(\alpha - 1/2)\Gamma(\alpha - 1/2) = (\alpha^2 - 1/4)\Gamma(\alpha - 1/2). \quad (\text{П.7.5})$$

Преобразуем аналогичным образом два последних множителя в знаменателе:

$$\Gamma(3/2 + \beta)\Gamma(3/2 - \beta) = -(\beta^2 - 1/4)\Gamma(1/2 + \beta)\Gamma(1/2 - \beta). \quad (\text{П.7.6})$$

Преобразуем в этом равенстве произведение двух последних множителей согласно другому функциональному уравнению для Γ -функций:

$$\Gamma(1/2 + \beta)\Gamma(1/2 - \beta) = \pi / \cos \pi\beta. \quad (\text{П.7.7})$$

Таким образом, равенство (П.7.6) можно переписать так:

$$\Gamma(3/2 + \beta) \Gamma(3/2 - \beta) = -\pi (\beta^2 - 1/4) / \cos \pi \beta. \quad (\text{П.7.8})$$

После подстановки (П.7.5) и (П.7.8) в (П.7.4) найдем

$$S(\nu, \mu) = -\nu \mu \cos \pi \beta / 4\pi (\alpha^2 - 1/4) (\beta^2 - 1/4). \quad (\text{П.7.9})$$

Возвращаясь к формулам (5.53) и (5.54) и сравнивая последнюю с (П.7.2), приходим к заключению, что необходимо сделать следующие замены в индексах:

$$\nu \rightarrow 2\nu + 3/2, \quad \mu \rightarrow 2\mu + 3/2.$$

Тогда равенство (П.7.9) принимает вид

$$S(\nu, \mu) = -\frac{(2\nu + 3/2)(2\mu + 3/2) \cos \pi(\nu - \mu)}{4\pi [(2\nu + 3/2)^2 - 1/4] [(2\mu + 3/2)^2 - 1/4]}. \quad (\text{П.7.10})$$

Введя в соответствии с (5.53) обозначение $\lambda = \nu - \mu$, перепишем последнюю формулу:

$$S(\mu, \lambda) = -\frac{(2\mu + 3/2)(2\mu + 3/2 + 2\lambda) \cos \pi \lambda}{\pi [(2\mu + 3/2 + \lambda)^2 - 1/4] [(2\lambda)^2 - 1]}. \quad (\text{П.7.11})$$

Считая, что $\mu \gg \lambda$, упростим эту формулу, сократив два первых сомножителя в числителе со множителями в квадратных скобках в знаменателе. В результате получим

$$S(\lambda) = -(\cos \pi \lambda) / \pi [(2\lambda)^2 - 1]. \quad (\text{П.7.12})$$

Определим $S(\lambda)$ при нескольких значениях λ :
 $\lambda = 0, \quad S(0) = 1/\pi; \quad \lambda = 1, \quad S(1) = 1/1 \cdot 3\pi; \quad \lambda = 2, \quad S(2) = -1/3 \cdot 5\pi;$

$$\lambda = 3, \quad S(3) = 1/5 \cdot 7\pi$$

и т. д.

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

Определение эффективного значения тока через индуктивности звеньев ИЛ

Для вычисления квадрата эффективного значения тока через индуктивности подставим (5.53) в (5.52) и воспользуемся результатами приложения 7. Преобразования приводят к следующему результату:

$$(I_{\text{эф}}/I_0)^2 = \frac{1}{\pi n} \left\{ 2n - 2k + \frac{2}{1 \cdot 3} [2(n-k) - 1] - \frac{2}{3 \cdot 5} [2(n-k) - 2] + \frac{2}{5 \cdot 7} [2(n-k) - 3] - \dots \right\}. \quad (\text{П.8.1})$$

После приведения подобных членов получим

$$(I_{\text{кв}}/I_0)^2 = \frac{2}{\pi} \left\{ \left(1 - \frac{k}{n} \right) \left(1 + \frac{2}{1.3} - \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} - \dots \right) - \frac{1}{n} \left(\frac{1}{1.3} - \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.7} - \dots \right) \right\}. \quad (\text{П.8.2})$$

Ряды в простых скобках сходятся и их суммы получаются следующими:

$$1 + 2 \left(\frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} - \dots \right) = \frac{\pi}{2}, \quad (\text{П.8.3})$$

$$\frac{1}{1.3} - \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.7} - \dots = \frac{1}{4}. \quad (\text{П.8.4})$$

Справедливость первого утверждения следует из того, что полученный ряд можно свести к ряду для числа π , который можно найти в справочнике Двайта [36],

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}. \quad (\text{П.8.5})$$

Второе утверждение доказывается, если последовательно объединить несколько раз соседние члены ряда.

Итак, получаем следующее выражение для определения эффективного значения тока через индуктивности звеньев ИЛ:

$$(I_{\text{кв}}/I_0)^2 = 1 - k/n - 1/2\pi n. \quad (\text{П.8.6})$$

Полученная формула отличается от приближенной (5.46) последним слагаемым. Поскольку обычно число звеньев ИЛ $n \geq 5$, то поправка за счет последнего члена получается малой и ее влиянием можно пренебречь.

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

Определение эффективного значения тока через емкости звеньев ИЛ

Для вычисления квадрата эффективного значения тока через емкости звеньев ИЛ подставим выражение (5.55) в (5.52) и используем результаты приложения 7. После преобразований получим

$$I_{C_{k+1/2}}^2/I_0^2 = \frac{1}{\pi n} \left\{ \frac{(2k+3/2)^2}{(2k+3/2)^2-1/4} + \frac{(2k+3/2+2\lambda)^2}{(2k+3/2+2\lambda)^2-1/4} - 2 \frac{(2k+3/2)(2k+3/2+2\lambda) \cos \pi \lambda}{[(2k+3/2+\lambda)^2-1/4][(2\lambda)^2-1]} \right\}. \quad (\text{П.9.1})$$

Полученную формулу можно упростить следующим образом. При определении эффективного значения тока через емкости, у которых

$k+1 \geq 1$, можно не учитывать в знаменателе слагаемое U_4 . Третье слагаемое имеет заметную величину только при $k+1=n$, т. е. когда $\lambda=1$, что соответствует емкости последнего звена. Для других емкостей имеем $\lambda=3, 5$ и т. д. При этом третье слагаемое будет мало и им можно пренебречь. Изложенные рассуждения приводят к следующим формулам:

$$I_{C_{k+1}^2}^2 / I_3^2 = 2/\pi n, \quad 2 \leq k+1 \leq n-1. \quad (\text{II.9.2})$$

Для емкости первого звена ($k+1=1$)

$$I_{C_{13}}^2 / I_3^2 = 17/8\pi n. \quad (\text{II.9.3})$$

Для емкости последнего звена ($k+1=n$)

$$I_{C_{n3}}^2 / I_3^2 = 8/3\pi n. \quad (\text{II.9.4})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 10

Вычисление сверток параболы с функциями Бесселя

Задача сводится к определению интегралов

$$A_n(t) = \int_0^t t^n J_1(\tau) d\tau, \quad (\text{II.10.1})$$

$$B_n(t) = \int_0^t \tau^n J_0(\tau) d\tau. \quad (\text{II.10.2})$$

Первый интеграл вычисляется по следующей рекуррентной формуле:

$$A_n(t) = -t^n J_0(t) + nt^{n-1} J_1(t) - n(n-2)A_{n-2}(t). \quad (\text{II.10.3})$$

Для доказательства этого равенства интегрируем по частям (II.10.1), используя формулы из теории функций Бесселя,

$$J_1(t) = -J_0'(t), \quad \frac{d}{dt} [tJ_1(t)] = tJ_0(t). \quad (\text{II.10.4})$$

Таким же образом доказывается рекуррентная формула для вычисления второго интеграла (II.10.2):

$$B_n(t) = t^n J_1(t) + (n-1)t^{n-1} J_0(t) - (n-1)^2 B_{n-2}(t). \quad (\text{II.10.5})$$

Между $A_n(t)$ и $B_n(t)$ имеет место следующая связь:

$$\begin{aligned} A_n(t) &= -t^n J_0(t) + nB_{n-1}(t), \\ B_n(t) &= t^n J_1(t) - (n-1)A_{n-1}(t). \end{aligned} \quad (\text{II.10.6})$$

Если последовательно применить рекуррентные соотношения (П.10.3) или (П.10.5), то получим окончательные формулы, структура которых во всех случаях (при замене под знаком интеграла $J_1(t)$ на $J_0(t)$ при четном n на $2n$ и нечетном n на $2n+1$) оказывается одинаковой, меняются только некоторые подробности. Формулы состоят из комбинаций функции Бесселя $J_0(t)$ и $J_1(t)$ с некоторыми множителями, представляющими полиномы от t . Подробный анализ этих полиномов позволил определить, что их члены образуются по тому же закону, что и члены рядов, представляющих функции Бесселя. Разница сводится только к тому, что для функций Бесселя ряда содержат бесконечное число членов, а у полиномов оно конечное. Нам кажется полезным при записи формул специально подчеркнуть, что полиномы, о которых идет речь, являются родственными функциями Бесселя. Поэтому возникает вопрос: как обозначить полином, который получается из функции Бесселя, если у нее отсечь члены со степенями выше некоторой заданной. Решили применять обозначение

$$J_0(t, 2n) = 1 - \frac{t^2}{(2!!)^2} + \frac{t^4}{(4!!)^2} - \dots + (-1)^n \frac{t^{2n}}{[(2n)!!]^2}. \quad (\text{П.10.7})$$

Смысл его сводится к тому, что речь идет о полиноме, образованном из ряда для функций Бесселя $J_0(t)$, если в нем учесть члены со степенью ниже $2n$.

Таким же образом можно применить обозначение для полинома с нечетными степенями, образованного из ряда для функции Бесселя $J_1(t)$,

$$\begin{aligned} J_1(t, 2n+1) &= -\frac{d}{dt} J_0(t, 2n+2) = -J'_{0t}(t, 2n+2) = \\ &= -\frac{2t}{(2!!)^2} - \frac{4t^3}{(4!!)^2} + \dots + (-1)^n \frac{(2n+2)t^{2n+1}}{[(2n+2)!!]^2}. \end{aligned} \quad (\text{П.10.8})$$

В процессе образования интересующих нас формул нам встретился ряд, который, хотя и тесно связан с функциями Бесселя, однако прямо в руководствах по функциям Бесселя не встречается. Этот ряд мы обозначили

$$H(t) = t - \frac{t^3}{(3!!)^2} + \frac{t^5}{(5!!)^2} - \dots \quad (\text{П.10.9})$$

Легко заметить, что ряд $H(t)$ является аналогом с четными степенями ряду $I_0(t)$, члены которого имеют четные степени. Нам также потребовалось ввести обозначение для полинома, образованного из членов ряда для функции $H(t)$,

$$\begin{aligned} H(t, 2n+1) &= t - \frac{t^3}{(3!!)^2} + \dots + \\ &+ (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{[(2n+1)!!]^2}. \end{aligned} \quad (\text{П.10.10})$$

Легко убедиться, что ряд $H(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$[tH'(t)]' + tH(t) = 1.$$

После указанных пояснений запишем полученные формулы:

$$\frac{2n}{[(2n)!!]^2} \int_0^t \tau^{2n} J_1(\tau) d\tau = (-1)^{n+1} \{J_0(t, 2n-2) t J_1(t) + t J'_{0t}(t, 2n) J_0(t)\}, \quad (\text{П.10.11})$$

$$\frac{2n+1}{[(2n+1)!!]^2} \int_0^t \tau^{2n+1} J_1(\tau) d\tau = (-1)^{n+1} \left\{ H(t, 2n-1) t J_1(t) + t H'_{1t}(t, 2n+1) J_0(t) - \int_0^t J_0(\tau) d\tau \right\}, \quad (\text{П.10.12})$$

$$\frac{1}{[(2n-1)!!]^2} \int_0^t \tau^{2n} J_0(\tau) d\tau = (-1)^{n+1} \left\{ H(t, 2n-1) t J_1(t) + t H'_{1t}(t, 2n-1) J_0(t) - \int_0^t J_0(\tau) d\tau \right\}, \quad (\text{П.10.13})$$

$$\frac{1}{[(2n)!!]^2} \int_0^t \tau^{2n+1} J_0(\tau) d\tau = (-1)^n \{J_0(t, 2n) t J_1(t) + t J'_{0t}(t, 2n) J_0(t)\}. \quad (\text{П.10.14})$$

Из формул можно сделать вывод, что интегралы, являющиеся четными функциями аргумента t , выражаются через полиномы, образованные из четной функции Бесселя $J_0(t)$, а интегралы, являющиеся нечетными функциями t , выражаются через полиномы, образованные из нечетного аналога этой функции, т. е. $H(t)$.

Оказывается, что подобную структуру имеют также интегралы, у которых функции Бесселя $J_0(t)$ и $J_1(t)$ заменены их тригонометрическими аналогами, т. е. $J_0(t)$ на $\cos t$, $J_1(t)$ на $\sin t$. Естественно, что такие интегралы выражаются через функции $\cos t$, $\sin t$ и полиномы, которые получают из тех же тригонометрических функций, если не учитывать члены с высокими степенями t . То же получается и для интеграла, который содержит экспоненту и представляет так называемую неполную Γ -функцию. Подобная запись перчисленных интегралов нам не встречалась, и, видимо, она заслуживает внимания, однако здесь мы ограничиваемся только подчеркиванием аналогии, поскольку в исследованиях переходных процессов в ИМ с ИЛ подобные интегралы не встречаются.

Список литературы

1. Детали и элементы радиолокационных станций. Пер. с англ. Под ред. А. Я. Брейтбарта. М., «Сов. радио», 1952.
2. Магнитные генераторы импульсов. Под ред. Л. А. Мееровича. М., «Сов. радио», 1968. Авт.: Л. А. Меерович, И. М. Ватин, Э. Ф. Зайцев, В. М. Кандыкин.
3. Меерович Л. А., Зсличечко Л. Г. Импульсная техника. М., «Сов. радио», 1953.
4. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. М., Физматгиз, 1961.
5. Атабеков Г. И. Теория линейных электрических цепей. М., «Сов. радио», 1960, с. 196—210.
6. Матханов П. М. Синтез линейных цепей, формирующих импульсы заданной формы разложением целых функций в бесконечные произведения. — «Известия вузов СССР. Радиотехника», 1959, № 1.
7. Кац С. Р. О методе синтеза цепей для формирования импульсов произвольной формы на произвольной нагрузке. — «Известия вузов СССР. Радиотехника», 1960, № 2.
8. Stawinski S. Synteza Szwoznikow formujacych impulsy na obciażeniu magnetronowym. — «Archiwum Electro echniki», 1961, № 3.
9. Ицхоки Я. С. О некоторых вопросах анодной модуляции импульсных генераторов. — «Труды ВВА им. Жуковского», 1945, вып. 126.
10. Лукин Ф. В. Переходные процессы в линейных элементах радиотехнических устройств. М., Оборонгиз, 1950, с. 49—78.
11. Вакман Л. Е. Асимптотические методы в линейной радиотехнике. М., «Сов. радио», 1962, с. 218—234.
12. Карсон Д. Р. Электрические нестационарные явления и операционное исчисление. ПИТИУ, 1934, с. 142—155.
13. Елизаров Б. В., Крылов Г. Н. Асимптотические методы вычисления переходного процесса в фильтрах низких частот. — «Радиотехника», 1959, № 2.
14. Елизаров Б. В., Крылов Г. Н., Макаров Г. И. Построение переходного процесса при прохождении видеоимпульса через фильтр низкой частоты методом характерных точек. — «Радиотехника», 1959, № 10.
15. Евтянов С. И., Редькин Г. Е. Исследование формы импульса в модуляторе с искусственной линией. — «Радиотехника», 1966, № 3.
16. Евтянов С. И., Редькин Г. Е. Зависимость формы импульса в модуляторе с искусственной линией от нагрузки и дополнительной индуктивности. — «Радиотехника», 1967, № 3.

17. Евтянов С. И., Редькин Г. Е. Зависимость формы импульса в модуляторе с искусственной линией от реактивных компонентов нагрузки. — «Радиотехника», 1968, № 1.
18. Редькин Г. Е. Расчет токов и потерь в катушках искусственной линии импульсного модулятора. — «Радиотехника», 1968, № 7.
19. Редькин Г. Е. Расчет токов в конденсаторах искусственной линии импульсного модулятора. — «Радиотехника», 1968, № 10.
20. Евтянов С. И., Редькин Г. Е. Форма импульса в модуляторе при учете потерь в искусственной линии. — «Радиотехника», 1969, № 3.
21. Евтянов С. И., Редькин Г. Е. Импульс в модуляторе при шунтировании первой индуктивности сопротивлением. — «Радиотехника», 1969, № 9.
22. Евтянов С. И. Переходные процессы в приемно-усилительных схемах. М., Связьиздат, 1948.
23. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. М., «Высшая школа», 1965.
24. Jaeger J. C. Repeated integrals of Bessel functions and the theory of transients in filter circuits. - - «J. Math. and Phys.», 1948, v. 27, № 3.
25. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. т. 1 М., ИЛ, 1949.
26. Чистова Э. А. Таблицы функций Бесселя от действительного аргумента и интегралов от них. АН СССР, 1958.
27. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и графиками. М., ГИФМЛ, 1959.
28. Вакман Д. Е. Расчет эквивалентных параметров для оценки теплового режима конденсаторов импульсных модуляторов. — «Радиотехника», 1958, № 9.
29. Вакман Д. Е. Потери в проводниках при импульсном токе. - - «Радиотехника», 1959, № 6.
30. Таблицы сферических функций Бесселя. Т. 1 и 2. Вычислительный центр АН СССР, 1963.
31. Фаддеева В. Н., Гавурин М. К. Таблицы функций Бесселя целых номеров (от 0 до 120). ГИТТЛ, 1950.
32. Нашатырь В. М., Попова В. А. О формировании прямоугольных импульсов тока в активной нагрузке с помощью искусственных линий. — «Известия вузов СССР. Радиотехника», 1966, т. 9, № 5.
33. Хемминг Р. В. Численные методы для научных работников и аспирантов. Пер. с англ. Под ред. Р. С. Гутера. М., «Наука», 1968.
34. Данилов П. Н., Евтянов С. И., Редькин Г. Е. Импульсный модулятор. Авт. свидетельство № 33369. — «БИ», 1972, № 11.
35. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИФМЛ, 1963.
36. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., «Наука», 1966.
37. Функции математической физики. Пер. с франц. Физматгиз, 1963. Авт.: Ж. Камне де Ферье, Р. Кемпбелл, Г. Петьо, Т. Фогель.

Оглавление

Предисловие	3
Глава 1. ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИСКУССТВЕННЫХ ЛИНИЯХ	19
2.1. Уравнения, описывающие форму импульса на нагрузке	20
2.2. Фронт и вершина импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ	24
2.3. Спад импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ	30
2.4. Форма импульса на нагрузке, не согласованной с характеристикой ячейки ρ	32
2.5. Экспериментальная проверка формы импульса	35
Глава 3. ЗАВИСИМОСТЬ ФОРМЫ ИМПУЛЬСА ОТ НАГРУЗКИ, ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТИ ПЕРВОГО ЗВЕНА ИЛ	40
3.1. Уравнения, описывающие форму импульса на нагрузке при включении дополнительной индуктивности	41
3.2. Форма импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu=1$	42
3.3. Форма импульса на нагрузке, не согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu=1$	48
3.4. Форма импульса на нагрузке, согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu \neq 1$	54
3.5. Форма импульса на нагрузке, не согласованной с характеристикой ячейки ρ , при $\mu \neq 1$	59
3.6. Зависимость формы импульса от индуктивности и емкости первой ячейки	65
3.7. Экспериментальная проверка формы импульса	70
Глава 4. РАБОТА ИСКУССТВЕННОЙ ЛИНИИ НА КОМПЛЕКСНУЮ НАГРУЗКУ	75
4.1. Уравнения, описывающие форму импульса на комплексной нагрузке	75
4.2. Фронт импульса при малых временах	76
4.3. Зависимость фронта импульса от емкости, шунтирующей нагрузку, согласованную с характеристикой ячейки ρ	78

4.4. Зависимость формы импульса от емкости, шунтирующей нагрузку, не согласованную с характеристикой ячейки ρ	85
4.5. Фронт на активно-емкостной нагрузке при ИЛ, состоящей из П-образных звеньев	100
4.6. Зависимость формы импульса от индуктивности, шунтирующей нагрузку	105
4.7. Экспериментальная проверка формы импульса	108
Глава 5. РАСЧЕТ ТОКОВ И ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В ЭЛЕМЕНТАХ ИСКУССТВЕННОЙ ЛИНИИ	112
5.1. Уравнения для токов через индуктивности и емкости звеньев ИЛ	113
5.2. Расчет токов в элементах идеальной ИЛ, состоящей из звеньев, вносящих только запаздывание	116
5.3. Расчет токов в элементах реальной ИЛ при согласованной нагрузке	119
5.4. Расчет эффективных значений токов в элементах ИЛ и потерь в индуктивностях	127
5.5. Расчет токов и потерь в элементах ИЛ при несогласованной нагрузке	131
5.6. Экспериментальная проверка токов в элементах ИЛ	132
Глава 6. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИСКУССТВЕННОЙ ЛИНИИ С ПОТЕРЯМИ	139
6.1. Фронт и вершина импульса на нагрузке с учетом потерь в ИЛ	140
6.2. Форма напряжения на нагрузке с учетом различных затуханий, обусловленных сопротивлениями, включенными последовательно и параллельно элементам ИЛ	149
6.3. Экспериментальная проверка влияния потерь на форму импульса	152
Глава 7. КОРРЕКЦИЯ ВЕРШИНЫ ИМПУЛЬСА ШУНТИРОВАНИЕМ ИНДУКТИВНОСТИ ПЕРВОГО ЗВЕНА ИЛ СОПРОТИВЛЕНИЕМ	155
7.1. Фронт и вершина импульса при шунтировании индуктивности первого звена сопротивлением	158
7.2. Дуальные ИЛ и их искажения, попытка применить комбинацию дуальных ИЛ для компенсации искажений импульса	164
7.3. Экспериментальная проверка коррекции импульса	168
Глава 8. РАБОТА ИМПУЛЬСНОГО МОДУЛЯТОРА С ИЛ НА ЦЕЛИЧЕИЛИНУЮ НАГРУЗКУ	173
8.1. Переходный процесс в ИЛ при кусочно-линейной нагрузке	176
8.2. Вольтамперная характеристика с отсечкой	181
8.3. Синтез схем, имитирующих нелинейную нагрузку с кусочно-линейными вольтамперными характеристиками	185

8.4. Зависимость напряжения и тока в нелинейной нагрузке от напряжения E на ИЛ и напряжения смещения E_1	190
8.5. Коррекция импульса цепочкой с автосмещением	194
8.6. Некоторые схемы коррекции импульса	202
8.7. Экспериментальная проверка формы импульса и коррекции с помощью цепи $R_n C_k$	208
Глава 9. ВЛИЯНИЕ НЕИДЕНТИЧНОСТИ ЗВЕНЬЕВ ИЛ НА ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ	222
9.1. ИЛ как каскадное включение Г-образных звеньев	222
9.2. Переходная функция при малой неидентичности звеньев	225
9.3. Экспериментальная проверка влияния разброса параметров на форму импульса	241
<i>Приложение 1.</i> Вычисление стационарного значения падающей волны (2.54)	247
<i>Приложение 2.</i> Операционные изображения для некоторых выражений, содержащих функции Бесселя	248
<i>Приложение 3.</i> Некоторые соотношения между функциями Бесселя	249
<i>Приложение 4.</i> Решение операционного уравнения для отраженной волны (3.18) и его аппроксимация	253
<i>Приложение 5.</i> Замена интегральной функции Бесселя суммой простых	258
<i>Приложение 6.</i> Замена разности интегральных функций Бесселя цилиндрической функцией Бесселя	260
<i>Приложение 7.</i> Вычисление интегралов произведения функции Бесселя	262
<i>Приложение 8.</i> Определение эффективного значения тока через индуктивности звеньев ИЛ	263
<i>Приложение 9.</i> Определение эффективного значения тока через емкости звеньев ИЛ	264
<i>Приложение 10.</i> Вычисление сверток параболы с функциями Бесселя	265
Список литературы	268